









MEMORIE  
DI  
MATEMATICA  
E FISICA  
DELLA  
SOCIETA' ITALIANA  
TOMO VII.



V E R O N A  
P E R D I O N I G I R A M A N Z I N I  
M. DCC. XCIV.





CATALOGO  
 D E M E M B R I  
 DELLA  
 SOCIETÀ ITALIANA.

---

P R E S I D E N T E

ANTONMARIO LORGNA Cavaliere della sacra Religione de' Santi Maurizio e Lazzaro, Brigadiere, e Governatore delle Scuole Militari. *VERONA.*

S O C J A T T U A L I

CARLO ABATE AMORETTI Segretario perpetuo della Società Patriottica di Milano. *MILANO.*

GIOVANNI ARDUINO Professore di Mineralogia, e di Chimica Metallurgica, e Pubblico Soprintendente alle cose agrarie dello Stato Veneto. *VENEZIA.*

CARLO BARLETTI delle Scuole Pie, Professore di Fisica generale nell'Università di Pavia. *PAVIA.*

TEODORO BONATI Professore d'Idrostatica nell'Università di Ferrara, ed Inspettore dei fiumi del Ferrarese. *FERRARA.*

ANTONIO CAGNOLI Astronomo, e Segretario perpetuo dell' Accademia di Agricoltura, Commercio ed Arti. *VERONA*.

LEOPOLDO MARCANTONIO CALDANI Primario Professore ordinario di Medicina storica, e di Anatomia nell' Università di Padova. *PADOVA*.

TOMMASO ABATE VALPERGA DI CALUSO Segretario perpetuo dell' Accademia delle Scienze di Torino. *TORINO*.

SEBASTIANO CANTERZANI Professore di Matematica nell' Università di Bologna, e Segretario perpetuo dell' Istituto delle Scienze. *BOLOGNA*.

ANGELO ABATE DE CESARIS Astronomo nel Osservatorio di Milano. *MILANO*.

PIETRO COSSALI C. R. T. Professore di Astronomia nell' Università di Parma. *PARMA*.

PAOLO DELANGES Capitano degli Ingegneri Veneti. *BRESCIA*.

PIETRO FERRONI Matematico di S. A. R. il Gran Duca di Toscana, e Professore nell' Università di Pisa. *PISA*.

FELICE FONTANA Cavaliere del Sacro Romano Impero, Direttore del Gabinetto Fisico di S. A. R. il G. Duca di Toscana. *FIRENZE*.

MARIANO FONTANA Ch. Reg. B. Professore di Matematica nell' Università di Pavia. *PAVIA*.

ALBERTO ABATE FORTIS Naturalista. *PADOVA*.

VITTORIO FOSSOMBRONI Cavaliere dell' incl. Ordine Militare di Santo Stefano di Toscana. *AREZZO*.

- v
- (\*) MICHELE GIRARDI Medico di Camera di S. A. R. di Parma, Presidente al Gabinetto di Storia naturale, e Professore della medesima, e di Anatomia. *PARMA.*
- VINCENZO MALACARNE Professore di Chirurgia nell'Università di Padova, e Pensionario di S. M. Sarda. *PADOVA.*
- GIOVANNI FRANCESCO Malfatti Professore di Matematica nell'Università di Ferrara. *FERRARA.*
- GIOVANNI ANTONIO MARINO Protomedico di Savigliano. *SAVIGLIANO.*
- GIOVAMBATISTA DA S. MARTINO Lettore Cappuccino. *SPALATRO.*
- PAOLO MASCAGNI Professore di Anatomia nell'Università di Siena. *SIENA.*
- LORENZO ABATE MASCHERONI Professore di Matematica nell'Università di Pavia. *PAVIA.*
- CARLO LODOVICO CONTE MOROZZO Colonnello del Reggimento di Torino, e Presidente dell'Accademia delle Scienze di Torino. *TORINO.*
- PIETRO MOSCATI Regio Direttore Generale degli Spedali di Milano. *MILANO.*
- GIUSEPPE ABATE OLIVI Naturalista. *CHIOGGIA.*
- PIETRO PAOLI Professore di Matematica nell'Università di Pisa. *PISA.*
- FRANCESCO PEZZI Capitano nel Corpo degl'Ingegneri, e Professore di Matemat. nell'Univ. di Genova. *GENOVA.*

---

(\*) La Memoria spedita da questo Quaranta non arrivò a tempo d'essere inserita nel presente Volume.

- ERMENEGILDO PINI Ch. Reg. B. Professore di Storia Naturale. *MILANO*.
- MICHELE CAVALIER ROSA Professore di Medicina nell' Università di Modena. *MODENA*.
- PIETRO ROSSI Professore di Logica nell'Università di Pisa e Naturalista. *PISA*.
- LEONARDO SALIMBENI Capitano degl'Ingegneri Veneti, e Professore di Matematica nelle Scuole Militari. *VERONA*.
- GIUSEPPE SLOP DE CADENBERG Professore di Astronomia nell'Università di Pisa. *PISA*.
- FRANCESCO SOAVE C. R. S. Professore di Logica e Metafisica. *MILANO*.
- LAZARO ABATE SPALLANZANI Professore di Storia Naturale nell'Università di Pavia, e Soprintendente al Pubblico Museo della medesima. *PAVIA*.
- SIMONE CONTE STRATICO Professore di Matematica, e di Fisica Sperimentale nell'Università di Padova. *PADOVA*.
- GIUSEPPE ABATE TOALDO Professore di Astronomia nell'Università di Padova. *PADOVA*.
- ALESSANDRO VOLTA Professore di Fisica Sperimentale nell'Università di Pavia. *PAVIA*.
- VERARDO ZEVIANI Medico-Fisico. *VERONA*.

## S O C J E M E R I T I .

DOMENICO CIRILLI Professore di Medicina Teorica nell' Università di Napoli. *NAPOLI*.

DOMENICO COTUNIO Professore di Anatomia nell' Università di Napoli. *NAPOLI*.

GREGORIO FONTANA delle Scuole Pie, Professore di Matematica Superiore nell' Università di Pavia. *PAVIA*.

LODOVICO DE LA GRANGE Presidente Onorario dell' Accademia delle Scienze di Torino. *PARIGI*.

MARSILIO LANDRIANI Cavaliere dell' incl. Ordine Militare di Santo Stefano di Toscana Fisico. *MILANO*.

BARNABA ABATE ORIANI Astronomo nell' Osservatorio di Milano. *MILANO*.

GIUSEPPE ANGELO CONTE SALUZZO Gentiluomo di Camera di S. M. il Re di Sardegna. *TORINO*.

GIROLAMO ABATE SALADINI Professore di Matematica nell' Università di Bologna. *BOLOGNA*.

ANTONIO SCARPA Professore di Anatomia, e di operazioni Chirurgiche nell' Università di Pavia. *PAVIA*.

GIUSEPPE VAIRO Professore di Chimica nell' Università di Napoli. *NAPOLI*.

GIOVANNI BATTISTA ABATE VENTURI Professore di Matematica nell' Università di Modena. *MODENA*.

## S O C J O N O R A R J

LUIGI CACCIANEMICI PALCANI Professore Primario di Geografia, e di Nautica nell' Instituto, e di Fisica nell' Univerlità di Bologna. *BOLOGNA.*

ANGELO MONSIGNORE FABRONI Presidente dell' Univerlità di Pifa, e Priore nell' incl. Ordine di Santo Stefano di Toscana. *PISA.*

IPPOLITO MARCHESE PINDEMONTI Patrizio Veneto, e Cavaliere Gerofolimitano. *VENEZIA.*

## S O C J S T R A N I E R I

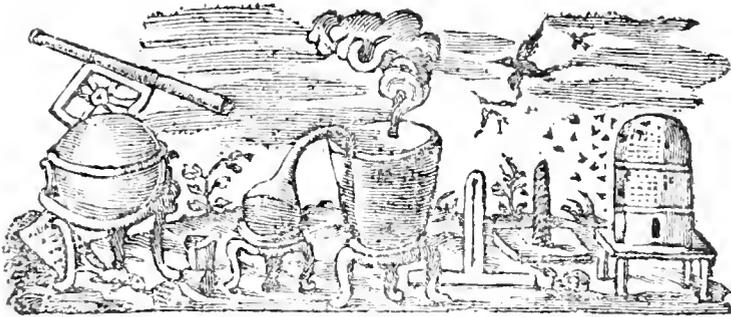
Sig. ACHARD. *BERLINO.*  
 Sig. BANCKS. *LONDRA.*  
 Sig. CAMPOMANES. *MADRID.*  
 Sig. HERSCHEL. *LONDRA.*  
 Sig. LA LANDE. *PARIGI.*  
 Sig. NARVOYSZ. *WILNA.*  
 Sig. PALLAS. *PIETROBURGO.*  
 Sig. PRYESTLEY. *LONDRA.*

- - - - -  
 - - - - -  
 - - - - -  
 - - - - -

## S E G R E T A R J

AGOSTINO ABATE VIVORIO, Professore di Geografia, e Storia nelle Scuole Militari di Verona, Secretario perpetuo, e Amministratore. *VERONA.*

- - - - -



# MEMORIE DI MATEMATICA E FISICA

---

---

## COSE TRIGONOMETRICHE

Del Sig. ANTONIO CAGNOLI.

**A**Vviene naturalmente a chi ha trattato con qualche studio una scienza, che ogn'altra applicazione lo riconduce a quella di tanto in tanto, e gli dà occasion di trovar cose nuove, o di migliorare ed ampliare le già trovate. Ad eccitamento pertanto d'alcuni dotti amici, cui della mia Trigonometria, data in luce a Parigi nel 1786, piace far qualche conto, espongo diversi Teoremi, Problemi, e Formule, che sebbene non tutti nuovi, nè alcun forse di grande importanza, godono per altro, se non m'inganno, la non dispregevole proprietà di quel metodo facile, chiaro, e breve, che feci mio scopo primario nella mentovata Opera. M'avvalora altresì l'esempio del Sig. Cav. *Lorgna*, del P. *Fontana*, dell'Ab. *Gua*, e di *Lexell*, che di sì fatte cose ar-  
Tom. VII. A

ricchirono i Tomi di questa Società, e delle Accademie di Parigi, e di Pietroburgo.

## CAPITOLO PRIMO.

### Formule trigonometriche.

#### §. I.

I seni dell'arco di 3 gradi, e de' suoi multipli, possono esprimersi esattamente per via di radici sorde. Lambert (*Supplementa tabularum logarithmicarum & trigonometricarum*) ne ha dato una tavola, ma senza dimostrazione. Il perchè non sia inutile esporla qui per via affatto semplice.

Fatto sen.  $90^\circ = 1$ , ognun sa che (*Trigonom.* 18, 43, 44)

$$\text{sen. } 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{sen. } 45^\circ = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\text{sen. } 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

Se ne deduce sen.  $15^\circ = \text{sen. } (45^\circ - 30^\circ) = \text{sen. } 45^\circ \text{ cos. } 30^\circ - \text{cos. } 45^\circ \text{ sen. } 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$ . Onde

$$\text{sen. } 15^\circ = \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Nel modo stesso si trova sen.  $(45^\circ + 30^\circ)$ , o vero

$$\text{sen. } 75^\circ = \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Se si nomina  $x$  il lato del decagono inscritto nel cerchio; il cui raggio  $= 1$ , è noto che  $1:x::x:1-x$ , donde  $x^2 = 1-x$ , equazione da cui emerge  $x = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$ . Ma

sen.  $18^\circ = \frac{1}{2}x$ . Dunque

$$\text{sen. } 18^\circ = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{5}$$

Questo seno è la chiave di tutti li rimanenti, poichè somministra il fondamentale, cioè il sen.  $3^\circ = \text{sen. } (18^\circ - 15^\circ)$ . Giova per altro, a scanso di fatica, metter in opera, quanto si può, i valori più semplici, che sono li tre monomj recati in prima. Ecco la marcia, che al Sig. *Lambre*, ed a me par la più pronta.

$$\text{sen. } 72^\circ = \sqrt{(1 - \text{sen.}^2 18^\circ)} = \frac{1}{4}\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}$$

$$\text{sen. } 12^\circ = \text{sen. } (30^\circ - 18^\circ) = \frac{1}{4}(\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})} - \sqrt{15} + \sqrt{3})$$

$$\text{sen. } 48^\circ = \text{sen. } (30^\circ + 18^\circ) = \frac{1}{4}(\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})} + \sqrt{15} - \sqrt{3})$$

$$\text{sen. } 27^\circ = \text{sen. } (45^\circ - 18^\circ) = \frac{1}{4}(\sqrt{(5 + \sqrt{5})} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$$

$$\text{fen. } 63^\circ = \text{fen. } (45^\circ + 18^\circ) = \frac{1}{4} (\sqrt{(5 + \sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}})$$

$$\text{fen. } 42^\circ = \text{fen. } (60^\circ - 18^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(30 + 6\sqrt{5})} - \sqrt{5 + 1})$$

$$\text{fen. } 78^\circ = \text{fen. } (60^\circ + 18^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(30 + 6\sqrt{5})} + \sqrt{5 - 1})$$

$$\text{fen. } 33^\circ = \text{fen. } (45^\circ - 12^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(15 + 3\sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{(5 + \sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}})$$

$$\text{fen. } 57^\circ = \text{fen. } (45^\circ + 12^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(15 + 3\sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{(5 + \sqrt{5})} - \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$$

$$\text{fen. } 3^\circ = \text{fen. } (45^\circ - 42^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(5 + \sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{(15 + 3\sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}})$$

$$\text{fen. } 87^\circ = \text{fen. } (45^\circ + 42^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(5 + \sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{(15 + 3\sqrt{5})} - \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$$

$$\text{fen. } 54^\circ = \text{fen. } (72^\circ - 18^\circ) = 1 - 2 \text{fen}^2 18^\circ = \frac{1}{4} (1 + \sqrt{5})$$

$$\text{fen. } 36^\circ = \sqrt{(1 - \text{fen}^2 54^\circ)} = \frac{1}{4} \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}$$

$$\text{fen. } 24^\circ = \text{fen. } (60^\circ - 36^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{3 + \sqrt{15}} - \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})})$$

$$\text{fen. } 84^\circ = \text{fen. } (60^\circ + 36^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{3 + \sqrt{15}} + \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})})$$

$$\text{fen. } 6^\circ = \text{fen. } (36^\circ - 30^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(30 - 6\sqrt{5})} - \sqrt{5 - 1})$$

$$\text{fen. } 66^\circ = \text{fen. } (36^\circ + 30^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(30 - 6\sqrt{5})} + \sqrt{5 + 1})$$

$$\text{fen. } 39^\circ = \text{fen. } (45^\circ - 6^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{(5 - \sqrt{5})} - \sqrt{(15 - 3\sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$$

$$\text{fen. } 51^\circ = \text{fen. } (45^\circ + 6^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{(5 - \sqrt{5})} + \sqrt{(15 - 3\sqrt{5})} - \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}})$$

$$\text{fen. } 21^\circ = \text{fen. } (45^\circ - 24^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(15 - 3\sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{(5 - \sqrt{5})})$$

$$\text{fen. } 69^\circ = \text{fen. } (45^\circ + 24^\circ) = \frac{1}{8} (\sqrt{(15 - 3\sqrt{5})} + \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{(5 - \sqrt{5})})$$

$$\text{fen. } 9^\circ = \text{fen. } (45^\circ - 36^\circ) = \frac{1}{4} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{(5 - \sqrt{5})})$$

$$\text{fen. } 81^\circ = \text{fen. } (45^\circ + 36^\circ) = \frac{1}{4} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{(5 - \sqrt{5})})$$

Se alcuno chiedesse la causa, perchè non di seni d'altri archi si diano cotali espressioni, fuorchè de' multipli di quel di  $3^\circ$ , si risponderà che non altri, di numero intiero di gradi, esser possono compresi da lati di poligoni regolari inscritti nel cerchio.

## §. II.

Abbiamo trovato (88),  $\text{tang. } \frac{1}{2}(A+B) = \frac{\text{fen. } A + \text{fen. } B}{\text{cof. } A + \text{cof. } B}$   
 $= \frac{\text{cof. } B - \text{cof. } A}{\text{fen. } A - \text{fen. } B}$ . Fatto  $A = 90^\circ$ , se ne ricava

$$\text{tang. } (45^\circ + \frac{1}{2}B) = \frac{1 + \text{fen. } B}{\text{cof. } B} = \frac{\text{cof. } B}{1 - \text{fen. } B}$$

## §. III.

Avendo calcolato anche il nono termine, non mai pubblicato, ch'io sappia, della Serie notissima (156), cot.  $A$

$$= \frac{1}{A} - \frac{A}{3} - \frac{A^3}{45} - \text{ecc.}$$

Io do qui, a comodo di chi volesse valersene, e perchè me ne varrò io pure or ora: ed è

$$\frac{3617 A^{15}}{3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 9^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17}$$

## §. IV.

Dato l'arco, trovare il logaritmo del seno, del coseno, e della tangente.

$$\text{Poichè (175), } d \log. \text{sen. } A = \frac{d \text{sen. } A}{\text{sen. } A} = \frac{dA \text{ cof. } A}{\text{sen. } A} = dA$$

cot.  $A = dA \left( \frac{1}{A} - \frac{A}{3} - \frac{A^3}{3^2 \cdot 5} - \frac{2A^5}{3^3 \cdot 5 \cdot 7} - \text{ecc.} \right)$  (156); farà, integrando, e nominando  $M$  il modulo per convertire il logaritmo iperbolico in tabulare,

$$\begin{aligned} \log. \text{sen. } A = \log. A - M \left( \frac{A^2}{2 \cdot 3} + \frac{A^4}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} + \frac{A^6}{3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{A^8}{3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 8} \right. \\ \left. + \frac{A^{10}}{3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11} + \frac{A^{12}}{691 A^{12}} + \frac{A^{14}}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 9^2 \cdot 11 \cdot 13} + \frac{A^{16}}{3617 A^{16}} \right. \\ \left. + \frac{A^{18}}{3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 9^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17} + \text{ecc.} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Similmente } d \log. \text{cof. } A = \frac{d \text{cof. } A}{\text{cof. } A} = - \frac{dA \text{sen. } A}{\text{cof. } A} = - dA$$

tang.  $A = - dA \left( A + \frac{A^3}{3} + \frac{2A^5}{3 \cdot 5} + \text{ecc.} \right)$  (153). Dunque integrando

$$\begin{aligned} \log. \text{cof. } A = - M \left( \frac{A^2}{2} + \frac{A^4}{3 \cdot 4} + \frac{A^6}{5 \cdot 9} + \frac{17 A^8}{5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} + \frac{31 A^{10}}{5^2 \cdot 7 \cdot 9^2} \right. \\ \left. + \frac{691 A^{12}}{5^2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9^2 \cdot 11} + \frac{10922 A^{14}}{3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 9^2 \cdot 11 \cdot 13} + \frac{929569 A^{16}}{3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 9^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 16} + \text{ecc.} \right) \end{aligned}$$

Finalmente essendo  $\log. \operatorname{tang.} A = \log. \operatorname{sen.} A - \log. \operatorname{cof.} A$ ; prendendo la differenza delle due Serie trovate sopra, e riducendo, si ottiene

$$\begin{aligned} \log. \operatorname{tang.} A = \log. A + M \left( \frac{A^2}{3} + \frac{7 A^4}{9 \cdot 10} + \frac{62 A^6}{5 \cdot 7 \cdot 9^2} + \frac{127 A^8}{3 \cdot 4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 9} \right. \\ \left. + \frac{146 A^{10}}{3 \cdot 5^2 \cdot 9^2 \cdot 11} + \frac{1414477 A^{12}}{3^3 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 9^2 \cdot 11 \cdot 13} + \frac{32764 A^{14}}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 9^2 \cdot 11 \cdot 13} \right. \\ \left. + \frac{16931177 A^{16}}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 9^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17} + \text{ecc.} \right) \end{aligned}$$

L'enunziatione del problema è sodisfatta a rigore per rispetto al coseno solamente: poichè pel seno e per la tangente è mestieri che, oltre l'arco, sia dato anche il suo logaritmo. Ma questo si computa prestamente con le formule e metodi, che ho esibiti ( 175 e segg. ). Del resto, per formar tavole, quando si fossero calcolati li logaritmi de' coseni da  $0^\circ$  a  $45^\circ$ , tutti li rimanenti, come anche quelli delle tangenti, si conseguiscono per via di semplici sottrazioni ( 189 ).

Le nuove serie, che ho date or ora, sono grandemente più comode e speditive, e rinvenute assai più facilmente, di quelle di *Eulero* ( *Analys. infin. Tom. I. 194* ).

## CAPITOLO SECONDO.

### *Formule implicate d'immaginarj.*

#### §. I.

Il P. *Fontana* è stato il primo, per quel ch'io sappia, a trovare direttamente l'espressioni immaginarie de' seni e coseni degli archi multipli ( *Tom. I di questa Società, pag. 189* ), dimostrandole rigorosamente, non già conchiudendole per analogia, come fanno *Eulero* ( *Tom. I. 133* ), *Riccati* ( *Instit. analyt. lib. II, cap. 12* ), *Mauduit* ( *Astronomie sphérique, pag. 40* ), ecc. Sulle tracce del prelodato Socio m'ingegnerò anch'io d'apportar qualche facilità a questo ramo non infecundo della moderna analisi.

È noto, parlando de' logaritmi iperbolici, che ( *Trigonom. 179* ), detto  $n$  un numero qualunque,

A iij

$$n = 1 + \log.^1 n + \frac{1}{2} \log.^2 n + \frac{1}{2.3} \log.^3 n + \text{ecc.}$$

Sarà dunque  $n^n = 1 + \log.^1 n^n + \frac{1}{2} \log.^2 n^n + \text{ecc.} = 1 + \frac{x}{1} \log.^1 n + \frac{x^2}{1.2} \log.^2 n + \frac{x^3}{1.2.3} \log.^3 n + \text{ecc.}$  Or sia  $n = e$ , cioè alla base de' logaritmi iperbolici, per il che  $\log. n = 1$ , e si avrà

$$e^n = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} + \text{ecc.}$$

Che se  $x$  sia negativo, farà

$$e^{-x} = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} - \text{ecc.}$$

Ma si ponga  $x = A\sqrt{-1}$ ; forgerà

$$\frac{A\sqrt{-1}}{e} = 1 + \frac{A\sqrt{-1}}{1} - \frac{A^2}{1.2} + \frac{A^3\sqrt{-1}}{1.2.3} - \frac{A^4}{1.2.3.4} + \frac{A^5\sqrt{-1}}{1.2.3.4.5} - \text{ecc.}$$

$$\frac{-A\sqrt{-1}}{e} = 1 - \frac{A\sqrt{-1}}{1} - \frac{A^2}{1.2} + \frac{A^3\sqrt{-1}}{1.2.3} - \frac{A^4}{1.2.3.4} + \frac{A^5\sqrt{-1}}{1.2.3.4.5} - \text{ecc.}$$

Quindi sommando, e dividendo per 2; poi sottraendo, e dividendo per 2; si raccoglie dalla prima operazione

$$\frac{e \frac{A\sqrt{-1}}{+e} - e \frac{-A\sqrt{-1}}{-e}}{2} = 1 - \frac{A^2}{2} + \frac{A^4}{2.3.4} - \frac{A^6}{2.3.4.5.6} + \text{ecc.} = \text{cos. } A(154);$$

e dalla seconda operazione

$$\frac{e \frac{A\sqrt{-1}}{-e} - e \frac{-A\sqrt{-1}}{-e}}{2} = \sqrt{-1} \left( A - \frac{A^3}{2.3} + \frac{A^5}{2.3.4.5} - \frac{A^7}{2.3.4.5.6.7} + \text{ecc.} \right) = \text{sen. } A\sqrt{-1}, (149);$$

delle quali equazioni li primi ed ultimi membri sommati, e sottratti, danno

$$e \frac{A\sqrt{-1}}{+e} = \text{cos. } A + \text{sen. } A\sqrt{-1}$$

$$e \frac{-A\sqrt{-1}}{-e} = \text{cos. } A - \text{sen. } A\sqrt{-1}$$

Da sì fatte espressioni s'intende come possono ridursi le

quantità esponenziali immaginarie a seni e coseni d'archi reali. Ma procedendo dai numeri ai logaritmi,  $A\sqrt{-1} \log. e$ , o vero  $A\sqrt{-1} = \log. (\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1})$ ; così  $-A\sqrt{-1} = \log. (\cos. A - \text{sen. } A\sqrt{-1})$ . Sottraendo questa dall'altra, si ha  $2A\sqrt{-1} = \log. (\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1}) - \log. (\cos. A - \text{sen. } A\sqrt{-1}) = \log. \frac{\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1}}{\cos. A - \text{sen. } A\sqrt{-1}}$ . Laonde

$$A = \frac{1}{2\sqrt{-1}} \log. \frac{\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1}}{\cos. A - \text{sen. } A\sqrt{-1}} = \frac{1}{2\sqrt{-1}} \log. \frac{1 + \text{tang. } A\sqrt{-1}}{1 - \text{tang. } A\sqrt{-1}}$$

che sono le note formole, utilissime nel calcolo integrale, per ridurre ad archi circolari i logaritmi immaginarj.

## §. II.

Poichè  $A\sqrt{-1} = \log. (\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1})$ , farà  $nA\sqrt{-1} = n \log. (\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1}) = \log. (\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1})^n$ . Ma ponendo, nella prima equazione,  $nA$  in luogo di  $A$ , si ha pure  $nA\sqrt{-1} = \log. (\cos. nA + \text{sen. } nA\sqrt{-1})$ . Dunque  $\log. (\cos. nA + \text{sen. } nA\sqrt{-1}) = \log. (\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1})^n$ . E passando a' numeri,  $\cos. nA + \text{sen. } nA\sqrt{-1} = (\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1})^n$ .

Nello stesso modo, dall'equazione  $-A\sqrt{-1} = \log. (\cos. A - \text{sen. } A\sqrt{-1})$  si ricava  $\cos. nA - \text{sen. } nA\sqrt{-1} = (\cos. A - \text{sen. } A\sqrt{-1})^n$ .

Sommando insieme le due equazioni finali trovate ora, si consegue

$$\cos. nA = \frac{(\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1})^n + (\cos. A - \text{sen. } A\sqrt{-1})^n}{2}$$

Prendendo la differenza delle medesime equazioni,

$$\text{sen. } nA = \frac{(\cos. A + \text{sen. } A\sqrt{-1})^n - (\cos. A - \text{sen. } A\sqrt{-1})^n}{2\sqrt{-1}}$$

Il P. Riccati (*lib. III, cap. 3, n.° 25...36*) applica queste equazioni a risolvere, parte co' seni iperbolici e parte co' circolari, quelle della forma, dove i coseni degli archi moltiplici sono espressi da potenze del coseno dell'arco semplice (*Trig. 125*).

## CAPITOLO TERZO:

D'alcune Serie trigonometriche.

## §. I.

Trovare la formola generale del seno dell' arco multiplice, espresso da potenze del seno dell' arco semplice.

Per la Serie notissima ( Trig. 149 ), ch' esprime il seno con le potenze dell' arco, si ha

$$\text{sen. } nA = nA - \frac{n^3 A^3}{2 \cdot 3} + \frac{n^5 A^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{n^7 A^7}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \text{ecc.}$$

Ma l'altra Serie ( 144 ), ch' esprime l' arco con le potenze del seno, dà

$$A = \text{sen. } A + \frac{\text{sen.}^3 A}{2 \cdot 3} + \frac{3 \text{ sen.}^5 A}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 5 \text{ sen.}^7 A}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \text{ecc.}$$

$$A^3 = \text{sen.}^3 A + \frac{\text{sen.}^5 A}{2} + \left( \frac{9}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{3}{2^2 \cdot 3} \right) \text{sen.}^7 A + \text{ecc.}$$

$$A^5 = \text{sen.}^5 A + \frac{5 \text{ sen.}^7 A}{2 \cdot 3} + \text{ecc.}$$

$$A^7 = \text{sen.}^7 A + \text{ecc.}$$

Sostituendo questi valori nella serie antecedente, riesce

$$\begin{aligned} nA &= n \text{ sen. } A + \frac{n \text{ sen.}^3 A}{2 \cdot 3} + \frac{3n \text{ sen.}^5 A}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 5 n \text{ sen.}^7 A}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \text{ecc.} \\ - \frac{n^3 A^3}{2 \cdot 3} &= - \frac{n^3 \text{ sen.}^3 A}{2 \cdot 3} - \frac{n^3 \text{ sen.}^5 A}{3 \cdot 4} - \frac{37 n^3 \text{ sen.}^7 A}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} - \text{ecc.} \\ + \frac{n^5 A^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} &= + \frac{n^5 \text{ sen.}^5 A}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{5 n^5 \text{ sen.}^7 A}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \text{ecc.} \\ - \frac{n^7 A^7}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} &= - \frac{n^7 \text{ sen.}^7 A}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} - \text{ecc.} \end{aligned}$$

Ma li coefficienti delle potenze medesime di  $\text{sen. } A$  si riducono alle seguenti espressioni uniformi, cioè  $\frac{n - n^3}{2 \cdot 3} = -\frac{n(n^2 - 1)}{2 \cdot 3}$ ;

$$\begin{aligned} \frac{3n}{2 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{n^3}{3 \cdot 4} + \frac{n^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} &= \frac{9n - 10n^3 + n^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{n(n^2 - 1)(n^2 - 9)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}; \\ \frac{3 \cdot 5 n}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} - \frac{37 n^3}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{5 n^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} &= \frac{225n - 259n^3 + 35n^5 - n^7}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \end{aligned}$$

$$= - \frac{n(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$$
. Dunque la formola generale cercata sarà

$$(\alpha) \operatorname{sen.} nA = n \operatorname{sen.} A - \frac{n(n^2-1)}{2 \cdot 3} \operatorname{sen.}^3 A + \frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \operatorname{sen.}^5 A - \frac{n(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \operatorname{sen.}^7 A + \text{ecc.}$$

della quale è manifesta la legge. Questa serie è visibilmente finita e ristretta a termini  $\frac{n+1}{2}$  quando  $n$  sia numero *dispari*, infinita quando  $n$  sia *pari*. In questo caso però si riduce la somma ad una espressione composta di termini  $\frac{n}{2}$  moltiplicati per  $\operatorname{cos.} A$ , o vero per  $\sqrt{1-\operatorname{sen.}^2 A}$ , il che si rinviene e dimostra così.

Sia  $S$  il secondo membro dell'equazione  $(\alpha)$ ; farà  $\operatorname{sen.} nA = \frac{S \operatorname{cos.} A}{\operatorname{cos.} A} = \frac{S \sqrt{1-\operatorname{sen.}^2 A}}{\sqrt{1-\operatorname{sen.}^2 A}}$ . Ma il binomio di *Newton* pro-

$$\begin{aligned} \text{duce } \sqrt{1-\operatorname{sen.}^2 A} &= 1 - \frac{1}{2} \operatorname{sen.}^2 A - \frac{1}{2 \cdot 4} \operatorname{sen.}^4 A - \frac{3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \operatorname{sen.}^6 A - \text{ecc.} \end{aligned}$$

Si divida per questa Serie la  $S$ , e si troverà

$$(\beta) \operatorname{sen.} nA = \sqrt{1-\operatorname{sen.}^2 A} \left( n \operatorname{sen.} A - \frac{n(n^2-4)}{2 \cdot 3} \operatorname{sen.}^3 A + \frac{n(n^2-4)(n^2-16)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \operatorname{sen.}^5 A - \frac{n(n^2-4)(n^2-16)(n^2-36)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \operatorname{sen.}^7 A + \text{ecc.} \right)$$

la qual serie si tronca evidentemente dopo termini  $\frac{n}{2}$ , quando  $n$  è *pari*. Questa e la precedente si trovano anche nell'Analisi degl'Infiniti di *Eulero* (236, 238), ma conchiuse *posteriori* dalle tavole peculiari (*Trigon.* 125).

## §. II.

*Trovar la formola generale del Coseno dell'arco moltiplicato, espresso da potenze del seno dell'arco semplice.*

Per la serie notissima (154), ch'esprime il coseno con le potenze dell'arco,

$$\cos. nA = 1 - \frac{n^2}{2} A^2 + \frac{n^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} A^4 - \frac{n^6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} A^6 + \frac{n^8}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} A^8 - \text{ecc.}$$

Sostituendo i valori di  $A^2$ ,  $A^4$ , ecc. presi (§. I.) dall'equazione  $A = \text{sen. } A + \frac{\text{sen.}^3 A}{2 \cdot 3} + \text{ecc.}$  e riducendo, si ottiene

$$(\gamma) \cos. nA = 1 - \frac{n^2}{2} \text{sen.}^2 A + \frac{n^2(n^2-4)}{2 \cdot 3 \cdot 4} \text{sen.}^4 A - \frac{n^2(n^2-4)(n^2-16)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \text{sen.}^6 A + \frac{n^2(n^2-4)(n^2-16)(n^2-36)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} \text{sen.}^8 A - \text{ecc.}$$

Questa sorta formole generali possono dunque trovarsi *a priori* con le sole forze della Trigonometria, senza ricorrere agl'immaginarj, ed a metodi complicati e dipendenti dal calcolo integrale, come fece *Eulero* (*Calc. integr.* 181).

E' manifesto, che la serie ( $\gamma$ ) è infinita quando  $n$  sia *dispari*, finita in termini  $\frac{n+2}{2}$  quando  $n$  sia *pari*. Ma nel

primo caso si rende finita in termini  $\frac{n+1}{2}$  moltiplicati per  $\cos. A$ , o sia per  $\sqrt{(1-\text{sen.}^2 A)}$ , dividendola per questo binomio sviluppato, come s'è fatto (§. I.), il che dà

$$(\delta) \cos. nA = \sqrt{(1-\text{sen.}^2 A)} \left( 1 - \frac{n^2-1}{2} \text{sen.}^2 A + \frac{(n^2-1)(n^2-9)}{2 \cdot 3 \cdot 4} \text{sen.}^4 A - \frac{(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \text{sen.}^6 A + \text{ecc.} \right)$$

### §. III.

*Trovare la formola generale del Seno dell' arco moltiplice, espresso da potenze del coseno dell' arco semplice.*

Pongali  $90^\circ - A$  in cambio di  $A$  nell'equazione ( $\delta$ ), e sarà, per  $n$  *dispari*,  $\cos. n(90^\circ - A) = \pm \text{sen. } nA$ ; quindi

$$(\epsilon) \text{sen. } nA = \pm \sqrt{(1-\cos.}^2 A) \left( 1 - \frac{n^2-1}{2} \cos.}^2 A + \frac{(n^2-1)(n^2-9)}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cos.}^4 A - \frac{(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \cos.}^6 A + \text{ecc.} \right)$$

Il segno positivo vale quando  $n = 4m + 1$ , il negativo quando  $n = 4m - 1$ ,  $m$  essendo un numero intero qualunque, cominciando da zero.

Sostituendo parimente  $90^\circ - A$  in vece di  $A$  nell'equazione ( $\beta$ ), si ha, per  $n$  pari,

$$(\zeta) \text{ sen. } nA = \pm \sqrt{(1 - \text{cos.}^2 A) \left( n \text{cos. } A - \frac{n(n^2 - 4)}{2 \cdot 3} \text{cos.}^3 A \right.} \\ \left. + \frac{n(n^2 - 4)(n^2 - 16)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \text{cos.}^5 A - \text{ecc.} \right)$$

Il segno positivo quando  $n = 4m + 2$ , il negativo quando  $n = 4m$ .

## §. IV.

*Trovare la formola generale del Coseno dell' arco moltiplice, espresso da potenze del coseno dell' arco semplice.*

Pongasi  $90^\circ - A$  in luogo di  $A$  nell'equazione ( $\alpha$ ), e si otterrà, per  $n$  dispari,

$$(\eta) \text{ cos. } nA = \pm \left( n \text{cos. } A - \frac{n(n^2 - 1)}{2 \cdot 3} \text{cos.}^3 A + \frac{n(n^2 - 1)(n^2 - 9)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \right. \\ \left. \text{cos.}^5 A - \text{ecc.} \right)$$

Il segno positivo vale quando  $n = 4m + 1$ , il negativo quando  $n = 4m - 1$ .

Sostituendo similmente  $90^\circ - A$  in vece di  $A$  nell'equazione ( $\gamma$ ), si ritrae, per  $n$  pari,

$$(\theta) \text{ cos. } nA = \pm \left( 1 - \frac{n^2}{2} \text{cos.}^2 A + \frac{n^2(n^2 - 4)}{2 \cdot 3 \cdot 4} \text{cos.}^4 A - \frac{n^2(n^2 - 4)(n^2 - 16)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \right. \\ \left. \text{cos.}^6 A + \text{ecc.} \right)$$

Il segno positivo quando  $n = 4m$ , il negativo quando  $n = 4m - 2$ .

Anche le equazioni ( $\eta$ ) ( $\theta$ ) sono state date dal Sig. *Mau-duit* (*Astronomie sphérique*, pag. 23), ma trovate empiricamente, senza darne dimostrazione.

Finalmente le otto formole ( $\alpha$ ) ( $\beta$ ) ecc. sono l'espressione generale delle quattro tavole, da me collocate (125).

## §. V.

*Trovar le radici delle otto equazioni ( $\alpha$ ) ( $\beta$ ) ecc. nel caso in cui sono finite.*

Nella prima equazione ( $\alpha$ ), finita quando  $n$  è dispari, una delle radici è manifestamente sen.  $A$ . Che se in vece di  $nA$  si ponga  $(c \div nA)$  nel primo membro, e conseguentemente  $\frac{c+nA}{n}$  in luogo di  $A$  nel secondo, fatto  $c = 360^\circ$ , non farà punto alterato il valore, nè il segno di sen.  $nA$ , ma sen.  $A$  diventerà sen.  $(\frac{c}{n} + A)$ , e questa sarà una seconda radice. Similmente se in cambio di  $nA$  s'introduca  $(2c+nA)$ , riuscirà per terza radice sen.  $(\frac{2c}{n} + A)$ . Così proseguendo, troverannosi le altre, sen.  $(\frac{3c}{n} + A)$ , sen.  $(\frac{4c}{n} + A)$ , ecc. fino all'ultima, la qual farà sempre sen.  $(\frac{(n-1)c}{n} + A)$ ; imperocchè se si procedesse a sen.  $(\frac{nc}{n} + A) = \text{sen. } (c + A) = \text{sen. } A$ , e così discorrendo, si cascherebbe da capo nelle radici ottenute prima, il cui numero debbe ogni volta esser  $n$  giusta la dottrina delle equazioni.

Che se alcuno volesse chiamar a prova sì fatte radici, e veder se da quelle emerge l'equazione, metta in quella  $x$  in luogo di sen.  $A$ , poi moltiplichi insieme tutte le radici, cioè li binomj  $(x - \text{sen. } A)$ ,  $(x - \text{sen. } \frac{c}{n} + A)$ , ecc. e fatte le riduzioni convenevoli, troverà l'equazione per qualsivoglia numero dispari  $n$ .

Se poi  $n$  sia numero pari, diventa finita l'equazione ( $\beta$ ): ma perchè il secondo membro è implicato della quantità irrazionale  $\sqrt{(1 - \text{sen.}^2 A)}$ , fa mestieri toglier l'asimmetria elevando al quadrato; con che il numero delle radici si fa doppio, cioè  $2n$ , pigliando ognuna due forme, la positi-

va e la negativa. E di fatti  $\text{sen. } nA$  convertendosi in  $\text{sen.}^2 nA$ , che vale  $\frac{1 - \text{cof. } 2nA}{2}$ , ne viene che l'arco moltiplice non è già  $nA$ , ma sì veramente  $2nA$ . Pertanto, procedendo come di sopra, le radici faranno:  $\pm \text{sen. } A$ ,  $\pm \text{sen. } \left(\frac{c}{2n} + A\right)$ ,  $\pm \text{sen. } \left(\frac{2c}{2n} + A\right)$ , e così progredendo fino alle ultime  $\pm \text{sen. } \left(\frac{(n-1)c}{2n} + A\right)$ .

Dal medesimo metodo appare: che le radici dell'equazione ( $\gamma$ ), quando  $n$  è pari, sono  $n$  di numero, e quelle stesse dell'equazione ( $\alpha$ ) per  $n$  dispari: che le radici dell'equazione ( $\delta$ ), quando  $n$  è dispari, sono  $2n$  di numero, e quelle stesse dell'equazione ( $\beta$ ) per  $n$  pari: che ognuna delle equazioni ( $\varepsilon$ ) ( $\zeta$ ) ha  $2n$  radici, che son le medesime nell'una e nell'altra, cioè  $\pm \text{cof. } A$ ,  $\pm \text{cof. } \left(\frac{c}{2n} + A\right)$ ,  $\pm \text{cof. } \left(\frac{2c}{2n} + A\right)$ , .....  $\pm \text{cof. } \left(\frac{(n-1)c}{2n} + A\right)$ : e finalmente che le equazioni ( $\eta$ ) ( $\theta$ ) hanno ciascuna  $n$  radici, e le stesse in entrambe, cioè  $\text{cof. } A$ ,  $\text{cof. } \left(\frac{c}{n} + A\right)$ ,  $\text{cof. } \left(\frac{2c}{n} + A\right)$ , .....  $\text{cof. } \left(\frac{(n-1)c}{n} + A\right)$ .

## §. VI.

*Esprimere i seni e coseni dell'arco moltiplice con il prodotto delle radici dell'equazioni ( $\alpha$ ) ( $\beta$ ), ecc.*

Ogni coefficiente delle potenze di  $\text{sen. } A$  nella serie ( $\alpha$ ) ha questa proprietà, che il suo valor si riduce a  $2^{n-1}$  qualunque volta l'esponente della potenza sia  $n$ . Per esempio, se  $n = 5$ , si troverà il coefficiente di  $\text{sen.}^5 A$  esser  $2^4$ , o sia 16: di fatti  $\frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{5(25-1)(25-9)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 16$ .

Così se  $n = 7$ , risulterà  $\frac{n(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6.7} = 2^{7-1}$

$= 2^6 = 64$ . E parimente d'ogn'altro. Dunque l'ultimo termine della serie ( $x$ ), per qualsiasi valor dispari di  $n$ , è sempre  $2^{n-1}$  sen.<sup>n</sup> $A$ . E però dividendo l'equazione per il coefficiente  $2^{n-1}$  della massima potestà di sen. $A$ , e ordinandola conforme al solito, l'omogeneo di comparazione farà in ogni caso  $\frac{\text{sen. } nA}{2^{n-1}}$ , col segno negativo quando  $n = 4m + 1$ . Ma

per li canoni delle equazioni il medesimo termine, col segno mutato, uguaglia il prodotto di tutte le radici. Dunque pigliandole nel §. V., farà, per  $n$  dispari,

$$\text{sen. } nA = \pm 2^{n-1} \text{sen. } A \text{sen.} \left( \frac{c}{n} + A \right) \text{sen.} \left( \frac{2c}{n} + A \right) \dots \text{sen.} \left( \frac{(n-1)c}{n} + A \right),$$

il segno negativo valendo qualvolta  $n = 4m - 1$ .

Quando poi  $n$  è pari, diventa finita la serie ( $\beta$ ); nella quale il coefficiente, che si riduce a  $2^{n-1}$  come sopra, è quello della potestà  $(n-1)$  di sen. $A$ , dopo cui si tronca la serie. Dunque dividendo l'equazione per  $2^{n-1}$ , elevandola al quadrato, e notando che la massima dignità sen.<sup>2n-2</sup> $A$  diventa sen.<sup>2n</sup> $A$ , a cagion del moltiplico per sen.<sup>2</sup> $A$  ch' esce fuori del radicale, haonde le radici sono  $2n$ , l'omogeneo di comparazione riesce  $\frac{\text{sen.}^2 nA}{2^{2n-2}}$ . E però togliendo nel §. V. le

radici di questa equazione, si ha  $\text{sen.}^2 nA = 2^{2n-2} \text{sen.}^2 A$   
 $\text{sen.}^2 \left( \frac{c}{2n} + A \right) \text{sen.}^2 \left( \frac{2c}{2n} + A \right) \dots \text{sen.}^2 \left( \frac{(n-1)c}{2n} + A \right)$ . Del-

la quale equazione estraendo la radice, si ottiene, con le sole forze dell'analisi trigonometrica elementare, e per via, se non erro, più facile di quella d'Eulero (*Analyt. infinit.* 237),

$$\text{sen. } nA = 2^{n-1} \text{sen. } A \text{sen.} \left( \frac{c}{2n} + A \right) \text{sen.} \left( \frac{2c}{2n} + A \right) \dots \text{sen.} \left( \frac{(n-1)c}{2n} + A \right);$$

equazione che vale per *qualsivoglia* valore di  $n$ , imperocchè qual ce l'ha somministrata pel valor pari l'equazione ( $\beta$ ), tal ce la porge pel valor dispari l'equazione ( $\delta$ ). E che sia il vero, innalzando questa al quadrato, sorge  $\cos^2 nA = (1 - \text{sen.}^2 A)(1 - (n^2 - 1) \text{sen.}^2 A + \text{ecc.}) = 1 - n^2 \text{sen.}^2 A + \text{ecc.}$

Laonde  $\text{sen.}^2 nA = n^2 \text{sen.}^2 A - \text{ecc.}$  E però l'omogeneo di comparazione  $\frac{\text{sen.}^2 nA}{2^{2n-2}}$ , e le radici ( ved. §. V. ), tutto è lo stesso, come nella ( $\beta$ ). Dunque ecc.

Trattando l'equazione ( $\zeta$ ) come s'è fatto della ( $\beta$ ), emerge, per  $n$  pari,

$$nA = \pm 2^{n-1} \text{cos.} A \text{cos.} \left( \frac{c}{2n} + A \right) \text{cos.} \left( \frac{2c}{2n} + A \right) \dots \text{cos.} \left( \frac{(n-1)c}{2n} + A \right);$$

il segno negativo spettando al caso, in cui  $n = 4m + 2$ .

Con lo stesso metodo, che ho tenuto per la ( $\alpha$ ), ricavo dalla ( $n$ ), per  $n$  dispari,

$$nA = 2^{n-1} \text{cos.} A \text{cos.} \left( \frac{c}{n} + A \right) \text{cos.} \left( \frac{2c}{n} + A \right) \dots \text{cos.} \left( \frac{(n-1)c}{n} + A \right).$$

Ma la ( $\varepsilon$ ), maneggiata come la ( $\beta$ ), produce ancora per  $n$  dispari

$$nA = \pm 2^{n-1} \text{cos.} A \text{cos.} \left( \frac{c}{2n} + A \right) \text{cos.} \left( \frac{2c}{2n} + A \right) \dots \text{cos.} \left( \frac{(n-1)c}{2n} + A \right);$$

il segno negativo dovendo usarsi quando  $n = 4m - 1$ , escluso il valore zero di  $m$ .

Ognun vede l'utilità delle formole raccapezzate in questo §. per la composizione de' logaritmi de' seni e coseni: le due seguenti servirebbero a quelli de' seni versi, se occorresse farne uso.

L'omogeneo di comparazione nella ( $\gamma$ ) è  $\pm \frac{\text{cos.} nA - 1}{2^{n-1}}$ .

Sarà dunque, per  $n$  pari,

$$nA = 1 \mp 2^{n-1} \text{sen.} A \text{sen.} \left( \frac{c}{n} + A \right) \text{sen.} \left( \frac{2c}{n} + A \right) \dots \text{sen.} \left( \frac{(n-1)c}{n} + A \right);$$

dove il segno positivo vale quando  $n = 4m - 2$ .

Similmente, per il medesimo valore di  $n$  pari, dall'equazione ( $\theta$ ) si ricava

$$nA = \pm 1 - 2^{n-1} \text{cos.} A \text{cos.} \left( \frac{c}{n} + A \right) \text{cos.} \left( \frac{2c}{n} + A \right) \dots \text{cos.} \left( \frac{(n-1)c}{n} + A \right);$$

dove il segno negativo spetta al caso, in cui  $n = 4m - 2$ , escluso il valore zero di  $m$ .

## §. VII.

Espressioni della stessa forma per la tangente dell'arco multiplice si deducono facilmente dalle precedenti: imperocchè dividendo la prima per la quarta del §. VI., e la seconda per la quinta, emergono le seguenti, per  $n$  dispari,

$$\text{tang. } nA = \pm \text{tang. } A \text{ tang. } \left( \frac{c}{n} + A \right) \text{ tang. } \left( \frac{2c}{n} + A \right) \dots \text{tang. } \left( \frac{(n-1)c}{n} + A \right).$$

$$\text{tang. } nA = \pm \text{tang. } A \text{ tang. } \left( \frac{c}{2n} + A \right) \text{ tang. } \left( \frac{2c}{2n} + A \right) \dots \text{tang. } \left( \frac{(n-1)c}{2n} + A \right).$$

Il caso di  $n$  pari non ammette espressioni egualmente comode, dovendo impiegarsi la festa e la settima del §. VI., per dividere la seconda e la terza.

## §. VIII.

Trovare la formola generale delle potenze del Seno dell'arco semplice, espressa da seni dell'arco multiplice.

L'irrazionalità della serie ( $\beta$ ) non lascia luogo a risolvere questo problema pel caso del multiplice pari. Per quello del dispari farò che mi vaglia la formola ( $\alpha$ ), dopo che l'avrò posta sotto altra forma ancor più generale.

Nominando  $x$  l'esponente di sen.  $A$  in qualsivoglia termine  $\mathcal{Q}$  della serie ( $\alpha$ ), il termine prossimo antecedente è sempre  $\frac{\mathcal{Q}}{\text{sen.}^2 A} \times \frac{x(x-1)}{n^2 - (x-2)^2}$ . Ma abbiamo veduto (§. VI.),

che qualunque sia il valor dispari di  $n$ , l'ultimo termine della serie, finita in tal caso, è sempre  $2^{n-1} \text{sen.}^n A$ . Fatto dunque  $x = n$ , il penultimo termine farà sempre  $\frac{2^{n-1} \text{sen.}^n A}{\text{sen.}^2 A}$

$\times \frac{n(n-1)}{n^2 - (n-2)^2} = 2^{n-1} \text{sen.}^{n-2} A \times \frac{n(n-1)}{4(n-1)} = 2^{n-3} n \cdot \text{sen.}^{n-2} A$ . Ora,

nel penultimo termine,  $x = n-2$ : farà dunque l'antepenultimo  $\frac{2^{n-3} n \cdot \text{sen.}^{n-2} A}{\text{sen.}^2 A} \times \frac{(n-2)(n-3)}{n^2 - (n-4)^2} = 2^{n-3} n \cdot \text{sen.}^{n-4} A \times \frac{(n-2)(n-3)}{8(n-2)}$

$$= 2^{n-5}$$

$= 2^{n-5} \frac{n(n-3)}{2} \text{sen.}^{n-4} A$ . Profeguendo così, con fare  $x=n-4$  nell'antepenultimo termine,  $x=n-6$  nel prossimo precedente ecc., l'equazione ( $\alpha$ ) diviene, invertendo la serie,

$$(\lambda) \text{sen.}^n A = \pm 2^{n-2} \text{sen.}^n A \mp n \cdot 2^{n-3} \text{sen.}^{n-2} A \pm \frac{n(n-3)}{2} \times 2^{n-5} \text{sen.}^{n-4} A \\ \mp \frac{n(n-4)(n-5)}{2 \cdot 3} \times 2^{n-7} \text{sen.}^{n-6} A \pm \text{ecc.}$$

li segni superiori valendo quando  $n=4m+1$ .

Sarà dunque, assumendo per ora li segni superiori a minor confusione,

$$2^{n-1} \text{sen.}^n A = \text{sen.}^n A + n \cdot 2^{n-3} \text{sen.}^{n-2} A - \frac{n(n-3)}{2} \times 2^{n-5} \text{sen.}^{n-4} A \\ + \frac{n(n-4)(n-5)}{2 \cdot 3} \times 2^{n-7} \text{sen.}^{n-6} A - \text{ecc.}$$

Nella qual formola generale, se in vece di  $n$  si mette, una volta  $n-2$ , un'altra  $n-4$ , un'altra  $n-6$ , ecc. faranno ugualmente vere le seguenti, nelle quali il primo termine del secondo membro deve alternativamente mutar di segno per soddisfare al doppio della ( $\lambda$ );

$$2^{n-3} \text{sen.}^{n-2} A = -\text{sen.}^{n-2} A + (n-2) 2^{n-5} \text{sen.}^{n-4} A - \frac{(n-2)(n-5)}{2} \\ \times 2^{n-7} \text{sen.}^{n-6} A + \text{ecc.}$$

$$2^{n-5} \text{sen.}^{n-4} A = \text{sen.}^{n-4} A + (n-4) 2^{n-7} \text{sen.}^{n-6} A - \text{ecc.}$$

$$2^{n-7} \text{sen.}^{n-6} A = -\text{sen.}^{n-6} A + \text{ecc.}$$

Or s'introduca questo valore di  $2^{n-7} \text{sen.}^{n-6} A$  nelle tre precedenti equazioni, e si avrà

$$2^{n-1} \text{sen.}^n A = \text{sen.}^n A + n \cdot 2^{n-3} \text{sen.}^{n-2} A - \frac{n(n-3)}{2} \times 2^{n-5} \text{sen.}^{n-4} A \\ - \frac{n(n-4)(n-5)}{2 \cdot 3} \text{sen.}^{n-6} A \text{ ecc.}$$

$$2^{n-3} \text{sen.}^{n-2} A = -\text{sen.}^{n-2} A + (n-2) 2^{n-5} \text{sen.}^{n-4} A + \frac{(n-2)(n-5)}{2} \text{sen.}^{n-6} A \text{ ecc.}$$

$$2^{n-5} \text{sen.}^{n-4} A = \text{sen.}^{n-4} A - (n-4) \text{sen.}^{n-6} A \text{ ecc.}$$

Sostituiscafi adesso questo valore di  $2^{n-5} \text{sen.}^{n-4} A$  nelle due antecedenti equazioni, onde sia

$$2^{n-1} \text{sen.}^n A = \text{sen.} nA + n \cdot 2^{n-3} \text{sen.}^{n-2} A - \frac{n(n-3)}{2} \text{sen.}(n-4)A \\ + \left( \frac{n(n-3)(n-4)}{2} - \frac{n(n-4)(n-5)}{2 \cdot 3} \right) \text{sen.}(n-6)A \text{ ecc.}$$

il qual ultimo termine si riduce a  $+\frac{n(n-2)(n-4)}{3} \text{sen.}(n-6)A$ ; e

$$2^{n-3} \text{sen.}^{n-2} A = -\text{sen.}(n-2)A + (n-2) \text{sen.}(n-4)A - \left( \frac{n-2}{n-2} \cdot \frac{n-4}{n-4} - \frac{(n-2)(n-5)}{2} \right) \text{sen.}(n-6)A$$

il qual ultimo termine si riduce a  $-\frac{(n-2)(n-3)}{2} \text{sen.}(n-6)A$ .

Che se finalmente questo ultimo valore di  $2^{n-3} \text{sen.}^{n-2} A$  s'infersca nell'equazion precedente, fatte le riduzioni, e riposto il doppio segno, si ottiene

$$(\mu) \pm 2^{n-1} \text{sen.}^n A = \text{sen.} nA - n \cdot \text{sen.}(n-2)A + \frac{n(n-1)}{2} \text{sen.}(n-4)A \\ - \frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3} \text{sen.}(n-6)A \pm \text{ecc.}$$

il segno positivo valendo, come s'è detto, quando  $n = 4m + 1$ , e la serie troncandosi a termini  $\frac{n-1}{2}$ .

### §. IX.

*Trovare la formola generale delle potenze del Seno dell' arco semplice, espresse da coseni dell' arco moltiplice.*

L'irrazionalità della serie ( $\delta$ ) non lascia adito a sciogliere questo problema pel caso del moltiplice dispari. Per quello del pari, la formola ( $\gamma$ ), trattata come ho fatto ora della ( $\alpha$ ), può esprimersi primamente così:

$$(\nu) \text{cos.} nA = 1 \mp 2^{n-1} \text{sen.}^n A \pm n \cdot 2^{n-3} \text{sen.}^{n-2} A \mp \frac{n(n-3)}{2} \times 2^{n-5} \text{sen.}^{n-4} A \pm \text{ecc.}$$

regnando i segni inferiori quando  $n = 4m$ .

Questa serie non ha altro divario dalla ( $\lambda$ ), se non per l'unità che v'è aggiunta. Si convertirà dunque del pari nella serie ( $\mu$ ), con due sole differenze, cioè che in vece dei seni qui avremo i coseni degli archi moltiplici, e che l'uni-

tà, nelle veci di cui possiamo mettere  $\cos.(n-n)A$ , ed alla qual tocca allora l'ultimo luogo, farà moltiplicata con la somma de' coefficienti di tutti gli altri coseni. Se  $n=2$ , questa somma farà  $1-n=-\frac{n-1}{1}$ . Se  $n=4$ , farà ella  $-\frac{n-1}{1}$

$$+\frac{n(n-1)}{2}=\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}. \text{ Se } n=6, \text{ si avrà } \frac{(n-1)(n-2)}{1.2}$$

$$-\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}=-\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3}. \text{ Donde si vede che}$$

in generale l'ultimo fattore, così nel numeratore come nel denominatore dell'anzidetta somma, è sempre  $\frac{1}{2}n$ , ed il numero de' fattori di sopra e di sotto è pure  $\frac{1}{2}n$ . Tutto si può avverar facilmente, ponendo, nell'equazione ( $\lambda$ ),  $(1-\cos.nA)$  in iscambio di  $\text{sen}.nA$ , e rifacendo le operazioni che l'hanno trasformata nella ( $\mu$ ). Sarà dunque

$$(\xi) \pm 2^{n-1} \text{sen}.nA = \cos.nA - n \cos.(n-2)A + \frac{n(n-1)}{2} \cos.(n-4)A$$

$$- \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3} \cos.(n-6)A \dots \pm \frac{(n-1) \dots \frac{1}{2}n}{1 \dots \frac{1}{2}n} \cos.(n-n)A;$$

li segni superiori valendo quando  $n=4m$ .

## §. X.

*Trovare la formola generale delle potenze del Coseno dell'arco semplice, espresse da coseni dell'arco moltiplice.*

La formola ( $\eta$ ) non differisce dalla ( $\alpha$ ), se non per aver li coseni nelle veci de' seni. Si avrà dunque, a similitudine della ( $\lambda$ ), ma senza il doppio segno, poichè nella ( $\eta$ ) la massima potenza di  $\cos.A$  è sempre positiva,

$$(\pi) \cos.nA = 2^{n-1} \cos^n A - n.2^{n-3} \cos^{n-2} A + \frac{n(n-3)}{2} \times 2^{n-5} \cos^{n-4} A$$

$$- \frac{n(n-4)(n-5)}{2.3} \times 2^{n-7} \cos^{n-6} A + \text{ecc.}$$

Facendo subire a questa equazione le trasformazioni, che hanno servito a convertire la ( $\lambda$ ) nella ( $\mu$ ), si troverà

$$\begin{aligned}
 (\rho) \quad 2^{n-1} \operatorname{cof.}^n A &= \operatorname{cof.} nA + n \operatorname{cof.} (n-2)A + \frac{n(n-1)}{2} \operatorname{cof.} (n-4)A \\
 &+ \frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3} \operatorname{cof.} (n-6)A + \text{ecc.}
 \end{aligned}$$

equazione, che risolve il problema per  $n$  *dispari*, ed è finita in termini  $\frac{n+1}{2}$ .

L'equazione finita, per  $n$  *pari*, si ricava dalla  $(\theta)$ . Si offervi che questa non differisce in altro dalla  $(\gamma)$ , se non per aver le potenze de' coseni in cambio di quelle de' seni, e la massima dignità di  $\operatorname{cof.} A$  sempre positiva. Si ha dunque in prima, a similitudine della  $(\gamma)$ , la seguente espressione dell'equazione  $(\theta)$ .

$$\begin{aligned}
 (s) \quad \operatorname{cof.} nA &= \pm 1 + 2^{n-1} \operatorname{cof.}^n A - n \cdot 2^{n-2} \operatorname{cof.}^{n-2} A + \frac{n(n-3)}{2} \\
 &\times 2^{n-5} \operatorname{cof.}^{n-4} A - \frac{n(n-4)(n-5)}{2 \cdot 3} \times 2^{n-7} \operatorname{cof.}^{n-6} A + \text{ecc.}
 \end{aligned}$$

Ma questa equazione è la stessa della  $(\pi)$ , senz'altro divario che l'unità di più nel secondo membro. Si convertirà dunque del pari nell'equazione  $(\rho)$ , colla giunta soltanto dell'unità, co' segni alterni, moltiplicata per la somma de' coefficienti de' coseni degli archi multipli, a quella guisa che s'è mostrato nel precedente §. La somma ha qui pure la stessa forma, se non che l'ultimo fattore nel numeratore è  $\frac{1}{2}(n+2)$ , e nel denominatore  $\frac{1}{2}(n-2)$ . Laonde, per il caso di  $n$  *pari*, basta l'equazione  $(\rho)$ , purchè se le aggiunga il termine  $+\frac{(n-1) \dots \frac{1}{2}(n+2)}{1 \dots \frac{1}{2}(n-2)} \operatorname{cof.} (n-n)A$ , il qual farà l'ultimo in tutti i casi.

Le sette formole  $(\lambda, \mu \dots s)$  non essendo state trovate *a priori* da altri ch'io sappia, m'è parso bene, che tal dimostrazione non manchi alla Trigonometria, tanto più ch'è sì agevole e piana. Le tre  $(\mu, \xi, \rho)$  rappresentano le due tavole (*Trig.* 127), dalle quali sono state finora dedotte empiricamente, quand'era dicevole troppo più cercar prima le generali, e da quelle ritrar le particolari.

## §. XI.

*Sommare ogni serie di Seni d'archi in progressione aritmetica.*

Sia la serie generalissima  $\text{sen. } A + \text{sen. } (A+B) + \text{sen. } (A+2B)$   
 $\dots + \text{sen. } (A+pB)$ , di cui si dimanda la somma. E poichè  
 è notissimo che (*Trig. Tav. II, form. 23*)

$$\text{cof. } (A - \frac{1}{2}B) - \text{cof. } (A + \frac{1}{2}B) = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2}B \text{ sen. } A$$

$$\text{cof. } (A + \frac{1}{2}B) - \text{cof. } (A + \frac{3}{2}B) = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2}B \text{ sen. } (A + B)$$

$$\text{cof. } (A + \frac{3}{2}B) - \text{cof. } (A + \frac{5}{2}B) = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2}B \text{ sen. } (A + 2B)$$

se si piglia la somma di queste tre equazioni, si ha

$$\text{cof. } (A - \frac{1}{2}B) - \text{cof. } (A + \frac{5}{2}B) = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2}B (\text{sen. } A + \text{sen. } (A+B) + \text{sen. } (A+2B)).$$

Or si noti, che qui essendo  $p = 2$ , riesce  $\frac{p+1}{2}B = \frac{2p+1}{2}B$ . E

poichè per qualunque valore di  $p$ , è manifesto che sempre  
 il secondo termine del primo membro ammette  $\frac{2p+1}{2}$  per  
 coefficiente di  $B$ , risulta

$$\text{sen. } A + \text{sen. } (A+B) + \text{sen. } (A+2B) + \dots + \text{sen. } (A+pB) = \frac{\text{cof. } (A - \frac{1}{2}B) - \text{cof. } (A + \frac{2p+1}{2}B)}{2 \text{ sen. } \frac{1}{2}B}$$

$$= \frac{\text{sen. } \frac{p+1}{2}B \text{ sen. } (A + \frac{1}{2}pB)}{\text{sen. } \frac{1}{2}B}.$$

Se la serie è infinita,  $\text{cof. } (A + \frac{2p+1}{2}B)$  sparisce, poi-  
 chè  $\text{cof. } (A + \frac{1}{2}B + pB) = \text{cof. } (A + \frac{1}{2}B) \text{ cof. } pB - \text{sen. } (A + \frac{1}{2}B)$   
 $\text{sen. } pB$ ; li quali due termini si dileguano, per non essere as-  
 segnabili il coseno ed il seno dell'arco infinito  $pB$ : laonde

$$\text{sen. } A + \text{sen. } (A+B) + \text{sen. } (A+2B) + \text{ecc. all'infinito} = \frac{\text{cof. } (A - \frac{1}{2}B)}{2 \text{ sen. } \frac{1}{2}B}.$$

Che se  $A = B$ , farà

$$\text{sen. } B + \text{sen. } 2B + \text{sen. } 3B + \text{ecc. all'infinito} = \frac{1}{2} \text{cot. } \frac{1}{2}B.$$

Si noti, il che sembra suggerito ad altri, che quando la  
 progressione fosse decrescente, le stesse formule nulla meno  
 varrebbero facendovi  $B$  negativo. E ciò basti detto una volta.

## §. XII.

*Sommare ogni serie di Cofeni d' archi in progressione aritmetica.*

Sia da sommare la serie generalissima  $\text{cof.}A + \text{cof.}(A+B) + \text{cof.}(A+2B) \dots + \text{cof.}(A+pB)$ . Essendo notissimo che ( *Trig. Tav. II., form. 22.* )

$$\text{fen.}(A + \frac{1}{2}B) - \text{fen.}(A - \frac{1}{2}B) = 2 \text{ fen.}\frac{1}{2}B \text{ cof.}A$$

$$\text{fen.}(A + \frac{1}{2}B) - \text{fen.}(A + \frac{1}{2}B) = 2 \text{ fen.}\frac{1}{2}B \text{ cof.}(A+B)$$

$$\text{fen.}(A + \frac{1}{2}B) - \text{fen.}(A + \frac{1}{2}B) = 2 \text{ fen.}\frac{1}{2}B \text{ cof.}(A+2B)$$

se si prende la somma di queste tre equazioni, si ha

$$\text{fen.}(A + \frac{1}{2}B) - \text{fen.}(A - \frac{1}{2}B) = 2 \text{ fen.}\frac{1}{2}B (\text{cof.}A + \text{cof.}(A+B) + \text{cof.}(A+2B)).$$

Dunque, senza ripetere il detto nel precedente §. ,

$$\text{fen.}(A + \frac{2p+1}{2}B) - \text{fen.}(A - \frac{1}{2}B)$$

$$\text{cof.}A + \text{cof.}(A+B) + \text{cof.}(A+2B) \dots + \text{cof.}(A+pB) = \frac{\text{fen.}(A + \frac{2p+1}{2}B) - \text{fen.}(A - \frac{1}{2}B)}{2 \text{ fen.}\frac{1}{2}B}$$

$$= \frac{\text{fen.}\frac{1}{2}(p+1)B \text{ cof.}(A + \frac{1}{2}pB)}{\text{fen.}\frac{1}{2}B}.$$

Se  $p = \infty$ , il termine  $\text{fen.}(A + \frac{2p+1}{2}B)$  sparisce, a tenor del mostrato nell' antecedente §. , e rimane

$$\text{cof.}A + \text{cof.}(A+B) + \text{cof.}(A+2B) + \text{ecc. all' infinito} = - \frac{\text{fen.}(A - \frac{1}{2}B)}{2 \text{ fen.}\frac{1}{2}B}.$$

Che se inoltre  $A = B$ , risulta

$$\text{cof.}B + \text{cof.}2B + \text{cof.}3B + \text{ecc. all' infinito} = - \frac{1}{2}.$$

E' ammirabile la semplicità, con la quale pervengono direttamente a questa formula, ed all' ultima del §. precedente, per diverse strade, il Sig. Cav. *Lorgna* ( *Tom. I. di questa Società, pag. 358* ), ed il P. *Fontana* ( *Tom. II., pag. 424* ).

## §. XIII.

*Sommare la serie*  $S = \text{sen.}^n A + \text{sen.}^n(A+B) + \text{sen.}^n(A+2B) \dots + \text{sen.}^n(A+pB)$ .

Sia primieramente  $n$  numero *dispari*: farà, per la ( $\mu$ ),

$$\pm S = \frac{1}{2^{n-1}} (\text{sen.}^n A + \text{sen.}^n(A+B) + \text{sen.}^n(A+2B) \dots + \text{sen.}^n(A+pB))$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{n}{2^{n-1}} (\text{sen.}(n-2)A + \text{sen.}(n-2)(A+B) + \text{sen.}(n-2)(A+2B) \dots + \text{sen.}(n-2)(A+pB)) \\
 & + \frac{n(n-1)}{2^n} (\text{sen.}(n-4)A + \text{sen.}(n-4)(A+B) + \text{sen.}(n-4)(A+2B) \dots + \text{sen.}(n-4)(A+pB)) \\
 & - \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2^n} (\text{sen.}(n-6)A + \text{sen.}(n-6)(A+B) + \text{sen.}(n-6)(A+2B) \dots + \text{sen.}(n-6)(A+pB)) \\
 & + \text{ecc.}
 \end{aligned}$$

Dunque in virtù del §. XI., e stando alle regole della ( $\mu$ ) circa il segno doppio, e la quantità de' termini,

$$\begin{aligned}
 S = & \frac{\text{sen.} \frac{1}{2} n(p+1)B \text{ sen.} n(A + \frac{1}{2} pB)}{2^{n-1} \text{sen.} \frac{1}{2} nB} - \frac{n \text{ sen.} \frac{1}{2} (n-2)(p+1)B \text{ sen.}(n-2)(A + \frac{1}{2} pB)}{2^{n-1} \text{sen.} \frac{1}{2} (n-2)B} \\
 & + \frac{n(n-1) \text{sen.} \frac{1}{2} (n-4)(p+1)B \text{ sen.}(n-4)(A + \frac{1}{2} pB)}{n(n-1)(n-2) \text{sen.} \frac{1}{2} (n-6)(p+1)B \text{ sen.}(n-6)(A + \frac{1}{2} pB)} : \frac{2^n \text{sen.} \frac{1}{2} (n-4)B}{3 \cdot 2^n \text{sen.} \frac{1}{2} (n-6)B} + \text{ecc.}
 \end{aligned}$$

Se  $n = 3$ , per esempio, si ha  $S = - \frac{\text{sen.} \frac{1}{2} (p+1)B \text{ sen.} 3(A + \frac{1}{2} pB)}{4 \text{sen.} \frac{1}{2} B}$

$$+ \frac{3 \text{sen.} \frac{1}{2} (p+1)B \text{ sen.}(A + \frac{1}{2} pB)}{4 \text{sen.} \frac{1}{2} B}$$

All'altro caso di  $n$  pari serve la ( $\xi$ ). Siccome questa, ricevendo la legge dalla ( $\gamma$ ) da cui deriva, si tronca in termini  $\frac{n+2}{2}$ , o vero in termini  $\frac{n}{2}$  se si lascia da parte l'ultimo,

il qual rimane un coefficiente isolato qualor si rimetta l'unità nelle veci di  $\text{cos.}(n-n)A$ : così trattando la ( $\xi$ ), come ho fatto or ora della ( $\mu$ ), ogni termine darà una serie, di cui si prenderà la somma nel §. XII.; le serie saranno dunque  $\frac{1}{2}n$  di numero; ed il sopraddetto coefficiente isolato, sempre diviso per  $2^{n-1}$ , sarà ripetuto  $(p+1)$  volte, cioè quanti sono li termini della serie  $S$ . Ciò inteso, e serbate le regole della ( $\xi$ ) circa il doppio segno, si troverà

$$\begin{aligned}
 S = & \frac{\text{sen.} \frac{1}{2} n(p+1)B \text{ cos.} n(A + \frac{1}{2} pB)}{2^{n-1} \text{sen.} \frac{1}{2} nB} - \frac{n \text{ sen.} \frac{1}{2} (n-2)(p+1)B \text{ cos.}(n-2)(A + \frac{1}{2} pB)}{2^{n-1} \text{sen.} \frac{1}{2} (n-2)B} \\
 & + \frac{n(n-1) \text{sen.} \frac{1}{2} (n-4)(p+1)B \text{ cos.}(n-4)(A + \frac{1}{2} pB)}{n(n-1)(n-2) \text{sen.} \frac{1}{2} (n-6)(p+1)B \text{ cos.}(n-6)(A + \frac{1}{2} pB)} : \frac{2^n \text{sen.} \frac{1}{2} (n-4)B}{3 \cdot 2^n \text{sen.} \frac{1}{2} (n-6)B} + \dots
 \end{aligned}$$

$$\pm \frac{p+1}{2^{n-1}} \times \frac{(n-1)(n-2)\dots\dots\frac{1}{2}n}{1.2\dots\dots\frac{1}{2}n}.$$

$$\text{Se } n=4, \text{ per esempio, si ha } S = \frac{\text{fen. } 2(p+1)B \text{ cof. } 4(A+\frac{1}{2}pB)}{8 \text{ fen. } 2B}$$

$$- \frac{\text{fen. } (p+1)B \text{ cof. } 2(A+\frac{1}{2}pB)}{2 \text{ fen. } B} + \frac{(p+1)3}{8}.$$

## §. XIV.

Sommare la serie  $S = \text{cof.}^n A + \text{cof.}^n(A+B) + \text{cof.}^n(A+2B) \dots + \text{cof.}^n(A+pB)$ .

La serie  $S$  si svolgerà col mezzo della  $(p)$ , alla maniera del precedente §., e prese nel XII le somme delle serie parziali, il cui numero, per  $n$  *dispari*, farà  $\frac{n+1}{2}$ , si avrà

$$S = \frac{\text{fen. } \frac{1}{2}n(p+1)B \text{ cof. } n(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1} \text{ fen. } \frac{1}{2}nB} + \frac{n \text{ fen. } \frac{1}{2}(n-2)(p+1)B \text{ cof. } (n-2)(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1} \text{ fen. } \frac{1}{2}(n-2)B}$$

$$+ n(n-1) \text{ fen. } \frac{1}{2}(n-4)(p+1)B \text{ cof. } (n-4)(A+\frac{1}{2}pB) : 2^n \text{ fen. } \frac{1}{2}(n-4)B$$

$$+ \frac{n(n-1)(n-2) \text{ fen. } \frac{1}{2}(n-6)(p+1)B \text{ cof. } (n-6)(A+\frac{1}{2}pB)}{3 \cdot 2^n \text{ fen. } \frac{1}{2}(n-6)B} + \text{ecc.}$$

Per il caso di  $n$  *puri* serve questa medesima formola, della quale però si dee prendere solamente  $\frac{n}{2}$  termini, ed aggiungere a quelli il coefficiente isolato, che si trovò nel §. X, moltiplicato per  $(p+1)$  e diviso da  $2^{n-1}$ , siccome s'è visto nel passato problema. Questo ultimo termine farà dunque

$$\frac{p+1}{2^{n-1}} \times \frac{(n-1)(n-2)\dots\dots\frac{1}{2}(n+2)}{1.2\dots\dots\frac{1}{2}(n-2)}.$$

Per trovare le somme de' §§. XI., e XII., *Eulero* è ricorso alla teoria delle serie ricorrenti. Per quelle non meno, che per le suffeguenti, il P. *Fontana* s'è servito degl'immaginarj (*loc. cit. pag. 429 a 453*); e sebbene le sue espressioni finali sembrino molto diverse dalle mie, pur si riducono a queste agevolmente, e sono del tutto equivalenti. Finalmente il Sig. Cav. *Lorgna* avea già applicato a questi problemi (*loc. cit. pag. 361*) un suo metodo vasto per la  
 somma

somma generale delle serie , dove si vale del termine generale sotto forma differenziale . Se io mi sono attentato a mettervi ancora la mano , mi lusingo non sia per rincrease il vederli superati per la prima volta dalle sole forze della Trigonometria .

Il Sig. Cav. *Lorgna* avendo inoltre sottomeffo a quel suo metodo la sommazione delle serie delle tangenti e delle cotangenti , delle secanti e delle cosecanti d'archi in progressione aritmetica , è pervenuto ad espressioni sotto forme integrabili ne' casi particolari non però generalmente: il perchè tai problemi sembrano ancora inespugnabili dalle armi trigonometriche puramente . Non è così dei seguenti .

## §. XV.

*Sommare la serie delle tangenti e delle cotangenti d'archi in progressione geometrica crescente.*

E' noto che (*Trig. Tav. I, form. 39*)

$$\cot. B - \cot. 2B = \frac{1}{2} (\text{tang. } B + \cot. B)$$

$$\cot. 2B - \cot. 4B = \frac{1}{2} (\text{tang. } 2B + \cot. 2B)$$

$$\cot. 4B - \cot. 8B = \frac{1}{2} (\text{tang. } 4B + \cot. 4B)$$

Dunque sommando un numero  $n$  di queste equazioni così progredienti , farà

$$\cot. B - \cot. 2^n B = \frac{1}{2} (\text{tang. } B + \cot. B + \text{tang. } 2^1 B + \cot. 2^1 B + \text{tang. } 2^2 B + \cot. 2^2 B \dots + \text{tang. } 2^{n-1} B + \cot. 2^{n-1} B).$$

## §. XVI.

*Sommare la serie delle tangenti d'archi in progressione geometrica decrescente.*

Questo problema si risolve agevolmente , se le tangenti siano divise da coefficienti nella medesima progressione degli archi . Di fatti (*Trig. Tav. I, form. 39*)

$$\frac{1}{2} \cot. \frac{1}{2} A - \frac{1}{1} \cot. A = \frac{1}{2} \text{tang. } \frac{1}{2} A$$

$$\frac{1}{4} \cot. \frac{1}{4} A - \frac{1}{2} \cot. \frac{1}{2} A = \frac{1}{4} \text{tang. } \frac{1}{4} A$$

$$\frac{1}{8} \cot. \frac{1}{8} A - \frac{1}{4} \cot. \frac{1}{4} A = \frac{1}{8} \text{tang. } \frac{1}{8} A$$

Dunque da un numero  $n$  di sì fatte equazioni sommate insieme si avrà

$$\frac{1}{2^n} \cot. \frac{A}{2^n} - \cot. A = \frac{1}{2} \text{tang.} \frac{1}{2} A + \frac{1}{4} \text{tang.} \frac{1}{4} A + \frac{1}{8} \text{tang.} \frac{1}{8} A \dots + \frac{1}{2^n} \text{tang.} \frac{A}{2^n}.$$

Se  $n = \infty$ , farà  $\frac{A}{2^n}$  un arco infinitamente piccolo, e

$$\cot. \frac{A}{2^n} = \frac{1}{\text{tang.} \frac{A}{2^n}} = \frac{1}{\frac{A}{2^n}} = \frac{2^n}{A}. \text{ La somma della serie infinita}$$

farà dunque  $\frac{1}{A} - \cot. A$ . E se fosse inoltre  $A = 90^\circ$ , fa-

$$\text{rebbe } \frac{1}{90^\circ} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \text{tang.} \frac{90^\circ}{4} + \frac{1}{8} \text{tang.} \frac{90^\circ}{8} + \text{ecc.}$$

Questo problema è stato con equivalenti risultati anche sciolto per altro metodo dal Sig. Cav. *Lorgna*, nelle Memorie di Torino pegli anni 1786, 1787, pag. 215.

#### §. XVII.

*Sommare la serie delle cosecanti d'archi crescenti in progressione geometrica.*

Poichè ( *Trig.* 77 )

$$\cot. \frac{1}{2} A - \cot. A = \frac{1}{\text{sen.} A} = \text{cosec.} A$$

$$\cot. A - \cot. 2A = \frac{1}{\text{sen.} 2A} = \text{cosec.} 2A$$

$$\cot. 2A - \cot. 4A = \frac{1}{\text{sen.} 4A} = \text{cosec.} 4A$$

farà, per un numero  $n$  di equazioni, così procedenti, sommate insieme,

$$\cot. \frac{1}{2} A - \cot. 2^{n-1} A = \text{cosec.} A + \text{cosec.} 2A + \text{cosec.} 4A \dots + \text{cosec.} 2^{n-1} A$$

#### §. XVIII.

*Sommare la serie cosec. A + cosec. (* $\frac{c}{n} + A$ *) + cosec. (* $\frac{2c}{n} + A$ *)*

*+ ecc. dove n è numero dispari.*

Nella serie ( $\alpha$ ), finita per  $n$  dispari,  $n$  essendo il coefficiente di  $\text{sen.}A$ , o sia della prima potestà di  $\text{sen.}A$ , e  $2^{n-1}$  il coefficiente della massima, come s'è già veduto (§. VI.), ne viene, secondo la teoria delle equazioni, che  $\frac{n}{2^{n-1}}$  è uguale ai prodotti di  $(n-1)$  radici, combinate in tutte le maniere possibili: laonde  $n = 2^{n-1} (\text{sen.}A \text{sen.} \left(\frac{c}{n} + A\right) \dots + \text{sen.}A \text{sen.} \left(\frac{2c}{n} + A\right) \dots + \text{sen.} \left(\frac{c}{n} + A\right) \text{sen.} \left(\frac{2c}{n} + A\right) \dots + \text{ecc.})$  Dividendo questa equazione per la prima del §. VI, emerge  $\frac{n}{\text{sen.}nA} = \pm \left( \frac{1}{\text{sen.} \left(\frac{2c}{n} + A\right)} + \frac{1}{\text{sen.} \left(\frac{c}{n} + A\right)} + \frac{1}{\text{sen.}A} + \text{ecc.} \right)$

E però

$\pm n \text{ cofec.} nA = \text{cofec.} A + \text{cofec.} \left(\frac{c}{n} + A\right) + \text{cofec.} \left(\frac{2c}{n} + A\right) + \text{ecc.}$   
 fino ad  $n$  termini, ed il segno negativo valendo qualvolta  $n = 4m - 1$ .

### §. XIX.

*Sommare la serie  $\text{sec.}A + \text{sec.} \left(\frac{c}{n} + A\right) + \text{sec.} \left(\frac{2c}{n} + A\right) + \text{ecc.}$*   
*dove  $n$  è numero dispari.*

Nella serie ( $n$ ), finita per  $n$  dispari, si ha parimente  $\frac{n}{2^{n-1}} =$  ai prodotti di  $(n-1)$  radici come sopra: laonde  $n = 2^{n-1} (\text{cof.}A \text{cof.} \left(\frac{c}{n} + A\right) \dots + \text{cof.}A \text{cof.} \left(\frac{2c}{n} + A\right) \dots + \text{cof.} \left(\frac{c}{n} + A\right) \text{cof.} \left(\frac{2c}{n} + A\right) \dots + \text{ecc.})$ . Dividendo questa equazione per la quarta del §. VI., facilmente si giugne alla seguente.

$n \text{ sec.}nA = \text{sec.}A + \text{sec.} \left(\frac{c}{n} + A\right) + \text{sec.} \left(\frac{2c}{n} + A\right) + \text{ecc.}$  fino ad  $n$  termini.

D ij

A questa formula, ed a quella del precedente §. tornano quelle trovate da *Eulero* per altra via ( 247, 248 ).

## CAPITOLO QUARTO.

### *Risoluzione numerica delle equazioni di quarto grado per mezzo della Trigonometria.*

La tavola, che ho prodotto ( *Trig. Tav. V* ), per la soluzione numerica d'ogni equazione del secondo e del terzo grado per mezzo della Trigonometria, ha paruto riscuotere il gradimento di molti, siccome quella che guida la mano del Calcolatore senza veruno studio e con tutta sicurezza. Or m'accingo a prestargli lo stesso comodo per qualsivoglia equazione del quarto grado, la qual rappresento, spogliata del secondo termine come ognun la poterli far sempre, con la formula generale

$$(7) \quad x^4 + Ax^2 + Bx + C = 0$$

e spezzatala in due fattori del secondo grado, per esempio  $(x^2 + mx + n)$ ,  $(x^2 - mx + r)$ , ottengo moltiplicandoli insieme,  $x^4 + (n + r - m^2)x^2 + m(r - n)x + nr = 0$ ; onde spicca essere  $A = n + r - m^2$ ,  $B = m(r - n)$ ,  $C = nr$ . Quindi poi nasce  $r + n = A + m^2$ ,  $r - n = \frac{B}{m}$ ,

le quali due equazioni, sommate e sottratte l'una con l'altra, danno

$$(8) \quad 2r = A + m^2 + \frac{B}{m}; \quad 2n = A + m^2 - \frac{B}{m}.$$

Ora queste moltiplicate insieme producono  $4nr = A^2 + 2Am^2 + m^4 - \frac{B^2}{m^2}$ , e posto  $4C$  in luogo di  $4nr$ , se ne ricava

$$(9) \quad m^6 + 2Am^4 + (A^2 - 4C)m^2 - B^2 = 0$$

equazione cubica derivata, che si risolve come quelle del terzo grado, fatto  $m^2 = y$ ; laonde avuto da essa il valore di  $m$ , si conseguono tosto dalle altre (8) quelli di  $r$ ,  $n$ ; quindi li quattro di  $x$  dalle equazioni  $x^2 + mx + n = 0$ ,  $x^2 - mx + r = 0$ ; e questi sono

$$x = -\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}m^2 - n\right)}, \text{ ovvero } x = -\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A - \frac{1}{4}m^2 + \frac{B}{2m}\right)}$$

$$x = +\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}m^2 - r\right)}, \text{ ovvero } x = +\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A - \frac{1}{4}m^2 - \frac{B}{2m}\right)}$$

Tutto questo è notissimo ai Geometri, nè l'ho ripetuto alla distesa se non a comodo d'ogni lettore.

L'equazione ( $\phi$ ) contien sei valori di  $m$ , ma li tre positivi sono eguali ai tre negativi, uno all'altro, come appare dall'equazione  $m^2 = y$ , che dà  $m = \pm \sqrt{y}$ . Sostituito questo valore di  $m$  nell'equazione ( $\phi$ ), ella diviene  $y^3 + 2Ay^2 + (A^2 - 4C)y - B^2 = 0$ ; per toglier dalla quale il secondo termine, pongasi  $y = z - \frac{2}{3}A$ , e forgerà finalmente l'equazione, che si ha da risolvere, cioè:

$$(\chi) z^3 - \left(\frac{1}{3}A^2 + 4C\right)z + \left(\frac{2}{3}AC - \frac{2}{27}A^3 - B^2\right) = 0$$

Per trovare il valore, o valori, di  $z$ , col mezzo della Trigonometria, la mia Tavola V esibisce le seguenti formule.

*Caso I.* Se  $4\left(\frac{1}{3}A^2 + 4C\right)^3 < 27\left(\frac{2}{3}AC - \frac{2}{27}A^3 - B^2\right)^2$ , si ha

$$(\psi) \text{ fen. } D = \frac{\frac{1}{3}A^2 + 4C}{8AC - \frac{2}{3}A^3 - 3B^2} \times 2\sqrt{\left(\frac{1}{3}A^2 + \frac{4}{3}C\right)} = \frac{A^2 + 12C}{24AC - \frac{2}{3}A^3 - 9B^2} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$\text{tang. } E = \sqrt[3]{\text{tang. } \frac{1}{3}D}$$

$$(\omega) z = -\frac{\frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}}{\text{fen. } 2E}$$

*Caso II.* Se poi  $4\left(\frac{1}{3}A^2 + 4C\right)^3 > 27\left(\frac{2}{3}AC - \frac{2}{27}A^3 - B^2\right)^2$ , si ha, dopo fatto il calcolo del secondo membro della sola equazione ( $\psi$ ), al qual do tuttavia, benchè impropriamente in tal caso, il nome di fen.  $D$ ,

$$\text{fen. } 3F = \frac{1}{\text{fen. } D}$$

$$z = \pm \text{fen. } F \times \frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$z = \pm \text{fen.}(60^\circ - F) \times \frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

$$z = \mp \text{fen.}(60^\circ + F) \times \frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$

ne' quali tre valori di  $z$  si dee pigliare il segno superiore quando l'omogeneo di comparazione nella ( $\chi$ ) è positivo, l'inferiore se il detto omogeneo sia negativo.

Nel calcoliar le equazioni precedenti, cominciando dalla ( $\psi$ ), si deono mutare i segni di  $A$ ,  $C$ , secondo che cias-

cuna di queste quantità fosse negativa nell'equazione ( $\tau$ ). Che se essendo  $C$  negativo, sia inoltre  $4C > \frac{1}{3}A^2$ , allora il secondo termine della ( $\chi$ ) diventa positivo, e fa d'uopo mettere nella ( $\psi$ ) tang.  $D$  in cambio di sen.  $D$ , nelle ( $\psi, \omega$ )  $-(A^2 + 12C)$  in luogo di  $(A^2 + 12C)$ , e nella ( $\omega$ ) tang.  $2E$  in vece di sen.  $2E$ .

Esposte le formole con li loro accidenti, daremo ora in succinto il tipo di tutto il calcolo e delle regole da eseguirsi in qualunque caso.

Equazion da risolvere:  $x^4 + Ax^2 + Bx + C = 0$

Nelle seguenti equazioni si muteranno i segni di  $A, C$ , se in questa fossero negativi: si farà  $A = 0$ , se qui mancasse il secondo termine: e si offerveranno sempre le regole de' segni per le linee trigonometriche.

$$\begin{aligned} \text{sen. } D &= \frac{A^2 + 12C}{2 + AC - \frac{2}{3}A^2 - 9B^2} \times \frac{2}{3} \sqrt[3]{(A^2 + 12C)} \\ \text{tang. } E &= \sqrt[3]{\text{tang. } \frac{1}{3} D} \\ z &= - \frac{\frac{2}{3} \sqrt[3]{(A^2 + 12C)}}{\text{sen. } 2E} \end{aligned}$$

Che se  $C$  sia negativo, e' inoltre  $12C > A^2$ , si metterà in queste formole  $-(A^2 + 12C)$  in cambio di  $A^2 + 12C$ , tang.  $D$  in luogo di sen.  $D$ , e tang.  $2E$  in vece di sen.  $2E$ .

Ma se risulti dal calcolo  $\text{sen. } D > 1$ , allora i valori reali di  $x$  faranno tre, e traccurate le due ultime formole, si avra

$$\begin{aligned} \text{sen. } 3F &= \frac{1}{\text{sen. } D} \\ z &= \text{sen. } F \times \frac{2}{3} \sqrt[3]{(A^2 + 12C)} \\ z &= \text{sen. } (60^\circ - F) \times \frac{2}{3} \sqrt[3]{(A^2 + 12C)} \\ z &= -\text{sen. } (60^\circ + F) \times \frac{2}{3} \sqrt[3]{(A^2 + 12C)} \\ m &= \sqrt[3]{(z - \frac{2}{3}A)} \end{aligned}$$

L'ultima equazione vale in tutti i casi; e quando i valori di  $x$  sono tre, porge altrettanti valori di  $m$ , ciascuno de' quali introdotto nelle seguenti, produce gli stessi quattro valori della quantità ignota.

$$\begin{aligned} x &= -\frac{2}{3}m \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{3}A - \frac{1}{3}z + \frac{B}{2m}\right)} \\ x &= +\frac{2}{3}m \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{3}A - \frac{1}{3}z - \frac{B}{2m}\right)} \end{aligned}$$

## ESEMPIO I.

Sia da risolvere l'equazione  $x^4 + 3x^2 + 30x + 32 = 0$ .  
E' dunque  $A=3$ ,  $B=30$ ,  $C=32$ . E però

$$\text{fen. } D = \frac{9 + 12 \cdot 32}{24 \cdot 96 - 18 - 9 \cdot 900} \times \frac{2}{7} \sqrt{(9 + 4 \cdot 96)} = \frac{131}{-1938} \times \frac{2}{7} \sqrt{393}$$

log. 393 = 2.5943926	D = 243° 17' 51", 04
fua metà 1.2971963	$\frac{1}{2}D = 121\ 38\ 55, 52$
log. 2 = 0.3010300	-log. tang. $\frac{1}{2}D = 0.2101530$
compl.log. 3 = 9.5228787	-log. tang. E = 0.0700510
log. $\frac{2}{7} \sqrt{393} = 1.1211050$	E = 130° 23' 56", 58
log. 131 = 2.1172713	2E = 260 47 53, 16
-compl.log. 1938 = 6.7126462	-log. $\frac{2}{7} \sqrt{393} = 1.1211050$
-log. fen. D = 9.9510225	-compl.log. fen. 2E = 0.0056252
	log. z = 1.1267302

$$z = 13,388446$$

$$m = \sqrt{(13,388446 - 2)} = \sqrt{(11,388446)}$$

$$\text{log. } 11,388446 = 1.0564644$$

$$\text{fua metà } 0.5282322 = \text{log. } m = \text{log. } 3,374677$$

$$x = -1,687339 \pm \sqrt{(-1 - 3,347111 + \frac{3^0}{6,749354})} = -1,687339$$

$$\pm \sqrt{0,097757} = -1,687339 \pm 0,312661. \text{ E però}$$

$$x = -2;$$

$$x = -1,374678;$$

gli altri due valori sono immaginari.

## ESEMPIO II.

Sia da risolvere l'equazione  $x^4 - 3x^2 + 30x + 56 = 0$ .  
E' dunque  $A=-3$ ,  $B=30$ ,  $C=56$ . E però

$$\text{fen. } D = \frac{9 + 12 \cdot 56}{-24 \cdot 3 \cdot 56 + 18 - 9 \cdot 900} \times \frac{2}{7} \sqrt{(9 + 672)} = \frac{227}{-4038} \times \frac{2}{7} \sqrt{681}$$

Facendo i computi a norma del tipo, si troverà

$$D = 257^\circ 57' 40'', 67$$

$$E = 132^\circ 58' 49'', 05$$

$$z = 17,44064$$

$$m = \sqrt{19,44064} = 4,409154$$

$$x = -2$$

$$x = -2,40916$$

Gli altri due valori immaginari.

## ESEMPIO III.

Sia l'equazione  $x^4 - 3x^2 - 30x - 88 = 0$ , che dà  $A = -3$ ,  $B = -30$ ,  $C = -88$ . E' dunque  $C$  negativo, ed inoltre  $12C > A^2$ . E però

$$\begin{aligned} \text{tang. } D &= \frac{12.88 - 9}{24.3.88 \div 18 - 9.900} \times \frac{2}{7} \sqrt{(12.88 - 9)} \\ &= \frac{349}{-582} \times \frac{2}{7} \sqrt{1047} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 94^\circ 25' 13'', 94 & E &= 45^\circ 44' 14'', 66 \\ z &= -\cot. 2E \times \frac{2}{7} \sqrt{-(A^2 + 12C)} = -\cot. 2E \times \frac{2}{7} \sqrt{1047} = +0,555382 \\ m &= \sqrt{2,555382} = 1,598556 \\ x &= 0,799278 \pm \sqrt{10,244623} = 0,799278 \pm 3,200722. \text{ Onde} \\ x &= 4; & x &= -2,401444. \end{aligned}$$

Gli altri due valori sono immaginarij.

## ESEMPIO IV.

Sia  $x^4 - 12x^2 + 12x - 3 = 0$ ; laonde  $A = -12$ ,  $B = 12$ ,  $C = -3$ . E però

$$\text{sen. } D = \frac{144 - 36}{24.36.8.144 - 9.144} \times \frac{2}{7} \sqrt{108} = \frac{108}{720} \times \frac{2}{7} \sqrt{108} = \frac{3}{20} \times 4\sqrt{3}.$$

Ma  $\frac{3}{20} \times 4\sqrt{3} > 1$ . Dunque  $\text{sen. } 3F = \frac{20}{3} \times \frac{1}{4\sqrt{3}}$ . Quindi

$$\begin{aligned} z &= 2,89898; & z &= 4; & z &= -6,89898 \\ m &= \sqrt{10,89898}; & m &= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}; & m &= \sqrt{1,10102}. \text{ Onde} \\ m &= 3,301361 & m &= 3,4641016 & m &= 1,049295 \end{aligned}$$

Prendendo il secondo valore di  $z$  e di  $m$ , si hanno li quattro seguenti di  $x$ ;

$$x = -\sqrt{3} \pm \sqrt{\left(4 - 1 + \frac{12}{4\sqrt{3}}\right)} = -\sqrt{3} \pm \sqrt{(3 + \sqrt{3})}$$

$$x = +\sqrt{3} \pm \sqrt{(3 - \sqrt{3})}; \text{ ovvero}$$

$$x = +0,4432768; x = -3,9073784; x = +2,8580831; x = +0,606018$$

Che se si prende il primo valore di  $z$  e di  $m$ , nasce

$$\begin{aligned} x &= -1,650680 \pm \sqrt{\left(4 - 0,724745 + \frac{6}{3,301361}\right)} \\ &= -1,65068 \pm \sqrt{(3,275255 + 1,817432)} \end{aligned}$$

$x =$

$x = +1,650680 \pm \sqrt{(3,275255 - 1,817432)}$ ; ovvero  
 $x = -1,65068 \pm 2,256698$ ;  $x = +1,65068 \pm 1,207403$ ; cioè  
 $x = +0,606018$ ;  $x = -3,907378$ ;  $x = +2,858083$ ;  $x = +0,443277$   
 Prendasi pure il terzo valore di  $x$  e di  $m$ , e si troveranno  
 parimente gli stessi quattro valori di  $x$ .

## CAPITOLO QUINTO.

*Teoremi di Trigonometria rettilinea.*

## TEOREMA I.

*Se due corde d'un cerchio scambievolmente si seghino, il rettangolo dai segmenti dell'una è uguale al rettangolo dai segmenti dell'altra.*

Alla dimostrazione geometrica d'*Euclide* (*Lib. 3, prop. 35*) sia lecito aggiugnere la seguente, siccome resa più breve dal foccorfo della trigonometria.

Siano  $AC$ ,  $BD$  (fig. 1) le due corde che si segano in  $E$ , e dalle loro estremità si descriva il quadrilatero  $ABCD$ . E poichè nel triangolo  $ABE$  sta  $AE : BE :: \text{sen.} ABE : \text{sen.} BAE :: \text{sen.} \frac{1}{2} Q : \text{sen.} \frac{1}{2} N$ , detti  $Q$ ,  $N$ , gli archi  $AD$ ,  $BC$ . E similmente nel triangolo  $CDE$  sta  $DE : CE :: \text{sen.} DCE : \text{sen.} CDE :: \text{sen.} \frac{1}{2} Q : \text{sen.} \frac{1}{2} N$ . Sono dunque le ragioni  $AE : BE$ ,  $DE : CE$ , le medesime alla medesima  $\text{sen.} \frac{1}{2} Q : \text{sen.} \frac{1}{2} N$ . E però  $\frac{AE}{BE} = \frac{DE}{CE}$ , onde nasce  $AE \times CE = BE \times DE$ , che è ciò che dovea dimostrarfi.

Lo stesso si farebbe trovato col mezzo de' triangoli  $ADE$ ,  $BCE$ .

## TEOREMA II.

*Del quadrilatero inscritto in un cerchio il rettangolo dalle diagonali è uguale ai rettangoli dai lati opposti.* (fig. 1.)

$AC \times BD = 2 \text{sen.} \frac{1}{2} (M + N) + 2 \text{sen.} \frac{1}{2} (M + Q) = 2 \text{cos.} \frac{1}{2} (N - Q) - 2 \text{cos.} (M + \frac{1}{2} (N + Q))$ , *Trig. Tav. II. form. 16.* Ma  $\frac{1}{2} (N + Q) = 180^\circ - \frac{1}{2} (M + P)$ . Dunque  $\text{cos.} (M + \frac{1}{2} (N + Q)) = -\text{cos.} \frac{1}{2} (M - P)$ . E però  $AC \times BD = 2 \text{cos.} \frac{1}{2} (N - Q) + 2 \text{cos.} \frac{1}{2} (M - P) = 2 \text{cos.} \frac{1}{2} (N + Q) + 4 \text{sen.} \frac{1}{2} N \text{sen.} \frac{1}{2} Q + 2 \text{cos.} \frac{1}{2} (M + P)$

Tom. VII.

E

+ 4 fen.  $\frac{1}{2} M$  fen.  $\frac{1}{2} P$ , in virtù della citata formula. Or come  $\text{cof.} \frac{1}{2} (N + Q) = -\text{cof.} \frac{1}{2} (M + P)$ , rimane  $AC \times BD = 4 \text{ fen.} \frac{1}{2} N \text{ fen.} \frac{1}{2} Q + 4 \text{ fen.} \frac{1}{2} M \text{ fen.} \frac{1}{2} P$ , ovvero

$$AC \times BD = BC \times AD + AB \times CD.$$

## CAPITOLO SESTO.

### *Problemi di Trigonometria rettilinea.*

#### PROBLEMA I.

*Dati i lati del quadrilatero inscritto in un cerchio, trovare l'espressione analitica d'una delle sue diagonali. (fig. 1.)*

Poichè (Trigon. Tav. III, form. 16)  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \text{ cof.} ABC = AB^2 + BC^2 + 2AB \times BC \text{ cof.} ADC = AB^2 + BC^2 + 2AB \times BC \times \frac{AD^2 + CD^2 - AC^2}{2AD \times CD}$ , se ne ricava  $AC^2 (AD \times CD + AB \times BC) = AD \times CD (AB^2 + BC^2) + AB \times BC (AD^2 + CD^2)$ ; ovvero

$$AC = \sqrt{\frac{(AB \times AD + BC \times CD)(AB \times CD + AD \times BC)}{AB \times BC + AD \times CD}}$$

#### PROBLEMA II.

*Date tre linee AB, BC, CD (fig. 2.), trovare il raggio del circolo in cui esse farebbero corde di tre archi, la somma de' quali sia di 180°.*

Sia ABCD il semicircolo, a cui s'adattino nella condizione imposta le tre linee date; M, N, S gli archi sottratti, E il centro; e dicasi  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $CD = c$ ,  $DE = x$ ; farà  $\text{fen.} \frac{1}{2} M = \frac{a}{2x}$ ,  $\text{fen.} \frac{1}{2} N = \frac{b}{2x}$ ,  $\text{fen.} \frac{1}{2} S = \frac{c}{2x}$ . Ma  $\text{fen.} \frac{1}{2} S = \text{fen.} \frac{1}{2} (180^\circ - M - N) = \text{cof.} \frac{1}{2} (M + N) = \text{cof.} \frac{1}{2} M \text{ cof.} \frac{1}{2} N - \text{fen.} \frac{1}{2} M \text{ fen.} \frac{1}{2} N = \sqrt{\left(1 - \frac{a^2}{4x^2}\right) \sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{4x^2}\right)} - \frac{ab}{4x^2} = \frac{c}{2x}$ . Dunque  $\left(1 - \frac{a^2}{4x^2}\right) \left(1 - \frac{b^2}{4x^2}\right) = \left(\frac{ab}{4x^2} + \frac{c}{2x}\right)^2$ . Donde si cava

$$x^3 - \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)x - \frac{2}{3}abc = 0$$

che è l'equazione a cui giugne anche il *Newton* per diverse altre vie (*Arith. univ. Sect. 4, Cap. I*).

### PROBLEMA III.

*Dati due lati e l'angolo intercetto d'un triangolo rettilineo, trovare il terzo lato.* (fig. 3).

La formula unica, che risolve questo caso, è (*Trig. 227*),  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cos. A}$ . Acciocchè ammettesse il computo per logaritmi, l'ho divisa (*228*) in due formole, ciascuna delle quali contiene la differenza ( $AC - AB$ ). Quando questa sia piccola, può giovare all'esattezza il valersi piuttosto della somma: e questo è lo scopo del presente problema.

Pongasi, nella formula, ( $2 \cos.^2 \frac{1}{2} A - 1$ ) in vece di  $\cos. A$ , e si avrà  $BC = \sqrt{((AB + AC)^2 - 4AB \times AC \cos.^2 \frac{1}{2} A)}$ . Quindi, col favor delle trasformazioni (*208*), si ottiene

$$\cos. m = \frac{2 \cos. \frac{1}{2} A}{AB + AC} \sqrt{AB \times AC}$$

$$BC = (AB + AC) \text{ sen. } m.$$

### PROBLEMA IV.

*Conoscendo un angolo, un lato adjacente, e la somma degli altri due lati, trovar l'altro lato adjacente.*

Coi medesimi dati ho composto (*240*) una formula, che determina l'altro angolo adjacente al lato noto. Essendomi poi venute sott'occhio le faticose soluzioni del presente problema, date dal *Wishon* (*Prælect. Astron. Lem. VI*), e dal *Paulino* (*Instit. Analyticæ, Romæ 1738 pag. 198*), mi posi a cercarne una più semplice, e mi lusingo mi sia venuto fatto.

In un triangolo  $ABC$  (fig. 3) siano le cose note  $BC$ ,  $B$ , e la somma  $(AB + AC)$ . Se si fa  $AB + AC = s$ , e per conseguente  $AC = s - AB$ , farà (*Trig. Tav. III, form. 16*)  $(s - AB)^2 = BC^2 + AB^2 - 2BC \times AB \cos. B = s^2 - 2s \times AB + AB^2$ ;

E ij

donde si cava  $2AB(s - BC \operatorname{cof}.B) = s^2 - BC^2 = (s - BC)(s + BC)$ .  
Si restituisca il valore di  $s$ , e si avrà

$$AB = \frac{\frac{1}{2}((AB + AC) - BC)((AB + AC) + BC)}{(AB + AC) - BC \operatorname{cof}.B}$$

### PROBLEMA V.

*Conoscendo un angolo, un lato adjacente, e la differenza degli altri due lati, trovar l'altro lato adjacente.*

Procedendo come nel problema precedente, si troverà

$$AB = \frac{\frac{1}{2}(BC - (AB \cup AC))(BC + (AB \cup AC))}{BC \operatorname{cof}.B - (AB \cup AC)}$$

### PROBLEMA VI.

*Determinare le parti ignote d'un triangolo, nel qual si conoscono un angolo, il lato opposto, ed il rettangolo dagli altri due lati. (fig. 3)*

Siano le cose note  $C$ ,  $AB$ , e  $(AC \times BC)$ . Poichè  $AB : \operatorname{sen}.C :: BC : \operatorname{sen}.A$ , e  $AB : \operatorname{sen}.C :: AC : \operatorname{sen}.B$ ; moltiplicando insieme le due proporzioni, nasce  $AB^2 : \operatorname{sen}.^2C :: AC \times BC : \operatorname{sen}.A \operatorname{sen}.B$ . Ma (*Trig. Tav. II, form. 16*)  $\operatorname{sen}.A \operatorname{sen}.B = \frac{1}{2} \operatorname{cof}.(A \cup B) - \frac{1}{2} \operatorname{cof}.(A + B) = \frac{1}{2} \operatorname{cof}.(A \cup B) + \frac{1}{2} \operatorname{cof}.C$ . Dunque introducendo questo valore nell'analogia, si raccoglie

$$\operatorname{cof}.(A \cup B) = \frac{2(AC \times BC) \operatorname{sen}.^2C - AB^2 \operatorname{cof}.C}{AB^2}$$

equazione, che porta alla cognizione degli angoli ignoti.

Per aver quella dei lati, s'è già veduto più volte che  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \operatorname{cof}.C$ . E' dunque  $AB^2 + 2AC \times BC \operatorname{cof}.C = AC^2 + BC^2 = (AC + BC)^2 \mp 2AC \times BC$ . Se s'introduce, in cambio di  $\operatorname{cof}.C$ , una volta  $(2 \operatorname{cof}.^2 \frac{1}{2}C - 1)$ , facendo uso insieme de' segni superiori; un'altra  $(1 - 2 \operatorname{sen}.^2 \frac{1}{2}C)$ , e s'adoprina gl'inferiori; si ottiene

$$\begin{aligned} AC + BC &= \sqrt{AB^2 + 4(AC \times BC) \operatorname{cof}.^2 \frac{1}{2}C} \\ AC \cup BC &= \sqrt{AB^2 - 4(AC \times BC) \operatorname{sen}.^2 \frac{1}{2}C} \end{aligned}$$

## PROBLEMA VII.

Conoscendo i tre angoli e la somma dei tre lati, determinare qualsivoglia lato. ( fig. 3 ).

Poichè  $BC : \text{sen. } A : : AC : \text{sen. } B : : AB : \text{sen. } C : :$   
 $BC + AC + AB : \text{sen. } A + \text{sen. } B + \text{sen. } C$ , per la XII del V di *Euclide*, farà dunque

$$BC = \frac{(AB + AC + BC) \text{sen. } A}{\text{sen. } A + \text{sen. } B + \text{sen. } C}.$$

## PROBLEMA VIII.

Conoscendo due angoli, e il lato compreso, trovar la perpendicolare cadente dal terzo angolo. *Newton Arith. univ. Sect. 4, cap. II, probl. I.*

Stano i dati  $A, B, AB$  ( figg. 4, 5 ), il quesito  $CD$ . Poichè ( *Trig. 210* )  $BD = CD \cot. B$ , e  $AD = CD \cot. A$ , farà  $BD + AD = CD (\cot. B + \cot. A) = CD \times \frac{\text{sen. } (A + B)}{\text{sen. } A \text{ sen. } B}$ , (*Tav. II. form. 21*). Dunque

$$CD = \frac{AB \text{ sen. } A \text{ sen. } B}{\text{sen. } (A + B)}$$

il segno inferiore valendo allorchè la perpendicolare cada fuori del triangolo, come nella fig. 5.

## PROBLEMA IX.

Dati i tre lati, trovar la perpendicolare. ( figg. 4, 5 ).

Moltiplicando insieme le due formole ( 234, 213 ), si ha  $\text{sen. } \frac{1}{2} A \cos. \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(BC + AC - AB)(BC + AB - AC)}{4 AB \times AC}} \times \sqrt{\frac{(BC + AC + AB)(AC + AB - BC)}{4 AB \times AC}}$ . Ma  $\text{sen. } \frac{1}{2} A \cos. \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} \text{sen. } A = \frac{CD}{2 AC}$ . Dunque

$$CD = \frac{1}{2 AB} \times \sqrt{(BC + AC + AB)(BC + AC - AB)(BC + AB - AC)(AC + AB - BC)}$$

## PROBLEMA X.

Conoscendo un angolo, il lato opposto, e la perpendicolare da quello su questo, determinare gli altri due angoli. (figg. 4, 5).

Siano i dati  $ACB$ ,  $AB$ ,  $CD$ ; e  $ACB$  si dica  $C$ . Poichè

$$\text{fen. } A = \frac{BC \text{ fen. } C}{AB}, \text{ e } BC = \frac{CD}{\text{fen. } B} = \frac{CD}{\text{fen. } (A+C)}, \text{ è dunque}$$

$$\text{que fen. } A = \frac{CD \text{ fen. } C}{AB \text{ fen. } (A+C)}, \text{ ovvero } \frac{CD \text{ fen. } C}{AB} = \text{fen. } (A+C)$$

$$\text{fen. } A = \frac{1}{2} \text{ cof. } C - \frac{1}{2} \text{ cof. } (2A+C), \text{ Trig. Tav. II, form. 16. Per conseguenza}$$

$$\text{cof. } (2A+C) = \text{cof. } C - \frac{2 CD \text{ fen. } C}{AB}$$

equazione che fa conoscere l'angolo  $A$ , e quindi il terzo.

Che se in vece degli angoli si cercassero i lati, credo la via più breve sarebbe ancor quella di rintracciar prima gli angoli col mezzo di questa formola.

## PROBLEMA XI.

Determinare gli angoli, quando la base, i lati, e la perpendicolare sono in continua proporzione geometrica. Newton loc. cit. probl. XV.

Sia (fig. 4)  $\frac{AB}{BC} :: \frac{AC}{CD}$ ; farà ancora  $AB : BC :: AC : CD$ , il che costituisce simiglianza ne' triangoli  $ACB$ ,  $ACD$ , e l'angolo  $ACB$  retto. Ora essendo  $AB : BC :: BC : AC$ , è pure per identità di ragioni  $1 : \text{cof. } B :: 1 : \text{tang. } B$ . Dunque  $\text{tang. } B = \text{cof. } B$ ; e  $\text{fen. } B = \text{cof.}^2 B = 1 - \text{fen.}^2 B$ . Ma l'equazione  $\text{fen.}^2 B + \text{fen. } B = 1$  dà  $\text{fen. } B = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{5} = \text{cof. } A$ . Dunque gli angoli sono determinati, e sono, trascurando i secondi,  $B = 38^\circ 10'$ ,  $A = 51^\circ 50'$ ,  $C = 90^\circ$ .

## PROBLEMA XII.

Essendo dati l'area, il perimetro, ed uno degli angoli, trovare il lato che gli è opposto. Newton probl. VIII.

Sia  $A$  l'angolo noto (figg. 4, 5), e si dica  $b^2$  l'area,  $p$  il perimetro,  $x$  il lato cercato  $BC$ . Sarà  $b^2 = \frac{1}{2} AB \times CD = \frac{1}{2} AB \times AC \text{ sen. } A$ . Ora  $AB + AC = p - x$ ; quindi  $AB^2 + 2AB \times AC + AC^2 = p^2 - 2px + x^2 = p^2 - 2px + AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \text{ cos. } A$ , (Trig. Tav. III, form. 25). Dunque  $2AB \times AC (1 + \text{cos. } A) = p^2 - 2px$ . Ma dal trovato prima spicca  $AB \times AC = \frac{2b^2}{\text{sen. } A}$ . Sostituito que-

sto valore, l'equazion precedente diviene  $4b^2 \times \frac{1 + \text{cos. } A}{\text{sen. } A} = p^2 - 2px = 4b^2 \text{ cot. } \frac{1}{2} A$ , (Trig. Tav. I, form. 41). Donde

$$x = \frac{1}{2} p - \frac{2b^2 \text{ cot. } \frac{1}{2} A}{p}.$$

### PROBLEMA XIII.

*Sottendere ad un angolo d'un triangolo dato scaleno una retta eguale al lato sottoposto al detto angolo, e che sia segata in due parti eguali dal medesimo lato. Questo problema è tratto da Boulliaud, Astronomia philol. lib. I, cap. XV.*

Sia  $ABC$  (fig. 6) il triangolo scaleno dato. Si dimanda di sottendere all'angolo  $A$  una retta  $DE = BC$ ; con questo, che sia  $DF = FE = \frac{1}{2} BC$ . Faccio  $BD = x$ , e nomino  $F$  ciascuno degli angoli uguali  $CFE, BFD$ .

E poichè  $BC : \text{sen. } A :: DE : \text{sen. } A$ , sarà pure, per identità di ragioni,  $AB : \text{sen. } C :: AD : \text{sen. } E :: AB - x : \text{sen. } (C - F) :: AB - x : \text{sen. } C \text{ cos. } F - \text{cos. } C \text{ sen. } F$ .

Ma  $\text{sen. } F = \frac{BD \text{ sen. } B}{DF} = \frac{x \text{ sen. } B}{\frac{1}{2} BC}$ , e per conseguenza  $\text{cos. } F = \sqrt{1 - \frac{x^2 \text{ sen.}^2 B}{\frac{1}{4} BC^2}} = \frac{\sqrt{(\frac{1}{4} BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)}}{\frac{1}{2} BC}$ . Dun-

que  $AB : \text{sen. } C :: AB - x : \text{sen. } C \times \frac{\sqrt{(\frac{1}{4} BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)}}{\frac{1}{2} BC} - \text{cos. } C \times \frac{x \text{ sen. } B}{\frac{1}{2} BC}$ . E però  $AB : BC \text{ sen. } C$ , ovvero  $1 : \text{sen. } A :: AB - x : 2 \text{ sen. } C \sqrt{(\frac{1}{4} BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)} - 2x \text{ sen. } B \text{ cos. } C$ ; donde nasce  $AB \text{ sen. } A - x \text{ sen. } A = 2 \text{ sen. } C$

$\sqrt{(\frac{1}{4}BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)} - 2x \text{ sen.} B \text{ cof.} C$ , o pure  $2 \text{ sen.} C$   
 $\sqrt{(\frac{1}{4}BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)} = AB \text{ sen.} A - x (\text{sen.} A - 2 \text{ sen.} B \text{ cof.} C)$ .  
 Ma  $\text{sen.} A = \text{sen.} (B + C)$ , e  $\text{sen.} (B + C) - 2 \text{ sen.} B \text{ cof.} C =$   
 $\text{sen.} (C - B)$ , *Trig. Tav. II, form. 15*. Dunque  $2 \text{ sen.} C \times$   
 $\sqrt{(\frac{1}{4}BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)} = AB \text{ sen.} A - x \text{ sen.} (C - B)$ . Elevando  
 al quadrato, ed osservando che  $AB \text{ sen.} A = BC \text{ sen.} C$ , emerge  
 $-4x^2 \text{ sen.}^2 B \text{ sen.}^2 C = 2x \times AB \text{ sen.} A \text{ sen.} (C - B) + x^2 \times$   
 $\text{sen.}^2 (C - B)$ . Fatta la divisione per  $x$ , si raccoglie

$$x = \frac{2 AB \text{ sen.} A \text{ sen.} (C - B)}{\text{sen.}^2 (C - B) + 4 \text{ sen.}^2 B \text{ sen.}^2 C}$$

Trovato col mezzo di questa equazione il punto  $D$ , da quello come centro, e con l'intervallo  $\frac{1}{2}BC$ , si descriverà un cerchio, il quale taglierà  $BC$  in un punto  $F$ , e la retta tirata per li punti  $D, F$ , fino al concorso con la  $AC$  prolungata, avrà le condizioni richieste. Si potrebbe ancora trovare il punto  $E$  facilissimamente, poichè l'equazione medesima somministra il valore della  $CE$ , mutandovi solo  $AB$  in  $AC$ , e  $(C - B)$  in  $(B - C)$ , come ognuno può ravvisar di leggieri nella dimostrazion precedente.

## CAPITOLO SETTIMO.

### *Teoremi di Trigonometria sferica.*

#### TEOREMA I.

*Se due archi di cerchj ineguali insistano sulla medesima base, e siano minori ciascuno della semicirconferenza, maggiore è quello descritto dal raggio minore.*

Nella Trigonometria (385) ho lasciato senza prova, come verità intuitiva apparente dall'operazione del compasso, questo teorema, da cui deriva per corollario; che l'arco di cerchio massimo (minor di  $180^\circ$ ) è il più breve che possa condursi da un punto all'altro sopra la superficie della sfera. Essendomi poi abbattuto in diverse dimostrazioni geometriche, poco in vero soddisfacenti, ho tratto dall'analisi la seguente, che gode di tutta l'evidenza ed il rigor matematico.

Sia-

Siano (fig. 7) gli archi  $DBE$ ,  $DAE$ , sottesi dalla medesima corda  $DE$ , e minori ciascuno di  $180^\circ$ ; il primo de' quali sia descritto dal raggio  $FE$ , il secondo dal raggio  $CE$ ; e sia  $CE > FE$ . Dico essere  $DBE > DAE$ .

E che sia il vero; la differenza dall'arco alla corda è contenuta nell'equazione, che segue, dimostrata (*Trig.* 152): cioè detto  $A$  l'arco,  $R$  il raggio;  $A - 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} \times \frac{\text{sen.}^3 \frac{1}{2} A}{R^2} + \frac{3}{4.5} \times \frac{\text{sen.}^5 \frac{1}{2} A}{R^4} + \text{ecc.}$  che per brevità rap-

presento così;  $A - 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} A = \frac{m \text{ sen.}^3 \frac{1}{2} A}{R^2} + \frac{n \text{ sen.}^5 \frac{1}{2} A}{R^4} + \text{ecc.}$

Dunque fatto  $DBE = B$ ,  $DAE = A$ , la corda  $DE = 2K$ ,  $CE = R$ ,  $FE = r$ , farà  $B - 2K = \frac{m K^3}{r^2} + \frac{n K^5}{r^4} + \text{ecc.}$ , e

$A - 2K = \frac{m K^3}{R^2} + \frac{n K^5}{R^4} + \text{ecc.}$  Ma per ipotesi essendo

$R > r$ , ne segue ognuno de' termini del secondo membro nell'ultima equazione esser minore d'ognuno de' termini simili nella penultima. Dunque  $B - 2K > A - 2K$ , e per conseguenza aggiungendo  $2K$  da una parte dell'altra, risulta  $B > A$ , come dovea dimostrarfi.

L'equazione (152) non è applicabile agli archi maggiori di  $180^\circ$ ; ma è cosa chiara che in quelli succede tutto il contrario, che nei minori: imperocchè le periferie essendo come i raggi, se dalla maggiore si toglie una porzione più piccola di quella che si detrae dalla minore, come s'è veduto or ora, la circonferenza rimanente nel cerchio più grande sarà maggior più che mai della rimanente nel piccolo.

## TEOREMA II.

L'angolo  $a$  (fig. 8), formato dalle corde degli archi  $AB$ ,  $AC$ , è uguale a  $\frac{1}{2} P$ , cioè alla metà dell'angolo al polo del cerchio minore che circoscrive il triangolo sferico  $ABC$ , dico dell'angolo al polo, opposto al terzo lato  $BC$ .

Del cerchio, che passa per li punti  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , sia descritta, a minor confusione, dal polo  $P$  la sola parte  $BMC$ .

Or questa è d'egual numero di gradi ( *Trig.* 394, 386 ) dell'angolo  $P$ : ed è inoltre doppia dell'angolo alla circonferenza, formato dalle corde  $aB$ ,  $aC$  ( *per la XX del III di Euclide* ). Dunque ecc.

La facilità di questa dimostrazione non iscema già, ma piuttosto accresce l'importanza del presente Teorema, se si guarda aver egli costato a *Lexell* una buona pagina di lavoro analitico-trigonometrico ( *Atti di Pietroburgo per 1782*, pag. 64 ).

### TEOREMA III.

*Se due archi di cerchio massimo, terminati ad un cerchio minore o massimo, si tagliano, il rettangolo dalle tangenti dei mezzi segmenti dell'uno è uguale al rettangolo dalle tangenti dei mezzi segmenti dell'altro.*

Siano ( *fig. 9* )  $AB$ ,  $DE$  li due archi, che si tagliano in  $F$ , e sono terminati alla circonferenza  $ADBE$ , il cui polo è  $C$ ; dal quale si tirino gli archi  $CA$ ,  $CE$ ,  $CF$ , e li perpendicolari  $CH$ ,  $CG$ .

Ne' triangoli rettangoli  $CGF$ ,  $CGA$ , che hanno il lato comune  $CG$ , sta ( *Trig.* 451 ),  $\text{cof. } CF : \text{cof. } CA :: \text{cof. } GF : \text{cof. } GA$ . E similmente ne' triangoli  $CHF$ ,  $CHE$ ;  $\text{cof. } CF : \text{cof. } CE :: \text{cof. } HF : \text{cof. } HE$ . Ma per esser  $CA = CE$ , la prima ragione nelle due proporzioni è la stessa. Dunque  $\text{cof. } GF : \text{cof. } GA :: \text{cof. } HF : \text{cof. } HE$ ; ovvero ( *Tar. II form. 13* )  $\text{cot. } \frac{1}{2} (GA + GF) : \text{tang. } \frac{1}{2} (GA - GF) :: \text{cot. } \frac{1}{2} (HE + HF) : \text{tang. } \frac{1}{2} (HE - HF)$ . Come poi ne' triangoli isosceli l'arco perpendicolare spartisce per mezzo la base, perciò  $GA + GF = GB + GF = BF$ ; e similmente  $HE + HF = DH + HF = DF$ . E per conseguenza  $\text{cot. } \frac{1}{2} BF : \text{tang. } \frac{1}{2} AF :: \text{cot. } \frac{1}{2} DF : \text{tang. } \frac{1}{2} EF$ ; donde

$$\text{tang. } \frac{1}{2} AF \text{ tang. } \frac{1}{2} BF = \text{tang. } \frac{1}{2} DF \text{ tang. } \frac{1}{2} EF.$$

### TEOREMA IV.

*Le somme degli angoli opposti d'un quadrilatero sferico, inscritto in un cerchio minore, sono uguali. ( *fig. 10* ).*

Sia  $P$  il polo del cerchio circoscritto al quadrilatero  $ABCD$ , e per conseguenza  $AP = BP = CP = DP$ . Ora  $B + D = m + n + r + s$ . Ma per essere isosceli i triangoli  $APB$ ,  $APD$ , ecc. anche  $A + C = m + r + n + s$ . Dunque  $A + C = B + D$ .

TEOREMA V.

*Se ad un cerchio minore sia inscritto un quadrilatero sferico con le sue diagonali, il rettangolo dai seni delle mezz diagonali uguaglia la somma de' rettangoli dai seni delle mezz de' lati opposti. (fig. 11)*

Omesso il cerchio nella figura, s'intenda essere  $ABCD$  il quadrilatero inscritto;  $AC$ ,  $BD$  li due archi diagonali di cerchio massimo; ed ognun de' sei archi si supponga sotteso dalla sua corda, la quale nominerò con lettere minuscole corrispondenti, dicendo  $ac$  quella dell'arco  $AC$ ,  $ab$  quella dell'arco  $AB$ , ecc. Or s'è già provato sopra (Cap. V, Teor. II), che  $ac \times bd = bc \times ad + ab \times cd$ . Dunque  $2 \text{ sen. } \frac{1}{2} AC \times 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} BD = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} BC \times 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} AD + 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} AB \times 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} CD$ . E dividendo per 4,

$$\text{sen. } \frac{1}{2} AC \text{ sen. } \frac{1}{2} BD = \text{sen. } \frac{1}{2} BC \text{ sen. } \frac{1}{2} AD + \text{sen. } \frac{1}{2} AB \text{ sen. } \frac{1}{2} CD$$

CAPITOLO OTTAVO.

*Problemi di Trigonometria sferica.*

PROBLEMA I.

*Esprimere uno degli archi diagonali con li lati del quadrilatero sferico inscritto.*

Ferme le condizioni della fig. 11, come nel precedente Teorema, ripiglieremo ciò che per le corde s'è dimostrato (Cap. VI, Probl. I) cioè che  $ac = \sqrt{\frac{(ab \cdot ad + bc \cdot cd)(ab \cdot cd + ad \cdot bc)}{ab \cdot bc + ad \cdot cd}}$ .

Donde nasce

$$\text{sen. } \frac{1}{2} AC = \sqrt{\frac{(\text{sen. } \frac{1}{2} AB \text{ sen. } \frac{1}{2} AD + \text{sen. } \frac{1}{2} BC \text{ sen. } \frac{1}{2} CD)(\text{sen. } \frac{1}{2} AB \text{ sen. } \frac{1}{2} CD + \text{sen. } \frac{1}{2} AD \text{ sen. } \frac{1}{2} BC)}{\text{sen. } \frac{1}{2} AB \text{ sen. } \frac{1}{2} BC + \text{sen. } \frac{1}{2} AD \text{ sen. } \frac{1}{2} CD}}$$

F ij

## PROBLEMA II.

*Dati i tre lati d'un triangolo sferico, trovar l'espressione analitica dell'uno o dell'altro de' segmenti, costituiti dall'arco perpendicolare in qualsivoglia de' lati medesimi.* (figg. 12, 13)

Sia  $AD$  l'arco perpendicolare sul lato  $BC$  del triangolo  $ABC$ . Si ha (Tav. VI, form. 5),  $\text{tang. } BD = \text{cof. } B \text{ tang. } AB$ .

Ma (Tav. VII, form. 9)  $\text{cof. } B = \frac{\text{cof. } AC - \text{cof. } BC \text{ cof. } AB}{\text{fen. } BC \text{ fen. } AB}$ .

Sostituito questo valore, risulta

$$\text{tang. } BD = \frac{\text{cof. } AC - \text{cof. } BC \text{ cof. } AB}{\text{fen. } BC \text{ cof. } AB}.$$

Nella stessa maniera si troverebbe

$$\text{tang. } CD = \frac{\text{cof. } AB - \text{cof. } BC \text{ cof. } AC}{\text{fen. } BC \text{ cof. } AC};$$

il che basti accennato una volta, anche per li tre problemi seguenti.

## PROBLEMA III.

*Dati due angoli e il lato compreso, esprimer uno de' segmenti di questo lato.*

Posto nell'equazione  $\text{tang. } BD = \text{cof. } B \text{ tang. } AB$  il valor di  $\text{tang. } AB$  (Tav. VII, form. 36), nasce

$$\text{tang. } BD = \frac{\text{fen. } BC}{\text{tang. } B \text{ cot. } C + \text{cof. } BC}.$$

## PROBLEMA IV.

*Dati li tre angoli, esprimere un segmento di qualsivoglia d'essi, costituito dall'arco perpendicolare sul lato opposto.*

Poichè (Tav. VI, form. 15)  $\text{cot. } BAD = \text{cof. } AB \times \text{tang. } B$ . Ponendo il valore (Tav. VII, form. 29) di  $\text{cof. } AB$ , si ricava

$$\text{cot. } BAD = \frac{\text{cof. } C + \text{cof. } A \text{ cof. } B}{\text{fen. } A \text{ cof. } B}.$$

## PROBLEMA V.

*Dati due lati e l'angolo compreso, esprimere l'uno de' segmenti di questo.*

Introdotta nell'equazione  $\cot. BAD = \cot. AB \operatorname{tang.} B$  il valore ( *Tav. VII, form. 16* ) di  $\operatorname{tang.} B$ , emerge

$$\cot. BAD = \frac{\operatorname{sen.} A}{\operatorname{tang.} AB \cot. AC - \cot. A}$$

## PROBLEMA VI.

*Dati due lati, e l'angolo intercetto, trovare il terzo lato.*

Nel caso che il lato cercato sia piccolo, ad averlo con esattezza ho proposto ( *Trig. 478* ) la formola  $\operatorname{sen.} \frac{1}{2} AC = \sqrt{(\operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} (BC \cup AB) + \operatorname{sen.} BC \operatorname{sen.} AB \operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} B)}$ , e l'ho ridotta a forma capace del calcolo logaritmico. Ma quando la differenza (  $BC \cup AB$  ) de' lati dati sia tenue, può giovare alla precisione il valersi piuttosto della somma: al che si perviene nel modo seguente.

Poichè  $\operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} B = 1 - \cot.^2 \frac{1}{2} B$ ; e  $\operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} (BC \cup AB) = \operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} (BC + AB) - \operatorname{sen.} BC \operatorname{sen.} AB$ , ( *Tav. II, form. 26* ); ponendo questi valori nell'equazion precedente, ella si converte così

$\operatorname{sen.} \frac{1}{2} AC = \sqrt{(\operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} (BC + AB) - \operatorname{sen.} BC \operatorname{sen.} AB \cot.^2 \frac{1}{2} B)}$   
ovvero per maggior comodo nel computo

$$\operatorname{sen.} \frac{1}{2} AC = \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (BC + AB) \sqrt{\left(1 - \frac{\operatorname{sen.} BC \operatorname{sen.} AB \cot.^2 \frac{1}{2} B}{\operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} (BC + AB)}\right)}$$

Questa formola poi si può calcolare col mezzo delle sole tavole trigonometriche in logaritmi, dividendola in due ( *Trig. 207* ), come segue.

$$\cot. m = \frac{\cot. \frac{1}{2} B}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (BC + AB)} \times \sqrt{\operatorname{sen.} BC \operatorname{sen.} AB}$$

$$\operatorname{sen.} \frac{1}{2} AC = \operatorname{sen.} m \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (BC + AB).$$

## PROBLEMA VII.

Trovare l'espressione analitica della superficie d'un tronco di fuso, come  $AEG$  (fig. 14), terminato da un arco  $EG$  di cerchio minore, il cui polo è  $A$ .

Poichè la superficie d'un segmento di sfera, generato per esempio dalla rivoluzione del piano  $AEF$  intorno alla porzione  $AF$  dell'asse,  $EF$  essendo perpendicolare ad  $AF$ , ha per espressione, come si dimostra in Geometria,  $AF \times 360^\circ$ , ovvero  $(1 - \cos. AE) 360^\circ = 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} AE \times 360^\circ$ ; s'istituisca l'analogia: l'angolo  $EAG$  alla porzione  $AEG$  della superficie del segmento, come  $360^\circ$  alla superficie intiera del segmento medesimo; ovvero  $A : AEG :: 360^\circ : 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} AE \times 360^\circ :: 1 : 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} AE$ . Quindi la superficie d'un tronco di fuso, come  $AEG$ ,  $= A \times 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} AE = \text{angolo del fuso moltiplicato pel seno verso della lunghezza del tronco.}$

## PROBLEMA VIII.

Determinare meccanicamente una superficie piana eguale a quella d'un triangolo sferico dato.

Abbiam dimostrato (Trig. 499), che tratti  $180^\circ$  dalla somma dei tre angoli d'un triangolo sferico, il residuo moltiplicato pel raggio della sfera uguaglia la superficie del triangolo. Ciò posto, col detto raggio descrivi un cerchio, e taglia della sua circonferenza quanto rilevano insieme li tre angoli del triangolo dato. Dalle estremità della circonferenza tagliata conduci due diametri. Dei quattro settori che nascono, l'area di due opposti ed eguali equivale alla sferica che si cerca. A questa costruzione, ch'è dell'Ab. Gua (Mem. Paris 1783), e che per la sua maravigliosa semplicità, e per li servigi che può rendere alla descrizione de' planisferj, degna mi sembra d'essere ripetuta e divulgata, non so che aggiunger due regolette. La superficie richiesta consiste nei due settori minori, mentre la somma dei tre angoli non ecceda  $270^\circ$ ; ne' due maggiori quand'ella stia tra li  $270$ , e li  $360$ . Che se oltrepassi quest'ultimo limite, allora fa d'uopo descriver due cerchi, in ciascun

de' quali si toglierà una circonferenza uguale alla semisomma degli angoli, e procedendo come s'è detto per la somma intiera, si otterrà l'area sferica scompartita in quattro settori eguali.

## PROBLEMA IX.

*Dati i tre lati d'un triangolo sferico, trovare la somma degli angoli.*

Poichè ad aver l'area d'un triangolo sferico è necessario conoscer la somma degli angoli, il presente problema riceve importanza, se vogliasi l'area, ed in cambio degli angoli si conoscano i lati.

Sia  $s$  la semisomma de' lati  $a, b, c$ , (fig. 15), opposti agli angoli  $A, B, C$ . E poichè  $\text{cof. } \frac{1}{2}(A+B+C) = \text{cof. } \frac{1}{2}(A+B) \text{ cof. } \frac{1}{2}C - \text{fen. } \frac{1}{2}(A+B) \text{ fen. } \frac{1}{2}C = (\text{cof. } \frac{1}{2}A \text{ cof. } \frac{1}{2}B - \text{fen. } \frac{1}{2}A \text{ fen. } \frac{1}{2}B) \text{ cof. } \frac{1}{2}C - (\text{fen. } \frac{1}{2}A \text{ cof. } \frac{1}{2}B + \text{cof. } \frac{1}{2}A \text{ fen. } \frac{1}{2}B) \text{ fen. } \frac{1}{2}C$ ; se si pongono nell'ultimo membro i valori notissimi (Tav. VIII, form. 11), di  $\text{fen. } \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\text{fen.}(s-b) \text{ fen.}(s-c)}{\text{fen. } b \text{ fen. } c}}$ ,

di  $\text{cof. } \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\text{fen. } s \text{ fen.}(s-a)}{\text{fen. } b \text{ fen. } c}}$ , e così quelli analoghi di  $\text{fen. } \frac{1}{2}B$ ,

$\text{cof. } \frac{1}{2}B$ ,  $\text{fen. } \frac{1}{2}C$ ,  $\text{cof. } \frac{1}{2}C$ , si consegue  $\text{cof. } \frac{1}{2}(A+B+C) = \left( \sqrt{\frac{\text{fen. } s \text{ fen.}(s-a)}{\text{fen. } b \text{ fen. } c}} \sqrt{\frac{\text{fen. } s \text{ fen.}(s-b)}{\text{fen. } a \text{ fen. } c}} - \sqrt{\frac{\text{fen.}(s-b) \text{ fen.}(s-c)}{\text{fen. } b \text{ fen. } c}} \right)$

$\left( \sqrt{\frac{\text{fen.}(s-a) \text{ fen.}(s-c)}{\text{fen. } a \text{ fen. } c}} \right) \sqrt{\frac{\text{fen. } s \text{ fen.}(s-c)}{\text{fen. } a \text{ fen. } b}} - \left( \sqrt{\frac{\text{fen.}(s-b) \text{ fen.}(s-c)}{\text{fen. } b \text{ fen. } c}} \right)$

$\left( \sqrt{\frac{\text{fen. } s \text{ fen.}(s-b)}{\text{fen. } a \text{ fen. } c}} + \sqrt{\frac{\text{fen. } s \text{ fen.}(s-a)}{\text{fen. } b \text{ fen. } c}} \sqrt{\frac{\text{fen.}(s-a) \text{ fen.}(s-c)}{\text{fen. } a \text{ fen. } c}} \right)$

$\sqrt{\frac{\text{fen.}(s-a) \text{ fen.}(s-b)}{\text{fen. } a \text{ fen. } b}} = \frac{\sqrt{\text{fen. } s \text{ fen.}(s-a) \text{ fen.}(s-b) \text{ fen.}(s-c)}}{\text{fen. } a \text{ fen. } b \text{ fen. } c}$

$(\text{fen. } s - \text{fen.}(s-c) - \text{fen.}(s-b) - \text{fen.}(s-a))$ . Ma  $\text{fen. } s - \text{fen.}(s-c)$

$= 2 \text{ fen. } \frac{1}{2}c \text{ cof.}(s - \frac{1}{2}c) = 2 \text{ fen. } \frac{1}{2}c \text{ cof. } \frac{1}{2}(a+b)$ ; e  $\text{fen.}(s-b)$

$+ \text{fen.}(s-a) = 2 \text{ fen.}(s - \frac{1}{2}(a+b)) \text{ cof. } \frac{1}{2}(a \cup b) = 2 \text{ fen. } \frac{1}{2}c$

$\text{cof. } \frac{1}{2}(a \cup b)$ , (Tav. II, form. 22, 18). Dunque  $\text{fen. } s -$

$\text{fen.}(s-c) - \text{fen.}(s-b) - \text{fen.}(s-a) = -2 \text{ fen. } \frac{1}{2}c (\text{cof. } \frac{1}{2}(a \cup b)$

$- \text{cof. } \frac{1}{2}(a+b)) = -2 \text{ fen. } \frac{1}{2}c \times 2 \text{ fen. } \frac{1}{2}b \text{ fen. } \frac{1}{2}a$ , (Tav. II,

form. 16). E però  $\text{cof. } \frac{1}{2}(A+B+C) = - \frac{4 \text{ fen. } \frac{1}{2} a \text{ fen. } \frac{1}{2} b \text{ fen. } \frac{1}{2} c}{\text{fen. } a \text{ fen. } b \text{ fen. } c} \times$   
 $\sqrt{\text{fen. } s \text{ fen. } (s-a) \text{ fen. } (s-b) \text{ fen. } (s-c)}$ . Ora  $\text{fen. } a =$   
 $2 \text{ fen. } \frac{1}{2} a \text{ cof. } \frac{1}{2} a$ , e la stessa trasformazione ricevono  $\text{fen. } b$ ,  
 $\text{fen. } c$ ; quindi definitivamente

$$\text{cof. } \frac{1}{2}(A+B+C) = - \frac{\sqrt{\text{fen. } s \text{ fen. } (s-a) \text{ fen. } (s-b) \text{ fen. } (s-c)}}{2 \text{ cof. } \frac{1}{2} a \text{ cof. } \frac{1}{2} b \text{ cof. } \frac{1}{2} c}$$

L'Ab. Gua (*loc. cit.*) s'abbatte, in vece di questa, in una formula, che contiene il valore della tangente della femisomma degli angoli: la qual formula è assai men comoda al calcolo, avendo per numeratore  $1 + \text{cof. } a + \text{cof. } b + \text{cof. } c$ , e per denominatore il doppio del mio numeratore.

### PROBLEMA X.

*Dati i tre angoli, trovare il perimetro.*

Detta  $S$  la mezza somma degli angoli, la formula, che ho trovata or ora, si riduce, col mezzo del triangolo supplementario, alla seguente: con che si risolve il problema senza difficoltà

$$\text{fen. } \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{\sqrt{-\text{cof. } S \text{ cof. } (S-A) \text{ cof. } (S-B) \text{ cof. } (S-C)}}{2 \text{ fen. } \frac{1}{2} A \text{ fen. } \frac{1}{2} B \text{ fen. } \frac{1}{2} C}$$

### PROBLEMA XI.

*Dati i tre lati, trovar la perpendicolare su l'un qualsivoglia d'essi.* (figg. 12, 13).

Stando alle espressioni del Problema IX,  $\text{fen. } \frac{1}{2} B =$   
 $\sqrt{\frac{\text{fen. } (s-a) \text{ fen. } (s-c)}{\text{fen. } a \text{ fen. } c}}$ , e  $\text{cof. } \frac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\text{fen. } s \text{ fen. } (s-b)}{\text{fen. } a \text{ fen. } c}}$ .

Laonde  $2 \text{ fen. } \frac{1}{2} B \text{ cof. } \frac{1}{2} B = \frac{2 \sqrt{\text{fen. } s \text{ fen. } (s-a) \text{ fen. } (s-b) \text{ fen. } (s-c)}}{\text{fen. } a \text{ fen. } c}$

$= \text{fen. } B$ , (*Tav. I, form. 6*). Ma (*Tav. VI, form. 6*),

$\text{fen. } B = \frac{\text{fen. } AD}{\text{fen. } AB} = \frac{\text{fen. } AD}{\text{fen. } c}$ . Dunque

$$\text{fen. } AD = \frac{2 \sqrt{\text{fen. } s \text{ fen. } (s-a) \text{ fen. } (s-b) \text{ fen. } (s-c)}}{\text{fen. } a}$$

PRO-

## PROBLEMA XII.

*Dati i tre angoli, trovar la medesima perpendicolare.*

Col mezzo del triangolo supplementario, la formola ora composta si converte nella seguente, la qual si troverebbe direttamente col metodo stesso tenuto per quella.

$$\text{fen. } AD = \frac{2\sqrt{-\text{cof. } S \text{ cof.}(S-A) \text{ cof.}(S-B) \text{ cof.}(S-C)}}{\text{fen. } A}$$

Si noti, che la perpendicolare in un triangolo sferico ha per suo supplemento nel triangolo supplementario la perpendicolare cadente dalla medesima parte, cioè sopra il lato supplementare dell'angolo, da cui parte la perpendicolare nel primo triangolo: il che si dimostra facilmente con l'equazione  $\text{fen. } AD = \text{fen. } AB \text{ fen. } B$ .

## PROBLEMA XIII.

*Dati i tre angoli, trovar la distanza loro dal polo del cerchio minore, che circoscrive il triangolo. (fig. 16)*

Sia  $AP$  la distanza cercata, e  $PF$  perpendicolare sopra  $AC$ , il che dà  $AF = FC$ , per essere  $AP = PC$ : sarà (Tav. VI, form. 10),  $\text{tang. } AP = \frac{\text{tang. } AF}{\text{cof. } PAF}$ . Ma  $2S = A + B + C = 2PBA + 2PBC + 2PAC = 2B + 2PAC$ : laonde  $PAF = S - B$ . E però  $\text{tang. } AP = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2} AC}{\text{cof. } (S-B)}$ . Di più

$$\text{tang. } \frac{1}{2} AC = \frac{\text{fen. } \frac{1}{2} AC}{\text{cof. } \frac{1}{2} AC} = \sqrt{-\frac{\text{cof. } S \text{ cof. } (S-B)}{\text{cof. } (S-A) \text{ cof. } (S-C)}}$$

(Tav. VIII, form. 12). Dunque

$$\text{tang. } AP = \sqrt{\frac{-\text{cof. } S}{\text{cof.}(S-A) \text{ cof.}(S-B) \text{ cof.}(S-C)}}$$

## PROBLEMA XIV.

Trovar la distanza medesima, essendo dati i tre lati.  
(fig. 16)

Sia  $PE$  perpendicolare sopra  $AB$ , e  $AD$  sopra  $BC$ . Sarà  $\text{sen.} EPF = \text{sen.} EPA \text{ cof.} APF + \text{cof.} EPA \text{ sen.} APF = \frac{\text{sen.} AE}{\text{sen.} AP} \times \text{cof.} AF \text{ sen.} PAF + \text{cof.} AE \text{ sen.} PAE \times \frac{\text{sen.} AF}{\text{sen.} AP}$ , (Tav. VI, form. 6, 12). Ma perchè (Tav. VI, form. 2),  $\text{tang.} AE = \text{tang.} AP \text{ cof.} EAP$ ,  $\text{tang.} AF = \text{tang.} AP \text{ cof.} PAF$ , il che dà  $\frac{\text{sen.} AE}{\text{sen.} AP} = \frac{\text{cof.} AE \text{ cof.} EAP}{\text{cof.} AP}$ , e  $\frac{\text{sen.} AF}{\text{sen.} AP} = \frac{\text{cof.} AF \text{ cof.} PAF}{\text{cof.} AP}$ ; perciò sostituendo questi valori, si ha

$$\text{sen.} EPF = \frac{\text{cof.} AE \text{ cof.} AF}{\text{cof.} AP} \times (\text{sen.} PAF \text{ cof.} PAE + \text{cof.} PAF$$

$$\text{sen.} PAE) = \frac{\text{cof.} AE \text{ cof.} AF \text{ sen.} BAC}{\text{cof.} AP}. \text{ Ora } AE = \frac{1}{2} AB,$$

$$AF = \frac{1}{2} AC, EPF = \frac{1}{2} BPA + \frac{1}{2} APC = 180^\circ - \frac{1}{2} BPC.$$

$$\text{Dunque } \text{sen.} \frac{1}{2} BPC \text{ cof.} AP = \text{cof.} \frac{1}{2} AB \text{ cof.} \frac{1}{2} AC \text{ sen.} A.$$

$$\text{Similmente si prova essere } \text{sen.} \frac{1}{2} APC \text{ cof.} AP = \text{cof.} \frac{1}{2} AB$$

$$\text{cof.} \frac{1}{2} BC \text{ sen.} B. \text{ Ma } \text{sen.} \frac{1}{2} APC = \frac{\text{sen.} AF}{\text{sen.} AP}, \text{ e } \text{sen.} B = \frac{\text{sen.} AD}{\text{sen.} AB}.$$

$$\text{Dunque } \text{sen.} AF \text{ cot.} AP \text{ sen.} AB = \text{cof.} \frac{1}{2} AB \text{ cof.} \frac{1}{2} BC \text{ sen.} AD,$$

$$\text{ovvero } \text{sen.} \frac{1}{2} AC \times 2 \text{ sen.} \frac{1}{2} AB = \text{tang.} AP \text{ cof.} \frac{1}{2} BC \text{ sen.} AD.$$

Quindi preso il valore di  $\text{sen.} AD$  nel probl. XI, nasce

$$2 \text{ sen.} \frac{1}{2} AB \text{ sen.} \frac{1}{2} AC \text{ sen.} BC = \text{tang.} AP \text{ cof.} \frac{1}{2} BC \times 2 \sqrt{\text{sen.} s \text{ sen.} (s-a) \text{ sen.} (s-b) \text{ sen.} (s-c)}; \text{ donde}$$

$$\text{tang.} AP = \frac{2 \text{ sen.} \frac{1}{2} AB \text{ sen.} \frac{1}{2} AC \text{ sen.} \frac{1}{2} BC}{\sqrt{\text{sen.} s \text{ sen.} (s-a) \text{ sen.} (s-b) \text{ sen.} (s-c)}}$$

## CAPITOLO NONO.

*Applicazioni all' Astronomia.*

## PROBLEMA I.

*Ridurre al solstizio ogni altezza meridiana del Sole, osservata ne' giorni circonvicini.* (fig. 17)

Sia  $BD$  un quarto dell'eclittica,  $BE$  un quarto dell'equatore,  $AC$  la declinazione osservata del Sole: si cerca la differenza da  $AC$  a  $DE$ .

Il triangolo  $BAC$ , rettangolo in  $A$ , convertendosi in  $BED$ , rettangolo in  $E$ , conserva costanti due angoli, cioè l'angolo retto, e l'angolo  $B$ . Si ha quindi (*Trig.* 647),

$$\text{tang.} \frac{1}{2} dAC : \text{tang.} \frac{1}{2} dBC :: \text{tang.} (AC + \frac{1}{2} dAC) : \text{tang.} (BC + \frac{1}{2} dBC).$$

$$\text{Ma } BC + \frac{1}{2} dBC = BC + \frac{1}{2} CD = BD - \frac{1}{2} CD = 90^\circ - \frac{1}{2} CD = 90^\circ - \frac{1}{2} dBC.$$

$$\text{Dunque } \text{tang.} (BC + \frac{1}{2} dBC) = \text{cot.} \frac{1}{2} dBC.$$

E però  $\text{tang.} \frac{1}{2} dAC = \text{tang.} \frac{1}{2} dBC \text{ tang.} (AC + \frac{1}{2} dAC)$ . Ma  $dAC$  essendo di pochi secondi, od anche minuti, si può far

$$\text{senza errore } \text{tang.} \frac{1}{2} dAC = \frac{dAC}{2 R''}, \text{ } R'' \text{ essendo il raggio in}$$

minuti secondi. Per conseguenza  $dAC = 2 R'' \text{ tang.} \frac{1}{2} dBC \text{ tang.} (AC + \frac{1}{2} dAC)$ . Or se chiamisi  $D$  la declinazione osservata del Sole,  $dD$  la sua differenza dalla declinazione solstiziale, e  $dL$  la distanza del Sole dal solstizio in longitudine, si ha finalmente

$$dD = 2 R'' \text{ tang.} \frac{1}{2} dL \text{ tang.} (D + \frac{1}{2} dD)$$

Questa formola, in cui si farà  $\frac{1}{2} dD$  negativo nelle osservazioni posteriori al solstizio, può servire esattamente per dieci e per dodici giorni avanti e dopo, e merita quindi esser anteposta alla proporzione tra i cambiamenti nella declinazione e i quadrati de' tempi, la quale non può valere che per poche ore.

## PROBLEMA II.

Data l'altezza del polo, ed osservate in un medesimo verticale due stelle, di cui si conoscono le declinazioni e le ascensioni rette, e per conseguenza i momenti de' loro passaggi al meridiano, trovar che ora fosse quando fu fatta l'osservazione. (fig. 18)

Sia  $P$  il polo dell'equatore,  $Z$  il zenit,  $S, T$  le due stelle. Le cose note sono:  $PZ =$  distanza dal polo al zenit,  $PT =$  distanza dal polo alla stella più alta,  $PS =$  distanza dal polo alla stella più bassa,  $TPS =$  differenza tra le ascensioni rette delle due stelle, presa dalla parte dove è minore di  $180^\circ$ . Si cerca  $TPZ =$  angolo orario della stella più elevata.

Se dal polo  $P$  si cala  $PE$  perpendicolare sul verticale, i due triangoli rettangoli  $TEP, SEP$ , che hanno il lato comune  $PE$ , danno (Trig. 453),  $\text{cof. } TPE : \text{cof. } SPE :: \text{tang. } PS : \text{tang. } PT$ . Laonde (Tav. II, form. 13, 10),  $\text{cot. } \frac{1}{2}(SPE + TPE) : \text{tang. } \frac{1}{2}(SPE - TPE) :: \text{sen.}(PS + PT) : \text{sen.}(PS - PT)$ . E per conseguenza

$$\text{cot.}(TPE + \frac{1}{2}TPS) = \text{tang.} \frac{1}{2}TPS \times \frac{\text{sen.}(PS + PT)}{\text{sen.}(PS - PT)}$$

equazione che fa conoscere l'angolo  $TPE$ . Ma ne' triangoli rettangoli  $PET, PEZ$ , si ha parimente  $\text{cof. } ZPE : \text{cof. } TPE :: \text{tang. } PT : \text{tang. } PZ$ . Dunque

$$\text{cof. } ZPE = \text{cof. } TPE \text{ tang. } PT \text{ cot. } PZ.$$

Aggiunto  $ZPE$  a  $TPE$ , si ottien l'angolo  $TPZ$  che si dimandava. Questa soluzione è più comoda di quella che ho dato (Trig. 756).

In generale quella delle due stelle, ch'è più vicina al polo, deve aver l'angolo orario minore. Ma la via più spedita per saper se due stelle possano osservarsi in un medesimo verticale, è quella di farne la prova sopra un globo munito di circolo verticale.

## PROBLEMA III.

Trovare l'angolo orario apparente di un astro nell'orizzonte, cioè compreso l'effetto della refrazione.

L'angolo orario vero nell'orizzonte si trova per mezzo della formula  $\text{cof. ang. or.} = - \text{tang. lat. tang. declin.}$  (Trig. 758). Detto  $m$  l'aumento dell'angolo orario per causa della refrazione, abbiamo trovato (757),  $\text{cof. (ang. or.} + m) = \text{cof. ang. or.} \left( 1 - \frac{\text{sen. refr. oriz.}}{\text{cof. lat. cof. decl. cof. ang. or.}} \right)$ . Metto nel denominatore il valor precedente di  $\text{cof. ang. or.}$ , si acquista con più semplicità

$$\text{cof. (ang. or.} + m) = \text{cof. ang. or.} \left( 1 + \frac{\text{sen. refr. oriz.}}{\text{sen. lat. sen. decl.}} \right).$$

## PROBLEMA IV.

Trovare una formola esatta e comoda per la parallasse di latitudine. (fig. 19).

In un triangolo sferico  $ABC$ , che si converte in  $ABD$ , conservando costanti  $AB$ ,  $A$ ; fatto  $CD = dAC$ ,  $BD = BC = dBC$ ,  $ABC = B$ ,  $CBD = dB$ , ha luogo (Trig. 696) l'equazione rigorosa che segue:  $\frac{\text{sen. } dBC \text{ sen. } AB}{\text{sen. } BC \text{ sen. } (BC + dBC)} = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} dB$  ( $\text{cof. } AB \text{ sen. } (B + \frac{1}{2} dB) - \text{cof. } (B + \frac{1}{2} dB) \text{ cot. } A$ ). Ma il triangolo  $ABD$  dà (Trig. Tav. VII, form. 13),  $\text{cot. } A = \frac{\text{sen. } AB \text{ cot. } (BC + dBC) - \text{cof. } AB \text{ cof. } (B + dB)}{\text{sen. } (B + dB)}$ . Sosti-

tuendo questo valore nell'equazione precedente, e moltiplicandola per  $\text{sen. } (B + dB)$ , ne nasce  $\frac{\text{sen. } dBC \text{ sen. } AB \text{ sen. } (B + dB)}{\text{sen. } BC \text{ sen. } (BC + dBC)}$   $= 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} dB \left( \text{cof. } AB \text{ sen. } (B + dB) \text{ sen. } (B + \frac{1}{2} dB) + \text{cof. } AB \text{ cof. } (B + dB) \text{ cot. } (B + \frac{1}{2} dB) - \text{sen. } AB \text{ cot. } (B + \frac{1}{2} dB) \right) = 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} dB \left( \text{cof. } AB \text{ cof. } \frac{1}{2} dB - \text{sen. } AB \text{ cot. } (B + \frac{1}{2} dB) \text{ cot. } (BC + dBC) \right)$ . Si moltiplichì l'equazio-

ne per  $\text{sen.}(BC + dBC)$ , e si ponga  $\frac{\text{sen. } dB}{\text{cof. } \frac{1}{2} dB}$  in cambio di  
 2  $\text{sen. } \frac{1}{2} dB$ , si otterrà  $\frac{\text{sen. } dBC \text{ sen. } AB \text{ sen. } (B + dB)}{\text{sen. } BC} = \text{sen. } dB$   
 $(\text{cof. } AB \text{ sen. } (BC + dBC) - \frac{\text{sen. } AB \text{ cof. } (B + \frac{1}{2} dB) \text{ cof. } (BC + dBC)}{\text{cof. } \frac{1}{2} dB})$ .

Ma perchè nel triangolo  $ABD$ ,  $\text{sen. } (BC + dBC) : \text{sen. } A ::$   
 $\text{sen. } (AC + dAC) : \text{sen. } (B + dB)$ ; posta la seconda ragione  
 invece della prima nell'analogia (*Trig.* 542),  $\text{sen. } dAC :$   
 $\text{sen. } dB :: \text{sen. } BC \text{ sen. } (BC + dBC) : \text{sen. } AB \text{ sen. } A$ , si racco-

glie  $\text{sen. } dB = \text{sen. } dAC \times \frac{\text{sen. } AB \text{ sen. } (B + dB)}{\text{sen. } BC \text{ sen. } (AC + dAC)}$ , il qual

valore introdotto nell'equazion precedente, e fatta la ridu-  
 zione, si consegue  $\text{sen. } dBC = (\text{sen. } dAC : \text{sen. } (AC + dAC))$   
 $(\text{cof. } AB \text{ sen. } (BC + dBC) - \frac{\text{sen. } AB \text{ cof. } (BC + dBC) \text{ cof. } (B + \frac{1}{2} dB)}{\text{cof. } \frac{1}{2} dB})$ .

Or sia  $A$  il zenit,  $B$  il polo dell'eclittica,  $C$  il luogo  
 vero dell'astro,  $D$  l'apparente; e si noti che  $\frac{\text{sen. } dAC}{\text{sen. } (AC + dAC)}$

$= \frac{\text{sen. } \textit{parall. altezza}}{\text{cof. } \textit{alt. apparente}} = \text{sen. } \textit{par. oriz.}$  E' inoltre  $\text{cof. } \frac{1}{2} dB =$   
 $\text{cof. } \frac{1}{2} \textit{parall. longit.}$ , il qual si può far senza scrupolo egua-  
 le all'unità in tutti i casi: e similmente si possono mettere  
 gli archi in luogo di  $\text{sen. } dBC$ , e di  $\text{sen. } \textit{parall. oriz.}$  Con  
 queste condizioni si ottiene

$\textit{parall. latit.} = \textit{par. oriz.} (\text{cof. } \textit{alt. nonag.} \text{ cof. } \textit{lat. appar.} -$   
 $\text{sen. } \textit{alt. non.} \text{ sen. } \textit{lat. app.} \text{ cof. } (\textit{dist. vera non.} + \frac{1}{2} \textit{par. longit.}))$

Questa formula, la qual merita senza dubbio la prefe-  
 renza su quella che ho dato (*Trig.* 804), m'è stata sug-  
 gerita dal Sig. de *Lambre*, ma la dimostrazione di lui è di-  
 versa.

## PROBLEMA V.

Trovare una formola esatta e comoda per la parallasse di declinazione.

Sia  $B$  il polo del mondo, e tutto il rimanente come sopra; allora la stessa formola finale del precedente problema si esprimerà così:

$$\text{par. declin.} = \text{par. oriz.} \left( \text{sen. alt. del polo} \text{ cof. decl. appar.} - \text{cof. alt. del polo} \text{ sen. decl. appar.} \text{ cof. (ang. or.} + \frac{1}{2} \text{ par. asc. r.)} \right)$$

Anche questa dev'esser anteposta a quella che ho dato (805).

Si avverta, che a tener conto dell'ellitticità della Terra fa d'uopo, sì in questa che nella antecedente, adoperare la parallasse orizzontale spettante al luogo per cui si fa il calcolo, e l'altezza di polo diminuita dell'angolo della verticale (802).

## PROBLEMA VI.

Determinare da tre osservazioni la posizione del corso di una cometa, supposto uniforme e per linea retta. Newton Arith. univ. Sect. 4, cap. II, probl. XXX.

Sia in  $A$  l'osservatore; la cometa, al momento della prima osservazione, in  $B$ ; della seconda in  $C$ ; della terza in  $D$ . È nota la ragione  $BC:CD$ , ovvero  $BC:BD$ , supponendosi il moto proporzionale agl'intervali di tempo tra le rispettive osservazioni; e si conoscono inoltre per osservazione gli angoli  $BAC$ ,  $CAD$ . Quel che si chiede è l'angolo  $B$ .

$$\text{Ora (Trig. Tav. III, form. 22), } BC = \frac{AB}{\text{cof. } B + \text{sen. } B \text{ cot. } BAC},$$

$$\text{e } BD = \frac{AB}{\text{cof. } B + \text{sen. } B \text{ cot. } BAD}. \text{ È dunque } BC:BD ::$$

$$\text{cof. } B + \text{sen. } B \text{ cot. } BAD : \text{cof. } B + \text{sen. } B \text{ cot. } BAC. \text{ E divi-}$$

$$\text{dendo la seconda ragione per cof. } B, \text{ } BC:BD :: 1 +$$

tang.  $B$  cot.  $BAD$  :  $1 \mp$  tang.  $B$  cot.  $BAC$  . Donde si  
cava

$$\text{tang. } B = \frac{BD - BC}{BC \cot. BAC - BD \cot. BAD} = \frac{1 - \frac{BC}{BD}}{\frac{BC}{BD} \cot. BAC - \cot. BAD} .$$

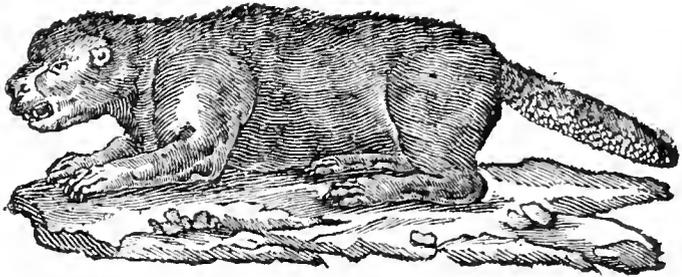


Fig. II.

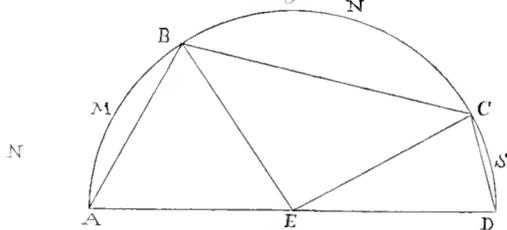


Fig. III.

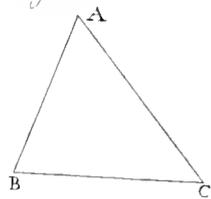


Fig. VI.

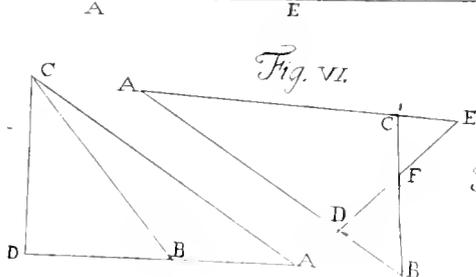


Fig. VII.

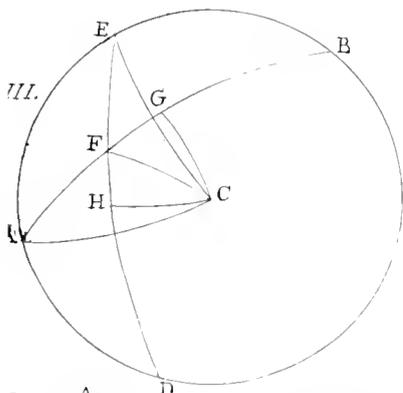
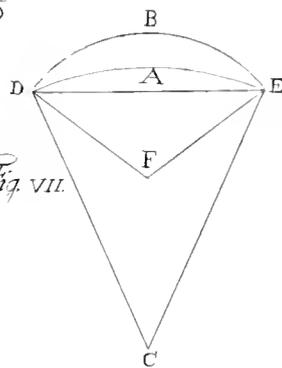


Fig. X.

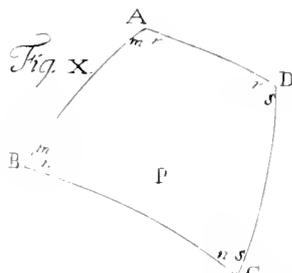


Fig. XII.

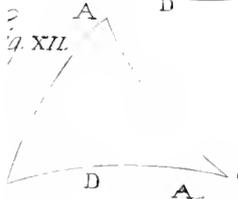


Fig. XIII.

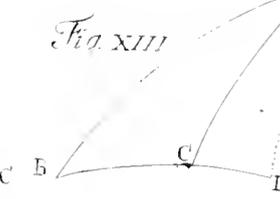


Fig. XIV.

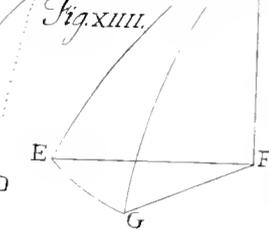


Fig. XVI.

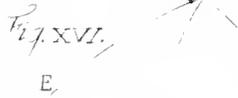


Fig. XVII.

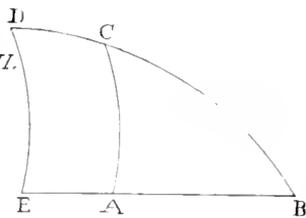


Fig. XVIII.

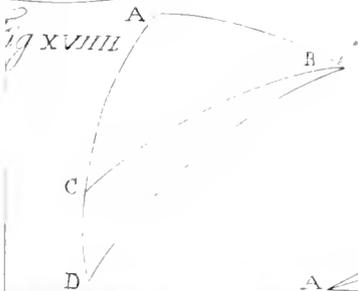
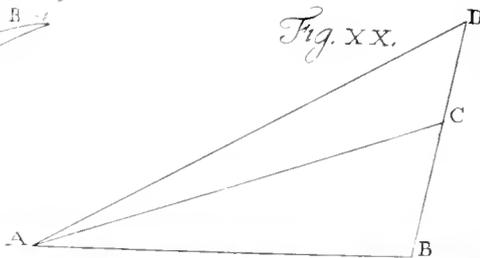
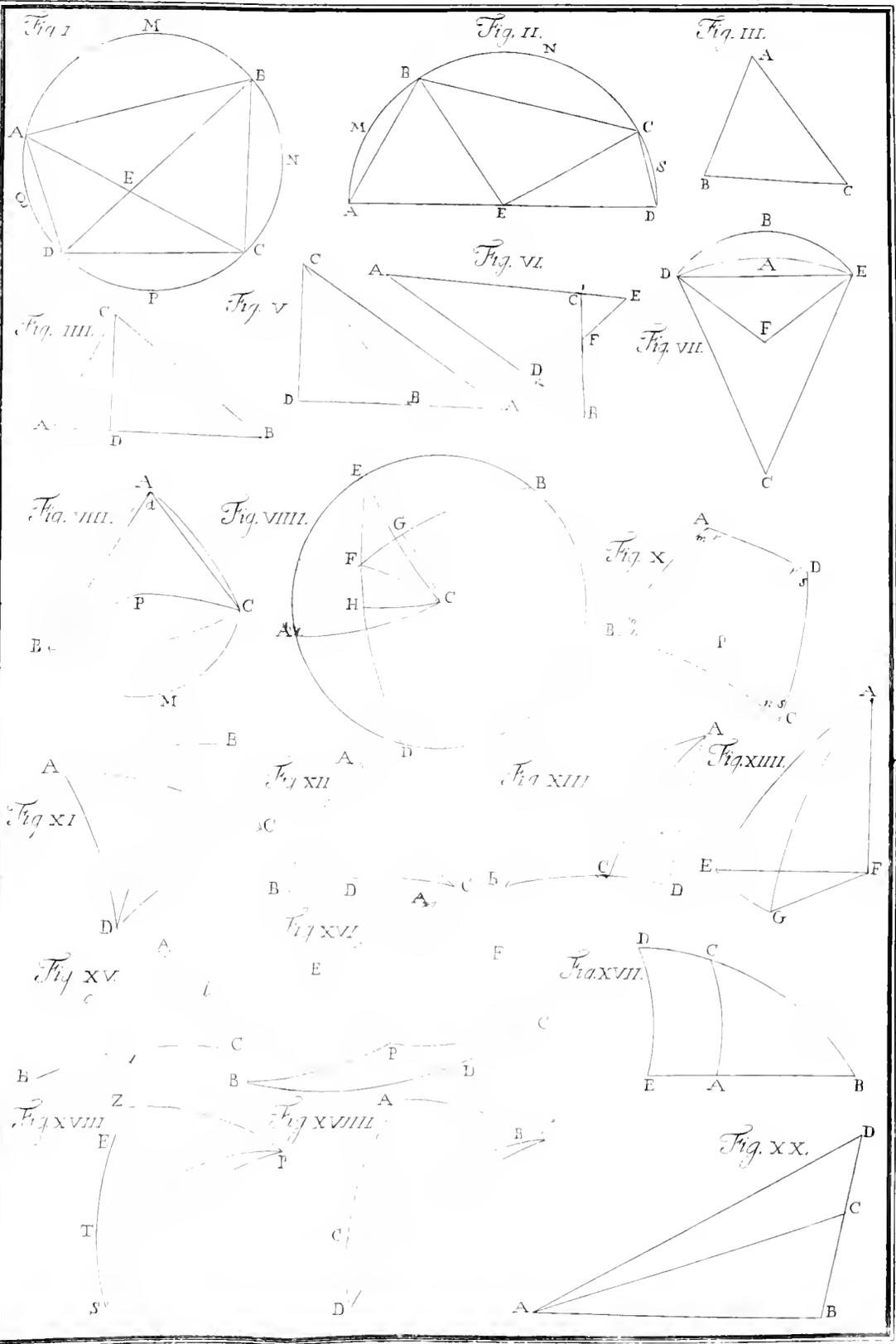


Fig. XX.





---



---

# M E M O R I A

## SOPRA LA SALINAZIONE ARTIFICIALE

Del Sig. Cav. VITTORIO FOSSOMBRONI.

**S**E il tempo, che si perde a sviluppare Argomenti, s'impiegasse a verificare dei Fatti, avremmo manco dispute, e più verità. In occasione adunque di esaminare accuratamente varie Officine di Sale nelle Volterrane Campagne, fummo (a) affollati da una gran varietà d'opinioni, ed impegni; e ci parve, che mentre tante opposte teorie si andavano sottilmente perfezionando, noi potessimo con vantaggio comune approfondire la realtà dei dati in questione. Ci faremo un piacere pertanto di esporre alcuni dei principali risultati dedotti dall'esame, che abbiamo potuto fare dai libri d'Amministrazione, e dalle varie esperienze istituite in diverse Saline, costruite, e condotte con diversi principj; ma procureremo, che il tutto si presenti con la maggior brevità possibile, avendo posto ogni cura per ridurre queste speculazioni ai loro minori termini, acciocchè il maggior lavoro da noi fattovi, risulti in altrettanto risparmio di tempo per chi vorrà leggere i presenti fogli.

Abbiete, umili, erano le Fabbriche, o i Laboratorj ove formavasi, o cristallizzavasi il Sale comune, nelle antiche Saline artificiali Toscane, come risulta dall'ispezione della Fig. 1. 3. della Tav. I.: reclamava contro la loro costruzione angusta, e miserabile il sentimento di umanità; e sembrava non meno alzar la voce con plausibile apparenza la Fisica più ragionata. I Salinatori grondanti di sudore in un cuocente ippocausto; la teoria dell'evaporazione, che sembra ri-

---

(a) Non potrei parlare singolarmente di me solo, senza il rincrescimento di fare un torto al celebre Sig. *Giovanni Fabbroni* Sottodirettore del R. Gabinetto Fisico di To-

Tom. VII.

scana, con gli aiuti, e suggerimenti del quale doto, e laborioso soggetto, è stato condotto il presente lavoro.

chiedere la superficie più estesa nel Liquido evaporante, e la maggior massa possibile d'aria soprincumbente, eccitavano l'uomo, ed il Filico alla riforma. L'uno, e l'altro dovevanvi essere spinti vie più, considerando, che le straniere, e più accreditate Saline sono ampj, e sterminati Edifizi (a).

Se la teoria, se l'esempio non si fosse tante volte trovato in fallo a fronte della patria, ed inveterata esperienza, niente bisognava di più. Ma l'esempio dell'altre nazioni, quantunque in tutt'altro industrie, può essere deviato dalle circostanze, e pregiudizi locali, e quindi non per tutto applicabili, e la Teoria non invariabilmente s'appoggia sopra dati sicuri, e sopra basi inconcusse. La formazione del Salmarino è nell'attual costume assai più essenziale ai Popoli, che l'escavazione del più prezioso Metallo. Molti sono gli individui della società, che giammai videro l'Oro, che non ne possederono, che non ne posseggono, e che non perciò si chiamano infelici. Ben sciagurato, e tapino reputerebbero il più miserabile tra gli uomini, se non avesse Sale da far più grati i giornalieri cibi. I Popoli trovano un contento nell'uso del Sale; i manifattori del medesimo un sufficiente guadagno; i Negozianti un articolo di commercio; la Pecuarìa una materia utilissima per la salute del Bestiame, non meno che per la bontà della Lana; ed i Governi una sorgente d'entrata.

L'oggetto è interessantissimo: adunque per ogni punto di vista sotto il qual si contempra, merita bene di far soggetto delle considerazioni di chiunque ami i suoi simili quanto se stesso.

L'evaporazione maggiore d'un'acqua falsa, da ottenerfi nel più breve intervallo di tempo, e col minor consumo di fuoco possibile, è il Problema da risolversi per l'utile salinazione. A tale oggetto diretti i Salinatori, ma con diverse vedute, alcuni proclamarono tale, o tal'altra forma, e profondità di caldaje; Altri una maggiore, o minore ampiezza dell'Edifizio in cui si effettua la salinazione. Se l'oggetto è

---

(a) Si possono consultare le Tavole di n. 255, 257, 265 dell'Enciclopedia, e le Tavole II. e III. del Trattato delle Saline

artificiali del Professore *Cancrin* per prendere idea della Costruzione degli Edifizi, di cui si tratta.

importante per tutti i Popoli, lo è ancora maggiormente per noi, giacchè evidentemente offervammo, che diminuito il prezzo del Sale, se ne accrebbe notabilmente il consumo, come prevedero i buoni economisti, e come desiderarono i veri Patriotti in vantaggio del commercio, e del Bestiame lanuto.

Noi si ebbe il comodo forse unico, ed invidiabile, di potere istituire la più scrupolosa, e legale comparazione tra Edifizi Salinatorj antichi angusti (Tav. I. Fig. 1. e 3.), ed altri moderni amplissimi (Tav. I. Fig. 2. e 4.) e siamo quindi in stato di espor col fatto quale delle due costruzioni sia più economica, e più confacente all'interesse di questa importantissima fabbricazione (a).

Dall'esame autentico dei libri di Amministrazione risulta ad evidenza, che le anguste Saline antiche Tav. I. Fig. 1., e 3., dettero non solo il consueto prodotto nell'anno in cui seguì l'esame comparativo; ma che le ampie Saline Tav. I. Fig. 2., e 4. nuovamente costruite cagionarono un discapito considerabile.

Tralasciando peraltro tuttociò, che a tale esame economico è relativo; passeremo alla esposizione delle nostre esperienze, e specolazioni.

Per diminuire il dettaglio dei lunghi calcoli necessari per giungere ai debiti risultati, abbiamo formato la Tavola seconda, che adesso andremo descrivendo, e così si manifesterà in breve ciò, che l'esperienza ha suggerito.

La prima delle Colonne verticali contiene il calore dell'ambiente degli Edifizi, come quello che merita considerazione; giacchè a parità di tutte le altre circostanze il calore dell'aria, che è a contatto colla superficie dell'acqua evaporante contribuisce con la sua maggiore, o minore intensità, alla più, o meno energica evaporazione, ed a prima

(a) Sarà d'uopo sapere, che la costruzione di queste nuove Saline (Tav. I. Fig. 2. e 4.) s'appoggia incirca ai principj istessi di quelle già da noi citate a pagina 3, con più alcune diversità introdottevi dal loro Autore. Il confouo della loro figura (Tav. I. Fig. 2. e 4.) con le figure date da *Cron*

*crim*, e dagli Enciclopedisti mettono il Lettore in stato di rilevarne la differenza. Sarà bene avvertire frattanto, che le caldaje erano in esse di piombo, mancando l'abilità, e il comodo di farle di ferro come lo sono in molte delle Saline sopraccitate.

giunta si scorge, che le vecchie Moje, o Saline dette di S. Lorenzo, e di S. Giovanni (Tav. I. Fig. 1.) come che anguste, ed investite nel loro interno dal calor diretto della fiamma, e dalle braci, godono di un'aria affai più calda, e più rapidamente rinnovata, che quella delle Moje nuove (Tav. I. Fig. 2. e 4.); ed in fatti dalla prima cotta di una delle vecchie Saline detta di S. Lorenzo, cominciata a forno freddo con gradi 29 di calore dentro l'Edifizio, alla seconda cotta si ridusse subito a gradi 36, e nella vecchia Salina detta di S. Giovanni fu parimente principiato con gradi 28, ed alla seconda cotta fummo subito a gradi 33 mentre negli Edifizj nuovi più ampi, anche principiando dalla terza cotta con gradi 28, non si condussero nella quarta, che a gradi 31.

La seconda Colonna contiene i gradi della Salatura appartenente alle acque adoperate in ciascuna cotta; questi gradi sono dell'Areometro di Beaume, ognuno dei quali gradi rappresenta una centesima parte di Sale.

La terza Colonna esprime il calore dell'acqua esposta alle evaporazioni avanti di essere introdotta nelle caldaje.

La quarta Colonna rappresenta l'area espressa in denari quadrati delle caldaje *cc* (Tav. I. Fig. 3.) tanto nel fuoco di S. Lorenzo, tanto in quello di S. Giovanni delle vecchie Saline, e di S. Leopoldo *bb* (Tav. I. Fig. 4.), Salina più ampia, e di nuova costruzione: e si vede, che quest'ultima è molto maggiore di ciascheduna delle due prime, e ciò dovrebbe essere vantaggioso alla produzione dei nuovi forni, giacchè si sa, che in parità di circostanze l'evaporazione succede tanto più facilmente, quanto la superficie è più estesa; abbiamo detto in parità di circostanze, giacchè sopra di questo alcuni Fisici prendendo dei casi particolari, e non considerando, che talvolta diminuendoli la superficie con l'istessa massa d'acqua s' aumenta l'altezza, ma s' aumenta ancora l'intensità del fuoco, o del calore, sono caduti in equivocche, ed erronee espressioni, e tra questi *Muschembroek*, e *Lambert*.

La Colonna quinta rappresenta il volume dell'acqua esposta all'evaporazione espressa in denari cubici.

La sesta esprime in denari cubici la quantità dell'acqua

in ciascheduna cotta perdutasi tanto per evaporazione, che è la massima parte, quanto per essersi estratta dalle caldaje con il Sale tiratone fuori, e questa è una piccola parte, che si potrebbe volendo ancor essa ridurre a calcolo.

La settima Colonna contiene in denari cubici il volume dell'acqua restato nelle caldaje, dopo ciascheduna cotta.

L'ottava Colonna rappresenta in libbre la quantità delle legna impiegate in ciascheduna cotta.

La nona dimostra il tempo impiegato in ciascheduna cotta espresso in ore, ed in minuti.

La decima rappresenta le staja di Sale misurato dopo essere stato estratto dalle caldaje, ed ammontato sopra alcuni tavolati declivi espressamente situati presso le caldaje, acciò il Sale vi resti a sgrondare l'acqua che conteneva, e che in termine dell'arte si denominano *Gabbei*.

L'undecima Colonna è molto interessante, giacchè rappresenta in numeri rotondi il Sale effettivo estratto in ciascheduna cotta, e liberato da ogni quantità di umido, che conteneva. Tale operazione fu istituita in due maniere; cioè prima prendendo, dopo un'ora e mezzo che il Sale era stato nei *Gabbei*, una data quantità di esso Sale esattamente pesata, ed esposta alla decrepitazione, con ripesarla in seguito, deducendo dal peso diminuito la massa dell'acqua, che conteneva. Il secondo metodo poi fu affatto differente, e venne ad essere come un riscontro del primo. In fatti furono prese dopo il solito tempo di un'ora e mezzo, in ciascheduno degli Edifizii tanto nuovi che vecchi due libbre di Sale dai *Gabbei*, e queste furono sciolte in libbre dodici di acqua dolce, che all'Areometro segnava zero. Questo Areometro graduato da M.<sup>r</sup> *Beaume* come sopra avvertimmo importa per ogni grado una centesima parte di Sale; ed in conseguenza siccome l'acqua nell'acqua medesima non gravita, così in questa massa fluida risultante di dodici libbre d'acqua dolce, e due di Sale, cioè di libbre quattordici, se l'Areometro segnava un numero *m* di gradi, e *m* centesime parti di Sale dovevano essere in quella massa fluida; ma quattordici libbre sono grani 96768; in conseguenza le due libbre credute di sale, o sia li grani 13824 si riducevano a grani  $\frac{m}{100} \times 96768$ ; con questa formola è stata calcolata

tutta l'undecima colonna, e si è trovato, che il Sale fabbricato dai nuovi, e più ampi forni, ridotto a sale effettivo, e privo d'acqua, diminuisce considerabilmente più che quello dei forni vecchi.

La decimaseconda, e decimaterza Colonna rappresentano i gradi dell'Igrometro costruito da *Brander*, il quale per ogni grado esprime un grano e mezzo d'acqua sovrabbondante per ogni piede cubico d'aria; e qui parimente l'esperienza ha offerto un risultato poco favorevole ai nuovi Edifizii (Tav. I. Fig. 2.), mentre l'umidità dell'aria si vede sempre fuori degli Edifizii vecchi (Tav. I. Fig. 1.) maggiore, che dentro; là dove negli Edifizii nuovi l'umidità dell'aria è maggiore dentro, che fuori. E' credibile, che nei vecchi Edifizii l'angustia del luogo, la posizione del tetto, e delle finestre come si vede (Tav. I. Fig. 1.) che obbliga la corrente d'aria avvampata *evk* a strisciare prima di uscire sopra la superficie dell'acqua delle caldaje, e sul Sale dei Gabbei; ed il commercio immediato tra la fiamma, e le braci, e l'aria della stanza, quanto rendono questi Edifizii incomodi per chi senza esservi accostumato debba trattenervisi, altrettanto contribuiscano alla più energica evaporazione, e prosciugamento del Sale; sicchè in queste non so, se noi diremo Fabbriche, o Capanne per quanto vedute di passaggio presentino un'idea poco lusinghiera, osservandole con Fisica curiosità si viene a confessare, che non vi è ommessa circostanza (salvo il risparmio per gli operanti, e le caldaje di riscaldamento *aa* (Tav. I. Fig. 4.) aggiunte negli Edifizii nuovi) necessaria per ottenere un gran prodotto; sicchè non si saprebbe decidere, se debbasene l'idea a delle Fisiche teorie, o al caso, che contrasta alla ragione il numero, e l'importanza delle scoperte; il tutto può riscontrarsi nel disegno Tavola I. con l'annessa descrizione.

La decimaquarta Colonna contiene i rapporti dell'umidità contenuta in una eguale quantità di Sale fabbricato nei vecchi, e nei nuovi Edifizii, e si vede, che divisa per esempio una massa data di Sale dei vecchi Edifizii di S. Lorenzo in 1000 essa contiene 90 parti d'acqua, e che divisa nelle medesime 1000 parti una egual massa di Sale fabbricato ai nuovi Edifizii di S. Leopoldo, essa contiene 160 parti di ac-

qua. Si rende molto interessante questa varietà, perchè risulta dalla Tavola III., che il Sale stagionato non meno di anni 17 è meno umido solamente gradi  $2 \frac{1}{2}$  di quello, che abbia più umidità, che sia possibile, e che sia fabbricato solamente di un'ora e mezzo; onde tutte l'esperienze della Tavola III. sono state espressamente istituite, e calcolate per dimostrare, che se tra lo spazio 17 anni, e quello di un'ora, e mezzo di tempo, la variazione dell'umidità contenuta nel Sale non eccede gradi  $2 \frac{1}{2}$  è molto considerabile la differenza di un grado di umidità, che trovasi tra il Sale del vecchio Edifizio di S. Lorenzo, e quello del nuovo Edifizio di S. Leopoldo all'istessa epoca di fabbricazione.

La decimaquinta Colonna contiene il rapporto del tempo ad una medesima quantità di Sale prodotto, risultante dai medj degli elementi occorsi nelle varie cotte eseguite tanto ai vecchi, quanto ai nuovi forni; e siccome l'acqua esposta all'evaporazione era come vedesi dalla seconda Colonna dotata di varj gradi di salatura, così è convenuto ridurre col calcolo tutti questi rapporti alla medesima Salatura. Si vede pertanto, che il consumo del tempo tra la Salina di S. Lorenzo, e quella di S. Leopoldo non differisce; e che in quella di S. Giovanni è assai maggiore; sicchè in somma il consumo del tempo è maggiore nei vecchi Edifizi, che nei nuovi, e perciò si scorge che a forno caldo debbono verificarsi cinque cotte il giorno annunziate dal Fautore dei nuovi forni (Tav. I. Fig. 2.), in vece delle sole tre, o quattro, che si fanno nei forni di vecchia costruzione (Tav. I. Fig. 1.).

Segue la Colonna decimasesta con il rapporto del consumo delle legna al prodotto, che parimente è stato col calcolo ridotto alla medesima Salatura d'acqua in tutti i forni, e qui si scorge, che il consumo di S. Leopoldo, è maggiore di ciascheduno di quelli dei due nuovi Edifizi, e precisamente prendendo un medio tra i rapporti d'ambidue i vecchi forni si ottiene il rapporto delle legna consumate in S. Leopoldo al medio dei rapporti di quelle consumate nei vecchi forni come 1637, 1272, e per conseguenza nelle legna apparisce uno scapito sensibile.

La Colonna decimasettima presenta il consumo dell'acqua relativamente al medesimo prodotto, sempre calcolato

alla medesima salatura, e qui tornano come si è detto riguardo al tempo, i nuovi forni ad avere un vantaggio sopra i vecchi, vedendosi in questi un consumo d'acqua a colpo d'occhio maggiore, che in quelli.

La Colonna decimaottava rappresenta la moltiplicazione delle legna, e del tempo rapporto al medesimo prodotto, e ridotta alla medesima salatura, e si vede, che in questa combinazione per quanto il S. Giovanni (*a*) abbia qualche vantaggio sul S. Leopoldo (*b*), ha con questo ultimo tanto svantaggio il S. Lorenzo, (*c*) che i vecchi forni restano per questi titoli a svantaggio con i nuovi.

La Colonna decimanona rappresenta la moltiplicazione del tempo, e dell'acqua rapporto al prodotto calcolata alla medesima salatura, e qui parimente i vecchi forni sono a svantaggio riguardo ai nuovi.

La vigesima Colonna offre la moltiplicazione delle legna, e dell'acqua ( calcolata la medesima salatura ) rispetto al medesimo prodotto, e qui veramente i vecchi forni sono a vantaggio a riguardo dei nuovi, e si combina giusto, che i due elementi delle legna, e dell'acqua sono i più dispendiosi per la fabbricazione del Sale, ed in conseguenza essendo i nuovi forni ( rispetto a tali elementi ) a svantaggio con i vecchi ne segue, che la salinazione in essi deve riuscire più dispendiosa.

La Colonna vigesimaprima pone sotto occhio la moltiplicazione della salatura, del tempo, delle legna, e dell'acqua rispetto al medesimo prodotto, e qui si vede che il tempo minore occorrente nei nuovi Edifizi influisce più di tutti gli altri elementi ad essi svantaggiosi, e costituisce i detti nuovi Edifizi nel totale della salinazione ( mettendo a calcolo il tempo ) in qualche vantaggio rispetto ai vecchi, di maniera che risulta da questa esperienza, che il sale fabbricato con i nuovi forni costerebbe più di quello fabbricato con i vecchi, ma se ne otterrebbe in egual tempo una maggior quantità, ed il preciso di queste variazioni risulta esaminan-

(*a*) Vecchia Salina, ( Tav. I. Fig. 1. e 3. ).

(*b*) Salina nuova, ( Tav. I. Fig. 1. e 4. ).

(*c*) Altra vecchia Salina, poco dalla pri-

ma già detta differente, come risulta ancora dalla spiegazione della Tav. I. alla Fig. 1.

do i numeri delle sopra descritte Colonne, ma per diminuire l'indagine abbiamo segnato in fondo della Tavola i risultati prossimi dei consumi dell'acqua, del tempo, e delle legna.

Fu verificato, che le Saline nuove, e più ampie, (Tav. I. Fig. 2.) nelle quali il fuoco passando per angusti laboratorj lambisce in tutta la lunghezza le caldaje, si possono ottenere fino a cinque civate, o cotte di Sale in 24 ore, o sia quasi due di più, che negli antichi, e più angusti (Tav. I. Fig. 1.). Fu verificato ancora dal rapporto unanime dei Mojatori o Salinatori, che quanto più sono vecchie le caldaje, tanto più si rallenta la salinazione, e fu verificato in fine, che nelle Saline nuove erano per l'impeto del fuoco più soggette a fondersi, e guastarsi le caldaje; per la qual cosa non poteva verificarsi l'effettuazione di cinque cotte il giorno.

D'appresso ai libri autentici si potè rilevare, che la spesa fatta per rifondere le caldaje nei nuovi Edifizj (Tav. I. Fig. 4.), supera di assai quelle fatte per rifondere le caldaje degli Edifizj vecchi (Tav. I. Fig. 3.); e paragonando la quantità occorsa nei nuovi, e nei vecchi Edifizj dal Gennaio 1790 al 28 Luglio 1791 si trova, che il prodotto del Sale diviso per la spesa delle rispettive fusioni sta dai vecchi Edifizj ai nuovi come 437 : 312.

Essendo in realtà come abbiamo precedentemente congetturato, che le nuove Saline producessero una libbra di Sale per poco più di ogni libbra, e mezzo di legna, prodotto, che per quanto possa essere inferiore rispetto alle moje vecchie, per le quali con l'istesso raziocinio si è trovato occorrer meno di una libbra, e mezzo di legne per ogni libbra di Sale, non ostante è insigne rispetto a quello di alcune famose Saline d'Europa; e per citarne una trovasi, che a *Chateau Salins* si ottengono 120000 libbre di Sale con 90 corde di legna. La corda è 8 piedi lunga, 4 larga, e 3  $\frac{1}{2}$  alta. Il piede cubico di legna in catasta si valuta libbre 31 se è legna dolce, e 33 se è legna forte; dunque prendendo un medio, cioè 32, e la corda essendo 10080 piedi cubici avremo per 120000 libbre di Sale il consumo di libbre 322560 di legna, cioè circa due libbre, e mezzo per ogni libbra di Sale.

Aggiunger si deve ancora ai pregi dei nuovi Edifizi esser falso ciò, che da alcuni si adduce contro di essi, cioè che producano il Sale di peggior qualità, mentre anzi l'acqua salata non entrando nelle caldaje da Sale *bb* ( Fig. 4. Tav. I. ) prima d'essere stata in quelle di riscaldamento *aa* ( Fig. 4. Tav. I. ), dove subisce una tal quale preliminare concentrazione, ne succede, che deposita in esse caldaje di riscaldamento varie parti selenitiche, e terrose, le quali altrimenti entrerebbero nelle caldaje da Sale, e si potrebbero in parte mescolare con il Sale stesso. In prova di ciò si sono estratti da esse caldaje degli strati di selenite alti un pollice, e più. Ciascheduno comprende, che questa materia non è assolutamente entrata nel Sale fabbricato ai nuovi Edifizi, il quale adunque non può essere stato se non più puro che quello dei vecchi; ed intanto si verificano le accuse, che alcuni gli danno con dire, *che sala meno, e che è meno attivo* in quanto che è più umido.

In una pariglia di caldaje dei nuovi forni furono variate le dimensioni, cioè furono resi più angusti i laboratorj come lo erano nella loro primitiva costruzione, e si trovò che il prodotto dei più angusti ai più amplj stava come 3329 : 2561.

Trovammo in oltre che i nuovi forni nello stato di laboratorj più amplj, in cui erano nei giorni dell'esperienze della scorsa Estate dell'anno 1791 per quanto risparmiassero di tempo, e d'acqua rispetto ai vecchi, sono ad essi così inferiori rispetto al consumo delle legna, che tenuto conto ancora della più costosa manutenzione, onn sieno punto economici.

Supponsi finalmente che i nuovi forni ( Tav. I. Fig. 2. ) nelle primitive dimensioni di laboratorj più angusti, come erano nell'anno 1790, facessero molto più Sale a parità di circostanze dei forni vecchi ( Tav. I. Fig. 2. ), ed il consumo delle legna fosse eguale, o eccedesse di così poco il vero consumo dei forni vecchi, che attesa maggior quantità di un tale necessario prodotto fossero sempre da riguardarsi per un plausibile stabilimento; in fatti si è congetturato, che sarebbero stati più vantaggiosi d'una delle più famose Saline d'Europa, e che le annunziate cinque cotte per giorno si realizzarono a maraviglia.

L'inconveniente più sostanziale da evitarfi in quello stato si riduceva ad impedire efficacemente la frequente fusione delle caldaje. L'autore istesso dei nuovi Edifizj propose a tale effetto di abolire il cenerario, deprimere la giacitura del combustibile, e sostituire alla volticciola del forno un prolungamento delle caldaje di salinazione, e per conseguenza acquistare un'area acquee più efficacemente evaporante uguale a braccia quadre 24 circa. In oltre tolto il cinerario, e abbassato il focolare è sperabile che la fiamma non si vibri con tanta celerità, e forza contro le prossime pareti delle caldaje, che per conseguenza non soggiacciano alle fusioni, quando ancora i lavoranti manchino della debita cautela, e di più il calore delle braci ardenti anderà a profitto degli elaboratori, e fuggirà meno la fiamma.

Noi non ardiremmo d'asserire, che disposti in tal guisa i nuovi forni ( Tav. I. Fig. 2. ) fossero efficaci quanto sono i vecchi ( Tav. I. Fig. 1. ) per le ragioni, che tra poco accenneremo, ma le frequenti fusioni crediamo che si eviterebbero; ed è certo che quando il divario tra' vecchi, e i nuovi così ridotti fosse tenue, non può asserirsi se mettesse conto l'abbandonare quelle ampie fabbriche.

Ma per meglio spiegarci faremo parola primieramente di un forno ideato dal celebre Professore di Padova *Giovanni Arduino*, e da lui descritto all'illustre, e dotto Proposto *Lastri* di Firenze. Essendo al presente pubbliche con la stampa le dimensioni, e i principj di un tale forno, ci asterremo dal ripeterne la descrizione, avvertendo solo che in sostanza il calore invece d'investire la superficie esterna delle caldaje striscia con una continua, e rapida corrente d'aria sopra la superficie dell'acqua contenuta nelle caldaje stesse, e ne fomenta l'evaporazione. Questa idea sembrandoci degna, che se nè facesse un saggio nell'esperienze private, e desiderando di poterne fare un paragone esatto coi nostri forni, si chiese il dettaglio dei consumi, e dei prodotti; ma il Professore *Arduino* rispose al Proposto *Lastri* di non potere in questo darne soddisfazione, mentre sapeva soltanto, che nei luoghi, ove questo suo forno era stato messo in opera si consumava la metà meno di quello che si facesse con i forni di prima.

Quindi si può inferire che i forni, che avevano prima

in quei paesi, fossero non molto felici rispetto almeno al consumo del tempo, e delle legna, mentre risulta dall'esperienze esposte nella Tavola IV., che l'acqua in questo sistema subisce una scarsa evaporazione rispetto agli altri metodi; ma nondimeno non è stata senza utilità questa notizia, giacchè è servita a illustrare la teoria dei forni Volterrani.

La detta Tavola IV. presenta il risultato di molte esperienze fatte ad un fornello espressamente edificato a fine di avere sott'occhio degli elementi più decisivi per affettare un giudizio. Questo fornello fu in principio stabilito sul sistema dei vecchi forni Volterrani, e portava una caldaia lunga braccia due, e larga un mezzo braccio, nella quale si metteva acqua a diversa altezza, esponendola all'evaporazione per un'ora, e mezzo con libbre 50 di legna sempre uguale. La prima linea orizzontale della Tavola IV. presenta l'esito di questa prima classe d'esperienze, e mostra esser vero il proverbio dei moiatori Volterrani, cioè, *che meno acqua dà più Sale*; poichè in effetto l'evaporazione si vede scemare sensibilmente quando aumenta la quantità d'acqua, e con progresso costante dai due soldi fino ai nove d'altezza, onde non è che evaporata tutta l'acqua ne venga più Sale da una minor dose, che da una maggiore, ma in proporzione del consumo di legna, e del tempo l'evaporazione è più efficace, e rapida, e per conseguenza la produzione del Sale in eguali tempi con minor massa d'acqua, che con una maggiore; bene inteso sempre, che non per questo si dovrebbe esporre un sottilissimo velo d'acqua sulle caldaie, giacchè allora per troppi altri titoli lo scapito supererebbe il guadagno.

La seconda linea orizzontale presenta i risultati del medesimo fornello, ma ridotto ad avere il fuoco di riverbero, o piuttosto obliquo, che debba dirsi coerentemente al meccanismo dei nuovi forni ( Tav. I. Fig. 4. ). E qui è da notarsi, che la medesima suddetta caldaia aveva ad ogni mezzo braccio una lamina di piombo verticale così che la capacità di essa veniva ad essere divisa in quattro parti, in ciascuna delle quali l'acqua stava separata. Ciò fu fatto per conoscere la degradazione dell'influenza del calore sull'acqua della caldaia, e di fatti si vede, che là dove con il fuoco diretto queste quattro divisioni evaporavano presso a poco nell'istesso

fa maniera, salva quella ineguaglianza occasionata dalla casuale disposizione delle legna; in questo secondo metodo del fuoco obliquo, la prima divisione comechè vicina al fuoco evapora molto più dell'altre, e le seguenti vanno scemando con l'ordine istesso, con cui s'allontanano dal fuoco, prescindendo dall'ultima, che essendo lambita verticalmente dalla fiamma uscente dall'elaboratorio, aumenta un poco sulle due precedenti.

Si vede, che avendo esposto con questo fuoco obliquo le medesime altezze di 2, 3, e 6 soldi d'acqua dentro la caldaja come nelle tre esperienze normali *A*, *B*, *C* l'evaporazione ottenuta non si è combinata altro, che nell'esperienza *B* con l'altezza di tre soldi d'acqua, ma nelle altre il fuoco obliquo ha prodotto sempre un'evaporazione minore.

La quarta linea orizzontale presenta l'esito dell'esperienze fatte sul forno d'*Arduino*. Per eseguirle fu costruita una caldaja parimente di piombo, alta poco più di tre soldi, e situata sotto una volta murata, come prescrive il medesimo *Arduino*, facendo passare il fuoco tra la superficie dell'acqua, e la suddetta volta di mattoni; l'esito fu che l'evaporazione nel tempo istesso riescì minore non solo dell'esperienze normali a fuoco diretto, ma ancora di quella ottenuta col fuoco obliquo.

Allora s'offerse alla fantasia il pensiero di sostituire alla volta murata la caldaja, che avea servito alle prime due classi di esperienze, e fare in conseguenza, che il fuoco obliquo lambisse inferiormente la superficie dell'acqua come prescrive *Arduino*, e dalla parte superiore il fondo d'un'alt' caldaja, di maniera che si riunissero sull'istesso fuoco, e il principio adottato dall'Autore dei nuovi forni Volterrani, e quello adottato da *Arduino*.

In tre maniere fu sperimentata questa nuova idea di fare evaporare l'acqua come vedesi nella terza linea orizzontale. La prima maniera fu d'infondere all'altezza di due soldi l'acqua tanto nella caldaja superiore quanto nell'inferiore. L'evaporazione della superiore fu di denari 8 vale a dire minore dell'evaporazione ottenuta nelle circostanze analoghe del fuoco diretto, e del fuoco obliquo; ma sommati questi 8 denari con gli altri otto denari evaporati contemporanea-

mente dalla caldaja inferiore, costituiscono un'evaporazione totale di un soldo, e quattro, e che supera l'evaporazione del fuoco obliquo della seconda linea orizzontale, per quanto però sia minore di quella ottenuta con il fuoco diretto. La seconda maniera fu con soldi tre d'acqua tanto nella caldaja inferiore, che superiore; ed allora la somma delle due evaporazioni superò quelle del fuoco obliquo, e del fuoco diretto. La terza maniera consiste nell'infondere soldi sei d'acqua nella caldaja superiore, e soldi tre nell'inferiore, e la somma delle due evaporazioni eccedè ancora in questo caso quelle ottenute con le prime due classi d'esperienze, tanto con il fuoco obliquo, quanto con il fuoco diretto.

Sembra pertanto, che l'idea di questo nuovo forno, che riunisce nel tempo istesso il principio addottato dall'Autore dei nuovi forni Volterrani, e quello di *Arduino* meriti di essere con ulteriori esami illustrata, giacchè sebbene nell'attuali esperienze non abbia portato sempre un vantaggio, è credibile, che possa combinarsi in maniera, che tal vantaggio si realizzi costantemente.

Fu ancora provato se l'evaporazione dell'acqua salata si facesse con diversità da quella dell'acqua dolce, accordando qualche influenza all'attrazione delle molecole saline verso l'acqua, e l'esito non mostrò differenza sensibile.

Dopo aver paragonato le tre suddette maniere d'applicare il fuoco alle evaporazioni, credemmo espediente illustrare una questione, che sembra intatta all'investigazione de' Fisici, e che in ciascheduna occasione, nella quale occorra di fare evaporare dei fluidi, dee essere di non lieve utilità.

E' manifesto, che una data quantità di materia combustibile si può disporre in maniere diverse, e adattarla ad investire col proprio calore una superficie di varia grandezza; per esempio quattro candele accese possono situarsi in maniera, che investano con la loro fiamma una superficie di due pollici quadrati; e le istesse possono avvicinarsi fra loro in maniera, che tutte le quattro fiamme non investano che una superficie di un pollice quadrato, vale a dire quattro volte minore della prima; pare indubitabile, che ciaschedun punto della prima superficie debba essere investito da un valore quattro volte meno intenso di quello che investe la seconda

superficie, giacchè qui non pare, che debba aver luogo quella maravigliosa proprietà del calor solare, che nel fuoco d'uno specchio ustorio fonde un metallo a molte braccia di distanza, mentre poi rimosso quel metallo anche di qualche linea dal vero punto del fuoco, invece di fonderfi dura fatica a riscaldarŭ notabilmente; avendosi perciò una specie di violazione alla legge, con la quale l'attività dei raggi solari s'accresce quando essi si riuniscono, e ravvicinano tra loro. Quindi se ciascheduna di quelle due superficie costituisce la base di un vaso parallelepipedo, il quale abbia i suoi lati verticali affatto nascosti dal fuoco, la di cui azione per conseguenza si limiti solo alla base contenente una data ed uguale quantità d'acqua; è chiaro, che la superficie dell'acqua aderente alla base del primo vaso farà in egual tempo riscaldata meno di quello, che sia per essere la superficie omologa dell'acqua contenuta nel secondo vaso. E che qualora la legge con cui il calore si propaga agli strati superiori ( legge che dovrebbe essere analoga ai quadrati delle distanze ) non vi si opponga affatto, ne dovrebbe succedere adunque, che il vaso di più angusta base fosse per riscaldarsi più sollecitamente, e prestarŭ per conseguenza ad una più energica evaporazione in tempo eguale.

Ma l'evaporazione non è dovuta solamente al riscaldamento dell'acqua, entrandovi a fomentarla come principio solvente l'aria, che è a contatto della superficie superiore del fluido, e in conseguenza per questo riflesso l'evaporazione farà tanto più energica, quanto più estesa farà la superficie superiore del fluido a circostanze eguali; mentre al contrario pareva, che quanto più angusta fosse stata la base, altrettanto maggiore avrebbe dovuto essere l'evaporazione per causa dell'intensità del calore.

Secondo un tal raziocinio non è dunque nè la più estesa, nè la più alta possibile la figura, che debba avere un dato vaso d'acqua, acciò in un dato tempo con eguale quantità di fuoco produca la medesima evaporazione; ma siccome „ La ragion dietro ai sensi ha corte l'ali “ avanti d'impegnarci allo sviluppo d'una formula analitica, la quale riunendo i necessarj elementi, presenti la soluzione di questo interessante Problema, abbiamo desiderato di consultare l'esperienza.

Diminuita adunque di un quarto la caldaja da prima descrittta, ed esposta ad un calore diretto come nella prima classe d'esperienze, ma riunito in tre quarti foli dello spazio, che occupava allora, v'abbiamo successivamente infuso tre masse d'acqua eguali a quelle delle tre esperienze normali *A*, *B*, *C*, di maniera che nella prima esperienza corrispondente ad *A* avea due soldi, e otto denari d'altezza, e l'evaporazione fu maggiore, che quella di *A*, che conteneva un'egual massa d'acqua in un'estensione  $\frac{1}{4}$  maggiore, ed in un'altezza di otto denari minore. Nella seconda esperienza corrispondente a *B* avea 4 soldi d'altezza, e l'evaporazione fu maggiore, che nella suddetta *B* con tre soldi d'altezza, e  $\frac{1}{4}$  più di superficie. Nella terza finalmente corrispondente a *C* l'evaporazione fu parimente maggiore; di maniera che questa diminuzione di  $\frac{1}{4}$  di base fu assolutamente vantaggiosa.

Si vede dalla sesta linea, che fu proceduto a diminuire la base riducendola alla metà, indennizzando la perdita dell'estensione coll'aumento d'altezza, che nella corrispondente ad *A* era quattro soldi, e nella corrispondente a *B* era soldi sei; ed in tutte queste esperienze l'evaporazione, come risulta dalla Tavola, diminuì sensibilmente.

Per terminare la serie si ridusse, come vedesi nella settima linea, la caldaja ad un solo quarto di base, e vi s'infuse acqua corrispondente ad *A*, vale a dire con otto soldi d'altezza, e l'evaporazione fu minore non solo dell'esperienze della linea quinta, ma ancora di quelle della quarta.

Si manifesta pertanto, che attesa probabilmente la collisione di questi due elementi, intensità di calore, ed estensione di superficie, vi è una figura da dare al fluido evaporante la quale porta la massima evaporazione, e nel caso nostro essendo di soldi 800 cubici di massa, si trova questa figura ad una superficie di soldi 300 quadrati con un'altezza di soldi 2, e  $\frac{2}{7}$ .

Con simili ajuti dell'esperienza, ci lusinghiamo, che l'analisi non lascerà d'offrire de' risultati utili. Chi vorrà internarsi nella strada, che s'aprì con queste contemplazioni potrà moltiplicare l'esperienze, e poscia consultare la bella Memoria di M.<sup>r</sup> de la Grange ( Accad. delle Scienze di Parigi

rigi 1772 ) sulla maniera di formare le Tavole dei Pianeti per mezzo delle osservazioni, o pure la Memoria che M.<sup>r</sup> de Condorcet ha inferito nel volume d'esperienze Idrauliche impresso a Parigi nel 1777. Tornando frattanto alle modificazioni, che occorressero alle Saline Volterrane, e primieramente rivolgendo il pensiero alla variazione indicata a pagina 26, 27, ci pare coerentemente a queste preliminari esperienze si possa decidere, che bisognerebbe avvicinare le quattro caldaje attuali *aa*, *bb* alle quattro corrispondenti, che dovrebbero essere sul forno *CB* ( Tav. I. Fig. 4. ), di maniera che occupassero la volticciola del forno *B*, e non già ingombrare questa volticciola con un'altra caldaja di più, mentre la superficie evaporante si verrebbe a fare troppo estesa: tale avvicinamento di caldaje sarebbe ancora preferibile all'aggiunta di un'altra di più, perchè s'abbrevierebbe il corso della fiamma, e si potrebbe restringere per lo lungo la capacità dell'Edifizio.

Questa diminuzione di capacità inerendo alle osservazioni fatte coll'Igrometro pare che sarebbe utile ancora in tutte le dimensioni delle stanze medesime per la più facile espulsione del vapore, mentre avendo trovato in esse nei giorni dell'esperienze più umido di quello che fosse nell'aria esterna, pare che si confermi ciò, che il raziocinio ancora suggerisce; cioè che il vapore staccato dalle caldaje avanti d'uscire da quelle grandi stanze, abbia luogo di raddensarsi in umidità, dal che, e il prosciugamento del Sale, e l'ulteriore evaporazione non possono non sentirne svantaggio.

Ed appunto per tali motivi ( abbiamo avanzato precedentemente, e ci siamo riserbati adesso a dirne la ragione ) che non ostante la modificazione ideata, e poc'anzi esposta, noi non ardiremmo d'asserire, che i nuovi forni fossero per arrivare a produrre quanto i vecchi, il vero prodotto dei quali è maggiore di quello che fu creduto prima di costruire i nuovi.

Questi vecchi forni ( Tav. I. Fig. 1. ) sono per vero dire d'un'apparenza così ributtante, e quelli che vi lavorano sono esposti ad una traspirazione così violenta, che è troppo naturale, che un animo sensibile cerchi d'immaginare qualche cosa di più umano per gli operanti, e di più so-

disfazione per l'occhio, ed i limiti non sono prescritti allo spirito umano, talchè non possa giungersi ad ottenere forni più eleganti, meno laboriosi, e d'egual frutto; non ostante una certa tradizione per la quale si pretende, che qualunque volta si sia voluto fare delle mutazioni a questi forni sempre si sia peggiorato di condizione.

E' notabile, che taluno asserisce aver l'esperienza cano-  
nizzata la figura istessa delle fornaci vecchie (Tav. I. Fig. 1.), come la più perfetta possibile, e sopra di questo veramente, per quel che riguarda il prodotto grande, ed il piccolo consumo di legna, pare che i principj Fisici s'accordino con la pretesa esperienza, mentre oltre tutti i riflessi, che veggonsi dettagliati nella Tavola I. bisogna convenire, che attesa quella corrente calda *evk* ( Fig. I. ), che striscia sopra le calde, l'acqua esposta in esse profitta nel tempo medesimo, e del calor diretto attivo per se stesso molto, e di quello di riverbero sulla superficie dell'acqua secondo il principio che fa onore alla sopra descritta invenzione d'*Arduino*.

Resta un altro punto da esaminare, ed è il metodo col quale si riceve il Sale dai Magazzinieri in Volterra ov'è condotto in facca dalle vicine moje. Si sciegliè dai Ministri quel sacco, che più a lor piace per servir di norma ai restanti, e questo si misura spargendo con una delicatezza, e lentezza indescrivibile il Sale a mano dentro uno stajo fin che sia fatto colmo, e se ne rade con attenzione grandissima l'eccesso, essendo poi in libertà dei Ministri medesimi valutare il contenuto del sacco a misura, o peso di staja come a lor piace, ad oggetto di costringere il Fabbrikatore a farlo di grana eguale, e non lasciarvi tropp'acqua; ma questo metodo non è meno equivoco, che laborioso, per assicurarsi della vera quantità del Sale, che il Fabbrikante rimette ai Magazzini. O la Comunità lo prenda dall'Impresario a peso, o a misura, sempre v'è il caso per errori, o volontarj, o involontarj. Il Sale è una certa così fatta materia, che può mescolarsi con l'acqua, crescer di peso, e non di volume; può l'istesso Sale variare di volume eccessivamente, e *Lambert* trovò, che poteva differirne nella misura da 11 a 8, ed in conseguenza venne in capo d'immaginare un compenso meno operoso, e senza dubbio più esatto con cui i

Ministri della Dogana di Volterra possano con soddisfazione ancora del Conduttore assicurarsi della quantità effettiva del Sale, che il Conduttore loro consegna. Questo metodo consisterebbe nell'introdurre l'uso d'un Areometro di una scala più esatta dell'ordinario, che farebbe facile farla giungere ad esprimere una millesima parte di Sale per ogni grado; la manovra farebbe semplicissima, e la formula l'istessa, che quella esposta nel descrivere la Colonna undecima della Tav. II. Crediamo, che questa farebbe una di quelle occasioni, nelle quali la Fisica servirebbe al più bel fine, che ella abbia, cioè ai vantaggi delle manifatture, e alla tranquillità dei contratti, ben inteso però, che questa nuova pratica non trovasse un ostacolo nel naturale attaccamento, che si ha generalmente all'antiche costumanze, perchè allora con i fermenti, che ecciterebbe prima di prender piede, produrrebbe inconvenienti forse maggiori di quelli, che si vorrebbero evitare; come talora insistendo per la guarigione di malattie tollerabili del corpo umano, si mutano le condizioni, e si rendono malate delle parti interessanti di esso, che erano sane.

### SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA I.

*Rappresenta la Pianta, e lo Spaccato dimostrativo di una delle vecchie, e nuove Saline.*

#### Figura 1.

E' lo spaccato di una delle vecchie Moje, o Saline (poco differendo esse fra loro).

- A* Porticato.
- E* Conferva.
- B* Ufcio d'ingresso.
- mn* Forno.
- cs* Caldaje con acqua che bolle.
- D* Sale estratto da una precedente cotta, e situato a sgrondare sopra un piano inclinato, detto *Gabbzo*.
- f* Condotto per il quale scende l'acqua falsa dalla Conferva *E* nelle Caldaje.

K ij

*eq* Bocca, o apertura per la quale si gettano le legna nel Forno.

*K* Abbaino per il quale entra lume nel laboratorio, e dà uscita al vapore, e fumo.

L'oggetto di questa Tavola dimostrativa non è solo quello di far vedere la relazione che hanno i nuovi ai vecchi Edifizj, ma bensì di dare idea d'un utilissimo giuoco, che deve necessariamente far l'aria in tal costruzione di Edifizio, e di Forno.

Egli è certo, che il fuoco acceso in *mn* richiamerà quivi una corrente d'aria dall'apertura più diretta, e più bassa, che è la Porta *BQ* per mezzo della bocca del forno *qe*, e tal corrente si è voluta rappresentare sensibilmente con le lettere *uqbd*. Scendendo essa nel Forno *mn* ne discaccerà per la parte più alta *e* della feritoia *qe* l'aria più leggera e più calda, che avea di già soffrato ai precedenti istanti della combustione. Questa corrente d'aria *evk* retrograda non potendo avere egreffo per la vicina Porta, nè molto vagare per l'Edifizio angustissimo, bassissimo, dovrà dirigersi verso l'Abbaino *K*, e quasi strisciando nella Caldaja *cs* in ebullizione, e lambendo il Sale umido *D*, contribuirà moltissimo al più pronto prosciugamento del Sale in un ambiente caldissimo, alla più rapida evaporazione dell'acqua, ed alla espulsione del vapore umido fuori della ristrettissima capacità dell'Edifizio.

### Figura 2.

Lo spazio *CFGHILP* circoscritto da linee punteggiate è lo spaccato d'una delle nuove Saline, e si è sovrapposto a quello delle vecchie, acciò resulti la diversità dell'interna capacità relativa.

*Z* Lanterna coperta da un tetto a padiglione sostenuto da colonnini di legno, che lasciano aperte tutte e quattro le parti della medesima per l'altezza *gb*, da dove ha l'egreffo il vapore.

*T* Tetto della fabbrica a padiglione aperto nel mezzo in tutta la lunghezza, e larghezza delle caldaje, restan-

dovi sopra detta apertura la suddescritta lanterna. La linea punteggiata *rp* rappresenta il livello dell'acqua delle Caldaje di riscaldamento *aa* ( Fig. 4. ), e la linea *pe* quello delle Caldaje di Salinazione *bb* ( Fig. 4. ).  
*CP* E' il livello del terreno.

Figura 3.

*E' la pianta delle vecchie Saline.*

- E* La Conserva dell'acqua falsa.
- A* Porticato.
- ff* Condotti per introdurre l'acqua nelle Caldaje.
- cc* Caldaje.
- D* Forno nel quale non sono situate ancora le Caldaje.
- E* Gabbeo, o sia piano inclinato sul quale si pone a sgrondare il Sale *D* ( Fig. 1. )
- bb* Porte d'ingresso.
- dd* Bocche, o aperture per le quali si gettano le legna nel Forno.
- rs* Condotto praticato per introdurre l'acqua falsa dal Pozzo nella Conserva *E*.

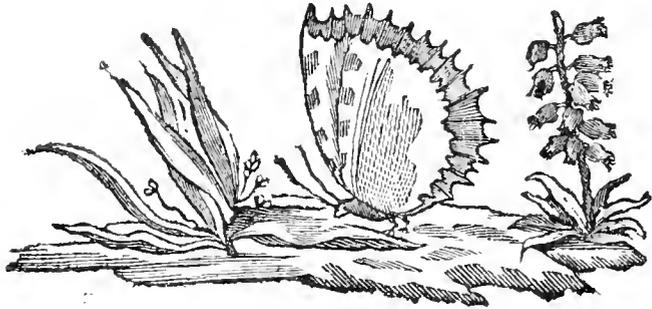
Figura 4.

*Pianta d'una delle nuove Saline, che sono compagne fra di loro.*

- Dal lato *CD* si vede il Forno senza Caldaje, ma armato come conviene per riceverle.
- E* Piccola Conserva dalla quale si partono i Condotti, che introducono l'acqua nelle Caldaje.
- f* Condotto che porta l'acqua nella Conserva medesima.
- aa* Caldaje di riscaldamento, dalle quali per mezzo di due condotti passa l'acqua nelle due Caldaje *bb* di salinazione.
- B* Metà della volticciola del Forno, ove si porgono i combustibili, la di cui fiamma strisciando sotto le Caldaje esce per i Camini *SS*.

*bb* Porte d'ingresso.

*AA* Cordonate, per le quali si scende nelle due Gallerie, ove corrispondono le due bocche laterali del Forno, da cui s'introducono le legna ad abbruciare.



XI	XII	XIII	XIV	XX	XXI
Umidità effettiva dell'aria fuori dell'Edificio.	Umidità dell'aria fuori dell'Edificio.	Umidità dell'aria dentro dell'Edificio.	Umidità delle espressioni decimali.	Temperatura, Rapporto dell'acqua condensata, delle Legna, e della Saturazione al prodotto.	Rapporto delle Legna, dell'acqua condensata, e del tempo al prodotto.
Maja.	Gradi.	Gradi			
6 M 4	86	76	0,090 ;	1330724483740 ;	199548069605740 ;
Moj 2	46	38	0,125 ;	1139044135384 ;	145467432270568 ;
7 8 Moja	66	68	0,160 ;	1259850611734 ;	161584594980958 ;
6					

Resultato totale dell'esperienze fatte alle Saline di Volterra nel Luglio, e Agosto dell' Anno 1791. Tav. II. pag. 78

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI
	Calor degli E tzi al Term metro di Reau mur.	Salatura dell' acqua dedotta dall' Aërome tro.	Calore dell' acqua da e vaporare.	Arce evap oranti.	Acqua elpota all' evaporazion.	Acqua conlu mata.	Acqua refri dua.	Legna impie gate.	Tempo impie gato.	Sale pro dotto mi surato.	Quantità effet tiva del Sale in numeri ro tondi.	Umidità dell'aria fuori dell' Edificio.	Umidità dell'aria dentro dell' Edificio.	Umidità del Sa le espressa in decimali.	Rapporto della Salatura, e del tempo al pro dotto.	Rapporto della Salatura, e del tempo al pro dotto.	Rapporto della Sa latura, e dell'ac qua confumata al prodotto.	Rapporto della Salatura, del tempo, e legna al prodotto.	Rapporto della Salatura, e dell'acqua confumata al prodotto.	Rapporto dell'acqua con fumata, delle Legna, e della Salatura al prodotto.	Rapporto delle Legna, dell' acqua confumata, e del tem po al prodotto.
	Gradi	Gradi	Gradi	Denari quadri	Denari cubici.	Denari cubici.	Denari cubici.	Libbre. Ore. Minuti.	Stara.	Stara.	Gradi.	Gradi									
Moa di S. Lorenzo	Prima Cotta	29	24 $\frac{2}{3}$	16 $\frac{1}{2}$	557112	320009136	212629968	107379168	3996 5 : 4	62	56	86	76	0,090 : 1	113 : 1	1454 : 1	85150485 : 1	438892 : 1	25630293985 : 1	330724483740 : 1	99548069605740 : 1
	Seconda Cotta	36	24	16 $\frac{2}{3}$		374552736	242283672	132269064	3772 4 : 58	81 $\frac{1}{4}$	74										
Moa di S. Giovanni	Prima Cotta	28	24 $\frac{1}{2}$	20	3126160	105385000	146929520	48455480	1792 5 : 45	45	39	46	38	0,125 : 1	200 : 1	1091 : 1	78027012 : 1	356400 : 1	25514832024 : 1	139044135384 : 1	45467432270568 : 1
	Seconda Cotta	33	24 $\frac{2}{3}$	20 $\frac{1}{2}$		179542000	107852520	71901680	1773 5 : 10	48	42										
Moa di S. Leopoldo	Prima Cotta	22	22 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	6431712	369823440	117378744	72356760	4977 6 : 1	32	27										
	Seconda Cotta	26	22 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$		376255152	220286136	155969016	3036 3 : 30	69	58	66	68	0,160 : 1	113 : 1	1637 : 1	75669951 : 1	387969 : 1	17933778387 : 1	259850611734 : 1	61584594980958 : 1
	Terza Cotta	28	23	19 $\frac{1}{2}$		307114248	136673880	170440368	3091 3 : 2	60	50										
	Quarta Cotta	31	23 $\frac{1}{2}$	19		308722176	160792800	147929376	2634 3 : 18	66 $\frac{1}{4}$	56										

Consumo di tempo dei vecchi, e dei nuovi prossimamente come 15  $\frac{1}{2}$  : 11  $\infty$  Consumo di acqua dei vecchi, e dei nuovi prossimamente come 81  $\frac{1}{2}$  : 76  $\infty$  Consumo di Legna dei vecchi, e dei nuovi prossimamente come 12 : 16  $\infty$

lore	- - - - -		$\frac{1}{82}$
avi soffice, o calcata; da	- - - - -	8 a	$\frac{1}{11}$
, di circa	- - - - -		$\frac{1}{5}$
rometro di <i>Beaumè</i> .			
	{ San Ottaviano	- - - - -	25 $\frac{1}{2}$
	{ San Giusto	- - - - -	25
zo di.....	{ San Lino	- - - - -	23
	{ Santa Maria	- - - - -	20
	{ San Giovanni	- - - - -	17 $\frac{2}{4}$
; cioè			
asciuttissimo dei Magazzini Volterrani	- - - - -	14	$\frac{1}{2}$
in Magazzino notoriamente umido	- - - - -	13	$\frac{4}{8}$
San Giovanni, e San Lorenzo	- - - - -	13	$\frac{5}{8}$
Moje nuove, e stato nella rispettiva Stufa	- - - - -	13	$\frac{1}{4}$
di San Lorenzo	- - - - -	13	$\frac{1}{2}$
Ore 24 di San Giovanni	- - - - -	12	$\frac{2}{10}$
- - -	{ di San Lorenzo	- - - - -	13
e $1 \frac{1}{2}$	{ di San Giovanni	- - - - -	12 $\frac{1}{2}$
- - -	{ dei Nuovi Edifizj	- - - - -	12

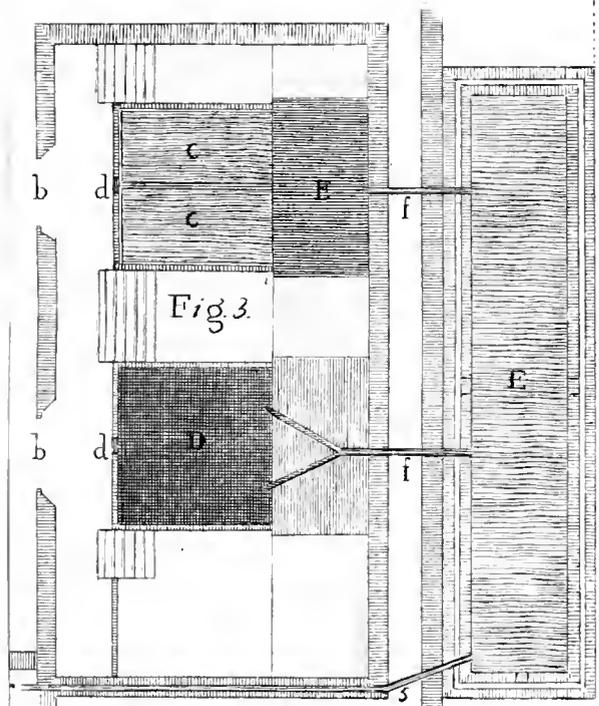
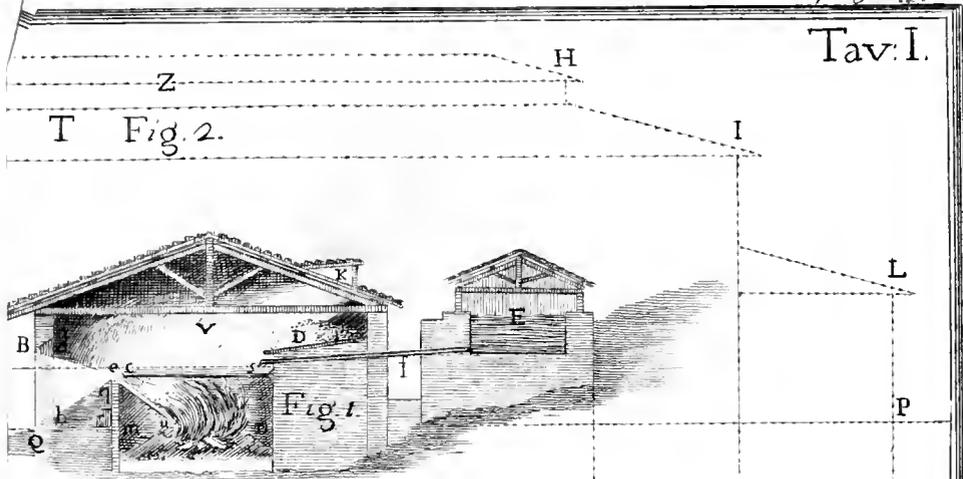
*N.* sia nella maggiore abbondanza di umido, che esiste in  
 t 17. Anni, e più non estendendosi, che da Gradi 12.  
 nente fabbricato ai nuovi Edifizj, e quello delle Moje di  
 inque riconosca un Epoca medesima di fabbricazione. Un  
 tende per asciutto il Sale di Num. 1. Quello di San Lo-  
 numero di libbre  $17. \frac{1}{2}$ .

Differenza della deperdizione del Sale contenuto nell'acque false, trà l'evaporazione lenta, e il massimo bollore - - - - -		82	$\frac{1}{2}$
Della quantità effettiva della Saletta, che secondo l'esperienze di <i>Lambert</i> entra in una data misura, postavi soffice, o calcata; da - - - - -		8 a	11
<i>N. B.</i> Si vide in Volterra, che lo stajo pieno di Saletta ben soffice, abbassi in altezza col solo perquoterlo, di circa - - - - -			$\frac{1}{5}$
Del peso specifico dell'acqua dei diversi Pozzi delle Moje, quale fu trovato il dì 2. Agosto 1791. coll'Aerometro di <i>Beaumè</i> .			5
	Pozzo di.....	San Ottaviano - - - - -	25 $\frac{1}{2}$
		San Giusto - - - - -	25 $\frac{2}{3}$
		San Lino - - - - -	23
		Santa Maria - - - - -	20
		San Giovanni - - - - -	17 $\frac{1}{4}$
Della quantità del Sale effettivo, che si trovò il dì 2. Agosto nella Saletta fabbricata alle seguenti epoche; cioè			
Num. 1. non più recente, che di Anni 17, e conservato in luogo asciuttissimo dei Magazzini Volterrani - - - - -		14	$\frac{1}{2}$
Num. 2. - - - - - di Anni 4. Sal rosso conservato in un Magazzino notoriamente umido - - - - -		13	$\frac{2}{2}$
Num. 3. - - - - - di - - - Mesi 4. delle Moje di San Giovanni, e San Lorenzo - - - - -		13	$\frac{5}{7}$
Num. 4. - - - - - di - - - - - Giorni 5. delle Moje nuove, e stato nella rispettiva Stufa - - - - -		13	$\frac{1}{8}$
Num. 5. - - - - - di - - - - - Giorni 4. di San Lorenzo - - - - -		13	$\frac{1}{4}$
Num. 6. - - - - - di - - - - - Ore 24 di San Giovanni - - - - -		12	$\frac{2}{10}$
Num. 7. - - - - - di - - - - - Ore 1 $\frac{1}{2}$ di San Lorenzo - - - - -		13	$\frac{1}{2}$
Num. 8. - - - - - di - - - - - Ore 1 $\frac{1}{2}$ di San Giovanni - - - - -		12	$\frac{1}{2}$
Num. 9. - - - - - di - - - - - Ore 1 $\frac{1}{2}$ dei Nuovi Edifizj - - - - -		12	$\frac{1}{2}$

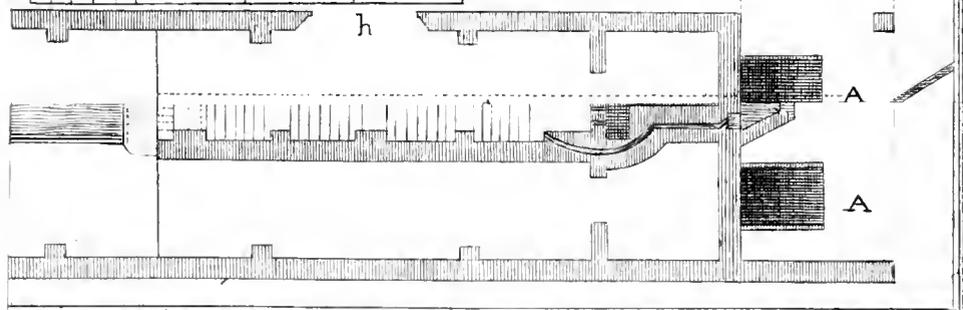
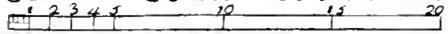
*N. B.* E da osservarsi, che molto angusta è la scala delle differenze nella maggior quantità di effettivo Sale, o sia nella maggiore abbondanza di umido, che esiste in una data massa di Saletta, quantunque fabbricata in epoche molto distanti, come sono un ora, e mezza da 17. Anni, e più non estendendosi, che da Gradi 12. a Gradi 14  $\frac{1}{2}$ . Deve dunque apprendersi per notevole la differenza di un mezzo Grado trà il Sale recentemente fabbricato ai nuovi Edifizj, e quello delle Moje di San Giovanni; ed ancor più quella del Sale di San Lorenzo, che è di un Grado intero più asciutto, quantunque riconosca un Epoca medesima di fabbricazione. Un grado più di umido importa sette libbre di Acqua per ogni cento libbre di Sale: vale a dire, che se si prende per asciutto il Sale di Num. 1. Quello di San Lorenzo di Num. 7. conterrà libbre 10  $\frac{1}{2}$  per cento d'Acqua, e quello de i Nuovi Edifizj ne conterrà un numero di libbre 17.  $\frac{1}{2}$ .

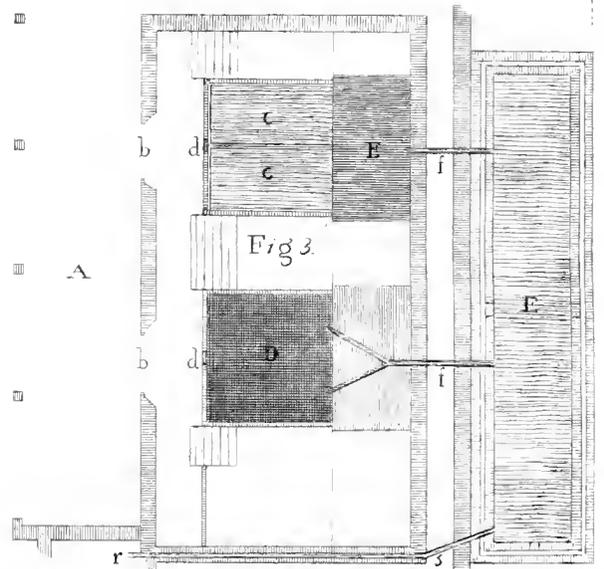
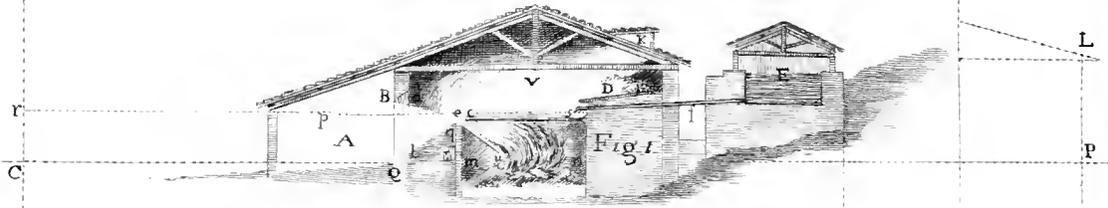
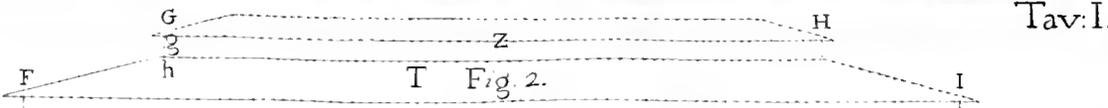
za e i.	Altezza dell'acqua esposta all'evapora- zioni.	Altezza dell'acqua evaporata.				
	Soldi.	Altezza prima: Soldi, denari.	Altezza conda e denari.	Altezza terza Soldi, denari.	Altezza quarta Soldi, denari.	Altezza media. Soldi, denari.
I. Fuoco diretto	C: 6	==: 6	==: 7	==: 6	==: 5	==: 5
II. Fuoco a riveri Caldaja f	6	==: 10				
III. Fuoco a riveri Caldaja sopra,	Caldaja superiore. 6 Caldaja inferiore 3	1: ==				
IV. Fuoco a riveri Caldaja inferiore do Ardui						
V. Fuoco diretto Caldaja	Corrisponde a C: 8					
VI.						



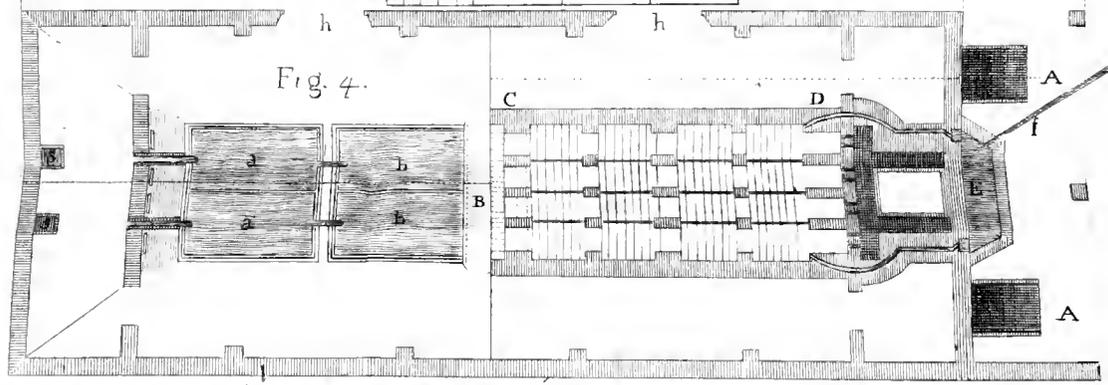


Scala di Braccia 20. Fiorentina





Scala di Braccia 20. Fiorentina  
 1 2 3 4 5 10 14 20



---



---

# S A G G I O

## INTORNO ALLA RETTIFICAZIONE DELL' AREOMETRO, E A' DIFFERENTI SUOI USI

Del P. GIOVAMBATTISTA DA S. MARTINO.

**I**L determinare con precisione il peso, ed il volume de' liquori è uno de' più interessanti oggetti, che offrir si possa alla ponderazione de' Fisici. Finchè l'uomo visse pago, e contento d'idee grossolane, e confuse; finchè perduto dietro a vane quistioni, pasceasi unicamente di sofistiche sottigliezze, atte soltanto ad avvilitare la scienza, poco mostravasi curante di acquistar delle nozioni esatte intorno all'essenza delle cose, ed al mutuo rapporto degli esseri. Ma ora, che lo spirito di osservazione è divenuto abituale fra noi; ora che si procede in ogni cosa per via di esatti confronti; che si serba da per tutto il rigore del metodo; ora, che seguendo le traccie della Natura, s'avanza il Filosofo a gran passi nella carriera delle utili cognizioni, non dovea più trascurarsi un oggetto, che attesi i suoi rapporti, può divenire della massima importanza nell'incremento delle scienze, nell'esercizio delle arti, nella pratica del commercio, e generalmente in tutti gli usi della vita civile. Fra i molti mezzi, onde stabilire senza equivoco il peso relativo de' corpi, che si trovano in istato di liquore, il più adattato all'intelligenza comune sarebbe l'Areometro, ossia, Pesa-liquori, come lo stesso suo nome ce l'indica; ma desso è tuttavia lontano dal potersi meritare quel grado di fiducia, che esige lo stato attuale delle nostre cognizioni. Tutti i Fisici hanno conosciuta la necessità di perfezionare questo strumento; ma i loro sforzi non corrisposero sempre al loro zelo. Tra il numero ben grande degli Areometri, che vengono costruiti alla giornata, e che girano in vendita per le nostre contrade, è difficile trovarne uno, che atto sia ad appagare le

nostre mire: offrono essi una graduazione del tutto arbitraria; parlano un linguaggio, che non è punto inteso; nè sono paragonabili l'uno all'altro; senza la qual condizione l'istrumento è mancante d'uno de' più essenziali requisiti. Quello del Sig. Baumè costruito pe' sali, ed annunziato nella Parte V. de' suoi *Elementi di Farmacia*, ha tutto il merito; ma attesi i principj della sua graduazione esso non serve, che per una sola specie di sale. Quello eseguito dal medesimo Autore pe' liquori spiritosi, non indica le proporzioni dell'acqua, e dello spirito, che si trovano entro al mescolio. Varj altri Areometri inventati in seguito sono riusciti anche comparabili; ma la loro costruzione è talmente complicata, che non essendo possibile affidarli tra le mani delle persone ordinarie, rimangono per lo più condannati a non dover giammai fortire dal Gabinetto de' Fisici.

In riflesso a tali cose mi crederò lecito di azzardare un nuovo passo intorno a questa parte di Fisica, che ha per oggetto la *liquidometria*; cercherò di rettificare un istrumento, che può portare dei decisi vantaggi, ed il pubblico illuminato farà in grado di decidere dell'esito delle mie intenzioni. Lo scopo, che mi propongo, è di suggerire un Areometro *universale*, onde abbia a servire per tutti i liquori; *adattato all'intelligenza di tutti*, ed il cui maneggio riesca facile ad ogni classe di persone, ed in fine *comparabile* in guisa, che tutti quelli, che saranno costruiti secondo i principj, che andrò divisando, sieno sempre consentanei a se stessi, ed immersi nello stesso fluido, indichino costantemente lo stesso grado. Se ciò addivenga, poche saranno le scienze, le manifatture, le arti, cui non occorra fare uso frequente di questa comoda Macchinetta. La Fisica specialmente, la Farmacia, la Chimica, la Tintoria, le Drogherie, le Fabbriche de' zuccheri, de' sali, de' saponi, de' nitri, e molte altre di simil genere, non ne dovranno fare a meno: le Famiglie stesse particolari avranno, onde conoscere il peso specifico delle acque delle decozioni, de' mosti, de' vini, e di altrettali liquori, che possono occorrere o per capo di commercio, o per altri usi domestici. Per dare un certo ordine alle mie idee, comincerò dall' esporre la costruzione più acconcia, ed opportuna dell' Areometro; insegnerò

gnerò la maniera di graduarlo in guisa, che sia comparabile, e serva per tutti gli usi; parlerò in seguito del peso specifico de' liquori, additando il modo di rilevarlo, e di riconoscere altresì la proporzione, e la dose delle sostanze, che entrano nelle varie dissoluzioni; esaminerò in fine la causa, per cui i liquori acquistano maggior volume, prescriverò il metodo di determinare il loro aumento col mezzo dell' Areometro, e vedrà ognuno quali utili conseguenze se ne possano ricavare dall' esposizione di questi oggetti.

## ARTICOLO I.

### *Della costruzione dell' Areometro.*

Tutta la teoria dell' Areometro sta appoggiata al seguente principio: *Un corpo solido men pesante d' un egual volume di fluido, nel quale è immerso, galleggia in parte; ed il volume del fluido uguale alla parte di esso immersa, pesa come tutto il solido.* Quindi immerso un galleggiante successivamente in diversi liquori, il peso specifico di essi farà in ragione inversa del suo affondamento, e la parte di esso, che rimane a galla indicherà la differenza del loro peso. Quantunque però la figura, la grandezza, la forma di questo corpo galleggiante non alterino per nulla la indicata legge universale; pure per rendere più sensibile il grado del suo affondamento, e quindi per rilevare con più precisione il peso specifico de' differenti liquori, si è cercato di dare all' Areometro una costruzione, che fosse conducente a questo fine; e quella che verrò ora soggiungendo, in seguito alle molteplici prove, e ai varj confronti, che ne feci, mi è sembrata degna di tutta la preferenza.

La fig. *A* della Tavola posta alla fine di questo Saggio rappresenta un vase cilindrico di rame, di ottone, di stagno, o di qualsivoglia altro metallo, il quale deve essere internamente intonacato d' una buona vernice a olio, per impedire l' azione corrosiva de' liquori acidi sopra i metalli. L' altezza del detto vase potrà essere di otto pollici in circa del piede di Parigi, e del diametro di due pollici. Due linee al di sotto dell' orlo superiore s' inserisca il tu-

betto *L* , che pieghi dolcemente allo'ngiù , il quale dovrà fervire per dare scolo al liquore superfluo , allorchè se ne farà riempiuto il vafe , ad oggetto di mantenere la superficie de' liquori ad un livello sempre uniforme . Lungo l'altezza del vafe vi si annette il tubo *B* del diametro di dieci linee per un di presso , ed al lato , ove sta unito al vafe , vi si praticano alquanti fori *aaaa* , affinchè il fluido versato nel vafe *A* , se ne passi liberamente entro al tubo *B* . Serve questo tubo per immergervi la palla del Termometro *GH* fatto a mercurio , e graduato secondo la divisione di *Reaumur* : di maniera che stando la palla *H* immersa entro al fluido , la tabella *G* se ne rimane al di sopra , ove si osservano i gradi .

La fig. *DEF* rappresenta un galleggiante , che forma la parte più essenziale dell' istrumento ; anzi quella , cui più propriamente conviene il titolo di Areometro , il quale immergendosi entro al fluido contenuto nel vafe *A* , col suo maggiore , o minore affondamento , per mezzo de' gradi notati lungo il suo cannello dimostra il peso specifico del fluido stesso . Si forma questo galleggiante del medesimo metallo , ond'è formato il vafe , ma di una lamina alquanto più sottile , affinchè riesca più leggiero , e s'intonaca all'esterno con uno strato di vernice . Molti preferiscono il galleggiante di vetro , per la ragione che il metallo è più suscettibile di variazione per le alternative del caldo , e del freddo . Ma oltr'a che il vetro è assai più fragile ; questa obbiezione svanisce del tutto , subito che si abbia a scandagliare il liquore sempre a un determinato grado di calore , come vedremo in appresso . La forma del galleggiante indicata dalla figura sembra essere la più conveniente . Il cannello *D* sia della lunghezza di cinque pollici , ed otto linee , ed il suo diametro di due linee , e tre quarti , avvertendo , che in tutta la sua lunghezza serbi lo stesso diametro precisamente , il che è cosa affatto essenziale . La cipolla *E* abbia venti linee di diametro orizzontale , e linee otto di diametro verticale . La sfera *F* non ecceda le otto linee di diametro , ed il collo , che unisce la sfera alla cipolla , sia della lunghezza di tre linee . Entro alla sfera *F* si fa entrare una data porzione di pallini da schioppo , i quali fanno l'ufficio

di favorra per tenere il galleggiante diritto verticalmente, quando sta immerso nel fluido, e per fare, che si affondi fino a quel dato punto, che meglio converrà. Si versano questi pallini per l'estremità superiore del cannello aperta, la quale poi si chiude con sughero, o con cera spagna.

La maggiore, o minore sensibilità dell'istrumento dipende interamente dalla proporzione tra la capacità del cannello, e la capacità del corpo del galleggiante; di maniera che quanto più grande sarà la capacità del suo corpo in proporzione della capacità del suo cannello, tanto più sensibile sarà l'istrumento, e più atto ad indicare le minime differenze; e quindi sta sempre in nostro arbitrio il renderlo sensibile quanto a noi piace. Tutta l'avvertenza consiste nel far sì, che la capacità del corpo del galleggiante sia tante migliaja di volte maggiore della capacità, che porta l'estensione di un grado del cannello, quante millesime parti di peso si vuole, che sieno indicate dalla differenza di un grado. Io tengo un'Areometro, ogni grado del quale indica

la differenza di  $\frac{1}{10000}$  di peso, perchè la capacità del cor-

po del galleggiante sta alla capacità di un grado del cannello, come diecimila ad uno. Di tali Areometri sensibilissimi ottima cosa farà, che ogni Fisico ne sia provveduto per rilevare col mezzo di essi le più minute differenze fra alcuni liquori, che poco differiscono fra loro nella gravità. Ma dovendo io proporre un istrumento da essere adoperato da chiunque, ed acconcio a tutti gli usi della vita sociale, era cosa necessaria, che avesse a portare un sufficiente numero di gradi, e che allo stesso tempo il suo cannello non fosse talmente lungo da recare imbarazzo nel suo maneggio, o che difficilmente se ne rimanesse diritto verticalmente, quando sta immerso nel fluido. Per le quali cose stando alle dimensioni più sopra descritte, la capacità del corpo del galleggiante, computando insieme la sfera *F*, e la cipolla *E* farà per un di presso di duemila linee cubiche; ed il cannello essendo della lunghezza di pollici cinque, ed otto linee, e del diametro di due linee, e tre quarti porterà comodamente cento gradi, ognun de' quali farà della capacità di linee quattro in circa. Quindi la capacità di tutto il

corpo del galleggiante farà alla capacità di ciascun grado del cannello, come  $4:2000 = 2:1000$ , e per conseguenza ogni grado porterà il divario di due millesimi di peso; il che serve a conciliare insieme un bastante numero di gradi con una sensibilità, ch'è al di là delle ordinarie in questo genere di strumenti.

La regola CC posta orizzontalmente sopra l'orlo del vase A, è una placca formata dello stesso metallo, onde sono costruiti gli altri pezzi; deve essere consistente, bene appianata, e della larghezza di un pollice in circa. Convienè altresì che sia amovibile per potersi levare, e riporre, conforme al bisogno, e con le due estremità rivolte all'ingiù per potersi incassare alle pareti esterne del vaso. Il foro I in mezzo alla placca sia del diametro di sei in otto linee, pel quale possa liberamente alzarsi, ed abbassarsi il cannello del galleggiante, quando sta immerso nel liquore. Serve questa placca per osservare al livello di essa i gradi dell'afondamento dell'Areometro notati lungo il cannello D. Comunemente vengono osservati i detti gradi alla superficie del liquore: io preferisco di osservarli orizzontalmente al livello della placca; sì perchè si distingue meglio un oggetto posto in linea orizzontale, di quel che sia guardandolo dall'alto al basso; sì perchè si viene a scansare l'errore, che può nascere dall'ascendimento del fluido posto in contatto col cannello; sì finalmente ancora perchè restiamo garantiti dall'illusione, che fanno i raggi della luce rifrangendosi nel fluido. La pratica servirà di conferma a quanto vengo dall'annunziare; ed ognuno vedrà in effetto quanto sieno utili, e vantaggiose queste cautele.

## ARTICOLO II.

### *Della graduazione dell'Areometro.*

Costruito l'Areometro secondo le avvertenze sopra indicate, dobbiamo cercar la maniera di graduarlo in guisa, che debba riuscire comparabile, col marcare in esso due termini fissi, ed invariabili. La proporzione sopra riferita da ricercarsi fra la capacità del corpo del galleggiante, e quel-

la del suo cannello non può mai adempiere questo oggetto; ella serve unicamente per ottenere ad un di presso quella sensibilità, che si desidera nell'istrumento, non mai la necessaria esattezza delle sue indicazioni. Per fissare dunque questi due termini conviene scegliere due liquori o naturali, o artefatti, che abbiano i seguenti requisiti. 1. Che sieno facili ad ottenersi in ogni circostanza di luogo, e di tempo; 2. che il loro peso specifico sia sempre costante; 3. che la gravità dell'uno sia notabilmente diversa da quella dell'altro. Pel primo di questi due termini comunemente vien scelta l'acqua distillata; ma affinchè sia atta a compiere meglio questo oggetto, io ho l'avvertenza primieramente che sia distillata a lento fuoco, dacchè una distillazione impetuosa, e furibonda non purga mai l'acqua tanto bene dalle parti eterogenee, quanto una distillazione placida, e moderata; ed in secondo luogo, che l'acqua sia distillata di fresco, per la ragione che se si conserva a lungo dopo la distillazione, ella assorbe di nuovo l'aria, di cui si era spogliata, e se le frammischiano altresì delle particelle straniere specialmente, se non si conserva in vasi bene otturati, il che tutto serve ad alterare, od almeno a render dubbio il suo peso specifico. Ridotta l'acqua a questo stato di purezza, si comincia dal riporre il galleggiante entro il vase *A*, e così pure la placca *CC* sopra gli orli dello stesso vase, in maniera che il cannello *D* abbia ad ascendere pel foro *I*. Indi si versa l'acqua distillata entro al vase stesso, finchè essa cominci ad uscire pel tubetto *L*. Quando l'acqua ha finito di sgocciolare, e la sua superficie si è fissata al livello consueto, si osserva il segno, ove il cannello *D* interseca la placca *CC*, ponendo l'occhio orizzontale, ed ivi nel cannello stesso si fa un punto, e vi si nota zero.

Trovato il primo termine con l'acqua distillata, altri per avere il secondo termine fisso, in luogo di rintracciarlo col mezzo di un altro liquore, costumano di caricare l'istrumento d'un peso noto, onde si affondi convenientemente entro l'acqua stessa; dividendo poscia l'intervallo in tanti gradi, che sieno corrispondenti ad altrettante parti aliquote del peso aggiunto. Ma non richiedesi, che un solo momento di riflessione per vedere, che questo metodo è difettosissimo.

finio. Imperciocchè la medesima quantità di peso farà discendere talora più, e talora meno i galleggianti a misura della loro minore, o maggior mole; mentre se un galleggiante della capacità di 3000 linee discenderà uno spazio uguale a 12 un altro galleggiante della capacità di linee 2000 discenderà, con lo stesso peso, uno spazio uguale a 18; nè quindi gli Areometri faranno più comparabili. In vista di questo difetto, il Sig. *Baumè* siegue un'altra via per conseguire il secondo termine fisso. Prepara egli un mescolglio con 85 oncie di acqua, e 15 oncie di sal marino, e fatta la dissoluzione, v'immerge l'Areometro, segnando il luogo del suo affondamento, e dividendo lo spazio tra il primo, ed il secondo termine in 15 parti uguali, che sono altrettanti gradi. Questa regola è giusta, e l'Areometro graduato secondo questi principj, trattandosi delle dissoluzioni di sal marino, sarà comparabile. Ma la comparazione diviene tosto difettosa, e fallace, ove si tratti di altre dissoluzioni, fuori di quelle del sal marino. In fatti se noi immergeremo l'Areometro del Sig. *Baumè* entro una dissoluzione di 85 oncie di acqua, e quindici oncie di zucchero; siccome lo zucchero pesa meno del sal marino, così l'Areometro non indicherà più 15 gradi, ma tanti meno, quanto il peso dello zucchero è minore di quello del sal marino. Per l'opposto entro una dissoluzione di 85 oncie di acqua, e 15 oncie di nitro, esso marcherà più di gradi 15, a proporzione che il peso del nitro supera quello del sal comune. Sicchè stando a questa graduazione converrebbe avere altrettanti Areometri, quante sono le dissoluzioni, o i liquori differenti, che occorrono di esaminare.

Per toglierci da tutti questi imbarazzi, e per graduare l'Areometro d'una maniera, che abbia a servire generalmente per qualunque sorta di liquori, io pratico un nuovo metodo per determinare il secondo termine fisso, il quale consiste nel fare una mescolanza di acqua, e di zucchero, senza punto badare alla quantità di questi due ingredienti, ma col solo riflesso, che fatta la dissoluzione, essa abbia a pesare 60. millesimi più dell'acqua distillata; per la quale operazione trovai acconcia la bilancia idrostatica. Presi dunque una caraffa di vetro, caricata internamente di un dato

peso, ed ermeticamente chiusa al di sopra, la quale pesata all'aria era precisamente di grani 4760. Sospesa indi questa caraffa ad un crine, la pesai entro all'acqua recentemente distillata, e venne a perdere grani 3230. del suo peso primiero; la qual perdita di peso, come ognun sa, indica appunto il peso di un volume di acqua eguale a quello della caraffa. Ora volendomi procurare una dissoluzione di acqua, e di zucchero, il cui peso fosse a quello dell'acqua pura come 1060 a 1000, mescolai insieme a tal dose queste due sostanze, che immerfavi poscia la stessa caraffa, essa vi perdette grani  $3423\frac{2}{5}$ . Sicchè tale appunto essendo il peso della dissoluzione, ottenni la ricercata proporzione tra il peso suo, e quello dell'acqua distillata; imperocchè come 1060 a 1000; così 3230 a  $3423\frac{2}{5}$ . Succede però il più delle volte di non giungere di primo colpo a formare un mescolglio, che sia precisamente di questo peso; e quì conviene armarsi di un po' di sofferenza, allungando, o addensando il mescolglio coll'aggiungere acqua, oppure zucchero, conforme al bisogno, finchè arrivi la mescolanza al preciso indicato peso. Ottenuto questo, si riempie della dissoluzione il vase *A*, ed ove il cannello taglia la placca *CC*, ivi si nota l'altro punto, dividendo lo spazio compreso fra i due termini in 30. gradi, ognun de' quali indicherà la differenza di due millesimi di peso. Si progredisce con la stessa divisione anche al di sotto dei gradi 30, fino alla base del cannello, e così pure, se si vuole, anche al di sopra dello zero. I gradi, che sono al di sotto dello zero servono pe' fluidi, che sono più pesanti dell'acqua, ed indicano de' millesimi da doverli aggiungere; quelli poi, che sono al di sopra, servono pe' fluidi più leggieri dell'acqua stessa, e indicano de' millesimi, che devono esser sottratti.

Il secondo termine ottenuto, mediante l'infusione dello zucchero, e dell'acqua distillata è egualmente costante, quanto il primo. Un liquore, che col mescolglio di un'altra sostanza specificamente più grave, è divenuto  $\frac{60}{1000}$  più pesante dell'acqua stessa, ei farà costantemente tale, quando non si commetta errore nello scandaglio. Conviene non per tanto servirsi del mescolglio, tosto fatta l'infusione. Se que-

sto si conservasse a lungo per farne uso molto tempo appresso, egli è certo, che una porzione dell'acqua verrebbe a svaporare, il composto diverrebbe quindi specificamente più grave, nè somministrerebbe più lo stesso termine di prima. Un Areometro graduato a questa foggia diviene acconcio per tutte le forte de' liquori: qualunque sia la dissoluzione, formata con qualsivoglia specie di sale, o di altra sostanza dissolubile, indicherà sempre essere il peso di essa differente da quello dell'acqua pura di tanti millesimi, quanti faranno i gradi raddoppiati, che verranno indicati; di maniera che due gradi indicheranno la differenza di quattro millesimi, tre gradi quella di sei millesimi, ec. Dal fin què detto è facile il conoscere che l'uso dello zucchero nel comporre la detta mescolanza è affatto arbitrario. Purchè la dissoluzione giunga a pesare 60 millesimi più dell'acqua pura, qualunque altra sostanza, che vi sia disciolta, può egualmente servire. Anzi non è neppure necessario di ridurre il mescolamento al peso di 60 millesimi; esso può esser ridotto al peso di 80, 90, 100 millesimi di più, o quanti meglio piace: basta in allora decidere lo spazio compreso fra i due termini in tanti gradi, che sieno la metà de' millesimi accresciuti.

Fin qui ho supposto, che i due termini descritti, i quali servono di fondamento, e di base alla graduazione dell'Areometro, sieno fissi, ed invariabili, perchè ottenuti con de' liquori, che possono esser ridotti ad un peso sempre costante; ma ho supposto altresì, che i detti termini debbano esser presi, allorchè i due fluidi si trovano ridotti allo stesso grado di temperatura. Si fa, e noi il vedremo più chiaramente in appresso, che la causa del calore dilata tutti i corpi, e specialmente i fluidi, i quali senza variar di peso, aumentano di volume; e quel che più rimonta l'accrescimento del loro volume non è proporzionale alla causa, che li dilata, nè la dilatazione di un fluido è uguale a quella degli altri. Quindi la necessità di dover fissare i due termini per la graduazione dell'Areometro sempre a un determinato grado di temperatura, col debito altresì di ridurre allo stesso grado tutti i liquori, che si vorranno scandagliare in appresso. Questo grado di temperatura da principio è arbitrario,

rio, ed ognuno può fissarlo a suo genio; ma stabilito che siesi una volta, convien mantenerlo costantemente, quando si voglia procedere con la dovuta esattezza. Molti prendono la temperatura del ghiaccio, altri quella de' gradi 15, ed altri de' gradi 20 sopra lo zero di *Reaumur*: io ho trascelta la temperatura de' gradi dieci, come quella, ch'è più facile a ottenersi in tutte le stagioni; e perchè sotto a questo grado si trovano calcolate quasi tutte le Tavole delle gravità specifiche, e quindi sembra essere il più generalmente abbracciato. A tale oggetto si nel graduar l'Areometro, come pure nel servirsene, dappoichè sarà costruito, converrà sempre immergere la palla del Termometro entro al tubo *B*, nè osservare il grado di affondamento del galleggiante, se prima il liquore non siesi stabilito alla temperatura di gradi dieci.

Siccome l'Areometro, che vengo ora dal descrivere, deve essere di un uso universale, e servire per qualunque sorta di liquori più leggieri, e più pesanti dell'acqua, perciò converrebbe, che il cannello portasse per lo meno dugento gradi, cioè, più di cento al di sotto dello zero pe' fluidi più gravi dell'acqua, e novanta in circa al di sopra, pe' liquori, che hanno una minore specifica gravità; il che riuscirebbe di molto imbarazzo, nè posta una tale lunghezza, sarebbe facile il mantenerlo verticale, quando sta immerso ne' fluidi. Per evitare questo inconveniente, molti in vece di graduare il cannello dell'Areometro, come abbiám suggerito, costumano di costruirvi al di sopra un piccolo baccino, ove riporre, aggiungere, o levare quella quantità di pesi, che si richiede per fare, che il galleggiante s'immerga in tutti i fluidi sempre ad un determinato punto. Ma oltre alla difficoltà di ottenere una serie di piccoli pesi a perfetta uguaglianza; oltre al non poter servire i detti pesi, se non per quel dato Areometro, sopra il quale furono stati calibrati; non è sì facile lo spiegare, quanto cosa fastidiosa, ed incomoda ella sia quel dover togliere, collocare, e rimettere questi minuti pesi sopra un galleggiante, che oscilla ad ogni leggiero tocco, dovendo aspettare, che si ponga in equilibrio ogni volta, che si è levato, o restituito uno di questi pesi. Per togliere dunque l'obbietto della troppa lunghezza del cannello io suggerisco due altri metodi, più facili, e

meno imbarazzanti. Il primo è quello di farsi costruire due galleggianti; l'uno pe' fluidi più gravi dell'acqua, il quale tenga il punto dello zero in alto verso l'estremità superiore del cannello, e progredisca con la serie de' gradi dal di sopra in giù, come è appunto quello, che abbiamo finora descritto. L'altro poi, che dovrà servire pe' fluidi più leggieri dell'acqua, tenga lo zero verso la base del cannello, ed ascenda con la serie de' gradi dal di sotto in su. Posti questi due galleggianti, non è punto necessario raddoppiare gli altri pezzi, che formano il corredo dell'istrumento. Per graduare questo secondo galleggiante destinato pe' fluidi più leggieri dell'acqua, si opera cogli stessi principj, onde si è graduato il primo. Notato il punto dell'acqua distillata verso la base del cannello, si forma un misto conveniente di acqua, e di spirito di vino, il quale pesi 60 millesimi meno dell'acqua stessa; ed immerso il galleggiante entro a questa mescolanza, si ottiene il secondo punto, e si divide lo spazio fra i due termini in 30 gradi, progredendo con la stessa divisione fino all'estremità del cannello.

L'altro metodo, che io suggerisco, è quello di servirsi di un solo galleggiante, tanto pe' fluidi più gravi, quanto per quelli, che sono più leggieri dell'acqua; ma disposto nella seguente forma. Si gradua prima il galleggiante, come se questo dovesse servire pe' soli fluidi più gravi, notando il punto dello zero all'estremità superiore del cannello, e progredendo con la serie de' gradi all'ingiù verso la base del cannello fino a' gradi 100. Ciò eseguito, si estraggono dal galleggiante i pallini, che hanno servito di favorra, e si ripongono ben custoditi entro uno scatolino per servirsene all'uopo, notandovi sopra a scanso d'ogni sbaglio: *favorra pe' liquori più gravi*. Allora si carica di nuovo il galleggiante di altri pallini, ma in tal minor quantità, e per tal modo, che entro l'acqua distillata si fermi precisamente al punto, ove sono notati i gradi 100 della prima divisione, ed ivi dirimpetto all'altro lato si nota zero. Dopo questo, non rimane a fare altro, che continuare questa seconda serie ascendente di numeri, notando gradi 5, ove nella prima serie sono notati gradi 95; gradi 10, rimpetto a gradi 90; gradi 15, rimpetto a gradi 85, e così progredendo fino a

gradi 100, ove nella prima serie è notato zero; come si vede espresso nella figura *DEF*. Ogni qual volta occorra di estrarre questi pallini, che servono di savorra per la seconda graduazione, si ripongono essi pure entro un altro scatolino separato, notandosi sopra: *savorra pe' liquori più leggieri*. In tal guisa un solo galleggiante, col cambiarvi solo la savorra, può servire per tutti i liquori.

Rettificato in tal guisa l'Areometro, e ridotto ad esser comparabile, universale, e di facile maneggio, noi siamo in grado di ritrarne i più decisi vantaggi. Col mezzo di esso possiamo rilevare il peso specifico di tutti i liquori, conoscere la proporzione, e la dose delle sostanze, che entrano nelle dissoluzioni sì rapporto al loro peso, che al loro volume, e determinare in fine l'aumento, che soffre il volume degli stessi liquori; il che tutto verremo indicando ne' seguenti Articoli.

### ARTICOLO III.

#### *Del peso specifico de' liquori, e delle varie maniere di determinarlo.*

Sotto a due differenti aspetti noi possiamo riguardare il peso di qualunque corpo; o come peso assoluto, o come peso relativo. Se si considera un corpo pesante in se stesso, paragonandolo solo a diverse sue quantità più o meno grandi, il suo peso si chiama allora *assoluto*, ed in tal caso il peso sta in ragione del volume dello stesso corpo; di modo che, se una parte di esso pesa quattro libbre, due parti peseranno otto libbre, tre parti dodici libbre, ec. Ora questo peso assoluto si determina col mezzo della bilancia ordinaria, ch'è il migliore, ed anche l'unico mezzo, quando si voglia operare con esattezza. Se poi si considera un corpo pesante tanto riguardo alla sua massa, che riguardo allo spazio, che occupa, paragonandolo con altri corpi di egual volume, allora il suo peso riguardato sotto a questo punto di vista, si chiama peso *relativo*, ossia, peso *specifico*. Grandissima pertanto è la differenza, che incontrasi fra il peso delle sostanze, che esistono in natura; e nasce questa differenza dal non

effervi corpo alcuno, il quale non sia sparso d'una infinità di spazj vuoti per entro alle sue parti, e dall'essere questi spazj diversi in cadauna sostanza, in quanto al loro numero, forma, figura, ed ampiezza. Quindi agevolmente si comprende, perchè un corpo, il quale sia meno poroso, debba contenere maggior quantità di materia, e quindi avere maggior peso specifico di un altro corpo di egual volume, ma più abbondantemente sparso d'intertizj, e di vacui.

Limitandosi ora alle sole sostanze, che si trovano in istato di liquore, poichè il loro peso relativo può contribuire di molto a farci comprendere, almeno in parte, le loro proprietà; perciò i Fisici si sono sempre occupati in rintracciare questa specifica loro differenza di peso. Uno tra gli altri mezzi per conseguir questo fine, fu quello de' tubi comunicanti. Egli è certo, che se nelle braccia aperte di un tubo ricurvo, e rivolto con le braccia allo 'nsù si versi un fluido omogeneo, per esempio dell'acqua, questa ascenderà alla medesima altezza in ciascuno de' rami, qualunque sia la loro direzione, o la differenza del loro diametro, purchè uno di essi non sia capillare. Ma se in ciascuno degl' indicati rami si versino due fluidi di diversa natura, e gravità, in maniera che la metà della curvatura sia il termine divisorio de' due fluidi; allora la loro altezza sarà in ragione inversa de' rispettivi pesi. Sicchè se nell'uno de' lati s'infonda del mercurio, e nell'altro dell'acqua, essendo la gravità del mercurio quattordici volte maggiore di quella dell'acqua, perciò un pollice di mercurio farà equilibrio con quattordici pollici di acqua. Pure questo metodo è soggetto a troppe alterazioni per essere seguito in pratica. Basta solo riflettere, che si danno molti fluidi, che al solo contatto si mescolano a vicenda, che varj altri fanno effervescenza, e che parecchi in fine non si distinguono per l'uniformità del colore, onde poterne fissare con precisione il punto divisorio alla metà della curvatura.

Per evitare gl'inconvenienti, che nascono dal contatto de' differenti liquori, altri hanno pensato a un nuovo artificio. Consiste questo in un simile tubo ricurvo, ma rivolto con le braccia all'ingiù, le quali vanno ad immergersi entro a due recipienti pieni di liquori diversi, nella curvatu-

ra superiore del quale essendovi praticato un foro , si estrae da esso porzione dell'aria contenuta nelle braccia , mediante la macchina del vuoto , od in altra guisa equivalente : sicchè con questo mezzo ascendono i fluidi ne' loro rispettivi rami a differente altezza in ragione inversa alla loro densità. Ma l'imbarazzo nel dover praticare tutte queste operazioni , l'attrazione del vetro rapporto ad alcuni fluidi , la sua ripulsione in riguardo ad alcuni altri , la difficoltà di determinare la vera altezza de' due liquori , sono altrettante cause , per cui viene comunemente abbandonato anche questo secondo metodo.

La Bilancia idrostatica è una terza maniera , e molto propria per determinare il peso specifico de' corpi , della quale ne tralascio la descrizione per essere abbastanza nota. Io non intendo detrarre al merito reale di questa eccellente macchinetta , la quale per tutti i riguardi merita la preferenza sopra ogni altro mezzo . Dirò solo , che quanto è dessa utile , e vantaggiosa presso alle persone esercitate ; altrettanto potrebbe divenire fallace nelle mani del volgo ; poichè richiede essa una certa tal quale sperimentata abilità , e minuta esattezza , di cui non è assolutamente capace , chi non si trova da lungo tempo esercitato in questo genere di scandagli.

Si rileva in fine il peso specifico de' liquori , col pesarli successivamente entro un matraccio , riempiendolo fino ad un marcato punto del suo collo . Essendo così uguale il volume de' liquori confrontati , è evidente , che i loro pesi indicheranno la differenza della loro gravità . Questo metodo ha certamente il suo merito ; ma troppe essendo le cautele , che si ricercano , per operare con esattezza , perciò non è mai da sperarsi , che possa comunemente venire abbracciato nella pratica . Sicchè confrontando insieme tutti i mezzi indirizzati a rintracciare il peso specifico de' liquori , l'Areometro or ora rettificato sembra dover essere il più opportuno , come quello , che alla esattezza delle indicazioni unisce tutta la semplicità del maneggio .

La maniera pratica per rilevare il peso specifico de' liquori col mezzo dell'Areometro , è la seguente . Si riempie il vase *A* del liquore , che si vuole esaminare , vi s'immer-

ge il galleggiante caricato della favorra più pesante, se il fluido è più grave dell'acqua; oppure dell'altra più leggiera, se il fluido è più leggero. Si lascia, che il fluido si stabilisca al suo livello, lasciando che finisca di sgocciolare dal tubetto *L*; si riduce il tutto alla temperatura di gradi 10, e ponendo l'occhio orizzontale alla placca *CC*, si osserva il grado dell'immersione. Frattanto essendo il peso specifico dell'acqua distillata, come 1000, entro alla quale l'istrumento si stabilisce al punto dello zero, ed indicando ogni grado dell'Areometro la differenza di due millesimi di peso, si conosce tolto la differenza specifica del fluido posto all'esame. Segni per esempio il galleggiante, entro al Latte vaccino, gradi 16 sotto allo zero: questi indicano 32 millesimi di maggior peso; in guisa che essendo il peso dell'acqua, come 1000, il peso di questo Latte sarà, come 1032. Con questo stesso metodo facendo uso della graduazione ora ascendente, ed ora discendente, secondo i varj liquori più leggieri, o più gravi dell'acqua, ho trovato essere il peso specifico di alcuni liquori, come nella seguente Tavola.

*Tavola del peso specifico di alcuni liquori.*

Latte vaccino	1032,00
Acqua marina del Porto di Venezia	1026,18
Aceto comune	1017,95
Urina d'uomo sano	1006,81
Acqua di Recoaro	1005,26. (a)
Acqua di varj pozzi di Vicenza	1003,71
Acqua distillata	1000,00
Vino vicentino ordinario	999,32
Olio di uliva	916,38
Spirito di vino rettificatissimo	830,00

(a) Nasce un divario molto rimarcabile rapporto al peso dell'acqua di Recoaro. Il Chiariss. e celebre Sig. Cav. *Lorgna* nelle

sue osservazioni fisiche intorno all' *Acqua Marziale di Recoaro*, stampate in Vicenza 1780. ha trovato essere il peso dell'ac-

## ARTICOLO IV.

*Maniera di conoscere il peso specifico de' sali, e di altre materie srittolate, che servono per le dissoluzioni.*

Quello che rende più pregiabile l'uso dell'Areometro, si è, che col mezzo di esso possiamo conoscere la proporzione, e la quantità delle materie, che entrano in tutte le dissoluzioni. Ora il fondamento primario per fare servire l'Areometro a questo oggetto è quello di accertarsi prima del peso specifico sì del fluido dissolvente, che della sostanza dissolubile. In quanto a' fluidi dissolventi è facile conoscere il peso specifico, esaminandoli nel loro stato semplice, prima di essere mescolati nelle dissoluzioni, secondo il metodo esposto nel precedente Articolo. Maggiore è la difficoltà, che incontrasi, nel determinare il peso delle sostanze, che devono essere disciolte. Imperciocchè per conoscere il peso specifico di un corpo qualunque, è necessario, che sia ridotto ad un volume determinato, e preciso. Ora egli è difficilissimo lo stabilire il volume di certe sostanze triturate, polverizzate, od infrante, che sono appunto quelle, che più comunemente entrano nelle dissoluzioni, come lo zucchero, le polveri, e sali, ec. Di fatto, oltre a' meati, che sono proprj a ciascun corpo, lasciano queste sostanze per entro alla loro massa una quantità di altri vacui casuali, e fortuiti tra le particelle disgiunte del loro aggregato; sicchè a misura, che sono più, o meno calcate, e compresse, offrono sotto un egual peso un volume sempre diverso. Per conoscere dunque il peso relativo di tali materie ho ideata una maniera, che mi sembra del tutto idonea, che non

---

qua di pioggia al peso dell'acqua marziale di Recoaro, presa alla sua fonte, come  $41\frac{1}{2}$  a 49, il che farebbe come 1000,00 a  $1152,94\frac{1}{2}$ . Per l'opposto avendola io esaminata per venti giorni di seguito in Vicenza tanto col mezzo dell'Areometro, che colla Bilancia idrostatica, la ho trovata varia bensì ogni giorno di peso; ma tutta la differenza fu tra 1003,71; e

1006,81. Sicchè dalle mie esperienze risulta, che il peso medio dell'acqua di Recoaro trasportata in Vicenza, ch'è 24. miglia lontano dalla fonte, e ridotta alla temperatura di gradi 10. sta al peso dell'acqua distillata, come 1005,26, a 1000,00. Quale sarà dunque la cagione di sì enorme disparità?

trovo suggerita da altri, e che mi faccio un pregio di sottoporre al giudizio dei dotti.

Feci una mescolanza con 24. oncie di acqua pura, ed un' oncia di zucchero, ed immerfavi la caraffa della mia bilancia idrostatica, la quale, come avvertii più sopra, entro all'acqua pura perde 3230 grani, entro a questa mescolanza perdetto grani 3294; e quindi a volumi eguali il peso della detta dissoluzione era al peso dell'acqua pura, come 3294, a 3230. Ora egli è certo, che di questo peso totale 3294, una parte di esso appartiene allo zucchero, e 24 parti all'acqua; sicchè il peso dell'acqua dovette essere di grani 3162,24; ed il peso dello zucchero di grani 131,76; secondo la seguente analogia  $24:1::3162,24:131,76$ . Ciò conosciuto, mi rimaneva ad indagare quale fosse il volume occupato dai grani 3162,24 di acqua, e quale quello occupato dai grani 131,76 dello zucchero; il perchè procedetti al seguente calcolo. Se grani 3230 di acqua pura occupano l'intero volume scacciato dal corpo della caraffa, che dobbiamo considerare uguale a 1000; qual porzione di questo stesso volume occuperà il peso di grani 3162,24 dell'acqua, che entra nella dissoluzione? Fatto il computo, il quarto numero proporzionale è prossimamente 979. Sicchè il volume occupato dall'acqua è come 979; ed il residuo, che rimane per arrivare all'intero volume 1000; ch'è 21, è appunto il volume occupato dallo zucchero. Se dunque un volume di zucchero uguale a 21 pesa grani 131,76, resta solo ad indagare quanti grani peserebbe un egual volume di acqua pura, il che facilmente si deduce da quest'ultima analogia. Siccome un volume di acqua uguale a 1000 pesa grani 3230; così un volume di acqua uguale a 21 peserà grani 67,83; e perciò a volumi eguali il peso dello zucchero sta al peso dell'acqua, come 131,76 a 67,83; ossia come 1942,50. a 1000,00; il che dovea ricercarsi.

Contuttociò per avere una prova più certa della esattezza di questo metodo volli riscontrarne i risultati per una via differente nel seguente modo. Trascelsi un matraccio di collo notabilmente lungo, e quel che più importava, che in tutta la sua lunghezza fosse di un diametro perfettamente uguale. Riempj questo matraccio di acqua distillata fino all'  
 altezza

altezza di alcune linee del suo collo, ove segnai un punto *A*. Versai in appresso tre oncie di acqua similmente distillata entro al matraccio stesso, la quale riempiendo il rimanente del suo collo, venne ad occupare una capacità di 5750 linee cubiche. Ciò rimarcato, gittai fuori le tre oncie di acqua, che aveva aggiunte, e ridotta l'acqua del matraccio al primiero punto *A*, v'infusi allora tre oncie di zucchero, il quale disciogliendosi con tutta l'acqua del matraccio, ne fece ascendere il livello sopra il punto *A*, che misurandone la distanza la trovai della capacità di 2960 linee cubiche. Da ciò ne risulta, che essendo i pesi inversamente, come i volumi; se a pesi uguali, il volume dell'acqua fu al volume dello zucchero, come 5750 a 2960; così a volumi uguali, il peso dell'acqua deve essere al peso dello zucchero come 2960 a 5750, ossia prossimamente come 1000, 00 a 1942, 50, come risultò dal primo metodo, da una piccolissima differenza in fuori. Ecco dunque due metodi, l'uno de' quali serve di prova, e di conferma all'altro, per cui si viene a conoscere il peso specifico di quelle sostanze, che per essere polverizzate, triturate, ed infrante, non possono essere altrimenti esaminate, seguendo questi metodi, ho trovato essere il peso specifico del sal marino, come 4542, 23; e quello del nitro purificato, come 5912, 95.

Io so, che contro a queste pratiche potrebbe venire opposto, che mescolando delle sostanze dissolubili entro a' fluidi dissolventi, ne nasce, per così dire, una compenetrazione di parti, per cui il volume della dissoluzione non è più quello, che aveano le medesime sostanze avanti di essere mescolate insieme. Prima di rispondere a questa obbiezione, volli far ricorso all'esperienza. Feci varie dissoluzioni, mescolando separatamente con l'acqua dello zucchero, del sal comune, del nitro, ec. Dopo molte, e replicate prove ho chiaramente riconosciuto, che il volume della mescolanza diminuisce realmente, che questa diminuzione non succede in un istante, che essa progredisce poco a poco, e che non si compie, che a capo di molte ore. Dal che ne siegue, che progredendo assai lentamente la diminuzione del volume delle sostanze disciolte, ci resta tutto il comodo, per determinare

il loro peso specifico, e quindi svanisce ogni opposizione fatta a questo riguardo.

Io pongo nella qui aggiunta tabella la diminuzione del volume, che ho rimarcata in alcune dissoluzioni a capo di dodici ore, dopo fatta l'infusione. Le tre prime dissoluzioni furono fatte a piena saturazione, alla temperatura di gradi 10: e la mescolanza dello spirito di vino con l'acqua fu a volumi uguali. Perciò computando il volume di ciascuna dissoluzione al momento della mescolanza come 1000, 00 dodici ore appresso divenne come siegue.

Dissoluzioni di	volume rimasto	Diminuzione sofferta
Zucchero	990,38	9,62
Sal marino	993,05	6,95
Nitro	990,20	9,80
Spirito di vino	986,84	13,16

## ARTICOLO V.

*Dell'uso dell'Areometro per rilevare la quantità delle sostanze entro alle dissoluzioni.*

Conosciuto il peso specifico sì del fluido, che della materia, che vi si trova disciolta, abbiamo tutto il fondamento, onde conoscere col mezzo dell'Areometro la quantità delle medesime sostanze sì rapporto al loro peso, che al loro volume. Si brami perciò sapere entro una data dissoluzione di acqua, e di zucchero, quale sia il peso dell'acqua, e quale quello dello zucchero. Immergasi primieramente l'Areometro entro a questa dissoluzione, e vi segni gradi 30 sotto allo zero, i quali indicano l'accrescimento di 60 millesimi di peso; vale a dire, che a volumi uguali, il peso di questa dissoluzione sta al peso dell'acqua pura, come 1060 a 1000. Per conoscere adunque quanta acqua, e quanto zucchero concorrano a formare questo peso totale 1060. Osservisi prima, di quanto il peso specifico dello zucchero superi quello dell'acqua. Abbiám rimarcato, che il

peso dell'acqua è uguale a 1000,00, e quello dello zucchero uguale a 1942,50. Sicchè l'eccesso del peso dello zucchero è 942,50. Ora si proceda al seguente calcolo: come l'eccesso 942,50 sta all'intero peso dello zucchero 1942,50; così l'eccesso 60 indicato dall'Areometro dee stare al peso dello zucchero contenuto nella dissoluzione. Il quarto numero proporzionale è prossimamente 123; e tale appunto è il peso dello zucchero nella supposta dissoluzione: il quale sottratto dall'intero peso 1060, il residuo, ch'è 937 indica il peso dell'acqua, che vi è contenuta. Vogliamo ora sapere la proporzione di queste due sostanze in ragion di volume? Sovvengasi, che il volume dell'acqua è proporzionale al suo peso; e perciò lo stesso numero 937 indica non solo il peso, ma anche il volume dell'acqua nella indicata dissoluzione. Perciò essendo il volume dell'acqua ivi contenuta uguale a 937, si avrà il volume dello zucchero col sottrarre 937 dall'intero volume 1000; poichè il residuo, ch'è 63, farà appunto il volume dello zucchero, che da noi ricercavasi. Ecco sotto un solo punto di vista esposto il risultato del presente calcolo.

		Peso	Volume
Areometro gradi 30	} Acqua	937	937
		} Zucchero	123
		Summa	1060

Nella stessa maniera si opera per indagare la proporzione delle materie componenti tutte le altre dissoluzioni, o misture, come di sal marino, di potassa, di soda, di nitro, di spirito di vino, di tartaro, ec. Ma per togliere la noja dei computi a chi non ne avesse l'assuefazione, e per facilitare a chiunque l'uso di questa utilissima macchinetta, darò alla fine del presente Saggio alcune Tavole, nelle quali senza la briga di altri calcoli, si troverà espressa ad ogni grado dell'Areometro la proporzione tra la quantità dell'acqua e delle materie, che vi faranno mescolate.

## ARTICOLO VI.

*Spiegazione, ed uso delle cinque prime Tavole, e maniera di formarne altre simili per qualunque dissoluzione.*

Le cinque prime Tavole poste alla fine del presente Saggio hanno per oggetto di rendere più facile l'uso dell'Areometro rapporto alle dissoluzioni, per cui ciascuna di esse è formata, che sono le più usuali, e comuni. La prima è calcolata per le dissoluzioni dell'acqua collo zucchero, la quale senza grande variazione serve altresì pe' mosti; dacchè gl'ingredienti principali del mosto sono appunto l'acqua, e la parte zuccherosa; e le altre sostanze, come il tartaro, la resina, la materia colorante, la parte mucillaginoso o vi si trovano in piccolissima dose, o non alterano gran fatto il peso specifico dell'acqua. La seconda Tavola è formata per le dissoluzioni del sal comune, ed è acconcia per conoscere la dose del sale entro l'acqua marina. La terza ha per oggetto le dissoluzioni del nitro. La quarta serve pe' varj mescugli dell'acqua col Latte vaccino. La quinta finalmente fu costruita per conoscere le mescolanze dello spirito di vino con l'acqua, e può servire per quelle specie di vini, che sono più leggieri dell'acqua stessa. Nella prima colonna di ciascuna di queste Tavole vi sono espressi i gradi dell'Areometro, i quali nelle quattro prime Tavole calcolate per quelle dissoluzioni, che sono più pesanti dell'acqua, s'intendono gradi inferiori allo zero, ed indicano aumento di peso: quelli poi della quinta Tavola per lo spirito di vino, s'intendono gradi superiori allo zero, e indicano diminuzione di peso. Il numero de' gradi nella prima Tavola arriva fino ai 152, e nelle due susseguenti fino agli 80; ch'è al di là di quello, che l'acqua possa tenere in dissoluzione di quelle rispettive sostanze. Nelle due ultime Tavole poi i gradi non doveano essere nè più, nè meno di quello, che realmente sono, per la ragione, che aggiungerò in appresso. Nella seconda colonna di ciascuna Tavola sta espressa la quantità dell'acqua corrispondente a ciascun grado; avvertendo, che lo stesso numero esprime sì il peso,

che il volume dell'acqua stessa. Nella terza colonna vi è notato il numero indicante il peso della sostanza disciolta; e nella quarta colonna il suo volume corrispondente.

Per l'intelligenza di tutto questo è necessario avvertire, che il volume di qualunque sostanza semplice, o composta si considera sempre uguale a 1000, e che tutta la differenza consiste nella diversità del peso; poichè computandosi come 1000,00 il peso dell'acqua pura, quello dello zucchero è, come 1942,50; quello del sal marino, come 4542,23; quello del nitro, come 5912,95, ec. Supponga ora un recipiente qualunque pieno di acqua distillata, questa si rapporto al suo peso, che al suo volume sarà uguale a 1000, e l'Areometro entro ad essa segnerà zero. A questo volume di acqua, che si suppone distinto in 1000 porzioni, se ne levino otto porzioni, e vi si aggiungano in vece otto porzioni di zucchero, di sale comune, di nitro, ec. il volume di questa dissoluzione sarà ancora uguale a 1000; ma il suo peso sarà accresciuto più, o meno in ragione del peso relativo della nuova sostanza aggiunta; e questo accrescimento, ossia, eccesso di peso, che hanno le otto parti della sostanza aggiunta sopra il peso delle otto parti di acqua, che si sono tolte, è appunto quello, che viene indicato dall'Areometro. Venghiamo ora all'uso delle Tavole. Galleggi per esempio l'Areometro entro una dissoluzione di acqua, e di zucchero a gradi 44. Questi indicano, che il peso della detta dissoluzione supera di 88 millesimi quello dell'acqua pura. Prendasi quindi per mano la Tavola prima, e si troverà, che rimpetto ai gradi 44, nella seconda colonna vi è notato 907, e nella terza colonna 181; il che significa, che il peso dell'acqua nella detta dissoluzione è uguale a 907, ed il peso dello zucchero uguale a 181; di maniera che sommando insieme questi due pesi, ne risulta il peso totale 1088 indicato dai gradi 44 dell'Areometro. Lo stesso numero poi 907 indica anche il volume dell'acqua, ed il numero 93 della quarta colonna esprime il volume dello zucchero; di maniera che sommando insieme il volume dell'acqua 907, col volume 93 dello zucchero, ne risulta l'intero volume 1000. Similmente se entro una dissoluzione di nitro l'Areometro si stabilisca a gradi 13;

la Tavola terza indicherà, che il peso dell'acqua vi è uguale a 995; il peso del nitro uguale a 31; e così pure il volume dell'acqua come 995, e quello del nitro, come 5.

Occorre bene spesso o per oggetto di medicina, o per altri usi domestici di doverli servire del Latte vaccino, il quale il più delle volte non è di quella qualità, che si richiede, o per essere di sua natura troppo acquidoso, o perchè sia stato adulterato dalle venditrici. Per assicurarsi dunque della qualità di questo liquore è costruita la Tavola quarta. Primieramente con varie prove mi sono assicurato, che il miglior Latte vaccino pesa 32 millesimi più dell'acqua pura, e quindi la sua gravità specifica essere, come 1032. Per questa ragione dovea essere estesa la detta Tavola, fino a' gradi 16 soltanto; i quali indicano appunto 32 millesimi di maggior peso. Il suo uso è analogo a quello delle altre Tavole; imperciocchè se entro una data qualità di questo liquore l'Areometro verrà ad affondarsi a' gradi 14; ivi dirimpetto si vedrà tosto essere il peso dell'acqua come 125; il peso del Latte come 903; il volume dell'acqua similmente come 125; e quello del latte come 875.

La Tavola quinta è disposta, come dissi, per lo spirito di vino. Fu domandato da alcuni, se per mezzo dell'Areometro si possa conoscere la quantità dell'acqua, e dello spirito di vino, che sono contenuti in una data mescolanza. Il Sig. Baumè risponde, ciò essere impossibile: io, tutto all'opposto, rispondo: ciò essere anzi possibilissimo. Con un Areometro, quale era il suo, i cui termini fissi stanno appoggiati l'uno all'acqua pura, e l'altro ad un mescolgio di 90 oncie di acqua, e 10 oncie di sal marino, non si giungerà mai, io lo accordo, a rilevare la quantità di questi due ingredienti. Ma quando l'Areometro sia graduato in guisa, che ogni suo grado sopra lo zero abbia a marcare un dato numero di millesimi di minor peso, qualunque sia la dissoluzione, cui s'immerge; quando si abbia stabilito un termine, fin dove si può giungere con l'arte a rettificare lo spirito di vino, l'istrumento indicherà sempre colla sua immersione, quanto il liquore sia lontano dall'uno, o dall'altro termine, e per conseguenza qual dose di acqua, e di spirito concorra a formare la mescolanza. Nè giova il dire,

che non si giungerà mai a spogliare lo spirito di vino di tutta l'acqua, che contiene; dacchè in questo caso lo spirito non sarebbe più spirito; mentre una porzione di acqua entra a formare una delle sue parti componenti. Imperciocchè niuno ha mai preteso di spogliare lo spirito di vino della sua acqua di combinazione; nè tampoco è punto ciò necessario; basta solo determinare un punto, fin dove lo spirito di vino può essere artificialmente rettificato, e questo punto dopo varj esami si è stabilito esser quello, quando il suo peso specifico è 170 millesimi in circa minore dell'acqua distillata; ossia, il che torna lo stesso, quando il suo peso sta al peso dell'acqua pura, come 830 a 1000 per un di presso. Per questa ragione la medesima Tavola quinta dovea essere estesa fino a' gradi 85, perchè questi indicano appunto la diminuzione di 170 millesimi di peso, e quando l'istrumento si fissa a questo termine mostra, che lo spirito di vino è de' più eccellenti.

Conosciuto l'uso delle cinque Tavole prime, rapportate alla fine del presente Opuscolo, restami additar la maniera di costruirne delle altre per qual siasi dissoluzione. Vogliasi a cagione di esempio formare una Tavola per le dissoluzioni del cremor di tartaro. Prima d'ogni altra cosa si cerchi, quale sia il peso specifico di questo sale, secondo la maniera descritta all'Articolo IV. e suppongasi per ora, che sia, come 3500. Ciò premesso, si dispongano le quattro colonne della Tavola da formarfi, nella prima delle quali si notino i gradi dell'Areometro, cominciando da zero fino a quel numero di gradi, che meglio piace. Nella seconda colonna destinata pel peso, e pel volume dell'acqua, rimpetto allo zero della prima, si noti il numero 1000. Nella terza poi, che dee esprimere il peso del cremor di tartaro, e così pure nella quarta, che dee indicarne il volume, ivi dirimpetto si noti similmente zero. Essendo le cose così disposte; per sapere qual diminuzione di peso, e di volume debbasi esprimere nella seconda colonna corrispondentemente ad ogni grado, si prenda l'eccesso del peso, onde il cremor di tartaro supera il peso dell'acqua, il quale eccesso, seguendo il supposto già fatto, sarebbe di 2500. Questo si divida per metà, ed avrassi 1250, che saranno altrettanti gradi dell'

Areometro, pe' quali deve esser diviso il peso, e volume di acqua 1000; per avere la parte corrispondente, che deve esser scemata per ciascun grado. Sicchè diviso il peso 1000 pe' gradi 1250; il quoziente  $\frac{4}{10}$  è appunto la porzione, onde di grado in grado successivamente l'acqua deve esser scemata. Perciò nella seconda colonna essendo notato 1000 rimpetto allo zero della prima; rimpetto a gradi uno dee notarsi  $999\frac{2}{10}$ ; cioè,  $\frac{2}{10}$  meno di 1000; rimpetto a gradi due si esprima  $998\frac{4}{10}$ ; rimpetto a gradi tre  $997\frac{6}{10}$ , e così via via per tutti i gradi, levando sempre  $\frac{2}{10}$  dal peso del grado antecedente. Per avere poi la porzione di peso del cremor di tartaro da aggiungersi di grado in grado nella terza colonna, si divida il suo peso totale 3500 pe' medesimi gradi 1250, ed il quoziente  $2\frac{2}{10}$  farà la porzione da aggiungersi di grado in grado. Perciò nella stessa terza colonna rimpetto allo zero dell'Areometro essendo notato zero; rimpetto a' gradi uno si noti  $2\frac{2}{10}$ ; rimpetto a' gradi due  $5\frac{4}{10}$ ; a' gradi tre  $8\frac{6}{10}$ ; a' gradi quattro  $11\frac{2}{10}$ , e così di mano in mano, aggiungendo sempre  $2\frac{2}{10}$  al grado antecedente. Nella quarta colonna; che deve esprimere di grado in grado il volume corrispondente, si nota il complemento del numero espresso nella seconda colonna per arrivare al 1000. Perciò rimpetto a gradi uno, ove nella seconda colonna è notato  $999\frac{2}{10}$ , si nota nella quarta  $\frac{2}{10}$ , che sommati insieme fanno 1000; rimpetto a gradi due si nota  $1\frac{6}{10}$ ; a gradi tre  $2\frac{4}{10}$ , e così pe' tutti i gradi, sino alla intiera formazione della Tavola. Per togliere poi l'imbarazzo delle frazioni; queste si computano come unità, se forpassano la metà dell'intero; oppure, si trascurano, se sono al di sotto della metà.

Per avere una prova maggiore della esattezza del nostro Areometro, dopo varie prove sintetiche, volli sperimentarlo anche per via analitica. Se l'istrumento è fedele nelle sue indicazioni, ne dee seguire, che analizzando poscia quella mescolanza, che con esso si era esaminata, ossia, separando la materia disciolta dal fluido dissolvente, si dee riscontrare fra le due sostanze quella medesima proporzione, che era stata indicata dall'Areometro stesso. A tale oggetto presi grani 3584 di acqua marina entro alla quale l'Areometro

metro marcava gradi 12; e perciò secondo la Tavola seconda il peso del sale vi dovea essere in proporzione al peso dell'acqua, come 30, a 994. Sicchè fra i 3584 grani di acqua marina, doveansi riscontrare grani 105 di sale, e grani 3479 di acqua pura. Esposti pertanto quest'acqua ad una lenta svaporazione, ed ogni cosa ridotta a secco, raccolli 102 grani di sale cioè, tre soli grani meno di quello, che avea indicato l'Areometro; il che dovette succedere in grazia delle altre lordure contenute nell'acqua stessa. Replicata questa prova con le dissoluzioni di altri sali, ne ottenni i medesimi risultati.

## ARTICOLO VII.

### *Della causa della dilatazione de' fluidi.*

Tra l'immensa varietà degli esseri, da' quali siamo per ogni parte circondati, niente ci si presenta allo sguardo di stabile, e di permanente: tutto ad ogni istante cambia di grandezza, e di mole; i legni, i marmi, i bitumi, i fluidi; le pietre, i metalli crescono ad ogni tratto, e diminuiscono di volume; ed ogni cosa col variar delle stagioni, e col semplice passaggio dalla notte al giorno, e dall'uno all'altro sito, si allunga, e si abbrevia, si dilata, e si raccorcia con una irregolarità, che sparge della confusione nella serie delle nostre conoscenze. Ora la causa primaria, universale, costante, onde tutte le sostanze aumentano di volume non è che l'assorbimento del calorico, ossia del fluido igneo, il quale introducendosi per entro alle loro parti integranti, ne diminuisce l'aderenza, le separa l'una dall'altra, e le sforza ad occupare uno spazio maggiore. Avrei anche detto, essere questa la causa unica, se alcuni corpi solidi, non facessero una eccezione alla universalità di questa causa. Imperciocchè l'acqua ossia in natura, ossia ridotta in vapori, e sparsa per l'atmosfera insinuandosi fra le molecole di alcune sostanze, come sono i legni, le minugie, le corde, i panni, la carta, le tele, ed altre di simil genere, le dilata per tutti i sensi, e parecchie volte un tale effetto è più sensibile di quello, che deriva dal calorico

stesso. Ma oltr'a che l'acqua insinuandosi ne' corpi, li aumenta di peso egualmente, che di volume, essa non ha poi veruna azione nè sopra parecchj altri corpi solidi, come sono i metalli, nè sopra niuno di quelli, che si trovano in istato di liquore; e quindi niente osta, che si abbia a riguardare il calorico, come causa primaria della dilatazione di tutti i corpi.

In due differenti stati non per tanto può ritrovarsi il calorico: o allora quando rimane strettamente unito alle sostanze dalla forza di una mutua affinità; ed in questo stato, formando una parte del corpo stesso, si chiama *calorico combinato*, e secondo il parere de' moderni Chimici, non produce alcun effetto rapporto ad aumentarne il volume: oppure allorchè separandosi da alcuna delle basi primiere, cui era unito, medianti le infinite chimiche dissoluzioni operate continuamente dalla Natura, si diffonde fra' corpi circostanti, ed entrando ne' loro interstizj, vi esercita in questo caso la sua forza ripulsiva, ne aumenta il volume, e viene distinto col nome di *calorico libero*. Quindi noi dobbiamo considerare le molecole di qualunque corpo, come costrette ad ubbidire a due forze contrarie; ad una forza di attrazione, ch'è intrinseca alla materia stessa, e tende continuamente a ravvicinarla, e ad una forza di ripulsione, proveniente da una causa estrinseca, quale si è appunto il calorico libero, che tende ad allontanarle.

Siccome però ogni sostanza diversa ha i suoi pori particolari più, o meno ampj, più o meno numerosi, e le sue molecole son dottate di una maggiore, o minore forza di attrazione; così è facile il concepire, che non tutti i corpi sono atti a ricevere la medesima quantità di calorico, ne ad esser dilatati allo stesso grado. Imperciocchè quanto più forte è l'adesione, ossia il grado di affinità, che hanno le particelle di un corpo fra se stesse, e quanto meno d'interstizj, e di vacui vi rimangono fra l'una, e l'altra, tanto più difficilmente è permesso l'ingresso al calorico, e tanto meno è desso capace di esercitarvi la sua forza ripulsiva. Quindi noi vedremo in appresso, che riscaldandosi due liquori fino a un determinato grado, l'aumento del loro volume non è uniforme in amendue, e neppure nello stesso fluido la dila-

tazione successiva non è proporzionale alle dosi del calorico assorbito. Da questa irregolarità di andamento viene comunemente eccettuato da' Filici il mercurio, la dilatazione del quale si suppone corrispondere ai gradi del calore; e quindi la preferenza, che se gli dà per la costruzione de' Termometri. Ma come provarlo, se ci manca tuttavia un fluido, il cui cammino sia evidentemente dimostrato regolare, ed uniforme? Per decidere d'una maniera affatto incontrastabile questa interessantissima questione, proposta ultimamente alla discussione dei dotti dalla R. Accademia di Mantova, il mezzo più proprio, a mio giudizio sarebbe quello di fare uso del *Calorimetro* inventato dal Sig. *de la Place*, e descritto dal Sig. *Lavoisier* al Cap. 3. della Parte terza del suo *Trattato Elementare di Chimica*. Il metodo d'istituire questa serie di sperimenti farà il seguente. Si chiuderà entro al Calorimetro un determinato peso di acqua ridotta alla temperatura di gradi 80 del Termometro a mercurio, raccogliendo tutto il ghiaccio, che verrà disciolto dal calore della stessa acqua. In appresso si ripeterà la stessa operazione con egual peso di acqua ridotta a gradi 70; raccogliendone separatamente il diaccio, che farà da essa disciolto. Così di mano in mano si andranno rifacendo le stesse prove con pesi uguali di acqua ridotta a' gradi 60, indi a' gradi 50, e via di seguito fino a' gradi 10. Compiuti questi otto sperimenti, e confrontando insieme i pesi di ciascuna porzione di ghiaccio disciolto, se questi si troveranno proporzionali ai numeri 80; 70; 60; 50; 40; ec. che sono i gradi del calore indicati dal Termometro in ciascuna porzione di acqua, farà indizio, che l'andamento del mercurio è uniforme ai gradi del calore; in caso diverso noi manchiamo tuttavia d'un istrumento esatto in questo genere. Questa è un'esperienza, che per tutti i riguardi è degna di essere istituita; nè io tarderò ad eseguirla, subito che mi si presenterà l'opportunità di avere un Calorimetro sull'idea di quello del Sig. *de la Place*.

Similmente dalla più, o meno di coesione, che hanno le particelle de' corpi fra se stesse, e dalla varia loro forma, struttura, grandezza, ed affinità verso il calorico, ne insorge un'altra differenza molto rimarcabile, quella, cioè,

di essere essi corpi più, o meno pronti a ricevere il calorico libero. Volendo istituire un confronto tra la varia conducibilità di diversi liquori, cominciai dall'indagare, se la prontezza di uno stesso fluido sia uguale tanto nel ricevere, che nell'abbandonare il calorico. Ho riempito a tale oggetto di acqua distillata un vase di metallo, e da un ambiente, la cui temperatura era fissata a gradi 5 sopra il ghiaccio, il trasportai entro una stanza, il cui calore costante era di gradi 12 superiori; e per rialzarli l'acqua a questa temperatura impiegò 127 minuti primi. Allora dalla temperatura della stanza trasferì il vase al primo ambiente di gradi 5, e l'acqua per abbassarsi a questo grado impiegò similmente minuti 127 col solo divario di alcuni secondi, che è affatto inevitabile in questo genere di sperimenti. Lo spirito di vino impiegò solo 71 minuto tanto nel salire dai gradi 5 ai gradi 12 quando nel discendere da questi ai gradi 5 di prima, con pochissima differenza.

Restava in seguito ad istituire un confronto tra la conducibilità di differenti liquori, ossia tra la più, o meno prontezza, che hanno nell'assorbire, e nell'abbandonare il calorico. A questo fine trascelsi un giorno, in cui la temperatura della mia stanza fosse stabilmente fissata alla temperatura di gradi dieci, ed entro ad essa trasferii in altrettanti vasi, e a dosi eguali dell'acqua distillata, dell'acqua marina, dell'olio di uliva, dell'aceto comune, e dello spirito di vino, che avea prima tutti ridotti al grado dall'acqua bollente, eccettuato lo spirito di vino, il quale non è suscettibile di questo grado di calore. Notai in appresso quanti minuti primi, e secondi impiegava ciascuno di questi liquori nel discendere di cinque in cinque gradi, cominciando appunto dai gradi 80 fino ai gradi 15; e nella Tavola VI sta esposto il risultato di tutti questi confronti. Colà si vede che tra i liquori sperimentati lo spirito di vino è il migliore, e più pronto conduttore del calorico: indi appresso viene l'olio di uliva, poscia l'acqua di mare, dopo questa l'aceto comune, ed in fine l'acqua distillata. Si raccoglie altresì dalla stessa Tavola, che le perdite del calorico fatte da un medesimo liquore non sono proporzionali ai tempi impiegati. Imperciocchè da principio finchè i pori del liquore sono molto

dilatati, il calorico se ne scappa più facilmente; ma a misura, che le parti del fluido si vanno sempre più avvicinando, formano un maggiore ostacolo all'uscita del calorico, e quindi più lentamente si riduce il liquore alla temperatura dell'ambiente. Ora conosciuta la causa del dilatamento de' fluidi, e le varie anomalie di questo effetto, ci rimane in fine a rintracciare il modo, onde rilevare con precisione la quantità di un tale aumento.

## ARTICOLO VIII.

*Maniera di determinare col mezzo dell' Areometro l'aumento, che acquista il volume de' liquori.*

La notizia esatta dell'aumento, che soffre il volume de' liquori mediante l'assorbimento del calorico, non è un punto di vana ricerca. Questa può essere molto interessante nelle scienze, nelle arti, nel commercio, ed in moltissime occasioni dell'economia domestica. Noi manchiamo tuttavia d'una regola universale, costante, e sicura per conoscere la proporzione fra l'aumento di un corpo, e quello di un altro; dacchè listatti aumenti non sono nè in ragione delle masse, come voleano alcuni, nè in ragion de' volumi, come hanno pensato altri, nè in ragione composta delle masse, e dei volumi; ma dipendono interamente dalla struttura particolare di ciascun corpo, e dalla varia attrazione delle sue parti componenti sì rapporto a se stesse, che rapporto al calorico. Quindi per avere una norma esatta intorno a questo punto, siamo costretti ad indagare con altrettante prove particolari l'aumento, ch'è proprio di ciascun corpo. A tale oggetto pe' corpi solidi possediamo da vario tempo la eccellente Macchinetta, che porta il nome di *Pirometro*, ideata da principio da celebre *Muffchenbroek*, indi modellata sotto a varie forme da altri Fisici. Per rapporto a' liquori, finora si faceva uso di un matraccio di un collo convenientemente lungo, con l'avvertenza, che il suo lume interno fosse da per tutto uguale. Il matraccio dovea essere di tal calibro, che la capacità del suo ventre fosse alla capacità di una linea del suo collo nella proporzione di mille ad uno. Sicchè

riempito il matraccio del liquore, che si volea esaminare, in maniera che alla temperatura del ghiaccio ne fosse ripiena la sola palla, faceasi riscaldare in seguito, e dalla maggiore, o minore salita del liquore lungo il collo, arguivasi l'aumento del suo volume. Ma poco si richiede per accorgersi della fallacia di questo metodo, almeno per rapporto ad una gran parte di fluidi. Primieramente riscaldandosi il liquore, tutte le sue parti non si riscaldano contemporaneamente, e con egual prontezza; mentre quelle, che sono al centro, restano per lo più al di sotto di alcuni gradi. In oltre quando si voglia conoscere l'aumento acquistato dal liquore al di là dei 60 gradi del Termometro a mercurio, si sviluppa dal liquore stesso una quantità di bollicelle, che tengono in una continua oscillazione la sua superficie. Al grado poi dell'acqua bollente molti liquori sono prossimi all'ebollizione, molti bollono attualmente, e molti anche prima di giungere a questo grado; nè un liquore, ch'è in attuale effervescenza ci permette di determinare con precisione la quantità del suo volume.

In vista di tutte queste difficoltà concepì l'idea di farsi, che l'Areometro stesso, il quale serve a rilevare il peso specifico de' liquori, servisse con eguale accuratezza a far conoscere l'aumento, che acquista il loro volume; e l'effetto corrispose pienamente alle mie intenzioni. Per conseguirne l'intento, cominciai dall'aggiungere, o levare tanto di favorra al galleggiante, sicchè immerso entro al fluido da esaminarsi ridotto alla temperatura di gradi dieci, esso si stabilisca allo zero inferiore notato verso la base del cannello. Si riempie in seguito del liquore stesso il vase *A*, vi s'immerge il galleggiante, si riduce alla temperatura dello zero di *Reaumur*, se il liquore è atto a soffrire questo grado senza gelarsi, si lascia, che la porzione soprabbondante del liquore se ne esca pel tubetto *L*; ed allora si nota il grado d'immersione, il quale dinota la quantità del volume del liquore alla temperatura del ghiaccio. Essendo le cose così disposte, si colloca il detto vase *A* ripieno dello stesso liquore, e munito del suo Termometro, e del suo galleggiante entro un fornello di quelli, che si adoperano a mano, in maniera che il vase poggi sopra la craticola, e vi

fia diritto perpendicolarmente . Allora entro al fornello stesso attorno attorno al vase si vanno aggiungendo de' carboni accesi: il liquore così lentamente si riscalda, cresce di volume, il galleggiante si affonda sempre più, e dello stesso passo la porzione del liquore aumentata se ne esce goccia a goccia pel tubetto *L*, e la superficie del liquore stesso si mantiene sempre allo stesso livello. A misura, che il fluido va sempre più riscaldandosi, si nota di cinque in cinque gradi, indicati dal Termometro, il grado di affondamento, cui farà giunto il galleggiante; avvertendo di mantenere il fuoco sempre moderato, affinchè il liquore si riscaldi gradatamente, e dia tempo di poter fare le necessarie annotazioni.

I fluidi assoggettati a questa prova furono l'acqua distillata, l'acqua marina, l'olio di uliva, l'aceto comune, il vino di cipro, ed una specie di spirito di vino, il cui peso specifico era a quello dell'acqua, come 898, a 1000 e nella Tavola settima, ed ultima si trovano esposti i risultati, che ottenni da questi sperimenti. Entro all'acqua distillata alla temperatura di gradi dieci l'Areometro segua il punto dello zero, e quando l'acqua stessa si trova ridotta a gradi 80 del Termometro, il galleggiante vi si affonda a gradi  $19\frac{1}{2}$ ; dal che ne siegue, che il passaggio, che fa l'acqua, dai gradi dieci agli 80 di calore, porta il divario di 39 millesimi di minor peso; ed essendo i volumi inversamente come i pesi, se il volume dell'acqua alla temperatura di gradi dieci era uguale a 1000 passando alla temperatura dei gradi 80, acquista il suo volume un aumento di 39 millesimi, e diviene come 1039. Così pure posto il volume degli altri liquori alla temperatura di gradi dieci, come 1000,00; quello dell'acqua marina ai gradi 80 diviene uguale a 1051,00; quello dell'olio di uliva uguale a 1063,60; e così degli altri.

Il metodo, che ora vengo dal suggerire per determinare col mezzo dell'Areometro l'aumento de' liquori, oltre all'essere de' più facili ad eseguirsi, sembra essere anche il più accurato di qualunque altro. Contuttociò per avere una prova più evidente della sua esattezza, volli verificarne i risultati per un'altra via alquanto differente. Dal vedere, che

standosene il vase *A* entro al fornello circondato da carboni accesi, a misura che riscaldavasi il liquore, andava altresì lentamente sgocciolando dal tubetto *L*; mi si risvegliò l'idea di raccogliere il detto liquore, che usciva, affinchè avesse a fervire di conferma a miei sperimenti. Egli è certo, che riempito il vase di un liquore qualunque alla temperatura di gradi dieci, la porzione dello stesso liquore, che se ne esce, allorchè si fa passare il liquore alla temperatura di gradi 80 deve essere la misura esatta dell'aumento, che acquista il suo volume, mediante questo passaggio. Appoggiato a questo principio, ch'è della maggiore evidenza, riempi il detto vase *A* di acqua distillata ridotta alla temperatura di gradi dieci, ed avendola prima pesata, la trovai essere di grani 16351. Indi rimossi dal vase sì il Termometro, che il galleggiante, come inutili in questa operazione, chiusi esattamente l'apertura superiore del vase, affinchè l'acqua non avesse a svaporare, lasciando aperto il solo tubetto *L*. Posi il vase così pieno di acqua sopra i carboni accesi, e di mano in mano, che l'acqua andava riscaldandosi, e crescendo di volume, se ne usciva altresì la porzione aumentata a goccia a goccia dal medesimo tubetto *L*, e questa veniva raccolta entro un ampolla. Quando l'acqua fu al punto dell'ebollizione, ritirai prontamente il vaso dal fuoco, e raffreddata ogni cosa, pesai separatamente sì l'acqua rimasta nel vase, che quella, che ne era uscita. Siccome dal primo metodo praticato coll'immersione dell'Areometro risultò, che dai gradi dieci ai gradi 80, il volume dell'acqua si aumenta di 39 millesimi; così se amendue questi sperimenti sono giusti, e se non si abbia commesso errore nell'eseguirli, ne dee seguire, che l'acqua uscita dal vase in questa seconda operazione, essendo la misura dell'aumento acquistato, il suo peso deve essere al peso dell'acqua rimasta entro al vase nella relazione, almeno prossimamente, di 39 a 1000. Fattone dunque il bilancio, trovai, che l'acqua uscita era di grani 610, e l'acqua rimasta entro al vase di grani 15636 il che sta nella relazione di 39 a 1000; col solo divario di cinque grani, secondo la seguente formula  $39:1000::610:15636+5$ . Questo divario poi diviene affatto inevitabile sì per l'acqua, che resta aderente a' vasi, come

come per quella qualunque siasi piccola svaporazione, che non è possibile di evitare. Rifeci questa stessa prova con varj altri fluidi; ed i risultati furono sempre uniformi a quanto avea indicato l'Areometro, da qualche piccola differenza in fuori. Il che serve vie meglio a comprovare, che l'Areometro stesso somministra uno de' più sicuri metodi per conoscere l'aumento del volume, che acquistano i liquori in forza del calorico assorbito.

Da quanto ho brevemente esposto nel presente saggio è facile il comprendere quali, e quanti sieno i vantaggi, che si possono ritrarre dall'uso di questa corretta Macchinetta. I principj della sua costruzione sono atti a conciliare tutta la nostra confidenza, il maneggio n'è facile, l'uso universale, e gli effetti corrispondono alla nostra aspettazione. Con questo mezzo possiamo conoscere agevolmente la gravità specifica di tutti i liquori, valutare il peso, ed il volume delle sostanze mescolate per entro alle dissoluzioni, determinare l'aumento, che acquistano mediante l'introduzione del calorico; e quindi giudicare del loro pregio, rimaner garantiti dalla frode, e dagl'inganni de' venditori, istituir degli esatti confronti, introdur nelle misture quel grado di addensamento, che più abbisogna, ed avere ognora in pronto un esatto scandaglio per tutte le occorrenze, che succedono alla giornata. In quanto a me, io mi terrò bastantemente pago, se con la rettificazione di questo strumento avrò in qualche modo contribuito ai vantaggi della Società.

## Tavola

Per le Dissoluzioni

Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Zucch. pefo .	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.val.	Zucch. pefo .	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Zucch. pefo .	Zucch. volum.
0	1000	0	0	26	945	107	55	52	890	214	110
1	998	4	2	27	943	111	57	53	888	218	112
2	996	8	4	28	941	115	59	54	886	222	114
3	994	12	6	29	939	119	61	55	884	226	116
4	992	16	8	30	937	123	63	56	881	231	119
5	990	20	10	31	935	127	65	57	879	235	121
6	988	24	12	32	932	132	68	58	877	239	123
7	986	28	14	33	930	136	70	59	875	243	125
8	983	33	17	34	928	140	72	60	873	247	127
9	981	37	19	35	926	144	74	61	871	251	129
10	979	41	21	36	924	148	76	62	869	255	131
11	977	45	23	37	922	152	78	63	867	259	133
12	975	49	25	38	920	156	80	64	864	264	136
13	973	53	27	39	918	160	82	65	862	268	138
14	971	57	29	40	915	165	85	66	860	272	140
15	969	61	31	41	913	169	87	67	858	276	142
16	966	66	34	42	911	173	89	68	856	280	144
17	964	70	36	43	909	177	91	69	854	284	146
18	962	74	38	44	907	181	93	70	852	288	148
19	960	78	40	45	905	185	95	71	850	292	150
20	958	82	42	46	903	189	97	72	847	297	153
21	956	86	44	47	901	193	99	73	845	301	155
22	954	90	46	48	898	198	102	74	843	305	157
23	952	94	48	49	896	202	104	75	841	309	159
24	949	99	51	50	894	206	106	76	839	313	161
25	947	103	53	51	892	210	108	77	837	317	163

## I.

## dello Zucchero .

Gradi reom.	Acqua pef.vol.	Zucch. pefo .	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Zucch. pefo .	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Zucch. pefo .	Zucch. volum.
78	835	321	165	103	782	424	218	128	728	528	272
79	833	325	167	104	779	428	221	129	726	532	274
80	830	330	170	105	777	433	223	130	724	536	276
81	828	334	172	106	775	437	225	131	722	540	278
82	826	338	174	107	773	441	227	132	720	544	280
83	824	342	176	108	771	445	229	133	718	548	282
84	822	346	178	109	769	449	231	134	716	552	284
85	820	350	180	110	767	453	233	135	714	556	286
86	818	354	182	111	765	457	235	136	711	561	289
87	816	358	184	112	762	462	238	137	709	565	291
88	813	363	187	113	760	466	240	138	707	569	293
89	811	367	189	114	758	470	242	139	705	573	295
90	809	371	191	115	756	474	244	140	703	577	297
91	807	375	193	116	754	478	246	141	701	581	999
92	805	379	195	117	752	482	248	142	699	585	301
93	803	383	197	118	750	486	250	143	697	589	303
94	801	387	199	119	748	490	252	144	694	594	306
95	799	391	201	120	745	495	255	145	692	598	308
96	796	396	204	121	743	499	257	146	690	602	310
97	794	400	206	122	741	503	259	147	688	606	312
98	792	404	208	123	739	507	261	148	686	610	314
99	790	408	210	124	737	511	263	149	684	614	316
100	788	412	212	125	735	515	265	150	682	618	318
101	78	416	214	126	733	519	267	151	680	622	320
102	784	420	216	127	731	523	269	152	677	627	323

## Tavola II.

Per le Dissoluzioni del Sal marino.

Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Sale pefo.	Sale volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Sale pefo.	Sale volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Sale pefo.	Sale volum.
0	1000	0	0	27	985	69	15	54	970	138	30
1	1000	2	0	28	985	71	15	55	970	140	30
2	999	5	1	29	984	74	16	56	969	143	31
3	999	7	1	30	984	76	16	57	968	146	32
4	998	10	2	31	983	79	17	58	968	148	32
5	998	12	2	32	982	82	18	59	967	151	33
6	997	15	3	33	982	84	18	60	967	153	33
7	997	17	3	34	981	87	19	61	966	156	34
8	996	20	4	35	981	89	19	62	966	158	34
9	995	23	5	36	980	92	20	63	965	161	35
10	995	25	5	37	980	94	20	64	964	164	36
11	994	28	6	38	979	97	21	65	964	166	36
12	994	30	6	39	979	99	21	66	963	169	37
13	993	33	7	40	978	102	22	67	963	171	37
14	993	35	7	41	977	105	23	68	962	174	38
15	992	38	8	42	977	107	23	69	962	176	38
16	991	41	9	43	976	110	24	70	961	179	39
17	991	43	9	44	976	112	24	71	961	181	39
18	990	46	10	45	975	115	25	72	960	184	40
19	990	48	10	46	975	117	25	73	959	187	41
20	989	51	11	47	974	120	26	74	959	189	41
21	989	53	11	48	973	123	27	75	958	192	42
22	988	56	12	49	973	125	27	76	958	194	42
23	988	58	12	50	972	128	28	77	957	197	43
24	987	61	13	51	972	130	28	78	957	199	43
25	986	64	14	52	971	133	29	79	956	202	44
26	986	66	14	53	971	135	29	80	955	205	45

## Tavola III.

Per le Diffoluzioni del Nitro.

Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Nitro pefo.	Nitro volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Nitro pefo.	Nitro volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Nitro pefo.	Nitro volum.
0	1000	0	0	27	989	65	11	54	978	130	22
1	1000	2	0	28	989	67	11	55	978	132	22
2	999	5	1	29	988	70	12	56	977	135	23
3	999	7	1	30	988	72	12	57	977	137	23
4	998	10	2	31	987	75	13	58	977	139	23
5	998	12	2	32	987	77	13	59	976	142	24
6	998	14	2	33	987	79	13	60	976	144	24
7	997	17	3	34	986	82	14	61	975	147	25
8	997	19	3	35	986	84	14	62	975	149	25
9	996	22	4	36	985	87	15	63	975	151	25
10	996	24	4	37	985	89	15	64	974	154	26
11	996	26	4	38	985	91	15	65	974	156	26
12	995	29	5	39	984	94	16	66	973	159	27
13	995	31	5	40	984	96	16	67	973	161	27
14	994	34	6	41	983	99	17	68	973	163	27
15	994	36	6	42	983	101	17	69	972	166	28
16	993	39	7	43	983	103	17	70	972	168	28
17	993	41	7	44	982	106	18	71	971	171	29
18	993	43	7	45	982	108	18	72	971	173	29
19	992	46	8	46	981	111	19	73	971	175	29
20	992	48	8	47	981	113	19	74	970	178	30
21	991	51	9	48	981	115	19	75	970	180	30
22	991	53	9	49	980	118	20	76	969	183	31
23	991	55	9	50	980	120	20	77	969	185	31
24	990	58	10	51	979	123	21	78	969	187	31
25	990	60	10	52	977	125	21	79	968	190	32
26	989	63	11	53	979	127	21	80	968	192	32

## Tavola IV.

Per le mescolanze di Latte,  
e di acqua.

Gradi Areom.	Acqua peso vol.	Latte peso.	Latte volume
0	1000	0	0
1	938	64	62
2	875	129	125
3	813	193	187
4	750	258	250
5	688	322	312
6	625	387	375
7	563	451	437
8	500	516	500
9	438	580	562
10	375	645	625
11	313	709	687
12	250	774	750
13	188	838	812
14	125	903	875
15	63	967	937
16	0	1032	1000



## Tavola

Per le mescolanze

Gradi Aerom.	Acqua pes.vol.	Spirito peso	Spirito volum.	Gradi Aerom.	Acqua pes.vol.	Spirito peso	Spirito volume
0	1000	0	0	22	741	215	259
1	988	10	12	23	730	224	270
2	977	19	23	24	718	234	282
3	965	29	35	25	706	244	294
4	953	39	47	26	694	254	306
5	941	49	59	27	683	263	317
6	930	58	70	28	671	273	329
7	918	68	82	29	659	283	341
8	906	78	94	30	647	293	353
9	894	88	106	31	636	302	364
10	883	97	117	32	624	312	376
11	871	107	129	33	612	322	388
12	859	117	141	34	600	332	400
13	847	127	153	35	588	342	412
14	836	136	164	36	577	351	423
15	824	146	176	37	565	361	435
16	812	156	188	38	553	371	447
17	800	166	200	39	541	381	459
18	788	176	212	40	530	390	470
19	777	185	223	41	518	400	482
20	765	195	235	42	506	410	494
21	753	205	247	43	494	420	506

## V.

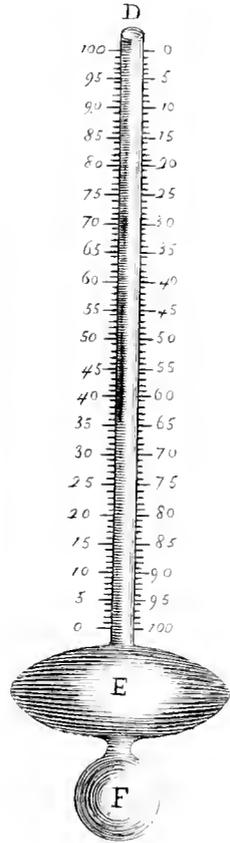
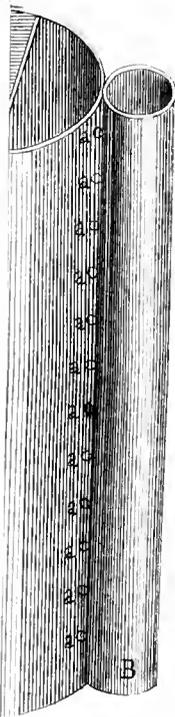
di Spirito di Vino, e di acqua.

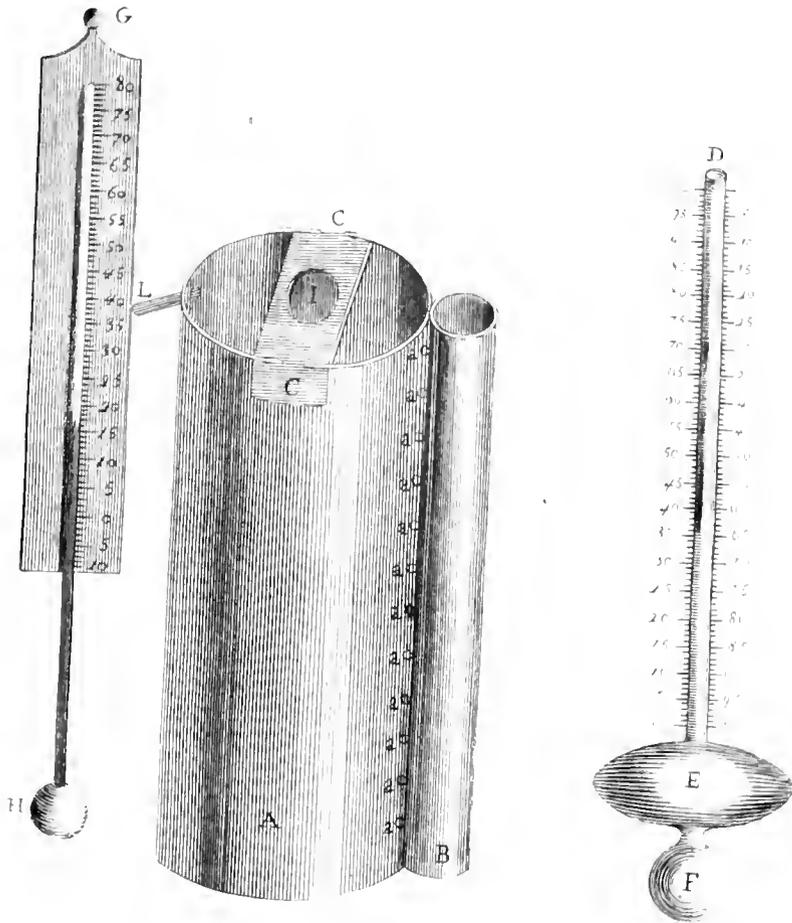
Gradi Areom.	Acqua pes.vol.	Spirito peso	spirito volum.	Gradi Areom.	Acqua pes.vol.	Spirito peso	Spirito volume
44	483	429	517	66	224	644	776
45	471	439	529	67	212	654	788
46	454	449	541	68	200	664	800
47	447	459	553	69	188	674	812
48	436	468	564	70	177	683	823
49	424	478	576	71	165	693	835
50	412	488	588	72	153	703	847
51	400	498	600	73	141	713	859
52	388	508	612	74	130	722	870
53	377	517	623	75	118	732	882
54	365	527	635	76	106	742	894
55	353	537	647	77	94	752	906
56	341	547	659	78	83	761	917
57	330	556	670	79	71	771	929
58	318	566	682	80	59	781	941
59	306	576	694	81	47	791	953
60	294	586	706	82	36	800	964
61	283	595	717	83	24	810	976
62	271	605	729	84	12	820	988
63	259	615	741	85	0	830	1000
64	247	625	753				
65	236	634	764				

## Tavola VI.

Del tempo impiegato dai qui espressi liquori nella perdita di cinque in cinque gradi di calore, cominciando dai gradi 80 del Termometro a Mercurio fino ai gradi 15; essendo la temperatura dell'ambiente a gradi dieci.

Gradi Termom.	Acqua distillat. minuti : secondi	Acqua marina minuti : secondi	Olio d'uliva minuti : secondi	Aceto comune minuti : secondi	Spir. di vino minuti : secondi
80					
-	0 : 48	0 : 40	0 : 30	0 : 36	bolle
75					
-	1 : 12	1 : 00	0 : 50	0 : 54	bolle
70					
-	1 : 30	1 : 15	1 : 12	1 : 18	bolle
65					
-	1 : 54	1 : 30	1 : 24	1 : 36	bolle
60					
-	2 : 30	2 : 12	1 : 40	2 : 00	0 : 45
55					
-	2 : 36	2 : 18	2 : 00	2 : 42	1 : 30
50					
-	3 : 30	3 : 16	2 : 24	3 : 18	2 : 00
45					
-	4 : 12	4 : 00	3 : 00	4 : 00	3 : 00
40					
-	5 : 50	5 : 20	4 : 24	5 : 30	3 : 24
35					
-	7 : 00	7 : 00	5 : 00	6 : 30	5 : 00
30					
-	11 : 00	10 : 00	7 : 00	9 : 00	6 : 00
25					
-	15 : 00	14 : 00	10 : 00	14 : 00	9 : 00
20					
-	32 : 00	26 : 00	26 : 00	31 : 00	18 : 00
15					
Summa	89 : 2	78 : 31	65 : 24	81 : 24	48 : 39





## Tavola VII.

Dell'aumento del volume acquistato dai qui espressi liquori con l'aggiunta di cinque in cinque gradi di calore, computando il loro volume, come 1000, 00. alla temperatura di gradi dieci.

Gradi Term.	Acqua distill.	Acqua marina	Olio d'uliva	Aceto comune	Vino di Cipro	Spir. di vino
0	gelata	999, 00	gelato	999, 81	999, 80	998, 50
5	999, 80	999, 40	gelato	999, 88	999, 88	999, 00
10	1000, 00	1000, 00	1000, 00	1000, 00	1000, 00	1000, 00
15	1000, 30	1001, 60	1004, 00	1000, 20	1000, 30	1002, 20
20	1000, 80	1004, 00	1008, 00	1000, 40	1000, 80	1004, 80
25	1002, 00	1006, 60	1012, 20	1000, 80	1002, 40	1010, 00
30	1004, 40	1008, 40	1017, 60	1001, 60	1005, 40	1016, 00
35	1006, 80	1010, 00	1023, 20	1003, 00	1010, 40	1023, 00
40	1009, 60	1012, 30	1028, 80	1005, 80	1014, 40	1030, 80
45	1012, 60	1014, 90	1032, 00	1008, 80	1018, 40	1036, 80
50	1015, 00	1018, 80	1036, 00	1012, 20	1022, 40	1044, 60
55	1018, 60	1023, 00	1040, 00	1016, 00	1026, 40	1052, 80
60	1022, 40	1026, 80	1044, 00	1020, 60	1031, 40	1063, 60
65	1026, 00	1030, 40	1048, 00	1024, 00	1043, 40	bolle
70	1030, 40	1034, 20	1053, 00	1028, 00	bolle.	bolle
75	1034, 40	1041, 00	1058, 00	1032, 40	bolle.	bolle
80	1039, 00	1051, 00	1063, 60	1036, 40	bolle.	bolle

---



---

# SOPRA UNA TOSSE

## DEGLI ALIMENTI

Del Sig. Dott. GIOVANNI VERARDO ZEVIANI.

**O** *Liva Brentonega* d'anni 60 vedova di *Giacomo Clausa*, da molti anni sottoposta ad un facile catarro, talvolta marcioso, e senza raffreddore; ed inoltre ad una or più, or meno dolorosa e difficile discesa degli alimenti al ventricolo, il dì primo dell'anno 1791 ebbe più del solito ingombrata la via degli alimenti dopo aver mangiato con avidità del mandorlato. Di lì a poco sentì una dolorosa interna trafittura sotto allo sterno con un senso di crepatura, per cui la voce rimbombava al basso ventre; e se le eccitò una tosse, che portò alla bocca per modo di catarro una materia, che avea l'odore ed il sapore del mandorlato inghiottito. Da quel giorno in poi la scarsissima quantità di cibo e bevanda, che ingollava per sostenere la vita e moderare la sete, pochi istanti dopo moveva una tosse soffocativa, che portava alla bocca in loro propria sostanza una porzione delle cose ingollate. Visse in questo stato ad ogni ora minaccievole di soffocazione per giorni trenta; sempre livida in faccia: dal principio rauca, e poi senza voce: sitibonda, stitica, con urine scarse infocate; col decubito nel destro lato impedito; con veglie perpetue, in fine interrotte da un grave sopore. Dopo li trenta giorni cominciò a febricitare fortemente: cessò del tutto la tosse: menò dalla bocca un alito grave e cadaverico: si turbò nella mente; e soffocata morì li 2 febbrajo 1691.

Sospettando io da questa qualità, e da questo ordine di sintomi un libero transito dall'imo esofago all'interno polmone; e non rammentandomi di avere più nè letto nè veduto un simile caso, volli accertarmene con la osservazion del Cadavero. Avvisati pertanto due periti Chirurghi, di quanto io desiderava di verificare coll'occhio, fu la opera-

zione anatomica quanto il caso comportava esattamente e diligentemente eseguita dal Signor *Antonio Lori*, e dal Signor *Luigi Monterossi* alla presenza dell'egregio Medico Signor *Paolo Silvestri* e mia, unitamente a quella di altri Giovani studiosi di Medicina e di Chirurgia.

Aperto il petto, apparve il polmone destro nella sua superficie livido, e fortemente aderente alla pleura: dalla quale volendolo staccare, sortì in cavità molta materia fluida e lattiginosa. Estratto dalla cassa del petto il polmone con la trachea arteria, unitamente all'esofago ed al ventricolo, e rivoltato con la sua faccia posteriore al davanti, ebbesi sotto l'occhio l'esofago, che in tal positura sovrastava alla trachea arteria. Diviso questo, secondo la sua lunghezza si trovò illeso fino al sito dove finisce di accompagnare la trachea arteria. In questo sito era traforato e confunto, e mostrava una grande apertura fatta per erosione di sostanza. Di là da questo sito tornava illeso l'esofago; ed era aperta e libera secondo natura la via al ventricolo: il quale era bensì ristretto, ma pur semipieno di materia degli alimenti, mezzo corrotta, ed in tutto simile a quella che spandevasi nella cavità del petto. Divisa dopo a lungo la trachea arteria, si trovò internamente in tutto il suo tratto livida e scabra, con le ghiandole ne' dintorni gonfie ed infiammate. Segnatamente nel sito ultimo di essa, dove divideasi nei bronchi, dirimpetto all'apertura morbosa dell'esofago, essa pure con esso si trovò traforata ed erosa, a segno di poter dare dentro di se libera l'entrata al cibo inghiottito che cadeva giù dall'esofago verso il ventricolo. Stendevasi il vizio dietro la prima divisione destra de' bronchi, ed attaccava di cangrena il vicino polmone: dove erano aperte delle bocche che a guisa di grotte si immergevano profondamente dentro di esso. Questo destro polmone era denso e pesante, e zeppo internamente non di sangue o catarro, ma di strana materia che lo ingombrava. Il sinistro polmone era lieve e secondo natura. Il cuore era floscio, e del tutto privo di acqua il suo pericardio.

Per conoscere la natura della malattia, che a questo termine non più veduto menò, bisogna distinguere il suo corso in tre tempi: che formano tre epoche distinte, e tre

mali un dall'altro diversi e differenti, quantunque da uno in altro passati.

Il primo tempo comprende il male che manifestavasi con le perpetue ricorrenti molestie catarrali, alle quali stava congiunto uno ora più ora meno difficile, talvolta impedito, transito degli alimenti giù per l'esofago.

Il secondo tempo comprende il breve suo corso di un mese per tutto il Gennajo 1791. quando dopo il senso d' interna crepatura, mancò la voce, e inforse una tosse, minacciante soffocazione pochi istanti dopo il cibo o la bevanda: la qual tosse portava alla bocca materia catarrale pregna delle qualità del cibo poco prima ingollato.

Il terzo tempo comprende il breve corso del male delli tre ultimi dì di vita dell' Inferma; quando insorta una acutissima febbre soffocata morì.

L'affezion catarrale del primo periodo, e l'impedito transito degli alimenti per l'esofago, io li derivo da una morbosa interna cagion sola: cioè da un ingrossamento della maggiore delle ghiandole bronchiali, la quale è situata alla prima divisione della trachea arteria: morbo perciò appartenente alla trachea arteria propriamente e non all'esofago. Il *Verejenio* (fu famoso Anatomico al cominciamento di questo secolo) fu il primo ad accorgersi che ad ogni divisione de' bronchi stanno delle ghiandole, maggiori e minori, secondo dai grandi rami in minori si va dividendo l'aspera arteria dentro il polmone. Egli chiamò queste ghiandole dal sito che occupano ghiandole bronchiali. Ma gli Anatomici a lui posteriori per onor dell'Inventore, vollero chiamarle Verejane. Nel sito appunto dove sta e giace la maggiore e prima di queste ghiandole era l'apertura ed erosione, che trovossi nella nostra Donna dopo morte. E' dunque giusto il conghietturare che questa ghiandola segnatamente fosse la offesa nel primo male. L'ostruzione di essa, il suo ingrossamento, la sua scirrosità producevano dapprincipio, e per lungo corso di tempo dappoi, e le molestie catarrali, chiamato ivi maggior corso di umori dal maggior peso, dalla pressione, o dallo stillare da essa di sottile umore icoroso stimolante qualche volta marcioso per la imperfetta suppurazione di qualche parte di essa; e producevano

altresì un'angustia all'esofago in tal sito, che facea nel tempo stesso il difficile transito degli alimenti, che provava l'inferma unitamente alle molestie catarrali. Perciocchè non è bisogno di credere sempre le ghiandole dell'esofago inzeppate ed ostrutte quando appare il difficile transito degli alimenti giù per l'esofago al ventricolo. *Ippocrate* nominò questo morbo come prodotto talvolta da lussazione di vertebre, che fanno all'esofago pressione senza sua lesion propria e particolare.

Or qual fu la cagion prima dell'ingrossamento morboso di questa ghiandola? Non avendosi scorte in questa Donna strume o altre concrezioni ghiandolose in altre parti, non è da derivarlo dalla qualità di umori grossi ed ostruttivi, nè da qualche forestiera infezione che affetta di siggerli nelle ghiandole. Laonde io dubito che debba chiamarsene in colpa il di lei mestiero, che fu di *farinata*: ch'è quanto dire sempre occupata in menare e pigiare le paste, in cribrare farine, in premere il torchio. La continua agitazione, pressione e piegatura del corpo, con la ritenzione assidua del fiato, può aver pigiata ad ogni momento la gran ghiandola bronchiale, e fattala ingrossare ed inscirrire. Non s'è trovato ancora dagli industri Anatomici il condotto escretorio di questa ghiandola: ma si può conghietturare che l'umore che separa, serva più tosto al polmone che all'esofago: stantechè inferiormente ad ogni altra divisione de' bronchi dentro la sostanza del polmone si trovano simili ghiandole; le quali è certo che non appartengono e giovano all'esofago. E se appartiene al polmone il condotto suo escretorio, per un'altra ragione può essere ostrutto, e quindi ingrossata la ghiandola: cioè per l'aria respirata sempre zeppa ed ingombra di volatile farina. Ma io amo meglio di incolpare la cagion prima, o sia la pigiatura di essa ghiandola, che l'ostruzione per farina respirata, dal non aver veduto io frequente tal morbo in coloro che abitano dentro a' molini da farina di e notte; e per averlo veduto più volte in altri Farinati: e segnatamente nel marito di questa nostra infelice Donna; benchè in questo e negli altri non sia pervenuto a traforare la trachea arteria e l'esofago.

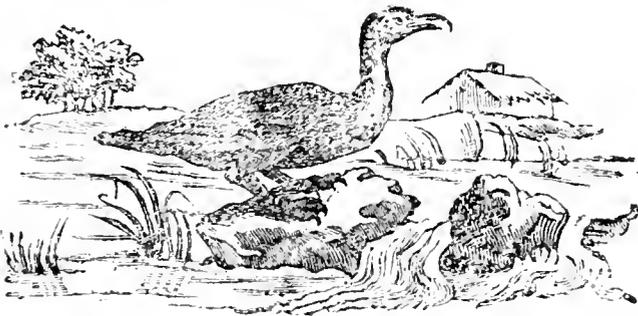
La tosse soffocativa con la perdita di voce, e col ri-

gurgito degli alimenti per la trachea arteria del secondo periodo, io la derivò dalla erosione cancherosa prodottasi col tempo nella ghiandola infirrita, passata a consumare col corpo della ghiandola il sito stesso dove era situata, sino a traforare ivi la trachea arteria, ed il sottoposto annesso esofago; come trovossi nel Cadavero. Di qui l'aria respirata, che dovea tornare al capo della trachea arteria nella espirazione per formare la voce, usciva in vece dal gran foro dentro all'esofago, e di qui al ventricolo, dove rimbombava inutilmente, ed era muta l'inferma. All'incontro gli alimenti che per la strada loro usata discendevano al ventricolo, si sparpigliavano in parte dentro la stessa morbosa apertura dell'esofago e della trachea arteria; e si spargevano a riempiere inferiormente il polmone, in parte salendo superiormente a dar segno della loro qualità con la molesta tosse soffocativa.

Sinchè nel terzo periodo, pieno zeppo il polmone destro, e qua e là irritato e corrosivo dalla strana materia, si formò la peripneumonia, che coll'apparato funesto de' suoi sintomi portò all'altra vita l'inferma: veggendosi nel suo cadavero raccolta nel polmone destro e fuori di esso spanta la materia degli alimenti, in tutto simile a quella che trovossi dentro il ventricolo.

Non è da confondersi questo caso con quello descritto dal Boeravio, col titolo: *atrocis nec prius descripti morbi Historia*, dove trovossi bensì una grande apertura all'imo esofago, che trasmetteva la materia degli alimenti nel petto. Ma come che era in quello illesa la trachea arteria, gli alimenti escivano al di fuori del polmone, e non dentro di esso: e però non era in quello la tosse degli alimenti. Così fu pure di un Tifico rammemorato dall'Eistero negli Atti de' Curiosi della Natura; *maxime mirabamur pulmonem sinistrum inter & pleuram ubi non adhaerebat, colluviem quamdam fuscam, libram superantem, & odoris medicamentosi non ingrati, repertam fuisse. Cujus in originem cum inquirerem, vidimus tandem cum stupore in esophago duos pollices supra diaphragma foramen pollicis latitudine, oris nigricantibus undique cinctum: per quod sine dubio tanta liquoris copia in pettus effluxerat, qui assumtas ante obitum aquas cordiales re-*

*dolebat* . tom. 1. pag. 141. Che però è da dirsi il nostro caso nella Medica storia ancora unico e solo. Intendo di dire non più osservato e descritto: perchè non dubito io punto, che altre volte non sia intravenuto, non conosciuto nè sospettato dai Medici in tempo della malattia degli infermi, e quindi non rintracciato da essi ne' Cadaveri; nei quali non si rileva se non quando sia appostatamente cercato ed indagato. E' nuovo questo morbo, direbbe il *Tiffot-ti*, non per mancanza di osservazioni, ma per difetto di Osservatori.



---



---

# LETTERA

Del Sig. LEOPOLDO MARC-ANTONIO CALDANI

AL CHIARISSIMO

Sig. Dott. VERARDO ZEVIANI.

**S**ono scorsi omai ventisei anni da che venne a questa Città il famoso *Ermafrodito Michele Anna Drouart* Parigino, ( com' egli protestava di essere ) di cui ce ne trasmise prima d'ogni altro la descrizione coll'aggiunta di opportune tavole il celebre Sig. *Morand*, Segretario perpetuo della reale Accademia di Chirurgia di Parigi. L'osservai io pure qui in Padova, in compagnia di dotti ed eruditi amici, fra li quali debbo nominare a cagion d'onore l'illustre Naturalista Sig. Ab. *Fortis*. E siccome, oltre alcune delle particolarità indicate dal Sig. *Morand* medesimo, ve ne trovai dell'altre, non solo a lui sfuggite, ma sì bene ad altri Signori ugualmente celebri e sperimentati, i quali esaminarono lo stesso *Michele*; così ho creduto che queste mie osservazioni, e quelle che feci non molto tempo fu di un altro preteso *Ermafrodito*, potessero servire di argomento alla lunga lettera che a V. S. Illustriss. invio, nella quale, in mezzo al paragone fra le Osservazioni del Sig. *Morand* e le mie, avessero qualche luogo alcune riflessioni intorno a quanto sopra lo stesso soggetto da chiarissimi Scrittori fu pubblicato.

Osservò dunque il Sig. *Morand* una verga al luogo suo naturale ( fig. 1. ) guernita di comuni integumenti, fatta di due corpi cavernosi, con ghianda non bucata e scoperta, avvegnachè non mancante di prepuzio, e di grossezza usuale sì alla base come alla punta. Una fossetta ( lett. *a* ) ei scopre su questa ghianda laddove esser suole l'apertura dell'uretra, che poteva nascondere un grano di lenticchia: e a questa fossetta era quasi continuo un solco, ( lett. *b* ) che stendendosi dalla ghianda inferiormente fino alla radice della

verga, che avrebbe potuto ricevere la parte superiore dell'uretra, se questo canale non fosse assolutamente mancato.

Ai lati di questo solco forgevano due tenui porzioni di pelle raddoppiata, ( lett. *cc* ), che servendo di doppio freno alla stessa verga, ed essendo di questa più corti, la tenevano rivolta al basso. Nello stato di libidine distinguevasi alcun poco il suo legamento sospensivo, e mostravasi allora tutto quel corpo lungo tre pollici e mezzo, ma due pollici soltanto quand'era vizzo.

Sbucciava quella simulata verga dall'angolo superiore di una fessura, compresa da due grosse labbra ornate di peli, più fitti a quella regione che dicesi *Monte di Venere*; onde queste labbra, e la fessura che le superava, rappresentavano esattamente il sesso femminile. Esplorando col tatto le dette labbra distinse manifestamente in ciascuno tre canali o cordoni, che pareva si perdessero nella cute, e quindi una spezie di funicolo spermatico; ma non distinse già i testicoli: aggiugnendo, esser assai difficile, posta una tale struttura, che questi fossero rinchiusi ancora nella cavità dell'addome.

Disgiunte le suddette labbra l'una dall'altra, al disotto del membro, com'ei lo chiamò, e alla distanza di due pollici, trovò un'apertura ch'ei dice bislunga ( lett. *d* ) la quale somigliava all'orifizio di una vagina, priva però delle ninfæ, e dell'imene. Era oltre a ciò l'apertura cotanto angusta, che poteva paragonarsi all'orifizio della vagina di un feto femminile, venuto allora allora alla luce; e vi forgeva internamente e inferiormente un corpicciuolo ( lett. *e* ) carnoso, molto rosso della grandezza di un pisello.

Introdusse il Chirurgo francese il dito mignolo nella detta apertura, e si avvide che il suo fondo superiore era fatto a volta; ma non s'incontrò in alcuna foro o prominenza, che potesse prendersi per la bocca dell'utero. Nè perciò è da dubitarsi, ei soggiugne, che non vi sia più oltre un canale, più lungo della vagina; poichè vi cacciai per entro una candeletta, all'altezza di quattro pollici.

E nemmeno può mettersi in dubbio che l'uretra non istocchi dentro di questo canale, avvegnachè il luogo dello stocco non possa con sicurezza indicarsi. Congetturò non pertanto il Sig. *Morand*, che questo luogo fosse al fondo

della vagina; perchè avendovi introdotto una tenta pel tratto di quasi tre pollici, si vide allora uscirne l'orina, e con tal grossezza di filo, che quasi uguagliava l'apertura della vagina medesima. Quindi egli conchiuse che l'uretra, incominciando subito al di là dell'apertura vaginale, avesse il naturale suo diametro fino a tanto che alla vescica perviene.

Finalmente notò il Sig. *Morand*, che quella regione, che dicesi *perinèo*, era estesa per lo spazio di un pollice e mezzo; la qual misura, com'egli pensa, eccede la comune estensione del perinèo femminile.

Qui l'autor francese termina la descrizione de' genitali di *Michèle Drouart*. Indi dopo la sposizione di alcune baje, che costui raccontava a tutti, soggiugne che se si considera in *Michèle* un camminare da uomo, una simmetria di corpo ed una voce maschile, una decisa inclinazione per le donne, una specie di barba al mento e al labbro superiore: se si riflette che non ha traccia di mammelle femminine; che gode di una robusta sanità, scevera specialmente da que' morbosi fenomeni che precedono i sanguis, o seguono il rattenimento di questi; se tutto ciò, ei dice, si considera attentamente, io sono portato a credere che in esso manchi l'utero, e che il sesso virile sia quello che predomina.

In mezzo però a tutto questo, osservando, scrive egli, in ogni parte una bizzarra mescolanza di ambedue i sessi; dacchè la pelvi è un poco più ampia di quanto convenga ad un giovinotto d'anni sedici; ed una delle coscie sembra di maschio, l'altra di femmina, ho creduto di dover contenermi dentro i limiti di un semplice osservatore: e ciò tanto più, che molti ragionamenti fatti su questo proposito non hanno sparso alcun raggio di luce su di una materia cotanto oscura.

Sino a qui ho epilogata la memoria del Sig. *Morand*, la quale si legge negli atti dell'Accademia reale delle Scienze per l'anno 1750. Ora aggiungerò le osservazioni mie sullo stesso soggetto; le quali mi obbligarono ad essere di opinione contraria a quella del dottissimo autor francese, dell'immortale amico Sig. *di Haller (a)* e forse del celebre Sig.

---

(a) El. Phys. Tom. VII. Lib. XXVIII. §. XX. not. 5.

*Arnaud* (a); conciossiachè paja che anche questi sottoscrivali in appresso, ma tacitamente, all'opinione o congettura del Sig. *Morand*. Queste osservazioni mi costrinsero non già a congetturare, ma a stabilire senza esitanza, che *Michele Anna Drouart* è una femmina; la quale ( per tutto quello almeno che esteriormente compariva ) non era differente dalle altre, che per una piuttosto insigne lunghezza e grossezza della clitoride, come anche per qualche viziosa conformazione all'orifizio della vagina:

Ed in primo luogo asserisco per esami replicati, che in quell'età di anni 35 in 36 ne'quali io osservai la *Drouart*, la ghianda era più larga alla base ( lett. *f* fig. I. ) che alla punta ( lett. *g* ); che la corona di essa era assai più ampia di quello che, generalmente parlando, conveniva all'angustia del suo collo; e finalmente che nessuna irritazione era capace di far sì, che la simulata verga si tendesse.

Se avessi prestato sede a costei, avrei dovuto ripetere questa impotenza, ch'essa diceva di soli quattro anni addietro, dall'abuso venereo, specialmente con giovinette cui si compiaceva di togliere il fiore della verginità. Bugia impertinente e palese, della quale io rimproverandola, fu costretta a disdirsi; non essendo possibile un siffatto abuso col mezzo di una parte, che da un doppio freno come da una briglia ( Fig. II. lett. *i* ) era obbligata, massime in caso d'intuonescenza, a piegarfi in arco, coll'estremità rivolta inferiormente.

Era questa clitoride lunga tre pollici di piede parigino, e grossa un pollice un po' crescente. Non mi fu possibile il vedere, o il distinguere colle dita il legamento sospensivo, asserito dal Sig. *Morand*; naturalmente perchè quella non più si faceva rigida; ed anche perchè la *Drouart* fattasi adulta, e più pingue, il grasso che attorniava quel legamento non permetteva che questo si distinguesse.

Del resto quel solco ( Fig. I. lett. *b* ) limitato dalla cute un po' risaltante e raddoppiata, che dal Sig. *Morand* fu creduto capace di nascondere porzione dell'uretra, se in ef-

---

(a) Mem. de Chir. Prem. Part. London. 1768.

fetto questo canale non fosse mancato; quel solco, io dissi, parevami una doccia scavata, per così dire, nel frenello, che quindi più manifestamente compariva doppio; ed i cui lembi non si univano già poco sotto alla clitoride per separarsi poi di nuovo, come dimostrano alcune tavole (a) del lodato Sig. *Morand*; ma proseguivano il loro cammino dall'alto al basso, ciascuno dal suo lato ( Fig. I. lett. cc ) sino all'ingresso dall'antro virginale, ove andavano a perdersi. Si accostavano que' lembi fra di loro un poco oltre la propria origine, indi si allontanavano l'un dall'altro; aveano un colore ross-oscuro, e compresi fra le dita mi parve che fossero di una sostanza quasi spugnosa. Quindi è, ch'io sospettai essere costiffatti lembi ( che spiegati inferiormente la già indicata briglia costituivano ) ninfe informi, delle quali altrove non esisteva alcuna traccia. Un tal sospetto parvemi anche confermato dalla figura della briglia stessa, che a guisa di falce, come rilevasi dalla figura seconda, sottostava alla clitoride, che tenea rivolta inferiormente. Producendosi le ninfe non da un luogo solo del prepuzio di essa clitoride, come viene scritto comunemente, ma da due, siccome dirò più oltre, io penso che stirate e spinte in fuori dal soverchio aumento della clitoride medesima siansi trasformate in quella briglia; restando appena qualche traccia di esse in que' due lembi di cute risaltante, che tante volte ho indicati.

Non mancai di esplorare ancora le grosse labbra, ma non potei distinguere li tre vasi o canali componenti, secondo l'osservator francese, una spezie di funicello spermatico. Sentii veramente alcune inuguaglianze, quasi tutte disposte per lo lungo, e discendenti dalla scissura addominale sino alla piega o solco, che è fra la parte interna della coscia, e i gran labbri: ma sospettai che tali difuguaglianze o fossero globetti di pinguedine, o piuttosto li vasi del legamento rotondo dell'utero, forse alquanto più ampj del solito. Aggiunse peso a questo sospetto l'indolenza della *Drouart*, malgrado un replicato esame di quelle parti, neces-

---

(a) Fig. 1.

fario ad una minuta e distinta esplorazione . Avrebbe potuto colei non sentirsi molto addolorata , quando que' vasi fossero appartenuti ad un cordone spermatico ?

E poi, come poteva esservi cotesto funicello , e mancare il testicolo che da lui pende ? E' troppo manifesto , che al testicolo è attaccata una briglia , ossia un governale , che si crede atto ad ajutare la discesa di quello dalla cavità dell'addome , dov'era prima rinchiuso ed attorniato strettamente dal peritonè , siccome lo sono molti altri visceri , in un canaletto ( fatto dallo stesso peritonè ) che si spiega in una borsa , la quale dicesi *vaginale comune* (a) . Ora in questa discesa il testicolo precede mai sempre il funicolo spermatico propriamente detto . E difatti vestigio alcuno di vasi spermatici nello scroto di coloro non si ritrova , ai quali non sono per anche usciti i testicoli dall'addome . Per la qual cosa si ha ragione di maravigliarsi del fu Sig. le Cat , il quale (b) per opporsi all' Autore della memoria che qui si esamina scrisse ( e lo stesso fece il Sig. Arnaud ) che la *Drouart* poteva avere li testimonj nel basso ventre . Dissè quindi fu questo proposito , ma con modi alquanto inurbani , proprj il più delle volte di persone o nate dal fango , o mal educate , il Sig. *Ferrein* (c) che nemmeno li più ignoranti possono immaginarsi , che le disuguaglianze , le quali s'incontrano nelle gran labbra della *Drouart* , siano il cordone spermatico .

Ma cos'era quel corpicciuolo rotondo e carnosso in apparenza , segnato colla lettera *e* della figura prima ? Non

(a) Qui cadrebbe in acconcio di confermare con nuovi fatti ciò che scrissi nelle *Institutiones Physiologicae* , e ripeteri ancora nelle *Anatomicae Institutiones* . Così è . La *tonaca vaginale comune* prodotta dal peritonico non si può assolutamente mettere in dubbio . Oltre quello che intorno ad essa ha scritto ultimamente anche il chiariss. Sig. *Tumiasi P. P.* di Anatomia in Ferrara nelle sue *Ricerche anatomiche intorno alle vaginali dal testicolo* , dove seppe ribattere modestamente alcuni attacchi ingiusti ed incivili , che si leggono nel IV Volume di quelli atti accademici ; l'anno scorso 1792 fra li cadaveri che qui servirono alle ana-

tomiche lezioni , uno se ne trovò che aveva una grand'ernia congenita di omento . Fu veduto da tutti li giovani studenti l'enorme sacco evidentemente continuo al peritonio , dal cui fondo forgeva il testicolo ( ch'era a contatto dell' omento steatomatoso ) con il suo governale , e con porzione del funicolo spermatico . Conservo questo pezzo *parologico* , come ora si dice da più d'uno ; e può vederli da chiunque . Se avrò tempo che mi avanzi ne darò la descrizione e la tavola .

(b) *Arnaud* loc. cit.

(c) *Memoir de l'Acad. des Sciences &c.* An. 1767.

era già quello isolato , per così dire , e confinato soltanto al luogo dove appariva . Se a quelli Autori chiarissimi , che hanno esaminato la *Drouart* fosse caduto in pensiero d'introdurre una picciola spatoletta nella vagina , e premere a un lato il detto corpicciuolo , avrebbero veduto ch'esso era continuo a due lembi di cute interna risaltante , e raddoppiata ; i quali comprendendo una scanalatura , la cui estremità superiore , o principio non poteva distinguerfi , in quel corpicciuolo papillare si terminavano . Sembrami che si potrebbe rassomigliare quel doppio lembo dell'interna pelle a quello strumento chirurgico , che chiamasi *guida* : e , se non vi fosse stata la detta scanalatura , si avrebbe potuto prendere agevolmente per una di quelle colonne della vagina , le quali terminando nell'*imene* ( che nella *Drouart* era forse confuso ed innestato cogl'integumenti comuni ) costituiscono parte di ciò , che i veri Anatomici chiamano *caruncole miriformi* ; riconosciute impropriamente da qualcuno , come li soli avanzi dell'*imene* lacerato .

Ho detto che il principio di questa scanalatura non poteva indicarsi : ma se vi è luogo a conghietture , e se dee prestarfi fede alla stessa *Drouart* , sembra potersi dire che conduceva all'orifizio dell'uretra : e ciò perchè dirigendo una tenta per questo solco , quando quella inoltravasi pel tratto di tre pollici , inchinandola un poco anteriormente , asseriva la Donna di sentire degli stimoli di orinare . Questa asserzione sperar mi fece di penetrare colla tenta dentro della vescica : ma la lusinga fu vana . Distesa in oltre supina la *Drouart* , esposi ad una gran luce l'apertura della vagina , per osservare se qualche cosa avesse internamente protuberato , che assomigliar si potesse all'orifizio dell'uretra : ma per l'angustia del canale , ciò non fu possibile . Se non mi venne però fatto allora di giugnere a tanto , ebbi nondimeno per cotal modo a scoprire cosa , la quale per confessione del supposto *Ermafrodito* , che ne restò molto sorpreso , non era stata scoperta da altri .

Mi parve dunque di vedere dentro della vagina un fottil setto , che nella giacitura supina della *Drouart* , dalla parte superiore stendevasi all'inferiore ; che è quanto a dire , in sito eretto , dall'ant<sup>er</sup>iore alla poster<sup>er</sup>iore . Quindi , introdotto

dotto il dito mignolo della man destra, trovai una sottile membranosa tramezza, che stesa dall'alto al basso, la vagina divideva in due canali, cioè destro e sinistro. Se potessi fidarmi intieramente dell'esame fatto da un dito simile, assicurerei senza esitanza, che questi due canali sono di un egual diametro, e che la tramezza inferiormente è disposta a guisa d'arco, con la concavità rivolta in basso; e dippiù, che questo setto incomincia un pollice all'incirca al di sopra dell'orifizio comune della vagina, il quale è molto più augusto, che non è separatamente ciascuno dei due indicati canali.

Sembravano anche questi internamente lisce, se si eccettua il destro ch'era occupato da quella piega prominente e folcata, che ho poc'anzi descritta; siccome pure da certe altre ineguaglianze, le quali potrebbero paragonarsi per qualche modo alle notissime rughe della vagina medesima. Ma fra queste inuguaglianze una ve n'era di molto notevole, perchè più rilevata e grossa dell'altre, e situata nel parete anteriore della vagina destra in vicinanza del setto. Se, come dissi, l'esplorazione da me fatta col dito mignolo non potesse andar soggetta ad errore, francamente pronunzierei, che questa prominente è l'orifizio dell'uretra: e ciò con tanto maggior fondamento, quanto che, spingendo il dito contro la prominente suddetta, lo stimolo di orinare eccitatosi a quell'urto, obbligò la *Drouart* a prorompere nelle seguenti parole: *voilà le trou du canal de l'urine*; il quale per conseguenza era bene una cosa assai diversa dall'orifizio della vagina, che fatto disegnare dal Sig. *Arnaud* (a) non poco più alto del sito suo naturale, di figura rotonda, e del diametro di una linea appena crescente, fu da lui preso pel foro dell'uretra.

Vollì dirigere a quella parte una tenta, onde introdurla nella vescica, ma non mi fu possibile. Feci lo stesso tentativo a fine di rilevare la profondità delle due vagine, e non potei ascendere colla tenta oltre li tre pollici ed altrettante linee. La Donna in un caso e nell'altro rispingeva la mia mano, protestando che ne provava dolore. Nè vi sia chi si maravigli della difficoltà dell'impresa, quando consideri

(a) *luog. cit. Tav. XI. Fig. I. let. e.*

che queste parti poteano essere soverchiamente irritate dal lungo esame cui erano soggiaciute; e che in o'tre trattavasi di organi mal conformati. Conveniva dunque, massime nella ricerca dell'orifizio dell'uretra, andar tentone: e si noti bene che lo stesso Sig. *Morand*, Chirurgo peritissimo quanto altri mai, per mero accidente incontrò colla sonda l'orifizio di cui si parla. E se un uomo di tal perizia vi riuscì a caso, chi non farà preso da maraviglia, leggendo nelle memorie de' chiarissimi Signori le *Cat* e *Ferrein* (a) che ammedue videro l'uretra della *Drouart*? Ciò fece l'uno e l'altro col ritorcere i labbri della vulva all'infuori, e spignere addietro la pelle del perinèo, che limita posteriormente l'orifizio della vagina. E da invidiarsi una tanta felicità: tanto più che il Sig. *Ferrein* aggiugne, che questo orifizio era situato precisamente a suo luogo tra le ninfe, siccome nell'altre donne; e che il diametro n'era naturale, come si riconosceva dal getto dell'orina. E di ninfe parimente, poste ai lati di quest'orifizio medesimo, avvegnachè più piccole, fa menzione il lodato Sig. le *Cat*. Quanto a me, ripeto ciò che dissi poco prima; cioè o che mancavano le ninfe alla *Drouart*, o che piuttosto erano que' lembi estenuati di cute, i quali comprendevano il solco notato colla lettera *b* della figura prima: ed aggiungo ancora, che non avrei potuto ritorcere le labbra già nominate, e meno poi a segno di rovesciare alcun poco all'infuori li grossi e duri lembi dell'apertura vaginale senza addolorare moltissimo la paziente: e ciò tanto più, che trattavasi di un foro assai angusto.

Può dunque essere che in que'tempi, ne'quali i Signori *Ferrein* e le *Cat* osservarono questo preteso *Ermafrodito*, le gran labbra fossero molto più estenuate e pieghevoli: ma non per questo io avrei conchiuso che l'orifizio dell'uretra aveva il naturale suo diametro; tra perchè io son di parere che di un tal diametro non siavi misura determinata, come anche perchè se la *Drouart* non orinava allora altrimenti da quello che faceva, quand'io la visitai, il filo dell'orina era tanto grosso quanto l'apertura esterna della

---

(a) Arnaud, e Memoir. de l'Acad. des Sciences luog. cit.

vagina ; cioè quanto il dito mignolo di una delle mie mani , che mi sembrano proporzionate alla mia corporatura pressochè atletica . Per la qual cosa non so comprendere come mai potesse decidersi dal Sig. *Arnaud* , che l'apertura vaginale suddetta apparteneva ad un uretra maschile , aperta nel perinèo fra la borsa divisa in due ; dacchè prese per borsa o scroto così diviso le due gran labbra della *Drouart* .

Del resto quella porzione di cute che limita posteriormente l'apertura della vagina , non solo era più grossa del naturale , ma si avanzava anteriormente anche più del solito ; d'onde poi mostravasi il perinèo molto esteso . Se si rifletta però che trattavasi di un antro virginale , non si resterà sorpreso di tanta estensione , avvegnachè per introdurvi con più facilità il dito mignolo , che mi veniva stretto fortemente alla base , fosse necessario diriggerlo obliquamente dal d'avanti al di dietro . Il Sig. *Ferrein* al contrario poté introdurvi il dito indice , che in lui non farà stato più voluminoso del dito mio mignolo ; altrimenti la donna che per poco sotto queste esplorazioni mostravasi , non so se da vero o apparentemente , addolorata , non ne avrebbe permessa l'introduzione ; non potendo io persuadermi , che nell'intervallo di sette anni , che scorsero tra l'ultima visita del Sig. *Ferrein* e la mia , il detto orifizio siasi ristretto .

In mezzo a tale e sì aspro esame di queste parti si notò qualche tumidezza ed incallescenza nelle gran labbra principalmente , che ben presto svanirono : quindi interrogata la *Drouart* se per avventura provata avesse qualche piacevole sensazione , non seppe negarlo . Per la qual cosa chiedendole io ragione perchè avesse asserito il contrario al Sig. *Morand* , prontamente rispose che ciò fece per sola vergogna , essendo allora creduta un'innocente fanciulla , e tanto più , che oltre l'affiettarne la sembianza , ne portava ancora le vesti . Io però non saprei decidere a chi di noi abbia detto il vero . La femmina era assai scaltrita e sagace ; e , siccome riseppe da alcuni amici i quali veduta l'avevano in Venezia , a forza di denaro la si faceva dire e diffire a piacimento ; così in tutto ciò che ho di lei insino ad ora annunziato , e che dirò in appresso , non ho giammai prestato

cieca fede alle sue parole; ma ho voluto io stesso assicurarmi di alcuni fatti col mezzo dell'osservazione.

Interrogata in appresso, se soggetta fosse a mestruali purgazioni, ed in qual età la prima volta le comparissero, rispose che ciò le avvenne all'età d'anni ventuno; al Sig. le *Cat* a quella di ventisei, ed al Sig. *Ferrein* agli anni diciotto e mezzo in circa. Mi disse che fluivano ogni due mesi, durando per tre giorni, ed alla quantità a un dipresso di once sei; che soffriva anticipatamente peso a' lombi e dolori di testa, i quali svanivano o al comparire de' sanguis, o con emorragia dalle narici, o con urine copiose e cariche di pesanti sedimenti. Al contrario, parlando col Sig. *Ferrein*, gli affermò che le duravano abbondanti per lo spazio di sei dì, o in quel torno; e ciò pel corso d'anni quattro: che dopo un tal tempo cominciarono in quella periodica escrezione delle anomalie, e quindi degl'incomodi di salute, che finalmente cessarono quasi del tutto, facendosi vedere assai di rado ed in pochissima copia. Aggiunse di più essere già scorsi otto mesi, prima dell'ultima visita del Sig. *Ferrein*, che n'era priva, senza però risentirsi di alcun danno nella propria sanità. La qual cosa, s'era pur vera, non d'altronde dovea forse ripetersi che dal genere di vita affaticato che costei conduceva; passando da una Città, e da una Provincia nell'altra, onde procacciarsi il vitto col far mostra di sue vergogne ai curiosi.

E qui se alcuno si facesse ad interrogarmi, se dalla descrizione che ho data sin qui di questo supposto *Ermafrodito*, possa conchiudersi, siccome accennai da prima, ch'esso veramente appartiene al sesso femminile contro l'opinione di un *Morand*, di un *Haller*, di un *Arnaud*, e di altri rispettabili Autori; io lo prego di riflettere che forse tali mutazioni si fecero nella *Drouart* mentre crebbe negli anni, le quali se avessero avuto luogo allor che fu visitata da quelli, non li avrebbero, per quanto io penso, condotti giammai a sospettare ch'essa fosse un maschio mal organizzato.

Quindi è, che qualunque sia il tempo in cui ebbe le sue purghe la prima volta, queste al certo la caratterizzano per una femmina, e mostrano di più, contro l'opinione del Sig. *Morand*, che la *Drouart* non era mancante di utero.

E chi fa, che la tramezza, o il fetto della vagina ch'io vi scopersi, non divida esattamente questo canale in due (siccome in fatti era diviso sino a dove col dito si potea giugnere) e che due non siano gli uteri, fors'anco uniti fra di loro, ciascuno de' quali corrisponda all'intera vagina dalla sua parte. La qual cosa, se fosse, presenterebbe una singolarità, che forse dal solo Sig. *Littre* (a) fu osservata. Comunque sia, vede ognuno, che questo sospetto mio non può convincersi di falso, nè confermarsi senza l'apertura del cadavere della *Drouart*, della quale per quanto ne abbia fatto cercare in molte Città dell'Italia, e di Oltramonti non ho potuto sapere cosa sia accaduto.

Ma se la comparfa de' suoi fangui, dimostrando per una parte la presenza dell'utero, ci assicurano ch'essa era una femmina, non mancavano dall'altra de' segni non equivoci che ciò confermavano. Oltre che aveva, quand'io la visitai, le mammelle più tumide di quello che generalmente convenisse ad un uomo di quell'età e corporatura, erano poi anche queste e morbide e coperte di pelle assai liscia, con rosa grande e capezzolo corrispondente. Il collo era rotondo, senza che nella parte anteriore sporgesse superiormente in fuori quella prominenza, che dicesi *pomo di Adamo*. L'addome era piuttosto largo, massimamente alla regione degl'Ilj. Non si distinguevano prominenze di muscoli, anche allora che questi agivano, mostrandosi tutto il corpo quasi per ogni dove rotondeggiato. Le coscie erano l'una all'altra uguali in grossezza ed in forma, siccome me ne assicurai con replicate misure; e la pelle che le ricopriva era in ammiendue, per quanto può giudicarsi coll'esplorazione, di ugual tessitura. Avevano le coscie istesse maggior grossezza che non conviene, specialmente in proporzione alle gambe, ch'erano anzi smunte, con pochissima fura, e quasi del pari grosse ai malleoli che alle ginocchia, le quali erano rotonde, e inchinate l'una all'altra reciprocamente, come spesso nelle donne si osservano.

Quanto alla barba, la quale, secondo che n'è stato

---

(a) *Memoir. de l'Acad. des Sciences 1705.*

scritto da qualcuno, ornava la faccia della *Drouart*, io posso assicurare che le guancie erano guernite di pochissimi e tenuissimi peli: de' rarissimi e parimente sottili ve n'erano sotto il mento, luogo che negli uomini suole per lo più abbondarne: la maggior copia rendevasi al labbro superiore, il quale nondimeno non ne era fornito per guisa che giudicarsi potesse esser quella barba maschile. Tre soli peli spuntavano dalla cute che cuopre lo sterno: ma se anche questa supposta barba, e questi peli fossero stati più copiosi ed aspri, doveva perciò dirsi che la *Drouart* era un maschio? Quante non sono le donne, che hanno una vera ed ispida barba, e un irto pelo e copioso fra l'una e l'altra mammella, e propagato sino al pube? Non è la barba femminile, più o meno palese, cosa cotanto rara, quanto sembrava di esserlo, almeno sotto altri climi, ne' tempi più a noi rimoti; sendo che il sapiente vecchio di *Coo*, quasi maravigliando, fece menzione di due donne, alle quali la barba era impensatamente spuntata (a). Dedusse egli questo fenomeno, a lui strano, dalla soppressione de' fiori; cagione che non aveva tutto il suo luogo nella *Drouart*. E parmi che senza fondamento veruno quel fortunatissimo Padre della Medicina tal cagione assegnasse: imperocchè, se ai sanguis trattiene la barba donnesca ascriver si dovesse, farebbe questa molto più frequente che realmente è.

Egli è dunque bastantemente chiaro, s'io non mi sono grossolanamente ingannato, che il preteso *Ermafrodito*, di cui si tratta, era una vera femmina: ed è parimenti chiaro, che affine di conchiudere, che quel simulato istrumento maschile altro non era, che la clitoride prodotta e grossa molto più del naturale, non dovea dirsi, siccome fece in caso simile il Sig. *Ferrein*, (b) che mancava il frenello alla ghianda.

Questa parte femminile ha pur essa il suo frenello: anzi lo ha doppio, perchè costituisce una delle due origini che ha ciascuna delle due ninfe dalla sua parte: cosa che, forse non bastevolmente osservata, ha introdotto su questo

(a) De morb. popul. Lib. VI. Sect. VIII.

(b) Luog. cit.

propósito degli errori nell'anatomia; avendo scritto alcuna che la clitoride ha il suo frenello come la ghianda virile; altri che ne è priva; ed altri recentemente, che non mi piace di nominare, non avendone nemmeno fatta menzione. Niuno di questi insegnamenti deve adottarsi; e ciò perchè le ninfe non solo si producono dai lati del prepuzio della clitoride (fig. III. let. *bb*); ma sì bene ancora dalla parte inferiore (lett. *l*) di esso prepuzio: d'onde poi ne nasce, che fra l'una e l'altra origine da ciascun lato si formi una specie di picciola sinuosità bislunga (lett. *kk*) poco profonda, e più o meno occupata da una materia untuosa dalle adiacenti sebacee glandule separata. Ora le ninfe, colà dove si producono dalla parte inferiore del prepuzio servono evidentemente di freno alla clitoride stessa, che per conseguenza è fornita, siccome dissi, di un doppio frenello; il quale nella *Drouart*, essendo assai grosso, comprendeva la scanalatura tante volte indicata (*a*).

Ma se per questa ragione non potea dirsi che *Michele Anna Drouart* fosse un maschio, nemmeno dovea asserirsi ch'eravi in lui quella bizzarra mescolanza di ammendue li sessi, accennata dal Sig. *Morand*, ed in qualche modo ancora dal Sig. le *Cat*; il quale, onde forse sostenere questa sua congettura, dopo aver detto egli pure con gli altri, che poteva avere li testicoli dentro l'addome, conchiuse che la *Drouart* non era per verità un perfetto *Ermafrodito*; ma tale però, onde più degli altri tutti, che aveva veduti sino allora, meritasse un cotal nome. Al contrario il *Bartolini* (*b*) descrive un *Ermafrodito*, che mi pare assai somigliante a quello di cui qui si parla; anzi con barba assai folta, e con orifizio di vagina più angusto che nel nostro non era; ma non pertanto lo giudicò saggiamente una femmina, che passata dalla Danimarca nella Pomerania, e data in preda a' soldati, avvezzi a superare molti ostacoli, ne partì poi carica delle spoglie e de' doni, che dispensa comunemente una Venere impura.

Ora se la *Drouart* altro non era che una femmina non

(*a*) Vedi B. S. Albin Acad. Annor. Lib. IV. Tab. IV. Fig. I.

(*b*) Epist. Med. Centur. 3. epist. 94.

bene organizzata nelle parti della generazione , sembrar potrebbe a qualcuno che fosse costei, quale veramente fu descritta dal Sig. le *Cat* ; cioè incapace di godere pienamente de' privilegi di alcuno delli due sessi. Ma è ben altra cosa l'esser tale assolutamente, o l'esserlo ( mi sia permessa questa espressione ) *interinamente* . Se riescono atte agli uffizj del sesso molte *imperforate* , siccome dicesi, togliendoli in queste coll'operazione l'ostacolo , che impediva del pari l'unione col maschio che l'uscita de' sangùì, molto più a ragione, e con disagio molto minore poteva la *Drouart*, divenir atta ai suddetti uffizj; dilatando cioè per poco l'orifizio della vagina verso il podice , lasciando anche intatta la clitoride, la quale pure, ove riesca incomoda agli esercizi di Venere, da più antichi Maestri , non che da moderni , fu intieramente recisa.

Questa mia opinione si accorda con quella del Sig. *Hoin* (a); uno cioè di que' Chirurghi, che esaminarono il medesimo *Ermafrodito*. E credo bene , che niuno vorrà oppormi, che in costei sarebbe stata inutile l'operazione , per ciò che aveva due vagine: imperocchè , chi ha consultato gli Autori avrà letto, che la doppia vagina per niente si oppone alla possibile fecondità : ed anzi sappiamo essersi da taluno affermato e sostenuto, avvegnachè senza fondamento, siccome dimostrano non pochi esempi, che in questa sola circostanza può aver luogo la superfetazione.

Io farei soverchiamente prolisso , onde non vi sarebbe luogo alla descrizione dell'altro preteso *Ermafrodito* , se volessi qui apportar de' fatti, che le mie asserzioni confermano . Sono questi bastevolmente noti , siccome appunto ( mi sia permessa questa picciola digressione ) era notissimo ciò, che il lodato Sig. *Ferrein* pose alla fine della sua memoria su gli *Ermafroditi*; e ch'ei dice poter esser creduto un paradossio, avvegnachè non lo sia: cioè, che se dalla maggior lunghezza della clitoride si dovesse giudicare dello stato ermafroditico , ciascuna donna sarebbe stata un tempo *Ermafrodito*: e ciò

---

(a) *Arnand* luog. cit.

ciò perchè ne' primi mesi dello sviluppo i feti umani femminini, tutti e poi tutti, hanno questa parte cotanto prominente (egli attribuisce poi questa prominente, e credo con qualche ragione, alle sole ninfe) che gli aborti di questi mesi tengonli, e diconsi tutti promiscuamente maschj. Dissi che tal cosa era già notissima; e quindi non doveva egli spacciare come cosa singolare e strana, che niuno avesse mai fatto simile osservazione; perchè, parlando della clitoride, il *Ruischio* ce ne aveva avvertiti in più d'un luogo, come ognuno può assicurarsene consultando il suo *Thesaurus* VI. n. 51. 54. ed anche il X. n. 82. Che se si tratti delle ninfe, non v'ha forse persona, che avendo osservato, anche di volo, i feti femminini maturi appena nati, non abbia veduto che in questi ultimi tempi ancora, e non solamente ne' primi mesi dello sviluppo, siccome pretende il Sig. *Ferrein*, le ninfe sporgono molto in fuori dalle gran labbra, che le circondano.

Una sol cosa aggiungo su questo preteso *Ermafrodito*, e poi so tostamente passaggio alla descrizione dell'altro. Si è veduto fino a qui che la *Drouart* è stata visitata, ed esaminata da più celebri Osservatori; e che la maggior parte di questi sono di sentimento diverso. Cotal diversità non dee recar meraviglia, spesso accadendo quali in tutte le cose, che tante siano le opinioni quanti sono gli Autori. E' da maravigliarsi piuttosto che non si convenga ne' fatti: voglio dire in quelle cose, che cadono sotto l'esame de' sensi. Imperocchè, a proposito del soggetto in quistione, egli è manifesto per le cose dette, che non tutti hanno veduto allo stesso modo. Ma d'onde tale e tanta diversità? Forse che le prime impressioni che si ricevono, spezialmente se siano strane, ci conducono sovente all'errore.

Quella clitoride, avvegnachè *imperforata*, attesa la mole e la forma sua, eccitò a prima vista in alcuni l'idea maschile; ed ecco che tutto allora sembrò tagliato sullo stesso conio. Quindi si prefero da qualcuno le grandi labbra per uno scroto diviso in due; l'orifizio di una palese vagina per quello di un uretra aperta viziosamente nel perinè: si trovarono da altri nella sostanza delle dette labbra li cordoni spermatici: altri finalmente congetturarono che i testicoli

potessero essere ancora rinchiusi nell'addome ; e si dubitò grandemente della presenza dell'utero . In altri rappresentarono l'idea di femmina quelle grosse labbra , simili esattamente ad una natura di donna ; e tosto fu veduta l'uretra aperta al suo luogo naturale , avvegnachè ciò non fosse ; si trovarono le ninfe ; non si dubitò dell'esistenza della matrice ; ma si conchiuse essere la *Drouart* inetta agli uffizj di Venere , così di un sesso , come dell'altro . Quindi è avvenuto che le tavole pubblicate de' genitali di coitei , siano diverse secondo il diverso giudizio , che di lei formarono gli Osservatori .

Ora se in cose sensibili non sono d'accordo gli Autori (ciò sia detto di passaggio) perchè si dee , o piuttosto si vuole da molti , che le sole osservazioni si debbano valutare , e stimarsi sopra ogni altra cosa ? Pochi son quelli a di nostri che non inculchino , essere necessario al progresso di alcune scienze accumulate de' fatti . Ma questi fatti sono poi essi tali , da non potersi richiamare in dubbio ? Furono essi raccolti da persone imparziali ? e ciò , ch'è più , atte a veder le cose nel vero e naturale loro aspetto ? Io non mi fermo qui a decidere queste quistioni , le quali finalmente ad altro non tendono che a dimostrare , non doverci il Filosofo ciecamente fidare delle osservazioni . Quante di queste se fossero ben ponderate , e sindacate a dovere , dalla classe che occupano sarebbero meritamente sbandite , come di moltissime si è veduto accadere ? Io non so bene , se uscisse dalla propria sfera quell'Accademico , che si accingesse a questa impresa ; e se fra le utilità , che il Pubblico ha diritto di attendere da una Società letteraria , annoverar debbasi ancora la scoperta degli errori in genere di fatti ; de' quali errori ogni arte , ogni scienza , più o meno ne abbonda . Quanto men vasta sarebbe l'estensione dello scibile , e quanto minore il numero delle visioni ! Ho veduto , non sono molt'anni , un viaggiatore di una nazione illuminata far disegnare alcuni sassi de' Colli Padovani e Vicentini senza l'archetipo . Sugeriva egli al disegnatore cosa dovesse esprimere in una parte o nell'altra del sasso , al cui disegno presiedeva ; e mi pare di potere asserire , per l'esame fatto di molte simili produzioni degl'indicati Colli , delle quali qui si

trovano copiose raccolte , che forse que' fatti non esistono fuorchè nell'immaginazione di quel Viaggiatore .

E, per ritornare colà d'onde mi allontanai , se coloro che ne' tempi più rimoti, e ne' secoli ancora non molto da noi lontani, vedendo degl'infelici mal conformati negli organi genitali, gli avessero osservati a dovere, o fossero stati capaci di fare un'esatta osservazione; sarebbero mai state promulgate su gli Ermafroditi leggi cotanto contraddittorie? Imperocchè non v'ha forse chi non sappia, che se gli Ateniesi li gettavano nel Mare, e li Romani nel Tevere; al contrario per un decreto di antico Sovrano (se non mente un istorico) furono abilitati al matrimonio, o con persone di sesso diverso da quello che in essi predominava; o col previo giuramento di far uso di uno solo dei due, ove l'uno non fosse più caratterizzato dall'altro. Moltissimi altri esempi potrei addurre, onde rilevare le triste conseguenze di alcune osservazioni mal fatte: ma basterà quello dell'altro preteso *Ermafrodito*, di cui ho promesso la descrizione.

Certa *Domenica Scappato*, d'anni 40. nata ne' sobborghi di questa Città, alta di statura, di corpo adusto, di color pallido, priva mai sempre de' suoi tributi mensuali, si maritò, sono ventitre anni, con giovine sano e robusto; ma scorsi diciotto mesi dalla celebrazione delle nozze, fu dal marito suo denunziata a questo Foro Ecclesiastico, come inetta al matrimonio. Si comandò l'esame della donna a due principali Chirurghi, li quali in appresso deposero, che *la Scappato era un Ermafrodito di quella specie, in cui predominava la parte virile; e che non potendosi togliere la mostruosità co' presidj dell'arte, era stata dal marito giustamente denunziata.*

In forza di questa attestazione fu intanto comandata la sola separazione del letto, come qui si dice. Sdegnatasi la donna di questo improvviso ricorso del marito, chiese la restituzione della dote; ch'egli promise di rendere allora che fosse deciso nelle forme dell'invalidità del contratto matrimoniale. Quindi perchè questa decisione avesse finalmente luogo, fu commessa dal suddetto Foro una seconda visita della *Scappato* non a me solamente, ma sì bene ancora a due de' miei amici, passati poi fatalmente al numero de'

più; Professore l'uno di arte ostetricia, e l'altro di chirurgia in questa celebre Università. Ecco pertanto ciò che unitamente osservammo.

L'aspetto, e la voce, parevano di donna: non si osservò vestigio alcuno di barba: le mammelle erano quasi piane con picciola rosa, e con tenue capezzolo. Non si videro peli sul petto, alle ascelle, al podice, e pochissimi ne forgevano al pube; le cui ossa, essendo molto prominenti, lo sembravano anche più per ciò, che sporgeva molto all'infuori il monte di Venere. Le ossa degl'Ilj superiormente e ai lati erano rivolte un poco più esteriormente, siccome nelle donne spesso si osserva; e tanto più, che inferiormente, alla sede della cavità ischiadica erano cacciate all'indietro più del dovere. Per la qual cosa le natiche, sembrando piuttosto estenuate, alcuno avrebbe forse potuto prenderle per virili, se nella mole, ed estensione di questa regione del corpo umano, vi fosse qualche determinata misura. Le coscie erano piuttosto di poco volume, ma l'estremità inferiore di esse uniramente alla superiore della gamba, formavano colla rotella un ginocchio grande e rotondo, come nelle donne d'ordinario si osserva.

Quando, giacendo supina, teneva le coscie piuttosto unite si vedevano le due gran labbra (Fig. IV. lett. *aa*) non molto tumide; ma però tali che rappresentavano evidentemente una natura femminile, dal cui angolo superiore pendeva una clitoride (lett. *p*) di naturale grossezza, ma lunga due dita per traverso. La ghianda n'era scoperta, fuori che alla corona, la quale scondevasi sotto di un prepuzio rugoso (lett. *q*) con lembo un po' risaltante, e prolungato alla parte inferiore di questa ghianda, dove compariva un doppio frenello di quà e di là: uno più interno, i cui lati (lett. *rr*) lunghi mezzo pollice, poco meno, univansi tosto in un angolo (lett. *s*); l'altro frenello esterno (lett. *tt*) e più grande, somigliava, tranne la picciolezza, alcun poco alle ninfe; ed estenuandosi nel discendere, andava a perdersi nella parte interna del gran labbro corrispondente.

Sopra l'angolo (lett. *s*) vedevansi un solco di figura conica colla base in alto, compreso dal frenello interno:

e sotto il detto angolo una fessura (lett. *u*) la quale era inferiormente occupata da una papilla rosciccia (lett. *x*) come se fosse carnosa. A questa fessura, che ammetteva con istento l'apice del dito mignolo, rispondevano due canali: l'uno al di sopra della papilla che conduceva alla vescica urinaria, siccome dimostrò l'orina che ne uscì per una siringa introdotta; l'altro sotto di questa stessa papilla, che ricevette una grossa tenta all'altezza di tre pollici, e non più; urtando quindi oltre in un corpo resistente, che non permetteva una più alta esplorazione. Del resto questo secondo orificio era più ampio internamente che esternamente: e ciò specialmente perchè in questo luogo veniva coperto in parte dalla cute, che unisce inferiormente (in giacitura supina) le grandi labbra: cute che si avanzava molto all'innanzi, ed era apparentemente sì grossa che rappresentava nella suddetta giacitura una intumescenza ovale, siccome si è procurato d'indicare colla lettera *y*. Dissi *apparentemente* grossa questa cute, perchè l'intumescenza svaniva quando la donna scostava una coscia dall'altra: d'onde si rende manifesto, che non era veramente grossezza viziosa, ma piuttosto un rilassò naturale di quella porzione di cute, che all'unirsi delle coscie pendeva, per così dire, alcun poco dal perinèo.

Questa sincera descrizione conferma quanto dissi poc' anzi: cioè, che anche gli uomini più sperimentati non giudicano qualche volta rettamente delle cose, che cadono sotto de' sensi: e ciò perchè le vedono, ma non le osservano. Imperocchè qual parte virile predominava in questo supposto *Ermafrodito*? Certamente che la clitoride di naturale grossezza, e pendente soltanto due dita trasverse dall'angolo superiore delle gran labbra, non doveva prendersi per una parte maschile: e ciò ch'è peggio, per una mostruosità da non vincersi dall'arte. Le sole mammelle, attesa massimamente la tenuità del capezzolo, sembravano virili: ma come queste furono neglette da quelli che fecero la prima visita, giacchè nella deposizione non se ne fa parola, quindi è, che la deposizione medesima riesce tanto più strana; e pare che solamente sia stata suggerita dall'idea di maschio,

che si formarono alla prima vista di una parte , che ha qualche somiglianza con una maschile.

Noi al contrario , protestammo di aver veduta , ed esaminata colla maggior diligenza una donna mal conformata nelle parti della generazione , e quindi *inetta ad unirsi con uomo nell'attuale costituzione de' suoi organi genitali* : condizione che da noi si aggiunse , perchè forse poteva aver luogo un taglio , prodotto da quella fessura verso il perinèo ; fatto il quale avremmo potuto assicurarci dello stato della vagina , e dell'orifizio dell'utero , se pure non mancava la *Scappato* di questo recipiente : dubbio che da qualcuno potrebbe crederli non affatto privo di fondamento , atteso che la donna non fu mai soggetta a mestruali separazioni ; nè ha patito alcuni di quegli incomodi , che si soffrono comunemente da quelle , le quali sono , e si dicono propriamente oppilate.

E qui non posso a meno di confessare , come mi sembrasse difficile il combinare insieme la robusta sanità della *Scappato* , di cui ne gode anche attualmente , coll'oppilazione . Quindi mi feci a chiederle , qual fosse la copia e la qualità dell'altre naturali separazioni ; o se ad altre non comuni fosse qualche volta soggetta ; onde intendere se mai , per qualche provvedimento della natura , quella ridondanza d'umori che costituisce li sangui uscisse per altra strada . Nulla però potei ricavare che mi appagasse . Per altro , s'essa fosse fornita veramente di utero , e quindi alcuno si facesse a chiedermi , per qual cagione non sia soggetta alle sue purgazioni , nè alle cattive conseguenze di sì costante oppilazione , si potrebbe rispondere : che probabilmente tale è la fabbrica e la costituzione de' vasi di questo viscere nella persona di cui si tratta , che o non può accumularsi in essi quella pienezza particolare , che dà origine ai fiori delle donne ; o che tale e tanto densa e robusta si è la tessitura dell'utero medesimo , che non è capace di alcuna distensione per un ruto tanto lieve , quanto sarebbe quello di un sangue scorrente per li canali uterini ; o che finalmente , attesa la pallida tinta della *Scappato* , questa è dotata di solidi , incapaci di muovere il san-

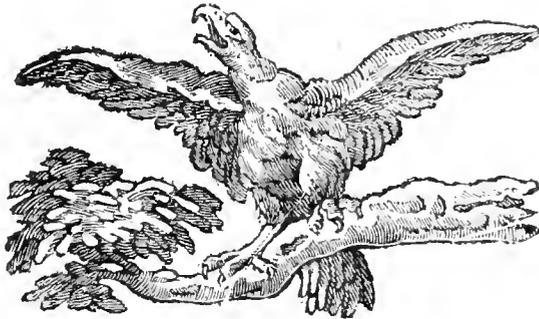
gue con quel momento d'impeto e di agitazione, che si ricerca a dilatare li canali arteriosi dell'utero. In ciascuno di questi tre casi mi pare che s'intenda, come conservandosi equilibrio fra la resistenza de' solidi ed il moto del fluido portato dalle arterie nell'utero, e ricevuto dalle vene compagne, non possano aver luogo que' morbosi fenomeni, che d'ordinario accompagnano l'oppilazione.

Si potrebbe ancor sospettare, che la mancanza dell'evacuazione periodica, sia forse compensata da una copiosa perspirazione. Ma un simile sospetto, facile a destarsi nella mente di qualcuno, non è poi ugualmente facile a comprovarsi con ragioni plausibili; trattandosi specialmente di una donna, che in mezzo alla sua robustezza, e ad una vita affaticata, poco o nulla ha la pelle, per quanto essa protesta, disposta alla traspirazione. Tuttavia non mi sento tanto inclinato alle prime congetture proposte, ch'io voglia escludere la maggior copia della perspirazione insensibile dalle cagioni della robustezza e sanità permanente in una femmina, che fu mai sempre priva de' mestruali suoi corsi.

Ed eccovi, ornatissimo Signore le osservazioni e riflessioni mie intorno a due pretesi Ermafroditi: il primo de' quali è assai celebre per la fama degli Autori che l'hanno osservato; pel merito dell'opere che di lui pubblicate furono; per la celebrità degli atti accademici, che ne fecero replicatamente menzione. Sembra chiaro, per le cose esposte, ch'essi appartengano evidentemente al sesso femminile; e che altro non siano, siccome dissi fin da principio, che mere e prete donne, con accrescimento maggiore o minore di clitoride, ed angustia soverchia dell'orifizio della vagina, congiunto a qualche variazione di rito e di forma di alcune parti. Tale è, a mio credere, la maggior parte de' così detti Ermafroditi; e la loro classe farebbe forse assai più copiosa se fossero stati osservati senza prevenzione alcuna, e senza la strana e storta idea, o speranza di abattersi qualche volta in un ente animato della nostra specie, cui convenga un nome composto di quello di due Deità favolose. Quest'idea, o speranza non è per anche estinta presso Autori di molta fama. Io però la ho perduta del tutto cosiffatta speranza; anzi, dirò meglio, dicendo il vero, non ne fui allettato

giammai: ma se volessi recarne in mezzo le ragioni mi abuserai della sofferenza vostra cortese, ch'io già temo di avere protratta oltre que' confini, che non dovevano superarsi da chi fa quanto grandi siano le dotte ed utili occupazioni vostre, e sa nel tempo stesso di essere con perfetta stima e rispetto

Padova 20 Dicembre 1793.



RELAZIONE

Fig. II



Fig. IV.

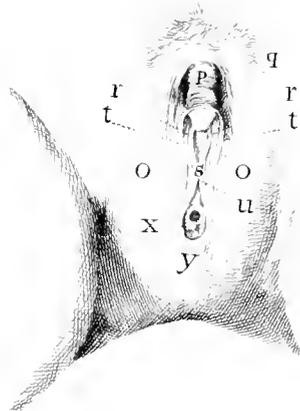


Fig I

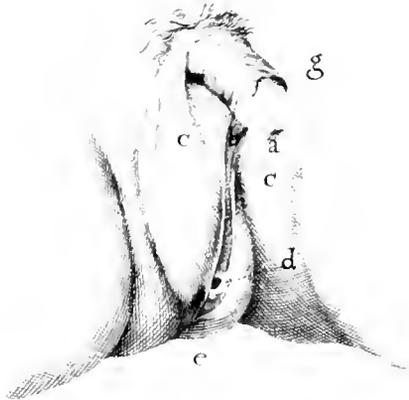


Fig II



Fig IV



Fig III



# RELAZIONE

DI UN ARCO LUMINOSO OSSERVATO  
ADDI 5 SETTEMBRE 1788

Dal Sig. Ab. CHIMINELLO

PRESENTATA

Dal Sig. Ab. GIUSEPPE TOALDO.

**N**EL Volume LXXX delle Transazioni Filosofiche di Londra per il 1790. P. I. sono date cinque relazioni da varj luoghi dell'Inghilterra d'un Arco luminoso vedutosi la notte dei 23-24 Febbrajo 1784, nelle quali relazioni vengono citati altri simili fenomeni osservati in altri anni e luoghi, nè si dubita punto di collocarli nella classe delle Aurore Boreali. Meritano perciò tali fenomeni di venire osservati, e registrati nei monumenti delle Accademie, mentre i confronti, e le discussioni possono poi dare fondamento, come le altre osservazioni, a stabilirne la Teoria, e la vera spiegazione. Sicchè presento con maggior coraggio la piccola osservazione di simil Arco fatta dal mio Socio Dott. *Chiminello*.

„ Nella sera dei 5 di Settembre, dice, dell'anno 1788  
 „ trovandomi in Campagna presso Marostica, io vidi in  
 „ Cielo un vaghissimo Arco luminoso. Partiva questo Arco  
 „ secondo il mio aspetto dall'Orizzonte di Greco-Levante;  
 „ passava per la Costellazione di Cassiopea, vicino alla lucidissima della Lira, e terminava all'Orizzonte in Ponente.  
 „ Questo Fenomeno fu osservato da molti altri; da Bassano  
 „ fino a Sacile in Friuli per Levante, e nel Territorio pedemontano Vicentino per Ponente fino a Valdagno, per la longitudine almeno di sessanta miglia, a Tramontana  
 „ poi da Marostica fino ad Asiago ne' sette Comuni per lo spazio di dieci miglia.

Tom. VII.

V

E' prima da notarsi, che nelle due sere precedenti si vide Aurora Boreale simile alle comuni, tranquilla, non figurata, come fu l'Arco; ed è pur da notarsi, che quella giornata, come le due precedenti, fu caldissima, e che dopo il mezzo giorno dell'ultima pareva disponersi un Temporale; la qual apparenza durò sino al tramontare del Sole, e poi si dissipò in un momento. Simile circostanza precedette quell'Aurora Boreale dei 13 Ottobre 1786, la quale diede quel globo di bianca luce bellissimo da me descritto negli Opuscoli di Milano P. IV. 1792.

Ora dopo la dispersione delle nubi temporalesche erano le ore 7, e minuti 20 della sera ( il crepuscolo sussistendo ancora molto chiaro perchè rinforzato dal lume della Luna, che era vicina al Primo Quarto ) cominciò in Levante a dispiegarsi una fiamma trasparente in forma di colonna di una luce rubiconda e tremula, come quella delle Aurore Boreali; avea piede in Greco, e in pochi minuti si elevò sino quasi alla Lira; era questa colonna larga all'incirca quanto la via Lattea. Come poi crebbero le tenebre, crebbe anche il lume della colonna, ed io guardava in Tramontana e Maestro, se vi fosse Aurora Boreale, ma in quella parte non vedesi altro chiarore, che quello del Crepuscolo, e nel frammezzo niente di simile a quella colonna luminosa si discerneva.

All'ore 7 minuti 50 tornando ad osservare, vidi che la colonna da Greco avea declinato sino a Greco-Levante senza punto essersi estesa in larghezza. In Settentrione già niente di rosso; più tosto pareva vedersi una tinta a Ponente in continuazione della colonna, la quale appunto pareva verso colà prolungarsi, ed in fatti il suo gran chiarore distinto già oltrepassava il Meridiano.

Alle ore 8 il piede della colonna era quasi in Levante, cioè Levante quarta Greco.

Alle ore 9, tramontata la Luna, scoprii in Ponente un rosso molto più carico di quello che s'era veduto prima, e poco dopo vedesi finalmente una compita fascia, cioè un arco perfetto da Levante a Ponente, che terminava nell'Orizzonte d'ambe le parti. Passava, come dissi, per Cassiopea vicino alla Lira declinando un poco dal Zenit verso il Polo.

La variazione della colonna a principio, e dell'arco in seguito, consiste solamente in un rosso più e meno carico, che s'illanguidiva sino a somigliare quello della via Lattea. Non vi furono altri colori, nè altre figure. La parte di Cielo verso Tramontana-Maestro conservò sempre il solito suo colore quasi naturale; e dico quasi naturale, perchè il bianco che susseguiva al Crepuscolo, in quella parte veramente pareva più lucido del solito, non so poi, se per prevenzione, o perchè realmente così fosse. In qualunque modo non pare che vi avesse centro un' Aurora di quelle solite. L'arco luminoso durò poi molte ore della notte: io stanco non potei vederne il fine, ma funmi detto, che sparì senza aver cambiato sito, e conservando la stessa figura sino alla sua totale estinzione.

Della forma di questo fenomeno io non poteva dubitare, pure per quella curiosità solita risvegliarsi ad oggetto di riscontro, pochi giorni dopo in Bassano ricercai, se mai in quella sera stessa fosse stata veduta una specie di Aurora Boreale spiegata in arco senza piede a Tramontana, e fui assicurato dalli S. S. Conti Ruberti, essersi appunto scorto il Fenomeno sotto la stessa forma; se non che il mezzo Arco di Levante pareva più luminoso, e perciò fu giudicato il mezzo Arco di Ponente un riflesso del primo.

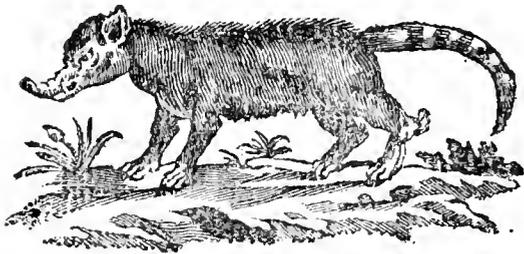
A Sacile fu notato nella stessa sera il Fenomeno sotto altra forma. Là comparve prima una colonna luminosa in Levante, come ho veduto io, la quale parve poi sublimarsi, o prolungarsi sino al Zenit, e finalmente discendere sino in Ponente lasciando Levante, ed in Ponente posarsi quasi ferma e stazionaria, persistendovi sino a che sparì affatto a notte ben avanzata. Si noti che Sacile, Bassano, Marostica, e Valdagno sono d'intorno nello stesso parallelo, il che serve a spiegare, come la Meteora veduta da Sacile in forma di colonna possa essere stato lo stesso Fenomeno, che fu veduto di quà in forma di Arco culminante.

In fatti Sacile vide prima un rosso luminoso in Levante, come noi, lo vide poscia sublimarsi, e discendere in Ponente, ed ivi fermarsi; ciò fa comprendere, che la Meteora realmente ebbe origine a Levante di là da Sacile; che poi sublimata e discesa, rispetto a Sacile restò a Ponente, ed a

noi si fece culminante, e comprese Marostica fra' suoi estremi. Da tutto questo invero sembra, che il Fenomeno abbia avuto un moto progressivo da Levante a Ponente, e che fosse limitato ad una certa estensione, benchè non breve.

Perchè poi in queste relazioni non viene espressa l'ora precisa, nè l'elevazione osservata del Fenomeno, nulla si può dire della sua grandezza, nè della sua distanza da Terra.

Che poi la Meteora fosse del genere delle Aurore Boreali, credo che non possa dubitarsi; le circostanze precedenti, la vivezza, la trasparenza, il tremulo del lume lo comprovano abbastanza. Nè par difficile lo spiegare, come potesse il Fenomeno comparire in forma di Arco; perchè supponendo nell'aria a data altezza liste, o getti di materia elettrica parallele all'Orizzonte, si sa, che alla vista debbono apparire piegate in Arco, come apparisce il Cielo stesso, e l'Atmosfera. Che poi di tali diffusioni di materia elettrica ve ne sia, per una data disposizione, nella Terra, e nell'aria, non è da dubitarsi, mentre si danno Aurore tanto Boreali, quanto Australi, ed anche Zenitali, e intermediarie.



---



---

# SOPRA LA COSTRUZIONE

DELLE CHIUSE PER LA DERIVAZIONE  
DE' CANALI REGOLATI

Del Sig. FRANCESCO BERNARDINO FERRARI.

PRESENTATA

Dal Sig. CAVALIERE LORGNA.

**I**L grande uso, che si è sempre fatto già da varj secoli delle acque qui nella nostra Lombardia, e per la navigazione, e per la irrigazione, e il grande vantaggio, che da esso ne proviene, ha anche portato con se una certa necessità di pensare a quelli mezzi, che ce l'ottenessero, e nel medesimo tempo più certo, e più facile lo rendessero. E quindi poi ne è derivato, che la scienza idraulica si è tanto palefata, e propagata praticamente con innumerevoli, e stupende opere, che io non esiterei a dire, che nel solo Milanese ve ne siano tante, e tali, non solo da muovere la invidia, e la curiosità agli estranei, ma ancora che possano bastare a darci lume abbondante per la costruzione di ogni sorta di opere idrauliche, senza avere bisogno di andare in lontani paesi a cercarne gli esempj.

La verità di questa mia asserzione credo, che si vedrà in parte dichiarata in questa mia dissertazione, nella quale intendo di discorrere del modo di formare le chiuse, che devono servire per derivare un'acquedotto regolato da un fiume, o da qualsivisa altro acquedotto maggiore: della qual cosa questo Stato ce ne dà moltissimi esempj, e luminosi, che mi serviranno di guida, e di fondamento.

Se allorchè si vuole derivare un nuovo canale da un fiume si incontrasse sempre la circostanza, di avere il nuovo acquedotto una pendenza non minore di quella dell'altro, e proporzionata, ossia adattata al loro rispettivo corpo d'ac-

qua dopo la separazione, e il fiume fosse veramente con fondo e rive stabili; ovvero se la pendenza del nuovo canale fosse bensì minore, ma il fiume si mantenesse sempre fra le sue sponde stabili con un corpo d'acqua così alto, che costantemente vi riuscisse sulla foglia del nuovo incile quella altezza d'acqua, che abbisogna a formarne quella quantità, che si vuole derivare; allora con facilità, e con poco studio se ne potrebbero fare le diversioni; nè vi sarebbe molto bisogno di fare e le chiuse, e gli scaricatori, ed altre fabbriche di simil genere per ottenerne una derivazione sicura. Questo lo vediamo succedere chiaramente in tante estrazioni, che si fanno dalli nostri Naviglj, e dalla Muzza, ed altrove di grandi, e piccoli acquedotti per la irrigazione de' terreni; e più ancora lo possiamo vedere nel Naviglio Grande dove si dirama a formare l'altro Naviglio, che si chiama di Bereguardo, e nella derivazione dall'Adda dell'acquedotto di Vailate di contro a Vaprio, e dell'altro de' Signori Cremaschi chiamato il Ritorto di contro Cassano.

Ma simili circostanze si trovano di raro, massime per le derivazioni grandi; e perciò d'ordinario bisogna pensare a costruire qualche edifizio, che ne assicuri la estrazione col correggere, e moderare quelle altre circostanze, che sono contrarie alla sicurezza della stessa derivazione. E siccome per avere una stabile derivazione è chiaro, che la massima principale, se pure non è la sola, è quella di avere sempre obbligata l'acqua del fiume ad entrare nel nuovo canale in quella altezza, che sia sufficiente al bisogno; così sarà egualmente chiaro, che le opere da farsi dovranno essere di quella natura, e che introducano l'acqua nel nuovo canale nella bisognevole quantità, e che levino nel medesimo tempo al fiume il modo di sfugire, e perdere questo necessario legame. E perchè li principali impedimenti alle derivazioni sono ordinariamente la maggiore pendenza nel fiume, che nel nuovo canale, e la poca altezza dell'acqua; perciò si fa ancora manifesto, che uno scopo principale di quelle fabbriche debba essere di moderare la pendenza del fiume, e nello stesso tempo di alzarne il suo corpo d'acqua in maniera che colla combinazione delle diverse circostanze de' casi, e degli effetti delle fabbriche si formi come un equilibrio tra il fu-

me, ed il canale di derivazione, per cui non possa succedere, che sia la derivazione nè in tutto, nè in parte abbandonata.

Tutto questo si vede chiaramente come si ottiene col comune mezzo delle Chiuse, o siano Pescaje, o Stramazzi, come sogliono chiamarsi da diversi, le quali per loro proprio uffizio imbrigliano il fiume, e gli sminuiscono la pendenza, e gli alzano il letto, e l'acqua, e così l'obligano a divertirsi dal suo corso. Sarà dunque la costruzione di una chiusa il principale scopo per la derivazione di nuovo acquedotto, quando ci manchino quelle circostanze favorevoli sopraccennate, le quali ci permettano di farne senza.

Dall'uffizio, che deve fare una chiusa parmi, che facilmente si deducano le condizioni, che deve avere perchè sia fatta bene: cioè sarà situata, e diretta in maniera, che si introduca facilmente l'acqua del fiume nel nuovo canale, e nel medesimo tempo si lasci sfogo per lo stesso fiume alle acque soprabbondanti, ed avrà quella altezza, che basti a levare al fiume tanta pendenza quanta ne abbisogna, perchè il corso dell'acqua si mantenga e nel nuovo condotto, e nel letto inferiore del fiume stesso, e mantenga l'acqua sulla foglia dell'incile in quella altezza, che si brama. E quindi ne viene, che per la costruzione di una chiusa di questo genere le cose prime, e necessarie da considerarsi faranno la sua altezza, la sua situazione, e la sua direzione.

Per determinare l'altezza di una chiusa bisognerà prima di ogni cosa, che si fissi il livello della foglia dell'incile a quel segno, che le circostanze particolari del canale di derivazione ricercheranno, acciocchè questo abbia la necessaria, ed adattata pendenza; indi si misuri l'altezza, che avrà questa foglia sopra il fondo del fiume; a questa altezza si aggiunga quella, che dovrà avere l'acqua nell'incile, e la somma ne determinerà l'orizzonte, a cui deve giungere l'altezza ricercata della chiusa.

Qui però vi sono varie cose da considerarsi; e prima che alle volte può succedere, che posta quella altezza così calcolata, non possa poi la chiusa fabbricarsi così alta: come farebbe se il fiume avesse le rive troppo basse, ovvero fosse troppo scarso di pendenza, o per altre cose simili, onde in

questi casi bisognerà pensare se vi fosse qualche mezzo di rimediarsi, o col portare più in su nel fiume la derivazione, oppure coll'arginare il fiume stesso, se conviene alla spesa, ed alla sicurezza, oppure coll'abbassare la foglia dell'incile, anche a costo di diminuire la pendenza del nuovo canale, abbenchè limitata, affoggettandosi piuttosto ad escavarne più di spesso il fondo, ed a levarne le deposizioni, che perciò vi si faranno con più facilità, ovvero con abbassarne l'acqua, e procurare di averne il compenso con una maggiore larghezza dell'incile, o con altri ripieghi, che il caso particolare, e la industria potrebbero suggerire.

In secondo luogo bisogna considerare quale effetto possa produrre nel fiume, e ne' terreni vicini la chiufa fabbricata in quella altezza. Imperciocchè, dovendo essa alzare superiormente e il fondo del fiume, e l'acqua, può alle volte questo alzamento essere altrimenti nocivo, o coll'alzarne di più le escrescenze, e dilatarne gli spandimenti, o col formare delle forgive, e rendere paludosi li terreni asciutti; ovvero può facilitare al fiume l'aprirsi una nuova strada altrove, e così deviare dal letto vecchio, ed abbandonare e la chiufa, ed il nuovo acquedotto. Per questo caso, cioè del timore di deviazione, si può usare il rimedio di tenere ben muniti, e guardati quelli luoghi, dove può temersi, che il fiume possa aprirsi una nuova strada: e così si fa anche con molto stipendio nel Fiume Tesino per tenerlo legato nel suo letto, ed obbligarlo ad entrare nel nostro Naviglio Grande. Per gli altri casi alcune volte, e in qualche parte possono servire gli sfogatori, e li paraporti costruiti in luoghi opportuni, e massime nella medesima chiufa, e li cavi, che ricevano le forgenti, e gli spandimenti, e le trasportino nel fiume al disotto della chiufa, e simili altri provvedimenti. Altre volte poi si dovranno adoperare gli stessi altri ripieghi superiormente accennati.

In terzo luogo è da considerarsi ancora, che quando il canale di derivazione non ha mai da assorbire tutta l'acqua del fiume, nè anche in tempo di scarsezza; ma solamente una parte, ed il resto deve scaricarsi dalla sommità della chiufa, allora l'acqua nell'incile refterà sempre più alta non solo dell'orizzonte della cresta della chiufa, ma ancora del  
pelo

pelo di quell'acqua, che vi passa sopra la medesima: e ciò quanto più l'incile farà all'in sù della chiusa; Imperciocchè ognuno sa come l'acqua s'inclini di superficie, allorchè si accosta ad una precipitosa caduta. Prima dunque di stabilire l'altezza della chiusa si avrà riguardo, e alla altezza dell'acqua che si scaricherà sopra di essa, e a questa inclinazione della sua superficie, nello spazio tra l'incile e la chiusa, mentre si potrà questa tenere di altrettanto più bassa.

Finalmente non si lascerà di considerare e la direzione che si darà alla chiusa, e il modo con cui dovrà fabbricarsi: come sarebbe a dire, se deve chiudere affatto tutto il letto del fiume, ovvero ne debba lasciare una parte aperta, ovvero debba avere delle aperture, e de' tagli, per cui bisogni tenerla un po più alta, oppure debba formarsi tutta con porte da chiudersi, ed aprirsi secondo il bisogno, e tante altre circostanze particolari, che non si possono numerare, e per le quali non si può regola alcuna dare; ma che però non si può omettere di bene esaminarle avanti determinare l'altezza della chiusa.

Segue ora da dirsi della situazione della chiusa, cioè del luogo, dove si debba collocarla, perchè meglio ottenga il suo effetto. Per lo che fare bisogna osservare, e considerare attentamente prima di tutto li limiti della distanza, fra li quali sia lecito fare l'incile della nuova derivazione, mentre in questo punto spesse volte non vi è alcuna libertà. Poi si osserverà la qualità, e l'andamento del fiume, vale a dire, se è ghiaioso, e sassoso, oppure di semplice terra, ed arena; se soffre grandi piene, o no; se è contenuto da sponde rette, o tortuose, sode, o facili alla corrosione; se il letto sia largo, o moltiplicato, o vago, ed incostante, ovvero ristretto, e stabile, e simili cose. Poi ancora si rifletterà se il nuovo canale non possa assolutamente ricevere altra acqua fuorchè la sola bisognevole, o poco più; oppure se si possa assoggettare a ricevere senza alcun pericolo anche qualche escrescenza, col darne poi l'opportuno scarico con sfogatori, o con altri mezzi. Con queste osservazioni, e considerazioni, e ritenendo però sempre come massima generale, che li canali regolati devono suggerarsi, meno che sia possibile alle piene ed alle irruzioni, nel mentre che il

corso dell'acqua vi deve essere sicuro, e costante, parmi, che non sarà difficile il trovare dove si abbia a collocare la chiufa perchè ottenga il migliore effetto.

Quindi dirò come si deve sfuggire quanto si può di collocare la chiufa al di sotto, e vicino ad una caduta precipitosa del fiume: fuorchè questa non venga levata dalla chiufa stessa, perchè essa resterebbe troppo soggetta alla violenza dell'acqua; Poi come bisogna scegliere un luogo dove il fiume resta più regolare e costante, ed ha le sponde più alte e stabili; e così dove meglio si possano le piene sfogare o sopra la chiufa, o per mezzo di scaricatori; e perciò sarà bene stabilirla nella sezione più larga: avuto però il debito riguardo alle altre condizioni necessarie. E questo si procurerà tanto più di fare, quanto maggiore sarà la derivazione, ed interessante, ed il fiume sarà più soggetto alle piene, e queste più grandi.

Ma con tutto questo si sfuggirà anche al contrario di fabbricare la chiufa, dove il fiume abbia l'alveo di una larghezza eccessiva, o irregolare, o sia instabile e vagante; mentre in questi casi o si accresce la spesa, ed il rischio inutilmente, o non potremmo mai essere certi di imbrigliare il fiume, ed obbligarlo costantemente a diramarsi nel nuovo condotto. Che se le circostanze non ci permettessero di piantare la chiufa in altro luogo migliore, allora bisognerà, senza pensare a risparmio, prendere un ripiego di fabbricare la chiufa molto lunga, e anche di incanalare il fiume superiormente alla medesima, e formarvi un letto regolare e stabile, o colla scavazione, o con arginature sode, o con altre operazioni.

Ancora bisognerà fabbricare la chiufa dove il fiume non abbia un risvolto tale, che con troppa violenza non debba poi inclinarsi verso il nuovo canale, ed investirlo, ovvero al contrario la chiufa troppo difficilmente ve lo possa avviare. Imperciocchè nel primo caso, oltre il continuo urto, e troppo grande si introdurrebbero anche nel nuovo canale le piene senza ritegno, e ne seguirebbero necessariamente sconcerti, e ruvine; e nel secondo caso il nuovo canale con grande facilità mancherebbe della sua necessaria acqua, e il corso del fiume dovrebbe in altro luogo irregolare rivolger-

si con danno e della chiusa, e delli terreni adjacenti, e del canale stesso.

Si procurerà ancora di situarla dove le rive sono più stabili, e regolari, e meno soggette alla corrosione; acciocchè il fiume abbia minore facilità di abbandonarla. E se non si ritrovasse di tal sorta, bisognerà munirle con qualche fabbrica, che le renda tali per tutto quello spazio, dove il fiume può corroderle, e deviarfi.

Così pure non si fabbricherà la chiusa, dove il fiume è diviso in più rami; ma bensì o superiormente alla divisione, o dopo la riunione di tutti li rami; Perocchè sarebbe inevitabile, che rialzandosi per opera della chiusa, anche di pochissimo il letto del fiume, e raffrenandosi il corso, e rialzandosi l'acqua in un ramo, tutto il fiume si instradasse per un'altra parte, ed abbandonasse e la nuova chiusa, ed il nuovo acquedotto. E quì nel caso di necessità di fare diversamente io non vi vedo altro consiglio, che quello di chiudere li rami, ed obbligare tutto il fiume a scorrere in quel solo, che ci conviene.

Rimane ora da dirsi della direzione, che deve avere la chiusa; dove prima bisogna fare le stesse osservazioni, e le stesse riflessioni, che abbiamo detto doverfi fare e per l'altezza, e per il luogo; perchè secondo la diversità delle circostanze deve anche la direzione della chiusa essere diversa. E' vero che sembra, che comunemente si vogliano le chiuse dirette obliquamente contro la corrente con poca distinzione de' casi; e questo, se non m'inganno, è perchè solo si considera, che sempre lo scopo della chiusa è di introdurre l'acqua nel canale di erogazione, senza poi riflettere, che con quanta maggiore facilità vi si introduce l'acqua, con eguale ancora vi si introducono poi le piene, che lo sconcertano, ed arrecano grandissime difficoltà; onde siamo costretti a fabbricare tante forti di diversi e in qualità, e in numero sempre maggiori, quanto più sono grandi e il fiume emittente, ed il canale derivato. Ma siccome io sono d'avviso, che la massima principale da averfi di mira non sia quella di semplicemente ottenere la maggiore, e più facile introduzione; bensì quella di avere assieme e la maggiore, e la più facile introduzione, e la più sicura colla

maggior privazione possibile delle acque superflue: mi sembra bastevolmente chiaro, che la direzione della chiusa dovrà variarsi secondo le diverse circostanze delli luoghi, e delli fiumi, e degli acquedotti che si vogliono fare.

Se il fiume corre in una pianura estesa con sponde basse, o incostanti, e corrodibili; vale a dire, se il fiume non può avere un letto stabile, ed inalterabile, non vi è dubbio, che allora per farvi una diversione stabile converrà formare la chiusa, che vada dolcemente a prendere la corrente con angolo obliquo, acciò l'acqua si introduca con certezza nel nuovo condotto. Imperciocchè la maggior pendenza del fiume, e la sua facilità allo sviamiento fanno, che sempre il corso delle sue acque inclini più ad aprirsi la strada verso il letto vecchio, che verso la nuova forzata estrazione; Onde se questo suo corso non viene preso colla maggior dolcezza, ed instradato colla maggior facilità possibile nel nuovo canale, facilmente si devierà da questo, e lo lascerà privo d'acqua.

Quindi ne viene, che quanto più si osserverà avere il fiume e mezzi, e strade, ed inclinazione per allontanarsi dal nuovo incile, tanto più obliqua bisognerà tenere la chiusa, ed allungarla all'insù a prendere, e rinchiudere più dolcemente il corso dell'acqua. Che anzi alle volte, e massimamente per li canali grandiosi ciò non basterà, e vi abbisogneranno altre opere, ed altri ripari distaccati nel fiume, per tenere sempre obbligate le sue acque ad entrare nel nuovo canale. E così succede nell'Adda per obbligarla ad entrare nel canale della Muzza, e molto più estesamente si vede nel Tesino per obbligarlo ad entrare nel Naviglio Grande, dove oltre una lunghissima chiusa, che con grande obliquità chiude tutto il letto del fiume, rifabbricata di nuovo verso l'anno 1585 col parere de' due celebri nostri Architetti *Meda*, e *Bassi*, sempre si sono mantenute, e costruite nuove fabbriche, e se ne fanno ancora superiormente alla chiusa necessarie per conservare l'acqua nel Naviglio.

Il medesimo si dirà quando il fiume farà scarso d'acqua, e non ne avrà che il bisognevole per la nuova derivazione; mentre allora conviene colla chiusa l'andamento del fiume talmente assecondare, che piuttosto sembri una nuova spon-

da, ossia un argine, che una chiufa, e il nuovo condotto fembri la continuazione del fiume fteffo, come vediamo effere tante chiufe ne' noftri fiumi Lambro, ed Olona, ed altri di fimile natura.

Al contrario dove faranno minori li pericoli, che il fiume poffa allontanarfi dal nuovo incile, e quanto farà maggiore il corpo d'acqua di effo fopra il bifogno della derivazione, minore a proporzione potrà effere l'obblività della chiufa, fino anche ad effere meffa in angolo retto. Imperciocchè in queffo modo fi afficura l'acqua nel nuovo canale col alzarla nel fiume emittente, ed eflraendola quali come da un lago, o vafò, e nel medefimo tempo fi dà un maggiore adito, e più facile alle piene di sfogare per il letto del fiume fopra la chiufa, e meno di entrare nel canale di derivazione. Così la chiufa nel fiume Adda a Trezzo, che ferve per l'altro noffro Naviglio, chiamato della Martefana, è meno obbliva, che quella per la Muzza, e ancora molto meno obbliva di quella nel Tefino per il Naviglio grande; nè ivi vi è alcun bifogno di altre fabbriche, effendo il fiume contenuto da sponde alte, e fode. Similmente tante chiufe nella Muzza, ed in altri noffri canali, le quali fervono per la derivazione di grandi acquedotti, fono tutte fabbricate ad angolo retto. E normale pure coftruffe il noffro *Meda* verfo la fine del fecolo decimofeffo la grandiofa chiufa, per formare il celebre canale navigabile di Paderno, che abbenchè architettato con fupenda invenzione, incontrò tante disgrazie, e difavventure, e che finalmente queffo fcorfi anni con nuovo difegno fu ripigliato da capo, e ridotto alla fua perfezione.

Ma diverfamente fi dovrà dire della chiufa di Cafalecchio, la quale ferve per cavare dal Reno il Naviglio di Bologna, la quale anch'effa fu fabbricata fi può dire normale alla corrente del fiume; ma non effendo ivi il Reno tanto profondamente incalfato, che non abbia a fpanderfi; ed ancora correndo in ghiaja, e perciò incoffante, e moltiffime volte fcarfo d'acqua; ne avviene, che ora dirige il fuo corfo da una parte, ed ora da un'altra, ed ora unito in un fol ramo, ed ora divifo in più, e così investe la chiufa fotto angoli diverfi; onde per inviare l'acqua nell'incile del

Naviglio vi si devono di spesso costruire superiormente altre opere, le quali si risparmierebbero se la chiusa fosse più inclinata.

Spiegati così questi tre punti principali, ed universali da esaminarsi per la costruzione delle chiuse, passeremo ad alcuni altri punti particolari, che vengono da considerarsi dopo, che si sia stabilito ciò che riguarda gli stessi punti principali. E prima rifletterò, che tanti di quelli, li quali hanno parlato intorno le chiuse per la derivazione de' canali regolati pare, che vogliano il piano superiore della chiusa non orizzontale, ma oltre il dover pendere verso la caduta, debba anco abbassarsi verso la parte della derivazione, perchè così dovrà la corrente del fiume più da questa parte, che dall'altra tenersi, e perciò essere più sicuro l'ingresso dell'acqua nel nuovo canale.

Io però, quantunque non voglia asserire per falsa que- questa regola, o sempre inutile, dirò solo, che non mi pare da riguardarsi come essenziale, ed inalterabile. Imperciocchè osservo primieramente, che la inclinazione del ciglio della chiusa verso un lato fa, che cada dalla medesima una maggior copia d'acqua, e più unita, e più di spesso in una sol parte, e così questa soffra poi più sensibilmente il danno non solo quel piccolo dello sfregamento, e della corrosione; ma anche il riguardevole della percossa, e dello scavamento al piede della caduta, e sempre maggiore quando la chiusa è più alta; e quindi poi anche una maggiore corrosione della sponda inferiore del fiume, e del suo fondo: la qual cosa vuole essere diligentemente avvertita. Laddove se il ciglio della chiusa è tutto orizzontale, l'acqua si scarica egualmente per tutta la lunghezza della chiusa, e su di tutta egualmente ne viene ripartito quel poco danno, o quel molto, che ne deve soffrire; e perciò meno sensibile ne deve riuscire.

In secondo luogo rifletto, che la chiusa deve avere essenzialmente quella altezza in ogni sua parte, che basti a sostenere in tutti li tempi l'acqua a quel segno, che abbisogna alla derivazione, e deve essere in quella situazione, e con quella direzione, che costantemente invii, e mantenga l'acqua nel nuovo canale; onde non vi vedo, come sia di profitto quel corso superficiale dell'acqua prodotto dalla in-

clinazione del piano superiore della chiusa, il quale poi non può in alcun modo operare sul fondo, essendo impedito dall'ostacolo della chiusa stessa, come dovrebbe essere, perchè potesse maggiormente tenerli il corso del fiume vicino all'incile; e se di già vi si deve essere provvisto abbastanza.

Osservo finalmente, che se questa depressione della chiusa verso la derivazione, apportasse anche veramente il beneficio di una più facile, e certa introduzione dell'acqua nel canale di derivazione, porta anche sempre con se il difetto di tenere più vicino all'incile il maggior corso, e la maggiore altezza delle piene; e per conseguenza di rendere maggiore, e più facile l'ingresso delle stesse nel canale di derivazione: cosa, che sempre devesi al contrario più che sia possibile diminuire, se non possiamo del tutto schivarla.

Per la qual cosa io non esiterei punto a operare tutto al rovescio, cioè a tenere la chiusa più bassa alla parte opposta, e questo lo farei con maggiore fiducia, se il fiume fosse soggetto a piene grandi, e quando la chiusa fosse molto obliqua, e per conseguenza di molta lunghezza, e massimamente poi se fosse anche non tanto alta; mentre così senza pericolo si scaricherebbero le piene più presto, e più lontano dalla derivazione, e meno se ne introdurrebbero in questa. E così è fabbricata la grande chiusa nel Tesino per la derivazione del nostro Naviglio Grande con quel buonissimo effetto, che a tutti è noto.

Anzi per ottenere via più l'intento di scaricare le escrescenze, e le acque sovrabbondanti, lontano dall'incile alla estremità opposta della chiusa, vi si è formata una grande apertura capace per fino di dare il passo alle barche più grandi, che navigano sul Tesino, dalla quale si scarica una grandissima parte delle escrescenze con chiarissimo sollievo del canale di erogazione, e la quale poi in tempo di scarsezza d'acque con facilità si suole chiudere con legni, e fascine: cosa però che avviene di raro, conducendo d'ordinario il fiume una quantità d'acqua maggiore di quella, che abbisogni al Naviglio. Lo stesso sfogatore alla parte opposta si è fatto pure nelle chiuse sull'Adda, per la derivazione degli altri due Navigli della Martesana, e di Paderno, e del canale della Muzza.

Ma qui bisogna però riflettere, che se è un bene lo scaricare le piene più discosto dall'incile, non può negarsi ancora, che il descritto mezzo produca un nuovo incomodo, il quale è quello, che dovendo così il fiume avere il corso maggiore alla parte opposta, ivi pure dovrà tenere più scavato il fondo, e in vece tenerlo più alto alla parte dell'incile: la qual cosa è molto nociva. Ma a questo con facilità, e con altro mezzo eguale si può rimediare, come si è fatto per li nostri Navigli, cioè col fare nella chiusa medesima vicino alla imboccatura della derivazione un'altra apertura, per la quale continuamente si scarichi l'acqua come da uno scaricatore, che ugualmente si chiude in tempo di scarsezza, e si tiene aperta negli altri tempi.

Anzi questa apertura si può usare per un'altro particolare profitto, come si usano quelle fatte per li Navigli di Paderno, e della Martesana, cioè per mulini, che lavorano continuamente, e con grande facilità; mentre essendovi nell'Adda una copia d'acque maggiore di quanto ne abbisogna alli Navigli, di continuo vi si scarica l'acqua con molta caduta, per cui si rende molto veloce il suo corso anche superiormente, e si tiene il fondo scavato vicino all'incile, e si smaltiscono in abbondanza la ghiaja, e quelle altre materie, che diversamente s'introdurrebbero nell'alveo di derivazione.

Al Naviglio grande però, non si è potuto trarne questo profitto di usare questa apertura per mulini; imperciocchè e la sua situazione la rendeva troppo incomoda per un tale uso, e la sua necessaria estensione, ossia larghezza non permetteva di farlo; e il dovere mantenere la navigazione per l'altra apertura alla parte opposta, per cui vi abbisogna sempre un sufficiente corpo d'acqua, obbligò a tenere la soglia di questo sfogatore più alta del fondo del fiume, e dell'imboccatura del Naviglio; onde in tempo di acqua ordinaria, poca acqua vi si scarica, anzi di spesso bisogna chiuderla.

Al contrario nella chiusa della Muzza non vi è alcuna apertura verso l'incile, ma solo quella, come abbiamo detto, alla parte opposta; onde per questo canale si è dovuto procurare di rimediarvi con molti, e grandiosi scaricatori, e sfogatori nel medesimo canale, come si è anche procurato  
nel

nel Navigio Grande, dove l'accennata apertura non può bastare a tutto il bisogno, li quali quando sono aperti, scaricano di nuovo le acque nel fiume al di sotto della chiufa, e rendono veloce l'acqua nel canale, che così tiene scavato il suo fondo, e trasporta le materie nel fiume. Ma con tanta copia di scaricatori succedono ancora deposizioni alla imboccatura de' canali di derivazione, e nel loro letto, che poi bisogna levarle coll'opera degli uomini, e in maggiore copia nella Muzza, ove qualche volta è per fino avvenuto di esserne impedito l'ingresso in tempo di scarsezza al necessario corpo d'acqua.

Una opposizione in questo luogo mi si potrebbe fare, ed è, che se questa apertura nella chiufa vicino all'incile produce quelli buoni effetti, che ho accennato, deve anco produrre immensamente più quest'altro cattivo, che abbiamo detto, che fa l'abbassamento del ciglio della chiufa verso l'incile, cioè di tenere il corso delle piene più vicino al medesimo incile, e per conseguenza anche una maggiore facilità d'introdursi nel canale di derivazione: il che è una cosa, che tanto raccomandiamo di sfugire più che si può. A questa obbiezione due cose si possono rispondere; una si è, che quando si tratta di fare una operazione, che porti seco delle difficoltà, e degli incomodi, prima bisogna pensare a schivarli; e poi, se ciò non si può ottenere del tutto, si pensa a diminuirli, e fra le conseguenze cattive, che non si fanno togliere, si scelgono sempre quelle, che sono le meno cattive, e que' mezzi, che tali rendano. Così nel caso nostro, io credo, che non vi possa essere alcuno, il quale non veda chiaramente, che se il taglio nella chiufa vicino all'incile ha il difetto d'invitare, e ritenere ivi il corso delle piene, ha anche tante altre buone qualità, che superano il suo difetto, e lo fanno dimenticare, e che non ha l'inclinazione della chiufa; e perciò non si debba il suo uso in circostanze adattate rigettare: come ce lo insegna l'esperienza de' casi riferiti.

La seconda cosa si è, che questa apertura vicino all'incile non l'abbiamo mai proposta sola, nè io la proporrei; ma bensì accompagnata dall'altra alla parte opposta; anzi cogli esempj indicati abbiamo fatto vedere, che la seconda

apertura riusciva più libera della prima. Per lo che chiunque può conoscere chiaramente, che il fondo del fiume si deve tenere scavato da ambedue le parti, e da ambedue le parti si possono egualmente le piene scaricare. Anzi di più, con questi due tagli abbiamo il vantaggio evidente di fare scorrere le acque a nostro arbitrio ora vicino alla derivazione, ed ora alla parte opposta, secondochè ci sembra più profittevole ne' diversi bisogni: bastando solo per ciò ottenere, l'otturare ora un taglio, ed ora un'altro.

Ora passeremo a discorrere qualche cosa intorno la grossezza, che si richiede nelle chiuse, dove, se io non m'inganno, tutti li calcoli ci abbandonano quando siamo a farne l'applicazione al caso pratico. Imperciocchè per poterla dedurre col calcolo, anche per approssimazione, bisognerebbe supporre, che tutta la chiusa fosse di un sol corpo regolare, o almeno almeno di pochi, e grandissimi corpi regolari; bisognerebbe anco sapere quale fosse quella parte, che sosterrà solamente l'alzamento del fondo, e la sua spinta, e quale fosse quell'altra parte, che riceverà l'urto della corrente; bisognerebbe pure sapere la consistenza, e la sodezza, che le ne verrebbe dal fondamento, e dalla unione alle sponde, e tante altre simili cose, che non si possono sapere, nè supporre senza ottenere de' risultati di niun profitto. Quindi è che per stabilire la desiderata grossezza a me pare, che il solo mezzo sia quello, di avere attentamente osservato molte altre e chiuse, e fabbriche d'ogni sorta ne' fiumi, e li loro effetti o di resistenza, o di cedimento, e da quelle con buona riflessione prenderne esempio.

Egli è bensì vero, che generalmente si deve avvertire, che la chiusa sarà più grossa, allor quando sarà più alta, e quando più s'accosterà ad opporsi perpendicolarmente alla corrente, e quando il fiume sarà più grande, e più veloce, e più violento, ed improvviso nelle sue escrescenze; e sarà ancora più grossa dove sarà composta di parti piccole, e slegate, o di poco peso, e dove non farà internata nel fondo, e nelle sponde, ovvero non vi farà unità colla palificazione, e con travature, o con altro mezzo; e perciò sarà anche più grossa se sarà composta di soli legnami.

Oltre di tutto ciò conviene anche avvertire, che la

maggior altezza richiede una grossezza ancora di più di quella, che basterebbe all'urto, ed agli altri motivi succennati; e questo è perchè, quando un corpo d'acqua cade da una maggior altezza, generalmente parlando, scava di più il terreno sottoposto, su di cui batte, e ne corrode le sponde laterali; per lo che si scopre il fondamento, si diminuisce l'unione colle sponde, e s'indebolisce tutta la fabbrica. Ma per andare all'incontro di questo inconveniente non bisogna pensare, che sia il migliore mezzo quello di fare la chiusa semplicemente più grossa, e tenere ancora la stessa figura; ma bisogna pensare ad altro modo.

Per ottenere questo alcuni fra gli altri sogliono fabbricare la chiusa colla faccia inferiore a modo di un piano inclinato, il quale s'incontri abbasso in un piano orizzontale, che riceva l'impeto dell'acqua cadente per l'inclinato, e lo smorzi. Io però sono d'avviso, che per ottenere questo effetto, il mezzo migliore sia quello di fabbricare la chiusa come una scala colli gradini sì alti, e sì larghi che bastino a ricevere, ed a interrompere il corso dell'acqua, che vi precipita; dove è manifesto, che se farà maggiore il corpo d'acqua cadente, più larghi ancora si faranno gli scalini, e massimamente l'ultimo al piano del fondo, il quale sarà bene tenerlo di una molto più larga estensione. Anzi io vorrei ancora, che il piano di questi scalini non fosse orizzontale, e meno poi inclinato a seconda del fiume; ma lo vorrei inclinato al rovescio contro la chiusa stessa, e son per dire così inclinato, che incontrasse normalmente l'acqua cadente; perchè mi sembra, che in questa maniera se ne smorzerebbe più la violenza: niente curando, che l'acqua riflessa possa inclinare in tal modo contro la chiusa stessa, come cosa che non può succedere, se non in una piccolissima parte, e in maniera, che non merita alcun riflesso.

Ma questo scavamento del letto del fiume al piede delle chiuse è un punto, che io lo stimo ancora molto necessario da considerarsi, mentre alle volte può apportare gravi sconcerti, e non è tanto facile il fare, che non ne segua o poco, o molto. Per lo che non sarà mai superfluo secondo le circostanze aggiungervi altri mezzi per raffrenare la violenza dell'acqua, ed il suo effetto: massime ne' fiumi grandi, e

che portano grandi piene, dove non può bastare il costruire le chiuse a gradini, come dissi, per togliere del tutto un effetto così dannoso. Per questo ancora è necessario, che le spalle laterali della chiusa, che in niun caso si possono tralasciare, si proseguano al disotto della medesima per un buono spazio, per difendere ivi le sponde del fiume dalla corrosione.

Qui però conviene anche avvertire ad una prerogativa favorevole, che possono avere le chiuse più alte, cioè che l'acqua nel cadere da una qualche altezza, non è come un corpo solido, che risenta poco, o nulla il contrasto dell'aria; e perciò accelerandosi di più, quanto è maggiore l'altezza, anche con forza maggiore percuita il fondo sottoposto. Ma l'acqua troppo facilmente risente il contrasto dell'aria, e vi cede, e perciò di mano in mano, che discende si va dividendo, e suddividendo in tanti rami, e zampilli, ed affottigliando in veli, e poi anche in sole gocce, ed in semplici sprizzi, che cadono piuttosto con un moto ritardato, che accelerato, per la forza che consumano nel fendere l'aria; e per conseguenza si perde poi l'impeto contro il fondo sul quale cade. E questo lo vediamo tutti li giorni nell'acqua, che cade dalli tetti, la quale se avesse a cadere tutta unita come al principio della sua caduta, e con moto accelerato, non vi farebbe alcun corpo, su cui batteffe, che potesse lungamente resistere; e guai a chi toccasse una goccia d'acqua sul capo. E per questo anche gli autori legali parlando delle servitù degli stillicidj, dicono, che questi si possono alzare, ma non abbassare, perchè nel primo caso riescono favorevoli, e nel secondo caso sono dannosi al fondo serviente.

Per la qual cosa dedurremo, che converrà bensì avvertire alla altezza della chiusa, ma più alla quantità d'acqua, che da essa si dovrà scaricare; e se questa sia tale, che possa arrivare sul fondo del fiume tutta divisa, e sparfa in zampilli, e difesa in sottili veli, cosicchè le rimanga poca forza; ovvero sia tale, che sempre abbia tanta energia di vincere facilmente tutto il contrasto dell'aria, e così potere arrivare al piede della chiusa ancora unita, e dotata di grande velocità, per potervi contrapporre quei mezzi, che

sembreranno li più adattati ad eluderne l'effetto nocivo. Quindi è evidente, come anche per questo scopo potrà essere alcune volte molto giovevole il fabbricare la chiusa in una fezione del fiume larga; e come farà bene fabbricarvi le sue spalle laterali più divergenti che sia possibile.

Anche per un'altro riguardo di grandissima importanza si vuole avere grande attenzione alla altezza della chiusa. Imperciocchè quella maggiore altezza d'acqua prodotta dalla chiusa più alta, non solamente agisce contro di essa coll'urto, e colla pressione; ma più colle travenazioni, e filtrazioni, le quali con più facilità possono succedere dove più è l'altezza, alla quale è sostenuta l'acqua, e per le quali poi può aprirsi un passaggio e sotto la chiusa stessa, e di fianco con ruina irreparabile della medesima. Quindi è che dietro le spalle si devono fare li risvolti, e gli speroni sempre più lunghi quanto più è alta la chiusa; nè mai si lascerà di palificare il fondo tanto sotto la chiusa, che sotto le spalle con spessi pali tanto più lunghi, e grossi, quanto più il terreno è meno sodo, abbenchè vi si facesse un profondo fondamento; fuorchè il terreno non fosse di una tale sodezza, che togliesse ogni timore, come sarebbe se fosse di un sodo macigno.

Seguita ora, che si dica qualche cosa dell'alzamento dell'acqua, e del fondo, che producono le chiusa. Imperciocchè è manifesto, che piantata una chiusa in qualunque acquedotto, si deve elevare il fondo, ed alzare l'acqua di questo superiormente alla stessa, fino dove si stenderà il rigurgito, che la medesima produrrà. Questo spazio potrebbe sembrare a prima vista, che sia quello, che viene determinato dalla linea orizzontale, che si conducesse dal ciglio della chiusa sino ad incontrare il fondo superiore del fiume; ma la verità si è, che si estende molto di più all'insù, e per poco che vi si rifletta, se ne scoprirà la ragione. Imperciocchè diminuendosi colla chiusa la caduta del fiume, si diminuisce anche la velocità dell'acqua, e questa si alza di corpo; alzata che sia, forma ostacolo all'altra che sopravviene, quantunque sia superiore alla orizzontale supposta; onde anche questa deve rallentarsi, ed elevarsi più addietro, e fino a quel segno, che la corrente abbia a poco a poco la for-

za, che basta a superare l'ostacolo di quest'acqua rallentata; ovvero, per meglio dire, che questo ostacolo siasi tanto diminuito, che più non possa avere alcuno effetto. Così diciamo anche del fondo; perchè diminuita la velocità dell'acqua, si alza il fondo; e questo alzamento inferiore nella stessa maniera produce anche un'altro alzamento nelle parti superiori.

Ma abbenchè sia certissimo, che il rigurgito, e l'alzamento del fondo cagionati in un'acquedotto da una chiufa si stenda molto più all'insù del limite segnato dalla orizzontale tirata sulla cresta della chiufa, non si troverà però mai, che succeda di protrarsi fino all'origine del fiume o vero, o equivalente, come vogliono anche classici autori, che con teorici discorsi sembrano provarlo benissimo. E la ragione di ciò, se io non m'inganno, potrebbe essere, che l'applicazione del discorso al fatto, non avesse un giusto luogo. Imperciocchè mi sembra, che sia troppo difficile il trovare un fiume, nel quale si adempiscano esattamente quelle regole, che si deducono col solo raziocinio teorico; giusta il quale pare, che tutti li fiumi dovrebbero essere disposti su di un esatto e stabile piano, o curvo, o retto, sì nel fondo, che nella superficie dell'acqua, e le cose fossero dappertutto regolari, e regolari fossero le mutazioni, e gli accidenti, che occorrono, e cose simili. Ma un fiume di questa qualità sarà troppo raro a ritrovarsi, se pure vi è al mondo, almeno ne' liberi, e naturali.

Nel mio trattato sulle corrosioni de' fiumi ho di già avvertito, che ciò al più poteva avverarsi nelli fiumi stabiliti di letto con ogni esattezza, e voglio dire, che avessero dappertutto quella limitata, e stabile pendenza, che abbisogna alle loro circostanze; ma non in quelli fiumi, che ne sono abbondanti, ne' quali mi parve troppo chiaro, non esservi il bisogno di condurre così di lontano l'alzamento; mentre formatosi il nuovo fondo con quella pendenza, che basta allo smaltimento delle materie non più ha bisogno di alzarli. Anche in quelli però, che sono stabiliti, o siano di limitata pendenza, ne lasciai qualche dubbio: nè mi sembra di averlo fatto senza ragione. Imperciocchè egli è certo, che per la chiufa non solo si alza il fondo, ma su di que-

sto ha da alzarfi anche l'acqua di corpo, perchè le viene sminuita la velocità. Ma alzandosi l'acqua, è egualmente certo, che essa verso il fondo acquista una maggiore velocità, e una forza maggiore; e perciò deve avere bisogno di una minore pendenza per smaltire le materie di quella, che le bisognerebbe, se mantenesse una altezza eguale alla prima.

Ora io m'immagino, che nessuno vi possa essere, il quale abbia osservato attentamente il corso di molti fiumi in diverse circostanze, e mi voglia negare, che le materie pesanti strascinate di nuovo di volta in volta, e spinte da un fiume, non siano in così grande quantità come sembrano a prima vista, massime da quelli, che fortano dalli laghi, e che sono di pendenza limitata, ma al contrario capiranno, che sono in pochissima quantità relativamente alla grandezza del fiume. Posta questa cosa, parmi ancora, che senza difficoltà si potrà capire, come al solo aumento dell'altezza dell'acqua si possa avere una forza sufficiente, per non lasciare che le materie si fermino sul fondo senza il bisogno di alzarlo tanto all'insù, per acquistare inutilmente anche tutta quell'altra forza, che viene dalla pendenza; massimamente poi riflettendo, che vi è lo sfogo libero e delle materie, e dell'acqua sopra la chiusa.

Convieni anche avvertire, che molte volte può succedere, che non la pendenza del fiume sia effetto delle materie, che conduce; ma bensì al contrario, che quelle materie siano effetto della pendenza; cioè che il fiume non abbia quella pendenza, che si trova avere, perchè di esso ne abbia bisogno per smaltire le materie che conduce: il che necessariamente si deve supporre da quelli, che vogliono l'alzamento del fondo fino all'origine del fiume condurre; ma al contrario quel tal fiume conduca quelle materie, perchè di già ha quella pendenza, la quale se non avesse, non le condurrebbe. Imperciocchè non mi sembra, che possa essere lontano dalla verità, che in molti casi un fiume provvisto di pendenza abbondante, conduca materie grosse per questo solo, che avendo molta pendenza, ha ancora una forza bastante di staccarle dalle sponde, e dal fondo, e dalli piani sulli quali scorre: cosicchè se minore pendenza avesse, le lascerebbe in tutte a suo luogo, e scorrerebbe nell'alveo di minore

caduta senza avere bisogno di accrescersela per smaltire le materie, che così li mancano.

Per la qual cosa io farei di parere, che il rigurgito, e l'alzamento di un fiume prodotto dalla costruzione di una chiusa si abbia a stendere fino a quel segno, dove l'acqua combinato l'effetto dell'impeto già preconcepito, e dell'acqua sopravvegnete, e della sua nuova altezza colla inclinazione del nuovo fondo, e colla facilità dello sfogo, abbia quella forza, che le abbisogna per lo scarico delle materie, che deve condurre.

Per definire poi questo segno ne' casi particolari, ci mancano del tutto li sussidj dell'arte; nè in altro modo vi si può supplire, che con varie, e continue osservazioni di altri casi simili; Imperciocchè sarebbe necessario, che si sapesse quale sia l'ostacolo, che fanno le materie all'acqua avanti la fabbrica della chiusa, e quale la forza, che abbisogna all'acqua stessa, e come agisca per spingerle, e smaltirle; poi bisognerebbe sapere l'altezza, che fosse per produrre nell'acqua la nuova chiusa, e quale fosse l'azione, che avrebbe l'acqua per la forza, che può ottenere dalla sua altezza, e per quella, che può avere proveniente dalla pendenza del fondo; poi anco dovrebbe essere noto quale sia quella forza, che può rimanere all'acqua per l'impeto preconcepito, e quella, che le può essere impressa dall'acqua sopravvegnete; e tante altre cose simili, tutte, a mio credere, impossibili a calcolarsi, per non dire anche a scoprirsi.

Altre riflessioni ancora su di questo punto si devono aggiungere, che non sono nuove; una delle quali si è, che nelli casi, che noi consideriamo, il rigurgito prodotto dalle chiuse viene grandemente diminuito dallo scarico, che si fa nel canale di derivazione, e per li tagli, che, come dissi, si lasciano nella chiusa stessa; onde il rigurgito deve essere prodotto piuttosto dall'altezza, che hanno le foglie dell'incile e delli tagli, che dalla chiusa.

Un'altra riflessione è intorno a ciò, che l'acqua nell'avvicinarsi alla caduta della chiusa, si va abbassando notabilmente; cosicchè sul piano della chiusa stessa ritiene una pochissima altezza: il che porta seco un'aumento di velocità,  
e di

e di corso anche molto all'indietro; la qual cosa proviene, come è chiaro, che dovendosi abbassare l'acqua sulla chiusa per la caduta, necessariamente deve anche l'acqua posteriore abbassarsi, e rendersi più veloce, e disporsi con una superficie inclinata, e continua, come richiedono li fluidi; e ciò per tanto maggiore spazio, quanto maggiore è l'altezza dell'acqua nell'alveo del fiume: per lo che l'alzamento dell'acqua così inclinato sul nuovo fondo prodotto dalla chiusa, portando seco maggiore velocità, richiede anche bisogno minore di pendenza nel fondo.

Ancora conviene riflettere, che sempre avanti la chiusa il fondo non si spiana mai su di un continuato piano retto, ma vi resta sempre più basso, e molto scavato al disotto della sommità. La qual cosa, se non fallo, dimostra, che la chiusa non toglie all'acqua tutto quell'impeto, che sembra, che le dovrebbe levare, se con tutta la sua altezza le facesse un'ostacolo pieno, e continuato.

Dalle quali riflessioni, e da altre che si potranno fare ne' casi particolari, si fa bene manifesto, come il rigurgito e l'alzamento deve ancora estendersi meno di quanto ne abbiamo prima ragionato; abbenchè sempre debba stendersi molto più di quello, che indichi la orizzontale tirata dalla sommità della chiusa, o dalla foglia dell'incile, e delle aperture nella chiusa stessa.

Finalmente da quanto abbiamo detto parmi, che chiaramente si scorgerà quale, e quanta considerazione v'abbisogni prima di stabilire in ogni sua parte, come sia da fabbricarsi una chiusa negli acquedotti, principalmente se sono fiumi grandi, per derivare un canale regolare, e come in ogni caso l'Ingegnere trovi circostanze, per le quali debba stuzzicare il suo intelletto, per non dire tormentarlo, a ritrovare que' ripieghi, e quelli mezzi, che abbisognano per ottenere l'intento nella migliore maniera.



---



---

# DELL' AZIONE

DI UN CORPO RETTO DA UN PIANO IMMOBILE  
ESERCITATA NE' PUNTI DI APPOGGIO  
CHE LO SOSTENTANO.

TENTATIVO

Del Sig. CAVALIERE LORGNA.

Quando un corpo è retto da un piano, la Meccanica non è giunta ancora a determinare, quanto sostenga rispettivamente ciascun punto del medesimo piano. L' incomparabile *Eulero* fece un tentativo per rendere determinato in tutti i casi questo difficilissimo Problema, abbandonando i principj della Meccanica, con le forze della quale non vedeva possibile di superare sì fatto scoglio ( *Novi Com. Ac. Sc. Petrop. T. XVIII.* ). Ma la supposizione ch' egli ha fatto è insufficiente per comune consentimento, e non può ammettersi per alcun modo. L' illustre d' *Alembert* dimostrò, che co' soli principj di questa scienza, non può neppure determinarsi la pressione esercitata da un corpo su tre appoggi in un piano posti per diritto col punto, ove la direzione del centro di gravità sega il medesimo piano ( *T. VIII. de' suoi Opuscoli* ). Il Sig. *Ab. Bossut* nel versare su questa materia ( *Tratt. di Meccan. T. I.* ) conchiuse anch' esso, che secondo le regole ordinarie della Meccanica il Problema è indeterminato, se il corpo si appoggi sul piano con più di tre punti, qualunque sia la disposizione rispettiva degli appoggi, dopo di aver dato un' elegante soluzione del caso di tre appoggi non situati in linea retta, o piuttosto una dimostrazione della soluzione, che n' aveva dato l' *Eulero*.

Ultimamente il Sig. *Delanges* ( *Mem. della Soc. Italiana T. V.* ) prese a trattare di questo soggetto, introducendo nelle soluzioni successivamente tanti assi di rotazione quanti

sono i punti di appoggio che sostengono il corpo. Ma il Sig. Paoli nel T. VI. della medesima Società, avendo ripigliato un tale argomento, dimostrò sapientemente, che i movimenti di rotazione non possono riferirsi al più che a tre assi, onde ottenere equazioni tra di sè indipendenti, e che però un' equazione nel caso di quattro appoggi, due equazioni nel caso di cinque appoggi, e così successivamente, sono necessariamente comprese nelle tre fondamentali, e tra di sè indipendenti; onde resta sempre indeterminato il Problema, allorchè sono più di tre gli appoggi non posti per diritto. Tale è lo stato in cui attualmente si trova questo ormai celebre e importantissimo Problema, a proposito del quale non dubitò di dire l' *Alembert*, *qu' il manque encore quelque chose aux principes de Mechanique, & qu' il y a des cas ou les loix connues jusque' ici paroissent insuffisantes* (Opusc. T. VIII. pag. 45 ). Ma di ciò vedremo più innanzi. Sia dunque permesso un nuovo tentativo, che potrebbe fruttificare, come mi sembra, anche in altri Problemi di Meccanica difficilissimi.

### §. I.

Qualunque sia il numero de' punti di appoggio non costituiti in una linea retta, su' quali è sostenuto un corpo da un piano orizzontale immobile, si considerino sempre detti punti disposti agli angoli di un poligono risultante dal congiungere questi punti con rette linee<sup>2</sup>; il qual poligono farà di tanti lati, quanti sono i medesimi punti. Perciò la direzione verticale del centro di gravità del corpo, si supporrà sempre compresa nell' area di questo poligono.

### §. II.

Se pertanto venga diviso in triangoli il medesimo poligono, siccome i punti di appoggio riescono sempre agli angoli di questi triangoli, così ciascuno di questi triangoli sia detto sistema di tre appoggi; e tanti faranno questi sistemi, quante sono le combinazioni a tre a tre, che risultano dal

numero  $n$  di angoli del poligono , cioè  $\frac{n \cdot n - 1 \cdot n - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3}$  secondo la legge notissima delle combinazioni.

## §. III.

Cadendo perciò la direzione verticale del centro di gravità entro il poligono , farà sempre l' interfezione di questa direzione col piano immobile compresa in uno , o in più triangoli secondo il numero degli appoggi.

## §. IV.

E siccome tre appoggi bastano per sostenere il corpo , allorchè detta direzione cade fuori della linea che congiunge due appoggi , così nel caso di più che tre appoggi non costituiti in linea retta , essendo tutti gli appoggi ugualmente immobili , ciascuna combinazione di tre appoggi , rappresentata da uno de' predetti triangoli , quando la direzione del centro di gravità del corpo cada nel triangolo , si chiami *Sistema attivo* ; e *Sistema inoperante* quella combinazione di tre appoggi in cui il centro di gravità del corpo , o per dir meglio la sua direzione cade fuori del triangolo , che la rappresenta . Sia per esempio  $ABCD$  ( fig. II. ) il poligono , agli angoli del quale sono costituiti i punti di appoggio ,  $P$  il centro di gravità del corpo concentrato nel piano de' punti  $A, B, C, D$ . Condotte le diagonali  $AC, BD$ , farà il trapezio diviso ne' quattro triangoli  $ACD, ADB, BDC, ACB$ , come appunto porta la formola delle combinazioni per  $n = 4$  ( §. II. ).

Certo è , che i due sistemi  $ACD, ADB$  non hanno per sè alcuna attitudine a sostenere il peso  $P$ , mentre il centro cade totalmente fuori dei perimetri di entrambi . Ma è certissimo , che ciascuno degli altri due  $BDC, ACB$  è atto per sè , stante l'immobilità di tutti gli appoggi , a sostenere l'intero peso  $P$ ; e però questi due sono i sistemi , ch' io chiamo attivi , e inoperanti gli altri due in qualità di sistemi .

## §. V.

Posto ciò, decompongo ne' due sistemi attivi il sistema di quattro appoggi  $A, B, C, D$ , e considero, che la forza di pressione in  $P$  non sia sostenuta che da' tre appoggi  $B, D, C$ , cioè dal sistema attivo  $BDC$  solitario, come se l'appoggio  $A$  non avesse luogo. Con ciò determino la pressione esercitata da questa forza sopra i tre appoggi  $B, D, C$  rispettivamente.

E di nuovo considero, che la medesima forza di pressione non sia sostenuta che da' tre appoggi  $A, C, B$ , cioè dal sistema attivo  $ACB$  solitario, come se l'altro appoggio  $D$  non avesse luogo; e con ciò determino la pressione esercitata da detta forza sopra gli appoggi  $A, C, B$  rispettivamente. Determinate queste pressioni per ciascun sistema separatamente, rimetto insieme i sistemi, ricomponendo quello di tutti quattro gli appoggi  $A, B, C, D$  operanti unitamente, e definisco le vere e proprie pressioni combinate rispettivamente dovute a ciaschedun appoggio.

## §. VI.

E' manifesto pertanto, che ciascuna delle azioni combinate sopra gli appoggi  $B$ , e  $C$  deve necessariamente essere composta di due parti, giacchè ciascuno di detti appoggi appartiene nel tempo stesso a due sistemi attivi.

## §. VII.

Nello stesso modo qualunque sia il numero di sistemi attivi, in cui può essere risoluto un sistema di appoggi costituiti in un piano, sostenenti una forza di pressione qualunque, considero sempre, che la medesima forza sia prima sostenuta da un solo sistema attivo di tre appoggi, come se gli altri non avessero luogo, poi da un altro, e così successivamente, e determino le pressioni esercitate sopra i tre appoggi di ciascun sistema rispettivamente. Rimettendo poscia insieme i sistemi, definisco per tutti i punti di appog-

gio operanti unitamente le pressioni vere combinate, dovute rispettivamente e propriamente a ciascun di loro, giacchè è palese subitamente a quanti sistemi attivi appa rtenga un medesimo appoggio.

### §. VIII.

Senza un nuovo principio non era mai possibile di affrontare questo difficilissimo Problema. Avendo pertanto considerato

I. Che la gravità operando con la sua naturale direzione in un punto, ove s'intenda concentrata, distribuisce sempre da quel centro la sua azione ugualmente su tutti gli ostacoli, che le oppongono in quel punto, ciascheduno da sè, una medesima simultanea resistenza.

II. Che nel caso nostro, stante l'immobilità del piano, ciaschedun sistema attivo è per se stesso dotato di pari attitudine a sostenere l'intero peso del corpo.

III. E che non v'è ragione, stante questa uguale attitudine di tutti i detti sistemi, per cui un sistema debba giudicarsi gravato da una parte del peso, e da altra diversa un altro sistema, mi sono indotto a tentare la soluzione del Problema col metodo, che ho esposto, fondato su questo principio

*Ch' essendo retto un corpo da un piano immobile in più di tre punti non posti per diritto, possa considerarsi, che l'azione della gravità si eserciti distribuita ugualmente sopra tutti i sistemi di tre appoggi, tra i quali cada il centro di gravità del corpo, risultanti dalla posizione degli appoggi tra di sè, e relativamente a detto centro, e perciò atti ugualmente a sostenere, ciascheduno per sè, l'intera forza di pressione del corpo, cioè ad opporre all'azione della gravità, ciascuno da sè, una medesima simultanea resistenza.*

### §. IX.

Prima però di farne applicazione non credo infruttuoso l'internarmi un po più, che non s'è fatto nella cosa, parendomi di discernere non senza qualche chiarezza in che

propriamente le sue difficoltà consistano. Prendiamo per esempio il primo caso irresolubile di quattro punti di appoggio. È certo, che con le regole della Meccanica tre equazioni tra di sè indipendenti si ottengono, contenenti le quattro indeterminate, che esprimono le pressioni distribuite dal corpo sopra detti appoggi. Una pertanto di queste indeterminate resta in nostro arbitrio, a cui dando altro ed altro valore, troviamo, che in infinite maniere può essere distribuita su i quattro appoggi la data forza di pressione del corpo da essi sostenuto, soddisfatte sempre pienamente le condizioni della Meccanica per l'equilibrio. Ma se per una parte le regole ordinarie della Meccanica lasciano indeterminato questo Problema, se resta luogo a infinite soluzioni, il medesimo Problema per l'altra, naturalmente considerato, è determinatissimo, se così posso esprimermi. In fatto riposando un corpo su quattro punti di un piano immobile, la pressione del corpo risentita da detti punti di appoggio rispettivamente, è una, unica, e di valore unico e determinato. Adunque o manca qualche cosa ancora ai principj di Meccanica, come crede d'*Alembert*, o il Problema non è un caso di semplici equilibrj. Io per me non credo, che le regole della Meccanica sieno per questo caso insufficienti, rigorosamente parlando, ma credo, che sia d'uopo adoperarle convenevolmente, e accomodarle alla natura particolare del Problema, che ha una determinazione sua propria. E credo ancora, che non sia il Problema un caso di semplici equilibrj, perchè non vi si tratta che di conoscere, quanta parte del peso totale porti ciascuno de' quattro punti del piano immobile su quali riposa il corpo: il che non è propriamente affare di equilibrage, ancorchè l'equilibrage vi sia implicita, e si verifichi puntualmente nel riposo del corpo. In conseguenza sembra, che il Problema richiegga per se, che se ne rintracci la soluzione per una via conducente al sistema unico, proprio, e necessario di pressioni, esercitate dal corpo su ciascun appoggio rispettivamente, in modo però, che l'equilibrage vi sia necessariamente implicita, e possa dimostrarsi inerente al sistema trovato. Che se il si tratti con ordine inverso, partendo dalla pura condizione dell'equilibrio, s'incorre nell'indeterminazione che ci pre-

senza la Meccanica, infiniti essendo i sistemi di pressione ne' quali può distribuirsi sopra più di tre appoggi la forza premente di un corpo, tutti soddisfacenti alle leggi dell'equilibrio.

Quindi è, che ho tentato di liberare dell' indeterminazione il Problema, col farlo dipendere dalla risoluzione di sistemi combinati di tre appoggi, pe' quali non può mai averli, che una sola ed unica espressione delle tre pressioni.

I valori, che daremo quì appresso di questo caso particolare di tre appoggi son quei medesimi, che per altre vie trovò l'Eulero, e il Sig. Bossut: quei medesimi che provengono dalle espressioni più composte del Sig. Delanges, e che potrebbero provenire da altre soluzioni infinite, prendendo tre assi qualunque, come lo ha notato giustamente il Sig. Paoli nella Mem. cit. pag. 543. Risolto così il Problema, da sè vi si manifestano implicite e soddisfatte le leggi della Meccanica per l'equilibrio.

### §. X.

#### PROBLEMA I.

*Riposando un corpo su tre punti di un piano immobile orizzontale non posti in linea retta, trovare la pressione distribuita dal corpo su ciascun di loro.*

Sieno  $A, B, C$  (Fig. I.) i tre punti di appoggio,  $P$  l'intersezione del piano con la direzione verticale del centro di gravità del corpo. Sarà il punto  $P$  centro comune di gravità dei pesi prementi il medesimo piano ne' punti  $A, B, C$ . Si chiamino questi pesi con le lettere de' rispettivi appoggi  $A, B, C$ : si congiungano con la  $AC$  i punti  $A, C$ , e per  $P$  si meni dal punto  $B$  l'indefinita  $BR$  segante la  $AC$  in  $\mathcal{Q}$ .

È certo, che il centro di gravità de' pesi  $A, C$  deve trovarsi in qualche punto della retta  $AC$ . Ma deve pure trovarsi in qualche punto della retta  $BR$  necessariamente, in cui è collocato il terzo peso  $B$ , e il comun centro di gravità  $P$  di tutti i pesi  $A, B, C$ . È dunque il centro di gravità de' pesi  $A, C$  nell'intersezion comune  $\mathcal{Q}$  delle rette  $BR$ ,

$BR$ ,  $AC$ . Posto ciò, se si chiami  $\mathcal{Q}$  la somma de' pesi  $A + C$  concentrati in  $\mathcal{Q}$ , farà  $\mathcal{Q} : B :: BP : P\mathcal{Q}$ , e componendo  $\mathcal{Q} + B : B :: B\mathcal{Q} : P\mathcal{Q} = P : B$ . Dunque  $B = \frac{P \cdot P\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q}}$ ,

$$\text{e } \mathcal{Q} = \frac{B \cdot BP}{P\mathcal{Q}} = \frac{P \cdot P\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q}} \cdot \frac{B\mathcal{Q}}{P\mathcal{Q}} = \frac{P \cdot BP}{B\mathcal{Q}}.$$

Ma per essere il punto  $\mathcal{Q}$  centro comune di gravità de' pesi  $A$ ,  $C$  è pure  $A : C :: C\mathcal{Q} : A\mathcal{Q}$ , e componendo  $A + C : C :: AC : A\mathcal{Q} :: \mathcal{Q} : C$ . Per la qual cosa farà, sostituendo il valore di  $\mathcal{Q}$ ,  $AC : A\mathcal{Q} :: \frac{P \cdot BP}{B\mathcal{Q}} : C$ , e

$$C = \frac{P \cdot BP \cdot A\mathcal{Q}}{AC \cdot B\mathcal{Q}}; \text{ e però, sostituendo il valore di } C, \text{ farà}$$

$$A : \frac{P \cdot BP \cdot A\mathcal{Q}}{AC \cdot B\mathcal{Q}} :: C\mathcal{Q} : A\mathcal{Q}, \text{ e } A = \frac{P \cdot BP \cdot C\mathcal{Q}}{AC \cdot B\mathcal{Q}},$$

E questi sono i valori delle tre pressioni  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ; il che doveva trovarsi.

§. XI.

Ma queste espressioni de' pesi  $A$ ,  $B$ ,  $C$  possono semplificarfi. In fatto si congiungano con la  $BC$  i punti  $B$ ,  $C$ , e con la  $BA$  i punti  $B$ ,  $A$ , e dal punto  $A$  si tiri al lato opposto  $BC$  la perpendicolare  $AD$ , e dai punti  $P$ ,  $\mathcal{Q}$  alla  $AD$  si menino le parallele  $PE$ ,  $\mathcal{Q}F$ . Per la similitudine de' Triangoli farà  $BP : B\mathcal{Q} = PE : \mathcal{Q}F$ , e  $AC : C\mathcal{Q} = AD : \mathcal{Q}F$ , e però  $\frac{BP \cdot C\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q} \cdot AC} = \frac{PE \cdot \mathcal{Q}F}{\mathcal{Q}F \cdot AD} = \frac{PE}{AD}$ . Ma abbiamo trovato

$$\text{il peso } A = \frac{P \cdot BP \cdot C\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q} \cdot AC}; \text{ farà dunque } A = \frac{P \cdot PE}{AD}.$$

Condotte similmente dal punto  $B$  al lato opposto  $AC$  la perpendicolare  $BH$ , e dal centro  $P$  alla  $BH$  la parallela  $PG$ , farà per la similitudine de' Triangoli  $P\mathcal{Q} : B\mathcal{Q} = PG : BH$ ; e però essendosi trovato  $B = \frac{P \cdot P\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q}}$ , farà  $B = \frac{P \cdot PG}{BH}$ .

Finalmente condotte dal punto  $C$  al lato opposto  $AB$  la

perpendicolare  $CK$ , e alla  $CK$  le parallele  $PL$ ,  $QM$ , per la similitudine de' Triangoli farà  $\frac{BP \cdot AQ}{BQ \cdot AC} = \frac{PL \cdot QM}{QM \cdot CK} = \frac{PL}{CK}$ .

Ma abbiamo trovato il peso  $C = \frac{P \cdot BP \cdot AQ}{BQ \cdot AC}$ ; farà dunque

$C = \frac{P \cdot PL}{CK}$ . Queste espressioni de' pesi  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sono le

più semplici che possano trovarsi. Ma basti che ciò sia accennato per valersene se piaccia, mentre nelle seguenti soluzioni farò uso delle espressioni che abbiamo ricavate in questo Problema senza introdurre nuove linee, essendo facilissimo il trasmutarle e semplificarle, come qui s'è fatto.

## §. XII.

### PROBLEMA II.

*Essendo retto un corpo su quattro punti  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  (Fig. II.) di un piano orizzontale immobile, determinare la pressione, che soffre ciascheduno di detti appoggi esercitata dal corpo nel punto  $P$ , ove la direzione verticale del centro di gravità incontra il medesimo piano.*

Posta la costruzione e denominazione prescritta nel §. IV., due sono i Sistemi attivi, che debbono trattarsi separatamente nel Problema, uno sugli appoggi  $B$ ,  $D$ ,  $C$ , l'altro sugli appoggi  $A$ ,  $C$ ,  $B$ . Seguendo pertanto il metodo esposto nel §. V. si conduca pel primo Sistema la retta  $DE$  pel punto  $P$ , e si nominino  $m$ ,  $n$ ,  $p$  le pressioni esercitate sugli appoggi  $B$ ,  $D$ ,  $C$  dalla forza di pressione  $F$  operante in  $P$ . In forza del I. Probl. farà

$$m = \frac{F \cdot DP \cdot CE}{DE \cdot BC}, \quad n = \frac{F \cdot PE}{DE}, \quad p = \frac{F \cdot DP \cdot BE}{DE \cdot BC}.$$

Di nuovo si conduca pel secondo Sistema la retta  $AF$  pel punto  $P$ , e si chiamino  $m'$ ,  $n'$ ,  $p'$ , le pressioni esercitate sugli appoggi  $B$ ,  $A$ ,  $C$  dalla forza di pressione  $F$  operante in  $P$ .

Col metodo stesso del Probl. I. si troverà

$$m' = \frac{F \cdot AP \cdot CF}{AF \cdot BC}, n' = \frac{F \cdot PF}{AF}, p' = \frac{F \cdot AP \cdot BF}{AF \cdot BC}.$$

Posto ciò, si rimettano insieme (§. §. V. VI.) i sistemi applicando a' rispettivi punti le pressioni combinate, onde riformare l'intero Sistema di quattro appoggi del Problema, nominando  $A, B, C, D$  dette pressioni combinate rispettivamente ne' punti  $A, B, C, D$ . Sarà

$$A = n' = \frac{F \cdot PF}{AF}, B = m + m' = F \left( \frac{DP \cdot CE}{DE \cdot BC} + \frac{AP \cdot CF}{AF \cdot BC} \right)$$

$$C = p + p' = F \left( \frac{DP \cdot BE}{DE \cdot BC} + \frac{AP \cdot BF}{AF \cdot BC} \right), D = n = \frac{F \cdot PE}{DE}.$$

Rappresentando pertanto queste espressioni i pesi combinati sugli appoggi  $A, B, C, D$  de' due Sistemi attivi uniti insieme, si avranno queste serie di proporzionali

$$A : B : C : D :: \frac{F \cdot PF}{AF} : F \left( \frac{DP \cdot CE}{DE \cdot BC} + \frac{AP \cdot CF}{AF \cdot BC} \right) : F \left( \frac{DP \cdot BE}{DE \cdot BC} + \frac{AP \cdot BF}{AF \cdot BC} \right) : \frac{F \cdot PE}{DE}$$

cioè le seguenti, moltiplicando la seconda serie per  $AF \cdot DE \cdot BC$ , e dividendola per  $F$

$$A : B : C : D :: DE \cdot PF \cdot BC : (AF \cdot DP \cdot CE + AP \cdot CF \cdot DE) : (AF \cdot DP \cdot BE + AP \cdot BF \cdot DE) : AF \cdot PE \cdot BC$$

E' dunque manifesto, che generalmente, qualunque sia la forza di pressione concentrata in  $P$ , faranno sempre tra di loro le pressioni risentite dagli appoggi  $A, B, C, D$ , come sono tra di loro i termini corrispondenti di questa seconda serie di proporzionali. Per la qual cosa, se si faccia la somma di questi termini

$$DE \cdot PF \cdot BC + AF \cdot DP \cdot CE + AP \cdot CF \cdot DE + AF \cdot DP \cdot BE + AP \cdot BF \cdot DE + AF \cdot PE \cdot BC = S$$

farà pure

$$S : DE \cdot PF \cdot BC : (AF \cdot DP \cdot CE + AP \cdot CF \cdot DE) : (AF \cdot DP \cdot BE + AP \cdot BF \cdot DE) : AF \cdot PE \cdot BC :: (A + B + C + D) : A : B : C : D$$

Sieno pertanto  $A', B', C', D'$  le pressioni dovute ad un peso dato  $P$  sostenute da' punti di appoggio  $A, B, C, D$  rispettivamente. Avranno luogo le seguenti serie di proporzionali

$$S : DE \cdot PF \cdot BC : (AF \cdot DP \cdot CE + AP \cdot CF \cdot DE) : (AF \cdot DP \cdot BE + AP \cdot BF \cdot DE) : AF \cdot PE \cdot BC :: (A' + B' + C' + D') : A' : B' : C' : D' \\ :: P : A' : B' : C' : D'$$

In conseguenza farà

$$A' = \frac{P}{S} (DE \cdot PF \cdot BC)$$

$$B' = \frac{P}{S} (AF \cdot DP \cdot CE + AP \cdot CF \cdot DE)$$

$$C' = \frac{P}{S} (AF \cdot DP \cdot BE + AP \cdot BF \cdot DE)$$

$$D' = \frac{P}{S} (AF \cdot PE \cdot BC)$$

E queste sono le pressioni esercitate dal corpo  $P$  su i quattro punti  $A, B, C, D$  del piano immobile. Il che era da determinarsi.

### §. XIII.

Che se si fosse trattato il sistema  $BCD$  col condurre per  $P$  la  $Cc$  in vece di condurre la  $DE$ , e similmente l'altro sistema  $ABC$  col condurre per  $P$  la  $Bb$  in luogo della  $AF$ , è manifesto, che sarebbersi sempre trovato ciascuna delle forze in  $C$ , e  $B$  composta di due parti, l'una in azione in un sistema, l'altra nell'altro, come precedentemente, e il risultamento in fondo sarebbe stato il medesimo nell'una e nell'altra soluzione del Problema, con le stesse stessissime pressioni di prima ne' punti di appoggio.

### §. XIV.

### PROBLEMA III.

*Riposando un corpo su cinque punti di un piano immobile orizzontale, trovare la pressione che soffre ciascheduno di detti punti di appoggio.*

Sieno  $A, B, C, D, E$  ( Fig. III. ) gli appoggi.  $P$  l'interfezione della linea di direzione del corpo col piano sottoposto. Si congiungano con rette linee g'li appoggi, ca-

de risulti il Poligono  $ABCDE$  ( §. §. I. II. ), e da ciascun angolo del Poligono si menino a tutti gli altri linee rette. Dalla formola delle combinazioni a tre a tre, e dall'ispezione della figura risulta, che dieci sono i triangoli compresi nel Poligono, de' quali sono manifestamente ( §. IV. ) sistemi inoperanti li cinque  $ABC, CDE, ABE, BCD, ADE$ , siccome quelli entro l'area de' quali non cade il punto  $P$ ; e sistemi attivi sono gli altri cinque ( $M$ )

( $M$ )..... $BCE, ABD, ACD, ACE, BDE$

entro l'area de' quali è sempre compreso il medesimo punto  $P$ . In questi sistemi attivi si menino da ciascun punto di appoggi pel punto  $P$  ai lati opposti rispettivamente le linee rette  $Bn, Cm, Db, Ef, Ag$ . E' facile da conoscere, che ciascuno degli appoggi  $A, B, C, D, E$ , entra in tre combinazioni o sistemi, e che perciò l'azione sopra ciascheduno di essi deve essere composta ( §. VI. ) di tre parti. Pertanto si prenda a trattate, secondo il metodo ( §. V. ), ciascun sistema attivo separatamente, come se gli altri non avessero luogo, secondo l'ordine ( $M$ ) a scansamento di confusione; e perciò si chiamino  $m, m', m''$  le parti della pressione in  $A$ ;  $n, n', n''$  le parti della pressione in  $B$ ;  $p, p', p''$  quelle della pressione in  $C$ ;  $q, q', q''$  le parti della pressione in  $D$ ;  $r, r', r''$  quelle della pressione in  $E$ . Sia poi  $F$  la forza di pressione qualunque concentrata in  $P$ . E quanto al primo sistema  $BCE$ , in forza del I. Probl., si troverà essere

in  $B$  la pressione  $n = \frac{F \cdot EP \cdot Cf}{Ef \cdot BC}$ , in  $C$  la pressione  $p = \frac{F \cdot EP \cdot Bf}{Ef \cdot BC}$ , in  $E$  la pressione  $r = \frac{F \cdot Pf}{Ef}$ . Quanto al

secondo  $ABD$ , si troverà in  $A$  la pressione  $m = \frac{F \cdot DP \cdot Bb}{Db \cdot AB}$ , in  $B$  la pressione  $n' = \frac{F \cdot DP \cdot Ab}{Db \cdot AB}$ , in  $D$  la pressione  $q = \frac{F \cdot Pb}{Db}$ .

Così passando al terzo sistema  $ACD$  si troverà con lo stesso metodo in  $A$  la pressione  $m' = \frac{F \cdot Pg}{Ag}$ , in  $C$  la pressione

$p' = \frac{F \cdot AP \cdot Dg}{Ag \cdot CD}$ , in  $D$  la pressione  $q' = \frac{F \cdot AP \cdot Cg}{Ag \cdot CD}$ . E pel

quarto sistema  $ACE$  si troverà in  $A$  la pressione  $m'' = \frac{F \cdot CP \cdot Em}{Cm \cdot AE}$ ,

in  $C$  la pressione  $p'' = \frac{F \cdot Pm}{Cm}$ , e in  $E$  la pressione

$r' = \frac{F \cdot CP \cdot Am}{Cm \cdot AE}$ . Finalmente pel quinto sistema  $BDE$  sarà

in  $B$  la pressione  $n'' = \frac{F \cdot Pn}{Bn}$ , in  $D$  la pressione

$q'' = \frac{F \cdot BP \cdot En}{Bn \cdot DE}$ , e in  $E$  la pressione  $r'' = \frac{F \cdot BP \cdot Dn}{Bn \cdot DE}$ .

Posto ciò, si rimettano insieme i sistemi ( §. §. V. VI. ), e si applichino a' rispettivi punti le pressioni combinate, onde riformare l'intero sistema di cinque appoggi del Problema, nominando  $A, B, C, D, E$  dette pressioni combinate rispettivamente ne' punti  $A, B, C, D, E$ . Si avrà

$$A = m + m' + m'' = F \left( \frac{DP \cdot Bb}{Dh \cdot AB} + \frac{Pg}{Ag} + \frac{CP \cdot Em}{Cm \cdot AE} \right) = F \cdot a$$

$$B = n + n' + n'' = F \left( \frac{EP \cdot Cf}{Ef \cdot BC} + \frac{DP \cdot Ab}{Dh \cdot AB} + \frac{Pn}{Bn} \right) = F \cdot b$$

$$C = p + p' + p'' = F \left( \frac{EP \cdot Bf}{Ef \cdot BC} + \frac{AP \cdot Dg}{Ag \cdot CD} + \frac{Pm}{Cm} \right) = F \cdot c$$

$$D = q + q' + q'' = F \left( \frac{Pb}{Dh} + \frac{AP \cdot Cg}{Ag \cdot CD} + \frac{BP \cdot En}{Bn \cdot DE} \right) = F \cdot d$$

$$E = r + r' + r'' = F \left( \frac{Pf}{Ef} + \frac{CP \cdot Am}{Cm \cdot AE} + \frac{BP \cdot Dn}{Bn \cdot DE} \right) = F \cdot e$$

e perciò avranno luogo queste serie di proporzionali

$$A : B : C : D : E :: Fa : Fb : Fc : Fd : Fe :: a : b : c : d : e$$

Per la qual cosa, se si faccia  $a + b + c + d + e = S$ , sarà pure

$$S : a : b : c : d : e :: (A + B + C + D + E) : A : B : C : D : E$$

Siano pertanto  $A', B', C', D', E'$  le pressioni dovute ad un peso dato  $P$  concentrato nel punto  $P$ , sostenuto da' punti di appoggio  $A, B, C, D, E$  rispettivamente. Avranno luogo le seguenti serie di proporzionali

$$S : a : b : c : d : e :: (A + B + C + D + E) : A' : B' : C' : D' : E' \\ :: P : A' : B' : C' : D' : E'.$$

In conseguenza farà

$$A' = \frac{aP}{S} = \frac{P}{S} \left( \frac{DP \cdot Bb}{Db \cdot AB} + \frac{Pg}{Ag} + \frac{CP \cdot Em}{Cm \cdot AE} \right)$$

$$B' = \frac{bP}{S} = \frac{P}{S} \left( \frac{EP \cdot Cf}{Ef \cdot BC} + \frac{DP \cdot Ab}{Db \cdot AB} + \frac{Pn}{Bn} \right)$$

$$C' = \frac{cP}{S} = \frac{P}{S} \left( \frac{EP \cdot Bf}{Ef \cdot BC} + \frac{AP \cdot Dg}{Ag \cdot CD} + \frac{Pm}{Cm} \right)$$

$$D' = \frac{dP}{S} = \frac{P}{S} \left( \frac{Pb}{Db} + \frac{AP \cdot Cg}{Ag \cdot CD} + \frac{BP \cdot En}{Bn \cdot DE} \right)$$

$$E' = \frac{eP}{S} = \frac{P}{S} \left( \frac{Pf}{Ef} + \frac{CP \cdot Am}{Cm \cdot AE} + \frac{BP \cdot Dn}{Bn \cdot DE} \right)$$

le quali sono le pressioni esercitate dal corpo  $P$  su i cinque punti  $A, B, C, D, E$  del piano immobile; il che era da determinarsi.

§. XV.

Non è necessario per alcun conto, che dimostriamo essere l'equilibrato di tutte le forze implicite necessariamente nelle nostre soluzioni, e che le leggi della Meccanica per l'equilibrio vi sono pienamente soddisfatte; quand'anche da sè non lo palesasse il riposo del corpo sugli appoggi; perchè in ciascuno de' Sistemi di tre appoggi che abbiamo combinato ne' Problemi precedenti, la determinazione delle rispettive pressioni esclude manifestamente e necessariamente ogni movimento secondo un Asse qualunque; diventando sempre il centro di gravità del corpo  $P$  centro comune di gravità de' pesi parziali prementi all'intorno i punti di appoggio del piano che sostentano il corpo (§. X.).

§. XVI.

Il metodo essendo generale, non fa d'uopo che in altri esempj ci diffondiamo inutilmente. Egli si estende, come non è difficile ch'altri il vegga da sè, anche ne' casi di appoggi posti in una stessa retta linea col centro di gravità del corpo sostenuto. Imperciocchè, considerando i punti di

appoggio tutti immobili, è certo, che due qualunque di essi tra' quali sia costituito il centro di gravità del corpo per diritto, hanno pari attitudine a sostenere l'intero peso del corpo. Per la qual cosa ciascuna combinazione di due appoggi tra' quali sia il centro di gravità posto con essi nella stessa retta linea sarà quello che, secondo il nostro metodo, si dovrà dire *sistema attivo*: e *sistema inoperante* quella combinazione in cui il centro di gravità non cade tra i due appoggi. In conseguenza adattando a questi sistemi attivi di due appoggi i principj esposti nel §. V. e suffegu. pe' sistemi attivi di tre appoggi, nel caso che sieno più di due gli appoggi per diritto su quali riposa il corpo, si potrà procedere con pari andamento nel determinare le pressioni per ciascun sistema attivo separatamente; rimettendo poscia insieme i sistemi, si otterranno le pressioni combinate rispettivamente dovute a ciaschedun appoggio, come ne' casi degli appoggi non posti per diritto, de' quali abbiamo trattato qui addietro.

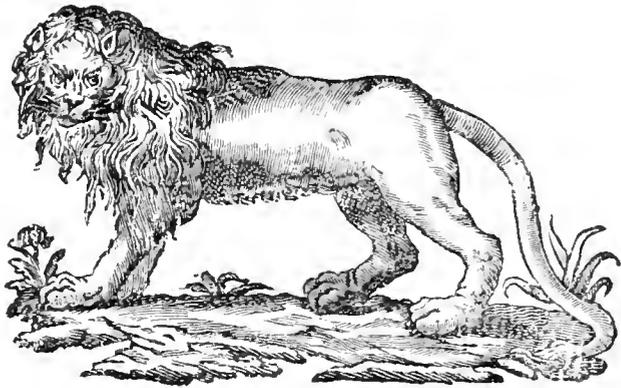




Fig. II.

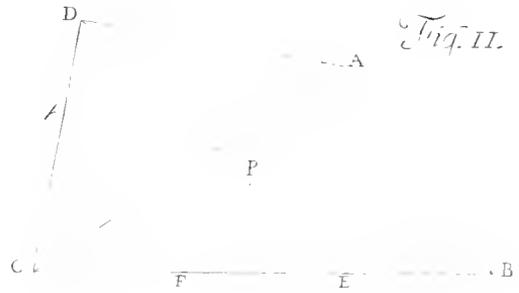


Fig. I.

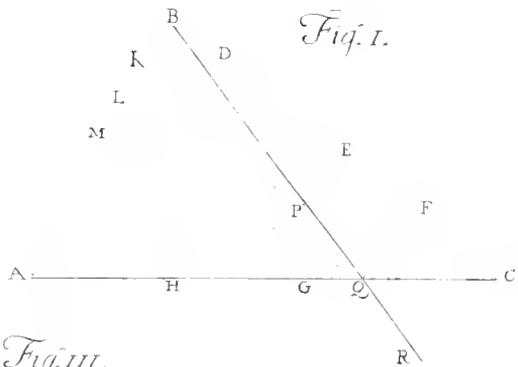
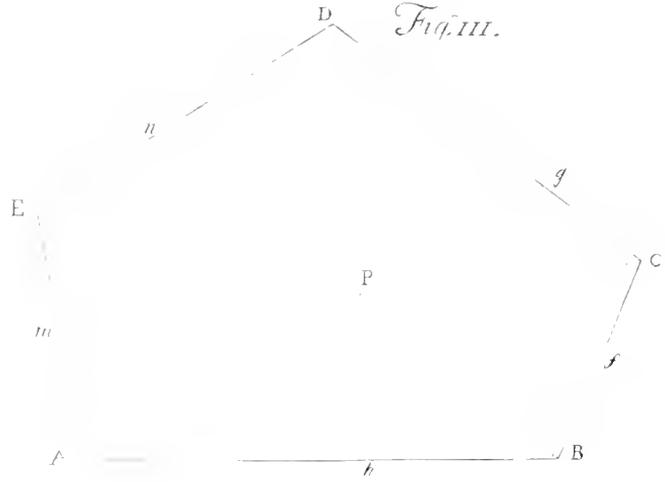


Fig. III.



---



---

# ESPOSIZIONE ANATOMICA

## DELLE PARTI RELATIVE ALL' ENCEFALO DEGLI UCCELLI.

### TRATTATO QUINTO

*De' Nervi, che escono dalla cavità del cranio*

Del Sig. VINCENZO MALACARNE.

Al Chiarissimo Sig. MICHELE GIRARDI.

### CAPITOLO II.

*De' Nervi Ottici, e degli organi destinati negli Uccelli  
al senso della vista.*

1. **N**on verremo all'esposizione del risultato delle nostre osservazioni sopra questi organi se prima non avremo recato quanto ne ha lasciato scritto l'*Allero*, ed informato i nostri Leggitori della opinione del *Willis* intorno all'origine, e alla inserzione de' *Nervi Ottici* nel globo degli occhi degli Uccelli.

Il primo pertanto avendo detto, che „ i Talami de' „ Nervi Ottici tutti cavi interiormente dann'origine a' Nervi „ dello stesso nome colle fibre loro anteriori, e posteriori“, soggiunge, che „ questi Nervi sono puranco aderenti alle „ gambe corticali del cerebro “. . . . e che „ grossi, duri, „ e brevi tosto si congiungono insieme. “ (a)

Il *Willis* esprime si ne' termini seguenti „ Negli Uccelli „ e ne' Pesci . . . il talamo de' Nervi Ottici si distingue per

---

(a) Talamis (nervorum opticorum) toti cavi educunt nervum cognominem fibris suis anterioribus & posterioribus, qui tamen etiam, ad corticalia crebra cerebri ad-

herent. Ni porro Nervi Optici crassi, & duri, & breves, conveniant in unum. F. opera Minora loc. cit.

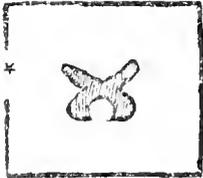
„ l'insigne mole onde si eleva... dal quale come da un amplissimo e ricchissimo serbatoio derivando a' Nervi Ottici  
 „ copiosi spiriti animali, quindi è che gli Uccelli hanno  
 „ realmente l'occhio elegantissimo, e la vista somamente  
 „ perspicace ed acuta.“ (a) Ed altrove. „ I Nervi Ottici ne'  
 „ Pesci, e negli Uccelli s'impiantano sempre obliquamente  
 „ nella tunica sclerotica. “ (b) Finalmente più oltre foggia.  
 „ In tutti gli Uccelli, e i Pesci, l'inserzione dell'  
 „ ottico nervo nella parte posteriore del globo, o sia nella  
 „ faccia posteriore dell'emisfero dell'occhio diretto, è lontana  
 „ dall'asse del medesimo nella stessa guisa che il polo  
 „ del Zodiaco è lontano dall'altro dell'Equatore.“ (c)

2. Nelle Oche, e nelle Anitre questi Nervi nascono dalla parte midollare anteriore de' Talami di maniera che sembra tutta la sostanza bianca della faccia inferiore di quegli ampi sacchi allungarsi per formarne i grossi tronchi.

3. Traggono pure qualche meno cuspidea radice da' fasci di midollare, che nell'antecedente Capitolo (d) abbiamo descritti sulla base degli emisferi disposti a foggia di \* dirimpetto alla commessura anteriore del terzo ventricolo.

4. In quel contorno dobbiamo pure accennare, che negli Uccelli grossi questi due Nervi si trovano forniti d'una *appendice midollare*, la qual s'innalza proprio dal lembo dell'angolo, ch'essi fanno al davanti della unione loro nello scostarsi vicendevolmente per entrare nella Fossa Ottica (e) (unica nella cavità del cranio, e doppia nelle orbite (f)) la quale riceve pur anco tali appendici midollari.

5. Per le strettezze in cui l'angustia della Fossa Ottica le tiene, chiunque a prima vista s'immagina esser elleno un' *appendice* sola: ma diligentemente esaminando la cosa si



(a) *In volucris & piscibus . . . nervorum opticorum thalamus ingenti mole protuberans . . . cumque hinc spiritus animales ex uberi & tam pleno promptuario in nervos opticos deriventur, propterea quidem est quod volucres oculo elegantissimo, & visu summe perspicaci & acuto instruantur. V. Cerebri Anatomes cap. XIII.*

(b) *Nervi optici . . . in piscibus & volucris oblique semper tunica scleroti infse-*

*runtur. De Animâ brutor. P. I. cap. 7. §. II.*

(c) *In volucris totius oculi compages haud rotunda est: sed juxta anteriorem, posterioremque superficiem depressa fere disco similis est. Willis l. cit.*

(d) Num. XVIII., cioè Vol. VI. pag. 113.

(e) Vol. II. Cap. II. Art. II. §. 2., cioè pag. 242.

(f) Cap. III. Art. III., cioè pag. 247.

scuopre che sono due, ed in ispezie allorchè si mette l'unione de' tronchi Ottici in libertà; e si capisce dal solo ligame della pia madre venir esse trattenute in istretta contiguità.

6. Prima che vi si offervino le mentovate appendici midollari, delle quali non sono privi nemmeno gli uccelletti più piccioli, avendovi un volume proporzionato alla massa del rispettivo cerebro, a cui appartengono, i tronchi distinti de' Nervi Ottici, oltrepassato l'imbuto, e le papille midollari fra i tronchi stessi comprese, e nascoste, abbandonano la base del cerebro discendendo, e convergendo si uniscono per formare congiunti, non già un'area quadrata come nell'uomo, ma un cordone poco men che rotondo: e così uniti scorrono dietro d'un risalto traversale ossofo, situato nel terzo anteriore del pavimento della cavità del cranio (a) proprio al di sopra della Fossa Ottica.

7. Dopo un breve tragitto in avanti si dividono ad angolo acutissimo non tanto per dar luogo tra di loro al tramezzo delle orbite, da cui que' fori dipendono, quanto per imboccare i fori ottici, e farsi strada per le orbite sempre divergendo finchè incontrata la faccia posteriore de' globi degli occhi, vi s'impiantano appunto come disse il *Willis* più verso il lato interno delle orbite, più vicino al punto nasale della periferia della *cornea trasparente*, che nell'asse orizzontale diretto del globo corrispondente alla *pupilla*.

8. Prima d'immergersi ne' globi servono di punto fisso a tre musculini, de' quali due sono *gemelli* in alcune specie, mentre che in altre tra tutti sono cinque muscoli distinti.

9. Questi si portano a raggi verso la faccia vicina della *sclerotica* servendo d'ausiliari ad altri nove muscoli destinati negli Uccelli a' diversi rapidi e varj movimenti de' globi.

10. E' da notarsi però, che il *Nervo Ottico*, dal quale i tre o cinque primi musculini accennati vengono sostenuti nell'attacco loro posteriore, prima d'esserne circondato co-

(a) Tom. II. pag. 242. num. 2.

me da una cinghia imperfetta, fa nelle Oche, e nelle Anitre, e ne' Cigni, parecchie linee di strada nelle orbite.

11. Ho detto *cinghia imperfetta* perciocchè l'espansione *radiata* di questi muscolini non attornia salvo i tre quarti della periferia di cadaun *Nervo Ottico*, lasciandone libero il quarto inferiore.

12. I muscoli principali del globo degli occhi degli Uccelli, oltre a que' *posteriori*, che pur ora descriviamo, son nove (a), disposti come siegue

Tre per voltare in alto la pupilla sollevando pure la faccia anteriore del globo verso la palpebra superiore; ed io perciò gli nomino

*Elevatori.*

Due per abbassar la faccia anteriore del globo verso la palpebra inferiore, e rivolger la pupilla in giù, detti per ciò

*Depressori.*

Due atti a far girare il globo sul suo asse, degni perciò del nome di

*Rotatori.*

Due finalmente per trarre la *cornea trasparente* verso il naso, o fia

*Adduttori.*

13. Uno degli *Elevatori* perchè nasce dal margine superior diretano, o esterno del foro ottico, e viene obliquamente carnosò, piatto, con fibre parallele a piantarsi sulla maggior periferia del globo in alto, addietro, e cuopre il *Nervo Oftalmico*, perciò ha presso di me il nome di

*Elevator posteriore.*

14. Il secondo lo nomino

*Elevator mezzano.*

perchè dal margine superiore del foro suddetto viene direttamente a piantarsi carnosò verso la parte più elevata della maggior periferia del globo, dov'è coperto in parte dal precedente.

15. Al terzo compete in nome di *Elevator anteriore*, posto che nascendo vicino al precedente in parte dal margine del foro Ottico più prossimo al tramezzo dell'orbite, in

(a) Mancano agli Uccelli, il Muscolo *trociatore*, e la *Troclea* per lo alabo, e il *sospensitore* del Globo stesso, che osservasi ne' quadrupedi.

Io l'ho trovato, e distintissimo, e robu-

stissimo nella *Phoca vitulina*, nel che s'accorda pure la mia osservazione con quella del Dott. *Tyson*. Ved. Anatomia del Vitello marino, pag. *miki* 39.

parte dal tramezzo stesso, ascende carnosò, e piatto, per gettarsi sulla fommità del globo, al fianco anteriore, o interno, dell' *Elevator mezzano*, coperto dal primo, e dal tronco del *Nervo Oftalmico*.

16. Tutti tre i muscoli descritti mentre che rivolgono la pupilla in alto, non sembra egli, che cospirino altresì a ritirare indietro il globo?

17. I due *Depressori* per la direzione loro si possono distinguere con gli epiteti di  
*Dep. anteriore,*  
 e di *Dep. posteriore,*  
 sebbene tutti due nascono dal margine inferiore del Foro Ottico.

18. Il *Dep. anteriore* dall'accennato margine s'avanza sotto l'apofisi arbitraria più vicina al naso per impiantarli nella vicina maggior estensione inferiore della periferia del globo colle sue fibre carnee confuse con quelle del muso.

*Rotator Lungo (a)*

dalle quali è in parte coperto.

19. Il *Dep. posteriore* va obliquamente colle sue fibre carnee verso l'apofisi arbitraria diretana, e degenerando in aponeurosi larga cinque linee nelle Oche più grosse, si attacca alla maggiore convessità della parte inferiore corrispondente del globo.

20. I due *Rotatori* sono obliqui, e dall'uso che hanno si debbon nominare  
*Rotatori,*  
 come dalla dimensione debbono essere distinti cogli epiteti di  
*Rot. Lungo,*  
 l'uno, e l'altro di *Rot. Breve.*

21. *Lungo* si dice quello, che nasce dalla porzione più concava del canto anterior interno delle orbite fra la punta del più alto cornetto delle narici interne, e la volta dell'orbita: passa obliquamente fino alla porzion più bassa della maggiore convessità del globo cuoprendo il M. *Depressor anteriore* ( XVIII ), ed ivi finisce ( b ).

(a) V. più sotto num. XXI.

(b) Non so ben comprendere la situazione de' due globi, negli fiammenti delle orbite de' *Dindj*, espressa da *Giulio Casserio*

Piacentino, ed elegantemente imitata nella Tav. XLIII. da *Gerardo Blafio. Anatomie Animalium. Amstel. C1717CLXXXI. 4<sup>o</sup>.*, perciò mi sembra, che in tali figure l'an-

22. Il *Rotator Breve* de' globi nasce molto sottile dall' apof. orbitaria inferiore, dov'è coperto da quel robusto ligamento, che compisce il quarto inferiore della periferia dell'apertura delle orbite, in quegli uccelli, ne' quali quel giro non è tutto osseo, che sono moltissimi; è coperto eziandio dalla tenue membrana onde le sostanze contenute nella parte inferiore delle orbite sono separate dalle carni vicine: scorre obliquamente di dietro in avanti rasente il lembo anteriore della grossa *glandula salivale*, che occupa la porzion più bassa e interna delle occhiaja (a), e finisce aponeurotico nella parte inferior diretana della maggiore periferia del globo, verso il tramezzo.

23. Degli *Adduttori* uno è *superiore*, ed uno *inferiore*.

24. L' *Addutor superiore* nasce dal lembo più alto del tramezzo delle orbite, e vassi obliquamente a piantare alquanto più innanzi dell' *Elevator superiore* ( XIII ) dopo d' avere nel suo tragitto coperto il tronco del N. *oftalmico*.

25. L' *Add. inferiore* nasce più sotto del precedente anche dal tramezzo; scorre carnosio fra il nervo suddetto, e la glandula che occupa la parte interna superiore delle occhiaja, e ch'io giudico *Lagrimala* (b), e degenerando in una larga aponeurosi viene a piantarsi nella maggior convessità della parte inferior anteriore del globo, sopra e più verso la tempia che non è l' inserzione del *Depr. posteriore* ( XIX ). E' alquanto più lungo del precedente suo congenere (c).

26. Adombrata così la miologia spettante immediatamente al *Nerv' ottico*, e al *Globo* stesso degli occhi degli Uccelli, passiamo, chiarissimo Signore, all' esame del *Globo* medesimo, notando con qualche diligenza le varietà che le diverse specie de' pennuti ci presentano più degne della nostra confide-

damento de' due Muscoli, che ivi si dicono *trochlearis minus subiens* il primo, fig. VI. lett. bb; *trochleari oppositus obliquus & inferior*, il secondo, sia assai diverso dall' osservato da me nelle Oche, e nelle Anitre.

(a) V. più sotto al num. LXXX.

(b) V. più sotto a' numeri LXXVIII, LXXIX.

(c) Ne' Grandi Alocchi, nelle Civette, nelle Strigi, in somma in quegli Uccelli, che hanno il cerchio Sclerotico fatto a canocchialetto, la direzion, e gli attacchi, de' muscoli del globo presentano varietà sì grande, che il volerle tener dietro nelle specie diverse sarebbe un non farla finita mai più.

razione, tenendo sempre per base quello delle Oche, e delle Anitre, nelle quali osserviamo primamente come il Nervo ottico si pianta nella porzion posterior inferiore interna del globo molto obliquamente, e a molto più notevole distanza dal vero asse del globo ( I ) di quello che mai succede nell' Uomo, nel Cane, nel Gatto (a). Distanza che varia secondo ch'è diversa la grossezza rispettiva de' Globi, e l'ap-

(a) L'aveva già insegnato il Willis, come indicammo al N. 1., dicendo egli espressamente. *Nervi optici in nobis, item in cane, in felle ( & in ceteris forsam animalibus calidis ) ad fundum oculi delati pupillae regioni prospiciunt, dum interim in aliis quadrupediibus, uti etiam in piscibus, & volucris oblique semper tunicae sclerodae inferantur. De Anima Brut. P. I. cap. 7 §. II.*

Il Willis non ha usato della sua ordinaria esattezza nell'asserire, che i Nervi ottici negli uomini, e negli altri animali a sangue caldo dal fondo dell'occhio corrispondono alla pupilla, tutti gli animali suddetti avendogli piantati nel globo più verso l'occhio nasale, che verso altra parte della cornea trasparente, il che da niuno de' moderni anatomici è ignorato. Anche nella *Phoca Vitellina* i Globi dell'occhio della quale rappresentano assai bene una vespa, il sito della corona della quale corrisponde al essere leggermente convessa, ho veduto che l'immersione del Nervo ottico devia notabilmente dall'asse diretto della maggior elevazione della cornea trasparente al fondo posteriore de' globi. Eccone le misure

Il diametro de' Globi diretto è poll. 1 : 3  
verticale poll. 1 : 6  
traversale poll. 1 : 6

L'immersione degli ottici nel fondo del globo è dal margine nasale della cornea trasparente distante poll. 0 : 11  
dal marg. temporale poll. 1 : 3  
dal marg. frontale poll. 1 : 0  
dall'inferiore poll. 1 : 1

La cornea trasparente esattamente rotonda era larga un pollice, e poteva essere quasi per li tre quarti coperta dalla membrana *nititante* munita d'un lembo libero fosco semicartilaginoso alto poll. 1 : 2

largo 1 : 4  
affisso alla congiuntiva robusta, cedente ed elastica per via d'un'ala femilunare discendente dal canto esteriore dell'orbita,

lunga 0 : 9

larga 0 : 4

La Sclerotica n'è robustissima, di color lionato.

La Choroideà robusta, di color sanguigno-piombino, era coperta, cioè separata dalla Sclerotica per mezzo d'una tela Aracnoideà vasculosissima, ben distinta, che vi stava affisa per mezzo d'una folta tela di vasi, e fra questi passavano pare numerosi bianchi filamenti nervosi, che scendevano di dietro innanzi ferpeggando prima di nascondersi nella Choroideà.

Dentro di questa al fondo del Globo vedesi un ampio tappeto bianco lattato al centro, da mille f.rellini bucherato, vellutato, tratorato dal Nervo ottico; il qual tappeto occupava i tre quarti della faccia posterior del globo; in alcuni siti era largo lin. 8., ed aveva il margine anteriore terminante come in un vivagno caruleo, degenerante in nero a misura che scostavasi dal Nervo ottico. Questo nel fondo del globo formava una papilletta di color ceneregnolo, dal contorno della quale si stendeva innanzi la Retina sottile, ma divisibile in laminae. Parea rossa come vino atacquato, ma tal colore le veniva dal vitreo sottoposto, tutto rosso; e l'umor gemente dalla Choroideà, e dalla Aracnoideà, era pare rossigno, quasi vinoso.

La Lente Cristallina rotonda e in capsula robusta, pellucidissima contenuta, avea per ogni verso linee nove di diametro, e l'emergera dalla faccia anteriore della capsula vitrea cinque linee.

L'iride n'era bigia, coperta di vasi vorticelli molto elevati; e l'umor acqueo nella camera anteriore, molto abbondante avea più del sanguigno, del vinoso nel colore, cioè dell'atramentario.

I Processi Ciglia i elegantissimi, robustissimi, han risalto maraviglioso dall'atramentato che intorno vi è sparso.

piattimento loro ne' differenti Uccelli, ma è sempre più vicina al punto nasale della periferia della *Cornea trasparente*, che a quello che riguarda le tempie, nè alla superiore, nè alla inferiore.

27. Ho sotto gli occhi il globo d'un Nibbio, che si potrebbe paragonare ad una nespola senza corona. Tutto il globo ha di diametro traversale

poll. 1 : 1

di diametro verticale

o : 10

d'asse diretto

o : 7

Il diametro della *Cornea trasparente*

o : 6

E' spessa poco meno di

o : 1

eppur gode di maravigliosa trasparenza quantunque l'uccello sia morto per ferita già da tre giorni.

28. La medesima *C. trasparente* è unita al margine profimo di quindici *lastre ossose* disposte a raggi sulla faccia anteriore del Globo mediante una forte *cinghia ligamentosa*, e vi sta incastrata come la radice dell'ugna sta nella doppiatura semilunare della cute delle dita umane.

29. La suddetta *cinghia ligamentosa* è di color bruno con gli orli biancastri tanto dal canto della *sclerotica*, quanto da quello della *cornea trasparente*; è larga in basso appena un terzo di linea, più di due linee in alto, e verso le orecchie, il che ivi la rende falcata, quasi semilunare.

30. La *sclerotica* n'è pur anco assai robusta, di color men bruno che il centro della *cinghia*, al di fuori, e simile alla feccia del vino, al segato fano, al di dentro del globo. Stendesi dal termine del Nervo *ottico* fin oltre alle *Lastre ossose*, che vi stanno aderenti per mezzo d'un tessuto celluloso robustissimo, e tutta la minore periferia del *cerchio ossoso* fatto dalle medesime *lastre* concorre a dare maggior robustezza a quella *cinghia*, che vi unisce la *cornea trasparente*.

31. La parte posteriore della *sclerotica* è traforata dal Nervo *ottico* tre linee e mezzo circa più verso il tramezzo delle occhiaja, e lontano dall'asse diretto del Globo; e quivi l'accennato nervo fa un tragitto considerabile sul parete posteriore del fondo del globo, verso la orecchia, in un solco scolpitovi, che continua pure sulla faccia interiore della *sclerotica*, del che riparleremo a suo tempo.

32. Il numero de' vasi, e de' nervi, che si diramano per questa

questa tunica, e la traforano per fornirne la *choroideà*, e l'*iride*, e le altre sostanze interiori de' globi, è maraviglioso, poichè io medesimo ne ho potuto numerare cento venti ramicelli per globo nelle occhiaja d'un Nibbio, ch'era stato inchiodato ad una porta, ed ivi ad ogni intemperie esposto almeno due anni; più di ottanta in una, e novanta nell'altra occhiaja d'una Gru, d'un Aghirone stati pure altrove lunghissimo tempo affissi, ancorchè tutte le altre parti molli ne fossero state dalle tarne corrose. Confesso però di non essermi curato di distinguer le diramazioni vascolari dalle nervose, giacchè l'essiccazione aveale rese indistinguibili.

33. La *choroideà* delle Oche, e delle Anitre è veramente nera; e verso l'origine della *Retina* prende un color rosso come la feccia del vino, divenendo ivi più spessa, e facilmente divisibile in varie lamine. Nel Nibbio è di consistenza e robustezza mediocre, pur nera, e divisibile in lamine membranose; sta affissa alla faccia interna della *sclerotica* per numerosissimi vasi, e nervi, oltre ad un arrendevole tessuto cellulare, assai più resistente a' margini del solco per cui trascorre in fondo a' globi il *nerv'ottico* (XXXI) in avanti ed in basso, un po' in fuori, per lo spazio di cinque linee.

34. Da questo solco il Nervo *ottico* getta una quantità di minuti filuzzi midollari paralleli, sostenuti da morbida lanugine corticale, da' quali risulta una specie di *Pettine* lungo quanto è lungo il solco suddetto, inclinato pure al davanti, al basso, e verso la tempia, aderente di modo alla *capsula* dell'*umor vitreo*, che malagevolmente se ne può separare senza scambievoli lacerazioni, e spandimento del *vitreo*. Sul proposito di questo *Pettine*, dependente dalla sostanza medesima del Nervo *ottico* degli Uccelli, leggo nella Storia naturale del Sig. de *Buffon* quanto siegue. „ La seconda ( delle membra- „ ne di più negli occhi di tutti gli Uccelli, che non si tro- „ vano nell'occhio umano ) è situata nel fondo del globo, „ e sembra un'espansione del Nervo ottico, che ricevendo „ più immediatamente le impressioni della luce ne debbe per „ conseguenza essere più agevolmente commosso (a) “. E nel-

(a) „ La seconde ( des membranes de plus „ ne se trouvent pas dans l'homme ) est „ dans les yeux de tous les oiseaux qui „ située au fond de l'oeil, & paroît être  
Tom. VII. C c

la nota. „ Negli occhi d'un Dindio il Nervo *ottico*, che  
 „ era situato molto da canto, dopo d' avere forato la sclero-  
 „ rotica, e la choroeidéa, si allargava, e formava una ro-  
 „ rondità, dalla circonferenza della quale partivano parecchi fi-  
 „ luzzi neri, che s'univano per far una membrana da noi tro-  
 „ vata in tutti gli Uccelli (a). Negli occhi dello Struzzo “  
 (è sempre il *de Buffon* che scrive) „ il Nervo ottico forata la  
 „ sclerotica e la choroeidéa, si dilatava, e formava una specie  
 „ d'imbuto, d'una sostanza simile alla sua: imbuto, che per l'or-  
 „ dinario non è tondo negli Uccelli ne' quali abbiamo quasi  
 „ sempre trovato l'estremità del Nervo ottico appiattita, e  
 „ compressa nel cavo dell'occhio. Da quest'imbuto usciva una  
 „ membrana rugosa, piegata quasi come una borsa, larga sei  
 „ linee in basso all'uscita del Nervo ottico; terminava all'alto  
 „ in punta; era nera, ma d'un nero diverso da quello della  
 „ choroeidéa, la quale sembra come invernicata d'un colore stem-  
 „ prato, che s'appiccica alle dita, perchè quella membrana era  
 „ penetrata dal suo colore, la superficie del qual è solida.

35. Dal medesimo luogo donde si allunga il *Pettine*, ha principio l'espansione midollare della rimanente sostanza del Nervo *ottico*, dalla quale risulta la *Retina*, la quale, nelle Anitre specialmente, è molto tenace, mucosa, spessa, e divisibile in lamine. La robustezza della *Retina* si rende manifesta negli Uccelli, e negli altri animali, tagliandola circolarmente colla punta della lancetta a qualche distanza dalla *capsula del cristallino*, dopo d' avere con destrezza rovesciate la *sclerotica*, e la *choroeidéa*, in guisa da formare una con-

„ un épanouissement du nerf optique, qui  
 „ recevant plus immédiatement les impres-  
 „ sions de la lumière doit dès-lors être,  
 „ plus aisément ébrauté “.

V. Des Oiseaux Vol. I. pag. 7.

(a) „ Dans les yeux d'un Cog indien le  
 „ nerf optique, qui étoit situé fort à coté,  
 „ après avoir percé la sclérotique & la  
 „ choroïde, s'élargissoit, & formoit un  
 „ rond, de la circonférence du quel il  
 „ partoît plusieurs filets noirs qui s'unisso-  
 „ ient pour former une membrane que nous  
 „ avons trouvée dans tous les oiseaux. Dans  
 „ les yeux de l'Austruche le nerf optique  
 „ ayant percé la sclérotique & la choroïde,

„ se dilatoit & formoit une espèce d'enton-  
 „ noir d'une substance semblable à la sien-  
 „ ne; cet entonnoir n'est pas ordinaire-  
 „ ment rond aux oiseaux ou nous avons  
 „ presque toujours trouvé l'estremité du  
 „ nerf optique, & qui alloit en pointe vers  
 „ le haut; étoit noire, mais d'un autre  
 „ noir que n'est celui de la choroïde,  
 „ qui paroît comme enduite d'une couleur  
 „ détrempée qui s'attache aux doigts; car  
 „ c'étoit une membrane pénétrée de sa cou-  
 „ leur, & dont la surface étoit solide “.

V. Memoires pour servir à l'Histoire  
 des Animaux pag. 173. & 303.

cavità in fuori fu per lo tronco del Nervo ottico. Allora fe si tiene sospeso il globo pel nervo suddetto, la *capsula vitrea* con tutto l'umor, che contiene, se ne disimpegna, e ne sbuccia a poco a poco pel proprio peso, e lascia pendente dal solco, e dalla *papilla ottica*, a foggia di lungo fiocco midollare, mucoso, filamentoso, cenerognolo, la *Retina*.

36. Non vogliamo però attribuir totalmente alla sostanza midollare spandentesi dal Nervo *ottico* la robustezza della *Retina*, perciocchè vi concorrono, e molti vasi tenuissimi, e il tessuto cellulare, che la connette colla *capsula del vitreo* per lo quale dalle infiammazioni interne de' globi siamo ammaestrati essere dispersi a foggia di rete plessi d' innumerabili vasellini procedenti da quelli, che nella *retina* si diramano. Diventan rossi nelle infiammazioni, e sono pellucidi nello stato naturale. Il tessuto, di cui favelliamo, alcuni anatomici di chiaro nome, che lo trovarono nell' uomo, e ne' quadrupedi, lo considerarono come una membrana particolare, che distinsero pure col nome di *Aracnoidea*. Quindi la confusione, e il disordine, che regna nella nomenclatura (a) delle membrane costituenti il globo dell'occhio in generale.

37. Mentre che l'umor *vitreo* delle Oche, e delle Anitre, sta rinchiuso nella sua *capsula* mantiene un colorin giallo sudicio; quello de' Galli d'India è più fosco; quello del Nibbio conserva un non so che di rossigno vinoso. E' tenace della sua configurazion naturale, uscendo difficilmente dalle sue cellule (b); anzi possono tagliarsene colla lancetta pez-

(a) Il *Ruischio* diligentissimo anatomico, prescindendo dalla *Vitrea*, e dalla *Cristallina*, nelle quali non avea potuto far penetrare la materia delle sue iniezioni, ne ammettea sei, cioè

la Congiuntiva,

la Tendinosa,

la Sclerotica ( da cui non credea differente se non per la sua pellucidità somma la *cornea trasparente* );

la Choroidea,

la Ruyfchiana, e

la *Retina*. Noi vedremo, che maggior numero se ne dee ammettere, giacchè la notomia ce le presenta.

(b) Ne' Grandi Alocchi, nelle Strigi, e

di nuovo anche in un grosso Avoltojo, avendo lasciato per poche ore tutto il *vitreo* spogliato dalla *Retina* esposto a' caldi raggi del Sole, sopra la faccia candida d'una carta da giuoco, lo vidi appassito, e destintamente sollevandone la *capsula* comune dalla *nicchia del cristallino* in fuori, colla spalla della lancetta, m'accorsi, ch'erae tutta la sostanza esteriore simile a quella de' granelli, o semi de' pomi granati, che si vanno spogliando della seconda corteccia bianca; o simile a' limoni seccati al Sole, a' quali tolta la buccia esteriore li va sollevando l'altra più molle, biancastra, lasciandone in sito la sugosa disposta a granelli anch'essa.

zi per ogni verso senza che l'umore subito se ne spanda, febbene a poco a poco il più fluido se ne sbrighi, e tutto, prescindendo dal membranoso, ne svapori. Ciò non ostante negli Uccelli non è tanto attaccaticcio, nè tanto segue ce, quanto l'umano.

38. La *Nicchia* nella quale il *vitreo* riceve alla sua faccia anteriore la *Lente cristallina*, è assai profonda; e questo brillante trasparentissimo corpo è attorniato, e mantenuto fisso nella *nicchia* suddetta per mezzo delle seguenti mirabilmente adattate, ed eleganti congegnature.

39. In primo luogo la continuazion della esterior *lamina* della *capsula vitrea* (a), la quale si scosta dalla interiore, quando arriva alla periferia del *cristallino*, per cuoprirne tutta la faccia anteriore, vi lascia uno *spazio triangolare* tutt'attorno pieno d'umor acquoso, svaporata porzione del quale negli occhi, o estratti dall'orbita già da qualche tempo, o altramente appassiti, quello spazio resta visibile anche ne' più minuti Uccellini; e può empierli di vino con uno schizzatojo.

40. In secondo luogo è da osservarvisi una bellissima *cinghia*, nera alla superficie, candida interiormente, la quale si getta sulla periferia della *nicchia del cristallino* con piccioli denti bianchi, disposti in giro come quegli artificiali, con cui nel nicchio loro metallico sono trattenute le gemme, detta *Ligamento cigliar minore*, o *interno*. Que' denti occupano l'orlo centrale della *cinghia*, e dall'alt'orlo della medesima più lontano dal centro si allungano innumerabili raggi neri, punterellati, tingenti in nero le dita, che gli toccano, d'una gran finezza, tra i quali si vedono filuzzi bianchi, nervei, incollati sulla faccia anteriore della *capsula del vitreo*, e diramantisi verso la *nicchia del cristallino* sopra e sotto del quale visibilmente si allungano: dico visibilmente allorchè si leva via alquanto di quella nera sostanza striscian-

(a) Anche a questa *lamina* della *capsula vitrea*, che tiene incaffato il *cristallino* sulla faccia anteriore del *vitreo* fu dato il nome di *tela aranea*; e Ruggier Bacone fu per avventura uno de' primi ad osservare ne' grossi animali, che *in hac continetur corpus glaciale, vel cristallinum*, e s'im-

maginò, che le grinzè di questa, detta da altri *Tunica araneosa*, e della *cornea Lucida*, come segue alla pelle de' vecchi, potels'essere cagione della confusa vista di queste persone. V. *Rug. Bacon. Perspectivæ Distinct.* 1. cap. 1., e cap. 3.

dovi sopra con destrezza il filo della lancetta, o dello stecco di penna, di cui frequentemente mi servo in queste ricerche; gli distinguo col nome di *Processi minori cigliari interni*.

41. Il *Ligamento cigliar minore* a dentature argentine, che circonda il *cristallino*, nel Nibbio lascia alla faccia anteriore dell'accennata *lente* uno spazio libero per lo passaggio de' raggi visuali, affatto circolare, che ha quattro linee di diametro. Quella porzione poi dell'orlo centrale, cui mediante il suddetto *minor Ligamento cigliare* si appoggia sulla periferia del *cristallino*, è larga due linee e un quarto, oltre alle due linee di larghezza, che ha la sua porzion radiata, che fregia la faccia anteriore della *capsula vitrea*.

42. Alla vasta erudizione vostra, chiarissimo Signore, nulla sfuggì di quanto hanno scritto d'importante sopra questi organi dilicatissimi, e specialmente sulla *capsula del cristallino*, sul *Ligamento cigliare*, e sugli usi loro per le modificazioni della vista sul fine del precedente secolo, e sul principio del corrente, e il *Briggs* (a), e lo *Sturmio* (b), e il *Keil* (c), e il *Cowper* (d), e il *Grew* (e), non che le più recenti osservazioni che dopo le bellissime, ed originali pubblicate dal mio sempre pianto, e sempre desiderato maestro *Ambrogio Bertrandi* (f), si fecero da' Notomisti dilicatissimi più recenti. Sopra tutto poi avendo voi tenuto dietro al Maestro vostro immortale *Morgagni*, e illustrato con tanta gloria vostra, e vantaggio del pubblico i preziosissimi lavori del *Santorini*, nulla vi è nascosto di quanto s'appartiene a questi organi considerati nell'Uomo; perciò è inutile ch'io vi prieghi d'osservare, che queste fibrille del *Ligamento cigliar minore* visibili negli Uccelli, nol sono del pari negli uomini, i quali non avendo il *pettine* ( che negli Uccelli perpetuamente si trova (XXXIV, e XXXV) ) mancano del punto principale d'appoggio, o fisso, dal quale scorrendo di dietro innanzi sulla *capsula del vitreo* fra la molle tessitura

(a) Ophthalmographia, e Nova Visus Theoria.

(b) Exercitation. Acad. de vis. organ. & ratione.

(c) Anatomie.

(d) Not. ad Anatomem Bidloi.

(e) Descriptio anatomica Urbi.

(f) Ambrosii Bertrandi Dissertationes Anatomicae. De Hepate, & Oculo. Augusti Taurinor. MDCCXLVIII. 4.º

della *retina*, e i filamenti nervei, che la compongono, costituendone per così dire *l'ordito*, vengono a terminare dattorno al *crisfallino*, a un dipresso come i tendinucci dell'interior del cuore spiccandosi da' muscoli papillari de' ventricoli, si portano, colle loro espansioni simili a valvule piramidali, a' contorni degli orifici auriculari del cuor medesimo. Il *pettine*, che alla sua base è realmente muscoloso, dà origine a' sottilissimi filamenti, che giunti dintorno alla *lente crisfallina* formano il *ligamento cigliare*, il che contribuisce a render capaci gli Uccelli di far corrispondere gli umori degli occhi a tutte le convergenze, e divergenze de' raggi procedenti dalla varietà de' mezzi, che percorrono. Lo stesso *pettine* poi, e il *Ligamento cigliar minore* sono attaccati, incorporati nel *vitreo* di modo, che malagevolmente si possono separare; per la qual cosa tutt' i movimenti del *pettine* sono comunicati al *vitreo*, e per via del *Ligamento* alla *capsula del crisfallino*: quindi è che il *vitreo* si risente delle alterazioni possibili nella figura e ne' moti del *crisfallino*, come le alterazioni del *vitreo* al *crisfallino* è giuoco forza che vengano comunicate: ma sopra tutto converrà pure che talvolta il *crisfallino* si appiattisca, e si allarghi, altre volte acquisti maggiore convessità, e ne diminuisca la larghezza: ora si accosti al fondo del globo, ora dal medesimo si allontani per avvicinarsi alla *cornea trasparente*, se il *Pettine* giuoca.

43. Anche i Pesci, conformi in molte cose agli Uccelli, in questa particolar disposizione dell'interno degli occhi, si conformano con questi; ed a questo effetto la *choroide* loro ha una sostanza muscolosa, che circonda il *Nervo ottico* per un certo tratto, dalla quale si allungano filamenti divergenti indietro, convergenti poi, superata in avanti la maggiore convessità del *vitreo*, e diretti alla *capsula della lente crisfallina* molto più rotonda, e molle alla superficie, che in altri animali grossi. Ma questi scorrono fra le lamine della *choroide*, che trovo in gran parte separata dalla faccia interiore della semicartilaginosa, o squamosa loro *sclerotica*, forse affinchè quella abbia maggior libertà di agire sopra il *vitreo*, ed il *crisfallino*.

44. Soggiungerò per ultimo l'osservazione del *Bertran-*

di (a), che serve a dilucidar quel poco, di cui ho giudicato a proposito di rendervi partecipe intorno a questi maravigliosi ordegni. „ Negli Uccelli “ ( dice il mio Maestro )  
 „ sotto la choroide stendesi una certa membrana detta Mar-  
 „ supio-nero, la qual è realmente negrissima. Non forma un  
 „ concavo, ma si allunga dal nervo ottico, e per lo più  
 „ soltanto dalla parte superiore della concavità dell' occhio.  
 „ La figura n'è romboideà, e da tutte due gli angoli supe-  
 „ riori della medesima si allunga una fibrilla bianca tenuis-  
 „ sima, che si stende fin nella tunica *hyaloide* del cristallino.  
 „ Manca nell' Uccello Ballerina: io però nell' Alocco vidila  
 „ composta di certe fibre oscurette procedenti dal Nervo ot-  
 „ tico, fra le quali senza dubbio erano intrecciate fibre as-  
 „ solutamente carnee “.

45. Nell' Anitre, e nelle Oche la faccia posteriore del *cristallino* è stranamente convessa, mentre che l' anteriore n'è appena curva; e leggiermente premutolo, o battutolo da un lato, rompe la *capsula* nel fianco opposto, e preceduto da una poca d'acquerella scatta fuori della *nicchia*.

46. Quello del Nibbio ha la faccia anteriore più convessa, e non poco appiattito il lembo della medesima più vicino alla periferia; difficilmente sbuccia dalla *capsula* se questa punta non viene ad arte, o fessa; il che facendosi, e separatane intieramente la *lente* si trova coperta d'una *tunica sua propria*, che le dà in tutto cinque linee di diametro verticale, e quattro d'asse diretto, il che costituisce un corpo molto maggiore, che non è nell' Anitra, Uccello asiai più grosso del Nibbio, nella quale il diametro vertical della lente è l. 3 + 3 : 4, l'asse l. 2 + 3 : 4. Rotta puranco nel Nibbio la *tunica propria* del *cristallino* elastica, e pellucidissima, ne sprizza fuori una poca d'acquerella glutinosetta, che al contatto dell' aria diventa latticinosa, e la

(a) XXXVI. In avibus choroidi subserni-  
 tur membrana quadam, quam Marsupium  
 nigrum vocant, quae certe nigerrima est,  
 neque calicem efficit, at ex nervo optico,  
 ut plerimum solum ex superiore parte con-  
 cavitatis oculi protrahitur, figura rhomboi-  
 dea, ex cuius superiore alterutro angulo, fi-  
 brilla alba, tenuissima educitur, quae

*hyaloidem crystallini tunicam continuatur,*  
*eaque deficit in Ave saltatrice: ego autem*  
*in Ulula fibris quibusdam subobscuris, quae*  
*ex nervo optico prodirent, contexti observavi,*  
*quibus certe fibrae omnino carnae erant inter-*  
*jectae.*

Y. De Hepate & oculo pag. 64.

tunica si separa agevolmente dal *nocciolo cristallino*, che allora conserva soltanto quattro linee di diametro, e due e mezzo d'asse. Nell'Anitra in tale stato la *lente* priva della sua tunica, e del liquor accennato conserva tuttavia tre linee e più di diametro verticale, e due linee e mezzo d'asse.

47. Nel Barbagianni detto *Gran Duca*, o *piè di lepre* da' franzesi, ho trovato i *cristallini* con otto linee d'asse, e cinque di diametro verticale, simili a due mezze sfere ugualissime appoggiate ad un breve cilindro d'ugual diametro, il tutto formante un corpo solo elegantissimo (a). Questo (come il *cristallino* del Nibbio) vestito ancora della *tunica sua propria*, ha un non so che di fosco, o appanato, cenerognolo, e quadruplica gli oggetti minuti su cui si applica; spogliato di quella appena gli duplica, e appare nitidissimo, trasparente, e restando molle e facile a ridursi per ogni minima pressione in briciole, in lische curvilinee, cioè concave all'interna o centrale, convesse all'opposta faccia, la rottura, o separazione d'ogni strato delle quali inclina a tenere sopra amendue le faccie del *cristallino* il qui rozzamente espresso tenore  (b). Sono brillanti, e glutinose-friabili come la gelatina consistente, e conservano questa loro divisibilità e friabilità fin che la *lente* non è ridotta alla quarta parte del suo natural volume: allora il nocciolo irregolarmente globoso che rimane, si sente molto più solido al tatto, e prende il color, e il luccicante de'frangimenti del ghiaccio.

48. Più facile a ridursi in quelle gelatinose lamine convesse davanti, concave a tergo, è il *cristallino* delle Anitre, meno quello delle Oche, e meno ancora quello de' Dindj della medesima età. Nelle Oche vecchie, e in due vecchissimi

Papagalli

(a) Il *Dubamel* ci ragguaglia, che l'Uccello *Cormorante* ha il *Cristallino* globoso come i pesci „ perchè ha bisogno di vedere, e di tener dietro sot'acqua alla „ preda.

(b) So quanto è da questa differente la figura de' diversi centri, da quali partono le lische cristalline, lasciataci dal rinomatissimo *Leeuwenhoeckio*, e nella *Tranfazio-*

ni *Filosofiche* Numm. 165, e 293; e negli *Arcana Naturæ* ec., e confesso che ne' *cristallini* umani, e quadrupedini, ho ravvisato ancor io a un di presso quella struttura, ch'è espressa da quel grande osservatore; ma nel Grande Alocco, e nel Nibbio, la disposizione delle lische cristalline suol essere come io la ho abbozzata.

Pappagalli sopra tutto, e in alcuni Corvi molto grossi, ed antichi, lo trovai molto più resistente, che non in verun occhio d'uomini vecchissimi, se pur da principio di cataratta non erano contaminati. Perciocchè nelle cataratte umane, dal molle, dal friabile della gelatina, ho trovato, che i diversi *cristallini* passavano fino al coriaceo de' porri, che si elevano sulle mani, e alla durezza de' *cristallini* sottomesi alla lunga azion dell'acqua bollente (a). Lo stesso dicasi della loro trasparenza.

49. Oferei proporvi, sperimentatissimo Signore, le mie idee, tratte da una serie d'osservazioni anatomiche, e patologiche, intorno alla produzione, e alla conservazione de' *cristallini*, e della *tunica loro propria*? Parmi di poter derivare e l'una, e l'altra; e di poterne spiegare molti fenomeni morbosi, tenendo dietro a quel tronco d'arteria, che penetra nel globo degli occhi, proprio nel centro de' *Nervi ottici*. Questa serpentinamente scorrendo, e diramandosi nel centro del *vitreo*, pervenuto alla *nicchia del cristallino* con un tronco notevole, e con una serie di rami laterali, tutti vestiti di tenuissima polpa nervosa, rapita feco dal nervo *ottico*, s'impiegano il tronco a costruire le molteplici lische curvilinee, di cui è composto il *cristallino*, a nutrirle, a ripararle, a tenerle vive, e congiunte per via della conveniente cellulosa, diramandosi dal centro alla circonferenza del *cristallino*: i rami laterali della polpa nervosa vestiti, s'impiegano, difesi, a fornire la superficie del *cristallino*, e la *tunica propria* di esso, de' mezzi di sussistenza, e di vita, de' quali abbisognano. Mi sono assicurato più volte di questa influenza dell'arteria ottica specialmente su tutto ciò che riguarda la *tunica*, e la *lente cristallina* su grossi Gatti, e poi su due grosse Pecore da macello, che in tempo d'inverno feci strozzare lentamente, appendendo e quegli, e queste con un laccio scorsajo, indi facendone agghiacciar le teste, ammaestrato in questo da voi (b), e dal vostro allievo il

(a) Ne' diversi *cristallini* di molte specie di Uccelli, fatti bollire, ho riconosciuto, che ha tratti come que' delle cipolle, ma partenti da centri diversi delle due laccie, sono disposte le tenui lische di sostanza

condensabile, di cui sono formati.

(b) Per via delle elegantissime e dottissime Note e spiegazioni alle Tavole Postume Santoriniane. Parma 4to grande.

Sig. Dott. *Gennari* (a). Anche in due Galli d'India strangolati lentamente, e lasciatene agghiacciar le teste, col mezzo d'una lente ordinaria ho ravvivato quanto dissi, benchè meno chiaramente; e in ultimo luogo negli occhi magnifici d'un Grande Alocco. Delle osservazioni patologiche ond'è corroborata questa mia opinione, tratto diffusamente in un'operetta distinta.

50. Prima di favellare dell' *Umor Acqueo* è necessario dire qualche cosa delle *camere*, nelle quali è contenuto, specialmente negli Uccelli. In questi come negli Uomini, e ne' Quadrupedi la *choroeidea* continuando il suo corso in avanti dalla immersion del Nervo *ottico* nel globo, tappezza tutta la faccia interior della *sclerotica* fino al lembo anterior circolare, che fissa il limite fra questa, e la *cornea trasparente*.

51. Questo par essere il punto, in cui la *choroeidea* si attacca più tenacemente alla parte anterior interna del globo, formandovi una *cinghia cenerognola*, la superficie interior della quale è tutta *pieghette* disposte a raggi, molto più bianche del rimanente della *cinghia*, sebbene si trovino immerse in molto di quell'inchiostro, che offusca la parte anteriore del *vitreo* intorno al *cristallino*; e quella *cinghia* è stata detta dal più degli anatomici *Ligamento cigliare*; e quelle *pieghette* biancheggianti, che stanno sotto di essa prominenti indentro, proprio nell'angolo che fa il lembo anteriore della *choroeidea* congiungendosi col *diaframma* dell'occhio, detto dal vulgo l' *Iride*, son nominate *processi cigliari*.

52. Io poi negli Uccelli, ed altrove intorno al *cristallino*, sul margine del *nicchio* fatto dal *vitreo*, avendo pur osservato e un'altra *cinghia* candida, e sopra quella diretti fra la *retina*, e la *capsula vitrea* filuzzi biancheggianti, per niissun verso continui con que' de' *processi cigliari*, incollati sulla *choroeidea*, e prolungati sulla faccia posteriore dell' *iride*, ho creduto conveniente di dar a quella e a questi il nome di *Ligamento cigliare minore*, e di *processi cigliari minori*, o *interni*, come avrete osservato quà dietro (b).

(a) Coll' opera: De peculiari structurâ cerebri ec. Parmæ ex Regio Typographeo

M. DCC. LXXXII. 8.o  
(b) Numm. XL. XLI.

53. Il *Diaframma* poco prima accennato, o sia l'*Iride* (*a*), nome che negli Uccelli non merita, perch'è ordinariamente d'un sol colore, cenerognolo nelle Anitre, giallobiancastro nel Nibbio, giallo-arancio ne' Grandi Alocchi, fanguigno in qualche Pernice (*b*), partendo dall' anterior lembo della choroeidèa ( LI. ), in vece di portarsi aderente alla *cornea trasparente* in avanti per compire il giro anteriore dell'interno pariete del Globo, rivolgesi verso l'asse dell'occhio, avvicinandosi al quale vi lascia un forame capace per lo più di stringimento, e d'ampliamento, conosciuto col nome di *Pupilla*. Questo *diaframma* divide lo spazio, che v'ha tra la faccia anteriore del *crisallino*, e la interiore della *cornea trasparente* in due voti disuguali, l' anterior de' quali è assai più capace, detti *Camere*, e occupati dall'*umor Acqueo*.

54. Nella maggior parte de' Quadrupedi il *Diaframma* degli occhi è alquanto convesso in avanti, e specialmente in quelli che hanno assai voluminoso il Globo. Nè minori sembra piatto, quando la *pupilla* è più dilatata, alquanto convesso poi nel sommo stringimento della *Pupilla*, il che ho pur osservato più e più volte ne' mobilissimi *Diaframmi* (*c*) de' *Grandi Alocchi*, de' *Gufi*, delle *Strigi* e delle *Civette*; ne' primi specialmente de' quali ho veduto patentissimamente, che il margine, l'orlo della ristretta pupilla è terminato per via d'un finissimo frastagliamento, come da una serie in giro di punterelli d'oro, con una tenuissima coda rivolgentisi in dietro, divisi da spaziolini appena appena discernibili; nella somma dilatazione il margine dell'orlo alla fac-

(*a*) Quello d'*Uva*, che molti gli danno, mal gli conviene, perchè in nessun animale a me noto ha ivi il colore dell' acino della uva.

(*b*) Il color vario dorato splendido, e bruno, che ha ne' Serpenti, nelle Vipere, e in alcune specie di Lucertole, è lontanissimo da' colori dell'*Iride*, e dell'*Uva*.

(*c*) Ad onta della più scrupolosa attenzione mai non ho scoperto mobilità nelle *Pupille* de' Serpi, e delle *Vipere*, che sono per l' ordinario aperte ellitticamente, il diametro maggior di tale apertura sendo di-

retto da un canto all' altro dell'occhio. Il *diaframma* n'è patentemente convesso; il margine della *pupilla* guernito d'un orlo dorè, saldo sul lembo fisso, punterellato su quello, che negli Uccelli è tanto mobile. E' poi da notarsi la *coniuntiva*, che in questi rettili salda come un talco, costrutta come il crisallo d'un oriuolo da tasca, si separa facilissimamente dalla faccia anteriore del Globo senza che questo punto ne scorra. In fatti nello stato naturale il Globo si muove dietro a questa *coniuntiva*, lasciandola affatto immobile.

cia anteriore forniva pieghe concentriche, visibili anch'esse ad occhio nudo, simili alle onde, che in un gorgo d'acqua limpida eccita la caduta d'un sasso.

55. Ne dedurrei pur volentieri, che l' *Iride*, o sia il *Diaframma* dell'occhio degli Uccelli comprenda tre strati di fibre, o di vasi, l' anterior, e il posterior de' quali s'iano intrecciati come que' de' muscoli orbiculari delle palpebre, e que' di mezzo a raggi diretti dalla *choroide* alla *pupilla*, posto che lavata ben bene quella faccia del *diaframma* dall' *atramento*, le pieghe concentriche mentovate nel numero precedente vi si discernono.

56. Non vi crediate però, Signore, che quando dico diretti dalla *choroide* alla *pupilla* i raggi del *Diaframma*, indicar voglia la *choroide*, e il *Diaframma* essere continuazione d'una stessa medesimissima sostanza. Troppe fiate ho (eziandio non volendolo) separato il margine anterior di quella dal lembo fisso di questo, senza orma di lacerazione sofferta; e troppe fiate ne' Gusi, e ne' Grandi Alocchi (per non parlar de' quadrupedi e degli uomini) ho separato con somma facilità, e disgiunta la sola *Iride* dal vicin termine della *choroide*, vale a dire da quella cinghia, che dissimo *Ligamento cigliare* (a).

57. Il *Diaframma* del pari, che la faccia anteriore della *capsula* fornita al *crisallino* dalla tunica del *vitreo*, e la faccia interiore concava della *cornea trasparente*, sono tappezzati da una sottile assai resistente *membrana* detta *Acquea*, perchè serve a contenere l'umor *Acqueo*, da cui sono occupate le due *camere* comunicanti per via della *pupilla* sempre tonda nelle Oche, nelle Anitre, e nel Nibbio, che ne ha l'orlo molto più inclinato verso la *cornea trasparente*, di quello che in altro Uccello abbiam' io veduto mai, se non forse nel *Barbagianni*, quando vivissima luce costringe quest' Uccello notturno quasi quasi ad annular la *pupilla*.

58. E il *Barbagianni*, e' l' *Nibbio* hanno di color giallo-biancastro, rugosa, e fioccosa, sparfa di vasi vorticoli la faccia posteriore del *Diaframma*, benchè annerita dall' *atramen-*

---

(a) Num. LI.

to; e fra le *pieggette* del *ligamento cigliar maggiore* si veggono a scorrere molti filuzzi nervei procedenti in parte da quelli, che ferpeggiano, e si diramano tra la *sclerotica*, e la *choroidea*; in parte da quelli, che fra l'*albuginea*, e la *sclerotica* diramandosi passano nell'incastro della *cornea trasparente* nel margine anteriore della *sclerotica*, traforando in varie direzioni la *cinghia*.

59. L'umor *Acqueo* esser facile a rigenerarsi dopo d'essere stato per ferita evacuato dalle *camere* dell'occhio, sembra stato dimostrato prima negli Uccelli, che in altri animali, il vulgo avendo per costante ciò succedere nelle Rondinelle acciecate per virtù della celidonia, come ricaviamo da *Plinio* il naturalista. *Galeno* però ci dà ragguaglio d'un ragazzo, il quale perduto per ferita alla *cornea trasparente* l'umor *acqueo*, ricuperollo; ne andrò cercandone esempj fra i più recenti osservatori, bastando per tutti *Realdo Colombo*, il *Rodio*, il *Tulpio*, il *Verzasca*; e per ciò che spetta a tale rigenerazione negli occhi delle Oche la bella e decisiva osservazione del *Majore* (a).

60. Diciam ora qualche cosa del mirabile adornamento, e sostegno del *Globo*, che osservasi negli Uccelli, parlo di quella serie di lische ossose, cornee, veramente *sclerotiche*, delle quali è munita la parte anteriore del *Globo* stesso, affisse al lembo esteriore, o periferia della *cornea trasparente* per mezzo d'una robusta *cinghia filamentosa*, che ne fregia, ed avvalora il contorno. Questa serie costa, in tutti gli Uccelli, che ho sottoposti alle mie osservazioni, di quindici lastre, o lische sclerotiche, in alcuni biancastre, in altri bigie; negli Uccelli notturni, come sono i Barbagianni, le Strigi, le Dame, color di caffè, o lionato; e in tutte le specie variane la figura, e la lunghezza relativa alle dimensioni delle altre parti degli occhi loro. Qui non farò paro-

(a) Il Dottor *Daniello Major* alla presenza di molte persone fece uscire dagli occhi d'un'Oca tutto l'umor *acqueo* l'anno 1670, sicchè quel volatile pareva del tutto accecato. Si tenne in gelosa custodia, e senza l'uso di medicamento veruno essendosi ristabiliti gli occhi nella primiera loro natu-

ral pienezza, si aspettò il termine della settimana dall'acciecamiento, e l'Oca presentata dal *Major* alla presenza di trenta spettatori, si trovò sanissima, e dotata di buona vista. Ved. *Ephemerid. German. Tom. 4. Addit. Observat. 117.*

la eccetto di quelle del Nibbio, del Barbagianni, e dell' Aquila, e nominerò quest'organo in generale *Cerchio sclerotico laminoso*, posto che non fovvienmi ch'altri fin ora con nome particolare lo abbia difegnato.

61. Le quindici Lische biancastre, convesse all'esterno, concave alla faccia interiore del globo de' Nibbj formano un cerchio difuguale di larghezza, perchè le lische più vicine al canto interno delle orbite sono lunghe poco meno di

lin. 2 :

le altre arrivano, a misura che s'accostano al canto esterno, alle

lin. 3 :

La maggior periferia esterna è

lin. 11 :

La minore periferia esterna

lin. 10 :

La periferia interna, da cui si eleva la cornea trasparente, è rotonda, ed ha di diametro

lin. 7 :

La periferia dunque esteriore del *Cerchio Sclerotico Lamin.* del Nibbio è

Poll. 2 : Min. 9

La periferia minore, e conseguentemente il contorno della *cornea trasparente*

Poll. 1 : lin. 9

La elevazione dal concavo del globo

lin. 3 :

Il margine della minor periferia fa un risalto considerabile in fuori, e in avanti, e serve a cuoprir quello della periferia della *cornea trasparente*, che colla sua faccia esterna prende aderenza alla interiore del margine stesso del *cerchio*.

Le lische ne sono disposte a raggi di maniera, che un lembo d'una copre il vicino lembo dell'altra, come si offerva delle penne retrici delle ale degli Uccelli, o delle estremità delle tegole su per i tetti.

Finalmente il seno fatto da tutte insieme interiormente è profondo

lin. 3 :

Non sono tutte d'uguale larghezza, alcune arrivando appena alla linea, ed altre alle tre  $\frac{1}{2}$  :

I lembi, e le estremità ne sono taglienti, irregolarmente frastagliate.

Il corpo n'è pieghevole ed elastico.

Pieghevollissimo il complesso, cioè il *cerchio* che ne risulta.

Nasconde fra la *Congiuntiva*, e la *Sclerotica*, sotto quel

*cerchio* più sottile che altrove, non interrompono però il commercio tra queste due membrane, tra le lische passando filuzzi nervei, ramicelli di vasi (a), e lembi di cellulosa, onde vengono tenacemente unite. Anzi alcune delle Lische sono visibilmente traforate per dare più libero passaggio a' vasi, e a' nervi destinati alle parti interiori del globo, e viceversa.

62. Nell' Aquila le lische nasali son lunghe lin. 4 :  
 le temporali lin. 5 :  
 la maggior periferia esterna ha di diametro lin. 16 :  
 la minore lin. 14 :  
 la periferia interna lin. 9 :  
 Dunque il contorno maggiore è di Poll. 4 :  
 il minore Poll. 2 : lin. 3  
 Il seno non n'è maggiore di lin. 4 :  
 La solidità delle lische è proporzionata alla estensione .

63. Nel Barbagianni questo *cerchio* è costruito in modo, che male non si paragonerebbe al canocchietto di cui ci serviamo ne' teatri, o a quell'arnese a foggia di cono voto, in cui s'incassano le lenti per servircene ad osservar gli oggetti minuti. Le misure presevi sù col piè di Parigi danno i risultati seguenti.

Tutto il globo intero essendo poll. 1 : lin. 4  
 la parte posteriore del medesimo dal canto nasale delle orbite al temporale occupava 1 : 6 :  
 le lische sclerotiche erano lunghe  
 in alto 0 : 11 :  
 in basso 0 : 10 + 1 : 2  
 verso il naso 0 : 8 + 1 : 2  
 verso le tempie 0 : 10 :

Il diametro perpendicolare n'era di poll. 1 : 4 + 1 : 2  
 Quindi la periferia posteriormente n'era più di quattro pollici.

(a) I vasi sono d'ogni genere, cioè arteriosi, venosi, e acquosi, o sia linfatici, del che le iniezioni, le macerazioni, gli ag-

ghiacciamenti mi hanno convinto e offervandogli con occhio nudo, e con occhio armato considerandogli.

La parte anteriore del medesimo Globo essendo quasi rotonda, occupava di spazio verticale 0 : lin. 10 :

La *cornea trasparente* alquanto inclinata verso le narici, e in basso, avea di seno (a) 0 : 7 + 1 : 2 ed era affissa al *cerchio sclerotico laminoso* per una cinghia nera in certi luoghi larga mezza linea, massimamente verso le narici, ma in alto s'accostava a tre linee di larghezza, filamentosa e rugosa.

L' *Iride* mobilissima alle variazioni della luce, tinta d'un vivacissimo color giallo aranciato, visibilmente fioccosa, e sparfa di vasi vorticosi pieni d'umor giallo, formava un *diaframma* largo dalle lin. 2 + 1 : 4 alle lin. 6 :

di modo che la pupilla alla viva luce avea di diametro mezza linea, al bujo avea

lin. 7 :

Le lische del *cerchio sclerotico* sono arcate di maniera che la concavità riguarda in fuori, e la convessità loro è verso l'interno del globo: ne sono più curve le nasali, indi le temporali; meno le superiori, e ancor meno le inferiori.

Osservisi, che dove manca porzione di qualche lisca, ivi il *cerchio* è compiuto da certi *frammenti sclerotici*, i quali qui tengono le veci delle ossa Wormiane alle future del cranio.

Siccome la periferia di questo *cerchio* resta molto più grande all'indietro, ed è compiuta dallo stesso numero di lische come al davanti, in tutti gli Uccelli; così è naturale, che l'estremità di cadauna lisca più distante dalla *cornea trasparente*,

(a) Dans les oiseaux les yeux sont proportionnellement beaucoup plus grands que dans l'homme, & dans les animaux quadrupèdes. „ Così il *Buffon*. Discours sur la nature des oiseaux. Vol. I. Histoire natur. des Ois. pag. 11 “. Le Globe de l'oeil dans une aigle femelle avoit, dans sa plus grande largeur, un pouce & demi de diametre. „ V. *Buffon* Memoir. pour ser-

vir à l'Hist. des Animaux. Par. II. pag. 257 “. Le Globe de l'oeil de l'Ibis avoit six lignes de diametre. L'oeil de la Cigogne étoit quatre fois plus gros. „ Ibid. Tav. III. pag. 484 “. Le Globe de l'oeil dans le Casoar étoit fort gros à proportion de la cornée, ayant un pouce & demi de diametre, & la cornee n'ayant que trois lignes. „ VII. Par. II. pag. 313 .

*trasparente*, sia considerabilmente più larga dell' opposta, il ch'è assai più manifesto nel Barbagianni.

64. A riguardo del Globo non mi resta eccetto da accenare, la *Cornea trasparente* essere negli Uccelli molto più prominente in avanti di quel che sia in nissun'altra specie d'animali a me cognita, sebbene la faccia anterior degli Uccelli diurni (a) siane la più appianata. Del resto è spessa, robusta, e non divisibile in lamine senza lacerazione, o violenza; non continua colla *sclerotica*, ma incastrata nella medesima e nel *cerchio laminoso*, come il cristallo è negli oriuoli da tasca, corroboratone l'incastro col mezzo di *cinghie ligamentose* (b), del *ligamento cigliare*, di cellulosa, e di vasi e nervi (c).

65. Or affinchè poco più resti a desiderarsi circa la notomia di queste parti negli Uccelli, che ho sottoposti al mio scalpello, chiuderò questo già forse troppo lungo capitolo con alcune cose relative alle *Palpebre*, alla *Membrana Niclitante*, e alle *Glandule* nelle orbite degli Uccelli contenute; e per più facile intelligenza di quanto prenderò a dirne, permettetemi, chiarissimo Sig., che si premettano le notizie seguenti.

66. Sovvenendoci, che l'apertura delle orbite degli Uccelli in generale è circonscritta per tre quarti della periferia da margini ossosi; la quarta parte inferiore sendone fatta (se ne eccettuiamo i Pappagalli, che le hanno circonscritte da perfetto cerchio ossoso) da un forte ligamento, e dalle porzioni carnose ed espansioni aponeurotiche d'alcuni muscoli, non dimenticheremo l'arco, che ne descrive i due terzi superiori, nè l'incavatura nasale, nè le due apofisi (d) da cui è limitata, una delle quali è più picciola, situata in alto, e detta perciò *Apofisi orbitaria superiore*; l'altra più grossa,

(a) Ho detto *Diurni*, perchè ne' *Notturni* suole anzi essere molto più prominente, e convessa, come le misure da noi prese, e negli articoli precedenti indicate di leggieri ne persuadono.

(b) Ved. *Bertrandi* de Hepate & Oculo. Ediz. 1748. 4to pag. 55. §. XV. „ *Demonstrations Acad. Roy. des Sciences Paris. An. 1741.*, per ciò che riguarda l'incastro della cor-

nea trasparente nella sclerotica in generale. *Eriffseau. De cataracta & Glaucomate* „ *Hoin* appresso al *Farin*. *Memoires & Observations Anatomiques &c. sur l'oeil. Lyon 1772* 8vo

(c) Vedasene la bella ed esatta descrizione che ne diede il *Bertrandi*, l. cit. pag. 53. §. XII.

(d) Ved. Vol. I. pag. 762, e segg.

più in basso collocata, sostenuta da una specie di collo, detta *apofisi orbitaria inferiore*.

67. Così sovvegnaci del voto orizzontale, che v'ha tra questa, e l'*apofisi orbitaria posteriore*, perchè dalla parte posteriore dell'Arco si allunga obliquamente in basso, e in avanti; e più facilmente capiremo, come la palpebra superiore delle Oche, delle Anitre, e d'altri Uccelli è sostenuta da un muscolo semilunare, che dall'apof. orbit. superiore, sempre attaccato al perioftio dell'Arco orbitario, va ingrossando, ed allargandosi fino alla radice dell'apof. orbit. posteriore. Questo muscolo è molto carnosio, e le sue fibre si portano dal didietro obliquamente avanti a perdersi nella concavità del lembo mobile della palpebra: getta pure alcuni tendinucci nella congiuntiva, i quali si allungano fino sulla parte esterna della maggior periferia del globo, forse come *assiliari* degli *elevatori*.

68. Non avendo trovato altri muscoli ad uso della palpebra superiore, ed avend'osservato, che nel cuoprire gli occhi de'volatili par contribuire quasi unicamente l'elevazione della palpebra inferiore, rivolgerò in altro tempo le mie attenzioni a questa specialmente, nel che finora non sono stato abbastanza felice.

69. La Membrana *Ammicante*, o sia *Nictitante*, aggiunta alle palpebre degli Uccelli (a) per difesa degli occhi loro tanto dall'urto de'corpi capaci di nuocere, quanto dalla troppa vivacità della luce, è situata nell'angolo nasale delle orbite, o anteriore; e colle sue corna volte verso il posteriore, quando si stende sulla faccia anteriore de'globi, arriva a coprire i cinque festi della periferia della cornea trasparente. Il *Buffon* le dà il nome di *Palpebra interna*; e noi non dimenticheremo quello, che ne lasciò scritto il *Willis* (b). „ In „ moltissimi animali si trova un altro muscolo membranoso

(a) Molti Quadrupedi, ed anche i Pesci sono provveduti di questa difesa, sebbene non abbia altrove tanta mobilità quanta negli Uccelli.

(b) V. De Anima Brutor. par. I. cap. 15. Plurimis ( animalibus ) alter etiam membranosus ( musculus ) conceditur, qui juxta

interiorem oculi cantum situs, quando elevatur, oculi globum fere totum obtegit. Hujus usus esse videtur, ut cum bestiae inter gramina capita sua propter visum capessendum demergunt, hic musculus oculi pupilam, ne a stipularum incurvis feriat, oculis, munitque.

„ collocato nel canto interno delle orbite, ed atto a copri-  
 „ re quasi tutto il Globo, quando si eleva. Sembra destinato  
 „ a difendere, ed a coprire la pupilla dell'occhio, affinchè  
 „ dalle stoppie non venga offesa nel cercarvi fra mezzo l'ali-  
 „ mento “. L'uomo non ha questa membrana, poco occor-  
 „ rendogli di dover cacciar il capo in folte macchie, ed essen-  
 „ do costretto a farlo, ha le mani onde rimuovere tutto ciò,  
 „ che all'occhio potrebbe riescir molesto. Non così è degli Uc-  
 „ celli, che frequentano gli alberi, e le macchie, e la stop-  
 „ pia; nè così è de'quadrupedi, che si cacciano per le fratte e  
 „ le siepi, e le piante, e l'erbe piene di spine, di reste, senz'  
 „ aver membro capace di metter riparo agli occhi loro; perciò  
 „ di questo incomparabile ordigno sono stati dall'increata Sa-  
 „ pienza provisti. I Serpi, le Vipere, hanno una congiuntiva  
 „ cornea solida, liscia, convessa, capace d'eluderne la danno-  
 „ sa azione per la sua resistenza, e la sua lubricità. Quanto  
 „ a' Pesci, non avendo essi le palpebre, forse perchè nell'acqua  
 „ non v'ha bisogno di nulla, che difenda dalla polvere, nè  
 „ dagl'insetti soliti ad inquietare gli animali terrestri; e forse  
 „ perchè gli occhi loro non hanno bisogno d'esser umettati,  
 „ o nettati, trovandosi sempre in contatto coll'acqua; perciò  
 „ la *membrana niſtitante* provvede sufficientemente a' loro biso-  
 „ gni in questa parte. Ma ripigliamo il discorso di quanto ne  
 „ concerne la struttura, e'l meccanismo.

70. Questo velo maraviglioso ha il suo lembo fisso at-  
 „ taccato all'angolo nasale delle orbite (a); di là spandesi col  
 „ suo corpo trasparente sì, e pieghevole, ma robusto, sulla fac-  
 „ cia anteriore del Globo quand'occorre all'animale; quando  
 „ non v'ha quest'uopo si concentra tutto rugoso nell'angolo  
 „ suddetto tra le palpebre, e'l globo.

71. E' tratto colà, e vi si tien ripiegato per via delle  
 „ fibre carnosè, radiate, d'un musculo capace di chiudersi, e  
 „ d'esser aperto come un ventaglio, e ch'io nomino *Corrugata-*

(a) Tingo appresso di me due teste di Pappagallo „ *brachyurus* “ la *membrana niſtitante* delle quali viene dal canto esterno delle orbite, e così secca com'è già da più e più anni, tuttavia cuopre la quarta parte del disco del Globo dal suddetto canto

in avanti, avendo le corna uno affisso all'orlo superiore, l'altro all'inferiore dell'orbita in avanti. Quando le preparai, non ebbi punto in mira la *Niſtitante*, onde non trassi profitto alcuno da quanto qui accenno come una varietà.

tore della membrana nictitante; fibre facilissime a vederſi anche ad occhio nudo nelle *nictitanti* delle Galline, de' Dindj, e ſimili Uccelli, ſpiegate ſulla cornea trasparente. Il punto fiſſo dunque di queſte fibre ſi è nell'angolo naſale delle orbite, e le medefime fibre paſſano anteriormente alla glandula orbitaria ſuperiore per allargarſi, come dicevamo, alla foggia delle liſche de' ventagli, e ſi perdono nel velo affottigliandoſi ſommamente, a miſura che ſ'accoſtano al nepitello del medefimo.

72. Il lembo libero del velo, coſtrutto di due membrane diſtintiſſime dalle fibre carnoſe accennate, è quaſi ſalcato, molto ſoſco; più ſpeſſo, e più robuſto del rimanente è quello che va, e viene con rapidità maraviglioſa verſo l'angolo temporale dell'orbita ora più, ora meno.

73. Siccome le fibre carnoſe ſuddette deſtinate a ripiegarne, a corrugarne tutto il velo, e raccoglierlo nell'angolo naſale, partono dall'apofiſi orbitaria al medefimo più vicina; coſì il velo qui è più groſſo; al che contribuiſce non poco una ſoſtanza molle, ſpugnola, aſſai robuſta, ſimile in iſtruzione alla caruncula umana lacrimale, che vi è unita.

74. Due ſono i muſcoli antagoniſti del *corrugatore*, il punto fiſſo de' quali è all'apofiſi orbitaria poſteriore per riſguardo al più groſſo; quello del più ſottile ſi è nel margine eſterno della baſe della mentovata apofiſi, per gettarſi nel corno ſuperiore della *Nictitante*; lo dico per queſto *Extenſor ſuperiore* di eſſa.

75. L'altro aſſai più groſſo, ma più breve, è ſimile in figura allo ſtapedio umano. Viene dalla faccia interna dell'apofiſi, e gettando molte fibre carnoſe ſpecialmente verſo il corno inferiore della membrana, ad eſſa non arrivano prima d'aver degenerato in una ſelvetta di tendinucci bianchi rilucenti. Lo nomino *Extenſor inferiore della Nictitante*.

76. Dietro della ſoſtanza menzionata ( Num. LXXIII. ) v'ha una apertura a foggia d'*imbuto*, molto ampla, che guida nelle Narici le Lagrime per un condotto membranoloſo da quell'*imbuto* continuanteſi in baſſo, in avanti, e indentro. Tutto l'*imbuto*, e il canal membranoloſo è continuazione della *Membrana Nictitante*.

77. Le *Lagrime*, o ſia quell'acquoſo vapore, di cui ſo-

no lubricate, e ammolite le tre palpebre degli Uccelli, oltre ad aver origine dalle porosità della cornea trasparente, e da' vasi esalanti de' contorni della superficie anteriore dell'occhio, e dalla sostanza delle palpebre, che un non so cosa d'untuosetto separano pur anche; oltre, dissi, a tali fonti, scaturiscono pure in copia notevole dalla *Glandula orbitaria* superiore, che per tal motivo io nomino *Lacrimale*, distinguendola così dalla *salivale*, *orbitaria* anch'essa, ma *inferiore*, che descriveremo in ultimo luogo.

78. La *Gl. Lacrimale* pertanto è un corpo simile ad un fagiuolo, irregolare, convesso in alto, appianato al basso, granelloso, situato nella porzion della volta dell'orbita prossima all'angolo anteriore, dietro della *Mem. Nistitante*, e della *coniuntiva*: occupa la maggior parte del sito, che v'ha tra le due apofisi orbitarie anteriori; e copre la porzion vicina del cerchio sclerotico.

79. Stiracchiando per varie direzioni questa *Glandula*, mentre che il Globo è nella situazion naturale, ancora unito alla congiuntiva, e alle palpebre, e tenendo sollevata, e rovesciata coll'altra mano la palpebra superiore, si discernono i punti, dove i condotti escretori della *Glandula* stessa vengono a traforare la congiuntiva per versare tra la palpebra, e'l globo l'umore, che in quella è separato.

80. La *Glandula orbitaria inferiore*, che qui forse non dovrebbe essere descritta, ma io vi comprendo a cagion del sito, che occupa tanto vicina all'occhio, scorgeasi nella parte inferiore delle orbite: ha due faccie; una piana rivolta in sù quasi per servire d'appoggio a' Muscoli *depressori* dei Globi; e questa faccia è irrigata da moltissimi vasi disposti a raggi, i quali metton foce in una vena trasversale situata verso il lembo posteriore gibboso della *glandula* stessa; la faccia inferiore n'è convessa, ed appoggiata sulla forte ligamentosa membrana, che chiude le orbite in basso. Il Lembo anteriore n'è arcato e sottile; la sostanza n'è granellosa e soda. Vi si rinchiudono però alcuni solicoletti, da' quali spremuti geme un muco biancastro assai disciolto, qual è quello, che non di rado si scorge nella bocca, e nelle aperture delle narici interne degli Uccelli. Confesso che non ho ancora potuto distintamente vederne il termine de' condotti escretori.

ri; ma parmi che faccia negli Uccelli le veci della parotide ne' quadrupedi, e negli uomini. Non così nelle Vipere, dove le Glandule orbitarie inferiori mi sono assicurato più e più volte servire alla separazione di quel fugo velenoso, che rigonfiane le guagne di que' denti ricurvi, la puntura de' quali cagiona sì terribili accidenti a coloro, che ne sono stati feriti.

Ma perchè mai venn'egli a finestrare questa mia straniera osservazione le idee vostre, e le mie, chiarissimo Signore, mentre che ce la passavamo placidamente contemplando l'eleganza mirabile, il bell'ordine, l'utile disposizione delle parti, che servono agli occhi, e alla vista degli Uccelli innocenti come sono l'Anitra, e l'Oca? Allontaniamo il pensiero da ciò, che nuoce in altri animali, e Voi riferbate la vostra benigna attenzione, e i favi suggerimenti a quanto è per sottomettere di giorno in giorno al puratissimo vostro giudizio.

P. S. Affinchè più chiara ed evidente riesca la esposizione nostra delle parti più cospicue relative al Globo d'alcuni Uccelli, ho giudicato pregio dell'opera l'aggiungere le seguenti figure con la spiegazione loro, alla quale si potranno richiamare gli articoli concernenti cadauna delle parti nelle figure compresa.

La Fig. 1. Rappresenta il cranio intiero d'un' Aquila in profilo, e nella occhiaja contenente la faccia anterior esterna del Globo dell'occhio essiccato, additandovi

- A. Il cerchio Sclerotico Laminoso;
- B. La cinghia membraneo-ligamentosa;
- C. La Cornea trasparente;
- D. La Cornea opaca.
- X. Un ampio risalto ossofo, che serve di custodia al Globo, e d'appoggio alla palpebra superiore, molto più elevato in questa, che in altri Uccelli.

La Fig. 2. Rappresenta il cranio d'un Barbagianni, o Alloco de' più grandi tra gli Uccelli notturni; e vi si distinguono

- A. Cioè il cerchio Sclerotico Laminoso simile quasi ad un cannocchiale da teatro;
- B. La cinghia membraneo-ligamentosa;
- C. La cornea trasparente.

Nella Fig. 3. Abbiamo il cranio d'una *Stridula*, che noi Piemontesi nominiamo *Dama*, privo del Rostro, e in faccia, notandovisi

- AA. i due cerchi sclerotici laminosi;
- X. due sottili risalti ossei, come nell' Aquila.

La Fig. 4. Indica il cerchio Sclerotico Laminoso d'un *Avoltojo*, nel quale

- E. mostra la maggior periferia che confina con la cornea opaca;
- F. La minore periferia, che per mezzo della cinghia serve d'attacco, e d'appoggio alla cornea trasparente, la quale qui manca.

Il cerchio presenta all'occhio la sua faccia esteriore convessa.

La Fig. 5. Indica la faccia anterior esteriore del Globo dell'occhio dell' *Aquila*.

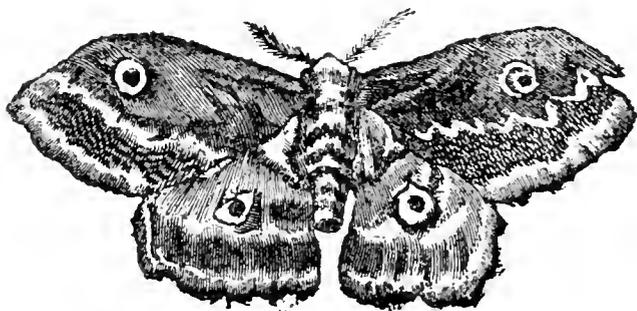
- A. E' il cerchio Sclerotico Laminoso.
- B. La cinghia membraneo-ligamentosa.
- C. La cornea trasparente.
- D. La cornea opaca.

La Fig. 6. Dimostra il cerchio sclerotico laminoso del Grand' Alocco E; la Cinghia B; la minor periferia F; la cornea trasparente C; il tutto visto di fianco.

La Fig. 7. E' il cerchio S. Lam. capovolto sicchè parte della sua concavità circonscritta dalla grande periferia E si renda visibile, appoggiando esso sulla minor periferia F.

La Fig. 8. E' il medesimo cerchio A appoggiato sulla maggior periferia E, nella quale *aaaa* rappresentano le

lische o lamine ossose; *bbb* le divisioni loro imbricate. *F* Indica la picciola periferia, e una porzion della faccia interiore del cerchio.



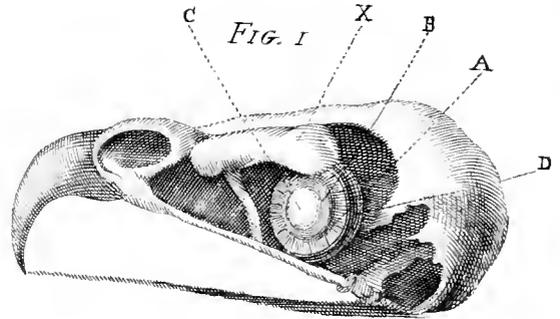
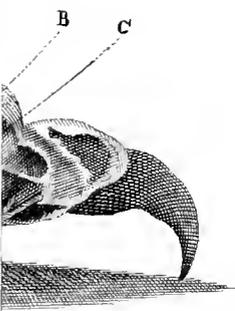
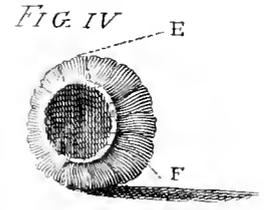
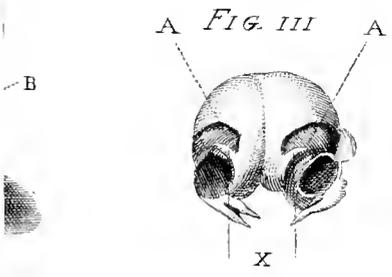
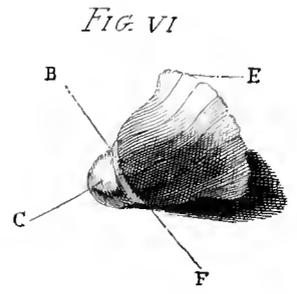
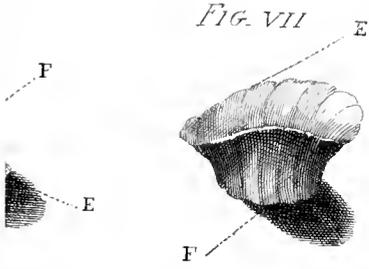


FIG. VIII

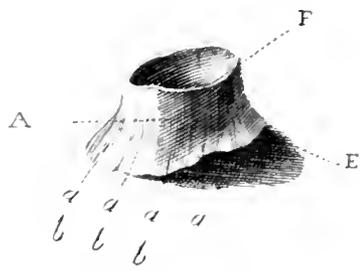


FIG. VII E



FIG. VI

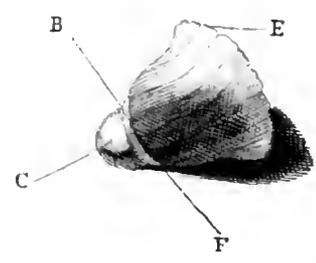


FIG. V

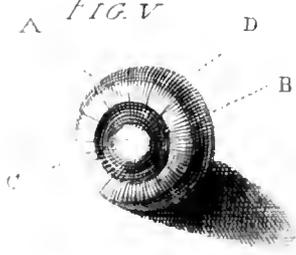


FIG. III



FIG. IV

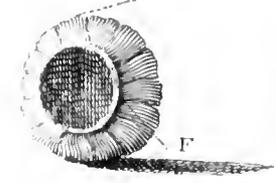


FIG. II

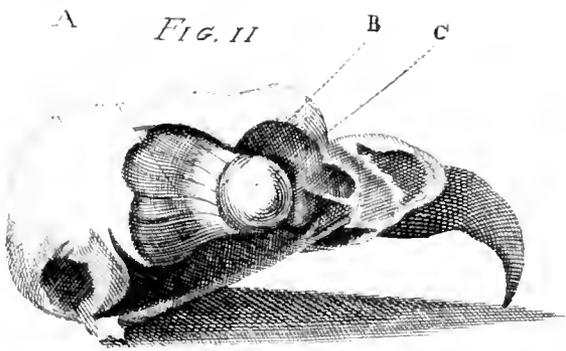
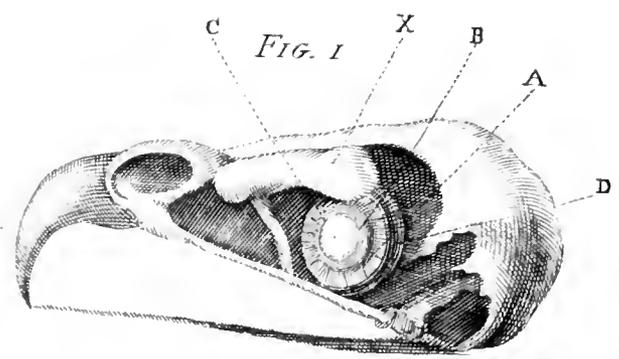


FIG. I



---



---

# N O T A

## SOPRA LA STORIA DEL COCCO TINTORIO DETTO VOLGARMENTE KERMES O GRANA DA TINGERE

Del CAVALIERE D. MICHELE ROSA

Al Sig. CO. LODOVICO SAVIOLI Amplissimo Senatore  
di Bologna.

**S**oddisfarò piuttosto male che tardi alla ricerca, che V. E. si è compiaciuta di farmi sopra la *Grana tintoria*, che fino dal secolo dodicesimo si trova commerciata in Italia, e specialmente, se bene ho inteso il di lei desiderio, per saperne la provenienza.

Non già che io ami le cose mal fatte, ma ben perchè le mie occupazioni non permettendomi di dare a ciò molto tempo, e prevedendo di doverlo ancora poter molto meno in progresso, non voglio commettere, che alla imperfezione della cosa si aggiunga anche il danno della tardanza; versando Ella massimamente nella illustrazione delle cose della sua celebre Patria.

Non è meraviglia che intorno all' Anno 1190. si trovi in Italia fra le altre merci annoverata la Grana, merce antichissima fra le più antiche, e di cui forse niuna barbarie o miseria di tempi non ha potuto abolir l'uso, o farne perdere la cognizione.

Il Documento da Lei indicatomi del Ch. *Muratori* relativo a questa ricerca trovasi nella sua *Dissert. XXX.* delle *Antichità del Medio Evo*, Tom. II. pag. 891. *Pacta Concordia* fra i Bolognesi e Ferraresi dell' Anno 1193; al quale trovasi unita una giunta o Appendice stipulata nel seguente Anno 1194. in materia di Dazi e Gabelle sopra le Mercanzie che reciprocamente passavano dall'uno all'altro paese;

Tom. VII.

F f

nel novero della quali si trova fra l'altre nominata la *Grana de Brasile*.

Nè deve fare alcun dubbio per crederla la Grana Tintoria, o Cocco, o Kermes il vederla qui nominata con questo inaspettato aggiunto di *Grana de Brasile*, perchè l'istesso Ch. Muratori l'ha per tale riconosciuta senza la minima esitazione; e noi vedremo in progresso altri documenti di quelle prossime età, che ci assicurano per nome di *Grana* essersi inteso anche allora la Grana, o Kermes, o Cocco tintorio, che è il Cocco Bafico degli antichi. E quanto a quella denominazione *de Brasile* ne diremo quel pochissimo, che sembra lecito di sospettarne.

Prendendo dunque in esame questa notizia isolata, che fra le Merci del Secolo XII che transitavano fra Bologna e Ferrara, sia nominata la Grana per uso della Tintura; e volendosi ricavar da quel dato, 1.º in qual modo la Grana o Kermes si trovasse in Commercio fin da quel tempo; e 2.º qual ne fosse la provenienza: io non farò che ricordare a V. E. i seguenti fatti, che mi sembrano certissimi per la Storia.

1. La Grana de' nostri tempi non esser altro che il Coccus e Coccum de' Greci e de' Latini, il Kermes o Chermes degli Arabi, che da' Latini de' bassi tempi fu detto *Vermiculus*, nome introdotto probabilmente da S. Givolamo, come vedremo; ne' tempi ancora più bassi, e in quel latino che allora correva, cominciò a dirsi Grana, il qual nome gli è poi rimasto in tutta l'Italia, e non è ignoto nemmeno ai Francesi (a). Così il colore che se ne cava, esser quello che i Latini chiamarono Coccino o Coccineo; e grecamente Punico, Poenico, Poeniceo, Phoeniceo, equivalenti al nostro Cremisi o Chermisi, Scarlatto, Vermiglio, che pur derivano dal Kermes, dal Vermiculus, come lo Scarlatto forse dallo Scholecion de' Greci.

2. Che il Coccò presso gli Antichi si trova essere di una antichità egualmente immemorabile che le Porpore; alle quali ha avuto poi anche la fortuna di sopravvivere, ottenen-

---

(a) I Francesi lo chiamano comunemente Vermillon o Graine d'Ecarlate.

do il primato di preziosità e di bellezza fra tutti i nostri colori, a cui fra gli antichi non potè mai pretendere se non dopo le Porpore.

3. Avevano gli Antichi il Cocco dalla Spagna, dal Portogallo, dalla Sardegna, dall' Africa, dall' Armenia, dall' Asia, dalla Cilicia, dall' Attica, e in fine dalla Focide e dalla Galazia, che era il più eccellente di tutti, come quello di Spagna e della Sardegna n'erano stimati i peggiori. Ved. sopra ciò Plin. lib. 9. C. 41. ib. 16. c. 8. lib. 22. c. 2. lib. 24. C. 2. Dioscor. lib. 4. c. 48. Serap. c. 311. Strab. lib. 10. de Turdit. Pausan. Phocic. c. 36. quali citiamo qui tutti uniti per non averli a ripetere in tutti i luoghi.

4. Gli Antichi ne conoscevano almeno tre specie; quello dell' Elce spinosa Cocciglandifera, detta Aquisfoglio o Acuisfoglio; quello dell' Elce molle, o sia non spinosa, o glabra; e l'uno e l'altro di questi nascere sopra i Surcoli o fusticelli della Pianta; ma il secondo, benchè rosso, essere inutile per la Tintura Plin. lib. 22. C. 2. : la terza specie è quella descritta da *Pausania* nella Focide, che dice trovarsi egualmente nella Gallogrecia e nella Jonia, di una Pianta simile al Lentisco, col grano simile al Solano, e grande quanto un Pisello. Pausan. l. cit.

5. Cocco fu detto da' Greci questo prodotto, che è l'istesso che Grano, ed è verissimo che *Pausania* lo credette un frutto dell' arboscello; ma non è vero, che tutti gli Antichi lo riguardassero come frutto (ciò è anzi vero dei Moderni rispetto alla Cocciniglia, attestando l'Ulloa, che essa un tempo fu creduta un frutto, o semente di qualche pianta. Voyag. au Perou liv. 6. c. 2. p. 278. ): perchè *Plinio* fra gli altri lo riguardò come una scabbia o escremento della sua pianta, che disse essere quindi chiamato *Cusculium*, o *Quisquilia*. Plin. lib. 16. c. 8. Nè i Greci dovettero riputarlo neppur essi un frutto, quando dal vederne nascere un Verme lo chiamarono *Scolecion*. *Est genus ex eo in Attica fere & Asia nascens, celerrime in Vermiculum se mutans, quod ideo Scolecion vocant, improbantque*. Plin. l. 24. c. 4.

6. Più bello è, che da *Pausania*, e da *Plinio* retrocedendo fino alle prime Antichità de' Giudei, tutti gli Antichi

feppero che da quel Grano nasceva un Verme, dissero simile chi ad una Cimice, chi alla Zanzara, che sviluppato in mosca o farfalla, e volandone via, lasciava il grano sfruttato ed inutile per la Tintura: *Pausania* aggiunge, che è però anche il sangue di quella bestia che dà il colore alla lana (a): e il Cocco bellissimo della Gallazia, riflette *Plinio*, ha questo incomodo, che presto genera il verme e si sfrutta, ond'è che nel primo anno è immaturo, e dopo il quarto, nato già il Verme, diventa inutile (b).

7. Gli antichissimi Ebrei dovettero conoscer meglio la natura di questo Grano, e della parte sua colorante; perchè il color Coccineo tratto dal Cocco fu da loro chiamato sempre *Vermiculo*: E come ella è quasi certa la conghiettura che il nostro *Vermiglio* discenda da quel *Vermiculus*, in cui i Latini tradussero lo *Scolecion* de' Greci, e *S. Girolamo* il vocabolo Ebraico *Tbolaat*, che egli disse non potersi tradurre che in *Vermiculus*, Ved. il passo di *S. Girolamo* nel nostro Lib. delle Porpore §. 200. Not. 132. §. 4. Not. 5. e §. 27. 34.; così convien dire che molto diffusa e comune si fosse resa la cognizione, che il color Rosso-vivo del Cocco provenisse dal Verme o da' Vermi: perchè il nostro vocabolo *Vermiglio* si trova fino negli Scrittori Provenzali, e fino da quelle Epoche che più dappresso confinano col linguaggio latino; e ne vedremo ben presto gli esempj.

8. Egli è dunque perduto almeno per la metà il merito, che da molti si attribuisce ai Moderni sulla scoperta della verminazione o verminosità del Cocco Tintorio, e della natura animale del suo colore: perchè tutti gli antichi ne conobbero il Verme, come abbiam già veduto, da *Pausania* fino ai Giudei, che ab immemorabili lo chiamarono *Vermiculo*, e sono innumerabili i Testi della Scrittura che lo comprovano. Nell' Esodo, nel Levit. ne' Num. e possono vedersene *Giuf. Flavio*, *S. Girolamo*, *Bochart*, *Braunio* ecc.

(a) *Est in. et. bestiola ejus sanguis tingendis lanis utilis. Pausian. Phoc. C. 36.*

(b) *Cocuum Galatie rubens granum.... in maxima laude est. Verum.... anniculo grano languidus succus, idem a quadrimo evanidus. Ita nec recenti vires, neque*

*senescenti. Plin. lib. 9. c. 41.* Il Salmasio pretende che questa distinzione di età fra il primo anno ed il quarto riguardi la pianta e non il grano del Cocco; ma il testo di *Plinio* è troppo evidente.

9. Ma è egli poi vero almeno che o M.<sup>r</sup> *Fagon* Med. del Re, come asserisce *Lemery* nel suo Dizionario, o M.<sup>r</sup> *Reaumur*, come attestano tutti i Francesi, abbiano fatta la più importante scoperta, cioè che non uno, ma innumerabili sono i Vermetti che si trovano in ciascun Grano del Cocco? e ch'egli sia di natura precisamente animale?

10. Qual che ne sia la cagione non par vero nemmeno codesto; perchè prima di questi due l'aveva già notato il *Salmasio*, il qual ripete in più luoghi, che non un verme, ma una legione di vermi si trova in un grano di Cocco. *Xyl. Hiatr. C. 70.* Da chi poi l'avesse appreso il *Salmasio*, nol dicendo egli, non è facile d'indovinarlo: ma egli è però certo che prima di lui l'aveva detto il *Quinquerano*, che li chiamò non legioni, ma eserciti (a); e dice esser cosa a se ben nota; e dovea averla appresa da' suoi nazionali, o veduta egli stesso nella Provenza, di cui fa le lodi, e descrive minutamente la produzione e raccolta di questa grana, come lo rivedremo fra poco.

11. Tuttavia il vanto di questa scoperta, che in Linguadoca e Provenza era notissima, e forse anche antica, non può concedersi nemmeno a lui. Il diligente e dotto osservatore *Pietro Belloni* o *Bellon* l'avea già fatta qualche anno prima del 1550. ( nel qual anno il *Quinquerano* scriveva ), osservando personalmente nel Cocco di Candia questo fenomeno, e notandone nel descriverlo una circostanza di più; cioè trovarsi ivi un'altra specie di Cocco abitata da un verme solo. Siccome il Libro non è comune, e il passo sembra interessante anche pel modo ivi osservato nella raccolta del Cocco; così mi prendo la libertà di trascriverlo per intiero (b).

(a) . . . Ea mox ( grana ) alatorum animalium numerosum exercitum in auras effundunt. *Petr. Quinquer. de laudib. Provinc. lib. 2.*

(b) Cocci baphicæ census ingens est in Creta, cujus collectioni potentiores operam impendere nolunt, sed passivibus, & pueris istam provinciam relinquunt. Invenitur mensè Junio in exiguo quodam frutice ex Ilicis gente, quæ glandem fert, sine pediculis in-

hærens illius fruticis stipiti, colore ex cinereo albicante. Quoniam vero istius fruticis folia spinis horrent, uti Aquifolie, passores furculam sinistra gestant, qua ramulos depriment & inclinant, dextera autem falcem putatoriam, qua illos demunt, a quibus rotundas vesiculas exigui pisci magnitudine auferunt, qua parte ligno adhaerescunt, apertas & hiantes, pusillis rubris animalculis lente minoribus plenas, quæ per biatum is-

12. Curiosa combinazione si è questa che in sì pochi anni, cioè dal 1546 in cui *Bellon* intraprese i suoi viaggi, che durarono tre anni, al 1550 in cui il *Quinquerano* scriveva la sua Storia, siasi fatta in due luoghi diversti in Candia e in Linguadoca quasi contemporaneamente questa scoperta, di questa moltitudine di vermicciuoli che si sviluppano nel Cocco! Il *Quinquerano* dice precisamente, come dicono i nostri più moderni Scrittori, che raccolto il Cocco in Tele, o Sacchetti, ed esposto per poco al Sole, si vedono subito formicolar da ogni parte que' minimi insetti, i quali in poco più tempo spiegate l'ale se n' anderebbero, se spesso scuotendo la tela non si facessero ricadere, o se, come ora si pratica, non si uccidessero spruzzandoli coll' Aceto. Ma un tal costume di tali insetti era dunque noto ai fanciulli, e ai villani che ne facevano la raccolta. Possibile che da età immemorabili raccogliendosi il Cocco in tutti i climi caldi a noi noti, nessuno mai si fosse accorto di questa proprietà, e che nessun l'avesse notata fino al *Quinquerano*, e al *Bellonio*? Io riporterò qui alcuni tratti di un lungo passo di *Ger-vasio Tilleberiese*, da' quali apparisce che la Storia de' vermicciuoli ch'escano dal Cocco si sapeva anche al suo tempo; poi lascerò che in fatto d'erudizione per rapporto alle scienze, ognun la discorra a suo modo. (a).

13. Ma noi non ci siamo proposti di dare l'Istoria naturale del Cocco tintorio; perciò non entreremo a discutere, se *Dioscoride* sia stato un po' negligente nel descrivere questa

*lum effugiunt, & vesiculam ingrem relin-  
quunt. Pueri Coccum jam collectam ad  
Quasorem deserunt, qui ex dimenso ab il-  
lis redimit. Is animalcula a vesiculis cri-  
bro segregat, deinde ea summis digitis le-  
niterprehendendo, in pilas efformat ovi gal-  
linacei magnitudine: etenim si nimium com-  
primeret, tota in succum resolverentur, &  
color periret. Itaque duo infectionis genera,  
unum pulpe, alterum vesicularum: quoniam  
autem pulpa ad insciendam commodior est,  
ejus pretium quadruplo majus quam vesicu-  
larum. Aliud præter jam commemorata,  
genus adhuc invenitur, cujus neque veteres  
neque recentiores meminerunt: excrementum  
est, eadem qua superior ratione, in Myrtis  
nascenti, unico animali vitro vesicula inclu-*

*so præditum. P. Bellon. Observat. Lib. 1. C. 17.*

(a) Vermiculus ex Arbore ad modum Illicis . . . . nodulum faciens mollem ad modum Ciceris, aquosum, & cum exterius colorem habeat nebula, & rovis coagulati, interius rubet &c. . . . Cum enim tempus Solstitii æstivi adveniret, ex se ipso vermiculos generat, & nisi coris subtiliter conjunctis includerentur, omnes fugerent, aut in nihilum evanescerent. Hinc est quod Vermiculus nominatur propter dissolutionem, quam in Vermes facile facit ex natura rovis Medialis, a quo generatur. (De Otis Imper. Decif. 3. ap. Du Cang. Glossar. Voc. Vermic.) Parla anch' egli del Cocco di Linguadoca; e ne rileveremo fra poco alcune altre particolarità.

Droga, di che il *Quinquerano* lo accusa; se *Plinio* ne abbia descritto tre specie o due sole; se il Cocco di Pausania si attenga piuttosto a quel di Galazia, o a quel di Polonia; se quest'ultimo del *Bellonio* corrisponda più a quel di Provenza o a quel di Pausania. Le questioni di questo genere una volta forse troppo applaudite, sono ora forse un po' troppo poco considerate; l'erudizione scientifica, benchè a ciascuno nel suo genere quasi essenziale, è tuttavia caduta in dispregio a que' fervidi ingegni, che anelando alla gloria delle scoperte, temerebbero bene spesso di trovarsi de' precursori. Così non istaremo nemmeno a contendere con *Salmasio*, perchè si contenti di credere che il color della Porpora è ben diverso da quel del Cocco; perchè permetta che *Plinio* abbia detto, come ha pur sempre voluto dire, *Coccum Granum*, e non *Coccum Gramen*, come e' pure si ostina di volergli far dire, a dispetto del suo contesto, della cosa, della parola: nè molto meno per ridurlo d'accordo con se medesimo nelle tante cose che dice, e misdice sopra questo particolare. Quanto alla particolare scoperta de' Vermì del Cocco, ben lungi che ella appartenga a *Reaumur*, ella era notissima da *Mosè* fino al *Quinquerano*, che numera quei Vermetti ad eserciti, da *Gervasio Tilleber.*, e dai Villani di Linguadoca fino al *Cesalpino*, al *Vallisniери*, ed al *Redi* senza dir nulla de' nostri Botanici, che lo chiamarono perciò *Coccum Vermiculosum*. V. Jo. Bauh. Hist. Plant., Dalechamp. &c. La meno sospetta sarà la testimonianza dello Scaligero. *Ajunt ea granula, que in folliculo insunt baphico, esse animata. Emigrare sponte, atq. vacuos relinquere parietes. Ex illis autem constare pastillos ad tingendi usum.* (De Subtilit. Exercit. 194). Non posso citar qui nè a pro, nè a svantaggio la stimatiff. Dissert. sopra la Grana del Co: *Ferdinando Marsilj*, non essendomi riescito di poterla vedere. Al *Reaumur* li deve la lode di averne data la Storia, descritte le forme e i caratteri, di averlo in somma classificato (a).

---

(a) Mr. de *Francheville* in quella sua Dissertazione sopra i colori antichi e moderni, che torneremo a citar qui poco dopo, avendo riferito come poteva, quel che

gli Antichi hanno detto del Cocco e della Porpora, passa a parlare delle scoperte de' Moderni sopra questa materia, e parlando di *Reaumur* asserisce, che egli solo in que-

14. Quanto al colore che gli Antichi ritraevano dal Cocco bisogna stabilir questa idea; che il Cocco fra i colori artefatti sembra essere il vero tipo del Rosso, estendibile per una scala d' infinite graduazioni dal rosso cupo sanguigno, scendendo verso i più chiari ed aperti, fino al più languido della Rosa o del cruor dilavato. Nel mezzo di questa scala sta il Coccineo rutilante ed acceso, che è il fior del Cocco finissimo, simboleggiato dalla natura nella bragia candente, nella rosa vermiglia, nel cruor puro arterioso, nel Cinabro raffinatissimo, ed imitato dall'Arte presso di noi nello Scarlatta di Cocciniglia. Come però questi estremi del rosso ne-reggiante, e del rosso languente non sono proprii del Cocco, se non in quanto il nero o ceruleo vi si meschia per oscurarlo, o il bianco dilavandolo estenuandolo lo rischiara; così il tono proprio del Cocco è quello del puro rosso schietto e vivace, determinato dalla intensità, e dalla copia della parte sua colorante, dalla maggiore elevatezza del suo spirito o lampo, figlio dell'etere colorante, in proporzione della forza de' climi, che nel Cocco, come nella porpora e nelle altre naturali colorazioni, segue la forza predominante dell'azion viva e costante del Sole: onde è notato che tutti i colori ne' Climi più prossimi al Sole, si accendono più vivamente. Quanto all'effetto vario del Cocco ridotto in tinta

no secolo ha fatte più scoperte che gli *Aristotili* e i *Plinii* non ne avevano fatte nei loro. Due delle grandi scoperte attribuite a *Reaumur* sono certamente quella de' Vermetti del Cocco, e quella che pubblicò sopra le Porpore da lui cercate nel Mare Occidentale della Francia. Della prima di dette scoperte ne abbiám detto forse qui quanto basta; della seconda faremo costretti di parlarne forse altra volta. Per ora rifletteremo di passaggio all'opportunità di questo elogio fatto da *Franchville* a *Reaumur*; pel qual d'altronde nessun elogio può essere soverchio. Ma *Franchville* avendo premesso che le Porpore si credevano già perdute per sempre, riflette, che essendo impossibile che un tal segreto sfuggisse alla sagacità de' moderni, noi non abbiamo ora più nulla a desiderare sopra questo particolare. Quindi passa all'elogio, e descritta

poi la scoperta di *Reaumur*, v'intralcia uno squarcio di un suo poema sopra le porpore stesse; poi conclude con dire, che i barbari ci hanno pur troppo tolta anche quest'arte di tingere colle porpore, „ que l'on n'a pas encore bien trouvè, malgré les recherches & les decouvertes que *M. de Reaumur* a prétendu avoir faites a ce sujet“. Per quanto diversa questa seconda dichiarazione possa parere dalla prima, egli è credibile tuttavia che il nome ch. di *Reaumur* non sia per tenerse ne offeso: perchè quanto è vero che in materia di porpore le scoperte di *Reaumur* sono nulle; altrettanto è certissimo a giudizio del celebre *Sig. Amati*, che il *Franchville* occupa un luogo distinto fra i Moderni Scrittori, che in materia di porpore e di Cocco non hanno cepito nulla.

tinta nelle materie tingibili, dipende egli nell'atto pratico dalle specifiche qualità della grana, dalle dosi che se ne impiegano, dall'attività de' Mordenti, dagli aggiunti che vi si uniscono, che ne esaltano e ne avvivano, ne offuscano o ne degradano l'attività. E l'esser forse egli semplice di sua natura, e di sostanza affatto omogenea potrebb' essere la causa principale o forse unica, che non può il Cocco, per quanto acceso e infuocato, vibrare un lampo di doppio lume scintillante e cangiante come la Porpora; e l'istessa ragione sarà forse eziandio nel Cinabro.

15. Che poi il perfetto color Coccineo fosse il Vermiglio più rutilante ed acuto non può dubitarsene, attesa la scrupolosa precisione degli Antichi; ond' è che il Cocco da *Silio Italico* si chiama *ardente (a)*, da *Lucano* si denomina *igneo*, e così pure da *Marziale*, e da *Stazio*, e quel che vale sopra tutti, da *Orazio*, che chiama il Cocco non solo Rosso, ma di quel rosso, che è proprio del fuoco e del ferro infuocato, che è l'espressione più viva del più acceso vermiglio (*b*). *Plinio* lo paragona al vivo color della Rosa (*c*); sopra il qual luogo il *Salmasio* sempre confuso ed incerto fra il color della Porpora e del Cocco, con manifesto errore applica al Cocco stesso il color della Rosa *nigrante* usato da *Plinio* altrove per la dibaza Tiria. *Salmas. ad Tertull. de Pallio pag. 138.* Ma di similissimi equivoci ne vedremo altri esempj qui poco dopo, come anche sull'interpretazione di alcune frasi della Scrittura.

16. Come però non ogni clima era atto a dare una

(a) *Ardenti radiabat Scipio Cocco. Lib. 17.*

(b) . . . . . rubro ubi Cocco  
*Tincta super lectos canderet vestis eburnos.*  
*Saty. 6. lib. 2.*

(c) *Unum ( colorem ) in Cocco, qui in  
Rosis micat: gratius nil traditur aspectu:*  
*lib. 21. c. 7.* E di queste testimonianze se ne potrebbe riunire una lunga serie da tutti i Classici.

Trovo che i Maestri dell'Arte tintoria riconoscono sette toni, che noi diremmo atti o lampi di Rosso, cioè sette Rossi fondamentali divisibili ciascuno in una lunga graduazione che chiamato Scala; e par che convengano che il più perfetto ed acuto di

tutti sia quello dello Scarlatto di *Olanda*, ora direbbesi quello della Cocciniglia più pura e perfetta, o quello di *Gobelin*. Con ciò intendiamo di dir solamente, che molti atti o lampi diversi di Rosso oltre al Vermiglio candente, si cavano e si faranno cavati dagli Antichi dal Cocco corrispondenti alle diversissime denominazioni del Rosso che s'incontrano presso gli Autoti ecc. E' molto notevole infatti, che anche gli Antichi conoscevano sette generi di Colori rossi, e si lagravano della lingua, che non avesse termini proprii per esprimerli con chiarezza. *V. Gell. lib. 2. cap. 26.*

Grana o Cocco di egual finezza e valore, e noi non abbiamo lo Scarlatto, vivissimo color di fuoco, se non con fatica e sottilissimi raffinamenti sopra la Cocciniglia, che è la bellissima e la ricchissima Grana o Kermes, che ci viene dall' America; così mi persuado, che anch' essi gli Antichi dalla Grana o Cocco comune ne ricavassero varj gradi di color rosso e rossoscuro, che noi similmente ricaviamo nel Damasco e nel Cremisi comunale: e che poi dalla finissima di Galazia, o di quella di Emerita in Lusitania, coi più sottili artificj ne ritraessero il vero vermiglio dello Scarlatto accessissimo, degno dei Paludamenti e delle Clamidi imperatorie, e di quegli altri abbigliamenti preziosi, che gareggiavano colle Porpore. Così l'abito Rosso o Ruffato, che usarono in guerra gli Spartani, e poi anche i Romani, che furon quindi chiamati ancora Ruffati, il qual diceasi Pheniceo dai Greci, e da' Latini Coccineo, perchè tinto in Cocco, poteva essere di un atto o lampo diverso, e non del rosso più ardente e finissimo. *Ruffata. Isid.*

17. Ma un terzo colore è pur certo, che ricavavasi dal Cocco unendolo colla Porpora; e il nome d' *Hyggin* che secondo *Pausania* dai Gallo-Greci si dava al Cocco nella Galazia (*Pausan. Phoc.*) divenne il nome di un color misto chiamato Iginio, come *Plinio* lo insegna, e il ch. Sig. *Amati* lo dichiarò nel suo Libro (a).

18. E' noto per l' Istoria, e dev' esserlo molto più pel dottissimo Libro del cel. Sig. *Amati*, siccome la Porp. nella declinazione dell' Imp. perseguitata con leggi penali, angustiata ogni dì più, e finalmente rinchiusa dentro i recinti del Palazzo Imp. in Bizanzio, andò ivi languendo per molti secoli, e vi perè finalmente insieme cogli ultimi avanzi dell' imperio medesimo. *De Restit. Purp. cap. 56. ad 60.* Ben lungi però che il Cocco fosse compreso in questa sciagura, comincia anzi di qui il tempo delle sue glorie e della sua maggior fortuna. Liberato dalla superiorità delle Porp., presso le quali non potè mai ottenere che un grado inferio-

(a) *Coccoque tinctum Tyrio tingere, ut ferret Hygginum. Plin. lib. 9. c. 41. Colorem quemdam medium inter rubidum & Rubi-*

*cundum, & inter purpureum & Coccineum, qui Hygginus color est. Amat. de Purp. c. 25.*

re di riputazione e di stima, cominciò quindi a primeggiare, e rimase nel primo luogo di preziosità fra tutte le tinte, che rimanevano.

19. Dopo la legge di *Teodosio Seniore* le Porpore non appartennero più che ai Sovrani, cioè alla Famiglia imper., alle Cariche, e alle grandi dignità dell' Impero. *Amat. cap. 56.* Le Officine porporarie proibite severamente ai privati, furono ridotte ad un numero determinato per l' uso particolar della Corte, *Notit. Imp. vid. c. 38.*: Ma le tinte Coccinee furono esenti da questa legge; il Coccino, il Coccineo rimase libero come prima, e diventò più prezioso nella pubblica estimazione.

20. Nè solamente occuparono il luogo e la dignità delle porp., ma poco a poco ne usurparono ancora la denominazione ed i titoli. *Elio Lampridio* nella vita di *Elagabalo*, e *Vopisco* Siracusano, che scrissero a tempi di *Diocleziano*, sembrano essere fra primi, che abbiano chiamata la Porpora col vocabolo *Blatta*: la qual voce usata fra i greci de' bassi tempi per indicare la lingua o rostro delle chiocc. Porp., e poi per l' operculo delle chiocc. istesse, come si vede presso *Attuario* e *Mirepsio*, e nei seguenti fino all' *Aldrovandi*, *Mattioli* ecc., passò ben presto ad esprimere anche le tinte e vesti purp. Si possono vedere presso il ch. *Sig. Amati* le testimonianze di *Venanzio Fortunato*, di *Sidonio Apollinare*, di *Eutropio*, di *Orosio*, di *Alcimo Avito*, che *Blatta* e *blattea* chiamano la tinta e le vesti purpuree; e del Cod. Giustiniano che lo dichiara con precisione (a). Io vi aggiungerò solamente che oltre a *Simmaco* e *Cassiodoro* (b), negli Scrittori più bassi, fra' quali può servire di esempio *Anastasio Bibliotecario*, sono comuni e quasi perpetue le frasi di *Serica ornata Blatto*, *Vela de Blattin*, *Cortina de Blattin*, e tante altre simili, colle quali intesero sempre di nominare la Porpora.

21. Peggio è che mancate più e più le Porp. e cresci-

(a) Ved. *Amat. cap. 18.* Riferiremo però qui i due soli ultimi, perchè sembrano decisivi. „ *Aureus ordo Crocis, violis hinc blatteus exit* “. *Coccinus hinc rubicat, Laetus inde nivet.* „ *Ven. Fortun. Poem. 7.* “ *Fuscande aique distrabende Purp. vel in Se-*

*rico vel in Lana, que Blatta vel Oxiblat-  
ta, vel hyacinthina dicitur.* Cod. Lib. 40.  
L. 1.

(b) *Cum Blatta, quam nostro Cubiculo dare singulis annis consuevisti, venire festina.* *Epistol. 2. lib. 1.*

to più sempre l'uso e la stima del Cocco, cominciò questi a tenersi in luogo della Porpora stessa, e il nome di Blatta passò dalla Porpora al Cocco, e divenne sinonimo di tutte due. Quindi in que' tempi Porpora, Cocco, Vermiculo, Blatta, e il *Coccineus*, *Puniceus*, *Phœniceus*, *Vermiculus*, *Vermiculatus*, non solo diedero luogo al *Blattein*, *Vermil*, *Vermelatus*, *Vermelus Vermelium*, che poi finì nel nostro Vermiglio; ma dalla parte degli Arabi il Kermes fece nascere il *Carmil*, e poco dopo il *Karminum*, *Kermisimum*, *Kermisi*, *Carleto*, *Ecarleto*, *Escarlato*, *Scarлата* e *Scarleto*, e infiniti altri, che dal tempo de' bassi Secoli a tutto il tempo della barbarie si trovano promiscuamente per lo Scarlatto, e per la Porpora nelle Carte, ne' Documenti d'ogni maniera, e molto più fra gli Scritturali e gli Interpreti, e portarono la confusione del linguaggio delle idee, e delle cose fino fra i nostri dotti Eruditi (a).

22. Il maggior male però si fu dell'errore, che venne quindi a stabilirsi, che il color della Porpora fosse il Rosso; perchè avvezzi a veder Rosso il Vermiculo o Cocco, che già chiamavano e credevano Porpora o Blatta, si radicò l'opinione, che Cocco, Porpora, Conchiglio, Blatta, Vermiculo fosser tutt'uno, cioè tutti Sinonimi di un color Rosso purchè risplendente, fino e prezioso. Aggiunser peso a questo falso concetto gl'interpreti Scritturali e i Commentatori dei Classici, che sempre titubanti ed incerti nel contrapposto di tante diverse frasi e espressioni, non giunsero mai a stabilirne il vero significato per rapporto alla vera graduazione de' colori preziosi, nè molto meno a mettersi d'accordo con se medesimi. Invano il *Pitisco* corresse il *Turnebo* e il *Ferrari*, perchè avevano interpretato per Blatta il Vermiculo, *Diction. Voc. Blatta*; in vano il *Du-Cange* avendo prima sull'autorità di *Paolo Diacono* interpretato egli stesso Vermiculo il Blatta, si corresse da se medesimo, e riconobbe coi buoni Autori nel nome di Blatta la vera Porpora. *Du-Cang. Glossar.*

(a) Più incerta di tutte è l'Etimologia della voce Scarlatto: fortuna che ciò poco importa, o forse anzi nulla, ma ognuno si è forzato di fare onore di questa bella parola alla lingua che favoriva, quindi i

Commentatori l'hanno derivata dalla lingua Giudaica e dall'Arabica, alcuni dalla Greca, gli Ultramontani dalla Tedesca, i Francesi dal Celtico: abusi non mancano nemmeno agli studj di erudizione.

in *Blatta*. Invano il *Braunio* corresse l' errore del Cocco *διπλῆν* (a), del Cocco dibaso, e fin del *τρίβλαπτον*, che era corso presso i rozzi Scrittori, e inteso per Cocco tinto due volte come la Porp., o tinto anche tre, come non fu mai tinta nemmeno la Porpora; perchè l'error dura ancora, e fu rinnovato anche a dì nostri (b); Poi Egli medesimo cadde in altri errori non meno gravi, concludendo che ogni Porp. è di color rosso igneo secondo *Plinio*, che il Cocco è il secondo genere della Porpora, e che intanto il Cocco si chiama Porpora, in quanto il Cocco e la Porp. sono entrambi di color rosso (c).

23. E chi potrebbe citarli tutti? o a che fervirebbe dappoi che il ch. Professore *Amati* dopo un esame infinito ha deciso, che neppur uno fra' moderni ha inteso nulla in questa materia? Tuttavia *La-Cerda*, *Bochart*, *Salmasso* per la loro celebrità e grande dottrina pare non si possano dimenticare. *La-Cerda* avea prima deciso, che color Porpora non inchiude il Coccineo; ma poco dopo conchiude al contrario, che quando dicesi Porp. Tiria, si deve intendere Coccinea (d). Non vi è forse passo di Classici profatori o Poeti, che non sia dal *Bochart* passato in rivista e ponderato con

(a) κόκκινον διπλῆν è detto nella Scrittura per panno o filo, tessuto doppio, o per *Coccum retortum*, nè il *diplum* o *duplum* ha avuto mai alcuna relazione alla tinta: il *dibaphum* appartiene alla Porp. di doppia tinta, nè mai è stato detto del Cocco. il *Triblatton* poi è spiegato con maggior fondamento per veste purpurea di tre colori.

(b) *F. Braunium de Vestit. Hebreor. lib. 1. cap. 14. 15. precipue a n. 212. ad 214. Definant igitur Lexicographi impostum in suis Lexicis, ceterique interpretes omnes scribere Coccinum dibaphum, & sic absque purpure Tyriae proprio epitheto, solo Coccino contenti sint.* „ *Braunius de Vestitu Hebreor. lib. 1. c. 15. n. 214.* „ Dopo questa dichiarazione vi è stato tuttavia Mr. *Franebeville* che in quella sua Dissert. sopra la Tintura degli Ant. e de' Moderni fra le altre molte inesattezze ha spacciata anche questa del κόκκινον διπλῆν, ch' Egli traduce *Ecarlate double en Cramoisi*, pretendendo che questa sia la migliore spiegazione, che possa darsi al διπλῆν. Ma egli è l'istesso

che dice che la Porpora étoit une ceinture de la couleur d' une rose parfaitement rouge, dal qual passo solo s' intende con quanta diligenza egli abbia studiati gli Antichi. Ved. *Accad. de Berlin. T. 13. Ann. 1767.*

(c) *Sane omnem purpuram ignei coloris fuisse docet Plinius. Braun. L. 1. c. 15. n. 199.* „ *Vera igitur Purpura, quae hoc nomine maxime venit apud Auctores, colore rubra est.* „ *Id. l. c. cap. 14 n. 187.* „ *En Coccus Purpura dicitur, scilicet quia rubet uterque color.* „ *Id. l. cit. Secundum genus ( Purpura ) Coccus est magis, quam Purpura.* „ *Id. ibid. n. 188.* „ *Secundum genus ( Purpura ) quod Antiqui Coccum vocabant . . . nostrum esse Coccineum.* „ *Id. ibid. n. 189.*

(d) *Significatione Purpurae non includi Coccineum colorem . . . tamen excipio purpuram Tyriam . . . Itaque cum audis Tyriam Purpuram de Coccinea accipe ac summe splendida.* „ *Cerda* ( forse il più dotto Commentator di *Virgilio* ), *ad Virg. Georg. lib. 2. v. 506. N. 6.*

attenzione dovunque si nomina Porpora, o Cocco; ond'è che dopo un lunghissimo esame si risolve col dire, purpureo chiamarsi da' Poeti tutto ciò, che grandemente rosseggia, come il Sole, e l'Aurora . . . che la Porpora sia rossa, dimostrarli da quelli, che per Porpora dicono Coccineo e puniceo; e finisce col dire, che Cocco e Porpora si dice promiscuamente quasi da tutti (a). Del *Salmasio* per ragione di brevità e di rispetto non riferiremo che alcune sue ultime conclusioni, dalle quali per via di una infinita argomentazione risulta, che il Colore Coccineo risplende come quello della Rosa *nigrante* (che noi chiamiamo Damascena), e che la Porpora *Tiria* gareggia colla Rosa *Vermiglia*: proposizioni al certo, di quante ne sono mai state dette in questa materia, le meno aspettate, e della più aperta contraddizione (b).

24. Qual meraviglia se in mezzo alla confusione di tante perplessità, e manifeste contraddizioni nemmeno il Ch. *Muratori* non ha potuto sfuggir dall'errore? affermò egli pertanto che „ il colore blatteo, tuttochè talvolta appellato purpureo, col proprio nome nondimeno era chiamato Coccineo, oggidì *Chermisi* o *Cremisino* “: il che è ben lontano dal vero per tutto quello, che abbiamo dimostrato qui sopra. Quindi segue egli a dire „ oggidì fanno gli Eruditi, che la Blatta è una specie d'insetti chiamati *Kermes* dagli Arabi, che nascono dai grani di certe Elci (c) “. Ma la Blatta, come abbiám dimostrato, non è che la lingua o l'operculo della chiocciola porpora, e divenne poi sinonimo di Porpora per l'abuso e per l'ignoranza de' tempi.

(a) *Purpureum* Poeta dicunt quicquid insigniter rubet, ut Solem & Auroram . . . Sed purpureum rubri coloris esse genus, si maxime docent, qui pro purpureo coccineum & puniceum usurpant . . . cuius exempla passim occurrunt. „ *Hyerozoic. Part. 2. lib. 5. c. 10.* “ *Coccum* & *Purpuram* passim promiscue sumi abunde probavimus. *Id. Ibid. cap. 11.*

(b) *Cocci color puniceus, hoc est coloris rubri acutissimi . . . Purpure quoque rube tale lumen ad Cocci ruborem accedens.* „ *Exercit. Plin. pag. 935.* “ *Omnium colorum micantissimus Coccineus, qualis in nigraute Rosa conspicitur.* „ *Id. ad Tertull.*

*de Pall. p. 138.* „ *Tyria Purpura ex omni genere maxime rubet . . . Rosa Poetis aliquando coccineae, interim purpureae vocantur . . . alii contra Coccinas, & Coccum commendant a Rose colore. Utrumque verum est. Tyria purpura coccinea & Rosarum maxime emula.*

(c) *Dissert. XXV. Tingebasi allera* ( lo Scarlatto ) ( segue egli a dire poco dopo ) *col sangue della Blatta, ossia de' Vermicelli sopradescritti, ( cioè del Kermes )* ecc. segno evidente della generale confusione, che regnava anche fra gli Uomini più dotti intorno a questa materia.

25. Bensì è preziosa fra le tante altre, e fa al nostro proposito la notizia, che l'istesso Ch. Uomo ci serba in questa medesima Dissert. di *Gervasio Tilleberienſe*, per cui sappiamo che fin del 1215. raccoglievasi il Vermiculo o grana nel Regno Arelatense; Notizia di cui faremo buon uso fra poco. Per ora ci è sembrato necessario di rammentarla per rilevare un errore di più, commesso, come crediamo, dal volgarizzatore e redattore delle stesse Dissertazioni. Egli è, che dicendo ivi il *Tilleberienſe*, che la raccolta di questa grana facevasi nel Regno Arelatense, il testo italiano soggiunge „ credo che sia errore o di lui, o di stampa “ la qual riflessione non ritrovandosi nel testo latino del *Muratori*, ne viene che non a lui, ma al Redattore sia da imputar l'ignoranza di una cosa a tutti sì nota (a).

26. Fin qui abbiamo veduto il Cocco trionfar del tempo e delle Porpore, e nelle varie vicende de' Secoli ora affumerne i titoli, ora cambiarli con nomi barbari e sconosciuti, conservando però sempre la più alta stima di preziosità e di bellezza; facendo perdere in molti, e fino a' dì nostri, per la mancanza del paragone, il desiderio della impareggiabilità delle Porpore. Nè può certamente togliersi il vanto di essere il solo fra tutti i colori, che da una antichità affatto immemorabile, non già per concetto tradizionale, ma per un uso continuato e non mai interrotto, attraverso delle vicende e de' Secoli della barbarie sia fino a noi pervenuto, e senza dar luogo al minimo dubbio sopra la sua identità e naturale costituzione.

27. Nè può mettersi punto in dubbio, che la tinta di Grana dai primi tempi del così detto Vermiculo fino ai pre-

(a) Benchè la dilatazione sempre maggiore del commercio della Cocciniglia fin dal principio di questo secolo avesse di molto abbassato il credito, e fatto cessar quasi l'uso della Grana di Linguadoca nelle tinte, durava però ancora il commercio di quella Droga, e del Pastel di Montpellier per la Medicina nella Confezione e nello Sciroppo di Alkermes, e per le Arti nella Lacca, e nel Carmino che se ne cava; cosa che dagli Speziali, e Droghieri d'Italia non poteva ignorarsi. A giustificazione pe-

rò del Ch. *Muratori* aggiungiamo ben volentieri, avendone fatta particolare ricerca, esserci stato asserito, che nella traduzione Autografa del *Muratori* delle sue Dissertazioni (essendo certo che furono tradotte da lui medesimo), quelle parole che accusano di errore il *Tilleberienſe*, si trovano solamente notate in margine d'altra mano, d'onde poi colla Stampa passarono nel Testo; appunto come avevamo già sospettato. Ma di errori di questo genere, ne vedremo uno ben presto molto più rimarchevole.

fenti dello Scarlatto sia stata fra gli uomini di un uso continuato senza alcuna assegnabile interruzione: perchè anche ne' tempi più barbari dovunque trovansi documenti di pompe di vesti, di adornamenti sacri, o profani, ivi trovansi costantemente sotto qualunque denominazione ricordato mai sempre il Cocco, Blatta, Vermiglio o Scarlatto fra le cose più preziose. Può vederfene per esempio una serie ben lunga nella successione de' Pontefici di *Anastasio* Bibliotecario, il quale non manca di ricordare i preziosissimi Arredi, che ciascun d'essi fornì alle Basiliche di Roma; di che abbiamo noi dato un saggio nel nostro Libro sopra le Porpore, (Ved. §. 199.) e molti altri esempi di varj tempi ed età ne ha riuniti il Ch. *Muratori. Dessert. 25. & alibi.*

28. Qualunque fosse per essere la tintura, di cui nel nostro libro riportammo le formole o almen gl'ingredienti, e chiunque ne sia l'autore (a), ella è pur diretta a dare una tinta mista di Porpora e di Cocco: vi è nominata prima la Porp. e il Cocco semplicemente; poi nuovamente il *Verme porporario*, il *Verme di Galazia*, il *Conchiglio*, il *Cocleoconchiglio libico*, e il *Cocco Egizio*, che ne' luoghi marittimi si chiama anche *Pinna*, il qual frasario così mancante di precisione e chiarezza ci ricorda però replicatamente il Cocco per uso di tingere; ed appartiene assai chiaramente a que' tempi, ne' quali mancata l'arte delle vere tinte di Porpora, vi si suppliva alla meglio con que' guazzabugli per averne una tinta di qualche pregio. Di tempi ancora più barbari, di stile più incolto anzi zotico affatto, e per lo più inesplicabile, sono quelle formole d'arte tintoria, che il Ch. *Muratori* ci ha riprodotte. Sono in numero più di cento; in molte di esse si nomina *bermiculum* ( invece di *Vermiculum* ), ( siccome *labas* in vece di *larvas* ) ora solo, ora sinonimo col *Coccum*; e queste servono per tingere pelli in Rosso, o per far tinte rosse, delle quali non determina l'uso (b).

29. Se

(a) Delle Porp. pag. 193. viene attribuita comunemente a *Democrito*; ma evidentemente è lavoro de' tempi bassi e prossimi ai barbari.

(b) *Compositiones ad tingenda Musiva, pelles & alia &c.* Il primo Titolo è „ *De Tintio omnium Musivorum* “ Il Vermicolo comincia ad essere nominato nella Form. 9.

29. Se queste formole appartengono all'ottavo Secolo, o al nono, come opina il Ch. *Muratori*, ci rimarrà di vedere, se ne' secoli susseguenti, venendo a tempi più prossimi a noi, si continui a trovare altre tracce di questa Droga, o come tinta di Stoffe e di altri Utensili, o vestiarj, o almeno come semplice mercatanzia: il che servirebbe ancora per l'altra parte della ricerca proposta, cioè qual ne fosse la provenienza.

30. Veramente dal secolo nono al duodecimo sarebbe cosa meravigliosa il trovar monumenti di questo genere; sono i secoli dell'alta barbarie e della universale ignoranza. Tuttavia si sa pure, che nel vestiario de' Longobardi, e poi in quello della Corte di *Carlomagno* vi entravano le *fasciole Vermiculate* (a); e sembrano essere delle età susseguenti, cioè del mille o poco più, oltre le tinte e le Opere di *Ecarleto* e *Scarleto*, ed appartiene al Secolo duodecimo l'introduzione in Italia dell'arte della Seta portatavi di Grecia dal Re *Ruggiero*, (*Otto Frising. de Gest. Frider. ad Ann. 1148.*) colla quale è ben certo che dovettero venire di nuovo, o rianimarsi anche le tinte preziose; e di opere tali e di tinte Coccinee si trovano pur molti vestigi nelle *Dissert. del Muratori*, (*Dissert. 23. 24. 25. & alibi.* E' certo che queste Arti in Grecia si erano conservate, e che di là venivano le vesti preziose anche a Roma e per l'Italia. „ *Cocco bis tincto* ( cioè tinctos ) *Urbi dat Grecia pannos* “ *Gualfr. de Visenaufr ad ann. 1202. V. Diss. 25.* tuttavia gli è difficile di persuadersi che tutte le vesti *mollis* e *preziosae* che si veggono nominate in que' tempi presso i privati, dovessero essere tutte di Grecia ), che sarebbero di troppo lunghi e noiosi per

che ha per titolo „ *De pelle alibina etingere* “ *Tolles hermiculum & ceres in Morsario* „ la 16. è „ *de tertiis Pandis* „ e v'entrano questi ingredienti „ *Corallus tenuis boni coloris, rubens, marinis; tritis libra una Lacca; Conquillum libra una &c.* „ la seguente è „ *de Porpairo Melino* „ e porta „ *labas & tinea Melino. Post haec temperas Coccum* „ Dopo molte ritorna ancora „ *Alia compositio Vermiculi* „ *Vermiculum lib. dimidia: alii Vermiculi 1. . . . Coccum delabas in urina, & iterum pigas.*

Tom. VII.

Hh

*Delabas urina, donec expandatur ipsud Coccum.* „ Non molto dopo ne viene „ *De Conquillum* „ *Conquillum nascitur in omne mare &c.* „ che può vederfi riportata per intero nel Libro del Sig. *Amati* „ Questo Ricettario sta nella *Dissert. XXIV. del Muratori.*

(a) Bisogna aggiungervi „ *Tibialia ac coxalia linea, quamvis ex eodem colore* “ *Mon. Sangall. de Reb. Gest. Car. M. lib. 1. c. 36. Apud Murat. Dissert. 25. ad calc.*

chi li volesse qui riferire: ed io inoltre tengo per certa l'opinione dell'istesso ch. Autore, che non solo le più grossolane manifatture, ma nemmeno le più fine e preziose in Europa e specialmente in Italia, non siano mai venute meno del tutto, neppure in que' tempi infelici.

31. Frattanto dobbiamo agli Arabi, ed appartiene a quest'epoca l'uso del Kermes, cioè della grana, richiamato nella Medicina ed esteso anche all'interno, parendo che gli antichi Greci e Latini non l'aveffero ufato che esternamente: (*Ved. Dioscor. Plin. Gal. &c.*), e a questa epoca stessa appartiene, come a quella del generale infelvaggimento dell'Italia quasi deserta, la spontanea moltiplicazione del Cocco, o sia dell'Elce Coccifera, che il *Clusio* e il *Ruelio* trovarono poi esteso a tutte le spiagge del Mediterraneo; il *Pena* e il *Lobelio* nella Provenza, nella Toscana e fin nell'Agro Romano; il qual perdita la gloria di quella nobile decorazione nell'uso de' paludamenti Coccinei, diede ricetto alla pianta silvestre che lo alimenta (a). Altri il trovarono dappoi sulle spiagge dell'Epiro, di Cefalonía, della Grecia. Il *Lister* trovò il Cocco o Kermes in varie parti dell'Inghilterra, e ne descrisse le proprietà con molta precisione e chiarezza. *V. Transf. Anglic. T. 3. ann. 1671.* Altri hanno trovato un Kermes, o Cocciniglia alle Bermude, e in altre parti dell'America Settentrionale.

32. Antica forse fin di que' tempi fu la cognizione anche del Cocco Polonico venuto poi a maggior uso nelle età susseguenti. Ella è una specie di Pimpinella, o Centinodia, o Poligono, che dà nelle terre della Polonia un Cocco, o Grana tintoria, che fra le altre rassomiglianze con quel di Galazia ha anche questa, che non vien dall'Elce spinoso, e

---

(a) Mentre gli Scrittori Oltramontani asserivano nel Secolo decimosesto l'esistenza dell'Elce Coccifera nelle spiagge marittime dell'Italia, e specialmente nella Maremma Sanese, il cel. *Mattioli*, che pubblicò la sua grande Opera nel 1568. professava di non sapere „ che l'Arbucello della Grana si ritrovi in alcun luogo d'Italia, “ e di averne fatto venire un esemplare da Costantinopoli per poterlo rappresentare: dal

qual errore o oscitanza, come la chiamano, appena credibile in un Botanico si rinomato, come pure di quell'altra sua asserzione di aver veduto nelle Querce della Boemia grau copia di detta Grana, i susseguenti Naturalisti, e *Roran*, il *Dalecamp.* il *Baubino*, e fino l'*Aldrovandi*, l'hanno alquanto più acerbamente rimproverato di quello si convenisse al rispetto di un Uomo sì benemerito.

fi raccoglie non da fucelli, ma alle radici della sua pianta (a).

33. La Grana o Cocciniglia Polacca non è più ora in grande uso; ma s'egli è vero, che ne' secoli addietro fosse Ella stata in sì gran credito fra Turchi, Armeni, e Giudei per tingerne lane e sete, e i loro bei Marocchini, e pei belletti delle lor Donne, parrebbe lecito di sospettare, che molto antica fosse in Polonia la stima e l'uso di questa droga; e che forse ab antico l'avesser ivi usata a tingere, e riguardata forse e tenuta anche in conto della Porpora, che non avevano: e che tal concetto e tal uso fosse comune alle vicine Provincie; poichè leggiamo che *Wladislaw* Re di Polonia impose a *Valacchi* un tributo di quattrocento Porpore all'anno, che in tai paesi e tai tempi non è credibile, che fossero di vera Porpora.

34. Che che ne sia, la Grana che commerciavasi fra Bologna e Ferrara nel secolo dodicesimo è verisimile, che ci venisse da luoghi marittimi più vicini, piuttosto che di Polonia. E riflettendo che Genovesi e Pisani da Caffa fino allo Stretto di Gibilterra teneano allora il Commercio del Mediterraneo, diventa molto probabile, che da Genova, o da Pisa venisse tal merce verso Ferrara.

35. Vero è, che dall'Atto da noi citato al principio non apparisce, se da Bologna a Ferrara, o non piuttosto da Ferrara a Bologna, nel qual ultimo caso s'intende, che dal Levante per la via di Venezia avrebbero i Ferraresi tratta

(a) Intorno alla Grana Polacca io non dirò se non un fatto asserito dal *Cornario*, e riferito dal *Dalechampio*; avergli raccontato un dotto Viaggiatore suo Amico, che la detta Grana nasce in Podolia alla radice di una pianta simile alla piantagine; quel Grano chiamarsi dai Polacchi *Ischirbitz*: quindi parla della raccolta, e degli usi, che se ne fanno per tingere quello, che i Tedeschi chiamano *Schalach*, che par voglia dire Scarlanto. Poi soggiunge che al tempo della Raccolta, la quinta parte di un Talento, che noi chiamiamo un Centinajo (dice il *Cornario*) si vende cinque o sei *Aureis Rhenanis*; ma fra il seccarla e prepararla riducendola in polvere, tanto se ne perde (o cala di peso), che portata a

noi a Francfort, una libbra di peso ci vale trenta, e quaranta aurei in circa ". E parla anch'egli il *Dalechampio* de' Vermetti, ne' quali anche la Grana Polacca, come qualunque altra, se non sia bene custodita e seccata, facilmente si risolve; onde crede che l'antico *Scolecion* voglia dire *Vermiculofo*. Si raccoglie anche questo Polonico in Maggio, e Giugno, come quello di Provenza, di Spagna ecc. *V. Dalechamp. Hist. Gener. plantar. lib. 1. Cap. 8.* Ci attesta il *Cardano*, che del Cocco di Pimpinella, che egli credeva di Germania, ne veniva in Commercio anche in Italia: ed essere una massa di Vermetti sanguigni impastati con del Butiro ecc. *De Subtilit. Lib. 9.*

la grana, e quindi sparsala nel vicinato. Ma a toglierci questa difficoltà, e a rendere più credibile il corso di questa droga da Bologna a Ferrara piuttosto che al contrario, sembra servire mirabilmente un'altra Carta conservataci dall'istesso benemerito *Muratori* nella medesima Dissertazione, intitolata *Concordia fra Modenesi e Lucchesi* firmata l'Anno 1281. (a). In questa Carta fra le merci tassate a Dazio si trova egualmente la *Grana*; ma nominandoli i luoghi del pagamento, si viene a descrivere passo passo il viaggio da Lucca a Modena, da Modena a Bologna, oppur da Modena al Finale e al Bondeno; e viceversa da Modena a Lucca, e da Lucca a Pisa, da Lucca a Firenze, o alla Lunigiana; onde pare che l'Emporio di questo traffico fosse Pisa medesima, donde le merci poi si traessero di quà da' monti, ed altrettante ne transitassero per Modena nuovamente per Lucca e per Pisa; nè in questa contrattazione si vede Venezia mai nominata. Sembra anzi, se si rifletta, la cosa messa fuor d'ogni dubbio, poichè la Grana è nominata fra quelle Merci, che pagano Dazio giungendo a Modena; e a ragion di Moneta pur Modenese; e perciò a carico di quelli che dalla Lunigiana, o da Pisa per Lucca a Modena le conducevano. E perchè questo traffico non paresse un caso fortuito e transitorio, un altro bel Documento ci ha pur fornito il Ch. *Muratori* dell'Archiv. di Modena e del 1305. in cui *Brasile* interpretato da lui medesimo per Grana, si trova pur nominato fra le Merci soggette a Dazio. Id. ibid. pag. 997. segu.

36. E qui appunto è dove il dottiss. *Muratori* avendo trovato per ben tre volte dal 1193. al 1306. nominata la *Grana Brasile*, cioè fin da tre Secoli almeno prima della cognizion dell'America, si ferma alquanto a riflettere sopra questo curioso fenomeno, cioè come e donde sia provenuto alla Grana quel nome Brasile, sotto cui si conosce una vasta provincia del nuovo Mondo, in que' tempi non conosciuto? E si appiglia ben presto alla spiegazione più semplice e naturale, cioè che non dall'America a noi venisse il nome

---

(a) *Concordia inita int. &c. Commune Mutinae & Commune Lucae Ann. 1281. Murat. Dissert. 30. p. 899.*

Brasile; ma anzi da noi, sia da Portoghesi o Italiani, si portasse in America, e rimanesse ivi a quella Provincia per la gran copia trovatavi di quel legno, che quasi sopra nel vecchio mondo si nominava Brasile, quell'istesso che ci vien ora da quel paese, e volgarmente si chiama anche Verzino. Sopra di che nè il Ch. *Muratori* s'impegna più oltre, nè io trovo chi sappia fondatamente decidere questo dubbio (a). Vero è che Mons. *Huet* fondato sull'asserzione del Portoghesse *Banor*, stabilisce per fatto che la cosa sia realmente accaduta così, cioè che il legno Brasil conosciuto ab antico nel vecchio Mondo, ritrovatosi dagli Europei in gran copia in quella parte del nuovo, sia stato causa che quel paese assuma il nome del suo prodotto, e venga a chiamarsi Brasile. Ved. *Huetiana* n. 106. Se però fosse lecito di riflettere sull'opione di due grandi uomini, si direbbe che in vece di sciogliere questa curiosa difficoltà sembra che l'abbiano raddoppiata. Perchè infatti come si prova che il legno Brasil esistesse ab antico nel vecchio mondo? chi ne ha scritto, chi mai lo conobbe, qual monumento ce ne assicura? Se fosse vero che l'*Algumin* ricercato da *Salomone* ad *Iramo* Re di Tiro fosse il *Brasil*, o *Verzino* di cui si tratta, è egli credibile che il legno, e il nome si fossero perduti ne' Secoli che susseguirono, così colti di cognizioni e d'industria? (b) Che se si ammetta, che nel Secolo duodecimo per qualche strana combinazione il legno ricomparisse sotto tal nome; si chiederà nuovamente, dove egli ne sia ito dappoi, senza lasciar traccia o memoria, che almen ci assicuri la sua passata esistenza? Poi nasce da questa prima una question più diffici-

(a) On lui donna dans la suite le nom de *Bresil*, d'une sorte de Bois qu'on y decouvrit en abondance, & qui étoit connu trois Siecles au paravant sous ce nom. Così se ne sbiga il Compilatore della Storia Geogr. de' Viaggi ecc. T. 54. p. 5.

(b) Ella è fondata sull'asserzione di un Rabbino l'opinione, che il Legno Brasil servisse alle fabbriche di *Salomone*, e che il medesimo Brasil fosse conosciuto ab antico ai confini dell'India. Un tal legno non è mai stato conosciuto nè dai Negozianti, nè dagli Scrittori di Europa; e lo stato attuale della navigazione, e del commercio lui-

fce di smentire una tale diceria, ancora meno fondata di quella, che nella Storia generale de' viaggi ci racconta, qualmente prima dell'anno 1493. da una delle Coste Meridionali dell'Africa era stata portata in Europa la prima Cocciniglia, alla quale gl'Italiani, conoscevano l'importanza, diedero il nome di Grana del Paradiso. I posteriori Naturalisti hanno interpretato, che questa supposta Cocciniglia potesse essere il Cardamomo: ma Cocciniglia dell'Africa non si trova chi l'abbia mai conosciuta ecc. Ved. *Boch. Braun.*

le, alla quale quei due celebrati Scrittori non sembrano aver fatta attenzione. Perchè ammessa anche l'agnazione del legno *Brasil* dell'America con un supposto legno *Brasil* nostro antico, e la filiazione del *Brasil* dell'America tratta dal legno alla provincia che lo produce; qual parentela ne nasce egli poi fra il legno e la Grana, per cui l'aggiunto di *Brasil* dato all'uno debba rendersi comune, o quasi cognome anche all'altra? Le tre Carte da noi citate qui sopra nominano *Grana Brasilis*, *Grana Braxilis*, *Grana de Braxile*, legno Brasile non è nominato giammai: e sembra quindi mancar del tutto la forza dell'argomento dei due celeberrimi Autori, che l'identità del legno trovato ne' due Emisferj abbia fatto restare il nome del legno antico alla patria, che lo possiede nel mondo nuovo; perchè il nome *Brasil* nel mondo antico si trova dato alla Grana, e non al legno, che non vi esisteva, e legno e non Grana fu trovato nel mondo nuovo, dove pur Grana non si fa che vi sia. Chi pur volesse sostenere dunque la congettura, che il nome *Brasile* ad un Paese d'America fosse stato portato dagli Europei, dovrebbe accertar prima l'esistenza a que'tempi nel vecchio mondo di un legno *Brasil* tingente in rosso; o lo dovrebbe dir derivato non già dal legno ( detto Verzino ), ma dalla Grana, che fin dal Secolo dodicesimo troviamo chiamata *Brasil*: e che forse o l'uso grande de'color rossi, o la gran copia di un legno tingente in rosso trovata ivi dagli Europei, ( so di aver letto in qualche luogo della Storia gener. de' Viaggi, che appunto una gran copia di piume, e di altri ornamenti tinti in rosso, fu uno de'primi oggetti osservati dagli Europei nel Brasile ) fosse causa, che lo chiamassero il paese del *Brasil*, cioè il paese abbondante di quel colore sì risplendente e ammirato, che sapeano cavarli in Europa da una Grana chiamata *Brasil*. Ma tutto codesto a che serve egli poi? Sia il nome *Brasil*, o da un legno, come è supposto, o dalla Grana, siccome trovati nel Secolo dodicesimo, passato d'Europa in America, ed ivi rimasto a quel legno medesimo, o in altro modo appropriato a quella vasta Provincia. Ma questo nome medesimo donde nacque egli, quando nel vecchio mondo si attribuì o a quel supposto legno, o a quella grana che troviamo nel Secolo dodicesimo? Fra i tanti

nomi che abbiain trovati del Cocco nelle varie epoche della Storia e delle nazioni, questo *Brasil* non è comparso che nelle Tariffe mercimoniali del Secolo duodecimo, e de' più prossimi. Sarebbe egli strano, che questo *Brasil* fosse un roz-zo idiotismo degli Arabi, de' Saraceni, de' Mori, portato a noi colla merce, come tanti altri, dalla Soria, dall' Egitto, dall' Africa, dalla Spagna, e come caratteristico di qualche specie o qualità della Grana ricevuto ne' Contratti, nelle Tariffe, che allor correvano fra le Città commercianti? Il Brasil legno, che non esiste ora, non esisteva nel vecchio mondo, come la Grana non ha esistito mai nel Brasile, ed un legno non si è potuto confonder mai colla Grana. Se dunque non voglia ammetterli la congettura data qui sopra, che la parità del colore ritrovato nel nuovo mondo richia-masse l'idea di un vocabolo attribuito già alla Grana nel mondo vecchio, ci rimarrà di restringerci alla combinazione di un azzardo, raro forse, ma non al certo impossibile, che un vocabolo barbaro, e di origine sconosciuta, si sia ritro-vato in tempi distanti, in paesi assai disparati, fra lingue e nazioni molto diverse, attribuito alla Grana dello Scarlatto, poi alla patria di un legno rosso, ed attissimo a tingere in quel colore.

37. Ma ritorniamo dal Brasile alla Grana. Se dunque appare, che la Grana tintoria con altre merci marittime, fi-no dal Secolo XII. venisse da Pisa per Lucca, a Modena, a Bologna, e forse anche a Ferrara, piuttosto che da Venezia, che pur era ricchissima di ogni commercio; vi farà stata una ragione, forse ignota, ma molto probabilmente di qualche risparmio economico, o di altra maggiore facilità: ma tutta-via non ci si rende più chiaro, di quale specie si servissero a preferenza, potendo trarne i Pisani da tutti i porti e paesi d'attorno al mare Mediterraneo egualmente che i Veneziani.

38. Tuttavolta se si considera, che forse anche allora i Mercadanti, e fabbricatori, e Tintori potevano essere molto allettati dal basso prezzo, che suol nascere dalla vicinanza de' luoghi, e molto più dalla copiosità de' prodotti, verremo tratti assai facilmente a pensare, che forse a quella di Lin-guadoca, e Provenza, che era allora in gran voga, dassero i nostri la preferenza; e potrebb'essere la ragione eziandio

perchè da Pisa la ritraessero piuttosto che da Venezia, cioè per maggiore economia nella spesa.

39. Che poi la Grana fin da que' tempi in Linguadoca, e in Provenza, che era il Regno Arelatense; somministrasse un copioso prodotto al Commercio, l'abbiamo da un testimonio contemporaneo, che abbiain già citato altra volta, ( Ved. n. 12. ) *Gervasio Tilleberienſe* dell'anno 1215. scrivendo della Grana, o Vermiculo, che dall' Elce spinosa si raccoglieva nella parte marittima del Regno d' Arles, della qual Grana conosceva i Vermetti, come abbiain già veduto; racconta la quantità del prodotto, che quegli Alberi somministravano, e i varj prezzi che in ragion di foma, e di libbra se ne ritraevano: ed essere codesto il Vermiculo, del cui colore, in Lana, ed in Seta, ma non già in Lino, si tingevano i preziosissimi panni dei Re; con qualche altra riflessione per cui crediamo, che anche questo suo tratto meriti di essere riportato qui per intiero (a). Deve essere presso a poco di quell'età la memoria di quel Co: *Guglielmo*, che spese Lire 13. di Parigi in 20. Aune di Scarlatto per li Cappucci a' Canonici di S. Maurizio di Savoja (b); e questo fatto con alcuni altri simili servirebbe alla Storia delle Manifatture di que' tempi, se potesse farsi un giusto ragguglio delle misure, e delle valute di quelle età. Ma noi ci contenteremo de' documenti, che provano, che la Grana di Linguadoca era fin da quell'epoca un oggetto considerabile di commercio; *Grana Vermelli* si dice, nominata più volte in una Carta del 1268. fra le Schede del Pref. di Mazagues; e in essa si dice eziandio, che nel tempo della *Vermellata*, ( cioè della raccolta del Kermes ) la Curia d' Arles dichiara ogni anno con un Proclama, che chiunque coglie la Grana nel detto

(a) *In Regno Arelat. & in confinio maritimo est arbor, cujus Sarcina pretium habet 12. nummorum Mergorientium: ejus fructus in fore pretium 50. librarum, ejus cortex ad onus vestis pretium habet 5. solidorum. Vermiculus hic est, quo tinguntur pretiosissimi Regum panni, sive Serici ut Examiti, sive Lanæ ut Scarlatæ. Et est mirandum, quod nulla estis linea colorem ver-*

*miculatum recipit, sed sola vestis, que ex vivo animanteque, vel quovis animato decerpitur, de Os. imper. decis. 3. c. 57. Ap. Murat. Dissert. 25.*

(b) *Contuli . . . . 13. libras Paris . . . . 20 aunas Scarlata . . . . ad facienda Caputia, que predicti Canonici . . . . gestare ruberz dinoscantur. Vid. Du-Cang. V. Scarlatum.*

detto *Crauo*, possa venderla liberamente. *Du-Cang. Voc. Vermellum, Vermellata &c.* Non mancano documenti di quelle età di Abbati, Monasteri, o Signori, che avevano il diritto del *Vermello*, della *Grana* ecc., ma uno dell' Anno 1379. c' insegna, che pagando un denaro per libbra, era libero il venderla, dove piaceva (a).

40. Dovette andar prosperando nelle età susseguenti questo prodotto in tutta la parte marittima della Linguadoca, e Provenza; poichè il *Pena*, e il *Lobelio* da noi già citati altra volta, dopo aver detto, che il *Cocco* ne' varj luoghi d'Italia che il producevano, non valea nè per copia, nè per bontà, ce ne descrivono la raccolta nelle pianure di Narbona, e di Frontignano, insegnandoci, che si vendeva fino a venti soldi di Francia per libbra (b). Ma il *Quinquerano*, e il *Rondelet*, autori contemporanei, e alquanto anteriori alli due sopraddetti, ci dicono qualche cosa di più preciso; il *Rondelet*, che la grana si raccoglie in Linguadoca in copia assai grande (c); il *Quinquerano* vi aggiunge, che la Provenza risente, a dir vero, un ricchissimo beneficio da quel prodotto, cioè della Grana, principalmente dalle campagne di Arles trarsene gran copia, e andarne fino in Ispagna, che a' tempi antichi n' era sì ricca: in quell' Anno ( 1550. ) le dette Campagne d' Arles averne dato il valore di undicimila Ducati d' oro (d).

(a) *Hem habet jura grana Vermelli, pro quo jure solvitur pro qualibet libra unus denarius, & ipsi homines portant vendere, ubi volunt.* „ *Id. loc. cit.* „ Nel Secolo decimosesto le cose dovevano essere cambiate perchè il *Coris*, o *Curcio Simphoriano* nel suo rarissimo libro intitolato: *Hortorum libri triginta Lugdun.* 1560. ci informa, che alla Raccolta del Vermiglione nella Gallia Narbonese al suo tempo vi concorrevano in gran numero vicini, e lontani, v' intervenivano i *Legulei* per conservare il buon ordine; e i Mercadanti andavano a comprarlo sul luogo; e pare anzi che lo comprassero da que' *Legulei* Lib. 26. C. 17.

(b) *Valet singula libra Cocci 22. interdum vicenis assibus gallicis.* Scrivevano del 1575., ed alla fine del Secolo.

(c) *Satis magna copia colligitur in Gallia nostra Narbonensi, vocaturque Vermillon &*

Tom. VII.

*Gallis graine d'Elgarlate.* „ *De Testac. lib. 2. c. 4. 1554.*

(d) *Certe Provincia nostra uberrimum ejus feturae beneficium sentis &c. . . . Observatum est hoc anno ( 1550. ) ex campo lapideo Arelatensi agro hunc proventum undecim aureorum millibus aestimatum.* „ *De Laudib. Provinc.* „ Il medesimo *Quinquerano* ci dà un'altra notizia assai più importante e precisa circa i prezzi, a cui si vendeva ivi la grana: cioè, che il fiore, o sia i vermetti sgranellati, cioè usciti dalla vescichetta, o pallucola, che forma la grana; quel fiore dico, si vendeva a parte, e il suo prezzo era per ogni libbra *Aureus solatus*: la grana poi così sfiorata, cioè le vescichette con quel che vi restava di vermi, si vendeva la quarta parte dell' Aureo. Converrebbe sapere a quante lire d' allora corrispondesse quell' *Aureo solato.* ( *Id. ibid.* )

I i

41. Se questa fu forse l'epoca più ricca e più lucrosa per il Commercio della Grana di Linguadoca, le antecedenti erano state più celebrate: non dirò già, se il lusso, e le pompe in quelle Provincie siano state nel Secolo decimoterzo e decimoquarto maggiori ivi, che altrove, o nelle età posteriori: ma pur sappiamo, che il color Cremisi, il Vermiglio, o Scarlato vi si usava in gran copia, e fino ne' funerali; e i Poeti principalmente non rifinivano di cantare il bel *Cramossy*, e il Velluto Vermiglio,

Fresc, & biu de ses coulouretos

Coumo las rofos hermeilletos (a).

42. Le grandi Città dell'Italia avevano già in que' Secoli le loro Fabbriche di panni in Lana, ed in Seta di molte guise, come rilevasi da gran numero di Documenti, e dal medesimo *Muratori*, e si distinguevano fra le altre Firenze, Genova, Roma, Verona, Padova, Milano, ed erano fornite egualmente di Tintorie. E il gusto deciso di quelle età pei colori fondamentali, e fra tutti gli altri pel rosso, ci dee far credere, che infinito fosse il consumo di questa Droga, non solo pei Cremisi e Scarlatti, colori fin d'allora considerati come toni diversi del rosso (b), ma ancora pei Violati, e Morelli, con tutte le loro degradazioni, ne' quali entrava egualmente la Grana: e che in conseguenza, anche in riguardo della vicinanza de' luoghi, grandissima copia dovesse trarsene di Linguadoca, e Provenza. E se si considera che in que' tempi nacquero, o crebbero almeno, e si diffusero per tutta l'Italia i Torneamenti, e le Giostre, e gli altri spettacoli pubblici, i solenni festeggiamenti per nozze, o per altre straordinarie occasioni, ne' quali oltre agli altri corredamenti del lusso, usavano Signori, e Principi di regalare grandissimo numero di vestimenti, dee rimanerne necessariamente ammirato, massime in tempi stimati altronde rozzi, e meschini. La sola Relazione conservataci dal sempre

(a) Una raccolta di simili testimonianze può riscontrarsi presso il *Redi* nelle Annot. al suo *Ditirambo*; ed ivi pure il gran lusso usato in que' tempi non solo in Provenza, e nel resto della Francia, ma anche in Firenze ne' funerali de' ricchi, e nobili

per ogni genere di acconciamenti, e vestiti in Panni, Velluti, Sciamiti di Scarlato, e Vermiglio, ecc.

(b) Cioè non fatti, e denominati all'azzardo, ma con regole particolari determinati, e distinti nella pratica de' Tintori.

chi. *Muratori*, dell' *Ordine e Magnificenze*, che da Magistrati, e pubblici Rappresentanti teneasi in Roma ne' solenni ricevimenti di Ambasciatori, e gran Principi, che vi capitassero nel tempo, che i Papi sedevano in Avignone; per il gran numero non solo de' Signori, e de' Corpi, ma delle Compare, e Corteggio, distinti per varietà di Vestimenti, e *Divise*, combinate a molti colori, in Lana, ed in Seta, ne' quali lo Scarlatto, e il Rosso Vermiglio per lo più campeggiavano sopra tutti, può darci una vasta idea dell'estensione di codeste Manifatture, e del consumo che dovea farsi di questa Droga (a).

43. Può dirsi, che le Arti in que' tempi, e fino al Secolo decimosesto per riguardo all'Europa si trovavano ristrette quasi nella sola Italia, nella quale ricrebbero di mano in mano, che nella Grecia piegarono alla totale rovina: e dal momento che quivi cominciarono a coltivarli con maggiore attenzione, comparve in loro soccorso anche la Stampa, e da qualche monumento, che essa ci ha preservato anche sopra l'arte tintoria, riconosciamo la grande varietà delle tinte, e delle droghe che fin d'allora vi s'impiegavano.

44. Il Veneziano *Giovan Ventura Rosetti* verso la metà del Secolo decimosesto pubblicò un Libro sopra l'Arte Tintoria, che è un trattato pratico de' più accurati processi dell'arte, da lui raccolti con molto studio peregrinando nelle Città di Napoli, Roma, Genova, Firenze, ed altre d'Italia, dove quest'arte era in più alta riputazione (b): ed è mirabile il numero, e la varietà de' colori nella Scala de' rossi principalmente, rosati, rossi, scarlatti in grana, Cardi-

(a) I documenti di tutte le cose afferite in questo paragrafo possono vedersi raccolti nella Dissertazione XXIX. del *Muratori*. Noi ne addurremo d'altronde due soli fatti per prova: nelle nozze di *Galeazzo Visconti* con *Beatrice d'Este*, mille persone furono regalate di vestimenti. V. *Corio Stor. di Mil. Part. 2. p. 367. ad Ann. 1300.*, e v'è chi scrive, che non mille, ma settemila furono le vestimenta *pannorum bonorum* distribuite in quella occasione. Così nelle feste fatte da' Genovesi per la vittoria contro Savona (1217.) *innumerabili*

*lia indumentorum paria a Potestate . . . fuerunt . . . laudabiliter erogata.* „ La detta Relazione dell' *Ordine e Magnificenza* si trova ivi pure. *Dissert. 29. p. 855.*

(b) Ne daremo qui il titolo per esteso. „ *Plischo de Larte de Tentori. che insegna tenger Panni, Tele, Banbasi, et Sede, si per Larte maggiore come per la comune.* „ In fine. „ Composto per *Giovanventura Rosetti* provisionato nello Aisenà dello Illustrissimo Senato Venetiano. In Venetia per Francesco Rampazetto. 1540 (in piccolo 4to).

nalefchi, Vermigli, poi i composti violetti, Pavonazzi, Morelli, ne' quali entrava o in tutto, o in parte la Grana, sia in lana, o in seta, o in ogni genere di pelli, di pelami, e di piume, trovandosi bene spesso unito ad essa, o anche solo il Verzino, che era già in uso fin da quell' ora.

45. Io ho voluto citar qui questo Libro, che essendo il primo, o certamente il migliore uscito in Italia su tal materia fin da tal tempo, può riguardarsi come il modello, o la base di tutti quelli, che sono stati scritti dappoi in Europa, e ci somministra molte notizie relative al nostro argomento (a). Primieramente egli parla dell' arte tintoria non solo come già molto antica, e coltivata in Venezia, ma ancora come diffusa, e molto perfezionata nelle più cospicue Città dell' Italia, come Mantova, Milano, oltre alle già nominate qui sopra, e quasi in ognuna di esse ricorda i nomi de' Tintori in quel tempo più accreditati. E come egli fu il primo testo, su cui i Francesi nel principio di questo Secolo studiarono le vere regole di quest' arte, che furono poi da loro medesimi colla Chimica perfezionate ed estese; così può dirsi, che quanto al sostanziale de' metodi, e delle cose pochissimo vi si è aggiunto finora: bensì alcuni generi più perfetti fra le materie tintorie, e fra i mordenti, poi un' esattissima precisione, e molto più lume, e sicurezza di Teoria.

46. Quanto all' antichità dell' arte in Italia, e specialmente in Venezia per tutta prova basterà questa sola, che fin dall' Anno 1429. trattandosi di riformare la *Mariegola*, cioè Matricola della Scuola, o Compagnia de' Tintori, si trovò essere quest' arte di una antichità immemorabile nella Repubb.; e furono motivo della riforma *molti Capitoli, ed*

(a) Questo libro del *Plicho* fu poi tradotto in Francese, e stampato in Parigi l' Anno 1716. con approvazione e privilegio del Re, e gli fu dato il titolo di „ Suite du Teinturier parfait . . . Ou l' art de teindre les Laines, Soyes ecc. . . . comme il se pratique a Venis ecc. . . . traduit de l' Italien “. Il Traduttore nel suo Avvertimento ripete questa dichiarazione che il Libro è Italiano, e nel dare il contenuto di tutta l' opera, loda molto il

metodo del *Rosetti* per alluminare le Stoffe, cioè per dare i Mordenti, confessando essere un ottimo metodo per fissare i colori „ ceque nous n' avons point en France “. Mr. *Nellor* celebre trattantista di Tintoria si è vendicato di questo Traduttore chiamandolo un ignorante, che non conosceva nè i principj, nè i termini dell' Arte, e che ha fino copiato male i processi buoni e cattivi ecc.

*Ordini per essere antiqui resi inutili e inosservati.* Ved. Janon. T. 3. lett. 6.

47. Fra le cose poi che impariamo da questo Libro, noteremo queste due sole: la prima che la Cocciniglia non gli era nota. Fra tante specie di Grana, che Egli distingue, la Cocciniglia non si vede mai nominata; segno che fino all'anno 1540. ella non era ancora comparsa in Europa, o almeno in Venezia, o che almeno non era ancora in commercio, benchè il Messico fosse stato già conquistato fin dall'Anno 1521. (a). La seconda, che al suo tempo erano note e in commercio quasi tutte le specie del Cocco Antico; e ne veniva d'altri Paesi non ricordati dagli Scrittori di questa Droga. Nel suo Capitolo, che potiamo dir terzo, intitolato *della Grana, over Kermes*, volendo annoverare le varie specie di Grana secondo il grado della bontà, nomina prima *la grana de Armenia*, poi *la seconda è de Asia, ovvero Barbaresca di più Provincie*, la terza è *la Spagnola*: e sembra poi che ne voglia distinguere le specie, dicendo la prima essere rotonda *come la Lenticula*; (peggio è che le chiama *frutto de alcune fermente . . . come è il braccio umano*) ma la Spagnuola dice nascere *su' rami molto sottili*, e la migliore esser quella raccolta di terra, cioè caduta spontaneamente, che *il Collegio de' Medici adimandano galates*; e *la seconda de Soria e Andabsi di Armenia*, e *dapoi questa e quella di Soria, e di Licinia*, e *la Dredana*, e *quella che viene de Spagna*: e questa ripete essere raccolta in arbori più piccoli; e dice che chi la coglie, la meschia con foglie della sua pianta, *le quali foglie* ( per non essere forse egli solo ad ignorare i Vermiculi, soggiunge ) *genera alcuni Vermì, ovvero Lumaghe*. In tutto il qual tratto non ci farà maraviglia, che non abbia nominata la Provenzale, avendo trascurata egualmente l'Africana, la Greca, ecc.

(a) Lo Spagnuolo *Lacuna*, che scrisse dopo il 1550. fu uno de' primi, che scrissero sopra la Cocciniglia, poi gli altri Spagnuoli che vennero in seguito: ma *Gio. Baubino*, che visse fin verso il 1615. non conobbe la Cocciniglia se non per quanto ne aveva detto il *Lacuna*: e i redattori della sua opera grande *Hypoth. Plantar. Univerf.*,

stampata nel 1651. non vi hanno aggiunto nulla di più; tanto è vero, che la Cocciniglia dovette tardar molto a divulgarsi in Europa. Vedremo tuttavia in qualche luogo, che ella si dilatò prima che altrove in Italia, e cominciò a comparirvi poco dopo il tempo del *Plerbo*, e vi produsse notabili cambiamenti.

48. Bensì nel corpo dell'opera, e dove tratta del tingere in Seta, ricorda molte e diverse specie di Grana, distinguendola secondo i gradi delle rispettive bontà, per rapporto al fornir molto e più perfetto colore: le principali e più frequentate da lui si vedono essere la Grana di Corinto, Grana di Levante, Grana di Barbaria, poi Grana di Ponente, Spagnuola, Valenzana, Provenzale, item della Marca, Schiava, Ragusea, e d'altri luoghi, e in ultimo Grana da Cimera, che io non saprei dir cosa sia. Così ci dà Egli ancora le quantità, che di ciascuna di queste grane si esigono per aver buono e perfetto colore; determinandole una per una; d'onde risulta, che fra quelle di Levante, e le Spagnuole che tengono li due estremi, essendo l'ottima quella di Levante, la Provenzale sembra tenere il luogo medio di qualità, cedendo però di un grado a quella di Valenza, e pur di un grado vincendo quella di Barbaria. Al contrario parlando del *Cremesino*, che sembra essere un impasto di grana, corrispondente a quello, che i Francesi chiamano *Pastel*, e del quale sembra ch'egli si serva per preferenza nelle tinte fine di seta, è notabile che quel di Ponente, e della Marca sono anteposti, non solo al Raguseo, ma fino a quel di Levante, ridotto all'ultimo luogo.

49. Le quali differenze di bontà e di stima fra le grane, che in que' secoli si commerciavano, le ho volute qui riferire, parendomi che aggiungano qualche peso a quella mia congettura, che quella grana che commerciavasi fra Lucca, Modena, Bologna, e Ferrara, non solo venisse di Pisa, ma fosse probabilmente di Provenza piuttosto che qualunque altra: parendomi che quella sola e non qualunque altra potesse determinare le speculazioni economiche di questi nostri mercadanti mediterranei al mercato di Pisa, anzi che a quel di Venezia; perchè trovavasi codesta Grana di Linguadoca, e di Provenza di bontà media, come grana, e di prima come *Cremesino*, cioè *Pastello* fra tutte quelle, che erano allora in maggior corso, dovevano rivolgersi ivi senza esitanza, sia per averla di prima mano, sia quel che importa vie maggiormente, per averla molto più fresca.

50. Io ho un'altra Osservazione da presentare a V. E. da questo *Plictho*, che le parrà forse inaspettata e curiosa.

Abbiamo già osservato, che questo Autore non nomina la Cocciniglia, la qual di probabile fino a quel tempo non era ancora entrata in commercio: così è notabile, che conoscendo egli sì estesamente, e prescrivendo, ed usando in tanti modi la Grana, anzi pur tante Grane, e tutte le grane che si affollavano su i mercati, la sola Grana Brasile, che abbiamo trovata sì spesso ne' secoli antecedenti, non si trova pur una volta da lui nominata. Al contrario egli conosceva molto bene il Legno Verzino, e lo nomina, e lo adopera spessissimo, e talvolta anche unito alla Grana, in tutti i colori rossi, e in quelli che ne dipendono. Ora col Verzino egli conobbe anche il Brasile, che si trova da lui chiamato *Brasil*, *Brasilio*, *Braxilio*: ma quel che nessuno si aspetterebbe, quel suo Brasilio non è altrimenti il Legno Brasil Verzino, egli è un'altra cosa, che non è nè Verzino, nè Legno. Non è Verzino, perchè non sono mai nominati promiscuamente, come de' Sinonimi si usa, nè nemmeno nelle medesime composizioni, ma separatamente, e in diverse composizioni e colori, ciascun da se solo. Non sembra poi nemmeno Legno, perchè laddove preparando il Verzino egli ordina „ *chel sia tagliato menuto come si solita* “ e altrove „ *Vergino, e raspalo con una Raspa* “ al contrario per il Brasilio si contenta che sia *pesto* „ *Braxilio pesto sottile* “: anzi non è legno sicuramente, perchè altrove lo chiama „ *Brasilio da Tentori*; cioè *del fiore*; *quando che è de quello, mettine un poco*, ecc. “ ( come se ve ne fosse di più qualità, o gradi ): e altrove finalmente „ *Brasilio de Tentori, cioè fior de guado* “ (a). E per levare affatto ogni dubbio ripeteremo, che del Verzino ei si serve a fare Scarlatti, pavonazzi, e qualunque altro rosso: ma del Brasilio, eccetto il caso di farne *Ace, over filo, o tela in rosso*, nel qual caso il Brasil bolle con *Lume de Rocca*, cioè con allume; in tutti gli altri il Brasil serve principalmente pe' Verdi, e sopra tutto *a far Verde sopra giallo*, che è la sua frase.

---

(a) Altra prova che il Brasilio di questo Autore non sia, nè Verzino, nè legno mi sembra questa, che dove tratta del tingere le pelli, *terrai*, dice, *tanto brasilio che ba-*

*si, e dagli lo con il penello*: operazione che non si può far col Verzino senza una previa preparazione.

51. Dalle quali considerazioni risulta, s'io non m'inganno, che il nome Brasil, Braxile, o Braxilio, con cui noi ora intendiamo l'Americano Legno Verzino, qualunque ne sia la provenienza, e l'origine, ne' tempi andati non è mai stato in Europa aggiunto, o nome di un Legno rosso; bensì dal secolo duodecimo al decimoquarto si trova aggiunto al nome di Grana, che è rossa, ma non è legno; alla metà del Secolo decimosesto si trova nome del fiore, o secula, o succo, o estratto, o impasto qualunque del Guado, che non è nè legno, nè rosso, e serviva anzi principalmente pe' verdi. Se dopo quel tempo lo troviam dato al Legno rosso di America, altrimenti detto Verzino, e al paese che lo produce, potrà ben essere, che ciò sia avvenuto perchè gli Europei portandol seco nel nuovo Mondo, gli ne abbiano per qualunque azzardo, o ragione attribuito: ma l'esistenza di questo nome per quanto antica in Europa, non formerà per se una prova, che l'America avesse in tempi anteriori comunicato col vecchio mondo; come nemmeno il passaggio supposto di questo nome dall'Europa all'America non prova la preesistenza quassù di quella pianta medesima, che intendiam ora col nome di Legno Brasil del Brasile.

52. Per finire di stabilire, se è possibile, l'opinione sopra questo particolare, vi aggiungeremo ancora una riflessione. Abbiam veduto nel testo del *Bellonio* riportato qui sopra ( V. la Nota annessa al n. 11. ), siccome in Creta si usava di scernere col Cribro la grana in due sorte; cioè nel pulvisculo rosso composto de' Vermicciuoli, che poi chiamavano fior di Grana, e nelle Vesciche che ne rimanevano vuote. Del fiore, pigiando leggermente insieme colle dita que' granellini, e leggermente schiacciando que' Vermicciuoli, perchè non nascessero, ne formavano delle pallottole, o globi della grandezza in circa di un uovo; il *Bellonio* la chiama polpa, cioè il fiore, o succo del color pretto, e dice che valeva il quadruplo dell'altra sorta, cioè delle vesciche, o bucce sfruttate.

Da un altro passo del *Quinquerano* abbiamo veduto l'istesso metodo praticato egualmente in Provenza, e anche ivi il fiore venderli il quadruplo delle Vesciche ( Ved. la N. al n. 40. ). Egli è quasi costante, che in fatto d'arti, e di speculazioni

speculazioni economiche gli uomini in tutte le età, e in tutti i climi dalle medesime osservazioni, in circostanze eguali, son sempre giunti alle medesime conclusioni ed industrie. Così in Candia, e in Provenza, e forse per tutto altrove, l'istesso metodo nel raccogliere la Grana, l'istessa pratica nel prepararla, l'istesso zelo, ivi del *Questore*, che farà l'Esattore, o Finanziere, là de' Legulej deputati dal Magistrato, per mantener la quiete e il buon ordine, tirare a se la Grana raccolta, e dice il *Baubino*, rivenderla a Mercadanti, cioè lucrare su quell'industria pel maggior bene di quella gente.

53. La Grana dunque anche prima di venire al Mercato trovavasi assottita in due qualità, Vermetti in pasta, e Vesciche, fiore, e Membrane, cioè Cusculio, o Scolecio, o Quisquiglie; cioè con quella differenza che si è sempre trovata sotto diverse denominazioni, e vocaboli nella Grana di Linguadoca, e Provenza, e che trovasi attualmente nella Cocciniglia del Messico, divisa ancora per sue particolari ragioni in un maggior numero di qualità e differenze. Veniamo ora al Plictho, e vediamo se queste speculazioni mercimoniali abbiano veruna influenza nella manipolazione degli Artefici.

54. Abbiamo già detto, che il Plictho distingue le qualità della Grana secondo i luoghi che la producono (V. n. 47. 48. ); ma siamo costretti di dire ancora, che ei la distingue secondo le qualità e le forme, in cui il commercio la rappresenta. Quindi è, che volendo dare una norma delle *bontà* della Grana secondo i varj paesi, la divide in due Classi, cioè la prima col titolo di Grana di Levante, di Ponente, di Corinto, di Barbaria ecc.; la seconda col titolo di Cremesino, Cremesino di Levante, di Ponente ecc., colla qual distinzione s'intende chiaro, che per Grana egli intende il Miscuglio più grossolano della Grana intera e sfiorata, cioè delle Vesciche più o meno vuotate del Vermiglio, e de' Vermi, e per il Cremesino intende il fiore, o la Polpa ridotta in pallottole, o in Pasta, secondo la consuetudine de' Paesi. Può essere che alcuni la conservassero forse anche in polvere più o meno grossa, come sembra che fosse quella, che di Polonia, al dir del *Cornaro*, passava in Germania a Franc-

fort ( Ved. N. 32. not. 28. ), ma però libera dalle Membrane, e come risulta dal Plictho stesso, in cui si vede il Cremesino d'ogni paese distinto anch'esso di nuovo in due Classi, cioè Cremesino di Levante, e Cremesino grosso di Levante, e così pure di tutti gli altri.

55. Che poi una tale distinzione non sia nell' arte di puro lusso, e precaria, apparisce, e dalla cosa in se stessa, e molto più dalla diversa preparazione, e dall' uso ch' egli ne fa. Abbiam già notato, che il Cremesino in generale è più forte, e più nobile di colore che la grana sua rispettiva, e può esser colpa della prima separazione, che un Cremesino sia più o meno ricco in confronto della sua propria Grana, o di un'altra. Or quanto all' uso egli è certo, che della Grana ei se ne serve promiscuamente, ma ne' colori più fini, e nelle opere più delicate, pare che il Cremesino abbia sempre la preferenza. La preparazione poi sembra decidere affatto della differenza, che passa fra l'una e l'altro; la Grana si pesta, e *si fa che la sia ben masenada*, e quindi si bolle; *ma lo Cremesino vuol essere smogliato, e vuol stare a moglia secondo la stagion, e massime la instade che si lavora, fa chel sia ben mogliato sopra tutto, e chel sia ben masenato similmente d'avantaggio ecc.*

Altre frasi da lui usate altre volte farebbero pensare, che il Cremesino fosse un composto del detto fiore della grana, e di qualche terra impastatavi per conservarlo, o aggiuntavi nell'atto per affinarlo, perchè dopo la macinatura, e una lavatura, con cui si vuole che passi *per una pezza* affine di defecarlo, si dee di nuovo pestare in un Mortajo di marmo *si chel sia disfatto*: e allora *piglia dicta pasta di Cremesino ecc.*, e similmente, *fa di terra lire vinti di pasta di Cremesino, ovvero altrettanto, secondo che fosse cresciuto, et abbi una strazza, e cola ditta pasta di Cremesino ecc. (a).* Le

(a) Questa operazione entra in uno de' suoi metodi per tingere seta in perfetto Cremesino. Ve n'ha pure un altro intitolato *a tener Seda in color Cremesino perfetto*, che dice essere di Maestro *Mabio Diadato* da Venezia, nel qual vi sono due cose notabili; la prima che in questo vi

entra l'*Entego* in ragione di mezz'oncia per ogni libbra di seta; ond'è che questo Cremesino doveva avere un lampo più scuro, o forse erano tutti a tal atto entrandovi il *poppo*, che io non so cosa sia; l'altra è un Canone, che Egli dà, che da quattro a sei libbre al più di Cremesino si

quali operazioni benchè forse non possano essere ben intese, che da quei del mestiere, ci dimostrano però tuttavia la differenza fra la semplice Grana, e il Cremesino; che è appunto quello che c'importava di dimostrare.

56. Dal fin qui detto parrebbe ne conseguisse, che siccome il Brasilio in mano dell' Artefice si è trovato non essere nè Legno Verzino, nè color rosso, ma un succo, o secula, o composto qualunque di Guado, cioè dell' Isatide, o Glasto, che fin da que' tempi era copiosa nella bassa Romagna: così potrebb' essere, che anche il Cremesino presso i medesimi Artisti non fosse stato altro che una diversa preparazione della Grana, cioè il fiore, o polpa della grana medesima separato dalle membrane, che contengono i Vermicciuoli: parendo, che i varj toni del color rosso, cioè il Vermiglio infocato, e i rossi più cupi dipendessero dalle composizioni, e dai metodi più che dalla sola materia (a). Alla quale distinzione se avessero badato i Comentatori di Meffe, e gli altri Arabisti, ed egualmente i Naturalisti, e Botanici loro riprensori, e fra tutti il *Mattioli*, il *Dalechampio*, il *Baubino*, avrebbero risparmiato reciprocamente a se stessi, ed al pubblico le tante inutili, e recadose leggende, quante pur troppo ce ne hanno lasciate sul Kermes di Serapione, sul grano Kermes de' Tintori, che vogliono essere l'istesso, che il Cremesino, mettendo a conflitto i Greci cogli Arabi, li Scrittori co' Mercadanti, i Tintori cogli Speciali.

57. Se fosse possibile di rintracciar la vera epoca, in cui il Glasto, o Isatide, o Guado ricominciò in Linguadoca, e Provenza ad essere un oggetto di economica speculazione, e di commercio, la qual' epoca potrebbe forse coincidere con quella dell' iniziale decadimento della grana tintoria, ritro-

fa buon colore. Ma vuole essere Cremesino menuto, et Todefco, e farà perfetto colore. Folte mai quel Cremesino Polacco, che vedemmo andare a Francfort? V. N. 32. Not. 28., e N. 60. N. 48., di cremesino Todefco io non ne ho incontrata altra specie.

(a) Li toni de' colori astrattivamente dipendono senz' alcun dubbio dalla perfezione e squisitezza della materia colorante, come professano tutti i Maestri dell' Arte; ma

siccome le materie prime prendono un tono diverso secondo il metodo, con cui si preparano, come si vede nella Grana, e nella Cocciniglia, e fino nel Cinabro, il cui tono cupo o acutissimo dipende dalla maggiore o minore raffinatura della Macinazione; così effettivamente, ed in pratica diventa vero quello, che qui si asserisce, che l'effetto ultimo dipende dal metodo, e molto più dalle diverse composizioni e ingredienti che vi si aggiungono.

verrebbe forse ancora negli Scrittoj mercantili il momento della trasfigurazione de' vocaboli, che non avvertita dai rari Scrittori di quelle età, è stata la cagion vera delle incertezze, in cui tuttavia ci avvolgiamo (a); seppure non vorremo essere del numero di coloro, che descrivendoci con minuziosi dettagli le forme, e gli arbitrarj caratteri dei naturali prodotti, ne trapassano con aria disprezzatrice tutte le vicende, e la storia; come se l'esperienza de' secoli trapassati non fosse degna de' nostri sguardi, e le vicende della cultura, e delle arti non fosser parte della tanto vantata filosofia, nè appartenessero alla Storia dei varj ondeggiamenti dello spirito umano.

58. Vedrebbe forse, che quella inesplicabile forza per cui le opinioni, le costumanze, i gusti, e i linguaggi per gradi impercettibili perpetuamente declinando si mutano, avendo fatto che la parola *Brasil* (comunque nata e introdotta) dal secolo duodecimo al decimoquarto servisse ne' Mercati, e nelle Officine ad esprimere l'impasto del fior della grana, per distinguerlo dalle grane in membrana, o vescica, cominciò quindi a cambiarne l'uso, e il valore; e furono forse i progressi dell'arte tintoria non meno, che quei delle Lettere, che motivarono un tal cambiamento. Tentati di mano in mano, e felicemente introdotti nuovi metodi di tintura, nuove combinazioni nella degradazione, e varietà de' colori, andò crescendo anche il numero delle materie tintorie, e bisognò aver nomi nuovi per distinguer con precisione, e le materie, e i lavori. Gli Artefici avranno o riflettuto da se, o imparato dagli eruditi, che il nome di Kermes, e Cremes-

(a) Antichissimo è l'uso del Gualdo, o Guado, per tingere le lane in ceruleo cupo, i Galli ne faceano grand'uso, e *Cesare* trovò che i Britanni se ne macchiavano in guerra; *Plinio* vi aggiunge, che le lor Donne se ne tingevano tutto il corpo, e in alcune feste anche nude, per imitare gli Etiopi: ne' secoli oscuri non se ne trova menzione alcuna, ma nel secolo decimosesto se ne trova la coltura nella Spagna, ove chiamavasi Pastel, nella Provincia Bretagna sotto il nome di Vouede, nella Provenza, ove le Pastiglie o Glebe del Guado

già preparato adottarono il nome di Pastel come quelle della Grana: In Italia si chiamò sempre Guado, o Gualdo, come vedremo nella Nota seguente. Può essere che la gran copia del Guado pregiudicasse alquanto alla Grana; ma il vero decadimento di questa deve principalmente all'introduzione della Cocciniglia, che andò crescendo di mano in mano; come quello del Guado seguì all'introduzione dell'Endaco, color più copioso, e più splendido, che trovavasi già nominato anche nel *Pictorbo*.

fino era più adatto ad esprimere, o una parte della materia, o uno de' rossi che cavanti dalla Grana, e quindi al fior della Grana avranno abituato col tempo invece del vecchio, e insignificante *Brasfil*, il Kermes, e Cremesino, che facilmente divenne promiscuo fra la materia tingente, e la tinta, come vediamo verificato nel *Plictho*. Se l'arte intanto erasi arricchita di un nuovo genere, se il Guado, o Glasto crescendo già nella Marca, nella Romagna (a), nella Provenza, si era già affacciato ai mercati, ed era entrato nelle Officine, se il nome di *Pastel* datogli dagli Spagnuoli, e adottato dai Francesi non piacque forse a tutti i Mercadanti, o Tintori, se la sua forma era tuttavia di una pasta, o di una sostanza precisamente manipolata, e impastata a somiglianza appunto delle pallottole, o pastiglie del Cremesino; qual meraviglia che gli Artefici trasferissero a questa pasta il nome tolto a quella di Grana, e mutassero in Brasfilio la nuova pasta del Guado, come il vecchio Brasfilio del fior di Grana era stato mutato nel Cremesino?

59. Ma io mi abuso soverchiamente della di lei sofferenza. La rarità del *Plictho*, Libro classico nel suo genere, primo Maestro dell'Arte tintoria Italiana, e Francese, le importanti e nuove notizie in esso scoperte sulle varie significazioni della parola Brasile, mi hanno sedotto a ripigliare in questo luogo, cioè fuor di luogo, la discussione di questa ricerca, dall'istesso ch. *Muratori* riputata curiosa e interessante. Interessanti sono sempre le vicende delle cose tutte, che servono all'Uomo, al quale tutte si riferiscono, e ne dipendono direttamente. Curiosa è questa di un Vocabolo esotico, estraneo all'Europa, e a tutte le lingue note; predestinato con tutto ciò all'Arte tintoria e ai colori: che in Europa servì prima alla Grana, indi al Guado; portato in America, divenuta teatro delle Conquiste, vi conquistò un ampio

(a) „ Guado ( dice il *Plictho* ) si fa d' un'erba, che nasce in Romagna, e nomasi Erba Gualda “ di quest' erba se ne servivano in massa per fare la Tina, che è il bagno madre, o matrice di tutte le tinte; Ma quel che chiamavano Brasfilio, era, come è ivi spiegato, il fior de Gu-

do, cioè il Pastello. Coltivavasi copiosamente non solo in Romagna, ma ancora nella Marca, e trovasi ancora nell' una, e nell' altra di dette Provincie una Terra col nome di Gualdo, derivato dalla coltivazione del Guado.

Regno ancor egli, e una pianta ricchissima di colore. Salito a tanta celebrità e fortuna, le sue vicende però non cessarono di essere per l'Istoria un Mistero. Regnava egli già nell'America, ma non aveva però abbandonata l'Europa; nell'Officina del Plictho il fior di Guado chiamavasi ancora *Braxilio*; e quello che è anche più strano, il legno Rosso Americano, che veniva dal Regno Brasile, nell'istessa Officina, che è quanto dir nel Commercio, chiamavasi Vergino, e Verzino, non mai Brasil, nè Brasilio. Tanto è lontano, che il legno Brasil dell'America debba il suo nome ad un Legno Brasil dell'Europa, che fino al 1540., cioè quarant'anni dopo quella Conquista, per Brasile in Italia intendevansi il Guado; e il Legno Rosso, che ci veniva dal Brasile, portava seco il nome *Verzino*; nome probabilmente italiano piuttosto che portoghese; e Dio fa mai di quale significato ed origine! Ma tutto questo potrebbe far sospettare, che il nome Brasil in America dato da prima al paese, non si fosse se non molto tardi comunicato al suo Legno Tintorio, cioè per la ragion del Commercio, come vediamo de' Nanchini, delle Batavie, che ritengono i nomi delle lor patrie: Il che però quanto al Brasile, sarebbe al contrario di ciò che erasi creduto comunemente. Peggio è per la gloria di questo legno così famoso, che i nostri grandi Botanici non l'hanno ancora stimato degno di essere ammesso nelle loro Classi; il Legno Brasile nella moderna botanica è non ancora classificato. *Brasiliium J. B. Casalpinia? (signum dubitantis) Arbor Brasilia dicta. Linn. Gen. plant.*

60. Del rimanente fra le cose bastantemente provate parrebbe potersi tenere almen questa, che il Cocco basico, Vermiculo, Kermes, or Grana da tingere, di tutte le droghe nobili di antichissima Data per le tinture, sia fra le prime; antica almeno quanto le porpore: e se deve essere stato più facile di accorgersi di codeste bacche su gli arbofcelli, che non di quelle chiocciole nel mare, potrebbe credersi la sua tinta più antica ancor delle Porpore: nella Scrittura si trovano contemporanee, per lo più anzi accoppiate, Porpora, Bisso, Giacinto, e Vermiculo. Col tempo il Cocco divenne Blatta, poi Kermes, ed era confuso già colle porpore, o ad esse piuttosto sostituito, quando fra' Mercadanti, e

Tintori cominciò ad essere *Grana Brasil*, *Vermillon*, *Cremesino*, con tutte le altre vicende, che ne abbiám già toccate, e fu sotto quel nome strano di Grana de Braxile, che V. E. la vide mercatantando fra Bologna, e Ferrara: Da lungo tempo la Scuola Arabica lo aveva insinuato nelle officine de' Farmacisti, de' profumieri, de' Seplasiarj, quando la Cocciniglia, specie ancor essa di quella razza, o genere almeno della famiglia, ma di un sangue più delicato, di un color più ricco e vivace, venuta fin dall'America ritrasse a se l'ammirazione, il concorso degli Artefici, de' compratori; fu accolta nelle officine, e trionfò ormai sola per tutta quasi l'Europa, non solo nelle tinture, ma buona parte in tutti gli altri usi, che appartenevano ab antico alla Grana (a). La

(a) La scoperta della Cocciniglia nel Messico non saprei dire di quanto fosse posteriore a quella del Messico stesso, riferita all'Anno 1521. Quanto alla sua venuta in Europa abbiamo citato il *Lacuna* (n. 47.) che fu de' primi a scriverne; e se si deve riferire alla Cocciniglia un' espressione del *Mattioli*, converrà credere, che poco dopo la metà del Secolo decimosesto la Cocciniglia si trovasse già molto diffusa nel Commercio, e nelle Arti d'Italia, portasi adesso (dice egli lib. 4. c. 50.) una forte di Cremesino nuovo dall'Indie Occidentali per via di Spagna, la qual per esser già fatta copiosa in Italia, ha fatto di gran lunga calar di prezzo i panni di Seta di tal colore. Un Cremesino, che veniva a quell'età dall'America per via di Spagna, non può essere che Cocciniglia. Il qual fatto essendo pur vero ci dà occasione di maravigliarci due volte, la prima che il *Mattioli* avendo veduto la Grana in Boemia, dove non vi è, e non veduta in Toscana, dove pur n'era, riferisca per Cremesino la Cocciniglia, che ci veniva dall'America, senza forse neppur vederla: l'altra, che i Botanici Oltramontani così rigidi riprensori di questi nei del *Mattioli*, non avessero per tutto il Secolo XVI. avuta notizia di tanta copia di Cocciniglia, che avea già nell'Italia ribassati i prezzi alle tinte di Seta. Che che ne sia del *Mattioli*, e degli altri, trovo che anche *Cardano* ci racconta l'istessa cosa: *Adveniunt ad nos nunc animalia pro purpureo colore serici conficiendo, similia Cimicibus, a quibus sublata sunt*

*capita, unde precium serico rubenti immixtum ferme ad dimidium: e dopo altre cose sopra il rosso della Pimpinella soggiunge: quatuor librae ex hac materia (cioè di quel rosso di Pimpinella) in singulis serici libras exiguntur: ex Indica vix seltbra, quod pura sit & sicca: atque ideo minus tenax hic color, minusque vividus. Cardan. de subtilit. Lib. 9. Ved. qui sopra n. 32. N. 28. n. 55. Not. 44. Dalle ultime parole di questo testo bisogna inferire, che quella Cocciniglia fosse male preparata in America nel raccoglierla, o che qui i nostri non sapessero ancora l'arte di trarne bene il colore. Ma ne risulta però ad ogni modo, che la Cocciniglia (giacchè nemmeno questo testo non si saprebbe riferire a nessun'altra droga, e *Indica* in questo luogo non vuol dire che Americana), era già accreditata in Italia prima dell'Anno 1560., nel qual anno fu stampata la prima volta quest'opera del *Cardano*; e che fu introdotta nell'intervallo dei venti anni che corsero fra la Stampa del *Plicho*, e dell'*Op. del Cardano*. Sarebbe cosa lunga, e troppo fuori del nostro proposito il rintracciare le vicende della Cocciniglia del Messico in tutto il corso del Secolo decimosettimo; perciò accenneremo soltanto lo stato, in cui trovavasi il suo commercio dopo la terza parte del Secolo presente. Dicono essersi calcolato nel 1736., che 880000. Libbre francesi di peso di Cocciniglia entravano ogni anno in Europa dal Messico, e che questo Commercio si valutava a quindici milioni di lire parimenti di Francia: Lib-*

Grana presso che abbandonata, si ricovrò a pochi vasi degli Speciali, e a pochi Manipolatori dell'Unguentaria, e della Cosmetica. E già gli Alchermes, le Giacintine, nomi al presente quasi più celebri per l'antichità che per l'uso, le essenze, le Tinture, i Giulebbi, sia di Cocciniglia, o di Kermes, accreditati alquanto più per la grazia, che per merito di valore; così pur le Lacche pei Dipintori, i Carmini, o Rossetti, son tutti oggetti estranei egualmente al presente argomento: e di questi ultimi in quanto ajutano, o mentiscono la bellezza, abbiamo dovuto in altra occasione dirne pur qualche cosa (a).

61. Così non forse avessi io trascorso anche in questo, e parlato forse assai troppo sopra la Grana, di cui Ella non mi cercò che un sol fatto, o accidente della sua Storia! Che ardirei forse di aggiungerle qualche altra mia congettura sul proposito di quelle membrane porporiformi, delle quali mi disse Ella trovarsene alcuni esempj attualmente superstiti in qualche Archivio in Bologna; all'occasione delle ricerche statemi fatte sopra il celebre Codice Auripurpureo della Biblioteca Elettorale di Monaco per determinare l'età, e la natura di quel colore, supposto generalmente di Porpora; perchè avendone finalmente potuto avere un segmento, e tentatolo con tutti gli agenti chimici, mi è sembrato di potere determinare, che quella tinta non solo non sia fatta del succo Porpora, ma che molto probabilmente si debba credere fatta di Grana. (Esperimenti sopra la Tinta di una Membrana porporiforme).

62. E veramente furono in uso codeste Pergamene, e Membrane,

gna aggiungere, che un'altra notevole quantità se ne raccoglie al Perù (Ulloa l. cit.). Queste somme nei cinquanta e più anni che sono decorati dopo quell'epoca faranno forse smisuratamente crescere. Chi volesse però fare un ragguglio del consumo presente di questa Droga col prodotto, che dava la vecchia Grana di Linguadoca alla metà del Secolo decimosesto (V. n. 40.) dovrebbe riflettere, che la Grana di Linguadoca non era forse la decima parte del consumo che allora se ne faceva, avuto riguardo alle

tante piazze, e Provincie che ne mandavano; considerando poi l'accrescimento del lusso, e in conseguenza delle manifatture, e delle arti, e l'immenza consumazione che ora si fa della Seta in paragone di que' tempi, intenderebbe la ragione della grande ampliazione di tal commercio, con tutto che inoltre la Cocciniglia sia ancora di tanto più ricca nella produzione del colore.

(a) In una Memoria intitolata „ Del Purpurificio, e de' sei colori detti preziosi presso gli Antichi “.

Membrane, e forse anche altre materie tinte in Porpora vera fino da' tempi non tanto bassi, poi più, e più ne' più bassi, come mi sembra di avere dimostrato in quella occasione con vevoli documenti. ( *Del Codice Auripurpureo ecc. ecc.* ). Ma tolta poi la possibilità delle Porpore, e durandone tuttavia il desiderio, pare si continuasse anche ne' tempi infimi e barbari ad imitare somiglianti tinture porporiformi, alle quali sembra nissuna cosa potesse essere sì atta, quanto la Grana. ( *Id. ibid.* ). E ce ne restano in fatti le prove non solo ne' monumenti qui sopra accennati, e in altri moltissimi da me altrove citati, ma eziandio ne' precetti dell' Arte, che duravano tuttavia: perchè non solo nel Plictho il terzo libro è tutto occupato dei metodi di tingere in pelli, e membrane, e le rosse vi si tingevano in Grana. Ma in quel barbaro Ricettario da noi citato qui sopra presso il Ch. *Muratorì*, ( Ved. N. 28. not. 23., e N. 55. not. 44. ) dove non parlasi mai di vestiarij nè in Lana, nè in Seta; vi sono le Tinte dei *Pargamina* ( Pergamena ), e i *Pandii*, e gli *Alithini*, che sono sempre rossi, ed in pelle; poi la formula generale „ *Tinctio Ossuorum, & omnium Cornorum, & omnium lignorum* “ che semba essere per lo più in rosso, e i rossi in *Hermiculo*, e in *Porphire*, che sono i rossi suoi principali.

63. Adunque di Carmini, e di altri arnesi della cosmetica, e delle tinte porporiformi, forse di Grana, Ella ne avrà di meno la noja. Ma io le ne debbo ad ogni modo aggiungere un'altra; e cercherò almeno di restringerla in poche parole. A quel mio Libro sopra le cose attinenti alle Porpore, Ella fa che io vi aggiunsi una Tavola contenente alquante figure di Chioccioline porporarie, al solo oggetto *di dare agli inesperti di queste cose un'idea generale della forma, e figura di queste chioccioline*, come fu dichiarato nella Pref. del Libro stesso; aggiungendo di più, di non pretendere, che tali figure fossero di alcun peso nella determinazione delle specie, e de' nomi, o di queste, o di altre Chioccioline porporifere ( Prefaz. pag. 16. 17. ): e per maggior prova della mia sincera intenzione, non mutai pure una sillaba alla nomenclatura aggiuntavi da chi me ne avea favorito la scelta, e il disegno, assicurando semplicemente, *che della loro identità colle antiche non ci rimanga alcun dubbio* ( *ibid.* ). Due

illustri Scrittori, e l'un d'essi autore d'un'opera insigne; autorizzata da una insigne Accademia, volendo trattare delle chiocc. porpor., e delle loro forme e figure, resero prima onorata giustizia alla mia dritta intenzione; ma torcendo alla negativa la mia positiva asserzione, l'un d'essi mi attribuì questa dichiarazione „ *non già perchè si creda la loro identità colle antiche* “ ( p. 154. ): poi poco dopo correggendomi direttamente, mi suggerisce, che avrei „ *potuto anzi dir solamente un'idea di chiocciolate, giacchè realmente in tal modo ( quella mia Tavola ) non ne offre altra* “. ( ibid. p. 158. ) Se le figure non mie, ma da me date al pubblico, non appartengono ai generi porporarj, io lodo, anzi ringrazio codesti dotti Scrittori, che ripetendo l'uno, e l'altro questa avvertenza, e moltiplicandola nei Giornali anche con replicate edizioni, hanno cercato di preservare il pubblico da un errore; del quale protesto che l'avrei prevenuto io medesimo, se mi fossi accorto di averlo, benchè involontariamente ingannato.

64. Ora dappoichè essi hanno dato saggio, anzi hanno pur confessato spiegatamente di non conoscere le vere porpore; se, gentilissimi come sono, mi avessero interpellato per sapere, se io persisteva nel sentimento già espresso, di credere genuine quelle Chiocciolate „ *senza che della loro identità colle Antiche ci rimanga alcun dubbio* “ avrei loro risposto quello che credo di dichiarare ora a Lei; che le Chiocciolate figurate in quella mia Tavola, se se ne eccettui una sola, ( entratavi, e rimastavi per una vera inavvertenza ), sono specie genuine dei due generi Porpora, e Buccino, e per conseguenza appartengono ai due soli generi riconosciuti, e descritti dagli Antichi per Chiocciolate porporifere.

Ma a V. E. io voglio dire una cosa di più; la lusinga che ho nudrita fino a questo momento di poterle accompagnar queste Carte con una serie di Chiocciolate originali antiche, e moderne di vere Porpore, e veri Buccini, ( o almeno coi loro esatti disegni ) tratte da tal luogo, dove esistono ancora i vestigj delle antiche celebratissime porporarie, e dove da forse venti Secoli in quà non si è cessato mai di conoscere le vere Chiocciolate porporifere, di saperle pescare ed uccidere, di conoscerne la vera parte colorante, e l'inu-

tilità del restante, di saperne i tempi, le proprietà, ed i costumi; dove in fine si saprebbe prepararle per la tintura, se vi fosse chi a ciò pensasse, e compatir quelli che fantasticando a lor modo, e pescando per via di sistemi, scambiano le porpore colle lumache, e fin coi bivalvi.

65. Ma queste Chioccioline originali, con qualche Saggio della loro tinta purpurea, spedite già da sei Mesi, e grazie alla felicità delle nostre comunicazioni, e commercj, non ancor pervenute, rendendo vana questa mia lusinga almeno per ora; e non volendo d'altronde lasciar V. E. più lungamente in sospeso sopra la veracità di quella mia Tavola, mi prendo la libertà di ricordarlene un tal criterio e confronto, in forza de' quali Ella potrà sempre giudicarne, e riconoscere queste Chioccioline da se medesima, e niuna stranezza di nomenclature, o di sistemi ne potrà far mai perdere la cognizione. Non le voglio parlare che delle Porpore, e nominerò con Lei *Plinio* senza ribrezzo, sapendo come Ella conosce e stima la sua inimitabile precisione, e esattezza „ *Concharum ad Purpuras duo sunt genera . . . . Buccinum minor Concha . . . . rotunditate oris in margine incisa . Alterum Purpura vocatur, 1.º cuniculatum procurrente rostro, 2.º & cuniculi latere introrsus tubulato, qua proferatur lingua. 3.º Preterea clavatum est ad turbinem usque, aculeis in orbem septenis fere; qui non sunt in Buccino* “. *Plin. lib. 9. C. 36.* Ci avvertì *Plinio* stesso, che „ *tractamus genera in species multas se se spargentia* “; ora i generi porporiferi sono due soli: le specie e le varietà chi ardirebbe di stabilirle fra noi, che abbiamo confusi e snaturati i generi stessi? Se Ella però con questi pochi caratteri qui sopra fissati cercherà nella Classe de' turbinati, non potrà a meno di riconoscere dagli aculei, e dal Rostro le specie principali di porpore rettirostre, o curvirostre, o a rostro tronco, ad aculei lunghi ed acuti, brevi, brevissimi, e ottusi; e vi troverà fra le prime le mie rettirostre ( n. 2. e 3. ), che troverà perciò analoghe a quella del *Rondelet*, e del *Colonna*, che ne sono forse una varietà, e se vorrà fidarsi, in questo genere, piuttosto di qualunque altre, delle Tavole del *Kirker*, che ebbe le Porp. da Taranto, dal Levante, e dalle Coste dell' Africa, vi troverà con molte altre le mie stesse due specie

esattamente rappresentate; poi di altre porpore, e di Buccini una lunghissima serie, senza pretendere, che vi sian tutte, o che tutte vi siano senza controversia od equivoco. *Kirker. Class. 12. class. 3.<sup>a</sup> Testaceor. a n. 270. ad n. 284., & de Buccin. deinc.* Rimarrà quindi facilmente persuasa, che le tre Kirkeriane 282. 283. 284. rappresentano le curvirostre echinate, come le mie rappresentano le rettirostre, e che le une, e le altre sono le porpore vere, riconosciute e descritte per tali fino dal Veneto Cappello, che le trovò nelle acque pur di Venezia, dove non mancano, e dove per la figura, e pel colorito del succo le avea conosciute fino il *Filandro*, che non era Naturalista. *Ved. Capp. Diss. d.<sup>e</sup> Porpore, & Philandr. ad Vitruv. Lib. 7. c. 15.* Siccome poi la denominazione di Murice Echinato, o Echinoforo è erronea, perchè il Murice non è Echinato (a); e d'altronde è egli ora dimostrato, che Murice non è altro che il Buccino, giacchè questi due nomi sono scambievolmente Sinonimi, nè l'uno nè l'altro può confondersi, o prender per la Porpora (b); così Ella si persuaderà egualmente, che la prima figura della mia Tavola non è altrimenti Murice Echinato, nè Trunculo ecc., benchè erroneamente chiamato tale; ma è una delle Porp. vere, o pelagie, ed è quella che il Cappello chiamò giustamente *clavata Clavis brevioribus*, e se gli piace *brevissimis, proboscide præmorsa & convoluta*; e che Ella troverà in *Kirk.*, per non citarle qui altri Autori, notata al n. 270. della quale specie non sono forse, che semplici varietà le 272. 274., e 286. 287., benchè queste ultime anche da Lui notate per il medesimo errore fra i Murici. E ciò sia detto per ora della mia Tavola. Siccome poi fra gli antichi che ci rimangono, non abbiamo chi si sia preso il pensiero, se pur alcuno sel prese mai, trattandosi di cose allora notissime, di descriverci tutte le specie,

(a) Ce ne assicura la definizione di *Plinio: Clavatum est (genus Purpurarum) aculeis . . . . qui non sunt in Buccino.* Loc. cit.

(b) Nel mio Libro sopra le Porp. ho dimostrato ancor io questo dubbio sopra il valor vero del vocabolo Murice, ma il

confronto dei testi, e le ragioni del ch. Sig. *Anati* mi hanno convinto, che sia precisamente Sinonimo di Buccino, anche contro l'autorità di *Fabio Colonna*, e di quasi tutti i nostri Naturalisti, che anche in questa parte si sono evidentemente ingannati.

e le principali varietà nei due generi delle Chiocc. porporifere: così noi non potiamo, e non dobbiamo pretendere di poterle determinare se non per la via dell' esatta osservazione e sperienza. Ciò sarà allora, quando convinti che a forza di vocaboli, e di sistemi si può pur troppo confondere la scienza, ma non costringere, nè contraffar la natura, sommetteremo le nostre immaginazioni alla ragione ed al fatto; e secondo i caratteri certi e costanti, che ce ne hanno lasciati gli Antichi, che conosceano le Porpore, e sapeano descriverle con poche ed efficaci espressioni, cercheremo le Chiocc. porporifere, non già alla rinfusa nello svariato regno delle Conchiglie, ma nella Classe de' turbinati ne' due soli generi Porpore, e Buccini, cioè ne' due veri e soli generi porporiferi. Quindi nel genere de' Buccini, o Murici, poichè è tutt' uno, genere notissimo per la figura, e per l' uso, non cercheremo gli Aculei, perchè gli *Aculei non sunt in Buccino*, ma cercheremo che sia turbinato, *rotunditate oris in margine incisa*: così nella Porpora cercheremo che sia rostrata di un rostro cuniculato, e interiormente tubulato, e in varj modi aculeata, o clavata, secondo le varie sogge, e bizzarre invenzioni della natura. Quanto all' animale Porpora abitator di quel guscio, ne rintracceremo prima la lingua, che è lunga *longitudine digitali*, e non riederemo al sentire, che se ne serva *perforando reliqua conchyli*, perchè la vedremo a due punte armata di due forti calli attissimi a trasorare ogni chiocciola. Dopo la lingua farà facile di vedere una *Candida Vena* obliquamente distesa fra la cervice ed il corpo, ed è quella Vena che contiene, non una goccia, ma una piccola quantità del ricercato liquore porporino, che secondo la varietà degl' individui, e delle specie, e delle Stagioni, e de' mari, e de' fondi varj del mare, e de' climi troveremo o bianco latteo, o gialliccio, o verde, o rossigno, o violetto, cioè in istato o colorato, o colorabile, all' aria, al Sole, ed al fuoco: e se dopo lungo travaglio dell' Animale ci avvenisse di trovar la Vena, ma vuota del succo, ci sovverremo del precetto immancabile di tutti gli antichi, di uccidere la Porpora di un colpo solo, acciò il liquor pel tormento non si disperda. Nè c' invogliasse qualunque muco, o miccaggine, o glutine

uscisse spontaneo, o potesse spremersi con arte, o col fuoco dal resto del corpo, che ogni pensier farà vano, sendo deciso dall'esperienza, che il succo utile della Porpora *liquoris minimi est in candida Vena . . . . Reliquum corpus sterile*. Così trovato, e riconosciuto nelle sole Porp., ne' soli Buccini il liquor vero ed unico delle tinte purpuree, desisteremo da' nostri deboli tentativi per imitare in altri muchi, o glutini inerti, sia delle Porp., sia di qualunque altro testaceo, questo liquor preziosiss., che per le sue inimitabili ed uniche qualità sembra essere nel genere de' colori l'ultimo sforzo della potente natura. Più utilmente ci applicheremo a rintracciare gli antichi metodi della pesca colle Nasse, o co' Cirti, de' quali, oltre al già detto, da quei medesimi che hanno assunto questa materia, ne avremo altri nuovi rischiaramenti, unitamente ad altri importantissimi punti. Ma sopra tutto nella grande opera del porporificio faremo attenti di seguire colla maggiore esattezza tutti i processi fortunatamente rimastici dagli Antichi: persuadendoci, che allora finalmente si potrà giungere a ristabilire quest'arte maravigliosa, quando convinti della inutilità di brancicar nel bujo all'azzardo, o dietro a guide che ci deviano, ci arrenderemo ai precetti de' grandi Scrittori che ne conosceano il secreto, e l'effetto; che stabilita sull'esperienza, sull'osservazione, fallo studio de' Secoli, la credettero fra tutte degna di conservarcene i dogmi fondamentali, non forse indegni di essere meditati, non forse inutili o impenetrabili; nè credo, intrisi di quella ingrata rusticità, e barbarie, che V. E. ebbe pur forza di superare, quando dai laceri monumenti del Secolo ottavo, e del decimo riordinava con istorica gravità, ed eleganza gli avvenimenti della sua Patria.

Modena 19. febbrajo 1794.



---



---

# M E M O R I A

## SOPRA LE MEDUSE FOSFORICHE

Del Sig. Ab. LAZARO SPALLANZANI.

NELL'ordine di quegli animali, che per la tenerezza del corpo da' Sistematici si appellan Molluschi, è affai cognito un genere singolarissimo, dagli Antichi e da qualche Moderno denominato Ortiche di mare, dal *Linneo* Meduse, e dal *Reaumur* Gelatine di mare. Appellazioni tutte allusive a qualche esterior carattere di tai viventi, essendo stato osservato, che in toccandoli pungono come le ortiche terrestri, che brancicati spappolansi fra le dita a guisa di gelatina, e che per la stranezza della forma quasi somigliano il capo della favolosa Medusa. *Aristotele* che scriveva in Grecia, e dopo lungo intervallo *Plinio* che lo copiava in Italia, sono stati i primi nell'adombrare qualche tratto della vita, e delle abitudini di questi curiosi animali. Dopo di essi non so che altri ne abbia scritto, fuori del *Reaumur*, che negli Atti della Reale Accademia delle Scienze di Parigi dell'anno 1710. si arresta singolarmente a considerar la maniera, onde alcune specie di meduse si muovono localmente, e del *Dicquemare*, che nel Giornale del *Rozier* esamina in più Memorie l'organica loro struttura, e diversi de' loro andamenti. Ma nè l'uno nè l'altro ragiona di una bellissima qualità, che nobilita certe meduse, quella voglio dire d'esser fosforiche. Nè so che questa specie da altri sia stata descritta, e solo mi è noto, che *Læfingio* asserisce di averla veduta, secondo che nelle sue *Amenità Accademiche* riferisce il *Linneo* in queste parole: *Doctissimus Læfingius inter Hispaniam, & Americam vidit in alto mari medusas, aliaque zoophyta, pacata aqua, dispersa per aquora, & noctu instar totidem candelarum lucere, & exortis ventis sensim subsidere, & lucem suffocari.*

Ma questo racconto è troppo tenue cosa per istruirci, e

può folleticare al più la curiosità, senza punto appagarla. Nè io stupisco della mancanza di osservazioni particolarizzate intorno a un tal fosforo, pochissime essendo le meduse, che ne vanno adorne rimpetto a quelle che ne son prive. Nel mare Ligustico mi si è aperta l'occasione di esaminarne moltissime, così nell'Adriatico, nell'Arcipelago, nel Bosforo Tracio: ma nessuna vi era che di notte apparisse splendente. Solamente questa fortuna mi si è offerta nello Stretto di Messina. Qui adunque dimorato avendo più settimane, ebbi tutta l'opportunità di studiare le ricordate meduse, abbondantissime in quel canale di mare. Ma non è possibile il dare a' miei Lettori qualche idea chiara e precisa di siffatto fosforeggiamento, senza prima adombrar l'organismo di questi animali, e il modo onde nuotan nell'acque, e si trasferiscono da luogo a luogo, giacchè l'uno e l'altro hanno rapporti troppo diretti, e immediati con la loro luce.

E per accostarmi al primo, la forma del corpo di queste meduse si può comparare all'ombrello di un fungo, convesso per di sopra, e concavo per di sotto, la cui circonferenza abbia il diametro di due, tre, o quattro pollici, secondo la grandezza dell'animale, E a quel modo che l'ombrello in più funghi si assottiglia verso i lembi, tale assottigliamento si osserva nell'ombrello di questi animali ( giacchè quindi innanzi mi varrò di tal voce ) il quale anzi ne' lembi è trinciato di sottilissime frange. E laddove la concavità dell'ombrello nei funghi è per di sopra attaccata ad una coloncina centrale, a quella dell'ombrello delle meduse sono aderenti verso il mezzo quattro corpi allungati, e cilindrici, che coi Sistematici chiameremo tentacoli, oltre ad altri otto laterali, e più sottili inerenti longitudinalmente alle interne pareti dell'ombrello. Ma queste nozioni generali abbisognano di qualche particolarizzato dettaglio.

L'ombrello d'ognuna di queste meduse nelle parti esteriori è leggermente convesso, e qui la superficie è levigatissima, e sempre coperta di un umido velo, ancorchè l'animale sia fuori dell'acqua. La maggior crassizie dell'ombrello è nella parte più alta; va poi scemando nelle parti inferiori. L'incavo dell'ombrello presenta nella parte più elevata un'apertura, che mette in una specie di borsa gelatinosa, comunicante

comunicante con quattro fori laterali. Per essi adunque entra l'acqua marina, ne esce per l'apertura, e vicendevolmente l'acqua che penetra per questa, attraversata la borsa, ne scappa pei quattro fori. Nè sono punto restio nel pensare, che tale apertura sia la bocca di questo vivente, e che la borsa faccia le veci di stomaco, almeno di ricettacolo, dove si digeriscano i cibi; quantunque poi non ve gli abbia mai trovati dentro, ma mi sia sempre apparita vuota.

La sostanza dell'ombrello è così delicata, così tenera, che un filo agevolmente la taglia; ed insieme è dotata di tale trasparenza, che non la cede al più terso cristallo. Nella massima parte di lui il coltello anatomico, e l'occhio armato di lente non vi scoprono vasi, nè fibre, nè altre parti dissimilari, che si manifestano nei più degli animali. Presenta l'aspetto di una semplicissima gelatina omogenea. Solamente alla sommità dell'incavo si scoprono quattro picciolissime matasse di lunghi e sottili corpicelli aggrovigliati, e intestiniformi, aderenti ad un intralciatissimo ammasso di tubetti trasparentissimi, di colore argentino, e di pareti abbastanza elastiche, per conservare la rotondità del lume, qualora vengano per traverso tagliati. Più esami su loro intrapresi mi hanno mostrato, che non conducono liquore di sorta. Tanta analogia con le trachee degl'insetti sarebbe ella bastante a farci pensare, che tai tubetti fossero per avventura destinati al medesimo uso? Comechè sia, non sarà disdicevole l'appellarli *tubetti tracheiformi*.

Nella guisa che alla parte più alta dell'incavato ombrello si mirano i descritti organizzati corpicelli, osservasi ai lembi interni del medesimo un'altra organizzata struttura, consistente in un sottilissimo tessuto muscoloso, che dall'imo fondo ascende per lo spazio di mezzo pollice, ed anche d'un intiero pollice, secondo la grossezza delle meduse; e dove esiste cotal tessuto, la somma trasparenza dell'ombrello rimane alquanto oscurata.

Ora parliamo dei tentacoli, e primamente dei più grandi, che detto abbiamo esser quattro. Questi con la parte inferiore sporgono dai lembi dell'ombrello, e con la superiore si attaccano alle parti più alte del suo incavo, prendendo in mezzo l'apertura, da noi creduta la bocca dell'animale.

Ognuno di essi ha un leggiero solco longitudinale, terminato da due appendici membranose, bagnate da un umore attaccaticcio. Esaminati internamente, si scorgon composti di cordoncini muscolosi, strettamente combaciantisi, e per il lungo distesi, e nel mezzo chiudono un canaletto, che da cima a fondo corre la lunghezza dei quattro tentacoli. Sono abbastanza diafani per lasciar trasparire al di fuori il canaletto, il quale contiene più molecole globose, che con la pressione del dito su i tentacoli si possono mettere in moto, e fare uscire dalla parte inferiore di essi tentacoli, oppure da qualunque altro punto, ivi tagliandoli per traverso.

Gli altri otto laterali tentacoli sono di molto più sottili, ma più lunghi, e questi pure, oltre l'aspetto muscoloso, sono per tutta la loro lunghezza nel mezzo forati. Adunque i tentacoli, così maggiori come minori, si possono considerare come vasi o canali, quantunque, come vedremo dappoi, ad altri usi siano destinati. Debbo però dire, che è stata inutile ogni più sottile ricerca, ajutata ancora dai più eccellenti microscopj per iscoprire circolazione o movimento di liquidi in queste meduse. Il corpo, e i loro tentacoli sono d'un bianco succeruleo trasparente, senza mescolamento d'altri colori, i quali vagamente dipingono alcune altre specie.

Prese una tra mano, non disciogliesi subito, siccome è stato scritto di altre. Rimane da prima intiera, eziandio brancicandola; e le dita nel premerla sentono una mediocre resistenza. Solamente in seguito di alcuni minuti comincia a mandar acqua, e continua a farlo in appresso. E non è il calor della mano, o la pressione, che produca simile effetto; tutto al più questa ultima cagione lo accelera. Ponendola adunque su di una tavola, o sopra qualunque altro corpo, di lì a poco prende a gocciolare, e seguita finchè quasi tutta siasi convertita in liquamento trasparentissimo; il che accade dopo un giorno e mezzo, o due al più. Taluna di queste meduse ascende al peso di once 50, e tenuto esatto conto del liquamento, in che a poco a poco si è ridotta col farlo entrare in un vaso, il suo peso si trova mancar di pochissimo da quello delle once 50: e di questo calo a buona ragione si può accagionare la parte del liquore svaporata

durante lo scioglimento della medusa. Quel che rimane di lei, sono alcune sottili ed aride pellicelle, che pesate montano a cinque o sei grani. Gustato questo liquore, ha il falguginoso dell'acqua marina, e fatto svaporare a siccità, lascia nel vaso una quantità di muriato di soda, poco minore di quella che fornirebbe un pari volume d'acqua marina. Coteſto falso sapore si sente egualmente, tocca con la lingua la medusa nell'attuale suo scioglimento, oppure quando di fresco è tratta dal mare, e lavata nell'acqua dolce, purchè il toccamento segua, dove l'animale è stato allora tagliato. E' adunque chiaro, che l'acqua marina penetrando l'organico tessuto costituisce la massima parte del volume di questi animali. Il qual fenomeno, secondo ch'io avviso, è singolarissimo. Almeno dei molti molluschi marini da me esaminati non mi ricordo di averne in tal genere trovato un simile.

Debbo dire che cotale disfacimento del corpo delle meduse, oltre l'accadere tenendole in secco, succede del pari nell'acqua marina posta ne'vasi, ove questi siano angusti, e l'acqua di spesso non venga rinnovata. La cagione in ambi i casi è la medesima, la lesione voglio dire, e la rottura delle parti solide, per trovarsi le meduse fuori dello stato naturale, in grazia di che i liquidi non più imprigionati nel corpo, stretti sono ad uscirne. E però si rende chiaro abbastanza, che malgrado la niuna apparenza di organizzazione nella massima parte del corpo delle meduse, questa però non possiamo negarla, o almeno siam forzati ad ammettere una delicatissima sostanza spugnosa e bibace, che attraggia, e dentro se custodisca l'acqua del mare, quantunque per la trasparenza, e fors' anche per l'estrema sottigliezza del tessuto, si renda invisibile.

Esaminata tanto che basti la forma e la struttura delle nostre meduse, ragion vuole, secondo che abbiam proposto, che passiamo a dividerne i naturali movimenti, i quali dir possiamo il principale attributo, che le caratterizza per veraci animali. Tai movimenti non differiscono da quelli delle meduse non fosforiche, e consistono in una quasi continua restrizione, e dilatazione dell'ombrellino. Se adunque stando chini su di una barca guarderemo attentamente una nuotante medusa, allorchè il mare è tranquillo, scorgeremo por-

gere avanti con direzione obliqua al livello dell'acqua la convessità dell'ombrello, ed occupare il posterior luogo i suoi lembi: questi poi ad ogni cinque o sei secondi subitamente contrarsi, e un momento dopo allargarsi. La medusa, che sta sempre immersa nell'acqua, e che in conseguenza ne ha sempre piena la cavità dell'ombrello, ad ogni restrizione o sistole spigne avanti l'acqua rinchiusa, e l'obbliga ad urtare le interne parti di esso ombrello, e con tale urto la medusa fa un passo. Poco appresso fa nascere un'altra sistole, per cui da un novello urto, che dall'acqua riceve, è spinta più in là, e ripetuta incessantemente cotal sistole, un momento appresso seguita dalla dilatazione o diastole, l'animale progredisce localmente nel mare. Intanto i tentacoli sporgono dagli orli dell'ombrello, in lungo distesi, e insieme aggruppati. E questo reciproco movimento, che quindi innanzi per servire alla brevità chiamerò *oscillazione*, è necessario alla medusa per nuotare, e recarsi da luogo a luogo, altrimenti va al fondo, per essere specificamente dell'acqua marina più grave.

Quest'ultimo fatto, oltre all'esperienza avutane nel Canale di Messina, l'ho verificato anche meglio ne' vasi pieni d'acqua marina, dove rinchiuso avea più meduse. Qui poteva anche avvertire più circostanze relative all'oscillazione, che dato non mi era di notare nella nativa loro abitazione. Poteva a cagion d'esempio, marcare quanto ad ogni sistole si abbrevia la periferia dell'ombrello, la quale si accosta a quella di un circolo; e vedeva che l'abbreviamento era di due linee, di tre, o di quattro al più. Mi accorgeva che l'oscillazione risedeva soltanto nell'ombrello, e che era affatto indipendente dalla borsa, e dai tentacoli grandi e piccioli; conciossiacchè recise interamente tutte queste parti, l'oscillazione proseguiva nè più nè meno. Vedeva inoltre che quantunque ella si manifestasse per tutta l'ampiezza dell'ombrello, buona parte però di esso si moveva per consenso.

I seguenti tentativi me lo mostrarono chiaramente. Con fezion trasversale e parallela ai lembi io levava verso le parti superiori un pezzo circolare di ombrello del diametro d'un pollice. Quel pezzo più non oscillava, e rendevasi

fordo a qualunque stimolo. All' incontro l'oscillazione si aveva, e a lungo seguiva nel rimanente dell' ombrello. Questo rimanente lo sminuiva di più, col recidere trasversalmente dall' ombrello una novella circolare porzione. Neppure in questa porzione si manifestava alcun segno di oscillazione, intanto che essa continuava in quel residuo di ombrello. Con novelle recisioni venni in fine a scoprire la sede, e l'origine dell' oscillazione nelle meduse. Di sopra ho ragionato di un tessuto sottilmente muscoloso, che dai lembi dell' ombrello s' inoltra per un dato spazio su l' interno delle sue pareti. Espiato alla lente si trova composto di un immenso numero di sottilissime fibre carnose trasversali, fra se parallele, e sommamente aderenti alla sostanza gelatinosa dell' ombrello. Dall' agire di cotai fibre trasversali, e dal loro rilassarsi dipende tutto il giuoco della oscillazione. Ogni qualvolta dunque elleno si accorciano, la porzione dell' ombrello, alla quale sono attaccate, è stretta a restringersi, il che non può accadere senza che il restante dell' ombrello vada soggetto a restringimento. Quindi si ha la sistole nella medusa. Dal che intendiamo anche la diastole, nata dal rilassamento delle medesime fibre. Finchè adunque si priva l' ombrello di una porzione, dove non esistono le fibrille muscolose; in esso l'oscillazione farà nulla: non così ove vada unito ad una porzione delle medesime, siccome l'esperienza, e l'osservazione me ne hanno ammonito. Levato di fatti un anello di medusa senza le fibre carnose, e a maggiore chiarezza e precisione del tentativo, postolo in asciutto su di una tavola, non era mai che oscillasse; ma oscillava bene, e per lungo intervallo, ove esso partecipasse attorno attorno di un giro di queste fibre. Se poi su la tavola stessa veniva collocato il solo anello, che dà ricetto a tali fibre, il quale nelle maggiori meduse ha di larghezza oltre un pollice, curioso era il vedere, come ad ogni sistole diveniva considerabilmente più angusto.

Da questi cimenti ne nacquero altri, che farà bene accennarli. Tagliava per traverso in più pezzi l' anello dell' ombrello fornito di fibre muscolari. Ciò non pertanto ogni pezzo oscillava. E qui maravigliosamente appariva il giuoco delle fibre in azione. Adunque esse di tanto in tanto in-

provvisamente si facevan più brevi, e allora il pezzo diveniva più corto, e più grosso. Un momento appresso ritornavano alla primiera lunghezza, e assottigliatosi il pezzo, faceva altrettanto. Tai movimenti ne' pezzi recisi emulano bellamente quelli di un verme, che strisciando si allunga e assottiglia, indi si accorcia, ed ingrossa.

Levava con delicatissime mollette il muscoloso tessuto ad una porzione di anello. Di presente in lei veniva meno ogni oscillazione. Succedeva quasi lo stesso, se ne tagliava solamente in più luoghi le fibre.

Da questi esperimenti evidentemente raccolsi, primo che la sede della oscillazione è riposta nel sopra descritto muscoloso tessuto: secondo che la parte gelatinosa dell' ombrello oscilla per la immediata comunicazione, che ha nelle parti inferiori con questo tessuto: terzo che l'oscillazione non vien meno ancorchè le meduse dall' elemento nativo si trasferiscano in terra. Per ore 24. le meduse più grosse poste in luogo asciutto, non lasciano di oscillare, malgrado il sofferto scioglimento, per cui ritengono appena un terzo del loro volume. Solamente verso la fine di questo tempo l'oscillazione diviene picciola, lenta, interrotta. E quando anche la crediamo affatto mancata; non lascia sovente di risvegliarsi per lo stropiccio, e per le punture fatte al tessuto muscoloso dell' ombrello. Che anzi reciso l'anello gelatinoso della medusa, al quale è strettamente attaccato questo tessuto, e fattone in brani l'anello, ogni brano con tali artificj ripiglia per qualche tempo l'oscillazione. A far breve, questa allora soltanto finisce, quando quell' aggregato di fibrette trasversali o per mancanza di umidità si secca, o per soverchio di questa si corrompe, e si sface.

Tanta pertinacia di movimento nelle meduse moribonde, e nelle meduse a bocconi recise, sembrerebbe una incontrastabile pruova, che il medesimo è indipendente dalla volontà dell' animale, come lo è il ritmo del cuore in una rana, in una testuggine, in una serpe, ove strappato sia dal torace di simili amfibj. Pure non ardirei assolutamente affermarlo. Parecchie volte osservava in qualche basso fondo del Canal di Messina le nuotanti meduse. Taluna dopo l' essersi col mezzo della oscillazione sostenuta per qualche tem-

po a fior d'acqua, lasciato di oscillare, soavemente calava al fondo, tiratavi dal proprio peso. Quivi restava immobile un quarto d'ora, mezz'ora, ed anche più. Poi ripigliata l'oscillazione, si vedeva a poco a poco ascendere, e restituirsi alla superficie dell'acqua. Tale altra medusa, se la profondità, a forma d'esempio, stata fosse di quattro piedi, si sarebbe immersa fino a due, poi insorta la oscillazione, novellamente tornava a galla. La cessazione di questo moto, e la repristinazione di esso nelle addotte circostanze, non par che dipendano dall'arbitrio delle meduse? Lascio tuttavia all'illuminato Lettore il farne giudizio, a me bastando su tal proposito la schietta, e fedele narrazione dei fatti.

Non voglio preterire un movimento d'altra natura, che si osserva ne' maggiori tentacoli, e nei lunghi e sottili corpicciuoli intestiniformi. E per conto dei primi, possiamo dire che cotal moto si scorge meglio, ove siano staccati dall'animale, che allora quando fanno un tutto con lui. Se adunque rasente la concavità dell'ombrello, alla quale si attaccano, vengano recisi, e pongansi su la palma della mano, scorgesi in loro un lieve divincolamento, che rendesi anche più sensibile nelle membranose loro appendici, e che persevera in esse quantunque dai tentacoli staccate. Ma cotal moto in breve finisce, non ostante che questi corpi siano tratti dalle più vivaci meduse.

Più durevole, ed anche più forte si è il movimento dei corpicelli intestiniformi, che detto abbiamo formare come quattro mataffine; le quali son poste presso ai fori laterali dell'ombrello. Se adunque o si lascino in luogo, o si levino dall'animale, e si stendano su qualche piano, o dentro l'acqua marina, presentano que' fenomeni stessi, che con piacere osserviamo negl'intestini, a cagion d'esempio d'un cane, se da lui tuttora vivo si strappino, e si osservino. Sappiamo che per qualche tempo non cessano di mostrare il moto peristaltico, per cui a guisa di vermi, o di onda placida ora in un sito, or nell'altro vanno, e ritornano. Sappiamo inoltre che cessato ogni movimento, per poco si risveglia (almeno per un dato tempo) mediante gli stimoli. Simili moti ho scoperti nei sopra descritti intestiniformi corpiccini, i quali avendo io ritrovati internamente concavi, e conte-

nere nella loro cavità una liquidissima delicata materia, non esiterei molto a crederli veraci intestini. D'altronde la composizione delle loro tonache, come pur quella de' tracheiformi tubetti è d'indole diversa dal rimanente del corpo. Almeno allorchè questo per lo scioglimento è massimamente confunto, quel doppio genere di piccioli tubi conservasi intiero; anzi negl'intestiniiformi il movimento vermicolare sussiste ancora.

Dopo l'aver ragionato dell'organismo, e dei moti appartenenti alle nostre meduse, dobbiamo farci a descrivere la singolare proprietà che hanno di esser fosforiche. Il qual fenomeno forma il primario oggetto del presente discorso. Se adunque a notte incominciata su di un basso legnetto entreremo nello Stretto di Messina, recandoci ne' luoghi presso terra, dove l'acque sono in piena calma, le meduse, che quivi sogliono essere più frequenti, manifestano un principio di luce, che crescendo le tenebre acquista intensità, ed ampiezza, rappresentando ogni medusa unica fiaccola vivace, che si dà a vedere a qualche cento passi all'intorno, ed accostandosi a lei, quel brillante fosforo lascia discernere la forma del suo corpo. Cotal luce, ove il vespertino crepuscolo sia estinto, è di un bianco vivace, che ferisce l'occhio, quando anche l'animale a 35. piedi giaccia sott'acqua. Siccome egli oscillando si trasferisce da luogo a luogo, così il lume è errante, ed è più forte nella sistole, che nella diastole. Talvolta per un quarto d'ora, per mezz'ora, e di vantaggio è continuato, ma qualche altra improvvisamente si estingue, senza più ricomparire, se non se dopo un trascorso intervallo. Questa interruzione di lume mi indusse a sospettare, che esso dipendesse dalla oscillazione delle meduse, la quale per qualche tempo rimanendo sospesa, sospendesse pure ogni fosforeggiamento. Così sappiamo essere interrrotto il picciol fosforo delle terrestri volanti lucciolette, il quale ad ogni vibrazione del corpo si accende, e nei momenti di quiete si spegne. Somigliante alternazione è stata da me scoperta nelle lucciole marine. Ma dentro al canale di Messina non era sì facile l'avverare o il distruggere le mie sospesioni. Avvisai adunque di esaminar le meduse ne' vasi pieni d'acqua marina, dove più giorni restan vivaci, quan-

do questa frequentemente si rinnovelli, e la capacità de' vasi sia grande (a). Qui il fosforeggiamento per nulla essendo inferiore a quello, che in mare si osserva, potei perspicuamente vedere, che fino a quando le meduse non interrottamente oscillano, esso è continuo, e solamente più acceso nella sistole, che nella diastole, siccome osservato aveva sul mare. Ma venendo meno o del tutto, o per intervalli l'oscillazione, il fosforo indebolisce sì fattamente, che da occhi men cauti si giudicherebbe spento interamente. Posso io stesso addurne la seguente pruova. Nella stanza, dove io dormiva nel mio Albergo in Messina, esistevano da più giorni in alcune secchie piene d'acqua di mare molte meduse. Dimenticato avendo di fare cangiar l'acqua in una secchia, le meduse rinchiusevi sofferto avevano moltissimo, nè più oscillavano quando le visitai; lo che fu una sera poco appresso il tramonto del Sole. Il fosforo allora più non appariva se non quando maneggiando le meduse, le faceva per un pò di tempo oscillare. Per tre ore seguite di quella notte io restai nella medesima stanza, sedente al tavolino per notare le cose osservate nella scorsa giornata; ed in quel tempo corso essendo due volte con l'occhio sulla secchia, la trovai pienamente oscura, nonostante che in altra camera fosse stato trasferito il lume della candela. Pure levato essendomi innanzi giorno, e nella oscurità appressatomi alla secchia, che giaceva in un angolo della stanza, non lasciavano le moribonde meduse di tramandare una pallida sì, ma patentissima luce, della quale mi accorsi innanzi di farmi sopra al vaso, abbenchè elleno fossero abbandonate ad una intiera quiete.

Era facile il ripetere l'esperienza in altre meduse, ed era importante il farlo; e l'esito di eguale successo fu coronato. Dirò inoltre, che non cessano affatto di risplendere, se non quando dopo morte cominciano a imputridire, Raccolsi adunque, che il fosforeggiamento in questi animali non possiam dire, che abbiassi interpolatamente, voglio dire quando oscillano, ma che nelle oscillazioni è massimamente

(a) Questa esperienza, e l'altre seguenti su i fosfori delle meduse sono quasi sempre state istituite nella oscurità della notte.

più grande e più vivace, rimanendo però negl' intervalli di quiete un debil lume, che non può essere avvertito, che avendo gli occhi purgati dalla luce de' circostanti oggetti, come conceduto mi era, quando appresso l' avere dormito in una stanza tenebrosa passava prima del punger dell' alba a questo genere di osservazioni. E cotal pratica imparata dall' esperienza, emmi stata fruttuosissima in più altri tentativi sul fosforeggiare delle meduse, i quali in seguito riferirò.

Che se in vece di affidar le meduse all'acqua nativa, si lascino in secco, il lume continua a manifestarsi assai chiaro, finchè persevera l'oscillazione, cioè a dire per non breve durata, decrescendo però insensibilmente in ragione della diminuzione di cotal moto; il che succede egualmente dentro de' vasi. E qui pure quella specie di barlume negl' intervalli all'oscillazione frapposti languidamente l'occhio ferisce.

Ma sul proposito delle meduse poste in asciutto mi si è offerto un fatto, che per la qualche stranezza sua giudicato avrei accidentale, se per replicate prove tornato non fosse l'istesso. Giaceva da 22. ore su d'un bianco foglio di carta una medusa, che cessato aveva di vivere, e che anzi per la maggior parte si era sciolta in liquame. Ogni traccia luminosa in lei era smarrita. Trovandomi avere sulla tavola un bicchiere d'acqua puteale, quasi senza riflettervi ve la cacciai dentro, e subito calò al fondo, dove rimase immobile: ma con mia sorpresa immantinente si fece splendida, e tale ne fu lo splendore, che io legger poteva i grossi caratteri. L'acqua altresì divenuta era chiarissima, ed immersovi un dito, lo vedeva con la maggior distinzione. Pensato avendo che altrettanto, e forse meglio avvenir dovesse nell'acqua del mare, lo empiei di questa, versata via quella di pozzo. Sull'istante ogni luccicamento disparve. Alla falsugginosa surrogai di nuovo la dolce, e ricomparì bellissimo il fosforo.

Analogo a questo fenomeno, di che non saprei render ragione, fu il seguente. Un'altra medusa già morta, e che da qualche tempo più non si scorgeva splendente, trovavasi in secco su d'una finestra delle mie stanze nell'ore notturne. Sopraggiunta allora una pioggia leggiera, ogni gocciolletta che cadeva su lei, si trasformava in un brillante lumicino, e in pochissimo d'ora ne rimase tutta vagamente vesti-

ta, ed ornata. Lo che non accadeva punto, imitando io la pioggia con ispruzzoli d'acqua marina.

Fin qui quasi sempre considerata abbiamo la luce delle meduse, quale si offre da se. Ora gettiamo lo sguardo su quella, che fa nascer l'arte. Dico adunque che la commozione delle loro parti non solo è atta ad accrescerne il lume, ma ad accenderlo, ove apparentemente spento ne sia. Facendole passare dal mare ai vasi, brillantissimo ne è il fosforeggiamento: tuttavolta cresce d'intensità, se prese fra le dita si agitano dentro all'acqua, o veramente se il loro corpo senta lo stropiccio della mano. Similmente se pel lungo soggiornare dentro a' vasi ne insievolisca la luce, questa rinvigorisce per la fregagione. Ed il simile succede in asciutto. Ove poi perduta siasi ogni apparenza di luce, co' mentovati artificj si riacquista subitamente. Questi accrescimenti però, e questi riforgimenti di fosforeggiamento sono passaggieri, estendendosi poco più in là del tempo, in che da noi agitate vengono le meduse. Inoltre il ricomparire del lume non ha luogo, se non quando l'animale conserva qualche interezza nelle parti; altrimenti l'opera della mano, o di qualunque altro corpo torna frustranea.

Ma trattando dentro all'acqua le meduse, passa in lei questa proprietà del fosforeggiare; il che per altro si verifica ancora lasciandovele dentro immerse; e l'esperimento succede viemmeglio nell'acqua dolce, che nella salata, veduto avendo che in eguaglianza di cose, il chiarore della prima è quasi doppio di quello della seconda. Adunque con le nostre meduse possiam creare fosfori artificiali.

Emmi piaciuto di eccitarne alcuni con l'acqua di pozzo, siccome ai medesimi più accomodata, e di provare con essi alcuni curiosi tentativi. In tredici once di quest'acqua posta in un bicchiere di cristallo furono da me spremute due grosse meduse, pescate allora dal mare. L'acqua si fece torbidiccia, ma insieme talmente splendida che illuminava assai bene una stanza. Ma il fosforo non fu di molta durata. Dopo 22. minuti cominciò ad eclissarsi, e scorsa un'ora e mezzo finì. Qui però l'agitazione fu valevole a restituirlo, come detto abbiamo, che fatto lo aveva nelle meduse apparentemente non più fosforiche. Se adunque con un bastoncello,

od anco con le dita commoveva l'acqua del bicchiere, lo splendore ricompariva, sempre tuttavia minore in proporzione del tempo trascorso. Vidi però, che quanto più l'agitamento dell'acqua era gagliardo, tanto più intenso brillava il fosforo. Il quale per altro, cessata l'agitazione, era poco più che momentaneo, nella guisa a un di presso che si è detto delle meduse.

Sebbene quando l'acqua per la commozione delle sue parti non è più atta a fosforeggiare, può divenirlo mediante il calorico. Quando mi esercitavo in queste sperienze, la temperatura era tra il grado 21. e 24. del *Termometro Reaumuriano*. Se adunque dentro a questi gradi l'acqua ne' bicchieri, quantunque sommamente commossa, più non desse luce, la ripigliava però nel 30.<sup>mo</sup>, e rendevasi anche più vivida in una più alta temperatura, purchè non fosse troppo forte, giacchè allora del tutto estinguevasi.

Oltre l'acqua sperimentai altri liquori, e taluno che creduto avrei inetto ad imbeverisi del lume delle meduse, lo scopersi opportunissimo. Tale si fu l'orina umana, che per l'intensità e per la durata del fosforeggiare non fu inferiore all'acqua dolce. Ma nessun fluido si portò meglio del latte. Questo era vaccino. Una sola medusa adunque, e questa di mezzana grandezza, brancicata dentro a 27. once di cotesto latte, lo rese tanto risplendente, che a 3. piedi si potevano leggere i caratteri d'una lettera. La durata di questo fosforo fu anche maggiore di quella dell'acqua. Dopo undici ore, da che ve lo aveva instillato dentro, conservava qualche lucidezza. Ed ove questa veniva tolta, l'agitazione del latte la restituitiva, come pure il calorico, quando l'agitazione a tale effetto era divenuta impotente.

Ripetuta nel medesimo latte l'esperienza, lo versai dal bicchiere, e lo lasciai cadere sul pavimento della stanza, ansioso di vederne le conseguenze. Quando era in aria formava una specie di cataratta bianchissima, e splendidissima, e quando toccava il suolo, creavasi improvvisamente un laghetto di luce, eziandio più forte, ma che pochi stanti dopo eclissava, e fattasi sempre più pallida e smorta, a capo di cinque minuti o in quel torno del tutto finiva.

Se la mano venga immersa nel latte fosforeggiante, in-

di ne sia estrarra, si dà a vedere nobilmente inargentata, quantunque tal colore prestamente svanisca, ma tosto anche ritorna, sebbene momentaneamente, o stropicciando la mano, o scaldandola. E cotal luce oltre le carni si appicca egualmente ai pannolini, come io l'osservava in uno sciugamani, che con un suo lembo toccato aveva il latte luminoso. E il ricomparire del lume già spento torna qui lo stesso o col fregamento, o coll'accresciuto calorico de' pannolini.

Quando m'interteneva in queste fisiche curiosità, mi avvidi quanto una forte percossa del latte contro di un duro ostacolo sia valevole a far rinascere in lui il fosforeggiamento perduto. Quel latte che al più forte scuotimento dentro a' vasi si mostra refrattario a dar luce, se si lasci cadere sul pavimento, in quel che lo percuote, si fa risplendente; e più vivace ne è il lume, se più violento ne sia l'urto. Così nell'ore notturne se versava cotal liquido da un'alta finestra, finchè rimaneva in aria, non lasciava discernere alcun chiarore, ma nel ferire la terra, brillava di vivacissima luce, che in breve però si faceva morticcia, e dispariva.

I fenomeni sin qui ricordati non competono però al latte esclusivamente ad altri liquori. L'acqua, nominatamente la dolce, li manifesta, ma il latte nella vivezza, e nella tenacità del fosforo è preferibile a tutti.

Ma un rilevante problema richiedeva da me ogni possibile attenzione per tentare di scioglierlo. Il fosforo nelle nostre meduse si estende egli a tutto il corpo, o ad alcune parti soltanto? Lo scioglimento non poteva ottenerlo da esse, allorchè nuotan nel mare. Oltre che i tentacoli per giacer sottovia, rimangono allora in parte coperti dall'ombrello, l'agitazione spontanea delle meduse, e quella che suole avere il mare, null'altro mi lasciavan discernere che un globo di luce. Mi restava dunque a far queste indagini su le meduse nell'acqua de' vasi, che procurai che fosser di vetro, potendo così veder tutto il corpo, quando l'animale brilla all'oscuro. Sebbene da prima non mi fu dato l'averle quelle precise contezze, che io andava cercando. Tratta del mare una medusa, e posta vivacissima ed oscillante in un vaso ripieno di fresc'acqua marina, pareva che tutta quanta fosse

luminosa. Solamente la luce era più viva ai tentacoli grandi, e ai lembi dell'ombrello. Io restava però dubbioso, se la minor vivezza nell'altre parti fosse una derivazione della maggiore, oppure se ivi risedesse più debole. Lasciai che finisse l'oscillazione per la vicina morte dell'animale. Detto abbiám già, che anche allora qualche luce si rende sensibile, purchè gli occhi nostri rimanendo a lungo nelle tenebre purgati vengano da ogni lume degli oggetti esteriori. Qui cominciai ad avere dei rischiaramenti. In quella total quiete della medusa lucevano debolmente i lembi dell'ombrello, non le altre parti di esso: e men debolmente lucevano i maggiori tentacoli. Avvisai adunque, che in queste parti fosse la vera sede del fosforo: e i fatti che or passo a raccontare mi mostrarono di non aver preso sbaglio. Se con forbice affilata a meduse allora pescate si recida attorno l'ombrello, e si separi da' lembi suoi, i quali allora vengano a formare un anello, che abbia di larghezza cinque o sei linee, e se fu questo anello passi il dito, di presente fosforeggia nella parte, dove è toccato. Similmente se l'anello venga in pezzetti tagliato, ogni pezzetto in toccandolo manda luce, e seguita a farlo per un tempo non tanto breve. Per l'opposito il rimanente dell'ombrello spogliato dei tentacoli, e dell'altre sue appartenenze, quantunque di estensione incomparabilmente maggiore di quella dell'anello, rimane totalmente oscuro, per quanto si stropicci, si comprima, si tagli, o in qualunque altro modo si tormenti.

Ma tutto quel tratto dell'anello che fosforeggia, è vestito internamente di un tessuto muscoloso, di cui abbiám già più sopra ragionato. Sarebbe mai questo l'autore del fosforo, o almeno concorrerebbe comunque a produrlo? Ho scoperto che nò, poichè staccatolo interamente, il fosforeggiamento si aveva come prima: ed ho altresì trovato dipender quella luce da un umore denfetto, e tanto o quanto attaccaticcio, che bagna e spalma il fondo dell'ombrello: il che viemmeglio vedrem quinci a poco.

Ma non evvi parte che faccia di sè mostra più vaga, e più appariscente di cotal luce, come i tentacoli più grandi. Se questi adunque o separatamente, o insieme uniti si prendano fra l'indice, e il pollice, e le due dita li scorra-

no da cima a fondo, generasi un vivacissimo folco di luce; che dura alcuni secondi; e l'esperienza medesimamente succede, ove dall'animale staccati siano i tentacoli. E possiamo ripeterlo con buon successo le otto, le dieci, ed anche le dodici volte, purchè altrettante si rinovelli il fregamento delle dita, col divario però che la luce si fa sempre minore. E manifestissima ne è la ragione. Qui, come ai lembi dell'ombrello, il fosforo ha la sua sede in quell'umore alquanto denso e vischioso. Dal replicato fregare i tentacoli viene portato via dalle dita, alle quali si attacca. E da ultimo del tutto vien meno ogni luce. Altrettanto si avvera nei nominati lembi, e nella borsa attaccata all'interno superiore dell'ombrello, giacchè ella pure, toccata che sia, fosforeggia alquanto; nè questa tampoco lascia d'essere superficialmente bagnata da quel viscido umore. Per i molti e variati miei tentativi non ho saputo trovare altre parti in questi molluschi, che dotate siano di tale luminosa qualità. Queste adunque si riducono a tre; i tentacoli più grandi, che primeggiano nel fosforeggiare; a questi tengon dietro i lembi dell'ombrello, ed in fine la più scarfa luce si osserva nella borsa comunicante con quell'apertura dell'ombrello, che è forse la bocca dell'animale. E questi fosforeggiamenti si ottengono del pari dentro l'acqua marina, che fuori: brillano poi più nella salugginosa.

Che poi detto umore, per quanto agli occhi nostri apparisce, sia l'artefice del lume nelle nostre meduse, si rende chiarissimo dai seguenti fatti. Se il pollice, e l'indice nell'ore notturne toccava or l'una, or l'altra delle tre parti indicate, ma in ispezialtà i maggiori tentacoli, vi si attaccava una porzione di detto umore, e allora vivamente fosforeggiavan le dita. Se la mano raccolta in se stessa afferrava le radici dei suddetti tentacoli, e giù ne scendeva fin dove finiscono, l'intera palma rendevasi brillantissima ed insieme vischiosa. E se replicava il medesimo giuoco, ricompariva su la mano il fosforo, finchè quelle parti ritenevano qualche porzioncella di siffatta appiccaticcia sostanza, ed ove spogliate se n'erano interamente, più non davan luce di sorta. Per l'opposito palpando io il rimanente del corpo di questi animali, non più l'umore mi si attaccava alle dita, e questeri-

manevano oscure. Se poi con un coltello raschiava detto umore, e lo faceva cadere in un bicchiere pieno d'acqua o di latte, e con le dita, o una spatola ve lo stemperava dentro, i due fluidi divenivan fosforici. Il che non accadeva, incorporando ad essi il fugo espresso da altre parti delle meduse. Qui adunque conobbi, che quando si sprema il corpo d'una medusa in qualche liquido, non è già ogni sostanza di essa, che gli comunica lo splendore, ma quella solamente di che abbiám parlato, che risiede nei tentacoli grandi, nella borsa, e nei lembi dell'ombrello. Perchè poi dotato egli sia della facoltà fosforica, gli è d'uopo che sia recente, o tolto almeno da meduse, che di poco cessato abbian di vivere. Altrimenti come è inetto ad ornarle di luce, lo è del pari a comunicarla ad altri corpi.

E qui noteremo in passando un divario rilevantissimo tra le presenti meduse, ed altre assai prima da me osservate in altri mari. Queste ultime vivendo, o morte di fresco, non sono punto fosforiche; lo diventano soltanto, allorchè infradiciano e impuzzoliscono. Quelle per contrario di che or ragioniamo, producono, siccome abbiám veduto, effetti opposti.

Per le osservazioni, e sperienze sparse in questa Memoria si raccoglie bastantemente, che il liquor generato dal disfacimento delle meduse è diverso da quello del fosforo, giacchè il primo si estende, e s'interna per l'intero corpo della medusa, e il secondo ha la sua sede in tre soli luoghi. Tuttavolta gioverà avvalorare questa pruova per i due seguenti brevissimi fatti. Spremuta dai maggiori tentacoli il fugo appiccaticcio, cessa ogni lume, come si è detto, senza che cessi però di gener da essi novello liquore, che anzi seguita ad uscirne fino all'intera loro dissoluzione. Di più recisi per lo traverso i medesimi ad una fresca medusa, e per conseguenza brillantissima, il piano del taglio rimane tenebroso, non ostante che da esso venga fuori abbondante liquore: e il lume splende soltanto superficialmente, cioè a dire dove risiede l'umor fosforico. Sono adunque due sostanze diverse. E di vero non ostante che per la mancanza di mezzi io non potessi analizzarle chimicamente, il solo senso del gusto basta a deciderne fondatamente. Il liquamento in  
che

che si risolvon le meduse fosforiche è notabilmente falso, e la falsedine, come abbiám veduto, si ha in grazia del muriato di soda, di cui esso abbonda. Non è dunque a stupire, se non sia incomodo all'organo del gusto, siccome ho sperimentato in me stesso. Ma lo è bensì moltissimo il liquido fosforico, che riesce anche molesto alle parti delicate della cute, se inavvedutamente giunga a toccarle. Due fiate la curiosità mi ha tentato a gustarlo con la punta della lingua. Il senso in me cagionato è stato quello di un urente brucione, che ha durato più d'un giorno. Simile affezione, ma grandemente più dolorosa, l'ho a mal tempo in un occhio provata, per una goccia di esso casualmente sopra cadutavi. Il rovescio medesimo della mano ne sofferriva sempre alcun poco, se a lungo toccava questi animali

Non vogliamo però pretermettere, che l'eccitamento di questo molesto prurito non è ristretto a questo umore fosforico, sofferto avendolo ancora da meduse non fosforiche esaminate al Golfo della Spezia, come noto in un mio *Prodromo* stampato nella *Società Italiana*. Quindi intendiamo che Aristotile, e Plinio non avevano il torto di chiamare *ortiche* cosiffatti molluschi, quantunque d'altronde sia fermo, che alcune specie di tal genere sono affatto innocenti, come le esaminate dall' illustre *Reaumur* alle coste del *Poitù*, e le sperimentate da me nel *Bosforo Tracio*, e altrove.

A compimento della storia di questi animali poche cose mi restan da aggiungere. Faceva queste mie osservazioni di ottobre. Allora lo stretto di Messina ne era abbondantissimo, singolarmente in vicinanza del Lazaretto, dove l'acqua era tranquilla. I siti del mare che sono in calma, sono i più favoriti per loro; certa cosa è almeno, che per quanto oscillino le meduse, non possono tener forte contra l'onde agitate, per cui vengon cacciate alla spiaggia, come ho veduto in altre parti del nominato Canale. A Messina si chiamano *bromi*, e da que' marinaj vengo accertato, che ivi si trovano in ogni stagione. Ne' marittimi miei viaggi attorno all' Isole Eolie, non ne ho veduto che due in tempo di notte nel Canale di Vulcano, scoperto avendole dal loro fosforo, e le trovai essere della medesima specie delle già descritte. A Lipari sono notissime, e con viva espressione *candellieri di mare* si appellano.

Una volta nel nominato Stretto ne osservai una, che per via di quell'umor viscido aveva un pesciolino attaccato ai tentacoli, e i pescatori mi attestano, che simil cosa si vede non infrequentemente. Opinerei pertanto, che tai minuti viventi, e forse altri analoghi servissero alle meduse di cibo, e quindi che i tentacoli fossero come una rete per impigliarli col loro visco, quantunque sieno destinati a qualche altro uso, come quello di dar luce. Questa veggio pure essere stata l'opinione di *Plinio*.

Ho qualche sospetto, che tai molluschi sieno ermafroditici, in quanto che ogni individuo abile sia a propagare la specie senza l'altrui commercio, come si osserva in assaiissimi altri viventi di mare nella classe de' vermi. Lo congetturo non già per non averne mai vedute due insieme accoppiate, ma per aver trovata medesimezza di organismo in tutte quante le esplorate da me, che ascendono a più centinaia. La somma trasparenza de' loro corpi mi offeriva l'opportunità di poterne mirare l'interno, e cercare se nascan da uova, o da feti; ma nulla di sicuro emmi riuscito di apprendere. Solamente in taluna delle grandi mi sono appariti a pochissima distanza dai tubetti tracheiformi dei numerosi aggregati di palline, che non ho mai vedute nelle piccole meduse, ed in altre più corpulente queste palline mi si sono offerte maggiori; il qual fenomeno mi ha fatto correr per l'animo, se peravventura que' corpicciuoli fossero uova; ma la necessità di dovere partir da Messina, lasciò mio mal grado questa importante ricerca indecisa.

Questa novella specie di medusa potrebbe nomenclarsi così. *Medusa phosphorea orbicularis convexiuscula, margine fimbriato, subtus quinque cavitatibus, tentaculis quatuor crassioribus centralibus, octo tenuioribus lateralibus longioribus.*



---



---

# L E T T E R A

Del Sig. Dott. GIUSEPPE BONVICINI

Al Sig. Professore MICHELE GIRARDI.

**A**llorchè mi stimolaste colla gentilissima vostra lettera a dirvi il parer mio intorno al sentimento della vista nelle Lumache nostrali, io era già per rispondervi ciò, che pur mi dite, avervi risposto tant'altri affai più di me capaci a contentare le vostre brame. Ancor io mi trovava in buona parte persuaso su la scorta di valenti Naturalisti, che queste bestiuole avessero su l'apice de' loro cornetti, o tentoni, se così chiamarli vi piace, occhi bastanti a distinguer bene gli oggetti, che le circondano; ma riflettendovi più seriamente in quelle poche ore, che in mezzo a studj più serj foglio con piacere donare allo studio della Zoologia, e da me instituite alcune picciole sperienze, m'hanno queste messo nell'animo più d'un dubbio; anzi ve lo confesso colla mia solita ingenuità, mi fanno piegare verso la contraria opinione. Io ve ne darò un breve dettaglio, e voi da saggio, che siete, ne farete quel conto, che si saran meritato.

Voi al certo non ignorate, che l'insigne filosofo *Aristotele* fu uno tra i primi, che cieche vollero le nostre chiocciole, e qualunque altra specie di animali testacei. Egli apertamente ce ne assicura nella sua storia degli Animali (lib. 3. cap. 22.); benchè a me sembri, d'aver egli gratuitamente ciò asserito senza forse discendere a replicate sperienze per investigarne la verità, giacchè nel luogo stesso cieche pur pretende le talpe senza ulteriore disamina, in tempo, che dai molteplici tentativi fatti su questo picciol quadrupede, si sa, che la natura d'occhi bastantemente il provvide. A siffatta opinione l'erudito *Plinio* li sottoscrisse senza cercar più oltre, o tratto a così pensare dall'autorità di quel grand'uomo, o non potendosi persuadere, che questi animaletti recassero nella cima delle loro corna, ed in luogo sì strano

quegli occhi, che gli altri animali in fronte portavano. Voi ben vedete, mio pregiatissimo Amico, quanta forza aver doveva l'opinione de' due citati Filosofi sul comun sentimento in un'età specialmente, in cui per mancanza de' più acconci strumenti l'anatomia, e le osservazioni su gli animali, e spesso ancor de' più piccioli, far non potevano que' progressi, per mezzo de' quali oggi si veggono a tanto onor pervenute.

A tempi affai di gran lunga posteriori, ed al nostro in ispezial maniera era riservato il discutere con più fondate ragioni, e con più decisivi cimenti, siccome tant'altri, anche questo argomento.

Il *Borelli* (*De vero Telescopii inventore Observ.*) è stato uno fra i molti, che ne hanno parlato, che dalla ocular ispezione di que' piccioli punti neri, e brillanti, che risaltan dall'apice delle corna delle nostre lumache, si fe' a credere, che andassero esse dell'organo della vista fornite. Così pure la pensò il diligentissimo *Lister* (tract. de cochleis.) tratto dalla medesima osservazione. Fuvvi però, chi non mostrò tanto liberale colle nostre chiocciolè, e l'illustre *Aldrovandi* fra gli altri, nel suo Trattato degli *Insetti*, circoscriver volle nelle medesime il sentimento della vista soltanto nelle due corna maggiori, lasciando all'altre due minori l'uffizio semplice di tentoni. Ne vi mancarono alcuni altri, che seguaci tenacissimi dell'antica opinione, le dissero affatto cieche, come avanzò fra non pochi il dotto *P. Bonnani* (*Recreatio ment. & ocul. Probl. 33.*).

*Francesco Redi* esimio Naturalista, come sapete, e che a ragione chiamar più volte vi ho udito il vero maestro nell'arte di osservare, volle anch'egli esaminare le lumache nostrali, ed i lumaconi ignudi, e pronunziò con tutta la sicurezza, che non macavano cotesti animaluzzi del beneficio della vista.

Ma nessuno, per mio avviso, spinse tant'oltre le sue ricerche su l'organo visuale delle nostre lumache, quanto il celebre, oculatissimo *Suamerdamio*, e il diligente *Muralto*, che molte di queste sacrificarono ad una rigorosa anatomia per sincerarsi di questo interessante punto di Storia naturale; anzi il primo di questi giunse a tanto, che ci assicura d'aver rinvenuto ne' menzionati punti nereggianti, e lucidi

de' loro cornetti la vera sede degli occhi, scoprendovi la tunica chiamata *uvea*, e i tre umori dell'occhio nostro, con un muscolo, per mezzo di cui ponno entro la testa ritirare le dette corna, ed a cui dà il nome di *nervo ottico*.

La sola autorità d'uno *Suamerdamio* avrebbe forse potuto trarre di dubbio molt'altri, che ancora in oggi risolversi non fanno a creder dotate le nostre chiocciolate dell'organo della vista, senza che vi si aggiungesse quella d'un *Bonnet*, e d'uno *Spallanzani*, a cui vi è noto, quanto la natura ama rispondere senza velo ne' loro dotti quesiti.

Io rispetto, quant'altri mai, il sentimento di così esmii Naturalisti, nè totalmente so condannare que' molti, che l'hanno seguito senza prendersi veruna briga di esaminar più addentro l'affare, ma i molteplici tentativi da me fatti a tale oggetto non mi permettono per ora di divenirne seguace. Eccovi ciò che ho potuto scoprire.

Ho prese venti delle nostre lumache terrestri di quella specie, che il cel. *Linneo* nel suo *Sistema naturæ* chiama *Coclea testâ ovatâ quinque spirarum*, *Pomatia dicta*, e che spesso diviene una non ingrata vivanda delle nostre mense; ed attentamente esaminatele ad oggetto di scoprire, se veramente fosser dotate del senso della vista, i risultati del mio scrutinio furono i seguenti.

Qualunque volta da me collocate le dette chiocciolate su d'un piano, strascicavansi su di questo, e prendevano una qualche direzione, ho posto in piccola distanza un ostacolo ora opaco, ora diafano, talora d'un colore oscuro, talora di un chiaro, talvolta molle, e cedente, e talvolta resistente, e duro, rimpetto alle loro corna, ed ho costantemente osservato, che da questo non deviavan mai le medesime, se prima non giungevano ad urtarvi colle dette lor corna, e specialmente colle maggiori, essendo quasi sempre le prime a toccarne la superficie.

Vero è però, che avendo qualche volta opposto loro nella guisa stessa un pezzo di carta affatto bianca, per vedere, se a cagione de' molti raggi di luce, che rifletteva, convincere mi potessi, che co' loro supposti occhi la distinguessero, schivandola prima di arrivare a toccarla, e mutassero direzione, ho veduto, che talora così succedeva, come se

avessero distinto l'ostacolo, che veniva alle medesime presentato; ma siccome il più delle volte il contrario avveniva, non posso, che attribuirlo ad un mero accidente.

Allorchè le mie lumache avevano nel loro viaggio ben allungati i loro cornetti, ho appressato alla cima de' medesimi un dito, o qualunque altro picciol corpo leggermente agitandolo per ogni verso, ma non hanno mai esse ritirati tai membri, e dato un sufficiente indizio d'accorgersene, come sembra, che avrebbero dovuto fare, se co' menzionati occhietti lo avessero distinto.

Ho posto a rincontro delle medesime, allorchè avevano un moto progressivo, una candela di cera accesa, eppure non hanno giammai mutata direzione, nè da quella deviato, se non quando il calore della fiamma giugneva ad offender la cima delle lor corna; anzi ho quasi sempre veduto, che, tenendo la primiera lor direzione, sono giunte perfino a spingerle nella fiamma stessa prima di ritirarle, e mutar viaggio.

Il deviare da corpi, che loro metteva incontro, era costante, li toccassero esse colle corna maggiori, o colle minori, bastando, che coll' une, o coll' altre dentro vi urtassero. Io ho osservato, che colle minori sembrano scandagliare col loro allungamento, e ritiramento il piano de' corpi, su cui si stendono, tenendole quasi sempre rivolte a terra, ed in tal positura, che a chi ignora la struttura di simili animaletti, sembrar potrebbero a prima vista piuttosto due zampine. Colle maggiori poi, che tengono d' ordinario assai alzate, mostrano di esaminare, se v' abbia una qualche superficie, che si rialzi dal piano, su cui ritrovansi, per ivi attaccarsi. Difatti ho veduto, che ad urtare in qualsiasi corpo, che avesse un rialzamento, fermavansi tosto, e a più riprese toccavano, e rittoccavano co' loro minori cornetti, dopo di cui allungavansi esse, stendendo a un tempo stesso, ed alzando i maggiori, sollevavano la testa, e facendo un punto d' appoggio sull' ampio loro piede a quello appigliavansi, e proseguivano il lor cammino. Era un piacere l' osservare la somma irritabilità di siffatti cornetti, allorchè urtavano in qualche corpo, od anche qualora leggermente agitavasi l'aria, da cui eran cinte, e quel curioso ritirarsi

all'indentro fino alla loro radice, imitante, dirò così, il rovesciamento d'un guanto; il qual giuoco scopersi facilmente anche senza il foccorfo del microscopio, per essere, come sapete, quasi onninamente diafani in tutta la loro lunghhezza.

Da questi fatti io farei tentato, per dirvi la verità, a trarne la conseguenza, che le nostre lumache provvedute non siano dell'organo della vista, oppur se l'abbiano, averlo debbano assai ottuso, e sommamente imperfetto, almeno qualor pretendasi, che collocato sia nell'apice delle più volte accennate loro corna; e che siffatte membra siano altrettanti tentoni destinati a servir loro di scorta per iscandagliare la superficie de' corpi, su cui si strisciano, supplendo alla totale mancanza, o all'estrema debolezza della lor vista, come la pensarono tant' altri, e fra questi il rispettabile Naturalista Sig. *Adanson*, che ha in gran parte illustrata la storia fisica di questo genere d'animali.

E qui permettetemi, ch'io vi dica, che se replicate in buon numero non avessi le mie osservazioni, ed anche in compagnia di alcuni dotti miei amici, avrei creduto d'esser cieco in pien meriggio, o di sognare nell'osservar ch'io facea quel continuo tasteggiare, che fanno le nostre lumache, allorchè incontransi in qualche corpo, o qualor prendono un moto progressivo soltanto, e che vi ho già superiormente descritto, giacchè l'erudito autore del Dizionario degli Animali apertamente protesta di non vederli in questi loro tentoni cosa, che possa far sospettarne l'uso, di cui parliamo, senza però farci partecipi degli argomenti, che il mossero a decider così.

Io non saprei esprimervi con qual piacere abbia io veduto confermata questa mia congettura in una Lettera scritta all' esimio Naturalista Sig. *Ab. Spallanzani* dall' illustre Anatomico Sig. Dott. *Michele Gerardi* professore d'anotomia, e storia naturale in questa R. Università, e che legger potrete nel tomo 2. par. 2. delle Memorie della *Società Italiana*. Ivi vedrete, che il dottissimo Autore, dopo d'aver superato lo stesso *Suamerdamio* nella più fina, e scrupolosa notomia delle nostre chioccioline, le ha cimentate in più maniere, e i suoi risultati non differiscono da' miei, sicchè

l'opinion sua colla mia perfettamente s'accorda. Così la natura in tempo, che tutta era intenta a svelarsi a un tanto di lei benemerito osservatore, mi lusingo non abbia sdegnato in qualche modo rispondere ad un semplice ammiratore de' suoi prodigj.

Qualora venisse concludentemente provato, che siffatti testacei privi fossero della vista, non per questo la provida natura farebbe stata loro matrigna, privandoli d'un senso da lei concesso alla maggior parte degli animali, mentre ne furono ben compensati, loro accordando una sì grande irritabilità nelle loro corna, ed un tatto sì squilibrato, e sì fino da non invidiare tant'altri vermi, ed insetti, cui essa per tal mezzo rese sensibilissimi: ed allorchè pe' suoi particolari disegni, il più delle volte da noi ignorati, negò loro il vedere, moltiplicò in essi quest'organo del tatto non solo, ma di questo li corredò in grado eminente per tutta la superficie del corpo, ond'essere prontamente conscj di ciò, che toccavano, e li rese capaci di ripararsi entro un sodo ritiro d'agli attacchi di molti loro nemici, ch'essi veder non potevano, e che continuamente assediavanli.

Nel corso delle mie sperienze, non so come, mi venne in mente il pensiero di cercare, se in questi loro tentoni risiedesse mai per avventura anche il senso dell'odorato. Io ho voluto farne la pruova tanto più, che per quanto io mi sappia, non è stato ciò da altri tentato.

Voi non porrete già in dubbio, che generalmente gli insetti siano forniti del sentimento dell'odorato forse di gran lunga in essi più fino, e più delicato, che in qualsiasi altro animale. Le molteplici esperienze, che sono state instituite finora, meritamente ce lo persuadono, benchè poi resti ancora indeciso, ove un tal senso ritenga la precisa sua sede. Le sostanze ridotte a fermentazione, a cui da ghiotti van dietro moltissimi insetti, e se ne cibano attirati dall'odore, che ne esala, benchè siffatte materie siano in modo collocate, e coperte, che non ponno essere da loro vedute; l'allontanamento, e lo scomparir di molt'altri da certe sostanze di odor forte, e cattivo, ne sono tutti bastanti, e ragionevoli indizj, cui non lice sì facilmente di contraddire. E se qui volessi adurvene ulteriori esempj, vi accennerei i scarabei acquatici,

acquatici, che sentono ben da lungi l'odore delle bestie morte, e vengon fuori dell'acqua per farsene gradito cibo; vi potrei rammemorare le api, a cui sapete quanto talora giovino i suffumigj, e quanto piaccia l'odore dell'apiastro, e del timo. Il sagacissimo Osservatore *Lionnet* era portato a credere, che questo senso si rinvenisse nelle barbe, di cui vanno spessissimo forniti nella bocca molti insetti, ed il *Cel. Naturalista Bonnet* avea già sospettato, che collocato fosse nelle loro antenne: il qual sospetto parmi, che avrebbe dovuto risvegliare negli amatori della storia naturale un vivissimo impegno, onde verificarlo, o distruggerlo. Sembrava, che per una certa analogia dal pensiero sostenuta di alcuni solenni Naturalisti, non ne dovessero esser privi i vermi, e i testacei, e fondato su questa volli farne la pruova sulle mie lumache.

Io avea sul mio tavolino una piantina di *Satureja* ancor fresca, ed accostandola pian piano a' tentoni di queste bestiuole, ora ai maggiori, ed ora ai minori, m'accorsi ben presto, ch'esse velocemente li ritiravano, li contorcevano in varie guise, e volgevanli ad altra parte, quasi che queste membra tocche sommanente venissero dall'odore, che continuamente esalava dalla detta piantina. Sulle prime io la credetti piuttosto un' accidentalità da non farne alcun caso, ma replicando più volte l'esperimento, ne ottenni costantemente il medesimo risultato. Io quì non mi ristetti, ma le volli tentare con altre materie odorifere, come farebbe il muschio, al cui odore si mostrarono ancor più sensibili di prima, non così però tanto, quanto all'odore della carta bruciata, ch'io loro presentai, giacchè di gran lunga più pronte furono a ritirare i lor tentoni, e più tarde d'affai a nuovamente allungarli di quello, che fatto aveano per l'addietro.

Se questi miei tentativi non sono concludenti pruove, onde in loro determinar francamente la sede dell'odorato, parmi almeno, che aver si possano per non leggieri indizj a sospettarlo collocato nelle descritte lor membra, tanto più per avere osservato, che variando i miei esperimenti col presentar vicino a' loro cornetti alcune sostanze inodorifere, o che almeno un odor sensibile non tramandavano, teneva-

no esse siffatte corna quietissime, e nella naturale loro posizione senza mostrare d'esserne tocche in veruna guisa. Ed ecco, come non senza qualche ragione potrebbesi congetturare, che membra tali possan loro servire a un doppio uso; per conoscere cioè i corpi, in cui s' imbattono, e per ricever gli effluvj, che da essi ne partono. Così la natura sempre varia nelle mirabili sue opere sembra, che abbia voluto scherzare in cotesti curiosi animalletti, moltiplicando in un sol membro ciò, che in più ha distribuito nella maggior parte degli animali per una sorprendente economia, dietro a cui perdesi l'occhio il più acuto, e filosofico.

Nè le lumache sono l'unico esempio di animali, cui un sol membro serva a più usi. Voi vi ricordate benissimo, che molti insetti, e testacei ancora hanno talora sortito dalla natura un membro, o l'altro, che adoperan sovente a più cose. La mosca de' rosaj, di cui il celebre *Vallisnieri* ci ha lasciata una elegantissima storia, serve a un tempo stesso della deretana sua parte a formare una picciola fenditura nella pianta, su cui passeggia, colla compostissima, e mirabile sua sega, e per deporvi le uova. In molte spezie d' *Iceumoni* la loro coda assai lunga serve e per trapanare il corpo d'altri insetti, e per deporvi la prole. A molt' altri che vivon nell'acque, serve un tal membro e per isgravarsi delle loro uova, o de' feti, e a un tempo stesso per respirare. Il mitolo di fiume adopera la sua tromba destinata a succhiar l'umore, che lo alimenta, per alzar le sue valvule, e porle sul taglio, facendola pur servire di piede per intraprendere il tardo suo viaggio. Le stesse nostre chiocciole ve ne rinnovano l'esempio, di cui parliamo, giacchè, come abbastanza vi è noto, corredate sono di un foro nella destra parte del loro collo più vicina alla testa, che loro serve nel tempo medesimo di passaggio all'aria, che pur respirano, e di uscita alle loro uova.

Ma io oltrepasserei i limiti prescritti ad una breve letteruccia, se qui volessi farvene una più estesa nomenclatura, e farebbe appunto spedir Nottole ad Atene il raccontarvi ciò, che meglio di me sapete. Io vi prego

di replicare questi miei tentativi, e di sapermi dire, s'io mi sono ingannato. Frattanto non tralascierò di studiare queste bestiuoluzze, con cui ho cominciato a rendermi familiare, nè occasione alcuna di farvi conoscere a prova ch'io sono.

Parma 15. Giugno 1792.



---



---

# O S S E R V A Z I O N I

## M E T E O R O L O G I C H E

FATTE IN VERONA NEGLI ANNI 1792, 1793.

Dal Sig. ANTONIO CAGNOLI.

**O** Mettendo le spiegazioni già date ne' due precedenti Volumi, espongo il terzo biennio delle mie Osservazioni meteorologiche, compendiate siccome gli altri nelle seguenti Tabelle, con la giunta però questa volta del medio d'ogni colonna, desunto dagli anni fei; il qual mostra così a colpo d'occhio le varietà particolari d'ognun de' due ultimi.

Il numero delle volte, che lo spirar d'ogni vento mi venne osservato in ciascuno d'essi, è come segue.

Anno	T.	Gr.	L.	S.	O.	G.	P.	M.
1792	57	184	398	322	117	88	353	356
1793	95	191	357	326	124	77	246	259

Accoppiando queste quantità con le relative del quadriennio antecedente, si ricavan le medie, che vengono appresso.

T.	Gr.	L.	S.	O.	G.	P.	M.
131	237	402	295	124	114	274	289

La costituzione ordinaria de' mesi, raccolta dal sessennio, diversifica alquanto da quella che il solo quadriennio aveva somministrata, e però non tralascio di publicarla, forpassando bensì que' mesi, i quali non vestono alcun de' caratteri distintivi, che ho presi a considerare.

*Gennajo.* Li venti da Maestro, Ponente, e Garbino, e li dì nubilosi regnano più che in ogni altro mese.

*Febbrajo.* Eguaglia l'Ottobre per la maggior frequenza dell'Ostro: ed ha poi meno pioggia, e manco giorni piovosi di qualunque altro.

*Aprile.* Ponente e Maestro spirano il più di rado.

*Maggio.* Quel che ha più giorni di pioggia,

*Luglio.* La maggior quantità de' giorni sereni, e la minore de' nuvolosi hanno luogo; col più soffiar di Levante, e Scirocco, e col meno di Tramontano.

*Agosto.* Riceve la massima somma delle altezze barometriche; ed il minimo alito del Garbino.

*Ottobre.* Il più piovoso di tutti. L'Ostro vi si diporta come in febbrajo; il Greco n' è schivo.

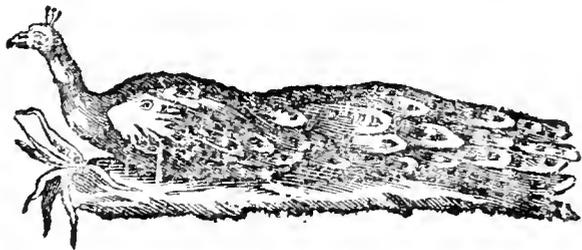
*Novembre.* Ha il minor numero de' giorni sereni.

*Dicembre.* Toglie la minima somma delle altezze del barometro: più visitato da Greco e da Tramontano; meno da Ostro, Scirocco, e Levante d'ogni altro mese.

L'anno 1792 è stato notabilmente asciutto, col favor di Ponente e Maestro, che assai più frequenti, con l' assenza di Tramontano e Greco, che men dell' usato spirarono. In Gennajo 14 pollici di neve, 9 in febbrajo, uno in Dicembre, poca in Novembre e di breve durata. In Giugno, tra li 28 e 29, lieve scossa di tremuoto, un' ora e mezzo dopo la mezzanotte. Li temporali, 2 in Giugno, e 2 in Ottobre.

L'anno poi 1793 è stato in totale più caldo che freddo, attesi i lunghissimi ardori della state. Dominato assai da Scirocco, sentì men del solito Levante, Greco, Garbino, e Tramontano. Ma se nel pieno non si discosta maggiormente dall' usato, nelle stravaganze particolari de' mesi è stato in vero stranissimo. Di fatti il Marzo fu il più piovoso, dov' esser soleva il meno: nel solo giorno 19 con la notte precedente, inaudita cosa, straboccarono pollici  $3\frac{2}{3}$  d'acqua. All' incontro l'Ottobre, che della pioggia suol essere il più abbondante, ha tenuto il quarto luogo tra gli asciutti, con essere stato per la serenità e tepore dell' aria piacevolissimo. In Aprile insolita costanza ed intensità di freddo. Il Maggio pur freddo, piovosissimo. Freddi perfino li due primi giorni di Giugno. In Luglio ed Agosto asciuttore e caldo pertinacissimi. Il massimo calor di Verona, gradi  $28\frac{1}{2}$ , che non avevo notato mai dopo i 10 d'Agosto, s'è ripetuto ai 14. Quindi il Settembre piovoso metà più dell' usato: così il Dicembre, e tepido assai. Di neve son

caduti tre pollici in Gennajo, uno in febbrajo. In questo poi forte scossa di tremuoto ai 28, a sei ore della mattina, con bel tempo, barometro quasi altissimo, e vento da greco-tramontana. Ebbero un temporale l'Aprile, il Giugno, e l'Agosto, quattro il Maggio, un finalmente l'Ottobre nella mattina dei 31 con fragore e grandine.



1791	ALTEZZE DEL TERMOMETRO.			ALTEZZE DEL BAROMETRO.		
	Minima.	Media.	Massima.	Minima.	Media.	Massima.
Gennajo.	— 5, 25 li 10	2, 20	7, 66 li 30	17 1, 48 li 11	17 8, 88	18 0, 70 li 11
Febbrajo.	— 4, 15 li 17	1, 60	10, 33 li 13	3, 93 li 18	10, 25	3, 64 li 1
Marzo.	— 0, 50 li 1	8, 10	16, 00 li 16	5, 06 li 10	10, 20	11, 81 li 21
Aprile.	3, 75 li 11	11, 00	12, 50 li 30	3, 75 li 4	11, 34	3, 09 li 21
Maggio.	8, 15 li 10	14, 33	14, 33 li 11	5, 89 li 5	10, 56	11, 66 li 19
Giugno.	11, 00 li 8	18, 17	14, 52 15, 17	6, 81 li 10	10, 45	11, 27 li 16
Luglio.	13, 00 li 31	10, 20	17, 75 li 20	6, 63 li 18	10, 41	0, 55 li 10
Agosto.	11, 00 li 11	18, 66	15, 75 22, 30	6, 06 li 15	10, 37	0, 03 16, 28
Settembre.	7, 75 li 18	14, 50	25, 75 li 1	4, 41 li 11	10, 08	17 11, 86 li 9
Ottobre.	5, 00 li 31	11, 00	16, 50 li 8	7, 05 li 5	10, 67	18 2, 15 li 23
Novembre.	13, 10, 23, 29	6, 40	11, 50 li 3	4, 85 li 13	11, 51	3, 00 li 15
Dicembre.	— 2, 00 li 31	1, 60	7, 00 li 11	1, 92 li 14	9, 00	3, 84 li 9
Anno.	— 5, 25	10, 94	27, 75	27 1, 48	17 10, 31	18 3, 84
Medio.	— 6, 79	11, 03	18, 31	27 1, 44	17 10, 33	18 4, 33

1792.	Giorni sereni	Giorni varj.	Giorni nuvolosi.	Giorni di pioggia.	Giorni di nebbia.	Quantità della pioggia.	Venti dominanti.
Gennajo.	4	4	13	15	8	pol. 4 2, 17	M. P. Gr.
Febbrajo.	11	7	11	1	6	0 7, 63	M. P.
Marzo.	8	10	13	3	2	0 8, 15	L. S.
Aprile.	16	8	6	7		0 6, 96	L.
Maggio.	8	9	14	11		3 10, 32	L.
Giugno.	12	11	7	7		1 1, 46	P. M.
Luglio.	11	16	4	7		11 1, 88	L.
Agosto.	11	12	8	6		11 5, 45	L.
Settembre.	8	13	9	9		2 6, 00	M. S.
Ottobre.	8	11	11	9	1	6 1, 58	S. N.
Novembre.	11	7	11	5	5	2 5, 03	P. M.
Dicembre.	11	9	10	4	3	1 10, 64	P. M.
Anno.	112	118	97	85	17	18 8, 37	M.

1793.	ALTEZZE DEL TERMOMETRO.			ALTEZZE DEL BAROMETRO.		
Mesi.	Minima.	Media.	Massima.	Minima.	Media.	Massima.
Gennajo.	4, 15 li 11	0, 91	6, 75 li 26	27 4, 42 li 24	27 10, 59	28 3, 86 li 22
Febbrajo.	2, 00 li 1	4, 04	14, 25 li 27	6, 10 li 11	10, 61	3, 11 li 23
Marzo.	1, 00 li 10	7, 19	13, 00 li 30	6, 05 li 7	9, 62	3, 07 li 13
Aprile.	3, 50 li 8	9, 08	17, 50 li 30	4, 81 li 28	8, 91	1, 11 li 7
Maggio.	7, 00 li 23	13, 28	21, 50 li 10	6, 94 li 2	9, 90	1, 47; 4, 5
Giugno.	7, 50; 1, 2	17, 42	25, 75 li 10	6, 35 li 18	10, 77	1, 35 li 29
Luglio.	15, 50 li 23	21, 51	28, 50 li 5	7, 29 li 29	11, 10	1, 11 li 5
Agosto.	13, 00 li 1	20, 44	28, 50 li 14	8, 28 li 16	11, 26	2, 14 li 22
Settembre.	8, 50 li 24	15, 47	13, 25 li 13	5, 13 li 21	11, 18	1, 16 li 9
Ottobre.	5, 75 li 26	12, 27	18, 50 li 14	2, 71 li 31	11, 58	2, 56 li 15
Novembre.	1, 25 li 30	7, 72	13, 33 li 27	3, 70 li 1	10, 41	2, 08 li 11
Dicembre.	3, 00 li 6	4, 61	9, 75; 21, 23	5, 46 li 12	9, 35	1, 07 li 1
Anno.	4, 25	11, 16	28, 50	27 2, 71	27 10, 44	28 3, 86

1793.	Giorni sereni.	Giorni vanj.	Giorni nuvolosi.	Giorni di pioggia.	Giorni di nebbia.	Quantità della pioggia.	Venti dominanti.
Gennajo.	6	13	12	4	3	pol. 2 1, 86	M.
Febbrajo.	6	11	10	2	3	0 7, 11	P. M.
Marzo.	4	11	15	9		6 8, 22	L.
Aprile.	5	11	14	8		2 0, 83	L.
Maggio.	4	17	10	14		5 3, 17	L.
Giugno.	7	19	4	6		1 3, 43	S. L.
Luglio.	7	20	4	7		1 2, 78	L.
Agosto.	8	21	2	7		1 9, 47	L.
Settembre.	1	11	8	10		4 1, 84	M.
Ottobre.	8	16	7	5		1 7, 92	P. M. S.
Novembre.	5	12	13	7	5	1 4, 08	P. S.
Dicembre.	3	8	20	17	8	3 6, 51	Gr.
Anno.	64	191	120	95	19	31 9, 11	L.
Medio.	117	174	135	59	18	31 6, 78	L.

---



---

# OSSERVAZIONI

Del Sig. FLORIANO CALDANI

SOPRA LA TRASFORMAZIONE DI UN INSETTO,  
E SOPRA LE IDATIDI DELLE RANOCCHIE

PRESENTATA

Dal Sig. CAVALIERE LORGNA.

§. I.

SE v'ha parte della Fisica, nella quale le osservazioni isolate e semplicemente annunziate arrecano de' lumi al ramo tutto della scienza, essa è certamente la Storia naturale; e se vi sono oggetti, che somministrino più frequentemente delle varietà, e de' non attesi accidenti, converrà meco, lo spero, ogni Naturalista, che tali sono gl' insetti, de' quali non siamo ancor giunti a conoscere l'intima animale economia, non ostante le immense ricerche del *Reaumur*, e del *Bonnet* per tacere di tanti altri. Tutti gli Entomologi riferiscono delle particolari osservazioni o circa il modo, in cui si moltiplicano questi animali, o quello di vivere, o circa la loro struttura, o finalmente su qualche non conosciuta varietà: e se si accumulassero queste osservazioni in un solo corpo, ci avvedremmo facilmente, quanto andassero lungi dal vero coloro, che prima di queste si credevano di conoscere a fondo l'Insettologia. Non dobbiamo però pensare anche noi in cotal guisa per essere di tante nuove scoperte provveduti, ma richiamando sovente alla mente il detto di *Seneca* aspettar ci dobbiamo ogni giorno, che venga l'ignoranza nostra vieppiù diradata per opera degl' investigatori della Natura. Se le due osservazioni che sono per esporre, sieno atte a concorrere in qualche modo ad un tant' utile scopo, lo giudicheranno i Dotti, ed io mi lusingherò di

Tom. VII.

Qq

non aver gettato e il tempo, e l'opera, se il loro voto mi riuscirà favorevole.

## §. II.

Nella state del 1791, per non essere una stagione adattata ai lavori anatomici, mi venne in capo di osservare con iscrupolosa attenzione la metamorfosi di parecchi bruchi, affine d'istruire me stesso, e di verificare quanto sopra di essi era stato da altri pubblicato. Io aveva in pronto alcune piante di *Capsicum annuum* Linn., e mi era avveduto, che le foglie erano quà e là corrose per opera d'insetti, e andando in traccia de' bruchi, che n'erano stati gli Autori, ne trovai un buon numero, e di varia grandezza. Quando un tal animale è piccolo, esso è verde di colorito, ed ha 6. od 8. punti neri assai visibili sul dorso, con altri più minuti sparsi sulla testa, ma non discernibili senza l'ajuto della lente. Da questi punti, che sono altrettanti tubercoletti rotondi, sorgono de' tenuissimi peli di colore oscuro. Crescendo l'animale, niente più si osserva di ciò, e ( quantunque il bruco non si spogli della sua pelle ), su tutta la superficie del dorso compariscono de' cerchj di colore più chiaro della sottoposta sostanza del bruco, e dal centro di questi cerchj forge un pelo bianchiccio. Esso ha undici segmenti, ed ai lati della testa comincia una linea bianca, che giunge fino al principio del penultimo segmento; sotto questa linea nella protuberanza del segmento stesso si osserva una macchia di color giallo, di figura ovale O, e contornata da una linea nera. Ha finalmente dodici gambe, appartenendo perciò alla quinta classe del *Reaumur*, sei anteriori scagliose, quattro intermedie membranose al 7.° ed 8.° segmento, e due posteriori della stessa natura, incurvandosi egli allorchè si trasferisce da un luogo all'altro.

## §. III.

Da una tale descrizione, e meglio ancora dalla Figura I., nella quale vedesi questo bruco rappresentato un poco

maggiore del naturale (a), non sembra ch'esso abbia delle notabili varietà da altri simili animali. Raccolti avendo molti di questi bruchi, ne posi parecchi in alcuni vasi di cristallo ricoperti da solta tela, e ne lasciai degli altri sopra una pianta di *Capficum*, somministrando due volte al giorno il solito cibo a quelli, che si trovavano imprigionati. Dopo quattordici o sedici giorni (secondo la varia età de' bruchi), vidi ch'essi cominciavano a tessere il loro picciolo bozzolo, avvicinando l'una all'altra quelle foglie, che loro erano più a portata, e lo stesso intender si dee di quegli individui, ch' erano chiusi ne' vasi, nel qual lavoro non impiegano che un giorno all'incirca, essendo però assai scarso di fila il bozzolo stesso, e di poca resistenza ed opacità.

#### §. IV.

Dodici giorni impiega questo bruco nella sua trasformazione, allorchè si rinferra nella seta da lui tessuta. Non tutti però i miei bruchi giunti a maturità si fabbricarono il bozzolo. Ne vidi alcuni, che avevano sul dorso una prominenza bernoccoluta a guisa di un frutto di moro; questi benchè fossero cresciuti alla grandezza degli altri, si rimanevano oziosi, non mangiavano, sembravan deboli, giacevano su qualche lato, si oscurava e si raggrinzava la loro pelle; e passati due giorni uscivano dalla prominenza posta sul dorso due o tre vermetti, li quali formavano in poca distanza altrettanti bozzolini separati, ne' quali si racchiudevano, e cangiati in crisalide comparivano poscia sotto la forma di una mosca. Di simile trasformazione ne parlano moltissimi Naturalisti, e merita di esser letta la Memoria XI. del secondo Volume della grand'Opera del Sig. de *Reaumur* (b).

---

(a) Le Figure I, III, IV, V, VI sono meglio se ne scorga la configurazione.  
per metà più grandi del naturale, onde (b) *Memoires des Insectes*.

## §. V.

Que' bruchi, che si racchiudono nel bozzolo, si cangiano in crisalide, come tutti gl' insetti di simile specie: perciò alcuni degli animaletti, che formavano l' oggetto delle mie speculazioni, divennero crisalidi di quella specie, che diconsi rotonde, e dal Sig. de *Reaumur* sono chiamate *feves*. La figura II. rappresenta questa crisalide lateralmente, ch'è di colore giallo-dorato, ed è facile il ravvisarvi li piccioli rilievi sul ventre, la testa dell' animale, e la figura conica acuta. Dopo dodici giorni venne alla luce da questa crisalide una bellissima falena (a) di colore oscuro, con due macchie triangolari dorate in vicinanza alla costa anteriore delle ali superiori, e che nella figura si scorgono di colore più bianco. Altri ritennero la forma di bruco ripiegandosi solo alcun poco; in tal caso il color verde si cangiò in bianco-giallognolo; non si videro più i tubercoletti, nè i peli, nè le divisioni o segmenti, ma protuberando la pelle quà e là, tutta la superficie apparve conformata in tante picciole vescichette di figura ovale, e distinte l'una dall' altra (b). Da questa trasformazione dopo dodici giorni uscirono de' moscherini del genere dell' *ichneumon niger pedibus flavis* Linn. in quantità prodigiosa: ed aperto il bozzolo vi rinvenni il corpo del bruco cangiato, come poco fa enunciai, con alcune vesciche forate da sottilissimo pertugio, per cui aveansi fatto strada gl' ichneumoni rinchiusi nelle vescichette. Sparai inoltre uno di questi bruchi, e vidi che l' interna sua sostanza era cangiata in minime vescichette (c), ciascuna delle quali conteneva una picciola mosca. Nel mezzo delle vesciche si osservò un grosso filamento di color nerastro ( Fig. V. c. ) ch'io giudicai essere il canale alimentare, tanto più che dalle osservazioni del *Reaumur* si sa, che questo canale non soffre cangiamenti dalle insolenze delle mosche ichneumoni. Nella detta figura si vede l' esterna superficie del bruco A corrispondente alla figura IV. e l' interna sostanza B cangiata come dissi in vescichette.

---

(a) Fig. III. (b) Fig. VI. (c) Fig. V.

## §. VI.

Non tutti gl' ichneumoni, che si sviluppano nel bruco, veggono la luce, poichè aperto un qualche bruco così trasformato, e dal quale non si vedevano uscire altre mosche, osservai che nella sostanza più interna dell' animale si trovano delle piccole mosche morte prima di liberarsi dalla prigione. Breve vita godono anche que' moscherini, che giungono a svolazzare sull' esterna superficie del bozzolo, ciò che fu pure da altri osservato.

## §. VII.

Comuni poi sono i caratteri della mosca (a), ch' esce sì nella prima ( §. IV. ), che nella terza ( §. V. ) trasformazione. Essa ha la testa nera, la faccia bianca variegata, il dorso sanguigno, il petto nero con qualche sottilissima stria bianca, l' addome tutto nero, diviso in 7 segmenti l' ultimo de' quali è acuminato, le gambe giallo-rosse, co' piedi articolati, due antenne articolate e peluginose, e finalmente quattro ali trasparenti, le superiori più lunghe delle inferiori, che sono angolate.

## §. VIII.

Esposta in tal modo la triplice trasformazione del bruco da me osservato, conviene ch' io passi ora alla relazione di que' tentativi, che feci per assicurarmi della generazione de' moscherini per opera degl' ichneumoni. Vide il Sig. de *Reaumur*, come una mosca pianta il suo pungolo nel bruco per deporvi le uova (b) e da una tale osservazione sembra posta fuori d'ogni equivoco la generazione di quest' insetti. Io cercai di vedere lo stesso, sì tenendo per qualche tempo gli occhi ben fissi sopra una pianta di *Capficum* carica di bruchi e d' ichneumoni, che racchiudendo in un vaso di cristallo parecchi bruchi con varj ichneumoni della specie sopra

---

(a) Fig. VI. (b) Op. cit. Tom. II. pag. 417.

indicata: ma per quanta attenzione io ponessi in opera, non mi venne fatto giammai di vedere le premure dell' ichneumone femina per deporre le proprie uova nel corpo de' bruchi, che anzi gl' ichneumoni vissero un breve tratto di tempo, benchè avessi loro somministrate molte foglie tratte dalla pianta, e ricoperto il vaso con un velo. La seconda ricerca fu di anatomizzare moltissimi bruchi, e di esaminare l'interna sostanza coll'ajuto di una lente di poco ingrandimento, ma non mi fu dato di scorgervi le uova, ch'io cercava: può però darli, che tutti li bruchi da me anatomizzati fossero quelli appunto, che soggiaciuto non avevano alle violenze dell' ichneumone. In terzo luogo raccolsi alquante uova spettanti ai bruchi, e custodite gelosamente, vidi ch'esse si svilupparono, e che dopo il consueto intervallo di tempo si cangiarono in altrettante farfalle, senza che neppur uno subisse alcuna delle trasformazioni indicate (§§. IV. V.) Finalmente passati quattro giorni, da che il bruco avea fabbricato il proprio bozzolo, lo anatomizzai, e vidi che tutta l'interna sua sostanza si era cangiata in moltissime cellette, ciascuna delle quali conteneva un primo abbozzo della mosca. Quantunque il verificare l'osservazione del *Reaumur* avesse stabilito con evidenza, in qual modo si producano le mosche nel corpo del bruco, pur tuttavia non avendo essa avuto quell'esito ch'io desiderava, credo che la terza mia ricerca possa persuaderci abbastanza, che un qualche ichneumone forando coll'estremità del suo ventre la pelle del bruco vi depose le uova, che si svilupparono dipoi nel corpo medesimo. Ma mi si dirà forse: questa spiegazione potrebbe al più servire per lo sviluppo de' vermetti riferito al §. IV., facil essendo il concepire, che deposte dalla mosca le uova sotto la pelle del bruco, si sia essa gonfiata alcun poco per dar loro ricetto, finchè giugnesse il momento di svilupparsi: ma il caso enunziato nel §. V. è ben differente, e si potrebbe forse sospettare con più di ragione, che le uova sieno state dal bruco ingojate, allorchè rodeva le foglie. Ma io risponderò facilmente, che lo sviluppo di tali mosche fu osservato nascere in maniere assai differenti, siccome attestano le Opere di molti classici Autori, e che non ammettendo la proposta spiegazione, agevole non sarà il combinare la

mia terza ricerca coll'ingojamento delle uova, essendo che i bruchi nati dalle uova ch'io raccolsi, si nudrirono colle foglie della pianta stessa, sulla quale scorrevano gli altri bruchi, ch'io trovai poi cambiati nella singolare trasformazione sopra esposta.

#### §. IX.

Sarebbe finalmente da ricercarsi, qual ragione vi sia, per cui il bruco si ripieno d'uova fabbrichi il suo bozzolo, come se cangiar si dovesse in farfalla? perchè appena chiuso nel bozzolo si cangi la sua sostanza in altrettante vescichette, distruggendosi l'organizzazione propria del primo animale, e di quello che dovea da esso svilupparsi? Forse che lo sviluppo de' moscherini segue appuntino le epoche, nelle quali accadono i cambiamenti nel bruco? Ma tante ricerche, nè facili ad essere soddisfatte, richiedono più di tempo, e di pratica nella Scienza per poterle sciorre a dovere, ed io mi contento di avere osservato una trasformazione, che non credo delle più comuni, e di averne dietro ai miei tentativi proposta una spiegazione adeguata alle idee, che si formarono già i Naturalisti della generazione di simili animaletti dopo molte accurate sperienze.

#### §. X.

Passando ora alla mia seconda osservazione, egli è noto che spesse volte occupandosi i Fisici sopra un qualche oggetto giungono a discoprire accidentalmente o qualche nuova proprietà dell'oggetto medesimo da altri prima non avvertita, o qualche parte non osservata da alcuno. Può quasi asserirsi, che la massima parte delle scoperte, che ci comunicarono i Fisici, sia nata dall'accidente ( intorno a che è da vedersi una bella Differtazione dell' Ab. *Belgrado* (a) ); e da questo egualmente debbo io ripetere l'osservazione, ch' esporrò brevemente.

---

(a) *Dell'azione del caso nelle invenzioni.* Padova 1757. 4to.

## §. XI.

Obbligato a tagliare un numero immenso di ranocchie per istituire e replicare le molte sperienze, che si pubblicarono relativamente alla elettricità animale, mi venne fatto diverse volte di aprire delle rane, nelle quali ritrovavansi molti piccioli globetti, o vesciche situate particolarmente all'intorno delle vertebre dei lombi, e de' nervi crurali. Non feci per verità alcun conto di questa osservazione sul bel principio; ma notando poi, che molti di questi animali erano privi di simili vescichette, sospettai ch'esse costituissero una particolare malattia di alcuni individui. Ed infatti conservando molte rane ne' mesi più caldi per poterle sottoporre agli esperimenti, allorchè mi riusciva più comodo, vidi che ne perivano alcune, e che in esse costantemente io ritrovava la menzionata particolarità. Ne tagliai molte altre, che mi sembravano infermiccie e languide oltremodo, ed in buon numero di esse non mancarono le vescichette medesime.

## §. XII.

Renduto probabile per simili ragioni il mio sospetto di una particolare malattia delle rane dipendente dalle vescichette, passai ad esaminare le Opere di varj Autori, nelle quali io potea credere di rinvenire una qualche osservazione relativa al soggetto ch'io avea per le mani. Ricorsi perciò subito alla gran *Biblia* dello *Swammerdam* (a), e trovai che questo dotto Naturalista parlando del modo d'istituire alcune sperienze sul moto muscolare delle rane così si esprime: *Medulla Spinalis, nec non Cerebrum in Rana id sibi peculiare habent, quod colliquesfactus veluti sal, intra tunicas conclusus, vasisque sanguineis intertextus, usquequaque ipsis adjaceat; ita ut vel in vertebrarum quoque cavitate, & ipso in cranio reperiendus sit. Colore is gaudet Margaritæ splendorem referente,*

---

(a) Ediz. di Leida 1738. in fol. cura Boerhaavii.

te, atque SUB FORMA NODULORUM, juxta vertebrarum tractum, in dorso dispositus est; ubi loci quam facillime semet conspicendum exhibet. Nativus iste sal cum acido liquore commixus, vehementissime effervesceat. Substantia ejus quam proxime respondet granato illi ac calculoso pulveri, qui in capite Canis Carchariae invenitur, atque in officinis venalis prostat, perperam ab imperitis pro cerebro hujus Piscis habitus; . . . . . Quamvis autem substantia ista salina in Ranis, aquae instar, fluida sit; mox tamen manus vel digitorum calore exsiccat; ut nunquam adeo valide induretur, quin apicibus digitorum quam facillime in tenuem pulverem comminui possit: quod ipsum circa calcariam illam fluidamque materiem, quae in Raja datur, pariter obtinet (a). La forma, ed il sito, che il celebre Autore assegnò ai mentovati corpetti, mi fece credere, che senza dubbio ci eravamo combinati nell' osservare uno stesso oggetto; e lo stesso sembrò pure a qualche insigne Naturalista, cui comunicai le mie ricerche. Quantunque però sia vero, che le vescichette trovansi per lo più ne' contorni del dorso, e de' lombi, non ne mancano però in copia grande anche in altre parti, e perfino su i polmoni, sul cuore, attorno alla grande arteria ecc., siccome può rilevarsi dall' annessa figura VII. In due sole rane morte mi fu dato di osservare alcuno di questi corpetti nell' interno del cranio, ed uno ne rinvenni nella cavità della colonna vertebrale in vicinanza di uno de' forami, che risultano dall' unione di una vertebra con l'altra. Una gran differenza però pareami che passasse fra l'osservazione dello *Swammerdam* e la mia, vale a dire l'asserire, che fa il rinomatissimo Autore l'esistenza di questi nodi senza distinguere la stagione, nella quale furono da Lui aperte le ranocchie, e il non averli io ritrovati in tutte, come di sopra accennai. Ma e non potrebb'egli aver sperimentato in tempo di estate, allorchè le rane erano attaccate dalla malattia? Se la congettura è strana, non ha però alcuna impossibilità.

---

(a) Tom. II. pag. 818 - 839.

## §. XIII.

Restavano a verificarsi tutte le altre sperienze tentate dal citato Autore su i nodi; e perciò presi fra le dita alcune delle vescichette, e feci che il calore della mano le disseccasse, onde osservare se restava veramente una sostanza solida, calcarea, e capace di essere ridotta in polvere. Passò buona pezza di tempo, prima che ottenessi l'intento, ma ebbi finalmente la consolazione di vedere, che tutta la vescichetta si riduceva ad un picciolo corpicciuolo bianco e friabile. Ciò si vede ancora lasciando su d'un vetro, o di qualunque altro corpo asciutto le vescichette per poco tempo, anche senza che vi concorra il calore della mano. Il distaccare poi questi nodi dalle parti, sulle quali si vedono poggiare, mi assicurò, che dessi non hanno comunicazione di sorta alcuna co' nervi, ma che il nervo passa soltanto a contatto della picciola vescica; che anzi trovandosi, che molte di queste vescichette sono vicine a de' vasi senza comunicare co' nervi, cominciai a sospettare, che o v'era dell'errore nelle osservazioni dell'Olandese Naturalista, o che le nostre ricerche versavano sopra oggetti differenti. Nella Fig. VIII. n.º 5. si vede un nervo *aa*, ed un vaso *bbb* distaccato dalle vertebre di una rana, con due vescichette *cc* aderenti, il tutto più grande del naturale. Per replicate indagini poi giunsi a discoprire, che il mezzo col quale questi piccioli nodi rimangono attaccati sì ai nervi, che ai vasi, si è una brevissima cellulare, che facilmente si rompe rimanendo una perfetta integrità e alla vescichetta, e al vaso, e al nervo vicino.

## §. XIV.

Coll'idea di affondere alcune gocce d'acido nel fluido contenuto nelle picciole vesciche, io ne aprii più d'una, ma quale sia stata la mia sorpresa nel vedere, che in quella poca acqua nuotava un vermetto, io non saprei dirlo a parole. Punsi allora molte altre vesciche, ed in tutte costantemente trovai un simile animaletto. Egli è questo di varia grandez-

za secondo la mole diversa della vescica. Il più piccolo è lungo due linee e mezzo: giace nella vescica avvolto in se stesso (a), ed osservando le vescichette medesime allorchè cominciano a disseccarsi, si vede a meraviglia la naturale di lui positura. Egli ha una picciola testa (b), ed il suo corpo va a poco a poco assottigliandosi fino alla coda (c): è di colore bianco, e lasciandolo seccare, la testa rimane solida e calcarea, mentre il restante del corpo non comparisce più all'occhio osservatore; tanto è sottile e pellucido. Da ciò compresi un'errore dello *Swammerdam*, il quale dice, che seccandosi il sale contenuto ne' nodi divien calcareo, e friabile. Nè può sospettarsi, ch'io abbia preso abbaglio riducendo la vescichetta alla forma di un verme, poichè non è così malagevole il vedere il verme distaccato affatto dalla vescichetta. Nella Figura VIII. n.º. 4., si rappresenta uno di questi animaletti *ab* colla buccia o membrana della vescica *c* attaccata al di lui dorso, ed esaminando varj di questi vermi, mi parve di potermi assicurare, che il loro appiccio alla vescica sia alla regione del dorso, egualmente che altri Illustri Osservatori videro, che le tenie contenute nelle idatidi, erano unite all'interno parete dell'idatide stessa o per mezzo della coda, o di qualche altra parte del loro corpo. Considerando la figura di questi globetti, essi si rappresentano ovali (d), ma adoperando una lente anche di poco ingrandimento, sicchè la mole divenga doppia, o tripla del naturale, si vede che questa è formata come di due segmenti, uno maggiore, che costituisce la più gran parte della vescica, ed uno minore, che forma una di lei estremità, rimarcandosi fra l'uno, e l'altro una picciola divisione, o strozzatura di poca profondità (e). Le vesciche che si lasciarono disseccare di per se stesse, fecero apparire, che nel segmento minore era contenuta l'estremità della coda del verme, e nel maggiore rinferravasi il restante del corpo, colla testa abbracciata dal corpo stesso.

(a) Fig. VIII. n. 1.

(b) Fig. VIII. n. 3. a.

(c) ibid. b.

(d) Fig. VIII. n. 1.

(e) Fig. VIII. n. 1.

## §. XV.

Non mi trattenni però dall'affondere delle gocce d'acqua forte della più potente sul fluido contenuto nelle vescichette, e non mancò l'effervescenza citata dall'Olandese Sperimentatore. Ripetendo questo tentativo, m'avvidi che dopo l'effervescenza rimaneva un picciolissimo sassolino, ch' esaminato con accuratezza rinvenni essere quello stesso, che resta nella regione della testa, quando si secca l'animale.

## §. XVI.

Dal racconto fatto fin qui delle ricerche da me istituite su questi globetti o vesciche, le quali per molti rapporti mi sembrano quelle stesse, che lo *Swammerdam* chiamò *nodi*, parmi, se non erro di molto, che sia palese lo sbaglio del dottissimo Autore, che descrivendo le sue sperienze deduce da queste tacitamente delle conseguenze, che aver luogo non ponno nella moderna medicina teorica. Il sale contenuto nel fugo nervoso, la di lui effervescenza, la concrezione in una sostanza calcarea e friabile non fu ammessa giammai da' Fisiologi. Ma e quanto grande non si giudicherà l'errore dello *Swammerdam*, ora che i nodi contenenti il supposto sale si trovarono essere altrettante vesciche, le quali racchiudono un picciol verme, che bulica, e si contorce, allorchè estratto dalla buccia si stimola, o si tocca?

## §. XVII.

Non è cosa nuova, che negli animali si trovino de' vermi, e di quei rinchiusi in particolari sacchetti membranosi. Le osservazioni moltissime del celebre *Francesco Redi intorno agli animali viventi, che si trovano negli animali viventi*, mostrano ad evidenza non esservi quasi specie veruna di animali, in cui non annidino de' vermi particolari o per forma, o per grandezza, o per sede. Parlarono anche di questi vermetti il *Tyson* (a), il *Pallas* (b), il *Bloch* (c), il

(a) *Philos. Transf.* n. 193.

XXIV. pag. 292.

(b) *Enc. Zoopb.* p. 413. *Comm. de res-  
tus in scientia nat. & med. gestis.* Vol.(c) *Comment.* citati Vol. XXIV. pag. 663.

*Leske* (a), il *Fontana* (b): ma da quanto rilevar posso dagli estratti delle loro Opere, parmi che abbiano essi poste tutte le loro considerazioni o su quelle piccole tenie, o vermi, che trovansi nel cervello delle pecore, onde si vuole originata la pazzia di questi animali. Da tutte le quali osservazioni io mi determino a giudicare, che i vermetti da me osservati nelle molte parti delle rane sieno dello stesso genere di quelle, che dalla buona parte de' Naturalisti chiamansi *idatidi*, e meglio ancora *vermi vescicolari*, non potendone per ora determinare la specie, attesa la poca perspicuità che ritrovai negli estratti di quelle Opere, che poco innanzi enunciai.

### §. XVIII.

Fu anche, ed è tuttora una questione pe' Fisici, e pe' Naturalisti: donde abbiano origine siffatti vermi. L' impossibilità d' istituire delle accurate sperienze fu mai sempre un' ostacolo insuperabile per sciorre un tal problema, e quindi ti contentò il *Pallas* di giudicarli congeniti negli animali (c), ed il *Blumenbach* di dichiarare equivoca una tale generazione. Dovremmo per verità ricorrere al sistema delle uova, che fu trovato il più verisimile ed il più acconcio ad ispiegare il gran fenomeno della generazione. Una lunga serie di esperimenti posero fuor di dubbio un tal sistema; ma domando io: da quali uova denno nascere le nostre idatidi? donde provenir debbono queste uova? Non vi sono, nè possono forse esservi sperienze atte a dimostrare, che le idatidi generino le uova: e se le generassero; come, e per qual via dovrebbero queste penetrare in tutte quelle parti, nelle quali si ritrovarono queste idatidi? L' averne io rinvenute moltissime sulla superficie esterna dello stomaco, e degl' intestini, mi sarebbe quasi congetturare, che venissero le uova di questi piccioli vermi ingojate dalle ranocchie, e che attaccandosi al parete interno di quelle cavità, perforassero a poco a poco l' intima membrana, fermandosi poi e sviluppandosi ove trovassero una

(a) Ibid. pag. 291.

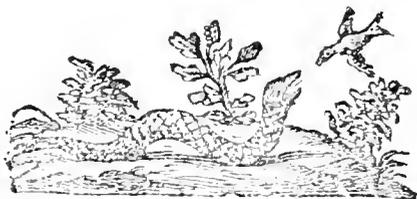
(b) Lettera al Sig. Darcet.

(c) Vedi la *Biblior. Anatom.* dell' Hallett. Tom. II. pag. 564.

più acconcia positura. Per rendere probabile la qual congettura, istituir si dovrebbero non pochi esperimenti, l'esito de' quali non farebbe forse affatto decisivo: oltre di che il considerare, che si trova coperto di molte idatidi il cuore, i polmoni, l'interna cavità della teca vertebrale potrebbe rendere le sperienze medesime poco o niente concludenti.

### §. XIX.

I fenomeni da me riferiti sul principio, a' quali si accompagna la presenza delle idatidi, o vermi vescicolari nelle rane, cioè il poco vigore nell'animale, e la morte, il ritrovarsi di questi vermi negli altri animali quasi tutti, ed i sintomi morbosì, alli quali vanno soggetti, ci condurrebbe a credere, che nelle rane egualmente, che nelle pecore, ne' cani ecc., costituiscono i detti vermi una particolar malattia. Di qual genere essa sia, e quali potrebbero essere i rimedj per guarirla non si cercò fino ad ora, nè porta seco un vantaggio, che meriti gli studj de' Fisici, quando però non si giungesse ad iscuoprire, che le rane attaccate dalle idatidi fossero dannose alla salute degli uomini. Se ciò si ritrovasse, e se prevenir se ne potessero le conseguenze, io mi lusingherei di non avere inutilmente, e per semplice curiosità considerata la presenza delle idatidi nelle rane, correggendo quanto fu dallo *Swammerdam* erroneamente veduto.



I.



Fig. III.



Fig. V.

c  
b  
a



Fig. II.



Fig. IV.



Fig. VI.



1. 2. 3. c 4.  
a — b a — b

Fig VIII

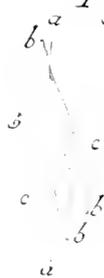


Fig. I.



Fig. II.



Fig. III.



Fig. IV.



Fig. V.

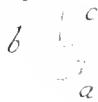


Fig. VI.



Fig VII



Fig VIII



# LETTERA

Al Sig. Presidente CAV. ANTON-MARIO LORGNA

SOPRA DIVERSI ANEDDOTI MATEMATICI

Del Sig. PIETRO FERRONI.

Μετὰ λύτης ἡ μάθησις.

NEL porre l'ultima mano al *Diporto Analitico*, del quale parlano in più luoghi le mie *Meditazioni Analitiche intorno alla Formola*  $Sdx (-Lx)^{\pm \frac{1}{2}}$  ecc. (a), mi sono incontrato in alcune mancanze d'Autori celebratissimi, non avvertite, per quanto io sappia, prima di me da nessun altro Geometra. Molte di queste entrando nel piano della mia Opera precitata, verranno allora ad esser fatte di ragion pubblica, nè farà discaro a conoscersi, come certe teorie recentissime, comunemente supposte nuove, in materia di Funzioni ed Equazioni finite o differenziali, e l'ultime o a differenze infinitesime, o a differenze finite, tanto assolute, quanto parziali, nascano con maggior chiarezza e semplicità da delle più antiche e già note, somministrategli da *Newton*, *Leibnitz* (b), e *Moiŕve* (c),

(a) Particolarmente il §. 28. e 31., e le Note 11. 120. 262. e 270.

(b) L'Abate *Bossut* nella sua eccellente Memoria intitolata *Usages de la différentiation des Paramètres pour la solution de plusieurs Problèmes de la méthode inverse des Tangentes*, ed inserita nel Tomo II. delle *Mémoires de Mathématique & de Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences, par divers Savans, & lus dans ses Assemblées* stampato a Parigi l'anno 1756., combina meco (vedasi il *Prodromo* ecc. a pag. 120. e fegg. del Volume V. della *Società Italiana*) nel far autore il celebre *Leibnitz* dei fon-

damenti d'alcune profonde Scoperte moderne in materia di Calcolo Infinitesimale. Ecco come egli scrive a pag. 436. *Du reste, je saisis l'occasion d'avertir que le fond de cette méthode ingénieuse, dont on a fait honneur à des Auteurs très-célèbres, appartient en propre à l'incomparable M. de Leibnitz. C'étoit à l'inventeur du calcul des Infinimens-petits, d'y ajouter une branche dont la fécondité me paroît immense.* Si parla del metodo *differentiationis de Curva in Curvam*.

(c) L'istesso generoso sentimento l'ha ancora esternato in rapporto a questo sommo Geometra esule dalla Francia

e vale a dire fino di quando incominciò a sublimarsi l'Analisi de' Moderni. Altre sono accennate nella mia *Esercitazione* stampata in quest'anno (a), o avranno luogo per la similitudine dell'argomento nelle Continuazioni del *Prodromo sul Calcolo Integrale ecc.* (b), o in una Memoria sopra dei *Massimi e Minimi*, che spero in breve di pubblicare. In questa principalmente m'occorre spesso di far vedere, come male a proposito per risolvere dei Problemi lineari abbiano inciampato taluni in Equazioni di più alto grado (c), e come

(Londres T. I. edizione del 1770. a pag. 276.) M. de la Place, dandogli il primato sull'integrazione dell'Equazioni a differenze finite (sebbene con metodo indiretto) dove cita la *Theory of Chances* alla pag. 621. del Tomo VI. della precitata Raccolta Accademica, nella quale inserì l'ingegnosissima Dissertazione *sur la probabilité des causes par les évènements*, ch'è il Problema inverso del comun Calcolo dei Probabili.

(a) *De Calculo Integralium Exercitatio Mathematica &c.* Soprattutto debbono consultarsi le pag. 98. 117. 177. 186. 232. 34. Intorno al principale oggetto dell'Opera merita d'essere osservato di più, oltre di quello, che ho detto parlando di *Leonardo Euler* alla pag. 142. e 287., che nel Capitolo VI. (T. I. Sez. II. Parte I. Libro I.) *Institutionum Calculi Integralis*, egli patì solamente di volo su della Formula generale degli Integrali dipendenti dagli Archi delle Sezioni del Cono, e lo fa discorrendo occasionalmente di tutt'altro argomento. *Ex hoc autem Capite* (scrive nelio Scolio 2. al §. 622. e pag. 465.) *comparatio arcuum ellipticorum & hyperbolicorum simili modo institui potest; cum enim in genere arcus Sectionis conicae tali formula exprimitur*  $S dx \sqrt{\frac{a + bxx}{c + exx}}$  *hæc transformata in istam*  $S \frac{dx(a + bxx)}{V(ac + (ae + bc)xx + bxx^2)}$ , *per præcepta tradita tractari potest.*

(b) Una è di già preparata per la stampa (Nota 2.), e tratta principalmente dell'Equazioni di condizione delle Funzioni, ed Equazioni a differenze finite come criterio d'integrabilità, e degli Integrali particolari non compresi nell'Integrale completo, in seguito del bel Teorema di M. de la Place, annunziato la prima volta da lui nella Memoria e Tomo citato dall'Annotazione 3. alla pag. 644., e poi dimostrato e promosso dalle sue *Recherches sur les solutions particulières des Equations différentielles* tra le Memorie della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l'anno 1773.

(c) L'Algebra è un Istrumento, che senza il giudizio fino di chi l'adoperi non conduce quasi mai di per se nel risolvere e costruire i Problemi alla massima semplicità ed eleganza. Così la pensava il Cav. *Newton*, e dopo di lui *Colin Mac-Laurin* nell'ammirabile sua Introduzione al *Treatise of Fluxions*, non meno che *Roberto Simson* nell'erudita e profonda sua Prefazione all'Opera *Apollonii Loco plana* (*Περὶ τόπων ἐπιπέδων*) restituita, edita del 1746. Meritano d'esser letti a questo proposito il Proemio di *Tommaso Perelli*, che precede la soluzione di alcuni Problemi geometrici inserita nel *Giornale Letterario di Firenze* (Articolo 1. Parte I. del T. VII. ediz. del 1755.), e l'Elogio ecc. in forma di Lettera alla pag. 64. pubblicato dall'Abate *Paolo Frisi* (1784) nel Volume LIII. del *Giornale di Pisa*.

me dimentichi o mancanti dell'Istoria delle Matematiche, ed in particolar modo della Sintesi Geometrica (a), abbiano altri derivato affai da lontano dei ritrovamenti pur troppo cognitivi, o almeno d'agevolissima deduzione. Possono principalmente servir d'esempio quei due Problemi famosi, uno dei quali tende a trovare la Somma minima di due Rette tra le innumerevoli, che partendo tutte da due punti assegnati vadano nell'istesso Piano a congiungersi sulla circonferenza d'un Circolo dato; e l'altro, ch'ha in mira di determinare tra tutti i Triangoli Sferici circoscritti da degli archi di Circoli massimi, insistenti sulla medesima base, e colle loro sommità; che vadano a finire o a disporsi sulla periferia d'un Cerchio minore (*almicantarath*), quale sia quello, che goda dell'Area massima e minima. Il primo, per lo scioglimento del quale ha moltissimo faticato, ma indarno, ai giorni nostri un Matematico Italiano di qualche credito, lo condusse finalmente ad un'Equazione trigonometrica intralciatissima (b), e perciò da lui abbandonata senza risolverla, e senza nemmeno accorgersi ch'ei lavorava sopra d'un Problema Ottico antichissimo in Geometria come quello, che in virtù dei monumenti restatici apparisce avanti di tutti trattato dall'Arabo *Albazen*, e quindi da *Vitellione* di Po-

(a) Trattando d'un Problema d'Idrometria teorico-pratica m'incontrai in un Teorema elegante di facilissima dimostrazione, attenente ad un Cono circolare retto, ed è che se un Piano gli sia tangente sul Lato *AB* (Fig. x.), ed in esso Piano conduca qualsiasi retta *BC*, ed a questa dal vertice la perpendicolare *AC*, e dal punto *C* la normale *CS* al Piano della Base, s'abbia sempre la proporzione *AB : BC :: Sen. ABO : Sen. CBS*. Difatto condotta *SI* perpendicolare alla tangente

$$\text{Sin. } MV (1 - p^2 \cdot \frac{\text{Sin}^2 M}{\text{Cos}^2 M + p^2 \cdot \text{Sin}^2 M}) + \text{Cos. } MV (p^2 \frac{\text{Sin}^2 M}{\text{Cos}^2 M + p^2 \cdot \text{Sin}^2 M}) =$$

$$\text{Sin. } RV (1 - g^2 \cdot \frac{\text{Sin}^2 R}{\text{Cos}^2 R + g^2 \cdot \text{Sin}^2 R}) + \text{Cos. } RV (g^2 \cdot \frac{\text{Sin}^2 R}{\text{Cos}^2 R + g^2 \cdot \text{Sin}^2 R}),$$

dove *g*, *p* sono le quantità cognite,  $M = \frac{180^\circ - x}{2}$ ,  $R = \frac{180^\circ - (\varphi - x)}{2}$ ; es-

della Base, e congiunta *CI*, che per gli Elementi viene ad essere parimente normale all'istessa tangente, nascono subito le Proporzioni *AB : BC ::*

$$BC : CI :: \frac{CS}{CI} : \frac{CS}{BC} :: \text{Sen. CIS} = \text{Sen. ABO} : \text{Sen. CBS}.$$

(b) Non fo che trascriverla fedelmente dal tuo Originale esistente presso di me, onde possa il lettore erudito giudicarne da se medesimo.

merania (a), e sciolto elegantemente dipoi dall'Ugenio, Slu-  
sio, Barrow, Catelan, Smith, Robins, Simson ecc. (b), per  
non dire di tanti, che hanno usato all'istesso effetto del Cal-  
colo Differenziale. Ed in rapporto al secondo Problema non  
lascia di far maraviglia, come con grande apparato di Calco-  
lo abbia preso a risolverlo poco fa F. T. Schubert nel Tomo  
IV. degli Atti nuovissimi dell'Accademia di Pietroburgo per  
l'anno M. DCC. LXXXVI. (c), quando il Massimo e Minimo,  
che appartengono ai due Triangoli Sferici equicruri, sono la  
naturale e facilissima conseguenza sì dei Teoremi elementari  
sulla misura delle Aree di quei Triangoli assegnata nel co-  
minciare del Secolo XVII. dal Cavalieri (d), sì del noto  
principio Ugeniano, quasi contemporaneo, de' massimi e mi-  
nimi (e).

Non avvi però a mio giudizio nessuno argomento geo-  
metrico, ch'abbia subìte tante vicende, e sia stato soggetto  
a tante repliche presso i Geometri, quanto quello della qua-

(a) Proposizione XXXIX. del Libro V. d'Alhazen, e XXII. del VI. Libro di Vitellione.

(b) Si consultino le *Divers Ouvrages de M. Hugen de Zulichem* alla pag. 336. della Raccolta pubblicata nel 1693. dalla Real Accademia delle Scienze di Parigi, dov'è scritto *Construction d'un Probleme d'Optique*, il Volume LXXI. Parte II. delle *Philosophical Transactions* al Num. XXX. *Example VI.* da p. 472. a 476. ( *By William Wales* ), e soprattutto *Sectionum Conicarum Libri quinque* = *Auctore Roberto Simson* = ediz. 2. del 1750. nel Problema III. dell' *Appendix*, dove ( Fig. 103. ) da questo imitatore profondo dell'Analisi degli antichi oltre della sua soluzione si dà l'elenco delle soluzioni degli altri, tranne quella di Roberto Smith nell'*Optics &c.*, ed altra di Beniamino Robin's nei suoi *Mathematical Tracts*.

(c) *Nova Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* pubblicata nel 1789. = *Problematis cujusdam Sphaerici solutio* = ( 22. Junii 1786. ) dalla pag. 89. sino alla 95.

(d) Vedasi il *Directorium universale*

*Uranometricum &c.* stampato in Bologna nel 1632. ( *Annotazione 1.* del Testo della mia *Exercitatio &c.* rammentata nella Nota 4. ).

(e) *Divers Ouvrages de Mathematique & de Physique* ( Nota 10. ) = a Paris M. DC. XCIII. da pag. 326. sino a 331., ove esiste la bellissima speculazione intitolata „ *Demonstratio regulae de maximis & minimis* „. Questa regola venne appoggiata dal grande Ugenio ad un principio tutto diverso da quello del Calcolo Differenziale o sivvero del Senator Pietro Fermat; ed è appunto per siffatto motivo, che scrivendo anni sono ad un Matematico di mia conoscenza gli feci avvertire che non già Fermat, siccome aveva creduto, ma Keplero, ed Ugenio si dovessero dire con tutta ragione i primi discopritori d'una regola o canone ecumenico per l'invenzione dei Massimi e Minimi. Il principio Ugeniano consiste in queste brevi parole „ *Certum est utrinque aequalitatis casum existere* „, ed ha molta eleganza e semplicità nel risolvere alcuni Problemi di simil forte, come renderò manifesto in altra occasione.

*dratura* esatta delle parti della celebre Lunula Ippocratica (a). Ognuno fa, o dovrebbe sapere che fosse il primo a trovarla *Artusio de Lyonno* sino del M. DC. LIV. (b), con determinare a quale Spazio rettilineo si uguagliasse precisamente qualunque porzione *indefinita* della medesima Lunula, purchè tagliata per mezzo di Rette condotte dal centro del sottoposto Quadrante (c). *Tschirnhausen* senza sapere di lui, la dette per nuova correndo l'anno M. DC. LXXXVII. (d); e dopo di questi due Matematici fece l'istesso *Giovanni Perks* nel M. DC. XCIX. (e). Pareva che nel Secolo XVIII. dovesse

(a) La genuina contezza della dimensione della Lunula ( *Μηνίσκος* ) può leggerli specialmente alla pag. 19. e legg. dell' *Histoire des recherches sur la Quadrature du Cercle &c. par M. Montucla* ( 1754 ). Che la prima scoperta della quadratura dell' Area intera Lunulare fosse d' *Ippocrate*, e non di *Enopide* ( l' uno e l' altro dell' Isole di Chio nel Mar Jonio ), mi pare provato da M. *Cramer* con molta erudizione nella sua *Dissertation sur Hippocrate de Chio* ( ved. *Classe de Belles-Lettres* dell' *Histoire de l' Academie Royale &c. = Anno 1748. = a Berlin 1750.* dalla p. 481. sino a tutta la 438. ) contro di M. *Heinius*, e di *Giovanni-Alberto Fabricio* ( *Histoire &c. della prefata R. Accademia per l' anno 1746. = Dissertation sur Oenopidas de Chio = alla pag. 401. e legg. Bibliotheca Graeca Lib. II. Cap. IV. §. 18. ). Tutto consiste nella retta interpretazione comparativa del passo di *Proclo* *ὅς καὶ Μηνίσκον τετραγώνισεν*, ed in una Critica sana delle deboli scoperte di *Enopide* in proposito di Geometria. Del rimanente si può stabilire con tutta certezza l'epoca della Quadratura della Lunula nel V. Secolo avanti Cristo.*

(b) *Antona Curvilinearum contemplatio &c.* Si contuli a pag. XIII. la Prefazione del P. Abate Don *Guido Grandi* al suo Onufcolo de *Quadratura Circuli & Hyperbole* ristampato in Pisa l'anno 1710.

(c) Pochi anni dopo, e segnatamente nel 1568. *Renato Francesco Stujio*

nobilità l' istessa Lunula d' *Ippocrate* ( vedasi *Mesolabum &c. = Accessit pars altera de Analyf, & Miscellanea = Leodii Eburonum = )* colla determinazione del suo Centro di gravità, e della misura di tutto il Solido rotondo da lei generato rivolgendosi intorno ad un Asse parallelo all' estremità sua corda ( Cap. IX. delle ramentate *Miscellanea* ). Ne' miei *Perelliani* tutto ciò è dimostrato d' una maniera molto più semplice, e naturale.

(d) *Acta Eruditorum Lipsiae anni 1687 = D. T. Additamentum ad methodum quadrandi curvilineas figuras, aut earum impossibilitatem demonstrandi per finitam seriem = alla pag. 526.*, dove così s' esprime „ *quorum demonstrationem, ob facilitatem suam lunaeus hic omitto; quanquam nesciam, an ulli Theorema hoc animadvertendum fuerit, utcumque haec lunula multorum mathematicorum ingenia exercuerit* “.

(e) Nel Tomo XXI. n. 259. delle *Philosophical Transactions for the Month of December, 1699.* avvi dalla pag. 411. sino alla 419. Num. II. *A Letter of Dr. Wallis to Dr. Sloane, concerning the Quadrature of the Parts of the Lunula of Hippocrates Chius: performed by Mr. John Perks; With the further Improvements of the same, by Dr. David Gregory, and Mr. John Caswel.* La versione di questa Lettera è riportata da pag. 306. alla 313. degli *Acta Eruditorum Lipsiae anni M. DC.* Non è però da tacerli che quantunque il *Wallis* scrivesse *But ( as to the Parts of it*

effere ormai volgatissima quella scoperta; ma tuttavia ricomparve come nuova e pellegrina invenzione in uno Scritto del cadetto *Clairaut*, citato dalla Francese *Enciclopedia* (a). Malgrado tante ripetizioni dell'istessa geometrica verità, e contuttochè *Guglielmo Whiston* l'avesse renduta più familiare e comune innestandola ai suoi Comentarj sugli Elementi d'*Euclide* pubblicati dal *P. Tacquet* (b), chi potrebbe mai credere che in linea di novità, sebbene mascherata, e sotto d'un aspetto illusorio, risorgesse nel M. DCC. LXXIV., e vale a dire assai più d'un Secolo dopo della sua prima comparsa? E nel risorgere chi crederebbe giammai, che fosse risorta con grave scapito della sua originaria universalità, cioè come Proposizione limitata e particolare, mentre nella sua nascita era generale ed *indefinita*? E pure è così; nè può da chicchessia dubitarsene subito che prenda ad esaminare la *Mémoire sur la quadrature de la partie* ecc. alla pag. 400. del Tomo VI. delle *Mémoires de Mathématique & de Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences par divers Savans, & lus dans ses Assemblées*. Essendo questa Memoria di *M. Bourand* assai breve (c), tornerà bene di fedelmente trascriverla. ( Fig. 2. ).

*Lunula, and the Appartenances thereunto* ) *New discoveries have been lately made, which (I think) had not been considered by any before this present age* ( p. 411. ), ed altrove ( p. 412. ) *not knowing that the like had been before attempted by any other*, contuttociò nell'istesso luogo, e nominatamente alla Fig. 6. e pag. 414. (Versione suddetta a p. 309.) *David Gregory* rammenta a *Wallis* essere stato *Mr. Perks* prevenuto dallo *Ischirnhausen*. Questa osservazione del *Gregory* sembra sbagliata, non che al *Wallis*, ancora all'*Abate Grandi* quando scrisse ( l. cit. nella Nota 15. ) della pubblicazione della scoperta comunicata da *Perks* sin del Novembre 1699. *An observem, in iisdem Actis* *Lypsiæ* anno 1700. *iterum uti novam adduci eandem partium Lunulæ Hyppocraticæ quadraturam a D. Perks propositam in Epistola D. Wallisii ad D. Sloan, cum Notis David Grego-*

*rii, & Casuelli &c.?*

(a) All' Articolo *Lunule* oltrechè v'ha perfetto silenzio su tutta l'Istoria della quadratura delle parti ecc., ( poichè citandovisi gli *Atti* dell'Accademia di Berlino del 1748. nulla vi si parla di ciò, come vedremo tra poco ) viene allegato senza data quest' Opuscolo sotto il titolo *Diverses Quadratures circulaires, elliptiques, & hyperboliques*. *Montucla* ( l. c. Nota 14. pag. 27. ) 1730.

(b) Nell' Edizione Romana del 1745. fatta a spese di *Venanzio Monaldini* si consultò lo *Scholium* 2. della Proposizione II. del XII. Libro degli *Elementi* citati, alla pag. 241. e segg., Tav. 5., e Fig. 11.

(c) Comprende in una mezza pagina dell'edizione in 4to originale *Parigina*, ch'io credo esser l'unica sino al presente.

1.° Si dans le cercle RBA, après avoir tiré la corde BA de 120 degrés, l'on tire le diamètre HD de manière qu'il divise l'arc BDA de 120 degrés en deux parties inégales, dont celui BD soit de 30 degrés, le secteur de cercle CBD sera  $\frac{1}{2}$  du cercle RBA.

2.° Si de la corde de 90 degrés AD l'on décrit l'arc FD, le secteur de cercle FSAD qui viendra de cette operation, sera  $\frac{1}{4}$  d'un cercle double, l'angle A ayant pour mesure la moitié de l'arc BD de 30 degrés, & par conséquent  $\frac{1}{2}$  du cercle RBA.

De-là il suit que  $CBD = FSAD$ ; mais ces deux secteurs sont communs pour la partie FSD, dès-lors le triangle  $SDA = CSB + BFD$ , ainsi l'excès du triangle SDA sur celui CSB est la superficie de la partie BFD. „ Ce qu'il falloit démontrer “.

Prima di tutto avverto, che questa Quadratura non è ristretta, come vorrebbe l'Autore, al solo caso speciale dell'Arco AB di 120°, e perciò DB di 30°, ma per l'opposto si verifica in generale per qualunque altr'Arco da D per R fino in H, onde sia veramente una Quadratura geometrica indefinita. Imperciocchè preso l'Arco DB', DB' ecc.; si ha sempre per gli Elementi di Geometria il Settore  $DAF' = DCB'$ ,  $DAF'' = DCB''$  ecc., ed in conseguenza tolto lo Spazio comune  $DF' S'$ ,  $DF'' S''$ , ecc., rimane l'Area  $DB' F' = DS' A - CS' B'$ ,  $DB'' F'' = DS'' A + CS'' B''$ , ecc. ossia eguale alla Somma o differenza di due Triangoli rettilinei, secondo che il punto B'', B', ecc. cada dall'una o dall'altra parte di R dividente la Semi-periferia in due Quadranti.

Rifletto in secondo luogo, che gli Spazj DBF, DB' F', DB'' F'' ecc. così misurati spettano alla Lunula Ippocratica, e son quelli istessi già per l'addietro quadrati, sebbene ora lo siano d'una maniera molto meno comoda ed elegante. Dissatto in virtù dell'antico metodo o seguendo la maniera di Perks o l'altra di Tschirnhausen (a), ambidue combinano

(a) Gregory nel luogo delle *Transazioni* suddivisato alle pag. 416. e 417. dimostrò l'equipollenza dei due Triangoli (Fig. 2.) DAI, DOB, all'Area

di ciascheduno dei quali ( a forma del primo, e secondo dei prelodati Scrittori ) veniva ad essere eguale la parte BDF della Lunula. Diversamen-

nell'assegnare, dopo condotte le perpendicolari  $BI$ ,  $B'I$ ,  $B''I$  ecc., gli Spazi predetti rispettivamente eguali ai Triangoli  $ADI$ ,  $ADI'$ ,  $ADI''$  ecc., che sono la cosa medesima di  $SDA - SIA = SDA - CSB$  per le parallele  $AC$ ,  $BI$ , come ancora di  $S'DA - S'I'A = S'DA - CS'B'$ , di  $S''DA + S''I'A = S'DA + CS''B''$  ecc. per motivo delle parallele  $B'I$ ,  $B''I'$  al Raggio  $AC$  nominato di sopra. Quel che dunque non ha fatto adesso *Bourand*, di determinare cioè il Triangolo  $ADI$  eguale alla differenza degli altri due, lo fecero già circa ad un Secolo avanti i Geometri predecessori, e specialmente *Tschirnhausen*, che sebbene non annunziasse il suo metodo, dovette battere l'istessa strada, e partire dall'istesso principio dell'eguaglianza dei Settori  $DAF$ ,  $DCB$ , siccome è facile indovinare (a).

Oltre di ciò mi è stato di molta sorpresa, che non siasi l' Autor Francese provato a continovare l' Arco  $DF$ , perchè avrebbe veduta nascere immantinente l' antica Lunula  $DFPHRBD$ , e nel punto  $C$  ivanire il Triangolo  $CSB$ , e farsi perciò la Semilunula  $= CDA$ , tutta la Lunula  $= HAD$ ; il che l'avrebbe subito tolto d'inganno, rimandandolo al tempo d' *Ippocrate* (b).

Finalmente mi sono maravigliato, come nemmeno lo Scrittore della Prefazione ( che sembra essere il Segretario dell' Accademia ) (c) non abbia avuto questo naturalissimo accorgimento, ed anzi nel render conto di quella supposta Scoperta geometrica si esprima nel modo seguente (d). *Cette qua-*

te dal *Gregory* si potrebbe affai compendiare il suo metodo, siccome è facile di ravvilarlo. Ho ricavato da tutto questo un Teorema nuovo, ed elegantissimo, cioè Triangolo  $ABC = RBFP$ , Triangolo  $ABC = RB'F'P'$ , e così dicorrendo degli altri. Siffatta *Quadratura* delle porzioni lunulari è diretta, nè dipende da niuna costruzione preliminare, a differenza di quelle già note.

(d) A fine di giungere direttamente all'eguaglianza di  $DBF$  in rapporto all'area del Triangolo  $DAI$  senza passare, come fece *Perks*, dalle proporzioni dei Segmenti circolari ecc., ognun

vede che l'unico raziocinio doveva esser quello, che segue,  $DTBF = DTBA - DFA = DTBA - DTBC$   
 $DSA - CSB = DSA - ISA = DAI$  „.

(a) E vale a dire uno slancio di 22. in 23. Secoli indietro. (Vedasi l' *Annotazione* 14. sul fine).

(b) Difatto nelle Prefazioni apposte a cialchedun Tomo di questa *Collezione* eccellente si dà non solo un brevissimo Estratto, ma ancora il giudizio *accademico* delle *Memorie*. Si vedano per esempio le *Note* seguenti 38. e 44.

(c) *Preface* alle pag. 19. e 20., ed all' *Articolo Geometrico = Quadratura*

drature est du même genre ( quand' ella è non solo della medesima specie, ma l'istessa istessissima porzione lunulare di già misurata tanti anni prima ) des espaces si connus sous le nom de lunules d'Hippocrate. E quindi soggiunge con altro errore patente d' Istoria Matematica. On trouve dans les Mémoires de l'Académie de Berlin des recherches analytiques de M. Cramer où il paroît avoir épuisé cette matière des lunules quarrables, mentre all' opposto Gabriello Cramer nel Volume dell'Accademia citata, che si riporta all' anno M. DCC. XLVIII. (a), non parla mai della quadratura delle parti lunulari, come lo è quella di M. Bourand, e termina appunto la sua Memoria con dire „ Je ne dis rien des Quadratures partiales de ces Lunules. Cela me meneroit trop loin „ occupandosi unicamente, sì col mezzo di Curve trascendenti, sì di Curve algebriche (b), di generalizzare le intere Lunule circolari quadrabili sul tenore dell' Ippocratica, ed iscarsare quello  $\Psi\epsilon\upsilon\delta\omicron\gamma\rho\alpha\eta\mu\epsilon\alpha$ , che dette origine nell' antica Grecia ad una falsa Quadratura di Circolo (c).

Che siano del medesimo genere della quadratura della Lunula d' Ippocrate gli elegantissimi Spazj quasi in figura di  $A'\rho\beta\eta\lambda\omicron\varsigma$ , o piuttosto di  $\Pi\acute{\epsilon}\lambda\epsilon\kappa\alpha\epsilon\delta\eta\tau\acute{\iota}$  (d), che ha ricavati mo-

re d' un espace circulaire. Par M. Bourand =.

(a) Dissertazione mentovata dalla Nota 14. alla pag. 498.

(b) Dopo della parte erudita comincia dalla pag. 493. la parte geometrica sotto il titolo *Trouver une infinité de Lunules quarrables*, ma sempre di Lunule intere. E' osservabile che le Curve algebriche, le quali somministrano infinite Lunule circolari quadrabili differenti dall' Ippocratica, ch' è però la più semplice, abbiano non poca analogia colle Rhodonee del Grandi ( come pruoverò nei miei Perelliani ) conosciute sino del 1723., sebbene quivi non nominate da Cramer.

(c) Alla pag. 485. della prelodata Dissertazione M. Cramer parla della vera Quadratura della Lunula, ed alla pag. 486. del paralogismo, o vero, o supposto, in cui cadde Ippocrate mediante una falsa Figura ( vedasi anche

la pag. 487. ), secondo Aristotele, deducendone la Quadratura del Cerchio.

(d) Questo vocabolo Greco adoperato da Pappo d' Alessandria nel Libro IV. delle sue Collezioni Matematiche ( prima di tutto dopo del Teorema XII. a pag. 7. „ *Circumferitur in quibusdam libris antiqua propositio nujusmodi* “ edizione del 1658, o piuttosto 1660., ed a tergo della pag. 45. nella prima edizione del 1588, ossia 1602., quindi nell' enunciato della Prop. XI. del medesimo Libro a p. 79 ), e lasciato senza versione da Federigo Commandino, e da molti che vennero dopo di lui, significa uno Spazio compreso fra tre circolari Semicirconferenze, che si toccano inteme, ed è ben diverso dal  $\text{Μήνουκος. Μήνουδωσος}$ , dove le Semicirconferenze, o Archi di Circolo fanno angolo tra di loro. Francesco Vieta però, ed i due Gesuiti Giovanni de la Faille, e Paol. Gul-

dernamente dal Circolo Gio: Enrico Lambert, e descritti nel III°. Volume degli *Atti Elvetici* (a), non ammette alcun dubbio, andando del pari e l'una e gli altri nel dipendere la loro esatta misura geometrica da una felice compensazione o equipollenza di parti, per mezzo di cui l'Area curvilinea facciassi eguale alla rettilinea senza obbligare il Geometra ad una vera, rigorosa, e diretta specolazione di *Quadratura* (b).

Concedo egualmente, che simili *Quadrature* indirette, nate piuttosto da una fortunata combinazione, che da spirito vero geometrico, pruovino assai meno ingegno non che delle *Quadrature* dirette, come farebbe l'Archimedèa della Parabola d'*Apollonio* (c), delle velocissime approssimazioni altresì, o per mezzo di Numeri, o per mezzo di Linee, delle

dino lo tradussero sull'autorità de' migliori Lessici, siccome altrove dimostrò, per *Securicula*, *Scalprum* &c. ( pag. 376. *Operum Mathematicorum* &c., e Note 57. 83. ) ( *Caput IX. a 375. Arbeli, & Lunularum quadrationes aliquæ. Vieta prevenne Lambert: Si veda la Nota leg. 31.* ).

(a) Edizione di Basilea del 1758. alle pag. 143. e 143. dal §. 20. sino al §. 27. delle *Observationes varice in Mathesin puram*. L'Autore, quantunque impropriamente, chiama *Arbeli* nel §. 25. alcuni di questi Spazi.

(b) A questo proposito sia letto il §. 20. delle *Observationes* pocanzi accennate. Nella *Dissertazione* di Cramer citata dalla *Nota* 14. mi ha molto sorpiato il passo seguente ( a p. 485. ) *Voilà le premier espace circulaire, qui ait été quaré, & cette quadrature, indépendamment de ce qu'elle a de curieux, sert à prévenir une erreur, où l'on pourroit tomber, & qu'il semble que Des-Cartes ( Geomet. Lib. II. p. 39 Edit. 639 in 4to ) même n'a pas évitée. C' est de croire que les Lignes droites & les Courbes sont d'une nature si dissemblable qu'il est impossible de les comparer.* Ma in primo luogo la Lunula d'Ippocrate non dà un esempio di rettificazione di Curve; ed oltre di ciò quando ancora non fosse

essita, nè stata conosciuta all'età della *Geometria* di *Cartesio* la misura facile della Lunula, mancava forse l'esempio della quadratura della Parabola?

(c) I Traduttori, che sono di rado degli uomini di Scienza, peccano per lo più, quando gli prenda il piacere di far delle giunte al Testo sincero, o di brillare con delle glosse. *David Rivalto* nel suo *Præmio* tanto al Libro d'*Archimede* sulle Spirali, quanto all'altro sulla Quadratura della Parabola, vorrebbe far credere, che il modo *meccanico* di dimostrarla adoprato dal gran Geometra di Siracusa oltre a quello dedotto dalla teoria delle Serie, fosse un metodo grossolano e materiale, e non già rigoroso, nè esatto, come si conta di *Galileo*, allora quando per misurare il suo spazio pesò una Cicloide in cartone. Alcuni confondono le Linee Spiriche colle Spirali, o colle vere Elici ossia Volute di *Conone* di Samo ( *ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΙΑΝΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ* ediz. di Parigi del 16. 5. ). Del rimanente non v'ha a tempo mio dimostrazione più bella, e più didascalica della misura dell'Area della Parabola d'*Apollonio*, come quella di *Roberto Simson* in tondo del Libro V. dell'Opera da me citata nella 10. *Annotazione*.

le Aree, delle Curve a dei Spazj rettilinei, cui presso gli antichi adattavasi la parola oggi giorno poco intesa  $\Omega\chi\upsilon\tau\acute{o}\sigma\tau\omicron\upsilon\varsigma$  (a), che converrebbe benissimo alle belle e spiritose costruzioni moderne d' *Adamo Kochanski* (b), *Euler* (c), *Lambert* (d), *Outbier* (e) ecc. onde conseguir presto e *graficamente* una Linea retta pressochè uguale ad una Circolare Circonferenza.

Ma tuttavia, sebbene le *quadrature* di quelle porzioni di Lunula sian cosa non molto pregevole, e nulla sublime, bisogna pur dire esser fenomeno sempre raro questo di *parodiare* (f) una Scoperta antica, e nel darla per nuova più di un Secolo dopo deformatla così stranamente da far due passi giganteschi all' indietro ( come ho mostrato di sopra ) in rapporto a ciò, che allora sapevasi. Dei plagj se ne contano molti, o per dir meglio, di quelle scoperte, cui con tutta ragione potrebbe applicarsi l' epiteto di *novο-antique*. Non è però a mia notizia, nè in materia di Erudizione, nè in materia di Scienza un caso simile a questo, dove in cambio di progredire, o almeno di essere *stazionaria*, una Scoperta antica siasi fatta *retrograda*. Abbia, se pur si voglia, il P. *Enrico Noris* senza saperlo lavorata la sua dottissima interpretazione dei Cenotafj Pisani sul Modello MS. di *Giovanni Pagni*: nulla ha però da invidiare nè di bellezza, nè di dottrina all' opera di chi l' avea preceduto in que-

(a) Questo, ovvero  $\Omega\chi\upsilon\tau\acute{o}\beta\omicron\omicron\upsilon\upsilon$ , era il Titolo d' un Libro perduto di *Apolonio Pergèo* come rilevasi dal Commentario d' *Eutocio Ascalonita* al Libro d' *Archimede De Circuli dimensione*, dove lasciò scritto verso la fine  $\epsilon\upsilon\ \tau\acute{o}\ \Omega\chi\upsilon\tau\acute{o}\beta\omicron\omicron\upsilon\upsilon$ .

(b) *Histoire* &c. di M. *Montucla* indicata dall' *Annotazione* 14. alla pag. 64.

(c) *Novi Commentarii Academicæ Scientiarum Imperialis Petropolitane* = Tom. VIII. nel *Sommario* al N. VII. p. 26. e 27. ( *Excerptum ex MSS. Cartesii; Opera Postuma Cartesii* &c., ediz. di Amsterdam del 1704. )

(d) *Acta Helvetica Physico-Mathematico-Anatomico-Botanico-Medica* &c. *Volumen III.* a pag. 133. verso la fine del §. 10. e 134. 135. §. 12. E' di

*Snellio*.

(e) Tom. II. citato nella *Nota* 2. alla pag. 333. = *Sur une nouvelle Quadrature par approximation*. La Prefazione o *Sommario* alle pag. XV. XVI. l' encomia così „ *Cette idée a paru simple & ingénieuse* „. Di fatto ella ha grande eleganza, e la rettificazione della Periferia circolare vicinissima al vero si consegue con molta facilità, usando specialmente del  $\Delta\alpha\beta\epsilon\tau\omicron\varsigma$  (*circinus*) adattato alla descrizione d' Archi di Cerchio di lungo Raggio, il quale Istrumento fuol chiamarsi col nome d' *Epimetro*.

(f) Domando perdono alla *Crusca*, se prendo ardire da novatore anche sul correttissimo *Vocabolario* Tolcano del 1733.

sta letteraria fatica (a). Siano pure i primi Filosofi della Grecia (b), ed i Pitagorici in special modo (c) quelli, che concepirono avanti di tutti l'universale attrazione della Materia: dovremo sempre ammirare, e riempire di giusti encomj il Cav. *Isacco Newton*, come quegli, che l'abbia tanto arricchita, nobilitata, accresciuta, e ridotta a canoni, e leggi certe, almeno per tutto ciò, che riguarda il gran Sistema dell' Universo (d).

Quanto sia necessario oggidì essere al fatto di tutta l'Istoria Matematica avanti d'assicurarsi di qualche novità nella Sintesi o nell'Analisi, chiaro apparisce da molti altri esempj, i quali ci debbono convenevolmente instruire. Diffatto avan-

(a) *Cenotaphia Pisana Caii & Lucii Caesarum Dissertationibus* (4) illustrata = Venetiis, 1681 = in fogl. di p. 490. *Atti e Memorie inedite dell'Accademia del Cimento ecc.*, pubblicate dal Dr. Giovanni Targioni Tozzetti Tomo I. (1780.) alle pag. 471. 472. e 474. Questo inlancabile raccoglitore di MSS. ed altre anticaglie, suppone nel loc. cit. inferiore di merito l'Opera stampata del *Noris* all'inedita del *Pagni*. Ma siccome per l'abbondanza delle materie da esso trattate non lascia di prendere abbaglio in delle cose chiarissime (nell'istesso Tomo I. (ex. gr.) al §. LI. e pag. 461. egli dice „ nel *Frontespizio* la data della stampa de' Saggi di *Naturali Esperienze* è 1666. “ quando l'Edizione prima e magnifica ha nel *Frontespizio* di molte Copie 1657. ), ne lascio ad altri il giudizio.

(b) *Empedocle* tra gli altri, il quale fioriva nel V. Secolo prima dell'Era Cristiana, asserì che il Mondo era regolato dall'Amore e dalla Discordia, cioè da due sole forze Attrazione e Ripulsione. (*Observations générales sur l'étude de la Philosophie ancienne* = Par M. Freret = *Assemblée publique du 13. Nov. 1744.* = alla pag. 101. delle *Mémoires de Littérature* nel Tomo XVIII. stampato in Parigi l'anno 1751. dell'*Histoire de l'Académie Royale des Inscriptions & Belles-Lettres &c.* depuis l'année M. DCC. XLIV.,

jusques & compris l'année M. DCC. XLVI. ).

(c) *Prefatio Auctoris*, cioè di *David Gregory*, la quale precede tanto l'edizione d'Oxford del 1702., quanto quella di Ginevra del 1726. degli *Astronomie Physicæ & Geometricæ Elementa* dalla pag. 3. sino al fine, ch'è un capo-d'opera d'Erudizione trattata da vero filosofo.

(d) Per ispiegare i fenomeni, che accadono nel *Microcosmo*, in rapporto ai quali *Newton*, *Pemberton*, *Mac-Laurin*, *Keil*, *Clairaut*, *Buffon*, *Sigorgne*, *Gio: Teofilo Desaguliers*, *Jacopo s' Gravesand*, e cent' altri usarono delle medesime forze sotto diverse leggi, l'esito non è stato egualmente sicuro, e felice. Deve consultarsi segnatamente l'ingegnosissima senza pari *Memoire* fisica di M. *Monge*, intitolata *Sur quelques effets d'attraction ou de repulsion apparent entre les molécules de matière*, dalla pag. 506. sino a 539. del Tomo della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l'anno M. DCC. LXXXVII., pubblicato nel 1789. Matematico sommo com'è l'Autore, non poteva far meglio conoscere ai Dotti, quanto debbano in materia di fatti tenerli sempre lontani da intuonare εὐρηξαι, εὐρηξαι, nè poteva mai dare un esemplo più illustre della superiorità del suo spirito nell'anteporre a dei Sistemi famosi la semplicità delle Leggi ordinarie della Natura.

zandosi le Matematiche con sorprendente rapidità *velut unda supervenit undæ*, non può mai essere a meno, che di sovente i Geometri s'incontrino tra di loro nell'istesso soggetto, ed alcuna volta quelli, che vengano dopo, o vadano meno felici, o nulla sappian dei primi.

L'Abate *Bossut* nel Tomo II.<sup>o</sup> dell'istessa *Collezione* Accademica, in cui è registrata la *Memoria* di M. *Bourand*, ha sciolto questo facil Problema ( Fig. 3. ) *Trouver la solidité d'un segment BKROX de Conoïde parabolique ABXDO coupé par un plan parallele à son axe (a)*. Impiega quasi un'intera facciata di Calcolo per dimostrare, che la Curva *ROX* generata dalla fezione del Paraboloido mediante un piano normale alla base sia una Parabola del tutto *identica* alla generatrice del Solido (*b*). Le Teoriche d'*Apollonio Pergèo* vi conducevano direttamente; e noi altri Italiani l'abbiamo le mille volte stampato (*c*). Imperocchè nella Parabola genitrice è sempre  $DK \cdot KB = KX^2 = RK$ . Parametro,  $D'K' \cdot K'B' = K'X'^2 = R'K'$ . Par.<sup>o</sup> Dunque ecc. Gareggiando con un altro Geometra egli di più si felicita col pronunziare queste parole: *Il est à propos de remarquer en passant que cette méthode est générale pour tous les solides de révolution, & qu'elle fera toujours trouver la nature de la courbe ORX au moyen de simples substitutions: c'est au lecteur à juger si celle de l'auteur que j'ai citée a le même avantage*. Ma da un Teorema di *Evangelista Torricelli* (*d*) pubblicato fino del M.DC.XLIV.

(a) *Solution de deux Problèmes de Géométrie* dalla pag. 543. alla 557. Parlo qui del secondo, ch'è a pag. 553, e principia *Autre Problème*. Nella Prefazione o *Semmario* (p. XVI. XVII.) si conchiude il giudizio della *Memoria* nel modo seguente „ *Ces deux solutions ont paru exactes & élégantes* “.

(b) Leggasi sino a parte della pag. 554. Il Problema pareva sì difficile che un *autre Géomètre l'a aussi résolu dans les Mémoires de Mathématiques présentés à l'Académie de Paris &c.*

(c) Mi sovviene ( per dirne una ) della Proposizione 33. ( alla pag. 85. ) ossia Lemma IV. del Libro III. della notissima Opera di *Vincenzo Viviani*

*De Locis solidis secunda Divinatio Geometrica in quinque Libros iniuria temporum amissos Aristæi senioris Geometra &c.*, pubblicata in Firenze l'anno 1701., e dedicata al Re *Luigi XIV.* E poi basti il dire ch'ell'è la *Propos.* ultima del L. IV. di *Pappo* ( ediz. di Bologna 1660. a p. 113. ).

(d) Tra le Opere stampate di questo Geometra, e raccolte in un solo Volume, si legga nell'*Appendix de dimensione Cochleæ* il *Lemma primum* alle pag. 136. ( ma veramente 144. ) e 145. della 1. numerazione. Siffatto Teorema ammirabile egli lo nominò ( MS. Palatino ecc. ) *Frustra Diabolice*, ed alcuna volta *Frustra Diabolico*.

ho facilmente dedotto, che per ogni Solido rotondo sia tale la Curva  $ROX$ , ossia la sua proiezione ortografica sul piano del Meridiano  $QATV$  parallelo al piano secante  $XROK$ , che  $Q.P.PT = Q.P'.PT'$ , ecc.  $= CI.IC' = CI^2 = RI^2$ , di dove ricavanfi immediatamente senza di nessuna *soffituzione* la natura, le proprietà, e l'equazione della Linea cercata (a) come quella, che ha sempre l'istesso rapporto colla generatrice, di cui gode l'Iperbola Apolloniana referendola alle due Rette, che a lei servono di Asintoti (b).

Nel VI. Volume della *Raccolta* medesima, precedentemente citato parlando di M. *Bourand*, mentre ch'io raccogliero tutto ciò, che potesse mai appartenere alla provincia in oggi coltivatissima delle Funzioni *arbitrarie*, tanto *continue*, quanto *discontinue*, mi accadde d'aver sott'occhio la maniera assegnata da M. *de la Place* per andare in cerca del

valore dell'Integrale  $\int \frac{d\mu}{V(-1\mu)}$  da  $\mu=0$  sino a  $\mu=1$ , cui

veniva condotto a fin di risolvere un Problema bellissimo intorno ai giuochi d'azzardo (c). Avevo, qualch'anno fa, speculato sopra di questo Integrale; onde nel leggere il modo nuovamente adoprato da quel valentissimo Matematico, mi parve che l'Autore peccasse per tre differenti ragioni.

In primo luogo lo dà per nuovo, o almeno non cita nessuno, che n'abbia trovato il valore  $=\sqrt{\Pi}$ , come se quella Formola assai bizzarra non fosse mai stata nel caso proposto integrata prima di lui, quando lo fu da *Leonardo Euler*, e dal Cav. *Gio. Alberto* suo Figlio negli Atti delle Accademie delle Scienze di Pietroburgo, e Berlino (d).

Secondariamente per riconoscerne, che posto  $i = 0$

(a) Ecco il metodo generale analitico. Sia  $y = \varphi x$  l'Equazione della generatrice  $QAT$ : sarà (posta  $IC = a$ ) l'Equazione cercata della Curva  $XRO$  espressa sempre così  $z^2 = (\varphi x)^2 - a^2$ .

(b) Intendo però quest' analogia o convenienza di relazione in rapporto all' Iperbola d' *Apollonio* paragonata unicamente al suo *Asse primario*.

(c) *Mémoire sur la probabilité des causes par les évènements* dalla pag. 621. sino a 656. (Nota 3.). Si veda il Num. III. al Problema I. (p. 624.) e leggasì principalmente la pag. 629.

(d) Volumi V. e XI. dei vecchi *Commentarij* della prima Accademia, e Tomi XVI. e XVII. della seconda.

fia  $\frac{1 - \mu^{2i}}{2i} = -l\mu$ , chiama in ajuto, scrivendo nel M.DCC.LXXIV., la regola *differenziale* di *Giovanni Bernoulli* (a), quando fino del M. DC. XCV. aveva di già pubblicato senza di quella regola *Edmondo Halley* esser sempre  $\frac{\mu^0 - 1}{0} = \frac{\mu^{2.0} - 1}{2.0} = l\mu$ , come risulta dal Volume XIX. delle *Trasfazioni* Anglicane (b).

Ed in fine ricava da un Teorema remotissimo d' *Euler*  $S \frac{\mu^n d\mu}{\sqrt{1 - \mu^{2i}}} \cdot S \frac{\mu^{n+1} d\mu}{\sqrt{2 - \mu^{2i}}} = \frac{1}{i(n+1)} \cdot \frac{\Pi}{2}$ , facendo  $n = i = 0$ , il ricercato valore (c), quando senza ricorrere a questo artificio indiretto, e quasi divinatorio, e senza prender la cosa sì da lontano deriva immediatamente, piuttostochè da un prodotto di due Integrali, dall' Integrale unico  $S \frac{\mu^{2n+1} d\mu}{\sqrt{1 - \mu^2}}$  posto  $n = \infty$ , siccome ho altrove provato, e vale a dire da un'agevolissima Formola Newtoniana (d).

Avviso ciò per il solo motivo di far veder sempre più quanto dobbiamo andar cauti nel giudicare del merito, e della vera epoca delle scoperte, se taluna volta declinano dal diritto sentiero uomini sommi quanto i testè nominati, dei quali non avrò mai l'ardimento d'esserne giudice, e farò in ogni tempo rispettosissimo ammiratore. Son convinto, che dove giungono nell'età nostra gli artifizj del Calcolo, farebbe vano il pensare, che v'arrivassero i metodi (almeno i superstiti) degli antichi. Opulente come son oggi le Matematiche, si lasciano indietro tutte le scoperte dei Greci, e dei Geometri trapassati, che calcando sempre dappresso le loro orme precedettero, o non usarono l'Algebra di *Carte-*

(a) Nota 40., e Num. 10. del §. I. delle mie *Meditazioni Analitiche eccitate* sin da principio.

(b) Tomo XIX., e Nota 97. delle preaccennate *Meditazioni*.

(c) La Sigla  $\Pi$  rappresenta la Semicerconferenza del Circolo, di cui  $i$  sia il Raggio, siccome scrive l'Autore

nella pag. 635. Del resto si veda il Cap. VIII. del Volume I. ( a pag. 230. e segg. ) *Institutionum Calculi Integralis* di *L. Euler*.

(d) Si consulti il §. II. delle *Meditazioni* suddette intitolato *Nuovo metodo d'integrare la Formola Euleriana-*

fo (a). Nacquero tuttavolta alcuni felicissimi ingegni, i quali spiccaron dei voli, e si apersero nuove strade per arricchire gli Annali della Geometria, tenendo ferma l'eleganza delle costruzioni e dimostrazioni, e quell'aurea chiarezza e semplicità, che distinguevano i Matematici della Grecia. *Keplero, Galilèo, Cavalieri, Torricelli, De la Faille, Guldino, Gregorio da San Vincenzo, Pascal, Huygens, Simpson, Simson*, ecc. (b) hanno dei capi-d'opera di questa specie. Non conviene abolire del tutto ( e particolarmente in Italia (c) ) l'elegante lor modo di dimostrare, nè mai turbar

(a) Anche assai dopo l'epoca della pubblicazione della *Geometria* di *Cartesio*, che accadde nell'anno 1637., molti dei Matematici eziandio oltramontani, in cambio di servirsi dell'Algebra, come aveva incominciato ad effettuare con qualche frutto *Francesco Vieta*, il quale morì nel 1603, ieguitarono a far scoperte per via di Sintesi, e particolarmente col metodo degli indivisibili e de' Limiti de' rapporti.

(b) Sù di *Giovanni Keplero* ho trovato un aneddoto singolare di mano del *Viviani*, che qui fedelmente riporto. Considerando egli alcune deboli dimostrazioni nella *Nova Stereometria Deliorum vinasionum, in primis Austriaci figura omnium aptissima. Accessit Stereometriae Archimedea Supplementum* = *Lincii* 1615. = scrisse in margine *Sensui non fides Geometriae Galilaeus ergo dum caecus erat, hanc conclusionem minime perciperet. Ob quam humilis Geometria si corporis oculis indigeret!* Quanto al P. *Giovanni de la Faille*, cioè alla di lui bella *Opera* stampata in *Anversa* del 1633. prefisso i *Meursj*, col Titolo *Theoremata (40) de Centro gravitatis partium Circuli & Ellipsis*, mi fece assai d'ammarezza quando di sì piccolo Libro lessi il giudizio, che *M. Montucla* ne pubblicò ( *Histoire &c. sur la Quadrature du Cercle* Nota \* a pag. 65. ). *La Faille* publicò in 1633. un ouvrage très-ingenieux, quoique un peu prolix &c. Intorno all'Opera del P. Paolo *Guldino* *De Centro gravitatis trium Specie-*

*rum Quantitatis continuae. Liber I. = Viennae Austriae* 1635., *Liber II. De compositione & resolutione Potestatum rotundarum* = *ibid.* 1640., *Liber III. Geometria Rotundi* = *ibid.* 1641., *Liber IV. Archimedes illustratus* = *ibid.* 1641., il medesimo *Istorograto* fa un altro sbaglio affermando (*Histoire des Mathematiques* T. I. P. I. L. V. pag. 305. e T. II. P. IV. L. I. pag. 21.) che nella prima Edizione di *Pappo* ( *Nota* 30. ) mancasse il luogo della Prefazione al VII. Libro ( si confrontino le pag. 252. della 2. ediz. e 165. a tergo della I. ) dov'è in termini puntuali accennata l'istessa regola di quel Gesuita *Sancti Gallensis*. Commette altro errore nella data di quella Edizione, che non fu, come scrive, del 1583., ma del 1588. Poteva piuttosto dire, che i moti apposti a quell'Opera erano poco degni di un Matematico = *Ponderant sine pondere, nec equiponderant* = *Rotando centrum sunt* = *Facta centrum promovet* = *Obscura centrum illustrat* = &c. &c. Quando non si volesse esser molto indulgenti per un Geometra Scientista. ( Vedasi la *Nota* 58. )

(c) Certuni accusano di pedanteria gli Italiani per avere applicate le frasi matematiche alle materie di Politica, e di pubblica Economia. Ma a parer mio questa voglia di geometrizzare dove non sembra, che dovette aver luogo la Geometria, è venuta con altre di là dal Mare. *La véritable Equation du commerce, pour parler le langage des Géomètres, est l'abondance ou la*

l'ordine delle scoperte. Abbandonando onninamente lo studio delizioso di quei Geometri, anderebbe forse perdendosi quel vero spirito d'invenzione e di combinazione d'idee, che passa per essere il sommo pregio dei Matematici.

Saremmo di certo più ricchi di questo genere d'invenzioni, se ci fossero pervenuti tutti i tesori dei Greci, confunti per la massima parte atteso gli incendj delle due Librerie di Pergamo ed Alessandria (a). Il solo Commentario di *Proclo Diadoco* al I. Libro d'*Euclide* (b), e la Prefazione al Libro VII. delle Collezioni di *Pappo Alessandrino* (c) ci

*vareté de ce qu'on présente au public, de ce qu'on expose en vente, multipliées par le besoin que l'on en a, ou par la demande que l'on en fait. A tout prendre, plus il y a de demandeur d'une denrée ou d'une marchandise, quelle qu'elle soit, plus cette denrée & cette marchandise prennent faveur, plus le prix en augmente* ( pag. 182. dell' *Essay sur la Marine & sur le Commerce* ediz. del 1743. ). ( Si consulti la Nota 98. ).

(a) Il primo avvenne nel Secolo I. dell' Era Cristiana, perchè secondo Strabone quella Biblioteca esisteva regnando *Tiberio*, quantunque avesse sofferte diverse vicende al tempo di *Cleopatra*, *Marc-Antonio*, ed *Augusto*. Ell'era fondata da *Eumene II.* ed *Attalo II.*, Sovrani d'un piccolissimo Stato nella gran Mizia dell'Asia Minore, i quali regnarono 3. Secoli prima della venuta di Cristo. Se si debba credere a *Plinio*, non conteneva meno di 300000. Volumi. Qual' esempio immortale di Re Filosofi! L'altro incendio fu poco dopo del 641. ossia verso il mezzo del Secolo VII. dell' Era volgare. Era fondata la Libreria Alessandrina da *Tolomeo Sotere* colla direzione di *Demetrio di Falera*. *Tolomeo Filadelfo*, e quindi *Tolomeo Pison* l'accrebbero assai. Vien detto, che contenesse più di 400000. Volumi. L'ordine del *Califo Omar*, eseguita da *Amry Generale* dei Saracini, bastò in breve a distruggerla per riscaldare i pubblici Bagni. Mai Terme più ricche non esistevano al Mondo.

Ecco gli Annali de' Barbari.

(b) Di *Proclo* esiste la Vita, che scrisse il di lui scolare *Marino*, stampata da *Gio. Alberto Fabricio* nel 1700. in Amburgo, e ripubblicata in Londra l'anno 1793. alla fine della sua *Bibliotheca Latina*. Molto si trova scritto di lui, e d'altri *Procli* nel Lessico di *Suida* ( ediz. di Cambridge del 1703. per *Ludolfo Kuster* ), nella Vita d'*Apollonio Tyanò* compilata da *Filosttrato*, non meno che nella *Vie d'Apollonius de Tyane* = a Berlin = in 4. Volumi 1774., e nel Lib. V. Parte IV. della *Bibliotheca Græca* &c. al titolo *Procli antiquiores & juniores* dalla pag. 456. fino alla 454. ediz. del 1717. Ma più di tutto viene illustrata l'Istoria di *Proclo* da un'iscrizione Tyatirena, che pubblicherò in altro tempo insieme col mio Commentario. Del rimanente viveva *Proclo* poco avanti di *Achilles Tattius* nel V. Secolo della nostr. Era. ( *Dissertazione* di *M. Heinius* citata dalla Nota 14., dove si legge alla pag. 409. *Proclus surnommé Diadochus, Philosophe Platonicien, & Mathematicien celebre, qui brilloit dans le V. Siècle* &c. ( Vita d'*Apollonio* ecc. per *Monsignor Gio. Bernardo Gualandi*, in 8vo Venezia 1549 ).

(c) Non manca chi creda esistere oggigiorno in Arabo nella Biblioteca di Fez, fondata da *Almanzor*, e come attesta *Eupennas composta* di 32000. Volumi, tutte le Opere di *Pappo*, il quale fiorì sul cadere del IV. Secolo, checchè ne dica in contrario *Giovanni Stoesero* ( *Commentarius in Procli*

rammentano le nostre perdite, e perdite a senso mio irrimediabili dopo di tante diligenti ricerche fatte a quest' uopo durante l'aureo Secolo de' Medici in tutte le Biblioteche del Mondo cognito (a). Le Coniche d'Apollonio mutilate del Libro VIII. (b), Pappo mancante dei due primi Libri, dei quali esiste in grazia del Wallis la traduzione di un breve frammento ricavato da rarissimo Codice d'Oxford (c), Euclide corrotto da tanti Scoliafi ed Amanuensi (d), ci hanno impoverito di più col privarci di molte originarie bellezze dei

*Diadochi Sphaeram editus Tuingae 1534*). Forse la massima parte di queste versioni d'antichi Codici Greci risale al X Secolo, e molti saranno di quelli, che il Califo Almanon obbligò a darglieli a scelta Michele III. Imperator di Costantinopoli dopo d'averlo vinto in battaglia. Quante maggiori ricchezze letterarie doveva avere diffattor l'antica Città di Bizanzio superiormente a quelle, di cui c'istruisce la Prefazione accennata? Converterà ora cercarne dei miserabili avanzi sulle Coste occidentali dell' Africa? *Non nova, sed nove*: tale è stata sempre, e farà la fatalità delle cose umane. Intorno alle ricerche dei Libri mancanti di Pappo, e d'altre Opere rare inedite, come l'*Harmonicon Caeleste* di Viera ecc., si legga ciò che scrive del Cardinal Leopoldo il Targioni da pag. 499. a 504. del Tomo I. citato dalla Nota 40.

(a) Per un semplice saggio si legga la Parte I. del Tomo II. degli *Atti e Memorie inedite dell' Accademia del Cimento e Notizie aneddotate ecc.*, pubblicata dal Dr Targioni in Firenze l'anno 1780. ai Num. XXXI. XXXII. e XXXIII. dalla pag. 238. sino alla 242., dove parlasi di Pappo, e Archimede. Solamente riflesso per digressione che Luca Holstenio citando (a p. 241.) il Libro Archimedeo *Περὶ τῶν ὀχυμενῶν*, lo cita mutilato, e perciò mancante di senso. Imperocchè essendo il Libro *De insidentibus humido* (dei Galleggianti), e *Περὶ τῶν ὀχυμενῶν* significando *De insidentibus* (vedati al

Verbo ὀχέω, ὀχέομαι, ὀχέομαι *The-sauri Linguae Graecae ab Henrico Stephano constructi Tomus II.* alle pag. 1580., 1581.), e nient'altro, fa di mestiero completarlo così *Περὶ τῶν ὀχυμενῶν ἐπιτύρω*, com'è in altri Testi. Nella celebre Biblioteca Bodleyana d'Oxford, e nella ristrettissima Libreria del Seraglio della Porta Ottomanna, che comprende soli tre in quattromila Volumi tra Turchi, Persiani, ed Arabi, senza nessun Codice Greco, non esistono per le di già fatte rimozioni, Opere di qualche importanza tra le mutilate o smarrite.

(b) Halley restituì il Libro perduto, di cui si parla (Nota 75.), e lo restituì con tanta sagacia e profondità, che Roberto Simson (giudice senza pari) ebbe a dire di lui . . . . *qui tamen magno acumine a cl. Halleo restitutus est.* ( Sia letta *Prefatio ad Lectorem* dell'Opera Simtoniana mentovata dalla 10. Nota ).

(c) Pappi *Alexandrini secundi Libri Mathematicae Collectionis fragmentum hactenus desideratum ex Cod. MS. anno .688. primum editum, latine reditum, & Notis illustratum.* ( Tomo III. della Raccolta di tutte l' Opere Matematiche Wallisiane stampato in Oxford e *Theatro Sheldoniano* l'anno 1699. )

(d) Questi errori si correggerebbero subito, mentre ci fossero pervenuti gli altri Elementi di Geometria compilati da Scrittori Greci anteriori ad Euclide, come Ippocrate di Chio, Leone, Theudilo, Hermetimo ecc.

dei Codici Greci. *Federigo Commandino*, piccolo Matematico e mediocre Greco, mostra in parecchi luoghi di non avere inteso il vero senso di *Pappo*, siccome apparisce dal confronto della sua versione col famosissimo Codice Vaticano (a). *Proclo* aveva sofferto di più tradotto da *Giovanni Hervagio* di Basilea (b), e quindi da *Francesco Barocio* (c). E poco meno che i *Dati d'Euclide* ( $\Delta\epsilon\delta\acute{o}\mu\epsilon\nu\alpha$ ) non siano stati sfigurati egualmente da *Claudio Hardy* di Parigi (d). Quanto alla Collezione stampata nel M. DC. XCIII. sotto il titolo di *Veterum Mathematicorum Opera Graeca & Latina* da *Filippo de la Hire* (e), oltre che non ripara di gran lunga ai gravi scapiti, che hanno sofferti la Geometria, e l'Arithmetica, sì nella parte Istorica, come nella Teoretica per la mancanza d'importantissimi Libri, e segnatamente tra questi degli Elementi ( $\text{Α}^{\rho}\chi\alpha\iota$ ) d'*Archimede* (f), e dell'Arte numeraria ( $\text{Λ}\acute{o}\gamma\iota\sigma\mu\acute{\eta}$ ) d'*Apollonio* (g), nè sono abbastanza ricompensati dalle dotte fatiche dei *Vieta*, dei *Snellj*, dei *Vi-*

(a) Loc. cit. dall' *Annotazione 62*, ed Opuscolo di Giuseppe Torrelli intitolato *Cose Geometriche*, edito in Verona ecc. (Nota 106).

(b) L' Opera è Greco-latina distinta col titolo ΠΡΟΚΛΟΥ ΔΙΔΑΧΟΥ ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΩΝ ΕΤΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ, e vien dopo all' ΕΤΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛ. ΙΕ' dell' edizione di Basilea del 1533.

(c) *Procli Successoris Lycii Philosophi Platonici & Mathematici probatissimi Commentarius in primum Elementorum Euclidis Libri quatuor latine versi* ecc. in Venezia 1560. colla dedica al Patriarca d' Aquileja Monsignor Daniel Barbaro. Pare che M. Cramer non conoscesse questa 2da. Edizione, avendo scritto nel loc. cit. dall' *Nota 14.* a pag. 438. *Je présente d'abord le Texte de Proclus, tel qu' il se trouve dans l' edition unique, à ce que je pense, cet Auteurs. C' est celle d' Hervagius à Basle 1533.*

(d)  $\Delta\epsilon\delta\acute{o}\mu\epsilon\nu\alpha$  *Theoremata geometrica 96. cum Praefatione Marini Philosophi Neapolitani* = *Euclidis Data Tom. VII.*

*ta* = *Parisus*, 1615. edizione Grecolatina.

(e) Vedasi a pag. 367. il Tomo II. dell' *Histoire de l' Académie Royal des Sciences &c. avant le renouvellement* edizione Parigna del 1733. È una Raccolta consimile a quella d' Amsterdam del 1652. *Antiquæ Musicae Auctores septem, graecè, & latinè Marcus Meibomius restituit, ac Notis explicavit* = in un solo Volume.

(f) Altri scrivono  $\text{Α}^{\rho}\chi\alpha\iota$ . Era un' Opera indirizzata dall' Autore ad *Zenxippum*, e la nomina egli medesimo nel suo Libro  $\text{Φ}\alpha\mu\acute{\alpha}\iota\tau\eta\varsigma$  (*Arenarius*). Molto n' ha scritto M. Melot nel Tomo XVI. (non XV. come dice Montucla alla pag. 251. Nota (b) del I. Volume della sua Storia Matematica) dell' *Histoire de l' Académie Royale des Inscriptions &c.* edizione di Parigi del 1743.

(g) Wallis nel Tomo III. *Oper. Mathematica* alla pag. 559., e Fabricio *Bibl. Graec. Lib. III.* nella *Nota* in piè della pag. 563, suppongono che quest' Opera citata da Eutocio nei suoi Commentari al Libro d' Archimede  $\text{Κ}\acute{\upsilon}\lambda\lambda\omicron\upsilon$

viani, degli *Halley*, dei *Simson* ecc., i quali, e nel passato, e nel presente Secolo si posero a indovinare diverse Opere Greche smarrite (a), ell' è una raccolta di cose, che si riportano per lo più alle Matematiche miste (b).

Giova eziandio di riflettere, che le bellezze dei Greci, le quali tuttora ci restano in proposito di Geometria, non abbiano fatta tra noi sino al giorno presente quella maggior comparsa e risalto, di cui eran capaci, perchè i Geometri (tranne *David Gregory*, ed *Halley*, cui dobbiamo le inappuntabili e veramente preziose Edizioni Greco-Latine d'*Euclide*, *Apollonio*, e *Sereno* di Antissa (c), edizioni che ono-

*Méropsis* fosse d'un antico Geometra nominato *Méyros*. Io però credo, che sia d' Apollonio da Perge, cioè dell' istesso Scrittore delle Coniche, chiamato per antonomasia da tutta l' Antichità *Geometra Magnus*. So bene che i Greci scrivevano *Méyros*, e non *Méyros*, ma lo egualmente che nei bassi tempi decadendo la purità della Lingua, e promiscuandosi colla Latina, molte parole Romane usò, che venissero scritte colle declinazioni e caratteri della Grecia. Eutocio viveva nel VI. Secolo della nostra Era o sul declinare del V. e forse regnando Anastasio Dioscuro. Tra i molti esempj, che altrove pubblicherò per fondamento della mia congettura, ricavati per la massima parte dal *Dufresne D. Du Cange Glossarium ad Scriptores mediæ & infimæ Latinitatis* = Tom. VI *Paris*, 1733. = cito adesso il solo Πόρτος Μέγρος *Portus Magnus* (oggi *Portsmouth*) nelle Isole Britanniche, com' è scritto nel Capo III. del Libro II. della Geografia antica di Tolomeo.

(a) *Apollonius Gallus* per ristabilire il Libro περὶ ἑπτάγων ( *De Tactitionibus* ) ( *Opera Mathematica* (Nota 30.) in unum Volumen congesta ac recognita, opera atque studio Francisci a Schooten Leydenensis &c. = Lugduni Batavorum, 1646. = ex Officina Elzeviriorum = *Apollonius Batavus* seu exuscitata *Apollonii Pergæi ΠΕΡΙ ΔΙΩΡΙΣΜΕΝΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ* ( de determinata Sectione ) *Geometria* = Lugduni, 1608.; *De Maximis & Minimis Geometrica* - Di-

*vinatio in V. Librum Apollonii Pergæi* = Florentiæ 1659.; *De locis Scelidis Aristæi Senioris &c.* (Nota 45.) ; *Χορίων ἀποτομῶν* di Apollonio seu de Spati sectione, & de sectione rationis = Oxoniæ, 1708.; *Apollonii Pergæi Loca plana restituta* (Nota 6.) ; *De Sectione determinata Libri duo restituti. & duobus insuper Libris aucti*, Πόρισματων ( *Porismatum* ) Liber = Glasgux, 1776. nella Raccolta postuma intitolata *Roberti Simson Opera quedam reliqua* pubblicata 8. anni dopo la morte di quest' egregio Geometra, che mancò di vita l' anno 1768. e 8imo. dell' età sua.

(b) Più fortunati dei Libri Geometrici sono stati quelli di Geografia. Abbiamo tutto intero e corretto nell' ediz. de' Wetsteni *Stephanus Byzantius de Urbibus* ΣΤΕΦΑΝΟΣ ΠΕΡΙ ΠΟΛΕΩΝ ediz. d' Amsterdani del 1725.; *Dionisi Alexandrini Periegeticon, sive de situ Orbis, Geographi veteres minores*, per non dire di Tolomeo, nè del *Phylo Byzantius de septem Orbis spectaculis græce & latine versus, & notis illustratus* a Leone Allatio = Romæ, 1640. =

(c) *Euclidis omnia quæ supersunt* = Oxonii, 1703. = — *Apollonii Pergæi Conicorum Libri octo & Sereni Antissensis de sectione Cylindri & Coni Libri duo cum Pappi Alexandrini Lemnatis & Eutocii Ascalonitæ Commentariis. Ex Codd MS. editit Edmundus Halleus &c.* = *Apollonii Pergæi Conicorum* ( pag. 137. sino a 171. ) *Liber octavus restitutus sive de prole-*

rano le Stampe d'Oxford, ed il principio del Secolo XVIII.) qualora siano profondi nella Scienza sublime, ch' essi profetano, hanno a sdegno di essere, o forse non possono essere eccellentemente periti della Greca Lingua, e Letteratura. Di qui n'accade, che in parecchie delle traduzioni, che abbiamo, o sia male appropriato il significato delle parole alle cose per mancanza di sapere Geometrico, o non sia stato inteso, nè interpretato per imperizia di Lingua (a). Ireplicati passaggi di Codice in Codice, mentre mancava la Stampa, le corrosioni, e lacerazioni della Carta bombacina e comune, dei Papiri, e Pergamene antichissime, l'ignoranza dei Copisti, la decadenza della Lingua dotta, la promiscuazione o confusione dei Dialetti (b) hanno, o separatamente o cumulativamente aumentato il male fino al segno, che senza combinare in un uomo solo i talenti di sommo Matematico, e di sommo Grecista, non sia mai sperabile di porre in chiaro, e difotterrare dai Libri fortunatamente rimastici, ed avanzati alla voracità del tempo, e all'ingiuria, o trascuranza degli uomini, tutto ciò che si potrebbe sapere delle Scoperte antiche Geometriche, ed in particolare di quelle nate e promosse sotto il bel Cielo dell' Ionia (c).

*matris determinatis divinatio* (vedasi la Nota 63.) *Oxonice e Ibratro Sbeloniano, anno Dom. 1710.*

(a) Potrebbe lervir d'esempio la voce Περύσμα, la cui interpretazione sincera riserverò ad altro tempo. Ma che più? Vi sono stati taluni oggi-giorno, che non hanno distinto il differentissimo significato dei due vocaboli Περύσμα, Ἀγκύρα. Molto maggiori abbagli s'incontrano nell'interpretare diverse passioni dei Numeri descritte da Ocello di Lucania (contemporaneo d'Ippocrate di Chio (Nota 14.)), la cui opera è l'unica pervenutaci intiera tra i filosofi Pitagorici, dei quali non abbiamo che pochi Frammenti.

(b) Per esempio Archimede scrisse in Dorico, ed i Copisti dei bassi tempi lo trascrissero nel Greco comune. Consultisi a questo proposito la

Parte I. del Tom. II. degli *Atti e Memorie* citate nella Nota (66) alle pagine 240. e 241. Quel Dialetto comune o confusione di antichi Dialetti non è per altro la Lingua Omerica, siccome certi andarono pensando, contro dei quali con tutta ragione opina il Ch. Autore dell' *Ars metrica seu de Græcorum Prosodia Tractatus* = Colle 1782. = a pag. 107. Num. III.

(c) Si sa che l'Attica e l'Ionia ebbero l'istessa origine. *Atticorum & Ionum antiquitus eadem fuit sermone proprietate, & Attica Europæ Ionice pars. Crescente vero multitudine postea quam missæ in Asiam Colonia, Ionum appellationem usurpassent &c.* (pag. 3. Jacobi Zuingeri... *Græcarum Dialectorum hypotyposis*, in piè del Tesoro dello Scapula stampato in Amsterdam l'anno 1652.)

Cade il Secolo XVIII., ed è ancora mistero l'interpretazione sincera dell' Epigramma al Re *Tolomeo d' Eratostene da Cirene*, conservatoci da *Eutocio d' Ascalona* (a), lasciato senza versione dai Traduttori (b), e comprendente il Voto ( *Ἀποθήμω* ) sospeso su d'una Colonna in ringraziamento agli Dei per la soluzione del Problema Deliaico. *Anton Maria Salvini*, e *Vincenzo Viviani* mutuamente ajutandosi, non furon vevoli a interpretarlo, come apparisce da un MS. originale, che confervo tra le mie schede (c).

La parola *Ἀμφοτέρωθεν* usata da *Pappo* nella Prefazione al VII. Libro (d), che contiene non meno di tutta la Teoria *Centrobarica* prodotta tanti anni dopo dal Gesuita *Paolo Guldino* (e), si cerca invano nei Lessici *manuali* (f), contato ancor quello diligentissimo di *Beniamino Ederico* (g), e l'istesso Tesoro d' *Enrico Stefano* (h). Consultando *Suida* (i), si

(a) Nell' *Archimede* Grecolatino di Basilea del 1544. vien riportato, ma senza traduzione, a pag. 21. del Testo Greco. Manca in quello di Parigi del 1615. quantunque ancor esso Grecolatino, perchè non vi sono i *Commentarij* d' Eutocio, non meno che in altre Edizioni. Non è compreso nell' eccellente Raccolta *ΣΤΕΦΑΝΟΝ ΕΠΙΓΡΑΜΜΑΤΩΝ* o s'ivvero nell' *Anthologia*. *Vieta* ne parla alle pag. 343. e 349. *Operum Mathematicorum* &c., ma senza versione. Incomincia il Testo Greco dell' Epistola in fronte dell' Epigramma così *Βασίλει Πτολεμαίω Ερατοσθένι χαίρειν* ( a pag. 20. della 1ma. ediz. ecc.

(b) Comandino, Sturmio, Maurolico &c. &c. ( Ediz d' Archimede di Paolo Manuzio in Venezia del 1558. di Norimberga del 1667. e la posteriore Palermitana del 1685. procurata da Alfonso Borelli.

(c) Salvini doveva essere molto giovane, quando prese a tradurre quell' Epigramma con avere al fianco il Viviani. Imperocchè la versione incomincia *Supplementum Epistolae Eutocii Ascalonitae Ammonio philosopho inscriptae, ex interpretatione Cl. Adolefc.*

*Ant. Maria Salvini*. E' però vero che il Salvini si fece assai presto distinguere per eccellente Grechista avendo di soli 23 anni ( e vale a dire nel 1669., perchè nacque del 1646. ) ottenuta nello studio Fiorentino la *Cattedra* di *Lingua Greca*.

(d) Nell' edizione del 1660. rammentata dalla *Nota* 30. si guardi alla pag. 252.

(e) *Nota* 57.

(f) *Cornelii Schrevelii Lexicon manuale Graeco-Latinum & Latino Graecum* &c. = *Patavii*, 1709. = *Johannis Scapulae Lexicon Graecolatinum* &c. = *Amstelredami*, 1632. = *Sc. Sc.* Nel primo si trovano le sole voci *Ἀμφοτέρωθεν Ἀμφοτέρωθεν*, che vogliono dire tutt' altro.

(g) *Beniamini Hederici Lexicon manuale Graecum* = *Lipsiae*, 722.

(h) *ΘΗΣΑΥΡΟΣ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΓΛΩΣΣΗΣ* Tom. I. a pag. 406. e seg. della 1da. ediz. *quae annum nullism gerit.* ( *Mich. Maittaire Annales Typographicæ* Tom. III. pag. 756. = *Hagae Comitum*, 1725. )

(i) Tomo I. alla pag. 155. dell' Edizione Inglese sopraccitata del *As. DCC. V. typis academicis.*

trova coll' autorità di *Ellanico* (a) interpretato per *Res contraverse*. I Traduttori l'hanno lasciata sino ad ora vestita alla Greca (b), senza vedere che *Ἀμφὲς* stava per *contra* come per *circum*, d'onde nasceva *Ἀμφισμῶν* (*Res circum versa, rotundum &c.*) non altrimenti che da *Ἐπισ* *Ἐπισμῶν* (c).

Che dirò io del precitato Titolo dell' antichissimo Libro *Ἐπιτόμιος*, ch'era una giunta, e promozione felice dell' Opera Archimedèa *De Circuli dimensione* (d)? *Giovanni Wallis*, sebbene fosse tra i primi dei Matematici dell' età sua, sorpreso da quella Greca parola la lascia tal quale ella è, vantandola inesplicabile (e) avvengachè amasse molto, e non sempre a proposito di grecizzare. *Ervagio*, *Viviani*, e *Gi-*

(a) Vi furono, secondo *Fabricio* due *Ellanici*, uno cioè *Hellanicus Lesbii historicus*, l' altro *Hellanicus Junior grammaticus* ( vedali *Bibl. Græ.* ) Il *Barone de Sainte-Croix* e l' *Abate Barthelemy* non so per quale svisita non siano d' accordo tra loro nelle *Table* cronologiche del Tomo VII. del *Voyage du jeune Anacharsis en Grèce* in rapporto al tempo, nel quale visse *Ellanico* *Lesbio*. Ditatto nella *Table I. (Epoches)* e nella VII. a pag. 63. (ediz. de' *Due-Ponts* del 1750 ) *Ellanico* nasce dell' anno 495. avanti *Cristo*, e poi nella II. e III. ( pp. 285. e 304 ) si fa fiorire nel VI. Secolo prima di *Cristo*, cioè quando *Ellanico* stesso non era ancor nato.

(b) Nel luogo di *Pappo* indicato dalla *Nota 82.* si legge *Perfectorum utrorumque ordinum proportio composita est ex proportione amphismatum &c. Imperfectorum autem proportio composita est ex proportione amphismatum &c.* *Viviani* nelle postille marginali scritte in matita per illustrazione di varj de' più oscuri passi del suo *Pappo*, parlato pocanzi ex *Nosocomio Fiorentino* nella Libreria pubblica *Magliabechiana*, indovinò colla guida del *Salvini* il vero senso di *Ἀμφισμῶν*. Ecco come egli scrisse. *Amphisma significat fortasse omne quod circumferatur aut circum rotatur, vel sit linea vel sit superficies.*

(c) *Joannis Scapulae Lexicon &c.* citato dalla 84ma. *Annotazione*.

(d) L' argomento era precisamente l' istesso di quello, che *Giovanni Bernoulli* il seniore esprime nella seguente maniera *Peripherie ad Radium ratio per numeros celeriter appropinquantes* (Num. CLXV. del Tomo IV. della Raccolta delle sue Opere *Schediasma Cyclometricum &c.* alle pag. 107. e 108. ) ( Si rilegga la *Nota 24.* )

(e) *Opera Mathematica &c.* Tom. III. alla pag. 599. nella *Nota. Liquec hinc &c. ex sequentibus Apollonizum quendam ( Pergæum credo ) tractatum scripsisse ( qui perit ) de numeris quantumvis magnis inter se multiplicandis, unde hæc desumpta sunt collectanea. Quis fuerit ille liber aut quomodo appellatus, non constat, eoque secundum hujus collectæ novorum libri initium desit, nisi forte ( quod non est vero ab simile ) ille fuerit, quem Eutocius ( sub finem commentario um in Archimedis dimensionem Circuli ) Ἐπιτόμιος vocat ab Apollonio Pergæo conscriptum ( sed qui perit ), cujus argumentum huic ab simile non fuisse inde constat* Ma *Wallis* a mio giudizio ha qui confuso con quest' opera d' *Apollonio* l' altra, ch' io penso essere parimente di lui ( ἐν τῷ Μάγνυς Ἀριστοκῶν ), della quale ho parlato nell' *Annotazione 2.*, ed era di pura *Aritmetica*.

vanni Alberto Fabricio ( ch' è quanto dire un valoroso , ed instancabil Grecista ) la traducono , o piuttosto l'annunziano per *Mocyncotium* (a), corrompendo il Testo, e cavandone una voce vaga, senza nessuno significato. Almeno avessero scritto *Ocytocium* ( *Ὠκυτόκιον*, che aveva senso, ed appellava al *Cito pariens*, colla quale ardita metafora secondo la testimonianza del Lessicografo *Suida* s'intitolava l'antico Frasario ( *Promptuarium*) di *Telefo* (b). *Montucla* (c) cambia il vero vocabolo nell'altro *Ὠκυτεβιος* ( come se permutando l' *Ὠ* *υ* *ε* *γ* *α* in *Ὠ* *μ* *ι* *β* *ι* *ο*ς, e variando o trascurando gli *accenti* e gli *spiriti* non si facesse torto alla *Lingua*, e quindi professa altamente di non intenderlo. Io mi lusingo d'averlo col suffragio di molti Eruditi felicemente spiegato (d).

*Cramer* nella *Dissertazione* accennata sin da principio ha occasione di nominare l'Opera di *Sporo Niceno* *Κήρις Ἀμυδάριχα* (e), e sù di quella foggia. *Je laisse ce Titre en Grec, ne sachant comment le rendre en François. Κήρις signifie un gâteau de Cire, un Raion de miel. Mais quel rapport de ce mot avec le Titre d'un Livre? Il est vrai que les Titres singuliers peuvent être bien anciens, puisqu'ils ont leur origine dans la bizarrerie de l'Esprit humain & dans l'envie de mettre de l'esprit par tout.* Da questo passo primieramente apparisce, come *Cramer* non avesse presente il luogo

(a) Wallis l'aveva tradotta *Ocytocium* ( loc. cit. pag. 559. ), e vale a dir non tradotta, sebbene *Hervagio* prima di tutti corrompendola n'avesse fatto *Mocyncium* ( a pag. 57. della sua versione *ΕΤΤΟΚΙΟΤΑΣΚΑΔΩΝΙΟΤΟΥ ΕΙΣ ΤΑ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΤΑΙΝΔΡΟΥ ΚΑΙ ΤΑ ΑΛΛΑ ΤΠΟΜΝΗΜΑΤΑ* in fondo dell' *ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΟΥ ΣΤΡΑΚΟΥΣΙΟΥ, ΓΑ ΜΕΧΡΙ ΝΤΝ ΣΩΖΟΜΕΝΑ, ΑΠΑΝΤΑ* &c. del 1544. ), seguitato in ciò dal *Viviani* ( a pag. 57. *Postilla* marginale apposta da lui ad un Codice tipografico, ch'era del *Nofocomio* di *S. Maria Nuova*, e adesso della *Libreria Magliabechi*, il quale comprende otre la sola versione latina del *Commentary*

d' *Eutocio* diversi Trattati di *Peurbachio*, *Regiomontano* &c.), e dal *Fabricio*, come appare dalla pag. 562. del III. volume della *Bibliotheca Graeca* dell' ediz. di già mentovata.

(b) Ovvero traducendolo letteralmente *Arte d'accelerare il parto.* ( *Note* 57 e 98. )

(c) Sia consultata la pag. 35. dell' *Histoire* &c., di cui parla la *Nota* 35., e 265. *T. I. Histoire des Mathematiques.*

(d) Nel mio *comentario* citato dall' *Annotazione* 468. a pag. 307. dell' *Exercitatio Mathematica* &c. pubblicata in quest'anno.

(e) Vedasi la *Pag.* 488. del I. accennato dalla *Nota* 14. *Wallis* l. c. alla pag. 547. ( *Nota* 93. ).

del I. Libro di *Plinio* seniore *Inscriptionis apud Græcos mira felicitas* &c. o secondo *Giovanni Arduino* sull' autorità d' *Aulo Gellio festiuitas* (a), letto il quale ogni meraviglia svanisce essendo in termini puntuali. Di più col passo di *Plinio* sott' occhio avrebbe veduto, che se i Codici portavano scritto  $\text{Κηρία}$ , non mai potevali questo Titolo, ma  $\text{Κηρία}$  interpretare per *Favos* o *Mellificia* (Officine o Serbatoj di miele) come piacque tradurlo al *Fabricio* (b). Scritto adunque, come *Cramer* lo scrive  $\text{Κηρία}$ , e come esiste nei Codici di maggior fede, inclino a credere che significasse *Præcipua*, *Selecta* ecc. cosicchè il Libro di *Sporo* altro non fosse che *Selecta ex Aristotele*, non diversamente che ad uso delle scuole, s' intitolano ancora oggigiorno *ex Cicerone*, *ex Plauto*, *ex Terentio Selecta*. E difatto quel Libro di *Sporo* vien riportato da *Eutocio* (c), che scrivendo all' Jonico-Attica o seguitando il Testo originale doveva scrivere  $\text{Κηρία}$  in vece di  $\text{Καίρια}$  col cambiare, com'era l'uso, il dittongo  $\alpha\iota$  nella lettera  $\eta$  (d), ma tener fermo nel suo posto l'accento acuto, ed allora il vocabolo non derivava altrimenti  $\alpha\pi\omicron\ \tau\omicron\delta\ \text{Κη}\ \delta$

(a) *Caii Plinii secundi Historiæ Naturalis Libri XXXVII., quæ interpretatione & notis illustravit Joannes Arduinus &c. Editio altera emendatior & auctior Tomus I. = Parisiis, 1723. = alle pag. 4. e 5. Questo bel passo Pliniano è una Satira fina della ridicolezza e pomposita dei Titoli dati dai Greci ad alcune delle Opere loro. Egli scrive che quell' infalsa moda terminasse presso dei Greci coll' *Historia Catholica* di *Diodoro Siculo*, che visse nel I. Secolo dell' Era Cristiana = *Apud Græcos desit nugari Diodorus, & βιβλ. ἱστορικῆς ἱστορίας ἑαυτῆς ἐπιγράψας*. (Comprendeva 49. Libri, dei quali ne son restati 15 soli, e pochi frammenti d'altri). Ma se questo gusto depravato terminò nella Grecia, riprincipò col risorgere della Letteratura e delle Scienze in Italia, e quindi in altre parti d' Europa. Abbiamo ancor nei nostri Prati (*Παιδείας*), non ci mancano le *Παιδείαι*, lo Ipocchio *Κατόπτρον*, e perfino *Omnium boza-**

*rum opsonia*) *Francofurti, curante Jo. Jacobo Porzio, A. 1614.*) , con cento altri motti, che per molte ragioni giova di non rammentare. E difatto *Platone* scriveva ai suoi tempi (e vale a dire 4. secoli prima di Cristo) che *Socrate* fosse dedito all' ironia, principalmente prendendosela con *Hippia* il Schista; e sebbene il gran *Xenofonte* difendesse da quest' attacco quell' immortale Filosofo, contuttociò gli *Ateniensi* seguitarono sempre la persecuzione del loro onorevole Concittadino.

(b) *N. 12* in piè della pag. 163. del Libro III. della *Bibliotheca Græca* &c.

(c) *Commentarii in Librum Archimedis de Circuli dimensione* verso la fine (a pag. 49. del Testo Greco nell' ediz. del 1543.) *Wallis, Fabricio* &c nei luoghi altrove citati hanno letto *Porus* in vece di *Sporus*.

(d) *Zuingero* nella sua *Hypotyposis* &c. indicata dalla *Neta* 78. (*Basilee* 16. Nov. 1605.) al *Dialectus Attica*, e

ma da *Kαίρος*, Nè questa mia coniezzura s' indebolisce, perchè le due voci *mortalia*, *praecipua* verrebbero in Greco rappresentate dall' istessa parola *Κήρια*, essendovi in quell' Idioma altri esempj di simil sorte, come *λινυξ* *Linx*, *Singultus*, e cent' altri consimili.

Non finirei mai questo saggio, se volessi tutte trascrivere dalle mie Schede le osservazioni, che ho fatte sopra dei Codici più autorevoli per illustrare lo stato antico delle Matematiche nella Grecia. Nè fidandomi del mio solo giudizio sì nella scelta dei Codici di miglior fede, sì nella interpretazione dei passi di maggiore impegno e difficoltà, ho chiamati a parte del mio lavoro i luminari più insigni della Greca Letteratura, tra i quali è per me molto onorevole di nominare l' Abate *Gio: Cristoforo Amaduzzi*, il Canonico *Angelo Bandini*, ed il Proposto *Domenico Maria Becucci* amatissimo mio Cugino materno *ex Sorore* (a).

Di eccitamento ed impulso più grande a perfezionar la mia Opera, ed anzi ad estenderla a molte versioni di luoghi difficilissimi della Geografia di *Tolomeo* (b), e di *Strabo-*

segnatamente a pag. 5., dove esiste l' intitolazione marginale *D diphthongos quaeque permutant Attici*, e di nuovo a pag. 48. nella *Dialectorum omnium synopsis*, stabilisce la mutazione di *AI* in *H* cum *iota subscripto*, come da *divéais divéais*, ed altresì ubi *iota non subscribitur* (ex. gr.) da *ποιόμεναι ποιόμεναι*. Lancellotto, e chiunque che lo ha seguitato, non notarono questo caso. Non se ne fa nemmeno parola nell' altro Opuscolo, stampato dopo di quello del Zuingero nel medesimo Lessico dello Scapula pag. 64. e segg. *De Graecae Linguae Dialectis ex scriptis Joannis Grammatici*. Quindi è che la voce Greca *κρός* *cera* non sia probabilmente la radice del derivato *Κήρια*, come lo sarebbe di *κρία*, e neppure sia *κρί* *fors*, *factum*, *mors*, sebbene i due derivati *κρία* *opportunitas*, *tempestivitas*, e *κρία* *factae sepulcrules*, cambiato o no l' *ai* in *n*, di significato tanto diverso non riconoscono differenza sensibile nè di composizione nè di pronunzia. Intanto abbiamo spst' occhio altro esempio

della voce *κρία*, la quale, avvegnachè derivi da *κρί*, tuttavia ha sofferta la mutazione di *n* in *ai* anche indipendentemente dalla diversità dei Dialetti.

(a) Oltre di tante Opere insigni, che la Repubblica Letteraria deve a questi valorosi Eruditi, basti di nominare in rapporto al primo *Monumenta Mattheiana &c.*, in proposito del secondo il suo famoso *Catologo* della Libreria Mediceo-Laurenziana, e rispetto al terzo l' *Ars metrica* rammentata nella 77ma Nota.

(b) In apologia di Tolomeo (non già delle Carte Geografiche annesse alla sua stimabilissimo Opera, che sono di Agathemer) merita d' esser letta e ben ponderata la *Memoire sur la Géographie de Ptolémée; & particulièrement sur sa description de l' intérieur de l' Afrique* = *Par M. Buzche* = dalla pag. 119., sino a 128. del Tomo degli *Atti* della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l' anno 1787. Stampato del 1789.

Fig. II.

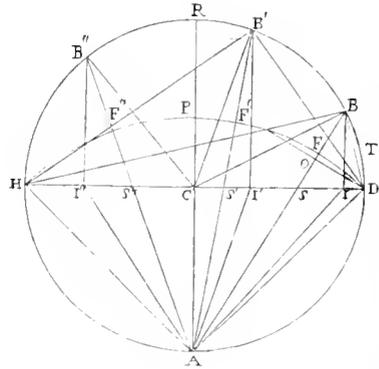
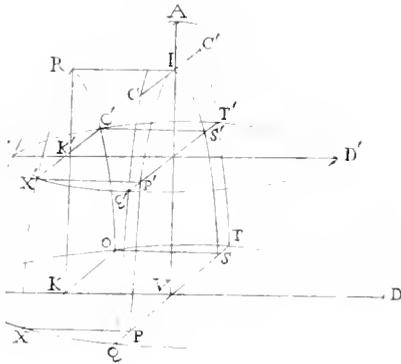


Fig. III.





ne (a), mi è stato il vedere, come abbiano ancora di fresco con delle interpretazioni infedeli alcuni Traduttori poco avveduti data nascita e credito a dei mostruosi Romanzi di Fisica, ed in particolar modo d' Idrometria, sovvertendo l'ordine delle cose sul debole fondamento d'un passo d' antico Scrittore per lo più mal inteso, e fabbricando sull' ali della fantasia non regolata dalla ragione Sistemi arditì, e meno brillanti dell' immaginosa Teoria della Terra e del Cielo del Conte *De Buffon*, e delle sue Epoche della Natura (b).

Ma prima di render pubbliche l' altre mie riflessioni aspetto con impazienza la Stampa d' *Oxford* di tutte le Opere d' *Archimede*, di nuovo interpretate e corrette dal sempre celebre *Giuseppe Torelli* sulla scorta specialmente d' un rarissimo Codice della Libreria Veneta di San Marco, come giova sperare in virtù dell' annunzio datone dal Cav. *Piudemonte* alla Repubblica Letteraria (c). Forse quel Geometra eruditissimo almeno in parte mi averà prevenuto; ed amo meglio che dalla tua dotta penna, anzichè dalla mia, vengano sparsi dei lumi intorno ad un argomento, che altri credano inutile, altri leggiero nell' età nostra, in cui alcuni degli uomini addetti alle Scienze non solamente trascurano la sentenza del Venusino: *Difficile est proprie communia dicere* (d), ma contano a lode ignorare le Lingue della Grecia e del Lazio, onde sia che decadendo a poco a poco in Italia, sembrino minacciar davvicino il ritorno di quell' epoca trista così bene descritta da *Lord Malmesbury*. „ *Stupori & miraculo erat ceteris, qui Grammaticam nosset* “ (e).

Intanto ho l' onore di essere ecc. ecc.

(a) L' edizione di Amsterdam del 1707. assai più accurata di quelle dello Xylandro ( Basilea 1571. ), e del Casaubono ( 1587. ) è l' unica da me adoperata, non sapendo se la recentissima d' Oxford sia venuta ancora alla luce. Avvi di più tra l' edizioni moderne la versione Tedesca di M. Penzel in due Volumi, annunziata favorevolmente dalla R. Arcademia di Berlino a pag. 55 dell' *Histoire* etc. Tom. VII.

to il dì 21. Novembre nel Tomo degli *Atti* per l' anno 1776.

(b) *Les Epoques de la Nature*. Tomi 2. in 12. ediz. di Parigi del 1785.

(c) Parte I. del Tomo II. della Società Italiana stampato in Verona l' anno 1784.

(d) *Horatius De Arte Poëtica* al verso 128. ( *Patavii*, 1769.

(e) *Londres* T. III. alla pag. 48. ediz. di Neuchatel dell' anno 1771.

# CALCOLO

## DELLE VARIAZIONI FINITE NELLA TRIGONOMETRIA PIANA E SFERICA

Del Sig. CAVALIERE LORGNA.

**R**uggero Cotes, ingegno singolare, è il primo che su le variazioni trigonometriche abbia versato in un Opuscolo che ha per titolo *Æstimatio errorum in mixta mathe- si*, &c. nel suo libro de *Harmonia Mensurarum*. Altri in appresso, diffondendone l'uso, ne fecero più ampia trattazione, disponendole in forma di proporzioni, onde presero comunemente il titolo di Analogie differenziali. Ma queste variazioni si suppongono da Cotes, e da tutti gli altri infinitamente piccole, e come tali si maneggiano nel ridurre e conformare le analogie. E per verità se si trattasse di ritorno da queste analogie differenziali a grandezze finite, come dai differenziali si passa alle integrazioni, tutto il rigore geometrico potrebbe in questo calcolo, come nell'infinitesimale, aver luogo indubitatamente. Ma le grandezze finite che si determinano con queste analogie differenziali provengono dall'attribuire ne' termini alle variazioni infinitamente piccole valori finiti; il che non può mai somministrare valori esatti, se non abbiati riguardo alle grandezze svanite nella prima supposizione. Con miglior consiglio pertanto prese a considerare prima di ogni altro queste Variazioni nella loro condizione finita, vera e naturale, il dottissimo Sig. Cagnoli, e ne trattò metodicamente nella sua eccellente e lodatissima Opera di Trigonometria piana e sferica: del che se gli deve grandissima obbligazione. Ma siccome una stessa proporzione involge talora nel primo membro la variazione incognita di una grandezza, e nel secondo lo stato variato di questa medesima grandezza, e talora vi compariscono implicate, singolarmente nella Trigonometria sferica, tre diverse variazioni, così avviene, che non sia permesso con

metodo semplice e rigoroso di separare, e definire le variazioni dimandate. Se ciò non accadesse sarebbe questo il miglior trattato che possa desiderarsi in sì fatta importantissima materia. Pensò di rimediarvi il Sig. *Camerer* di Parigi, almeno nella Trigonometria Piana, s'era possibile, ed ha perciò proposto due cangiamenti per queste analogie differenziali finite (Giorn. Astronom. del Sig. *Bode* Berlino 1793) 1.º Ha mutato in positivi li differenziali negativi implicati nella seconda ragione, affine di procedere senza errore alle trasformazioni analitiche, di cui parleremo or ora: ma come per questi cali il Sig. *Cagnoli* ha avvertito precisamente ( §. 282 ) come si possa operare con sicurezza, cade l'accusa del Sig. *Camerer* su questo punto. 11.º Ha ridotto in serie i valori totali d'ogni differenziale, liberando il secondo membro dell' equazione dal differenziale ignoto. Non si deve negar lode a questo espediente; ma è vero altresì che per lo più riuscendo complicato il calcolo delle funzioni affunte dal Sig. *Camerer*, la di lui approssimazione col mezzo di queste serie senza dubbio è più laboriosa che non è quella per via di false posizioni additata dal Sig. *Cagnoli* al §. 281; ma non si deve ricorrere alle approssimazioni in materia che ammette determinazioni esatte. L'occasione ch' ebbi di versare intorno alle variazioni analitiche finite ( Mem. della Soc. Italiana T. IV. ) mi fece fin da quell' epoca entrare in opinione, che bisognava prendere sott' altro aspetto l'argomento, e trattarlo per altra via, onde avere tutte le variazioni separate ed intere senza approssimazioni. Così ho fatto; ed ecco il metodo che n' è risultato certamente esatto e rigoroso, e facilissimo, se non erro, così nella piana, come nella sferica Trigonometria.

### §. I.

Sei, come tutti fanno, sono le parti, di un triangolo. Date tre di queste parti, delle quali una almeno sia un lato del triangolo, si determinano le altre tre. Ma siccome si viene in cognizione di queste tre ad una ad una separatamente, così ciascheduna di esse è sempre espressa da funzione delle tre parti date. La variazione dunque di ciaschedu-

na di quelle tre parti non altro può essere fuorchè la variazione di questa funzione delle tre parti date. Bisogna pertanto, che per l'estimazione di sì fatte variazioni si dia luogo a opportune relazioni contenenti le parti del Triangolo a quattro a quattro, ove una di esse qualunque possa riguardarsi e trattarsi come funzione dell'altre tre.

Ma dovendo altre di esse variar per sè, ed altre per variazione indotta, ed altre necessariamente restar invariate, si dicano *Varianti* le prime, *Variate* le seconde, e *Costanti* quelle che non variano nè per sè, nè per variazione derivativa.

Quest'idea chiara della cosa fa subito comprendere,

I. Che le *Varianti* non debbono dipendere l'una dall'altra, nè indursi variazione scambievolmente.

II. Che le *Variate* debbono entrare una sola per volta nelle relazioni suddette, che diremo *Relazioni Appropriate*, non essendo luogo ad altre parti *Variate* subito che non è legata la mutazione dell'una con la mutazione dell'altra; e deve ciascheduna separatamente derivare dalla sola mutazione delle *Varianti*.

III. E che perciò ciascheduna delle *Variate* dovrà sempre essere rappresentata o da funzione di una *Variante* e due *Costanti*, o da funzione di due *Varianti* e una *Costante*, o da funzione di tre *Varianti* insieme, secondo che o una sola parte nel Triangolo varierà per sè, o vi dovranno variar due o tre parti simultaneamente.

## §. II.

Esposti i principj, sia lecito di premettere all'applicazione che ne faremo alcune necessarie avvertenze.

I. Un angolo che abbia per seno la grandezza  $z$  si scriverà *ang. sen.  $z$* , così *ang. cos.  $z$* , *ang. tang.  $z$*  &c. farà un angolo che ha per coseno, per tangente ecc. la grandezza  $z$ .

II. L'espressione *cos. ang. sen.  $z$*  significherà il coseno di un angolo che ha per seno la grandezza  $z$ . Così *tang. ang. sen.  $z$*  farà la tangente di un angolo avente per seno la grandezza  $z$ , e così d'altre simili espressioni. E facile da vedere, che la

prima equivale alla forma esplicita  $\sqrt{(1-z^2)}$ , la seconda a questa  $\frac{z}{\sqrt{(1-z^2)}}$  &c. Ma essendo nelle Tavole de' seni a fianco del seno  $z$  il coseno corrispondente del medesimo angolo, la tangente &c. può essere più comodo nella pratica il contrassegnare così tali linee, che non è il calcolarle di fatto.

III. Con la lettera  $\delta$  si esprimeranno le variazioni di valore incognito, e con la lettera  $\Delta$  le variazioni conosciute.

IV. Lo stato variato di  $z$  si esprimerà, com'è costume, col simbolo  $z'$ , e farà  $z'$  lo stesso che  $z + \delta z$ , oppure  $z + \Delta z$ , secondo che  $z$  farà una parte *Variata*, oppur *Variante* del Triangolo.

### §. III.

## TRIGONOMETRIA PIANA

*Variazioni indotte dalla variabilità di una parte nell' altre parti del Triangolo.*

### I.

*Variabilità di un lato.* Sia  $ABC$  (fig. I.) il triangolo,  $AC$  ( $F$ ) il lato *variante*, e  $CD$  o  $CD'$  la variazione di questo lato. E' manifesto, che due parti restano invariate o *costanti*, cioè il lato  $AB$  ( $G$ ), e l'angolo adjacente  $BAC$  ( $A$ ), e che variano le altre tre parti del triangolo, cioè I. l'angolo  $ACB$  ( $C$ ) II. l'angolo  $ABC$  ( $B$ ) III. il lato  $BC$  ( $H$ ).

I. Per trovare la mutazione indotta nell'angolo variato  $ACB$  la relazione *appropriata* (§. I.), in cui non entrino che la variante  $AC$  ( $F$ ), le costanti, e la parte variata  $ACB$  ( $C$ ), è la seguente somministrata dalla Trigonometria

$$\text{tang. } C = \frac{G \text{ sen. } A}{F - G \text{ cos. } A}. \text{ Sarà per tanto } \text{ang. } C = \text{ang. tang.}$$

$$\left( \frac{G \text{ sen. } A}{F - G \text{ cos. } A} \right). \text{ Per la qual cosa, variando stato da ambe le}$$

parti, si avrà  $\text{ang. } C' = \text{ang. tang.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{F - G \text{ cof. } A} \right)$ , cioè

$\text{ang. } C \mp \delta C = \text{ang. tang.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{F \pm \Delta F - G \text{ cof. } A} \right)$ , e però

$\mp \delta C = \text{ang. tang.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{F \pm \Delta F - G \text{ cof. } A} \right) - \text{ang. } C$

II. E quanto all' angolo variato  $ABC$ , è cosa evidente, attesa la permanenza dell' angolo  $BAC$ , che la sua variazione è la stessa dell' altro angolo variato  $ACB$ , ma in senso contrario.

III. E quanto finalmente alla variazione del lato  $BC(H)$ , poichè si ha, come nell' artic. preced.,  $\text{ang. } C = \text{ang. tang.}$

$\left( \frac{G \text{ sen. } A}{F - G \text{ cof. } A} \right)$ , e però  $\text{sen. } C = \text{sen. ang. tang.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{F - G \text{ cof. } A} \right)$

(§. II.), la relazione appropriata farà per le regole trigonometriche

$$H = \frac{G \text{ sen. } A}{\text{sen. } C} = \frac{G \text{ sen. } A}{\text{sen. ang. tang.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{F - G \text{ cof. } A} \right)}$$

Laonde, variando stato e trasponendo, si avrà

$$\pm \delta H = \frac{G \text{ sen. } A}{\text{sen. ang. tang.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{F \pm \Delta F - G \text{ cof. } A} \right)} - H;$$

che se si voglia il valore esplicito di  $\delta H$ , si faccia  $\frac{G \text{ sen. } A}{F - G \text{ cof. } A} = x$ ,

farà per i principi di Trigonometria

$\text{sen. ang. tang. } x = x : \sqrt{1+x^2}$ ; e però, sostituendo il valore di  $x$ , si troverà  $\pm \delta H = \sqrt{(G^2 + (F \pm \Delta F)^2 - 2G(F \pm \Delta F) \text{ cof. } A)} - H$

## II.

*Variabilità di un angolo.* Sia nel medesimo triangolo  $B$  l' angolo *variante*, e la sua variazione sia l' angolo  $CBD$ , o  $CBD'$ . E' certo, che per questa variazione si mutano i lati I.  $AC(F)$  II.  $BC(H)$  III. l' angolo  $BCA(C)$ , restando *costanti* l' angolo  $BAC(A)$ , e il lato  $AB(G)$ .

I. Per trovare la variazione del lato *variato*  $AC$ , la relazione appropriata, in cui non entrano che le varianti (*ang. B*), le costanti, e il lato variato  $AC(F)$ , si definirà in questo modo.

Essendo  $\text{sen. } C : \text{sen. } B = G : F$ , e  $\text{sen. } C = \text{sen. } (A+B)$ , farà immediatamente  $F = \frac{G \text{sen. } B}{\text{sen. } (A+B)}$ . Pertanto variando stato, e

$$\text{trasponendo farà } \pm \delta F = \frac{G \text{sen. } (B \pm \Delta B)}{\text{sen. } (A+B \pm \Delta B)} - F$$

II. Quanto alla mutazione dell' altro lato variato  $BC(H)$ , poichè la trigonometria somministra  $\text{sen. } C : \text{sen. } A = G : H = \text{sen. } (A+B) : \text{sen. } A$ , si avrà

$$H = \frac{G \text{sen. } A}{\text{sen. } (A+B)}$$

Dunque variando stato farà

$$\pm \delta H = \frac{G \text{sen. } A}{\text{sen. } (A+B \pm \Delta B)} - H$$

III. La variazione finalmente dell' angolo  $BCA(C)$  è la stessa dell' angolo  $ABC(B)$ , ma in senso contrario, com' è manifesto.

### III.

Ma debbano essere per condizione *costanti un lato e l'angolo opposto*. Sia  $BAC(A)$  l'angolo costante (fig. II.), il lato costante sia l'opposto  $BC(H)$ , e sia primamente

*Variante un lato*, come  $AB(G)$ . Le parti *variate* saranno I. il lato  $AC(F)$  II. l'angolo  $BCA(C)$  III. l'angolo  $ABC(B)$ .

I. Per la variazione del lato  $AC$ , essendo per i principi di Trigonometria

$$\text{cos. } A = \frac{G^2 + F^2 - H^2}{2GF}$$

, la relazione appropriata farà

$$F = G \text{cos. } A \pm \sqrt{(H^2 - G^2 \text{sen.}^2 A)}$$

Dunque variando stato farà subitamente

$$\delta F = (G + \Delta G) \text{cos. } A \pm \sqrt{(H^2 - (G + \Delta G)^2 \text{sen.}^2 A)} - F$$

Nello stesso modo si troverà la variazione del lato  $G$ , se fosse il lato  $F$  assunto come variante, di questa forma

$$\delta G = (F + \Delta F) \text{cos. } A \pm \sqrt{(H^2 - (F + \Delta F)^2 \text{sen.}^2 A)} - G$$

II. E quanto alla variazione dell'angolo  $BCA$ , poichè  
 $\text{sen. } C = \frac{G \text{ sen. } A}{H}$ , farà

$\text{ang. } C = \text{ang. sen.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{H} \right)$ . Dunque variando stato si avrà

$$\delta C = \text{ang. sen.} \left( \frac{(G + \Delta G) \text{ sen. } A}{H} \right) - \text{ang. } C$$

III. La variazione poi dell'angolo  $ABC$  farà la stessa che abbiamo trovato per l'angolo  $ACB$ , ma in senso contrario.

*Variante un angolo*, come  $ABC$ . Le parti variate saranno I. il lato  $AC$  ( $F$ ) II. il lato  $AB$  ( $G$ ) III. l'angolo  $ACB$ .

I. Per la variazione del lato  $AC$ , essendo  $F = \frac{H \text{ sen. } B}{\text{sen. } A}$ ,

si avrà col solito metodo  $\delta F = \frac{H \text{ sen.} (B + \Delta B) - F \text{ sen. } A}{\text{sen. } A}$ ,

II. E per la variazione del lato  $AB$ , essendo

$$G = \frac{H \text{ sen. } C}{\text{sen. } A}, \text{ e } \text{sen. } C = \text{sen.} (A + B), \text{ onde } G = \frac{H \text{ sen.} (A + B)}{\text{sen. } A},$$

$$\text{farà } \delta G = \frac{H \text{ sen.} (A + B + \Delta B) - G \text{ sen. } A}{\text{sen. } A}$$

III. Ed è poi evidente per la variazione dell'angolo  $C$ , che  $\delta C = -\Delta B$ .

#### IV.

Ma di nuovo debbano essere per condizione *costanti due lati del triangolo*, posta variante un'altra parte qualunque. Sia pertanto *Variante l'angolo*  $ABC$  ( $B$ ) (fig. III.), e siano *costanti* i lati  $AB$  ( $G$ ),  $BC$  ( $H$ ) che lo comprendono. Le parti *variate* faranno I. il lato  $AC$  ( $F$ ) divenuto  $AD$  II. l'angolo  $BAC$  ( $A$ ) III. l'angolo  $BCA$  ( $C$ ).

I. Per la variazione del lato  $AC$ , essendo  $\text{cos. } B = \frac{G^2 + H^2 - F^2}{2GH}$ , la relazione appropriata farà

$$F = \pm \sqrt{(G^2 + H^2 - 2GH \text{ cos. } B)}$$

Variando

Variando pertanto stato, e trasponendo, si avrà

$$\delta F = \pm \sqrt{(G^2 + H^2 - 2GH \cos.(B \mp \Delta B))} - F$$

II. Quanto all'angolo  $BAC$ , si consideri, che

$$\text{tang. } A = \frac{H \text{ sen. } B}{G - H \cos. B}, \text{ e che però}$$

$$\text{ang. } A = \text{ang. tang.} \left( \frac{H \text{ sen. } B}{G - H \cos. B} \right). \text{ Dunque variando}$$

$$\text{stato farà } \delta A = \text{ang. tang.} \left( \frac{H \text{ sen.}(B \mp \Delta B)}{G - H \cos.(B \mp \Delta B)} \right) - \text{ang. } A$$

III. Similmente si troverà

$$\delta C = \text{ang. tang.} \left( \frac{G \text{ sen.}(B \mp \Delta B)}{H - G \cos.(B \mp \Delta B)} \right) - \text{ang. } C$$

Variante l'angolo  $BAC$  ( $A$ ) adiacente a uno de' lati costanti  $AB$ . Le parti variate saranno I. il lato  $AC$  ( $F$ ) II. l'angolo  $ABC$  ( $B$ ) III. l'angolo  $BCA$  ( $C$ ).

I. Per la variazione del lato  $AC$ , giacchè  $\cos. A =$

$$\frac{F^2 + G^2 - H^2}{2FG}, \text{ la relazione appropriata farà}$$

$F = G \cos. A \pm \sqrt{(H^2 - G^2 \text{ sen.}^2 A)}$ , e però

$$\delta F = G \cos. (A \pm \Delta A) \pm \sqrt{(H^2 - G^2 \text{ sen.}^2 (A \pm \Delta A))} - F$$

II. E quanto all'angolo  $ABC$  ( $B$ ), essendo  $\text{sen. } A : \text{sen. } C$

$$= H : G = \text{sen. } A : \text{sen. } (A+B), \text{ farà } \text{sen. } (A+B) = \frac{G \text{ sen. } A}{H},$$

onde  $\text{ang. } (A+B) = \text{ang. sen.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{H} \right)$ , Dunque

$\text{ang. } B = \text{ang. sen.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{H} \right) - \text{ang. } A$ , e però immediatamente

$$\delta B = \text{ang. sen.} \left( \frac{G \text{ sen.} (A \pm \Delta A)}{H} \right) - \text{ang. } (A \pm \Delta A + B)$$

III. La variazione dell'angolo  $BCA$  si trarrà facilmente

dall'essere  $\text{sen. } C : \text{sen. } A = G : H$ , onde  $\text{sen. } C = \frac{G \text{ sen. } A}{H}$ ,

e però  $\text{ang. } C = \text{ang. sen.} \left( \frac{G \text{ sen. } A}{H} \right)$ , e

$$\delta C = \text{ang. sen.} \left( \frac{G \text{ sen.} (A \pm \Delta A)}{H} \right) - \text{ang. } C$$

## §. IV.

*Variazioni indotte dalla variabilità di due parti nell'altre parti del Triangolo.*

## I.

*Variabilità di due lati.* Sia  $ABC$  (fig. IV.) il triangolo,  $AB(G)$ ,  $BC(H)$  i due lati *varianti*. Resta invariato o *costante* il solo angolo  $BAC(A)$ , e le parti *variate* faranno. I. l'ang.  $ABC(B)$  II. l'ang.  $ACB(C)$  III. il lato  $AC(F)$ . Come pertanto le mutazioni inforte in queste parti variate derivano da tutte due insieme le variazioni de' lati  $AB$ ,  $BC$ , è cosa indubitata, che dette varianti non debbono separarsi nelle relazioni *appropriate*, e che perciò le parti variate debbono ad una ad una mettersi in relazione, non con una variante, ma con tutte insieme (§. I.). Posto: ciò

I. Per trovare la variazione dell'ang.  $ABC$ ; giacchè  $\text{sen. } C : \text{sen. } A = G : H = \text{sen. } (A+B) : \text{sen. } A$ , farà variando stato  $G' : H' = \text{sen. } (A+B') : \text{sen. } A$ , e però  $\text{sen. } (A+B')$

$$= \frac{G' \text{sen. } A}{H'}, \text{ onde } \text{ang. } (A+B') = \text{ang. sen. } \left( \frac{G' \text{sen. } A}{H'} \right).$$

Per la qual cosa  $\text{ang. } (B+\delta B) = \text{ang. sen. } \left( \frac{G' \text{sen. } A}{H'} \right) - \text{ang. } A$  e immediatamente

$$\delta B = \text{ang. sen. } \left( \frac{(G + \Delta G) \text{sen. } A}{H + \Delta H} \right) - \text{ang. } (A+B)$$

II. Attesa la permanenza dell'ang.  $BAC$ , la variazione dell'ang.  $ACB$  è la medesima manifestamente dell'ang.  $ABC$ , ma in senso contrario.

III. E quanto finalmente alla variazione del lato  $AC(F)$ , essendo per la Trigonometria  $\text{tang. } C = \frac{G \text{sen. } A}{F - G \text{cos. } A}$  e

$$\text{ang. } C = \text{ang. tang. } \left( \frac{G \text{sen. } A}{F - G \text{cos. } A} \right), \text{ ed essendo pure}$$

sen. C. =  $\left(\frac{G \text{ sen. } A}{H}\right)$ , onde ang. C = ang. sen.

$\left(\frac{G \text{ sen. } A}{H}\right)$ , farà  $\left(\frac{G \text{ sen. } A}{F - G \text{ cos. } A}\right) = \text{tang. ang. sen.}$

$\left(\frac{G \text{ sen. } A}{H}\right)$ . Perciò la relazione appropriata farà

$$F = G \text{ cos. } A + \frac{G \text{ sen. } A}{\text{tang. ang. sen.} \left(\frac{G \text{ sen. } A}{H}\right)}$$

ne dimandata

$$\delta F = G' \left( \text{cos. } A + \frac{\text{sen. } A}{\text{tang. ang. sen.} \left(\frac{G' \text{ sen. } A}{H}\right)} \right) - F$$

Che se si voglia questa variazione in termini espliciti è facile da vedere, che tang. ang. sen.  $\frac{G \text{ sen. } A}{H}$

$$= \frac{G \text{ sen. } A}{\sqrt{(H^2 - G^2 \text{ sen.}^2 A)}}. \text{ Sarà pertanto}$$

$F = G \text{ cos. } A + \sqrt{(H^2 - G^2 \text{ sen.}^2 A)}$ , e la sua variazione

$$\delta F = (G + \Delta G) \text{ cos. } A + \sqrt{(H + \Delta H)^2 - (G + \Delta G)^2 \text{ sen.}^2 A} - F$$

## II.

*Variabilità di due angoli.* Sia ABC (fig. V.) il triangolo, BAC (A), BCA (C) gli angoli *varianti*. Resta *costante* il solo lato AC (F), e le parti *variate* saranno I. il lato AB (G) II. il lato BC (H) III. L'angolo ABC (B).

I. La relazione *appropriata* per la variazione del lato AB (G) II. farà per le regole trigonometriche

$$G = \frac{F \text{ sen. } C}{\text{sen. } B} = \frac{F \text{ sen. } C}{\text{sen. } (A + C)}$$

Per la qual cosa, variando stato, farà

$$G' = \frac{F \text{ sen. } C'}{\text{sen. } (A' + C')} \text{ e però}$$

$$\delta G = \frac{F \text{ sen. } (C + \Delta C) - G \text{ sen. } (A + \Delta A + C + \Delta C)}{\text{sen. } (A + \Delta A + C + \Delta C)}$$

II. Nello stesso modo, essendo  $H = \frac{F \text{ sen. } A}{\text{sen. } (A + C)}$ ,

si troverà

$$\delta H = \frac{F \text{ sen. } (A + \Delta A) - H \text{ sen. } (A + \Delta A + C + \Delta C)}{\text{sen. } (A + \Delta A + C + \Delta C)}$$

III. E quanto alla variazione dell' Angolo  $ABC (B)$  è manifesto, che deve essere  $\delta B = -\Delta A - \Delta C$ .

### III.

*Variabilità di un angolo e di un lato.* Sieno nel medesimo triangolo (Fig. V.) l'ang.  $BCA (C)$ , e il lato  $AC (F)$  le parti *varianti*; resterà *costante* il solo ang.  $BAC (A)$ , e le parti *variate* faranno I. il lato  $AB (G)$  II. il lato  $BC (H)$  III. l'ang.  $ABC (B)$ .

I. E quanto primamente alla variazione del lato  $AB$ , la relazione appropriata, in cui non entrino, che le varianti, la costante, e la parte variata, farà

$$G = \frac{F \text{ sen. } C}{\text{sen. } B} = \frac{F \text{ sen. } C}{\text{sen. } (A + C)}. \text{ Perciò avremo va-}$$

riando stato

$$\delta G = \frac{(F + \Delta F) \text{ sen. } (C + \Delta C) - G \text{ sen. } (A + \Delta A + C + \Delta C)}{\text{sen. } (A + \Delta A + C + \Delta C)}$$

II. Nello stesso modo troveremo la variazione del lato  $BC (H)$  di questa forma

$$\delta H = \frac{(F + \Delta F) \text{ sen. } A - H \text{ sen. } (A + C + \Delta C)}{\text{sen. } (A + C + \Delta C)}$$

III. E la variazione poi dell'angolo  $ABC \delta B$  farà la stessa  $\Delta C$  data dell'angolo variante, com'è manifesto, ma in senso contrario.

## §. V.

*Variazioni indotte dalla variabilità di tre parti nell'altre parti del Triangolo.*

**T**Re essendo le *varianti* simultanee in questa sorta di variazioni, e dovendo le parti *variate* esser poste in relazione ad una ad una con tutte insieme le *varianti*, è certo, che in questo caso non è luogo ad alcuna parte invariata o *costante* nel triangolo.

## I.

*Variabilità di tre lati.* Sia  $ABC$  (fig. VI.) il Triangolo, in cui sono *varianti* tutti tre i lati  $AB$  ( $G$ ),  $BC$  ( $H$ )  $AC$  ( $F$ ), convertito perciò nel triangolo  $CDE$ . Varieranno pertanto gli angoli I.  $BCA$  ( $C$ ) II.  $ABC$  ( $B$ ) III.  $BAC$  ( $A$ ).

I. E quanto primamente all'angolo  $C$ , la relazione appropriata farà

$$\text{cof. } C = \frac{F^2 + H^2 - G^2}{2FH}, \text{ onde risulta}$$

$$\text{ang. } C = \text{ang. cof. } \left( \frac{F^2 + H^2 - G^2}{2FH} \right), \text{ e la variazione}$$

$$\delta C = \text{ang. cof. } \left( \frac{\overline{F + \Delta F}^2 + \overline{H + \Delta H}^2 - \overline{G + \Delta G}^2}{2(F + \Delta F)(H + \Delta H)} \right) - \text{ang. } C$$

II. nello stesso modo si troverà per l'angolo  $B$

$$\delta B = \text{ang. cof. } \left( \frac{\overline{G + \Delta G}^2 + \overline{H + \Delta H}^2 - \overline{F + \Delta F}^2}{2(G + \Delta G)(H + \Delta H)} \right) - \text{ang. } B$$

III. E la variazione poi del terzo angolo  $A$  farà manifestamente

$$\delta A = -\Delta B - \Delta C$$

## II.

*Variabilità di un angolo, e di due lati.* Siano nel me-

medesimo Triangolo l'ang. BAC (A), il lato AB (G), e il lato BC (H) le parti *varianti*. Le parti *variate* faranno  
 I. il lato AC (F) II. l'angolo ABC (B) III. l'angolo ACB (C)

I. Quanto al lato AC, essendo, come qui sopra,

$$\text{cos. } A = \frac{F^2 + G^2 - H^2}{2FG}, \text{ la relazione appropriata sarà}$$

$$F = G \text{ cos. } A \pm \sqrt{(H^2 - G^2 \text{ sen.}^2 A)}$$

Dunque variando stato, avremo immediatamente

$$\delta F = (G + \Delta G) \text{ cos. } (A + \Delta A) \pm \sqrt{(H + \Delta H)^2 - (G + \Delta G)^2 \text{ sen.}^2 (A + \Delta A)} - F$$

Che se in vece del lato BC fosse stato *variante* il lato AC (F), con lo stesso metodo si sarebbe trovata la variazione del lato H di questa forma

$$\delta H = \pm \sqrt{((G + \Delta G)^2 + (F + \Delta F)^2 - 2(G + \Delta G)(F + \Delta F) \text{ cos. } (A + \Delta A))} - H$$

II. Per la variazione poi dell'Angolo ABC (B), essendo  
 $\text{sen. } C : \text{sen. } A = G : H = \text{sen. } (A + B) : \text{sen. } A$ , sarà

$$\text{sen. } (A + B) = \frac{G \text{ sen. } A}{H}, \text{ e ang. } (A + B) = \text{ang. sen. } \frac{G \text{ sen. } A}{H}$$

Perciò  $\text{ang. } B = \text{ang. sen. } \frac{G \text{ sen. } A}{H} - \text{ang. } A$ , e

$$\delta B = \text{ang. sen. } \left( \frac{(G + \Delta G) \text{ sen. } (A + \Delta A)}{H + \Delta H} \right) - \text{ang. } (A + \Delta A + B)$$

III. E finalmente per la variazione dell'angolo ACB (C), poichè la relazione appropriata è

$$\text{sen. } C = \frac{G \text{ sen. } A}{H}, \text{ onde ang. } C = \text{ang. sen. } \frac{G \text{ sen. } A}{H}, \text{ sarà}$$

$$\delta C = \text{ang. sen. } \left( \frac{(G + \Delta G) \text{ sen. } (A + \Delta A)}{H + \Delta H} \right) - \text{ang. } C$$

### III.

**V** *Ariabilità di due angoli e un lato.* Sia il medesimo triangolo (fig. VI.) in cui le parti *varianti* sieno l'angolo BAC (A), l'angolo ABC (B), e il lato AC (F); e però le *variate* faranno I. il lato AB (G) II. il lato BC (H) III. l'angolo BCA (C).

I. Pertanto la relazione appropriata per la variazione del lato  $AB$ , stante l'analogia trigonometrica  $\text{sen. } C : \text{sen. } B = G : F = \text{sen. } (A+B) : \text{sen. } B$ , sarà  $G = \frac{F \text{sen. } (A+B)}{\text{sen. } B}$ . Dun-

que, variando stato, si avrà immediatamente

$$\delta G = \frac{(F + \Delta F) \text{sen. } (A + \Delta A + B + \Delta B) - G \text{sen. } (B + \Delta B)}{\text{sen. } (B + \Delta B)}$$

II. E con lo stesso metodo, essendo  $H = \frac{F \text{sen. } A}{\text{sen. } B}$ ,

si troverà la variazione di  $H$

$$\delta H = \frac{(F + \Delta F) \text{sen. } (A + \Delta A) - H \text{sen. } (B + \Delta B)}{\text{sen. } (B + \Delta B)}$$

III. E quanto finalmente alla variazione dell' *angolo*  $ACB$  ( $C$ ), essendo date le variazioni  $\Delta \text{ ang. } A$ ,  $\Delta \text{ ang. } B$ , farà manifestamente

$$\delta C = -(\Delta A + \Delta B)$$

### §. VI.

Potrebbero moltiplicarsi i Problemi variando condizioni e dati a piacere. Ma è miglior consiglio il ridur tutto a forme generali, come ho fatto nella seguente Tavola, a cui in ogni caso può ricorrere il calcolatore, onde trattare le variazioni triangolari sotto qualunque aspetto. In fatto si cerchi, per modo di esempio, la variazione del lato ( $H$ ) (fig. I.), mentre sia costante l' *angolo*  $A$ , e varianti i lati ( $G$ ), ( $F$ ). Nelle colonne a sinistra si trovi la combinazione delle quattro lettere  $A F G H$ , ch'è la  $X^{\text{ma}}$ . La seconda equazione somministrerà sul fatto la relazione dimandata, in cui facendo variare stato alle lettere  $F, G, H$ , si otterrà

$$H = \sqrt{(G^2 + F^2 - 2GF \cos. A)}$$

cioè, apponendo alla variazione di  $H$  il segno delle variazioni incognite, e quello delle cognite alle variazioni di  $F, G$

$$\delta H = \frac{\sqrt{((G + \Delta G)^2 + (F + \Delta F)^2 - 2(G + \Delta G)(F + \Delta F) \cos. A)} - H}{(F + \Delta F) \cos. A}$$

E chiedendo con le stesse condizioni dell' *angolo*  $A$  costante, e di  $F, G$  varianti la variazione dell' *angolo*  $B$ , si cer-

chi la combinazione delle quattro lettere  $BFGA$ , ch' è la  $I^{\text{ma}}$ . Nella quarta equazione si avrà la relazione appropriata onde trovare col metodo usato

$$\delta B = \text{ang. tang.} \frac{(F + \Delta F) \text{sen. } A}{G + \Delta G - (F + \Delta F) \text{cos. } A} - \text{ang. } B$$

Non credo, che sia necessario il diffondersi più oltre in questa materia, ridotta, come mi sembra, a tutta la possibile facilità.

T A V O L A

*Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo rettilineo.*

<p>I. A. B. F. G</p>	$F = \frac{G \text{ fen. } B}{\text{fen. } A + B}$ $G = \frac{F \text{ fen. } A + B}{\text{fen. } B}$ <p>ang. A = ang. fen. <math>\frac{F}{G \text{ fen. } B} - \text{ang. } B</math></p> <p>ang. B = ang. tang. <math>\frac{F \text{ fen. } A}{G - F \text{ col. } A}</math></p>	<p>V. B. C. F. H</p>	$F = \frac{H \text{ fen. } B}{\text{fen. } B + C}$ $H = \frac{F \text{ fen. } B + C}{\text{fen. } B}$ <p>ang. C = ang. fen. <math>\frac{H \text{ fen. } B}{F} - \text{ang. } B</math></p> <p>ang. B = ang. tang. <math>\frac{F \text{ fen. } C}{H - F \text{ col. } C}</math></p>
<p>II. A. B. F. H</p>	$F = \frac{H \text{ fen. } B}{\text{fen. } A}$ $H = \frac{F \text{ fen. } A}{\text{fen. } B}$ <p>ang. A = ang. fen. <math>\frac{H \text{ fen. } B}{F}</math></p> <p>ang. B = ang. fen. <math>\frac{F \text{ fen. } A}{H}</math></p>	<p>VI. B. C. G. H</p>	$G = \frac{H \text{ fen. } C}{\text{fen. } B + C}$ $H = \frac{G \text{ fen. } B + C}{\text{fen. } C}$ <p>ang. B = ang. fen. <math>\frac{H \text{ fen. } C}{G} - \text{ang. } C</math></p> <p>ang. C = ang. tang. <math>\frac{G \text{ fen. } B}{H - G \text{ col. } B}</math></p>
<p>III. A. B. G. H</p>	$H = \frac{G \text{ fen. } A}{\text{fen. } A + B}$ $G = \frac{H \text{ fen. } A + B}{\text{fen. } A}$ <p>ang. B = ang. fen. <math>\frac{G \text{ fen. } A}{H} - \text{ang. } A</math></p> <p>ang. A = ang. tang. <math>\frac{H \text{ fen. } B}{G - H \text{ col. } B}</math></p>	<p>VII C. F. A. G</p>	$G = \frac{F \text{ fen. } C}{\text{fen. } A + C}$ $F = \frac{G \text{ fen. } A + C}{\text{fen. } C}$ <p>ang. A = ang. fen. <math>\frac{F \text{ fen. } C}{G} - \text{ang. } C</math></p> <p>ang. C = ang. tang. <math>\frac{G \text{ fen. } A}{F - G \text{ col. } A}</math></p>
<p>IV. B. C. F. G</p>	$G = \frac{F \text{ fen. } C}{\text{fen. } B}$ $F = \frac{G \text{ fen. } B}{\text{fen. } C}$ <p>ang. C = ang. fen. <math>\frac{G \text{ fen. } B}{F}</math></p> <p>ang. B = ang. fen. <math>\frac{F \text{ fen. } C}{G}</math></p>	<p>VIII. C. F. A. H</p>	$H = \frac{F \text{ fen. } A}{\text{fen. } A + C}$ $F = \frac{H \text{ fen. } A + C}{\text{fen. } A}$ <p>ang. C = ang. fen. <math>\frac{F \text{ fen. } A}{H} - \text{ang. } A</math></p> <p>ang. A = ang. tang. <math>\frac{H \text{ fen. } C}{F - H \text{ col. } C}</math></p>

## T A V O L A

*Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo rettilineo.*

IX. C. F. G. H	$\text{ang. C} = \text{ang. cof. } \frac{E^2 + H^2 - G^2}{2FH}$ $G = \sqrt{F^2 + H^2 - 2FH \text{ cof. C}}$ $H = F \text{ cof. C} \pm \sqrt{G^2 - F^2 \text{ fen.}^2 \text{ C}}$ $F = H \text{ cof. C} \pm \sqrt{G^2 - H^2 \text{ fen.}^2 \text{ C}}$	XI. F. G. H. B	$\text{ang. B} = \text{ang. cof. } \frac{G^2 + H^2 - F^2}{2GH}$ $F = \sqrt{G^2 + H^2 - 2GH \text{ cof. B}}$ $G = H \text{ cof. B} \pm \sqrt{F^2 - H^2 \text{ fen.}^2 \text{ B}}$ $H = G \text{ cof. B} \pm \sqrt{F^2 - G^2 \text{ fen.}^2 \text{ B}}$
X. A. F. G. H	$\text{ang. A} = \text{ang. cof. } \frac{G^2 + F^2 - H^2}{2FG}$ $H = \sqrt{G^2 + F^2 - 2GF \text{ cof. A}}$ $F = G \text{ cof. A} \pm \sqrt{H^2 - G^2 \text{ fen.}^2 \text{ A}}$ $G = F \text{ cof. A} \pm \sqrt{H^2 - F^2 \text{ fen.}^2 \text{ A}}$	XII. A. C. G. H	$G = \frac{H \text{ fen. C}}{\text{fen. A}}$ $H = \frac{G \text{ fen. A}}{\text{fen. C}}$ $\text{ang. C} = \text{ang. fen. } \frac{G \text{ fen. A}}{H}$ $\text{ang. A} = \text{ang. fen. } \frac{G \text{ fen. C}}{G}$

## § VII.

## TRIGONOMETRIA SFERICA.

**E** bene, che nella Trigonometria piana si sieno percorse le variazioni a parte a parte, perchè il metodo di trattarle non incontri difficoltà in verun caso, e sia nel tempo stesso fatta strada al maneggio facile ed uniforme di quelle che alla Sferica appartengono. Posti i medesimi principj sarebbe agevole il prendere per mano anche in questa Trigonometria le variazioni indotte dalla variabilità di una parte ( §. III. ), di due ( §. IV. ), di tre ( §. V. ) nell' altre parti del Triangolo sferico; ma ben inteso l'uso delle Tavole che abbiamo esibito pe' triangoli rettilinei, son certo, che si troverà utile e compendioso il valersi di un simile ajuto per maneggiare tutte le variazioni de' triangoli sferici. Pertanto la Tavola quì annessa riferita al triangolo sferico  $ABC$  ( fig. VII. ), e calcolata con tutta la diligenza, supplirà a tutti i casi comodamente. Vi si sono contrassegnati coll' asterisco i casi dubbj in ogni particolare risoluzione tanto per parte de' lati quanto per conto degli angoli; e sopra questi casi potrà sempre consultarsi la Trigonometria sferica del Sig. *Cagnoli* per accertarsi del valore dimandato precisamente secondo le circostanze. E perchè se n'abbia una qualche applicazione per norma, daremo un' esempio per ciaschedun caso di variabilità di una parte, di due, e di tre del Triangolo Sferico fondamentale.

## §. VIII.

*Variazioni indotte dalla variabilità di una parte nell' altre parti del Triangolo.*

**V**ariabilità di un lato.. Sia  $ABC$  ( fig. VII. ) il triangolo, e sieno  $AC$  ( $F$ ) il lato *variante*, costanti il lato  $AB$   
 $Zz$   $ij$

( $G$ ) e l'angolo adiacente  $A$ , e *Variate* le altre tre parti del triangolo, cioè I. l'angolo  $B$  II. l'angolo  $C$  III. il lato  $BC$  ( $H$ ). Si cerchi la mutazione indotta nell'angolo variato  $B$ . Si vede subito, che la relazione appropriata (§. I.) in cui non entri che la *variante*  $F$ , le costanti  $G$ ,  $A$ , e la parte *variata*  $B$  appartiene alla combinazione delle quattro lettere  $A. B. F. G$ , e che la quarta equazione

$$\text{ang. } B = \text{ang. tang. } \frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } G \text{ cot. } F - \text{cos. } G \text{ cos. } A}$$

è quella che la somministra. Pertanto, variando stato da ambe le parti, si avrà

$$\text{ang. } B' = \text{ang. tang. } \frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } G \text{ cot. } F' - \text{cos. } G \text{ cos. } A}; \text{ e}$$

perciò immediatamente.

$$\delta B = \text{ang. tang. } \frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } G \text{ cot. } (F + \Delta F) - \text{cos. } G \text{ cos. } A} - \text{ang. } B$$

Nella X. combinazione  $C. F. A. G$  si troverà la relazione appropriata per la variazione di  $C$ , e nella XIV.  $A. F. G. H$  la relazione per la variazione del lato  $BC$  ( $H$ ). Si veggano le analogie finite dal §. 541 al §. 564 della Trigonometria sferica del Sig. *Cagnoli*.

### §. IX.

*Variazioni indotte dalla variabilità di due parti nell'altre parti del Triangolo sferico.*

**V**ariabilità di due lati. Sia  $ABC$  (fig. VIII.) il triangolo,  $AB$  ( $G$ ),  $BC$  ( $H$ ) i due lati *varianti*, costante l'angolo  $BAC$  ( $A$ ), e *varianti* I. l'angolo  $ABC$  ( $B$ ) II. l'angolo  $ACB$  ( $C$ ) III. il lato  $AC$  ( $F$ ).

Si cerchi la mutazione indotta nell'angolo  $ABC$  ( $B$ ). Si comprenda facilmente, che la relazione appropriata deve appartenere alla combinazione delle quattro lettere  $A. B. G. H$ , e che la terza equazione ce la somministra prontamente. Variando pertanto stato, e trasponendo si avrà

$$\delta B^* = \text{ang. cot. } ( \text{cos. } G' \text{ tang. } A ) \pm \text{ang. cos. } ( \text{cos. ang.}$$

$$\cot. ( \cos. G' \tan. A ) \frac{\tan. G'}{\tan. H'} - \text{ang. } B^*$$

Nella XII. combinazione poi si troverà la relazione appropriata per determinare la variazione dell' angolo C ; e nella XIV. la relazione per la variazione del lato AC (F').

## §. X.

*Variazioni indotte dalla variabilità di tre parti nell' altre parti del Triangolo.*

*Variabilità di tre lati.* Sia ABC ( fig. VII. ) il triangolo, in cui sono *varianti* i tre lati AB (G), AC (F), BC (H). Saranno *varianti* tutti e tre gli angoli I. BAC (A) II. ABC (B) III. ACB (C). Se pertanto si cerchi la variazione dell' ang. A, la relazione appropriata dovrà appartenere alla combinazione delle quattro lettere A. F. G. H, e farà ella espressa dalla prima equazione

$$\text{ang. } A = \text{ang. } \cos. \left( \frac{\cos. H - \cos. F \cos. G}{\sin. F \sin. G} \right)$$

Per la qual cosa, variando stato e trasponendo, farà

$$\delta A = \text{ang. } \cos. \left( \frac{\cos. H' - \cos. F' \cos. G'}{\sin. F' \sin. G'} \right) - \text{ang. } A$$

Similmente nella XV. combinazione si troverà la relazione appropriata per la variazione dell' ang. B, e nella XIII. la relazione per la variazione dell' ang. C.

## §. XI.

Non giova, che più oltre ci estendiamo su questo argomento. Le Tavole che esibiamo, mentre contengono epilogate tutte le risoluzioni de' Triangoli così rettilinei, come sferici, somministrano nel tempo stesso il modo di maneggiare e determinare esattamente e agevolmente tutte le variazioni finite che nella piana e sferica Trigonometria possono porrsi da investigare.

## T A V O L A

*Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo Sferico.*

I. A. B. C. G	$\text{arc. G} = \text{arc. cof. } \frac{\text{cof. C} + \text{cof. A cof. B}}{\text{fen. A fen. B}}$ $\text{ang. G} = \text{ang. cof. ( cof. G fen. A fen. B - cof. A cof. B )}$ $\text{ang. A}^* = \text{ang. cot. ( cof. G tang. B )} \pm \text{ang. fen. ( fen. ang. cot. ( cof. G tang. B )} \times \frac{\text{cof. G}}{\text{cof. B}} )$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. cot. ( cof. G tang. A )} \pm \text{ang. fen. ( fen. ang. cot. ( cof. G tang. A )} \times \frac{\text{cof. C}}{\text{cof. A}} )$
II. A. B. C. F	$\text{arc. F} = \text{arc. cof. } \frac{\text{cof. B} + \text{cof. A cof. C}}{\text{fen. A fen. C}}$ $\text{ang. B} = \text{ang. cof. ( cof. F fen. A fen. C - cof. A cof. C )}$ $\text{ang. A}^* = \text{ang. cot. ( cof. F tang. C )} \pm \text{ang. fen. ( fen. ang. cot. ( cof. F tang. C )} \times \frac{\text{cof. B}}{\text{cof. C}} )$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. cot. ( cof. F tang. A )} \pm \text{ang. fen. ( fen. ang. cot. ( cof. F tang. A )} \times \frac{\text{cof. B}}{\text{cof. A}} )$
III. A. B. C. H	$\text{arc. H} = \text{arc. cos. } \frac{\text{cof. A} + \text{cof. B cof. C}}{\text{fen. B fen. C}}$ $\text{ang. A} = \text{ang. cof. ( cof. H fen. B fen. C - cof. B cof. C )}$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. cot. ( cof. H tang. C )} \pm \text{ang. fen. ( fen. ang. cot. ( cof. H tang. C )} \times \frac{\text{cof. A}}{\text{cof. C}} )$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. cot. ( cof. H tang. B )} \pm \text{ang. fen. ( fen. ang. cot. ( cof. H tang. B )} \times \frac{\text{cof. A}}{\text{cof. B}} )$
IV. A. B. F. G	$\text{arc. F} = \text{arc. tang. } \frac{\text{fen. G}}{\text{fen. A cot. B} + \text{cof. G}}$ $\text{arc. G}^* = \text{arc. tang. ( tang. F cof. A )} \pm \text{arc. fen. ( fen. arc. tang. ( tang. F cof. A )} \times \frac{\text{tang. A}}{\text{tang. B}} )$ $\text{ang. A}^* = \text{ang. cot. ( cof. G tang. B )} \pm \text{ang. cof. ( cof. ang. cot. ( cof. G tang. B )} \times \frac{\text{tang. G}}{\text{tang. F}} )$ $\text{ang. B} = \text{ang. cot. } \frac{\text{fen. G} - \text{tang. F cof. A cof. G}}{\text{tang. F fen. A}} = \text{ang. tang. } \frac{\text{fen. A}}{\text{fen. G. cot. F} - \text{cof. G cof. A}}$
V. A. B. F. H	$\text{arc. F}^* = \text{arc. fen. } \frac{\text{fen. B fen. H}}{\text{fen. A}}$ $\text{arc. H}^* = \text{arc. fen. } \frac{\text{fen. F fen. A}}{\text{fen. B}}$ $\text{ang. A}^* = \text{ang. fen. } \frac{\text{fen. B fen. H}}{\text{fen. F}}$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. fen. } \frac{\text{fen. F fen. A}}{\text{fen. H}}$

T A V O L A

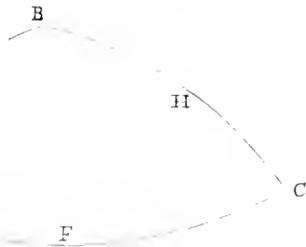
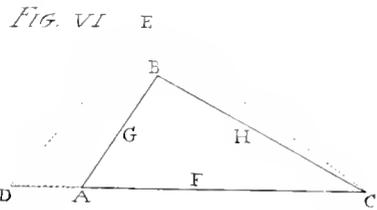
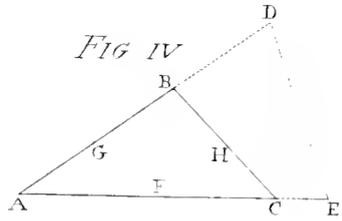
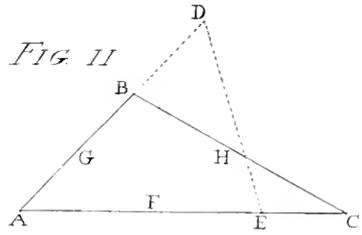
*Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo Sferico.*

VI. A. B. G. H	$\text{arc. H} = \text{arc. tang.} \frac{\text{sen. G}}{\text{sen. B cot. A} + \text{cof. B cof. G}}$ $\text{arc. G}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. H cof. B}) \pm \text{arc. sen.} \left( \text{sen. arc. tang.} (\text{tang. H cof. B}) \times \frac{\text{tang. B}}{\text{tang. A}} \right)$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. cot.} (\text{cof. G tang. A}) \pm \text{ang. cof.} \left( \text{cof. ang. cot.} (\text{cof. G tang. A}) \times \frac{\text{tang. G}}{\text{tang. H}} \right)$ $\text{ang. A} = \text{ang. cot.} \frac{\text{sen. G} - \text{tang. H cof. B cof. G}}{\text{tang. H sen. B}} = \text{ang. tang.} \frac{\text{sen. B}}{\text{sen. G. cof. F} - \text{cof. G cof. B}}$
VII. B. C. F. G	$\text{arc. G}^* = \text{arc. sen.} \frac{\text{sen. F sen. C}}{\text{sen. B}}$ $\text{arc. F}^* = \text{arc. sen.} \frac{\text{sen. G sen. B}}{\text{sen. C}}$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. sen.} \frac{\text{sen. C sen. F}}{\text{sen. G}}$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. sen.} \frac{\text{sen. G sen. B}}{\text{sen. F}}$
VIII. B. C. F. H	$\text{arc. F} = \text{arc. tang.} \frac{\text{sen. H}}{\text{sen. C cot. B} + \text{cof. C cof. H}}$ $\text{arc. H}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. F cof. C}) \pm \text{arc. sen.} \left( \text{sen. arc. tang.} (\text{tang. F cof. C}) \times \frac{\text{tang. C}}{\text{tang. B}} \right)$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. cot.} (\text{cof. H tang. B}) \pm \text{ang. cof.} \left( \text{cof. ang. cot.} (\text{cof. H tang. B}) \times \frac{\text{tang. H}}{\text{tang. F}} \right)$ $\text{ang. B} = \text{ang. cot.} \frac{\text{sen. H} - \text{tang. F cof. C cof. H}}{\text{tang. F sen. C}} = \text{ang. tang.} \frac{\text{sen. C}}{\text{sen. H cof. F} - \text{cof. H cof. C}}$
IX. B. C. G. H	$\text{arc. G} = \text{arc. tang.} \frac{\text{sen. H}}{\text{sen. B cot. C} + \text{cof. B cof. H}}$ $\text{arc. H}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. G cof. B}) \pm \text{arc. sen.} \left( \text{sen. arc. tang.} (\text{tang. G cof. B}) \times \frac{\text{tang. B}}{\text{tang. C}} \right)$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. cot.} (\text{cof. H tang. C}) \pm \text{ang. cof.} \left( \text{cof. ang. cot.} (\text{cof. H tang. C}) \times \frac{\text{tang. H}}{\text{tang. G}} \right)$ $\text{ang. C} = \text{ang. cot.} \frac{\text{sen. H} - \text{tang. G cof. B cof. H}}{\text{tang. G sen. B}} = \text{ang. tang.} \frac{\text{sen. B}}{\text{sen. H cot. G} - \text{cof. H cof. B}}$
X. C. F. A. G	$\text{arc. G} = \text{arc. tang.} \frac{\text{sen. F}}{\text{sen. A cot. C} + \text{cof. B cof. H}}$ $\text{arc. F} = \text{arc. tang.} (\text{tang. G cof. A}) \pm \text{arc. sen.} \left( \text{sen. arc. tang.} (\text{tang. G cof. A}) \times \frac{\text{tang. A}}{\text{tang. C}} \right)$ $\text{ang. A} = \text{ang. cot.} (\text{cof. F tang. B}) \pm \text{ang. cof.} \left( \text{cof. ang. cot.} (\text{cof. F tang. B}) \times \frac{\text{tang. F}}{\text{tang. G}} \right)$ $\text{ang. C} = \text{ang. cot.} \frac{\text{sen. F} - \text{tang. G cof. A cof. F}}{\text{tang. G sen. A}} = \text{ang. tang.} \frac{\text{sen. A}}{\text{sen. F cot. G} - \text{cof. F cof. A}}$

## T A V O L A

*Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo Sferico.*

XI. C. F. A. H	$\text{arc. H} = \text{arc. tang.} \frac{\text{fen. F}}{\text{fen. C cot. A} + \text{cof. C cof. F}}$ $\text{arc. F}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. H cof. C}) \pm \text{arc. fen.} \left( \text{fen. arc. tang.} (\text{tang. H cof. C}) \times \frac{\text{tang. C}}{\text{tang. A}} \right)$ $\text{ang. A} = \text{ang. cot.} \frac{\text{fen. F} - \text{tang. H cof. C cof. F}}{\text{tang. H fen. A}} = \text{ang. tang.} \frac{\text{fen. C}}{\text{fen. F. cot. H} - \text{cof. F cof. C}}$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. cot.} (\text{cof. F tang. A}) \pm \text{ang. cof.} \left( \text{cof. ang. cot.} (\text{cof. F tang. A}) \times \frac{\text{tang. F}}{\text{tang. H}} \right)$
XII. G. H. A. C	$\text{arc. G}^* = \text{arc. fen.} \frac{\text{fen. H fen. C}}{\text{fen. A}}$ $\text{arc. H}^* = \text{arc. fen.} \frac{\text{fen. A fen. G}}{\text{fen. C}}$ $\text{ang. A}^* = \text{ang. fen.} \frac{\text{fen. H fen. C}}{\text{fen. G}}$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. fen.} \frac{\text{fen. A fen. G}}{\text{fen. H}}$
XIII. C. F. G. H	$\text{ang. C} = \text{ang. cof.} \frac{\text{cof. G} - \text{cof. F cof. H}}{\text{fen. F fen. H}}$ $\text{arc. G} = \text{arc. cof.} (\text{cof. C fen. F fen. H} + \text{cof. F cof. H})$ $\text{arc. F}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. H cof. C}) \pm \text{arc. cof.} \left( \text{cof. arc. tang.} (\text{tang. H cof. C}) \times \frac{\text{cof. G}}{\text{cof. H}} \right)$ $\text{arc. H}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. F cof. C}) \pm \text{arc. cof.} \left( \text{cof. arc. tang.} (\text{tang. F cof. C}) \times \frac{\text{cof. G}}{\text{cof. F}} \right)$
XIV. A. F. G. H	$\text{ang. A} = \text{ang. cof.} \frac{\text{cof. H} - \text{cof. F cof. G}}{\text{fen. F fen. G}}$ $\text{arc. H} = \text{arc. cof.} (\text{cof. A fen. F fen. G} + \text{cof. F cof. G})$ $\text{arc. F}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. G cof. A}) \pm \text{arc. cof.} \left( \text{cof. arc. tang.} (\text{tang. G cof. A}) \times \frac{\text{cof. H}}{\text{cof. G}} \right)$ $\text{arc. G}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. F cof. A}) \pm \text{arc. cof.} \left( \text{cof. arc. tang.} (\text{tang. F cof. A}) \times \frac{\text{cof. H}}{\text{cof. F}} \right)$
XV. F. G. H. B	$\text{ang. B} = \text{ang. cof.} \frac{\text{cof. F} - \text{cof. G cof. H}}{\text{fen. G fen. H}}$ $\text{arc. F} = \text{arc. cof.} (\text{cof. B fen. G fen. H} + \text{cof. G cof. H})$ $\text{arc. H}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. G cof. B}) \pm \text{arc. cof.} \left( \text{cof. arc. tang.} (\text{tang. G cof. B}) \times \frac{\text{cof. F}}{\text{cof. G}} \right)$ $\text{arc. G}^* = \text{arc. tang.} (\text{tang. H cof. B}) \pm \text{arc. cof.} \left( \text{cof. arc. tang.} (\text{tang. H cof. B}) \times \frac{\text{cof. F}}{\text{cof. H}} \right)$





---



---

# I S T O R I A

*Di ciò che è stato pensato intorno alla fecondazione delle Piante, dalla scoperta del doppio sesso fino a questo tempo.*

COLL' AGGIUNTA DI NUOVE SPERIEENZE.

Del Sig. PIETRO ROSI.

---

*Non vulgaris spes affulget, fore ut in posterum generatio animalis explicetur per Vegetabilem, dummodo experimenta accuratius instituantur.*

Ludwig. Diff. de Sexu  
Plant. §. 32.

---

**L'** Ingegno umano si è affaticato in ogni tempo con molta costanza, ed ansietà per istrappar di mano alla natura il segreto non ancora svelato della Generazione. Chi volesse tentar di tessere minutamente l'istoria di tutti i pensamenti degli Uomini fino a qui comparso alla Luce su questo argomento, intraprenderebbe cosa di grand'affare, e di non facile successo.

Nei tempi a noi più vicini il Sessualismo delle Piante, luminoso ramo d' analogia viepiù scoperto, e riconosciuto tra il Regno Animale, e il Vegetabile ha aperte alle ricerche dei Fisici nuove strade non mai battute per giungere all'intelligenza di questo mistero, ma gli sforzi finora fatti, quantunque sieno stati cagione di molte utili verità, non ci hanno però portato tant' oltre da lusingarci di squarciarne così per fretta il denso velo, che tuttor lo ricuopre.

Frattanto volendo per quanto da me si può contribuire a facilitare i mezzi agli altri d' avanzare in questa interessante ricerca, prima di passare ad esporre le mie osservazio-

ni, e risultati avuti dai molti tentativi istituiti su tal materia, mi sono proposto di dare qui in breve raccolto il Prospetto Istórico di tutto ciò, che è stato finora pensato intorno al doppio sesso delle Piante relativamente alla fecondazione, coll'andar nominando gli Autori secondo quell'ordine di tempo, col quale gli scritti Loro appartenenti a questo soggetto per la prima volta comparvero alla pubblica luce.

E in questa veduta ci rifaremo subitamente dall'accennare, che a *Neemia Grew* Inglese deve si la gloria d' avere additate le prime prove di così luminosa scoperta (a). Fino a lui tutti gli altri (b), e l' istesso vivente *Tournefort* gran Ristauratore della Botanica erano stati ben lontani dall'immaginarsi la nobiltà della polvere degli stami, poichè riguardavasi allora come un escremento inutile della pianta.

Egli fu dunque il primo a mostrarne la vera natura nell' anno 1676 descrivendo le Antere per il sesso maschile, e mostrando ch' esse erano tante cassettine ora d'una, ora di due cavità piene di minuta polvere spesso sferica, ma talvolta ovale, o cubica, o echinata, e d' altre figure, l' importante uso della quale era quello di servire alla generazione.

Contemporaneamente però l' illustre nostro Italiano *Malpighi* lavorando sull' istesso soggetto con propria industria apparisce aver date non minori prove del suo grandissimo ingegno intorno all' anatomia delle Piante. E ciò è tanto vero, che il *Grew*, il quale presentato aveva alla Società Reale il suo Libro nel 1671; nel quale anno però è ben noto aver la detta Società ricevuta anco l' Opera del *Malpighi*, in occasione della ristampa fattasi poi nel 1682. prese motivo di cautamente assicurarsi nella Prefazione, dal ti-

(a) *Tommaso Millington* Cavaliere Inglese sembra essere stato quello, che servì di scorta alle scoperte del *Grew*.

(b) Gli antichi quantunque distinguevano le Palme in maschie, ed in femminie, come si ha da *Teofrasto*, facevano consistere questa loro differenza non negli organi del sesso, ma la stabilivano sul vigore, e sul-

la grandezza degli Alberi: *Plinio* dice e il *Tousson* pare che lo segua, *Plin. Lib. XIII omnibus herbis sexum esse, Palmis etiam evidentissimum: mas in Palmite foret, femina forem germinat specie modo C. 4.* ma fino al *Cesalpino* nessuno si espresse, che la fecondazione dei Frutti dependesse dalla polvere degli stami.

more, che le *Malpighiane* scoperte non sembrassero più antiche delle sue; il che sia detto unicamente col fine di servire anco in questa parte alla verità della storia.

Dopo le Osservazioni del *Grew* foli furono a riconoscerre, ed in qualche modo attestare il sesso nelle Pianta *Gio: Muller*, *Antonio Leuwenboeck*, e *Giuseppe Durverney*, non trovandosi, che verun' altro dei molti Botanici esistiti alla riserva del *Rayo*, e di *Filippo Bonanni*, che nella sua micrografia dimostrò la figura d'alcune polveri col microscopio osservate, ne facesse parola fino a *Ridolfo Jacopo Camerario* Professore di Tubingen, il quale nell'anno 1694 pubblicò una Lettera latina *De sexu Plantarum*. In essa Egli molto si raggira a parlare degli Apici, che non ignora essere per lo più formati da due cellulette. Quindi riportando fra le altre cose, che le Pianta Apetale sono distinte di sesso, e che i fiori doppi riescono sterili per difetto di stami, passa ad indicare quelle piante, che non divengono di fiore doppio, fra le quali annovera le pomifere, le baccifere, le cruciate, e le papilionacee, non però come dovrebbero. Nei fiori del *Ricino*, e del *Mayz* varj sperimenti intraprese, e trovò, che ad essi recidendo gli stami divenivano sterili i semi, onde ne concluse consistere interamente nell'antere il sesso mascolino, ed in fine fissò, quali fossero le Pianta maschie, quali le femmine, e quali le androgyne, che sono le più numerose.

Al *Camerario* successe nella ricerca di sì fatte cose, singolarmente distinguendosi *Francesco Stefano Geoffroy*, di cui esiste una memoria inserita negli Atti dell'Accademia delle Scienze dell'anno 1711. E di questa sembra non dover dispiacere al Lettore il vederne qui riportato il contenuto con qualche maggiore estensione (a).

Egli dunque oltre al confermare in essa, che gli Apici degli stami sono tante cassettine, le quali giunte ad un certo punto di maturità vengono ad aprirsi, ed a spargere una polvere di differente figura secondo le varie specie delle piante, ed oltre la diversa struttura, che in esse osservò, (indi-

---

(a) Prima però del *Geoffroy* anco *Enrico Burchard* nel 1702. *Giuglielmo Waldemid* nel 1705. *Alessandro Gakenholtz* nel 1706. avevano riconosciuto il sesso nelle Pianta ecc.

candone non meno di venti forme differenti ); vidde il modo d'aprirsi delle cassulette, il color vario delle polveri, fra le quali notò anco il color rosso nella Pianta detta *Geum* sfuggito alle ricerche del *Grew*. Passato quindi ad esaminare la natura di queste polveri, trovò che tutte contenevano un'olio essenziale più, o meno liquido, ed in alcune così abbondante, come nel Giglio da unger non poco la carta, in cui la polvere di esso fosse stata rinchiusa.

Dall'odore poi, e dal vedere, che soffiare essendo attraverso un' accesa candela s' infiammavano a guisa di resina, concluse, che tutte possedevano una materia sulfurea maggiore d'ogni altra parte del fiore, e con variati sperimenti si persuase, che i globettini, o grani di dette polveri erano insolubili coll' ajuto pure del fuoco non solo nell' acqua, nell' olio d'oliva, e di trementina, ma anco nello spirito di vino, conservando sempre la stessa figura.

Gli esami instituiti da Esso sopra dell' organo femminile, cioè del Pistillo, gli dimostrarono, che la testa, o Stemma del medesimo era feminata di piccole vescichette, o papille piene d'un glutinoso umore, e che alla divisione dei corni, o lobi di detti pistilli corrispondeva per lo più il numero dei frutti o delle cellule contenenti i semi.

Osservò, che in tutti i pistilli, e specialmente in quelli del Giglio, del Narciso, e del fior di Zucca si rendono visibili assai alcune piccole aperture, o tubi, che dallo stemma continuano sino all' ovario, ed ebbe luogo d'assicurarlene con immergere un' estremità di essi nell' acqua, e succiar dall' altra, venendo così l'acqua a salire come in un cannellino.

Per poco, che vogliamo darci la pena ( dic' Egli ) d' aprire i pistilli in diversi tempi, si riconoscerà assai distintamente, che entro di essi rinchiodonsi gli embrioni dei grani o sia che questi grani sieno sparsi in tutta la lunghezza del pistillo, o sia, che nella base soltanto risedano, esso è sempre aperto alla testa, e più, o meno sensibilmente forato sino alla base. Sovente tal cavità si cancella a proporzione dell' aumento del frutto, talora si perde anco una parte del detto pistillo, che cade, o si secca; ma però in molti frutti la cavità, che contiene il pistillo, non lascia di conservarsi, e di

renderfi anco fenfibile, come può ben vederfi nelle Pere, e nelle Mele fpecialmente in quelle dette Calvelle.

Tali fue offervazioni non fi ristringono ai foli fiori Ermafroditi, ma abbracciano le Pianta ancora, che i feffi hanno diftinti, o feperati fopra diverfi individui, effendo infinite quelle, i cui fiori ha fottopofti ad efame; fra i quali quel della Zucca, detta *Gotiron*, è dei più rimarcabili per l'apparenza dei tubi, che il divifo piftillo lafcia vedere corrispondenti al numero dei lobi, o divifioni dello ftimma, e delle cellule, alle quali pervengono.

Nè qui ebbero fine le fue ingegnofe ricerche, poichè dirette effendo a provar l'ufo e il deftino di quefte parti del fiore, come organi immediati della generazione, pafsò quindi a dimoftrare la coftante efiftenza del pulvifcolo in tutte le piante, fcorrendo con occhio fagace anco le più difficili d'occulte nozze, non bene allora conofciute.

Offervò il fito, la proporzione, e convenienza reciproca degli ftami, e dei piftilli, e l'abortire dei frutti, allorchè fieno privati del pulvifcolo fecondatore, o per caufa dell'intemperie della ftagione, o perchè ad arte fieno ftati recifi gli ftami, con aver di più portato l'occhio fino entro agli Embrioni, ed effer giunto a fiffare, che non vi fi vede giammai alcun corpo, o germe, finchè la polvere degli ftami non è caduta.

E per fempre più convalidare le fue fcoperte allega le antiche offervazioni di *Teofrafto*, e di *Profpéro Alpino* del non renderfi la Palma apportatrice di Frutti fecondi (a) fenza la vicinanza della Pianta mafchia, e l'autorità di *Tournefort* fulla pratica confermatagli dall' Ambafciator Tri-

(a) Il Padre *Labar* nei fuoi viaggi d' America racconta d' aver veduta alla Martinica una Palma, che produceva i frutti benchè ifolata, e lontaniffima da tutte le altre della fua fpecie, foggiungendo però, che i Noccioli non nafcevano, e che i frutti non erano così buoni come quei del Levante. Io pure ho avuto luogo in Pifa di vedere diverfe Palme; una di quefte, che era la *Phoenix Dactylifera*, quantunque

portaffe ogn' anno alla natural groffezza i fuoi frutti, non gli maturava mai; ed un'altra, cioè la *Camerops humilis*, fu al Giardino Botanico di Pifa offervata fempre sterile, finchè full' efempio di quella di Berlino non intraprefi nell' anno 1784 di fecondarla col pulvifcolo fatto venir da Firenze: maturò effa per quell' anno i fuoi frutti, e fucceffivamente ricadde nella fua prima fertilità.

polino di apporre dei rami di fiori a stami sull' individuo femmina all' effetto d' ottenerne i Datteri maturi (b).

Altri suoi sperimenti sul *Mayz* a cui tagliò gli stami, e sulla mercorella a frutto tenuta lontana da quella a stami, quantunque riusciti imperfettamente gli danno luogo di riconoscere sempre più la necessità delle polveri, e l'idoneità dell' aria, e del vento a servir di veicolo a quelle, onde poter essere fecondate le piante anco a molta distanza, come accadde alla famosa Palma d'*Otranto*, che rimase feconda (fecondo il *Pontano*) sol quando inalzatasi, giunse a poter vedere il suo marito vegetante a Brindisi lontan da essa non men di quindici leghe.

Volendo poi inoltrarsi a scuoprire, in che maniera il pulviscolò contribuisca alla fecondazione delle piante, comincia dall' esporre le due congetture, che formarli possono su questa ricerca; cioè o che gli Embrioni contengano in miniatura la giovine pianta, a cui non manchi, che un fugo proprio a farla crescere, e che le polveri (già osservate contenere una materia penetrante, e sulfurea) cadendo sullo stamma si risolvano, talchè la parte più sottile penetrata fino al germe v' ecciti una qualche fermentazione, e così vengasi ad operare lo sviluppo, e la fecondazione della pianta novella: o sivero, che le polveri dei fiori contengano esse i primi germi, onde per isvilupparsi non abbiano bisogno che del fugo degli Embrioni. E questa è quella, che da Ezzo viene abbracciata per la migliore, perchè non s' arriva anco coi più eccellenti Microscopj a scuoprir mai alcuna apparenza di germe nell' Embrione avanti la caduta delle polveri, e neppur nei granelli anco avanzati, se non sieno stati prima renduti fecondi. Infatti (dic' egli) se si esami il pistillo delle piante leguminose, che diventa poi il guscio, avanti che il fiore sia affatto dischiuso, si vedranno facilmente nell' ordine loro naturale delle

(b) Questa pratica era in uso fino ai tempi d' *Erodoto*, e tra gli Autori meno moderni. L' accenna anco *Atanasio Kircher* nell' Opera *De Arte Magnetica*, il

quale descrive pure alquanto bene la Capricitazione ultimamente ad eccellenza spiegata dal chiarissimo Signor *Cavolini* Napoletano.

vescichette verdi, e trasparenti, che in progresso devono divenire i grani, nei quali a riserva dell'inviluppo proprio, null'altro si arriva a distinguere; e continuando ad osservare per più giorni di seguito in altri fiori a misura che avanzano, si vedono queste vescichette farsi maggiori, e riempirsi d'un liquore chiaro, nel quale allorchè sia caduto il pulviscolo si comincia a scorgere un piccol punto, o globicino verdastro, che liberamente vi ondeggia, e quantunque null'ancora ci si veda d'organizzato, col tempo a misura che cresce, si distinguono a poco, a poco due piccole foglie, ed in appresso consumandosi insensibilmente, il detto liquore ingrossa il granello, diviene opaco, ed aperto, ritrovandosi nella sua cavità la piccola pianta in miniatura composta del germe, o della plumula, cioè della radichetta, e dei lobi. Se al contrario si rivolga la nostra attenzione ai fiori della Peonia doppia, che privi sono e di stami, e di apici, si troverà, che i loro grani non contengono che una membrana senz'alcuna apparenza di germe. Seguendo tal congettura non è difficile determinare in qual maniera il germe entri nelle vescichette, perchè oltre la nota cavità del pistillo continuata sino all'Embrione s'osserva di più, che queste hanno una piccola apertura presso il luogo, ove sono attaccate, che corrisponde all'estremità del Pistillo, di maniera che il globicino della polvere può per mezzo di essa naturalmente cadere nella cavità delle vescichette, che formano l'Embrione del granello. Questa specie poi d'apertura, o di finestrina resta assai sensibilmente visibile anche senza soccorso di lenti nella maggior parte dei granelli, o semi, come nei Piselli, Fagioli ecc., e la radichetta del piccol germe rimanendo prossima a questa per essa sen' esce, allorchè il granello trovasi in istato di germogliare.

Così terminano le osservazioni del *Geoffroy* detto il giovane a distinzione dell'altro, che chiamavasi *Giuseppe*, e dal quale alcuni anni avanti erano state in parte annunziate.

Quasi nell'istesso tempo anco *Samuel Morland* confermò, che la polvere dell'Antere era lo sperma maschile, cioè un complesso di germi, o vermicelli spermatici, e il pistillo una specie di tuba, per cui penetrava al frutto, mediante la viscosa, e vellutata tessitura dello stamma atta a

ritenerlo, afferendo, che nelle Fave manifestamente appariva un' apertura, o finestrina destinata all' introduzione di esso.

Nell'anno 1706. uscì alla luce in Roma un nuovo sistema d' *Angelo Papi* intorno alla generazione delle piante ch' esiste nel suo libro intitolato = *Critica Sacra*, e nel 1712. *Claudio Jeaugéon* pubblicò uno scritto negl' Atti dell' Accademia delle Scienze sulla necessità del pulviscolo per la fecondazione dei Datteri.

Noi non faremo che accennar di volo quegli Autori, che non si distinsero nelle loro ricerche coll' aumento di nuove cognizioni, per non renderci soverchiamente fastidiosi, e perchè il nostro scopo primario è di mostrar solo i progressi fatti dallo spirito umano sul soggetto, che ci occupa.

Frattanto *Riccardo Bradley* (a), che professò la scienza Erbaria a Cambridge è uno di quegli scrittori, che per le tante Opere d' argomento botanico da lui composte, merita quivi, che ne sia fatto gran conto. Quella, che più c' interessa, comparve per la prima volta stampata in Londra nell' anno 1717 (b). Ed in questa oltre al darci un' esatta anatomia delle piante, ne esamina la loro vita, il sesso, la fecondazione, e la vegetazione, descrive alcune specie di piante Ibride, o spurie derivate dal pulviscolo di diversa specie, ed in fine dimostra, che il Corylo, o nocciuolo, a cui sieno stati recisi gli stami, quando non sia fecondato d' altronde, diviene sterile, come accade ai Tulipani, che nel supposto caso non danno seme.

In simil genere di ricerche circa lo stesso tempo occupò anco l'ingegno *Sebastiano Vaillant* sommo Botanico, e felice illustratore di piante difficilissime, quali sono i muschi, i licheni, ed i funghi. Ma non dovendo noi qui dare altro conto di esso, che quanto concerne al proposito nostro, ricorderemo

(a) Presso *Bradley philosof. account*, esiste una Dissertazione d' *Antonio de Jussieu* Scolare e successore del *Tournefort* = *de sribus sexibus plantarum & de fecundante polline staminum.* =

(b) In *miscel. Acad. nat. Curios.*, *Sigism. Schmieder. De pluvia pollinis Pine* obs. 80. Ann. 1715.

corderemo soltanto il suo discorso sulla struttura dei fiori ecc. ove dopo aver rigettate alcune delle Classi *Tournefortiane*, con molt' accuratezza descrive l'esplosione della polvere degli stami, e particolarmente della *Parietaria*, stimando, che nelle tube del pistillo penetri solo l'aura spiritosa di detta polvere, e perchè non vi si vede alcun orifizio patente, e perchè quando il pulviscolo è colorato, non si osserva, che i semi ascosi nel frutto vengano a tingersi.

Può riporsi nell'istessa classe, e nello stesso anno, o poco dopo, *Gio: Jacopo Dillenio* altro insigne Botanico di *Giesfen*, che fu professore nella celebre Università di Oxford, e di cui varie Opere abbiamo piene di molta dottrina, appartenendo a noi specialmente una *Dissertazione*, che trovasi fra le *Miscellanee* dell' *Accademia de' Curiosi della natura*, nella quale molto parla dell' uso dei petali, e degli stami, rischiara, e conferma il sesso delle piante, tratta del pulviscolo, e della figura conica, che ha nell' *Orchide* rotonda, nell' *Ofride*, e dimostra in fine doverfi *repetere* da esso, che i semi non riescano vani.

In mezzo però alle fatiche d' Uomini così grandi, che si studiavano di portar luce in questa oscura parte della *Fisica vegetabile*, *Giulio Pontedera* Pisano, pubblico Professore di *Botanica* in *Padova* osò levarsi contro le altrui scoperte, dando fuori nel 1720. l' *Antologia*, o sia un *Trattato* sulla natura del fiore, coll' aggiunta di XII *Dissertazioni*. Quantunque uomo di molto sapere, e di non dubbia fama in varie cose, s' oppose apertamente alla già conosciuta esistenza del sesso nelle *Piante*, e riguardando il pistillo come la parte principale del fiore, vuole, che l'aria penetri per mezzo di esso al frutto, e si risvegli un moto interno cagione dell'ingrandimento. Sull'appoggio poi d'osservazioni, che provano appunto il contrario, e che il tempo ha dimostrate false, crede, che gli stami non contribuiscano in alcun modo alla fecondazione, ma che servano a trasmettere un fugo particolare derivante dall' antere, che insieme con quello preparato dall'altre parti del fiore discendendo agli *Embrioni* nutrisca il nuovo frutto. Così pensa anco diversamente dagli altri rispetto al secondar delle *Palme*, ed alla *Capritizzazione*.

Merita ora degno luogo fra quei, che in questo anno medesimo esaminarono con sottile avvedimento la generazione delle Piante, *Patrizio Blair* Anatomico Inglese, che stampò in Londra varj saggi Botanici raccolti insieme, nei quali parla del doppio sesso, e della maniera, con cui la fecondazione succede, come pure dei diversi generi di fruttificazione. Sostiene la necessità del pulviscolo degli stami, perchè maturino le semenze, ma contro il sentimento del *Morland* non ammette, che esso sia un complesso di germi, o di vermicelli spermatici. Nelle transazioni Filosofiche, trattando della generazione delle piante porta uno sperimento di *Filippo Miller* sul seme dello Spinacio, a cui non comparve il cuoricino vitale, o sia il germe, perchè privato della fecondazione, e vi unisce alcune proprie osservazioni su i Tulipani divenuti fecondi con tutto che fossero stati loro recisi gli stami solo per opera dell' Api, che vi avevano arrecato il pulviscolo.

Ma procedendo all'anno 1724 (a) non va passato sotto silenzio, che in questo *Benedetto Stebelin* Tedesco discepolo caro al *Vaillant*, ed emulo di esso nella sagacità d'indagare le diverse specie dei muschi, e dei funghi diede alla luce uno scritto intorno ai globettini della polvere degli stami, essendo anco stato il primo ad osservare col microscopio i moti relativi delle particelle spermatiche dell' *Equiseto*, simili a quelli nella *Parietaria* osservati già dal *Vaillant*.

Ricorderemo poi con piacere qual produzione, che all'anno 1727. appartiene la *Statica vegetabile* di *Stefano Hales*, Opera eccellente, che ha poche simili, e ripiena d' infinite sperimentali verità intorno alla Fisiologia delle piante. Di questa il Cap. 7mo. contiene alcune cose, che hanno rapporto al soggetto nostro; cioè stabilisce, che la polvere degli stami per essere di natura sulfurea attragga a se l'aria elastica, e che intimamente unendosi colle particelle mobili di essa sulla fera, venga ad esser dal pistillo assorbita per insinuarfi fino al germe.

---

(a) In *act Ernd. 7. Melchior Verdries, Pulvisculi staminum delineatio*

*Giorgio Wallin* a Upsal nel 1729. pubblicò *le nozze degli Alberi*: e nel 1732. *Adriano Royen* Botanico del Giardino di Leida descrisse in versi *gli amori, e i maritaggi delle piante*.

Nell' anno 1737. *Cristiano Gottlieb Ludwig* Professore di Lipsia ritornato dai suoi viaggi nell' Africa confermò il doppio sesso nelle piante, e l' artificiale fecondazione delle Palme per mezzo del pulviscolo maschile da lui osservata in quelle contrade; e nello stesso anno comparvero dai ghiacci della Narva nuove opinioni contro il sesso, e la fecondazione delle piante fuscitate da *Giorgio Siegesbeck* Prefetto dell'Orto di Pietroburgo in un suo Libro, che porta lo specioso titolo di *Botanosophia verioris brevis Sciagraphia*. Quivi oltre a farsi difensore del sistema *Rivini* sostiene, che moltissime piante provengano senza seme, e che gli alberi femmine diano il frutto senza bisogno dei maschi, potendosi i vegetabili, secondo ne pensa, propagare ottimamente per mezzo delle radici, ed in altro modo. Tenta anco gettar a terra i fondamenti del metodo sessuale del *Linneo*, pretendendo, che le Classi derivanti dallo stamma, e dall' antere s' oppongano all' ordine naturale. *Gottlieb Gleditsch* si prese la pena di faggiamente confutarlo, ma egli rispondendo tornò a confermare i primi errori con altro scritto nel 1741. nel qual anno *Ernesto Stieff* Tedesco diede fuori una dotta collezione di fatti relativi alla vita, e alle nozze delle piante, riferendo d' aver veduti gli stami del Giglio Narciso d'un sol fiore applicarsi allo stamma per fecondarlo.

Due anni innanzi però, cioè nel 1739. *Bernardo Jussieu* Botanico insigne Francese, ma per troppa modestia parco Scrittore, avea renduta pubblica nelle memorie dell' Accademia l' Istoria della Pilularia, *Calamistrum Linn*; ove può vedersi aver Egli scoperto in osservando col Microscopio le polveri di varie piante, come quelle delle Valeriane, delle Fumarie, dell' Opunzia, della Senapa, e di molte altre, che allora quando l' acqua le tocca, per una piccola lacerazione, che si fa ad un punto della loro capsula, esce un getto di liquore, o materia oleosa simile alla gomma sciolta, che resta nell' acqua senza mescolarsi in piccole sferette d' un estrema finezza.

Apparterrebbe all'anno 1736. *Jacopo Loghan* in quanto che trovasi nelle *Tranfazioni Filosofiche* di quel tempo un suo sperimento sulla sterilità dei granelli del *Mayz*, a cui erano state amputate le spighe mafculine; ma siccome l'Opera sua più importante intorno alla generazione delle piante comparve molto dopo, così gli abbiamo assegnato questo luogo per dire, che esso pure confermò il doppio sesso, e fu del sentimento del *Morland*, e del *Geoffroy* nell' ammettere, che il pulviscolo penetri fino al germe per il pistillo, sostenendo, che nel fiore si trovino sviluppate tutte le interne parti della pianta, così che il calice venga formato dalla corteccia esterna, la corolla dall' interna, gli stami dall' Alburno, il pericarpio dalla sostanza legnosa, ed i semi dalla midolla dell' Albero.

Ci siamo poi riserbati a parlare del sommo Legislatore in Botanica *Carlo Linneo* (a) all'anno 1746. perchè quantunque apparisca aver Egli anco prima di questo tempo occupato l'ingegno in cose relative al soggetto nostro, fu in questo solo, che diede fuori la *Dissertazione* intitolata = *Sporisalia Plantarum*, = nella quale raccogliendo, e ponendo in luce maggiore tutto il già detto dagli altri sulla fecondazione delle piante, dimostra appoggiato a sicure osservazioni la convenienza degli organi, e dei mezzi della natura appropriati a quest' importante fine. Noi andiamo a darne un più preciso ragguaglio, lusingandoci, che non dispiacerà veder

(a) Anno 1745. *Transf. Philosop.* N. 390. Osservazione di *Beniamino Cook* Inglese intorno la varietà d'un Pomo derivata dal pulviscolo d'un altro, ch'era in vicinanza.

Similmente N. 477. *Badcock*. Osservazione intorno alle polveri della *Granadilla*, e della *Malva Arborea*, i globettini delle quali spargono per una specie d'aculeo l'umore da essi contenuto.

(b) Quantunque la scoperta del sesso nelle piante sia dovuta ai Greci, e sia forse anteriore a *Tecofrasto* ancora, da cui la serghiamo, e quantunque stata citata da *Plinio*; e riconosciuta nel 1592. dal *Zaluzianki*; nel 1550. da *Gio: B.ubino*; provata nel 1676. dal *Grew*, e dal *Malpighi*; dal

*Rajo* nel 1682; dal *Camerario* nel 1694. dal *Waldschmid* nel 1705. dal *Gabenholz* nel 1706, dal *Vaillant* nel 1717. E quantunque l'idea d'un metodo fondato sul sesso delle Piante sia dovuto a *Burkard*, come apparisce dalla sua Lettera del 1702. a *Leibnitz*. *Hic differere constitui an ex partibus istis, quas ab officio genitales didimus sum, Plantarum comparationes institui possint*. Nulladimeno l'elezione di questo metodo è nuova, e dovuta al *Linneo* ecc. *Adanf.* nella Prefazione pag. 11.

(c) Anno 1745. *Mich. Mutia Ludolf*. Accademico di Berlino — Metodo nuovo, in cui rigetta gli stami ecc.

qui riportate le principali sue ragioni costituenti il doppio sesso in rapporto alla riproduzione degli Esseri vegetabili.

Che le antere sieno i genitali mascholini si dimostra: Dal vedere ch' esse, e il pulviscolo precedono sempre il frutto, e che subito dopo lanciato detto pulviscolo, vivente anco il fiore inflaccidiscono, e cadono come inutili; Dalla posizione o sito di esse adattato a toccare l' organo femminile, o sia il pistillo nella massima parte delle piante, osservandosi sempre proporzione, e convenienza reciproca nei detti due organi diversi; Dalla corrispondenza dei tempi nell'apparire, ed essere in pieno vigore dell' antere, e dello stigma anco nelle piante, che godono di talami distinti; Dall' artificiosa, e mirabile struttura dell' Antere eguale a quella dei Pericarpi stessi, osservandosi uniloculari nella Mercorella, biloculari nell' Elleboro, triloculari nell' Orchidi ecc.; Dall' abortire i frutti ( generalmente parlando ) allorchè si recidano l' Antere a quelle piante, che hanno un sol fiore; Dalla figura stessa del pulviscolo, che mostra di non esser formato a caso, e che se si osservi in un' Antera non anco bene matura si vede situato in due cavità spesso, e talvolta in quattro divise da un setto intermedio, ove i piccoli globettini in ordine disposti sono ricevuti ecc.

Che lo Stigma, il quale in tutti i fiori si trova annesso al germe, sia l' organo femminile, si dimostra: Dall' esser collocato sempre in maniera, che le Antere possono toccarlo a segno, che in alcune ( come nelle piante della Syngenesia rare volte sterili ) lo stigma giunge fino a perforare le Antere. Inoltre lo stigma è nel suo pieno vigore, quando lo sono anco le Antere. Lo stigma quando ha fatto il suo uffizio, cade in molte piante, come segue anco all' Antere, il che prova non contribuire alla maturità del frutto, ma soltanto alla generazione. Se si recida lo stigma avanti d'aver ricevuto il pulviscolo perisce il frutto, rimanendo la pianta mutilata per parte della femmina. Da tutto ciò rilevasi, che la generazione delle piante si fa per

---

(d) Anno 1746. Enrico Michele Döbel non abbastanza Botanico soggetto il sesso delle Pianta. Tedesco saggio scrittore d' Agricoltura, ma

mezzo della caduta del pulviscolo fecondante sopra il nudo stamma col rompersi, e tramandarvi l'aura femminile, che è afforbita dall'umore del detto stamma. Viene confermato ciò dagli stessi nostri occhi, che ci mostrano a prima fronte questo pulviscolo volante, che va a posarsi sullo stamma, che di puro, e nitido che era, scorgesi dopo la dissipazione non poco imbrattato. Nel fiore della Viola di tre colori dopo la proiezione del pulviscolo, tutto lo stamma si vede asperso da esso, e prima di ciò premendolo distilla un liquore mielato, che ritiene, e forse attrae la farina secondatrice. Nella Graziola avanti la fecondazione osservasi lo stamma aperto, dopo di essa si vede chiuso. Nelle piante della Syngenesia lo stamma s'inalza dimezzo all'Antere, e quando ciò accade, è sempre indizio di germe fecondato, il che rare volte in queste fallisce. Il *Jussieu* vidde la polvere dell'Azero rompersi, e tramandare un umore. Gli stami, ed i pistilli conservano per lo più l'istessa altezza, onde più facilmente il pulviscolo possa attaccarsi allo stamma; quando non è così, come nel *Geranium Inquinans Calycibus monopellis florentibus erectis* ecc. *H. Eliff.* il cui pistillo è minor degli stammi, ed i fiori stanno penduli avanti la fioritura, s'osserva, che s'inalzano, perchè il pulviscolo giunga orizzontalmente allo stamma, compita la fecondazione ritornano penduli, e di nuovo s'inalzano, quando i semi sono maturi per poter più facilmente esser dispersi dai venti.

Nella *Claytonia Sibirica* segue l'istesso. Nel *Diantho* i pistilli si torcono a guisa delle Corna d'Ariete verso le Antere. Nella *Nigella Arvensis*, che ha cinque pistilli molto più alti degli stami si osserva, che nel tempo destinato questi si piegano verso le Antere, e faziati del pulviscolo si rialzano: così nel *Tamarindo*, nella *Passiflora*, e nelle *Cassie* ec. Per lo più gli stami circondano i pistilli, perchè in qualunque modo il pulviscolo facilmente giunga ad essi, e nelle piante della *Didynamia*, che ha i fiori posti ad angolo acuto distanti dal Caule, gli stami, ed i pistilli si piegano verso il labbro superiore, ove lo stamma viene ad esser coperto in qualche modo dalla pioggia. Segue l'istesso presso a poco in quelle della *Diadelphia*. Nelle piante della *Monoccia* i fiori a stami per lo più risiedono sopra i fiori a

pistillo, cioè vengono più in alto, perchè il pulviscolo possa così più facilmente cadervi. Nel Pino, e nell' Abete le Antere abbondano talmente di pulviscolo, che si vede volar per aria a guisa di densa nube. Il Veratro ha veramente i fiori maschi situati a basso, ma forse è così, perchè tutti quei, che stanno in alto essendo ermafroditi, non han bisogno di loro. Recca ammirazione ciò, che s'osserva accadere nell'Iatrofa, e nella Musa. L'Iatrofa produce un corimbo, nella cui prima divisione, o giro i fiori, che sono femmine per lo più precedono d'uno, o due giorni i fiori maschi. Le altre divisioni, che portano fiori maschi, non sono in grado di secondarle per essere a quell'ora già sfiorite, onde sogliono abortire, se non accade, che possano ricevere il pulviscolo dai fiori maschi d'un'altro corimbo. La Musa anch'essa a motivo di questa irregolare fioritura si rimarrebbe coi frutti privi di seme essendo sola, o isolata; ma essendo più insieme unite, che nell'istesso tempo fioriscono, allora i frutti ottengono semi fecondi, e maturi, perchè le femmine del primo connubio destitute dai propri mariti rimangono dai maschi altrui fecondate. Dovunque poi i fiori maschi sono o divisi di talamo dalle femmine, o non posti perpendicolarmente su quelle, ivi suole la fioritura anticipare lo spuntar delle foglie, perchè i pistilli non sieno, sopraggiungendo esse, occultati a danno della fecondazione, come osservansi nella Quercia, nel Faggio, e simili. Inoltre vediamo, che ai raggi del Sole si aprono i fiori, e nella notte poi, allorchè umida è l'aria, si chiudono. Forse è così, perchè l'acqua non bagni le antere, e ne coaguli il loro pulviscolo, che si renderebbe inetto a poter volare su i pistilli, giacchè, quando fecondato è lo Stigma, nè l'acqua più, nè la notte forza hanno di costringere il fiore a contrarsi. E quei della Didynamia, e della Diadelfia, che hanno le Antere in certo modo coperte, nella notte mai non si chiudono. Se la Segale, che porta le Antere come sedenti sulli Stami, essendo in fiore, riceva la pioggia, per l'inzuppamento del pulviscolo, ne predice tosto l'Agricoltore la carestia, e con ragione, perchè la maggior parte dei suoi fioretti abortisce, e va a male. Così per l'istesso motivo contraria è la pioggia al Ciliegio, ed al Pero, se sieno in

fiori, ma più pel Ciliegio, che tutt' in un tratto fiorisce, e lancia le polveri, lo che non accade nel Pero. Nota è per l' autorità di *Teofraſto*, e di *Plinio*, che è ſtata poi confermata dall' *Alpino*, dal *Tournefort*, e dal *Kemfero* la pratica d' apporre ſullo Spadice delle Palme femmine i fiori tolti alle maſchie per l' oggetto d' averne i Datterì maturi, e ſecondi. In *Sicilia* i ruſtici colgono dall' albero del Piſtacchio maſchio dei rami di fiori, e dopo avergli un poco all' ombra ſeccati gli legano a quei della femmina, perchè il vento ne arrechi la polvere ſecondante ai piſtilli; ed altri tengono in ſacchetti i fiori maſchi a ſeccarſi, e poi con eſſi vanno ſpargendo la detta polvere ſu i fiori femmine per averne frutti, che ſieno buoni, e in abbondanza. Oſſervafi nei fiori ſoliti ſtar ſotto l' acqua, che al tempo della fioritura ſ' inalzano ſopra di eſſa come fa la Ninfea, il Potamogelo, il Miriofillo, la Valliſneria ec.. I fiori ancora della Linnide, e della *Saponaria porrigens*, per tacer di molti altri, benchè poſino ſopra un caule giacente; ſollevanſi preſſo al fiorire per meglio eſporſi a ricevere il pulviſcolo agitato dai venti. Il Narcifo, il Galantho, la Viola, la Valanzia cruciata portano i fiori dritti ſul caule avanti d' eſſer in fiore, e dopo ſ' oſſervano rivoltati verſo la terra. Le Pianta a ſpiga, e quelle ad ombella ſomminiſtrano altri conſimili eſempj; e riguardo ai Poponi, Cocomeri, e Zucche, che hanno fiori a ſtami, e fiori a piſtilli ſon ſoliti gli Ortolani di conſigliare, che per non togliere il vigore, e il ſugo alla pianta ſi ſvelgano gli ſterili, cioè quelli a ſoli ſtami, quando al contrario dovrebbero piuttosto con eſſi aſpergerne lo ſtimma alle femmine, o apporvene altri per il maggior bene. Certo è, che nelle Regioni più fredde uno dei motivi, per cui cadono facilmente i fiori alle piante, che della ſtuſa han biſogno, è la mancanza della ſecondazione, non già del nutrimento, come penſa il volgo, e l' inavvertenza del Giardiniere vi coopera col non aprire le ſineſtre, impedendo così la ventilazione, e in conſeſenza anco il traſporto della polvere ſecondante. E' ſtato pure oſſervato, che alla Canapa, ſe ſi ſvelgano i fiori a ſtami pria, che ſviluppatis ſieno i fiori femmine, neſſuna, o piccoliffima copia di ſemi ſ' ottiene. Accade alle volte però, che la Canapa ſeminifera produca

duca qualche fiore a' stami (a), che rende seconde alcune femmine, come successe al *Camerario*, che dopo esserne rimasto illuso se n' accorse. Il Luppolo pianta della Diecia ha un calice, che anco non essendo stato fecondato s'allunga, e si distende in una specie di cono, onde è, che da questa apparenza ingannato il *Tournefort* non seppe riconoscere le parti, che il sesso determinan delle piante. L' istessa cosa segue nel Moro, e nel Blito, le cui bacche non sono nè pericarpj, nè ovaje, ma soltanto calici abbondanti di sugo. Un giocondo sperimento presentano i Tulipani a coloro, che sono amanti di vaghi fiori. Trovandosi ad averne solo dei rossi si recidano loro tutti gli stami avanti che maturi il pulviscolo, poi coll' antere d' un Tulipano di fiore bianco se n' asperga lo stamma d' un rosso, ed i semi, che da esso si avranno, gettati in distinta areola daranno fiori e rossi, e bianchi, e di vario colore. La Brassica, o Cavolo resta fecondato con facilità dalle polveri di specie diversa, onde se alcuno ne abbia dei buoni, non soffra, che altri inferiori vegetino in vicinanza di quelli per non deteriorare il suo seme. Se ciò fosse avvertito dai nostri Ortolani, non farebbero ogn' anno costretti a far con spesa non indifferente venir da Malta il seme della Brassica Cauliflora, volgarmente chiamata Cavolfiore. Il *Rajo* a questo proposito racconta un fatto degno d' esser riportato, accaduto con grave danno d' un Ortolano di *Bradfort*, il quale per aver venduta molta quantità di seme di Cavolfiore, che produsse Cavolo a foglie lunghe, come fraudolento chiamato in Giudizio, fu condannato non solo a restituirne il prezzo, ma anco a compensare il danno del tempo, e del terreno perduto. Questo delitto non doveasi ascrivere a lui, ma alla adulterata fecondazione del suo seme, che quantunque di buona specie per il sopraddetto naturale accidente divenne cattivo. Nell' Orto Cliforziano fu per molti anni osservato, che il Ginepro femmina non diede mai frutti per esser privo del maschio, e nell' Orto d' Upsal la Rodiola rosea si mantenne

---

(a) Il Duhamel dice d' aver osservato ciò anco in una specie di Lentisco, e nella Gledisia.

sterile dall'anno 1696. in cui il *Rudbekio* la trasportò dall'Alpi Lapponiche fino al 1750., che produsse i semi per esservi stato trasferito anco il maschio. La Cluzia parimente era sterile in quasi tutti gli Orti Belgici, ma dall'aver il *Linneo* veduti in *Leida* i semi secondi congetturò, che dovesse esservi anco il maschio, e vi fu realmente trovato. Questi, e molti altri sperimenti, esempi, e fatti, che potrebbero addursi, sembrano bastanti (secondo l'Autore) a dimostrare, che la generazione delle Piante si compisce in grazia del pulviscolo dell'antere trasportato al nudo stamma dell'Organo femminile, che col proprio umore, e lo ritiene, e lo rompe, onde il contenuto nei globicini di esso penetrar possa per mezzo dello stilo assorbente fino ai semi nell'Ovarjo rinchiusi.

Osserveremo soltanto, che questo pulviscolo non penetra veramente, come hanno creduto il *Moriland*, il *Geoffroy* e'l *Loghano* fino al germe per lo stilo, o tuba del pistillo, ma solo come si dimostra dall'esperimento del *Vaillant* sul papavero istituito, la parte più sottile, cioè una specie d'alito, o effluvio elastico a somiglianza di quel che accade negli Animali, nel cui ovario non entra il prolifico umore, nè tampoco in molti nell'utero, ma l'aura soltanto di essa, che è sufficiente a secondarne le uova.

Tutte poi le femmine degli animali gettano nel congresso Venereo un liquore genitale necessario ad unirsi col prolifico, che lanciano i maschi, e lo stesso segue nelle piante, delle quali lo stamma suole abbondare d'un consimile viscido umore notato dal *Malpighi* ancora col nome di *Terebintina*.

Dopo tutto ciò, che riferito abbiamo contenersi nel discorso accademico di sopra indicato, tralle tante molteplici Opere tutte di Botanica scienza da lui pubblicate, altre pur ve ne sono, che in qualche maniera o poco, o assai ci riguardano; tra le quali ricorderemo, (oltre la *Filosofia Botanica*, e la *Metamorfosi delle Piante*, in cui paragona lo sviluppo della piantina, e del frutto alla trasformazione della Farfalla nascosta sotto le spoglie del bruco) anco quella assai più notevole, che tratta delle piante Ibride, ove dimostra, che di continuo accresconsi specie novelle per il

trasporto del pulviscolo alieno, adducendone gli esempi di quelle nate fra la Veronica, e la Verbena, e del Glaucio violetto dalla Chelidonia, e dalla Reade, tra le quali annovera per Ibrida anco la Musa, sostenendo poi con molta verità, che tali piante spurie sono sterili, e difficilissime a propagarsi. Fu parimente una sua opinione in varj luoghi da lui esaminata, che nelle piante come negli Animali le parti esterne, e corticali provengono al Feto dal Padre, e che somministri la Madre le interne, e midollari; qual sentimento sembra, che nel Mulo derivato dalla Cavalla, e dall' Asino soffra non lieve eccezione, poichè la cute, ed i peli di esso s' affomigliano a quei della Madre. Resta finalmente a dirsi, che si meritò il premio dall' Accademia di *Pietroburgo* assegnato per averne con nuovi sperimenti sempre più stabilito il già conosciuto sesso delle piante.

Ma passando ora a dar conto delle scoperte fatte col Microscopio da *Turberville Needham* sulla polvere secondante, che in *Leida* tradotte comparvero un' anno dopo la sopraddetta *Linneiana* Dissertazione, per essersi anch' egli molto di proposito nella ricerca di tai cose internato, ne presenteremo qui al Lettore l' estratto colla maggiore esattezza.

Dall' osservazioni dei vasi lattiferi del *Calamajo*, nei quali seppe trovare nuovi motivi d' analogia tra il Regno animale, e il Vegetabile, volendo Egli dunque procedere a spiegare più precisamente di quei, che l' avevano preceduto la Natura, e l' uso del pulviscolo delle piante, comincia la sua memoria dal porre per dimostrato sull' autorità del *Morillando*, e del *Geoffroy*, che il detto pulviscolo sia la materia fecondante, il grano, o frutto rinchiuso nel pistillo. Conferma poi ciò colle solite forti ragioni, quali sono; di trovarsi questa polvere in tutti i fiori rinchiusa in Cassuletta alla sommità degli stammi per lo più intorno al pistillo, e d' essere sempre nelle piante ( d' una stessa specie ) di figura uniforme, rilevando quelle, che derivano, e dalla situazione di dette Cassule, e dalla pioggia osservata sempre nociva alle piante in fiore; dall' amputazione dello stamma, che l' esperienze hanno mostrato sempre impedire la fecondazione, come anco quell' altre, che dependono da una specie di proporzione da Lui asserita trovarsi tra i globuli del

pulviscolo , e l' aperture di diversi ordini di papille , o piccoli tubi , dei quali lo stamma è fornito, sostenendo di più, che vi si osservano nei pistilli alcuni condotti, o trombe adattatissime a dar passaggio alla parte fecondatrice per giugnere fino all' Ovaja, e finalmente le Osservazioni Microscopiche fatte avanti, e dopo sull' Embrione del frutto tendenti a dimostrare colla massima evidenza l' ammirabile uniformità dei mezzi, che la Natura impiega per arrivare ad un medesimo fine. Premesso ciò, Egli viene alle sue spe-rienze, scegliendo per principale oggetto il Giglio comune, cioè il fiore di esso, le cui parti descrive con molta esattezza, dandone anco le rispettive figure. Osserva, che la testa del pistillo è composta di tre lobi, che internamente si uniscono in un centro comune affatto chiuso, e che lo stamma, o labbra di detti lobi sono guarnite fino ad una certa profondità tanto al di fuori, che al di dentro di piccoli fori, o papille, che in seguito diventano tanti condotti, o tubi longitudinali, venendoci così a dar l' idea d' un' imbuto molto allungato, la cui bocca o apertura corrisponde alla testa del pistillo, e la punta all' Ovaja. Da questa struttura sembra poter inferire, che la polvere degli stammi penetri per mezzo di questi fori nella cavità del pistillo per quanto è possibile, e che arrestata poi lanci una sostanza fecondatrice, la quale per via dei descritti tubi può facilmente giugnere ai grani nell' Ovaja contenuti; riguardando come un errore l' opinione di coloro, che credono dall' apertura dello stamma scorrere lungo il pistillo un continuato condotto destinato dalla natura a quest' ufficio. S' induce poi a credere, che umettata essendo la testa del pistillo con acqua, questa possa servire di mestruo, e di veicolo per far sì, che questi globettini s' introducano in maggior quantità. E ritrae la ragione di questo suo sospetto dall' aver veduto nello spazio d' una notte riempersi d' un abbondante umor giallo quei pistilli, che erano stati aspersi da lui d' un pulviscolo non proprio, ma di specie soltanto diversa, quando quelli, che non avevano sofferta una simile applicazione, eransi mantenuti perfettamente secchi, onde ne conclude, che il pulviscolo caduto sullo stamma, si disciolga entro le papille, e che solamente la parte più sottile di esso penetri nelle tube.

Nè creder si dee, che questo suo pensiero sia cosa affatto nuova, ma da gran tempo congetturata dal *Geoffroy* stesso, il quale se insieme con tutti gli altri Naturalisti non ha fatto altro, che sospettarlo, ciò è stato in conseguenza di non essergli noti i cangiamenti, che soffre il pulviscolo bagnato dall' acqua; lo che non è da maravigliarsi, perchè l' azione di esso comincia, e finisce nel celere spazio di quattro o cinque secondi. E ad oggetto di poter bene osservare questo movimento si propone dal Traduttore, che ha fatte anco le note al suo discorso di situare la polvere in un vetro concavo obiettivo, sul bordo del quale sia stata messa una goccia d' acqua, che lentamente vada a discendere sul pulviscolo, avendosi così tutto il tempo di poter applicar l' occhio al Microscopio.

Passa poi l' Autore a darci un' idea del modo, col quale per la prima volta si fece a lui manifesto un tal fenomeno, e rende così ragione del perchè possa essere sfuggito anco alle ricerche degli altri; rappresentandoci intanto questa esplosione dei grani del pulviscolo, come uno strascico, o razzo di piccolissimi globettini involti in una sostanza membranosa agitanti con direzioni diverse a guisa di Eolipila, il cui moto non dura che uno, o due secondi. In seguito ci assicura d' averne osservato ciò in più, e diverse polveri, tra le quali dà la preferenza a quella dei fiori delle Cucurbita, o Zucche per essere composta di globettini più grandi, e perchè vi si vedono alcune macchie trasparenti, che mutansi di luogo nel tempo dell' ejaculazione. Riduce poi i risultati delle sue sperienze a questi capi. 1°. Che quantunque abbia ragione di credere, che tutte le diverse polveri agiscano, e fecondino i loro rispettivi grani nella stessa maniera, nondimeno si rende più facile l' osservazione sulle polveri opache, perchè nelle trasparenti non si scorge, che un leggero vapore, e che se in alcune piccolissime non si giunge a veder nulla, come nelle polveri del Melagrano, degli sparagi, o simili, ciò debba ripetersi dalla troppa finezza, dalla trasparenza, e dal restare questi globettini fuori dell' acqua. 2°. Che pochi sono i globuli, che agiscono, se la polvere non è recente, e che quando è tale, non tutti agiscono, perchè non sono ugualmente maturi, e pronti all'

azione. 3°. Che alcune specie di polveri agiscono con tanta forza da far sì, che un globicino rispinga l'altro contiguo ad esso alla distanza di sei, o sette volte il suo diametro. 4°. Che in alcune polveri osservansi sempre alcuni globettini crepati, e mezzi aperti, benchè sia difficile l'accorgersene per esser l'apertura quasi impercettibile. 5°. Che il seme, o tieno i grani non contengono avanti la fecondazione la pianta in miniatura, come è stato creduto, ma che è la polvere del fiore, che rinchiude il primo germe, o bottone della nuova pianta, e che questo germe per isvilupparsi, e crescere non ha bisogno, che d'un fugo, quale è quello, che trova di già preparato entro l'ovaja. Questo sentimento è appoggiato (dic' Egli) all'osservazioni fatte da altri Naturalisti, che non hanno potuto scuoprire nel grano, o seme della pianta veruna cosa, finchè gli stami non si sono scaricati del pulviscolo, trovandosi sempre vuoti col solo sviluppo esterno prima di tal tempo, ed al contrario sempre con un vero germe, o macchia verdastra, che nuota in un limpido liquore dopo essere accaduta la fecondazione, onde ne conclude dalla somiglianza, che trova tra questa macchia verdastra, e i globuletti lanciati dal Pulviscolo, esser verisimilissimo, che ciascun globulo sia un germe, e di più non impossibile, che un solo globettino di primo ordine basti a fecondare tutti i grani contenuti nell'Ovaja. 6°. Che la vera ragione, per cui la pioggia si rende nociva alle piante in fiore, non deve risonderli dal portar via il Pulviscolo, ma dal produrre l'esplosione dei globettini sugli stami, prima, che sieno giunti al pistillo. 7°. Che la sostanza fecondante è lanciata nei condotti terminanti all'Ovario in virtù solo della forza dell'esplosione dei detti globettini, e che questi condotti si possono osservare nei pistilli di varie piante, e specialmente in quelli del Cedrato, i quali se si esaminano in qualche porzione tagliata a traverso, appariscono rigati come il Cedrato stesso distinguendosi benissimo i condotti, che finiscono alle Cellule contenenti i grani. In quanto alle papille conviene, che non si trovano sempre in ogni pistillo, come pure i condotti, ma che in quella vece la Natura supplisce con altre parti, e che la fecondazione in generale s'opera sempre

nello stesso modo in tutte, citando l'autorità del *Logbano*, e l'esempio del *Mayz*, o *Granturco*, che invece di condotti ha dei filamenti esattamente corrispondenti al numero dei grani, al quale osservò, che tagliando una parte di detti filamenti, la fecondazione si fa in corrispondenza minore, e viene a mancare d'un numero uguale di grani, quanti sono i fili tagliati. 8°. Che quantunque l'acqua produca sempre l'effetto dell'esplosione dei globettini, contuttociò il liquore espresso dall'*Ovaja* sembra essere a tale effetto assai più efficace. Finalmente crede, che il modo, col quale s'effettua dall'acqua la mentovata esplosione resterà sempre un segreto, e che molti liquori acidi sono stati da Esso sperimentati inabili a produrla. Dopo tutto ciò passa il nostro Autore a proporre varie questioni in parte aliene dal nostro soggetto, che indirizza a queglii, i quali pretendono, che i vermicelli spermatici sieno veri animaletti, e non piccole macchine simili ai vasi lattiferi del *Calamajo*, pensando, ( dic' Egli ) costoro di distruggere così l'Analogia, che le precedenti sue scoperte stabiliscono fra i due Regni animale, e Vegetabile. Invita dunque a rispondere alle qui appresso questioni. 1°. Perchè se i vermicelli spermatici sono animali simili a queglii, che abitano nell'acqua, vivono eglino in un elemento per la sua viscosità così improprio, e che ha bisogno d'esser fino annacquato, perchè non manchi loro il moto? 2°. Si guadagna Egli qualche cosa col sostenere, che tali animaletti contribuiscono in qualche maniera alla generazione, poichè si può sempre domandare, come si producono, quando che non si voglia estendere il loro numero all'infinito? 3°. Senza derogare in nulla alla Sapienza del Creatore non siamo noi autorizzati ugualmente a poter dire, che il feto trae la sua origine da un punto di materia senza vita, come da un animaletto? Perchè tali animaletti nei soggetti troppo giovani restano mai sempre imperfetti? e per molti anni non compariscono ( secondo il *Leerrenboek* ) che come punti, o globuli senza vita? 4°. Da una simile osservazione non potrebbe dedurre, che vi è in ciò qualche cosa d'analogo colla graduata formazione dei vasi lattiferi del *Calamajo*, piuttosto che concluderne essere un animale, il principio della Generazione? Termina poi il suo

discorso con dire, che per provare la realtà di questi Vermicelli, il moto loro non basta; e che è equivoco subito, che se n'osserva un simile nei soliti vasi Lattiferi, che sono pure macchine, nulla facendo la maggior durata di questo moto per accrescer forza alle prove in favore della loro esistenza. Restano ora solo ad aggiugnersi a quest' Estratto, che è piuttosto una Traduzione, che altro, le risposte, che il suo Traduttore pone in piè di pagina, le quali sono.

1°. I Vermicelli se compariscono qualche volta involuppati nei luoghi, ove il liquore resta un poco più denso, non siamo per questo sicuri, che sia così nei serbatoj d' onde escono, e non sono fatti per osservarsi al Microscopio. 2°. Non si tratta qui del loro uso, ma della loro realtà, e per l' Ente Supremo tanto è creare dieci che un milione. 3°. Consultando la potenza del Creatore tanto può stare l' una cosa, che l'altra. Ma se si tratta qui di ciò, che ha fatto, non di quel, che poteva fare; se gli Animaletti esistono di fatto, e sono il principio del feto, sarebbe un derogare alla sua sapienza il dire, che la moltiplicazione delle specie s'operasse per un altro mezzo, avendo scelto questo, perchè il migliore. Dall'altra parte siamo noi sicuri, che non farebbe un derogare a questa stessa sapienza il dire, che Dio è obbligato a creare nuove Anime per tutti gli Animali, che nascono? Conseguenza che è forse da superarsi subito che non s'ammetta l'esistenza degli Animaletti. 4°. Se gli Animaletti non danno segni di vita in un' età immatura, forse deriva ciò, perchè non trovano un Elemento, che loro convenga, e restano in uno stato di Ninfa, finchè tale Elemento non acquista quella perfezione, che loro è necessaria. 5°. Ci è qualche differenza tra il moto degli Animaletti, e quello dei vasi Lattiferi (a).

(a) Dopo le divise scoperte del *Needham* crediamo di non errare dicendo, che nessun altro apparisce aver illustrato tal materia fino all'anno 1749. in cui abbiamo dell' Illustre *Giorgio Gmelin* di Tubinga un discorso = *De novorum Vegetabilium post creationem divisorum exortu.* = In questo oltre la descrizione de' suoi Viaggi

conferma il doppio sesso delle Pianta, mostra l' analogia che passa tra le piante, ed i Polipi, attesta l'esistenza delle piante ibride particolarmente tra i Delfinii, ma non ammette però gli esempli portati dal *Linneo*, perchè le specie da lui credute spurie nascono in paesi, ove manca il supposto sostituto Padre.

Sia poi con lode della sempre benemerita delle Lettere Italia, il potere inoltrandoci all'anno 1750. nominare tra gli Scrittori di cose nostre anco una Donna. Questa fu *Maria Schiera*, che pubblicò colle Stampe di *Milano* due Dissertazioni Latine di Botanico argomento, trattando nella prima di esse della fecondazione, e del doppio sesso delle piante, che procurò di confermare con i proprj suoi sperimenti.

E nello stesso anno *Enrico Ottone Boffek* Tedesco, descrisse la diversa figura di moltissime Antere, esaminandone la natura, ed il sito, e rilevando, che la fecondazione nelle piante si opera in grazia dei vasi esalanti del pistillo, che per il ringorgamento del sugo vengono ad ostruirsi.

Va però innanzi a questi se non per ragion di tempo, almeno per dottrina incomparabilmente maggiore *Vitaliano Donati*, di cui abbiamo un saggio della *Storia Naturale Marina dell' Adriatico*, Opera egregia, che riguarda specialmente i Zoofiti interessanti per l'unione, che compongono tra i due Regni Vegetabile, ed Animale; dove parla ancora dell' Alghe, e dei Fuchi, che son vere piante, e che da lui dividonli in varj generi assegnando a ciascun di loro il carattere proprio, con indicarne quali sieno i fiori maschi, quali le femmine, ed osservando a proposito della *Vissioide*, che la saggia Natura, la quale ha modellato nelle piante terrestri il principio fecondante in polveri regolari, gli ha dato nelle Marine la forma d'un fluido mucilaginoso, che ha qualche sorta di trasparenza, e che rinchiude un'infinità di corpicciuoli di diversa figura, ma ordinariamente quasi rotondi, e giallastri, o d'un verde pallido, ed involti in un glutine come convenivasi, dovendo agire nell'acqua. Così per tutto veggiamo appropriati i mezzi al suo fine.

Di *Giovanni Hill* celebre per la Censura fatta alle Transazioni della Società Reale di *Londra*, e per tant'altre Opere Botaniche da lui date alla luce, non daremo qui altro conto che quanto concerne al 1752. mentre ci occorrerà di ragionarne più sotto. In questo anno dunque uscirono i suoi *Saggi di Storia Naturale* ripieni di Microscopiche Osservazioni sulle piante della *Erittogamia*, e sulle marine, nei quali si contiene anco qualche esame intorno ai globuli del-

la farina dell'antere, e al modo, con cui succede la fecondazione (a).

*Carlo Alphon* Professore d'*Edimburgo* attaccato ai principj del *Tournefort*, che assai bene sviluppò, ed estese, diede fuori nel seguente anno il suo *Tirocinio Botanico*, ed in esso paragonando i due sistemi, e mostrandosi in molte cose contrario a quello del *Linneo* per esser più intricato, e non naturale, passa a negare anco il sesso nelle piante, paragona gli Embrioni dei fiori ai bottoni, ed ai Calici, e sostiene aver lo spinacio femmina prodotto il frutto senza che vi fossero maschi in vicinanza.

Si hanno poscia, venendo all'anno dopo, due scrittori, cioè *Carlo Gianella*, che trattò della Vegetazione, e fecondazione delle Piante nelle sue *Muse Fisiche*, e *Tiberio Lambergen*, che nell'occasione d'un Discorso inaugurale da lui recitato, e stampato a *Groninga*, stabilì esser rarissime le Piante nate per l'adulterio di polveri di diverso genere. Nè, perchè sovente andiamo ricordando Opere poco note, farà chi ci riprenda, che oltre d'essere noi tenuti a ciò fare per integrità di questi Commentarj, giova alle volte anco la nuda cognizione dell'idee corse per mente (b).

Frattanto non va lasciato di dire, che appartiene all'anno 1756. il *Regno Vegetabile* ec. di *Xaverio Manetti* Illustre Prefetto dell'Orto Fiorentino per essere Opera utilissima, che facilita la cognizione del sistema *Linneiano* in tutte le sue parti, e che ampiamente tratta del doppio sesso, e delle Piante Ibride, le quali ammette afferendo in oltre, che

(a) Contemporaneamente però, e forse anco prima comparso era un'Opera di *Jacopo Parsons* Medico Inglese col titolo di *Filosofiche Osservazioni sull'Analogia fra la propagazione degli Animali, e dei Vegetabili*, nella quale affomigliando i Pulipi alle piante, benchè contrario al sistema dello sviluppo, pretende, che il nuovo germe prodotto rimanga nascosto da principio nel germe della nuova pianta, cosicchè la generazione non sia altro, che una vera successione, e quantunque non ammetta, che la pianta novella derivi dal pulviscolo maschile, ma, che sia celata nel seme, vuole però, che esso serva a fecondarla. Chia-

ma poi germi subordinati quegli che sono nell'ali delle foglie, e nei Pulipi. *Jacopo Schilling* nel suo Saggio di Fitologia, *Duisburgo* 1752. conferma esaminando la fabbrica delle Piante, e la natura del succhio che crede esser la terra più sottile sciolta dall'acqua, anco il doppio sesso ec.

(b) Nel Tomo II. delle *Memorie des Savans Etrang.* del 1755. Il Cav. *Gio. de Riville* descrive anch'esso la Capricciose, che si pratica dai Maltesi, dimostrando, che la maturità dei frutti viene prodotta solo dalle bucatore della Mesca. (*Cynips Pfenés Lin*).

quantunque accada, che alcuni frutti maturino senza l'azione del pulviscolo, esser poi certo, che questi non sono altro, che meri ricettacoli (a).

Sul merito del qual libro ci estenderemmo di vantaggio, se la brevità propostaci non ci richiamasse al 1758 (b), per esporre ciò, che si contiene di relativo al soggetto nostro nella Fisica degli Alberi di *Lodovico Du Hamel Du Monceau*, produzione tanto singolare, e nota agli amatori di questi Studj, che non ha d'uopo esser lodata da noi. Tralasciando dunque le altre infinite cose, che magistralmente tratta, e rischiara intorno ai metodi dei Botanici, ed alla non bene definita differenza, che passa dalla specie alla varietà, e tutto ciò ancora, che da sommo Fifico sciente di cose agrarie c' insegna intorno all' Anatomia degli Alberi con unir per tutto all'altrui le proprie sue Osservazioni, venendo al libro terzo, ove prende a parlare degli Organi della Fruttificazione comincia il suo esame dai bottoni, d'onde spuntano i fiori, nei quali giunge a scorgere non solamente i fiori in complesso, ma le particelle tutte, che li compongono, cioè i petali, gli stami, ed i pistilli, nella cui base arriva a vedere anco i granelli, o semi, e stabilisce, che i semi appariscono prima degli stami. S'avanza quindi a rintracciare gli usi delle parti componenti i fiori, e le mutazioni a cui sono soggetti dal momento, che distinguer si possono nei bottoni fino alla loro caduta, dopo la quale non rimane, che l'Embrione, o il frutto novello. E qui ci sorprende col darci la più fina Anatomia di due Frutte, uno dei quali è la Pera, l'altro la Mandorla. Conclude poscia, che gli stami, ed i pistilli sono specialmente necessarj alla formazione dei semi, ammettendo l'esistenza dei due Sessi, e la necessità, che ambedue vi concorrano. Ma prima di decidere alcuna cosa sull'ufizio, che prestano tali organi, passa a presentarci il prospetto delle scoperte fatte intorno a

D d d ij

(a) *Frid. Hasselquist*. Nell'Opera postuma riguardante i viaggi da lui fatti in Smirne, e nell'Egitto ec. comparso nel 1757. descrive la fecondazione delle Palme col solito mezzo del pulviscolo maschile ec.

(b) *Pietro Loesling*. Viaggi fatti in Spagna, e nell'America *Sokolm* 1758. dice, che nella *Banisteria* specie di *Elematitide* il pulviscolo non può fecondare il frutto se non penetra pel ricettacolo.

tal materia, in che facendo ci vince d'affai per la discussione, che intraprende con molta dottrina, e criterio dell'opinioni insorte rispetto alla fecondazione sì degli animali, che dei Vegetabili, seguendo passo passo l'analogia, che per tutto accompagna questo inaccessibil mistero. Siccome poi, ammessa, che sia una volta la differenza dei Sessi, è persuaso doverne nascer naturalmente alcune mescolanze produttrici di nuove specie, o varietà nelle piante dello stesso genere, non lascia perciò d'additarcene le cause, e di suggerircene il metodo per facilmente ottenerle. Avverte in oltre, che confondere non si devono con queste varietà certi mostri, che sono piuttosto difformità delle parti dipendenti da cattiva disposizione, le quali anco talora perpetuar si possono nelle piante. In fine si possono aggiungere a tali osservazioni l'esperienza della fecondazione sul Terebinto Femmina esistente nel Giardino di Monsieur *de la Serre* ottenuta, com'è noto, coll'approssimazione d'un Pistacchio maschio; e le ricerche sul pulviscolo dell'Equiseto, della Lingua Cervina, e d'altre piante, delle quali non bene si conoscevano gli organi della generazione.

Fu poi in questo suddetto anno, che seguì ad illustrare *Gio. Hill* la generazione dei Vegetabili dandoci l'Anatomia della pianta chiamata *Amarillide*, e dall'esaminarne la struttura specialmente delle radici, rilevò, che le fibre di esse continuano fino all'estremità dell'antere, che quelle della corteccia vanno a terminare nei petali, e quelle dell'alburno nel ricettacolo del frutto: osserva di più, che la tuba, o pistillo viene formato dalla midolla, e che in ciascuno dei globicini del pulviscolo vi abita un vermicello, che dichiara essere il vero germe della pianta, e che ci assicura penetrare nell'interne parti dell'Embrione, e della siliqua, innanzi a ciò vuota, e composta dei soli involuipi, per mezzo d'alcuni imbutini, i quali si scorgono chiaramente aperti intorno al detto pistillo.

Ci occorre ora di nuovo interrompere l'istoria dell'altrei utili ricerche per presentare le opinioni di *Giorgio Federigo Moeller* Svedese contrarie al già dimostrato sesso delle piante, che inferite si vedono nei Tomj 2do. 3zo., e 7mo. del *Magazzino d'Amburgo* intorno a questo tempo. In essi

adunque trattando del pulviscolo dell'antere non ha difficoltà d'affermare, che con tutta l'amputazione degli stami, alcune piante hanno prodotto frutti maturi, ed oltre al non accordargli la forza di fecondare, si dichiara contro il sistema dello sviluppo, e porta l'esempio del Colchico, il cui frutto pretende, che sia nascosto sotto terra, quando la pianta trovasi in fiore nell'Autunno. Dubita, se tra le Palme vi sia differenza dal Maschio alla Femmina, e riguardando il pulviscolo, come un escremento, ci attesta d'aver il noce perfezionati i semi senza il ministero della polvere maschile. Nega anco l'esistenza delle Pianta Ibride, o almeno vuole, che sieno assai rare, e così termina di darci ben sicure riprove di quanto abbia cercato allontanarsi da quelle idee, che sono oramai le più ricevute (a).

*Giuseppe Gottlieb Kselrueter* due anni dopo, cioè nel 1761. occupato essendosi particolarmente nello sperimentare gli effetti del pulviscolo da esso in varj, e replicati modi sparso sull'organo femminile di molte piante, oltre ad aver sempre più dimostrata possibile l'artificiale fecondazione, venne a metter in chiaro, che tra le Pianta Ibride, o nate da due forti di pulviscolo alieno, la somiglianza della specie, o piuttosto della varietà sta in ragione della maggior copia del detto pulviscolo, di maniera che proseguendo a rinnovarne l'adulterio, s'osserva, che queste variano aspetto, e seguitano le sembianze secondo la provenienza, accordando però una qualche maggior prerogativa alla Madre. Quindi dopo aver esaminata anco l'elasticità, che hanno alcuni stami, e la natura oleosa della farina fecondante, come pure del liquore, che investe lo stamma, c'informa, che se venga questo trasportato sul pistillo d'un'altra specie, non deriva alcuna cosa per non esser un fugo prolifico, ma soltanto oleoso, e destinato a servir di veicolo al vero sperma maschile delle piante.

Ed eccoci in tanto pervenuti a dover riferire il senti-

---

(a) *Jacopo Reinhard* in alcuni suoi Trattati d'Economia Rurale Stampati a *Durlac* nel 1750. loda molto il *Miyz*, e col mez-

zo d'un suo Sperimento mostra, che sparge in distanza per ogni parte il pulviscolo.

mento d'un Botanico del primo ordine, cioè di *Michele Adanson*, a cui la naturale Filosofia è debitrice di molto non solo per la *Storia del Senegal*, ma più anco per le *Famiglie delle Piante* da lui pubblicate nell'anno 1763. In questa Opera eccellente, che contiene una Prefazione storica sullo stato antico, e attuale della Botanica, ed una teoria di detta Scienza, fra le tante cose di vario genere, delle quali tratta, esamina anco la fecondazione delle Piante, e la ripete dal pulviscolo caduto sullo stamma in tutte quelle, che avendo stami e pistilli si riproducono per mezzo della femenza. Le prove, che egli riporta sono le già conosciute, che si deducono dall' amputazione degli stami, o dello stamma; dalla mescolanza delle polveri d'altra specie; dalle piogge dissolventi il pulviscolo, o il glutinoso umor dello stamma; dal freddo, che impedisce all' antere l' aprirsi; dall' inalzarsi le piante acquatiche, allorchè sono in fiore, sopra la superficie dell' acque, come si osserva nel Nenufar, nel Nelumbo, nella Vallisneria, nel Potamogeton, e simili, quantunque molte non lo facciano, tra le quali nomina la Zannichellia, il Cheratofillon, la Chara ec., forse perchè in esse il liquor dello stamma, e la polvere dei loro stami è tale da non essere alterata dall' acqua; o è d' una natura analoga al vapore dei corpi Elettrici; dalla Caprificazione, che più ampiamente di chiunque descrive, e spiega secondo la pratica dell' Isole dell' Arcipelago, dell' Italia, e di Malta, apportandone con precisione i fatti, dai quali conclude esser un' effetto della necessità, che hanno quelle piccole Mosche (a), perchè dal fecondarne i grani si producano Mandorle mature, e proprie a nutrire i loro piccoli vermi destinati a perpetuarne la razza. Volendo poi indicarci in qual maniera s' operi la fecondazione in generale nelle piante, ove ha luogo, quantunque convenga, che alcune di esse, ed in ispecie le Liliacee sieno perforate da un capo all' altro, cioè dallo stamma fino all' Ovaja, contuttociò è d' opinione, che in molte più i pistilli sieno affatto chiusi, e pieni, onde crede, che si avrebbe sufficiente ragione di provare, che non di-

---

(a) *Cynips Pfenef.* del Linneo. *Ficarium infestum* del Pontedera.

pende dalla polvere degli stami, se le osservazioni microscopiche non avessero dimostrato trovarsi nei grani non fecondati l' Embrione già preformato in quella maniera, che secondo gli sperimenti del *Malpighi*, e dell' *Haller* preesistono i feti ranini, e il Pulcino nell' Uova. In conseguenza di tali principj pare indotto a pensare, che tanto nei Vegetabili, quanto negli Animali essa s'operi per mezzo d'un vapore o spirito volatile, al quale serve semplicemente di veicolo la materia prolifica. Ed a questo spirito poi, che si esala dalla materia oleosa contenuta nei globicini della polvere, allorchè viene umettata dal liquor dello stamma, attribuisce una sottigliezza pronta, e animata, non diversa da quella propria del vapore, che invetta i Corpi Elettrici in modo, che facilmente potendo insinuarsi per le trachee poste alla superficie dello stamma, da quelle oltrepassi fino all' ovaja, ed ai grani, e così imprima in essi quel primo moto, che chiamasi Vita vegetabile. Spiegato ciò passa ad accennare i varj mezzi, dei quali si serve la natura per procurare la fecondazione nelle piante relativi al luogo, al tempo, alla situazione, e proporzione delle parti, le quali cose appresso a poco abbiamo già veduto essere state rilevate ancora da altri, e massime dal *Linneo*.

In quest' anno *Giuseppe Quéér* diede fuori la *Storia delle Pianta*, che nascono nella Spagna frutto dei suoi viaggi. Oltre ad opporsi in molte cose al *Linneo*, pretende, che la differenza del sesso nelle piante sia incerta, e che le Palme maturino senza bisogno di fecondazione; al contrario di ciò, che pubblicato trovasi quasi nello stesso tempo da *Antonio Cap. de Vila* Erudito Professore Spagnuolo anch' esso in una sua Descrizione della Cultura della Palma Dattilifera, nella quale ci assicura, che se non è fecondata dal pulviscolo non matura i frutti, che suol produrre intorno al decimo anno (a).

(a) Dalla somiglianza che passa tra il regno Vegetabile, ed il regno Animale Venez. 1763. Del Conte *Federigo de Alban* de Servarolo. L' Autore tien dietro all' ana-

logia, che accompagna la vita, la morte, il sonno, la Venere nei Vegetabili, come negli animali.

*Filippo Federigo Von Gleichen* di Norimberga nel 1764. (a) trattando della fabbrica delle piante, e della struttura delle parti, che il fiore compongono, da lui esaminate col Microscopio, intraprende a parlare anco della polvere degli stami, alla quale accorda la proprietà di fecondare, e conviene, che dai globettini di essa ne vengano lanciati altri più piccoli, che reputa esser veri germi, e vuole, che s'introducano per l'invisibili aperture della tuba eccitati dal proprio moto, e da una forza attraente dei semi, nei quali pervenuti essendo, comincino dopo a svilupparsi, e crescere. Ma se così fosse, la Madre influirebbe sulle parti esterne, il Padre sull'interne del Vegetabile, e dell'Animale.

Quantunque poi apparisca aver *Martino Frobenio Lederelluller* anco prima del 1765. fatto un ottimo uso del Microscopio nella ricerca di varie cose relative ai due Regni Vegetabile, ed Animale; fu però in quest'anno, che particolarmente si dichiarò contro la Generazione equivoca nelle Piante, e dopo aver riconosciuta nei bottoni, o gemme la perfetta esistenza dei fiori ornati di stami, e di pistilli parlò anco per proprio esame dell'esplosione dei globettini del pulviscolo fecondante (b).

Daremo adesso preciso conto della memoria di *Gottlieb Gleditsch* Professore di Botanica a Berlino inserita negli Atti di quell'Accademia del 1767. (c) sulla fecondazione da lui ottenuta nella Palma, che il *Linneo* chiama *Chamærops*. Dopo una breve digressione sulle diverse specie delle Palme, e sulla nota pratica, che si usa in tutte le regioni calde Orientali, e Meridionali per avere i Datteri maturi dalla Palma comune affermando poterli la fecondazione conseguire

(a) In quest'anno *Gio. Battista del Cozolo* pubblicò in Firenze un Discorso sull'irritabilità d'alcuni fiori nuovamente scoperta che da Esso dimostrasi risiedere nei soli stami.

(b) Abbiamo di *Federigo Deluis* Professore di *Eriang* intorno a questo tempo un'osservaz. fatta sul Formentone, o Granturco, in cui trovò dei fiori femminini in una spiga a fiori maschii, ed altre relative alla fecondazione artificiale ottenuta col pulviscolo sul nocciolo.

(c) *Lorenzo Dutens* Celebre Scrittore d'un Libro intitolato == *Ricerche sull'origine delle scoperte attribuite ai Moderni Par. 1766.* == Vorrebbe sulle solite ragioni d'aver gli antichi, e *Aristotile* usata la voce *Sexo* rispetto alle Palme, e distinti gli Albei maschii dalle femmine accordar loro anco la scoperta del sistema sessuale, ma ognun sa, qual significato Essi annetteressero ad un simil vocabolo.

anco per opera degl' insetti, e dell' aria, e del vento, che ne apportino il pulviscolo, passa il dotto Autore ad avvertirci, che la *Chamerops* è pianta femmina Ermafrodita, ma che ha gli organi maschulini insufficienti, onde per fecondare ha sempre bisogno dell' altro individuo a fiori maschi, ed in fatti quella, sulla quale intraprese le sue sperienze, ci racconta, ch' era stata infeconda sino dai tempi del Re *Federigo I.* Quantunque i frutti anco maturi della *Chamerops* in qualunque luogo sieno prodotti, non abbiano un gusto mielato per potersene nutrire, possono con tutto ciò essere impiegati come la terra del Giappone detta *Catechu* contro la Dissenteria, ed i mali di stomaco ecc. L' odore di essi si assomiglia a quello del burro vecchio, ed hanno un gusto aspro, e amaro, che può paragonarsi al frutto non maturo della *Siliqua dulcis*. Da questa dunque Egli n' ebbe per tre volte una completa fecondazione con averne ottenuti i semi, che nacquero, e produssero piccole Palme. E' da notarsi, che il pulviscolo maschulino gli fu mandato avvolto in carta la prima volta da venti miglia lontano, ed altre volte da *Carstrube*, ottanta miglia distante, e riflette a questo proposito, che gli Orientali vanno a cercare spesso nel fondo dei Deserti i fiori maschj delle Palme salvatiche per farne dei mazzetti, che pongono nella spata accanto ai fiori femmine delle loro Palme, avendo notizie sicure, che impiegano quindici giorni, e tre settimane per viaggio, prima di potergli destinare a tal uso. Queste sue sperienze sulla *Chamerops* furono intraprese dopo aver fecondato il Lentisco, ed il Terebinto, dal quale ottenne semi maturi, e fecondi. L' abile Naturalista *Koehlreuter*, già da noi mentovato su quello, che mandò al *Gleditsch* il pulviscolo della *Chamerops* maschia, avendone unito al nuovo anco del vecchio d' un' anno. Ecco frattanto il metodo da esso tenuto ne' suoi sperimenti. Da undici mazzetti di fiori preparati, che tramandavano un odor penetrante, gratissimo, ristorante, e vinoso, che profumava tutta la stufa, e dei quali le Antere erano vuote della materia ricercata per la fecondazione, e non traspiranti odore, e le parti femminine aperte, ed asperse della loro ordinaria umidità oleosa, scelti tre mazzetti fecondò il primo, che era il più piccolo colla polvere d' un anno ricuoprendone i

fiori, ma senz' effetto, quantunque però non riguardi per vano interamente questo tentativo. Gli altri due furono fecondati colla polvere fresca, ed in seguito osservò, che i petali dei detti fiori intieme coll' Antere erano caduti, e che i piccoli Ovarj s' erano ammoliti, ed avevano preso un poco d' aumento, variato essendo il loro colore, e divenuti più brillanti. Per applicare il Pulviscolo si servì d' un pennellino toccando leggermente i fiori: tutti i non toccati non crebbero più d' un pisello: al contrario il mazzetto fecondato produsse sulla fine del settimo mese dei Datteri maturi, e perfetti colla differenza, che quelli dei primi fiori vennero più grossi. La figura dei Datteri perfetti s' assomiglia a quella dell' olive: il colore è d' un bruno di noce, e nei più belli il colore di marrone: la scorza esterna è mencia brillante, quella del mezzo densa, e filamentosa: sotto si trova l' involuppo carnosò, e molle del nocciolo, che ha il colore del fiore di Macis: l' odore è ingrato di burro vecchio. Le conseguenze, che trae da suoi sperimenti si lasciano, dovendosi vedere originalmente. L' appassire, e cadere dei fiori fecondati deve succedere dopo sette ore, e questa è una prova della riuscita fecondazione, cioè, che sussiste il frutto novello, e continua a crescere. I Globettini del Pulviscolo consistono in vescichette di varie figure formate d' una doppia pellicola scagliosa in forma di rete, dov' è rinchiusa una vera midolla cellulare, friabile. Questa midolla è una propagazione delle più sottili della midolla, che è sparsa in tutta la pianta, cominciando dalle fibre più invisibili delle radici, d' onde ella s' avvanza per il corpo della pianta giungendo sino ai fiori, ed alle loro Antere, ed entra finalmente nelle vescichette del pulviscolo, ivi rinchiodendo un' umidità separata dalle sue cellule, e preparata per l' effetto della fecondazione. Quest' umidità, che avanti d' uscire dalle vescichette della polvere non è ancora fluida, esce a diverse riprese senza la minima violenza attraverso i piccoli pori, e ciò viene procurato da una dolce e alternativa contrazione di queste parti viventi, e sovrannamente irritabili. Può essersi convinti di ciò (dic' Egli) dall' osservare, che l' umido dell' acqua agisce su i globuli della polvere in maniera da far uscire rapidamente la loro materia

ancora cruda. Al contrario quando questa materia è perfetta, ed in grado d'uscire naturalmente, non esce che a poco a poco senza che le vescichette crepino per quest' effetto, e si distende sopra l'acqua come un'Olio delicatissimo. Questa materia oleosa si manifesta distintamente, quando si prende per modo d'esempio la polvere dei fiori freschi di Pino, e che si lascia per lungo tempo in un mortajo di vetro insieme con una porzione di Mercurio, ovvero se si vada tritando spesso unitamente, finchè il detto Mercurio si sia distribuito in modo, che non si conosca più se non dal peso. La massa intera cangia allora colore, sta insieme, e rappresenta una sostanza simile alla Cera, e che si può maneggiare, e distendere colle dita. Avvolgendola in fogli fini Ella gli penetra del suo olio in maniera, che sembrano imbevuti d'olio di Papavero, onde s' induce a credere, che questo saggio potrebbe condurre a cose più interessanti mescolandola con calci metalliche, e colle limature dei metalli stessi. In appresso passa ad esaminare la polizione, che prende il pistillo per rendersi atto a ricevere il pulviscolo, la struttura di esso fistulosa, e l'umidità analoga a quella del detto Pulviscolo, simile a ciò, che accade negli Animali, e porta per riprova d'aver osservato, che la fecondazione non si dà, se prima non si è aperto lo stamma. Pretende in oltre, che questi due Liquidi mescolati insieme, e consulti ne producano un terzo, che partecipa dei due primi. Questo per via di fusione portato nell'Ovario, entra nei gusci della semenza appena formati, e non sviluppati, ove in poco tempo vi cagiona per la forza, che gli è propria, un cangiamento tale, che estende incredibilmente il punto midolloso, che vi si trova, gli dà il primo alimento, e produce lo sviluppo ulteriore del germe della pianta novellamente formato. Per mezzo poi d'un moto interno, che suppone, e dell'evaporazione, e della filtrazione cerca spiegare, in che maniera la massa fecondata entri in un legame più stretto, e così s'avvicinino le parti l'une all'altre, secondo un'ordine determinato in virtù della loro particolar natura.

Meritevole di ricordo s'offre nell'anno seguente (a)

---

(a) In quest'anno *Natale Giuseppe de Necker* Botanico dell' Elettor Palatino diede alla luce l'Opera detta = *Deliciae Gallicae Symplicium* = Secondo i principii

un Libro del Marchese di *S. Simon* intorno all' Anatomia, riproduzione, e cultura dei Giacinti, nel quale dopo aver ben rilevata specialmente la fabbrica dei bulbi, e scorte le parti tutte del fiore ivi rinchiuso, ci rappresenta la tuba, o pistillo dei medesimi costruito a guisa di favo, i cui fori, o pertugi dischiudonsi con apparente apertura per il ricevimento dell' Aura femminile, e vuole, che i globettini del pulviscolo contengano un umore viscido fecondatore, che si trova esistere anco nell' Ovaja, e negli stessi semi derivante dalla terra nel bulbo, e che s' insinua poi fino all' Antere. Ripete tutte le varietà dei colori dagli Insetti, che trasportano le diverse polveri, e fa consistere la sede della vita di tali piante nella base dei filamenti, che dal fiore vanno all' Antere.

Ma procedendo ora all' anno 1774. fa d' uopo quivi collocare tra gl' Illustratori più riguardevoli di tal materia *Carlo Bonnet*, i cui pensamenti riferiti in una celebre Memoria, che si trova nel Giornale di Filica dell' Abate *Rozier*, presso a poco son questi.

Comincia l' Illustrato Contemplatore della Natura prima di passare a comunicarci le sue ingegnose idee sulla fecondazione delle Pianta, dal darci in breve l' istoria dell' interessante scoperta del sesso nelle medesime, e dal additarci i primi Autori di essa. Il *Grew*, il *Ray*, il *Morlant*, il *Camerario*, ed il *Geoffroy* sono quei primi Naturalisti, ai quali ne attribuisce la gloria, non sapendo dire, perchè si sia dimenticato il tanto benemerito nostro *Malpighi*, che accanto al primo Inglese giusto era di veder rammentato. La polvere degli stami riguardata fin allora da tutti, e dal *Tournefort* istesso come un escremento della pianta, fu dall' Accademico Francese, che più attentamente degli altri seppe considerarla, innalzata a più nobile uso, ed importante. Ei ne spiegò la vera natura mostrando essere un' ammasso di corpiciuoli di diversa figura nelle diverse specie, ma costante, ed

---

del *Linneo*; nella quale conferma il doppio sesso, e parimente, circa lo stesso tempo, o poco dopo comparve l' *Anno campese di Gio. Paolo Romé d' Ardenne* Francese, Prete dell' Oratorio, Autore di varj

trattati d' Agricoltura, ove parlando delle varietà, che ripete dalla mescolanza del pulviscolo, annovera le Latughe per ispecialmente soggette a variare.

uniforme in ciascuna di esse, cosicchè alcune apparivano essere in forma sferica, altre ellittiche, o cilindriche, o prismatiche ecc.

Il *Geoffroy* ammettendo, che questa polvere è la materia fecondante, si credè vedere, che lo stamma o testa del pistillo era traforata da una moltitudine di fori proporzionati ai globettini di detta polvere, onde per via di piccoli canali, o tubi paralleli all'asse del pistillo spiegò, come penetrar potessero fino agli Embrioni. Molti anni dopo il dotto *Needham* esaminando anch' esso questo soggetto scopersè, che la polvere degli stami era d' una compolizione assai più fina, e con osservazioni ben fatte provò, che ogni granellino di questa polvere era egli pure una piccolissima cassettona contenente un vapore, o liquore prodigiosamente sottile, entro il quale ondeggiavano infiniti altri granellini d' un' estrema piccolezza, quali riguarda come i veri agenti della fecondazione non convenendo però il nostro Autore sulla maniera, colla quale crede Egli, che si produca, dimostrata falsa nelle sue considerazioni su i corpi organizzati. In oltre con esperienze dirette, e ripetute anco da altri provò, che ogni granello è organizzato in modo, che, se s' inumidisca coll' acqua, s' apre per via di moto quasi spontaneo, e lancia i granellini contenuti in una specie di vapore, o d' aura fecondante. Portata quindi la sua attenzione all' interno del pistillo osservò, che i piccoli tubi, o condotti diminuiscono di diametro a misura, che s' accostano all' Ovario a guisa appunto d' un' imbuto, la cui bocca più larga corrisponde alla testa del pistillo, e la più stretta all' Ovaje. Notò poi anco, che questi tubi sono internamente asperli d' un umore glutinoso più, o meno abbondante, destinato a procurare la rottura dei granelli, e l' esplosione dei più piccoli in essi contenuti. Dopo questo breve ragguaglio Istorico passa il Filosofo di Ginevra a sviluppare le sue bellissime idee, e ne prende il motivo dalla ragionevole congettura del *Dubamel*; Che ogni Grano contenente possa esser originalmente attaccato per un cortissimo peduncolo all' interno degli Apici. Tal congettura sembrava a lui più che probabile per esser questi piccoli Corpi organizzati, quali dovendo crescere, devono nutrirsi, ed in conseguenza essere per qualche vaso attaccati alla parte destinata

a tal effetto. Con questo principio andando più lungi ne inferisce necessariamente, che anco i granellini contenuti sieno per un gambetto proporzionato alla loro piccolezza in egual modo impiantati nei grani contenenti, e così procedendo ad altre divisioni d'un ordine sempre decrescente, pare inclinato a supporre, che la serie di queste possa estendersi molto più là del terz' ordine con contenere ciascuna di esse anco un vapore d'una sottiliezza adattata alla loro piccolezza, e funzioni. Crede poi, che non gli sarà domandato, perch' Ei precipiti così l'immaginazione nell' Abisso dell' infinito da quei che avendo letta la sua Memoria su i germi, dall' Ipotesi dell' *Emboitement* avranno intesi i fondamenti di tal sua congettura sulla polvere degli stami. Ed avendo provato altrove, che il liquor fecondante è un fluido, che al tempo stesso stimola, e nutrice, ne segue, che varie essendo le proporzioni delle parti, che deve sviluppare, e nutrire, alcune delle quali sono d'un' estrema delicatezza, necessario si rende anco, che le molecole fecondanti sieno d'un diverso calibro. Io concepisco, ( dic' Egli, ) che nella polvere degli stami vi sieno dunque differenti ordini di fluidi stimolanti, e nutritivi rinchiusi in diversi globetti incassati gli uni negli altri, e congetturo, che alcuni forse di questi fluidi abbiano unicamente per fine lo sviluppo dei più piccoli bottoni, o gemme degli Alberi, poichè esse appariscono svilupparli senza fecondazione apparente, e spunterebbero dall' albero ancora, che costantemente si procurasse di reciderne tutti i fiori. Ora prego di rappresentarli, se possibile è, la stupenda piccolezza, che aver devono nell' Embrione, o germe i bottoni, che un Olmo farà per gettare giunto all' età di cento, o dugento anni; ed allora non recherà più sorpresa l' eccessiva degradazione da me supposta nei liquori, che contengono i diversi granelli della polvere degli stami, ma anco senza penetrare nella serie dei germi, quante sono le parti infinitamente piccole in un tutto organizzato chiamate a svilupparsi le prime nel momento della fecondazione! Qual mai prodigiosa sottiliezza particelle sì fatte suppongono nel fluido destinato a procurarne lo svolgimento! E qual mai finalmente non deve essere per esempio la piccolezza degli organi destinati a separare, e perfezionare nel fiore il prin-

cipio fecondante! Sembra poi convenire sul fondamento degli altrui risultati, che il fluido rinchiuso nella polvere degli stami sia di natura oleosa, infiammabile, e tale, che non s'unisce coll'acqua, nè si scioglie nello spirito di Vino, riportando a questo proposito le sperienze di *Gleditsch* relative all'aver mescolate queste polveri a varie Calci metalliche, ed a diversi metalli ridotti in finissima limatura, e concludendo averse ne una riprova indubitata di tal qualità infiammabile dalla cera bruta, che sappiamo bene non esser altro, che la polvere degli stami raccolta, e preparata dall' Api. Da quest' indole sulfurea delle polveri deduce anco l'attività grande, e l'energia, che è propria di loro, e pensa che dall' unirsi il fuoco negli organi della generazione della pianta ad altri Elementi, e massime all'aria, ne risulti quindi una maggior efficacia. Partendosi poi dall'osservazioni del *Newton*, dell' *Hales*, e del *Baume* passa a dimostrarci, come i Vegetabili combinino gli Elementi a forza dell'isolargli per mezzo dei vasi innumerabili, che si dividono, e suddividono, e che avvolgendosi in diversa maniera, ora accelerando, or ritardando il corso degli umori vengono a separare da un fondo molto eterogeneo i diversi composti, che negli organi della generazione abbiamo tutto il luogo di credere, che sieno della massima importanza, perchè lì è dove scopriamo una struttura più ricercata, e filtri assai più fini, e più delicati. Frattanto dopo aver riguardati i diversi granelli, o globettini della polvere degli stami, come tanti piccolissimi organi destinati a separare, e laborare, e spargere il fluido prezioso, a cui l'immortalità della specie è stata attaccata, s' inoltra a considerare esistenti nell' Embrione le parti tutte del germe, che si figura concentrate, e piegate sopra se stesse con molto artificio, e giudicando di ciò dall' ammirabile struttura, che ha osservata nei bottoni a fiori, dietro la scorta dell' *Haller*, e delle sue stesse prove accennate nel Libro *della contemplazione della Natura*, si persuade, che la fecondazione non sia, che il principio d'uno sviluppo, il quale raddrizzando le forme ce le rende sensibili, talmente che crede, ch' Ella non formi nulla, ma che solo procuri lo sviluppo di ciò, che era preformato fin dalla sua origine. E siccome questo svolgimento suppone manifestamente l'in-

tervento d'una forza espansiva, che superi colla sua energia la resistenza dei solidi, e che spiegando, ed aprendo le maglie del germe le disponga a ricevere il nutrimento, così rileva, che subito, ch'è provato contenerli nella polvere degli stami una materia infiammabile, resta del pari dimostrato, ch'essa contiene un principio pieno d'attività, cioè quella forza d'espansione, che si richiede, e che non s'ignora possedere il fuoco al più alto grado. Tuttociò lo porta sagacemente a riflettere, che l'irritabilità della fibra costituendo nell'animale quel, che può chiamarsi potenza vitale, se mai i Vegetabili ne fossero dotati, ( del che non ha bastanti dimostrazioni ) ne seguirebbe, che il fluido sottilissimo della polvere degli stami produrrebbe nel germe del Vegetabile i medesimi effetti essenziali, che il liquore spermatico opera nel germe dell'animale. Esso vi ecciterebbe, ed aumenterebbe l'irritabilità, questa l'impulso dei liquori, onde ne risulterebbe in ultimo lo sviluppo completo del tutto Organico. Fa d'uopo qui vedere originalmente con quanta faccondia, e filosofico ingegno l'Autore va rintracciando in che consista il principio della vita, e come la fecondazione ne possa imprimere una nuova per mezzo d'un fluido sottilissimo, ed attivissimo, che pone in azione i solidi del germe, esercitando principalmente la sua efficacia sulla parte gelatinosa, come la più irritabile, della quale non ne vanno esenti i Vegetabili, e limitandosi in generale ad ammettere, che in una o più parti del corpo della pianta esiste un gioco segreto, che è il principio dei moti, e dei vali, ed in conseguenza del fluido contenuto da essi, senza però escluder l'azione propria delle trachee, che per l'alternativa dilatazione, e condensazione dell'aria s'unisce anch'essa a render più facili i movimenti suddetti. Con tutto questo però confessa la difficoltà di spiegare in che maniera il principio fecondante della polvere degli stami accrescer possa la potenza vitale dei germi contenuti nell'Ovaja, dependendo ciò dall'intima natura di questa forza, che ci è assolutamente ignota, ancorchè in tutti gli Eleri viventi si faccia consistere sempre nell'irritabilità, e si riduce solo a congetturare, che possa esservi un rapporto segreto fra il fluido elastico diffuso nella gelatina vegetabile, e lo spirito fecondante in virtù

virtù del quale questo risvegliando in quello dell' oscillazioni più, o meno forti, ne nasca l' accrescimento della potenza vitale nei vasi del germe. Passando poi ad esaminare i pensamenti del *Gleditsch* su tal materia, non crede il N. A. di dover ammettere nelle piante due principj fecondanti, cioè i due liquori, uno somministrato dagli stami, e l' altro dal pistillo, come gli ammette il Naturalista di Berlino, il quale dalla unione di essi vuole, che venga a prodursi una sostanza fluida di terza natura, che è la causa operatrice della fecondazione, ( secondo Egli ne pensa ) portata che sia dentro l' Ovaja, e quindi ne' gusci delle semenze: primieramente perchè tal congettura sembra esser solo appoggiata ad un' antica opinione delle scuole relativa alla generazione degli animali per ispiegare le somiglianze, dimostrata falsa dall' *Haller*, che provò di non esservi altro liquore veramente prolifico, che quello fornito dal maschio, o perchè non vi è la necessità di ricorrere al gratuito supposto di due liquori prolifici, molto più, che l' umore, che internamente bagna il pistillo è sì grossolano, e viscoso, e sproorzionato all' estrema piccolezza delle parti del germe, che non pare esser punto idoneo a compire l' importante funzione d' un principio fecondatore, veduto anco essendosi di sopra, che il suo ufficio è soltanto quello di procurare la rottura, e l' esplosione dei granellini contenuti nella polvere degli stami. L' abile nostro Osservatore pensa anco diversamente dal *Gleditsch* in quanto il modo, con cui Egli pretende, che la fecondante materia esca dai globettini della polvere, nè può adattarsi ad accordargli, ch' essa sen' esca a poco a poco, ed a diverse riprese senza la minima violenza dall' interno delle cassettime per mezzo d' un infinito numero di pori, dei quali la superficie di essi è traforata, confessando di non intendere le ragioni, che l' inducono a negare d' ammettere, che il fluido fecondante sia scagliato verso i germi in grazia del moto elastico dei globettini. E giacchè resta provato con esperienze dirette essere i medesimi tanti corpicciuoli a molla, i quali scattano per l' umidità, e tramandano fuori con una specie di getto il fluido fecondante, plausibilmente sostiene, che non potrebbe penetrare detto fluido entro il pistillo mentre asperso a' un umore, senza che i globettini

s' aprissero in istanti, specialmente se si voglia riflettere alla forma, e lunghezza dei diversi pistilli, ed al modo, con cui sono situati gli Embrioni nell' Ovaja, ed al luogo profondo, che occupa questa nella base del pistillo, onde non esservi, che un moto di proiezione, che possa portare il fluido fecondante fino all' interno dei germi. Lascieremo ora d' accennare il complesso delle solite prove, che quivi l' Autore riporta, tendenti a dimostrare come tutto sia stato disposto dalla Natura nella maniera la più propria ad assicurare la fecondazione delle piante per venir subito ad alcune sue osservazioni. Riguardando un giorno con molt' attenzione il pistillo d' un Giglio color d' Arancia credè d' accorgersi, che vi fosse un' apertura fra i tre pezzi, dei quali lo stamma di questo Giglio era composto, e tentato avendo d' introdurre nel mezzo delicatamente la punta d' uno spillo, vidde con estremo piacere unito a sorpresa, che i tre pezzi facilmente s' allontanavano gli uni dagli altri, e gli lasciavano vedere una grande apertura spalancata, o ciò che suona l' istesso, la bocca d' un grand' imbuto. Da tal momento non fu più come prima imbarazzato a rendersi ragione del come le polveri degli stami s' insinuassero, scoperta avendo troppo chiaramente la spaziosa apertura a quest' importante fine accomodata. Continuando le sue ricerche s' assicurò, che i tre pezzi dello stamma erano elastici, e che questa loro elasticità tendeva a tenergli avvicinati, e a chiudere esattamente l' apertura dello stamma. Notò anco le medesime essenziali particolarità nel pistillo del fior d' Arancio, e in quello del Tiglio. Il Pistillo del fior d' Arancio gli offerse di più una sorte d' innesto assai rimarcabile per l' approssimazione d' uno, e talvolta di due stami colla testa del pistillo, e tuttociò oltre all' avergli fatto comprendere la necessità d' estendere tali osservazioni a un gran numero di specie, persuaso, che si scuoprirebbero molte varietà nella forma, e proporzione dell' apertura dello stamma, lo porta a congetturare, che lo stamma s' apra sul momento della fecondazione per un moto in qualche maniera spontaneo, talchè vi sia un certo tempo, e certe circostanze, nelle quali questa specie di vulva sia più, o meno apparente, e più, o meno facile a riconoscersi; non essendo

anco impossibile, che gli apici eccitino sulla testa del pistillo una leggera irritazione, o che vi spargano un liquore capace di determinarla ad aprirsi. Siccome però aveva tutta la ragione di credere, che l'osservato da lui non fosse sfuggito agli occhi penetranti del *Linneo*, interrogatolo fu di ciò, ebbe il piacere di sentirsi confermare da lui, che effetti similissimi del vegetabile estro venereo ammiravansi nella *Graziola*, e nella *Viola* di tre colori. E lo stesso *Gleditsch*, come ei rileva, notata aveva anch'egli questa grande apertura dello stamma, benchè fu di ciò non s'esprima con chiarezza uguale al Professore d'*Upsal*, la quale apertura asperità si vede d'un umore analogo a quello, che trasuda dall'antere, massime allorchè giunto è il momento, in cui deve succedere la fecondazione, lo che negliger non devesi, quando s'intraprende di produrla artificialmente. Riflettendo poi ai già di sopra accennati movimenti affatto spontanei degli organi genitali delle piante, e a tuttociò, che si racconta degli amori di esse dal *Linneo*, sembra al *N. A.* di riconoscere anco in ciò un luminoso tratto d'Analogia, onde sempre più aver ragione di credere, che le piante, e gli animali compongano una sola gran Famiglia; e dal veder altresì, che molte specie d'Insetti, e di Conchiglie non ci presentano nulla di così animato nell'atto della fecondazione, come le piante, trova ragione di riprodurre qui ancora la verisimiglianza dell'ipotesi accordante loro un certo grado di sensibilità. Per intender poi pienamente quali sieno i principj del *N. A.* e l'ipotesi, che abbraccia relativamente alla riproduzione dei vegetabili, riporteremo adesso le sue stesse parole. L'uovo, ( dic'egli ) è all'animale ciò, che è il granello alla pianta. Si fa, che i feti dei vivipari sono situati in vescichette entro l'ovario, e che tali vescichette sono una specie d'uova. Sapiamo pure essersi trovati alcuni feti di vivipari, che si erano sviluppati nell'Ovaja. Ora se oggigiorno resta dimostrato, che il Pulcino, e i Girini esistono per l'intero nell'uovo avanti della fecondazione (a) vi è molta appa-

---

(a) Le prove di questi feti possono vedersi nel Tomo I. Cap. IX. de' Corpi organizzati, e nella *Palingenesi* part. XI. pag. 416. prima Edizione.

renza ancora, che del pari esista la piantina nel granello prima di essa. Nella *Palingenesia* (a) ho riportato un fatto importante, che rende ciò sommamente probabile; si giunge a veder con chiarezza le semenze delle piante leguminose avanti che sieno state fecondate, e nel tempo, che le filique sono ancora rinchiuse nell'interno del bottone a fiore. Se dunque il granello è alla pianta ciò, che l'uovo è all'animale, e se il Pulcino preesiste nell'uovo, e fa corpo con lui, si rende almeno assai verisimile, che anco la piantina, quale fa pur corpo col granello, preesista insieme con esso prima della fecondazione. Prego di non si scordare, che il giallo dell'uovo, che indubitamente sussiste avanti, e che per ignoranza era stato riguardato come una semplice materia nutritiva, mostrasi esser di fatto veramente l'intestino stesso del Pulcino (b). Si rifletta quindi con attenzione alla grande analogia del vegetabile coll'animale manifesta per tanti caratteri, e sì diversi, e ci accorgeremo quanto i da me esposti principj sulla generazione degli esseri viventi sono più probabili di quegli ammessi dagli altri Fisici celebri. Ma i fatti ora indicati non sono ne meno quei soli, che hanno servito di base ai miei principj. Havvene altri non meno certi, non meno osservabili stati da me analizzati, riuniti, e paragonati, che tutti mi son parsi convergere verso il gran principio della preesistenza dei germi, e del loro sviluppo. Io ho dunque creduto poter rigettare con fondamento l'ipotesi, che suppone esser la polvere degli stami quella, che modella la piantina nel granello, ovvero, che essa sia il principio segreto dei primi rudimenti del tutto organico. Non minore ragione ho creduto d'aver per oppormi anco all'altra, colla quale s'ammette, che la polvere fecondante apporti il germe nel granello, e che esso non sia in certa maniera altro, che l'albergo destinato a riceverlo, ove prender deve il suo primo accrescimento. Si vede bene, che tale supposizione deriva da quella dei vermicelli spermatici accolta tanto una volta dai

---

(a) Tom. I. pag. 430.

(b) *Corpi organizzati* Tom. I. Cap. IX.

più grand' Uomini, ma che in faccia alle nuove scoperte non ha potuto però sostenerli. In fine non ho ammessa l'Epigenesi, o sia una formazione puramente meccanica dei corpi organizzati, in primo luogo perchè io non conosceva alcun fatto, che deponesse con evidenza in suo favore, e secondariamente perchè non sono mai potuto giungere a farmi idee nette, e precise d'una tal formazione, essendomi stato impossibile di trionfare delle tante sì diverse, e pressanti difficoltà, che assediano per ogni parte una simile ipotesi.

Dopo l'esposizione di questi principj, che il nostro Autore si dichiara esser pronto ad abbandonare, quando non lieno giudicati conformi ai fatti, ed alla buona filosofia, passa quindi ad insistere, ed esortare i Fisici a moltiplicare le loro sperienze per procurar d'ottenere quelle specie di mostri, che portano il nome di Muletti, e che provengono ancora nel Regno vegetabile dal concorso di due individui di specie differente, riguardando tali produzioni per le più idonee a sparger luce sul mistero della Generazione, ed a questo proposito accenna esser da alcuni sperimenti risultato già, che le rassomiglianze sono state sempre relative alla specie delle polveri, e che il soggetto fecondato ha avuto qualche superiorità sul soggetto fecondante, onde potersi sempre più dubitare, che il germe appartenga originalmente alla femmina. Ripete poi l'origine di questi muletti dal numero dei più, o meno diretti rapporti, che legano insieme le polveri ai germi, e crede, che possano dipendere da certe proporzioni fra le molecole dei fluidi fecondanti di diverso ordine, e le maglie dei solidi, nelle quali destinate sono ad insinuarsi, e ancora dalla maniera d'agire di queste molecole, e quella da cui i solidi ricevono l'azione loro, e la modificano; oltre alle ragioni derivanti dalle proporzioni, che gli organi dell'uno, e dell'altro sesso osservano fra di loro, e che facilitano più, o meno la fecondazione d'una specie con quella d'un'altra diversa; non animettendo però, che ogni sorte di polvere possa fare sviluppare ogni sorte di germi, poichè troppo grande allora farebbe la confusione nella specie, se tal latitudine si estendesse a specie di generi molto lontani, e di diversa classe. Prima di terminare la sua bella memoria l'Illustre nostro Filosofo consultato avendo nelle

Famiglie delle Pianta il sentimento dell' *Adanson* sul modo, con cui la fecondazione succede, osserva aver Egli pure adottato quello, che sembra a lui più da abbracciarli. Noi però tralascieremo quindi riportarla, perchè ne abbiamo reso già conto al suo luogo, e soltanto rileveremo, che il Celebre *N. A.* disconviene dal credere, che esistano delle piante, nelle quali lo stilo, e lo stamma sieno chiusi, e pieni, essendo portato a supporre in tutti i pistilli un'apertura, o vulva, ed una, o più tube analoghe a quelle da lui descritte, e dubita, che in alcune quest'apertura possa essere forse nascosta, ed anco situata in luogo, ove non si pensa a cercarla, di maniera che non pare tampoco inclinato ad accordargli, che il vapore fecondante s'insinui nelle trachee terminanti alla superficie dello stamma, e si protesta, che se di queste dovesse farne uso, farebbe piuttosto sulla superficie delle semenze collocate nell'ovaja il luogo, ove le concepirebbe esistenti per incaricarle dell'importante funzione d'introdurre nei germi il vapore fecondante. L'Anatomia della fava, e d'altri granelli e frutti, le cui ramificazioni dei vasi ha vedute colorarsi nelle naturali iniezioni da lui trattate nel Libro sull'uso delle Foglie, gli danno luogo di congetturare piuttosto, che alcuni di questi vasi s'aprano alla superficie del granello, col quale fanno corpo, e che sia forse per questi orifizj, che lo spirito femminile penetri sino al germe, chiudendo in fine il suo discorso coll'osservare, che il restringimento delle tube a misura che s'accostano all'Ovaja, sembra a lui molto proprio ad accelerare il moto del fluido destinato a compire il voto della natura.

Abbiamo nel seguente anno 1775. una Memoria di Scrittore Anonimo, che si crede essere il Chiarissimo Sig. *Fougeroux* di *Benderoy* Nipote dell'Illustre *Dubamel*, e Membro dell'Accademia delle Scienze di Parigi sulla fecondazione delle piante, pubblicata nel Giornale di Fisica dell'Abate *Rozier*. Contiene essa, o per darne in breve qualche notizia, oltre una succinta idea dell'attuale stato, in cui si trova questa parte della Scienza vegetabile relativamente alla non più controvertibile esistenza del doppio sesso, ed alla necessità del concorso di ambedue per la riproduzione delle piante, ancora alcuni dubbj, e riflessioni tendenti sempre più

a rischiarare tal materia, ed in fine un Saggio di sperimenti, che rilevano aver la Canape tenuta isolata prodotti i semi fecondi indipendentemente dal pulviscolo degli stami, quantunque (come sembra riconoscere anch'esso) tal tentativo per non essere stata la pianta coperta da alcuna cosa, venga a mancare dell'intera forza atta ad indurre negli animi convinzione. L'Autore si mostra molto sciente dell'opinioni tenute dai più accreditati Naturalisti sul soggetto della fecondazione, e di passaggio ce le accenna, esortandoci a non appigliarsi ad alcun sistema, ma piuttosto a raccogliere dei fatti con lasciare alla posterità l'incarico di dedurne le conseguenze. Ciò che più deve interessare la nostra curiosità, riguarda alcune sue asserzioni, per cagione delle quali stimiamo ora opportuno aggiunger qui uno squarcio di Lettera del Celebre *Bonnet* scritta all'Illustre suo Amico il Sig. *Abate Spallanzani*, nella quale si esaminano i pensamenti di lui. Questa si trova inserita in piè di pagina del Tomo secondo delle *Dissertazioni di Fisica Animale, e Vegetabile* del detto *Spallanzani*, da cui l'abbiamo trascritta, avvertendo, che le proposizioni segnate con virgole sono il Testo del medesimo Sig. *Fougeroux*. „ Noi non possiamo assicura-  
 „ re, ( dic'egli ) se nell'Uovo esista il Pulcino prima della  
 „ fecondazione, e per conseguenza dobbiamo esser incerti, se  
 „ la pianta si trovi nella semenza innanzi alla fecondazio-  
 „ ne „ A me sembra, che il nostro dotto *Fuico* avrebbe  
 dovuto spiegarli diversamente, dopo le belle scoperte del *Barone Haller* sopra la preesistenza del Pulcino, dopo le vostre sopra la preesistenza del Girino, e dopo le Osservazioni del Sig. *Muller*, e le mie sopra le *Silique dei Piselli*. *Paling. Tom. 1<sup>ma</sup>. pag. 416. ec.* Nel mio Scritto sopra la fecondazione delle piante stampato nel Giornale dell'*Abate Rozier* nel mese d'Ottobre 1774. io aveva espressamente richiamate alla memoria del Lettore queste differenti scoperte sopra il vegetabile, e l'animale, siccome sommamente acconcie a stabilire la grande probabilità della preesistenza del germe alla fecondazione, e lo Scritto del Sig. *F.* era manifestamente relativo al mio. „ Ma la fecondazione col mezzo delle polve-  
 „ ri è ella necessaria in tutte le piante? Non ve ne fareb-  
 „ bero forse di quelle, che alla maniera dei Pidocchi delle

„ piante avessero le parti sessuali nascoste? „ Le parti *sessuali* ne' Pidocchi delle piante non sono punto nascoste. Saltano esse per l'opposito agli occhi di tutti. Io mi era non poco esteso su gli amori di questi piccoli Insetti nel mio Trattato d' *Insettologia* stampato nel 1745. Vi aveva al disteso descritti gli organi della generazione dei suddetti Pidocchi. „ Ri-  
 „ mosso qualunque idea di sistema io mi attengo ai fatti,  
 „ ed alle osservazioni, e prendo guida un Celebre Mae-  
 „ stro il Sig. *Dubamel*, che ha moltiplicati codesti fatti, e  
 „ codeste osservazioni prima di me senza aver osato ancor  
 „ di conchiudere. „ Io molto approvo, che in Fisica si at-  
 tenga principalmente ai fatti, ed alle osservazioni. Ma egli è più che permesso in buona Logica il trarre dai fatti, e dall'osservazioni le conseguenze le più immediate, le più dirette. Questo è ciò, che ho procurato di fare nelle mie Opere, ed in particolare nello Scritto, che sembra aver avuto in mira il Sig. *F.* Ei dice di *voler prender per guida il Sig. Dubamel*, ma le belle scoperte degli *Halleri*, degli *Spallanzani* erano incognite al Sig. *Dubamel*, quando compose l'eccellente sua *Fisica degli Alberi*, che fu pubblicata nel 1758. Il Sig. *F.*, che pubblicò la sua *Memoria* nel 1775. era naturalmente chiamato a pesare ciò, che risultava da queste scoperte, e a valutarne le conseguenze analoghe, che dedotto io ne aveva per riguardo a' vegetabili. Egli non lo ha fatto, e non posso, che maravigliarmene. „ Quelli che  
 „ pensano, che la pianta esista nella semenza prima della fe-  
 „ condazione hanno considerata la polvere degli stami, co-  
 „ me un composto di guaine, d'astucci, ciascheduno dei  
 „ quali contiene un numero di semenze nuotanti in un sot-  
 „ tile liquore „. Vi sono de' Naturalisti, siccome il *Needham*, che hanno considerata in tal guisa la polvere degli stami, ma che non hanno però ammesso, che la pianta esista nella semenza innanzi alla fecondazione. Il Sig. *Needham* che dimostrato avea sì bene la composizione delle polveri, credeva, che il germe fosse nella polvere stessa. Qui adunque il Sig. *F.* ti è malissimo spiegato. Ma egli cade nella più strana contraddizione, quando aggiunge immediatamente appresso: *Le piante, secondo questo sentimento preesistono alla fecondazione nella polvere degli stami.* Il sentimento, che vuole, che la  
 pianta

*pianta preesista nella semenza alla fecondazione* esclude manifestamente l'opinione, che le *piante* preesistono alla fecondazione nella polvere degli stami. „ Qui solamente si perde „ lo spirito umano. Come di fatti valendoci della ragione, „ immaginare il germe di tutte le piante rinchiuso in un „ tal germe? Quale abisso! Abbandoniamo questo filo troppo „ atto a smarrirci „. Che vuole egli dire colla voce *solamente*? E precisamente usando della ragione, che non immagina punto, ma che *concepisce*, che arriviamo a persuaderci della probabilità dell'ipotesi dell'*inviluppo* dei germi gli uni dentro agli altri. Se il Sig. F. letto avesse la mia Memoria con più d'attenzione, se meditato avesse di più il suo soggetto, farebbesi espresso più filosoficamente. Tocca forse all'immaginazione il decider di cose, su cui ha unicamente diritto l'intendimento? L'immaginazione si rappresenta ella forse l'animaluzzo più milioni di volte minore d'un *acarò*? Si rappresenta ella un globettino di luce, più migliaia dei quali fanno nel tempo stesso impressione sull'occhio di questo animaluzzo? Nò; non farà mai per via di ragionamenti, e di calcoli, che si verrà a rovesciare l'ipotesi degli *Inviluppi*. Il grande, e il piccolo non sono che pure relazioni, e a noi sono cogniti de' fatti sorprendenti, che ci guidano a questa ipotesi. „ Secondo il Sig. *Haller* l'irritabilità è il principio, che costituisce l'animale, e che dà „ la vita; la polvere degli stami eccitando l'irritabilità, e „ l'impulsione dei liquidi nel corpo organico produce nel „ vegetabile i medesimi effetti, che il liquore spermatico nel „ germe animale „. Il Sig. *Haller* non ha ammessa l'*irritabilità* nel vegetabile; non ha egli dunque attribuito *alla polvere degli stami la proprietà stimolante*, che riconosceva nel liquido spermatico dell'animale. Eppure direbbesi, che fatto lo avesse secondo l'espressione del Sig. F. Ma era io quel desso, che nel mio Scritto *sopra la fecondazione delle piante* cercato aveva quest'applicazione dell'irritabilità alla fecondazione del Vegetabile. Non lo aveva però fatto se non se dopo l'aver dichiarato, ch'io non conosceva alcun fatto, che dimostrasse a tutto rigore l'esistenza dell'irritabilità nel vegetabile, e faceva eziandio su tal proposito alcune Logiche riflessioni propriissime a far sospendere il giudizio al Let-

tore. Permesso siami il dire questa verità. Niuno autore di *Storia Naturale* non ha usata maggior cautela di me nel non confondere le congetture coi fatti. Ma non ho creduto, che non si dovesse mai congetturare in Fisica. Sonomi adunque ristretto ad indicare, come potrebbe concepirsi l'influenza dell' *irritabilità* nel vegetabile nella supposizione, che possessa tal proprietà. Il Sig. F. mi aveva letto troppo rapidamente, nè riflettuto aveva abbastanza sulla mia maniera di ragionare. Del rimanente ciò, ch'io non facea, che congetturare intorno all'esistenza dell'irritabilità nelle piante, il Celebre *Gmelin* sembra aver affai bene osservato in alcune specie: ma io ignorava ciò, quando componeva il mio Scritto nel Settembre del 1774. Questo Autore assicura nella sua *Dissertazione sull'irritabilità* che le *antere* o sommità degli stami gli sono parute *irritabili*, o *dotate almeno d'una proprietà, che sommamente si accosta alla facoltà animale chiamata irritabilità*. Ne reca in mezzo molti esempj rimarchabili al sommo, tra gli altri quello delle *Orchis*. Le loro antere, dic'egli, *raccolte di fresco, e irritate in luogo caldo, sembrano hanno contorcersi, e rilassarsi in seguito, e provare un certo tremito*. Aggiunge di aver ripetuta sovente codesta esperienza, e che *sempre è riuscita*. „ Secondo il Sig. „ *Bonnet* questo fluido femminile, che opera la fecondazione „ non tende, che a procurare lo sviluppo di ciò, che era „ già prima formato „. Questo gli è vero, e il mio sentimento, ma nel dir ciò non si dice nulla: poichè non si vede in queste espressioni vaghe, in che differisca il mio sentimento da quello degli altri Naturalisti, che ammessa non hanno l'*Epigenesi*. Ho fondamento di presumere, che lo Stimabile Sig. F. non si era dato la pena di fare qualche studio sulla Natura, e sulla connessione de' miei principj intorno alla generazione. Egli era senza dubbio troppo altamente prevenuto dell'idea, che la generazione è un mistero, che i più valenti Fisici non hanno ancor potuto penetrare. Guardimi il Cielo, ch'io presuma d'aver levato il velo, che cuopre questo mistero: ho tentato solamente di sollevare alcun poco un angolo di questo velo. „ Non sembra egli nel „ leggere l'opinione della più parte de' Fisici, che hanno „ scritto su questa materia, che ciascuno affezionato alle

„ proprie idee si sia lusingato d' aver indovinato il segreto della Natura? „ Confesso, che vi sono degli Scrittori di Fisiologia, e di Storia Naturale, che meritano questo rimprovero: ma ve ne sono degli altri, che non lo meritano, e il Sig. F. avrebbe dovuto eccettuargli. Voi mi avete letto, o mio Caro Collega, e ciò, che è più, avete voluto meditarvi. Voi sapete dunque se ho proposto le mie idee come un Uomo, che *si è lusingato d' aver indovinato il segreto della Natura.*

Rimane ora a dirvi delle bellissime sperienze, ed osservazioni fatte dal Celebre Sig. Abate *Spallanzani* sulla generazione di varie piante, Opera singolare, e piena di nuove scoperte da poter sola esser sufficiente a farlo meritamente distinguere per uno dei più gran Genj osservatori del Secolo. Uscì questa alla luce nell'anno 1780. facendo parte del Tomo Secondo delle sue Dissertazioni di *Fisica Animale, e Vegetabile*, ed in essa il Dottissimo Autore, dopo data una breve idea dei sistemi, che i Naturalisti hanno dagli animali trasferiti alle piante, prende ad investigare la generazione d'alcune di esse, e l'Ovaja è quel luogo che elegge per il primario oggetto delle sue ricerche, esaminandolo in tre diversi tempi, cioè in quello, che precede, che accompagna, e che tien dietro alla fecondazione. Dall' Analisi instituita su diversi fiori di Ginestra chiamata dal *Linneo Spartium Juncum*, come pianta adattatissima per il suo modo di fiorire a porger materia a più osservazioni in un tempo, deduce Pmo., che le semenze in questa esistono nell'ovaja molti giorni innanzi alla caduta dei fiori, o sia alla fecondazione, senza però, che apparisca il germe, o sia la piantina. 2°. Che tali semenze per un certo tempo restano massicce, poi viene a formarli in loro una cavità rigurgitante d'un liquido. 3°. Che qualche tempo dopo la caduta dei fiori comincia ad apparire dentro la cavità un corpicciuolo attaccato in due punti alle pareti di lei, il qual corpicciuolo ingrossando dà a vedere i due lobi racchiudenti la piantina. 4°. Che la semenza pervenuta a maturità non è altro, che i due lobi aderenti alla piantina, e vestiti da sottile membrana, che s'osserva essa pure coperta d'una buccia, o sia soprappelle. Quindi sottoposte avendo ad esame altre piante, cioè quelle,

che il *Linneo* chiama *Vicia Faba*, *Pisum*, *Satirum*, *Dolichos unguiculatus*, che sono le Fave, i Piselli, ed i Fagioli, e noromizzate con somma destrezza, e costanza in varj successivi tempi le loro piantine, giunge a poter conoscere più chiaramente l'attaccatura delle medesime alle piccole semenze, la quale si rende anco più manifesta nel Ravanello Ortese, *Raphanus Sativus*, e nei Ceci, *Cicer Arietinum*, benchè nel resto poi non differiscano dall'altre, e si abbiano consimili risultati. Da tutto ciò viene a concludere, che le semenze, o sieno i loro invogli preesistono alla fecondazione, ma che la piantina, ed i lobi non si manifestano che dopo, e ne ritrae una nuova conferma dalle semenze dell'*Ixia Chiuensis*, e del *Delphinium consolida*, come pure da quelle della Zucca volgare, *Cucurbita Pepo*, e del Cetriuolo, *Cucumis Sativus*, e da altre ancora da lui attentamente considerate, che tutte gli hanno dimostrato con qualche diversità nel tempo, e nel modo d'apparire le stesse conseguenze. Confrontando poi sì fatti risultati coll'osservato anco dal *Dubamel*, pare a ragione potersene inferire, che questa sia verisimilmente una legge dalla natura praticata, se non in tutti, in una non piccola parte almeno di vegetabili. Il non apparire della piantina dentro alle semenze, se non se dopo seguita l'azion del pulviscolo, sembra a prima fronte un argomento onde credere, che la piantina tragitti dal pulviscolo alla femenza. L'*A.* però riporta varj motivi di dover dubitar di ciò, primieramente per non esser vero, che l'Embrione si dia a vedere nell'Ovaja, subito che la polvere caduta è dagli stami, non comparendo, che molto dopo. E perchè il dedurre l'inesistenza dell'Embrione nell'ovaja innanzi alla fecondazione per ciò solo, che non vi si vede, è un modo d'argomentare imperfetto, e fallace. Porta in oltre la più esatta attenzione alle parti, che compongono il pulviscolo, sembra non si abbia ragion di pensare che in esso si ascondano gli Embrioni. Finalmente il mezzo immaginato dall'Autore per dileguare ogni dubbiezza, consiste nell'osservazioni di quanto succede alle semenze, impedita che sia fu di esse l'azione del pulviscolo. Con questo mezzo potè arrivare a conoscere, che nelle due piante a fiori Ermafroditi nominate dal *Linneo* *Ocymum Basilicum*, e

*Hibiscus Syriacus*, la totale mancanza del pulviscolo procurata ad arte con recider per tempo le antere, e con tener lontana ogni pianta simile non impedisce l'apparire degli Embrioni nelle semenze, quantunque impedisca, che queste semenze sieno feconde; dal che ne rileva la conseguenza, che non è dunque il pulviscolo, che nella fecondazione reca dentro alle semenze di queste due piante gli Embrioni.

Inoltre passato essendo a sperimentare un altro genere di piante, i cui individui hanno separatamente i fiori maschi, e fiori femmine, cioè la *Cucurbita Melo Pepo fructu clypeiformi*, o sia la Zucca a scudo, e la *Cucurbita Citrullus* volgarmente detta Cocomero, trovò, che le semenze loro, non ostante l'aver impedito ai fiori femmine l'accesso dell'aria esterna nel tempo creduto idoneo per la fecondazione non solo si osservano fornite dei lobi, e della piantina, ma sono ancora feconde, ed affidate alla terra producono altre semenze feconde, onde la fruttificazione di queste due piante apparisce non aver la minima dipendenza dal pulviscolo. Riferisce l'Autore, che dall'aver veduto fino dall'anno 1767. un piede di Canape femmina *Canabis Sativa* casualmente nato nel suo Orto, che fruttificò non ostante l'esser isolato, ed unico, si era già indotto a sospettare, che le polveri degli individui maschi non fossero necessarie per la fecondazione di questa pianta; molto più per aver egli osservato in appresso nella Campagna molti individui femmine fiorire molto tempo, dopo essere stati levati gl'individui maschi, e produrre semenze feconde. Ora a decider pienamente, se il pulviscolo concorra alla fecondazione di questa pianta, ( non riputando bastante l'esperienza d'un Anonimo Francese, della quale abbiamo già poc' anzi parlato ) produce i proprij suoi sperimenti, ed osservazioni fatte sopra alcuni piedi di Canape femmina custoditi in una Camera chiusa per tutto il tempo della fioritura, e dello sviluppo delle semenze, altri lasciati liberi, altri servati in bocce di cristallo, che impedivano l'ingresso all'aria esteriore; i quali piedi ciò non ostante hanno prodotte semenze feconde, onde ritrae con tutta la maggior sicurezza, anco per non essere sopra i mentovati fiori femmine spuntato mai alcun fiore maschio, la perfetta fruttificazione nella Canape affatto indipen-

dente dall'azione del pulviscolo. Così pure ricavate le femenze feconde da alcuni piedi di Spinaci femmine, *Spinacia ole-racea*, lasciando che altri venissero isolati in un orto, ed altri similmente isolati, ma coperti da una Campana di Vetro; e l'istesso ha ottenuto da quelli fatti fiorire, quando molto prima, quando molto dopo che fioriscano gli spinaci alla Campagna, notando quivi d'aver scoperto una volta sopra un individuo femmina la comparsa dei fiori a stami non rari, come si dice osservarsi, ma numerosi al pari de' fiori femmine. Il contrario però assicura d'aver sperimentato in alcuni piedi di Mercorella femmina, *mercurialis annua*, fatti fiorire molto prima di quel che fiorisca naturalmente alla Campagna, i quali o non hanno date femenze, o le hanno date infeconde, e l'istesso pure è accaduto in quelli, che si sono tenuti isolati, cioè lontani dai maschi, ancorchè il fiore contemporaneamente si sia dischiuso e da una parte, e dall'altra; ma l'avvicinamento dei piedi maschi ai piedi femmine di questa pianta si è veduto influire a render feconde le femenze, ed una maggiore approssimazione, e qual contatto dei maschi colle femmine apportar la fecondità in quali tutte, siccome l'allontanamento indurre sterilità, benchè anco le femenze infeconde internamente sieno fornite dei Lobi, e della piantina, come le feconde. Le conseguenze che deduce dai fatti fin qui esposti sono 1°. che le femenze corredate dei lobi, e dell'Embrione non dipendono punto quanto alla loro esistenza dal pulviscolo degli stami; 2°. che dunque gli Embrioni esistono nell'ovaja indipendentemente da esso pulviscolo; 3°. che questi non sono il risultato di due principj l'uno derivante dal pulviscolo, l'altro dal pistillo. Il nostro celebre Autore si rivolge adesso ad esaminare se l'Embrione, che esiste nell'Ovaja, indipendentemente dal pulviscolo, si formi quivi meccanicamente, oppure se vi preesista. Ed a questo proposito riflette dunque, che alcune apparenti ragioni potrebbero facilmente indurre un Epigenesista ad abbracciare la prima maniera, ma che se si consideri poi ciò senza prevenzione, risulterà la difficoltà di capire come un Corpo non organizzato, ed informe, solido, o fluido che egli sia, possa colle sole meccaniche leggi organizzarsi, quando all'opposto intendesi agevolmente, come un liquore, o qua-

lunque altra materia non organizzata possa nutrire, e far crescere un corpo organizzato. In oltre ammettendo Egli per dimostrata la preesistenza nel Pulcino, nelle Rane, nelle Salamandre, e nei Rospi, e riguardando come organizzati questi Animali prima della fecondazione, non ostante la loro apparentemente inorganica struttura, conclude, che può dunque anco l'Embrione nelle piante in simil guisa esser organizzato, ancorchè non lo appaja; sebbene non contento soggiunge di più una prova diretta; Che quando l'Embrione non apparisce, vi è; e che quando si dà a vedere organizzato, lo è veracemente; poichè prese avendo dall'istessa Ovaja più semenze, e fattene bollire alcune per pochi istanti, ed altre nò, nelle non bollite confessa di non aver saputo discernere l'Embrione, ma d'averlo distinto bene, e con molta chiarezza nell'altre, che avevano bollito; il che nasceva ( dic' Egli ) dall'aver l'acqua bollente rafsodata, e quindi resa opaca quella particella, che mostrandosi allora in forma d'acuminato atometto, non ci voleva molto ad accorgersi esser la piantina, la quale nelle semenze non bollite per esser ancor fluida, e trasparente non ferisce la vista. Nell'aver altresì l'Embrione il più delle volte legamenti sensibili colle semenze, mediante una tela mucilaginosa, e per altre parti comunicanti con esse, come si sono manifestati a lui nella Ginestra, ne' Piselli, ne' Fagioli, e ne' Ceci, ritrova Egli un giusto fondamento di credere, che gli abbia sempre, ma che o per la piccolezza, o per la trasparenza non si discuoprano, onde venendo a farsi per mezzo di questi attacchi un tutto dell'Embrione colla semenza, e questa mostrandosi preesistere alla fecondazione, gli si rende probabilissimo, che preesista ancor l'Embrione. La qual conseguenza è pur la stessa, che aveva già dedotta il celebre Signor *Bonnet* dall'osservazione del chiarissimo Sig. *Muller* Danese fatta sulle semenzine dei Piselli preesistenti nelle silique all'aprimiento dei fiori; ad onta però di simili prove il nostro Autore non si lusinga, che l'Embrione si possa arrivare a distinguere innanzi, che si dischiudano i fiori, e crede solo assai verisimile, che la preesistenza così provata in diverse piante abbia luogo anco nell'altre. Venendo poi ad esser dimostrata dagli sperimenti intrapresi sul Basilico, e special-

mente sulla mercorella, la necessità in queste piante del pulviscolo per la fecondazione, e combinando ciò coll' osservato dal *Dubamel*, e dal *Jussieu* in un Terebinto femmina, e parimente coll'ottenuta dal *Gleditsch* artificiale fecondazione sulla Palma detta *Camerops*, passa l' illustre nostro Filosofo a proporre con molto ingegno diversi tentativi, che potrebbero farsi sopra la mercorella, siccome pianta assai più comune ad oggetto di rischiarare l' oscura materia della fecondazione. Per questo mezzo intende, che si debba fissare la parte precisa del pulviscolo, da cui si opera la fecondazione, e se basti la più piccola particella del medesimo secondo il sentimento dell' *Adanson*, e per quanto tempo duri in tal pulviscolo disseccato l' idoneità a fecondare, pensando Egli, che la prolifica sua virtù non possa continuare lungamente, perchè esposto all'aria il liquore contenuto nei globettini del medesimo sembra dover esser soggetto a disperdersi, alterarsi, e rendersi alla fecondazione disadatto. Desidera in oltre, che si esaminino, se veramente il pulviscolo s' insinui per le trachee situate alla superficie degli stammi, e se alcuni pistilli sieno chiusi, come pretende il citato Naturalista, potendo forse succedere, che i condotti dei pistilli si rendano invisibili, ove non sono di mole sensibile i globettini della polvere, ovvero, che si manifestino all'occhio in un tempo, e si celino in un altro, come segue negli Ovidutti d'alcuni animali. Finalmente propone, che si tenti la fecondazione della Mercorella per altri siti diversi dal pistillo, come nelle foglie, e nelle radici. Ora la generale conseguenza dei risultati del celebre Autore essendo, che siccome moltissime piante hanno bisogno dell' azione del pulviscolo, così diverse altre ne possono far senza, risponde dunque alle varie opposizioni, che dai Botanici, e dai Fisici potrebbero farsi per l' eccezioni da lui date al sessualismo delle piante. In primo luogo, che il pulviscolo degli stami allora solamente si sparga, quando lo stamma è disperso a riceverlo, e che il pistillo si trovi in una posizione favorevole per accogliere la polvere fecondatrice; non sono, ( dic' Egli ) prove dirette del sessualismo, ma solo ragioni di convenienza atte ad allettare l' assenso, non a sforzarlo; fecondariamente la niuna fruttificazione, ove vengano recisi gli stami, o i pistilli, oppure tralignino gli uni, e gli altri,

tri, non convince che questi sieno gli organi della generazione, ma solo, che interessino la fruttificazione, come altre parti ancora della pianta. I fatti, che provano senza replica il sessualismo nelle piante, sono quelli della nessuna fruttificazione nelle piante femmine lontane dai maschi, e dalle fecondazioni artificiali; ma il valersi di premesse particolari per dedurne una conclusione generale è maniera difettosa di ragionare, non dovendo i fautori di esso far uso di pochi fatti per instabilirlo universalmente. In oltre rileva esser molto uniforme a quanto s' osserva accadere nei Polipi, nei Pidocchi delle Piante, e negli animalucci dell' Infusioni, che alcune piante possano moltiplicare se stesse, e perpetuar la specie senza l' influsso del pulviscolo fecondatore, ed essere poi affatto inverisimile, che le semenze feconde ottenute senza pulviscolo sieno l' effetto d' una fecondazione antecedente avutasi per opera di questo. Non nega Egli però la possibilità di qualunque fecondazione, mentre esser potrebbe, che il pistillo di tali piante avesse congiunto forse un principio fecondatore, onde nell' arrecarne i dubbj esorta i Botanici a meglio esaminar la natura dei detti Pistilli. Conclude finalmente, che le piante Erbacee sono una classe d' Esseri organizzati, che meriterebbero d' essere più conosciuti per averli di essi poco più, che la nuda nomenclatura, all' arte della quale farà certamente da preferirsi lo spirito dell' osservazione, e della sperienza, volendo noi accrescere il tesoro dell' utili cognizioni nei tre Regni.

Fin qui fatte non abbiamo, che le parti di semplice Istoricò, esponendo, ed illustrando le Osservazioni degli altri. Mi farà egli lecito ora arrogarmi quelle di sperimentatore per aver tentato ancor io di rischiarare alcun poco una tal materia (a)? Lontano da ogni presunzione passo senza più a sottoporre qui le mie congetture unite a ciò, che m'è accaduto di poter osservare.

Sebbene dall' ultime sperienze del Celebre Abate *Spallanzani* venga dimostrato, che alcune piante, come la Ca-

(d) *Sapientiam sibi adimunt, qui sine ullo judicio inventa majorum probant, & ab aliis pecudum more ducuntur.*

nape ec. possono fare a meno del pulviscolo fecondante per averne ottenuta una perfetta fruttificazione affatto indipendente dall'azione di esso: con tuttociò non essendo da controvertersi la necessità del detto pulviscolo per la massima parte delle piante, come si prova dal fatto ec. il quale parimente ci dimostra darsi le fecondazioni (a) artificiali nel Pistacchio, nelle Palme, ed in altre piante, e ce ne assicura la pratica di tutti gli Orientali oltre all'uso dei Siciliani rispetto ai Pistacchi, e dei Popoli dell' Arcipelago in quanto alla caprificazione (b), non essendomi paruto più della massima importanza l'accertarsi con nuove sperienze di questa verità, stimato ho piuttosto dovermi ricercare, se anco la più piccola parte di questo pulviscolo, per esempio d'un solo globicino sia potente, ed efficace a produrre tal fecondazione perfetta, come sembra che abbiano creduto il *Needham*, e l'*Adanson*, a motivo delle conseguenze d'analogia atte a confermare quanto è stato dal detto *Spallanzani* osservato negli Animali.

E non essendo meno importante ad investigarsi, secondo il detto Naturalista, se la virtù fecondatrice consista, come creduto hanno l'*Adanson*, il *Needham*, il *Jussieu*, ed altri nello spirito, o in quel sottilissimo umido oleoso, che dalle vescichette del pulviscolo vien lanciato, meditando sopra di ciò, varj dubbi, e riflessi mi nacquero, che presenterò qui al Lettore con quell'ordine, che mi s'affacciarono allora alla mente. In primo luogo parvemi dunque che all'opinione sostenente esser lo spirito solo quello, che opera la fecondazione, fosse contraria la furriferita pratica, e nominatamente quella dei Rustici di Sicilia a noi più nota, i quali seccano prima all'ombra i rami dei fiori maschi del Pistacchio, e poi gli legano ai rami dell'Albero fruttifero, o femmina, perchè la polvere fecondante coll'ajuto dei venti si disperga sopra i pistilli ec. e quella di altri, che raccolgono i medesimi fiori maschi, e gli espongono a seccarsi in sacchetti spargendone dopo la polvere prolifica su i fiori

(a) Il *Dubamel*, il *Jussieu*, e il *Gleditsch* hanno ciò verificato.

(b) Vedi il *Boccone*, l'*Adanson*, il *Sestini* ec.

femmine. Quest'osservazione, che è appoggiata all'autorità del *Tournefort*, del *Boccone*, del *Geoffroy*, e di tanti altri ci porta naturalmente a riflettere, che questo spirito deve esser svaporato, e perduto, quando il pulviscolo deve operare, onde a prima vista pare, che s'opponga al sentimento dell'*Adanson*, molto più, che rapporto alla fecondazione della *Phoenix*, o Palma Dattilifera convengono tutti, e l'istesso *Gleditsch*, che gli Orientali sono costretti a procacciarsi il pulviscolo dalle Palme maschie salvatiche dei Deserti, talchè, quando l'usano, è sempre stato raccolto da due, o tre settimane. Egli pure fecondò la palma della *Chamærops* col pulviscolo avuto per la Posta da *Carlfrube* lontano ottanta miglia, ed impiegato dopo nove giorni da che fu raccolto, ed io non meno la fecondai nell'Orto Botanico di Pisa col pulviscolo venutomi di Firenze. Tutto ciò provando in qualche maniera, che il pulviscolo conserva per un certo tempo la forza fecondatrice, interessante sembravami il poter fissare, se tale attività duri in esso lungamente, ed inoltre mi dava non lieve ragione di dubitare, che la virtù fecondatrice potesse consistere piuttosto nella parte oleosa, rilevando, che se s'ottiene con detta pratica ( da riguardarsi forse come viziosa, e contraria alla migliore, e più ampia fecondazione ) ciò potesse esser solo in grazia d'un residuo oleoso, piuttosto che spiritoso, non anco bene sviluppato, e rimasto in detto pulviscolo, onde giudicai, che i miei tentativi andassero primieramente diretti all'oggetto d'assicurarsi, se quando l'aria della parte più attua, e volante l'ha spogliato d'umidità dopo d'averlo prima bagnato con acqua, questa fecondazione s'otteneva. Ed in secondo luogo credei, che dovesse rintracciarsi per quanto tempo si conservi in esso la virtù sua prolifica naturalmente usato senza nessuna preparazione.

Ma confesso ingenuamente, che quantunque mi risolvesi ad eseguir ciò nella miglior maniera, restavami sempre un qualche dubbio, che mi faceva travedere l'incertezza della conseguenza, ch'io voleva dedurre dai miei sperimenti, poichè comprendeva la difficoltà d'assicurarmi coi sopra indicati mezzi d'aver intieramente spogliato il pulviscolo d'ogni aura, o spirito sottile, intendendosi la possibilità di ridurlo a

femplici caffulette vuote, e del liquore, e dello spirito ; nel qual caso era per se chiaro, che doveſſero eſſere inoperoſe, mentre il ſupporre diverſamente corriſponderebbe al credere, che la potenza fecondatrice conſiſteſſe nelle membrane delle veſcichette ſeminali, lo che ognun vede, quanto repugni al buon ſenſo. Ma ſe poi doveva ſervirmi di pulviſcolo in qualunque modo preparato, perchè dell'aura ſi ſpogliaſſe, ma non già di tutto il ſuo umore oleoſo ; ecco che incerta pareva a me, che ſi rendeſſe la conluſione della verità da ſiſſarſi, potendoſi dire allora, che in eſſo umore racchiudevaſi ſempre una qualche porzione di ſpirito, dalla quale derivata era la fecondazione .

Io mi ſentiva altreſi inclinato a credere, che alcune polveri raccolte nel debito tempo, e conſervate diſeſe dall'umidità poteſſero anco dopo un anno, altre più, ed altre meno trovarſi atte al fecondare, ſul riſſeſſo, ch' eſſendo il contenuto liquore un umido oleoſo, queſto non avrebbe fatto, che ſeccarſi entro i globettini del pulviſcolo, ma bagnato poi dall'umore, che inveſte lo ſtimma, ſi farebbe ſciolto, e trovato efficace a poter operare la fecondazione nel modo appunto, che le ſemenze conſervate non perdono ( almeno ſe non dopo lungo tempo ) l'idoneità a poter naſcere ſubito che un umido ſuolo offra loro i mezzi adattati, e neceſſarj per iſvilupparſi.

Infine ſebbene le ſperienze dell' Illuſtre *Spallanzani* dimoſtrato m'aveſſero, che il ſeme d'alcuni animali ſpogliato in gran parte dell'aura ſi trova efficace a fecondare, io era in qualche perſuaſione, che in quanto ai Vegetabili la cauſa operante doveſſe conſiſtere nel tutto inſieme, e in dubbio per le ragioni addotte di ſopra, piuttosto che nello ſpirito volatile, nelle particelle del liquore oleoſo.

Frattanto con queſte vedute eſſendomi poſto a ſperimentare, prima di paſſar oltre, comincerò da eſporre qui con qualche chiarezza le parti di quella pianta, che è ſtata il principale oggetto delle mie oſſervazioni, vale a dire della *Mercorella*, che il *Linneo* chiama *Mercurialis annua*, come pianta adattatiſſima a ſimili tentativi, ſecondo c'inſegna il

detto Sig. Abate *Spallanzani* per non produrre mai semenze feconde senza l'azione del pulviscolo (a).

In questa pianta i fiori femmine nascono dall'ascelle delle foglie, e sono composti d'un calice tripartito, che chiude due pistilli, finchè questi restano immaturi, ed in boccia, poi col crescer di essi s'apre il calice, e comparisce una cassuletta biloculare, e villosa, che termina in due stili ramosi, i quali vanno diminuendo, e quasi perdendosi a proporzione dell'aumento, che prende la cassula. Due semi rosficci della grandezza d'un granello di panico, stanno dentro di essa aventi una cortecchia non liscia, ma scabra, e lavorata sopra da piccoli solchi, e risalti; staccata la quale, oltre la propria interna tunica compariscono i lobi, e la piantina in forma d'un corpicciuolo irregolare, ed in punta compresso. I fiori maschj, finchè restano in boccia mancando anch'essi di petali, vengono chiusi dal calice, che col crescer di detti fiori s'apre in tre parti lasciando vedere gli stami coll' antere didime, e globose, quali stami spesso sono più di dodici, benchè il *Linneo*, che pone tal pianta nella *Diccia Enneandria*, ne assegni ai fiori di essa da nove fino a dodici. Questi fiori sono aggruppati in cima al caule quasi a spiga, o piuttosto a Corimbo, o a grappolo. Spiegato il calice si distendono gli stami allargandosi in cerchio; e l'antere, che sono uniloculari dopo qualche tempo aprendosi orizzontalmente spargono il pulviscolo sopra le sottoposte foglie, che si vedono quindi asperse da esso in forma di gialla minutissima polvere, rimanendo dette antere di globose, e gialle che erano, vuote e appassite in figura di piccoli filamenti turchini.

Esaminato questo pulviscolo con varie Lenti, e col Microscopio non s' arriva a veder altro, che dei globettini di figura ovata, sempre in tutti uniforme, e nel mezzo un poco diafani, come sappiamo aver in altre polveri osservato anco il *Grew*. Subito uscito il pulviscolo dall' Antere, apparisce un poco oleoso, avendo una qualche umidità, o glutine, che fa sì, che s'attacchi ai corpi anco i più levigati,

---

(a) *Spallanzani* loco cit.

come al Cristallo, e simili, ma seccato, che sia facilmente vola.

I pistilli sul principio s' inalzano uniti dal mezzo della cassula, poi si dividono piegandosi spesso come le corna dell' Ariete, con questa differenza che di più sono molto ramosi a guisa di Litofilo, o di Corallo, e che questa ramosità vascolare è quasi tutta dalla parte esterna superiore esposta all' aria, onde apparisce in loro l' idoneità a facilmente poter ricevere il volante pulviscolo; intendendosi come arrestato da uno dei tanti tubetti sia in grado d' insinuarsi per le loro boccucce dentro la cavità dei pistilli, che sono indubitatamente vuoti per tutto quello spazio, che restano fuori, ed appariscono anco in qualche modo fistulosi, entrati che sieno nel dissepimento della Cassula.

Due Nettarii si partono dalla base della Cassuletta esternamente uno per parte appunto nel luogo, dove detta Cassula fa angolo di divisione, e si sollevano a guisa di filamenti sopra i pistilli, e si trovano esistere, benchè un poco inariditi anco quando i semi sono ingrossati, e quasi maturi (a).

---

(a) Il resto si darà in seguito, e subito, sue sperienze, che richiedono tempo, ed che riefca all' Autore di poter terminare le ozio, di cui non abbonda.

---



---

# SULL' ATTIVITÀ

## DELLA DATISCA CANNABINA DI LINNEO CONTRO LE FEBBRI INTERMITTENTI

Del Sig. PIETRO RUBINI P. Profefs. di Chimica nella  
R. Università di Parma.

PRESENTATA

Dal Sig. MICHELE GIRARDI

**Q**uantunque la celerità, sicurezza, e costanza, colla quale la Chinachina arresta il corso delle febbri intermittenti abbiano ad essa già da lungo tempo assicurato il primo rango fra rimedj a tal' uopo destinati, e le abbiano presso la maggior parte de' Medici guadagnato l' onorevole titolo di specifico : pure non sono mancate, e non mancano frequenti occasioni nella pratica giornaliera, nelle quali un altro rimedio si bramerebbe da potersi ad essa sostituire con eguale vantaggio, e sicurezza. La scarshezza della buona Chinachina, atteso le non rare falsificazioni, che di questa preziosa scorza si fanno, e le alterazioni gravi, che soffre ne' lunghi trasporti dal lontanissimo Clima, ove fiorisce, il prezzo che la rende inaccessibile al povero, e di sommo aggravio negli spedali, il volume, ed il sapor nauseoso, che ne rendono difficilissima l'amministrazione in convenevol dose a' fanciulli, a molte femmine, ai disgustati infermi, infine i radicati pregiudizj, per cui la rifiutano molti ostinatamente, formano tanti ostacoli sovente insuperabili all' uso di essa anche il meglio indicato. V' hanno in oltre delle Epidemie intiere nelle quali trovasi inerte, o nociva, e vi hanno delle Idiofinerisie particolari, a cui non può adattarsi. La scoperta pertanto d'un altro specifico ad essa equivalente formò sem-

pre, e forma tuttora uno dei tanti desiderj dei buoni Medici. Nel numero grandissimo di piante a tal fine proposte hanno in questi ultimi tempi goduta qualche celebrità la *Cariophyllata*, o *Geum Urbanum* L. (1) la scorza del Salce (2) quella dell' Ippocastano (3) l' Angustura (4) e fra rimedj d'una classe più attiva è stato lodato l' Oppio (5) il Tartaro Emetico (6) l' Arsenico (7). Ma alcune delle prime non sembrano aver costantemente corrisposto alle presentate speranze (8), gli altri essendo rimedj attivi troppo, e dotati d'una estrema energia, capace di sconvolgere in un momento con grave danno l' Animale Economia non mancano mai d'un certo grado di pericolo, ed eligono in chi li usa, una prudenza e destrezza, che non può esser comune (9). Io credo pertanto, che non farà cosa discara ai Pratici, ch' io richiami i loro sguardi su d' una Pianta, che non ha finora molto fissata la Medica attenzione, e che dopo replicate sincerissime sperienze mi pare, che si potrebbe in molti casi sostituire alla Chinachina stessa, ed in qualche circostanza eziandio meritare su di questa la preferenza.

(1) La *Cariofillata* proposta già da *Hulse*, e *Chomel*, è stata recentemente lodata a' suoi da *Bucchare*, *Ashow*, *Callifen*, *Bang*, *Schoeneyder*, *Tode*, *Waldstedt*, *Weber*, *Anjow*, *Starowafnig*, *Zanner*, *Clein*, *Anderwerth*, *Asi* ec.

(2) Lodata da *Stone*, *Clossio*, *Gunz*, *Coffe*, *Villemet*, *Bursin*, *Duplanil*: *Spielmann*, *Akerberg*, ec.

(3) Lodata da *Mistibelli*, *Zannichelli*, *Pontedera*, *Spielmann*, *Turra*, *Leidenfrost*, *Bucholz*, *Sabarot*, *de la Veniere*, *Funglans*, *Coffe*, *Villemet*, *Lacroix*, *Cusson*, *Larber* ec.

(4) Celebre resa dalle sperienze di *Ewers*, *Brande*, *Heyne*, *Wilson*, *Williamy*, *Filter*, *Wilkinson* ec.

(5) Fu già proposto dai discepoli di *Paracelso*: lo usarono in seguito *Stabl*, *Apino*, i Medici d' *Uratislavia*, *Fouchys*, *Berryat*, *Lassonne*, *Ferrein*, *Duchanoy*, *Lind*, *Decboux*, *Schaezlik*, *Monro*. *Riviere* il primo, poi *Hoffmann*, e *Metzger* guarirono delle intermittenti coll' Oppio, che pel sopore che le accompagnava, audevano nella Classe delle perniciose.

(6) Oltre una folla di Pratici che hanno usato il Tartaro emetico come evacuan- te nelle Intermittenti con profitto, il *Law- stand* lo ha veduto utile anche dato in maniera, che non cagionasse la menoma eva- cuazione.

(7) L' Arsenico, tuttocchè sia uno de' più terribili veleni, è stato vantato da *Lomery*, *Wepffer*, *Giacobi*, *Meyer*, *Friccio*, *Bayer*, *Willan*, *Fowler*, *Fenner* ec.

(8) Così si sono lagnati dell' inutilità della *Cariofillata* *Lund*, *Brandel*, *Christopberfon*, *Barfoth*, *Daiberg*; e *Tede* stesso si è disdetto. L' attività della corteccia del Salce non è stata osservata da *Tode*, nè quella dell' *Ippocastano* da *Mohring*, e *Zullatti*.

(9) *Stork*, e *Borstein* dicono d' aver veduto dei mali di capo gravissimi nati dall' uso dell' Oppio. I mali prodotti dall' Arsenico sono egualmente gravi per testimonio di *Stabl*, *Gohl*, *Weylboff*, *Haen*, *Stork*, *Sagar*, *Quarin*, *Cruisbank* ec. e tutti i Medici fanno quanto danno fia il Tartaro emetico, se usato venga senza le necessarie cautele spesso difficili, talora impossibili ad osservarsi da tutti.

Questa pianta si è la Datisca Cannabina di *Linneo* (10) pianta originaria della Canèa, colà scoperta del 1594. circa dal *Todeschini*, ma che con somma facilità alligna fra di noi. L'amarezza singolare della Datisca, superiore a quella della Chinachina, e fors' anche a quella della Coloquintide indusse, ha di già molto tempo, il chiarissimo mio Maestro fu Dott. *Gio. Battista Guatteri* Professore di Botanica in questa R. Università di Parma a sospettare, che contener potesse un principio antifebbrile, eguale per lo meno a quello di tante altre amare piante, e fors' anche a quello stesso della Peruviana cortecchia. Condotta da questo analogico argomento egli fece qualche tentativo, e ne riportò il più favorevole successo. Siccome però egli non era addetto all'esercizio della pratica Medicina, così limitossi ad indurre qualche Medico di professione a moltiplicare gli sperimenti. Malgrado la felicità colla quale la Datisca rispose alle concepite speranze restò tra di noi quasi sepolto l'utile rimedio essendosene appena dato un cenno nella politica nostra Gazzetta l'anno 1781. Sembra che avendo il nostro Professore scritto qualche cosa su ciò ad alcuni suoi corrispondenti, e tra questi al celebre di lui Maestro Sig. *Marfili*, fossero anche in Padova fatte alcune vantaggiose prove colla Da-

(10) Datisca *Lin.* Sist. Veget.

*Maf. Cal.* Perianthium epiphyllum folioliis linearibus acutis equalibus.

Corolla nulla

*Stam.* Filamenta vix ulla. Antheræ circa 15. oblongæ, calice multoties longiores, obtusæ.

*Fœminæ Cal.* Perianthium bidentatum deficiente tertio dente, erectum, minimum, superum, persistens.

Cor. nulla.

*Fl.* Germen oblongum, inferum, calice longius, styli tres bipartiti, breves, stigmata simplicia, oblonga, villosa, longitudine germinis

*Per.* Capsula oblonga triangularis, trivalvis, tricornis, unilocularis.

*Sem.* numerosa, parva, trifariam capsule longitudinaliter adherentia.

Datisca caule levi.

Cannabis foliis pinnatis *Hist. Cliss.* 457.

Tomo VII.

*Roy. Lugd.* 221.

Cannabis lutea fertilis *Alp. exot.* 300.

*T.* 298. *Miris. Hist.* 3. p. 432. *fr.* 8. *T.* 25. *f.* 4.

*Luteola herba sterilis Baub. Pin.* 100.

Cannabis lutea cretica *Alp. exot.* 296.

*T.* 295.

Cannabis lutea sterilis *Alp. exot.* 307.

*T.* 300.

*Luteola herba foliis cannabinis Baub. Pin.* 100)

Canape Acquatico: *Pona Descrix. Monte-baldo* p. 81.

Cannabina *Ovatica Tournesf. Cœollar.*

E radice lutea lignosa perenni quotannis exsurgunt caules ad humanam fere altitudinem glabri, striati, foliis denatis alternis, inferioribus pinnatis, foliis plerumque biferratis. lucidis, glabris, impari lacero, superioribus tripartitis, iisdem integris, lanceolatis, flores axillares, & terminalespicati.

Iii

tisca, che vengono di volo accennate dal *Borsieri* nella seconda edizione della sua opera sulle febbri. Ignoro se ulteriori tentativi sieno stati fatti, e consegnati alla pubblica utilità.

Io intrapresi le mie sperienze sulla Datisca nel nostro Regio Spedale, ove era Medico assistente l'anno 1787, e le proseguii per tutto l'anno 1788. Per tre volte in questo spazio di tempo regnarono Epidemicamente le febbri intermittenti, due volte cioè in Primavera, ed una volta in Autunno. Egualmente felice fu l'evento di queste prove. Avendo io in allora cominciati i miei viaggi, tralasciai di più usare la Datisca fino al mio ritorno, che fu l'anno 1792, dopo il qual tempo ne ripigliai l'uso, e continuai a valermene, come tuttodì nella mia pratica me ne valgo con sì prospero successo, che mi è parso degno di essere proposto alla pubblica attenzione. Alcune di queste sperienze sono state fatte nell'Istituto Clinico, di cui m'è affidata la direzione, alla presenza de' giovani Medici che v' intervengono. Il complesso di tutti gli sperimenti fatti in diversi tempi è troppo considerabile, onde convenga discendere al minuto dettaglio, ed esporre la completa storia di ognuno di essi, il che non formerebbe che una serie di inutili ripetizioni, onde io mi contenterò di presentarne i generali risultati, narrando soltanto per esteso alcune di quelle storie, che per qualche particolar circostanza mi sembreranno meritare una distinta attenzione.

Gli effetti primi sensibili, che produr suole la Datisca sono diversi secondo le diverse circostanze dell'infermo, cui viene somministrata, ed anche secondo la dose, a cui viene esibita. Se l'infermo per una eccitabilità particolare di stomaco, o per la preesistenza di stimoli saburrati nello stesso viscere si trovi avere qualche disposizione al vomito, o se la dose del rimedio sia un po' forte, allora questo con facilità eccitando un moto antiperistaltico nel ventricolo promove delle evacuazioni più o meno forti per la parte superiore, in questo somigliando alla Cinchona di S. Lucia, o a quella che dicesi Piton, le quali sogliono egualmente produrre per poco il vomito. Che se preesista nel paziente una disposizione alla diarrea, cioè se una maggior eccitabilità v' abbia

nelle intestina, o vi sia in esse una raccolta di materie pronte ad evacuarfi, o se la dose sia minore, egli è allora il secesso, che viene promosso dalla Datisca. Qualche volta avviene eziandio, che entrambe le evacuazioni vengano simultaneamente procurate. Questa di lei azione ha fatto pensare a qualcheduno, che la Cannabina agisca sulle intermittenti colla sola sua forza drastica, per cui elimini il fomite morbofo esistente nelle prime vie, e che quindi convenga restringerne l'uso a' que' casi soltanto, ove una saburra da scacciarsi produce la febbre, o la sostiene; ove in somma converrebbe un Emetico, od un purgante. Ma questa idea non sembra sostenibile, se si rifletta, che molte altre volte non si vede seguito l'uso della Cannabina da veruna evacuazione, ma da soli tormini, o nausea, o da anbasce generali, e molte volte si vede anche rotto il periodo febbrile senza averfi altro segno manifesto della di lei azione.

Alcune volte mi è anche avvenuto di osservare, che sotto l'uso della Datisca il numero delle pulsazioni arteriose si accresce sensibilmente per modo, che nel tempo stesso d'una perfetta Apiressia manifestata dall' assoluta mancanza di ogni altro sintomo di febbre, e dal regolar compimento di ogni funzione, il solo polso è di maniera tale frequente, che si direbbe febbrile, se la frequenza sola bastasse a darle un tal carattere, come già lo pretesero alcuni sistematici. La prima volta, ch'io osservai questo fenomeno si fu in un Quartanario; di cui ecco la storia.

Un giovine di venti anni circa cominciò nell' Autunno dell' anno 1787 ad affoggettarfi ad una gagliarda febbre quartana, che gli durò tutto il seguente inverno, e buona parte della primavera del 1788. Egli prese sul principio una considerabile quantità di Chinachina, dalla quale non ritrasse il menomo vantaggio. Essendosi scoperto in costui un notevole accrescimento del volume della milza, cominciò a far uso di bocconi di Rabarbaro, sapone, terra fogliata ec. e ne seguì l'uso costantemente tutto l'inverno, e parte della primavera, ma pur senza prò, essendosi anzi ridotto d'un color giallastro, cachetico, e privo di forze. In questo stato egli cominciò a far uso della Datisca. Il primo giorno questa gli produsse del vomito, dopo il quale però proseguì

la quartana immutabile il suo corso. Gli si continuò a dar il rimedio, ma a dose minore, sicchè non gli producea veruna evacuazione, ma solo un interno tumulto, che gli girava per le intestina. Sotto l'uso continuato di quello se gli fece il polso frequente ne' due giorni liberi egualmente, che nel dì dell' accesso. A giudicar dal solo polso si farebbe sostenuto, che la febbre si era fatta continua, ma nel tempo stesso tutti gli altri sintomi indicavan anzi esser quella finita. Si dileguò il senso di freddo, che soleva precederne gli accessi: alla lassatezza, ed al maleffere sottrò un interno senso di sanità, il colorito si fece migliore, riacquistò le perdute forze, e protestando di sentirsi tanto sano, quanto altra volta mai in vita sua, si rimise, sempre sussistendo la stessa frequenza di polso, al suo ordinario travaglio. Io lo rividdi qualche mese dopo, mi raccontò d'essere stato sempre assai bene: gli toccai il polso, e lo trovai ridotto alla naturale frequenza; la milza erasi alcun poco sminuita di mole, ma non del tutto.

Questa osservazione unita ad altre affatto simili, ch'io qui tralascio per brevità, non sembrerebbero forse provare, che la Datisca ha la proprietà di esercitare in alcuni casi un'azione particolare eccitante sul sistema arterioso? Azione, che sarebbe precisamente l'inversa di quella, che esercitar sogliono in certi casi sul sistema medesimo la Digitale purpurea L. e il *Rhododendron Chrysanthemum* L., dall'uso delle quali piante le pulsazioni arteriose si sono vedute acquistare una rarità considerabilissima? E qualora col mezzo di moltiplicate osservazioni si fosse arrivato a conoscere, e distinguere bene le circostanze particolari, nelle quali questa diversa azione ha luogo, non se ne potrebbe forse trarre un buon partito, usando la Datisca, qualunque volta il sistema arterioso peccasse per inerzia, e languor d'azione, e fosse indicato l'animarlo, e l'eccitarlo anche ad azione febbrile, come se ne potrebbero forse giovevolmente colle altre due piante reprimere, e rallentare i movimenti precipitosi?

Non mi è accaduto di osservare, che la Datisca abbia alcuna azione decisa sulle vie dell'urina, onde ne promova, o ne rallenti il corso, come ho provato averla la China-china in una mia Dissertazione stampata quest'anno a Pa-

*via*. Così neppure ho io veduto copiosi sudori, od altro fenomeno che indicasse un'azione positiva della Cannabina sulla cute: soltanto in alcuni rari casi, cui riferirò di sotto, mi è avvenuto di vedere qualche eruzione cutanea seguir l'elisione della stessa.

O sia però, che la Datisca produca qualcheduno degli accennati sensibili effetti, o ne produca diversi nello stesso infermo, ovvero anche non ne produca alcuno; il risultato però più costante delle mie osservazioni si è, che essa riesce benissimo a troncare il corso delle febbri intermittenti. Qualche volta la prima, o la seconda dose di essa basta all'intento: qualche volta è necessaria la quinta, o la sesta. Ho anche veduto, che alcune volte la febbre viene immediatamente troncata: alcune altre volte continua dopo l'interruzione del rimedio per due, o tre parossismi, indi senza bisogno di ulteriori dosi, svanisce. Delle febbri di qualunque forza, di qualunque tipo, cotidiano, terzanario, quartanario hanno egualmente ceduto. La Cannabina ha domato delle febbri, che da quattro, sei, fin otto mesi resistevano ostinate a qualunque rimedio, ed a qualunque metodo, ed allo stesso specifico del *Perù*.

Affine però di ottener dalla Datisca tutto il vantaggio desiderato, e di esser certi della di lei azione sanatrice, è cosa sommamente necessaria il restringerne l'uso entro i suoi giusti limiti, e non già considerarla come un immancabile universale specifico. La Chinachina anch'essa riesce inutile, anzi dannoso rimedio nelle mani di chi ne generalizza di troppo la prescrizione, onde nacquero i tanti mal intesi biasimi, ed il discredito ingiusto, in cui era caduta presso molti, massime ne' primi tempi, in cui cominciò ad esser in voga.

E' necessario divider co'buoni pratici le febbri periodiche ed intermittenti in due classi, le vere cioè, che diconsi anche legittime, o primarie, e le spurie, che chiamansi anche sintomatiche, o secondarie, divisione su cui ha particolarmente insistito il Celebre Sig. *Frank* nel suo Opuscolo *de Ordinandis morborum periodicorum familiis*. Nella prima classe vengono comprese quelle intermittenti particolarmente, che nascono da' Miasmi paludosi, e che regnano per lo più epidemicamente: nella seconda poi vi stanno quelle, che so-

no legate all'esistenza d'un altro vizio della macchina, come il Celtico, l' Etico, lo Scorbutico ec. il quale quasi causa e fomite permanente le sviluppa, e mantiene. Siccome egli è alle febbri della prima classe, alle vere cioè, e primarie, che l' utilità della Peruviana scorza è limitata, così in esse soltanto può contarfi molto sull'attività, ed efficacia della Cannabina. Presentandosi una febbre di questa classe, qualunque sia il tipo, ch'essa vesta, e qualunque ne sia la forza, se sia ben pura, e scevra da complicazioni, egli è ben noto, che il Medico può prometterfi con fondata sicurezza di troncarne immantinentemente il corso colla Chinachina: e parmi poter dedurre dalle mie sperienze, che lo stesso felice evento può aspettarfi dalla Datisca: almeno le eccezioni a questa regola, che ho incontrate nel corso della mia pratica, sono assai poche, e forse dipendenti dal non aver potuto scoprire qualche latente circostanza, per cui la febbre appartenesse alla seconda classe, anzichè alla prima. Nel caso poi, che qualche complicazione unitamente si presenti, come se la febbre attacchi un corpo affetto d'una flogistica diatesi, o d'una flogosi parziale, oppure che abbia le prime vie imbarazzate da gastrico smegma, è sentimento comune de' migliori Scrittori, che convien meglio levar tali complicazioni prima di accingersi a sopprimer la febbre colla Chinachina, a meno che delle circostanze imperiose, quali sono quelle d'una febbre perniciofa, non isforzino a porgere un prematuro, ma necessario soccorso: e questa stessa regola conviene applicarla esattamente all' uso della Datisca (11).

(11) Il *Brown* negli *Elementi di Medicina* al Paragrafo 650. rigetta e cerca di distruggere tutte queste idee, che sono quelle de' più accreditati Scrittori, e stabilisce per generale Assioma, che mai può nelle intermittenti convenire il salasso, e mai la purgazione, perchè a' mali Astenici, fuori la qual classe gli piace di collocar le intermittenti, non possono mai essere che nocivi i rimedj debilitanti. Ma quando presochè tutti i Pratici, cominciando da *Ippocrate*, *Celso*, *Asclepiade*, e venendo a *Thompson*, *Baumes*, *Melari* ec. ci afferiscono fantamente di aver curate intermittenti

senza numero colle purghe, e cogli Emetici: quando i fatti Medici a folla ci presentano le Storie di Epidemie intiere, ove gli Ammalati, ne' quali si premetteva la purga, o l' Emetico, ottenevan subito o pace, o tregua dalle febbri, che li affliggevano, laddove quelli, ne' quali si trascuravano queste evacuazioni, e si usava la Cortecia, o qualche altro metodo, erano più ferocemente, e più lungamente maltrattati, come mai può crederfi a *Brown* l'asserzion sua gettata sì francamente al Paragrafo 655, che *Omne purgationis genus, quoties ejus periculum factum est, haud ambigua noxa*

Nel caso d'una generale infiammatoria diatesi, la tonica forza della Cannabina tendendo ad accrescere la diatesi stessa potrebbe portarla ad un grado pericoloso, e l'urto di essa potrebbe produrre qualche sconcerto; onde è prudente regola il premettere all'uso di essa uno, o più Salassi, e di servirsi di quella parte di regime antiflogistico, o debilitante, che la particolar situazione dell'infermo suggerisce.

Le flogosi limitate di qualche viscere, o di qualche altra parte, che complicansi talora alle intermittenti, sono di due classi, acute cioè, e croniche. Tanto nelle une, quanto nelle altre si deve indagare per mezzo de' segni proprj indicati da tutti i buoni pratici, se sieno esse dipendenti dalla causa stessa, che produce la febbre, oppure se ne sieno separate, e formino una malattia a parte. Nel primo caso sappiamo che la Chinachina toglie benissimo e la febbre, e la complicazione unitavi; e dei Pratici valenti, come *Sarcone*, *Cleghoru*, *Medicus* ec. col mezzo di questa hanno salvati i loro infermi da feroci acute infiammazioni di qualche viscere, come giornalmente i buoni Osservatori riconoscono esser dalla Chinachina stessa vinte assieme colle intermittenti anche le croniche flogosi del fegato, della milza ec. che le accompagnano, e che conosciute vengono coll'erroneo vocabolo di Ostruzioni (12). Nel secondo caso poi sappiamo, che

*esse deprehenditur?* E quando noi sappiamo, che senza parlar di *Botallo*, di *Chomel*, e de' loro seguaci, che han generalizzato anche di troppo il principio di curar le intermittenti col salasso, e senza valutar l'uso generale, che v' ha in alcuni Paesi, come nell'Olanda al dir di *Fordyce*, di curarle colla sola lancetta, e col nitro, tutti i più sinceri Scrittori ci assicurano di aver osservato esser il salasso un ottimo rimedio, se non capace di toglier intieramente da per se solo la febbre, almeno coadiuvante moltissimo l'azione degli altri rimedj: quando sappiamo che *Senac*, *Lautser*, *Ricba*, *Boucher*, e cento altri Pratici han veduto delle periodiche che coi salassi si curavano facilmente, ommessi questi diventavano continue, e rapidamente uccidevano gli infermi, cosa mai giudicare dell'altra asserzione *Broussiana* egualmente ardita, che *sanguinis detractiones vix quisquam sanus vel*

*tentavit?* Questi non sono i soli punti, ne' quali il sistema di *Broussin* mi pare in opposizione non già colle Teorie, o colle opinioni di tutti gli altri Scrittori, le quali potrebbero esser pretti pregiudizj malgrado la loro antichità, ed universalità, ma coi fatti i più semplici, i più costanti, che non possono negarsi senza rovesciar a capriccio il fondamento più certo della Medica Scienza, l'*Osservazione*.

(12) Il nome d'Ostruzione, che ritenesi tutt'ora nelle Scuole, deriva dalla antica supposizione d'un lentore, d'una viscosità del sangue, per cui arrestandosi ne' canali minimi vascolari del fegato, o della milza, o di qualunque altro viscere, ne ostruiffe le bocuccie, li rendesse impermeabili, e formatte quivi un ostacolo alla libera circolazione. Al di d'oggi è affai generalmente riconosciuta l'insufficienza di questo lentore, di quest'arresto, e la Patologia, che

la Chinachina intempestivamente usata riesce nociva, ed *Hafenöhrl*, *Boucher*, *Kirkland* ed altri ci hanno lasciato storie di intermittenti complicate con flogosi acute locali, delle quali la cura richiedeva i salassi, ed il regime antiflogistico, e la Chinachina o mai, o sol tardi conveniva, come giornalmente veggonsi le croniche flogosi de' visceri accrescersi sotto l'uso di questa, data per troncar l'unitavi intermittente. Le stesse regole sono assolutamente da seguirsi nell'amministrazione della Datisca, e con tanto maggior precisione, quanto l'energia, e l'urto di questa essendo maggiore di quello della Corteccia, gli sconcerti, e le conseguenze potrebbero esserne più gravi.

Nel caso, in cui gastriche saburre sieno unite alla periodica febbre, e ne formino una complicazione, la Datisca ha un deciso vantaggio sulla stessa Chinachina. Siccome questa deve in tal caso essere sempre preceduta da qualche emetico, o purgante, che sgombri le prime vie, e faciliti, e renda efficace la di lei azione, così la Datisca, che ha la proprietà di servir in tali circostanze da ottimo rimedio eva-

deriva l'origine de' morbi dalla crassie, o tenuità degli umori, è rancida, ed antiquata. Eppure si ritiene tutt'ora il vocabolo di Ostruzione, che ad essa immediatamente si appoggia, e ne risveglia quasi necessariamente l'idea; ed in conseguenza di questo convien ritenere degli altri ancora. Le Ostruzioni presentano per indicazione di deostruire, aprire i canalicoli chiusi, e sono perciò indicati i rimedj deostruenti, aperitivi, incidenti, risolventi ec. Indicazione, ed indicati non meno ipotecici, e fal-laci: così la Patologia, e la terapeutica di questi mali non sono che romanzesche. Quanto mai sarebbe desiderabile una riforma nella viziosa nomenclatura della Medica Scienza, e quanto lodevoli sono, e degni d'incoraggiamento gli sforzi di que' Moderni che l'hàn tentata! Io per me guardo le malattie chiamate volgarmente *Ostruzioni*, come semplici croniche flogosi de' visceri. Io sono indotto a così pensare dal complesso de' sintomi, che sono gli stessi d'ogni altra infiammazione: vale a dire l'intumescenza della parte, l'accrescimento dei di lei vasi osservato da *William Hunter*, e

dal *Rexia*, lo sviluppo della di lei cellulare notato dal *Tells*, il dolore, che alle volte ivi si fa sentire, e si sentirebbe più spesso ancora, se questi visceri non avessero una specie d'indolezza, per cui nelle stesse più acute infiammazioni danno pochissimi, o nessun segno di sensitività. Non potrebbero forse ridursi qua le accresciute pulsazioni della Milza osservate da *Tulpio*? Io sono confermato in questo sentimento dalle terminazioni di questi mali, analoghe pure a quelle delle infiammazioni, cioè risoluzione, suppurazione, scirro, Idrops, gangrena. Si aggiunga in fine a tutto ciò il riflesso, che tutti i rimedj decantati sotto il nome di deostruenti, incidenti ec. non possono considerarsi sotto un punto di vista più semplice di quello di leggeri stimolanti, capaci di mantenere pel lungo tempo, per cui soglionsi usare, un punto d'irritazione nel tubo intestinale, atto a formare una salutare rivulzione dell'azione delle forze della vita dal visceri affetto; locchè forma una delle indicazioni più ragionate e più utili in tutte le croniche infiammazioni.

cuante, riempie da se sola tutte le indicazioni, e risparmia all'infermo la molteplicità, ed il cambiamento de' rimedj, che gli riesce di aggravio, se povero, o di noja se nauseabondo, o delicato.

Diverso è l'affare trattandosi delle febbri della seconda classe. Come in esse la Peruviana corteccia è stata trovata costantemente o di nessuno, o d' un accidentale vantaggio, così nulla, o poco sembra che aspettar si possa di bene dalla Datisca. Questa classe in fatti è un'unione malissimo intesa di febbri accozzate insieme per una ingannevole esterna somiglianza del tipo, e della forma apparente, ma che sono realmente tra di loro differentissime quanto al fondo, ed all' intima loro natura. La febbre intermittente legata ad un ulcere, o ad un tubercolo polmonare, quella che è sostenuta dalla Diatesi venerea, e così le altre secondarie appartengono essenzialmente a delle specie di mali diversissimi, nè possono che per illusione Nosologica unirsi sotto una sola classe, e richiedono perciò dei metodi di cura affatto diversi. E come potrebbe ragionevolmente esigersi dalla Cinchona, o dalla Datisca, che fosse lo specifico egualmente del vizio venereo, dell' Ulceroso, dello Scorbutico ec.

Quantunque però il vero, e convenevole metodo di trattare le febbri secondarie sia quello di diriger le viste curative alle rispettive cagioni, e cercar di togliere il vizio specifico, che le sostiene, pure non voglio tralasciar di qui raccontare alcune storie di intermittenti di questa specie, nelle quali la Datisca ha prodotto del vantaggio.

Un giovane, che qualche mese prima avea avuta la rogna, da cui era guarito medianti le unzioni fatte coll' unguento di Zolfo, fu assalito da una terzana. Dopo il secondo parossismo di questa, ei prese la Datisca, che non produsse in lui alcun sensibile fenomeno: solo la febbre non tornò più, ed in vece egli coprissi a tutti due i carpi di pustole scabbiose della stessissima qualità delle prime, che dopo qualche giorno cominciaronsi a perdere, e con una leggerissima unzione si dileguarono affatto.

Una donna di cinquant'anni fu assalita da una doppia terzana allo scomparir d'una rogna, cui avea adoperato l'olio irritante del Leandro. La prima dose, che pigliò di

Cannabina la fece vomitare, come pur la seconda, benchè minore. Siccome il vomito la sconcertava assai, senzachè la febbre perdesse punto di forza, così fu scemata di nuovo la dose, e vi fu unito un poco di sciloppo di Papaveri. In questa guisa continuò l'uso del rimedio per pochi giorni, dopo di che la febbre scomparve, senzachè però fortisse alcuna eruzione.

Un altro giovine, che avea una terzana, avendo dopo il quarto accesso presa la Datisca, ne restò libero senza sentirne il menomo incomodo: solo gli si fece ad ambi i carpi un'eruzione copiosa di minute pustole piene d'una bianca linfa, rassomigliantissime a quelle della scabbia, non però pruriginose, che poi da per se svanirono. Ei disse di non aver mai avuta alcuna malattia di pelle.

Un postiglione era assai mal ridotto da una terzana feroce, che da due mesi lo tormentava. Essendogli stati senza verun profitto amministrati da un altro Medico molti rimedj, tra' quali una considerevol dose di Chinachina, io volli tentar la Datisca.

Questa gli diede qualche poco d'interna agitazione, e produsse qualche leggero scarico di ventre. Ma il rimarchevole si è, che la sera in cui si aspettava l'accesso, questo affatto mancò, ed in vece si manifestarono delle doglie acerbissime a tutte le articolazioni. Allora l'infermo confessò ciò che dapprima avea sempre taciuto, cioè, ch'egli avea da principio una Gonorrea, la quale sotto l'uso di certi irritanti iniezioni fattegli da un Chirurgo erasi istantaneamente arrestata: che a questo arresto erano succeduti senza intervallo dolori articolari somiglianti a quelli, che attualmente lo affliggevano, e che al cessar di questi avea fatta la sua comparsa la febbre. Dopo la quale confessione guardandosi questa successione di mali, e l'artritide stessa come dipendente dallo stesso principio celtico, fu usato l'Oppio, col quale guarì perfettamente.

Quantunque in questi casi la febbre appartenesse alla seconda classe, delle spurie cioè, o secondarie, è però sensibile il vantaggio, che dalla Datisca si ottenne. Non potrebbesi adunque col moltiplicar cautamente le Osservazioni sperar di rinvenire, e determinare con precisione dei casi di febbri

spurie, alle quali potesse convenire vittoriosamente la Datisca? Le forti scosse eccitatrici, che questa porta sulle prime vie, e che quindi si diffondono per tutta la Macchina, e ne alterano, e ne invertono i movimenti, e le azioni, non promettono forse, qualora sieno a proposito concertate, di produrre de' salutari cangiamenti, non isperabili dalla Peruviana corteccia?

La maniera ordinaria, della quale io soglio servirmi nell'amministrar la Datisca, si è di darla in sostanza, vale a dire di usar la polvere delle foglie ben disseccate. La dose ne è da uno scrupolo alla mezza dramma, che si ripete per tre, o quattro mattine. Quantunque il volume di questo rimedio sia pochissimo considerabile, pure chi volesse diminuirlo ancora, potrebbe servirsi dell'estratto.

Se ne formano pillole di tre grani per cadauna con grano di polvere; e dandone dalle tre alle sei per diverse mattine se ne hanno gli stessi vantaggi, a riserva soltanto di esser un pò più tardivi. Siccome poi l'estratto dopo lo spazio d'un anno perde di sua forza, così dopo detto termine fa d'uopo formar ogni pillola di quattro grani di estratto con due di polvere. In fine per chi amasse meglio di prender il rimedio sotto la forma liquida, può usarsi l'infusione fatta coll'erba fresca, la cui dose è dalla mezza oncia fino ad un' oncia.

Le recidive de' febbricitanti trattati colla Datisca sono state assai poche, e mi sono sembrate in proporzione più rare di quelle, che accadono sotto l'uso della Chinachina. E' questo un altro titolo, per cui io rinnovo i miei voti, affinchè altri Medici dotati di penetrazione, e di spirito osservatore vogliano metter alla prova la Datisca, onde confermandosene le salutari proprietà rendasi più comune l'uso di un rimedio sì comodo, e di sì poco dispendio.

## DELLA LEGGE

*D' immutabile capacità, e necessaria contrarietà di eccesso, e difetto di elettricità negli opposti lati del vetro, e di altro strato resistente supposta da Franklin per la spiegazione della carica, e della scarica elettrica nella boccia Leidense.*

Del P. CARLO BARLETTI.

**N**ella ipotesi immaginata per ispiegare la carica, e lo scoppio della boccia Leidense, quella perfetta eguaglianza di contraria elettricità negli opposti lati del vetro (a) non per altra ragione fu assunta da *Franklin*, se non perchè stabile da principio per legge immutabile, e propria di ogni strato, o lamina di vetro, che fosse necessariamente in ciascuno di quegli strati o lamine certa quantità di elettrico fluido, che ne esaurisse la capacità, e ne costituisse il naturale equilibrio. Finchè tale quantità rimane con perfetta egualianza divisa fra quelle due opposte facce del vetro, siccome è perciò in perfetto equilibrio, non porge alcun segno della sua esistenza. Qualora però in qualsivoglia modo viene accresciuta, o tolta in una di quelle opposte facce qualche porzione di elettrico fluido, non rimane con ciò alterata punto nè la naturale capacità del vetro, nè la quantità stessa della naturale sua elettricità; che anzi non accade nell' una, e nell' altra faccia se non un semplice cambiamento di luogo dell' elettrico fluido preesistente. Talchè quanto di questo fluido si toglie, o accresce in una faccia, altrettanto appunto, anzi quello stesso deve o accrescersi, o togliersi nell' opposta faccia dello stesso vetro. Indi ne risulta l' eccesso in

---

(a) Di questa parte della *Frankliniana* Vol. IV. pag. 304. di queste *Memorie di* ipotesi vedi la *Difertazione* pubblicata nel *Matematica, e Fisica*.

una eguale al difetto nell'altra faccia; ed in questo cambiamento di luogo, e nell' eccesso, o difetto corrispondente, e non in verun altro incremento di elettricità consiste la carica ( *Franklin Op. Vol. I. Lettera 4. n. 8. e 13.* ) a tal segno, che perfino il nome di carica non è che improprio ( *Ivi n. 12.* ) come espressamente dichiara *Franklin* medesimo. Comunque si presti il vetro a siffatto cambiamento di luogo della naturale sua elettricità, non muta però con questo nè l' assoluta sua capacità, nè la quantità stessa di elettricità, che è sua propria; che anzi la ritiene con forza, e ostinazione ( *Ivi n. 14.* ). Indi sebbene in tale stato sia nel vetro una faccia piena, e pronta a rigettare l' altra vuota, ed estremamente *affamata*: con tutto ciò la prima non ne rigetterà mai la menoma particella, se non può questa *nello stesso istante* riceverla dall' altra opposta; nè questa ne riceverà giammai un punto, un atomo solo, che non proceda *nello stesso istante* da quella prima faccia ( *Ivi n. 11.* ). Ed in questa istantanea restituzione, o circolazione al naturale luogo di ciascuna parte della elettricità del vetro consiste la scarica, e lo scoppio della boccia Leidense.

Non mi fermerò qui sul vecchio errore di necessità del moto istantaneo introdotto non già su qualche nuova sembianza di vero ( poichè in realtà l' elettricità si propaga con rapidità bensì grandissima, sempre però con successione di luogo, e di tempo ) ma derivato unicamente dal supposto principio d' inalterabile capacità, e d' indomabile ostinazione del vetro a non cangiare nemmeno per un impercettibile momento nè in più, nè in meno, ma permettere soltanto mutazione di luogo, e semplice trasporto nella naturale sua dose di elettricità. Quella necessaria conseguenza di moto istantaneo riconosciuta da *Franklin* medesimo avrebbe dovuto essere sufficientissima per indicare la falsità dell' ipotesi.

Non parlerò della morale severissima di questo fluido ridondante, per se stesso attivissimo, mercè la quale non vi è mezzo, nè via di farlo spendere un atomo solo della sua sostanza, se non lo rimborsa nell' istante medesimo all' opposta faccia del vetro, che ne è la proprietaria, e creditrice; nè della scrupolosità più che eroica della faccia vuota, e affamata a non volersi ristorare nemmeno per un istan-

te, neppur d'una stilla di altra elettricità, se non della sua propria, la quale sta nell'opposta faccia struggendosi indarno di pari ardore per satollarla. Sono queste idee morali contrarie a tutti i notissimi fenomeni delle chimiche affinità sottilmente bensì, ma infelicitemente applicate alla Fisica secondo l'antico stile delle cause finali.

Nulla dirò dell'intera, e piena azione, che in questa lotta di desiderj, e di esigenze si fa passare attraverso tutta la grossezza del vetro senza la minima diminuzione, e resistenza per cacciare, o trarre dall'opposta faccia la quantità eguale di fluido, che accorre, o parte dall'altra. Mentre in tutte le fisiche idee il mezzo resistente non può a meno di non causare qualche diminuzione di forza, e di effetto in proporzione della sua capacità a resistere; e qui che si suppone il vetro impermeabile, dovrebbe estinguerla interamente. Lasciemo ai Metafisici la gloria di conciliare l'impermeabilità del vetro colla supposta eguaglianza di mutua azione tra le opposte sue facce; giacchè non avendo nè la prima, nè la seconda veruna realtà, sarebbe la loro conciliazione poco ad un Fisico gloriosa.

Farò un solo cenno della insigne contraddizione; che a me sembra palpabile, benchè da altri che io sappia non osservata, nella proporzione stessa della carica secondo la *Frankliniana* supposizione. Risiede nella due opposte facce del vetro naturalmente eguale dose di elettricità. Qualunque causa ne accresca, o ne tolga in una faccia, deve in proporzione cavarla, o tramandarla sull'opposta faccia. Ora io dico quella causa, che la toglie, o la tramanda sull'opposta faccia, dovrà certamente far per lo meno tanta azione sulla faccia stessa, nella quale opera immediatamente, quanta ne fa sull'opposta ( prescindendo qui dal nodo di resistenza, e d'impermeabilità più sopra notato ). Se dunque nell'opposta faccia toglie o manda una data parte della naturale dose di elettricità, anche in questa, ove da principio, e per natura era a quella eguale, dovrà toglierne, o rimetterne altrettanta. Il che se si nega, rimane la forza inducente, o eccitante l'elettricità senza verun effetto sulla faccia immediatamente soggetta all'azione sua, e si estende in vece intera soltanto nell'opposta faccia, a cui è intermedia la supposta impermeabile so-

stanza del vetro. Che se anche in questa prima faccia toglie o rimette elettricità proporzionata alla forza eccitante, cerco dove la mandi, o d'onde la tolga? Poichè se la manda similmente nell' opposta faccia, o indi la toglie, la permutazione sarà reciproca; nè per tale vicendevoles progressione vi farà giammai il preteso eccesso, o difetto per cambiamento di luogo.

Se in fine si nega questa reciproca tratta, e trasfusione, allora la progressione dell' eccesso, e del difetto non può nè procedere, nè pare altrimenti, come si suppone in semplice ragione della parte tolta, o tramandata dalla prima all' opposta faccia, in cui comincia la serie; ma forza è, che qui cresca, o scemi in ragione sempre dupla. Poichè oltre la parte tratta, o trasmessa dalla prima nell' opposta faccia, rimane in questa, o in quella di più la parte corrispondente, che non può non esservi, e frattanto non si vuole nè tramandata, nè tolta. Sia per esempio la naturale dose di elettricità in ciascuna faccia eguale a dieci. Non posso torre da quella faccia una decima, e riportarla in questa senza che in questa non monti ad undeci, e là non restino che nove; e non sia perciò la differenza eguale a due. E similmente togliendo la seconda parte là resteranno otto, e qui saranno dodici; e sarà perciò la differenza eguale a quattro; e così in seguito. E nella restituzione all' opposto, in cui consiste la scarica, non ne ripasserà giammai se non la metà. Il che sarebbe ripugnante non solo ai fenomeni, ma anche alla stessa *Frankliniana* supposizione della scarica eguale alla carica.

Immaginò taluno di prevenir questo nodo paragonando la positiva, e la negativa elettricità alle positive, e negative quantità matematiche senza riflettere, che il comune limite di codeste matematiche quantità è il zero; onde la natura di ciascuna risulta direttamente contraria alla natura dell' altra. Quando per opposto il comune limite delle due elettricità consiste nell' eguale distribuzione di una stessa identica quantità; e in somma poi dal semplice trasporto di una parte sull' altra, che era in prima eguale, si vorrebbe far nascere e la contraria loro natura, e la costante ragione di eguaglianza nella loro contrarietà.

Vi fu perfino chi volle spiegar l' andamento della positiva, e negativa elettricità colle idee delle matematiche serie convergenti, e divergenti; e presentò così l' inudito confronto di quantità astratte, che hanno per essenza il carattere di non pervenire giammai ne' loro termini a perfetta eguaglianza, colla fisica idea delle contrarie elettricità, che per natura supporre si vogliono perfettamente eguali.

Quando io rifletto a simili condizioni d' ipotesi, e di principj, che di leggieri si ricevono, e si rendono dominanti presso il bel mondo de' Fisici, non posso a meno di non riconoscere anche nelle scienze una certa vertigine non molto dissimile da quella, che regge con perpetue vicende il gusto per le nuove mode, e per le cose di estraneo, e rimoto paese.

Ciò non pertanto comparve da principio sì ingegnosa l' analisi proposta da *Franklin* della boccia Leidense, ed abbagliò per tal modo colla semplicità delle combinazioni, alle quali appoggiò quel suo principio, donde la spiegazione di quel maraviglioso fenomeno derivò, che come sembravano direttamente compierne l' induzione, così neppure il sospetto lasciavano di alcun lato debole, per cui potessero ristringersi, o limitarsi, non che abbattearsi. Se non vi è circolo di conduttori tra la faccia, che caricar si vuole, e l' opposta faccia del vetro, è vano ogni sforzo per indurre la carica. Similmente se non vi è circolo di conduttori tra la faccia caricata, e l' opposta faccia del vetro, è vano ogni sforzo per ottenere lo scoppio. Come dunque potrà quel principio pretendersi fallace, e contraddittorio? Perchè dovrà il genio, e la persuasione per sì semplice, e felice ipotesi paragonarsi al frivolo gusto delle mode, e delle straniere novità? Non per altro, a dirlo in breve, e apertamente, se non perchè diversa è l' apparenza dalla realtà: perchè quella induzione di sperienze non corrisponde altrimenti al principio introdotto; perchè in fine quelle combinazioni ingegnose sono imperfette, e non compiono l' analisi del proposto fenomeno.

Per esporre con chiarezza, ed evidenza queste mie riflessioni gioverà partirle in tre articoli; e dimostrerò nel primo che l' idea di semplice circolazione d' un fluido è precaria, nè deriva altrimenti dalle *Frankliniane* sperienze.

Precarie

Precarie dimostrerò nel secondo articolo le conseguenze del *Frankliniano* principio, nè in verun modo corrispondenti all' ingenua espressione delle sperienze medesime. Proverò in fine, che non è altrimenti necessario l'intervento di opposti lati del vetro per avere la carica, e lo scoppio; e produrrò un nuovo genere di carica, e di scoppio elettrico monopleurò, e autopleurò somigliante al dipleurò finora noto.

## ARTICOLO PRIMO

*L'idea di semplice circolazione di un fluido è precaria, e non deriva altrimenti dalle Frankliniane sperienze.*

Nè occorre qui ripetere le *Frankliniane* combinazioni, che nel principio di questa memoria riferite abbiamo fedelmente colle istesse espressioni del celebre Autore. Per poco che ad esse si rifletta con uso di analitica Logica, anzi che con sintetico criterio, come nelle mode appunto fa per costume la moltitudine degli uomini, indicano quelle pur bene certa corrispondenza di azione fra l' una, e l' altra opposta superficie del vetro tanto nell' atto, che si carica, quanto nell' atto, che lo scoppio succede; ma non mostrano per verun conto d' onde nasca siffatta corrispondenza, e non è se non giuoco di prevenuta immaginazione il derivar quella corrispondenza dalla pretesa circolazione; ed è poi giunta di fantasia sopra fantasia l'immaginare ancor di più, che cotale circolazione sia unica, e di solo eccesso, e difetto di un semplice fluido. Anzi siccome indicano quelle sperienze esterna corrispondenza di azione fra gli opposti lati del vetro, così ci guidano naturalmente a riconoscere simile corrispondenza fra i lati stessi internamente attraverso la sostanza del vetro. Nè questa interna corrispondenza esclusa viene da veruna sperienza, ma unicamente si elimina in virtù d' un nuovo sforzo di fantasia coll' ipotetico nome di impermeabilità; alla quale impermeabilità, o incapacità supposta di azione per l' interna via dello strato resistente ripugnano

apertamente i fatti più solenni, nei quali le bocce stesse, e i quadri nel caricarsi in fine si rompono con manifesto scoppio per la sola via, e direzione interiore, senza veruna corrispondenza, o mediazione di esterno circolo; anzi all'opposto per solo, e pretto mancamento, e impedimento di quella stessa comunicazione, che per cotale esterior via si suole, o si vuole più d'ordinario rappresentare, e condurre.

In oltre non vi è sperienza, nè combinazione veruna, che esiga quella supposta permutazione, o circolazione di un fluido immaginario a talento intruso nella espressione di quelle sperienze, le quali in realtà nulla altro esprimono, se non *che per indurre la carica in una faccia del vetro è necessario, che si scosti, o si esterni con certa corrispondenza nell'opposta faccia l'elettricità omologa a quella stessa, per cui la carica s'induce; siccome per ottenere lo scoppio non vi è necessità di verun circolo, ma soltanto è necessario di volgere esteriormente l'azione, colla quale si trattengono, e si legano insieme attraverso la grossezza del vetro le due opposte forze di elettricità.* „ Il che si fa con l'arco, o con altro mezzo idoneo ad esternare quella mutua azione delle elettriche potenze.

Che poi l'elettricità d'un lato della boccia sia eguale, come vuole supporre, a quella dell'opposto lato, non solo non ha apparenza di vero, ma è assolutamente falso, siccome dimostrai nella Dissertazione precedentemente citata.

Ma che quel semplice, ed unico fluido si muova, e proceda da un lato del vetro per trasportarsi nello stesso istante sull'opposto lato, in cui vuol farsi la carica per incominciarla, e proseguirla (oltre che sarebbe nello stesso tempo effetto, e causa) è poi affatto contrario alla immediata evidenza del fatto. Mentre basta indurre la carica a continua successione di scintille per vedere, che esistono ambedue distinte nello stesso tempo le omologhe elettricità negli opposti lati del vetro; e si vede quella prima tanto distinta da questa, che sempre la precede; nè si trae dall'opposto lato la prima scintilla, che non balzi la seconda nel lato, che si carica. Ond'è, che la carica si compie (è può similmente esaurirsi, quando è compiuta) con due serie distinte di omologa elettricità negli opposti lati del vetro; le

quali serie non sono nè uguali, nè contemporanee, e tantomeno istantanee, come assume *Franklin*, ma con vera precedenza continua di luogo, e di tempo, e con necessaria disuguaglianza di eccesso nella prima di quelle serie.

Disse, che per indurre la carica in un lato del vetro l'omologa elettricità nell'opposto lato si scosta, e si esterna. Il che si verifica soltanto ne' vetri i più sottili; e con certa proporzione di minore disuguaglianza fra la prima, che s'imprime, e l'omologa che nell'opposto lato si esterna, corrispondente alla minore grossezza del vetro, in cui si tenta di accumulare la carica. Il quale fenomeno distrugge apertamente la supposta impermeabilità degli strati resistenti, e rende evidente la necessaria corrispondenza, e la maggiore proporzione di azione fra le elettriche potenze, quanto è minore la frapposta sostanza del vetro, per cui cotale azione si compie. Poichè per cominciare la carica stessa negli strati resistenti assai grossi, per esempio di zolfo, si scosta soltanto l'omologa elettricità per entro la sostanza stessa della materia resistente verso l'opposto lato, ma non si esterna, e non apparisce in questo opposto lato per verun modo sensibile. Lo stesso accade ne' prismi solidi, e ne' tubi di vetro, quando s'imprime, e si spinge l'elettricità secondo le lunghezze loro, come più estesamente osservai nell'analisi di alcune somiglianti sperienze di *Epino*, che perciò volli chiamarle lo spaccato della boccia Leidense (a).

La realtà pertanto di quelle sperienze non è, che sopra un lato non possa accumularsi elettricità, se dall'opposto non procede; ma più veramente, e soltanto, che da quel primo per entro la sostanza del vetro fino all'opposto lato vi è qualche cosa, che a codesta accumulazione si oppone, e fa ostacolo. Quindi è che il vetro, e qualsivoglia altra sostanza capace di elettrica carica a somiglianza della boccia Leidense si chiama, ed è in realtà materia resistente, ed oppone alla carica un ostacolo proporzionato alla grossezza, e alla direzione delle stesse parti resistenti. Si può adunque ri-

---

(a) Dabbj, e pensieri sopra la Teoria degli elettrici fenomeni num. XC. e segg.

cercare in qual modo si opponga, se direttamente, o indirettamente. Ma che intanto qui non si accumulì, perchè direttamente, e istantaneamente di là non viene, si può a genio immaginare, e non altrimenti dall' esperimento dedurre.

Similmente per ottenere la scarica necessario non è verun circolo dall' uno all' opposto lato del medesimo vetro, in cui è l' immutabile capacità, e il semplice trasporto, e indi la ridondanza, e l' impeto, e la vacuità, e il difetto, e l' esigenza del supposto fluido, e somiglianti nomi, si asseriscono gratuitamente, e per sola virtù di asserir francamente, e di fervilmente ripetere si vantano que' nomi, come cardini della più luminosa teoria. Imperciocchè due distinte lamine di vetro ambedue cariche si scaricano del pari, e sovrapposte in un colpo solo, e anche senza sovrainporre, purchè s' introduca reciproca comunicazione tra le opposte elettricità dell' una colle opposte dell' altra lamina, senza che possa fingerfi un sol pelo, nè un' ombra di commercio, e di restituzione, o circolo dall' uno all' opposto lato del medesimo vetro. Ed in fine di questa memoria descriverò, come già proposi nell' Articolo Terzo, il modo di preparar la carica, e di ottenere lo scoppio tra l' una, e l' altra parte d' un solo, ed unico lato della stessa lamina di vetro. Non è dunque, che l' elettricità da un lato proceda per accumularsi nell' altro, nè che questa stessa sopra un lato accumulata voglia, o debba unicamente restituirsi al lato vuoto, donde partì. Ma prima di definire, che la faccenda corra precisamente per tal modo, resta da ricercare, se intanto di qua non parta, perchè nell' opposto lato, e nella intermedia sostanza vi sia qualche forza, che impedisce, e trattiene. La qual ricerca sarebbe veramente fisica, e sperimentale, anzi che immaginare una forza a capriccio grande, e attivissima, frenata non mai da veruna contraria forza, ma da una supposta legge, e condizione di vacuità, o difetto, e da una capricciosa ostinazione di non trasportarsi, che a quella sola vacuità.

Si sostituisce adunque alla realtà l' immaginazione, e la via si preclude alla investigazione per riposarsi, e fondarsi sopra mere astrazioni, e leggi ultroneamente anteposte alla osservazione.

## ARTICOLO II.

*Precarie sono le conseguenze del Frankliniano principio, nè corrispondono altrimenti alla ingenua espressione delle sperienze.*

**S**Eguitiamo ora a paragonare col principio introdotto quella induzione. Dice questo primieramente, che quella omologa elettricità non solo si scosta, e si esterna nell' opposta faccia, ma che circola, e rifluisce la medesima nella prima faccia, che si carica. In secondo luogo aggiunge, che quella stessa elettricità è cacciata, e spinta per semplice, unica, e diretta azione in virtù d'una legge metafisica. E conchiude in fine, che nell' opposta faccia nell' atto, che si carica quella prima, non resta, nè si eccita, nè si raccoglie altro, altro affatto, ma risulta soltanto vacuità, e fame. Il linguaggio dell' induzione è poi lo stesso? Facile, e triviale sarebbe l' interpretazione della natura, se per sì lieve istanza si esprimesse colla voce de' suoi fenomeni.

Primieramente esige bensì l' esperienza, che l' omologa elettricità debba scostarsi, o esternarsi dalla prima per mezzo della sostanza del vetro nell' opposta faccia, ma non esige nè l' indentità, nè l' eguaglianza di quella supposta circolazione. Può di fatto l' omologa elettricità dell' opposta faccia raccogliersi in altri conduttori isolati, e separati; può anche raccogliersi in bocce, e in quadri diversi per tutta la successiva progressione della carica. Siccome però tanto in que' conduttori, come in queste bocce, o quadri la somma dell' elettricità raccolta è sempre minore della prima, che nella faccia caricata si aduna, così non solo non è questa la stessa in individuo, che dall' opposta partì, ma neppure può dirsi la stessa in ragione di eguaglianza, o di quantità, come pur esser dovrebbe, quand' anche volesse benignamente interpretarsi mediata, e indiretta quella circolazione. E' pertanto nei primi termini l' induzione ben diversa, anzi opposta a quel principio.

Quale è poi l'esperienza, che esprima l'unità, la semplicità, l'integrità di azione dell'elettricità, che induce la carica con quella, che parte dall'opposta faccia? Vedemmo ne' primi termini, che questa non è, nè può essere la stessa, nè eguale con quella prima. Come potrà dunque concepirsi non che dedursi l'unità, la semplicità, e l'integrità di azione? Chi prima d'osservare immagina, tutto intende, purchè nelle sue immaginazioni involga l'espressione de' fenomeni. Per contrario chi prima d'immaginare osserva, vedendo quella omologa elettricità esternata dall'opposta faccia non si crederà in diritto d'intenderla senza premettere molte istanze, e perquisizioni. Questa è la stessa colla prima? No, perchè quella resta, mentre questa parte. E' poi necessario, che sia questa cacciata fuori direttamente da quella prima? Sì, quando si supponga il moto istantaneo, e la cosa stessa causa, ed effetto di se medesima: quando non si supponga nel vetro altra specie, che l'unica di quella prima: quando pur questa si voglia sciolta, e spedita per obbedire ad ogni cenno di quella prima: e quando in fine si costituisca nel supposto fluido unico somma docilità a cangiar di luogo, e indomita ostinazione a non cangiar di specie, nè di quantità. Ma per lasciare il moto istantaneo, e il circolo di causa, ed effetto, tutte queste parole di *specie unica*, di *docilità*, di *ostinazione*, di *cambiamento di luogo* sono poi il linguaggio dell'esperienza? Non potrebbero anche in questa elettricità dell'opposta faccia aver luogo gli stessi equivoci, che prese *Franklin* in proposito di quella prima, che induce la carica? Immaginò egli, che l'una fosse la medesima coll'altra, e la trasportò dall'uno all'opposto lato con istantanea circolazione in modo per verità non ben coerente co' fenomeni, ma colla sua supposta legge coerentissimo. Immaginò in oltre, e suppose come fatto d'immediata evidenza, che l'elettricità per cui s'induce la carica, non d'altronde partisse, che dall'elettrico conduttore per estendersi, e raccogliersi sull'armata faccia del vetro. Eppure è dimostrato al contrario colle bellissime sperienze di *Epino* (a), che l'azio-

---

(a) Vedi l'Opera Cit. *Dubbj e Pensieri* ec. num. 69. e seqq. 127. e seqq. e 147. e seqq.

ne del Conduttore non si estende altrimenti intorno a se, nè passa per conseguenza in quella faccia del vetro per effusione di elettricità. Se dunque in questo ultimo termine del supposto circolo, che pur sembrava il più costante, l'identità non sussiste di quella specie; come potrà sostenersi questa ne' primi passi, e ne' continui salti dall' esterior faccia del vetro fino al Conduttore?

Non sarebbe egli stato più cauto l' esaminar in prima attentamente quel primo giuoco tra il Conduttore, e l'armata faccia del vetro, che non immaginarsi un modo a norma delle vaghe apparenze per trasportare poi la stessa immaginazione anche nel giuoco dell' opposta faccia? Avrebbe quel previo esame risparmiati molti errori, e aperte più sicure vie nelle successive esplorazioni. Avrebbe egli colla mirabile sagacità del suo ingegno trovato al pari d' ogni altro, che nella sfera di attività del Conduttore, che elettrica atmosfera si nomina, vi sono una in conflitto coll'altra le due opposte specie di elettricità; le quali non mai dal conduttore procedono, ma coll' azione sua si sciolgono e si svolgono l' una dall' altra. Avrebbe riconosciuto, che la specie opposta a quella, che da prima nel Conduttore s'imprime, e si raccoglie, viene sciolta, ed eccitata nelle ambienti parti del mezzo, e si dirige a quella del conduttore medesimo, come se fosse attratta. Indi se allo stesso ha qualche sensibile accesso, ne scema in proporzione la forza; se poi non ha che insensibile accesso, resta come involta fra le resistenti parti dell' aria, o di altro mezzo resistente, dalle quali non si scioglie, che lentamente, e rimanda in tal' atto, e in certo modo schizza in fuori le particelle della opposta specie omologa a quella del conduttore. Ed è questa così smossa, e spinta fra la sostanza dell' aria in quantità sempre decrescente dal contorno del conduttore, che si prende per l' atmosfera elettrica dello stesso; ed è questa stessa, che se introdotto sia libero accesso tra l' armatura del vetro, e il conduttore, viene spinta e si raccoglie sulla faccia opposta del vetro, e si trae successivamente con serie di scintille di elettricità omologa a quella prima nell' atto, che nel vetro armato si raccoglie la

carica (a). Se non avesse avuto, che qualche prevenzione pel circuito senza però che predestinar ne volesse il modo prima d'ogni esame, avrebbe incontrato qui una specie di circolazione, e sarebbe apparso tanto più plausibile siffatto

(a) Accenno queste idee d'investigazione, le quali sono ampiamente discusse ne' miei *Dubbj, e Pensieri ec.*, e nelle *Differenzazioni* mie pubblicate ne' precedenti Volumi di queste memorie di Matematica, e Fisica. Gioverà qui proporre un'immagine di siffatto modo di azione del Conduttore elettrico, dello smovimento di elettricità nel mezzo ambiente, del successivo accortimento d'una specie al conduttore, e dell'indiretto rispungimento dell'altra specie omologa alla prima del conduttore, la quale specie suppur si volle unica, ed efficiente causa di tutto questo giuoco. Riempite un corto tubo di vetro con miscuglio di parti pressa a poco eguali di limatura di ferro, e di arena bianca in modo, che non sieno troppo fitte, e compresse insieme. Indi chiuso questo tubo stendetelo sopra una tavola. Accostate verticalmente sopra lo stesso a certa distanza una forte Calamita, e vedrete tutte le particelle della limatura smuoversi, ed ergerli in mezzo all'arena frammischiate, e tenderli quelle ditettamente al polo della Calamita. Ritirate la calamita; tutte ricadono, e restano come erano previamente ineriti, ed involte coll'arena. E' questa l'immagine della elettricità smossa nell'aria intorno all'elettrico conduttore, la quale si dice *Atmosfera elettrica*. La quale atmosfera lparisce, tolta l'elettricità del conduttore; ovvero accompagna costantemente il conduttore stesso comunque si trasporti colla propria elettricità in aria sempre nuova, ovvero si muti continuamente l'aria intorno allo stesso.

Ma se invece di ritenere la calamita imprime con successive percosse d'un dito sulla tavola un moto di successione, o subsulto nelle particelle frammischiate entro quel tubo, vedrete nella limatura non più semplice mossa, o tendenza, ma vero accostamento, e successiva raccolta di quella verso la superiore parte del tubo, stantanto che l'arena ricade, e sembra rispinta nella parte inferiore opposta. Talchè se dopo certo tempo ritirate la calamita, non trovate più come nel primo caso involte, come cia-

no fra l'arena, le particelle del ferro, ma quasi tutte le vedete raccolte verso la superior parte del tubo, e vedete l'arena ributtata all'opposta parte. Perchè senza quel successivo subsulto non andava la cosa similmente? Perchè le frapposte parti d'arena resistevano al trapasso delle particelle del ferro, ed il subsulto ha dato successivamente or all'una, or all'altra di quelle certo scampo per isbrigarli e seguire la loro tendenza, e direzione alla calamita. Si dirà mai, che quelle arene sono rispinte in opposta parte dalla calamita? L'effetto che nasce qui dal subsulto, lo fanno nelle *Atmosfere elettriche* i conduttori sensibili, o insensibili.

Spingiamo più oltre quella immagine. Si tragga dal tubo quel miscuglio di limatura, e d'arena, e si spanda sul tavolino. Accostate la calamita, e vedrete con rapidissima successione il ferro unirsi alla calamita, e rigettate in fuori, e come sparpagliate sul tavolino le particelle d'arena. Lo stesso accade senza trarre quel miscuglio dal tubo, purchè si presenti la calamita al tubo aperto, e si vada questo scuotendo. Si dirà mai, che l'arena vada al fondo per ripulsione, o per espansiva forza della calamita?

Chi impediva prima l'unione del ferro colla calamita? Il vetro, o il turacciolo frapposto, il quale però non ne impediva il successivo accostamento, e ammasso sulla faccia superiore verso la calamita. Tolto quel turacciolo le particelle del ferro corrono in folla alla calamita, e intanto lasciano, e ributtano in dietro una corrispondente moltitudine d'arene, che erano frammischiate.

Succede in simil guisa la separazione, e l'accostamento di due opposte elettricità, e il rigurgito, o rispungimento della specie rispettivamente opposta a ciascuna di quelle, quando si carica un quadro, come pure quando s'induce in un quadro la carica non a successione di scintille, ma a sbocco, e sfergo di altra carica precedente.

incontro, quanto che non esige nè istantaneità di moto, nè identità di materia per farne insieme causa, ed effetto.

Con questi lumi introdursi poteva nel bujo dell'opposta faccia del vetro; e non aveva che considerare il vetro come un mezzo resistente simile all'aria per veder limpido il giuoco di quella omologa elettricità, che ivi successivamente si esterna, e per concepire perchè esser debba questa necessariamente indi estratta, e rimossa, acciò sulla prima faccia abbia luogo il successivo ammassamento di elettricità per fare la carica. La specie opposta alla prima del conduttore non può a questo accostarsi attraverso dell'aria, se non vi è capacità, o luogo, in cui si rimandi, e si raccolga l'altra specie, dalla quale si stacca e si scioglie a particella per particella fra le resistenti parti del mezzo. Chi presta quel luogo, sono i conduttori; come questi sono, che per tal modo porgono adito, e campo alle particelle smosse di sbrigarfi dalle resistenti parti del mezzo, e inoltrarsi successivamente verso la prima muovente, e attraente. Se dunque si consideri il vetro come un mezzo resistente non dissimile dall'aria, quella elettricità diretta, e raccolta per l'azione del conduttore sulla prima faccia armata del vetro opererà contro il vetro nella stessa maniera, che opera quella del conduttore contra l'aria. E siccome tra le vie di accrescere la capacità, e d'ingrandire l'elettrica forza del conduttore, una efficacissima si è di presentare a certa distanza nell'aria ambiente un'eguale superficie conduttrice, dalla quale si tragga successivamente l'omologa elettricità; siccome lo provò *Epino* in quelle sue ingegnosissime sperienze, colle quali ottenne in tal modo la scossa elettrica tra quelle opposte superficie deferenti sostenute a certa distanza nell'aria, scossa in tutto simile a quella, che tra le opposte armature d'un vetro si ottiene (a); così avrebbe inteso, che l'opposta armatura del vetro non ha in fine altro officio, che di accrescere la capacità della prima armatura per ivi raccogliere maggior copia di elettricità sulla corrispondente faccia del vetro.

---

(a) Ved. Op. Cit. num. 45. e 65. e pag. 107., in cui si narra l'esperienza colle stesse parole di *Epino*.

Avrebbe qui trovato un circolo non già di perfetta eguaglianza di azione in tanta progressione, e fra tanti ostacoli, pei quali tale idea di eguaglianza doveva a prima vista rendersi incredibile, ma con successiva diminuzione proporzionata agli ostacoli. E non avrebbe per conseguenza pensato giammai di spiegare, e trarre effetti fisici dal seno di astratte leggi presupposte nel vetro, e in chimerico fluido, ma riconosciuto avrebbe in fine veri, e non finti soggetti di quelle forze medesime nelle due opposte elettricità. Non sospettò mai *Franklin* in quelle sue combinazioni, che la virtù di fare la carica della boccia Leidenese fosse comune all'aria, e a tutti i corpi resistenti, come poi lo dimostrano *Epino*, e *Wilke*; che anzi la stimò unicamente propria, e privativa del vetro. All'opposto essendo egli prevenuto dall'idea di circolazione d'un solo fluido l'intese continua, e semplice, ove dovea vederla doppia, e reciproca. Fu dunque affatto infelice nell'uso di quella sua induzione, poichè semplificò, e ridusse nel modo della circolazione, ove forza era di comporre, e distinguere; e in cambio restrinse e limitò nel solo vetro la capacità di ricevere la carica, che poteva generalizzare, ed estendere agli altri corpi resistenti.

Non altro ci rimane a compimento del presente articolo, che di porgere qualche ristoro a quella faccia del vetro, che per la perdita, e partenza del naturale suo fluido lasciammo, secondo *Franklin*, vuota ed affamata. Per convincersi, che nelle due opposte facce del vetro armato rimangono nell'atto, che si carica, le due opposte elettricità, ed hanno fra loro nell'uno del pari, che nell'altro lato vicendevole, e costante azione, bastava, siccome fece *Epino*, rialzare or l'una or l'altra di quelle opposte armature. Poichè e dallo sforzo, che non si può a meno di non fare per rimuoverle dal contatto del vetro, e dalla notevole forza di opposta elettricità, che in ciascuna di esse si manifesta in proporzione, che sono più discoste dal vetro, avrebbe riconosciuto ben altro che difetto, o fame, ovvero che in una sola quel suo fluido colle supposte magiche virtù ripellenti, ed espanfive; che anzi sarebbe stato convinto, come in ciascuna faccia si esterna la specie di elettricità opposta a quella, che reciprocamente s'interna, e cresce attraverso la so-

stanza stessa del vetro per formare la carica. Si trova adunque dal primo fino all'ultimo termine quel supposto principio senza verun appoggio dell' induzione.

## ARTICOLO TERZO

*Non è in fine necessario l' intervento di opposti lati del vetro per avere la carica, e lo scoppio elettrico; siccome si dimostra con un nuovo genere di carica, e di scoppio elettrico monopoleuro, o auto-pleuro somigliante al dipoleuro fin' ora noto.*

Inutile farebbe dopo tante correzioni di aggiungere nuovi argomenti dell' imperfetta analisi, che di quel maraviglioso fenomeno fu da *Franklin* immaginata. Tanto più, che ad ogni passo comparvero que' suoi principj premessi alle osservazioni, e forrogati perpetuamente alla espressione delle sperienze: il che è affatto contrario allo spirito, e al fine dell' analisi, che libera esser vuole da ogni prevenzione, e unicamente intenta all' evidenza de' sensibili effetti. Non posso però a meno di non far in ultimo riflettere, che prima di stabilire que' cardini d' immutabile capacità, e di necessaria contrarietà, e di semplice circolo tra gli opposti lati del vetro doveva almeno tentarsi, se pur luogo avesse qualche permutazione, e trasporto di elettrica virtù per la carica da una in altra parte dello stesso lato d' un vetro, o di altro strato resistente.

Ho io tentato questa ricerca con facile, ed evidente preparazione. In quell' elettroforo di una lastra rotonda di cristallo, che descrissi ne' miei *Dubbj, e Pensieri* ec. col quale non solo ridussi, ma trasformai esattamente in un quadro elettrico ogni specie di elettroforo, non si ha che lasciar intera l' armatura inferiore, e dividere in due parti eguali il conduttore piano, e circolare che forma la superiore armatura (a). Con questa armatura dimezzata io pren-

---

(a) Op. Cit. n. 249. e annotazione sottoposta.

do qualunque specie di elettricità dalla metà della faccia stessa, e d'un lato solo di quel cristallo, e la porto nella vicina, e simile metà di quell' unico lato; e parimente da una in altra metà l'accresco, la diminuisco, ed in fine la estinguo, non altrimenti che si usa di fare fra le opposte facce, e fra i due lati del medesimo vetro.

Nè mi fermerò qui in vani progetti d'ingrandire questo nuovo genere di carica, e di scoppio. Gioverà meglio avvertire, che la carica, e la scarica tanto successivamente si fa maggiore, quanto più ampie sono le superficie, nelle quali si trasporta, e s'imprime, e quanto è più sottile il vetro, e lo strato resistente, a cui quel lato solo appartiene. Negli strati più sottili vi è nell'opposto lato certa corrispondenza di contrarie elettricità, ma non mai con reciprocità eguale alle due corrispondenti del primo e semplice lato, che per se solo soggiace al proposto cimento. Se gli strati sono più grossi, si comincia la carica sopra quel solo, ed unico lato senza veruna sensibile corrispondenza del lato opposto; e non procede essa più oltre per l'ostacolo, che nasce dalla stessa grossezza delle sostanze resistenti, siccome osservai nel precedente articolo primo. Conchiuderò adunque, come da principio proposi, essere non solo nell'espressione e nel modo, ma ne' termini stessi delle sue combinazioni imperfetta, e fallace quell'analisi famosa.

Se però *Franklin* fu, come fin qui accennai, sfortunato nelle sue induzioni, fu per compenso altrettanto fortunato nel meraviglioso successo, onde furono benignamente accolte quelle sue idee, dacchè il Sig. *Collinson* da Londra le rese con solennità pubbliche per tutta l'Europa; e l'Italia sempre vaga delle estranee cose volle segnalarsi in adottarle con particolare ardore, e fedeltà. Non voglio turbare a *Franklin* la sua felicità, e la sua gloria; ed anzi lo felicito, e lo ammiro non meno de' suoi più fidi seguaci; e trasporto con vera compiacenza in Italiana favella il suo elogio già pubblicato a fronte delle sue Opere in Francia:

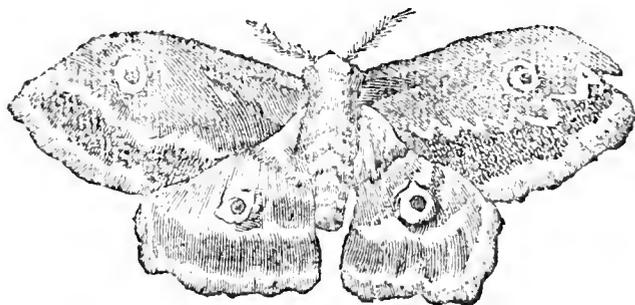
Nuovo Prometeo il fuoco al ciel rapio;

Arti in rozzi innestò climi selvaggi;

Primo l'estolle America fra' faggi;

La dotta Grecia ne avria fatto un Dio.

Penetrato come sono di stima per l'ingegno di *Franklin* non tralascio perciò di esporre le verità stesse, che egli al pari di me si propose di ricercare, e sulle quali prima di me pubblicò egli medesimo i suoi tentativi contro le opinioni di Fisici illustri, che erano in que' tempi applaudite.



# DETERMINAZIONE

## DEL TEMPO CHE IMPIEGA UN GRAVE DISCENDENTE PER UN CANALE CIRCOLARE.

Del Sig. GIO. FRANCESCO MALFATTI.

1. **I**L fortunato accidente del Galileo di trovarsi colla mano al polso, mentre nel Tempio di S. Antonio di Padova teneva gli occhi rivolti ad una lampada pendente innanzi all'Altare, la quale andava oscillando, ci ha fruttato, come ognun sa, la sua bella teoria de' pendoli semplici circolari, promossa poi tanto dall'*Ugenio* colla invenzione de' centri di oscillazione ne' pendoli composti, colla dottrina delle evolute, e con altri tali sublimi ritrovamenti, che hanno dilatato sempre più i confini della Meccanica, ed accreciuta di molto la suppellettile delle umane cognizioni. E' noto altresì, che l'osservato isocronismo tra le battute del polso e le oscillazioni prima più grandi e poi minori della lampada avean fatto credere al primo, che un grave discendente per un canal circolare, per arrivare sino al punto più basso, sempre impiegasse lo stesso tempo, qualunque fosse l'arco della discesa; proposizione, che egli non ha mai potuto dimostrare, perchè essa è solo fisicamente vera negli archi minimi del cerchio presi dal punto più basso, e non si verifica matematicamente per qualunque arco, che nella cicloide, come nel suo libro *de Horologio oscillatorio* c'insegna il secondo.

2. Oltracciò si è cercato di provare, che la caduta per un arco circolare si compie in tempo più lungo che per un arco cicloidale, il quale abbia comuni col primo i due termini; verità, che si trae pure dal problema della brachistocrona, che si fa essere la cicloide. Ma a me non è noto, che nessun Geometra si sia espressamente applicato a deter-

minare con precisione il tempo speso da un corpo nel discendere per un arco di circolo; e in grazia della celebrità dell'errore Galileano ho creduto che la cosa possa meritare qualche ferata di attenzione per parte di alcun che sia del mestiere. Io vi ho posto la mia; ed ecco cosa sono stati i miei risultati.

3. Il Problema dunque che si deve sciogliere è questo: Determinare il tempo che impiega un grave nel discendere, partendosi dalla quiete, per un canale  $FA$ , che sia un arco di cerchio di raggio  $BA$  ( Fig. 1. ).

Suppongo, che in  $F$  si cominci il moto, e che sia arrivato il grave in  $M$  colla velocità  $u$ . Guidate le due ordinate ortogonali coll' asse  $BA$ , e infinitamente prossime  $MP$ ,  $QT$ , tiro  $QN$  parallela ad  $AB$  e il raggio  $BM$ . Stabilisco quindi che sia  $MI$  la gravità acceleratrice del corpo in direzione parallela al raggio verticale, e da  $I$  conduco sulla tangente  $MQL$  la normale  $IL$ , e compio il rettangolo  $DL$ . Perchè gli angoli  $BMQ$ ,  $NMI$  son retti, detratto il comune  $NMQ$ , sono eguali gli angoli  $BMP$ ,  $IML$ ; onde riescon simili i triangoli  $BMP$ ,  $ILM$ , e perciò sarà  $BM:MP::IM:ML$ ; e di più  $BM:BP::IM:MD$ . Ora, per la legge della risoluzione delle forze, in vece della gravità  $MI$  posso sostituire le due forze laterali  $MD$ ,  $ML$ , che sono a quella equivalenti, delle quali la  $MD$ , siccome normale al canale, contr'esso si esercita, ed applicata alla massa del corpo riducesi ad una pura pressione; l'altra  $ML$  è la forza libera che accelera il grave per la curva.

4. Chiamo  $MI=f$ ,  $AB=a$ ,  $AE$  altezza della caduta  $=b$ ;  $AP=x$ ,  $PT=-dx$ , ed è  $PM=\sqrt{2ax-x^2}$ . Avremo pertanto la forza del grave contro il canale da questa analogia  $a:a-x::f:\frac{f(a-x)}{a}$ , che è nulla in  $O$  principio del quadrante circolare, ove da questo punto cominciasse il moto, e diventa uguale alla gravità acceleratrice, quando arriva il corpo nel punto  $A$ .

5. La forza libera per la tangente si ottiene coll'analogia  $a:\sqrt{2ax-x^2}::f:ML=\frac{f\sqrt{2ax-x^2}}{a}$ . Ora, chiamato

di il tempuscolo per l'archetto  $MQ$ , poichè le formole delle forze libere sono  $Fds = udu$ ,  $Fdt = du$ , introducendo in vece di  $F$  la forza  $f \frac{\sqrt{2ax - x^2}}{a}$ , e in vece di  $ds$ , che nel nostro

caso è  $MQ$ , l'espressione dell'archetto minimo  $\frac{-adx}{\sqrt{2ax - x^2}}$ , il

quale si prende negativamente, perchè nel discendere che fa il corpo, cala l'arco  $AM$ , e cala l'ascissa  $AP$ , avremo  $-fdx = udu$ ;  $f \frac{\sqrt{2ax - x^2}}{a} \cdot dt = du$ . Colla integrazione della prima

formola si ottiene  $2f(b-x) = u^2$ , così portando la condizione, che sia nulla la velocità, quando  $x = b$ ; onde si trae  $u = \sqrt{2f\sqrt{b-x}}$ ; perchè poi  $du = -\frac{fdx}{u}$  farà parimente

$du = \frac{-fdx}{\sqrt{2f\sqrt{b-x}}}$ , e quindi  $\frac{f\sqrt{2ax - x^2}}{a} \cdot dt = -\frac{fdx}{\sqrt{2f\sqrt{b-x}}}$ ;

e colle riduzioni  $\frac{dt\sqrt{2f}}{a} = \frac{-dx}{\sqrt{x}\sqrt{2a-x}\sqrt{b-x}}$ ; formola che si deve condurre ad integrazione.

6. Per integrar questa formola faccio  $x = \frac{z^2}{b}$ , e mi risulta  $-dx = -\frac{2zdz}{b}$ ,  $\sqrt{x} = \frac{z}{\sqrt{b}}$ ,  $\sqrt{2a-x} = \frac{\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b}}$ ;

$\sqrt{b-x} = \frac{\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{b}}$ ; e quindi colle sostituzioni nasce

$$\frac{-dx}{\sqrt{x}\sqrt{2a-x}\sqrt{b-x}} = \frac{-2dz\sqrt{b}}{\sqrt{2ab-z^2}\sqrt{b^2-z^2}}. \text{ Questa}$$

la spezzo in due, colicchè la prima abbia il solo denominatore  $\sqrt{2ab-z^2}$ , la seconda l'altro denominatore  $\sqrt{b^2-z^2}$  ed ho con equivalenza;

$$-\frac{2dz\sqrt{b}}{\sqrt{2ab-z^2}\sqrt{b^2-z^2}} = \frac{2dz\sqrt{b^2-z^2}}{(2a-b)\sqrt{b}\sqrt{2ab-z^2}}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2dz\sqrt{2ab-z^2}}{(2a-b)\sqrt{b}\sqrt{b^2-z^2}}. \text{ Onde } \frac{dt\sqrt{2f}}{a} = \frac{2}{(2a-b)\sqrt{b}} \\
 & \left( \frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}} - \frac{dz\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}} \right), \text{ ossia } \frac{dt\sqrt{2fb}(2a-b)}{2a} \\
 & = (A) \frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}} (B) - \frac{dz\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}.
 \end{aligned}$$

7. Integriamo ora la prima formola (A), che bisogna innanzi a tutto trasformare in un'altra per trarne quell'algebraico che può contenere. A questo fine faccio  $\frac{r}{b} =$

$$= \frac{\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}; \text{ e farà quadrando, } \frac{r^2}{b^2} = \frac{2ab-z^2}{b^2-z^2}$$

ovvero  $b^2r^2 - z^2r^2 = 2ab^2 - b^2z^2$ , che ci somministra

$$z = \frac{b\sqrt{2ab-r^2}}{\sqrt{b^2-r^2}}. \text{ Differenziando poi la precedente equa-}$$

zione, abbiamo  $2b^2rdr - 2zrD.zr = -2b^2zdz$ ; e dividendo

$$\text{per } 2zr; \frac{b^2dr}{z} - D.zr = -\frac{b^2dz}{r}, \text{ o equivalentemente}$$

$$\frac{bdr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}} - D.zr = -\frac{bdz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}}, \text{ cioè}$$

$$\frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}} = D.\frac{zr}{b} - \frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}}. \text{ Dunque}$$

$$\text{integrando; } \int \frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}} = \frac{zr}{b} - \int \frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}} =$$

$$\frac{z\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}} - \int \frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}}.$$

8. La teoria delle Sezioni Coniche ci ricordi ora, che nell'iperbola chiamato  $c$  il primo semiasse,  $e$  il secondo,  $r$  l'ascissa dal centro nel primo, l'espressione del minimo archet-

to iperbolico, che denomino  $ds$ , è  $ds =$

$$\frac{dr \sqrt{\frac{(c^2 + e^2)}{c^2} r^2 - c^2}}{\sqrt{r^2 - c^2}};$$

Sicchè moltiplicando per  $\frac{c}{\sqrt{c^2 + e^2}}$ , e cambiando i segni

sotto le radici nell'omogeneo di comparazione, si avrà

$$\frac{cds}{\sqrt{c^2 + e^2}} = dr \sqrt{\frac{c^2}{c^2 + e^2} - r^2}. \text{ Confrontiamo pertanto con}$$

questa la formola  $\frac{dr \sqrt{b^2 - r^2}}{\sqrt{2ab - r^2}}$ , e la ridurremo identica, se

farem  $c^2 = 2ab$ ;  $\frac{c^2}{c^2 + e^2} = b^2$ , onde trarremo  $c = \sqrt{2ab}$ ;  $f =$

$\sqrt{4a^2 - 2ab}$ ;  $\frac{c}{\sqrt{c^2 + e^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$ ; e concluderemo, inte-

grando, essere  $\int \frac{dr \sqrt{b^2 - r^2}}{\sqrt{2ab - r^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$  ( Arc. ip°: di

fem. 1°.  $\sqrt{2ab}$  ascissa dal centro nel 1° r ); e

fem. 2°.  $\sqrt{4a^2 - 2ab}$  ascissa dal centro nel 2° r ); e

sostituendo il valore di  $r$ , e ritornando alla formola (A);

$$(A) \int \frac{dz \sqrt{b^2 - z^2}}{\sqrt{2ab - z^2}} = \frac{z \sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}} - \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$$

( Arc. ip°: di 1°. fem.  $\sqrt{2ab}$  ascissa centrale  
2°. fem.  $\sqrt{4a^2 - 2ab}$

nel 1°.  $\frac{b \sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}}$  ); ove si noti, che osservasi in

questa ascissa la condizione necessaria, che sia sempre maggiore del 1°. femiasse, come esige la natura dell'iperbola, qualunque valore diafi a  $z$ . Quest' integrale, cui non abbia-

mo aggiunta alcuna costante, è tale, che fatto  $z=0$ , tutto va a zero, perchè l'arco iperbolico in tale ipotesi diventa arco d'un'ascissa eguale al 1° semiasse, che lo fa appunto esser nullo.

9. Si passi adesso alla integrazione dell'altra formola

$$(B) \frac{dz \sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}}.$$

Colle teorie coniche avendosi il differenziale  $ds$  dell'arco ellittico di 1° semiasse  $c$  di 2°  $e$ , e di ascissa centrale nel 1° asse  $z$  così espresso

$$ds = dz \frac{\sqrt{c^2 - \frac{(c^2 - e^2)z^2}{c^2}}}{\sqrt{c^2 - z^2}},$$

fatta la moltiplicazione

per  $\frac{c}{\sqrt{c^2 - e^2}}$ , farà  $\frac{c ds}{\sqrt{c^2 - e^2}} = \frac{dz \sqrt{\left(\frac{c^4}{c^2 - e^2} - z^2\right)}}{\sqrt{c^2 - z^2}}$ , che

renderemo identica colla formola (B)  $\frac{dz \sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}}$ . Perciò

farà  $c^2 = b^2$ ,  $\frac{c^4}{c^2 - e^2} = 2ab$ ; e quindi  $c = b$ ,  $e =$

$$\frac{b \sqrt{2a - b}}{\sqrt{2a}} = \frac{b \sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}; \quad \frac{c}{\sqrt{c^2 - e^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{b};$$

e finalmente  $\int (B) \frac{dz \sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{b}$  (Arc. ellit.

di 1° sem.  $b$

2° sem.  $b \frac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$

ascissa centrale nel 1°  $z$ ); arco che svanisce, quando  $z=0$ . Laonde riassumendo la formola differenziale del tempo del § 6, e facendo al suo integrale, si ha

$$\frac{s(2a - b) \sqrt{2fb}}{2a} = \frac{z \sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}} - \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$$

di 1°. fem.  $\sqrt{2ab}$   
 2°. fem.  $\sqrt{4a^2 - 2ab}$  ascissa centrale nel 1°.  $\frac{b\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}}$ )  
 $-\frac{\sqrt{2ab}}{b}$  ( Arc. ellit. di 1°. fem.  $b$  , ascissa dal

2°. fem.  $b \frac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$

centro nel 1°. affe  $z$ ); e rimesso il valore di  $z$  dato per  $x$

$$\frac{t(2a-b)\sqrt{2fb}}{2a} = \frac{\sqrt{bx}\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}} - \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$$

( Arc. ip. di 1°. fem.  $\sqrt{2ab}$   
 2°. fem.  $\sqrt{4a^2 - 2ab}$  , ascissa centrale

nel 1°.  $\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}}$  )  $-\frac{\sqrt{2ab}}{b}$  ( Arc. ellit.

di 1°. fem.  $b$  , asc. cent. nel 1°.  $\sqrt{bx}$  ), che col-

2°. fem.  $b\frac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$

le riduzioni si cangia nella seguente;

$$(C) t = \frac{a\sqrt{4ax - 2x^2}}{(2a-b)\sqrt{fb-fx}} - \frac{a}{(2a-b)\sqrt{fa}} \text{ ( Arc. ip.}$$

di 1°. fem.  $\sqrt{2ab}$   
 2°. fem.  $\sqrt{4a^2 - 2ab}$  , asc. cent. nel 1°.  $\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}}$

$-\frac{2a^2}{b(2a-b)\sqrt{fa}}$  ( Arc. ellit. di 1°. fem.  $b$   
 2°. fem.  $b\frac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$  ,

asc. cent. nel 1°.  $\sqrt{bx}$ .)  $+ C$ ; essendo  $C$  la costante che va aggiunta per rendere l'integrale completo.

10. A determinare questa costante  $C$ , rifletteremo, che il tempo è nullo, quando  $x=b$ , perchè allora comincia la discesa del grave. Ora in tal caso l'arco ellittico dell'integrazione si fa arco di ascissa centrale  $= b$ , cioè di ascissa eguale al 1°. semiasse, e in conseguenza l'arco diventa il quadrante della ellisse. Rispetto dunque all'arco ellittico,

ove  $\mathcal{Q}.E$  simboleggi il quadrante ellittico, la parziale integrazione completa farà  $\mathcal{Q}.E.$  — Arc. ellit. ecc.

11. Resta a vedere, cosa diventano gli altri due termini dell'integrazione, quando  $x=b$ . Poichè la parte algebrica ha il denominatore  $\sqrt{fb-fx}$ , annullandosi questo, farà il valore della frazione algebrica una quantità infinita. Ma infinito eziandio risulta l'arco iperbolico, mentre

in tal caso la corrispondente ascissa  $\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}}$  si fa infinita.

Essendo dunque nella equazione (C) questi due termini di segno diverso, equivaleranno essi alla differenza di due quantità infinite; e potendo cotal differenza esser finita, bisognerà cercarne il valore.

12. I due primi termini del 2°. membro nella equazione suddetta si presentino in questa maniera;

$$\frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}} \left( \frac{\sqrt{a}\sqrt{4ax-2x^2}}{\sqrt{b-x}} - \text{Arch. ip. di} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} 1^\circ. \text{ fem. } \sqrt{2ab} \\ 2^\circ. \text{ fem. } \sqrt{4a^2-2ab}, \text{ asc. cen. } b \end{array} \frac{\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}} \right).$$

Posto  $x=b$ , si fa  $\frac{\sqrt{a}\sqrt{4ax-2x^2}}{\sqrt{b-x}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{4ab-b^2}}{\sqrt{b-x}}$ , ove si

deve intendere, che anche nel denominatore sia  $x=b$ ; e l'ascissa

$$\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}} = \frac{\sqrt{b}\sqrt{2ab-b^2}}{\sqrt{b-x}}, \text{ essendo qui pure}$$

$x=b$ . Ora, se abbiamo l'iperbola  $AM$  (Fig. 2) dei semi-assi  $CA=\sqrt{2ab}$ ,  $AB=\sqrt{4a^2-2ab}$ , e immaginiamo presa dal centro l'ascissa infinita  $CP$  e condotta la corrispondente ordinata infinita  $PM$ , perchè il punto  $M$  della curva coincide con un punto dell'affintoto infinito  $CBM$ , saran simili i due triangoli  $CAB$ ,  $CPM$ , e avremo  $CA:CB::CP:CM$ ,

ovvero perchè  $CP = \frac{\sqrt{b}\sqrt{2ab-b^2}}{\sqrt{b-x}}$ , e  $CB$

$$= \sqrt{CA^2 + AB^2} = \sqrt{2ab + 4a^2} - 2ab = 2a; \sqrt{2ab} : 2a :: \frac{\sqrt{b} \sqrt{2ab - b^2}}{\sqrt{b-x}} : \frac{\sqrt{a} \sqrt{4ab - 2b^2}}{\sqrt{b-x}}$$

Dunque l'intero assintoto  $CM = \frac{\sqrt{a} \sqrt{4ab - 2b^2}}{\sqrt{b-x}}$ , che è

espressione identica con quella della parte algebrica della nostra integrazione nel caso di  $x=b$ . Dunque in questa ipotesi la differenza delle due quantità  $\frac{\sqrt{a} \sqrt{4ax - x^2}}{\sqrt{b-x}}$

— arc. iperb. ecc. diventa la differenza tra l'infinito assintoto, e l'arco infinito della iperbole, che ha i due semiaffi sopra notati. Fatta pertanto questa differenza  $= \Delta$ , e nella equazione (C) separato il comun fattore de' termini

$\frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}$ , farà la completa integrazione del tempo;

$$t = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}} \left( -\Delta + \frac{\sqrt{a} \sqrt{4ax - 2x - 2x^2}}{\sqrt{b-x}} \right. \\ \left. - \text{Arc. ip. di } \begin{array}{l} 1^\circ \text{ sem. } \frac{\sqrt{2ab}}{b\sqrt{2ab-bx}} \\ 2^\circ \text{ sem. } \sqrt{4a^2-2ab}, \text{ asc. cent. } \sqrt{b^2-bx} \end{array} \right. \\ \left. + \frac{2a \mathcal{Q}.E}{b} - \frac{2a}{b} \text{ Arc. Ellit. di } \begin{array}{l} 1^\circ \text{ sem. } b \\ 2^\circ \text{ sem. } b\sqrt{4a^2-2ab} \end{array}, \right. \\ \left. \text{asc. cent. } \sqrt{bx} \right)$$

13. Da questo tempo per gli archi variabili passiamo alla misura del tempo impiegato dal grave fino al più basso punto della discesa, che corrisponde all'ipotesi di  $x=0$ . In questo caso la parte algebrica si annulla, l'arco iperbolico, che le tien dietro, si cangia in un altro, di ascissa cen-

trale  $\frac{b\sqrt{2ab}}{b} = \sqrt{2ab}$ , cioè in un arco di ascissa eguale al

1° semiasse, vale a dire in un arco nullo, e così accade all' arco ellittico, perchè la sua ascissa  $\sqrt{bx}$  dal centro si fa nulla. Chiamato quindi  $T$  il tempo intero della caduta,

$$\text{verrà l' equazione } T = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}$$

$(-\Delta + \frac{2aQ}{b}.E)$ , con che resta sciolto il Problema.

14. Non devo però omettere, che affine di trar qualche utilità dalle anzidette formole dei valori del tempo, fa d'uopo poter esprimere con quantità algebriche, almen per via di serie convergenti, gli archi ellittici ed iperbolici, e così pure la differenza  $\Delta$ . A ciò però ho io provveduto bastantemente nel 2° Tomo della nostra Società, ove esibisco alcune serie sempre convergenti, che servono a far conoscere siffatti valori, dalle quali trascelgo ora le due che appartengono al quadrante ellittico e alla differenza  $\Delta$ , per adattarle al valor del tempo dell' intera caduta nel nostro problema. In quel mio opuscolo, essendo  $m$  il 1° semiasse,  $n$  la distanza del centro dalla direttrice nell' iperbola, e la semicirconferenza circolare di raggio 1, trovo

$$\Delta = \frac{n\omega}{4} + \frac{n\omega}{2} \left( \frac{1^2 \cdot n^2}{2^2 \cdot 4m^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot n^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6m^4} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot n^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8m^6} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot n^8}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 10m^8} \text{ ecc.} \right);$$

e siccome  $n$  nella iperbola è sempre minore di  $m$ , resta chiara la convergenza di questa serie. Ora le determinazioni poste ci danno per 2° semiasse dell' iperbola la formola  $\frac{m}{n}\sqrt{m^2-n^2}$ . Fatto quindi il confronto coi simboli del problema, avremo

$$m = \sqrt{2ab}; \quad \frac{m}{n}\sqrt{m^2-n^2} = \sqrt{4a^2-2ab}, \quad \text{onde si trae } a=b;$$

e però farà il nostro

$$\Delta = \frac{b\omega}{4} + \frac{b\omega}{2} \left( \frac{1^2 \cdot b}{2^2 \cdot 4 \cdot 2a} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot b^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 2^2 a^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot b^3}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8 \cdot 2^3 a^3} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot b^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 10 \cdot 2^4 a^4} \text{ ecc.} \right)$$

15. La serie esprimente il valore del quadrante ellittico, significando qui pure  $m$  il 1°. semiasse,  $n$  la distanza del centro dalla direttrice, si trova essere nel citato opuscolo la seguente;

$$\mathcal{Q}.E = \frac{m\phi}{2} - \frac{m\phi}{2} \left( \frac{1 \cdot m^2}{2^2 n^2} + \frac{1^2 \cdot 3 m^4}{2^2 \cdot 4^2 n^4} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5 m^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 n^6} \right. \\ \left. + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 m^8}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 n^8} \text{ ecc.} \right)$$

Risultando pertanto il 2° semiasse della ellisse  $= \frac{m}{n} \sqrt{n^2 - m^2}$

perchè questa sia la ellisse del nostro problema, bisogna che sia  $m = b$ ;  $\frac{m}{n} \sqrt{n^2 - m^2} = \frac{b \sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$ , che fa essere

$n = \sqrt{2ab}$ , onde colle sostituzioni avremo

$$\mathcal{Q}.E = \frac{b\phi}{2} - \frac{b\phi}{2} \left( \frac{1 \cdot b}{2^2 \cdot 2a} + \frac{1^2 \cdot 3 b^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 2^2 a^2} \right. \\ \left. + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5 b^3}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 2^3 a^3} \text{ ecc.} \right); \\ \frac{2a \cdot \mathcal{Q}.E}{b} = a\phi - a\phi \left( \frac{1 \cdot b}{2^2 \cdot 2a} + \frac{1^2 \cdot 3 b^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 2^2 a^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5 b^3}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 2^3 a^3} \right. \\ \left. + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 b^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 2^4 a^4} \text{ ecc.} \right).$$

Ma  $T = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}} \left( -\Delta + \frac{2a \cdot \mathcal{Q}.E}{b} \right)$ . Dunque farà

$T$  eguale a un multiplo della differenza delle due serie, che rappresentano i valori di  $\frac{2a \cdot \mathcal{Q}.E}{b}$ , e di  $\Delta$ ; le quali colla riduzione di esse ad una sola serie ci somministrano finalmente

$$(D) T = \frac{\phi \sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}} \left( a - \left( \frac{3b}{2^2 \cdot 2a^2} + \frac{7 \cdot 1^2 b^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 2^2 a^3} \right) \right)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{11 \cdot 1^2 \cdot 3^2 b^3}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 2^3 a^2} + \frac{15 \cdot 1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 b^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 2^4 a^3} \\
 & + \frac{19 \cdot 1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 b^5}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 10^2 \cdot 2^5 a^4} \text{ ecc. fino all' infinito } \Big) ,
 \end{aligned}$$

progredendo la serie colla legge, che si fa manifesta.

16. Avverto così alla sfuggita, che essendo le formole poste al §. 5. proporzionalità e non vere equazioni, mancano di precisione fisica anche i valori de' tempi, che abbiamo notati. Ma supposta  $\theta$  l'altezza della libera discesa d'un grave in un dato tempo  $\theta$ , la eguale, ove  $\theta$  sia un minuto secondo, è di piedi parigini 15.096 prossimamente, si rimedia col cangiare le suddette formole in quest' altre;

$2\delta F ds = u du$ ;  $2\delta F dt = \theta du$ , le quali importano una vera eguaglianza, come è già noto. Da ciò deriva, che in vece di

$t, T$ , bisogna sostituire  $\frac{\sqrt{2\delta \cdot t}}{\theta}$ ,  $\frac{\sqrt{2\delta \cdot T}}{\theta}$ ; onde il vero tempo

dell' intera discesa, chiamata  $S$  tutta la serie, verrà così espresso

$$T = \frac{\theta \phi \sqrt{a \cdot S}}{(2a-b) \sqrt{2\delta f}}$$

secondo, che fa essere  $\delta = 15.096$  piedi parigini, e di più

supposta 1 la gravità acceleratrice  $f$ ;  $T = \frac{\phi \sqrt{a \cdot S}}{(2a-b) \sqrt{30 \cdot 192}}$

Sia per esempio,  $b = a = 1$ , cioè si faccia la discesa per un intero quadrante di circolo di raggio 1; fatto il calcolo numerico, si troverà essere  $T = 0.337$ , prossimamente; il che vuol dire, che un pendulo semplice lungo un piede compirebbe sensibilmente cadendo dall' altezza del quadrante tre intere oscillazioni in due minuti secondi. La nostra serie del tempo dell' intera caduta ci farà pur utile, quando il vogliamo, alla soluzione di quest' altro problema: dato un pendolo di conveniente lunghezza, determinare l'altezza dell' arco, ossia i gradi dell' arco di discesa, perchè il pendolo faccia la sua intera oscillazione in un minuto secondo, il che può servire per l'esattezza degli orologi a pendolo che battano i secondi; e a questo fine bisognerà far uso del metodo

del regresso delle serie, o, se si trova più comodo, di quello delle false posizioni.

17. Ritorno ora alla equazione (D), e suppongo che  $b$  diventi infinitamente piccolo, cioè che l'arco, per cui il grave discende, sia minore di qualunque dato. Si fa evidente, che in tale ipotesi tutti i termini della serie son nulli rispettivamente al 1°. termine  $a$ , che solo rimane, onde

$$\text{avremo } T = \frac{\phi \sqrt{a \cdot a}}{2a\sqrt{f}}, \text{ ovvero } T = \frac{\phi \sqrt{a}}{2\sqrt{f}}.$$

Trarremo questa stessa verità dall'altra equazione

$$T = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}} \left( -\Delta + \frac{2a \mathcal{Q}.E}{b} \right) \text{ modificata al}$$

presente caso. Imperciocchè l'iperbola, la quale ha per semiasse primo  $\sqrt{2ab}$ , e per secondo  $\sqrt{4a^2-2ab}$ , ove  $b$  sia infinitamente piccolo, si cangia in un'iperbola di semiasse 2° =  $2a$ , e di semiasse 1°. infinitesimo. Ma allora la curva si confonde coll'assintoto, che resta collocato in direzione perpendicolare alla linea delle ascisse. Dunque è nulla la differenza tra l'arco iperbolico infinito e l'assintoto, e conseguentemente  $\Delta = 0$ . In questa stessa supposizione, avendo il

quadrante ellittico  $\mathcal{Q}.E$  i due semiasse  $b$ ,  $\frac{b\sqrt{4a^2-2ab}}{2a}$ ,

diventano tutti e due lo stesso  $b$ , e però il quadrante ellittico si muta in quadrante circolare di raggio  $b$ , e risulta

$$\frac{2a \mathcal{Q}.E}{b} = \frac{2a \mathcal{Q}. \text{circ. di raggio } b}{b}. \text{ Ma qualunque qua-}$$

drante circolare diviso pel suo raggio, costituisce un quoto, che è una quantità costante, o grande, o piccolo sia questo raggio. Dunque, chiamata  $\phi$  la semicirconferenza circolare

di raggio 1, farà  $\frac{\phi}{2 \cdot 1} = \frac{\mathcal{Q}. \text{circ.}}{6}$ , e quindi  $\frac{2a \mathcal{Q}. \text{circ.}}{6} = a\phi$ ,

onde avrem  $T = \frac{\sqrt{a}}{2a\sqrt{f}} \cdot a\phi = \frac{\phi \sqrt{a}}{2\sqrt{f}}$ , e questa conclusione dimostra l'isocronismo negli archi minimi di cerchio, che as-

fumono la proprietà cicloidale; la qual cosa però non si verifica negli archi finiti, come malamente supponeva il *Galileo*.

18. Da ultimo, non perchè non sia notissimo, ma perchè lo richiede l'opportunità dell'argomento, penso che non debba riuscir discaro, che io replichi qui la dimostrazione dell'isocronismo non sol proprio, ma anche comparato in due pendoli di eguale lunghezza, un circolare per gli archi minimi, e l'altro cicloidale per qualunque arco; con che darem fine alla nostra piccola Dissertazione. La teoria delle evolute c'insegna, che il pendolo cicloidale debb' essere tanto lungo, quanta è la lunghezza del raggio d'oscuro, che dall'imo punto della cicloide va all'evoluta, il qual raggio d'oscuro si fa essere duplo del diametro del circolo genitore. Sia dunque la cicloide  $AD$  (Fig. 3) generata dal circolo

lo  $BNA$ , che deve avere il raggio  $AC = \frac{a}{4}$ , affinchè il circolo di raggio  $a$ , e il cicloidale abbiano la medesima lunghezza. Stabilisco, che partendoi da  $F$  il grave sia arrivato in  $M$ , e sia, come nel pendolo circolare  $AE = b$ . Pongo

$AP = x$ , cui corrisponde l'ordinata al circolo  $PN = \frac{ax}{2} - x^2$

e l'ordinata alla cicloide,  $PM$ , cui è infinitamente prossima la  $QR$ . La verticale  $MI = f$ , rappresenti la gravità acceleratrice del corpo, e da  $I$  si conduca la  $IL$  a squadra colla

tangente  $ML$  della curva, poi si tiri la corda  $AN = \sqrt{\frac{ax}{2}}$

Perchè  $AN$  è parallela alla tangente  $ML$ , faranno simili i due triangoli rettangoli  $NAP$ ,  $MIL$ , e verrà l'analogia

$\sqrt{\frac{ax}{2}} : x :: f : ML = \frac{fx\sqrt{2}}{\sqrt{ax}} = \frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}$ ; che farà la forza li-

bera accelerante il grave per la curva. Prodotta poi la  $QR$  finchè tagli la  $MT$  in  $S$ , perchè la taglia anche ad angolo retto, simili abbiamo i triangoli  $MRS$ ,  $IML$ , e però

$IM : ML :: MR : MS$ , che dà  $IM \cdot MS = ML \cdot MR$ . Ma, posta la velocità in  $M = u$ , per le formole delle forze libere, farà  $ML \cdot MR = MI \cdot MS = udu$ , ossia, poichè nella discesa del pen-

dolo cala l'ascissa  $AP$ ;  $f(-dx) = udu$ . Dunque integrando in modo che riesca nulla la velocità, quando  $x = b$ ;  $f(b-x) = \frac{u^2}{2}$ , e  $u = \sqrt{2f} \sqrt{b-x}$ . Per l'altra legge de' movimenti liberi, essendo  $ML \cdot dt = du$ , colla sostituzione de' valore di  $ML$ , nascerà  $\frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}} dt = du$ , e perchè

$$du = \frac{fdx}{u} = \frac{\frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}} dx}{\sqrt{2f} \sqrt{b-x}}, \text{ avremo } \frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}} \cdot dt = \frac{fdx}{\sqrt{2f} \sqrt{b-x}},$$

$$= \frac{fdx}{\sqrt{2f} \cdot \sqrt{b-x}}, \text{ e dopo le riduzioni,}$$

$$dt = \frac{\sqrt{a}(-dx)}{2\sqrt{f} \sqrt{bx-x^2}} = \frac{\sqrt{a}(-bdx:2)}{b\sqrt{f} \sqrt{bx-x^2}}. \text{ Quindi}$$

integrando  $t = \frac{\sqrt{a}}{b\sqrt{f}} (C - \text{arco di rag. } \frac{b}{2} \text{ e di seno verso } x)$

La determinazione della costante  $C$  si ha col riflettere, che dev' esser nullo il tempo, quando  $x = b$ . Ma allora l'arco diventa la semicirconferenza di raggio  $\frac{b}{2}$ . Dunque, chiamata  $S$  questa semicirconferenza, farà

$$t = \frac{\sqrt{a}}{b\sqrt{f}} (S - \text{arco di rag. } \frac{b}{2}, \text{ seno verso } x).$$

Ora per avere il tempo dell'intera caduta bisogna fare  $x=0$ , che fa svanire il seno verso  $x$ , e l'arco corrispondente. Perciò, significando  $T$  il tempo della discesa totale, farà

$$T = \frac{\sqrt{a} \cdot S}{b\sqrt{f}}. \text{ Se } \phi \text{ è la semicirconferenza d'un cerchio}$$

di raggio  $1$ , sta  $1:\phi::\frac{b}{2}:S$ . Dunque  $S = \frac{b\phi}{2}$ , e

1.

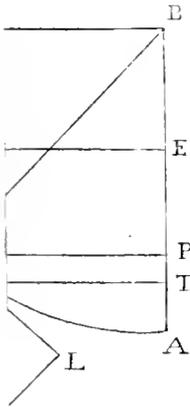


Fig. 2.

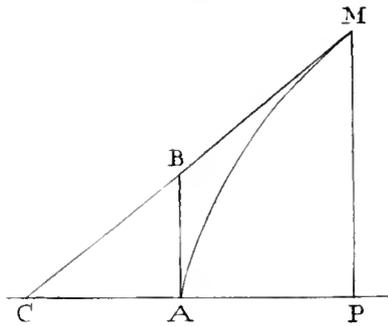


Fig. 3.

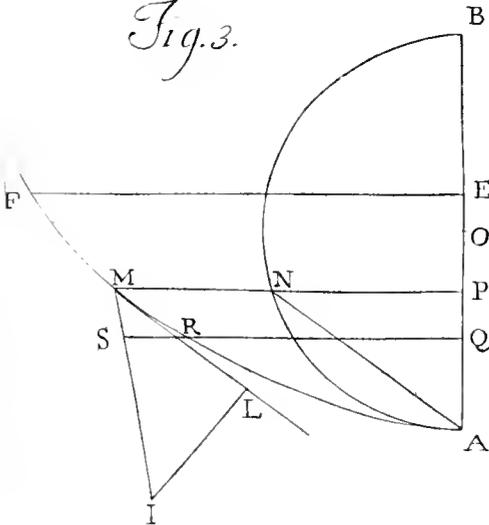


Fig. 1.

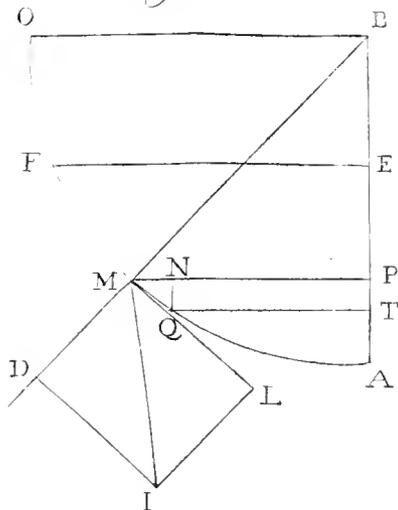


Fig. 2.

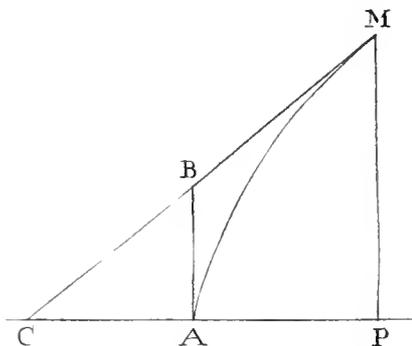
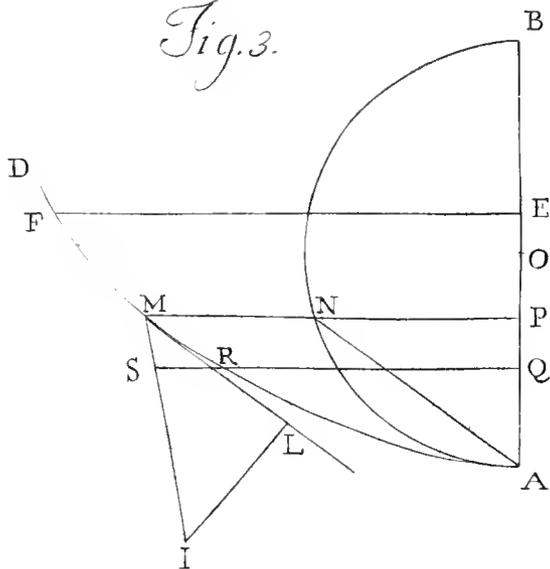
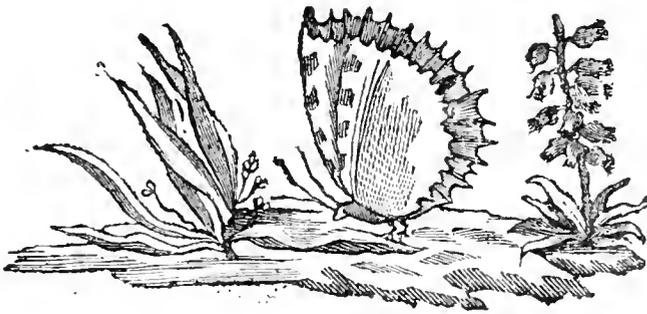


Fig. 3.



quindi  $T = \frac{\Phi \sqrt{a}}{2\sqrt{f}}$ . In questa formola non entra per niente

l'altezza  $b$  della discesa. Dunque il valor del tempo è affatto da essa indipendente, e riman lo stesso qualunque sia l'arco di caduta del pendolo; ed ecco l'isocronismo proprio del pendolo cicloidale. Questo valor di tempo è affatto identico con quello degli archi minimi nel pendolo circolare egualmente lungo: ed ecco valere ancora ne' due pendoli l'isocronismo comparato.



---



---

# OSSE R V A Z I O N I

## SOPRA LA SQUISITEZZA DEL SENSO DEL TATTO DI ALCUNI VERMI MARINI.

Del Sig. Ab. GIUSEPPE OLIVI.

INDIRIZZATE

Al Sig. Ab. GIUSEPPE TOMMASELLI, Naturalista  
e Chimico Veronese, ed a' suoi Nobili Uditori.

**L**A proprietà, osservata dal cel. *Spallanzani* ne' Pipistrelli acciecati, di volare regolarmente, e presentire e schivare gli ostacoli, come quando son provveduti dell' organo della vista, mi richiamò, o Amico, alla mente un fenomeno da me parecchie volte osservato nel corso delle mie ricerche marine, il quale ha relazione alla moderna scoperta, e forse potrebbe somministrar qualche lume opportuno per arrivare ad intenderla ed a spiegarla. Convinto che assai spesso in Fisica, in Istoria naturale, in Anatomia le osservazioni comparative giovano mirabilmente alla intelligenza de' fenomeni, che isolati sarebbero inesplicabili, volli in questi giorni ripetere le osservazioni e l' esame dell' indicato fenomeno marino, e ne presento a Voi, ed a' Vostri Nobili Uditori i semplici risultati.

Alcuni Animali marini della classe de' Zoofiti e de' Molluschi, dotati di un grado di sensibilità ottuso, non però equivoco, privi degli organi inservienti all' odorato e alla vista, e sol muniti di stomaco, e di tentoni o tentacoli per prendere nutrimento, questi animali non presentano indizj di altro senso, che di quello del tatto. Dipendendo tutta la

loro sussistenza dalle impressioni, che per questo senso ricevono, essi non possono conoscere la presenza delle sostanze atte ad alimentarli, se non mediante l'urto meccanico ch'esse fanno fu le loro boccucce, o fu i tentacoli, che a tal fine tengono espansi.

Alla mancanza degli organi proveniente negli Esseri viventi da costituzione organica, o da perdita accidentale, la Natura per ordinario supplisce con una maggior perfezione negli organi esistenti; perfezione derivante o dalla migliore conformazione degli organi, che restano, o dalla loro educazione, vale a dire dalla maggiore attenzione, che quegli Esseri donano alle sensazioni, che per essi ricevono. Ciò appunto si verifica nel caso nostro. Questi Vermi moluschi hanno il senso del tatto molto squisito ed acuto, sicchè risentono il più piccolo urto degli animaletti, che vengono loro a contatto, si mettono in movimento, e li prendono. Fin qui la cosa è semplicissima, e non ha nulla di straordinario.

Ma ciò che sembrerà più singolare si è, che questi vermi situati nella loro acqua nativa, ed anche raccolti in vasi, ed assoggettati alla osservazione, presentano e riconoscono a qualche considerabile distanza la presenza delle sostanze atte al loro alimento. Io vidi in alcuni siti delle lagune qualche *Attinia* e qualche *Idra* riconoscere sino a sei, ed otto pollici di distanza i loro alimenti, e cercar di prenderli: io le raccolsi, e riposi entro vasi espressamente a ciò destinati e mostrarono lo stesso effetto.

Si fa che molti vermi hanno la facoltà di muover l'acqua mediante un' aspirazione o una vibrazione di tentacoli, e di agitarla in tal modo, che vi producono un vortice, o una corrente, la quale trasporta verso il loro corpo le prede. Di tal sorta sono le *Attinie*, e le *Idre* da me assoggettate all' esperimento. Io vedeva, che quantunque l'acqua de' miei vasi fosse perfettamente tranquilla, nè manifestasse il più piccolo indizio di movimento o di oscillazione, esse rivolgevano verso una parte le loro boccucce, o vi distendevano i loro tentoni, ed esercitavano quella vibrazione, e destavano nelle acque quel regolar movimento per avvicinarsi, e divorare le prede, benchè fossero queste alla distanza di sette pol-

lici, e non imprimeffero nell' acqua nessuna visibile ondulazione.

Per meglio convincermi, che tutta questa operazione non era fortuita, ma dipendeva dalla impressione impercettibile ai miei sensi, ma pur reale, che i distanti animalletti facevano sopra i loro divoratori, colla maggior delicatezza che mi fosse possibile ho immerso in que' vasi qualche insetto marino, o particola d'altro vivente, a un piede di distanza dal Verme apparecchiato per l'osservazione. Da lì a non molto parve ch' esso si risvegliasse, stese i tentacoli, agitò l'acqua, si attirò la sua vittima, e l'inghiottì.

Quantunque fosse affatto evidente la mancanza di tutti gli altri sensi in codesti vermi; tuttavia per soddisfare allo scrupolo non mai trascurabile in tal sorta di osservazioni, io volli vie meglio assicurarmi, che non era la vista, che li avvisasse della vicinanza delle lor vittime. A tale oggetto adunque ho separato il mio recipiente in due divisioni, mediante una lastra di cristallo purissimo, la quale permetteva il passaggio dei raggi dall' una all' altra parte, ed impediva che si comunicasse il movimento dell' acqua. Allora per quanti animalletti o particelle alimentizie immergessi in una delle due divisioni, il verme situato nell' altra non fece il più piccolo movimento, nè diede verun indizio d'averfene.

Ho tentato degli esperimenti analoghi con alcuni animalletti provveduti degli organi della vista, e con sorpresa ho trovato che gli occhi di alcuni di loro non ravvisavano le loro prede alla distanza, alla quale i nostri ciechi le riconoscevano, e cercavano d'impadronirsene.

Dalle riferite osservazioni, che ho ripetuto più volte, e ho variato in più modi, e con differenti specie di vermi, risulta, se non m'inganno, che cotesti animali privi d'odorato e di vista, hanno il senso del tatto sommamente squisito, e che per esso ricevono le sensazioni degli oggetti distanti mediante l' impressione che questi destano nell' acqua; la qual' impressione trascorre un tratto considerabile prima di giungere a quelli, ed è sì tenue ed invisibile, che non si manifesta agli occhi acuti dell' osservatore anche provveduto di lente.

Contento di presentare la semplice esposizione di questi

fatti, io mi guarderò dal trarne conseguenze di forte alcuna; dall'esaminare quale relazione possano avere colla facoltà, che hanno i Pipistrelli acciecati d'evitare gli ostacoli e di dirigere con qualche regolarità il loro volo; e dall'investigare se potessero servire all'intelligenza di questo ancora misterioso, e non bene inteso fenomeno. Forse i Fisici, che vanno in tanti modi sperimentando i Pipistrelli acciecati, investigaranno se abbiano il senso del tatto più squisito dell'uomo, e di tanti altri viventi, in maniera che possano per esso ricevere le impressioni degli oggetti distanti; e se la reazione dell'aria spinta dal loro volo contro cotesti oggetti basti ad avvertirli della loro presenza. Essi forse esamineranno, se l'abitudine che hanno i Pipistrelli di volare nel tempo del crepuscolo, e per accidente in qualche tempo del giorno, in cui la loro vista abbagliata dalla luce nega ad essi, o porta molto confusa la sensazione visuale degli oggetti, abbia potuto contribuire a far sì, che il loro tatto si educi e si perfezioni, come vediamo succedere ad alcuni ciechi della nostra specie, i quali mediante l'attenzione che fanno alle sensazioni ricevute col tatto, arrivano a rendere questo loro senso così perfetto, che sembra che si sieno pienamente rifarciti del defraudato degli occhi. Solamente in ricompensa di questi materiali, che io offro ai Dotti, non dimando loro, se non che donino qualche considerazione a queste due ultime riflessioni; fosse anche per provare, che queste osservazioni mie nulla giovano per ispiegare il fenomeno scoperto dal Professor di Pavia.

---



---

# I N T O R N O

## ALLA MOLTIPLICAZIONE ED ALLA DIVISIONE ALGEBRAICHE.

Del Sig. LEONARDO SALIMBENI.

### §. I.

**M**I propongo di esaminare in questa Memoria la moltiplicazione e la divisione algebriche, cioè le due operazioni che formano la base ed il fondamento principale di questa Scienza, la più estesa e la più utile di tutte le Matematiche. Non riesca strano a taluno se io prendo per mano un' argomento sì semplice, che pare appena poter dar luogo e materia ad un nuovo ragionamento. Mi si permetta di deviare alquanto dalla strada comunemente battuta; e vedrassi che sulla moltiplicazione e sulla divisione algebriche possono dirsi cose utili e nuove, ed anche rettificarne alcune da tutti ammesse, le quali non reggono ad un esame rigoroso, e veramente matematico.

### §. II.

Ma prima di tutto siami lecito osservare, che colla stessa parola *unità* noi sogliamo nominare due cose differenti, e quindi ne nascono degli equivoci e delle false conseguenze. Imperocchè ora per *unità* vogliamo significare il principio de' numeri, ed ora la misura comune delle grandezze dello stesso genere. Per evitare quest' ambiguità alcuni hanno chiamata la prima *unità astratta* o puramente *unità*, ed *unità concreta* l' altra; ma dopo fatta questa necessaria distinzione non presero cura nel corso delle loro Opere di farne quell' uso che dovevano. Dell' *unità astratta* non può a

mio giudizio darfi miglior definizione di quella d'Euclide nel Libro settimo, ma dell'*unità concreta* non mi è riuscito di leggerne alcuna che tutte le idee comprenda ad essa appartenenti; e però mi piacque comporne una nuova, ed è la seguente: *Unità concreta è una data grandezza presa secondo il nostro arbitrio, a cui riferiamo tutte le grandezze ad essa omogenee*. Dico *data* perchè determinata e costante dee essere questa comune misura; dico *a cui riferiamo tutte le grandezze ad essa omogenee*, perchè una misura non può essere comune che a così fatte grandezze; e dico per *sine presa secondo il nostro arbitrio*, perchè è in nostra balia servirli d'una piuttosto che d'altra misura. In fatti la libbra di Verona, che in questa Città è l'*unità concreta* de' pesi, è una misura presa all'arbitrio de' Veronesi; quella di Londra all'arbitrio degl'Ingleii; e così discorrendo. Dal che ne segue che per ogni ordine di grandezze dello stesso genere havvi un' *unità concreta*; e che le grandezze di genere diverso hanno diverse *unità concrete*: quindi io farei d'opinione, che col carattere  $\iota$  non si dovesse nell'Algebra segnare che la sola unità astratta, e che tutte le unità concrete, al modo dell'altre grandezze, s'indicassero colle lettere dell'Alfabeto.

### §. III.

Entriamo ora in argomento, e cominciamo da un esame sulla definizione della moltiplicazione algebrica. Euclide nel settimo Libro definisce a questo modo il moltiplicamento di due numeri interi: *un numero dicesi moltiplicare un numero, quando il numero moltiplicato componendosi tante volte, quante unità sono nel moltiplicante, generasi un qualche numero*. Questa definizione data dall'antico e celebre Autore è eccellente per esprimere la moltiplicazione fra i numeri interi ( de' quali solamente e' parla ne' suoi Arimmetici), e potrebbe anche servire per indicare la moltiplicazione fra due numeri rotti, ma non certamente quella fra due grandezze qualunque, come presto faremo vedere; e pure gl'Inventori dell'Algebra, Scienza che conta pochi secoli dalla sua origine, e tutti gli Scrittori d'Elementi che gli

seguirono dappoi hanno essa definizione adottata senza alcun notevole cambiamento, e solo sostituendovi la parola *grandezza* all'altra *numero*. Ma io rifletto primieramente che trattandosi di grandezze in generale, non di numeri, bisognerebbe che i detti Autori, quando dicono *quante unità sono nel moltiplicante*, significassero che dell'unità concrete, non dell'astratte intendono di parlare; per modo che la loro definizione sarebbe veramente questa: *una grandezza dicefi moltiplicare una grandezza, quando la grandezza moltiplicata componendosi tante volte, quante unità concrete del moltiplicante sono in esso, generasi una qualche grandezza*. Ed è appunto questa definizione, anche così corretta, che io voglio in secondo luogo mostrar difettosa. In fatti sia l'*A* la grandezza da moltiplicare, e la *B* la moltiplicante: sia poi la *C* l'unità concreta della *B*. Secondo adunque i suddetti Autori moltiplicare l'*A* per la *B* vuol dire comporre l'*A* tante volte, quante la *C* misura la *B*. Ora se la *C* misuri esattamente la *B*, intenderò facilmente cosa sia questa moltiplicazione; poichè se la *C* misuri tre volte la *B*, moltiplicare l'*A* per la *B* vorrà dire comporre tre volte l'*A*. Anche quando la *C* non misuri esattamente la *B*, ma sia però l'una parte dell'altra, regge la definizione; poichè se la *C* misuri per esempio la *B* due volte ed un terzo, moltiplicare l'*A* per la *B* vorrà dire comporre l'*A* due volte ed un terzo. Ma se la *C* alla *B* sia incommensurabile, siccome non vi è in questo caso nessun numero razionale intero o rotto che possa esprimere quante volte la *C* misuri la *B*, così resterà allora imperfetta l'idea della moltiplicazione. Non è dunque generale l'esposta definizione; e però conviene abbandonarla, e cercarne altra migliore.

#### §. IV.

Secondo il mio parere la vera e general definizione della moltiplicazione algebraica è questa. *Una grandezza dicefi moltiplicare una grandezza, quando facciasi come l'unità concreta della grandezza moltiplicante alla stessa, così la grandezza moltiplicata ad un'altra grandezza che si produce*. Vale a dire io prendo per definizione della moltiplicazione

algebraica quella fra le sue proprietà, ch' essendo generale, sia anche la più semplice.

#### §. V.

— Quello che ho detto della moltiplicazione serve ancora per mostrare il difetto della solita definizione della divisione algebraica, e la necessità di cangiarla in questa. *Una grandezza dicesi dividere una grandezza, quando facciafi come la dividente alla sua unità concreta, così la divisa ad un' altra grandezza che ne proviene.* Direi più volentieri *ad un' altra grandezza che si produce*, se il verbo *produrre* non fosse ora comunemente adottato per significare una moltiplicazione; quantunque esso verbo potrebbe ugualmente bene significare e quello che nasce dalla divisione, come quello che nasce dalla moltiplicazione. Dalle due definizioni, da me proposte per la moltiplicazione e la divisione, chiaramente apparisce, che queste due operazioni, prese in senso generale algebraico, sono propriamente due proporzionalità, ovvero due regole auree.

#### §. VI.

Queste due definizioni così enunziate fanno strada alla dimostrazione di tanti bei Teoremi, i quali per la maggior parte non sono stati che proposti dagli Autori, poi ad un *pater* abbandonati. Fra questi io ne sceglierò solamente alcuni, i quali però abbastanza mostreranno con qual chiarezza si possano trattare anche i rimanenti. La facilità di provare un teorema generale fra due grandezze qualunque, nel caso in cui esse fossero numeri, ha fatto sino ad ora prendere per dimostrazione generale quella che ai soli numeri era parziale; ma questa maniera non liberò l'Algebra da alcuni erroruzzi che noi dovremo necessariamente notare, quando paragoneremo i nostri agli altrui risultamenti.

## §. VII.

Contro la consuetudine di tutti gli Autori d' Algebra mi servirò di figure nella dimostrazione di questi Teoremi, per quello che esse ajutano moltissimo la fantasia del Lettore. Così fece Euclide nel suo quinto Libro ( il quale propriamente all' Algebra non alla geometria appartiene, perchè in esso trattasi di grandezze in generale ), e rappresentò con linee le grandezze stesse, dando però loro sempre il nome di grandezze, non mai quello di linee. Ciò nulla ostante nel metodo d' Euclide trovo quest' inconveniente, che nelle figure non si possono a colpo d'occhio distinguere le grandezze di un genere da quelle di un genere diverso. A questo io ho cercato di supplire in una maniera semplicissima; e consiste nel rappresentare per esempio le grandezze di un genere con linee semplici, quelle di un altro genere con linee raddoppiate, con linee triplicate quelle di un terzo genere, e così discorrendo. Così le grandezze  $DA$  della Fig. 1. sono grandezze dello stesso genere; e le grandezze  $BC$  sono pure dello stesso genere; ma amendue le  $DA$  ad amendue le  $BC$  sono eterogenee, perchè le prime sono rappresentate con linee semplici, e le seconde con linee raddoppiate. Questa piccola variazione nel metodo adoprato da Euclide per rappresentare le grandezze, serve ad evitare molti errori, che possono facilmente commettere nel maneggio di quelle grandezze, che per condizione della proposizione non sono necessariamente dello stesso genere.

## §. VIII.

Comincio per tanto da questo Teorema: *Se una grandezza moltiplichi una grandezza; il prodotto sarà omogeneo alla grandezza moltiplicata.* Sieno le due grandezze  $A$   $B$  ( Fig. I. ), e l' $A$  moltiplicando la  $B$  produca la  $C$ . Dico che la  $C$  è omogenea alla  $B$ .

Imperocchè sia la  $D$  l'unità concreta dell' $A$ . E poichè l' $A$  moltiplicando la  $B$  ha prodotto la  $C$ ; quindi ( §. IV. ) sarà come l'unità concreta dell' $A$ , cioè la  $D$ , all' $A$ ; così

la  $B$  alla  $C$ . Adunque la  $B$  alla  $C$  ha proporzione; e però omogenea è la  $B$  alla  $C$ ; il che convenia dimostrare.

## §. IX.

Quantunque semplice e manifesto sia questo Teorema, egli è però contrario ad una idea comunemente ricevuta. Chi è, che non abbia molte e molte volte letto: che una linea moltiplicando una linea produce una superficie, e che una linea moltiplicando una superficie produce un solido? tutte cose falsissime. Una linea moltiplicata per una linea, o per una grandezza di qualsivoglia altro genere, darà sempre una linea; ed una superficie moltiplicata per una linea o per qualsivoglia altra grandezza produrrà sempre una superficie; poichè abbiamo dimostrato che la grandezza prodotta è dello stesso genere della moltiplicata.

## §. X.

Corre anche in Algebra, come Teorema sì manifesto da non aver bisogno di alcuna dimostrazione, che *se due grandezze con vario ordine moltiplichinsi insieme, i prodotti sono uguali fra loro*. Per esempio sieno le  $A B$  due grandezze; si dice adunque che il prodotto della  $B$  nell'  $A$  è uguale al prodotto dell'  $A$  nella  $B$ . Ma questo Teorema preso in senso generale, come faremo vedere, è falso; non essendo vero che nel caso in cui le grandezze  $A B$  sieno dello stesso genere. Quello che può aver indotto in quest' errore è la solita applicazione a numeri; la quale però, essa stessa, ben esaminata può dimostrare la falsità dell' assunto. Imperocchè abbianli le due grandezze 3. piedi e 70. libbre da moltiplicarli insieme. Se moltiplichinli li 3. piedi per le 70. libbre, il prodotto sarà 210. piedi; ma se moltiplichinli le 70. libbre per 3. piedi, il prodotto sarà 210. libbre. Adunque, qualunque sia l' ordine della moltiplicazione, ottienli lo stesso numero 210: ma nel primo modo il numero 210 indica 210. piedi, e nel secondo 210. libbre.; nè vi sarà certamente alcuno che pretenda asserire che 210. piedi sia grandezza uguale a 210. libbre. Adunque non sempre due grandezze

con vario ordine moltiplicandosi insieme fanno lo stesso prodotto; e però falso è il Teorema generale. Indicata pertanto la sorgente dell' errore passo a dimostrare i veri ed esatti Teoremi, che risultano dalla moltiplicazione di due grandezze fra loro.

## §. XI.

**TEOREMA.** *Se due grandezze omogenee con vario ordine moltiplicandosi insieme producano due grandezze; queste saranno omogenee alle prime ed uguali fra loro.* Sieno omogenee le due grandezze  $A B$  ( Fig. 2. ) e  $A$  moltiplicando la  $B$  produca la  $C$ , poi la  $B$  moltiplicando  $A$  produca la  $D$ . Dico che le  $C D$  sono omogenee alle  $A B$ , ed uguali fra loro.

Imperocchè poichè  $A$  moltiplicando la  $B$  ha prodotto la  $C$ ; quindi farà la  $C$  omogenea alla  $B$  (§. VIII.) Di nuovo poichè la  $B$  moltiplicando  $A$  ha prodotto la  $D$ ; quindi omogenea farà la  $D$  all'  $A$ . Ma  $A$  è omogenea alla  $B$ . Adunque elleno sono tutte omogenee le  $A B C D$ ; e però avranno la stessa unità concreta. Sia questa  $E$ . E poichè  $A$  moltiplicando la  $B$  ha prodotto la  $C$ ; quindi farà (§. IV.) come  $E$  all'  $A$ , così la  $B$  alla  $C$ . Ma se quattro grandezze dello stesso genere sieno proporzionali, ancora alternando sono proporzionali. Adunque egli è come  $E$  alla  $B$ , così  $A$  alla  $C$ . Come poi  $E$  alla  $B$ , così è  $A$  alla  $D$ ; perocchè la  $B$  moltiplicando  $A$  ha prodotto la  $D$ : (§. IV.) laonde egli è come  $A$  alla  $C$ , così  $A$  alla  $D$ . Uguali sono dunque fra loro le  $C D$ , ed omogenee alle  $A B$ ; il che convenia dimostrare.

## §. XII.

Quando poi le due grandezze che fra loro si moltiplicano non sieno omogenee, allora si avrà questa proposizione. *Se due grandezze eterogenee con vario ordine moltiplicandosi insieme producano due grandezze; queste saranno omogenee alle prime, una all' altra, ed avranno alle loro unità concrete la medesima proporzione.*

Sieno

Sieno le  $A B$  (Fig. 3.) due grandezze eterogenee; e le  $A B$  con vario ordine moltiplicandosi insieme producano le due grandezze  $CD$ ; cioè l'  $A$  moltiplicando la  $B$  produca la  $C$ ; poi la  $B$  moltiplicando l'  $A$  produca la  $D$ . Dico primieramente che le  $C D$  sono omogenee alle  $A B$ , una all' altra, cioè la  $C$  omogenea alla  $B$ , e la  $D$  all'  $A$ .

Imperocchè poichè l'  $A$  moltiplicando la  $B$  ha prodotto la  $C$ ; quindi omogenea farà la  $C$  alla  $B$  (§. VIII.). Di nuovo poichè la  $B$  moltiplicando l'  $A$  ha prodotto la  $D$ ; quindi omogenea farà la  $D$  all'  $A$ . Elleno sono adunque le due  $D C$  omogenee alle  $A B$ , l' una all' altra. Dico in oltre che le  $D C$  alle loro unità concrete hanuo la medesima proporzione. Imperocchè sia l'  $E$  l' unità concreta delle  $A D$ , e l'  $F$  quella delle  $B C$ . Dico che come la  $D$  all'  $E$ , così è la  $C$  all'  $F$ . Imperocchè poichè l'  $A$  moltiplicando la  $B$  ha prodotto la  $C$ ; quindi farà (§. IV.) come l'  $E$  all'  $A$ , così la  $B$  alla  $C$ . Di nuovo poichè la  $B$  moltiplicando l'  $A$  ha prodotto la  $D$ ; quindi farà (§. IV.) come l'  $F$  alla  $B$ , così la  $A$  alla  $D$ . Poichè dunque egli è come l'  $E$  all'  $A$ , così la  $B$  alla  $C$ ; e come l'  $A$  alla  $D$ , così l'  $F$  alla  $B$ ; quindi per uguaglianza perturbata farà come l'  $E$  alla  $D$ , così l'  $F$  alla  $C$ ; laonde contrariamente egli è come la  $D$  all'  $E$ , così la  $C$  all'  $F$ ; il che convenia dimostrare.

### §' XIII.

Unendo insieme i due teoremi antecedenti potremo dunque conchiudere, che se due grandezze, di qualunque genere sia ciascuna di esse, con vario ordine moltiplicandosi insieme producano due grandezze; queste saranno o uguali fra loro, o proporzionali alle loro unità concrete.

### §. XIV.

*wolfio*, quell' acutissimo e celebre Scrittore d' Elementi, cadde esso pure nell' errore di credere, che due grandezze ( sieno esse o omogenee ovvero eterogenee ) moltiplicandosi fra loro producano la stessa grandezza; e di più volle darne

una dimostrazione (\*) che qui trascrivo verbo a verbo per poterla più facilmente confutare. Eccola. *Due quantitates se mutuo multiplicantes idem factum gignunt. Sint duo factores A & B; erit 1:A::B:AB, & 1:B::A:BA. Est vero etiam (alternando) 1:A::B::BA; adeoque ob unitatem eandem per hypoth; B:AB::B:BA. Ergo AB=BA.* Questa dimostrazione pecca per due cose. Prima per aver supposto che le unità concrete delle grandezze anche eterogenee sieno uguali fra loro; contro quanto si è chiaramente veduto nel §. IV. Secondo per aver alternato la proporzionalità  $1:B::A:BA$ , conchiudendo che dunque  $1:A$  sta come  $B:BA$ . Imperocchè allora solamente quattro grandezze proporzionali possono alternarsi, quando sieno dello stesso genere. So che questa condizione vien qualche volta ommessa dagli Scrittori d'Algebra, ma essa non è per questo meno necessaria. In fatti se le quattro grandezze che formano una proporzionalità non sieno tutte omogenee, non si potrà mai paragonare la prima colla terza, e la seconda colla quarta, cioè non si potrà mai alternare la proporzionalità; poichè allora solo due grandezze hanno fra loro proporzione, quando sieno dello stesso genere. Nè varrebbe afferire che anche *Euclide* nella prop. 16 del libro quinto disse: *se quattro grandezze sieno proporzionali, ancora alternamente sono proporzionali*, senza aggiugnere la condizione che le grandezze debbano essere dello stesso genere: imperciocchè si rende evidente che queste parole sono state ommesse per negligenza degli *Amanuensi* dall'osservare, che non alternò mai *Euclide* una proporzionalità, le cui grandezze non fossero tutte quattro dello stesso genere. Si ricava lo stesso anche dalla proposizione 22. dello stesso libro, *se sieno quantunque grandezze, ed altre ad esse uguali di moltitudine, prese a due a due nella stessa proporzione, ancora per uguaglianza faranno nella stessa proporzione*; dove l'illustre Maestro si è nella dimostrazione servito delle molteplici, non dell'alternazione delle proporzionalità, quantunque questo metodo, quando ne avesse potuto far uso, l'avrebbe resa più elegante e spedita dell'altro; e ciò perchè le gran-

---

(\*) *Elem. Arith. lib. 39.*

dezze fra le quali vuol conchiudere l'uguaglianza possono non essere tutte dello stesso genere. Notisi in oltre che questo ultimo modo non era ad esso ignoto, come quegli che se ne valse nella proposizione 14. del settimo in cui tratta lo stesso che nella 22. del quinto colla sola differenza, che in quella supponeva grandezze in generale, ed in questa numeri astratti, i quali sono grandezze dello stesso genere. In fatti i celebri Traduttori Veronesi di quest' Autore hanno nella loro traduzione aggiunte all' enunciato della detta proposizione 16. del quinto quelle parole *dello stesso genere*, a ciò certamente condotti da tutte le ragioni da me esposte. E tornando sul primo sbaglio del *wolffio* dico che se le unità concrete delle grandezze  $A$   $B$  fossero state da esso indicate colle lettere dell' alfabeto, come ha suggerito nel §. II., avrebbe egli di primo tratto riconosciuto, che con una lettera si doveva segnare l' unità concreta della grandezza  $A$ , e con altra lettera l' unità concreta della grandezza  $B$ ; e quindi più facilmente si farebbe avveduto, che il suo teorema non è vero, quando sieno eterogenee le  $A$   $B$ .

#### §. XV.

Quando le due grandezze che con vario ordine moltiplicanti insieme sieno eterogenee, noi abbiamo dimostrato che i prodotti alle loro unità concrete hanno la medesima proporzione. Ciò mi mette naturalmente nella necessità di dichiarare la caratteristica proprietà delle grandezze eterogenee fornite di questa condizione, vale a dire aventi alla loro unità concreta la medesima proporzione. Ma prima premetterò la seguente definizione. *Si dice che un numero rappresenta una grandezza, quando l'unità astratta a quel numero abbia la stessa proporzione, che l'unità concreta di quella grandezza alla grandezza medesima.* Così il numero 3. rappresenterà il peso di un corpo, quando l' 1. al 3. abbia la stessa proporzione che l' unità concreta de' pesi (volgarmente detta libbra) al peso dello stesso corpo. Non bisogna però confondere questa, che io ho chiamata rappresentazione, coll' uguaglianza; per esempio non bisogna dire che il numero 3. sia uguale al peso di quel corpo: ma dalla rappresentazione all'uguaglianza vi ha

però un facile passaggio, ed è quello d'intendere cangiato il numero astratto che rappresenta la grandezza in un numero concreto avente per unità concreta quella della grandezza medesima; il che si dimostra colle parole, pronunziando dopo il numero astratto il nome di essa unità concreta. In questo modo se intenderò cangiato il numero astratto 3. nel concreto 3. libbre, passerò dalla rappresentazione all'uguaglianza, e potrò asserire che il suddetto peso è uguale a tre libbre. L'esposta definizione è la vera chiave per dimostrare tutte le regole usate dai pratici nel calcolare le figure piane e le solide, come a suo luogo vedremo. Per ora contentiamoci di conoscere la caratteristica proprietà delle grandezze eterogenee proporzionali alle loro unità concrete, il che ci verrà indicato da questo teorema.

### §. XVI.

*Le grandezze eterogenee proporzionali alle loro unità concrete sono rappresentate dallo stesso numero.*

Sieno le grandezze eterogenee  $A B$  ( Figg. 4, 5, 6 ) le cui unità concrete sieno le  $C D$ , la  $C$  dell' $A$ , e la  $D$  della  $B$ ; e sia come l' $A$  alla  $C$ , così la  $B$  alla  $D$ . Dico che lo stesso numero rappresenterà l'una e l'altra delle  $A B$ .

Imperocchè o le  $A B$  sono commensurabili alle  $C D$  o no. Sieno primieramente commensurabili. E poichè l' $A$  alla  $C$  è commensurabile ( Fig. 4. ); quindi una dell'altra sarà o parte o parti. Sia primieramente la  $C$  parte dell' $A$ ; e quante volte la  $C$  misura l' $A$  tante unità sieno nel numero  $E$ . Sia poi l' $F$  l'unità astratta. E poichè la  $C$  misura l' $A$  per l'unità astratte che sono nell' $E$ ; e ancora l'unità astratta  $F$  misura l' $E$  per l'unità astratte che sono in esso; quindi egli è come l' $F$  all' $E$  così la  $C$  all' $A$ ; laonde (§. XV.) il numero  $E$  rappresenta la grandezza  $A$ . Di nuovo poichè sta come l' $F$  all' $E$ , così la  $C$  all' $A$ ; e come la  $C$  all' $A$ , così è per supposizione la  $D$  alla  $B$ ; quindi ancora come l' $F$  all' $E$ , così è la  $D$  alla  $B$ : e però (§. XV.) il numero  $E$  rappresenta la grandezza  $B$ . Ma esso numero  $E$  rappresenta pure la grandezza  $A$ . Dunque l' $E$  rappresenta una e l'altra grandezza  $A B$ . Sia ora la  $C$  parti dell' $A$  ( Fig. 5. ); e dividasi l' $A$  nelle sue

parti, la cui moltitudine sia espressa dal numero  $E$ ; ma la moltitudine delle stesse parti dell'  $A$  che sono nella  $C$  sia espressa dal numero  $G$ ; ed intendasi il numero rotto  $EG$  avente per numeratore l'  $E$  e per denominatore il  $G$ . Adunque come la  $C$  all'  $A$ , così è il numero  $G$  al numero  $E$ . Come poi il denominatore  $G$  al numeratore  $E$ , così è l' unità astratta  $F$  al numero rotto  $EG$ ; laonde egli è come l'  $F$  all'  $EG$ , così la  $C$  all'  $A$ ; e però il numero rotto  $EG$  rappresenta la grandezza  $A$  (§. XV!). Allo stesso modo si proverà che se l'  $A$  sia parte o parti della  $C$ , uno stesso numero rotto rappresenterà sì la grandezza  $A$  che la  $B$ . Sia finalmente la  $C$  incommensurabile all'  $A$  (Fig. 6.), e come la  $C$  all'  $A$ , così sia l' unità astratta  $F$  al numero  $E$ . Adunque l'  $E$  è un numero irrazionale, e rappresenta la grandezza  $A$ . Egli poi rappresenta ancora la grandezza  $B$ , perocchè essendo come la  $C$  all'  $A$  così la  $D$  alla  $B$ , avrà pure la  $D$  alla  $B$  la stessa proporzione che l' unità astratta  $F$  al numero  $E$ ; laonde lo stesso numero irrazionale  $E$  rappresenta l' una e l' altra delle grandezze  $A B$ . Per conseguenza le grandezze eterogenee proporzionali alle loro unità concrete possono esser dallo stesso numero rappresentate; sia esso poi o intero, o rotto, o irrazionale.

### §. XVII.

Ecco perchè il prodotto di 3. piedi in 70. libbre, ed il prodotto di 70. libbre in 3. piedi sono dallo stesso numero 210 rappresentati. Li due prodotti non sono altrimenti uguali, ma sono proporzionali alle loro unità concrete; e quindi possono dallo stesso numero 210. essere rappresentati.

### §. XVIII.

Dalle due grandezze si può passare col raziocinio alle tre, quattro, e quante mai si vogliano, e dimostrare facilmente che se una moltitudine di grandezze tutte eterogenee con vario ordine moltiplichinsi insieme; si potranno ottenere tanti prodotti eterogenei quante erano le grandezze da moltiplicarsi; li quali però tutti alle loro unità concrete avranno la medesima proporzione. Se poi alcune delle grandezze

che con vario ordine moltiplicansi insieme fossero dello stesso genere; allora i prodotti eterogenei proporzionali alle loro unità concrete non farebbero più tanti quante le grandezze che si moltiplicano, ma solo quanti i generi differenti che trovassersi in esse. Sicchè, non badando alla moltitudine de' prodotti, si potrà assumere per teorema generale, che *se quante si vogliono grandezze con vario ordine moltiplichinsi insieme; tutti i prodotti, che possono nascere dalla moltiplicazione saranno l' uno all' altro, o omogenei ed uguali fra loro, o eterogenei e proporzionali alle loro unità concrete*. Ma sì le grandezze uguali, che le eterogenee e proporzionali alle loro unità concrete possono essere dallo stesso numero rappresentate; quindi si ricava un altro teorema generale, che *se quante si vogliono grandezze con vario ordine moltiplichinsi insieme; i prodotti possono essere rappresentati dallo stesso numero*.

## §. XIX.

Adunque nell' Algebra non è lecito dire che  $ab$  sia uguale a  $ba$ , se non quando sieno omogenee le grandezze  $a b$ ; parimente li tre prodotti  $mnp$   $mpn$   $npm$ , che nascono dalle tre grandezze  $m n p$  con vario ordine moltiplicate insieme, non sono fra loro uguali, che quando le grandezze  $m n p$  sieno omogenee. Vero è però, che avendo noi dimostrato che se quante grandezze si vogliono con vario ordine moltiplichinsi insieme, i prodotti possono essere rappresentati dallo stesso numero ( §. XVIII. ), ne segue da esso teorema che le due grandezze  $ab ba$  possano essere rappresentate dallo stesso numero; così le tre  $mnp$   $mpn$   $npm$ . Concludiamo per tanto che se quante si vogliono grandezze con vario ordine moltiplichinsi insieme; i prodotti non sono sempre uguali, come sogliono dare per regola certa gli Analisti, ma possono bensì essere sempre dallo stesso numero rappresentati.

## §. XX.

Ed eccomi oramai pervenuto al punto di poter tranquillare l'animo di chi ad onta della chiarezza ed evidenza

delle cose da me dimostrate pur dubitasse di paralogismo, per la ragione che dalla falsità della suddetta regola gli sembrasse dover seguire la strana e veramente fatal conseguenza, che quasi tutti i calcoli degli Analisti ( i quali su di essa sono per la maggior parte appoggiati ), debbano altresì essere fallaci, e bisognosi di rettificazione. Ma la cosa non è così come può parere a primo aspetto; poichè quantunque sia fallace la regola presa in senso generale, nondimeno da ogni taccia restano liberi i calcoli, solo che nell' Algebra s'introducano due supposizioni, le quali se nei libri elementari non trovansi espresse, niuno però mi negherà che tacitamente non vengano ammesse da tutti gli Analisti; e sono queste. Prima. *Che tutte le grandezze di qualunque natura esse sieno possano essere rappresentate da numeri*, prendendo il senso della parola *rappresentate* secondo l' idea da me datane al §. XV. Seconda. *Che le lettere dell' alfabeto indicano non le grandezze stesse ( come sogliamo dire ) ma i numeri che le rappresentano*. In forza di queste due supposizioni ognun vede che tutte le grandezze, che maneggiansi nell' Algebra, essendo numeri, o di lor natura o rappresentanti altre grandezze, farà in questo caso vera la regola, ed esatti i calcoli; laonde per esempio  $ab$  è uguale a  $ba$ , perchè essendo le  $a$   $b$  due numeri, il prodotto dell'  $a$  nel  $b$  è uguale al prodotto del  $b$  nell'  $a$ .

### §. XXI.

Adunque l'errore degli Analisti nel dare per regola generale, *che quante si vogliono grandezze moltiplicandosi insieme facciano uguali prodotti* si riduce ad errore di parole e non di fatti. La regola non è vera, che quando le grandezze sieno omogenee, come ho dimostrato; ma poichè essi adoprano sempre numeri astratti, la fallacia della regola non può condurli ad errore di calcolo. Il celebre *Eulero*, accortosi forse del comun inganno, ha costantemente ne' suoi *Elementi d' Algebra* rese sinonime le parole grandezza e numero, quantunque fra esse vi sia quella differenza che passa tra il generale ed il particolare; e sfuggì a' suoi acutissimi sguardi quell'idea della *rappresentazione* delle grandezze da

me data al §. XV., colla quale tutto si salva e tutto si prova legittimamente.

## §. XXII.

Poichè resta ancora da darsi la dimostrazione della famosa regola, che nel moltiplicamento gli stessi segni producono una grandezza positiva, e i segni contrarj una grandezza negativa ( giacchè non credo che le cose fino ad ora dette su questo argomento possano meritare il nome di dimostrazione ) sarà pregio dell'opera rintracciarne una che non patisca eccezione: ma prima esporrò il mio sentimento intorno alle grandezze positive e negative, non parendomi esatto quanto di esse vien dalla maggior parte degli Autori, per non dire da tutti, proferito. Comincio per tanto dal definirle: e sebbene le mie definizioni siano tali che ognun dirà, come anch' ei l' intendea così, pure io da esse ricaverò conseguenze diverse da quelle degli altri. Secondo adunque il mio giudizio, *Grandezze positive sono grandezze da aggiungersi; e grandezze negative sono grandezze da togliersi*. Adunque tra le grandezze positive e le negative non havvi altra differenza che nell' uso che se ne vuol fare; le une sono destinate alla somma, e l'altre alla sottrazione; ma la loro natura è sempre la stessa. Ne viene ancora, che una grandezza positiva può essere uguale ad una negativa; poichè per esempio il 7 sarà uguale a se stesso, sia che nella somma o nella sottrazione sia esso impiegato: ma egli però non sarà lo stesso nell'uso che se ne vuol fare, il quale è differente. Per strana che appaja questa conseguenza pronunciata così astrattamente, io però farò vedere con un' applicazione, siccome convengo in questo con tutti gli Analisti. In fatti ( Fig. 7. ) sia l' *AC* una linea retta, ed il punto *B* sia l'origine, come si suol dire, delle grandezze. Prendansi ora dall'una parte e dall'altra del punto *B* le rette *BA BC* uguali fra loro, ma la *BA* sia dalla parte delle positive, e la *BC* dalla parte delle negative. Se chiamo la grandezza positiva *BA* uguale a  $+a$ , ognuno conviene che la grandezza negativa *BC* sia uguale a  $-a$ . Ma la retta *BA* è uguale alla retta *BC*, laonde è forza che anche la grandezza

dezza positiva  $+a$  sia uguale alla grandezza negativa  $-a$ ; uguale però in grandezza, ma differente nell' uso. Quindi debbelsi far differenza tra *uguaglianza* ed *equazione*, che gli Analisti prendono per una stessa cosa; imperocchè io dico *che due grandezze sono in equazione, quando non solo sieno uguali in grandezza, ma debbansi pure allo stesso modo usare*. Dalla qual definizione apparisce manifestamente, che una grandezza positiva può bensì esser uguale, ma non in equazione con una negativa, e però  $+a$  è uguale a  $-a$ , ma  $+a$  non farà in equazione con  $-a$ . Da tutto ciò si ricava, che dovrebbersi esprimere con due segni differenti *uguaglianza* ed *equazione*, in vece d'indicarli, come si fa, col segno comune  $=$ ; pure siccome della prima si fa poco uso nell' Algebra e molto della seconda, e l' equazione rinchiudendo anche l' uguaglianza, così non può cagionar errore il servirsi dello stesso segno, quando ciò venga fatto colle dovute cautele.

### §. XXIII.

L' idee semplici che io ho affisso alle grandezze positive e negative sono ben differenti da quelle che sono state adottate dagli Autori d'Elementi, i quali con un' analogia ( cosa veramente nuova nelle Matematiche ) hanno voluto spiegar la loro natura, e quindi ne hanno tratto delle strane conseguenze. L' analogia è questa. *Le grandezze positive sono come crediti che un uomo abbia dall' altro, e le grandezze negative, come debiti*. L' analogia può fin qui correre, perchè li crediti di un uomo sono realmente cose d' aggiungere a' suoi capitali; e i debiti cose da togliersi da essi. *E siccome ( soggiungono essi ) si può dire di un uomo che niente posseda ed abbia un debito, ch' egli ha meno del niente, perchè per aver niente bisogna che paghi prima il suo debito, così le grandezze negative sono minori del niente*. Ma come mai quello che non è, quello ch'è la mancanza di un essere che prima esisteva, il nulla finalmente, come può mai essere maggiore della grandezza negativa, cioè di un ente ch' esiste? Non è egli questo un distruggere la vera nozione di maggioranza? Perchè una grandezza è negativa, vale a

dire perchè essa è destinata alla sottrazione, per questo dovrà esser minor del niente? Basta mettere in forma di sillogismo l'argomentazione di questi Autori per accorgerti della sua falsità. *Chi ha un debito e niente possede, ha meno del niente: la grandezza negativa è come un debito: dunque la grandezza negativa è meno del niente*; il quale sillogismo avendo manifestamente più di tre termini pecca nella forma. Dalla strana proposizione che le grandezze negative sieno minori del nulla, n'è anche derivata la ugualmente strana conseguenza ch'esse grandezze sieno eterogenee alle positive (a).

## §. XXIV.

**TEOREMA.** *Se sieno due grandezze, una delle quali sia spezzata in quanti segmenti si vogliono; dico che il prodotto della non spezzata in tutta l'altra è uguale a' prodotti della non spezzata in ciascun segmento dell'altra.*

Sieno le  $ABC$  (Fig. 8.) due grandezze, una delle quali, cioè la  $BC$ , sia spezzata in quanti si vogliono segmenti  $BD$   $DC$ : e l' $A$  moltiplicando la  $BC$  produca la grandezza  $E$  a questa omogenea; moltiplicando poi le  $BD$   $DC$  produca le grandezze  $FG$   $GH$  a queste omogenee, e però anche alla  $BC$ . Dico che uguale è l' $E$  all' $FH$ . Imperocchè esponghasi l'unità concreta  $M$  dell' $A$ . E poichè l' $A$  moltiplicando la  $BD$  ha prodotto la  $FG$ ; quindi sarà come l' $M$  all' $A$ , così la  $BD$  alla  $FG$ . Per la medesima ragione l' $M$  all' $A$  sta come la  $DC$  alla  $GH$ . Adunque ancora come la  $BD$  alla  $FG$ , così la  $DC$  alla  $GH$ . Ed elleno son tutte grandezze omogenee; laonde come la  $BD$  alla  $FG$ , così tutta la  $BC$  a tutta l' $FH$ . Ma come la  $BD$  alla  $FG$ , così è l' $M$  all' $A$ ; e però egli è come l' $M$  all' $A$ , così la  $BC$  alla  $FH$ . Come poi l' $M$  all' $A$ , così è pure la  $BC$  all' $E$ ; perocchè l' $A$  moltiplicando la  $BC$  ha prodotto l' $E$ . Adunque sta come la  $BC$  all' $E$ , così la  $BC$  all' $FH$ . Uguale ella è dunque l' $E$  all' $FH$ ; il che convenia dimostrare.

---

(a) Wolfi. Elem. Analy. n. 23.

## §. XXV.

Per conseguenza se la grandezza  $A$  sia rappresentata dal numero  $a$ , il segmento  $BD$  dal numero  $b$ , ed il segmento  $DC$  dal numero  $c$ , sicchè tutta la  $BC$  sia rappresentata dal numero  $b+c$ ; sarà il prodotto del numero  $a$  in tutto il numero  $b+c$  uguale al prodotto dell' $a$  nel  $b$ , insieme col prodotto dell' $a$  nel  $c$ ; e però il prodotto dell' $a$  nel  $b+c$  è uguale ad  $ab+ac$ .

## §. XXVI.

**TEOREMA.** *Se sientvi due grandezze, una delle quali sia spezzata in quanti segmenti si vogliono; il prodotto da tutta la spezzata nell'altra è uguale a' prodotti da ciascun segmento della spezzata nell'altra.*

Sieno le  $A BC$  ( Fig. 9. ) due grandezze, una delle quali, cioè la  $BC$  sia spezzata in quanti segmenti si vogliono  $BD DC$ ; e la  $BC$  moltiplicando l' $A$  produca l' $E$  a questa omogenea; poi le  $BD DC$  moltiplicando la stessa  $A$  producano le  $FG GH$  a queste omogenee, e però anche all' $E$ . Dico che uguale è l' $E$  all' $FH$ . Imperocchè espongaſi l'unità concreta  $N$  della  $BC$ . E poichè la  $BC$  moltiplicando l' $A$  ha prodotto l' $E$ ; quindi starà come l' $N$  alla  $BC$ , così l' $A$  all' $E$ . Per la medesima ragione egli è come l' $N$  alla  $BD$ , così l' $A$  all' $FG$ , ed ancora come l' $N$  alla  $DC$ , così l' $A$  alla  $GH$ . Poichè dunque egli è come l' $N$  alla  $DC$ , così l' $A$  alla  $GH$ ; quindi farà contrariamente come la  $DC$  all' $N$ , così la  $GH$  all' $A$ . Ma come l' $N$  alla  $BD$ , così è l' $A$  all' $FG$ . Adunque per uguaglianza starà come la  $DC$  alla  $BD$ , così la  $GH$  all' $FG$ ; e componendo farà come la  $BC$  alla  $BD$ , così l' $FH$  all' $FG$ . Come poi la  $BD$  all' $N$ , così è l' $FG$  all' $A$ ; laonde di nuovo per uguaglianza starà come la  $BC$  all' $N$ , così l' $FH$  all' $A$ ; e però contrariamente egli è come l' $N$  alla  $BC$ , così l' $A$  all' $FH$ . Ma come l' $N$  alla  $BC$ , così è l' $A$  all' $E$ ; e però starà come l' $A$  all' $E$ , così l' $A$  all' $FH$ . Uguale ella è dunque l' $E$  all' $FH$ ; il che convenia dimostrare.

R r r i j

## §. XXVII.

Quindi se rappresenteremo l' $A$  dal numero  $a$ , la  $BD$  dal numero  $b$ , e la  $DC$  dal numero  $c$ , sicchè tutta la  $BC$  sia rappresentata dal numero  $b + c$ ; farà il prodotto dell' $b + c$  nell' $a$  uguale al prodotto del  $b$  nell' $a$  insieme col prodotto del  $c$  nell' $a$ ; cioè il prodotto di  $b + c$  nell' $a$  è uguale a  $ba + ca$ . Questa stessa verità, trattandosi di numeri, si poteva trarre anche dalle cose dette nel §. XXV senza ricorrere al Teorema antecedente; perocchè essendosi colà dimostrato che il prodotto dell' $a$  nel  $b + c$  è uguale ad  $ab + ac$ ; ma il prodotto dell' $a$  nel  $b + c$  è uguale al prodotto del  $b + c$  nell' $a$ , e così ancora uguale è l' $ab$  al  $ba$ , e l' $ac$  al  $ca$ ; perocchè sono numeri le  $a b c$ ; quindi anche il prodotto del  $b + c$  nell' $a$  è uguale a  $ba + ca$ ; come di sopra.

## §. XXVIII.

**TEOREMA.** *Se sienvi due grandezze, ciascuna delle quali sia spezzata in quanti segmenti si vogliano; una di esse moltiplicando l'altra farà un prodotto uguale a' prodotti da ciascun segmento della prima in ciascun segmento dell'altra.*

Sieno le  $AB$   $CD$  (Fig. 10.) due grandezze ciascuna delle quali sia spezzata in quanti si vogliono segmenti, l' $AB$  negli  $AE$   $EB$ , e la  $CD$  nelli  $CF$   $FD$ ; e l' $AB$  moltiplicando la  $CD$  produca la grandezza  $G$ , e l' $AE$  moltiplicando ciascuna delle  $CF$   $FD$  produca le grandezze  $HI$   $IK$ ; e così pure l' $EB$  moltiplicando ciascuna delle  $CF$   $FD$  produca le grandezze  $KL$   $LM$ . Saranno adunque tutte omogenee le  $CD$   $G$   $HI$   $IK$   $KL$   $LM$ . Dico ora che uguale è la  $G$  all' $M$ . Imperocchè poichè le  $AE$   $CD$  sono due grandezze, una delle quali, cioè la  $CD$  è spezzata nelli segmenti  $CF$   $FD$ ; quindi uguale è il prodotto dell' $AE$  nella  $CD$  (§. XXIV.) alli prodotti dell' $AE$  nelle  $CF$   $FD$ . Ma il prodotto dell' $AE$  nella  $CF$  è l' $HI$ , ed il prodotto dell' $AE$  nell' $FD$  è l' $IK$ . Adunque uguale è il prodotto dell' $AE$  nella  $CD$  all' $HK$ . Similmente dimostreremo che uguale è il prodotto dell' $EB$  nella  $CD$  alla  $KM$ . Laonde il prodotto dell' $AE$  nella

$CD$  insieme col prodotto della  $EB$  nella  $CD$  è uguale a tutta l' $HM$ . Uguale egli è poi il prodotto dell' $AB$  nella  $CD$  insieme col prodotto dell' $EB$  nella  $CD$  ( §. XXVI. ) al prodotto dell' $AB$  nella  $CD$ , cioè alla  $G$ ; perocchè le  $AB$   $CD$ , sono due grandezze, delle quali l' $AB$  è spezzata nelli segmenti  $AE$   $EB$ . Adunque la  $G$  è uguale all' $HM$ ; il che convenia dimostrare.

## §. XXIX.

E però se l' $AE$  sia rappresentata dal numero  $a$ , l' $EB$  dal numero  $b$ , cosicchè tutta l' $AB$  sia rappresentata dall' $a + b$ ; e similmente se la  $CF$  sia rappresentata dal numero  $m$ , la  $FD$  dal numero  $n$ , e tutta la  $CD$  dal numero  $m + n$ ; sarà il prodotto dell' $a + b$  nell' $m + n$ , e ancora il prodotto dell' $m + n$  nell' $a + b$  uguale all' $am + an + bm + bn$ . Dalle cose fin qui dette ricavasi adunque la dimostrazione di quella bella regola degli Analisti, che se due grandezze complesse di altre grandezze semplici positive moltiplichinsi insieme; il prodotto di una nell'altra è uguale ai prodotti di ciascuna grandezza semplice della prima in ciascuna grandezza semplice dell'altra. Ora so passaggio alle grandezze complesse di grandezze positive e negative.

## §. XXX.

**TEOREMA.** *Se sieno due grandezze, una delle quali sia spezzata in quanti segmenti si vogliono; il prodotto della non spezzata in un segmento dell'altra è uguale all'eccesso in cui il prodotto della non spezzata in tutta l'altra eccede i prodotti della stessa in ciascuno de' segmenti rimanenti dell'altra.*

Sieno le  $A$   $BC$  ( Fig. II. ) due grandezze, una delle quali, cioè la  $BC$ , sia spezzata in quanti segmenti si vogliono  $BE$   $ED$   $DC$ . Dico che uguale è il prodotto dell' $A$  nella  $BE$  all'eccesso in cui il prodotto dell' $A$  nella  $BC$  eccede i prodotti dell' $A$  in ciascuna delle rimanenti  $ED$   $DC$ .

Imperocchè poichè le  $A$   $BC$  sono due grandezze, una delle quali, la  $BC$ , è spezzata in quanti segmenti si voglia-

no  $BE$   $ED$   $DC$ ; quindi farà ( §. XXIV ) il prodotto dell'  $A$  nella  $BC$  uguale a' prodotti dell'  $A$  in ciascuna delle  $BE$   $ED$   $DC$ . Adunque il solo prodotto dell'  $A$  nella  $BE$  è uguale all' eccesso, onde il prodotto dell'  $A$  nella  $BC$  eccede i prodotti dell'  $A$  in ciascuna delle rimanenti  $ED$   $DC$ ; il che conveniva dimostrare.

## §. XXXI.

Laonde se col numero  $a$  rappresenteremo la grandezza  $A$ , col numero  $b$  la grandezza  $BC$ , col  $c$  l'  $ED$ , e la  $DC$  col  $d$ , sicchè la rimanente  $BE$  sia rappresentata da  $b - c - d$ ; farà il prodotto dell'  $a$  nel  $b - c - d$  uguale all'  $ab$  meno  $ac$  e meno ancora  $ad$ ; e però il detto prodotto farà uguale all'  $ab - ac - ad$ . Ma il prodotto dell'  $a$  nel  $b - c - d$  è uguale al prodotto del  $b - c - d$  nell'  $a$  (essendo numeri gli  $a$   $b$  e  $d$ ); dunque ancora il prodotto del  $b - c - d$  nell'  $a$  è uguale all'  $ab - ac - ad$ .

## §. XXXII.

Vengo ora alla dimostrazione del seguente famoso Teorema, che serve per la moltiplicazione delle grandezze complesse, che includano segni negativi. *Se sieno due grandezze ciascuna delle quali sia complessa di grandezze semplici positive e negative; il prodotto di una nell' altra è uguale alla grandezza complessa dai prodotti di ciascuna grandezza semplice della prima in tutte le grandezze semplici dell' altra; con questa regola, che i prodotti, che derivano da grandezze semplici aventi lo stesso segno, sono positivi, ed i prodotti da grandezze semplici aventi segno diverso sono negativi.* Potrei dimostrare questo teorema allo stesso modo de' precedenti con figure, e poi farne l' applicazione all' Algebra, ma per non andar troppo alla lunga presenterò al mio lettore una dimostrazione senza il soccorso di quelle, la quale s' appoggia però sulle antecedenti proposizioni.

Sieno per tanto l'  $m - n$ , e l'  $a - b$  due numeri complessi di numeri semplici positivi e negativi; cioè l'  $m - n$  del positivo  $m$  e del negativo  $n$ , e l'  $a - b$  del positivo  $a$  e del negativo  $b$ .

Dico che il prodotto dell'  $m-n$  nell'  $a-b$  è uguale al numero complesso dai prodotti  $ma$ ,  $mb$ ,  $na$ ,  $nb$ , con questa regola che l'  $ma$  e l'  $nb$  che derivano, il primo da numeri semplici positivi, ed il secondo da numeri semplici negativi, debbono essere amendue positivi; ma l'  $mb$  e l'  $na$  che derivano da numeri semplici uno positivo e l'altro negativo debbono esser amendue negativi; vale a dire il prodotto dell'  $m-n$  nell'  $a-b$  è uguale all'  $ma - mb - na + nb$ . Imperocchè suppongasi  $m-n=d$ , e l'  $a-b=q$ ; adunque  $m=n+d$ , e  $a=b+q$ ; laonde (§. XXVIII.) farà  $ma=nb+nq+db+dq$ . Ed aggiungendo al secondo membro e togliendo dallo stesso la grandezza  $nb$ , farà ancora  $ma=nb+nq+db+dq+nb-nb$ ; ovvero dando un ordine differente allo stesso secondo membro, farà  $ma=nb+db+nb+nq+dq-nb$ . Ma  $nb+db$  è uguale (§. XXVI.) al prodotto dell'  $n+d$ , cioè dell'  $m$ , nel  $b$ , e però è uguale all'  $mb$ ; e parimente  $nb+nq$  (§. XXIV.) è uguale al prodotto dell'  $n$  nel  $b+q$ , cioè nell'  $a$ , e però è uguale all'  $na$ . Per conseguenza  $ma=mb+na+dq-nb$ ; laonde  $dq=ma-mb-na+nb$ . Egli è poi il  $dq$  il prodotto del  $d$  nel  $q$ , o dell'  $m-n$  nell'  $a-b$ ; quindi il prodotto dell'  $m-n$  nell'  $a-b$  è uguale all'  $ma - mb - na + nb$ ; il che conveniva dimostrare.

## §. XXXIII.

Ciascun vede che siccome la divisione algebraica non è che una proporzionalità inversa di quella della moltiplicazione, così non debbe riuscir difficile trattare collo stesso metodo, che abbiamo adoperato in questa, anche l' altra operazione; pure alcuni teoremi renderanno la cosa più manifesta. *Se una grandezza divida una grandezza; il quoziente sarà omogeneo alla grandezza divisa.* La grandezza  $A$  (Fig. 12.) dividendo la grandezza  $B$  dia per quoziente la  $C$ . Dico che la  $C$  è omogenea alla  $B$ . Imperocchè sia la  $D$  l'unità concreta dell'  $A$ . E poichè l'  $A$  dividendo la  $B$  ha dato la  $C$ ; quindi egli è (§. V.) come l'  $A$  alla  $D$ , così la  $B$  alla  $C$ . Elleno hanno dunque proporzione le  $B C$ ; e però la  $C$  è omogenea alla  $B$ ; il che conveniva dimostrare.

## §. XXXIV.

TEOREMA. *Se una grandezza dividendo una grandezza dia un quoziente; questo moltiplicato per la grandezza dividente farà un prodotto uguale alla grandezza divisa. La grandezza  $A$  ( Fig. 13. ) dividendo la grandezza  $B$  dia per quoziente la grandezza  $C$  che farà ad essa omogenea (§. XXXIII.); poi l'  $A$  moltiplicando la  $C$  produca la  $D$  omogenea alla  $C$  (§. VIII. ), e però anche alla  $B$ . Dico che uguale è la  $D$  alla  $B$ . Imperocchè sia l'  $E$  l' unità concreta dell'  $A$ . E poichè la  $B$  divisa per l'  $A$  ha dato la  $C$ ; quindi farà come l'  $A$  all'  $E$ , così la  $B$  alla  $C$ ; e però contrariamente egli è come l'  $E$  all'  $A$ , così la  $C$  alla  $B$ . Ma come l'  $E$  all'  $A$ , così è la  $C$  alla  $D$ , perocchè l'  $A$  moltiplicando la  $C$  ha prodotto la  $D$  (§. IV.). Laonde egli è come la  $C$  alla  $D$ , così la  $C$  alla  $B$ . Uguale ella è dunque la  $D$  alla  $B$ ; il che convenia dimostrare.*

## §. XXXV.

TEOREMA. *Se una grandezza moltiplicando una grandezza faccia un prodotto; questo diviso per la grandezza moltiplicante darà un quoziente uguale alla grandezza moltiplicata.*

La grandezza  $A$  ( Fig. 14. ) moltiplicando la grandezza  $B$  produca la grandezza  $C$  ad essa omogenea; poi la  $C$  divisa per l'  $A$  dia per quoziente la grandezza  $D$ , omogenea alle  $C$   $B$ . Dico che uguale è la  $D$  alla  $B$ . Imperocchè sia l'  $E$  l' unità concreta dell'  $A$ . E poichè l'  $A$  moltiplicando la  $B$  ha prodotto la  $C$ ; quindi farà come l'  $E$  all'  $A$ , così la  $B$  alla  $C$ ; laonde contrariamente egli è come l'  $A$  all'  $E$ , così la  $C$  alla  $B$ . Ma come l'  $A$  all'  $E$ , così è la  $C$  alla  $D$ ; perchè la  $C$  divisa per l'  $A$  ha dato la  $D$  (§. V ). Adunque egli è come la  $C$  alla  $D$ , così la  $C$  alla  $B$ ; e però uguale è la  $D$  alla  $B$ ; il che convenia dimostrare.

## §. XXXVI.

## §. XXXVI.

Seguendo con questo metodo si può quanto mai elegantemente dimostrare tutte le proprietà delle grandezze proporzionali, e delle proporzioni composte, nelle quali entrino la moltiplicazione e la divisione. Sopra tutto riesce chiarissima la teoria de' quozienti, che impropriamente nell'Algebra si confondono colle frazioni, non essendo i quozienti pure frazioni che nel caso in cui dividansi numeri fra loro, non grandezze in generale. Ma siccome non è stato mio scopo in questa Memoria, che di mostrare agli Analisti, con quanta maggior facilità e sicurezza possasi per questa nuova strada piantare le regole del calcolo, così mi fermerò a questo punto; e solo passerò a soddisfare all'altanto presomi nel §. XV.), dove mi era riservato a far conoscere la cagione per cui sono caduti in errore coloro che hanno asserito che il prodotto di una linea per una linea è una superficie; il che mi aprirà l'adito a presentare il vero modo con cui possonsi dimostrare le comuni regole della Geometria pratica per calcolare le figure piane, ed anche le solide.

## §. XXXVII.

Se siavi un rettangolo che abbia per esempio un lato di quattro piedi, e l'altro di otto, ognun vede che la sua area è di 32. piedi quadrati, poichè se ciascun lato si divida ne' suoi piedi e per li punti delle divisioni tirinsi rette parallele all'altro lato e formisi una spezie di graticola; il detto rettangolo comprende 32. quadrati di un piede. Ora essendo il numero 32. il prodotto appunto del quattro nell'otto; molti hanno concluso, che l'area di un rettangolo è uguale al prodotto de' due lati; e però che linea moltiplicando linea produca superficie. Ma essi non hanno posto mente che moltiplicando l'otto per quattro non moltiplicano lato per lato, ma moltiplicano solo fra loro due numeri che rappresentano i lati del rettangolo; così il numero 32, preso astrattamente, non è la superficie di quello, ma solo la rappresenta; e per convertirlo nella superficie con-

viene prenderlo concretamente pronunciando 32. piedi quadrati; quindi essi hanno confuso insieme le idee di rappresentazione e d'identità, e da questa confusione n'è nato lo sbaglio: ma il seguente paragrafo, ove sta rinchiusa la vera teoria del calcolo de' terreni, dimostrerà la cosa con più chiarezza.

### §. XXXVIII.

*È noto. I. Che l'unità concreta lineare vien chiamata piede lineare. II. Che la figura quadrata fatta su questo piede lineare, ovvero il piede quadrato, vien preso per unità concreta superficiale. Ciò posto, pronuncio questo Teorema. Se i lati di un rettangolo siano rappresentati da numeri; il prodotto di essi numeri rappresenterà l'area del rettangolo.*

Sia l' $AC$  ( Fig. 15. ) un rettangolo, ed il numero intero o rotto  $D$  rappresenti il lato  $AB$ , ed il numero intero o rotto  $E$  rappresenti l'altro lato  $AC$ . Il numero poi  $D$  moltiplicando l' $E$  produca il numero  $F$ . Dico che l' $F$  rappresenta il rettangolo  $AC$ . Imperocchè sia la linea  $IK$  l'unità, o il piede lineare; onde descritto dall' $IK$  il quadrato  $HK$ , farà l' $HK$  l'unità superficiale. Sia in oltre la  $G$  l'unità numerica. E poichè il numero  $D$  rappresenta la linea  $AB$ ; quindi farà ( §. XV. ) come l' $IK$ , cioè l' $IH$ , all' $AB$ , così l'unità astratta  $G$  al numero  $D$ . Per la stessa ragione egli è come l' $IK$  alla  $BC$ , così l'unità astratta  $G$  al numero  $E$ . Ugual è dunque la proporzione composta dalle proporzioni dell' $IH$  all' $AB$ , e dell' $IK$  alla  $BC$ , alla proporzione composta dalle proporzioni della  $G$  al  $D$ , e della  $G$  all' $E$ . Ma il quadrato  $HK$  al rettangolo  $AC$  ha la proporzione composta dalle proporzioni dell' $IH$  all' $AB$ , e dell' $IK$  alla  $BC$ ; e parimente l'unità astratta  $G$  al numero prodotto  $F$  è in proporzione composta della  $G$  al  $D$ , e della  $G$  all' $E$ , perocchè il  $D$  moltiplicando l' $E$  ha prodotto l' $F$ . Adunque egli è come il quadrato  $HK$ , cioè l'unità superficiale, al rettangolo  $AC$ ; così l'unità astratta  $G$  al numero  $F$ ; e però il numero  $F$  ( §. XV. ) rappresenta la superficie del rettangolo  $AC$ ; il che convenia dimostrare.

2.



Fig. 3.

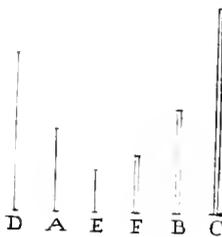


Fig. 4.



7.6.



Fig. 7.

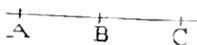


Fig. 8.

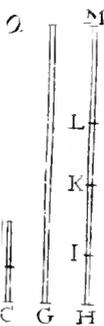
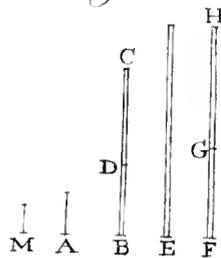


Fig. 9.

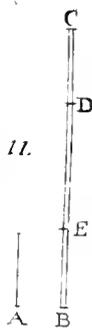


Fig. 12.



Fig. 14.



Fig. 15.

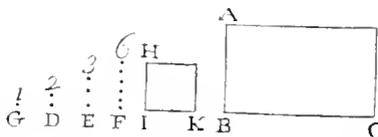


Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.

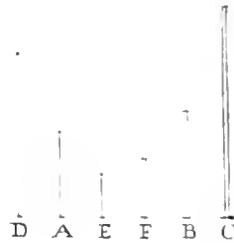


Fig. 4.

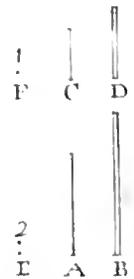


Fig. 5.

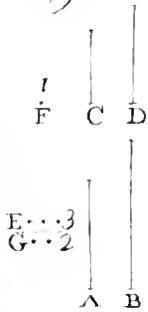


Fig. 6.

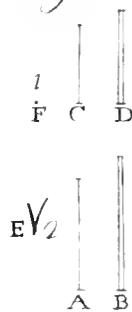


Fig. 8.

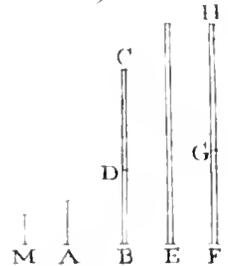


Fig. 7.



Fig. 9.

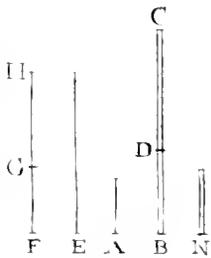


Fig. 10.

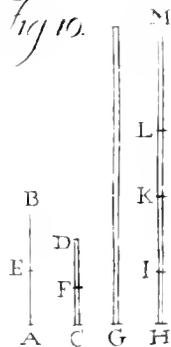


Fig. 11.



Fig. 12.

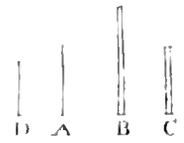


Fig. 13.

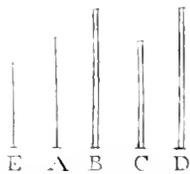


Fig. 14.

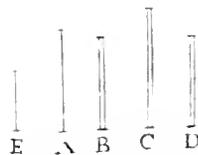
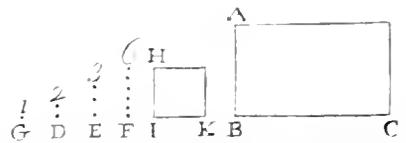


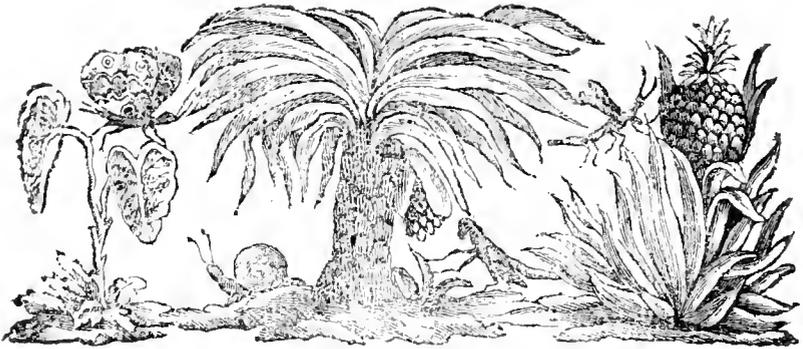
Fig. 15.



## §. XXXIX.

Questo solo Teorema basta per conoscere con quanta felicità possansi dimostrare tutte l'altre regole che appartengono al calcolo delle figure piane, e così pure quelle delle figure solide, che unite formano la più interessante parte della Geometria pratica; e tutto ciò senza valersi di quel falso principio che linea moltiplicando linea produca superficie; e che linea moltiplicando superficie produca solido. Ma basti il fin qui detto intorno alla moltiplicazione ed alla divisione algebriche.

*Il Fine delle Memorie Sociali.*



# I N D I C E

## DELLE MEMORIE

### SEZIONE PRIMA

- Cose Trigonometriche.*  
 Del Sig. ANTONIO CAGNOLI. pag. 1
- Memoria sopra la Salinazione Artificiale.*  
 Del Sig. Cav. VITTORIO FOSSOMBRONI. 57
- Saggio intorno alla Rettificazione dell' Areometro, e a' differenti suoi usi.*  
 Del P. GIOVAMBATISTA DA S. MARTINO. 79
- Sopra una Tosse degli Alimenti.*  
 Del Sig. Dott. GIOVANNI VERARDO ZEVIANI. 124

## SEZIONE SECONDA.

*Lettera*

Del Sig. LEOPOLDO MARC-ANTONIO CALDANI.  
Al Chiarissimo Sig. Dott. VERARDO ZEVIANI. pag. 130

*Relazione di un Arco luminoso osservato Addì*  
*5 Settembre 1788*

Dal Sig. Ab. CHIMINELLO.  
Presentata Dal Sig. Ab. GIUSEPPE TOALDO. 153

*Sopra la Costruzione delle Ghiuse per la deri-*  
*vazione de' Canali Regolati.*

Del Sig. FRANCESCO BERNARDINO FERRARI.  
Presentata Dal Sig. CAVALIERE LORGNA. 157

*Dell' Azione di un Corpo retto da un piano Im-*  
*mobile esercitata ne' punti di appoggio che lo*  
*sostentano.*

Tentativo Del Sig. CAVALIERE LORGNA. 178

*Esposizione Anatomica delle parti relative all'*  
*Encefalo degli Uccelli. Trattato quinto de'*  
*Nervi che escono dalla cavità del cranio.*

Del Sig. VINCENZO MALACARNE.  
Al Chiarissimo Sig. MICHELE GIRARDI. 193

*Nota sopra la Storia del Cocco tintorio detto*  
*volgarmente Kermes o grana da tingere.*

Del CAVALIERE D. MICHELE ROSA.  
Al Sig. Co. LODOVICO SAVIOLI Amplissimo Se-  
natore di Bologna. 225

*Memoria sopra le Meduse Fosforiche.*  
Del Sig. Ab. LAZARO SPALLANZANI.

271

SEZIONE TERZA.

*Lettera*

Del Sig. Dott. GIUSEPPE BONVICINI.  
Al Sig. Professore MICHELE GIRARDI.

291

*Osservazioni Meteorologiche fatte in Verona negli anni 1792, 1793.*

Dal Sig. ANTONIO CAGNOLI.

300

*Osservazioni sopra la Trasformazione di un insetto, e sopra le Idatidi delle Ranocchie.*

Del Sig. FLORIANO CALDANI.  
Presentata Dal Sig. CAVALIERE LORGNA.

305

*Lettera sopra diversi aneddoti matematici.*

Del Sig. PIETRO FERRONI.  
Al Sig. Presidente CAV. ANTONMARIO LORGNA.

319

*Calcolo delle Variazioni finite nella Trigonometria piana e sferica.*

Del Sig. CAVALIERE LORGNA,

346

*Istoria di ciò che è stato pensato intorno alla fecondazione delle Piante, dalla scoperta del doppio sesso fino a questo tempo, coll'aggiunta di nuove esperienze.*

Del Sig. PIETRO ROSSI.

369

*Sull' Attività della Dattisca Cannabina di Lin-*

*neo contro le Febbri intermittenti.*

Del Sig. PIETRO RUBINI P. Professore di Chimica  
nella R. Università di Parma.

Presentata dal Sig. MICHELE GIRARDI.

431

#### SEZIONE QUARTA.

*Della Legge d'immutable capacità, e necessaria  
contrarietà di eccesso, e difetto di elettricità  
negli opposti lati del vetro, e di altro strato  
resistente supposta da Franklin per la spiega-  
zione della carica, e della scarica elettrica  
nella boccia Leidense.*

Del P. CARLO BARLETTI.

444

*Determinazione del Tempo che impiega un gra-  
ve discendente per un Canale circolare.*

Del Sig. GIO. FRANCESCO Malfatti.

462

*Osservazioni sopra la squisitezza del Senso del  
Tatto di alcuni vermi marini.*

Del Sig. Ab. GIUSEPPE OLIVI.

Indirizzate al Sig. Ab. GIUSEPPE TOMMASELLI  
Naturalista e Chimico Veronese, ed a' suoi Nobili Udi-  
tori.

478

*Intorno alla Moltiplicazione ed alla Divisione  
algebraiche.*

Del Sig. LEONARDO SALIMBENI.

482

## ERRORI

Pag. 59	pagina 3
66	onni
73	pagina 26, 27
96	perfettamen-
109	avvicando
111	segua
112	ehe
133	intumescenza
135	peritonico
135	peritoneo
141	realmente è .
146	accumulate
150	ruto
151	sito
193	Ner-
193	Ni
194	scleroti
196	alabo
197	arbitraria
197	muso
197	fiammenti
201	teux
202	dalla qualie
202	Cog
203	destramente
207	hyaloidem
209	pervenuto
213	ne
220	arrivano
221	a quanto è per sottomettere
245	opione
249	Mem
289	brucione
291	Al Sig. Professore
308	bruco A
308	soffanza B
320	( Nota 2. )
323	igenia
326	DTBC
363	uinforme
414	o per
416	maliffio

## CORREZIONI

pagina 58
non
pagina 67,
perfettamente
avvicinando
segua
che
intumescenza
peritonico
peritoneo
realmente non è .
accumulate
urto
sito
Nervi
Ni
scleroti
Globo
orbitaria
musculo
frammenti
teux
da cui
Cog
destramente
in hyaloidem
pervenuta
ne
arriva
a quanto farò per sottomettere
opinione
Item
brucione
Presentata dal Sig.
bruco a
soffanza b
( Nota (b) pag. 319 )
e così nelle seguenti citazioni.
igenia
DTBC =
uniforme
per
maliffimo









