MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

ST. PÉTERSBOURG.

TOME II.

AVEC

L'HISTOIRE DE L'ACADÉMIE

POUR LES ANNÉES 1807 ET 1808.

ST. PÉTERSBOURG,

DE L'IMPRIMÉRIE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

1810.

TABLE DES MATIÈRES.

Histoire de l'Académie Impériale des Sciences.

Années 1807 et 1808.

*

MÉMOIRES

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

TOME II.

I. Section des sciences mathématiques.

II. Section des sciences physiques.

III. Section des sciences politiques.

Supplément.

Fautes à corriger:

Page 538	ligne 4	au lieu de	$54''$	lisez $40''$.
-	9	-	2^{h}	$7^{h}. 30'$.
539	6	-	SO$\frac{1}{2}$S	SO$\frac{1}{4}$S.
540	19	-	$58''$	$36''$.
-	23	-	$9\frac{1}{2}^{h}$	8^{h}.
541	15	-	10^{Pc}	3^{Pc}.
-	16	-	$1^{Pd}. 6^{Pc}$	1^{Pd} au dessous de o.
-	17	-	10^{Pc}	3^{Pc}.
-	-	-	$-1^{Pd}. 6^{Pc}$	$+1^{Pd}$.
-	-	-	$7^{Pd}. 4^{Pc}$	$9^{Pd}. 3^{Pc}$.
543	7	-	56^{o}	$59'$.
-	8	-	$5^{Pd}. 8^{Pc}$	1^{Pd} environ.
-	19	-	$13''$	$27''$
544	10	-	$50'$	$48'$
546	1	-	10^{Pc}	2
-	15	-	$60'. 00''$	$59'. 40''$.
-	-	-	$22^{o}. 50'$	$19^{o}. 42'$.
547	-	-	$17'$	$27'$.
-	19	-	$25'$	$24'$.
548	17	-	$55''$	$51''$.
551	16	-	35^{h}	33^{h}.

HISTOIRE

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

ANNÉES 1807 ET 1808.

HISTOIRE
DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

ANNÉES 1807 et 1808.

I.

Evènement mémorable.

Le 28 Décembre de l'année 1808 tous les Académiciens et Adjoints furent invités, par S. E. Mr. le Président, de se rendre à l'Hermitage du Palais IMPÉRIAL d'hyver, pour y être présentés à LEURS MAJESTÉS le Roi et la Reine de Prusse. Cette présentation eut lieu dans la Galerie de Raphaël, à 2 heures après midi, et SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR daigna très gracieusement présenter LUI-MÊME SON Académie des Sciences à ces augustes hôtes, en appellant même de leurs noms cinq ou six des plus anciens Académiciens.

II.

CHANGEMENS ARRIVÉS.

1. Membres décédés.

a) *Membres honoraires de l'Intérieur:*

S. E. Mr. *Nicolas de Résanoff*, Chambellan actuel et Chevalier de l'Ordre de S^{te} Anne de la 1^{re} Classe, décédé à Krasnoyarsk', à son retour d'une mission diplomatique au Japon. Le Défunt, dont l'Académie possède un Vocabulaire Japonois et une Grammaire Japonaise, en manuscrit, fut reçu membre honoraire le 26 Juin 1803.

S. E. Mr. le Baron *Georges d'Asch*, Conseiller d'Etat actuel, Doyen du Conseil médicinal et Chevalier de l'Ordre de Ste Anne de la 2de Classe, né le 23 Juin 1728 et mort le même jour 1807 à l'âge de 79 ans accomplis. Le Défunt fut reçu membre honoraire le 27 Septembre 1779, et proclamé dans la séance publique du 12 Octobre de la même année.

S. E. Mr. le Comte *Alexis de Wassilieff*, Conseiller privé actuel, Sénateur, Membre du Conseil, Ministre des Finances, Chevalier des Ordres de St André, de St Alexandre Nevski, de St Vladimir 2d degré, de Ste Anne 1re Classe et Commandeur de l'Ordre de St Jean de Jerusalem, mort le 15 Août 1807. Le Défunt fut reçu membre honoraire le 2 Octobre 1796.

Mr. *Alexandre Louchkoff*, Conseiller de Cour, ci-devant Bibliothécaire et Conservateur des Antiques et pierres gravées de l'Hermitage. Reçu à la proposition du Directeur, Me la Princesse Daschkow, le 7 Septembre 1789.

b) *Membres honoraires externes.*

Mr. *Joseph Théophile Kölreuter*, Docteur en Medicine, Conseiller de Cour de S. A. R. M^{gr} le le Grand Duc de Bade, Sur-Intendant du Jardin botanique et Professeur d'Histoire naturelle à Carlsruhe, ci-devant Adjoint de l'Académie pour la Botanique (depuis 1756 jusqu'en 1761), Pensionnaire depuis 1768, mort à Carlsruhe le 30 Octobre n. St. 1806, âgé de 73 ans. Il y a beaucoup de mémoires estimables de ce Savant dans les *Novi Commentarii*, les *Acta* et *Nova Acta* de l'Académie.

Mr. *Jean Jérôme de Lalande*, Membre de l'Institut et du Bureau des longitudes, Directeur de l'Observatoire du Collège de France, membre de la Légion d'honneur. Reçu membre honoraire de l'Académie le 8 Mai 1764, Pensionnaire depuis le 20 Novembre 1783, mort à Paris le 14 Avril 1807, âgé de 75 ans.

Mr. *Jean Bernoulli*, Licencié en droit, Astronome Royal et Directeur de la Classe de Mathématique de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin. Reçu membre honoraire de l'Académie le 26 Décembre 1776, mort à Berlin en Juillet 1807, âgé de 63 ans.

Mr. le Baron *Melchior de Grimm*, Conseiller d'Etat actuel et Chevalier de l'Ordre de S^{t} Vladimir du 2^{d} degré. Reçu membre honoraire en 1773, mort à Gotha le 19 Decembre 1807, âgé de 85 ans.

Mr. *Charles Fréderic Hindenbourg*, Docteur en Philosophie, Professeur ordinaire de Physique et de Mathématique à l'Université de Leipsic. Reçu membre honoraire le 28 Juillet 1794, mort à Leipsic le 16 Mars 1808, âgé de 67 ans.

c) *Correspondant externe:*

Mr. *Jérémie Benjamin Richter*, Assesseur des Mines à Berlin. Reçu Correspondant le 14 Mai 1800, mort à Berlin le 4 Avril 1807.

2. Membre congédié:

Mr. *Jean Gaspard Horner*, ci-devant Adjoint de l'Académie pour l'Astronomie, Conseiller de Cour, demanda et obtint sa dimission le 21 Septembre 1808.

3. Nouvelles réceptions:

a) *Au nombre des Académiciens ordinaires.*

Mr. *Pierre Zagorski*, pour l'Anatomie et Physiologie. Élû le 18 Novembre 1807.

b) *Au nombre des Académiciens extraordinaires.*

Mr. *Basile Viscovatoff*, pour les Mathématiques. Élû le 11 Mars 1807.

Mr. *Vincent de Visnievski*, pour l'Astronomie. Élû le 11 Mars 1807.

Mr. *Jules Klaproth*, pour les langues et la litterature orientales. Élû le 11 Mars 1807.

Mr. *Alexandre Nicolas Scherer*, pour la Chymie. Élû le 11 Mars 1807.

Mr. *Philippe Krug*, pour l'Histoire. Élû le même jour.

Mr. *Pierre Zagorski*, pour l'Anatomie et la Physiologie. Élû le même jour.

c) *Au nombre des Adjoints:*

Mr. *Basile Petroff*, pour la Physique expérimentale. Élû le 11 Mars 1807.

Mr. *Georges Henry Langsdorf*, pour la Botanique. Reçu le 24 Juillet 1808.

Mr. *Alexandre Schlegelmilch*, pour la Minéralogie. Élû le 14 Decembre 1808.

d) *Au nombre des Correspondans de l'Intérieur:*

Mr. *Jean Guillaume Pfaff*, Professeur de Mathématiques à l'Université IMPÉRIALE de Dorpat. Reçu le 28 Octobre 1807.

Mr. *David Henry Grindel*, Professeur de Chymie à l'Université IMPÉRIALE de Dorpat. Reçu le même jour.

Mr. *Constantin Kirchhoff*, Apothicaire de la grande Apothicairerie IMPÉRIALE. Reçu le 4 Novembre 1807.

Mr. *Jean George André Brückner*, Conseiller d'Etat à la Chambre des Finances de Riga. Reçu le 13 Avril 1808.

e) *Au nombre des Correspondans externes:*

Mr. *Em. Develey,* Professeur de Mathématiques et Secrétaire de la Société des Sciences physiques à Lausanne. Reçu le 9 Mars 1808.

Mr. *Jean Gaspard Horner,* Conseiller de Cour et ci-devant Adjoint de l'Académie. Reçu le 21 Septembre 1808.

4. Election de membres du Comité d'Administration.

En 1807. S. E. Mr. l'Académicien *Fuſs,* pour deux ans, à la place de Mr. l'Académicien *Severguine.*

En 1808. S. E. Mr. l'Académicien *Ozeretskovski,* pour deux ans, à la place de Mr. l'Académicien *Schubert.*

En 1808. Mr. l'Académicien *Severguine,* pour le reste des deux ans, à la place de Mr. l'Académicien *Ozeretskovski,* qui demanda sa dimission, après avoir exercé les fonctions de cette charge pendant deux mois.

5. Autres nominations et distinctions littéraires.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Scherer* fut nommé Inspecteur des Classes du Corps IMPÉRIAL des Mines.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Sevastianoff* fut nommé Professeur d'Histoire naturelle à l'Académie IMPÉRIALE de Medecine et de Chirurgie.

LL. EE. Mrs. les Académiciens *Pallas* et *Fuſs* furent reçus membres honoraires externes de l'Académie Royale des sciences de Baviere à Munich.

Mrs. les Adjoints *Tilesius* et *Langsdorf* furent nommés Correspondans de l'Académie Royale de Munich.

Mr. l'Adjoint *Adams* reçut le diplome de membre honoraire de la Société des Amis Scrutateurs de la nature à Berlin.

6. Gratifications et décorations:

Mr. l'Académicien *Severguine* fut décoré de la croix de l'Ordre de S^te^ Anne de la 2^de^ Classe garnie de brillans.

Mr. l'Académicien *Zagorski* fut décoré de la croix de S^t^ Vladimir du 4^me^ degré.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Klaproth* et Mr. l'Adjoint *Adams* furent gratifiés chacun d'une bague à brillans et d'une pension viagère de trois-cens roubles.

III.

PRÉSENS FAITS À L'ACADÉMIE.

1. *Pour la Bibliothèque:*

De la part de la Société Royale de Londres:

Philosophical Transactions of the Royal Society, for the Year 1804. Part 1 and 2; 1805. Part 1 and 2; 1806. Part 1 and 2; 1807. Part 1 and 2.

De la part du Bureau des Longitudes à Londres:

1°) The Nautical Almanac, for the Years 1802 — 1812.

2°) Tables requisite to be used with the nautical Ephemeris, the third Edition.

De la part de l'Académie de Royale de Berlin:

1°) Sammlung deutscher Abhandlungen, welche in der Königl. Academie der Wissenschaften zu Berlin vorgelesen worden sind im Jahr 1803.

2°) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres. Année 1804.

3°) Drey Preisſchriften der Königl. Academie der Wissenschaften. Berlin 1804. 8vo.

4°) Ueber die innere Wahrnehmung. Eine Abhandlung, welcher von der Königl. Academie der Wissenschaften zu Berlin der Preis zuerkannt worden ist; von D. Th. Suabedissen. Berlin 1808. 8vo.

De la part de la Société des Amis Scrutateurs de la nature à Berlin:

1°) Beschäftigungen der Berlinischen Gesellschaft naturforschender Freunde. 4 Bände.

2°) Schriften der Berlinischen Gesellschaft naturforschender Freunde. 6 Bände.

3°) Beobachtungen und Entdeckungen aus der Naturkunde, von der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin. 5 Bände.

4°) Der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin neue Schriften. 3r et 4r Band.

5°) Der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin Magazin für die neuesteu Entdeckungen in der gesammten Naturkunde. 1r u. 2r Jahrgang. 1s u. 2s Quartal.

De la part du Ministère de l'Intérieur d'Hollande:

Flora Batava, ou déscription des plantes qui se trouvent dans les Païs-bas. Livraison 17 — 22. 4to.

De la part de l'Académie Royale de Munich:

1°) Ueber gelehrte Gesellschaften, ihren Geist und Zweck; eine Abhandlung vorgelesen bey der feyerlichen Erneuerung der Königl. Akademie der Wissenschaften. München 1807. 4°.

2°) Erste öffentliche Sitzung der Königl. Akademie der Wissenschaften. München 1807. 4to.

3°) Ueber das Verhältnifs der bildenden Künste zu der Natur. Eine Rede, gehalten von Schelling. München 1807. 4to.

De la part de l'Université IMPÉRIALE de Moscou:

1°) Слово о долгѣ благороднаго Россійскаго юношества служить отечеству оружіемъ, говоренное. П. Сохацкимъ.

2°) De hortis botanico-medicis. Oratio habita a G. F. Hoffmann.

3°) Замѣчанія о матеріи свѣта. Рѣчь говоренная при годичномъ празднованіи открытія Ярославскаго Демидовскаго Училища Карломъ Яншемъ.

4°) Торжественное слово о странствованіи Музъ, говоренное Проф. Иваномъ Срезневскимъ.

De la part l'Université IMPÉRIALE de Willna:

1°) Rozprawa o niedostatecznosci Filosofii pogan przed przyisciem Christusa Pana. Przez Augustina Tomaszewskiego. w Wilnie 1808. 4to.

2°) De l'insuffisance de la Philosophie payenne avant la venue de I. C. contre Freret. Discours prononcé à l'ouverture des Leçons de Théologie, par D. Augustin Tomashevski. Traduit du Polonois par Harmand. Polozk 1808. 8vo.

3°) O Razpuszeniu; przez Jedr. Sniadeckiego. w Wilnie 1808. 8vo.

4°) Rozprawa o nowym metallu w surowoy Platinie odkrytym; przez Jedr. Sniadeckiego. w Wilnie 1808. 8vo.

5°) Prospect Lekcyi w Imperatorskim Uniwersitecie Wilenskim. w Wilnie 1808. fol.

De la part de l'Université IMPÉRIALE de Kharkow:

Рѣчи говоренныя въ торжественномъ годовомъ Собраніи Императорскаго Харьковскаго Университета 17го Генв. 1807 и 30го Августа 1806.

De la part de l'Université IMPÉRIALE de Kazan:

Une nouvelle édition du Koran, imprimée dans la Typographie asiatique de l'Université.

De la part de l'Académie de Kieff:

Толкованіе на посланіе св. Апостола Павла къ Римлянамъ; сочиненное въ Кіевской Академіи.

De la part de l'Université Royale de Coïmbra:

Ephemerides astronomicas, calcoladas para o Meridiano do Observatorio Real de Universidade de Coïmbra, para os annos 1804 — 1809. 6 vol.

De la part de la Société IMPÉRIALE des Naturalistes à Moscou:

Mémoires de la Société des Naturalistes de l'Université IMPÉRIALE. Tome I.

De la part de la Société IMPÉRIALE libre économique.

1°) Новая и полная система практическаго сельскаго домоводства. Часть 1, 2, 3.

2°) Труды вольнаго экономическаго Общества. Часть 59ая.

De la part du Conseil des mines de France:

Journal des mines, Cahier 1 — 131.

De la part de Mr. le Conseiller de Colléges de Waxell.

1°) Brookshaw's Pomona Britannica Nr. 3 — 15. Treize Cahiers.

2°) The nautical Ephemeris for the Years 1781, 1782, 1783, 1785, 1786, 1790. (Années qui manquoient à la Bibliothèque.)

3°) A History of Mountains geographical and mineralogical, by Joseph Wilson. Vol. I. (Avec une grande estampe représentant les principales montagnes de la terre.)

De la part de Mr. le Comte Jean Potocki:

1°) Fragmens historiques et géographiques sur la Scythie, la Sarmatie et les Slaves. 3 Volumes et un Supplément. Brunsvick 1795. 4to.

2°) Examen critique du fragment Egyptien connu sous le nom d'ancienne Chronique. St. Petersbourg 1807.

De la part de Mr. l'Académicien Bode:

1°) Astronomisches Jahrbuch, für das Jahr 1809, 1810, 1811.

2°) Anleitung zur Kenntniſs des gestirnten Himmels. 8te Aufl.

3°) Sammlung astronomischer Abhandlungen, Beobachtungen und Nachrichten. IVer Supplementband zu den astronomischen Jahrbüchern. Berlin 1808.

De la part de Mr. Zigra, Jardinier à Riga:

1°) Der nordische Blumengärtner. Riga 1806. 8vo.

2°) Подробное Руководство къ Заведенію деревъ для нашего Климата. Рига 1803. 8vo.

3°) Der Baumgärtner, oder ausführliche Anweisung zur Obstbaumzucht. Riga 1803. 8vo.

4°) Le même ouvrage traduit en langue Lettique.

5°) Oekonomisch - praktisches Handbuch für das Russische Reich. Riga 1808.

De la part de Mr. le Professeur Fischer à Moscou:

1°) Museum Demidoff. Tome II et III.

2°) Programme d'invitation à la Séance publique de la Société IMPÉRIALE des Naturalistes, contenant la notice d'un animal fossile de Sibérie, inconnu aux Naturalistes.

De la part de Mr. le Professeur Pfaff à Dorpat:

1°) Astronomische Beyträge Nr. I, II, III. Dorpat 1806, 1807, 8vo.

2°) Commentatio astronomica de calculo Trajectoriarum. Mitaviae 1805. 4to.

3°) Der Voltaismus, nebst einem Anhang. Tübingen 1804. 8vo.

4°) De tubo culminatorio Dorpatensi brevis narratio. Accedunt formulae ac tabulae in usum Astronomorum. Dorp. 1808. 4to.

De la part de Mr. le Professeur André Sniadecki:

1°) Poczatki Chemii dla Uzycia Sluchaczow akademiszkich utozone; przez Jedr. Sniadeckiego. w Wilnie 1808. Tom 1 et 2. 8vo.

2°) O Rozpusczeniu. w Wilnie 1808. 8vo. Second exempl.

3°) Rosprawa o nowym metallu w surowey platinie odkrytym. w Wilnie 1808. 8vo. 2^{d} exempl.

De la part de Mr. le Professeur Grindel à Dorpat:

1°) Handbuch der theoretischen Chemie, zu akademischen Vorlesungen.

2°) Ueber die Metallerzeugung, oder das Davy'sche Kaliproduct. Dorpat 1808. 8vo.

De la part de Mr. le Professeur Thunberg à Upsala:

1°) Flora Capensis. Auctore C. P. Thunberg. Vol. I.

2°) Icones plantarum Japonicarum. Decas 5.

De la part de Mr. le Professeur Regnèr à Upsala:

1°) Disquisitio quid ex recentibus observationibus astronomicis vel absolute certum, vel tantum verisimile de constitutione et magnitudine universi judicandum. Upsaliae 1804.

2°) Observationes in hypothesin cel. Olbers de planetarum Cereris, Palladis et Junonis origine. Upsal. 1806.

3°) Novi transituum instrumenti prima lineamenta. Upsal. 1806.

4°) De parallaxi solis. Upsaliae 1808.

De la part de Mr. de Liebhaber:

1°) Anleitung zur forstwissenschaftlichen Mefskunde. Helmstädt 1806. 4^to^.

2°) Ueber das Verhältnifs der Brennbarkeit der Hölzer. Braunschweig 1806. 8^vo^.

3°) Hülfstafeln zur forstwissenschaftlichen Mefskunde. Braunschweig 1806. 8^vo^.

De la part de Mrs. les freres Wenzel à Mayence:

1°) Ueber den Cretinismus. Wien 1802. 8^vo^.

2°) Bemerkungen über die Struktur der ausgewachsenen Schwung- und Schwanz-Federn. Tübingen 1807. 4^to^.

3°) Prodromus eines Werks über das Hirn der Menschen und der Thiere. Tübingen 1806. 4^to^.

4°) Bemerkungen über die Hirnwassersucht. 4^to^.

5°) Weidmanns Misbrauch des glühenden Eisens, um brandige Knochen abzusondern, übersetzt von Wenzel. Frankf. a. M. 1801. 4^to^.

De la part de Mr. l'Académicien Storch:

1°) Rufsland unter Alexander dem Ersten. Eine historische Zeitschrift. Heft, 23, 24.

2°) Annalen der Regierung Katharina der Zweiten. Leipzig 1798.

De la part de Mr. le Comte Széchényi:

1°) Catalogi Bibliothecae Hungaricae Szechenyano-Regnicolaris. Supplem. II. Sopronii 1807.

2°) Index alter libros Bibliothecae Hungaricae Szecheniano-reguicolaris, Supplemento II. comprehensos, in scientiarum ordines distributos exhibens. Sopron. 1807.

De la part de Mr. le Baron de Vietinghoff:

1°) Крашкое насшавленіе разнаго рода Ремесленникамъ и пр.

2°) Насшавленіе какимъ образомъ можно предохранишь себя ошъ поноса съ рѣзомъ и пр.

De la part de Mr. le Baron de Wollzogen:

1°) Memoire sur l'état actuel de la civilisation dans la Grèce; par Coray.

2°) Présentation à S. M. I et R. en Conseil d'état, du rapport historique sur les progrès des sciences mathématiques et physiques, depuis 1789; par Cuvier et Delambre.

De la part de Mr. l'Académicien Fufs.

Ашласъ Россійской Имперіи, по новѣйшему раздѣленію, сочиненный при главномъ Училищъ правленіи, для употребленія въ губернскихъ Гимназіяхъ.

De la part des Auteurs, Traducteurs ou Éditeurs:

Getreue Abbildung und naturhistorische Beschreibung des Thierreichs, aus den nordlichen Provinzen Rufslands u. s. w. Erstes Heft. Herausgegeben von Drimpelmann u. Friebe.

Historische Untersuchungen über die astronomischen Beobachtungen der Alten; von Ludw. Ideler. Berlin 1806. 8vo.

Annales of Botany Nr. 4, 5, 6.

Lehrbuch der Pharmacie, zum Gebrauch bey öffentlichen Vorlesungen; von Giese, Professor in Charkow. Riga 1806.

Beyträge zur chemischen Kenntnifs der Mineralkörper; von Klaproth. 4ter Band.

Tableau comparatif des montagnes de la Lune, de Venus, de Mercure et de quelques unes des plus hautes montagnes de la terre, dressé d'après les observations de Mr. Schröter à Lilienthal et publié par Mr. de Mechel, avec une explication.

L'Académie IMPÉRIALE des Beaux-Arts de St. Petersbourg, depuis son origine jusqu'au regne d'*Alexandre I.*; par Mr. de Reimers. St. Petersbourg 1807. 8vo.

Разсужденіе о нѣкоторыхъ предметахъ законодательства и управленія финансами и Коммерціею Россійской Имперіи; Сочин Ст. Сов. Вирста. С. П. Б. 1807 8vo.

Anatomie der Pflanzen, eine gekrönte Preisschrift; von K. A. Rudolphi. Berlin 1807. 8vo.

Systematische Darstellung aller Erfahrungen über allgemein verbreitete Potenzen; von Dr. Schmidt gen. Phiseldek. Aarau 1807. 4to.

Versuch über Nahrung und Unterhalt in civilisirten Staaten; von Koch-Sternfeld. München 1805. 8vo.

Abhandlung über National-Oekonomie u. s. w. aus dem Französischen von Say übersetzt und mit Zusätzen versehn von L. H. Jakob. 2 Bände. Halle und Leipzig 1807. 8vo.

Gavrila Sarytschefs etc. achtjährige Reise in Sibirien u. s. w. Aus dem Russischen übersetzt von J. H. Busse. 2ter Theil.

Handwöterbuch der medizinischen Klinik oder praktischen Arzneykunde; von Dreyfsig. 1 et 2 Theil.

Основаніи Геометріи составляющихъ первую часть морскаго учебнаго Курса. Кн. III и IУ. Соч. Акад. Гурьева. С. П Б. 1807.

De studiis Sinicis in Imperiali Athenaeo Petropolitano recte instaurandis dissertatio isagogica. Auctore Antonio Montucci. Berol. 1807. fol. min.

Traité élémentaire de Physique; par Mr. l'Abbé Haüy. 2de. Edit. T. 1, 2. Paris 1806. 8vo.

Geschichte des Byzantinischen Handels. Eine Preisschrift; von Hüllmann. Frankf. a. d. Oder 1807. 8vo.

Théorie de l'action capillaire; par S. de La Place. Paris 1807. 4to.

Писмо къ Гну Шереру, или примѣчанія на сочиненіе его подъ заглавіемъ: Опытъ меѳодическаго опредѣленія химическихъ наименованій для Россійскаго языка. Сочин. Сш. Сов. Нилова.

Объ опвѣсахъ простыхъ и сложныхъ. Сочин. Г. Гроздева.

Geschichte des Freystaats Ragusa; von dem Consist. R. Hn. von Engel. Wien 1807. 8vo.

A cours of Lectures on natural Philosophy and the mechanical arts; by Th. Young. Vol. 1 et 2. London 1807. 4to.

Vom Ursprung des Russischen Staats; von Ewers. Riga 1808. 8vo.

Botanischer Kinderfreund; von Crome etc. Göttingen 1807.

Theorematis arithmetici demonstratio nova. Auctore Gaufs. Gött. 1808. 4to.

Tableau du commerce de Russie, années 1802, 1803, 1804, 1805; par Pfeifer. fol.

Ueber die Gewächskunde Finnlands; von Melartin. Wyborg 1808. 4to.

Совѣты людамъ военнымъ къ сохраненію здоровья на Кавказской линіи. Сочин. Алекс. Владимирскаго. С. П. Б. 1808.

Nuove ricerche dirette a rettificare la Teoria della resistenza de' fluidi e le sue applicazioni, di Giuseppe Avanzini. Memoria I. Bologna 1806. 4to.

Untersuchung über den eigentlichen Sinn der höhern Analysis u. s. w.; von Ernst Gottfr. Fischer. Berlin 1808. 8vo.

Recueil de divers mémoires extraits de la Bibliothèque des Ponts et Chaussées; publié par P. C. Lesage 2 Vol. Paris 1806 — 1808. 4to.

Traité élémentaire de Mécanique, adopté dans l'instruction publique; par L. B. Francoeur. Paris 1807. 8vo.

De la part des Imprimeries de l'Intérieur:

Quatre cens cinq ouvrages imprimés à St. Petersbourg, Moscou, Riga, Dorpat, Mitau etc.

En outre la Bibliothèque académique a été enrichie par l'achat d'un grand nombre d'ouvrages scientifiques et de manuscrits Persans, Mandshous, Chinois etc.

2. *Pour le Cabinet d'Histoire naturelle:*

De la part de Mr. l'Adjoint Tilesius:

Une collection de poissons, de serpens, d'amphibies et d'insectes, en esprit de vin, rassemblés pendant son voyage autour du globe.

De la part de Mr. de Waxell:

Une Simia Midas.

Une chauve-souris des terres australes.

Un harlequin (Lochius Histrio).

Un petit poisson du Bresil (Chaetodon).

Une chauve-souris de mer, aussi du Bresil.

De la part de Mr. le Docteur Crichton:

Un exemplaire empaillé de l'*Echidna aculeata* de la nouvelle Hollande.

Un exemplaire empaillé de l'*Ornithorynchus Paradoxus* de la nouvelle Hollande.

De la part de Mr. l'Adjoint Adams:

Une collection des poissons ramassés pendant son voyage le long de la Lena jusqu'à la mer glaciale.

Une collection d'oiseaux et de poissons rassemblés pendant le le même voyage.

Les os d'un Mamouth découvert sur la côte de la mer glaciale.

Quatre caisses remplies de plantes sêches.

Deux caisses remplies de peaux de quadrupèdes.

De la part de Mr. l'Adjoint Rédovski:

Deux caisses remplies de Zoophytes.

Une caisse remplie de poissons et d'Astéries.

Une caisse remplie de plantes marines de la côte d'Okhotsk.

Une collection d'insectes.

Envoyé par ordre de SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR:

Deux cornes et une dent de grandeur extraordinaire, pesant ensemble 116 livres, trouvés dans la ville de Mologa sur les bords de la rivière Momta.

De la part de Mr. le Comte de Hoffmannsegg:

Une collection d'Insectes du Portugal.

De la part de Mr. l'Adjoint Langsdorf:

Cent quarante papillons.

Cent et dix poissons.

Une collection de peux d'oiseaux.

Une collection d'ecrevisses et autres insectes.

De la part de Mr. l'Académicien Sevastianoff:

Deux poissons en esprit de vin (*Amodites Tobianus*).

De la part de Mr. l'Académicien Zakharoff:

Un exemplaire empaillé du *Canis Lagopus*.

De la part de Mr. l'Adjoint Müller à Kazan:

Deux concretions pierreuses de grosseur remarquable, telles qu'on les trouve dans le Huson (*Acipenser Huso*).

En outre le Cabinet d'Histoire naturelle a été enrichi par l'achat de beaucoup d'objets du fameux Cabinet de Sir Ashton Lever, vendu à Londres il y a trois ans.

3. *Pour le Cabinet de Minéralogie:*

De la part de Mr. Cetti:

Un très beau morceau de soufre natif d'Espagne.

De la part de Mr. l'Adjoint Adams:

Deux caisses remplies de minéraux ramassés pendant son voyage.

Un fragment de la pierre météorique tombée à Doroninsk en Daurie.

Le fragment d'une pierre météorique tombée à l'Aigle près d'Alençon.

De la part de Mr. l'Adjoint Rédovski:

Deux caisses remplies de minéraux et fossiles.

Deux caisses remplies de productions volcaniques.

De la part du Ministre de l'Intérieur:

Une grosse pierre météorique du poids de quatre pouds, tombée dans le gouvernement de Smolensk.

De la part de Mr. l'Adjoint Schlegelmilch:

Quatre nouveaux fossiles du Caucase.

Le Cabinet de Minéralogie a de plus été enrichi par l'achat du Cabinet aussi riche que choisi de Mr. le Colonel de Schenchine, et par des achats faits à Londres, pour le compte de l'Académie, par Mr. le Comte de Bournon, consistant en 378 minéraux rares, parmi lesquels 67 variétés du Spinelle et 6 diamans remarquables par leur forme.

4. *Pour le Cabinet de curiosités:*

De la part de Mr. l'Adjoint Tilésius:

Une momie des Guanches de l'île de Ténériffe.

De la part de Mr. de Waxell:

Une hache de pierre de l'île de Bornholm.

De la part de Mr. le Capitaine de Lisanski:

Une collection de curiosités de toute espèce, rassemblées à Kadiak, aux îles de Sandwich, aux îles Marquesas, pendant son voyage autour du globe, au nombre de 77 pièces.

De la part de Mr. le Professeur Rishski:

Un vase antique de terre cuite trouvé à Nicolayeff.

Envoyé à la suite d'un Ordre Suprême:

Le modèle d'un vaisseau de ligne fait par Pierre le Grand, conservé jusqu'ici dans l'Arsenal de Voronèje.

Une collection de divers ustensiles des Sauvages de l'Amerique (du Cabinet de feu Mr. Sobolevski).

5. *Pour le Médailler:*

Envoyé par Mr. le Ministre des Affaires étrangères:

Une médaille en argent, frappée en mémoire du célèbre Physicien Galvani.

De la part de Mr. le Prof. Rishski à Charkow:

Quelques monnoyes antiques trouvées à Nicolayeff.

Envoyé à la suite d'un ordre SUPRÈME:

Une cassette avec 305 Médailles.

Une cassette avec 394 monnoyes.

(Du Cabinet de feu Mr. Sobolevski.)

6. *Pour le Jardin botanique:*

De la part de Mr. l'Adjoint Rédovski:

Une collection de plantes vives cueillies sur le Yablonnoi Khrebet.

Plusieurs paquets de graines et semences de la Sibérie orientale.

De la part de Mr. l'Adjoint Adams:

Une collection de racines vives de diverses plantes.

Une caisse avec des arbustes vivantes.

De la part de S. E. Mr. l'Acad. Pallas:

Une collection de semences de la Crimée.

De la part de Mr. l'Académicien Rudolph:

Un nombre considérable de plantes exotiques de son propre jardin.

De la part de Mr. le Docteur Tauscher:

Cent quinze espèces de semences cueillies sur les bords des rivieres Samara, Irguis, Inek et sur les monts de Guberlinsk.

De la part de Mr. le Prof. Sprengel à Halle:

Une nombreuse collection de semences.

De la part de Mr. le Chirurgien Zalessoff:

Une collection de semences de la Sibérie.

De la part de Mr. de Jacquin à Vienne:

Cinquante paquets de semences.

De la part de Mr. l'Apothicaire Meyer à Stettin:

Soixante treize paquets de semences.

7. *Pour l'Observatoire:*

De la part de Mr. le Docteur de Lamberti:

Un modèle de Gnomon de son invention.

De la part de Mr. l'Adjoint Horner, par ordre du Ministre de Commerce:

Une Lunette à micromètre.

Une pendule astronomique.

De plus l'Observatoire a été enrichi d'un Instrument de passages de cinq pieds et d'un cercle multiplicateur de dixhuit pouces de rayon, faits à Londres.

IV.

MÉMOIRES ET AUTRES OUVRAGES MANUSCRITS PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

Mémoire sur l'état de la population dans le département des mines de Cathrinenbourg, pour l'an 1807; par Mr. le Cap. en Chef des Mines Hermann.

Ueber die chemischen Kenntnisse der Chinesen im achten Jahrhundert; par Mr. Klaproth.

Описаніе и употребленіе усовершенствованнаго Кутберсонова снаряда для сложенія воды; par Mr. Zakharoff.

О движеніяхъ производимыхъ посредствомъ машинъ взаимнымъ дѣйствіемъ тѣлъ тяжелыхъ; par Mr. Gourieff.

De curvatura linearum in superficie sphaerica descriptarum; par Mr. Fufs.

Минералогическаго словаря Томъ 2й; par Mr. Severguine.

Sur les mines des environs de Toura dans les Ourals; par le même.

Physikalisch-historisch-moralische Ansicht Finlands. 1r Theil; par Mr. Strahlmann.

Descriptio botanica novae speciei Fumariae; par Mr. Rudolph.

Juno a Jove perturbata; par Mr. Pfaff.

Lepidopterorum novorum Rossiae indigenorum observationes sex; par Mr. Tauscher.

Déscription de quelques nouvelles espèces d'animaux du Musée académique; par Mr. Sevastianoff.

Критическое разсмотрѣніе Линнеевой системы природы по царству растѣній; par Mr. Smélovski.

Essai d'une méthode élémentaire d'exprimer la surface convexe d'un cylindre oblique par une suite infinie; par Mr. Viscovatoff.

Développement du principe de la liberté naturelle. Section II. Des secours que le Gouvernement peut fournir à la civilisation. Art. I. De la Sureté; par Mr. Storch.

Physikalisch - historisch - moralische Ansicht Finlands. 2r Theil; par Mr. Strahlmann.

Ueber Winterls abgestumpfte Säuren; par Mr. Scherer.

Правила движенія перемѣннаго произведенныя изъ началъ трансцендентной Геометріи; par Mr. Gourieff.

Berichtigung einiger Zeitangaben in den Russischen Chroniken; par Mr. Krug.

Mémoire sur les causes des principaux phénomènes du Calorique; par Mr. Maïroff.

Die geographische Länge eines Orts aus scheinbaren Monds-Abständen zu finden; par Mr. Brückner.

Auszug aus den bey der Kayserl. Akademie der Wissenschaften zu St. Petersbourg im Jahr 1806 angestellten meteorologischen Beobachtungen; par Mr. Krafft.

Observationum anatomicarum quadrigae, de singulari arteriarum aberratione; par Mr. Zagorski.

Sur l'état actuel de l'agriculture en Russie. 1re partie; par Mr. Herrmann.

Bemerkungen über nautische Astronomie; par Mr. Horner.

De nova Actiniarum specie, gigantea, Kamtschatica; par Mr. Tilésius.

Extrait des tables mortuaires de 1806; par Mr. Krafft.

Изслѣдованіе причины чрезвычайно сильныхъ дѣйствій производимыхъ клиньями изъ сухихъ деревъ; par Mr. Petroff.

Criwe der nordische Papst, oder über die vermeintliche Verwandschaft der alten Preufsen mit den Russen; par Mr. Lehrberg.

Essai d'une démonstration très simple du théorème de Taylor; par Mr. Viscovatoff.

De plantis venenosis Rossiae indigenis; par Mr. Liboschitz.

Medische Nationen des Caucasus. Beweis dafs die Osseten ein Medischer Stamm sind, und seit den ältesten Zeiten im Caucasus gewohnt haben; par Mr. Klaproth.

Опытъ меѳодическаго опредѣленія химическихъ наименованій для Россійскаго языка; par Mr. Scherer.

Meditationes nonnullae circa atmosphaeras corporum coelestium; par Mr. de Mélanderhjelm.

Verbesserte Chronologie der Russischen Jahrbücher; par Mr. Krug.

Speculationes analytico-geometricae; par Mr. Fufs.

Сравнительное описаніе слоноваго скелета, съ присоединеніемъ мѣры двухъ сего рода скелетовъ находящихся въ Кунсткамерѣ; par Mr. Zagorski.

Ueber die Räucherung mit Salz-Säure in Krankenhäusern; par Mr. Grindel.

О приложеніи дифференціальнаго изчисленія къ Геометріи кривыхъ линій; par Mr. Viscovatoff.

Sur l'esprit de l'administration des manufactures en Russie, depuis Pierre le Grand jusqu'au regne de Catherine II.; par Mr. Herrmann.

Observations météorologiques faites d'heure en heure entre les tropiques, dans la mer du Sud, dans la vue d'examiner les oscillations du Baromètre; par Mrs. Langsdorff et Horner.

Versuch einer Mechanik der Affinität; par Mr. Parrot.

Diophants von Alexandrien VI[tes] Buch, übersetzt und commentirt; par Mr, Kausler.

Diophant von Alexandrien über die Vielecks-Zahlen; par le même.

Déscription de trois insectes de la Sibérie boréale; par Mr. Adams.

О городищѣ Ольвіи; par Mr. Rishski.

Solutio problematis de inveniendis triangulis, quorum latera, rectae angulos bisecantes, perpendicula, ideoque et areae, rationaliter exprimantur; par Mr. Fuſs.

Faunae marinae Kamtschaticae fragmenta. Specimen ornithologicum 1um, iconibus quinque ad vivum pictis illustratum; par Mr. Tilésius.

De genere Muscicapae, ex ordine passerum; par Mr. Ozeretskovski.

О сожиганіи и горѣніи различныхъ сложныхъ твердыхъ тѣлъ и нѣкоторыхъ жидкостей въ безвоздушномъ мѣстѣ; par Mr. Petroff.

Series quaedam trigonometricae ex theoremate Tayloriano inverso deductae; par Mr. Pfaff.

Die Fürsten Volodimir Andrîeevitsch und Volodimir Mstislavitsch. Ein kritischer Beytrag zur Verbesserung unserer Jahrbücher; par Mr. Lehrberg.

Ueber eine besondere Gattung von Knochenauswüchsen; par Mr. Wenzel.

Resultat aus Versuchen über die Verminderung des Gewichts und Raums des getrockneten Sauerkohls, in Bezug auf die Verproviantirung der Land- und See-Armeen; par Mr. Krafft.

Déscription et dessin d'un méteore observé entre Dorpat et Brinkenhoff; par Mr. de Lamberti.

Observations et calculs institués pour la détermination de la Longitude de Riga; par Mr. Brückner.

Выписка изъ метеорологическихъ наблюденій учиненныхъ при Императорской Академіи Наукъ; par Mr. Petroff.

Beschreibung neuer Fossilien aus dem Caucasus; par Mr. Schlegelmilch.

Observations d'une Comète faites en Octobre et Novembre 1807 à l'Observatoire de Copenhague; par Mr. Bugge.

De mutua Integralium quorundam relatione; par Mr. Kausler.

Ueber eine bis izt noch nicht gebräuchliche Methode Milch und Eier zur Aufbewahrung geschickt zu machen; par Mr. Kirchhoff.

О законахъ теплоемкости тѣлъ. Продолженіе; par Mr. Zakharoff.

О поступательномъ движеніи тѣлъ свободномъ въ неопредѣленномъ пространствѣ и принужденномъ по кривымъ поверхностямъ; par Mr. Gourieff.

Observations astronomiques faites à l'Observatoire de l'Université Impériale de Vilna; par Mr. Jean Sniadecki.

Sur un nouveau métal trouvé dans les grains du Platine et nommé Vestium; par Mr. André Sniadecki.

Graminum minus cognitorum Decades duae; par Mr. Sprengel.

Разсужденіе о ископаемыхъ орудныхъ тѣлахъ; par Mr. Severguine.

Analyse des notions de biens, de valeurs et de richesses; par Mr. Storch.

Der bewegliche Gnomon, mittelst dessen jeder die Zeit und die geographische Breite seines Orts leicht und sicher bestimmen kann; par Mr. de Lamberti.

Commentationis in genus Zygophorum Sectio III. species hujus generis exhibens; par Mr Rudolph.

Обозрѣніе мѣстъ отъ С Петербурга до Старой Русы и на обратномъ пути; par Mr. Ozeretskovski.

De arcus aortae abnormitate et unius ramorum ejus ortu insolito; par Mr. Zagorski.

Mémoire sur les objets d'art, principalement sur les pierres gravées, que l'on pourroit trouver à Constantinople; par Mr. le Baron de Wolzogen.

De aequatione surdesolida resolvi nescia; par Mr. Christmann.

Versuche über die Gold- und Silber-Scheidung und einige neue Methoden selbige auszuführen; par Mr. Schmaubert.

Разсужденіе о нѣкоторыхъ перемѣнахъ въ систематическомъ расположеніи животныхъ млекопитающихъ; par Mr. Sevastianoff.

Description statistique des sels de roche et des salines de la Russie etc.; par Mr. Herrmann.

Calculs des oppositions d'Uranus et de Saturne, observées à St. Petersbourg en 1808; par Mr. Schubert.

Разсужденіе о нѣкоторыхъ способахъ исчисленія; par Mr. Gourieff.

О способѣ находить наибольшія или наименьшія величины неопредѣленныхъ интегральныхъ формулъ; par Mr. Viscovatoff.

Sur l'effet des Paratonnères de garantir contre la grèle; par Mr. Kanzler.

Ueber die Gegenwart der Blausäure in Vegetabilien; par Mr. Scherer.

Journal d'un voyage depuis Georgievsk jusqu'à Tiflis; par Mr. Klaproth.

Beantwortung der vom Hn. Hofrath Krug vorgelegten Fragen; par le même.

Ueber ein altes nordisches Grabmahl; par Mr. Krug.

О двухъ породахъ болотныхъ птицъ; par Mr. Ozeretskovski.

Опытъ минералогическаго Землеописанія Россіи; par Mr. Severguine.

Chemische Untersuchung des Smolenskischen Meteorsteins; par Mr. Klaproth, le père.

Summatio serierum ex principiis calculi integralis petita; par Mr. Kausler.

Beobachtungs-Journal vom 22sten Junii bis 8ten August; par Mr. de Wisnievski.

Descriptio novae speciei Azaleae; par Mr. Adams.

Piscium Kamtschaticorum Терпукъ et Вахня descriptiones et icones; par Mr. Tilésius.

Extraits des observations météorologiques, faites à St. Petersbourg en 1801 et 1802 par feu Mr. Inokhodzoff, rédigés par Mr. Petroff.

Beschreibung der Wasserfälle des Dniepr's zur Erläuterung der ältesten Nachrichten von denselben, 1te Abtheilung; par Mr. Lehrberg.

Détermination du rayon osculateur dans les courbes à double courbure; par Mr. Gourieff.

Mémoire sur la fausse Oronche du Kamtchatka; par Mr. Langsdorff.

Народныя Таблицы сочиненныя при Екатеринбургскихъ казенныхъ горныхъ заводахъ, на 1806 и 1807 года; par Mr. le Cap. en Chef des mines Hermann.

L'Académie a de plus reçu régulièrement, dans le courant des deux années 1807 et 1808, les observations météorologiques de Nikolayeff, Astrakhan, Catharinebourg, Penza et Kieff.

V.

OBSERVATIONS, EXPÉRIENCES ET AUTRES NOTICES PRÉSENTÉES À LA CONFÉRENCE.

Mr. l'Académicien *Fuſs* communiqua à la Conférence une lettre de Mr. le Prof. *Pfaff* à Helmstedt, contenant plusieurs nouveaux théorèmes de Géométrie dont il a trouvé la démonstration.

S. E. le Capitaine en Chef des Mines de Catharinenbourg, Mr. *Hermann*, communiqua à l'Académie la notice d'un tremblement de terre qui s'est fait sentir le 15 Janvier 1807 à Nishney-Tagilsk et dans les Environs.

Mr. l'Académicien *Zagorski* présenta à la Conférence la déscription et le dessin d'un squelette d'éléphant, d'après lequel il se propose de composer le squelette de l'éléphant mort dans la ménagerie de la Vénerie IMPÉRIALE.

Mr. *Bunge*, Correspondant de l'Académie, envoya à la Conférence la déscription et le dessin d'une coquille avec des caractères Arabes, trouvée à Kieff. Mr. l'Académicien extraordinaire *Krug*, ayant vu ce dessin, présenta deux coquilles parfaitement semblables à celle de Mr. *Bunge*, et pareillement trouvées à Kieff, avec l'empreinte d'une troisième plus grande, aussi avec une inscription Arabe. Mr. l'Académicien extraordinaire *Klaproth* déchifra cette derniere qu'il trouva contenir le noms de Mahomed et des douze Imans ses successeurs. Quant aux autres caractères Mr. *Krug* trouva qu'il n'y en avoit que deux de différens, dont le second suivoit toujours le premier répété trois fois, et il présuma que c'étoit l'année de l'Hégire 1112 plusieurs fois repetée.

Mr. le Lieutenant *Zinovieff* envoya la notice de plusieurs secousses d'un tremblement de terre ressenties dans beaucoup de villes du Gouvernement de Kazan en Septembre 1806.

Mr. l'Académicien *Krafft* fit part à l'Académie de quelques expériences très-intéressantes qu'il a faites avec Mr. *Hynam*, Correspondant de l'Académie, sur le changement de pesanteur d'un aiman sphérique, produit par le changement de position des poles, (cet aiman étant plus pesant en plaçant le pole boréal en bas que lorsqu'il est mis en haut) et sur la diminution graduelle du poids, à mesure que le pole austral descend. Un aiman artificiel, en forme de Parallélépidède, quoique six fois plus fort que l'aiman sphérique, n'a donné aucune indice de variation de poids.

Mr. le Professeur *Grindel* à Dorpat, Correspondant de l'Académie, envoya la déscription et des échantillons d'une encre sêche, c'est-à-dire d'une poudre de son invention, au moyen de laquelle, en y versant simplement de l'eau froide, on peut se procurer en très peu de tems une bonne encre.

Mr. l'Académien *Rudolph* communiqua à l'Académie le résultat de quelques expériences qu'il a instituées sur la dépuration de l'huile de chanvre et de l'huile de navet. Il accompagna cette notice d'un aperçu sur la préférence que mérite, à beaucoup d'égards, l'huile tirée de la cuisson des pieds de boeuf, sur toutes les autres huiles et sur l'usage technique qu'en font, avec avantage, les horlogers, les tanneurs, les cardiers de laine, sans parler de l'emploi salutaire qu'en retirent les Medécins et les Pharmaciens.

Mr. l'Assesseur *Kirchhoff*, Correspondant de l'Académie, donna connoissance de ses expériences plus suivies, et faites plus en grand, sur la même dépuration des huiles de chanvre et de navet, promettant de soumettre au jugement de l'Académie la déscription détaillée de tout son procédé, sitôt qu'il sera parvenu à lui donner le degré de perfection qu'il se flatte d'atteindre.

Mr. l'Académicien extraordinaire de *Wisnievski* notifia à l'Académie d'avoir découvert une comète dans la constellation de la Giraffe (le 17 Mars 1808 à 10 heures du soir). Sa déclinaison boréale étoit de 74° et l'ascension droite de 100°. Sa forme étoit ronde et son diamètre apparent de 3 minutes, sans aucune trace de chevelure. Le mouvement diurne apparent étoit alors de 2°, la direction Sud, vers la constellation du cocher.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Scherer* communiqua à l'Académie le résultat d'une analyse chymique instituée par lui avec un fragment de la pierre météorique de Smolensk du poids de 4 poudes. Il a trouvé que cette pierre contient dans cent parties:

De la terre silicieuse	39
. . . talcqueuse . .	20
Du fer métallique . . .	17, 75
. . oxydé	17, 50
Du Nickel	1, 25
Soufre, oxyde de manganèse et perte	4, 50

Mr. l'Assesseur *Kirchhoff*, Correspondant de l'Académie, fit communiquer, par Mr. l'Académicien *Scherer*, la notice d'un moyen de sècher, et de conserver en forme de poudre, le lait et les oeufs. Mr. *Scherer* présenta en même tems des échantillons des deux poudres qui furent délayées dans de l'eau froide et trouvées d'un très bon goût.

Mr. le Professeur *André Sniadecki* à Vilna communiqua à l'Académie la découverte qu'il a faite d'un nouveau métal dans les grains du Platine et qu'il a nommé Vestium.

Mr. le Docteur de *Lamberti* communiqua à l'Académie la déscription et le modèle d'un gnomon de son invention.

Le même envoya à l'Académie plusieurs échantillons de pain et de biscuit faits d'un tiers de farine de seigle et de deux tiers d'une farine tirée de la mousse des marais (Sphagnum palustre) qui l'emporte sur toutes les autres substances par son abondance, son goût et sa qualité nourricière.

Mr. le Conseiller du Collège Suprême de Santé et Académicien *Klaproth* à Berlin communiqua à l'Académie le résultat de son analyse chymique faite de la pierre météorique de Smolensk, laquelle contient, d'après cette analyse, dans cent parties :

Du fer métallique	17, 60
Du Nickel	0, 40
De la terre silicieuse . .	38, 00
De la Magnésie . . .	14, 25
De l'Alumine	1, 00
De la terre calcaire . . .	0, 75
De l'Oxyde de fer . . .	25, 00
Souffre, oxyde de Manganèse, perte	3, 00

VI.

RAPPORTS PRÉSENTÉS À LA CONFÉRENCE PAR DES ACADÉMICIENS CHARGÉS DE COMMISSIONS PARTICULIÈRES.

Mr. l'Académicien extraordin. *Scherer*, chargé d'examiner une liqueur inventée par un nommé Salomon Jacob, pour éteindre les incendies, et qui entre autres propriétés devoit avoir aussi celle de rester liquide, même dans les plus grands froids : rapporta que cette liqueur a parfaitement résisté, sans se geler, aux grands froids auxquels elle a été exposée.

Mr. l'Académicien *Krafft* et Mr. l'Académicien extraordinaire *Scherer*, chargés d'examiner la force extinctive de la même liqueur, firent leur rapport, contenant en substance : que cette liqueur s'est montrée très efficace, partout où elle a pu être dirigée, mais qu'on n'a pu parvenir à éteindre tout-à-fait le bucher enflammé, faute d'une quantité suffisante de la liqueur.

Mrs. les Académiciens *Severguine* et *Sevastianoff*, chargés d'examiner un ouvrage manuscrit de Mr. le Lieutenant des Ingénieurs *Gaverdovski*, intitulé : Путешествіе по степи Киргизъ-Кайсакской, en firent leur rapport, contenant en substance : que cet ouvrage contient des observations et notices intéressantes et neuves, et mérite d'être publié, après y avoir fait des corrections par rapport au stile et élagué quelques détails trop minutieux.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Klaproth*, de retour de son voyage fait avec l'Ambassade destinée pour la Chine, rendit compte à l'Académie, par un rapport circonstancié, de ses occupations pendant ce voyage.

Mrs. les Académiciens *Krafft* et *Fuſs*, chargés d'examiner la méthode d'enseigner de Mr. le Professeur *Haüy*, en firent à l'Académie leur rapport, contenant en substance: qu'ayant assisté à une des séances de ce Professeur et entendu l'exposé des principes qui l'ont conduit à sa méthode d'instruire les aveugles, ils ne peuvent que donner de justes éloges à cette méthode, qui leur a paru être le résultat de profondes méditations, de principes solides et d'une longue expérience.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Sevastianoff*, chargé d'examiner un mémoire d'Entomologie présenté à l'Académie par Mr. le Docteur *Tauscher*, en fit son rapport, dont la substance est: que les papillons décrits dans ce mémoire et dessinés par Mr. *Tauscher*, sont des espèces nouvelles.

Mr. l'Académicien *Krafft*, chargé d'examiner un ouvrage de Mr. *Azais*, intitulé: *Essai sur le monde*, en fit son rapport contenant: que l'introduction de cet ouvrage porte l'empreinte d'un esprit philosophique; qu'elle renferme des pensées neuves et ingénieuses; mais que les cinq chapitres qui la suivent composent un roman physique assez ingénieux, à la vérité, et agréable à lire, mais dénué de tout ce qui pourroit porter la conviction dans l'ame du lecteur.

Mr. l'Académicien *Schubert*, chargé d'examiner un mémoire présenté à l'Académie de la part de Mr. le Professeur *Regnèr* à Upsala, sous le titre : *De Parallaxi Solis*, en fit un rapport très circonstancié, par lequel non seulement la détermination de la parallaxe, trouvée par Mr. *Regnèr*, est pleinement réfutée, mais qui fait voir en même tems la source de son erreur. Mr. *Schubert* prouve, entre autres: que si la parallaxe du soleil étoit de 21″,7, comme l'auteur de ce mémoire prétend, au lieu de 8″,8, comme elle a été trouvée par le dernier passage de Venus, il faudroit que tous les Astronomes, qui ont observé ce passage, se fussent trompés de 27 minutes dans la durée du passage, ce qui est impossible; et qu'en admettant une erreur, encore insoutenable, de 30″, commise dans le tems du passage, elle ne produiroit dans la parallaxe qu'une erreur de 0″,1, ou d'un dixième de seconde.

Mrs. les Académiciens *Storch* et *Krug*, chargés d'examiner un mémoire de Mr. *Lehrberg*, intitulé: *Ueber die Lage der alten Chazarischen Festung Sarkel*, en firent leur rapport portant en substance: que l'auteur de ce mémoire y donne des preuves convainquantes de ses connoissances solides et de ses moyens de perfectionner l'ancienne Géographie de la Russie.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Krug*, chargé d'examiner un ouvrage manuscrit, présenté à l'Académie par Mr. le Pasteur *Strahlmann*, sous le titre: *Physisch-Historisch-Moralische Ansicht Finnlands und seiner Einwohner*, en fit son rapport, contenant des conseils que l'auteur auroit à suivre pour rendre son ouvrage plus digne de la publication et surtout plus conforme à l'état actuel de nos connoissances historiques.

Mr. l'Académicien *Schubert*, chargé d'examiner un chronomètre, fait à St. Petersbourg par Magnin, pour le Département de la Marine, en fit son rapport. Il résulte des observations que Mr. *Schubert* a instituées sur la marche de cet instrument, qu'elle est assez régulière et que l'accélération moyenne a été de $11\frac{1}{2}$ secondes durant les trois semaines que le chronomètre a été à l'observatoire.

Mr. l'Adjoint *Petroff* ayant été chargé par l'Académie, à la priere de l'expédition d'Artillerie du Collège de Guerre, d'examiner les paratonnères des magazins à poudre près d'Ochta, il en fit un rapport circonstancié qui fut communiqué à la dite expédition.

Mr. l'Académicien *Fuſs*, chargé d'examiner un mémoire soumis au jugement de l'Académie par l'auteur, Mr. *Grozdoff*, Professeur-Adjoint à l'Ecole d'Architecture navale, sous le titre : Объ отвѣсахъ простыхъ и сложныхъ, en fit son rapport, portant en substance que, quoique ce mémoire ne contienne rien de neuf, on peut voir par le développement de la théorie du pendule simple et composé, fait avec clarté et méthode, que l'auteur est un digne Elève de Mr. l'Académicien *Gourieff.*

Mrs. les Académiciens *Krafft*, *Zakharoff* et *Rudolph*, chargés, à la suite d'une demande du Ministre de la guerre, de donner leurs opinions sur les moyens de pourvoir d'eau douce les forts du golphe de Finnlande qui en manquent, présentèrent à l'Académie leurs observations : 1°) sur les moyens de rendre l'eau de mer potable; 2°) sur celui de dépurer l'eau douce corrompue ; 3°) sur la possibilité de trouver de l'eau potable dans des endroits que l'on en croit dépourvuës ; 4°) sur la manière de faire provision d'eau de pluye et de neige fondue et de la dépurer et conserver bonne et potable dans des lieux dépourvus de sources et de ruisseaux. En même tems Mrs. les Académiciens *Zackharoff* et *Scherer*, chargés d'examiner une machine inventée par Mr. le Conseiller d'Etat de *Poschmann*, et qu'on avoit cru propre à cet approvisionnement d'eau, rapportèrent que cette machine n'est qu'une application de la découverte de feu Mr. *Lowitz*, concernant la vertu dépuratrice du charbon, et ne peut servir qu'à purifier l'eau douce corrompue, mais non à rendre l'eau de mer potable, c'est de quoi l'inventeur est convenu lui-même.

Mr. l'Académicien *Krafft*, chargé d'examiner un mémoire soumis au jugement de l'Académie, par Mr. *Gräznoff*, Professeur-Adjoint de l'Ecole d'Architecture navale, ayant pour titre: *De ascensu coni duplicis in altum spontaneo*, en fit son rapport, et y donna des éloges aux talens de l'auteur et aux connoissances mathématiques qu'il a fait voir dans la solution de ce problème, lequel au reste a dejà été traité deux fois dans les *Novi Commentarii* et les *Nova Acta* de l'Académie.

Mr. l'Académicien *Zakharoff*, chargé d'examiner un mémoire manuscrit, présenté à l'Académie par Mr. le Professeur *Parrot*, sous le titre: *Versuch einer Mechanik der Affinität*, en fit son rapport, contenant en substance: que le mémoire de Mr. *Parrot* contient des reflexions, sur l'affinité des corps, dignes de l'attention des Physiciens; que ses expériences, qui consistent en décompositions et mixtions de deux corps hétérogènes, sans opération mécanique, au moyen d'un appareil de son invention, ont le mérite de la nouveauté et peuvent effectivement servir à expliquer plusieurs phénomènes physiques et chymiques; mais que leur nombre est encore trop petit, pour y établir une théorie de la mécanique de l'affinité.

Mrs. les Académiciens *Gourieff* et *Scherer*, chargés, à la suite d'une demande de S. E. Mr. le Ministre de la Guerre, d'examiner, chez Mr. l'Intendant général des Vivres, la méthode de sêcher et de conserver la farine proposée par un nomme Pichon, en firent leur rapport, contenant en substance: que cette méthode, sans être nouvelle et de la propre invention du Sieur *Pichon*, est digne de l'attention du gouvernement, et mérite d'être employée en Russie, où elle n'a pas été mise en usage jusqu'ici.

Mrs. les Académiciens *Ozeretskovski*, *Zagorski*, *Sevastianoff* et Mr. l'Adjoint *Tilésius*, chargés d'examiner le squelette de Mamouth, amené de la mer glaciale et composé ici par Mr. l'Adjoint *Adams*, en firent leur rapport à la Conférence. Le résultat de leur examen fut: que le squelette n'est pas complet, que presque la moitié des côtes est faite de bois et plusieurs des grands os imités en plâtre, mais que cela non obstant il mérite l'attention des naturalistes et une place distinguée au Musée, attendu qu'on voit par ce squelette que le Mamouth diffère essentiellement de l'éléphant vivant de l'Afrique, de celui des Indes orientales, aussi bien que du grand Mastodonte fossile ou éléphant carnivore de l'Ohio de l'Amerique septentrionale.

Mrs les Académiciens *Severguine* et *Scherer*, chargés d'examiner un mémoire manuscrit, présenté au jugement de l'Académie par Mr. *Schlegelmilch*, en firent leur rapport, dont la substance est: 1°) que ce mémoire contient la déscription minéralogique de quatre fossiles nouveaux; 2°) que cette déscription, comparée avec les minéraux mêmes, a été trouvée exacte et les remarques de l'auteur fondées et propres à donner une idée avantageuse de ses connoissances solides en minéralogie.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Krug*, chargé, à la suite d'un ordre de S. E. Mr. le Ministre de l'Instruction, d'examiner le catalogue d'un cabinet de monnoyes, appartenant à Mr. le Conseiller de Collèges de Blankenhagen, et qui a été offert en vente à SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR, fit un rapport très avantageux de ce cabinet, digne, à son avis, d'être mis à côté de celui de Madaï et des plus fameux cabinets de ce genre.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Krug* et Mr. l'Adjoint *Lehrberg*, chargés d'examiner un ouvrage dédié l'Académie, sous le tître: *Vom Ursprunge des Russischen Staats; durch P. G. Ewers*, en firent leur rapport, contenant en substance: que quoique leur opinion sur l'origine des Russes soit différente de celle de l'auteur de cet ouvrage, ils ne sauroient disconvenir qu'il n'ait réfuté avec succès, et par des raisons victorieuses, plusieurs assertions hazardées de Schlözer, et qu'il n'ait réussi à en affoiblir d'autres; qu'on reconnoît dans cet ouvrage un stile noble, mâle et correcte, un esprit vif, subtil, xercé à la méditation et à la saine critique, des connoissances aussi étendues que variées, réunies à une sagacité heureuse et à une lecture vaste et peu commune.

Mr. l'Académicien *Zakharoff*, chargé de lire un mémoire manuscrit présenté à l'Académie de la part de Mr. le Professeur *Schnaubert* à Kharkoff, sous le titre: *Versuche über die Gold- und Silber-Scheidung*, en fit son rapport, dans lequel il est dit: que la méthode de séparer l'or et l'argent du cuivre, au moyen de l'acide sulfurique, imaginée par Mr. *Schnaubert*, mérite toute l'attention des chymistes et est digne d'être rendue publique, afin de pouvoir être examinée en grand; attendu que ce n'est que par des expériences instituées en grand, qu'on pourra s'assûrer s'il y a de l' avantage à se servir de cette methode; car quoique l'acide sulfurique soit moins cher que l'acide nitrique, il seroit néanmoins possible que l'emploi du premier fut accompagné d'autres inconveniens, et qu'après le départ de l'or ou l'argent, le dechèt, ou le résidu, ne fut plus vendable avec le même profit que le résidu obtenu par la séparation usitée, dont une partie peut servir de nouveau pour la même opération et une autre vendue avantageusement.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Krug* et Mr. l'Adjoint *Lehrberg*, chargés, à la suite d'un ordre de S. E. Mr. le Ministre de l'instruction, d'examiner une brochure dédiée à SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR, pour la seconde fois, d'abord en 1804, sous le titre: *Caucasicarum regionum et gentium Straboniana descriptio*, en latin, ensuite en allemand, sous le titre: *Die Völker des Caucasus, nach den Berichten der Reisebeschreiber; von C. Rommel, 1808*, ils en firent un rapport peu favorable à ce petit ouvrage, qu'ils ont trouvé rempli d'hypothèses mal fondées et ne contenir de bon que ce qui en Russie est connu depuis fort longtems, étant tiré de nos propres voyageurs: *Gmelin*, *Pallas*, *Güldenstaedt*, *Reineggs* et *Marchal de Biberstein*. Quant à la carte du Caucase, qui se trouve à la tête de cette compilation, les rapporteurs la trouvent tout aussi médiocre que le livre même, et de beaucoup inférieure à la petite mais belle carte du Caucase, qui fait partie de l'Atlas pour les Gymnases, publié l'année passée par le Directoire suprême des Ecoles.

VII.

OUVRAGES PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE.

Подробный словарь минералогическій, содержащій въ себѣ изъясненіе всѣхъ въ Минералогіи употребительныхъ словъ и пр. Томъ 1 и 2. С. П. Б. 1807. 4to.

Критическія разъисканія о древнихъ Русскихъ монетахъ. С. П. Б. 1807. 8vo.

Технологическій Журналъ, или собраніе сочиненій и извѣстій, относящихся до Технологіи и пр. Томъ IV. С. П. Б. 1807. 8vo.

Ueber die Natur des Lichts, zwo gekrönte Preisschriften. St. Petersburg 1808. 4to.

Умозрительныя изслѣдованія Императорской Академіи Наукъ; Часть I. С. П. Б 1808. 4to.

Mémoires de l'Académie IMPÉRIALE des Sciences. Tome I. St. Petersbourg 1808 4to.

Опытъ меѳодическаго опредѣленія химическихъ наименованій для Россійскаго языка. С. П. Б. 1808. 8vo.

Всеобщая и частная Естественная Исторія Графа де Бюффона. Часть X. С. П. Б. 1808. 4to.

Технологическій Журналъ, или собраніе сочиненій и пр. С. П. Б. 1808. Томъ V.

VIII et IX.

ADJUDICATIONS DE PRIX ET NOUVELLES QUESTIONS PROPOSÉES.

I. Programme de 1807.

L'Académie *Impériale* des Sciences avoit proposé, dans son dernier programme, un prix de cinq cens roubles, qui devoit être décerné au Physicien qui auroit institué et communiqué à l'Académie: „La série la plus „instructive d'expériences nouvelles sur la lumière considérée comme matière; sur les propriétés qu'on seroit en droit de lui attribuer; sur les „affinités qu'elle paroitra avoir avec d'autres corps, soit organiques, soit „non-organiques, et sur les modifications et phénomènes qui se manife„stent dans ces substances, en vertu des combinaisons, dans lesquelles la „matière s'est engagée avec elles." L'Académie avoit déclaré en même tems que, pour ne pas gêner les Savans qui voudroient s'occuper de pareilles recherches, elle se contentoit d'en énoncer généralement le sujet, afin de laisser à chacun la liberté d'envisager la question sous le point de vûe qui lui paroitra le plus propre à repandre du jour sur une matière d'un accès aussi difficile.

L'Académie a reçu, dans le terme préscrit par le programme, six mémoires sur cette question, chacun avec son billet cacheté et sa devise. savoir:

Nr. 1. en langue russe, avec la devise: *Философъ знающій сомнѣваться разумѣетъ болѣе всѣхъ ученыхъ* и проч.

Nr. 2. en langue russe, avec la devise: *Въ природѣ утреннѣе время,* и проч; et un supplément portant la devise: *Возникло знаніе, за нимъ ошибокъ время* и проч.

Nr. 3. en langue latine, avec la devise: *Est-ne color proprius rerum, lucisne repulsus eludunt aciem?*

Nr. 4. en langue françoise, avec la devise: *Nox abiit, nec tamen orta dies!*

Nr. 5. en langue allemande, avec la devise: *Ut noscas splendore novo res semper egere, et primum jactum* etc.

Nr. 6. en langue allemande, avec la devise: *La Physique ne sera véritablement une science, que lorsque tous les effets naturels se déduiront clairement d'un seul et même principe évidemment démontré*

Les trois premiers mémoires, cotés Nr. 1., Nr. 2., Nr. 3., outre le défaut commun de ne contenir aucune expérience nouvelle, dont le programme exige une série entière et instructive, ont encore celui de ne présenter que des hypothèses et des propositions soit assez connues, soit erronées, ou mal énoncées et avancées sans démonstration. C'est pourquoi l'Académie a jugé qu'ils ne sauroient aspirer au prix.

Le mémoire Nr. 4. n'est pas sans mérite. L'auteur traite plusieurs questions intéressantes concernant la nature de la lumière, et on voit que le sujet qu'il traite ne lui est pas étranger. Mais le défaut de liaison et d'ordre systématique, qu'on apperçoit dans ce mémoire, et surtout le manque absolu d'expériences nouvelles qui pussent mener à des résultats nouveaux, ou servir d'appui à quantité d'hypothèses avancées par l'auteur, mais dénuées de toute espèce de démonstration, n'auroient pas permis à l'Académie d'adjuger le prix à ce mémoire, lors même qu'il ne lui eût été disputé par des mémoires d'un plus grand mérite.

Quant aux deux dernières pièces Nr. 5. et Nr. 6., l'Académie les à trouvées dignes de toute son attention. Selon les rapports des commissaires nommés pour juger les pièces de concours, ces deux mémoires satisfont l'un et l'autre à la condition principale du programme, en ce qu'ils contiennent un grand nombre de nouvelles expériences sur les effets et les propriétés de la lumière, et un rapprochement judicieux de beaucoup d'expériences déja connues, mais repétées par les auteurs, lorsqu'elles leur ont paru douteuses. L'une et l'autre pièce est travaillée d'après un plan sagement conçu; les matières y sont énoncées avec clarté et exposées dans un ordre assez systématique. D'un autre côte on a trouvé dans l'une et l'autre quelques raisonnemens incohérens et contradictoires, quelques propositions hazardées et avancées sans preuves suffisantes, quelques passages obscurs, et même quelques erreurs. Mais comme ces imperfections sont rachetées par des recherches d'un grand mérite, l'Académie, sans cependant accéder à toutes les assertions des auteurs, a cru devoir partager le prix entre ces deux mémoires, dont les auteurs sont dignes d'encouragemens et de recompenses.

L'ouverture des billets cachetés a fait connoître, comme auteur de Nr. 5.: Mr. le Docteur *Henri Frédéric Link*, Professeur de Physique à l'université de Rostock; et comme auteur de Nr. 6.: Mr. *Placide Heinrich*, Professeur de Physique et de Mathématiques à l'Abbaye princière de St. Emeran, à Ratisbonne. Les billets des autres mémoires ont été brulés, sans être décachetés.

* * *

Lorsque l'Académie a publié le programme, par lequel le Département de la Marine avoit proposé un prix sur la question concernant la résistance des fluides, elle avoit pris l'engagement de publier aussi le jugement que ce Département, conjointement avec l'Académie, aura porté sur les mémoires du concours. Conformément à cet engagement, l'Académie anonce, par le présent programme, que des trois mémoires reçus au concours, savoir :

Nr. 1. avec la devise : *Sit modus lasso maris et viarum militiaeque.*

Nr. 2. avec la devise: *Praestat naturae voce doceri, quam ingenio suo sapere.*

Nr. 3. avec la devise : Англія и Франція согласны между собою.

(dont le dernier est venu après terme) aucun n'a satisfait à toutes les conditions du problème: mais que le mémoire Nr. 2., renfermant une théorie nouvelle qui, quoique ni assez solidement établie, ni appliquée, comme le programme l'exigeoit, à l'Architecture navale, est préferable à quelques égards aux théories de Romme et de Don Georges Juan; s'accorde mieux que la théorie ordinaire avec les expériences et mérite d'être distingué avantageusement. Le Département de la Marine, pour récompenser l'auteur de ses peines et de ses efforts dignes d'éloges, lui a décerné un prix de cent ducats d'Hollande, et l'Académie a applaudi à cette décision. L'ouverture du billet cacheté a nommé, comme auteur, Mr. *Zacarie Nordmark*, Professeur de Mathématiques en l'université d'Upsala et Chevalier de l'etoile polaire.

En publiant ces jugemens et la distribution des prix de 1806 l'Académie propose, pour l'an 1807, la nouvelle question suivante :

La chymie nous enseigne les moyens de connoître les qualités nuisibles des corps minéraux, tandis que c'est par la seule empirie que nous avons appris à distinguer quelques plantes venimeuses d'avec celles qui ne le sont pas. Et même les caractères, d'après lesquels on croit pouvoir reconnoître la présence ou l'absence du venin dans les végetaux, ne sont pas toujours assez certains et incontestables.

La couleur livide, par exemple, qui a rendu suspectes plusieurs plantes, est un signe trompeur. Le Bardane ou Glouteron (*Arctium Lappa*) est d'un aspect triste et d'une couleur blême, cependant c'est une plante salutaire Au contraire la Lauréole gentille (*Daphne*), si remarquable par la beauté de ses fleurs, de ses feuilles et de ses bayes, combien n'est-elle pas venimeuse? La famille des Renoncules et des Anémones est aussi belle que nombreuse, et cependant leur lignée est pour la plûpart nuisible.

Il en est de même de l'odeur désagréable qu'on a voulu donner pour signe diagnostique de la qualité venimeuse des plantes. Ce signe n'est pas moins incertain que le précédent. Car l'odeur de la Lauréole gentille (*Daphne*), est très agréable, tandis que l'Ansérie fétide, ou Arroche puante (*Chenopodium vulvaria*), plante innocente et même salutaire, est d'une odeur très-fétide. L'odeur de la Coriandre, desagréable à beaucoup de personnes. est celle d'une plante très salutaire.

Les plantes ombellifères, qui croissent dans les lieux humides et inondés, ont la mauvaise réputation d'être venimeuses. Cependant la Berle (*Sium*), et toutes ses espèces; le Sison inondé et salé (*Sison inundatum et salsum*), l'Enante aquatique (*Phellandrium aquaticum*); l'Angelique sauvage (*Angelica sylvestris*); la Podagraire commune (*Aegopodium podagraria*), plantes qui croissent gaiement dans les marais, n'ont point de venin.

Ce n'est donc ni la couleur blême, ni l'odeur dégoûtante, ni la croissance dans les lieux marécageux, qui peuvent nous donner des signes certains et indubitables de la présence du venin dans les plantes. La prétendue répugnance des animaux pour les plantes pernicieuses est certainement un signe aussi peu infaillible. La division des plantes, faite par les Botanistes, en classes, ordres et familles, dites naturelles, n'est guères plus propre à faire connoître les venimeuses. Pour s'en convaincre on n'a qu'à se rappeler que parmi les principaux genres des Solanées si suspectes, se trouve la pomme de terre (*Solanum tuberosum*) et le Piment des jardins (*Capsicum*), doué de la vertu d'exciter, et de détruire le principe pernicieux dans les plantes narcotiques.

Au défaut d'un signe extérieur, naturel et indubitable, auquel on pût reconnoître tout de suite les plantes venimeuses, il seroit donc à desirer qu'on eût un moyen facile de les examiner, par exemple, par une espèce d'Eudiomètre, ou bien, en y produisant par des réagens, des changemens qui (comme la couleur noire que les champignons prennent, lorsqu'on les cuit) indiquassent leurs qualités nuisibles, quoiqu'aussi ce critère des champignons venimeux ne soit pas assez bien établi.

On demande donc une méthode facile, au moyen de laquelle chaque personne, dénuée même de toute notion de la Botanique, puisse reconnoître les plantes venimeuses, en peu de tems, à peu de frais, et d'une manière indubitable.

Le prix est de cent ducats d'Hollande, et le terme de rigueur, après l'expiration duquel aucun mémoire ne sera plus admis au concours, est le 1 Juillet 1808.

II. Programme de 1808.

L'Académie *Impériale* des Sciences avoit proposé, dans son programme de 1807, un prix de cent ducats d'Hollande, qui devait être décerné au savant qui aurait donné une méthode facile, au moyen de laquelle chaque personne, dénuée même de toute notion de la Botanique, pût reconnoître les plantes venimeuses, en peu de tems, à peu de fraix et d'une manière indubitable.

L'Académie a reçu, dans le terme préscrit par le programme, trois mémoires sur cette question, chacun avec son billet cacheté et sa devise, savoir :

Nr. 1. en langue latine, avec la devise : *Tituli remedia, pyxides venena habent.*

Nr. 2. en langue allemande, avec la devise : *Homo, naturae minister et interpres, tantum facit et intelligit, quantum de naturae ordine re, vel mente, observaverit. nec amplius scit aut potest.*

Nr. 3. en langue allemande, avec la devise : *Ad utilitatem vitae omnia consilia factaque nostra dirigenda sunt.*

Outre ces trois mémoires, l'Académie a encore reçu, après l'échéance du terme, un ouvrage imprimé, intitulé : *Der botanische Kinderfreund*, que l'auteur, Mr. *Crome*, a envoyé plutôt dans l'intention de faire connaitre à l'Académie un essai de Toxicologie populaire analogue au sujet de sa question, que comme pièce de concours, sachant bien qu'un ouvrage imprimé, arrivé après terme, et d'un auteur qui s'est nommé, ne saurait aspirer au prix.

L'Académie a vu par les rapports des Commissaires nommés pour examiner les pièces de concours :

a) Que le mémoire Nr. 1. mérite une attention particulière par l'ordre et la suite que l'auteur a donné au développement de ses idées, par la solidité concise qui règne dans ses raisonnemens, par la clarté et la précision de son stile et par les connoissances profondes en Médécine et en Botanique qu'il decèle.

b) Que le mémoire Nr. 2. est recommandable par la grande étendue que l'auteur a donné à l'Analyse de nos sensations et au développement des moyens qu'elles nous fournissent pour reconnaître les plantes venimeuses; par les tables synoptiques qu'il s'est donné la peine de dresser et qui indiquent les caractères, au moyen desquels on peut reconnaître la vertu et les effets des plantes; par la modestie enfin, avec laquelle l'auteur reconnaît lui-même l'insuffisance de ses moyens de distinguer les plantes nuisibles.

c) Que le mémoire Nr. 3. dont l'auteur veut que les Curés de village et les maîtres d'école fassant connaître aux paysans et à leurs enfans les plantes venimeuses, au moyen d'une Toxicologie botanique, mise à la portée de tout le monde, d'un herbier etc. ne contient rien qui ne fut connu depuis longtems, et même mis en pratique en beaucoup d'endroits, autant que cela est praticable.

d) Qu'il s'en faut de beaucoup qu'aucun de ces trois mémoires satisfasse au problème proposé, même eu relachant de quelques unes des conditions principales qui le rendent si difficile.

C'est à son grand regrèt que l'Académie, après avoir entendu la lecture de ces rapports, s'est vu dans l'impossibilité de décerner le prix proposé pour la solution d'une question aussi importante qu'épineuse. Pour donner cependant aux auteurs des pièces Nr. 1. et 2. une marque de son estime, et pour leur prouver le cas qu'elle fait de ce que ces mémoires estimables renferment de bon et d'utile, elle offre de les faire imprimer à ses frais, si les auteurs y donnent leur consentement, en leur laissant la liberté ou de se nommer, ou de continuer à garder l'anonymité, et promettant, dans le dernier cas, de bruler leurs billets cachetés, sans les ouvrir.

En publiant cette déclaration l'Académie propose les deux nouvelles questions suivantes :

Pour l'an 1810.

Perfectionner la théorie des écluses et en déduire des regles, pour construire ces ouvrages importans de la manière la plus avantageuse, afin qu'autant que possible leur service soit 1°) sûr, 2°) prompt et 3°) économique en frais de construction et d'entretien, mais surtout en dépense d'eau requise pour le passage des bâtimens de transport.

Pour l'an 1811.

L'Académie a rendu sans contredit un grand service aux sciences, en publiant les extraits systématiques qu'elle avoit fait faire autrefois des auteurs Byzantins par feu Mr. *Stritter.* L'histoire des nations, et surtout celle des nations de race Slavonne, y a beaucoup gagné, par la facilité que ces extraits ont donné aux Historiens de trouver, dans un petit nombre de volumes, ce qu'autrefois ils étaient obligés de chercher dans près de quarante gros volumes in folio difficiles à acquérir.

Cependant il nous manque encore jusqu'à ce jour une Chronologie historique de ces écrivains, lesquels racontent souvent les évènemens et faits historiques sans alléguer le tems, ou s'ils le déterminent, ils se contredisent dans les dates. *Pagi, Bayer*, et surtout *Ritter*, ont travaillé avec succès à suppléer à ce défaut; mais comme il reste encore beaucoup à éclaircir, l'Académie, jalouse de couronner ce qu'elle a fait autrefois en faveur des auteurs Byzantins, a choisi pour sujet de son prix de 1811 :

Une Chronologie complettement comparée et autant que possible corrigée et vérifiée des auteurs Byzantins, depuis la fondation de la ville de Constantinople jusqu'à sa conquète par les Turcs.

Le prix est de cent ducats d'Hollande pour chaque question et le terme de rigueur, après l'expiration duquel aucun mémoire ne sera plus admis au concours, est pour la première question le 1r Juillet 1810 et pour la seconde le 1r Juillet 1811.

X.

VOYAGES SCIENTIFIQUES FAITS PAR ORDRE DE L'ACADÉMIE.

1.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Wisnievski* continua dans les années 1807 et 1808 l'entreprise utile de corriger la Géographie de la Russie Européenne, commencée par ordre de l'Académie, et à ses fraix, en 1806 (Voy. Histoire de l'Acad. pour les années 1803—1806 .Tome I. des Mémoires). Son voyage se fit en 1807 dans les Gouvernemens de Witebsk, Mohileff, Kalouga, Toula, Räzan, Orel, Tamboff, Penza, Saratoff, Woronèje, Koursk, Tchernigoff, Kieff, Kharkoff, Poltawa, Yekaterinoslav, Kherson, Astrakhan. Celui de 1808 comprit les gouvernemens d'Esthonie, de Livonie, de Courlande, de Pskoff, Witebsk, Wilna, Mohileff, Kieff, Astrakhan et le long de la ligne du Caucase, en retournant par les gouvernemens de Saratoff, Woronèje, Kharkoff, Orel, Moskwa, Twer et Novgorod, toujours occupé soit à déterminer des points nouveaux, soit à vérifier les observations faites précédemment aux mêmes endroits. La détermination exacte de la position géographique de plus de cent villes sera le résultat de ces deux voyages, lorsque les calculs des observations auront été achevés.

2.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Klaproth* partit de St. Petersbourg au mois de Septembre 1807, pour faire, par ordre et aux fraix de l'Académie, et muni de ses instructions, lettres de recommendation et de tout ce qui pouvoit assûrer le succès de l'entreprise, un voyage en Géorgie et dans les provinces nouvellement conquises sur les bords de la mer Caspienne, dans la vue de faire des recherches sur l'histoire, les langues, le caractère et les moeurs des peuplades qui habitent ces contrées, de même que sur l'état physique du païs. Il devoit faire quelque séjour à Baku, et aller même en Perse, au cas que les circonstances favorisassent ce projet. Etant arrivé à Tiflis vers la fin de l'année, il fit de cette ville, comme centre, plusieurs excursions vers différens côtés, et rassembla, pendant ces voyages, nombre de renseigmens sur l'histoire et les langues des peuples du Caucase, sur l'ancienne Géographie et l'état physique de ce païs. Mais la peste, les quarantaines et les conjonctures politiques ne lui ayant pas permis d'aller en Perse, ni même à Baku, l'Académie le rappella vers la fin de l'année 1808.

3.

Au commencement de l'an 1808 Mr. l'Académicien *Severguine* fit, par ordre et aux fraix de l'Académie, un voyage à Reval, pour y examiner, sur les terres de Mr. le Major de *Stakelberg*, une montagne fumante, dont les phénomènes singuliers s'étoient attirés l'attention du gouvernement, et dont il étoit intéressant d'approfondir la cause et les effets. Mr. *Severguine* attribue l'embrasement aux couches d'ardoise bitumineuse qui se trouvent dans cet endroit à peu de profondeur, et auxquelles le feu a été communiqué par quelque accident. Le rapport circonstancié de Mr. l'Académicien *Severguine* sur cette montagne fumante a été publié dans le premier cahier du Journal technologique de cette année.

4.

Mr. l'Adjoint *Langsdorff* partit de St. Pétersbourg vers la fin de l'été 1808, pour se rendre à Orenbourg, d'où, à la suite d'un ordre SUPRÈME, il devoit accompagner, en qualité de Medecin et de Naturaliste, une caravane qui se préparoit pour aller à Samarkand et à Boukhara. Si ce voyage, qui fut remis à un autre tems, aura lieu, on est en droit d'attendre d'un Naturaliste aussi attentif et exercé que Mr. *Langsdorff*, des observations aussi neuves qu'intéressantes sur des païs presqu'inconnus encore sous le rapport de l'Histoire naturelle.

I.
SECTION
DES
SCIENCES MATHEMATIQUES.

SOLUTIO PROBLEMATIS

OB SINGULARIA CALCULI ARTIFICIA MEMORABILIS

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibita die 22 Martii 1779.

§. 1.

Problema, quod hic solvendum suscipio, ita enunciatur: Tab. I.
Invenire lineam curvam AM, *in qua, positis coordina-* Fig. 1.
tis $CP = x$, $PM = y$, *arcu* $AM = S$ *et recta* $CM = \sqrt{xx+yy} = z$; *formula integralis* $\int v\partial s$ *maximum minimumve valorem obtineat, existente* v *functione quacunque ipsius* z.

§. 2. Si in genere quaeratur relatio inter binas variabiles x et y, positoque $\partial y = p\partial x$, fuerit V functio quaecunque ipsarum x, y et p, ita ut ejus differentiale hinc habeat formam: $\partial V = M\partial x + N\partial y + P\partial p$; tum formula integralis $\int V\partial x$ maximum minimumve habebit valorem, si fuerit $N\partial x = \partial P$, ita ut ista aequatio relationem quaesitam inter x et y exprimat.

§. 3. Quanquam hac aequatione totum negotium conficitur, tamen plerumque juvabit aliam insuper aequationem, etsi priori aequivalentem, considerasse. Cum enim sit $N\partial x = \partial P$, multiplicando per p fiet $N\partial y = p\partial P$, quo valore substituto prodibit

$$\partial V = M\partial x + P\partial p + p\partial P = M\partial x + \partial . Pp.$$

Hinc igitur sequitur fore $M\partial x = \partial . (V - Pp)$, quae est altera illa aequatio ad usum nostrum analyticum maxime accommodata.

§. 4. Transferamus nunc haec praecepta generalia ad problema propositum. Ac primo quidem, posito $\partial y = p\partial x$ habebimus $\partial s = \partial x\sqrt{1+pp}$. Deinde, cum sit $z = \sqrt{xx+yy}$, erit $\partial z = \frac{x\partial x + y\partial y}{z}$. Tum vero, cum v sit functio ipsius z, ponatur $\partial v = q\partial z$, eritque $\partial v = \frac{q(x\partial x + y\partial y)}{z}$. Nunc igitur pro formula maximi vel minimi habebimus $V = v\sqrt{1+pp}$, unde differentiando colligitur $\partial V = \frac{q(x\partial x + y\partial y)\sqrt{1+pp}}{z} + \frac{vp\partial p}{\sqrt{1+pp}}$, quo differentiali cum forma generali collato erit $M = \frac{qx\sqrt{1+pp}}{z}$, $N = \frac{qy\sqrt{1+pp}}{z}$ et $P = \frac{vp}{\sqrt{1+pp}}$.

§. 5. Hinc igitur aequatio totam nostri problematis solutionem complectens, quae erat $N\partial x = \partial P$, induet hanc formam: $\frac{qy\partial x\sqrt{1+pp}}{z} = \partial \,.\, \frac{vp}{\sqrt{1+pp}}$. Altera autem aequatio, in subsidium vocanda, propter $V - Pp = \frac{v}{\sqrt{1+pp}}$, ita exprimetur: $\frac{qx\partial x\sqrt{1+pp}}{z} = \partial \,.\, \frac{v}{\sqrt{1+pp}}$. Quare cum pro priore aequatione sit

$$\partial \,.\, \frac{vp}{\sqrt{1+pp}} = \frac{v\partial p}{\sqrt{1+pp}} + p \,.\, \partial \,.\, \frac{v}{\sqrt{1+pp}} = \frac{v\partial p}{\sqrt{1+pp}} + \frac{qx\partial y\sqrt{1+pp}}{z},$$

perveniemus ad istam: $\frac{q(y\partial x - x\partial y)\sqrt{1+pp}}{z} = \frac{v\partial p}{\sqrt{1+pp}}$, ideoque erit $y\partial x - x\partial y = \frac{vz\partial p}{q(1+pp)}$, haecque est aequatio, qua utemur ad solutionem problematis nostri concinnandam.

§. 6. Dividamus hanc aequationem per $zz = xx + yy$, ut nanciscamur hanc formam: $\frac{y\partial x - x\partial y}{xx+yy} = \frac{v\partial p}{qz(1+pp)}$, ubi constat integrale prioris membri esse A tang. $\frac{x}{y}$. Verum hinc parum lucri obtineri videtur, cum altera aequationis pars prorsus sit intractabilis. Interim tamen ponamus esse Φ illum angulum, cujus tangens est $\frac{x}{y}$, ita ut nostra aequatio sit $\partial\Phi = \frac{v\partial p}{qz(1+pp)}$.

§. 7. Introducto hoc angulo Φ ipsas coordinatas x et y ex calculo elidere poterimus. Cum enim sit $\frac{x}{y} = \text{tang.}\,\Phi$, erit $x = z \sin.\,\Phi$ et $y = z \cos.\,\Phi$, quorum valorum ope etiam litteram p extrudi oportet. Quoniam vero $p = \frac{\partial y}{\partial x}$, erit $p = \frac{\partial z \cos.\,\Phi - z\partial\Phi \sin.\,\Phi}{\partial z \sin.\,\Phi + z\partial\Phi \cos.\,\Phi}$. Jam ponatur $\partial z = tz\partial\Phi$, ut fiat $p = \frac{t \cos.\,\Phi - \sin.\,\Phi}{t \sin.\,\Phi + \cos.\,\Phi} = \frac{t - \text{tang.}\,\Phi}{1 + t\,\text{tang.}\,\Phi}$, quae expressio manifesto designat tangentem differentiae angulorum duorum, quorum prioris tangens $= t$, posterior vero angulus ipse $= \Phi$.

§. 8. Cum igitur p aequetur tangenti cujuspiam anguli, statuamus $p = \text{tang.}\,\omega$, eritque ω ipsa illorum angulorum differentia, scilicet $\omega = \text{A tang.}\,t - \Phi$, unde fit $\partial\omega = \frac{\partial t}{1+tt} - \partial\Phi$. Praeterea vero, ob $p = \text{tang.}\,\omega$, ideoque $\omega = \text{A tang.}\,p$, erit etiam $\partial\omega = \frac{\partial p}{1+pp}$. Hinc aequatio nostra resolvenda erit $\partial\Phi = \frac{y\partial\omega}{qz}$. Ex praecedente autem forma foret $\partial\omega = \frac{\partial}{1+tt} - \partial\Phi$, ideoque $\frac{qz\partial\Phi}{v} = \frac{\partial t}{1+tt} - \partial\Phi$, sive $\partial\Phi\,(1 + \frac{qz}{v}) = \frac{\partial t}{1+tt}$.

§. 9. Quoniam autem posuimus $\partial z = tz\partial\Phi$, erit $\partial\Phi = \frac{\partial z}{tz}$, quo valore substituto nostra aequatio hanc induit formam: $\frac{\partial z}{z}(1 + \frac{qz}{v}) = \frac{t\partial t}{1+tt}$. Quare cum sit $q\partial z = \partial v$, integratio commodissime per logarithmos instituetur: erit enim $lz + lv = l\sqrt{1+tt} - ln$, consequenter nacti sumus hanc aequationem integratam: $vz = \frac{\sqrt{1+tt}}{n}$.

§. 10. Investigemus jam ex hac aequatione valorem ipsius t, qui erit $t = \sqrt{nnvvzz - 1}$. Quare cum sit $t = \frac{\partial z}{z\partial\Phi}$, ex hac aequatione colligimus $\partial\Phi = \frac{\partial z}{z\sqrt{nnvvzz - 1}}$, quae est aequatio differentialis primi gradus inter angulum Φ et distantiam $CM = z$, siquidem v est functio ipsius z. Pro angulo vero notetur esse $\text{tang.}\,\Phi = \frac{x}{y}$, hincque $x = z\,\text{sin.}\,\Phi$

et $y = z \cos. \Phi$, ita ut jam ambae coordinatae x et y per eandem variabilem z exprimantur, quae est solutio absolutissima nostri problematis.

§. 11. Hic autem fateri cogor, me fortasse nunquam ad hanc solutionem perventum fuisse, nisi ea mihi jam aliunde innotuisset; atque ob hanc ipsam caussam artificia, quibus in hoc calculo sum usus, eo majore attentione digna videntur, quod minime sint obvia et sine dubio maximum usum in pluribus aliis casibus praestare possint.

§. 12. Subjungam igitur hic aliam ejusdem problematis solutionem, quae me sine ullis ambagibus ad ipsam aequationem finalem hic inventam manuduxit. Retuli scilicet totam quaestionem ad alias duas coordinatas, perinde ad curvam construendam accommodatas, quarum altera ipsa sit distantia CM, quam hic vocabo $= x$, altera vero sit Tab. I.
angulus BCM, littera y designandus. Hinc erit elemen- Fig. 2.
tum curvae $Mm = \partial s = \sqrt{\partial x^2 + xx\partial y^2}$, quod posito $\partial y = p\partial x$ abit in $\partial s = \partial x \sqrt{1 + ppxx}$, unde formula integralis pro maximo minimove erit $\int v \partial x \sqrt{1 + ppxx}$.

§. 13. Comparemus hanc formulam cum formula generali $\int V \partial x$, atque habebimus $V = v \sqrt{1 + ppxx}$, quae ergo quantitas, ob v functionem ipsius x, duas tantum quantitates variabiles involvit x et p, tertia y penitus exclusa; unde cum posuerimus $\partial V = M\partial x + N\partial y + P\partial p$, erit $N = 0$ et $P = \frac{vpxx}{\sqrt{1 + ppxx}}$. Hinc aequatio solutionem continens, $N\partial x = \partial P$, abit in hanc: $\partial P = 0$, unde fit $P = \text{const.} = \frac{1}{n}$, ita ut sit $nvpx = \sqrt{1 + ppxx}$, hincque statim elicitur $p = \frac{1}{x\sqrt{nnvv - 1}} = \frac{\partial y}{\partial x}$, sicque jam adepti sumus hanc aequationem: $\partial y = \frac{\partial x}{\sqrt{nnvvxx - 1}}$.

§. 14. Transferamus nunc hanc solutionem simplicissimam ad denominationes in superiore solutione usurpatas, dum scilicet loco litterae x scribemus z et loco ∂y elementum $\partial\Phi$, hocque modo solutio nostri problematis hac continebitur aequatione: $\partial\Phi = \frac{\partial z}{z\sqrt{nnvvzz - 1}}$, quae, ob v functionem ipsius z, perfecte congruit cum ea, ad quam in priore solutione, per plures ambages, sumus deducti. Ubi imprimis est observandum hanc solutionem semper valere, qualiscunque functio ipsius z pro v accipiatur. Imprimis autem hic memoratu dignum usu venit, quod, si pro v accipiatur potestas quaecunque ipsius z, curva satisfaciens adeo proditura sit algebraica.

§. 15. Ponamus enim $v = z^{\lambda}$, atque habebimus hanc pro curva quaesita aequationem: $\partial\Phi = \frac{\partial z}{z\sqrt{(nnz^{2\lambda+2} - 1)}}$, ad quam evolvendam statuamus $\sqrt{nnz^{2\lambda+2} - 1} = \omega$, ut fiat

$\partial\Phi = \frac{\partial z}{zu}$, tum vero erit $nnz^{2\lambda+2} = uu + 1$, sumtisque logarithmicis differentialibus $(2\lambda + 2)\frac{\partial z}{z} = \frac{2u\partial u}{1+uu}$, ideoque $\frac{\partial z}{z} = \frac{u\partial u}{(\lambda+1)(1+uu)}$, ita ut jam habeamus $(\lambda+1)\partial\Phi = \frac{\partial u}{1+uu}$, hincque integrando $(\lambda+1)\Phi = A$ tang. u. Quod si ergo capiatur angulus ψ, cujus tangens sit $\sqrt{nnz^{2\lambda+2} - 1}$, erit $(\lambda+1)\Phi = \psi$, ideoque $\Phi = \frac{\psi}{\lambda+1}$; unde, dummodo λ fuerit numerus rationalis, ex angulo ψ semper algebraice determinari poterit angulus Φ, consequenter, cum ex assumto angulo ψ sit $u =$ tang. $\psi = \sqrt{nnz^{2\lambda+2} - 1}$, omnia per istum angulum ψ determinari poterunt, quandoquidem habebimus $nnz^{2\lambda+2} = 1 +$ tang. $\psi^2 = \frac{1}{\cos.\psi^2}$, hincque $z = \sqrt[\lambda+1]{\frac{1}{n\cos.\psi}}$; tum vero cum sit $\Phi = \frac{\psi}{\lambda+1}$, erunt coordinatae $x = z \sin.\frac{\psi}{\lambda+1}$ et $y = z\cos.\frac{\psi}{\lambda+1}$, qui omnes valores ergo algebraice exhiberi possunt.

SOLUTIO FACILIOR PROBLEMATIS DIOPHANTEI

CIRCA TRIANGULUM, IN QUO RECTAE EX ANGULIS LATERA OPPOSITA BISECANTES RATIONALITER EXPRIMANTUR.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibita die 12. Aug. 1779.

§. 1. Positis trianguli lateribus $AB = 2c$, $AC = 2b$ et $BC = 2a$, si rectae bisecantes vocentur $AX = x$, $BY = y$ et $CZ = z$, ex Geometria constat quadrata harum trium rectarum sequenti modo exprimi:

$$xx = 2bb + 2cc - aa$$
$$yy = 2cc + 2aa - bb$$
$$zz = 2aa + 2bb - cc$$

quas ergo aequationes per numeros rationales resolvi oportet.

§. 2. Ex his tribus aequationibus formentur tres sequentes:

$$\text{I.}\quad xx - yy = 3(bb - aa)$$
$$\text{II.}\quad xx + yy = 4cc + aa + bb$$
$$\text{III.}\quad zz = 2aa + 2bb - cc,$$

quas aequationes sequenti modo tractemus.

§. 3. Incipiamus ab harum aequationum prima, atque ut fractiones evitemus, statuamus $xx - yy = 3(bb - aa) = 12fg(pp - qq)$; unde cum sit $bb - aa = 4fg(pp - qq)$, faciamus $b + a = 2f(p + q)$ et $b - a = 2g(p - q)$, unde erit $b = (f + g)p + (f - g)q$ et $a = (f - g)p + (f + g)q$. Porro vero pro aequatione $xx - yy = 12fg(pp - qq)$ statuamus $x + y = 6g(p + q)$ et $x - y = 2f(p - q)$; unde fiet $x = (3g + f)p + (3g - f)q$ et $y = (3g - f)p + (3g + f)q$.

§. 4. Jam aggrediamur aequationem secundam
$$xx + yy = 4cc + aa + bb$$
atque ex valoribus modo inventis reperietur
$$xx + yy + 2(9gg + ff)(pp + qq) + 4(9gg - ff)pq.$$
Deinde vero erit
$$bb + aa = 2(ff + gg)(pp + qq) + 4(ff - gg)pq.$$
Cum igitur sit $4cc = xx + yy - (bb + aa)$, erit
$$4cc = 16gg(pp + qq) + (40gg - 8ff)pq$$
quocirca habebimus $cc = 4gg(pp + qq) + (10gg - 2ff)pq$, quam ergo formulam quadratum reddi oportet.

§. 5. Hinc jam ad tertiam aequationem progrediamur, quae est $zz = 2(aa + bb) - cc$; unde cum sit
$$2(aa + bb) = 4(ff + gg)(pp + qq) + 8(ff - gg)pq \text{ et}$$
$$cc = 4gg(pp + qq) + (10gg - 2ff)pq, \text{ erit}$$
$$zz = 4ff(pp + qq) + (10ff - 18gg)pq,$$

quae ergo est altera formula quam ad quadratum reducere debemus.

§. 6. Priorem harum duarum aequationum dividamus per $4gg$, posteriorem vero per $4ff$, ut habeamus sequentes formulas ad quadratum redigendas:

$$\frac{cc}{4gg} = pp + qq + 2pq\left(\frac{5gg - ff}{4gg}\right)$$
$$\frac{zz}{4ff} = pp + qq + 2pq\left(\frac{5ff - 9gg}{4ff}\right).$$

§. 7. Ponamus jam brevitatis ergo $\frac{5gg - ff}{4gg} = m$ et $\frac{5ff - 9gg}{4ff} = n$, ita ut tota quaestio ad resolutionem istarum duarum formularum sit perducta:

$$\frac{cc}{4gg} = pp + qq + 2mpq = tt$$
$$\frac{zz}{4ff} = pp + qq + 2npq = uu$$

atque habebimus $c = 2gt$ et $z = 2fu$. Jam ut hae duae formulae ad quadratum reducantur, notetur esse $tt - uu = 2(m-n)pq$, quam aequationem commode ita tractare licet, ut statuatur $t + u = (m - n)p$ et $t - u = 2q$, unde colligitur $t = \frac{1}{2}(m - n)p + q$ et $u = \frac{1}{2}(m - n)p - q$.

§. 8. Quodsi nunc hi valores loco t et u substituantur, sumtis quadratis utrinque eadem aequatio emergit

$$pp\left(1 - \frac{1}{4}(m - n)^2\right) + (m + n)pq = 0,$$

quae aequatio per p divisa fit

$$p\left(1 - \frac{1}{4}(m - n)^2\right) + (m + n)q = 0,$$

unde sponte fluit ista ratio inter litteras p et q: $\frac{p}{q} = \frac{4(m+n)}{(m-n)^2-4}$, quocirca sumi poterit $p = 4(m+n)$ et $q = (m-n)^2 - 4$ sive aeque multipla, puta in genere $p = 4(m+n)$ M et $q = ((m-n)^2 - 4)$ N, hocque modo omnibus conditionibus plene est satisfactum.

§. 9. Inventis nunc litteris p et q erit $t = 2(m+n)(m-n) + (m-n)^2 - 4 = (m-n)(3m+n) - 4$ et $u = (m-n)(m+3n) + 4$, unde porro has determinationes deducimus:

$$c = 2g(m-n)(3m+n) - 8g \text{ et}$$
$$z = 2f(m-n)(m+3n) + 8f.$$

Juvabit autem loco t et u eorum valores ex §. 7. sumsisse, ita ut sit $c = g(m-n)p + 2gq$ et $z = f(m-n)p - 2fq$.

§. 10. Nunc igitur solutio nostri problematis sequenti modo concinnari potest:

1.) Ambae litterae f et g penitus arbitrio nostro permittuntur, ex quibus definiantur litterae m et n ope harum formularum: $m = \frac{5gg - ff}{4gg}$ et $n = \frac{5ff - 9gg}{4ff}$.

2.) Hinc porro quaerantur litterae p et q ope harum formularum: $p = 4(m+n)$ et $q = (m-n)^2 - 4$, quibus inventis tam latera trianguli quam rectae bisecantes sequenti modo exprimentur.

3.) Pro lateribus scilicet inventae sunt hae formulae:

$$a = (f - g)\,p + (f + g)\,q$$
$$b = (f + g)\,p + (f - g)\,q$$
$$c = 2g\,(m - n)(3m + n) - 8g = g\,(m - n)\,p + 2gq$$

4.) Denique rectae bisecantes ita se habebunt:

$$x = (3g + f)\,p + (3g - f)\,q$$
$$y = (3g - f)\,p + (3g + f)\,q$$
$$z = 2f\,(m - n)\,(m + 3n) + 8f = f\,(m - n)\,p - 2fg.$$

§. 11. Ut rem exemplo illustremus, sumamus $f = 2$ et $g = 1$, fietque hinc $m = \frac{1}{4}$ et $n = \frac{11}{16}$; unde porro colligitur $p = \frac{15}{4}$ et $q = -\frac{975}{256}$, qui valores, ad numeros integros minimos reducti, dant $p = 64$ et $q = -65$. Hinc jam nostrum triangulum hoc modo determinabitur:

$$a = 131;\; b = 127;\; c = 158;\; \text{tum vero}$$
$$x = 255;\; y = 261;\; z = 204.$$

§. 12. Occasione hujus exempli notasse juvabit etiam litteras x, y, z pro lateribus accipi posse, cum in genere sit

$$2xx - 2yy - zz = 9cc$$
$$2yy + 2zz - - xx = 9aa$$
$$2zz + 2xx - yy = 9bb$$

unde sequitur, cum numeros pro x, y, z inventos per 3 deprimere liceat, hinc simplicissimum triangulum formari posse, cujus latera sint 136, 170, 174.

§. 13. Cum hic sit $m = \frac{5gg - ff}{4gg}$ et $n = \frac{5ff - 9gg}{4ff}$, erit primo $m + n = \frac{10ffgg - f^4 - 9g^4}{4ffgg} = - \frac{(gg - ff)(9gg - ff)}{4ffgg}$. Deinde vero habebitur $m - n = \frac{9g^4 - f^4}{4ffgg} = \frac{(3gg + ff)(3gg - ff)}{4ffgg}$, unde colligitur $m - n + 2 = \frac{9g^4 + 8ffgg - f^4}{4ffgg} = \frac{(gg + ff)(9gg - ff)}{4ffgg}$ et

$$m - n - 2 = \frac{9g^4 - 8ffgg - f^4}{4ffgg} = \frac{(gg - ff)(9gg + ff)}{4ffgg}.$$

Quare cum invenerimus $p = 4(m + n)M$, erit jam

$$p = - \frac{(gg - ff)(9gg - ff)M}{4ffgg} \text{ et}$$

$$q = ((m - n)^2 - 4)M = \frac{(g^4 - f^4)(81g^4 - f^4)}{16f^4g^4} M.$$

§. 14. Quo nunc rationem litterarum p et q ad minimos terminos revocemus, sumamus $M = \frac{16f^4g^4}{(gg - ff)(9gg - ff)}$, sicque prodibit $p = - 16ffgg$ et $q = (gg + ff)(9gg + ff)$. Ex his jam, quia erat $t = \frac{1}{2}(m - n)p + q$, prodit nunc

$$t = (gg + ff)(9gg + ff) - 2(3gg + ff)(3gg - ff).$$

Simili modo erit $u = \frac{1}{2}(m - n)p - q$, unde colligitur

$$u = - (gg + ff)(9gg + ff) - 2(3gg + ff)(3gg - ff).$$

Atque ex his fiet $c = 2gt$ et $z = 2fu$.

§. 15. Pro reliquis litteris erit primo $a + b = 2f(p + q)$ et $b - a = 2g(p - q)$; deinde vero erit $x + y = 6g(p + q)$ et $x - y = 2f(p - q)$. Harum formularum ope quotquot lubuerit exempla satis expedite resolvi, idque adeo in integris, licebit, quandoquidem omnia pendent a ratione inter numeros f et g, quos ergo semper integros assumere licet.

§. 16. Sit $f = 1$ et $g = 2$, eritque $p = -64$ et $q = 185$. Hinc jam colligitur $t = -101$ et $u = -471$; tum vero $c = -404$ et $z = -942$. Porro vero erit $b - a = -996$ et $b + a = +242$; $x + y = 1452$ et $x - y = -498$. Erit igitur

$$a = 619;\ b = 377;\ c = 404$$
$$x = 477;\ y = 975;\ z = 942.$$

Hic observetur, cum numeri x, y, z etiam pro a, b, c usurpari queant, iis per 3 divisis, oriri:

$a = 159$; $b = 325$; $c = 314$, tum autem erit
$x = 619$; $y = 377$; $z = 404$.

SOLUTIO FACILIS PROBLEMATIS,

QUO QUAERITUR SPHAERA,

QUAE DATAS QUATUOR SPHAERAS UTCUNQUE DISPOSITAS CONTINGAT.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibita die 15 Nov. 1779.

I. Quomodocunque quatuor sphaerae datae fuerint dispositae, ternarum centra semper in idem planum incident. Sint igitur puncta A, B, C, in plano tabulae sita, centra trium sphaerarum propositarum, quartae autem centrum D in sublimi sit positum, unde ad tria puncta priora ducantur rectae DA, DB et DC, quae cum sint datae, vocentur $DA = A$; $DB = B$ et $DC = C$. Praeterea vero vocentur anguli, circa verticem C siti, $ADB = c$, $ADC = b$, et $BDC = a$, atque his sex quantitatibus positio quatuor centrorum A, B, C, D penitus determinatur. Tab. I. Fig. 3.

II. Porro vero, quod magnitudinem harum sphaerarum attinet, sit radius sphaerae $A = \mathfrak{a}$, sphaerae $B = \mathfrak{b}$, sphaerae $C = \mathfrak{c}$, ac denique sphaerae D radius $= \mathfrak{d}$; sicque omnino habebimus decem quantitates cognitas, quas necessario in computum ingredi oportet; unde mirum non foret, si solutio hujus problematis ad formulas maxime complexas perduceret. Interim tamen operam dabo, ut universus calculus satis planus et perspicuus reddatur.

III. Contemplemur nunc sphaeram quaesitam, quae omnes istas quatuor sphaeras simul contingat, quod cum plurimis modis fieri possit, calculum hic praecipue ad eum casum accommodabo, quo quatuor nostrae sphaerae omnes a quinta intus tangantur, quippe ex quo casu transitus ad omnes alios evadit facilis, dum radiorum a, b, c, d, alii positive, alii negative quomodocunque accipiantur. Sit igitur O centrum hujus sphaerae quaesitae, cujus radius vocetur $= x$, hincque ad quatuor centra data eductis rectis OA, OB, OC, OD, evidens est fore $OA = x + \mathfrak{a}$; $OB = x + \mathfrak{b}$; $OC = x + \mathfrak{c}$ et $OD = x + \mathfrak{d}$.

IV. Quo autem sequentem calculum facilius instituere liceat, loco radii x introducamus distantiam $OD = z$, ita ut sit $x = z - \mathfrak{d}$; unde si brevitatis gratia ponamus $\mathfrak{a} - \mathfrak{d} = f$; $\mathfrak{b} - \mathfrak{d} = g$; $\mathfrak{c} - \mathfrak{d} = h$, erit $OA = z + f$; $OB = z + g$; $OC = z + h$. His factis denominationibus consideremus primo triangulum ADO, cujus latera sint $DA = A$; $OD = z$; $OA = z + f$, unde colligitur

$$\cos. ADO = \frac{A^2 + z^2 - (z + f)^2}{2Az} = \frac{A^2 - ff - 2fz}{2Az}$$

unde si vocemus angulum ADO $=\alpha$, et brevitatis gratia $\frac{AA-ff}{2}=F$, erit cos. $\alpha=\frac{F-fz}{Az}=\frac{F}{Az}-\frac{f}{A}$.

V. Simili modo, si pro triangulo BDO vocemus angulum BDO $=\beta$, faciamusque $\frac{BB-gg}{2}=G$, erit cos. $\beta=\frac{G-gz}{Bz}=\frac{G}{Bz}-\frac{g}{B}$. Denique pro triangulo CDO, posito angulo CDO $=\gamma$ et $\frac{C^2-bb}{2}=H$, erit cos. $\gamma=\frac{H}{Cz}-\frac{b}{C}$, qui terni anguli α, β, γ, quia involvunt incognitam z, ipsi utique etiam erunt incogniti; qui autem, simulac littera z fuerit eruta, innotescent, simulque ipsam positionem puncti O determinabunt, quibus inventis totum problema erit perfecte solutum. Quo autem istos angulos α, β, γ facilius definire queamus, totam investigationem ad trigonometriam sphaericam traducamus. Concipiatur scilicet punctum D in centro sphaerae, cujus radius sit $=1$, constitutum, unde rectae DA, DB, DC eductae superficiem Tab. I.
sphaerae in punctis A. B, C trajiciant, ut hoc modo ob- Fig. 4.
tineatur triangulum sphaericum ABC, cujus latus AB erit mensura anguli ad centrum ADB, quem vocavimus $=c$; similique modo erit latus AC $=b$, quia mensura est anguli ADC, denique tertium latus BC erit $=a$, quia mensura est anguli BDC, sicque tria latera hujus trianguli sphaerici erunt cognita, unde etiam anguli hujus trianguli per praecepta cognita innotescent.

VI. Nunc porro recta DO, ex centro educta, trajiciat superficiem sphaericam in puncto O, unde ad angulos A, B, C ductis arcubus OA, OB, OC, ii mensurabunt angulos ad centrum ADO, BDO, et CDO; quamobrem habebimus arcum OA $= \alpha$, OB $= \beta$ et OC $= \gamma$; ubi meminisse oportet hos tres arcus, α, β, γ unicam incognitam z involvere, unde unica aequatio, inter hos arcus inventa, totum negotium conficiet.

VII. Consideremus hic angulum ACB, quem vocemus $= \zeta$, eritque ex sphaericis $\cos. q = \frac{\cos. c - \cos. a \cos. b}{\sin. a \sin. b}$. Hic ergo angulus constabit duabus partibus ACO $= m$ et BCO $= n$, ita ut sit $\zeta = m + n$. His stabilitis ex triangulo sphaerico ACO erit $\cos. m = \frac{\cos. \alpha - \cos. b \cos. \gamma}{\sin. b \sin. \gamma}$ et ex triangulo BCO habebitur $\cos. n = \frac{\cos. \beta - \cos. a \cos. \gamma}{\sin. a \sin. \gamma}$. Quocirca, cum sit $m + n = \zeta$, aequatio hinc deduci poterit inter incognitas α, β, γ, quae cum per unicam z definiantur, orietur aequatio, ex qua valorem ipsius z deducere licebit.

VIII. Cum igitur sit $\zeta = m + n$, erit

$$\cos. \zeta = \cos. m \cos. n - \sin. m \sin. n, \text{ tum vero}$$
$$\sin. \zeta = \sin. m \cos. n + \cos. m \sin. n.$$

Hinc sumto quadrato erit

$$\sin. \zeta^2 = \sin. m^2 \cos. n^2 + \cos. m^2 \sin. n^2 + 2 \sin. m \sin. n \cos. m \cos. n.$$

Jam quia ex priore aequatione est

$$\sin. m \sin. n = \cos. m \cos. n - \cos. \zeta$$

hinc prodibit:

$$\sin.\zeta^2 - \sin.m^2 \cos.n^2 + \cos.m^2 \sin.n^2 + 2\cos.m^2 \cos.n^2$$
$$= 2\cos.m \cos.n \cos.\zeta.$$

Quodsi jam hic loco $\sin.m^2$ et $\sin.n^2$ substituamus valores $1 - \cos.m^2$ et $1 - \cos.n^2$, orietur sequens aequatio:

$$\sin.\zeta^2 = \cos.m^2 + \cos.n^2 - 2\cos.m \cos.n \cos.\zeta.$$

IX. Substituamus nunc in hac postrema aequatione loco $\cos.m$ et $\cos.n$ valores ante inventos, prodibit

$$\sin.\zeta^2 = \frac{\cos.\alpha^2 + \cos.\gamma^2 \cos.b^2 - 2\cos.\alpha \cos.\gamma \cos.b}{\sin.\gamma^2 \sin.b^2}$$
$$+ \frac{\cos.\beta^2 + \cos.\gamma^2 \cos.a^2 - 2\cos.\beta \cos.\gamma \cos.a}{\sin.\gamma^2 \sin.a^2}$$
$$- \frac{2\cos.\alpha \cos.\beta \cos.\zeta + 2\cos.\gamma \cos.\zeta (\cos.\alpha \cos.a + \cos.\beta \cos.b) - 2\cos.\gamma^2 \cos.a \cos.b}{\sin.\gamma^2 \sin.a \sin.b}.$$

Haec aequatio, ut fractiones tollantur, multiplicetur per $\sin.\gamma^2 \sin.a^2 \sin.b^2$, et si loco $\sin.\gamma^2$ scribatur $1 - \cos.\gamma^2$, perveniemus ad sequentem aequationem:

$$\sin.a^2 \sin.b^2 \sin.\zeta^2 = \cos.\gamma^2 \sin.a^2 \sin.b^2 \sin.\zeta^2 + \cos.\alpha^2 \sin.a^2$$
$$+ \cos.\gamma^2 \sin.a^2 \cos.b^2 - 2\cos.\alpha \cos.\gamma \sin.a^2 \cos.b$$
$$+ \cos.\beta^2 \sin.b^2 + \cos.\gamma^2 \cos.a^2 \sin.b^2$$
$$- 2\cos.\beta \cos.\gamma \cos.a \sin.b^2 - 2\cos.\alpha \cos.\beta \cos.\zeta \sin.a \sin.b$$
$$+ 2\cos.\gamma \cos.\zeta \sin.a \sin.b (\cos.\alpha \cos.a + \cos.\beta \cos.b)$$
$$- 2\cos.\gamma^2 \cos.\zeta \cos.a \cos.b \sin.a \sin.b.$$

X. In hac aequatione membrum sinistrum penitus est cognitum; at vero in membro dextro cosinus angulorum α, β, γ ubique duas obtinent dimensiones, deinde occurrunt producta ex binis cosinibus, unde has formas seorsim evolvamus. Ac primo quidem termini cos. α^2 coëfficiens erit sin. a^2, termini cos. β^2 coëfficiens erit sin. b^2, ac termini cos. γ^2 coëfficiens erit

$$\text{sin.}\, a^2 \,\text{sin.}\, b^2 \,\text{sin.}\, \zeta^2 + \text{sin.}\, a^2 \,\text{cos.}\, b^2 + \text{cos.}\, a^2 \,\text{sin.}\, b^2$$
$$- 2 \,\text{cos.}\, \zeta \,\text{cos.}\, a \,\text{cos.}\, b \,\text{sin.}\, a \,\text{sin.}\, b.$$

Ut nunc istam formulam reducamus, observemus primo esse $\text{cos.}\, \zeta = \frac{\text{cos.}\, c - \text{cos.}\, a \,\text{cos.}\, b}{\text{sin.}\, a \,\text{sin.}\, b}$, unde postremum membrum abit in

$$- 2 \,\text{cos.}\, a \,\text{cos.}\, b \,\text{cos.}\, c + 2 \,\text{cos.}\, a^2 \,\text{cos.}\, b^2,$$

at vero primum membrum, ob

$$\text{cos.}\, \zeta^2 = \frac{\text{cos.}\, c^2 - 2 \,\text{cos.}\, a \,\text{cos.}\, b \,\text{cos.}\, c + \text{cos.}\, a^2 \,\text{cos.}\, b^2}{\text{sin.}\, a^2 \,\text{sin.}\, b^2} \quad \text{et}$$
$$\text{sin.}\, \zeta^2 = \frac{\text{sin.}\, a^2 \,\text{sin.}\, b^2 - \text{cos.}\, c^2 + 2 \,\text{cos.}\, a \,\text{cos.}\, b \,\text{cos.}\, c - \text{cos.}\, a^2 \,\text{cos.}\, b^2}{\text{sin.}\, a^2 \,\text{sin.}\, b^2}$$

obtinet hanc formam:

$$\text{sin.}\, a^2 \,\text{sin.}\, b^2 - \text{cos.}\, c^2 + 2 \,\text{cos.}\, a \,\text{cos.}\, b \,\text{cos.}\, c - \text{cos.}\, a^2 \,\text{cos.}\, b^2.$$

XI. Omnibus igitur quatuor partibus collectis termini cos. γ^2 coëfficiens erit sin. c^2; deinde coëfficiens termini 2 cos. α cos. β erit + cos. a cos. b + cos. c; tum vero erit termini 2 cos. α cos. γ coëfficiens = cos. a cos. c — cos. b; eodemque modo erit termini 2 cos. β cos. γ coëfficiens = cos. b cos. c — cos. a; denique pro membro sinistro habemus

$$\text{sin.}\, a^2 \,\text{sin.}\, b^2 \,\text{sin.}\, \zeta^2 = \text{sin.}\, a^2 \,\text{sin.}\, b^2 - \text{cos.}\, c^2 + 2 \,\text{cos.}\, a \,\text{cos.}\, b \,\text{cos}\, c$$
$$- \text{cos.}\, a^2 \,\text{cos.}\, b^2, \text{ sive } \text{sin.}\, a^2 \,\text{sin.}\, b^2 \,\text{sin.}\, \zeta^2 = 1 - \text{cos.}\, a^2$$
$$- \text{cos.}\, b^2 - \text{cos.}\, c^2 + 2 \,\text{cos.}\, a \,\text{cos.}\, b \,\text{cos.}\, c.$$

XII. Colligimus igitur omnes has partes, atque impetrabimus sequentem aequationem:

$$1 - \cos. a^2 - \cos. b^2 - \cos. c^2 + 2 \cos. a \cos. b \cos. c$$
$$= \cos. \alpha^2 \sin. a^2 + 2 \cos. \beta \operatorname{coa.} \gamma (\cos. b \cos. c - \cos. a)$$
$$+ \cos. \beta^2 \sin. b^2 + 2 \cos. \alpha \cos. \gamma (\cos. a \cos. c - \cos. b)$$
$$+ \cos. \gamma^2 \sin. c^2 + 2 \cos. \beta \cos. \alpha (\cos. a \cos. b - \cos. c)$$

ubi ternae litterae a, b, c et α, β, γ aequaliter ingrediuntur, quod manifestum est criterium veritatis.

XIII. Nihil aliud jam superest, nisi ut loco $\cos. \alpha$, $\cos. \beta$ et $\cos. \gamma$ valores supra assignati substituantur, qui sunt $\cos. \alpha = \frac{F}{Az} - \frac{f}{A}$; $\cos. \beta = \frac{G}{Bz} - \frac{g}{B}$ et $\cos. \gamma = \frac{H}{Cz} - \frac{h}{C}$, quo facto aequatio nostra unicam tantum continebit quantitatem incognitam z, qua inventa primo statim innotescet radius sphaerae quaesitae, qui est $x = z - \mathfrak{d}$. Deinde innotescunt etiam anguli α, β, γ, quibus positio centri sphaerae quaesitae determinatur.

XIV. Hinc etiam facile perspicitur aequationem, pro incognita z definienda, tantum fore quadraticam. Quod quo clarius appareat, ponamus $\frac{1}{z} = v$, ut $\cos. \alpha = \frac{Fv - f}{A}$, $\cos. \beta = \frac{Gv - g}{B}$, $\cos. \gamma = \frac{Hv - h}{C}$. Quare si hi valores substituantur, evidens est prodituram esse aequationem hujus formae $Lvv + 2 Mv + N = o$, quae ergo binas continet radices, quae sunt $v = \frac{-M \pm \sqrt{M^2 - LN}}{L}$, in qua si fuerit $LN > M^2$, signum id erit nullam dari sphaeram quatuor datas tangentem. Sin autem fuerit $M^2 > LN$, duo prodibunt valores pro v, ideoque etiam pro z, quorum autem positivus tantum proprie pro casu proposito valebit, negativus vero valor pertinebit ad casum, ubi radii sphaerarum $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, $\mathfrak{d}$, ideoque etiam litterae f, g, et h negative accipiuntur, quemadmodum olim in dissertatione, de circulo tres datos tangente, est observatum. Scilicet si radix positiva casum respiciat, quo datae sphaerae intus tanguntur, radix negativa pertinebit ad casum, quo eaedem sphaerae extus tanguntur.

Alia solutio ejusdem problematis.

XV. Cum in solutione modo data radius sphaerae inveniendae, sive quantitas z, sive etiam v, pro incognita erat assumta, alia dari poterit solutio, qua positio arcus CO
Tab. I. quaeritur. Quemadmodum scilicet angulus C in duas partes sit
Fig. 4. dissecandus inquirendum est. Hunc in finem, quoniam hunc angulum ACB posuimus $= \zeta$, statuamus angulum ACO $= \frac{\zeta + \Phi}{2}$, eritque altera pars BCO $= \frac{\zeta - \Phi}{2}$, et nunc totum negotium eo redibit, ut angulus Φ investigetur, qui ergo nobis erit incognita loco praecedentis z. In calculum ergo introducenda erit ex triangulo ACO formula $\cos. \frac{\zeta + \Phi}{2} = \frac{\cos. \alpha - \cos. \gamma \cos. b}{\sin. \gamma \sin. b}$, similique modo ex triangulo BCO erit

$$\cos. \frac{\zeta - \Phi}{2} = \frac{\cos. \beta - \cos. \gamma \cos. a}{\sin. \gamma \sin. a}.$$

Ponamus autem brevitatis gratia $\cos. \frac{\zeta + \Phi}{2} = p$ et $\cos. \frac{\zeta - \Phi}{2} = q$.

ut habeamus

$$p \sin.\gamma \sin.b = \cos.\alpha - \cos.\gamma \cos.b; \quad \text{et}$$
$$q \sin.\gamma \sin.a = \cos.\beta - \cos.\gamma \cos.a.$$

Sicque loco angulorum α et β in calculo retinebimus angulum γ, cum incognito Φ, sive litteris p et q.

XVI. Circa finem autem solutionis praecedentis dedimus has formulas: $A \cos.\alpha = Fv - f$; $B \cos.\beta = Gv - g$ et $C \cos.\gamma = Hv - h$; ex quarum postrema colligimus $v = \frac{h + C\cos.\gamma}{H}$, qui valor in binis praecedentibus substitutus dat:

$$AH \cos.\alpha = Fh - fH + FC \cos.\gamma \quad \text{et}$$
$$BH \cos.\beta = Gh - gH + GC \cos.\gamma,$$

quibus valoribus substitutis erit

1°) $AHp \sin.\gamma \sin.b = Fh - fH + FC \cos.\gamma - AH \cos.\gamma \cos.b$ et

2°) $BHq \sin.\gamma \sin.a = Gh - gH + GC \cos.\gamma - BH \cos.\gamma \cos.a$.

Pro his aequationibus scribamus brevitatis gratia:

$$p \sin.\gamma = M + m \cos.\gamma \quad \text{et}$$
$$q \sin.\gamma = N + n \cos.\gamma, \quad \text{ita ut sit},$$
$$M = \frac{Fh - fH}{AH \sin.b}; \quad m = \frac{FC - AH \cos.b}{AH \sin.b}; \quad \text{similique modo}$$
$$N = \frac{Gh - gH}{BH \sin.a} \quad \text{et} \quad n = \frac{GC - BH \cos.a}{BH \sin.a},$$

XVII. Ex duabus aequationibus modo traditis 1 et 2 primo erit

$(np - mq) \sin.\gamma = Mn - Nm$, hincque fiet $\sin.\gamma = \frac{Mn - Nm}{np - mq}$; simili modo, eliso $\sin.\gamma$, reperietur

$$o = Mq - Np + (mq - np) \cos.\gamma, \text{ unde sequitur fore}$$
$$\cos.\gamma = \frac{Np - Mq}{mq - np} = + \frac{Mq - Np}{np - mq}.$$

Nunc jam facile est angulum γ penitus e calculo extrudere. Cum enim sit $\sin.\gamma^2 + \cos.\gamma^2 = 1$, obtinebitur ista aequatio: $(np - mq)^2 = (Mn - Nm)^2 + (Mq - Np)^2$ quae mutatur in hanc:

$$(Mn - Nm)^2 = (np - mq)^2 - (Mp - Np)^2$$

factaque evolutione erit

$$(Mn - Nm)^2 = nnpp - 2\,mnpq + mmqq$$
$$- NNpp + 2\,MNpq - MMqq.$$

Pro hac aequatione scribamus brevitatis gratia

$$\odot = \text{♄}pp + \text{♃}qq + 2\,\text{♂}qq\text{, ita ut sit}$$
$$\odot = (Mn - Nm)^2;\ \text{♄} = nn - N^2;\ \text{♃} = m^2 - M^2 \text{ et}$$
$$\text{♂} = MN - mn.$$

XVIII. Cum nunc sit $p = \cos.\frac{\zeta + \Phi}{2}$, erit

$pp = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos.(\zeta + \Phi)$, eodemque modo erit

$qq = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos.(\zeta - \Phi)$ atque $pq = \frac{1}{2}\cos.\zeta + \frac{1}{2}\cos.\Phi$,

quibus valoribus substitutis erit

$$2\odot = \text{♄}\,(1 + \cos.(\zeta + \Phi)) + \text{♃}\,(1 + \cos.(\zeta - \Phi))$$
$$+ 2\,\text{♂}\,(\cos.\zeta + \cos.\Phi).$$

Facta autem evolutione, ob

$$\cos.(\zeta + \Phi) = \cos.\zeta\cos.\Phi - \sin.\zeta\sin.\Phi \text{ et}$$
$$\cos.(\zeta - \Phi) = \cos.\zeta\cos.\Phi + \sin.\zeta\sin.\Phi$$

orietur sequens aequatio:

$$2\odot = \text{♄} + \text{♃} + 2\,\text{♂}\cos.\zeta + 2\cos.\Phi(2\,\text{♂} + \text{♄}\cos.\zeta + \text{♃}\cos.\zeta)$$
$$+ (\text{♃} - \text{♄})\sin.\Phi\sin.\zeta$$

quam aequationem brevitatis gratia ita repraesentemus

$$☾ = ♀ \cos. \Phi + ☿ \sin. \Phi,$$ ita ut sit

$$☾ = 2 ☉ - ♄ - ♃ - 2 ♂ \cos. \zeta;$$

$$♀ = 2 ♂ + ♄ \cos. \zeta + ♃ \cos. \zeta$$ et

$$☿ = (♃ - ♄) \sin. \zeta.$$

XIX. Hinc jam facile foret per aequationem quadraticam vel sin. Φ vel cos. Φ definire, multo autem commodius resolutio instituetur, si ex quantitatibus cognitis ♀ et ☿ quaeratur angulus θ, ita ut sit tang. $\theta = \frac{♀}{☿} = \frac{\sin. \theta}{\cos. \theta}$. Hinc igitur erit $\sin. \theta = \frac{♀}{\sqrt{♀^2 + ☿^2}}$ et $\cos. \theta = \frac{☿}{\sqrt{♀^2 + ☿^2}}$, unde vicissim habebimus $♀ = \sin. \theta \sqrt{♀^2 + ☿^2}$ et $☿ = \cos. \theta \sqrt{♀^2 + ☿^2}$. Jam isti valores pro ♀ et ☿ substituti producent hanc aequationem:

$$☾ = (\sin. \theta \cos. \Phi + \cos. \theta \sin. \Phi) \sqrt{♀^2 + ☿^2}$$

unde porro concluditur $\frac{☾}{\sqrt{♀^2 + ☿^2}} = \sin. (\theta + \Phi)$. Ad hanc aequationem construendam quaeratur angulus η, cujus sinus sit $= \frac{☾}{\sqrt{♀^2 + ☿^2}}$, ita ut fiat $\sin. \eta = \sin. (\theta + \Phi)$, ideoque etiam $\eta = \theta + \Phi$, consequenter orietur angulus quaesitus $\Phi = \eta - \theta$. Cum autem angulus $180 - \eta$ eundem habeat sinum, erit etiam $\Phi = 180 - \eta - \theta$, sicque etiam haec analysis nos perducit ad binos valores anguli Φ.

XX. Haec nimirum solutio erit realis, quando quantitas $\frac{☾}{\sqrt{♀^2 + ☿^2}}$ unitatem non superaverit; at vero si fuerit

$☽ > \sqrt{♀^2 + ☿^2}$, solutio erit impossibilis, quae circumstantiae egregie conveniunt cum iis, quas praecedens solutio suppeditaverat. At vero invento angulo ϕ innotescit positio arcus CO, hincque porro ipse arcus $CO = \gamma$, quandoquidem per p et q supra dedimus formulas tam pro sin. γ quam pro cos. γ. Hoc autem angulo γ cognito facile colligitur valor ipsius v, consequenter etiam ipsius $z = \frac{r}{v}$, unde denique ipse radius sphaerae quaesitae x derivabitur.

XXI. Hoc igitur modo geminas invenimus solutiones problematis utique difficillimi, quod primo intuitu abstrusissimas disquisitiones stereometricas postulare videbatur, cujusmodi problemata plerumque tam figuras maxime intricatas quam calculos molestissimos requirere solent, dum tamen solutiones hic datae ope calculi non nimis prolixi expediri possunt. Ipsum quidem problema non est novum, sed jam olim a summo geometra Fermatio solutum reperitur; cum autem illo tempore calculus angulorum fere penitus esset incognitus, mirum non est, si nostra solutio multo commodior deprehenditur.

DE INNUMERIS CURVIS CIRCA PUNCTUM FIXUM DESCRIBENDIS, A QUIBUS QUILIBET ANGULUS, IN PUNCTO ILLO FORMATUS, AEQUALES ARCUS ABSCINDAT.

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

Conventui exhib. die 11 Martii 1801.

§. 1. Si duo circuli aequales se mutuo intersecent, atque ex alterutro intersectionis puncto O agantur utcunque rectae OA et OB, qui circulos in punctis M, N, P, Q, trajiciant, evidens est arcus PM et QN fore inter se aequales. Hinc quaestio exoritur satis ardua et curiosa: annon, praeter hos circulos, alias quoque curvas eadem aequatione expressas per punctum fixum O, vel circa illud, describere liceat, memorata proprietate gaudentes, nempe ut arcus earum, comprehensi intra rectas OA et OB, utcunque e puncto fixo O eductas, sint ejusdem longitudinis? Hac investigatione instituta reperi, praeter innumera circulorum aequalium paria, problemati, ut cuique constat, satisfacientia, innumera quoque paria diversa linearum curvarum describi posse, quibus laudata proprietas Tab. I. Fig. 5.

aeque competit. Hujusmodi curvas, praescriptae conditioni satisfacturas, quomodo investigari oporteat sequens problema docebit.

Problema I.

Tab. I. Fig. 6. §. 2. *Circa punctum fixum O duas curvas describere, a quibus omnes anguli AOB, verticem in puncto O habentes, aequales arcus PM et QN abscindant.*

Solutio.

Vocetur angulus AOB $= \Phi$, rectae OM $= v$, ON $= u$, et cum sit arcus PM $= \int \sqrt{\partial v^2 + vv\partial\Phi^2}$ et arcus QN $= \int \sqrt{\partial u^2 + uu\partial\Phi^2}$, fieri debet

$$\partial v^2 + vv\partial\Phi^2 = \partial u^2 + uu\partial\Phi^2$$

ex qua aequatione primaria sequitur fore

$$\partial\Phi = \sqrt{\frac{\partial v^2 - \partial u^2}{uu - vv}}$$

Jam statuatur $u = v - bv^n$, ita ut sit $\partial u = \partial v - nbv^{n-1}\partial v$, quibus substitutis fiet

$$\partial\Phi = \frac{\partial v}{v}\sqrt{\frac{2n - nnbv^{n-1}}{bv^{n-1} - 2}}$$

Posito autem $v^{n-1} = \frac{2(1+tt)}{b(1+ntt)}$, habebimus $\sqrt{\frac{2n - nnbv^{n-1}}{bv^{n-1} - 2}} = \frac{\sqrt{n}}{t}$; et sumtis, ex priore, differentialibus logarithmicis, habebimus $\frac{\partial v}{v} = \frac{2}{n-1}\left[\frac{t\partial t}{1+tt} - \frac{nt\partial t}{1+ntt}\right]$, quibus substitutis exorietur ista aequatio sponte integrabilis:

$$\partial\Phi = \frac{2\sqrt{n}}{n-1}\left[\frac{\partial t}{1+tt} - \frac{n\partial t}{1+ntt}\right],$$

cujus integrale est

$$\Phi = \frac{2\sqrt{n}}{n-1}\left[\text{A tang. } t - \sqrt{n}.\ \text{A tang. } t\sqrt{n}\right].$$

En ergo solutio nostri problematis ita se habet: Sumantur constantes quantitates b et n pro lubitu, litterae vero v tribuantur successive quotquot lubuerit valores parum a se invicem discrepantes; ex iisque singulis quaeratur valor respondens $u = v - bv^n$, tum vero quoque valor $t = \sqrt{\frac{2 - bv^{n-1}}{nbv^{n-1} - 2}}$, et habebitur angulus conveniens $\Phi = \frac{2\sqrt{n}}{n-1} \times [A tg t - \sqrt{n} . A . tg . t\sqrt{n}]$. Ductaque recta OA super ea in puncto quopiam O tot constituantur anguli $AOB = \Phi$, quot praebuerant diversi valores pro v assumti. Super lineis OB hos angulos cum axe OA efficientibus capiantur valores respondentes $OM = v$ et $ON = u$, et habebuntur totidem loca curvarum quaesitarum, quarum arcus PM et QN erunt inter se aequales.

Corollarium 1.

§. 3. Quoniam constantes quantitates b et n arbitriò nostro relinquuntur, aequatio vero $u = v - bv^{n-1}$ alias atque alias curvas suppeditat, prout alii atque alii valores pro b et n accipiantur; evidens est nos solutiones problematis propositi numero infinitas esse adeptos.

Corollarium 2.

§. 4. Ex valore illo pro angulo Φ invento statim concludere licet, curvas problemati satisfacientes prodire algebraicas, quoties pro littera n numerus quadratus, sive integer, sive fractus, accipiatur.

Scholion.

§. 5. Quoniam haec solutio, etiamsi innumeras curvarum problemati satisfacientium paria praebuerit, tantum est particularis, desiderari potest solutio generalior. Imprimis autem eum, quod initio (§. 1.) de duobus circulis aequalibus sese in O secantibus observatum est, etiam de innumeris valeat aequalibus circulis per idem punctum O transeuntibus, quorum omnes arcus intra rectas OA et OB contenti sunt inter se aequales: desideranda potissimum est solutio problematis, ubi idem non de duabus modo, sed de innumeris quaeritur curvis. Talem argumenti istius tractationem latius patentem suscepi in sequenti Problemate.

Problema 2.

§. 6. *Circa punctum fixum O infinitas curvas describere, a quibus omnes anguli, verticem in O habentes, aequales arcus abscindant.*

Solutio.

Stabilito axe fixo OA, ponatur angulus $AOB = \Phi$ et pro qualibet curva sit $OM = v$, atque necesse est ut in aequationem inter v et Φ ingrediatur parameter quispiam variabilis, ex cujus variatione, perinde ac supra in priore problemate ex variis valoribus constantis arbitrariae b, infinitae illae curvae quaesitae oriantur. Aequatio autem inter v, Φ et parametrum hunc ita comparata esse debet, ut in expressionem arcus parameter non ingrediatur, hoc est arcus debet esse functio ipsius Φ tantum, quam designemus per $\int \Phi \partial \Phi$. Aequatio igitur solutionem nostri problematis complectens ita se habet:

$$\sqrt{\partial v^2 + vv\partial\Phi^2} = \Phi\partial\Phi$$

quae quoties actu integrari poterit, continebit constantem arbitrariam, ex cujus variatione oriuntur infinitae curvae quaesitae problemati satisfacientes. Integratio autem istius aequationis differentialis potissimum pendet a natura functionis Φ, cui innumeros valores tribuere licet ita comparatos, ut integratio succedat, quod quo exemplis illustretur, aliquot casus simpliciores evolvamus.

I. Casus, quo $\Phi = a$.

§. 7. Hic ergo erit $\sqrt{\partial v^2 + vv\partial\Phi^2} = a\partial\Phi$, unde fit $\partial\Phi = \frac{\partial v}{\sqrt{aa - vv}}$ et $\Delta + \Phi = \text{A sin.} \frac{v}{a}$, quae aequatio manifesto est pro infinitis circulis inter se aequalibus, radio $\frac{a}{2}$ per punctum fixum O descriptis, quorum omnium arcus intra angulum $AOB = \Phi$ contenti erunt $= \int \Phi\partial\Phi = a\Phi$, ideoque inter se aequales. Ducta enim tangente OD, si vocetur angulus $AOD = \Delta$, erit $BOD = \Delta + \Phi$, hinc BOC $= 90° - (\Delta + \Phi)$, ideoque $OM = v = a \sin. (\Delta + \Phi)$, sive $\Delta + \Phi = \text{A} . \sin. \frac{v}{a}$; ubi igitur angulus constans Δ est pa- Tab I. Fig. 7.

rameter ille, ex cujus variatione innumeri oriuntur circuli, positione tantum diversi, et quasi rotatione unius ejusdemque circa punctum fixum O, in ejus peripheria situm, geniti, quorum omnium arcus intra angulum AOB comprehensi, ob angulum AOB $= \Phi$, PCM $= 2\Phi$ et radium CM $= \frac{1}{2}a$, erunt arcui PM $= a\Phi$ aequales.

II. Casus, quo $\Phi = \frac{a}{\cos.\Phi^2}$.

§. 8. Hoc igitur casu aequatio integranda se offert haec:

$$\sqrt{\partial v^2 + vv\partial\Phi^2} = \frac{a\partial\Phi}{\cos.\Phi^2}$$

atque hinc elicitur

$$\partial v = \frac{a\partial\Phi}{\cos.\Phi^2}\sqrt{1 - \frac{vv\cos.\Phi^4}{aa}}$$

Ad irrationalitatem tollendam ponatur $\frac{v\cos.\Phi^2}{a} = \cos.\omega$, eritque $\partial v = \frac{2a\partial\Phi\sin.\Phi\cos.\omega - a\partial\omega\sin\omega\cos.\Phi}{\cos.\Phi^3}$, quibus substitutis aequatio integranda se praebet sequens satis concinna:

$$(\partial\Phi + \partial\omega)\,\text{tang.}\,\omega = 2\partial\Phi\,\text{tang.}\,\Phi,$$

cui cum satisfiat sumto $\omega = \Phi$, statuatur $\omega = \Phi + \vartheta$, et aequatio integranda fiet:

$$(2\partial\Phi + \partial\vartheta)\ \text{tang.}\ (\Phi + \vartheta) = 2\partial\Phi\,\text{tang.}\,\Phi$$

factaque evolutione et reductione erit:

$$2\partial\Phi\,\text{tang.}\,\vartheta\,(1 + \text{tang.}\,\Phi^2) + \partial\vartheta\,\text{tang.}\,\Phi + \partial\vartheta\,\text{tang.}\,\vartheta = 0$$

quae porro, ob $1 + \text{tang.}\,\Phi^2 = \frac{1}{\cos.\Phi^2}$, facta divisione per tang. ϑ, abit in hanc:

$$\frac{2\partial\Phi}{\cos.\Phi^2} + \frac{\partial\vartheta\,\text{tang.}\,\Phi}{\text{tang.}\,\vartheta} + \partial\theta = 0$$

et, posito tang. $\Phi = t$, in hanc:

$$2\partial t + \frac{t\partial\vartheta \cos.\vartheta}{\sin.\vartheta} + \partial\vartheta = 0,$$

haecque aequatio, ducta in $\sqrt{\sin.\Phi}$ et integrata, praebet

$$t = \text{tang.}\,\Phi = -\frac{1}{2\sqrt{\sin.\vartheta}}\int\partial\vartheta\sqrt{\sin.\vartheta}.$$

Posito denique $\sin.\vartheta = s$, fiet

$$\text{tang.}\,\Phi = -\frac{1}{2\sqrt{s}}\int\frac{\partial s\sqrt{s}}{\sqrt{1-ss}}.$$

Est vero $\int\frac{\partial s\sqrt{s}}{\sqrt{1-ss}} = 2s\sqrt{s}\,[\frac{1}{3} + \frac{1}{2}.\frac{1}{7}s^2 + \frac{1.3}{2.4}.\frac{1}{11}s^4 + \text{etc.}]$ ita ut, ob $s = \sin.\vartheta < 1$, per seriem vehementer convergentem habeamus:

$$\text{tang.}\,\Phi = \Delta - s\,[\frac{1}{3} + \frac{1}{2}.\frac{1}{7}s^2 + \frac{1.3}{2.4}.\frac{1}{11}s^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6}.\frac{1}{15}s^6 + \text{etc.}]$$

Tribuendo igitur variabili s quotquot lubuerit valores unitate minores, pro arbitrio, totidem habebuntur valores anguli Φ, una cum valoribus respondentibus $v = \frac{a\cos.(\Phi+\vartheta)}{\cos\Phi^2}$, quibus ad construendas curvas problemati satisfacientes indigemus, quarum numerum pro lubitu augere possumus, dum constanti arbitrariae Δ, per integrationem ingressae, vices parametri sustinenti, alios atque alios valores tribuimus; omnesque arcus harum curvarum, quotquot fuerint, inter angulum AOB contenti, erunt ejusdem longitudinis, quilibet nempe $= \int\Phi\partial\Phi = a$ tang. Φ.

III. Casus, quo $\Phi = \frac{a}{\cos.n\Phi^{\frac{n+1}{n}}}$.

§. 9. Hoc igitur casu sequens se objicit aequatio integranda:

$$\sqrt{\partial v^2 + vv\partial\Phi^2} = \frac{a\partial\Phi}{\cos.n\Phi^{\frac{n+1}{n}}},$$

e qua cum sequatur fore

$$\partial v = \frac{a\partial\Phi}{\cos.n\Phi^{\frac{n+1}{n}}} \sqrt{1 - \frac{vv\cos.n\Phi^{\frac{2n+2}{n}}}{aa}},$$

ad tollendam irrationalitatem ponamus $\frac{v\cos.n\Phi^{\frac{n+1}{n}}}{a} = \cos.\omega$, ita ut sit $v = \frac{a\cos.\omega}{\cos.n\Phi^{\frac{n+1}{n}}}$, et $\partial v = \frac{a(n+1)\partial\Phi\sin.n\Phi\cos.\omega - a\partial\omega\cos.n\Phi\sin.\omega}{\cos.n\Phi^{\frac{2n+1}{n}}}$

quibus substitutis aequatio nostra fiet

$$\frac{(n+1)\partial\Phi\sin.n\Phi\cos.\omega - \partial\omega\cos.n\Phi\sin\omega}{\cos.n\Phi} = \partial\Phi\sin.\omega,$$

quae facile ad hanc reducitur:

$$(n+1)\ \partial\Phi\operatorname{tang}.n\Phi = (\partial\omega + \partial\Phi)\operatorname{tang}.\omega,$$

cui satisfacit valor $\omega = n\Phi$. Statuatur ergo $\omega = n\Phi + \theta$, et aequatio induet hanc formam:

$$(n+1)\partial\Phi\operatorname{tang}.n\Phi = [(n+1)\partial\Phi + \partial\theta]\operatorname{tang}.(n\Phi + \theta)$$

quae porro in hanc transfunditur:

$$(n+1)\partial\Phi\operatorname{tg}.n\Phi(1-\operatorname{tg}.n\Phi\operatorname{tg}.\theta) = [(n+1)\partial\Phi + \partial\theta](\operatorname{tg}.n\Phi + \operatorname{tg}.\theta)$$

factaque evolutione prodibit ista:

$$\partial\theta\operatorname{tang}.n\Phi + \frac{(n+1)\partial\Phi\operatorname{tang}.\theta}{\cos.n\Phi^2} + \partial\theta\operatorname{tang}.\theta = 0.$$

In hac jam aequatione, postquam per tang. θ fuerit divisa, loco tang. $n\Phi$ scribamus t, fietque

$$\frac{t\partial\theta\cos.\theta}{\sin.\theta} + \frac{n+1}{n}\partial t + \partial\theta = 0,$$

multiplicando per sin. $\theta^{\frac{n}{n+1}}$ hinc oritur ista:

$$\frac{t\partial\theta\cos.\theta}{\sin.\theta^{\frac{1}{n+1}}} + \frac{n+1}{n}\partial t\sin.\theta^{\frac{n}{n+1}} + \partial\theta\sin.\theta^{\frac{n}{n+1}} = 0,$$

ex qua integrando nanciscimur:

$$\frac{t\sin.\theta^{\lambda}}{\lambda} + \int\partial\theta\sin.\theta^{\lambda} = 0,$$

posito brevitatis gratia $\frac{n}{n+1} = \lambda$. Hinc autem denique concluditur fore

$$\text{tang. } n\Phi = \Delta - \frac{\lambda}{\sin. \lambda} \int \partial\theta \sin. \theta^{\lambda}$$

ubi integrale $\int \partial\theta \sin. \theta^{\lambda}$ in promtu est, quoties exponens λ fuerit numerus integer vel positivus vel negativus. Sumtis igitur pro angulo θ pluribus valoribus sensim crescentibus, pro singulis invenientur valores respondentes anguli Φ, ope formulae pro tang. $n\Phi$ modo traditae, quibus inventis innotescent quoque valores anguli $\omega = n\Phi + \theta$ et rectae $v = \frac{a \cos. \omega}{\cos. n\Phi^{\frac{n+1}{n}}}$; unde tot curvae, aequales intra angulum AOB arcus habentes, emergent, quot diversi valores constanti arbitrariae Δ, per integrationem ingressae, tribuerimus. Quoniam autem exponens n ab arbitrio nostro pendet, innumeras ex hoc unico casu solutiones nostri problematis obtinere licebit. Sumto $n = 1$ prodit casus II antea tractatus.

IV. Casus, quo $\Phi = ae^{\lambda\Phi}$.

§. 10. Aequatio, quam nobis hic casus tractandam subministrat, haec est:

$$\sqrt{\partial v^2 + vv\partial\Phi^2} = a\partial\Phi e^{\lambda\Phi}$$

ex qua derivatur

$$\partial v = \partial\Phi \sqrt{aae^{2\lambda\Phi} - vv}.$$

Statuatur ergo $v = te^{\lambda\Phi}$, eritque differentiando

$$\partial v = \partial t \,.\, e^{\lambda\Phi} + \lambda t \partial\Phi \,.\, e^{\lambda\Phi}$$

et per substitutionem

$$\partial v = \partial\Phi \,.\, e^{\lambda\Phi} \sqrt{aa - tt}$$

quibus valoribus inter se comparatis elicitur

$$\partial\Phi = \frac{\partial t}{\sqrt{aa - tt} - \lambda t}.$$

Ad hanc formulam rationalem reddendam ponatur $t = \frac{au}{\sqrt{1+uu}}$; eritque $\sqrt{aa - tt} = \frac{a}{\sqrt{1+uu}}$ et $\partial t = \frac{a\partial u}{(1+uu)\sqrt{1+uu}}$, ideoque habebimus:

$$\partial\Phi = \frac{\partial u}{(1+uu)(1-\lambda u)}.$$

Hujus jam formulae rationalis integrale ex logarithmis et arcubus circularibus conflatum per methodos cognitas investigari poterit, adjecta constante arbitraria Δ, cujus porro variatio infinitas suppeditabit curvas, quarum omnium arcus, intra eundem angulum AOB comprehensi, sint omnes ejusdem longitudinis $= \int \Phi \partial \Phi = \frac{a}{\lambda} e^{\lambda\Phi}$. Si fuerit $\lambda = 1$, discerpatur $\frac{\partial u}{(1+uu)(1-u)}$ in has partes:

$$\partial\Phi = \frac{\partial u}{2(1+uu)} + \frac{\partial u}{2(1-uu)} + \frac{u\partial u}{1-u^4}$$

et integrando habebimus

$$\Phi = \Delta + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{A\ tang.}\, u + \tfrac{1}{4}\, l\, \frac{(1+u)(1+uu)}{(1-u)(1-uu)}.$$

Scholion 1.

§. 11. Haud difficile foret plures alias excogitare functiones Φ ita comparatas, ut aequationis, solutionem problematis generalem complectentis,

$$\sqrt{\partial v^2 + vv\partial\Phi^2} = \Phi\partial\Phi$$

integratio succedat. Verum haec ad sensum solutionis generalis usumque parametri illius variabilis, in quo vis ejus praecipua consistit, explicandum sufficere poterunt. Casibus porro particularibus jam expeditis novos adjicere eo minus opus est, quod solus tertius jam innumeras solutiones problematis propositi in se complectitur.

Scholion 2.

§. 12. Cum, posita abscissa $OX = x$ et applicata $XM = y$, sit $\frac{y}{x} = \text{tang.}\,\Phi$ functio nullius dimensionis ambarum coordinatarum x et y; tum vero, cum, ut vidimus, ex natura problematis secundi sequatur, expressionem arcus necessario esse debere functionem anguli Φ tantum, cujus omnes functiones sunt nullius dimensionis ipsarum x et y: hinc facile perspicitur, totam quaestionem de infinitis curvis aequales arcus intra datum angulum habentibus, reduci ad sequens problema concinnius: Tab. 1. Fig. 6.

Problema 3.

§. 13. *Invenire innumeras curvas, quarum arcus exprimantur per functiones nullius dimensionis coordinatarum.*

Solutio.

Vocentur igitur coordinatae $OX = x$, $XM = y$, angulus $XOM = \Phi$, eritque $\frac{y}{x} = \text{tang.}\,\Phi = u$ functio nullius dimensionis ambarum coordinatarum, omnesque functiones hujus variabilis u erunt quoque functiones nullius dimensionis ipsarum x et y. Cum igitur arcus, cujus elementum, posito $\partial y = p\partial x$, est $\partial x \sqrt{1 + pp}$, exprimi debeat per functionem nullius dimensionis coordinatarum x et y, huic problematis conditioni primariae satisfiet, ponendo

$$\partial x \sqrt{1 + pp} = \mathrm{U} \partial u$$

denotante U functionem quamcunque ipsius u. Ex hac autem aequatione fit

$$\mathrm{U} = \frac{\partial x \sqrt{1 + pp}}{\partial u} = \frac{x \sqrt{1 + pp}}{p - u}$$

(ob $y = ux$ et $\partial y = p\partial x = u\partial x + x\partial u$, ideoque $\partial x = \frac{x\partial u}{p - u}$). Sumtis jam differentialibus logarithmicis habebimus:

$$\frac{\partial \mathrm{U}}{\mathrm{U}} = \frac{\partial x}{x} + \frac{p\partial p}{1 + pp} - \left(\frac{\partial p - \partial u}{p - u}\right)$$

sive, ob $\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p - u}$, erit

$$\frac{\partial \mathrm{U}}{\mathrm{U}} = \frac{2\partial u}{p - u} - \frac{\partial p(1 + pu)}{(p - u)(1 + pp)}.$$

Statuatur nunc $p = \frac{t + u}{1 - tu}$, eritque $p - u = \frac{t(1 + uu)}{1 - tu}$, $1 + pu = \frac{1 + uu}{1 - tu}$, $1 + pp = \frac{(1 + tt)(1 + uu)}{(1 - tu)^2}$, et $\partial p = \frac{\partial t(1 + uu) + \partial u(1 + tt)}{(1 - tu)^2}$, quibus valoribus substitutis nanciscimur:

$$\frac{\partial \mathrm{U}}{\mathrm{U}} = \frac{2\partial u(1 - tu)}{t(1 + uu)} - \frac{\partial t}{t(1 + tt)} - \frac{\partial u}{t(1 + uu)},$$

quam aequationem si ita repraesentemus:

$$\frac{\partial \mathrm{U}}{\mathrm{U}} + \frac{2u\partial u}{1 + uu} = \frac{\partial u}{t(1 + uu)} - \frac{\partial t}{t(1 + tt)},$$

statim vidimus, posito $\mathrm{U}(1 + uu) = \mathrm{V}$, sumtis differentialibus logarithmicis fore

$$\frac{\partial U}{U} + \frac{2u\partial u}{1+uu} = \frac{\partial V}{V},$$

adeoque habebimus:

$$\frac{t\partial V}{V} = \frac{\partial u}{1+uu} - \frac{\partial t}{1+tt};$$

quae aequatio differentialis tandem, posito $t = \text{tang.}\,\omega$, in hanc simplicem formam abit:

$$\frac{\partial V}{V} = \frac{\partial \Phi - \partial \omega}{\text{tang.}\,\omega}.$$

Totum ergo negotium nunc eo redit, ut pro V ejusmodi functiones anguli Φ explorentur, quibus ista aequatio integrationem admittat. Quodsi enim hujusmodi valor pro V fuerit inventus, innotescet quoque valor

$$U = \frac{V}{1+uu} = V \cos.\,\Phi^2$$

tum vero quoque habebimus coordinatas

$$x = \frac{U(p-u)}{\sqrt{1+pp}} = \frac{Vt}{\sqrt{1+uu}\sqrt{1+tt}} = V \sin.\,\omega \cos.\,\Phi$$

$$y = xu = x \,\text{tang.}\,\Phi = V \sin.\,\omega \sin.\,\Phi,$$

et distantiam puncti M a puncto fixo O (initio abscissarum) quam vocavimus

$$MO = v = \sqrt{xx+yy} = V \sin.\,\omega,$$

quibus curva problemati satisfaciens penitus determinatur. Quoniam autem per integrationem aequationis $\frac{\partial V}{V} = \frac{\partial \Phi - \partial \omega}{\text{tang.}\,\omega}$ constans ingreditur arbitraria, ejus variatio infinitas suppeditabit curvas problemati satisfacientes, quae simul, quoniam in expressionem arcus nulla alia functio nisi anguli Φ ingreditur, omnes arcus, intra eundem angulum AOB $= \Phi$ contentos, aequales habebunt, quemlibet nempe $= \int U \partial u = \int V \partial \Phi$.

Corollarium 1.

§. 14. Sit $V = a$, eritque $\frac{\partial V}{V} = 0$, ideoque $\partial\omega - \partial\Phi = 0$, ergo $\Delta + \Phi = \omega = A\,\mathrm{tang}.\,t$; tum vero erit $x = a \sin.(\Delta + \Phi)\cos.\Phi$; $y = a \sin.(\Delta + \Phi)\sin.\Phi$; $v = a\sin.(\Delta + \Phi)$, et singuli arcus intra angulum AOB contenti $= \int a\partial\Phi = a\Phi$. Hic est casus primus supra §. 7 tractatus.

Corollarium 2.

§. 15. Sit $V = \frac{a}{\sin.\, n\Phi^{\frac{n+1}{n}}}$, sumtisque logarithmis erit

$$lV = la - \frac{n+1}{n}\, l \sin.\, n\Phi,$$

unde differentiando elicitur

$$\frac{\partial V}{V} = -(n+1)\,\partial\Phi \cot.\, n\Phi = \frac{\partial\Phi - \partial\omega}{\mathrm{tang}\ \omega},$$

ita ut hanc obtinuerimus aequationem integrandam:

$$(n+1)\,\partial\Phi\,\mathrm{tang}.\,\omega + (\partial\Phi - \partial\omega)\,\mathrm{tang}.\,n\Phi = 0.$$

Ponamus nunc $\omega = \theta - n\Phi$, ita ut sit $\partial\omega = \partial\theta - n\partial\Phi$, $\partial\Phi - \partial\omega = (n+1)\,\partial\Phi - \partial\theta$ et $\mathrm{tang}.\,\omega = \frac{\mathrm{tang}.\,\theta - \mathrm{tang}.\,n\Phi}{1 + \mathrm{tang}.\,\theta\,\mathrm{tang}.\,n\Phi}$, quibus in aequatione illa substitutis prodit haec:

$$\frac{(n+1)\,\partial\Phi\,\mathrm{tang}.\,\theta}{\cos.\,n\Phi^2} - \partial\theta\,\mathrm{tang}.\,n\Phi - \partial\theta\,\mathrm{tang}.\,n\Phi^2 = 0.$$

Sit nunc $\mathrm{tang}.\,n\Phi = \frac{1}{\Theta}$, eritque $\frac{\partial\Phi}{\cos.\,n\Phi^2} = -\frac{\partial\Theta}{n\Theta^2}$, et aequatio nostra transmutabitur in hanc:

$$\frac{(n+1)\,\partial\Theta\,\mathrm{tang}.\,\theta}{n\Theta^2} + \frac{\partial\theta}{\Theta} + \frac{\partial\theta\,\mathrm{tang}.\,\theta}{\Theta^2} = 0,$$

quam ita repraesentemus:

$$\partial\Theta + \frac{n}{n+1}\,\frac{\Theta\partial\theta}{tang.\,\theta} + \frac{n}{n+1}\,\partial\theta = 0.$$

Haec aequatio, multiplicata per sin. $\theta^{\overline{\frac{n}{n+1}}}$, fit

$$\partial\Theta \text{ sin. } \theta^{\overline{\frac{n}{n+1}}} + \frac{n}{n+1}\,\frac{\Theta\partial\theta \text{ cos. } \theta}{\text{sin. } \theta^{\overline{\frac{1}{n+1}}}} + \frac{n}{n+1}\,\partial\theta \text{ sin. } \theta^{\overline{\frac{n}{n+1}}} = 0;$$

unde integrando colligitur

$$\Theta \text{ sin. } \theta^{\overline{\frac{n}{n+1}}} + \frac{n}{n+1}\int\partial\theta \text{ sin. } \theta^{\overline{\frac{n}{n+1}}} = 0.$$

sive posito $\frac{n}{n+1} = \lambda$ et adjecta constante erit

$$\Theta = \text{cot. } n\Phi = \Delta - \frac{\lambda}{\text{sin. } \theta^{\lambda}}\int\partial\theta \text{ sin. } \theta^{\lambda},$$

tum vero habebimus:

$$x = \frac{a \text{ sin. } (\theta - n\Phi) \text{ cos. } \Phi}{\text{sin. } n\Phi^{\lambda}},$$

$$y = \frac{a \text{ sin. } (\theta - n\Phi) \text{ sin. } \Phi}{\text{sin. } n\Phi^{\lambda}};$$

$$v = \frac{a \text{ sin. } (\theta - n\Phi)}{\text{sin. } \Phi^{\lambda}}.$$

Ceterum facile perspicitur, casum tertium, supra §. 9. tractatum, ex hoc corollario oriri, si loco $n\Phi$ scribatur $90^{\circ} - n\Phi$; casum autem secundum §. 8. resultare, si capiatur $n = 1$, sive $\lambda = \frac{1}{2}$, et loco Φ scribatur $90^{\circ} - \Phi$. Omnes autem curvae huic postremo casui satisfacientes adhuc praeditae sunt alia proprietate silentio non praetereunda: nempe abscissae sunt ad applicatas ut arcus ad datam constantem lineam. Est enim $\frac{x}{y} = \frac{s}{a} = \text{tang. } \Phi$.

Corollarium 3.

§. 16. Sit $V = ae^{\lambda\Phi}$, eritque $\frac{\partial V}{V} = \lambda\partial\Phi = \frac{\partial\Phi - \partial\omega}{tang.\ \omega}$; unde concluditur $\partial\Phi = \frac{\partial\omega}{1 - \lambda\ tang.\ \omega}$. Cum igitur Φ per ω detur, habebuntur coordinatae

$$x = ae^{\lambda\Phi} \sin.\ \omega \cos.\ \Phi$$
$$y = ae^{\lambda\Phi} \sin.\ \omega \sin.\ \Phi,$$

tum vero distantia $v = ae^{\lambda\Phi} \sin.\ \omega$, et arcus curvarum $= \frac{a}{\lambda} e^{\lambda\Phi}$. Hunc casum quoque jam supra §. 10. exhibuimus. Sit $\lambda = 1$, ita ut $V = ae^{\Phi}$, eritque $\partial\Phi = \frac{\partial\omega}{1 - tang.\ \omega}$. At vero est

$$\frac{\partial\omega}{1 - tang.\ \omega} = \frac{\partial\omega(1 + tang.\ \omega)}{1 - tang.\ \omega^2} = \frac{\partial\omega \cos.\ \omega(\cos.\ \omega + \sin.\ \omega)}{\cos.\ \omega^2 - \sin.\ \omega^2} = \frac{\partial\omega(1 + \cos.\ 2\omega)}{2 \cos.\ 2\omega} + \frac{\partial\omega \sin.\ 2\omega}{2 \cos.\ 2\omega},$$

unde sequitur fore

$$\int \frac{\partial\omega}{1 - tang.\ \omega} = \int \frac{\partial\omega}{2} + \int \frac{\partial\omega}{2 \cos.\ 2\omega} + \int \frac{\partial\omega \sin.\ 2\omega}{2 \cos.\ 2\omega},$$

atque hinc consequimur angulum

$$\Phi = \Delta + \tfrac{1}{2}\omega + \tfrac{1}{4} l \frac{tang.\ (45^\circ + \omega)}{\cos.\ 2\omega},$$

qui cum illo, pro eodem casu supra §. 10. invento, posito $u = tang.\ \omega$, perfecte congruit, cum sit $\frac{1 - uu}{1 + uu} = \cos.\ 2\omega$ et $\frac{1 + u}{1 - u} = \frac{tang.\ 45^\circ + tang.\ \omega}{1 - tang.\ 45^\circ \cdot tang.\ \omega} = tang.\ (45^\circ + \omega)$ et $A\ tg.\ u = \omega$.

OBSERVATIONES NONNULLAE

CIRCA

RESOLUTIONEM ARCUUM CIRCULARIUM.

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

Conventui exhib. die 2. Maii 1804.

§. 1. Notum est quemlibet arcum circularem, cujus sinus, cosinusve, tangensve datae sunt magnitudinis, infinitis modis resolvi posse in duos, tres, quatuor et quotquot lubuerit arcus similiter per sinus, vel cosinus, vel tangentes expressos. Inter hujusmodi autem resolutiones peculiarem attentionem merentur eae, quibus sinus, cosinus, tangentes, numeris rationalibus sunt expressi, cujusmodi sunt verbi gratia:

$$A.\sin.\frac{2A}{1+aa} = A.\sin.\frac{2f}{1+ff} + A\sin\frac{2gg}{1+gg};$$

$$A.\cos.\frac{1-aa}{1+aa} = A.\cos.\frac{1-ff}{1+ff} + A\cos.\frac{1-gg}{1+gg};$$

ubi sumtis pro lubitu a et f, fit $g = \frac{a-f}{1+af}$.

§. 2. Quodsi enim hic sumatur $a = 1$ et $f = \frac{1}{2}$, quadrans circuli duplici modo resolvitur in duos arcus ipsi aequales, per sinus et cosinus rationales expressos:

$$\frac{\pi}{2} = A\,\sin.\,\tfrac{4}{5} + A\,\sin.\,\tfrac{3}{5};$$
$$\frac{\pi}{2} = A\,\cos.\,\tfrac{3}{5} + A\,\cos.\,\tfrac{4}{5}.$$

Sumto $a = \frac{1}{2}$ et $f = \frac{1}{4}$, prodit

$$A\,\sin.\,\tfrac{4}{5} = A\,\sin.\,\tfrac{8}{17} + A\,\sin.\,\tfrac{36}{85};$$
$$A\,\cos.\,\tfrac{3}{5} = A\,\cos.\,\tfrac{15}{17} + A\,\cos.\,\tfrac{77}{85};$$

qui valores si in praecedentibus substituantur orietur quadrans circuli duplici modo in tres arcus rationaliter discerptus:

$$\frac{\pi}{2} = A\,\sin.\,\tfrac{3}{5} + A\,\sin.\,\tfrac{8}{17} + A\,\sin.\,\tfrac{36}{85};$$
$$\frac{\pi}{2} = A\,\cos.\,\tfrac{4}{5} + A\,\cos.\,\tfrac{15}{17} + A\,\cos.\,\tfrac{77}{85}.$$

Sumendo porro $a = \frac{1}{4}$ et $f = \frac{1}{5}$ nanciscimur

$$A\,\sin.\,\tfrac{8}{17} = A\,\sin.\,\tfrac{5}{13} + A\,\sin.\,\tfrac{21}{221};$$
$$A\,\cos.\,\tfrac{15}{17} = A\,\cos.\,\tfrac{12}{13} + A\,\cos.\,\tfrac{220}{221};$$

quibus in modo exhibitis expressionibus suffectis pro quadrante oritur:

$$\frac{\pi}{2} = A\,\sin.\,\tfrac{3}{5} + A\,\sin.\,\tfrac{5}{13} + A\,\sin.\,\tfrac{36}{85} + A\,\sin.\,\tfrac{21}{221};$$
$$\frac{\pi}{2} = A\,\cos.\,\tfrac{4}{5} + A\,\cos.\,\tfrac{12}{13} + A\,\cos.\,\tfrac{77}{85} + A\,\cos.\,\tfrac{220}{221}.$$

Ulterius si statueremus $a = \frac{3}{2}$ et $f = \frac{5}{6}$, prodiret quadrans circuli duplici modo in quinque arcus rationaliter resolutus. Quoniam autem in hujusmodi resolutione nullus ordo nullaque lex progressionis perspicitur, eam ulterius prosequi non lubet.

§. 3. Multo majorem attentionem, procul dubio, meretur resolutio dati arcus in ejusmodi arcus, quorum tangentes per fractiones exprimantur satis simplices, quae unitatem pro numeratore habeant, quarumque denominatores secundum certam legem procedant; hujusmodi vero resolutionis specimen singulare heic exhibere animus est. Quo autem, quid proprie agere velimus, melius intelligatur, rem exemplo illustremus. Consideremus scilicet hanc fractionum seriem:

$$\tfrac{1}{1},\ \tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{3},\ \tfrac{1}{5},\ \tfrac{1}{8},\ \tfrac{1}{13},\ \tfrac{1}{21},\ \tfrac{1}{34},\ \text{etc.}$$

ubi denominatores seriem recurrentem constituunt, cujus quilibet terminus est summa binorum praecedentium. Ex hac fractionum serie sumamus duos terminos contiguos pro tangentibus arcuum circularium, et quaeramus summam horum arcuum, ope expressionis generalis notissimae:

$$\text{A tang. } p + \text{A tang. } q = \text{A tang. } \frac{p+q}{1-pq},$$

atque inveniemus:

$$\begin{aligned}
\text{A tang. } \tfrac{1}{2} + \text{A tang. } \tfrac{1}{3} &= \text{A tang. } 1, \\
\text{A tang. } \tfrac{1}{5} + \text{A tang. } \tfrac{1}{8} &= \text{A tang. } \tfrac{1}{3}, \\
\text{A tang. } \tfrac{1}{13} + \text{A tang. } \tfrac{1}{21} &= \text{A tang. } \tfrac{1}{8}, \\
\text{A tang. } \tfrac{1}{34} + \text{A tang. } \tfrac{1}{55} &= \text{A tang. } \tfrac{1}{21}, \\
\text{etc.} \qquad\qquad & \qquad \text{etc.}
\end{aligned}$$

Hoc igitur modo arcus cujus tangens est unitas, hoc est semissis quadrantis, per duos, tres, quatuor, et quotquot lubuerit arcus circulares exprimi poterit, quorum tangentes sunt fractiones simplices unitatem pro numeratore habentes, veluti:

$$\frac{\pi}{4} = \text{A tg.} \tfrac{1}{2} + \text{A tg.} \tfrac{1}{3};$$
$$\frac{\pi}{4} = \text{A tg.} \tfrac{1}{2} + \text{A tg.} \tfrac{1}{5} + \text{A tg.} \tfrac{1}{8};$$
$$\frac{\pi}{4} = \text{A tg.} \tfrac{1}{2} + \text{A tg.} \tfrac{1}{5} + \text{A tg.} \tfrac{1}{13} + \text{A tg.} \tfrac{1}{21};$$
$$\frac{\pi}{4} = \text{A tg.} \tfrac{1}{2} + \text{A tg.} \tfrac{1}{5} + \text{A tg.} \tfrac{1}{13} + \text{A tg.} \tfrac{1}{34} + \text{A tg.} \tfrac{1}{55};$$

§. 4. Facile autem intelligitur, non omnem seriem recurrentem ita esse comparatam, ut, si fractionum ex ejus terminis formatarum, sumantur binae contiguae pro tangentibus arcuum circularium, summa horum arcuum aequetur arcui, cujus tangens fractioni binas illas contiguas pro lubitu sumtas praecedenti sit aequalis, Veluti si consideretur progressio harmonica simplicissima:

$$\tfrac{1}{1},\ \tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{3},\ \tfrac{1}{4},\ \tfrac{1}{5},\ \tfrac{1}{6},\ \tfrac{1}{7},\ \text{etc.}$$

ubi denominatores constituunt seriem recurrentem, cujus scala relationis est 2, — 1, fiet quidem ut supra:

$$\text{A tang.} \tfrac{1}{2} + \text{A tang.} \tfrac{1}{3} = \text{A tang. } 1,$$

verum ad sequentes progrediendo emergit

$$\text{A tang.} \tfrac{1}{4} + \text{A tang.} \tfrac{1}{5} = \text{A tang.} \tfrac{9}{19},$$

unde statim intelligitur seriem illam scopo nostro inservire non posse, ideo quod postremus arcus in praecedentibus non contineatur, fractio autem $\frac{9}{19}$, ob numeratorem 9, jam sit exclusa.

§. 5. His praemissis manifestum jam est, quaestionem eo redire, ut, proposito arcu quocunque formae

A tang. $\frac{1}{a}$, is in duos alios resolvatur, horumque minor denuo in duos alios, quorum minor deinde iterum in duos alios est resolvendus, et ita porro, debito respectu habito ad formam praescriptam tangentium horum arcuum, quae debent esse fractiones unitatem pro numeratore habentes. Resolutio igitur instituenda sequenti modo se habere debet:

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & A\ \text{tang.}\ \frac{1}{a} = A\ \text{tang.}\ \frac{1}{b} + A\ \text{tang.}\ \frac{1}{c}; \\ \text{II.} & A\ \text{tang.}\ \frac{1}{a'} = A\ \text{tang.}\ \frac{1}{b'} + A\ \text{tang.}\ \frac{1}{c'}; \\ \text{III.} & A\ \text{tang.}\ \frac{1}{a''} = A\ \text{tang.}\ \frac{1}{b''} + A\ \text{tang.}\ \frac{1}{c''}; \\ \text{IV.} & A\ \text{tang.}\ \frac{1}{a'''} = A\ \text{tang.}\ \frac{1}{b'''} + A\ \text{tang.}\ \frac{1}{c'''}; \\ & \quad\text{etc.} \qquad\qquad\qquad \text{etc.} \end{array}$$

ubi requiritur ut sit $a' = c$; $a'' = c'$; $a''' = c''$ et ita porro; ita ut pro arcu proposito sequens prodeat expressio infinita:

$$A\ \text{tang.}\ \frac{1}{a} = A\ \text{tang.}\ \frac{1}{b} + A\ \text{tang.}\ \frac{1}{b'} + A\ \text{tang.}\ \frac{1}{b''} + \text{etc.}$$

Nunc auten totum negotium in eo versatur, ut quaerantur valores litterarum b, b', b'', etc. ita comparati, ut summa arcuum, quorum tangentes per fractiones $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{b'}$, $\frac{1}{b''}$ etc. exprimuntur, aequalis fiat arcui, cujus tangens sit fractio proposita $\frac{1}{a}$.

§. 6. Incipiamus igitur a resolutione prima, et videamus quosnam valores litteris b et c tribuere debeamus, ut fiat

$$\text{I. } A \tang. \tfrac{1}{a} = A \tang. \tfrac{1}{b} + A \tang. \tfrac{1}{c}.$$

Hic autem statim ex formula reductionis notissima sequitur fieri debere $\frac{1}{a} = \frac{c+b}{bc-1}$, unde emanat $c = \frac{ab+1}{b-a}$; ex quo intelligitur fieri debere $aa + 1 = (b-a)(c-a)$. Hinc igitur patet, quo resolutio praescripta succedat, numerum a ita comparatum esse debere, ut ejus quadratum unitate auctum ad minimum duos habeat factores, quod autem, quoniam unitas ipsa non excluditur, semper eveniet; quo plures autem habuerit factores, eo pluribus modis resolutio institui poterit. Sint igitur α et β bini factores numeri $aa+1$, ita ut $aa+1 = \alpha\beta$, eritque:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = b-a\\ \beta = c-a\end{array}\right\} \text{ ideoque } \left\{\begin{array}{l}b = a+\alpha\\ c = a+\beta\end{array}\right.$$

ita ut numeri b et c determinati sint per quantitates cognitas a, α et β.

§. 7. Progrediamur nunc ad secundam resolutionem, et cum esse debeat:

$$\text{II. } A \tang. \tfrac{1}{a'} = A \tang. \tfrac{1}{b'} + A \tang. \tfrac{1}{c'},$$

ex superioribus intelligitur fieri debere

$$a'a' + 1 = (b'-a')(c'-a').$$

Ponamus igitur $a'a' + 1 = \alpha'\beta'$, ita ut sit

$$\alpha' = b' - a';\ b' = a' + \alpha';$$

$$\beta' = c' - a':\ c' = a' + \beta'.$$

Est vero $a' = c = a + \beta$, unde sequitur fore

$$a'a' + 1 = (a + \beta)^2 + 1 = aa + 2a\beta + \beta\beta + 1,$$

sive, ob $aa + 1 = \alpha\beta$, erit

$$a'a' + 1 = \alpha'\beta' = \beta(\alpha + 2a + \beta)$$

unde denique concluditur fore:

$$\alpha' = \beta$$

$$\beta' = \alpha + 2a + \beta$$

$$b' = a' + \alpha' = a + 2\beta$$

$$c' = a' + \beta' = \alpha + 3a + 2\beta.$$

Hoc igitur modo etiam litterae b' et c' per quantitates datas a, α, β, sunt definitae.

§. 8. Pro tertia resolutione, qua requiritur ut sit:

$$\text{III. A tang. } \tfrac{1}{a''} = \text{A tang. } \tfrac{1}{b''} + \text{A tang. } \tfrac{1}{c''},$$

cum fieri debeat

$$a''a'' + 1 = (b'' - a'')(c'' - a'')$$

necesse est ut sit $a''a'' + 1 = \alpha''\beta''$, quocirca habebimus hos valores:

$$\alpha'' = b'' - a''; \; b'' = a'' + \alpha'';$$

$$\beta'' = c'' - a'; \; c'' = a'' + \beta''.$$

Quoniam autem fieri debet $a'' = c' = a' + \beta'$, habebimus

$$a''a'' + 1 = (a' + \beta')^2 + 1 = a'a' + 2a'\beta' + \beta'\beta' + 1.$$

Est vero $a'a' + 1 = \alpha'\beta'$, unde sequitur

$$a''a'' + 1 = \beta'(\alpha' + 2a' + \beta').$$

Hinc autem deducuntur sequentes valores:

$$\alpha'' = \beta'$$
$$\beta'' = \alpha' + 2a + \beta'$$
$$b'' = a'' + \alpha'' = 2\alpha + 5a + 3\beta$$
$$c'' = a'' + \beta'' = 2\alpha + 7a + 6\beta.$$

Hoc igitur modo quousque libuerit continuo ulterius progredi et pro sequentibus ordinibus valores litterarum b''', c'''; b'''', c'''' et ita porro per quantitates cognitas a, α, β, determinare liceret.

§. 9. Hoc autem labore supersedere poterimus, inquirendo in genere in ordinem n^{mum}, pro quo fieri debet

$$\text{A tang.} \frac{1}{a^{(n)}} = \text{A tang.} \frac{1}{b^{(n)}} + \text{A tang.} \frac{1}{c^{(n)}},$$

quod cum eveniat posito

$$a^{(n)}a^{(n)} + 1 = (b^{(n)} - a^{(n)})(c^{(n)} - a^{(n)}),$$

statuatur

$$a^{(n)}a^{(n)} + 1 = \alpha^{(n)}\beta^{(n)}$$

ita ut sit

$$\alpha^{(n)} = b^{(n)} - a^{(n)};\; b^{(n)} = a^{(n)} + \alpha^{(n)};$$
$$\beta^{(n)} = c^{(n)} - a^{(n)};\; c^{(n)} = a^{(n)} + \beta^{(n)}.$$

At vero ex superioribus liquet quantitates $\alpha^{(n)}$ et $\beta^{(n)}$ sequenti modo ex ordine praecedente determinari, ut sit:

$$\alpha^{(n)} = \beta^{(n-1)} = c^{(n-1)} - a^{(n-1)};$$
$$\beta^{(n)} = \alpha^{(n-1)} + 2a^{(n-1)} + \beta^{(n-1)} = b^{(n-1)} + c^{(n-1)};$$

unde intelligitur fore

$$b^{(n)} = 2c^{(n-1)} - a^{(n-1)},$$
$$c^{(n)} = 2c^{(n-1)} + b^{(n-1)};$$

existente $a^{(n)} = c^{(n-1)}$.

§. 10. Quod si igitur nunc loco literae n successive scribamus characteres I, II, III, IV, etc. pro diversis resolutionum ordinibus sequentes emergent valores:

$$\begin{array}{lll}
a^{\mathrm{I}} = c\,; & b^{\mathrm{I}} = 2c - a\,; & c^{\mathrm{I}} = 2c + b \\
a^{\mathrm{II}} = c^{\mathrm{I}}\,; & b^{\mathrm{II}} = 2c^{\mathrm{I}} - a^{\mathrm{I}}\,; & c^{\mathrm{II}} = 2c^{\mathrm{I}} + b^{\mathrm{I}} \\
a^{\mathrm{III}} = c^{\mathrm{II}}; & b^{\mathrm{III}} = 2c^{\mathrm{II}} - a^{\mathrm{II}}; & c^{\mathrm{III}} = 2c^{\mathrm{II}} + b^{\mathrm{II}} \\
a^{\mathrm{IV}} = c^{\mathrm{III}}; & b^{\mathrm{IV}} = 2c^{\mathrm{III}} - a^{\mathrm{III}}; & c^{\mathrm{IV}} = 2c^{\mathrm{III}} + b^{\mathrm{III}} \\
\text{etc.} & \text{etc.} & \text{etc.}
\end{array}$$

atque nunc, secundum hanc legem quemlibet arcum propositum formae A tang. $\frac{1}{a}$ in quotquot lubuerit arcus ejusdem formae resolvere licebit.

§. 11. Sit, exempli gratia, $a = 1$, quem casum jam supra §. 3. habuimus, et cum sit $aa + 1 = 2$, hic alii factores non occurrunt, nisi 1 et 2. Erit igitur $\alpha = 1$ et $\beta = 2$, hinc $b = 2$ et $c = 3$. Tota ergo solutio ita se habet:

$$\begin{array}{lll}
a = 1; & b = 2; & c = 3 \\
a^{\mathrm{I}} = 3; & b^{\mathrm{I}} = 5; & c^{\mathrm{I}} = 8 \\
a^{\mathrm{II}} = 8; & b^{\mathrm{II}} = 13; & c^{\mathrm{II}} = 21 \\
a^{\mathrm{III}} = 21; & b^{\mathrm{III}} = 34; & c^{\mathrm{III}} = 55 \\
a^{\mathrm{IV}} = 55; & b^{\mathrm{IV}} = 89; & c^{\mathrm{IV}} = 144 \\
a^{\mathrm{V}} = 144; & b^{\mathrm{V}} = 233; & c^{\mathrm{V}} = 377
\end{array}$$

et ita porro. Ex his autem valoribus sequitur fore:

$$A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{1} = A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{2} + A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{3}$$
$$A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{3} = A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{5} + A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{8}$$
$$A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{8} = A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{13} + A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{21}$$
$$A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{21} = A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{34} + A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{55}$$
etc. etc.

quemadmodum jam supra habuimus.

§. 12. Sumatur $a = 2$, et cum hinc fiat $aa + 1 = 5$, erit $\alpha = 1$ et $\beta = 5$. hincque $b = 3$ et $c = 7$. Pro hoc igitur casu erit:

$$\begin{array}{lll} a = 2; & b = 3; & c = 7 \\ a^{I} = 7; & b^{I} = 12; & c^{I} = 17 \\ a^{II} = 17; & b^{II} = 27; & c^{II} = 46 \\ a^{III} = 46; & b^{III} = 75; & c^{III} = 119 \\ a^{IV} = 119; & b^{IV} = 192; & c^{IV} = 313 \end{array}$$

unde sequentes resolutiones emergunt:

$$A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{2} = A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{3} + A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{7}$$
$$A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{7} = A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{12} + A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{17}$$
$$A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{17} = A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{27} + A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{46}$$
$$A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{46} = A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{75} + A\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{119}$$

et ita porro.

§. 13. Sumatur $a = 3$, eritque $aa + 1 = 10$; et cum sit tam $10 = 2 \cdot 5$, quam $10 = 1 \cdot 10$, duplex solutio locum habebit. Statuatur primo $\alpha = 2$ et $\beta = 5$, eritque

$$\begin{array}{lll} a = 3; & b = 5; & c = 8 \\ a^{I} = 8; & b^{I} = 13; & c^{I} = 21 \\ a^{II} = 21; & b^{II} = 34; & c^{II} = 55 \end{array}$$

qui casus igitur cum primo §. 11, tractato convenit, si, deleto primo ordine, sequentes uno gradu promoveantur. Statuatur $\alpha = 1$ et $\beta = 10$, eritque

$$\begin{array}{lll} a = 3; & b = 4; & c = 13 \\ a^{I} = 13; & b^{I} = 23; & c^{I} = 30 \\ a^{II} = 30; & b^{II} = 47; & c^{II} = 83 \\ a^{III} = 83; & b^{III} = 136; & c^{III} = 213 \\ \text{etc.} & \text{etc.} & \text{etc.} \end{array}$$

unde sequentes nanciscimur resolutiones:

$$\begin{array}{l} \text{A tang. } \frac{1}{3} = \text{A tang. } \frac{1}{4} + \text{A tang. } \frac{1}{13} \\ \text{A tang. } \frac{1}{13} = \text{A tang. } \frac{1}{23} + \text{A tang. } \frac{1}{30} \\ \text{A tang. } \frac{1}{30} = \text{A tang. } \frac{1}{47} + \text{A tang. } \frac{1}{83} \\ \quad \text{etc.} \qquad \text{etc.} \qquad \text{etc.} \end{array}$$

§. 14. Supra §. 5. jam observavimus arcum propositum A tang. $\frac{1}{a}$ hoc modo in infinitos arcus resolvi posse, quorum tangentes omnes certa lege progrediuntur. Quod si nunc in ipsam legem inquirere velimus, secundum quam valores litterarum b, b', b'', etc. in expressione

$$\text{A tg. } \frac{1}{a} = \text{A tg. } \frac{1}{b} + \text{A tg. } \frac{1}{b'} + \text{A tg. } \frac{1}{b''} + \text{etc.}$$

progrediantur, atque determinare, quomodo quilibet denominator ex praecedentibus formetur, necesse est singulos per a, b, c exprimere. Calculo autem rite subducto reperietur fore:

$$\begin{aligned}
b^{\mathrm{I}} &= 2c - a: \\
b^{\mathrm{II}} &= 2c^{\mathrm{I}} - a^{\mathrm{I}} = 3c + 2b; \\
b^{\mathrm{III}} &= 3c^{\mathrm{I}} + 2b^{\mathrm{I}} = 10c + 3b - 2a; \\
b^{\mathrm{IV}} &= 10c^{\mathrm{I}} + 3b^{\mathrm{I}} - 2a^{\mathrm{I}} = 24c + 10b - 3a; \\
b^{\mathrm{V}} &= 24c^{\mathrm{I}} + 10b^{\mathrm{I}} - 3a^{\mathrm{I}} = 65c + 24b - 10a; \\
b^{\mathrm{VI}} &= 65c^{\mathrm{I}} + 24b^{\mathrm{I}} - 10a^{\mathrm{I}} = 168c + 65b - 24a;
\end{aligned}$$

et ita porro. Harum formarum si jam aliqua fuerit $Cc + Bb - Aa$, sequens vero statuatur $C'c + B'b - A'a$, reperietur fore $C^{\mathrm{I}} = 2C + 2B - A$; $B^{\mathrm{I}} = C$ et $A^{\mathrm{I}} = B$. Cujus igitur legis ope series quaesita quousque libuerit facile continuari potest.

§. 15. Sumamus, exempli causa, $a = 1$, et cum supra §. 11. jam invenerimus pro hoc casu $b = 2$ et $c = 3$, ex formulis §. praecedentis nanciscimur sequentes valores:

$$\begin{aligned}
b &= 2, & b^{\mathrm{I}} &= 5; & b^{\mathrm{II}} &= 13; \\
b^{\mathrm{III}} &= 34; & b^{\mathrm{IV}} &= 89; & b^{\mathrm{V}} &= 233; \\
b^{\mathrm{IV}} &= 610; & b^{\mathrm{VII}} &= 1597; & b^{\mathrm{VIII}} &= 4181;
\end{aligned}$$

et ita porro. Hinc arcus, cujus tangens est unitati aequalis, per sequentem arcuum circularium seriem infinitam exprimitur [1])

---

1) In dissertatione L. Euleri: *De progressionibus arcuum circularium, quorum tangentes secundum certam legem procedunt.* (Nov. Comm.

$$\frac{\pi}{4} = \text{A tg.}\,\tfrac{1}{2} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{5} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{13} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{34} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{89} + \text{etc.}$$

ubi fractionum denominatores constituunt seriem recurrentem, cujus scala relationis est $2, + 2, - 1$. Ceterum evidens est eandem hanc expressionem infinitam oriri ex resolutionibus §. 11. substitutione continua.

§. 16. Idem tenendum est de casu secundo §. 12. tractato. Sumto enim $a = 2$, ita ut $b = 3$ et $c = 7$, formulae §. 14. pro b^{I}, b^{II}, b^{III}, etc. suppeditant sequentes valores:

$$b = 3;\quad b^{I} = 12;\quad b^{II} = 27;$$
$$b^{III} = 75;\quad b^{IV} = 192;\quad b^{V} = 507;$$

et ita porro. Hinc autem exoritur sequens resolutio arcus cujus tangens $= \frac{1}{2}$: [2])

$$\text{A tg.}\,\tfrac{1}{2} = \text{A tg.}\,\tfrac{1}{3} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{12} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{27} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{75} + \text{etc.}$$

ubi denominatores etiam seriem recurrentem constituunt secundum eandem relationis scalam formatam.

T. IX) duae pro $\frac{\pi}{4}$ reperiuntur hujusmodi arcuum series a nostra plane diversae, scilicet:

$$\tfrac{\pi}{4} = \text{A tg.}\,\tfrac{1}{2} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{8} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{18} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{32} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{50} + \text{etc.}$$
$$\tfrac{\pi}{2} = \text{A tg.}\,\tfrac{1}{3} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{7} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{13} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{21} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{31} + \text{etc.}$$

2) Apud Eulerum loco citato inveniuntur sequentes ejusdem arcus resolutiones:

$$\text{A tg.}\,\tfrac{1}{2} = \text{A tg.}\,\tfrac{1}{7} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{13} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{21} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{31} + \text{etc.}$$
$$\text{A tg.}\,\tfrac{1}{2} = \text{A tg.}\,\tfrac{1}{3} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{17} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{21} + \text{A tg.}\,\tfrac{1}{752} + \text{etc.}$$

§. 17. In genere adeo, quod hic potissimum notari meretur, series numerorum b, b^{I}, b^{II}, b^{III}, §. 14. exhibitorum, semper est recurrens, scalam habens relationis trinomialem $2, +2, -1$; ita ut etiam in genere quilibet numerus b ex tribus praecedentibus formari possit. Quolibet igitur casu sufficit tres priores valores pro b per regulas supra datas determinasse, dum sequentes omnes ex hac scala relationis facillime derivantur.

§. 18. Quanquam litteris c, c^{I}, c^{II}, etc. non amplius indigemus, tamen non ingratum erit earum valores etiam per a, b, c determinasse. Sunt autem hi valores:

$$c^{\mathrm{I}} = 2c + b:$$
$$c^{\mathrm{II}} = 2c^{\mathrm{I}} + b^{\mathrm{I}} = 6c + 2b - a;$$
$$c^{\mathrm{III}} = 6c^{\mathrm{I}} + 2b^{\mathrm{I}} - a = 15c + 6b - 2a;$$
$$c^{\mathrm{IV}} = 15c^{\mathrm{I}} + 6b^{\mathrm{I}} - 2a^{\mathrm{I}} = 40c + 15b - 6a;$$
$$c^{\mathrm{V}} = 40c^{\mathrm{I}} + 15b^{\mathrm{I}} - 6a^{\mathrm{I}} = 104c + 40b - 15a;$$

De his enim valoribus notandum est, eos quoque constituere seriem recurrentem, eadem scala trinomiali relationis $2, +2, -1$ gaudentem, quod idem ergo etiam de serie numerorum a, a^{I}, a^{II}, etc. erit tenendum, quippe quae a praecedente c^{I}, c^{II}, c^{III}, etc. prorsus non discrepat.

§. 19. Quoniam igitur series omnium horum numerorum:

$$\begin{array}{llllll} a, & a^{\mathrm{I}}, & a^{\mathrm{II}}, & a^{\mathrm{III}}, & a^{\mathrm{IV}}, & \text{etc.} \\ b, & b^{\mathrm{I}}, & b^{\mathrm{II}}, & b^{\mathrm{III}}, & b^{\mathrm{IV}}, & \text{etc.} \\ c, & c^{\mathrm{I}}, & c^{\mathrm{II}}, & c^{\mathrm{III}}, & c^{\mathrm{IV}}, & \text{etc.} \end{array}$$

sunt recurrentes, scala relationis uniuscujusque existente $2, + 2, - 1$: eae nascentur ex evolutione hujusmodi fractionis: $\frac{\Delta}{1 - 2z - 2z^2 + z^3}$, cujus denominator cum habeat factores $1 + z$ et $1 - 3z + z^2$, ea resolvi poterit in duas fractiones: $\frac{A}{1 + z}$ et $\frac{B}{1 - 3z + z^2}$. Hinc intelligitur nostras series resolvi posse quamlibet in duas alias, quarum altera nascatur ex fractione $\frac{A}{1 + z}$, cujus termini sint $A - A + A - A +$ etc., altera vero nascatur ex fractione $\frac{B}{1 - 3z + z^2}$, quae erit recurrens, scala relationis existente $3, - 1$ Quocirca series illae numerorum a, b, c, quoque hac gaudent proprietate, ut quilibet aequetur triplo praecedentis, dempto penultimo, dummodo alternatim numerus ille A modo addatur modo subtrahatur. Ita pro numeris §i 11 erit

$$\begin{array}{llll} a^{\mathrm{II}} = 8 = 3.\ 3 - 1; & & b^{\mathrm{II}} = 13 = 3.\ 5 - 2 \\ a^{\mathrm{III}} = 21 = 3.\ 8 - 3; & & b^{\mathrm{III}} = 34 = 3.\ 13 - 5 \\ a^{\mathrm{IV}} = 55 = 3.\ 21 - 8; & & b^{\mathrm{IV}} = 89 = 3.\ 34 - 13 \\ a^{\mathrm{V}} = 144 = 3.\ 55 - 21; & & b^{\mathrm{V}} = 233 = 3.\ 89 - 34 \\ \quad \text{etc.} & & \quad \text{etc.} \end{array}$$

Hoc scilicet casu est $A = 0$. Pro numeris autem §^i^ 12. erit primo pro a et c:

$$\begin{aligned} a^{II} &= c^{I} = 17 = 3.\ 7 - 2 - 2 \\ a^{III} &= c^{II} = 46 = 3.\ 17 - 7 + 2 \\ a^{IV} &= c^{III} = 119 = 3.\ 46 - 17 - 2 \\ a^{V} &= c^{IV} = 313 = 3.119 - 46 + 2 \end{aligned}$$

etc.

tum vero pro b:

$$\begin{aligned} b^{II} &= 27 = 3.\ 12 - 3 - 6 \\ b^{III} &= 75 = 3.\ 27 - 12 + 6 \\ b^{IV} &= 192 = 3.\ 75 - 27 - 6 \\ b^{V} &= 507 = 3.192 - 75 + 6 \end{aligned}$$

etc.

§. 20. Quod si nunc, quaestionem invertendo, numerum b tanquam datum spectare, ex eoque sequentes b^{I}, b^{II}, b^{III}, etc., una cum numero a, ita determinare velimus, ut sit:

$$\mathrm{A\,tg.}\,\tfrac{1}{b} + \mathrm{A\,tg.}\,\tfrac{1}{b^{I}} + \mathrm{A\,tg.}\,\tfrac{1}{b^{II}} + \mathrm{A\,tg.}\,\tfrac{1}{b^{III}} + \text{etc.} = \mathrm{A\,tg.}\,\tfrac{1}{a}$$

ex iis quae supra §§ 6, 7, 8 sunt prolata perspicuum est hoc fieri non posse, nisi relatio quaedam inter tres priores numeros b, b^{I}, b^{II}, subsistat, quam igitur relationem ex valoribus supra definitis

$$\text{I.}\ b = a + \alpha\ (\S.\ 6.)$$
$$\text{II.}\ b^{I} = a + 2\beta\ (\S.\ 7.)$$
$$\text{III.}\ b^{II} = 5a + 2\alpha + 3\beta\ (\S.\ 8.)$$

determinari oportet, quod sequenti modo facillime praestabitur: Ex. III. quaeratur $\beta = \frac{b^{II} - 5a - 2\alpha}{3}$, quo valore in II. substituto prodit $b^{I} = \frac{2b^{II} - 4\alpha - 7a}{3}$. Est vero $\alpha = b - a$, adeoque $b^{I} = \frac{2b^{II} - 4b - 3a}{3}$. Cum autem sit $\frac{1}{a} = \frac{c+b}{cb-1}$, habebimus

$$a = \frac{bc-1}{c+b} = \frac{b(\alpha+\beta)-1}{2a+\alpha+\beta}.$$

Jam aequationes modo ante traditae ita combinentur:

$$\text{III} - 2\,\text{I} = b^{II} - 2b = 3a - 3\beta$$
$$\text{III} + \text{I} = b^{II} + b = 6a + 3\alpha + 3\beta$$

quibus notatis erit

$$a = \frac{b(3\alpha+3\beta)-3}{6a+3\alpha+3\beta} = \frac{b(b^{II}-2b)-3}{b+b^{II}}$$

quo valore substituto obtinebimus

$$b^{I} = \frac{2(b^{II}-2b)}{3} + \frac{3-b(b^{II}-2b)}{b+b^{II}}$$

quod etiam ita exprimere licet:

$$b^{I} = \frac{(b^{II}-2b)(2b^{II}-b)+9}{3(b+b^{II})}$$

sive etiam ita in partes discerptum:

$$b^{I} = \frac{2b^{II}-7b}{3} + \frac{3(bb+1)}{b+b^{II}}.$$

Quoniam igitur b^{I} debet esse numerus integer, necesse est ut sit 1°) $2b^{II} - 7b$ divisibile per 3; 2°) $3(bb+1)$ divisibile per $b + b^{II}$, quibus conditionibus si fuerit satisfactum, litterae b, b^{I}, b^{II}, etc. ita erunt determinatae, ut fiat:

$$A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{b} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{b'} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{b^{\text{II}}} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{b^{\text{III}}} + \text{ec.} = A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{a}.$$

§. 21. Quo etiam hanc regulam exemplo illustremus, sumamus $b = 4$, et ob $3\,(bb + 1) = 51$ esse debet $4 + b^{\text{II}}$ divisor numeri 51. Hujus autem numeri divisores sunt 1, 3, 17, 51, quorum bini priores sunt nimis parvi. Quod si jam ponatur $4 + b^{\text{II}} = 17$, erit $b^{\text{II}} = 13$, qui autem valor primae conditioni non satisfacit. Sumatur igitur $4 + b^{\text{II}} = 51$, eritque $b^{\text{II}} = 47$, hincque $b^{\text{I}} = 23$, et $a = 3$. Series autem numerorum b, b^{I}, b^{II}, b^{III}, etc. secundum scalam relationis continuata ita se habebit: 4, 23, 47, 136, 343, 911, etc. unde prodit sequens summatio:

$$A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{4} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{23} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{47} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{136} + \text{etc.} = A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{3}.$$

§. 22. Sumatur $b = 5$, erit $2\,(bb + 1) = 78$, cujus numeri divisores sunt 1, 2, 39. Sumto igitur $b + b^{\text{II}} = 39$ erit $b^{\text{II}} = 34$, $b^{\text{I}} = 13$ et $a = 3$. Series numerorum b hic erit 5, 13, 34, 89, 233, 610, etc.; hinc autem enascitur sequens summatio: 3)

3) Eulerus, loco citato, habet:

$$A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{3} = A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{13} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{21} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{31} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{55} + \text{etc.}$$

$$A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{8} = A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{18} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{32} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{50} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{72} + \text{etc.}$$

$$A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{3} = A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{5} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{21} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{47} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{83} + \text{etc.}$$

$$A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{3} = A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{4} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{30} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{76} + A\,\text{tg.}\,\tfrac{1}{140} + \text{etc.}$$

$$A\,tg.\tfrac{1}{5} + A\,tg.\tfrac{1}{13} + A\,tg.\tfrac{1}{34} + A\,tg.\tfrac{1}{89} + \text{etc.} = A\,tg.\tfrac{1}{3}$$

quae a praecedente plane est diversa, cum resolutione autem supra §. 15. inventa, ob $\frac{\pi}{4} - A\,tang.\frac{1}{2} = A\,tang.\frac{1}{3}$, prorsus congruit.

§. 23. Servatis in calculo litteris α et β, si valores pro b, b^{I}, b^{II} supra §. 20. allatos secundum scalam relationis continuemus, erit:

$$b^{III} = 11\,a + 3\,\alpha + 10\,\beta,$$
$$b^{IV} = 31\,a + 10\,\alpha + 24\,\beta;$$
$$b^{V} = 79\,a + 24\,\alpha + 65\,\beta;$$

quibus introductis summatio nostra in genere ita se habet:

$$A\,tg.\tfrac{1}{a} = A\,tg.\frac{1}{a+\alpha} + A\,tg.\frac{1}{a+2\beta} + A\,tg.\frac{1}{5a+2\alpha+3\beta}$$
$$+ A\,g.\frac{1}{11a+3\alpha+10\beta} + A\,tg.\frac{1}{31a+10\alpha+24\beta} + \text{etc.}$$

Apud Eulerum vero, loco citato, adhibitis nostris characteribus, est

$$A\,tg.\tfrac{1}{a} = A\,tg.\frac{1}{a+\alpha} + A\,tg.\frac{1}{3a+\alpha+2\beta} + A\,tg.\frac{1}{5a+\alpha+6\beta}$$
$$+ A\,tg.\frac{1}{7a+\alpha+12\beta} + A\,tg.\frac{1}{9a+\alpha+20\beta} + \text{etc}$$

existente in utraque $aa + 1 = \alpha\beta$. Hae igitur expressiones penitus sunt diversae, aeque ac methodi quarum ope sunt inventae et principia quibus hae methodi innituntur.

DE LA RÉDUCTION DES EXPRESSIONS DE LA FORME

$$\sqrt[3]{(a \pm b\sqrt{c})}$$

AU BINOME $m \pm n\sqrt{c}$.

PAR

C. F. KAUSLER.

Présenté à la Conférence le 11. Juin 1806.

---

§. 1. Le probléme de délivrer, lorsque cela peut se faire, les expressions de la forme $\sqrt[3]{(n \pm b\sqrt{c})}$ de leur double irrationalité, en les réduisant au binome $m \pm n\sqrt{c}$, n'est pas sans intérêt, soit qu'on le regarde comme un écueil digne de l'attention des Analystes, soit qu'on envisage le rapport qu'il a avec la solution des équations du troisième dégré. En effet, s'il est des valeurs de a, b, c, pour lesquelles cette réduction est possible, il est naturel de s'occuper des moyens de la faire, et de simplifier une expression affectée d'un double signe radical. Si au contraire la réduction ne peut pas avoir lieu, on gagnera d'avoir des caractères certains, aux quels on reconnoit cette impossibilité. L'objet de notre mémoire est de déterminer ces caractères, et d'indiquer les moyens de faire la réduction mentionnée, lorsqu'elle est possible.

§. 2. Mais avant que de nous occuper du problême en question, il sera à propos de faire voir, que la solution des équations du troisième dégré par la régle de Cardan en dépend immédiatement. Pour cet effet on se rappellera qu'une des racines de l'équation cubique

$$x^3 - fx - g = 0,$$

est exprimée par la valeur:

$$z = \sqrt[3]{}\left[\frac{f + \sqrt{(f^2 - 27g^2)}}{2}\right] \sqrt[3]{} + \left[\frac{f - \sqrt{(f^2 - 27g^2)}}{2}\right]$$

dont les deux termes, c'est à dire les quantités comprises sous le signe radical sont de la forme $a \pm b\sqrt{c}$. Or il y a une infinité de valeurs de f et de g ou de a, b, c, pour lesquelles il est possible de réduire l'expression $\sqrt[3]{(a \pm b\sqrt{c})}$ à la forme $m \pm n\sqrt{c}$, m et n étant des nombres rationels, et une infinité d'autres, où cette réduction est absolument impossible. Dans le premier cas la racine x est rationelle. Si donc on a une méthode certaine de distinguer ces cas, et de determiner m et n pour ceux, où la réduction a lieu, on a en même tems un moyen direct, de trouver les racines réelles de ces sortes d'équations, sans être obligé d'éprouver tous les facteurs du dernier terme de l'équation proposée, ce qui est souvent fort pénible, et toujours une espèce de tâtonnement. Si au contraire on est certain qu'une expression de la forme $\sqrt[3]{(a \pm b\sqrt{c})}$ n'est point reductible au binome $m \pm n\sqrt{c}$, on peut se dispenser d'essayer les facteurs du dernier terme g, la racine cherchée étant irrationelle. La régle de Cardan ne nous éclaircit point à cet égard, et c'est depuis longtems qu'on a regretté qu'en cela elle reste en défaut. Il faut donc avoir recours à d'autres moyens, pour décider si la reduction, pour un cas donné, a lieu ou non.

§. 3. Plusieurs auteurs ont crû trouver la solution de notre problême, en traitant les expressions $\sqrt[3]{(a \pm b\sqrt{c})}$ d'une manière à peu près semblable à celle dont on se sert, pour délivrer, lorsque cela se peut faire, la formule $\sqrt{(a + b\sqrt{c})}$ de la double irrationalité, c'est-à-dire, en mettant

$$\sqrt[3]{(a + b\sqrt{c})} = m + n\sqrt{c}.$$

Cette équation nous fournit les deux autres: $a = m^3 + 3mn^2c$, et $b = 3m^2n + n^3c$. La première se change en:

$$3na = 3m^3n + 9mn^3c, \text{ et la seconde en:}$$

$$mb = 3m^3n + mn^3c.$$

En retranchant l'une de l'autre, on obtient $m = \frac{3an}{b + 8n^3c}$. Cette valeur, après y avoir fait $n^3 = y$, étant substituée dans l'équation $a = m^3 + 3mn^2c$, la change en;

$$\frac{27a^3y}{(b + 8cy)^3} + \frac{9acy}{b + 8cy} = a,$$

où l'on voit, que la valeur de y se trouve exprimée de nouveau par une équation du troisième dégré, laquelle lorsqu'on la dégage de son second terme, est semblable à celle qu'on a èue au commencement, et qu'il étoit question de résoudre.

§. 4. La doctrine des fractions continues, si féconde en applications utiles, nous offre un moyen aussi simple qu'élégant de resoudre le problème en question. Le voici : On sait que la valeur de chaque fraction continue périodique peut être représentée par la racine d'une équation du second dégré, et se réduit par conséquent à la forme $h \pm k\sqrt{l}$. D'un autre còté toute racine carrée irrationelle, réduite en fraction continue, est nécessairement périodique. Si donc l'expression $\sqrt[3]{(a \pm b\sqrt{c})}$ peut se réduire à la forme $m + n\sqrt{c}$ ou $m + \sqrt{n^2c}$, il faut que cette même expression, transformée en fraction continue, soit périodique. Car si l'on fait $m + \sqrt{n^2c} = x$, on aura $x^2 - 2mx + m^2 - cn^2 = 0$. Or il est prouvé que la racine carrée irrationelle de toute équation du second dégré, réduite en fraction continue, sera toujours périodique, donc $m + \sqrt{n^2c}$ l'est aussi, et par conséquent s'il est possible de donner à l'expression $\sqrt[3]{(a + b\sqrt{c})}$ la forme du binome $m + n\sqrt{c}$, cette expression changée en fraction continue, ne peut être que periodique. Si, au contraire, la fraction continue, qui représente $\sqrt[3]{(a + b\sqrt{c})}$

n'est point périodique, c'est une preuve certaine qu'il est impossible de lui donner la forme $m + n\sqrt{c}$. Tout revient donc à transformer la valeur $\sqrt[3]{(a + b\sqrt{c})}$ en une fraction continue, ce qui n'offre aucune difficulté. La méthode la plus simple dont on puisse se servir pour cet effet, est celle que le célèbre La Grange a exposée dans son excellent traité, intitulé: De la Résolution des Équations numériques de tous les degrés, Remarque IV, §. 87, 88, 89, à laquelle nous renvoyons le lecteur. Elle a encore l'avantage qu'elle nous donne les moyens de reconnoître, si la fraction continue qu'on a trouvée, et dont quelques membres paroissent périodiques, lorsqu'on la continue plus loin, est en effet périodique ou non.

§. 5. Supposons donc que par la méthode de M. La Grange on ait trouvé que l'expression $\sqrt[3]{(a + b\sqrt{c})}$ est égale à la fraction continue périodique:

$$\alpha + \cfrac{1}{\beta + \cfrac{1}{\gamma + \cfrac{1}{\delta + \cfrac{1}{\gamma + \cfrac{1}{\delta + \text{etc.}}}}}}$$

dont la période répétée à l'infini est $\gamma + \frac{1}{\delta}$, et cherchons la valeur de cette fraction. Pour cet effet soit la fraction entière $= x$, et la période $\gamma + \cfrac{1}{\delta + \cfrac{1}{\gamma + \cfrac{1}{\delta + \text{etc.}}}} = y$; il est clair que nous aurons $x = \alpha + \cfrac{1}{\beta + \cfrac{1}{y}}$, et $y = \gamma + \cfrac{1}{\delta + \cfrac{1}{y}}$.

De cette dernière équation nous tirons la valeur

$$y = \frac{\gamma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\gamma^2}{4} + \frac{\gamma}{\delta}\right)}$$

laquelle, substituée dans la première, nous donne x qui sera de la forme $p + q\sqrt{r}$; et maintenant il ne reste plus qu'à faire voir que r est toujours $= c$. Pour cela nous observerons que $p + q\sqrt{r}$ etant $= x = \sqrt[3]{(a + b\sqrt{c})}$, on aura: $(p + q\sqrt{r})^3 = a + b\sqrt{c}$; c'est-à-dire:

$$p^3 + 3p^2q\sqrt{r} + 3pq^2r + q^3r\sqrt{r} = a + b\sqrt{c}.$$

Cette équation ne peut subsister à moins que les parties rationelles ne soient égales aux rationelles, et les irrationelles aux irrationelles: donc $a = p^3 + 3pq^2r$, et $b\sqrt{c} = (3p^2q + q^3r)\sqrt{r}$, donc $\sqrt{c} = \sqrt{r}$, et $c = r$. Par conséquent si $\sqrt[3]{(a + b\sqrt{c})}$, convertie en fraction continue, est périodique, cette expression est toujours reductible à la forme $m + n\sqrt{c}$.

Enfin nous remarquerons, que si $\sqrt[3]{(a + b\sqrt{c})}$ peut se reduire au binome $m + n\sqrt{c}$, on aura nécessairement aussi

$$\sqrt[3]{(a - b\sqrt{c})} = m - n\sqrt{c}.$$

Car, si $\sqrt[3]{(a - b\sqrt{c})}$ n'est point égal à $m - n\sqrt{c}$; $a - b\sqrt{c}$ ne sera non plus égal à $m^3 - 3m^2n\sqrt{c} + 3mn^2c - n^3c\sqrt{c}$; c'est-à-dire: a ne sera point égal à $m^3 + 3mn^2c$, ni $-b$ égal à: $-(3m^2n + n^3c)$. Or puisque $\sqrt[3]{(a + b\sqrt{c})}$ est supposé $= m + n\sqrt{c}$, il s'en suit que $a = m^3 + 3mn^2c$, et $b = 3m^2n + n^3c$. Par conséquent si $\sqrt[3]{(a+b\sqrt{c})} = m + n\sqrt{c}$, il y aura aussi $\sqrt[3]{(a - b\sqrt{c})} = m - n\sqrt{c}$.

§. 6. I. Exemple. Soit donné l'expression $\sqrt[3]{(20+14\sqrt{2})}$. On demande, s'il est possible de la réduire à la forme $m+n\sqrt{2}$, et en cas que la reduction ait lieu, quelles sont les valeurs de m et de n?

En employant ici la méthode de M. la Grange que nous venons de citer, nous aurons:

$$\sqrt[3]{(20+14\sqrt{2})}=3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\text{etc.}}}}$$

où la période $2+\frac{1}{2+\text{etc.}}$, comme on peut s'assurer par cette même méthode, se répète à l'infini, On voit donc que la réduction est possible. Mettant maintenant la fraction continue entière $=x$, et sa période $2+\frac{1}{2+\text{etc.}}=y$, nous aurons: $x=3+\frac{1}{y}$, et $y=2+\frac{1}{y}$. La dernière équation donne $y^2-2y=1$, d'où nous tirons $y=1+\sqrt{2}$, et cette valeur substituée dans la premiere la change en $x=3+\frac{1}{1+\sqrt{2}}=2+\sqrt{2}$. Per conséquent

$$\sqrt[3]{(20+14\sqrt{2})}=2+\sqrt{2}\text{, et}$$
$$\sqrt[3]{(20-14\sqrt{2})}=2-\sqrt{2}.$$

§. 7. *Remarque.* Quoique la racine y de l'équation $y^2-2y=1$, ait deux valeurs $1\pm\sqrt{2}$, dont l'une est plus grande, l'autre plus petite que 2, on n'en peut prendre ici que la première, puisque $y=2+\frac{1}{y}$, laquelle valeur est plus grande que 2.

§. 8. II. Exemple. On demande, si l'éxpression $\sqrt[3]{(279+110\sqrt{7})}$ est reductible à la forme $m+n\sqrt{7}$, et quelles sont les valeurs de m et de n?

L'expression proposée, convertie en fraction continue, est $= 8 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{10 + \text{etc.}}}}}}}}$

et comme cette fraction est périodique, la réduction a lieu. Nommant donc la fraction entière $= x$, et sa partie périodique $= y$, nous aurons: $x = 8 + \frac{1}{y}$, et

$$y = 3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{y}}}}$$

Le dernière équation donne $y = \frac{247y+24}{72y+7}$, de la quelle on obtient $y = \frac{5+2\sqrt{7}}{3}$, et cette valeur, substituée dans l'autre, la change en

$$x = 8 + \frac{3}{5+2\sqrt{7}} = 3 + 2\sqrt{7}.$$

Nous avons donc

$$\sqrt[3]{(279+110\sqrt{7})} = 3+2\sqrt{7}, \text{ et}$$
$$\sqrt[3]{(279-110\sqrt{7})} = 3-2\sqrt{7}.$$

§. 9. III. Exemple. Soit proposé l'expression:

$$\sqrt[3]{(28272+7160\sqrt{37})}.$$

Cette expression convertie en une fraction continue, est

$$= 43 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{60 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{60 + \text{etc.}}}}}}}}}}}$$

et comme cette fraction est périodique, la reduction demandée pourra se faire de la manière suivante. Soit x la fraction entière, et y sa partie périodique: et nous aurons $x = 43 + \frac{1}{y}$, et $y = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{60 + \cfrac{1}{y}}}}}$.

Donc $y = \frac{60.29\,y + 12\,y + 29}{725\,y + 12}$; par conséquent y sera $= \frac{6 + \sqrt{37}}{5}$ et $x = 13 + 5\sqrt{37}$.

Il y aura donc: $\sqrt[3]{(38272 + 7160\sqrt{37})} = 13 + 5\sqrt{37}$,

et $\sqrt[3]{(38272 - 7160\sqrt{37})} = 13 - 5\sqrt{37}$.

DE CURVATURA LINEARUM IN SUPERFICIE SPHAERICA DESCRIPTARUM.

AUCTORE

NICOLAO FUSS.

Conventui exhib. die 21 Januarii 1807.

§. 1. Cum in superficie sphaerica arcus circuli maximi sit linea brevissima, quam intra duo puncta ducere licet, ejusque curvatura ipso sphaerae radio mensuretur, evidens est omnes alias lineas, in superficie sphaerica ductas, ubique magis esse incurvatas, ideoque in quovis loco radium osculi minorem esse radio sphaerae. Quemadmodum igitur pro quavis linea proposita in superficie sphaerae ducta curvaturam per radium osculi determinari oporteat hic investigabo.

§. 2. Proposita hunc in finem linea quacunque CM, pro ejus puncto quovis M concipere licet circulum minorem FGM curvam in M osculantem, unde si ejus polus fuerit in O, arcus circuli maximi OM, inde ad M ductus, spectari poterit tanquam mensura curvaturae in M, quandoquidem sinus hujus arcus OM est verus radius osculi curvae propositae. Quo minor igitur fuerit iste circulus Tab. II. Fig. 1.

FGM, eo major erit curvatura in M. At ubi iste circulus excrescit in circulum sphaerae maximum, ibi elementum curvae congruet cum circulo maximo, quippe cujus curvatura est minima quae in superficie sphaerica locum habere potest.

§. 3. Consideremus jam curvam quamcunque CM in superficie sphaerae ductam, quam ad polum quempiam fixum A, et meridianum, quasi primum, per eum transeuntem CA, referamus, ductoque ex A ad quodlibet curvae punctum M arcu circuli maximi AM, vocemus angulum
Tab. II. Fig. 2. $CAM = x$ et arcum $AM = y$, ita ut natura curvae exprimatur aequatione quadam inter binas coordinatas x et y; radium autem sphaerae perpetuo unitate designemus. Jam si ad punctum proximum m ducatur arcus Am, in quem ex M agatur perpendiculum Mn, erit elementum $mn = \partial y$ et $Mn = \partial x \sin. y$, ob angulum $MAm = \partial x$. Hinc si angulus AMC vocetur $= \Phi = AmC$, erit $\text{tag.}\, \Phi = \frac{\partial x \sin. y}{\partial y}$, sive $\text{tag.}\, \Phi = p \sin. y$, si brevitatis gratia statuatur $\partial x = p \partial y$. Et quoniam in mensuram curvaturae differentialia secundi gradus ingrediuntur, ponamus porro $\partial p = p' \partial y$, ita ut omnes quantitates in hac investigatione occurentes tanquam functiones ipsius y spectari queant.

§. 4. Ad ipsam curvam propositam in M ducamus arcum perpendicularem MO, eritque angulus $AMO = 90° - \Phi$.

Quod si jam ex m pariter ad curvam ducatur arcus normalis mO, priori occurrens in puncto O, erit O polus circuli minoris curvam per elementum Mm osculantis, arcusque MO sinus exhibebit verum radium osculi. Ponamus igitur arcum $MO = r$, cui aequalis erit arcus mO, atque totum negotium nunc eo redit, ut hujus arcus $MO = r$ quantitas per elementa calculi supra stabilita definiatur, id quod sequenti modo commodissime fieri poterit.

§. 5. Cum punctum O in eodem perseveret loco, dum ex M in m procedimus, hoc est dum x et y suis differentialibus ∂x et ∂y augentur, ex A ad O ducatur arcus circuli maximi AO, qui cum interea invariatus maneat, ejus differentiale nihilo aequatum deducet ad radii osculi r determinationem. Quare cum ex triangulo sphaerico AMO sit

$$\cos. AO = \cos. y \cos. r + \sin. y \sin. r \sin. \Phi,$$

erit $\cos. r . \partial . \cos. y + \sin. r . \partial . \sin. y \sin. \Phi = 0$,

unde statim sequitur

$$\operatorname{tag.} r = \frac{\partial y \sin. y}{\partial . \sin. y \sin. \Phi}.$$

§. 6. Cum jam sit $\operatorname{tag.} \Phi = p \sin. y$ (§. 3.), erit $\sin. \Phi = \frac{p \sin. y}{\sqrt{1 + pp \sin. y^2}}$, consequenter erit

$$\operatorname{tag.} r = \partial y \sin. y : \partial . \frac{p \sin. y^2}{\sqrt{1 + pp \sin. y^2}}.$$

Quodsi ergo brevitatis gratia ponamus $\frac{p \sin. y^2}{\sqrt{1 + pp \sin y^2}} = v$, cujus valor ex data aequatione curvae facile eruere licet, habebimus pro radio osculi quaesito tang. $r = \frac{\partial y \sin.y}{\partial v}$, quam ergo formulam pro quovis casu facile assignare licebit.

§. 7. Notari meretur illam formulam v exprimere sinum perpendiculi, quod ex puncto A in tangentem curvae demittitur. Concipiatur scilicet circulus maximus MP curvam in M tangens, in eumque ex A ducamus perpendiculariter arcum AP, quia in triangulo sphaerico AMP habemus arcum AM $= y$ et angulum AMP $= \Phi$, erit sin. AP $=$ sin. y sin. $\Phi = \frac{p \sin.y^2}{\sqrt{1 + pp \sin.y^2}} = v$. Hinc jam intelligitur formulam nostram pro curvatura inventam egregie convenire cum formula cognita, qua radius osculi pro curvis in eodem plano sitis ope perpendiculi in tangentem definiri solet. Applicemus formulam nostram ad aliquot curvas insigniores in superficie sphaerica ductas.

Problema 1.

§. 8. *Si linea data CM fuerit arcus circuli maximi, ejus radium osculi in singulis punctis assignare.*

Solutio.

Meridianus noster fixus AC accipiatur ita, ut in curvam propositam sit normalis. Cum igitur triangulum sphaericum ACM sit ad C rectangulum, posito arcu cognito AC$=a$, erit tag.y cos.$x =$ tag. a, ideoque cos.$x =$ tag. cot.y, et differentiando erit $\partial x \sin. x = \frac{\partial y \, tg. a}{sin. y^2}$, hincque ob $\sin. x = \frac{\sqrt{sin. y^2 - tg. a^2 \, cos. y^2}}{sin. y}$, fiet

$$\partial x = p \partial y = \frac{\partial y \, tag. a}{sin. y \sqrt{sin. y^2 - tg. a^2 \, cos. y^2}},$$

unde porro nanciscimur $p = \frac{tg. a}{sin. y \sqrt{sin. y^2 - tg. a^2 \, cos. y^2}}$ et

$$1 + pp \sin. y^2 = \frac{sin. y^2}{cos. a^2 (sin. y^2 - tg. a^2 \, cos. y^2)}.$$

Hinc autem sequitur fore

$$v = \frac{p \, sin. y^2}{\sqrt{1 + pp \, sin. y^2}} = \sin. a \text{ et } \partial v = 0$$

ex quo deducitur radius osculi $r = 90°$. Fit enim $\operatorname{tag}. r = \frac{\partial y \, sin. y}{\partial v} = \infty$, ideoque r quadrans circuli maximi, uti rei natura postulat. Subjungamus hujus problematis inversum.

Problema 2.

§. 9. *In superficie sphaerica invenire omnes lineas CM, pro quibus radius osculi r est quadrans circuli.*

Solutio.

Cum pro his lineis sit $\operatorname{tg}. r = \infty$, sive $\cot. r = \frac{\partial v}{\partial y \, sin. y} = 0$, erit $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$, ideoque $v = c = \frac{p \, sin. y^2}{\sqrt{1 + pp \, sin. y^2}}$, unde fit $p = \frac{\partial x}{\partial y} = \frac{c}{sin. y \sqrt{sin. y^2 - cc}}$, ideoque $\partial x = \frac{c \partial y}{sin. y \sqrt{sin. y^2 - cc}}$, cujus integrale rite sumtum deprehenditur esse

$$x = \text{Arc. cos.} \frac{c \, cos. y}{sin. y \sqrt{1 - cc}}$$

qua igitur aequatione omnes curvae problemati satisfacientes continentur.

Problema 3.

§. 10. *Si linea proposita fuerit circulus sphaerae minor quicunque, ejus curvaturam in singulis punctis determinare.*

Solutio.

Tab. II. Fig. 3. Transeat meridianus noster fixus AC per centrum circuli minoris propositi B, sitque CMD ipse hic circulus, ad cujus quodvis punctum M ducatur arcus AM, ut habeamus angulum CAM $= x$ et arcum AM $= y$. Vocentur autem arcus AB $= a$ et radius circuli minoris BM $= b$, eritque ex triangulo sphaerico ABM, ut constat

$$\cos. x = \frac{\cos. b - \cos. a \cos. y}{\sin. a \sin. y}.$$

Hinc sumtis differentialibus oritur

$$\partial x \sin. x = \frac{\partial y (\cos. b \cos. y - \cos. a)}{\sin. a \sin. y^2}.$$

Quare cum sit $\sin. x = \frac{\sqrt{1 - \cos. a^2 - \cos. b^2 - \cos. y^2 + 2 \cos. a \cos. b \cos. y}}{\sin. a \sin. y}$

habebimus $p = \frac{(\cos. b \cos. y - \cos. a)}{\sin. y \sqrt{1 - \cos. a^2 - \cos. b^2 - \cos. y^2 + 2 \cos. a \cos. b \cos. y}}$

$$1 + pp \sin. y^2 = \frac{\sin. y^2 (1 - \cos. b^2)}{1 - \cos. a^2 - \cos. b^2 - \cos. y^2 + 2 \cos. a \cos. b \cos. y}$$

unde denique conficitur $v = \frac{\cos. b \cos. y - \cos. a}{\pm \sqrt{1 - \cos. b^2}}$. Cum igitur invenerimus $\text{tg.} r = \frac{\partial y \sin. y}{\partial v}$, ob $\partial v = \pm \frac{\partial y \sin. y}{\text{tag.} b}$, fiet $\text{tg.} r = \pm \text{tg.} b$, ideoque $r = b$. Hinc sequitur radium circuli minoris fore quoque radium circuli osculantis. Aggrediamur nunc quoque problema inversum.

Problema 4.

§. 11. *In superficie sphaerae quaerere omnes curvas CM, quae in omnibus punctis eandem habeant curvaturam.*

Solutio.

Quoniam igitur radius osculi in omnibus his curvis debet esse constans, ponamus $r = c$, eritque vi nostrae formulae generalis $tag.\, c = \frac{\partial y\, sin.\, y}{\partial v}$, ideoque $\partial v = \frac{\partial y\, sin.\, y}{tag.\, c}$, unde integrando elicitur $v = C - \frac{cos.\, y}{tag.\, c}$, cujus loco utamur forma hac commodiore: $v = a + b\cos.\, y$. Cum igitur sit $v = \frac{p\, sin.\, y^2}{\sqrt{1 + pp\, sin.\, y^2}} = a + b\cos.\, y$, erit $p = \frac{\partial x}{\partial y} = \frac{a + b\, cos.\, y}{sin.\, y \sqrt{sin.\, y^2 - (a + b\, cos.\, y)^2}}$ ita ut pro curvis quaesitis hanc nacti simus aequationem: $\partial x = \frac{(a + b\, cos.\, y)\, \partial y}{sin.\, y \sqrt{sin.\, y^2 - (a + b\, cos.\, y)^2}}$, cujus igitur integrale quaerendum est, antequam problema nostrum pro perfecte soluto haberi queat.

Sequentium autem artificiorum ope hoc integrale obtinere poterimus. Ponamus $a + b\cos.\, y = u\sin.\, y$, ut nostra aequatio ad hanc formam simpliciorem reducatur: $\partial x = \frac{\partial y}{sin.\, y} \times \frac{u}{\sqrt{1 - uu}}$, et nunc totum negotium eo est reductum, ut littera y penitus ex calculo expellatur ejusque loco u introducatur. Hunc in finem differentietur aequatio assumta $a + b\cos.\, y = u\sin.\, y$, quo facto nanciscimur

$\partial y = \frac{-\partial u \sin. y}{u \cos. y + b \sin. y}$, unde porro deducitur:

$$\partial x = \frac{-\partial u}{u \cos. y + b \sin. y} \times \frac{u}{\sqrt{1 - uu}}.$$

Nunc ad y penitus elidendum ponatur $u \cos. y + b \sin. y = s$, et cum sit per hyp.: $u \sin. y - b \cos. y = a$, quadratis addendis impetramus $ss + aa = uu + bb$, unde oritur $s = \sqrt{uu + bb - aa}$. Hoc ergo modo pervenimus ad aequationem $\partial x = -\frac{u \partial u}{\sqrt{1 - uu} . \sqrt{uu + bb - aa}}$. Ponamus nunc $\sqrt{1 - uu} = t$, erit $\frac{-u \partial u}{\sqrt{1 - uu}} = \partial t$, factaque substitutione fiet

$$\partial x = \frac{\partial t}{\sqrt{1 - aa + bb - tt}},$$

Quare posito brevitatis gratia $1 - aa + bb = ff$, ita ut sit $\partial x = \frac{\partial t}{\sqrt{(ff - tt)}}$, sumto integrali erit $x = \text{Arc.} \sin. \frac{t}{f}$, ergo restitutis valoribus, ob $\sin. x = \frac{t}{f}$, erit

$$\sin. x = \frac{\sqrt{1 - uu}}{\sqrt{(1 - aa - bb)}} = \frac{\sqrt{\sin. y^2 - (a + b \cos. y)^2}}{\sin. y \sqrt{(1 - aa + bb)}}$$

atque hinc $\cos. x = \frac{b + a \cos. y}{\sin. y \sqrt{1 - aa + bb}}$. Hinc autem comparatione cum superiori problemate facta facile patet curvam quaesitam esse circulum minorem, cujus radius $= c$, existente $b = -\cot. c$.

Ceterum hanc postremam expressionem etiam immediate ex aequatione differentiali $\partial x = \frac{-u \partial u}{\sqrt{1 - uu} . \sqrt{uu + bb - aa}}$ derivare licet, ponendo $\sqrt{uu + bb - aa} = s$, unde fit $\partial s = \frac{u \partial u}{\sqrt{uu + bb - aa}}$ et $\partial x = \frac{-\partial s}{\sqrt{1 - uu}} = \frac{-\partial s}{\sqrt{(1 - aa + bb - ss)}}$ hinc

$$x = \text{Arc. cos.} \frac{s}{\sqrt{1 - aa + bb}}, \text{ ergo cos.}\, x = \frac{s}{\sqrt{1 - aa + bb}}.$$

Est vero $s = \sqrt{uu + bb - aa} = \frac{b + a \cos. y}{\sin. y}$, ergo

$$\cos. x = \frac{b + a \cos. y}{\sin. y \sqrt{1 - aa + bb}}, \text{ ut supra.}$$

Problema 5.

§. 12. *Si curva proposita fuerit Loxodromia omnes meridianos ex polo eductos sub eodem angulo trajiciens, invenire ejus curvaturam in singulis punctis.*

Solutio.

Sit istae Loxodromiae arcus CM, qui meridianum e polo A eductum AM sub dato angulo AMC $= \alpha$ trajiciat, eritque ex triangulo characteristico Mmn Tab. II. Fig. 4.

$$\text{tag.}\, \alpha = \frac{Mn}{mn} = \frac{\partial x \sin. y}{\partial y} = p \sin. y,$$

unde fit $\sqrt{1 + pp \sin. y^2} = \frac{1}{\cos. \alpha}$, hincque porro colligimus $v = \sin. \alpha \cos. y$, ideoque $\partial v = \partial y \sin. \alpha \cos. y$, unde pro curvatura quaesita emergit $\text{tg.}\, r = \frac{\text{tg}\, y}{\sin. \alpha}$. Hinc intelligitur tangentem radii osculi ad tangentem arcus AM $= y$ constantem tenere rationem. Constat autem hanc curvam per infinitas spiras ex ipso polo progredi.

Problema 6.

§. 13. *Si curva proposita faerit Epicycloïs sphaerica, revolutione circuli super alio, sive maximo, sive minore oriunda, ejus curvaturam in singulis punctis assignare.*

Solutio.

Tab II. Fig. 5. Sit punctum nostrum fixum A polus circuli immobilis CP, ponaturque pro eo arcus $AC = a$. Super CP volvatur circulus mobilis PMN et describat curvam CM, initio in puncto C facto. Hujus circuli mobilis polus sit in O, ejusque radius sit $OM = b$. Jam si ex A per O ducatur arcus AOP, is per punctum contactus P transibit eritque arcus $PM = CP$. Ducto nunc arcu AM, vocetur $AM = y$ et angulus $CAM = x$, tum vero sit angulus $MAP = \theta$ et angulus $POM = \Phi$, eritque arcus $PM = \Phi \sin. b$; tum vero, ob angulum $CAP = x + \theta$, erit arcus $CP = (x + \theta) \sin. a$. Hinc sequitur ob $PM = CP$ fore $\Phi \sin. b = (x + \theta) \sin. a$, hoc est $x = \frac{\Phi \sin. b}{\sin. a} - \theta$. Nunc igitur videndum est quomodo hi anguli Φ et θ in subsidium vocati iterum ex calculo expellantur, ut aequatio inter x et y obtineatur.

Hoc autem commode fieri potest ope trianguli sphaerici AOM, cujus latera sunt $AM = y$, $OM = b$, $AO = a - b$, cujus postremi loco scribamus c. Ex his lateribus primo quaeratur angulus $MAO = \theta$, ope formulae $\cos. \theta = \frac{\cos. b - \cos. c \cos. y}{\sin. c \sin. y}$, ex qua fit $\sin. \theta = \frac{\sqrt{1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. y^2 + 2 \cos. b \cos. c \cos. y}}{\sin. c \sin. y}$ et cum ex priore formula differentiata fiat

$$-\partial \theta \sin. \theta = \frac{\partial y (\cos. c - \cos. b \cos. y)}{\sin. c \sin. y^2}, \text{ habebimus}$$

$$-\partial\theta = \frac{\partial y\,(\cos. c - \cos. b\,\cos. y)}{\sin. y\,\sqrt{1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. y^2 + 2\cos. b\,\cos. c\,\cos. y}}.$$

Deinde ex eodem triangulo, ob angulum $AOM = 180^\circ - \Phi$, erit $-\cos. \Phi = \frac{\cos. y - \cos. b\,\cos. c}{\sin. b\,\sin. c}$, hinc

$$\sin. \Phi = \frac{\sqrt{1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. y^2 + 2\cos. b\,\cos. c\,\cos. y}}{\sin. b\,\sin. c}.$$

Cum igitur ex priori differentiata evadat

$$\partial\Phi\,\sin. \Phi = \frac{-\partial y\,\sin. y}{\sin. b\,\sin. c},\ \text{hinc elicitur}$$

$$\partial\Phi = \frac{-\partial y\,\sin. y}{\sqrt{(1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. y^2 + 2\cos. b\,\cos. c\,\cos. y)}}$$

unde porro, ob $\partial x = \frac{\partial\Phi\,\sin b}{\sin. a} - \partial\theta$, emergit

$$\partial x = \frac{\partial y\,\sin. a\,(\cos. c - \cos. b\,\cos y) - \partial y\,\sin. b\,\sin. y^2}{\sin. a\,\sin. y\,\sqrt{1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. y^2 + 2\cos. b\,\cos. c\,\cos. y}}$$

quae est aequatio quaesita inter y et x. Cum igitur hinc sit:

$$p = \frac{\sin. a\,(\cos. c - \cos. b\,\cos. y) - \sin. b\,\sin. y^2}{\sin. a\,\sin. y\,\sqrt{1 - \cos. b^2 - \cos. c^2 - \cos. y^2 + 2\cos. b\,\cos. c\,\cos. y}}$$

invenietur

$$v = \frac{\sin. a\,(\cos. c - \cos. b\,\cos. y) - \sin. b\,\sin. y^2}{\sqrt{\sin. a^2\,\sin b^2 - 2\sin. a\,\sin. b\,(\cos. c - \cos. b\,\cos. y) + \sin. b^2\,\sin. y^2}}$$

unde porro fit $\text{tag.}\, r = \frac{\partial y\,\sin. y}{\partial v}$.

Corollarium.

§. 14. Evolvamus casum quo circulus mobilis est maximus; curva enim hinc oriunda ideo praecipue est notatu digna, quod ea sola sit rectificabilis inter curvas in superficie sphaerae descriptas. Ponatur igitur $b = 90^\circ$, ita ut $c = a - 90^\circ$, ideoque $\cos. c = \sin. a$ et $\sin. c = -\cos. a$, eritque $v = \sqrt{\cos. a^2 - \cos. y^2}$, unde porro habebitur $\text{tag.}\, r = \frac{\sqrt{\cos. a^2 - \cos. y^2}}{\cos. y}$.

INTEGRATIO FORMULARUM

$$\frac{\partial z\,(1 - zz)^2}{(1 + zz)\sqrt[4]{(1 + 6\,zz + z^4)^3}}$$

ET

$$\frac{\partial z\,(1 + zz)^2}{(1 - zz)\sqrt[4]{(1 - 6\,zz + z^4)^3}}$$

AUCTORE

ST. RUMOVSKI.

Conventui exhibita die 2 Aug. 1807.

1) Magnus Eulerus in Tomo IX Novorum Actorum egit de integratione harum formularum, ubi singulari et summo Viro digna methodo elicuit integtale prioris formulae; de posteriori vero, cum integrale illius ex priori per imaginaria traduxisset, nullam asserit patere viam directe illud inveniendi: id circo argumentum hoc dignum censuit, ut geometrae vires suas exercerent. Desiderio viri, quo ad vixero, mihi colendi satisfacturus tentavi integrationem formulae posterioris, et cum integrationem illius methodo directa elicere mihi licuerit, non ingratum fore Academiae Scientiarum existimavi, si med'ta-

tiones meas hac de re judicio illius submisero. Initium faciam ab integratione formulae prioris, quippe qui iisdem fere modis, quibus in integranda illa usus sum, ad integrationem posterioris methodo directa pertingere mihi liceat.

Problema 1.

2) Formulae differentialis

$$\partial V = \frac{\partial z\,(1 - zz)^2}{(1 + zz)\sqrt[4]{(1 + 6zz + z^4)^3}}$$

integrale eruere.

Solutio.

Cum $\frac{(1+z)^4}{(1-z)^4}$ sit $= \frac{1+4z+6zz+4z^3+z^4}{1-4z+6zz-4z^3+z^4}$ et $1 + \frac{(1+z)^4}{(1-z)^4} = \frac{2(1+6zz+z^4)}{(1-z)^4}$. Ponatur $x = \frac{1+z}{1-z}$ et prodibit $1 + x^4 = \frac{2(1+6zz+z^4)}{(1-z)^4}$. Cum igitur sit $z = \frac{x-1}{x+1}$ et $1 - z = \frac{2}{x+1}$ fiet $1 - zz = \frac{4x}{(x+1)^2}$ et $1 + zz = \frac{2(xx+1)}{(x+1)^2}$ nec non

$$\sqrt[4]{(1 + 6zz + z^4)^3} = \frac{4\sqrt[4]{2(1 + x^4)^3}}{(1 + x)^3}.$$

Differentiando autem $\partial z = \frac{2\partial x}{(1+x)^2}$; substitutis his valoribus in formula proposita obtinebitur

$$\partial V = \frac{2^{\frac{7}{4}}xx\partial x}{(1 + x)(1 + xx)\sqrt[4]{(1 + x^4)^3}}$$

cujus integrale commodissime eruitur multiplicando numeratorem et denomeratorem in $x-1$, et factore numerarico seposito nanciscimur

$$\partial V = \frac{x^3 \partial x}{(x^4-1)\sqrt[4]{(1+x^4)^3}} - \frac{xx\partial x}{(x^4-1)\sqrt[4]{(1+x^4)^3}}$$

$$\text{sive } \partial V = \frac{-x^3 \partial x}{(1-x^4)\sqrt[4]{(1+x^4)^3}} + \frac{xx\partial x}{(1-x^4)\sqrt[4]{(1+x^4)^3}}$$

3) Integratio prioris membri nulla laborat difficultate, nam posito $\sqrt[4]{(1+x^4)} = y\sqrt[4]{2}$ fit

$$\frac{-x^3 \partial x}{(1-x^4).\sqrt[4]{(1+x^4)^3}} = -\frac{1}{\sqrt[4]{8}}\frac{\partial y}{1-y^4}.$$

Est vero $\dfrac{\partial y}{1-y^4} = \dfrac{\frac{1}{2}\partial y}{1-yy} + \dfrac{\frac{1}{2}\partial y}{1+yy}$

$$\text{et } \frac{\frac{1}{2}\partial y}{1-yy} = \frac{\frac{1}{4}\partial y}{1-y} + \frac{\frac{1}{4}\partial y}{1+y}.$$

Hinc integrale partis prioris erit:

$$\int \frac{-x^3 \partial x}{(1-x^4)\sqrt[4]{(1+x^4)^3}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{8}}\, l\, \frac{1-y}{1+y} - \frac{1}{2\sqrt[4]{8}} \text{ A tg. } y:$$

Vel restituto factore numerico $2^{\frac{3}{4}}$

$$\tfrac{1}{2}\, l\, \tfrac{1-y}{1+y} - \text{A tang. } y.$$

Cum igitur sit

$$y = \frac{\sqrt[4]{(1+x^4)}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{(1+6zz+z^4)^3}}{1-z};$$

Substituto in locum y illius valore resultabit integrale prioris membri:

$$\tfrac{1}{2}\, l\, \frac{1-z-\sqrt[4]{(1+6zz+z^4)}}{1-z+\sqrt[4]{(1+6zz+z^4)}} - \text{A tg.}\, \frac{\sqrt[4]{(1+6zz+z^4)}}{1-z}.$$

4) Integrale alterius membri aeque facile eruitur ponendo primum $x = \frac{1}{s}$, fit etenim

$$\frac{xx\partial x}{(1-x^4)\sqrt[4]{(1+x^4)^3}} = \frac{s^3\partial 3}{(1-s^4)\sqrt[4]{(1+s^4)^3}};$$

Dein $\sqrt[4]{(1+s^4)} = t\sqrt[4]{2}$ membrum hoc abit in $\dfrac{1}{\sqrt[4]{8}}\;\dfrac{\partial t}{1-t^4}$,

cujus adeo integrale erit $\frac{1}{2}\, l\, \frac{1+t}{1-t} + \text{A tang.}\, t$,

restituto valore ipsius

$$t = \frac{\sqrt[4]{(1+x^4)}}{x\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{(1+6zz+z^4)}}{1+z}$$

integrale posterioris membri obtinetur

$$\tfrac{1}{2}\, l\, \frac{1+z+\sqrt[4]{(1+6zz+z^4)}}{1+z-\sqrt[4]{(1+6zz+z^4)}} + \text{A tg.}\, \frac{\sqrt[4]{(1+6zz+z^4)}}{1+z}.$$

Posito vero $\sqrt[4]{(1+6zx+z^4)} = Z$ et combinandis logarithmis fit

$$V = \tfrac{1}{2}\, l\, \frac{1-(Z+z)^2}{1-(Z-z)^2} + \text{A tg.}\, \frac{Z}{1+z} - \text{A tg.}\, \frac{Z}{1+z}$$

et quoniam est $\text{A tg.}\, a - \text{A tg.}\, b = \text{A tg.}\, \frac{a-b}{1+ab}$ resultabit

$$V = \tfrac{1}{2}\, l\, \frac{1-(Z+z)^2}{1-(Z-z)^2} - \text{A tang.}\, \frac{2zZ}{1-zz+ZZ}$$

Alia Solutio.

5) Solutionem hanc, etsi operosior sit praecedente, ideo potissimum hic subjungo, quia substitutio in illa adhibita viam mihi aperuit integrale alterius formulae inveniendi. Posito $x = \frac{2z}{1+zz}$ erit $z = \frac{1+\sqrt{(1-xx}}{x}$ et

$$zz = \frac{2-xx+2\sqrt{(1+xx)}}{xx}.$$

Hinc $1+zz = \frac{2(1+\sqrt{(1-xx)}}{xx}$ et

$$1-zz = -2\frac{(1+\sqrt{(1-xx)})\sqrt{(1-xx)}}{xx}$$

et differentiando

$$\partial z = -\frac{\partial x(1+\sqrt{(1-xx)})}{xx\sqrt{(1-xx)}}.$$

Porro cum sit $1+xx = \frac{1+6zz+z^4}{(1+zz)^2}$ habebitur

$$\sqrt[4]{(1+6zz+z^4)^3} = \frac{2^{\frac{3}{2}}(1+\sqrt{(1-xx)})^{\frac{3}{2}}\sqrt[4]{(1+xx)^3}}{x^3}.$$

Surrogatis his valoribus in formula proposita orietur:

$$\partial V = -\frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{\partial x\sqrt{(1+\sqrt{(1+xx)})}\sqrt{(1-xx)}}{x\sqrt[4]{(1+xx)^3}}.$$

6) Pro tollendis signis radicalibus, numeratorem ingredientibus, ponatur primum $\sqrt{(1-xx)} = y$, unde obtinebitur $-\frac{\partial x}{x} = \frac{y\partial y}{1-yy}$, nec non $\sqrt[4]{(1+xx)^3} = \sqrt[4]{(2-yy)^3}$ unde fit

$$\partial V = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\,yy\partial y\sqrt{(1+y)}}{(1-yy)\sqrt[4]{(2-yy)^3}}.$$

Fiat jam $y = \frac{2v}{1+vv}$, erit $1+y = \frac{(1+v)^2}{1+vv}$ et $1-yy = \frac{(1-vv)^2}{(1+vv)^2}$ nec non $2-yy = \frac{2(1+v^4)}{(1+vv)^2}$, unde orietur

$$\partial V = \frac{2^{\frac{3}{4}} vv \partial v}{(1-v)(1+vv)\sqrt[4]{(1+v^4)^3}}.$$

Cujus integrale, qua ratione perfici debeat, ex praecedentibus intelligitur, idcirco eruendo illi supersedeo.

Problema II.

7) Formulae differentialis

$$\partial V = \frac{\partial z\,(1+zz)^2}{(1-zz)\sqrt[4]{(1-6\,zz+z^4)^3}}$$

integrale elicere.

Solutio.

Statuto $x = \frac{2z}{zz-1}$ omnes operationes in solutione praecedente occurrentes etiam hic sunt repetendae, erit igitur $z = \frac{1+\sqrt{(1+xx)}}{x}$ et $1 - zz = -\frac{2(1+\sqrt{(1+xx)})}{xx}$, nec non

$1 + zz = 2\frac{(1+\sqrt{(1+xx)})\sqrt{(1+xx)}}{xx}$, et differentiando

$\partial z = -\frac{\partial x(1+\sqrt{(1+xx)})}{xx\sqrt{(1+xx)}}$.

Porro cum sit $xx = \frac{4zz}{(zz-1)^2}$ habebitur

$$\sqrt[4]{(1-xx)^3} = \frac{\sqrt{(1-6\,zz+z^4)^3}}{\sqrt{(zz-1)^3}}.$$

Surrogatis his valoribus resultabit

$$\partial V = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{\partial x\sqrt{(1+xx)}\sqrt{(1+\sqrt{(1+xx)})}}{x\sqrt[4]{(1-xx)^3}}.$$

8) Ut signa radicalia ex numeratore eliminentur ponatur, ut supra $\sqrt{(1+xx)} = y$; fiet

$$\sqrt{(1+\sqrt{(1+xx)})} = \sqrt{(1+y)};$$
$$\sqrt[4]{(1-xx)^3} = \sqrt[4]{(2-yy)^3}$$

et $\frac{\partial x}{x} = \frac{y\partial y}{yy-1}$. Hinc

$$\partial V = \frac{\frac{1}{12} yy\partial y}{(y-1)\sqrt{(1+y)}\sqrt[4]{(2-yy)^3}}.$$

Dein $y = \frac{2v}{1+vv}$ ut fit $\sqrt{(1+y)} = \frac{1+v}{\sqrt{1+vv}}$ et $y-1 = -\frac{(1-v)^2}{1+vv}$ nec non $\partial y = \frac{2\partial v(1-vv)}{(1+vv)^2}$ atque

$$\sqrt[4]{(2-yy)} = \frac{\sqrt[4]{2(1+v^4)}}{\sqrt{(1+vv)}}.$$

Fracta jam debita substitutione orietur

$$\partial V = \frac{-2^{\frac{7}{4}} vv\partial v}{(1-v)(1+vv)\sqrt[4]{(1+v^4)^3}}.$$

Multiplicando autem numeratorem et denominatorem per $1+v$, atque omisso factore numerico resultabit

$$\partial V = \frac{-v^3\partial v}{(1-v^4)\sqrt[4]{(1+v^4)^3}} - \frac{vv\partial v}{(1-v^4)\sqrt[4]{(2+v^4)^3}}.$$

9) Integrale prioris *membri*, posito $\sqrt[4]{(1+v^4)} = s\sqrt[4]{2}$ et peracta debita transformatione, cujus supra specimen est exhibitum, resultabit

$$\frac{1}{4\sqrt[4]{8}}\, l\, \frac{1-s}{1+s} - \frac{1}{2\sqrt[4]{8}} \text{ A tang. } s$$

vel restituto factore numerico $\frac{1}{2}\, l\, \frac{1-s}{1+s} - \text{A tg. } s$.

Cum jam sit $y = \frac{2v}{1+vv}$ et $\sqrt{(1+xx)} = y$ habebitur

$$v = \frac{1 + x\sqrt{-1}}{\sqrt{(1+xx)}} = \frac{\sqrt{(1+x\sqrt{-1})}}{\sqrt{(1-x\sqrt{-1})}}, \text{ hinc}$$

$$\frac{\sqrt[4]{(1+v^4)}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{(1-xx)}}{\sqrt{(1-x\sqrt{-1})}}$$

et ob $x = \frac{2z}{zz-1}$ orietur

$$\sqrt[4]{(1-xx)} = \frac{\sqrt[4]{(1-6zz+z^4)}}{\sqrt{(zz-1)}}$$

et $\sqrt{(1-x\sqrt{-1})} = \frac{z-\sqrt{-1}}{\sqrt{(zz-1)}}$, quam obrem fiet

$$s = \frac{\sqrt[4]{(1+v^4)}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{(1-6zz+z^4)}}{z-\sqrt{-1}}$$

atque integrale prioris membri obtinebitur

$$\tfrac{1}{2} l \frac{z-\sqrt{-1}-\sqrt[4]{(1-6zz+z^4)}}{z-\sqrt{-1}+\sqrt[4]{(1-6zz+z^4)}} - \text{A tg.} \frac{\sqrt[4]{(1-6zz+z^4)}}{z-\sqrt{-1}}.$$

10) Posterius membrum, posito $v = \frac{1}{s}$ abit in $\frac{-s^3 \partial s}{(1-s^4)\sqrt{(1+s^4)^3}}$

et facto $\sqrt{(1+s^4)} = t\sqrt[4]{2}$ prodit

$$\frac{-s^3\partial s}{(1-s^4)\sqrt[4]{(1+s^4)^3}} = -\frac{1}{\sqrt[4]{8}} \frac{\partial t}{1-t^4}.$$

Cujus integrale, restituto factore numerico, est $\frac{1}{2} l \frac{1-t}{1+t} - \text{A tg.}\, t$

Cum sit $t = \frac{\sqrt[4]{(1+v^4)}}{v\sqrt[4]{2}}$ et $v = \frac{1+x\sqrt{-1}}{\sqrt{(1+xx)}}$ erit

$$t = \frac{\sqrt[4]{(1-xx)}}{\sqrt{(1+x\sqrt{-1})}}$$ et quia est $x = \frac{2z}{zz-1}$ habebitur

$t = \frac{\sqrt[4]{(1 - 6zz + z^4)}}{z + \sqrt{-1}}$, quam ob rem integrale membri posterioris erit

$$\tfrac{1}{2} l \frac{z + \sqrt{-1} - \sqrt[4]{(1 - 6zz + z^4)}}{z + \sqrt{-1} + \sqrt[4]{(1 - 6zz + z^4)}} - \text{A tg.} \frac{\sqrt[4]{(1 - 6zz + z^4)}}{z + \sqrt{-1}}$$

sive posito $\sqrt[4]{(1 - 6zz + z^4)} = Z$ et combinandis logarithmis

$$\tfrac{1}{2} l \frac{1 + (Z - z)^2}{1 + (Z + z)^2} - \text{A tg.} \frac{Z}{z + \sqrt{-1}} - \text{A tg.} \frac{Z}{z - \sqrt{-1}}.$$

Est vero $\text{A tang.}\, a + \text{A tang.}\, b = \text{A tang.} \frac{a + b}{1 - ab}$ fiet

$$\text{A tg.} \frac{Z}{z + \sqrt{-1}} + \text{A tg.} \frac{Z}{z - \sqrt{-1}} = \text{A tg.} \frac{2zZ}{1 + zz - zz}.$$

Hinc integrale quaesitum a quantitatibus imaginariis liberum

$$V = \tfrac{1}{2} l \frac{1 + (Z - z)^2}{1 + (Z + z)^2} - \text{A tang.} \frac{2zZ}{1 + zz - zz}$$

idem ipsum, quod magnus Eulerus methodo indirecta elicuerat.

Solutio II.

11) Substitutio $zz = \frac{1 + x}{1 - x}$ aeque idonea est ad integrandam utramque formulam; verum missa prioris integratione tantum posterioris brevibus hic recensendam existimavi. Posito $zz = \frac{1 + x}{1 - x}$ et factis debitis substitutionibus formula nostra fit

$$\partial V = \frac{-\frac{1}{\sqrt{2}} \partial x}{x(1 - x)\sqrt{(1 + x)}\sqrt[4]{(2xx - 1)^3}}.$$

Dein posito $x = \frac{1 + vv}{2v}$ fit $1 + x = \frac{(1 + v)^2}{2v}$ et $1 - x = -\frac{(1 - v)^2}{2v}$.

ac $\sqrt[4]{(2xx-1)^3} = \frac{\sqrt[4]{(1+v^4)^3}}{2^{\frac{3}{4}} v \sqrt{v}}$ atque seposito factore numerico abit tandem in

$$\partial V = \frac{-v^3 \partial v}{(1-v^4)\sqrt[4]{(1+v^4)^3}} - \frac{vv\partial v}{(1-v^4)\sqrt[4]{(1+v^4)^3}}.$$

Quam ob rem posito $\sqrt[4]{(1+v^4)} = y\sqrt[4]{2}$ integrale prioris membri ex praecedentibus est

$$\frac{1}{4\sqrt[4]{8}} l \frac{1-y}{1+y} - \frac{1}{2\sqrt[4]{8}} \text{A tang.}\, y$$

jam vero est $y = \frac{\sqrt[4]{(1+v^4)}}{\sqrt[4]{2}}$ et $zz = \frac{1+x}{1-x} = \frac{1+2v+vv}{2v-1-vv}$,

hinc $v = \frac{zz-1+2z\sqrt{-1}}{zz+1}$ sive $v = \frac{z+\sqrt{-1}}{z-\sqrt{-1}}$ atque

$$y = \frac{\sqrt[4]{(1-6zz+z^4)}}{z-\sqrt{-1}}.$$

Hinc integrale prioris membri

$$\tfrac{1}{2} l \frac{z-\sqrt{-1}-Z}{z-\sqrt{-1}+Z} - \text{A tang.}\, \frac{Z}{z-\sqrt{-1}}:$$

Integrale vero posterioris, procedendo ut supra, prodit

$$\tfrac{1}{2} l \frac{1-t}{1+t} - \text{A tang.}\, t$$

et quia est $t = \frac{\sqrt[4]{(1+v^4)}}{v\sqrt[4]{2}}$, habebitur $t = \frac{\sqrt[4]{(1-6zz+z^4)}}{z+\sqrt{-1}}$

ipsum vero integrale

$$\tfrac{1}{2} l \frac{z+\sqrt{-1}-Z}{z+\sqrt{-1}+Z} - \text{A tang.}\, \frac{Z}{z+\sqrt{-1}}$$

quam ob rem combinandis logarithmis et arcubus resultabit

$$V = \frac{1}{2} l \frac{1-(Z-z)^2}{1+(Z+z)^2} - A\,\mathrm{tg.} \frac{zzZ}{1+zz-ZZ}:$$

12) Integrale hujus formulae eruitur quoque adhibendo substitutiones imaginarias, cujusmodi sunt $x = \frac{\sqrt{-1}+z}{\sqrt{-1}-z}$ sive $y = \frac{\sqrt{-1}-z}{\sqrt{-1}+z}$, verum evolvendo illi non immoror, quippe qui omnes operationes pro integrali obtinendo in solutione primi problematis satis sunt expositae.

REFLEXIONS
SUR
LES FRACTIONS CONTINUES PERIODIQUES QUI EXPRIMENT LES RACINES QUARRÉES DES NOMBRES ENTIERS,
ET SUR
LEUR USAGE DANS LA RECHERCHE DES FACTEURS DES NOMBRES.

PAR

C. F. KAUSLER.

Présenté à la Conférence le 9. Sept. 1807.

§. 1. Les réflexions que je présente ici aux amateurs de la théorie des nombres, ne sont que des fragmens; mais peut-être qu'on leur fera grace en faveur des vues qu'elles présentent. Elles sont fondées sur le beau théorême que la racine quarrée de tout nombre entier non-quarré peut être représentée par une fraction continue périodique. C'est donc la nature de ces fractions exprimant les racines quarrées des nombres entiers, que j'examine ici, en déterminant la forme des périodes à un, à deux, à trois etc. termes, ainsi que les nombres entiers, dont les racines quarrées, exprimées par des fractions continues, répondent à ces différentes formes. Cette recherche, assez curieuse par elle même, devient encore plus intéressante, en ce qu'elle nous offre un moyen aussi facile qu'élégant, de découvrir les facteurs de bien des nombres. Je dis: de bien des nombres, parceque je n'ai rien trouvé encore de général sur cette matière, quoique j'assigne une grande quantité de formes des nombres, dont on peut découvrir les facteurs, en réduisant leur racine quarrée en fraction continue. Peut-être que ces remarques, en donnant lieu à des découvertes ultérieures, conduisent avec le tems à la solution complette du problême des facteurs des nombres.

§. 2. Je commencerai par la considération des nombres, dont la racine quarrée est exprimée par la plus simple des fractions continues périodiques, en supposant:

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{b + \text{etc.}}}},$$

où la période, composée d'un seul terme b, est répétée à l'infini. Si y répésente cette période, on peut lui donner la forme: $y = b + \frac{1}{y}$; car substituant dans le second membre de cette équation au lieu de y sa valeur

$b+\frac{1}{y}$, et continuant toujours cette substitution, on trouvera successivement les expressions:

$$y=b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{y}}=b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{y}}}=b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{y}}}}=b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{b+etc.}}}}}$$

Or l'équation $y=b+\frac{1}{y}$, réduite et résolüe, nous donne: $y=\frac{b}{2}\pm\surd(\frac{b^2}{4}+1)$, ou, rejettant le signe —, puisque nous ne considérerons ici que des termes positifs, $y=\frac{b}{2}+\surd(\frac{b^2}{4}+1)$, et $\frac{1}{y}=-\frac{b}{2}+\surd(\frac{b^2}{4}+1)$. La valeur $\surd A=a+\cfrac{1}{b+etc.}=a+\frac{1}{y}$ se change donc en:

$$\surd A=a-\frac{b}{2}+\surd(\frac{b^2}{4}+1).$$

Mais on suppose que A est un nombre entier non-quarré, par conséquent sa racine quarrée est irrationelle, donc le terme $\surd(\frac{b^2}{4}+1)$ est irrationel, et doit nécessairement disparoître dans l'expression:

$$A=(a-\frac{b}{2})^2+2(a-\frac{b}{2})\surd(\frac{b^2}{4}+1)+\frac{b^2}{4}+1.$$

c'est-à-dire: $a-\frac{b}{2}$ sera $=0$, et $b=2a$; donc

$$A=\frac{b^2}{4}+1=a^2+1,\ \text{et}$$

$$\surd A=\surd(a^2+1)=a+\cfrac{1}{2a+\cfrac{1}{2a+\cfrac{1}{2a+etc.}}}$$

De là nous concluons:

1) Parmi les nombres entiers il n'y a que ceux de la forme a^2+1, dont les racines quarrées se trouvent

exprimées par une fraction continue périodique à un seul terme.

2) La fraction réprésentant la racine quarrée des nombres entiers de la forme $a^2 + 1$, est toujours nécessairement de la forme $a + \cfrac{1}{2a + \cfrac{1}{2a + \text{etc.}}}$

où le terme $2a$ se trouve répété à l'infini.

C'est ainsi, qu'en faisant. p. e. $a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, etc. on obtient

$$\sqrt{2} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \text{etc.}}}}$$

$$\sqrt{5} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \text{etc.}}}}$$

$$\sqrt{10} = 3 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{6 + \text{etc.}}}}$$

$$\sqrt{17} = 4 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{2}{8 + \text{tc.e}}}}$$

$$\sqrt{26} = 5 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{10 + \cfrac{1}{10 + \text{etc.}}}}$$

$$\sqrt{37} = 6 + \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{12 + \text{etc.}}}}$$

et ainsi de suite.

Au reste, comme les nombres de la forme: a^2+1 peuvent être premiers, ou non; les considérations précédentes ne nous offrent aucune conséquence relative aux facteurs des nombres de cette forme. Mais il est bon de remarquer, qu'on pourra toujours prendre un facteur convenable et tel que le produit du nombre A par ce facteur ne soit plus de la forme a^2+1, c'est-à-dire, que la racine quarrée du produit, convertie en fraction continue, ait nécessairement une période composée de plusieurs termes.

§. 3. Soit maintenant A un nombre entier, dont la racine quarrée, réduite en fraction continue, soit composée d'une période de 2 termes, en sorte que

$$\sqrt{A}=a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\text{etc.}}}}}$$

les deux termes b et c étant répétés à l'infini. Si la partie périodique de cette racine est encore désignée par y, on peut mettre $y=b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{y}}$, équation de laquelle nous tirons $\frac{1}{y}=-\frac{c}{2}+\frac{c}{b}\sqrt{\left(\frac{b^2}{4}+\frac{b}{c}\right)}$, et cette valeur, substituée dans l'expression $\sqrt{A}=a+\frac{1}{y}$, la transforme en;

$$\sqrt{A}=a-\frac{c}{2}+\frac{c}{b}\sqrt{\left(\frac{b^2}{4}+\frac{b}{c}\right)}.$$

Donc $A = (a - \frac{c}{2})^2 + 2\,(a - \frac{c}{2})\,\frac{c}{b}\sqrt{(\frac{b^2}{4} + \frac{b}{c})} + \frac{c^2}{4} + \frac{c}{b}$, et puisque $\sqrt{(\frac{b^2}{4} + \frac{b}{c})}$ est une quantité irrationelle, il faut qu'elle disparoisse dans l'expression de A. Donc c est $= 2a$, et $A = \frac{c^2}{4} + \frac{c}{b}$ devient $= a^2 + \frac{2a}{b}$, par conséquent $2a$ doit être divisible par b. Pour exprimer cette rélation, soit m le quotient qui résulte de la division de $2a$ par b, et nous aurons

$$A = m\,(\frac{mb^2}{4} + 1) \text{ et } \sqrt{A} = (\frac{mb}{2}) + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{mb + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{mb + \text{etc.}}}}}$$

Ainsi les nombres entiers, dont les racines quarrées forment une période de deux termes, sont toujours nécessairement compris dans l'expression $m\,(\frac{mb^2}{4} + 1)$, et la fraction continue périodique, qui en réprésente la racine, est

$$= (\frac{mb}{2}) + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{mb + \cfrac{1}{b + \text{etc.}}}}$$

Si donc un nombre A est tel, que sa racine quarrée est de cette dernière forme, m étant un nombre entier plus grand que l'unité, ce nombre m, ou un de ses facteurs, sera un des facteurs de A.

§. 4. Voici les différentes suppositions qu'on peut faire par rapport au quotient m, ou au nombre $2a$, ayant b pour diviseur.

1) Si $b = 1$, il faut que m soit de la forme $2p$.

En ce cas A devient $= p(p+2)$, et $\sqrt{A}$ est

$$= p + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2p + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2p + \text{etc.}}}}}$$

2) Si $b = 2$, a est $= m$, $A = a(a+1)$ et

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2a + \cfrac{1}{2 + \text{etc.}}}}$$

3) Si $\frac{a}{b} = n$, ou $a = nb$; m sera $= 2n$, $A = n(nb^2 + 2)$ et

$$\sqrt{A} = nb + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{2nb + \cfrac{1}{b + \text{etc.}}}}$$

4) Si $b = 2p$, il faut que a soit $= np$. En ce cas $\sqrt{A}$ sera $= np + \cfrac{1}{2p + \cfrac{1}{2np + \cfrac{1}{2p + \text{etc.}}}}$

et $A = n(np^2 + 1)$.

§. 5. 1. Exemple. Soit proposé d'examiner, si le nombre $A = 10421$ a des facteurs. Je commence par chercher sa racine quarrée exprimée en fraction continue, et me servant de l'excellente méthode que Mr. La Grange a détaillée dans ses additions aux élémens d'Algêbre de Mr. Euler, Paragraphe II, §. 34 et seqq., je trouve:

$$\sqrt{10421} = 102 + \cfrac{1}{12 + \cfrac{1}{2.\,102 + \cfrac{1}{12 + \text{etc.}}}}$$

Cette fraction a une période de deux termes 12, et 2. 102;

ainsi je la compare à l'expression générale

$$\sqrt{A} = \left(\frac{mb}{2}\right) + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{mb + \cfrac{1}{b + \text{etc.}}}}$$

d'où je tire les valeurs: $b = 12$, et $mb = 2.102 = 204$; et comme $m = \frac{204}{12} = 17$ se trouve être un nombre entier, le nombre donné $A = 10421$ est le produit des deux facteurs $m = 17$, et $\frac{mb^2}{4} + 1 = 613$.

2. Exemple. Le nombre A est $= 1408891239$. Ici la méthode de Mr. La Grange donne:

$$\sqrt{A} = 37535 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{2.37535 + \cfrac{1}{5 + \text{etc.}}}}$$

Mettant donc $b = 5$, et $\frac{mb}{2} = 37535$, on trouve $m = 2.7507 = 2n$; Donc (§. 4. nr: 3) A est $= n(nb^2 + 2)$

$$= 7507.(7507.5^2 + 2) = 7507.187677,$$

et comme le dernier facteur 187677 est $= 3.3.3.6911$, nous avons $1408891239 = 3.3.3.6911.7507$.

§. 6. Passons aux nombres entiers A, dont la racine quarrée est une fraction périodique à trois termes, de la forme:

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{b + \text{etc.}}}}}$$

Soit, comme auparavant $y = b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{y}}}$, et nous aurons : $y^2 - \left(\frac{bcd+b+d-c}{cd+1}\right) y = \frac{bc+1}{cd+1}$, ou, en faisant $\frac{bcd+b+d-c}{cd+1} = \mathrm{P}$, et $\frac{bc+1}{cd+1} = \mathrm{Q}$, $y^2 - \mathrm{P}y = \mathrm{Q}$. Donc : $\frac{1}{y} = -\frac{\mathrm{P}}{2\mathrm{Q}} + \frac{1}{\mathrm{Q}}\sqrt{\left(\frac{\mathrm{P}^2}{4} + \mathrm{Q}\right)}$ et

$$\sqrt{\mathrm{A}} = a - \frac{\mathrm{P}}{2\mathrm{Q}} + \frac{1}{\mathrm{Q}}\sqrt{\left(\frac{\mathrm{P}^2}{4} + \mathrm{Q}\right)}.$$

Mais la partie $\sqrt{\left(\frac{\mathrm{P}^2}{4} + \mathrm{Q}\right)}$ est irrationelle; elle doit donc disparoître dans l'expression de A qui est :

$$= \left(a - \frac{\mathrm{P}}{2\mathrm{Q}}\right)^2 + 2\left(a - \frac{\mathrm{P}}{2\mathrm{Q}}\right)\frac{1}{\mathrm{Q}}\sqrt{\left(\frac{\mathrm{P}^2}{4} + \mathrm{Q}\right)} + \frac{1}{\mathrm{Q}^2}\left(\frac{\mathrm{P}^2}{4} + \mathrm{Q}\right).$$

Par conséquent P sera $= 2a\mathrm{Q}$, ou, si nous remettons pour P et Q leurs valeurs :

$$bcd + b + d - c = 2a(bc + 1).$$

De là on obtient : $d = 2a + \frac{c-b}{bc+1}$: mais comme d est supposé être un nombre entier, il faut nécessairement que c soit $= b$.

Si donc un nombre entier est tel, que sa racine quarrée, réduite en fraction continue, est composée d'une période de trois termes, cette fraction ne peut-être que de la forme : $\sqrt{\mathrm{A}} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{2a + \cfrac{1}{b + \textit{etc.}}}}}$

§. 7. La valeur de A qui en résulte, est $= a^2 + \frac{1}{\mathrm{Q}}$, ou, à cause de $d = 2a$, $c = b$, et $\mathrm{Q} = \frac{bc+1}{cd+1}$, $\mathrm{A} = a^2 + \frac{2ab+1}{b^2+1}$. Ici il est clair que b ne sauroit être qu'un nombre pair. En faisant donc $b = 2\beta$, nous avons $\mathrm{A} = a^2 + \frac{4a\beta+1}{4\beta^2+1}$. Soit $\frac{4a\beta+1}{4\beta^2+1} = m$, et a sera $= m\beta + \frac{m-1}{4\beta}$. Cette valeur de a devient un nombre entier, si $m = 4n\beta + 1$, n étant un nombre entier quelconque. En ce cas a est $= 4n\beta^2 + \beta + n$, et A se change en $((4\beta^2 + 1)n + \beta)^2 + 4\beta n + 1$ expression qui renferme tous les nombres entiers dont la racine quarrée est une fraction périodique de trois termes c'est ainsi qu'en faisant, p. e., $n = \beta = 1$, on obtient $A = 41$, qui est le seul nombre au dessous de 100, dont la racine quarrée offre une période de trois termes.

Au reste la valeur de A que nous venons de trouver, n'étant guère propre à être décomposée en facteurs, ne nous est d'aucun usage dans la recherche des facteurs des nombres: c'est pourquoi nous passerons tout de suite à une autre classe ou ordre de nombres entiers.

§. 8. Si la racine quarrée d'un nombre entier A, réduite en fraction continue, a une période de quatre termes, c'est-à-dire, si

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e + \cfrac{1}{b + \text{etc.}}}}}}$$

on trouvera, comme ci-dessûs, en mettant

$$y = b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e + \cfrac{1}{y}}}}$$

que y^2 est $= \frac{bcde + bc + de + bc - cd}{cde + c + e} y + \frac{b(cd + 1) + d}{cde + c + e}$ faisant donc, pour abréger, $\frac{bcde + be + de + bc - cd}{cde + c + e} = P$, et $\frac{b(cd+1)+d}{cde+c+e} = Q$, $\frac{1}{y}$ devient $= -\frac{P}{2Q} + \frac{1}{Q}\sqrt{(\frac{P^2}{4} + Q)}$, et par des raisonnemens semblables à ceux dont nous nous sommes servi dans les cas *précédens*, on parvient aux valeurs :

$$P = 2aQ,$$

$$e = 2a + \frac{(d - b)c}{bcd + b + d},$$ qui doit être un nombre entier.

Donc $b = d$,

$$e = 2a$$

$$A = a^2 + \frac{1}{Q} = a^2 + \frac{2a(bc+1) + c}{b(bc+2)} \text{ et}$$

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{2a + \cfrac{1}{b + \text{etc.}}}}}}$$

où les rélations entre a, b, c, doivent être telles que A devienne un nombre entier. Pour examiner ces rélations, posons $\frac{2a(bc+1)+c}{b(bc+2)} = m$, et nous aurons $2a = mb + \frac{mb - c}{bc + 1}$. Soit encore $\frac{mb - c}{bc + 1} = n$, donc $m = nc + \frac{n + c}{b}$: mettant enfin $\frac{n+c}{b} = p$, on obtient :

$$n = bp - c$$

$$m = (bc + 1)p - c^2$$

$$a = bp\left(\frac{bc}{2} + 1\right) - \frac{c(bc+1)}{2}, \text{ et}$$

$$A = \left(bp\left(\frac{bc}{2} + 1\right) - \frac{c(bc+1)}{2}\right)^2 + (bc + 1)p - c^2.$$

Cette expression contient tous les nombres entiers, dont la racine quarrée, réduite en fraction continue, est composée d'une période de quatre termes. Il faut seulement prendre garde, de ne choisir pour b, c et p que des nombres qui rendent A égal à un nombre entier; c'est-à-dire 1) si c est pair, b et p peuvent être pairs ou impairs. 2) Si b et c sont en même tems impairs, p doit être pair. Enfin 3) La supposition b pair et c impair ne sauroit avoir lieu.

§. 9. Quant aux facteurs que les nombres de la forme $A = a^2 + \frac{2a(bc+1)+c}{b(bc+2)}$ peuvent renfermer, voici quelques cas assez remarquables :

1) En faisant $b = c = d = 1$, on obtient

$$A = a^2 + \frac{4a+1}{3} = a^2 + a + \frac{a+1}{3}.$$

Soit donc $\frac{a+1}{3} = p$, et $a = 3p - 1$. Cette valeur substituée dans l'expression de A, la change en

$$A = (3p-1)^2 + 3p - 1 + p = p(9p-2), \text{ et}$$

$$\sqrt{A} \text{ devient } = 3p - 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2(3p-1) + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$$

Toutes les fois donc que la racine quarrée d'un nombre A se réduit à une fraction continue, dont la période a quatre termes de la forme 1, 1, 1, $2a$, a étant compris dans l'expression $3p-1$, les facteurs de A seront p et $9p-2$.

1. Exemple. Le nombre A est $= 8587$.

Nous avons: $\sqrt{A} = 92 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2.92 + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$

et comme cette fraction a 4 termes périodiques de la forme 1, 1, 1, $2a$, il ne reste plus qu'à voir, si le nombre $a = 92$ est de la forme $3p - 1$. Or l'équation $3p - 1 = 92$ donne $p = \frac{93}{3} = 31$; par conséquent le nombre donné 8587 est le produit des facteurs $p = 31$ et $9p - 2 = 277$.

2. Exemple. Le nombre donné est $= 7899847$.

Ici on a: $\sqrt{A} = 2810 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2.2810 + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$

et comme $2810 = 3.937 - 1$, on a $p = 937$ et les facteurs p et $9p - 2$ de 7899847 seront 937 et 8431.

2) Soit $b = 1$, et $c = 2$. Ces valeurs donnent:

$A = a^2 + a + \frac{a+1}{2}$, ou, en mettant $a = 2m - 1$,

$A = m(4m - 1)$ et

$\sqrt{A} = 2m - 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2(2m-1) + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$

Ainsi les nombres dont la racine quarrée est de cette dernière forme, sont le produit des facteurs m et $4m-1$.

Exemple. Le nombre $A = 44059725$.

$$\sqrt{A} = 6637 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2.6637 + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$$

Or 6637 est $= 2.3319 - 1$; donc les facteurs du nombre proposé sont 3319 et 13275, et comme en outre $13275 = 3.3.5.5.59$, nous avons:

$$44059725 = 3.3.5.5.59.3319.$$

3) Prenons $b = 1$, $c = 3$, et nous aurons

$A = a^2 + a + 3\,\frac{(a+1)}{5}$, ou, en faisant $a = 5m - 1$,

$A = m\,(25m - 2)$ et

$$\sqrt{A} = 5m - 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2(5m-1) + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$$

Nous concluons de-là que toutes les fois que la fraction continue représentant la racine quarrée d'un nombre, est composée d'une période de quatre termes de la forme

$$1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2a}}}$$

et que a est en même tems compris dans l'expression $5m - 1$, les facteurs de ce nombre seront m et $25m - 2$.

Exemple. Soit $A = 298764311$.

On trouve $\sqrt{A} = 17284 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2.17284 + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$

et comme 17284 est $= 5 \,.\, 3457 - 1$, le cas est celui de la supposition précédente, et les facteurs m et $25m - 2$ du nombre proposé seront 3457 et 86423.

4) Pour avoir un cas plus général, prenons $b = 1$, et $c = 2p$. Cette supposition donne $A = (a + 1)^2 - \frac{(a+1)}{p+1}$. Soit $\frac{a+1}{p+1} = m$, donc $a = m(p + 1) - 1$. Par conséquent A deviendra $= (a + 1)^2 - m = m(m(p + 1)^2 - 1)$ et

$$\sqrt{A} = m(p + 1) - 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2p + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2[m(p+1)-1] + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$$

Donc lorsque la racine quarrée d'un nombre proposé, reduite en fraction continue, a une période de quatre termes de la forme $1, 2p, 1, 2a$, et qu'en même tems a est compris dans l'expression $m(p + 1) - 1$, ce nombre sera le produit des facteurs m et $m(p + 1)^2 - 1$.

1. Exemple. Le nombre à examiner est 41599.

Nous avons : $\sqrt{A} = 203 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{22 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2.203 + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$

Ici $2p$ est $= 22$, et $p = 11$. Mettant maintenant $203 = m(p+1) - 1 = 12m - 1$, on trouve $m = 17$. Donc la racine de 41599 est de la forme que la condition précédente exige, et les facteurs du nombre proposé 41599 sont 17 et 2447.

2. Exemple. Le nombre $A = 51523587$.

On a: $$\sqrt{A} = 7177 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{146 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2.7177 + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$$

Dans cette période de quatre termes, le second $2p$ est $= 146$, par conséquent $p = 73$. Pour accorder cette racine à celle du cas général, il ne reste donc plus qu'à voir, si 7177 est de la forme $m(p+1) - 1$. Or en égalant ces deux quantités, on trouve $m = \frac{7178}{74} = 97$. Donc la racine de 51523587 est en effet de la forme

$$m(p+1) - + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2p + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2((mp+1)-1) + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$$

et les facteurs m et $m(p+1)^2 - 1$ du nombre proposé sont 97 et 531171, en sorte que

$$51523587 = 97 \,.\, 531171 = 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 97 \,.\, 19673.$$

5) Examinons le cas $b = 1$, et $c = 2p + 1$. Ces suppositions changent l'expression générale

$$A = a^2 + \frac{2a(bc+1)+c}{b(bc+2)} \text{ en } A = (a+1)^2 - \frac{2(a+1)}{p+3}.$$

Or $\frac{2(a+1)}{p+3}$ devient un nombre entier, en faisant $a = m(p+3) - 1$. Donc A sera $= m(m(p+3)^2 - 2)$. Par conséquent, si la racine quarrée d'un nombre A est de la forme:

$$\sqrt{A} = m(p+3) - 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2p+1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2(m(p+3)-1) + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$$

Ce nombre est le produit des facteurs m et $m(p+3)^2 - 2$.

Exemple. On cherche les facteurs de $A = 514487727858$.

$$\sqrt{A} = 717277 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2007 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2.717277 + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}$$

Cette racine a une période de 4 termes, dont le premier est 1, le second 2007, le troisième 1, et le quatrième 2.717277; faisant maintenant $2007 = 2p+1$, on obtient $p = 1003$. Il ne reste donc plus qu'à voir si 717277 est de la forme $m(p+3)-1$, qui se reduit à: $1006m - 1$. Or en égalant ces deux quantités on obtient $m = \frac{717278}{1006} = 713$, et comme ce quotient est un nombre entier, la racine du nombre proposé s'accorde avec celle du cas général, en sorte que ses facteurs m et $m(p+3)^2 - 1$ sont 713 et

721581666. Le nombre donné $A = 514437727858$ est donc $= 713 . 721581666 = 23 . 31 . 2 . 3 . 120263611$.

6) Après avoir examiné les cas, où b est $= 1$, passons à la supposition $b = 2$. Ici il est clair que le nombre c ne peut être que pair. Soit donc $c = 2$. Alors A deviendra $= a^2 + \frac{5a+1}{6}$, et $\frac{5a+1}{6}$ doit être un nombre entier m, ce qui arrivera en prenant $a = 6n + 1$, n étant un nombre entier quelconque. Cette valeur nous donne

$$A = 36n^2 + 17n + 2 = (4n + 1)(9n + 2) \text{ et}$$

$$\sqrt{A} = 6n + 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2(6n+1) + \cfrac{1}{2 + \text{etc.}}}}}}$$

Par conséquent tous les nombres dont la racine quarrée est une fraction continue périodique à quatre termes de la forme $2, 2, 2, 2(6n + 1)$, sont le produit des deux facteurs $4n + 1$ et $9n + 2$.

Exemple. $A = 29435146$.

$$\sqrt{A} = 5425 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 . 5425 + \cfrac{1}{2 + \text{etc.}}}}}}$$

Or 5425 est $= 6 . 904 + 1$. Par conséquent $n = 904$, et $A = (4n + 1)(9n + 2) = 3617 . 8138$. De ces deux facteurs l'un est nombre premier, et l'autre, 8138 est $= 2 \,.\, 13 \,.\, 313$.

7) Soit $b = d = 2$, et c égal à un nombre pair quelconque $= 2p$. Ces valeurs, substituées dans l'expression générale de A, la transforment en:

$$A = a\,(a + 1) - \frac{(a - p)}{2\,(2\,p - 1)}.$$

Il faut donc que $\frac{a - p}{2(2p - 1)}$ soit un nombre entier m, donc $a = 2\,m\,(2\,p + 1) + p$, et $A = a\,(a + 1) - m$ devient

$$= (4m + 1)\,((4m + 1)\,p\,(p + 1) + m)$$

Par conséquent si

$$\sqrt{A} = 2\,(2\,p + 1)\,m + p + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2p + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2(2(2p+1)m+p) + \cfrac{1}{2 + etc}}}}}$$

les facteurs de A seront $4m + 1$ et

$$(4\,m + 1)\,p\,(p + 1) + m.$$

Exemple. Le nombre A est $= 317492$

$$\sqrt{A} = 563 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2.\,563 + \cfrac{1}{2 + etc.}}}}}$$

Donc $2\,p = 6$, et $p = 3$. Maintenant il s'agit de voir, si le terme 563 est de la forme $2\,(2\,p + 1)\,m + p$, ou à cause de $p = 3$, de la forme $14\,m + 3$. Or, en égalant ces valeurs, on trouve $m = \frac{560}{14} = 40$. Donc la racine de A est un des cas particuliers de la supposition générale précédente, et les facteurs $4m+1$ et

$$(4m+1)\,p\,(p+1)+m$$

de 317492 seront 161 et 1972, en sorte que

$$317492 = 161.\ 1972 = 161.\ 4.\ 493$$

où le facteur 493 peut être encore décomposé en 17. 29.

§. 10. Je ne pousserai pas plus loin l'examen des facteurs des nombres, dont la racine quarrée est une fraction continue composée d'une période de 4 termes. On voit ce qu'on auroit à faire, si on vouloit poursuivre cette intéressante matière. Je passerai plutôt aux racines périodiques de 5 et 6 termes.

§. 11. Soit A un nombre dont la racine quarrée est une fraction continue périodique de 5 termes, c'est-à-dire, posons $\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e + \cfrac{1}{f + \cfrac{1}{b + etc.}}}}}}$

faisant les mêmes calculs, comme dans les cas précédens, on trouve $f = 2a$, $e = b$, $c = d$,

$$A = a^2 + \frac{2a(bc^2+b+c)+c^2+1}{(bc+1)^2+b^2} \quad \text{et}$$

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{2a + \cfrac{1}{b + etc.}}}}}}$$

où les rélations entre a, b, c, doivent être telles, que $\frac{2a(bc^2+b+c)+c^2+1}{(bc+1)^2+b^2}$ devient un nombre entier, p. e. si $b=c=1$, on trouve que $A = 25p^2 - 14p + 2$ renferme tous les nombres dont la racine quarrée est de la forme

$$5p-2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2(5p-2)+\cfrac{1}{1+\text{etc.}}}}}}}$$

tel est, p. e. pour $p=1$, le nombre 13, sa racine quarrée étant $= 3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{1+\text{etc.}}}}}}}$

et ainsi des autres.

§. 12. Cette expression de A ne paroît guères propre à la recherche des facteurs des nombres: mais en multipliant A par un facteur convenable, on peut toujours changer ces sortes de nombres en d'autres, dont la racine quarrée ait une période d'un plus grand ou plus petit nombre de termes. Par exemple, si on avoit le nombre 85 à examiner, on trouveroit

$$\sqrt{85} = 9+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{18+\text{etc.}}}}}}$$

où la période est de 5 termes. Pour éviter cet embarras, multiplions 85 par 3. Le produit est 255. Or

$$\sqrt{255} = 15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{30 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{30 + \text{etc.}}}}}$$

la période étant de deux termes. Ce cas est celui des §. 3 et 4, et nous avons $b = 1$, $m = 30$,

$$A = \frac{m^2 b}{4} + m = 15.\,15 + 2.\,15 = 15\,(15 + 2) = 15.\,17.$$

Donc 15 et 17 sont les facteurs du produit 225, et par conséquent $\frac{15}{3}$ et 17 ceux du nombre proposé 85.

§. 13. Si $\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e + \cfrac{1}{f + \cfrac{1}{g + \cfrac{1}{h + \text{etc.}}}}}}}}$

la période de la fraction étant de 6 termes, on mettra comme ci-dessus :

$$y = b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e + \cfrac{1}{f + \cfrac{1}{g + \cfrac{1}{y + \text{etc.}}}}}}}$$

et les mêmes raisonnemens que nous avons employés dans les considérations précédentes, conduiront aux valeurs :

$$f = b,\ c = e,\ g = 2a,$$

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{2a + \cfrac{1}{b + \text{etc.}}}}}}}}$$

et $A = a^2 + \frac{2a((bc+1)cd+2bc+1)+(cd+2)c}{(bc+1)(bcd+2b+d)}$.

Cette expression de A renferme tous les nombres entiers dont les racines quarrées sont composées d'une période de six termas: mais comme elle est tres-compliquée, nous nous attacherons à quelques cas particuliers, qui joints à ceux que nous avons déja traités, suffiront pour le but que nous nous sommes proposé.

§. 14. Si $b = 1$, $c = 3$, $d = 2$, l'expression générale de A devient $A = a(a+1) + \frac{11a+12}{20}$. Cette valeur sera un nombre entier, si l'on prend $a = 20p + 8$, p étant un nombre entier quelconque. En ce cas nous avons $A = 400p^2 + 351p + 77 = (16p+7)(25p+11)$. Si donc la racine quarrée d'un nombre donné A est de la forme:

$$a + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2a + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}}}$$

a étant en même tems compris dans l'expression $20p+8$, ou $4(5p+2)$; le nombre donné sera le produit des deux facteurs $16p+7$ et $25p+11$.

§. 15. Voici encore une autre manière plus courte pour trouver le même résultat.

L'expression $A = a^2 + a + \frac{11a+12}{20}$ se réduit à:

$$A = \frac{20a^2+31a+12}{4.5}.$$

Or $20a^2+31a+12 = (5a+4)(4a+3)$. Donc

$$A = \frac{5a+4}{4} \cdot \frac{4a+3}{5}.$$

Determinons maintenant a de manière que le premier facteur $5a+4$ soit divisible par 4, et le second $4a+3$ par 5. Pour cet effet soit $\frac{5a+4}{4} = P$, et $\frac{4a+3}{5} = Q$. De la premiere équation nous tirons $a = 4\left(\frac{P-1}{5}\right)$ et de la seconde $a = \frac{5Q-3}{4}$, donc $\frac{4(P-1)}{5} = \frac{5Q-3}{4}$, et $P = Q + \frac{9Q+1}{16}$. Cette valeur de P devient un nombre entier, en prenant $Q = 16V+7$. Donc $P = 25V+11$, et $a = 20V+8$, par conséquent

$$\sqrt{A} = 20V + 8 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2(20V+8) + \cfrac{1}{1 + etc.}}}}}}}$$

et $A = PQ = (25V+11)(16V+7)$.

Exemple. A est $= 16718081$.

On a: $\sqrt{A} = 4088 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2.4088 + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}}}$

Cette racine, ayant une période de six termes 1, 3, 2, 3, 1, 2.4088 est donc un cas particulier de notre formule générale précédente, si le nombre 4088 est de la forme $20p + 8$. Or en égalant ces deux quantités, on trouve $p = \frac{4080}{20} = 204$, la division pouvant se faire sans reste; donc le nombre 16718081 est le produit des deux facteurs $16p + 7$ et $25p + 11$, qui se réduisent à 3271 et 5111, dont le premier est un nombre premier et l'autre le produit de 19 par 269.

§. 16. Soit $b = 4$, $c = 1$, $d = 1$. Cette supposition donne

$$A = a^2 + \frac{28a + 3}{65} = \frac{13a + 3}{5} \cdot \frac{5a + 1}{13}.$$

Pour rendre cette expression égale à un nombre entier, faisons $\frac{13a + 3}{5} = P$, et $\frac{5a + 1}{13} = Q$, et en suivant les mêmes opérations que nous avons emploiées dans les solutions précédentes, on parviendra aux valeurs: $P = 169T - 54$, et $Q = 25T - 8$. T étant un nombre entier quelconque. Ces valeurs nous donnent: $a = 65T - 21$,

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2a + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}}}$$

et $A = (169\,T - 54)(25\,T - 8)$.

Par conséquent tous les nombres dont la racine quarrée, réduite en fraction continue, a une période de 6 termes: $4, 1, 1, 1, 4, 2a$, a étant en même tems compris dans l'expression $65\,T - 21$, est le produit des facteurs $169\,T - 54$, et $25\,T - 8$.

Exemple. Les nombres A sont 188543 et 264529393531.

Pour le premier nous avons:

$$\sqrt{188543} = 434 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2.434 + \cfrac{1}{4 + \text{etc.}}}}}}}}$$

et comme cette racine a une période de six termes, qui sont 4, 1, 1, 4, 2.434, le nombre donné aura des facteurs de la forme $169\,T - 54$, et $25\,T - 8$, si 434 est compris dans l'expression $65\,T - 21$. Or on trouve en effet que T est $= 7$; par conséquent les facteurs du nombre donné seront 1129 et 167 qui sont l'un et l'autre des nombres premiers.

Pour le second nombre donné, on trouve également:

$$\sqrt{264529398531} = 514324 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2.514324 + \cfrac{1}{4 + \text{etc.}}}}}}}}$$

Or $514324 = 65.7913 - 21$, donc

$$264529398531 = 1337243 . 197817.$$

§. 17. Prenons $b = 1$, $c = 1$, $d = 4$.
Donc $A = a^2 + \frac{11a+3}{10} = \frac{5a+3}{2} . \frac{2a+1}{5}$. Mettant donc $\frac{5a+3}{2} = P$, et $\frac{2a+1}{5} = Q$, on parvient aux valeurs $P = 25R - b$, $Q = 4R - 1$, $a = 10R - 3$; d'où il suit que, si

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2a + \cfrac{1}{1 + \text{etc.}}}}}}}}$$

a étant de la forme $10R - 3$, le nombre A sera

$$= (25R - 6)(4R - 1).$$

C'est le cas de $A = 9507722307$, car

$$\sqrt{A} = 97507 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2.97507 + etc.}}}}}}}$$

et $97507 = 10.9751 - 3$; donc
$9507722307 = (25R - 6)(4R - 1) = 243769.39003.$

§. 18. Je terminerai ces réflexions par une remarque rélative à la forme de la période des racines quarrées des nombres entiers non-quarrés. Cette période, dans tous les cas que nous avons considérés, finit toujours par le terme $2a$, a étant la racine quarrée la plus approchante en nombres entiers du nombre en question, et tous les termes également éloignés de a et de $2a$, se trouvent égaux, en sorte que chaque période est composée d'une suite de termes qu'on nomme symmetriques. Par exemple, pour les nombres A dont la racine forme une période de 6 termes, nous avons trouvé

$$\sqrt{A} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{2a + etc.}}}}}}$$

où les termes également loin de a et de $2a$, forment la suite symmétrique: b, c, d, c, b. Puisse ce foible essai sur les facteurs des nombres, dans lequel je n'ai fait qu'ébaucher une matière intéressante; fixer l'attention des Analystes, et les engager à nous donner quelque chose de plus parfait en ce genre.

DEMONSTRATIO THEOREMATIS ALGEBRAICI

AUCTORE

F. T. SCHUBERT.

Conventui exhib. die 4 Maii 1808.

Quod in *Arithmetica Universali* [1]) Neutonus sine demonstratione proposuerat, theorema exinde a summis Analystis saepe multa fruge usitatum, neque tamen demonstratum fuit. Unica quam quidem novi, et quam Cel. Kaestnerus dedit, theorematis hujus demonstratio tam prolixa est, ut non inutile mihi videatur, novam et succinctam proferre demonstrationem. Theorema autem est sequens.

§. 1. Data aequatione n^{ti} gradus hujus formae
(A) $0 = x^n - \alpha_1 x^{n-1} - \alpha_2 x^{n-2} - \ldots - \alpha_m x^{n-m} - \ldots - \alpha_r x^{n-r} - \ldots - \alpha_{n-1} x - \alpha_n$; cujus radices sint $a, b, c, \ldots m, n$; ac posita summa omnium n radicum $a + b + c + \ldots + m + n = R_1$, summa omnium earundem quadratorum $a^2 + b^2 + \ldots + n^2 = R_2$,

1) *Universal Arithmetick. Transmutation of equations.* 2. *edit. pag.* 203.

et sic porro, generatim summa omnium potestatum r^{ti} gradus, puta $a^r + b^r + \ldots n^r = \mathrm{R}_r$, semper erit

$$(\mathrm{B})\ \mathrm{R}_r = \alpha_1 \mathrm{R}_{r-1} + \alpha_2 \mathrm{R}_{r-2} + \ldots + \alpha_m \mathrm{R}_{r-m} + \ldots + \alpha_{r-1} \mathrm{R}_1 + r \cdot \alpha_r.$$

Cujus theorematis veritatem sequente modo demonstrabo.

§. 2. Initio quidem observetur, nullum dubium esse, quin theorema propositum casu $r = n$ verum sit, quicunque sit valor numeri n, h. e. cujuscunque gradus data sit aequatio. Substitutis etenim successive singulis n radicibus, a, b, c, ... loco x, sequentes resultabunt aequationes, quarum numerus n:

$$a^n = \alpha_1 a^{n-1} + \alpha_2 a^{n-2} + \ldots + \alpha_m a^{n-m} + \ldots + \alpha_{n-1} a + \alpha_n;$$
$$b^n = \alpha_1 b^{n-1} + \alpha_2 b^{n-2} + \ldots + \alpha_m b^{n-m} + \ldots + \alpha_{n-1} b + \alpha_n;$$
$$c^n = \alpha_1 c^{n-1} + \alpha_2 c^{n-2} + \ldots + \alpha_m c^{n-m} + \ldots + \alpha_{n-1} c + \alpha_n;$$

etc. etc. etc.

Quibus cunctis in unam summam redactis, obtinetur

$$a^n + b^n + c^n + \ldots = \alpha_1 (a^{n-1} + b^{n-1} + c^{n-1} + \ldots) + \alpha_2 (a^{n-2} + b^{n-2} + c^{n-2} + \ldots) + \ldots + \alpha_m (a^{n-m} + b^{n-m} + c^{n-m} + \ldots) + \ldots + \alpha_{n-1} (a + b + c + \ldots) + n \cdot \alpha_n:$$

quod, superiore designandi modo (§. 1.) adhibito, erit

$$\mathrm{R}_n = \alpha_1 \mathrm{R}_{n-1} + \alpha_2 \mathrm{R}_{n-2} + \ldots + \alpha^m \mathrm{R}_{n-m} + \ldots + \alpha_{n-1} \mathrm{R}_1 + n \cdot \alpha_n:$$

quae aequatio omnino convenit cum forma (B), si in ea ponatur $r = n$.

§. 3. Pro ceteris terminis R_r, ubi r minor est summa potestate n, ad quam incognita x in aequatione data elevatur, theorematis nostri veritas deducitur e celebrata ista lege, quam coëfficientes omnium aequationum algebraicarum formae (A) sequuntur, vi cujus primus coëfficiens α_1 aequalis est summae omnium radicum $a+b+c+\ldots\ldots$; secundus α_2 negativae summae omnium productorum, quae oriuntur si binae quaevis radices in se ducuntur, puta $-(ab+ac+bc+\ldots)$, et sic porro. Data scilicet aequatione quadratica, $0=x^2-Ax-B$, cujus radices sint a, b, constat esse $A=a+b$, et $B=-ab$, unde sequitur 1) $a+b=A$, et $a^2+b^2=A^2-2ab$, h. e. 2) $a^2+b^2=A(a+b)+2B$. Proposita aequatione cubica $0=x^3-Ax^2-Bx-C$, cujus radices sint a, b, c, est $A=a+b+c$, $B=-(ab+ac+bc)$, $C=+abc$: unde deducitur

1) $a+b+c=A$;

2) $a^2+b^2+c^2=A^2+2B=A(a+b+c)+2B$, et

3) $a^3+b^3+c^3=A(a^2+b^2+c^2)+B(a+b+c)+3C$

(quod §. 2. seorsim demonstravimus.) Superiore designandi modo (§. 1.) adhibito, aequationes illae sequentem induunt formam: 1) $R_1=\alpha_1$; 2) $R_2=\alpha_1 R_1+2\alpha_2$; 3) $R_3=\alpha_1 R_2+\alpha_2 R_1+3\alpha_3$; quae cum forma generali (B) prorsus conveniunt. Theorema itaque propositum verum est, si $n=3$, eodemque casu competit valoribus $n-1$ et $n-2$.

§. 4. Jam vero demonstrabimus, theorema hoc, si verum sit in aequationibus gradus n et $n - 1$, non minus verum esse in aequatione ad gradum unitate altiorem $(n + 1)$ elevata. Quod quidem demonstrare sufficiet casu, quo r numerum n non excedit, siquidem casu $r = n + 1$ jam specialiter demonstravimus (§. 2.), gradum autem aequationis $(n + 1)$ numerus r excedere nequit, ideoque maximus numeri r valor est n.

§. 5. Assumatur igitur aequatio $(n + 1)^{ti}$ gradus

$$(C)\quad O = x^{n+1} - A_1 x^n - A_2 x^{n-1} - A_3 x^{n-2} - \ldots - A_{m+1} x^{n-m} - \ldots . - A_{r+1} x^{n-r} - \ldots . . - A_n x - A_{n+1};$$

aequationis hujus radices, quarum numerus $n + 1$, sint $a, b, c \ldots l, m, n, p$; aequationi vero n^{ti} gradus formae (A) (§. 1.) insint radices $a, b, c \ldots l, m, n$: vi legis supra allatae (§. 3.) constat esse

$$\alpha_1 = a + b + \ldots + n = R_1;\ \alpha_2 = -(ab + ac + bc + \ldots mn);$$
$$\alpha_3 = abc + \ldots . + lmn;\ \alpha_4 = -(abcd + \ldots .),\ \text{etc. nec non}$$
$$A_1 = a + b + c + \ldots + m + n + p = R_1 + p,$$
$$A_2 = -(ab + ac + \ldots + mn + ap + bp + \ldots + np),$$
$$A_3 = abc + \ldots + lmn + abp + acp + \ldots . + mnp,\ \text{etc.}$$

ubi in genere α_r seu A_r aequalis est omnium productorum r radicum summae negative sumtae vel affirmative, prout r fuerit numerus par vel impar. Unde sequitur

$$A_1 = \alpha_1 + p;\quad A_2 = \alpha_2 - \alpha_1 p;$$
$$A_3 = \alpha_3 + (ab + ac + \ldots + mn)\, p = \alpha_3 - \alpha_2 p;$$

et generatim (D) $A_r = \alpha_r - \alpha_{r-1} p$.

§. 6. Quodsi in aequatione (C) litera S adhibetur ad designandas summas, quae in aequatione (A) per literam R significantur (§. 1.), obtinemus

$S_1 = R_1 + p$, $S_2 = R_2 + p^2$, etc. in genere (E) $S_r = R_r + p^r$. Jam vero in aequatione (E) pro R^r substituto ejusdem valore ex aequatione (B), qui quidem valor non nisi a $r = 1$ usque ad $r = n$ demonstratus fuit (§. 3.), sequens nascitur aequatio:

$$\text{(F)}\quad S_r = p^r + \alpha_1 R_{r-1} + \alpha_2 R_{r-2} + \ldots + \alpha_m R_{r-m} + \ldots\ldots + \alpha_{r-1} R_1 + r\,.\,\alpha_r\,.$$

§. 7. Quum aequatio (B) similiter competat valori $r - 1$ (§. 3.), substituatur in ea $r - 1$ loco r, atque singulis terminis ductis in p, oritur

$$0 = p R_{r-1} - \alpha_1 p R_{r-2} - \alpha_2 p R_{r-3} - \ldots - \alpha_{m-2} p R_{r-m+1} - \alpha_{m-1} p R_{r-m} - \ldots\ldots - \alpha_{r-2} p R_1 - (r-1)\,\alpha_{r-1} p;$$

et hac aequatione, quae nihilo aequatur, addita secundae parti aequationis (F), obtinemus

$$\text{(G)}\ S_r = p^r + (\alpha_1 + p) R_{r-1} + (\alpha_2 - \alpha_1 p) R_{r-2} + (\alpha_3 - \alpha_2 p) R_{r-3} + \ldots\ldots + (\alpha_{m-1} - \alpha_{m-2} p) R_{r-m+1} + (\alpha_m - \alpha_{m-1} p) R_{r-m} + \ldots\ldots\ldots + (\alpha_{r-2} - \alpha_{r-3} p) R_2 + (\alpha_{r-1} - \alpha_{r-2} p) R_1 + r\,.\,\alpha_r - (r-1)\,.\,\alpha_{r-1} p.$$

§. 8. Substitutis jam in aequatione (G), loco R_{r-1},

R_{r-2}, etc. eorundem valoribus ex aequatione (E), puta $R_{r-1} = S_{r-1} - p^{r-1}$, etc. ea transformatur in

$$S_r = p^r + (\alpha_1 + p)(S_{r-1} - p^{r-1}) + (\alpha_2 - \alpha_1 p)(S_{r-2} - p^{r-2})$$
$$+ (\alpha_3 - \alpha_2 p)(S_{r-3} - p^{r-3}) + \ldots + (\alpha_{m-1} - \alpha_{m-2} p)(S_{r-m+1} - p^{r-m+1})$$
$$+ (\alpha_m - \alpha_{m-1} p)(S_{r-m} - p^{r-m}) + \ldots + (\alpha_{r-2} - \alpha_{r-3} p)(S_2 - p^2)$$
$$+ (\alpha_{r-1} - \alpha_{r-2} p)(S_1 - p) + \alpha_{r-1} p + r(\alpha_r - \alpha_{r-1} p):$$

qua aequatione evoluta, rejectisque terminis qui se invicem tollunt, sequens resultat aequatio

$$(H)\ S_r = (\alpha_1 + p) S_{r-1} + (\alpha_2 - \alpha_1 p) S_{r-2} + (\alpha_3 - \alpha_2 p) S_{r-3} + \ldots$$
$$+ (\alpha_m - \alpha_{m-1} p) S_{r-m} + \ldots + (\alpha_{r-1} - \alpha_{r-2} p) S_1 + r(\alpha_r - \alpha_{r-1} p).$$

§. 9. Aequatio (H), si in ea valores (D) substituuntur, puta A_1 loco $\alpha_1 + p$, A_2 loco $\alpha_2 - \alpha_1 p$, etc. et generatim A_r pro $\alpha_r - \alpha_{r-1} p$, hanc formam induit

$$(K)\ S_r = A_1 S_{r-1} + A_2 S_{r-2} + A_3 S_{r-3} + \ldots + A_m S_{r-m} + \ldots + A_{r-1} S_1 + r.A_r:$$

quae prorsus congruit cum forma (B). Equidem locum tantum habet, si $r = 1$, $r = 2$, etc. usque ad $r = n$; at casu $r = n + 1$ idem supra (§. 2.) specialiter demonstravimus. Unde sequitur, aequationem (B), concessa ejus veritate pro certo valore n et $n - 1$, pariter competere valori $n + 1$. Quare quum specialiter demonstrata fuerit casibus $n = 2$, $n = 3$, (§. 3.), non minus vera est casu $n = 4$, eademque argumentandi methodo ulterius usitata, casu $n = 5$, $n = 6$, etc. ideoque pro quovis numeri n valore, h. e. pro omnibus aequationibus algebraicis, cujuscunque fuerint gradus. Q. E. D.

DÉTERMINATION
DU RAYON OSCULATEUR DANS LES LIGNES À DOUBLE COURBURE.

PAR

S. GOURIEV.

(Traduit du Russe.)

Présenté à la Conférence le 16. Nov. 1808.

Ce sujet n'est assurément pas inconnu aux Géomètres; mais en l'examinant de nouveau, mon intention a été de déduire le rayon osculateur des courbes à double courbure des principes généraux, tels qu'ils ont été établis par le celèbre Euler pour les surfaces courbes. Ayant réussi en cela de la manière la plus simple, à la satisfaction des amateurs des méthodes générales, j'ai cru devoir présenter ce petit mémoire à l'Académie.

Tab. III. Fig. 1. *S*oit CM une ligne à double courbure, décrite sur une surface courbe, rapportée aux trois axes AX, AY et AZ perpendiculaires entr'eux. D'un point quelconque M de cette ligne courbe, qui est en même tems un point de la surface courbe, tirez une ordonnée MN, parallèle à l'axe AZ, puis une ordonnée NP, parallèle à l'axe AY;

ensuite tirez une ligne droite GNK, parallèle à l'axe AX, et prolongez PN jusqu'à H; les plans GNMK, HNMP, passant par NM, GK et HP, seront évidemment, parallèles aux plans ZAX, ZAY, et formeront, par leurs intersections avec la surface courbe, sur cette surface même, quelques lignes courbes GM, HM. À ces lignes tirez les tangentes *gi*, *hk*; le plan, qu'on aura fait passer par ces droites, touchera la surface au point M [1]). En-

---

[1]) Par le plan touchant la surface convexe dans un point quelconque, je comprends un plan qui, rencontrant une surface courbe dans son point quelconque, lui est si proche de son coté convexe, qu'entre ce plan et la surface courbe on ne peut plus faire passer aucun autre plan par le point d'attouchement. D'après cette definition, pour se convaincre que le plan *gbik* touche la surface courbe au point M, supposons, s'il est possible, qu'entre ce plan et la surface courbe on ait fait passer, par le point M, un plan quelconque; et parceque, d'après cette supposition ce dernier plan rencontre le plan *gbik* au point M, ce plan sera traversé par *gbik* selon une seule et même ligne droite. Si cette ligne droite est une des tangentes, telle que *gi*, le plan tiré passera entre une autre tangente *bk* et la ligne courbe HM, de sorte que la droite qui fait son intersection avec le plan HNM, passera aussi entre la tangente *bk* et la ligne courbe HM; ce qui est contraire à la définition de la tangente d'une ligne courbe, et par conséquent aussi à la supposition; mais si le plan mentionné, que nous avons fait passer par M, est coupé par le plan *gbik* dans quelque autre ligne droite, alors, raisonnant de la même manière, nous trouverons qu'on pourra tirer une ligne droite entre la tangente *bk* et la ligne courbe HM, aussi bien qu'entre la tangente *gi* et la courbe GM; ce qui est encore plus incompatible avec la supposition. Donc etc.

Enfin je dois observer ici que, si par le point M, l'on coupe par un plan quelconque tant la surface courbe que le plan *gbik*, qui touche cette surface, l'intersection de ce plan avec le plan *gbik*, comme ligne droite, sera tangente à l'intersection de ce même plan avec la surface courbe, comme ligne courbe; autrement la surface courbe ne seroit pas au point suite tirez les normales MK, ML, ou, ce qui revient au même, les perpendiculaires aux tangentes *gi*, *hk*, et ayant formé le rectangle NKVL, tirez les droites NV et MV, dont la dernière MV sera perpendiculaire au plan touchant passant par les tangentes *gi*, *hk*, (ce que chacun peut aisément prouver) et par conséquent normale à la surface courbe au point M. Enfin, ayant tiré à la ligne à double courbure CM une tangente MT, et formé une projection DN de cette courbe, tirez aussi à cette même courbe une tangente NT jusqu'à son intersection avec la premiere dans le plan XAY au point T, et tirez la droite TVE; l'intersection curviligne du plan TMV avec la surface courbe, aura au point M tant la même direction que la même courbure qu'a la ligne à double courbure CM, comme chacun peut aisément comprendre; c'est pourquoi pour déterminer le rayon osculateur de la ligne à double courbure CM au point M, on n'a qu'à déterminer le rayon de courbure de cette intersection au même point M.

M convexe ou concave du même coté, mais convexe et concave d'un coté et de l'autre; ce qui est contraire à la supposition.

J'ai cru nécessaire de présenter ici ces observations élémentaires, par la raison que quelques géomètres sont embarassés pour l'explication des objets de cette nature.

Ainsi, soit $AP = x$, $PN = y$, $NM = z$ et l'angle $XBE = \beta$; soit encore $dz = m\,dy + n\,dx$, l'équation de la surface courbe, $dm = p\,dy + q\,dx$ et $dn = q\,dy + r\,dx$; puisque $\left(\frac{dm}{dx}\right) = \left(\frac{dn}{dy}\right)$, le rayon cherché de courbure sera

$$R = \frac{-\left(1 + (n \sin \beta - m \cos. \beta)^2\right)(1 + m^2 + n^2)^{\frac{3}{2}}}{\left\{\begin{array}{l}[(1+n^2) \sin \beta - mn \cos. \beta]^2\, p + [(1+m^2) \cos. \beta - mn \sin. \beta]^2\, r \\ + 2\,[(1+n^2) \sin. \beta - mn \cos. \beta]\,.\,[(1+m^2) \cos. \beta - mn \sin. \beta]\, q\end{array}\right\}}.$$

Voyez dans les Mémoires de l'Académie de Berlin pour l'année 1760, les *Recherches sur la courbure des surfaces par Mr. Euler*, ou bien, dans le Traité de Mr. Cousin sur le calcul différentiel et intégral, no. 251.

Pour rendre cette formule applicable à la détermination réelle du rayon osculateur de la ligne à double courbure CM, il faut déterminer l'angle β dans les coordonnées x, y et z, ainsi que dans l'arc DN.

Soit donc $DN = v$, $CM = s$, l'angle $LNV = \Phi$, l'angle $PNT = \theta$ et l'angle $NTV = \gamma$, il y aura $dv = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, $ds = \sqrt{dv^2 + dz^2} = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$, $NT = \frac{z\,dv}{dz}$; et comme $NK = nz$ et $NL = -mz$, on aura

$$NV = z\sqrt{m^2 + n^2},\ \sin. \Phi = \frac{nz}{z\sqrt{m^2+n^2}} = \frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}},$$

$$\cos. \Phi = \frac{-mz}{z\sqrt{m^2+n^2}} = -\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}},\ \sin. \theta = \frac{dx}{dv} \text{ et } \cos. \theta = \frac{dy}{dv}.$$

Or dans le triangle TNV on a

$$\text{tang. } NTV = \frac{NV \sin. (\theta + \Phi)}{NT - NV \cos. (\theta + \Phi)},\ \text{par conséquent}$$

$$\text{tang. } \gamma = \frac{z\sqrt{m^2+n^2}\left(\frac{-m}{\sqrt{m^2+n^2}} \cdot \frac{dx}{dv} + \frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}} \cdot \frac{dy}{dv}\right)}{\frac{z\,dv}{dz} - z\sqrt{m^2+n^2}\left(\frac{-m}{\sqrt{m^2+n^2}} \cdot \frac{dy}{dv} - \frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}} \cdot \frac{dx}{dv}\right)},$$

ou bien

$$\text{tang.}\ \gamma = \frac{(n\,dy - m\,dx)\,dz}{dv^2 + (m\,dy + n\,dx)\,dz}.$$

De là on tire

$$\sin.\ \gamma = \frac{(n\,dy - m\,dx)\,dz}{dv\sqrt{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}} \quad \text{et}$$

$$\cos.\ \gamma = \frac{dv^2 + (m\,dy + n\,dx)\,dz}{dv\sqrt{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}}.$$

Et supposant l'angle $PFN = \alpha$, on aura $\beta = \alpha - \gamma$, $\sin.\ \alpha = \frac{dy}{dv}$, $\cos.\ \alpha = \frac{dx}{dv}$, et

$$\sin.\ \beta = \frac{(dv^2 + (m\,dy + n\,dx)\,dz)\,dy - (n\,dy - m\,dx)\,dz\,dx}{dv^2\sqrt{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}}$$

ou bien

$$\sin.\ \beta = \frac{dy + m\,dx}{\sqrt{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}} \quad \text{et}$$

$$\cos.\ \beta = \frac{dx + n\,dz}{\sqrt{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}}.$$

En mettant à la place de sin. β et cos. β ces valeurs dans l'expression du rayon de courbure R, nous aurons

$$1 + (n \sin.\ \beta - m \cos.\ \beta)^2 = 1 + \frac{(n\,dy + mn\,dz - (m\,dx + mn\,dz))^2}{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}$$

$$= \frac{dx^2 + 2n\,dx\,dz + n^2dz^2 + dy^2 + 2m\,dy\,dz + m^2dz^2 + (n\,dy - m\,dx)^2}{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}$$

$$= \frac{(dy + m\,dz)^2 + (dx + n\,dz^2) + (n\,dy - m\,dx)^2}{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2},$$

$$((1 + n^2) \sin.\ \beta - mn \cos.\ \beta)^2 = \frac{((1 + n^2)\,(dy + m\,dz) - mn\,(dx + n\,dz))^2}{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}$$

$$= \frac{(dy + m\,dz + n\,(n\,dy - m\,dx))^2}{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2},$$

$$((1 + m^2) \cos.\ \beta - mn \sin.\ \beta)^2 = \frac{((1 + m^2)\,(dx + n\,dz) - mn\,(dy + m\,dz))^2}{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}$$

$$= \frac{(dx + n\,dz + m\,(m\,dx - n\,dy))^2}{dv^2 + 2\,(m\,dy + n\,dx)\,dz + (m^2 + n^2)\,dz^2}.$$

Par conséquent

$$R = \frac{-(1 + m^2 + n^2)^{\frac{3}{2}}\,[(dy + m\,dz)^2 + (dx + n\,dz)^2 + (n\,dy - m\,dx)^2]}{\left\{\begin{array}{l}[dy + m\,dz + n(n\,dy - m\,dx)]^2\,p + [dx + n\,dz + m(m\,dx - n\,dy)]^2\,r \\ + 2\,[dy + m\,dz + n(n\,dy - m\,dz)]\,[dx + n\,dz + m(m\,dx - n\,dy)]\,q\end{array}\right\}}.$$

Or à cause de $dz = m dy + n dx$, nous aurons

$$\left.\begin{array}{l}(dy+2mdz)^2\\ +\ (dx+ndz)^2\\ +(ndy-mdx)^2\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}dy^2+2mdy\,dz+m^2dz^2\\ +dx^2+2ndx\,dz+n^2dz^2\\ +n^2dy^2-2nmdx\,dy+m^2dx^2\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}dy^2+2m^2dy^2+2nmdx\,dy+m^2dz^2\\ +dx^2+2n^2dx^2+2mndx\,dy+n^2dz^2\\ +n^2dy^2-2mndx\,dy+m^2dx^2\end{array}\right\}$$

$$= (1+m^2+n^2)dy^2 + (1+m^2+n^2)dx^2 + m^2dy^2 + n^2dx^2$$
$$+ 2mn\,dx\,dy + m^2dz^2 + n^2dz^2$$
$$= (1+m^2+n^2)dy^2 + (1+m^2+n^2)dx^2 + (1+m^2+n^2)dz^2$$
$$= (1+m^2+n^2)(dx^2+dy^2+dz^2) = (1+m^2+n^2)ds^2;$$
$$(dy+mdz+n(ndy-mdx))^2 = (dy+m^2dy+mndx$$
$$+n^2dy-mndx)^2 = (1+m^2+n^2)^2dy^2;$$
$$(dx+ndz+m(mdx-ndy))^2 = (dx+nmdy+n^2dx+m^2dx$$
$$-mndy)^2 = (1+m^2+n^2)^2dx^2.$$ Ainsi

$$R = \frac{-(1+m^2+n^2)^{\frac{3}{2}}(1+m^2+n^2)ds^2}{(1+m^2+n^2)^2pdy^2+2(1+m^2+n^2)^2qdxdy+(1+m^2+n^2)^2rdx^2};$$

et par conséquent

$$R = \frac{-(1+m^2+n^2)^{\frac{1}{2}}ds^2}{pdy^2+2qdxdy+rdx^2}.$$

Mais comme les équations $dm = pdy + qdx$ et $dn = qdy + rdx$ donnent $dm\,dy = pdy^2 + qdxdy$ et $dndx = qdxdy + rdx^2$, nous aurons $pdy^2 + 2qdxdy + rdx^2 = dmdy + dndx$, et par conséquent

$$R = \frac{-(1+m^2+n^2)^{\frac{1}{2}}ds^2}{dmdy+dndx} = \frac{-(1+m^2+n^2)^{\frac{1}{2}}ds^2}{d^2z-md^2y-nd^2x},$$

parce que l'équation $dz = mdy + ndx$ donne

$$d^2z = dm\,dy + dn\,dx + md^2y + nd^2x.$$

Soit le différentiel ds constant; l'équation $dx^2 + dy^2 + dz^2 = ds^2$ donne $dx\,d^2x + dy\,d^2y + dz\,d^2z = 0$, et ensuite $dz = -\frac{d^2y}{d^2z}dy - \frac{d^2x}{d^2z}dx$.

Mais puisque $dz = m dy + n dx$, par hypothèse, nous aurons $m = -\frac{d^2y}{d^2z}$ et $n = -\frac{d^2x}{d^2z}$; car, tout comme dans l'équation $dz = m dy + n dx$, $m dy$ est le différentiel de la fonction z par rapport à l'ordonnée y, de même aussi dans l'équation $dz = -\frac{d^2y}{d^2z} dy - \frac{d^2x}{d^2z} dx$, $-\frac{d^2y}{d^2z} dy$ est le différentiel de la même fonction z à l'égard de cette même ordonnée y; de sorte que nous aurons $m = -\frac{d^2y}{d^2z}$, et aussi $n = -\frac{d^2x}{d^2z}$; d'où il résulte que

$$(1 + m^2 + n^2)^{\frac{1}{2}} = \left(1 + \left(\frac{d^2y}{d^2z}\right)^2 + \left(\frac{d^2x}{d^2z}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{((d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2)^{\frac{1}{2}}}{d^2z};$$

$$d^2z - m d^2y - n d^2x = d^2z + \frac{d^2y}{d^2z} d^2y + \frac{d^2x}{d^2z} d^2x = \frac{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}{d^2z}.$$

Par conséquent

$$R = \frac{-((d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2)^{\frac{1}{2}} ds^2}{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}, \text{ ou bien}$$

$$R = \frac{-ds^2}{\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}.$$

Mais s'il est nécessaire qu'aucun différentiel ne soit supposé constant; alors donnant à la dernière expression la forme :

$$R = \frac{-1}{\sqrt{\left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{ds^2}\right)^2}},$$

nous mettrons au lieu de $\frac{d^2x}{ds^2}$, $\frac{d^2y}{ds^2}$, $\frac{d^2z}{ds^2}$, leurs valeurs complettes $\frac{d^2x}{ds^2} - \frac{dx}{ds}\frac{d^2s}{ds^2}$, $\frac{d^2y}{ds^2} - \frac{dy}{ds}\frac{d^2s}{ds^2}$, $\frac{d^2z}{ds^2} - \frac{dz}{ds}\frac{d^2s}{ds^3}$; et nous aurons :

$$R = \frac{-ds^3}{(ds\, d^2x - dx\, d^2s)^2 + (ds\, dsy - dy\, d^2s)^2 + (ds\, d^2z - dz\, d^2s)^2}.$$

Mais

$$\left.\begin{matrix}(ds\,d^2x - dx\,d^2s)^2\\ +(ds\,d^2y - dy\,d^2s)^2\\ +(ds\,d^2z - dz\,d^2s)^2\end{matrix}\right\} = \left.\begin{matrix}ds^2(d^2x)^2 - 2dx\,ds\,d^2x\,d^2s + dx^2(d^2s)^2\\ +ds^2(d^2y)^2 - 2dy\,ds\,d^2y\,d^2s + dy^2(d^2s)^2\\ +ds^2(d^2z)^2 - 2dz\,ds\,d^2z\,d^2s + dz^2(d^2s)^2\end{matrix}\right\} =$$

$ds^2((d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2) - 2ds\,d^2s(dx\,d^2x + dy\,d^2y + dz\,d^2z)$ $+ ds^2(d^2s)^2 = ds^2((d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2 - (d^2s))^2$; car l'équation $dx^2 + dy^2 + dz^2 = ds^2$ donne $dx\,d^2x + dy\,d^2y$ $+ dz\,d^2z = ds\,d^2s$. Par conséquent

$$R = \frac{-ds^2}{\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2 - (d^2s)^2}}.$$

DISSERTATIO

DE MOTU CORPORUM PROGRESSIVO TAM LIBERO PER SPATIUM INDETERMINATUM, QUAM NON LIBERO, PER SUPERFICIES CURVAS [1]).

AUCTORE

S. GURIEV.

Conventui exhibita die 21. Dec. 1808.

Quum Cel. *Eulerus* in opere suo: *Mechanica, sive motus Scientia, analytice exposita,* motum corporis, per superficiem curvam progredientis, et a tribus viribus acceleratricibus, secundum directiones ternarum datae superficiei coordinatarum x, y et z solicitati consideraret; ex illis viribus tres alias, *tangentialem* scilicet, *normalem prementem,* et *normalem deflectentem* deduxit (v. T. II. p. 477. propos. 95.); ubi quidem notandum est, Cel. Eulerum non habita in hoc casu ratione reactionis ab ista superficie ortae, supposuisse, motum esse liberum, haud secus ac si in spatio indeterminato, secundum legem aequatione suppositae superficiei expressam, peragеretur. In altero

1) Ex Rutheno idiomate in Latinum versa a Petrop. Academ. Scientiarum Alumno Georgio Lebedev.

autem suo opere, *Theoria scilicet motus corporum rigidorum*, Cel. Eulerus, ut et alii clarissimi auctores, Laplasius v. g. et Proni, ex dictis tribus viribus acceleratricibus non nisi duas, tangentialem scilicet et normalem prementem, deduxit (v. sub finem pag. 88 n. 227), ita, ut tertiam, normalem scilicet, deflectentem prorsus denegare videretur. Talis de una eademque vi discrepantia judiciorum impulit me, ut idem argumentum peculiari attentione ipse perscrutarer; in qua investigatione tam ratiocinia quam calculus ipse, hanc vim nec in libero, neque impedito per superficiem curvam, motu locum habere me docuerunt, nisi corpus in hoc posteriori casu curvam in hujusmodi superficie descriptam percurrere, seu quod idem est, per canalem in hac superficie paratum progredi cogeretur: quod si fieri ponamus, vis ista, vel saltem pressio, necessario locum habere censenda est. Cum ad eruendam hanc conclusionem, quae per semet ipsam attentione dignissima est, variis lemmatibus usus sim, quae ad alias quoque complures investigationes perutilia sunt: omnem hancce disquisitionem meam Academiae exhibere, mei officii esse duxi.

1) Supponamus igitur corpus, cujus massa $= M$, a viribus F', F'', F''' etc., secundum certas directiones sollicitatum, per spatium liberum moveri et curvae BMS Tab. III. Fig. 2.

18 *

portionem BM $= s$ tempore $= t$ describere. Fingamus porro per indeterminati spatii punctum A transire tres axes AX, AY et AZ inter se normales, ad quos curvam BMS referamus ope ternarum coordinatarum NQ $=$ AP $= x$, NP $=$ AQ $= y$ et NM $= z$, tribus istis axibus respective parallelarum. Ponamus denique virium F', F'' F''' etc. directiones cum istis coordinatis vel axibus AX, AY et AZ angulos α', β', γ', α'', β'', γ'', α''', β''', γ''' etc. constituere. Jam, quum ex Staticae principiis constet, omnes has vires, quotquot sint, ad tres sequentes reduci posse:

$$P = F' \cos. \alpha' + F'' \cos. \alpha'' + F''' \cos. \alpha''' + \text{etc.}$$

$$Q = F' \cos. \beta' + F'' \cos. \beta'' + F''' \cos. \beta''' + \text{etc.}$$

$$R = F' \cos. \gamma' + F'' \cos. \gamma'' + F''' \cos. \gamma''' + \text{etc.};$$

quarum prima P corpus secundum directionem MX' axi AX parallelam, altera Q secundum MY' parallelam axi AY et ultima R secundum directionem MZ axi AZ parallelam promoveant: nihil obstat, quominus loco omnium initialium virium F', F'', F''', etc., ternas istas P, Q et R in calculum introducere, atque corpus ab his tantum in motu suo sollicitari, supponere liceat.

2) Quum autem virium P et Q, directiones plano XAY sint parallelae, istae binae vires corpus M nec ab hoc plano removere, neque ad illud admovere possunt, neque igitur obstant, quin vis R effectum suum integrum

exerceat, qui, cum corpus M tempore t'' in punctum M pervenerit, in remotione corporis M a plano XAY ad distantiam $NM = z$ consistat necesse est. Cum porro virium P et R directiones plano XAZ sint parallelae; nec hae vires corpus M ab hocce plano removere aut eidem admovere possunt, neque ideo obstant, quo minus vis Q effectum suum exerceat, qui, quoniam corpus M tempore t'' in punctum M pervenit, in translatione corporis M a plano XAZ in distantiam $MP' = NP = AQ = y$ consistat necesse est; quum denique virium Q et R directiones sint plano YAZ parallelae; nec hae vires corpus M ab hoc plano removere aut eidem admovere, neque igitur, quin vis P effectum suum producat impedire possunt quem, quoniam corpus M tempore t'' ad punctum M accessit, in remotione corporis M a plano YAZ in distantiam $MQ' = NQ = AP = x$ consistere oportet. Evidens itaque est:

a corpore M tempore t'' describi

spatium	actione solius vis	independente a reliquis viribus
$Q'M = x$	P	Q et R
$P'M = y$	Q	P et R
$NM = z$	R	P et Q

Unde ex legibus motus variabilis habebimus:

Celeritatem secundum directionem MX' vel $AX = \frac{dx}{dt}$

\- - - - - MY' vel $AY = \frac{dy}{dt}$

\- - - - - MZ' vel $AZ = \frac{dz}{dt}$

ubi equidem, praeter has tres, locum hic tenent tres quoque sequentes aequationes

$$\text{I. } \frac{Md^2x}{2dt^2} = P, \quad \text{II. } \frac{Md^2y}{2dt^2} = Q, \quad \text{III. } \frac{Md^2z}{2dt^2} = R.$$

3) In virium directionibus MX', MY' et MZ' sumantur $Mp = \frac{dx}{dt}$, $Mq = \frac{dy}{dt}$, $Mr = \frac{dz}{dt}$, et parallelogrammo $Mpsq$ constructo, ducatur recta Ms, constituto deinde parallelogrammo $Mstr$, ducatur recta MtT, quae, ut per se patet, directionem motus corporis M, pars autem ipsius Mt in hac directione celeritatem indicabit, quae si ponatur $= u$; per easdem motus variabilis leges hanc quoque habebimus aequationem IV. $u = \frac{ds}{dt}$.

4) Si itaque anguli TMX', TMY' et TMZ' a motus directione MT cum axium directionibus AX, AY, AZ constituti designentur per α, β et γ; erit $u \cos. \alpha = \frac{dx}{dt}$, $u \cos. \beta = \frac{dy}{dt}$ et $u \cos. \gamma = \frac{dz}{dt}$; unde habebimus

$$\cos. \alpha = \frac{1}{u} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{ds},$$
$$\cos. \beta = \frac{1}{u} \cdot \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{ds},$$
$$\cos. \gamma = \frac{1}{u} \cdot \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{ds}.$$

Quum autem ex Geometria sublimiori notum sit, has expressiones $\frac{dx}{ds}$, $\frac{dy}{ds}$, $\frac{dz}{ds}$ etiam cosinus angulorum, tangentem inter et axium AX, AY et AZ directiones contentorum repraesentare; sequitur, motus directionem MT cum tangente ad curvam BMS, in quo corpus moveri supponitur, coincidere; adeoque priorem per hanc postremam determinari posse.

5) Quodsi igitur loco virium P, Q et R sumantur ipsarum valores supra (*n.* 1) determinati, et aequationes I. II. et III ducantur respective in cos. α, cos. β, cos. γ, habebitur:

$$\text{V.}\quad \frac{M dx d^2x}{2 ds dt^2} = F' \cos.\alpha' \cos.\alpha + F'' \cos.\alpha'' \cos.\alpha + F''' \cos.\alpha''' \cos.\alpha + \text{etc.}$$

$$\text{VI.}\quad \frac{M dy d^2y}{2 ds dt^2} = F' \cos.\beta' \cos.\beta + F'' \cos.\beta'' \cos.\beta + F''' \cos.\beta''' \cos.\beta + \text{etc.}$$

$$\text{VII.}\quad \frac{M dz d^2z}{2 ds dt^2} = F' \cos.\gamma' \cos.\gamma + F'' \cos.\gamma'' \cos.\gamma + F''' \cos.\gamma''' \cos.\gamma + \text{etc.}$$

Unde addendo nanciscimur aequationem:

$$\text{VIII.}\quad \frac{M}{2dt^2}\,\frac{dx d^2x + dy d^2y + dz d^2z}{ds} = \left\{\begin{matrix} F'(\cos.\alpha' \cos.\alpha + \cos.\beta' \cos.\beta + \cos.\gamma' \cos.\gamma) \\ + F''(\cos.\alpha'' \cos.\alpha + \cos.\beta'' \cos.\beta + \cos.\gamma'' \cos.\gamma) \end{matrix}\right\} + \text{etc.}$$

Quum autem sit $u = \frac{ds}{dt} = \frac{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}{dt}$, erit

$$du = \frac{dx d^2x + dy d^2y + dz d^2z}{dt\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}} \text{ et } dt du = \frac{dx d^2x + dy d^2y + dz d^2z}{ds};$$

et aequatio postrema transformabitur in sequentem,

$$\text{VIII.}\ \frac{M du}{2dt} = \left\{\begin{matrix} F'(\cos.\alpha' \cos.\alpha + \cos.\beta' \cos.\beta + \cos.\gamma' \cos.\gamma) \\ + F''(\cos.\alpha'' \cos.\alpha + \cos.\beta'' \cos.\beta + \cos.\gamma'' \cos.\gamma) \end{matrix}\right\} + \text{etc.}$$

Tab. III. Fig. 3. 6) Repraesentet porro MF' directionem vis F, et ex punctis T et F', in tangente MT et directione MF' sumtis, erigantur rectae TR et $F'E'$ ad planum $X'MY'$ perpendiculares, similique modo ex punctis R et E', rectae RO et $E'D'$, normales ad rectam MX'; ponanturque angulus $RMT = \vartheta$, angulus $X'MR = \Phi$, angulus $E'MF' = \vartheta'$, et angulus $X'ME' = \Phi'$, ex notis principiis habebitur:

$\cos.\alpha = \cos.\vartheta \cos.\Phi$, $\cos.\beta = \cos.\vartheta \sin.\Phi$, $\cos.\gamma = \sin.\vartheta$,
$\cos.\alpha' = \cos\vartheta' \cos.\Phi'$, $\cos.\beta' = \cos.\vartheta' \sin.\Phi'$, $\cos.\gamma' = \sin.\vartheta'$;

unde porro fit

$$\cos.\alpha \cos.\alpha' = \cos.\vartheta \cos.\vartheta' \cos.\Phi \cos.\Phi',$$
$$\cos.\beta \cos.\beta' = \cos.\vartheta \cos.\vartheta' \sin.\Phi \sin.\Phi', \text{ et}$$
$$\cos.\gamma \cos.\gamma' = \sin.\vartheta \sin.\vartheta'.$$

Quum autem plana MRT, $ME'F'$ sint ad planum tertium $X'MY'$ normalia; si ponantur ang. $E'MR = \Phi - \Phi' = \omega$ et ang. $F'MT = \omega'$, habebimus, uti constat,

$$\cos.\omega' = \cos.\vartheta \cos.\vartheta' \cos.\omega + \sin.\vartheta \sin.\vartheta';$$

et quum sit $\omega = \Phi - \Phi'$, erit

$$\cos.\omega' = \cos.\vartheta \cos.\vartheta' (\cos.\Phi \cos.\Phi' + \sin.\Phi \sin.\Phi') + \sin.\vartheta \sin.\vartheta',$$

hincque

$$\cos.\omega' = \cos.\alpha' \cos.\alpha + \cos.\beta' \cos.\beta + \cos.\gamma' \cos.\gamma.$$

Simili modo, si ω'' designet angulum a directione vis F'' et tangente MT formatum; demonstrabitur fore

$$\cos.\omega'' = \cos.\alpha \cos.\alpha'' + \cos.\beta \cos.\beta'' + \cos.\gamma \cos.\gamma'',$$

[hanc induere formam

$= F' \cos. \omega' + F'' \cos. \omega'' +$ etc.

scemur

$+ \frac{2 \int (F' \cos. \omega' + F'' \cos. \omega'' + etc.) \, dt}{M}$.

ır, vires ad tangentem MT normales
l celeritatem corporis mutandam nihil

, si corpus per superficiem curvam, vel
neum in hujusmodi superficie paratum,
llum ab hac superficie, vel a canalis
ntum oriturum esse, cum non nisi in
ıs directionem normali impedimentum
.

si in motu hoc non libero vires F',
gere desinant, seu quod idem est, si
nitialem earum actionem sibi ipsi re-
celeritatem C, quam in motu initiali
nmutatam superstitem fore.

iam patet, vires, quae formulam
$- F'' \cos. \omega'' +$ etc.

non ingrediuntur, in motu libero una cum viribus $F' \sin. \omega$, $F'' \sin. \omega$, etc. non nisi incurvandae motus directioni inservire et, quia omnes in eodem plano sunt, reduci seu

Tab. III. Fig. 3. 6) Repraesentet porro MF' direc punctis T et F', in tangente MT et tis, erigantur rectae TR et $F'E'$ ad pl. diculares, similique modo ex punctis et $E'D'$, normales ad rectam MX'; RMT $= \vartheta$, angulus $X'MR = \Phi$, angu angulus $X'ME' = \Phi'$, ex notis princip

$\cos. \alpha = \cos. \vartheta \cos. \Phi$, $\cos. \beta = \cos. \vartheta$ si

$\cos. \alpha' = \cos \vartheta' \cos. \Phi'$, $\cos. \beta' = \cos. \vartheta'$ si

unde porro fit

$$\cos. \alpha \cos. \alpha' = \cos. \vartheta \cos. \vartheta' \cos. \Phi$$

$$\cos. \beta \cos. \beta' = \cos. \vartheta \cos. \vartheta' \sin. \Phi$$

$$\cos. \gamma \cos. \gamma' = \sin. \vartheta \sin. \vartheta'.$$

Quum autem plana MRT, $ME'F'$ tium $X'MY'$ normalia; si ponantur ang et ang. $F'MT = \omega'$, habebimus, uti co

$$\cos. \omega' = \cos. \vartheta \cos. \vartheta' \cos. \omega + \text{si}$$

et quum sit $\omega = \Phi - \Phi'$, erit

$\cos. \omega' = \cos. \vartheta \cos. \vartheta' (\cos. \Phi \cos. \Phi' + \sin. \Phi$

hincque

$$\cos. \omega' = \cos. \alpha' \cos. \alpha + \cos. \beta' \cos.$$

Simili modo, si ω'' designet angul F'' et tangente MT formatum; demonstrabitur fore

$$\cos. \omega'' = \cos. \alpha \cos. \alpha'' + \cos. \beta \cos. \beta'' + \cos. \gamma \cos. \gamma'',$$

et aequationem VIII hanc induere formam

$$\text{VIII.} \quad \frac{M du}{2 dt} = F' \cos. \omega' + F'' \cos. \omega'' + \text{etc.}$$

qua integrata nanciscemur

$$\text{IX.} \quad u = C + \frac{2 \int (F' \cos. \omega' + F'' \cos. \omega'' + \text{etc.})\, dt}{M}.$$

7) Patet igitur, vires ad tangentem MT normales ob $\cos. 90^\circ = 0$ ad celeritatem corporis mutandam nihil conferre.

Unde colligitur, si corpus per superficiem curvam, vel per canalem curvilineum in hujusmodi superficie paratum, moveri cogatur, nullum ab hac superficie, vel a canalis lateribus, impedimentum oriturum esse, cum non nisi in directione ad motus directionem normali impedimentum ejusmodi oriri queat.

Patet quoque, si in motu hoc non libero vires F', F'' etc. in corpus agere desinant, seu quod idem est, si corpus statim post initialem earum actionem sibi ipsi relinquatur; eandem celeritatem C, quam in motu initiali acceperit, semper immutatam superstitem fore.

8) Ex quo etiam patet, vires, quae formulam

$$F' \cos. \omega' + F'' \cos. \omega'' + \text{etc.}$$

non ingrediuntur, in motu libero una cum viribus $F' \sin. \omega$, $F'' \sin. \omega$, etc. non nisi incurvandae motus directioni inservire et, quia omnes in eodem plano sunt, reduci seu componi posse in unam, cujus et valor et situs inferius determinabitur.

9) Calculus ne nimis complicetur, loco omnium virium F', F'' etc. solas tres P, Q et R primariis istis aequipollentes, in consilium vocare licet; unde iterum habebuntur tres aequationes §. 2. jam exhibitae

$$\text{I. } \frac{Md^2x}{2dt^2} = P, \quad \text{II. } \frac{Md^2y}{2dt^2} = Q, \quad \text{III. } \frac{Md^2z}{2dt^2} = R;$$

ex quibus, facile perspicitur, qua ratione eliciantur tres sequentes:

$$\text{X. } \frac{M(yd^2x - xd^2y)}{2dt^2} = Py - Qx,$$
$$\text{XI. } \frac{M(zd^2x - xd^2z)}{2dt^2} = Pz - Rx,$$
$$\text{XII. } \frac{M(zd^2y - yd^2z)}{2dt^2} = Qz - Ry,$$

quae integratae sequentes praebent:

$$\text{X. } \frac{ydx - xdy}{dt} = A + \frac{2\int(Py - Qx)\,dt}{M},$$
$$\text{XI. } \frac{zdx - xdz}{dt} = B + \frac{2\int(Pz - Rx)\,dt}{M},$$
$$\text{XII. } \frac{zdy - ydz}{dt} = C + \frac{2\int(Qz - Ry)\,dt}{M}.$$

Tab. III. Fig. 4. 10) Transeat porro vis V, viribus P, Q et R aequivalens, per coordinatarum originem A; sitque ang. MAN $= \vartheta$ et ang. XAN $= \Phi$: erit V cos. ϑ cos. $\Phi = P$, V cos. ϑ sin. $\Phi = Q$, et V sin. $\vartheta = R$, unde prodit

$$P \sin. \Phi = Q \cos. \Phi,$$
$$P \sin. \vartheta = R \cos. \vartheta \cos. \Phi \text{ et}$$
$$Q \sin. \vartheta = R \cos. \vartheta \sin. \Phi;$$

positis autem AN $= r$ et AM $= v$, ex triangulis rectangulis APN et ANM habebimus sin. $\Phi = \frac{y}{r}$ cos. $\Phi = \frac{x}{r}$, sin. $\vartheta = \frac{z}{v}$ et cos. $\vartheta = \frac{r}{v}$, hincque $Py = Qx$, $Pz = Rx$ et $Qz = Ry$. Quod idem sequenti modo facilius invenitur: si a, b, c designent angulos VMX′, VMY′ et VMZ′; erit V cos. a=P, V cos. b = Q et V cos. c = R, unde, cum triangula rectangula APM, AQM et ANM praebeant cos. $a = \frac{x}{v}$, cos. $b = \frac{y}{v}$ et cos. $c = \frac{z}{v}$, statim obtinemus $Py = Qx$, $Pz = Rx$ et $Qz = Ry$.

Quae cum ita sint, casu, quo vis V, viribus P, Q et R aequipollens, ad coordinatarum originem dirigitur, aequationes X, XI et XII dabunt:

$$\text{XIII.} \quad ydx - xdy = Adt,$$
$$\text{XIV.} \quad zdx - xdz = Bdt,$$
$$\text{XV.} \quad zdy - ydz = Cdt.$$

Quum autem sit $x = r$ cos. Φ et $y = r$ sin. Φ, habebitur

$$dx = dr \cos.\Phi - rd\Phi \sin.\Phi,$$
$$dy = dr \sin.\Phi + rd\Phi \cos.\Phi; \quad \text{hinc}$$
$$ydx - xdy = -r^2 d\Phi(\sin.\Phi^2 + \cos.\Phi^2) = -r^2 d\Phi.$$

Projiciatur nunc curva BMS in planum XAY, sitque haec projectio CN; signetur porro projectionis hujus area ANC per S′ et angulus YAN per ψ, habebimus

$$dS' = \frac{r^2 d\psi}{2} = \frac{-r^2 d\Phi}{2},$$

atque hinc

$$ydx - xdy = 2dS' \text{ et } dS' = \tfrac{1}{2} Adt.$$

Signetur porro per S superficiei pars, comprehensa inter sectiones cum illa planorum YAZ, ZANM et inter curvam BM, atque per a inclinatio plani, superficiem in puncto M tangentis, ad planum XAY; habebimus

$$-ddS = \frac{rdrd\Phi}{\cos.\ \alpha} = -\frac{rdrd\psi}{\cos.\ \alpha} \text{ vel } ddS = \frac{rdrd\psi}{\cos.\ \alpha}.$$

Quum autem, hoc in casu, motus a sola vi V ad coordinatarum originem A directa producatur, area radio vectore AM descripta in uno eodemque plano erit; nulla enim causa datur, ob quam radius vector AM, a plano, per motus initialis directionem et coordinatarum x, y et z originem A, (ad quam vis V constanter tendere supponitur) transeunte ad hanc aliamve partem deflectatur: adeoque quantitas cos. α constans est, priorque formula $ddS = \frac{rdrd\psi}{\cos.\ \alpha}$ integrata ad hanc redit:

$$dS = \int ddS = \frac{\int rdrd\psi}{\cos.\ \alpha} = \frac{d\psi}{\cos.\ \alpha} \int rdr = \frac{r^2 d\psi}{2 \cos.\ \alpha};$$

quum vero sit $dS' = \frac{r^2 d\psi}{2}$, erit denuo

$$dS = \frac{dS'}{\cos.\ \alpha} \text{ vel } dS' = dS \cos.\ \alpha.$$

Etiamsi autem area radio vectore AM descripta non in eodem plano sita foret, partem conicae superficiei nihilominus repraesentet necesse est, atque adeo planum tangens modo dictum per rectam AM in superficie conica ductam transiret, angulusque inclinationis α a valore r minus quam ab angulo ψ dependeret; unde concluditur, etiam hoc in casu valere aequationes

$$dS = \frac{d\psi}{\cos.\alpha} \int r dr = \frac{r^2 d\psi}{2 \cos.\alpha}, \text{ et } dS' = dS \,.\, \cos.\alpha.$$

Si porro projectionum superficiei S in planis reliquis XAZ et YAZ designemus areas per S'', S''', et plani supra dicti superficiem tangentis inclinationes per β et γ; similiter demonstrabitur etiam his in casibus sequentes aequationes locum habere:

$$dS'' = \tfrac{1}{2} B dt, \quad dS''' = \tfrac{1}{2} C dt, \text{ et}$$

$$dS'' = dS \cos.\beta, \quad dS''' = dS \cos.\gamma.$$

Ex ultimis his tribus aequationibus habebitur

$dS^2 (\cos.\alpha^2 + \cos.\beta^2 + \cos.\gamma^2) = dS'^2 + dS''^2 + dS'''^2$ hincque

$$dS = \sqrt{dS'^2 + dS''^2 + dS'''^2};$$

ob $\cos.\alpha^2 + \cos.\beta^2 + \cos.\gamma^2 = 1$,

quare substitutis hisce valoribus, habebitur denuo

$$dS = \tfrac{1}{2} dt \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \text{ hincque}$$

$$S = \frac{t \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}{2}.$$

Unde sic dicta lex arearum colligitur, nempe areas, radio vectore in spatio indeterminato descriptas, esse in ratione temporum in motu consumptorum.

11) Simili modo, (§. 9.) facile perspicitur, qua ratione ex aequationibus I, II et III eliciatur sequens aequatio:

$$\text{XVI.} \quad \frac{M(dxd^2x + dyd^2y + dzd^2z)}{2dt^2} = Pdx + Qdy + Rdz,$$

quum autem ob $u^2 = \frac{ds^2}{dt^2} = \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2}$ sit $udu = \frac{dxd^2x + dyd^2y + dzd^2z}{dt^2}$, aequatio prior in hanc abit:

$$\text{XVI.}\quad udu = \frac{2(Pdx + Qdy + Rdz)}{M}.$$

12) Sint porro $dy = pdx$, $dz = qdx$; erit

$$u = \frac{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}{dt} = \frac{dx}{dt}\sqrt{1 + p^2 + q^2};$$

$$d^2y = pd^2x + dpdx,\quad d^2z = qd^2x + dqdx,$$

$$dp = \frac{d^2y - pd^2x}{dx},\ \text{et}\ dq = \frac{d^2z - qd^2x}{dx},$$

in quibus si loco d^2x, d^2y et d^2z eorundem valores, ex aequationibus I, II et III substituantur; erit

$$dp = \frac{2dt^2}{Mdx}(Q - Pp)\ \text{et}\ dq = \frac{2dt^2}{Mdx}(R - Rq),$$

sive ob $\frac{dt^2}{dx^2} = \frac{1 + p^2 + q^2}{u^2}$, $dp = \frac{2dx(1 + p^2 + q^2)}{Mu^2}(Q - Pp)$ et $dq = \frac{2dx(1 + p^2 + q^2)}{Mu^2}(R - Pq)$: unde ob $p = \frac{dy}{dx}$ et $q = \frac{dz}{dx}$, sequentes prodeunt aequationes:

$$\text{XVII.}\quad Qdx - Pdy = \frac{Mu^2(dxd^2y - dyd^2x)}{2ds^2}$$

$$\text{XVIII.}\quad Rdx - Pdz = \frac{Mu^2(dxd^2z - dzd^2x)}{2ds^2}.$$

Si porro aequatio XVII. ducatur in dz et XVIII. in dy et una ab altera subtrahatur, erit

$$\text{XIX.}\quad Rdy - Qdz = \frac{Mu^2(dyd^2z - dzd^2y)}{2ds^2}.$$

Iisdem autem aequationibus, priore per alteram divisis, nanciscemur aequationem

$$\text{XX.}\quad \frac{Qdx - Pdy}{Rdx - Pdz} = \frac{dxd^2y - dyd^2x}{dxd^2z - dzd^2x},$$

ex qua colligitur sequens:

$$\text{XX.}\quad P(dzd^2y - dyd^2z) + Q(dxd^2z - dzd^2x) + R(dyd^2x - dxd^2y) = 0.$$

Haec autem aequatio, cum celeritatem aut tempus in se non involvat, naturam curvae, a corpore moto descriptae, repraesentet atque adeo aequatio hujus curvae sit necesse est.

Notandum autem hic est, aequationes XVII, XVIII, XIX et XX concinnius hoc modo exprimi posse:

XVII. $2\,ds^2\,(Q\,dx - P\,dy) = M u^2 dx^2 d\left(\frac{dy}{dx}\right)$,

XVIII. $2\,ds^2\,(P\,dz - R\,dx) = M u^2 dz^2 d\left(\frac{dx}{dz}\right)$,

XIX. $2\,ds^2\,(R\,dy - Q\,dz) = M u^2 dy^2 d\left(\frac{dz}{dy}\right)$,

XX. $P\,dz^2 d\left(\frac{dy}{dz}\right) + Q\,dx^2 d\left(\frac{dz}{dx}\right) + R\,dy^2 d\left(\frac{dx}{dy}\right) = 0$.

13) Quodsi jam virium P, Q et R, secundum directiones MX', MY' et MZ' agentium, quaeratur communis, id est ipsis aequipollens vis $V = \sqrt{P^2 + Q^2 + R^2}$, et angulus VMT, quem directio hujus viris cum motus directione seu tangente MT constituit, ponatur $= \omega$; resolvendo iterum hanc vim V in binas alias T et N, quarum una T in corpus secundum directionem MT agat, altera vero N secundum directionem MΠ ad motus directionem MT normalem illud sollicitet, habebuntur aequationes Tab. III. Fig. 2.

XXI. $T = V \cos.\ \omega$,

XXII. $N = V \sin.\ \omega$.

Quum autem eaedem vires T et N eruantur, si singulae vires P, Q et R in binas, secundum directionem motus MT et alteram ad motus directionem MT normalem tendentes, resolvantur, atque quae conspirant inter se in unam summam redigantur, omnes autem normales in unam ipsis aequipollentem componantur; colligitur, si anguli $X'MT$, $Y'MT$ et $Z'MT$, a viribus P, Q et R cum motus directione MT formati, vel reciproce anguli TMX', TMY' et TMZ' motus directionem inter et istas vires intercepti per α, β et γ, designentur, esse

$$T = P\cos.\alpha + Q\cos.\beta + R\cos.\gamma,$$

vires enim $P\cos.\alpha$, $Q\cos.\beta$, $R\cos.\gamma$ in eandem rectam coincidunt.

Quod autem ad vim N, viribus $P\sin.\alpha$, $Q\sin.\beta$, $R\sin.\gamma$ aequipollentem attinet, cum de his singulis viribus, nil nisi quod in uno eodemque plano sitae sint constet, utpote ad unam eandemque rectam TM normales; concludimus vim N non posse eodem, quo vis T, modo determinari. At quum supra (§. 4.) invenerimus esse $\cos.\alpha = \frac{dx}{ds}$, $\cos.\beta = \frac{dy}{ds}$, et $\cos.\gamma = \frac{dz}{ds}$, erit

$$\text{XXIII.}\quad T = \frac{Pdx + Qdy + Rdz}{ds};$$

et cum sit $T = V\cos.\omega$, habebitur denuo

$$\cos.\omega = \frac{Pdx + Qdy + Rdz}{Vds},$$

unde etiam vis N innotescit, nempe $N = V\sin.\omega$.

Sunt autem hae vires eae ipsae, a quibus omnes motus mutationes dependent et efficiuntur, a priore enim mutatio celeritatis secundum motus directionem, ab altera hujus directionis incurvatio pendet: quam ob causam illa *tangentialis*, haec *normalis* appellatur.

Quo autem memoratae vis T actio clarius perspiciatur, combinentur aequationes XXIII et XVI, atque habebitur $T = \frac{M u\, du}{2\, ds}$, id quod etiam in genere ex motus variabilis natura immediate deduci potest, cum formula nostra, substituto valore $ds = u\, dt$, in hanc $T = \frac{M\, du}{2\, dt}$ abeat.

14) Accedamus nunc ad ipsius vis N quantitatem data opera determinandam.

Cum sit $N = V \sin.\omega = V \sqrt{1 - \cos.\omega^2}$,

$$V = \sqrt{P^2 + Q^2 + R^2} \text{ et}$$

$$\cos.\omega = \frac{P dx + Q dy + R dz}{V ds}, \text{ erit}$$

$$N = \frac{\sqrt{(P^2 + Q^2 + R^2)\, ds^2 - (P dx + Q dy + R dz)^2}}{ds};$$

quae expressio, ob

$$(P^2 + Q^2 + R^2)\, ds^2 - (P dx + Q dy + R dz)^2$$
$$= Q^2 dx^2 - 2 PQ dx dy + P^2 dy^2 + P^2 dz^2 - 2 PR dx dz + R^2 dx^2$$
$$+ R^2 dy^2 - 2 QR dy dz + Q^2 dz$$
$$= (Q dx - P dy)^2 + (P dz - R dx)^2 + (R dy - Q dz)^2,$$

in sequentem abit

$$N = \frac{\sqrt{(Q dx - P dy)^2 + (P dz - P dx)^2 + (R dy - Q dz)^2}}{ds},$$

sive ob aequationes XVII, XVIII et XIX

$$N = \frac{M u^2 \sqrt{(dx\, d^2y - dy\, d^2x)^2 + (dz\, d^2x - dx\, d^2z)^2 + (dy\, d^2z - dz\, d^2y)^2}}{2\, ds^3}.$$

Est autem

$$\left\{\begin{array}{l}(dxd^2y-dyd^2x)^2\\+(dzd^2x-dxd^2z)^2\\+(dyd^2z-dzd^2y)^2\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{l}dx^2(d^2y)^2-2dxdyd^2x\,d^2y+dy^2(d^2x)^2\\+dz^2(d^2x)^2-2dxdzd^2x\,d^2z+dx^2(d^2z)^2\\+dy^2(d^2z)^2-2dydzd^2y\,d^2z+dz^2(d^2y)^2\end{array}\right\}$$

qui valor, ob $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ hincque $dz^2 = ds^2 - dx^2 - dy^2$ et posito ds constante

$$dz = -\frac{d^2x}{d^2z}\,dx - \frac{d^2y}{d^2z}\,dy,$$

ad sequentem reducitur

$$=\left\{\begin{array}{l}dx^2(d^2y)^2-2dxdyd^2xd^2y+dy^2(d^2x)^2\\+ds^2(d^2x)^2-dx^2(d^2x)^2-dy^2(d^2x)^2+2dx^2(d^2x)^2+2dxdyd^2xd^2y\\\qquad+dx^2(d^2z)^2\\+dy^2(d^2z)^2+2dxdyd^2xd^2y+2dy^2(d^2y)^2+ds^2(d^2y)^2\\\qquad-dx^2(d^2y)^2-dy^2(d^2y)^2\end{array}\right\}$$

$$=\left\{\begin{array}{l}ds^2((d^2x)^2+(d^2y)^2)+dx^2(d^2x)^2+2dxdyd^2xd^2y+dy^2(d^2y)^2\\+(dx^2+dy^2)(d^2z)^2\end{array}\right\}$$

$$= ds^2((d^2x)^2+(d^2y)^2)+(dxd^2x+dyd^2y)^2+(dx^2+dy^2)(d^2z)^2$$

$$= ds^2((d^2x)^2+(d^2y)^2))+dz^2(d^2z)^2+(dx^2+dy^2)(d^2z)^2$$

$$= ds^2((d^2x)^2+(d^2y)^2+(d^2z)^2);$$

atque ita habebitur

$$\text{XXIV. } N = \frac{Mu^2\sqrt{ds^2((d^2x)^2+(d^2y)^2+(d^2z)^2)}}{2ds^3} = \frac{Mu^2\sqrt{(d^2x)^2+(d^2y)^2+(d^2z)^2}}{2ds^2};$$

quae expressio, ob radium curvedinis

$$r = \frac{-ds^2}{\sqrt{(d^2x)^2+(d^2y)^2+(d^2z)^2}},$$

denuo in hanc abit:

$$\text{XXV. } N = -\frac{Mu^2}{2r};$$

ubi signum $-$, vim normalem N secundum directiones e diametro oppositas iis, secundum quas eam agere supposuimus, in mobile agere adeoque id a puncto M ad planum XAY protrudere indicat.

15) Etiamsi ex ipsa hac hujus vis N expressione concludere licet, directionem ipsius MΠ ad curvam BMS esse normalem; ne quid tamen dubii supersit ipso calculo directionem ejus determinabimus.

Quem in finem in virium P, Q, R, T, V et N directionibus MX′, MY′, MZ′, MT, MV et MΠ sumptis rectis Tab. III. Fig. 5.

$$MP = MQ = MR = MT = MV = M\Pi = 1,$$

describantur arcus TP, TQ, TR, VP, VQ, VR, ΠP, ΠQ, ΠR et TVP; cum nunc recta MΠ sit ad MT perpendicularis et cum rectis MV et MT in uno eodemque plano sita, uti ex ipsa vis V resolutione patet, sequitur angulum TVP esse angulum rectum, qui binis arcubus TV et VΠ componitur, quorum alter alterius complementum est. Constituat porro, ut ante, recta MT cum MP, MQ et MR angulos α, β et γ, recta autem MV cum MP, MQ et MR angulos a, b et c; sitque, ut supra, ang. VMT $= \omega$ et ang. VMΠ $= \psi$, ita ut $\omega + \psi = 90$; hinc ex triangulo sphaerico PVT habebitur

$$\cos.\ \alpha = \cos.\ a \cos.\ \omega + \sin.\ a \sin.\ \omega \cos.\ PVT, \text{ adeoque}$$

$$\cos.\ PVT = \frac{\cos.\ \alpha - \cos.\ a \cos.\ \omega}{\sin.\ a \sin.\ \omega};$$

ex triangulo autem sphaerico PVΠ erit

$$\cos. P\Pi = \cos. a \cos. \psi + \sin. a \sin. \psi \cos. PV\Pi,$$

quum autem $\cos. \psi = \sin. \omega$, $\sin. \psi = \cos. \omega$ et $\cos. PV\Pi = -\cos. PVT$, erit

$$\cos. P\Pi = \cos. a \sin. \omega - \sin. a \cos. \omega \frac{(\cos. \alpha - \cos. a \cos. \omega)}{\sin. a \sin. \omega}$$

$$= \cos. a \sin. \omega - \frac{\cos. \omega}{\sin. \omega} (\cos. \alpha - \cos. a \cos. \omega)$$

$$= (\sin. \omega + \frac{\cos. \omega^2}{\sin. \omega}) \cos. a - \frac{\cos. \omega}{\sin. \omega} . \cos. \alpha$$

$$= \frac{\cos. a}{\sin. \omega} - \frac{\cos. \omega}{\sin. \omega} \cos. \alpha,$$

vel denique ob $P = V \cos. a$ vel $\cos. a = \frac{P}{V}$ et $\cos. \alpha = \frac{dx}{ds}$, erit

$$\cos. P\Pi = \frac{P}{V \sin. \omega} - \frac{dx}{ds} \frac{\cos. \omega}{\sin. \omega}.$$

Simili modo ex triangulo sphaerico QVT habetur

$$\cos. \beta = \cos. b \cos. \omega + \sin. b \sin. \omega \cos. QVT, \text{ adeoque}$$

$$\cos. QVT = \frac{\cos. \beta - \cos. b \cos. \omega}{\sin. b \sin. \omega};$$

et ex triangulo sphaerico QVΠ erit

$$\cos. Q\Pi = \cos. b \cos. \psi + \sin. b \sin. \psi \cos. QV\Pi;$$

quae expressio ob

$$\cos. \psi = \sin. \omega, \ \sin. \psi = \cos. \omega \text{ et } \cos. QV\Pi = -\cos. QVT,$$

in sequentes abit:

$$\cos. Q\Pi = \cos. b \sin. \omega - \sin. b \cos. \omega \frac{(\cos. \beta - \cos. b \cos. \omega)}{\sin. b \sin. \omega}$$

$$= \cos. b \sin. \omega - \frac{\cos. \omega}{\sin. \omega} (\cos. \beta - \cos. b \cos. \omega)$$

$$= (\sin. \omega + \frac{\cos. \omega^2}{\sin. \omega}) \cos. b - \frac{\cos. \omega}{\sin. \omega} . \cos. \beta$$

$$= \frac{\cos. b}{\sin. \omega} - \frac{\cos. \omega}{\sin. \omega} \cos. \beta,$$

vel denique, ob $Q = V \cos. b$, vel $\cos. b = \frac{Q}{V}$ et $\cos. \beta = \frac{dy}{ds}$, erit

$$\cos. Q\Pi = \frac{Q}{V \sin. \omega} - \frac{dy}{ds} \frac{\cos. \omega}{\sin. \omega}.$$

Simili modo etiam ex triangulis sphaericis RVT et RVΠ nanciscemur

$$\cos. R\Pi = \frac{R}{V \sin. \omega} - \frac{dz}{ds} \frac{\cos. \omega}{\sin. \omega}.$$

16) Etiamsi Cel. Eulerus, quum in secundo suo supra citato opere (no. 227) has formulas nactus esset, conclusit: *hinc igitur, cum infinitae dentur rectae normales ad directionem motus, inter eas determinatur illa, secundum quam agit vis normalis et quae directionem motus incurvat, ita ut radius curvedinis in ipsam hanc rectam normalem incidat, qui erit* $= \frac{Mu^2}{2 V \sin. \omega}$ (207): patet tamen, ex his formulis, ipsius vis N cum linea normali coincidentiam derivari oportere; valor autem iste radii curvedinis non ex motu in eodem plano peracto, uti Cel. Eulerus citando n. 207 innuere videtur, sed ex aequatione XXV profluit.

Quae cum ita sint, ut prius Cel. Euleri consectariorum ipso calculo demonstretur, in consilium revocentur aequationes XXII et XXIV, e quibus fit

$$\sin. \omega = \frac{Mu^2}{2} \frac{\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}{ds^2}$$

et cum etiam sit

$$\cos. \omega = \frac{Pdx + Qdy + Rdz}{ds},$$

colligitur

$$\frac{P}{V \sin. \omega} = \frac{2Pds^2}{Mu^2 \sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}} \quad \text{et}$$

$$\frac{dx}{ds}\,\frac{\cos.\,\omega}{\sin.\,\omega} = \frac{2dx\,(\mathrm{P}dx + \mathrm{Q}dy + \mathrm{R}dz)}{\mathrm{M}u^2\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}};$$

hincque

$$\cos.\,\mathrm{P}\Pi = \frac{2\,(\mathrm{P}dx^2 + \mathrm{P}dy^2 + \mathrm{P}dz^2 - \mathrm{P}dx^2 - \mathrm{Q}dxdy - \mathrm{R}dxdz)}{\mathrm{M}u^2\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}$$
$$= \frac{2\,(\mathrm{P}dz - \mathrm{R}dx)\,dz - (\mathrm{Q}dx - \mathrm{P}dy)\,dy)}{\mathrm{M}u^2\sqrt{(d^2x^2)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}.$$

Ex aequationibus autem XVII et XVIII est

$$(\mathrm{P}dz - \mathrm{R}dx)\,dz = \frac{\mathrm{M}u^2}{2ds^2}\,(dz^2d^2x - dxdzd^2z) \quad \text{et}$$
$$(\mathrm{Q}dx - \mathrm{P}dy)\,dy = \frac{\mathrm{M}u^2}{2ds^2}\,(dxdyd^2y - dy^2d^2x)$$

hincque ob $dz^2 = ds^2 - dx^2 - dy^2$ et $dz = -\frac{d^2x}{d^2z}\,dx - \frac{d^2y}{d^2z}\,dy$ erit

$$(\mathrm{P}dz - \mathrm{R}dx)\,dz - (\mathrm{Q}dx - \mathrm{P}dy)\,dy = \frac{\mathrm{M}u^2\,(dz^2d^2x - dxdzd^2y - dxdyd^2y + dy^2d^2x)}{2ds^2}$$
$$= \frac{\mathrm{M}u^2}{2ds^2}\,(ds^2dx^2 - dx^2d^2x - dy^2d^2x + dx^2d^2x + dxdyd^2y$$
$$- dxdyd^2y + dy^2d^2x) = \frac{\mathrm{M}u^2}{2ds^2}\,ds^2d^2x = \frac{\mathrm{M}u^2d^2x}{2};$$

unde denuo habebitur

$$\cos.\,\mathrm{P}\Pi = \frac{d^2x}{\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}.$$

Simili modo habebitur

$$\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{V}\sin.\,\omega} = \frac{2\mathrm{Q}ds^2}{\mathrm{M}u^2\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}} \quad \text{et}$$
$$\frac{dy}{ds}\,\frac{\cos\,\omega}{\sin.\,\omega} = \frac{2dy\,(\mathrm{P}dx + \mathrm{Q}dy + \mathrm{R}dz)}{\mathrm{M}u^2\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}; \quad \text{quare}$$
$$\cos.\,\mathrm{Q}\Pi = \frac{2\,(\mathrm{Q}dx^2 + \mathrm{Q}dy^2 + \mathrm{Q}dz^2 - \mathrm{P}dxdy - \mathrm{Q}dy^2 - \mathrm{R}dydz)}{\mathrm{M}u^2\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}$$
$$= \frac{2\,((\mathrm{Q}dx - \mathrm{P}dy)\,dx - (\mathrm{R}dy - \mathrm{Q}dz)\,dz)}{\mathrm{M}u^2\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}.$$

Ex aequationibus autem XVIII et XIX est

$$(\mathrm{Q}dx - \mathrm{P}dy)\,dx = \frac{\mathrm{M}u^2}{2ds^2}\,(dx^2d^2y - dxdyd^2x) \quad \text{et}$$
$$(\mathrm{R}dy - \mathrm{Q}dz)\,dz = \frac{\mathrm{M}u^2}{2ds^2}\,(dydz - dz^2d^2y),$$

unde ob $dz^2 = ds^2 - dx^2 - dy^2$ et $dz = -\frac{d^2x}{d^2z}\,dx - \frac{d^2y}{d^2z}\,dy$, erit

$$(Qdx - Pdy)\,dx - (Rdy - Qdz)\,dz$$
$$= \frac{Mu^2}{2ds^2}(dx^2d^2y - dxdyd^2x - dydzd^2z + dz^2d^2y)$$
$$= \frac{Mu^2}{2ds^2}(dx^2d^2y - dxdyd^2y + dxdyd^2x + dy^2d^2y + ds^2d^2y$$
$$- dx^2d^2y - dy^2d^2y)$$
$$= \frac{Mu^2}{2ds^2}ds^2d^2y = \frac{Mu^2d^2y}{2};$$

atque ita habebitur

$$\cos.\ Q\Pi = \frac{d^2y}{\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}.$$

Simili modo eruetur

$$\cos.\ R\Pi = \frac{d^2z}{\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}};$$

notandum autem est, loco aequationum $dz^2 = ds^2 - dx^2 - dy^2$ et $dz = -\frac{d^2x}{d^2z}dx - \frac{d^2y}{d^2z}dy$, aequationes $dy^2 = ds^2 - dx^2 - dz^2$ et $dy = -\frac{d^2x}{d^2y}dx - \frac{d^2z}{d^2y}dz$ in calculum hic vocandas esse.

Quum igitur ex Geometria sublimiori constet, has expressiones quantitatum cos. $P\Pi$, cos. $Q\Pi$ et cos. $R\Pi$, ipsas quoque expressiones esse cosinuum angulorum, qui a linea normali curvae duplicis curvaturae, seu quod idem est, a normali curvae superficiei, in qua ista curva descripta esse censetur, cum trium axium AX, AY et AZ directionibus formantur: hinc legitime concludere licet, directionem $M\Pi$ ipsius vis N cum hac normali coincidere.

17) Quodsi igitur singulae vires P, Q et R resolvantur in ternas, nimirum secundum motus directionem MT, secundum directionem lineae normalis $M\Pi$ et secundum directionem ad binas has, MT et $M\Pi$, perpendicu-

larem, et singulae in una quaque harum directionum hoc modo obtentae vires componantur in unam; patet non nisi duas vires, tangentialem scilicet T et normalem N, remanere, tertiam vero, quam Cel. Eulerus *normalem deflectentem* nominat, locum non habere; quoniam, si vis ista normalis deflectens locum haberet, vis V viribus P, Q et R aequipollens, in binas vires T et N secundum directiones MT et MΠ resoluta, resolveretur etiam in tres vires, secundum priores scilicet directiones MT et MΠ et insuper secundum directionem ad has ipsas perpendicularem, quod fieri non potest.

Supponit quidem Cel. Eulerus superficiem, in qua corpus movetur, (v. Mechan. sive motus scientia analytice exposita T. II. pag. 477 propos. 95); verum enim vero quum resistentiam ab hujusmodi superficie ortam in calculum non introduxisset, etiam hypothesis haec nullam vim habeat necesse est. Caeterum supponamus hujusmodi superficiem, et indagemus actu expressionem pro hac imaginaria vi, ut quem valorem effectumque foret habitura, pateat.

Tab. III. Fig. 6. 18) Sit igitur superficies ad ternas inter se normales axes AX, AY et AZ, ternarum ope coordinatarum $NQ = AP = x$, $NP = AQ = y$ et $NM = z$ ad axes istas respective parallelarum relata, in qua corpus M, a tribus viribus P, Q et R sollicitatum moveatur; sitque hujus superficiei aequatio $dz = mdx + ndy$, ubi m et n sint functiones quaedam quantitatum x et y. Sit porro BM $= s$ curva a motu corporis in hac superficie orta et CN $= v$ hujus curvae projectio; sint porro lineae MT et NT rectae dictas curvas in punctis M et N tangentes et MTV planum superficiem in puncto M tangens planumque XAY in recta TW secans, et rectae NK, NL subnormales sectionum, per coordinatas QN, PN et NM factorum ita ut si constituatur rectangulum NKVL ducaturque recta MV, haec recta normalem hujus superficiei exhibeat; producatur VN, donec cum recta TW in puncto O concurrat, ducaturque recta MO; hoc facto planum VOM, utpote per coordinatam NM et normalem VM transiens, erit ad rectam TW perpendiculare, adeoque ang. MON erit angulus inclinationis plani tangentis MTW ad planum XAY. Quam ob rem ex principiis Geometriae sublimioris habebitur

$$NT = \frac{zdv}{dz}, \quad MT = \frac{zds}{dz}, \quad \text{tang. } MON = \sqrt{m^2 + n^2};$$

$$\text{sin. } MON = \frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} \text{ et cos. } MON = \frac{1}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}};$$

hinc in triangulo rectangulo NOM erit

$$NO = \frac{z}{\sqrt{m^2 + n^2}} \text{ et } MO = \frac{z\sqrt{1 + m^2 + n^2}}{\sqrt{m^2 + n^2}}$$

quare

$$TO = \sqrt{\frac{z^2dv^2}{dz^2} - \frac{z^2}{m^2+n^2}} = \frac{z\sqrt{(m^2+n^2)dv^2 - dz^2}}{dz\sqrt{m^2+n^2}};$$

at $(m^2+n^2)\,dv^2 = m^2dy^2 + m^2dx^2 + n^2dy^2 + n^2dx^2$

et $dz^2 = m^2dy^2 + n^2dx^2 + 2\,mndxdy$,

hinc $(m^2+n^2)\,dv^2 - dz^2 = (mdx - mdy)^2$ adeoque

$$TO = \frac{z(mdx - ndy)}{dz\sqrt{m^2+n^2}}.$$

Ex triangulis autem similibus TOM et TMW habebitur

$$\frac{z(mdx - ndy)}{dz\sqrt{m^2+n^2}} : \frac{zds}{dz} = \frac{z\sqrt{1+m^2+n^2}}{\sqrt{m^2+n^2}} : MW; \text{ unde}$$

$$MW = \frac{zds\sqrt{1+m^2+n^2}}{mdx - ndy} \text{ adeoque}$$

$$\sin.\,MWN = \frac{NM}{MW} = \frac{mdx - ndy}{ds\sqrt{1+m^2+n^2}} \text{ et}$$

$$\cos.\,MWN = \frac{\sqrt{(1+m^2+n^2)ds^2 - (mdx - ndy)^2}}{ds\sqrt{1+m^2+n^2}},$$

quum autem sit

$(1+m^2+n^2)\,ds^2 = ds^2 + m^2dx^2 + n^2dx^2 + m^2dy + n^2dy^2 + m^2dz^2 + n^2dz^2$

et $(mdx - ndy)^2 = m^2dx^2 + n^2dy^2 - 2\,mndxdy$, erit

$(1+m^2+n^2)\,ds^2 - (mdx - ndx)^2 = ds^2 + (1+m^2+n^2)\,dz^2$,

hincque

$$\cos.\,MWN = \frac{\sqrt{ds^2 + (1+m^2+n^2)dz^2}}{ds\sqrt{1+m^2+n^2}} \text{ et}$$

$$NW = MW \cos.\,MWN = \frac{z\sqrt{ds^2 + (1+m^2+n^2)dz^2}}{mdx - ndy}.$$

Unde eruetur

$$\cos.\,ONW = \frac{NO}{MW} = \frac{mdx - ndy}{\sqrt{m^2+n^2}.\ \sqrt{ds^2 + (1+m^2+n^2)dz^2}}, \text{ et}$$

$$\sin.\,ONW = \frac{\sqrt{(m^2+n^2)(ds^2 + (1+m^2+n^2)dz^2) - (mdx - ndy)^2}}{\sqrt{m^2+n^2}\ \sqrt{ds^2 + (1+m^2+n^2)dz^2}}.$$

Quum autem sit

$$(m^2 + n^2)(ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2$$
$$= m^2dx^2 + m^2dy^2 + m^2dz^2 + n^2dx^2 + n^2dy^2 + n^2dz^2$$
$$+ (m^2 + n^2)(1 + m^2 + n^2)\, dz^2\text{, et}$$
$$(mdx - ndy)^2 = m^2dx^2 - 2\,mndxdy + n^2dy^2$$

differentia harum formularum erit

$$= (mdy + ndx)^2 + (m^2 + n^2)\, dz^2 + (m^2 + n^2)(1 + m^2 + n^2)\, dz^2$$
$$= (1 + m^2 + n^2)\, dz^2 + (m^2 + n^2)(1 + m^2 + n^2)\, dz^2 = (1 + m^2 + n^2)^2\, dz^2$$

atque hinc

$$\sin.\ ONW = \frac{(1 + m^2 + n^2)\, dz}{\sqrt{m^2 + n^2}\ \sqrt{ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2}}.$$

Quoniam vero $\sin.\ ONQ = -\sin.\ VNK = \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2}}$ hincque $\cos.\ ONQ = \frac{n}{\sqrt{m^2 + n^2}}$, erit

$$\cos.\ WNQ\ (= \cos.\ ONW \cos.\ ONQ - \sin.\ ONW \sin.\ ONQ)$$
$$= \frac{(mdx - ndy)\, n}{(m^2 + n^2)\sqrt{ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2}} - \frac{(1 + m^2 + n^2)\, mdz}{(m^2 + n^2)\sqrt{ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2}}$$
$$= \frac{mndx - n^2dy - m^2dy - mndx - (m^2 + n^2)\, mdz}{(m^2 + n^2)\sqrt{ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2}}$$
$$= \frac{-dy - mdz}{\sqrt{ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2}},$$

et $\sin.\ WNQ\ (= \sin.\ ONW \cos.\ ONQ + \cos.\ ONW \sin.\ ONQ)$

$$= \frac{(1 + m^2 + n^2)\, ndz}{(m^2 + n^2)\sqrt{ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2}} + \frac{(mdx - ndy)\, m}{(m^2 + n^2)\sqrt{ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2}}$$
$$= \frac{mndy + n^2dx + (m^2 + n^2)\, ndz + m^2dx - mndy}{(m^2 + n^2)\sqrt{ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2}}$$
$$= \frac{dx + ndz}{\sqrt{ds^2 + (1 + m^2 + n^2)\, dz^2}}.$$

Ducantur porro per punctum W rectae WX′, WY′ et WZ′, ternis axibus AX, AY et AZ parallelae; habebitur

cos. MWX′ = cos. MWN cos. NWX′ = cos. MWN cos. WNQ
cos. MWY′ = cos. MWN sin. NWX′ = cos. MWN sin. WNQ
et cos. MWZ′ = sin. MWN hincque

$$\cos. MWX' = \frac{-dy - mdz}{ds\sqrt{1 + m^2 + n^2}},$$

$$\cos. MWY' = \frac{dx + ndz}{ds\sqrt{1 + m^2 + n^2}},$$

$$\cos. MWZ' = \frac{mdx - ndy}{ds\sqrt{1 + m^2 + n^2}}.$$

Hoc itaque modo situs rectae MW, secundum cujus directionem vis normalis, ab Eulero deflectens dicta, effectum suum praestare deberet, determinatus est; quare posita hac vi = W, cum vires P, Q et R secundum ternas directiones tribus axibus AX, AY et AZ parallelas resolutae sint (n. 17), erit

$$W = P\cos. MWX' + Q\cos. MWY' + R\cos. MWZ',$$

atque hinc

$$W = \frac{-P(dy + mdz) + Q(dx + ndz) + R(mdx - ndy)}{ds\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$$

quae expressio cum ea, quam Cel. Eulerus prorsus alia methodo invenit, penitus congruit.

Cum igitur, posita ut supra, quantitate ds constante, sit

$$dz = -\frac{d^2y}{d^2z}dy - \frac{d^2x}{d^2z}dx;$$

aequatio autem superficiei sit $dz = mdy + mdx$, erit

$$m = -\frac{d^2y}{d^2z} \quad \text{et} \quad n = -\frac{d^2x}{d^2z},$$

his valoribus substitutis, erit

$$-P(dx + mdz) = -P\left(dy - dz\frac{d^2y}{d^2z}\right) = \frac{P(dzd^2y - dyd^2z)}{d^2z},$$

$$Q\,(dx + ndz) = Q\,(dx - dz\,\tfrac{d^2x}{d^2z}) = \frac{Q\,(dxd^2z - dzd^2x)}{d^2z},$$

$$R\,(mdx - ndy) = R\,(-\,dx\,\tfrac{d^2y}{d^2z} + dy\,\tfrac{d^2x}{d^2z}) = \frac{R\,(dyd^2x - dxd^2y)}{d^2z}, \text{ et}$$

$$-\,P\,(dx + mdz) + Q\,(dx + ndz) + R\,(mdx - ndy)$$
$$= \frac{P\,(dzd^2y - dyd^2z) + Q\,(dxd^2z - dzd^2x) + R\,dyd^2x - dxd^2y)}{d^2z}.$$

Haec autem expressio per aequationem XX in nihilum abit, unde patet, esse $W = 0$ adeoque vim hanc omitti debere, nec ullibi in calculum introduci posse.

19) Determinata autem (n. 16) directione MII, secundum quam vis N mobile sollicitat, viribusque P, Q et R secundum directiones ternis axibus AX, AY et AZ parallelas resolutis (n. 17), aliam pro vi normali N habebimus expressionem, erit nimirum Tab. III. Fig. 1.

$$\text{XXVI. } N = \frac{Pd^2x + Qd^2y + Rd^2z}{\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}}$$

atque hinc, ob aequationem XXV, nanciscemur

$$\text{XXVII. } \frac{Mu^2}{2r} = -\,\frac{Pd^2x + Qd^2y + Rd^2z}{\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}},$$

sive ob $-\,\frac{d^2x}{d^2z} = n$ et $-\,\frac{d^2y}{d^2z} = m$, habebitur

$$\text{XXVII. } \frac{Mu^2}{2r} = \frac{Pn + Qm - R}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}},$$

ad quam aequationem etiam immediate, sequenti modo perveniemus.

Ducantur aequationes I$^{\text{ma}}$ in n et II$^{\text{da}}$ m et a productis, in unam summam collectis, subtrahatur aequatio III$^{\text{tia}}$, habebiturque

$$\frac{M\,(nd^2x + md^2y - d^2z)}{2\,dt^2} = Pn + Qm - R;$$

novimus autem esse $r = \dfrac{-\,(1 + m^2 + n^2)^{\frac{3}{2}}\,ds^2}{d^2z - m^2d^2y - n^2d^2x}$, hincque

$nd^2x + md^2y - d^2z = \frac{(1 + m^2 + n^2)^{\frac{1}{2}}\, ds^2}{r}$, quo valore substituto aequatio prior abit in hanc:

$$\frac{M\,(1 + m^2 + n^2)^{\frac{1}{2}}\, ds^2}{2\, rdt^2} = Pn + Qm - R\,;$$

unde ob $\frac{ds^2}{dt^2} = u^2$ erit $\frac{Mu^2}{2r} = \frac{Pn + Qm - R}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$.
Quodsi autem hanc, qua usi sumus, methodum, absque praevia de situ directionis vis N indagatione quam (n. 16 et 17) instituimus, quasi usurpare voluissemus, valor vis W remansisset dubius et doctrina haec incompleta methodo fuisset pertractata.

Sub finem denique hujus de motu corporum progressivo libero dilucidationis probe notandum est, eam sequentibus formulis praecipue fuisse absolutam:

XVI. $Mudu = 2\,(Pdx + Qdy + Rdz)$ et

XXVII. $\frac{Mu^2}{2r} = \frac{Pn + Qm - R}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$.

19) Sancitis itaque motus progressivi liberi legibus, quales, pro motu per superficies curvas impedito formulae sint prodituræ, investigemus.

Quum superficies curva, in qua corpus M a viribus P, Q et R sollicitatum moveri cogitur, nullam aliam in illud corpus, vim exserat, nisi sustinendo pressionem, a nisu corporis, ab hac superficie discedendi ortam; superficies haec vicem subire certae cujusdam vis reputanda est, de qua statui potest, eam vim, pressioni a corpore productae oppositam et aequalem esse; quum autem omnis pressio ad oppositum ipsi obstaculum perpendicularis sit; patet, etiam superficiem hanc semper subire vicem vis ad ipsam perpendicularis. Quare si loco superficiei fingamus substitui vim ubique secundum hujus superficiei normalem tendentem, quae sit $= \Pi$, motus hic impeditus ad liberum reducetur, in quo corpus M non nisi a viribus P, Q, R et Π sollicitabitur. Quoniam vero vires P, Q et R in corpus agunt secundum directiones trium axium AX, AY et AZ; ut cum his coalescat vis Π, resolvamus ipsam secundum hasce directiones in ternas ipsi aequivalentes, et si supponamus propositae superficiei aequationem esse $dz = mdz + ndy$, tres istae vi Π aequipollentes vires erunt:

$$\frac{\Pi n}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}, \quad \frac{\Pi m}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} \text{ et } \frac{\Pi}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$$

ubi constat quantitates

$$\frac{n}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}, \quad \frac{m}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} \text{ et } \frac{1}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$$

esse cosinus angulorum, a linea normali sive ipsius directione cum ternis axibus AX, AY et AZ constitutorum.

Quodsi jam supponamus superficiem hanc planis XAZ et YAZ convexitatem suam obvertere; loco virium P, Q et R in motu supra considerato libero agentium, has tres vires habebimus

$$P - \frac{\Pi n}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}},\ Q - \frac{\Pi m}{\sqrt{1 + m^2 + n^3}} \text{ et } R + \frac{\Pi}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}};$$

quare si hae vires in aequationibus XVI et XXVII loco virium P, Q et R substituantur, habebimus

$$Mudu = 2\left(\left(P - \frac{\Pi n}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}\right) dx + \left(Q - \frac{\Pi m}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}\right) dy + \left(R + \frac{\Pi}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}\right) dz\right)$$

vel $Mudu = 2\left(Pdx + Qdy + Rdz - \Pi \frac{(ndx + mdy - dz)}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}\right)$

et quum sit $dz = mdy + ndx$, erit

$$Mudu = 2\,(Pdx + Qdy + Rdz)$$

quae eadem aequatio etiam in priori casu locum habuit.

Tum autem erit

$$\frac{Mu^2}{2r} = \frac{\left(P - \frac{\Pi n}{\sqrt{1+m^2+n^2}}\right) n + \left(Q - \frac{\Pi m}{\sqrt{1+m^2+n^2}}\right) n - \left(R + \frac{\Pi}{\sqrt{1+m^2+n^2}}\right)}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$$

vel

$$\frac{Mu^2}{2r} = \frac{Pn + Qm - R}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}} - \Pi.$$

Unde nanciscimur

$$\text{XXVIII.}\quad \Pi = -\frac{Mu^2}{2r} + \frac{Pn + Qm - R}{\sqrt{1 + m2 + n^2}},$$

ex quo sequitur pressionem quoque esse

$$= \frac{Mu^2}{2r} - \frac{Pn + Qm + R}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}.$$

21) Quum igitur aequatio XVI, pro motu libero supra sancita, pro motu etiam impedito valeat; sequi-

tur, curvaturam superficiei, in qua corpus moveri cogitur, nihil ad mutandam ejus celeritatem efficere; atque, si vires P, Q et R agere in datum corpus desinant, seu si sit $P = 0$, $Q = 0$ et $R = 0$, etiam esse $du = 0$, adeoque celeritatem constantem remanere; uti et supra n. 7 notavimus.

Ex aequatione autem XXVIII porro sequitur, eo quoque casu, quo $P = 0$, $Q = 0$ et $R = 0$, seu quo corpus a nulla vi sollicitatum supponitur, id tamen in propositam superficiem pressionem $= \frac{Mu^2}{2r}$ exercere: unde omnis de viribus centralibus doctrina originem repetit.

22) Si denique supponamus curvam superficiem, cujus aequatio sit $dz = mdz + ndx$, secari ab alia curva superficie, cujus aequatio sit $dy = m'dz + n'dx$, fingamusque, secundum ductum lineae duplicis curvaturae ab hujusmodi sectione formatae paratum esse canalem, in quo corpus M moveatur; praeter pressionem $= \Pi$, quam corpus in superficiem datam exercet, ab eodem etiam in secantem superficiem pressio exercebitur, quae sit $= \Pi'$, et qua secundum directiones ternorum axium AX, AY et AZ resoluta, ternas, ut in casu quoque priori, habebimus vires

$$\frac{\Pi' n'}{\sqrt{1 + m'^2 + n'^2}}, \quad \frac{\Pi' m'}{\sqrt{1 + m'^2 + n'^2}} \quad \text{et} \quad \frac{\Pi'}{\sqrt{1 + m'^2 + n'^2}},$$

quibus cum viribus P, Q et R conjunctis obtinentur vires

$$P - \frac{\Pi' n'}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}},\ R - \frac{\Pi' m'}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}} \text{ et } Q + \frac{\Pi'}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}}$$

corpus M per superficiem curvam, sollicitantes, cujus aequatio est $dy = m'dz + n'dx$, et cujus convexitatem a plano XAY et ZAY spectare supponimus.

His itaque viribus in aequatione

$$\frac{Mu^2}{2r'} = \frac{Pn' + Rm' - Q}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}}$$

substitutis, habebimus

$$\Pi' = -\frac{Mu^2}{2r'} + \frac{Pn' + Rm' - Q}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}}.$$

Ad celeritatem autem u quod attinet, cum eam a vi Π' nullam pati mutationem supra (n. 7) demonstratum sit, eadem etiam hic non variabitur, id quod etiam facile demonstrari potest. Nam si in aequatione XVI, loco virium P, Q et R substituantur

$$P - \frac{\Pi n}{\sqrt{1+m^2+n^2}} - \frac{\Pi' n'}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}},\ Q - \frac{\Pi m}{\sqrt{1+m^2+n^2}} + \frac{\Pi'}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}}$$

et $R + \frac{\Pi}{\sqrt{1+m^2+n^2}} - \frac{\Pi' m'}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}}$, habebitur

$$Mudu = 2\left\{\begin{aligned} &\left(P - \frac{\Pi n}{\sqrt{1+m^2+n^2}} - \frac{\Pi' n'}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}}\right) dx \\ &+ \left(Q - \frac{\Pi m}{\sqrt{1+m^2+n^2}} + \frac{\Pi'}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}}\right) dy \\ &+ \left(R + \frac{\Pi}{\sqrt{1+m^2+n^2}} - \frac{\Pi' m'}{\sqrt{1+m'^2+n'^2}}\right) dz \end{aligned}\right\}$$

hincque

$$Mudu = 2\,(Pdx + Qdy + Rdz).$$

REMARQUES SUR QUELQUES EQUATIONS
DE LA LUNE.

PAR

F. T. SCHUBERT.

Présenté à la Conférence le 12 Août 1807.

§. 1. M. *la Place* a donné dans son *Exposition du Système du Monde*, une méthode fort simple et ingénieuse, pour déterminer par de purs raisonnemens fondés sur les premiers principes de la pesanteur universelle, deux équations de la Lune des plus compliquées, savoir l'équation *annuelle* et *séculaire* de sa longitude, sans entrer dans le détail de l'analyse qui rend cette partie du calcul astronomique si pénible. Cette méthode qui s'appliqueroit facilement à d'autres équations, conduit à des résultats qui, quoiqu' à la vérite ils ne donnent pas l'exactitude que l'Astronome exige dans ses calculs, sont pourtant plus intéressans pour le Philosophe, parcequ'en se présentant plus isolés, ils offrent plus de clarté et d'évidence. D'ailleurs, elle mérite une attention particulière, parce qu'elle diffère peu de celle, par laquelle l'inventeur de l'Astronomie physique a déduit séparément les plus importantes circonstances du mouvement troublé de la Lune, sans entrer dans le calcul analytique: de sorte qu'on peut la regarder comme une application ou un développement de ce que *Newton* a démontré (*Princ. Phil. Nat. Lib. I. Theor.* 26.), et sur quoi il a fondé la théorie de la Lune (*loc. cit. Lib. III. Propos.* 25 — 35.). Il ne sera donc pas inutile, de développer ces raisonnemens d'une maniere plus rigoureuse et évidente, que M. *la Place* n'a pu le faire dans le précis que ce grand Géométre en a donné dans l'ouvrage cité.

Tab. III. Fig. 7. §. 2. Soient S, T, L, les centres du Soleil, de la Terre, et de la Lune, soit ALB l'orbite de la Lune suivant l'ordre des signes: en nommant donc l'élongation de la Lune au Soleil STL $= \phi$, les distances TS $= x$, TL $= y$, SL $= z$, et la masse du Soleil $= \odot$, celle de la Terre étant prise pour unité; le mouvement relatif de la Lune autour de la Terre sera déterminé par les forces suivantes,

$$P = \frac{1}{y^2} \text{ suivant LT,}$$

$$Q = \frac{\odot}{z^2} \text{ suivant LS, et}$$

$$R = \frac{\odot}{x^2} \text{ suivant } Lm \text{ qui est parallèle à ST.}$$

En décomposant la force Q en deux autres,

$$S = \frac{\odot y}{z^3} \text{ suivant LT, et}$$

$$T = \frac{\odot x}{z^3} \text{ suivant TS;}$$

la Lune sera sollicitée par les forces

$$P + S \text{ suivant LT, et}$$

$$T - R \text{ suivant LM ou TS.}$$

Celle-ci étant décomposée suivant le prolongement LV du rayon vecteur TL, et suivant la perpendiculaire LN, en les forces

$$(T - R) \cos \Phi \text{ et } (T - R) \sin \Phi:$$

la Lune sera sollicitée par la force

$$M = \frac{\odot (x^3 - z^3)}{x^2 z^3} \sin \Phi \text{ suivant la tangente LN,}$$

et par la force centrale

$$N = \frac{1}{y^2} + \frac{\odot y}{z^3} - \frac{\odot (x^3 - z^3)}{x^2 z^3} \cos \Phi.$$

§. 3. Dans le triangle STL on a

$$z^2 = x^2 - 2xy \cos \Phi + y^2$$

ou bien, y étant environ $= \frac{x}{400}$, à très-peu près

$$z = x - y \cos \Phi;$$

ce qui donne

$$z^3 = x^3 - 3x^2 y \cos \Phi.$$

De là il suit

$$M = \frac{3 \odot y}{2 z^3} \sin 2\Phi, \text{ et}$$

$$N = \frac{1}{y^2} + \frac{\odot y}{z^3} - \frac{3 \odot y}{2 z^3} (1 + \cos 2\Phi) = \frac{1}{y^2} - \frac{\odot y}{2 z^3} (1 + 3 \cos 2\Phi).$$

La force M dont l'effet immédiat consiste à changer la vitesse de la Lune, croît depuis la nouvelle Lune jusqu'à $\Phi = 45°$, où elle parvient à son *Maximum* $= \frac{3 \odot y}{2 z^3}$; ensuite elle va en decroîssant jusqu'au premier quartier, où elle devient égale à zéro; depuis le premier quartier jusqu'à la pleine lune elle est négative, et après avoir atteint sa plus grande valeur $= -\frac{3 \odot y}{2 z^3}$, elle rédevient égale à zéro. Depuis l'opposition jusqu'à la conjonction, M reçoit successivement les mêmes valeurs, en s'éloignant également des deux côtés de zéro jusqu'à $\pm \frac{3 \odot y}{2 z^3}$, de sorte que la valeur *moyenne* de la force M est $= 0$: d'où il suit que la *vitesse moyenne* de la Lune suivant la tangente n'est point altérée par l'action du Soleil. Mais le rayon de l'orbe lunaire étant diminué par la force N, le changement de la distance produira aussi des changemens dans la vitesse de la Lune, comme nous verrons plus bas.

§. 4. La force M ayant la direction LN, contraire au mouvement de la Lune, il est aisé de voir que la Lune est retardée par l'action du Soleil depuis les sysygies jusqu'aux quadratures, et que son mouvement est accéléré depuis les quadratures jusqu'aux sysygies. De là il suit que la vitesse de la Lune, ou son mouvement horaire, aura la plus grande valeur dans les sysygies, et la moindre valeur dans les quadratures. Il en résulte une équation du mouvement horaire de la forme $+ a \cos 2\Phi$; elle est selon *Mayer* $= + 40'' \cos 2\Phi$.

§. 5. On trouve de la même manière, que la force centrale N (§. 3.) est un *minimum* $= \frac{1}{y^2} - \frac{2\Theta y}{z^3}$ dans les sysygies, qu'elle est un *maximum* $= \frac{1}{y^2} + \frac{\Theta y}{z^3}$ dans les quadratures, et que par conséquent, en faisant abstraction des changemens périodiques, la valeur *moyenne* de N est $= \frac{1}{y^2} - \frac{\Theta y}{2z^3}$ ou bien $\frac{1}{y^2} - \frac{\Theta y}{2x^3}$, la valeur moyenne de z étant égale à x. Il s'ensuit que, dans les sysygies, le mouvement de la Lune s'écarte le moins de la tangente, et que dans les quadratures, la Lune se détourne le plus de la tangente vers le centre; de façon que l'orbe lunaire prend la forme d'un cercle qui est le moins courbé ou applati vers les sysygies, et le plus courbé ou allongé vers les quadratures; d'ou il suit que la distance de la Lune à la Terre va en augmentant depuis les sysygies jusqu'aux quadratures, et en diminuant depuis les quadratures jusqu'aux sysygies, que par conséquent cette distance est un *maximum* dans les quadratures, et un *minimum* dans les sysygies. Il en résultera pour la distance une équation de la forme $-a \cos 2\Phi$, ou pour la parallaxe une équation de la forme $+a \cos 2\Phi$; elle est selon *Mayer* $= +26'' \cos 2\Phi$.

§. 6. Pour déterminer le rapport des forces centrales dans différentes orbites, il suffit de les supposer circulaires, parceque la force centrale ne dépend que du grand axe de l'orbite et de la révolution. En nommant donc ω l'arc décrit par la Terre autour du Soleil en une seconde, et P la force centrale du Soleil à une distance égale au rayon de l'orbe terrestre $= x$, on aura sin vers $\omega = s = \frac{\sin^2 \omega}{2x - s}$: donc, ω étant infiniment petit, $s = \frac{\omega^2}{2x}$. Les forces centrales étant comme les petites lignes s, P sera proportionnel à $\frac{\omega^2}{x}$. En nommant donc T le tems d'une révolution de la Terre, et π le rapport de la circonférence du cercle au diamétre, on a $\omega = \frac{2\pi x}{T}$, partant P proportionel à $\frac{x}{T^2}$. Or, P étant aussi proportionel à $\frac{\odot}{x^2}$, suivant la loi de la pesanteur découverte par *Newton*, $\frac{x}{T^2}$ et $\frac{\odot}{x^2}$ sont dans un rapport constant, c'est-à-dire, les masses $\odot$ sont dans le rapport de $\frac{x^3}{T^2}$. En désignant donc le mois sidéral par t, la masse de la Terre étant prise pour unité, on a

$$\odot : 1 = \frac{x^3}{T^2} : \frac{y^3}{t^2}, \text{ partant } y^3 = \frac{t^2}{T^2} \cdot \frac{x^3}{\odot}.$$

Nommons V la force centrale de la Terre à la distance de la Lune $= y$, et v sa diminution par l'action du Soleil, V étant $= \frac{1}{y^2}$, $v = \frac{\odot y}{2x^3}$, et $N = V - v$ (§. 5.), on aura

$$V = \frac{\odot y T^2}{x^3 t^2} = \frac{T^2}{t^2} \odot y,$$

la distance y étant exprimée en parties de la distance moyenne de la Terre au Soleil $x = 1$; d'où il suit

$$\odot y = \frac{t^2}{T^2} V, \text{ et } v = \frac{V t^2}{2T^2 x^3}.$$

Pour déterminer l'équation séculaire et celle annuelle de la Lune, qui dépendent l'une et l'autre de l'excentricité de l'orbe terrestre, il faut tenir compte de cette excentricité. En faisant donc

$$x = 1 + \xi,$$

et substituant

$$\frac{T}{t} = 13,37;\ \frac{T^2}{t^2} = 179;$$

on aura

$$\frac{v}{V} = \frac{(1+\xi)^{-3}}{358},\ \text{et}\ N = V\left(1 - \frac{(1+\xi)^{-3}}{358}\right).$$

§. 7. Le moyen mouvement de la Lune, tel qu'il se présente à l'observateur, est donc composé de deux parties. L'une, dûe à l'attraction de la Terre V, est comme $\frac{1}{y^2}$, y étant la *moyenne* distance de la Lune à la Terre: c'est donc le vrai moyen mouvement qui est rigoureusement invariable, parceque les grands axes des orbites ne sont point altérés par les perturbations: désignons cette partie du moyen mouvement par B. L'autre, produite par l'action du Soleil v, est dans le rapport de $\frac{1}{x^3}$, x étant la *vraie* distance de la Terre au Soleil. Or, x étant variable, v l'est de même. Mais comme x ne fait que de petites oscillations, il faut que la partie de v la plus considérable dépende de la valeur moyenne de $x = 1$, d'où il résulte une partie du moyen mouvement de la Lune, que nous nommerons b. Les variations de x dépendant de deux élémens, savoir, de l'éxcentricité et de l'anomalie de la Terre; les quantités x et v changeront de deux manieres, savoir, par le mouvement de la Terre dans son orbite, et par la variation de l'excentricité de cette orbite. La premiere cause produira une équation dont la période est la révolution de la Terre autour du Soleil, ce qui donne l'équation de la Lune, découverte par *Tycho*, que l'on appelle l'équation *annuelle.* L'autre donnera une correction de v, et par conséquent, une équation de la longitude de la Lune, qui a la même période que les variations de l'excentricité de la Terre, c'est-à-dire, de près d'un million d'années: c'est donc l'équation *séculaire* de la Lune, découverte par *Halley*; nous la nommerons β.

§. 8. La force centrale de la Terre étant diminuée de sa 358$^{\text{ième}}$ partie (§. 6.), il faut que la distance de la Lune à la terre croisse d'une semblable partie: le rayon vecteur de la Lune y sera donc augmenté de $\frac{y}{358}$, d'où il suit que son mouvement angulaire w sera diminué de $\frac{2w}{358}$. Voilà le théorème qui est la base de la méthode dont il est ici question, théorème que M. *la Place* prouve de la maniere suivante.

„Le secteur décrit par le rayon vecteur de la Lune „autour de la Terre, n'est point altéré par cette diminu-„tion de sa distance, puisque la force qui la produit, est

„dirigée suivant ce rayon. Mais la vitesse est diminuée, „et il est facile de voir qu'en éloignant la Lune, de ma- „niere que sa force centrifuge soit égale à sa pesanteur „diminuée par l'action du Soleil, et que son rayon vec- „teur décrive le même secteur qu'il eût décrit sans cette „action, ce rayon sera augmenté de sa 358ieme partie, „et le mouvement angulaire sera diminué d'un 179ieme." (Voy. *Exposition du Syst. du Monde. Tome 2. pag. 69. 70.*).

En nommant donc F la force centrifuge de la Lune, et ∂s le secteur que le rayon vecteur décrit dans l'instant ∂t; M. *la Place* suppose $\frac{\partial s}{\partial t} = \text{const.}$ et en conclud notre théoreme, moyennant la proposition $F = V - v$. Mais j'avoue que la supposition $\frac{\partial s}{dt} = \text{const.}$ me paraît aussi peu juste que la conclusion que ce grand géométre en tire. C'est une loi constante des forces centrales, que chaque corps décrit des secteurs proportionnels aux tems *dans son orbite autour du corps central*, mais non dans de différentes orbites et autour d'autres masses centrales; vû que la quantité du secteur décrit dans un tems donné, dépend de l'intensité C de la force centrale, et de l'étendue de l'orbe ou de la moyenne distance a, de maniere que le quotient $\frac{\partial s}{\partial t}$ est proportionnel à $\sqrt{Ca}$. Ainsi, la force centrale de la Terre C étant diminuée, tandis que le rayon a est augmenté, par l'action du Soleil, $\frac{\partial s}{\partial t}$ ne peut être invariable que dans le cas où C et a changent dans le même rapport : ce qu'il faut démontrer, au lieu de supposer $Ca =$ const. et d'en conclure $\frac{\partial a}{a} = - \frac{\partial C}{C}$, comme M. *la Place* paraît l'avoir fait. D'ailleurs, la conclusion même ne me parait pas juste non plus. Si l'on nomme y le rayon de l'orbe lunaire, $\partial☾$ l'angle décrit dans l'instant ∂t, partant la vitesse angulaire $w = \frac{\partial ☾}{\partial t}$, et la vitesse réelle $= yw$, et qu'on emploie les mêmes dénominations marquées d'un trait relativement à l'orbite troublée de la Lune : les deux équations supposées

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \text{const. et } F = V - v = \tfrac{357}{358} V,$$

donnent le résultat suivant. La force centrifuge étant proportionnelle à l'écart de la tangente dans un instant donné, ou ce qui revient au même, au quarré de la vitesse wy divisé par la distance au centre y, les deux équations se transformeront dans celles-ci,

$$\frac{y^2 \partial ☾}{\partial t} = y^2 w = y'^2 w', \text{ et } w'^2 y' = \tfrac{357}{358} w^2 y.$$

En éliminant w et w' de ces deux équations, on trouve

$$y^3 = \tfrac{357}{358} y'^3, \text{ ou à peu près, } y = y' \left(1 - \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{358}\right);$$

et en éliminant y, y', on obtient

$$\left(\tfrac{357}{358}\right)^2 \cdot \frac{w^3}{w'^3} = 1, \text{ partant } w' = \left(\tfrac{357}{358}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot w = w \left(1 - \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{1}{358}\right).$$

Il s'ensuivrait donc que la diminution de la vitesse angulaire est à la vérité une partie de cette vitesse, deux fois aussi grande que celle dont la distance est augmentée; mais que ce n'est pas la distance, mais son cube, qui croît d'un 358$^{\text{ieme}}$. Il sera donc nécessaire, de démontrer ce théorème d'une autre maniere.

§. 9. Pour déterminer le rapport de $\frac{y}{y'}$, il faut se rappeller que l'attraction du Soleil dirigée suivant le rayon vecteur ne peut altérer la vitesse de la Lune suivant la tangente, et que la moyenne valeur de la force M qui tend à changer cette vitesse, est égale à zéro (§. 3): de sorte qu'en cherchant le changement de y, il est permis de regarder la vitesse wy comme constante. Or, les forces centrales étant comme les quarrés des vitesses divisés par les distances au centre, l'on a ici

$$V : V' = \frac{1}{y} : \frac{1}{y'}, \text{ ou } \frac{y}{y'} = \frac{V'}{V} = \frac{357}{358}.$$

Maintenant, l'action du Soleil trouble l'orbe lunaire de deux manieres: 1) en diminuant la force centrale de la Terre d'un 358$^{\text{ieme}}$, ou en réduisant V à $V' = \frac{357}{358}V$, ce qui revient à une diminution de la *masse* de la Terre; 2) en augmentant le rayon de l'orbe lunaire, comme nous venons de le voir, dans le même rapport, ou en changeant y en $y' = \frac{V}{V'}y$, ce qui diminue la force *accélératrice* de la Terre. La force centrale V' qui retient la Lune dans son orbite, sera donc encore diminuée, suivant la loi de la pesanteur, découverte par *Newton*, de façon que V' sera réduite à $V'' = \frac{y^2}{y'^2}V'$. En y substituant

$\frac{y'}{y'} = \frac{V'}{V}$, la force accélératrice, composée des actions de la Terre et du Soleil, sera

$$V'' = \frac{V'^3}{V^2}.$$

De plus, par la nature des forces centrales, on a

$$V : V'' = w^2 y : w'^2 y', \text{ ou } V'' = \frac{w'^2}{w^2} \cdot \frac{y'}{y} \cdot V = \frac{w'^2}{w^2} \cdot \frac{V^2}{V'} :$$

ce qui étant égalé à la première valeur de $V'' = \frac{V'^3}{V^2}$, donne

$$\left(\frac{w'}{w}\right)^2 = \left(\frac{V'}{V}\right)^4, \text{ ou bien } \frac{w'}{w} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2.$$

En y substituant $V' = V - v = V\left(1 - \frac{(1+\xi)^{-3}}{358}\right)$, (§. 6.) il résulte

$$w' = w\left(1 - \frac{v}{V}\right)^2,$$

ou à peu près

$$w' = w\left(1 - \frac{2v}{V}\right), \text{ et } w - w' = \frac{2v}{V} w = w \cdot \frac{(1+\xi)^{-3}}{179};$$

ce qu'il falloit démontrer.

§. 10. En substituant donc $w = \frac{\partial☾}{\partial t}$ (§. 8.), on aura la variation de $\partial☾ = -\frac{(1+\xi)^{-3}}{179} w\partial t$, et celle de ☾, ou l'équation de la longitude de la Lune $= -\frac{w}{179}\int(1+\xi)^{-3}.\,\partial t$, w étant le moyen mouvement de la Lune dans un tems donné $= n$: d'où il est facile de déduire l'équation annuelle et séculaire. En ne portant la précision que jusqu' au quarré de l'excentricité γ de l'orbe terrestre, on a, par la théorie elliptique, la distance de la Terre au Soleil, ou

$$1 + \xi = 1 + \tfrac{1}{2}\gamma^2 + \gamma \cos \alpha - \tfrac{1}{2}\gamma^2 \cos 2\alpha,$$

α étant l'anomalie moyenne du Soleil : d'où il suit

$$(1+\xi)^{-3} = 1-3\xi+6\xi^2 = 1-3\gamma\cos\alpha-\tfrac{3}{2}\gamma^2+\tfrac{3}{2}\gamma^2\cos 2\alpha+6\gamma^2\cos^2\alpha$$
$$= 1+\tfrac{3}{2}\gamma^2-3\gamma\cos\alpha+\tfrac{9}{2}\gamma^2\cos 2\alpha.$$

Si l'on nomme m le moyen mouvement anomalistique du Soleil, de sorte que $m = \frac{\partial\alpha}{\partial t}$ ou $\partial t = \frac{\partial\alpha}{m}$, l'équation de la longitude de la Lune L sera

$$= -\frac{n}{179}\int\partial t\,(1+\tfrac{3}{2}\gamma^2-3\gamma\cos\alpha+\tfrac{9}{2}\gamma^2\cos 2\alpha),$$

ce qui donne

$$L = -\frac{nt}{179}-\frac{3n}{358}\int\gamma^2\partial t+\frac{3n\gamma}{179m}\int\partial\alpha\cos\alpha-\frac{9n\gamma^2}{358m}\int\partial\alpha\cos 2\alpha.$$

Le premier terme est la partie du moyen mouvement B, que nous avons désignée par b (§. 7.). On a donc $b = -\frac{B}{179}$: ainsi le moyen mouvement de la Lune est actuellement moindre d'un 179ieme qu'il ne seroit sans l'action du Soleil. Le second terme seroit également une partie du moyen mouvement, si γ étoit invariable. Mais, l'éxcentricité γ étant assujettie à une équation séculaire, le second terme produira une équation *séculaire* du moyen mouvement, que nous avons nommée β (§. 7.). Enfin, les deux derniers termes donneront une équation de la longitude de la Lune, dont la période sera le tems dans lequel l'anomalie du Soleil α croît de 360°, c'est-à-dire, *l'année anomalistique.* Ils composent donc *l'équation annuelle* de la Lune A, et l'on a en intégrant

$$A = \frac{3\gamma}{179}\cdot\frac{n}{m}\,(\sin\alpha-\tfrac{3}{4}\gamma\sin 2\alpha).$$

§. 11. Puisque γ change fort lentement, on peut, dans le calcul de l'équation périodique A, regarder γ comme une quantité constante. Cependant, après plusieurs siècles, le facteur γ ayant souffert des changemens sensibles, l'équation A aura besoin d'une correction. A présent, γ est environ $= \frac{1}{60}$ et $\frac{n}{m} = 13,37$; d'où il suit $A = \frac{1,337}{358}(\sin\alpha - \frac{1}{80}\sin 2\alpha) = +0,00373(\sin\alpha - \frac{1}{80}\sin 2\alpha)$, ou en secondes

$$A = +12'\,50''.\sin\alpha - 10''\sin.2\alpha:$$

ce qui n'est que d'un 8ieme plus grand que l'équation annuelle trouvée par *Mayer*, savoir $+11'\,16''\sin\alpha - 4''\sin 2\alpha$.

§. 12. De toutes les oscillations auxquelles l'excentricité de l'orbe terrestre est assujettie en vertu des actions compliquées de toutes les planètes, il doit résulter une certaine valeur de l'excentricité, qui tient le milieu entre les limites de ces oscillations. Nommons Γ cette *moyenne* valeur de l'excentricité γ, $\Gamma + C$ sa valeur actuelle ou observée à une époque donnée T, enfin ε l'accroissement du quarré de l'excentricité pendant le tems t depuis l'époque T: cela posé, on aura pour un tems quelconque t depuis l'époque T

$$\gamma^2 = (\Gamma + C)^2 + \varepsilon.$$

Or, ε ayant la forme $Dt + Et^2 +$ cet., l'on trouve (§. 10.)

$$\beta = -\frac{3nt}{358}(\Gamma + C)^2 - \frac{3n}{358}\left(\frac{D}{2}t^2 + \frac{E}{3}t^3 + \text{cet.}\right),$$

dont le premier terme est une partie du moyen mouvement b depuis l'époque T. En prenant, par exemple, le siècle présent pour époque, l'on a $\Gamma + C = \frac{1}{60}$, d'où il suit

$$b = -\frac{nt}{429600},$$

ce qui ajouté à la partie trouvée ci-dessus (§. 10.), donne

$$b = -B\left(\frac{1}{179} + \frac{1}{429600}\right).$$

§. 13. Les deux derniers termes donnent donc l'équation *séculaire* de la Lune

$$\beta = -\frac{3Dn}{716}t^2 - \frac{En}{358}t^3.$$

Quant aux valeurs de D, E, je les tirerai de mon *Astronomie théorétique Part. III. pag.* 294. où j'ai trouvé pour le siècle présent

$$D = -0{,}000001579 \quad \text{et} \quad E = -0{,}0000000 1145.$$

Si l'on exprime le tems t par le nombre des siècles écoulés depuis l'époque T, il faut également substituer pour n le mouvement séculaire de la Lune, d'où il résulte

$$n = 1732564400'' \quad \text{et}$$

$$\beta = +11'',46.\, t^2 + 0'',05541\, t^3.$$

Ayant calculé dans l'ouvrage cité (pag. 295.) l'équation séculaire de la Lune avec la plus grande précision d'après les formules analytiques de M. *la Place*, j'ai trouvé, en supposant la parallaxe du Soleil de 8'', 65

$$\beta = + 11'', 91. t^2 + 0'', 05764. t^3,$$

et en la supposant de 8″, 5

$$\beta = + 11'', 30. t^2 + 0'', 05469. t^3.$$

L'équation séculaire que nous venons de trouver ici, tient le milieu entre ces deux valeurs.

CALCUL DES OPPOSITIONS

D'URANUS ET DE SATURNE

OBSERVÉES À ST. PÉTERSBOURG EN 1808,

PAR

F. T. SCHUBERT.

Présenté à la Conférence le 17 Août 1808.

Je donnerai une rélation circonstanciée de ce calcul, parceque l'observation de l'opposition de Saturne, faite par M. Sniadecki à Wilna, donne une erreur des tables très-différente de celle qui résulte de la mienne. Comme cette observation sera aussi insérée dans ce volume de nos mémoires, telle qu'elle a été communiquée à l'Académie, j'ai cru devoir fournir, par le détail de mon calcul, la facilité d'examiner d'où cette différence peut provenir. Les observations ont été faites conjointement par moi et M. Wisnefski, qui a déterminé la différence des déclinaisons avec le grand cercle mural, en même tems que j'observais celle des ascensions droites avec l'instrument des passages. Chacune des deux planètes a été comparée avec deux étoiles fixes. Dans le calcul j'ai employé, pour le Soleil, les tables de M. Delambre publiées par le bureau des longitudes de France en 1806, pour les planètes, celles que l'on trouve dans la troisieme édition de l'Astronomie de Lalande : j'ai supposé la différence des méridiens de notre observatoire et de celui de Paris égale à $1^h\ 51'\ 58''$.

Observations d'Uranus.

Cette planéte a été comparée avec l'*Epi de la Vierge* et *α de la Balance*.

Passage au méridien d'après le tems d'une horloge réglée sur le premier mobile

Vieux St.	Epi ♍	Uranus	α ♎
8 Avril	$13^h.15'.39'',46$.	$14^h.4'.50'',41$.	$14^h.40'.51'',06$.
9 –	13. 15. 39, 22.	14. 4. 40, 11.	14. 40. 50, 49.
10 –	13. 15. 38, 61.	14. 4. 29, 30.	– – –
12 –	13. 15. 36, 00.	14. 4. 7, 78.	– – –
14 –	13. 15. 31, 93.	14. 3. 43, 49.	14. 40. 43, 09.

	Distance au Zenit			Baro-	Th. de
	Epi ♍	Uranus	α ♎	mètre	Reaum.
8 Avril	$70°.3'.39'',31$.	$71°.57'.55'',57$.	$75°.7'.21'',50$.	$28'.4'',5$.	— 4°.
9 –	70. 3. 44, 81.	71. 57. 7, 43.	75. 7. 23, 48.	28. 4, 5.	— $2\frac{1}{2}$.
10 –	70. 3. 48, 42.	71. 56. 21, 15.	– – –	28. 4, 0.	+ 1.
12 –	70. 3. 54, 96.	71. 54. 40, 38.	75. 7. 37, 97.	28. 1, 5.	+ 5.
14 –	70. 3. 49, 83.	71. 52. 57, 13.	75. 7. 28, 62.	28. 3, 5.	— $1\frac{1}{2}$.

Le 11 et le 13 il n'y eut moyen de faire aucune observation, le ciel étant tout-à-fait couvert. Le 10 et le 12 les nuages ne permirent que d'observer quelques apulses de l'Epi et d'Uranus, de sorte que les observations de ces jours sont moins sures.

Calcul de l'opposition d'Uranus.

		Mouvement dans 24^h
Ascension droite moyenne de l'Epi le 8 Avr.	$=198°.46'.38'',085.$	$+ 0'',129.$
— — — α ♎ — —	$=220.\ 4.\ 23,\ 770.$	$+ 0,\ 135.$
Décl. moyenne de l'Epi — —	$=-10.\ 9.\ 22,\ 31.$	$+ 0,\ 05.$
— — — α ♎ — —	$=-15.\ 14.\ 10,\ 87.$	$+ 0,\ 04.$

Noeud ascendant de la Lune

le 8 Avr. $= 7^s.\ 22°.\ 42'.$ le $14 = 7^s.\ 22°.\ 24'.$

Aberration en asc. droite de l'Epi

le 8 Avr. $=+18'',49.$ le $14 =+18'',00.$

— — — α ♎ — — $=+19,\ 30.$ — — $=+19,\ 56.$

— — déclinaison de l'Epi

— — $=+\ 7,\ 54.$ — — $=+\ 7,\ 42.$

— — — α ♎ — — $=+\ 6,\ 00.$ — — $=+\ 6,\ 06.$

Nutation en asc. droite de l'Epi

— — $=+14,\ 27.$ — — $=+14,\ 22.$

Nutation en asc. droite de α ♎

le 8 Avr. = + 15″, 13. le 14 = + 15″, 09.

— — déclinaison de l'Epi

— — = + 3, 49. — — = + 3, 46.

— — α ♎ — — = + 0, 60. — — = + 0, 56.

Ascension droite apparente

	de l'Epi		de α ♎	
	en degrés	en tems	en degrés	en tems
8 Avr.	198° 47′ 10″,845.	13h 15′ 8″,72.	220° 4′ 58″,20.	14h 40′ 19″,88.
9 —	— — 10,884.	— — 8,72.	— — 58,37.	— — 19,89.
10 —	— — 10,920.	— — 8,73.	— — — —	— — — —
12 —	— — 11,012.	— — 8,73.	— — — —	— — — —
14 —	— — 11,080.	— — 8,74.	— — 59,23.	— — 19,95.

	Déclinaison apparente		Réfractions de		
	de l'Epi	de α ♎	l'Epi	Uranus	α ♎
8 Avr.	−10° 9′ 33″,34.	−15° 14′ 17″,47.	2′ 50″,74.	3′ 9″,82.	3′ 51″,60.
9 —	— — 33,37.	— — 17.52.	2.49,46.	3. 8,28.	3.49,87.
10 —	— — 33,39.	— — — —	2.46,37.	3. 4,67.	— —
12 —	— — 33,45.	— — 17,66.	2.41,97.	2.59,56.	3.39,72.
14 —	— — 33,50.	— — 17,74.	2.48,18.	3. 6,08.	3.48,11.

En prenant le milieu entre les résultats que donnent la culmination de l'Epi et celle de α ♎, on trouve l'erreur de la pendule, le 8 Avr. = + 30″, 96; le 9 = + 30″, 55; le 10 = + 29″, 88; le 12 = + 27″, 27; le 14 = + 23″, 165: ce qu'il faut ôter du tems de l'horloge à l'instant de la culmination d'Uranus, pour avoir le tems vrai, lequel étant converti en degrés donne l'ascension droite apparente de cette planète. Pour le calcul des tables, il est encore nécessaire de convertir ce tems sidéral en tems moyen solaire. On a donc

	Tems de la culmination d'♅		Asc. droite
	sidéral	moyen solaire	apparente d'♅
8 Avr.	14ʰ.4.19′,45.	12ʰ. 9′. 5″,48.	211°. 4′.51″,75.
9 —	14. 4. 9, 56.	12. 4.59, 72.	211. 2. 23, 40.
10 —	14. 3.59, 42.	12. 0.53, 70.	210. 59. 51, 30.
12 —	14. 3.40, 51.	11. 52.43, 03.	210. 55. 7, 65.
14 —	14. 3.20, 32.	11. 44.31, 08.	210. 50. 4, 80.

Ayant ajouté les réfractions aux distances au Zénit, on trouve

	Distance au Zenit corrigée			Différence des déclinaisons apparentes	
	de l'Epi	d'Uranus	de α ♎	♅ et ♍	♅ et α ♎
8 Avr.	70°.6′.30″,05.	72°. 1′. 5″,39.	75°.11′.13″,10.	1°.54′.35,34.	3. 10′. 7″,71.
9 —	— — 34,27.	72. 0.15,71.	— — 13,35.	1.53.41,44.	3.10.57,64.
10 —	— — 34,79.	71.59.25,82.	— — — —	1.52.51,03.	— — —
12 —	— — 36,93.	— 57.39,94.	— — 17,69.	1.51. 3,01.	3.13.37,75.
14 —	— — 38,01.	— 56. 3,21.	— — 16,73.	1.49.25,20.	3.15.13,52.

La combinaison de ces différences avec les déclinaisons apparentes des deux étoiles donne

	Déclinaison apparente d'Uranus		
	par ♍	par α ♎	Milieu
8 Avr.	−12° 4′ 8″,68.	−12° 4′ 9″,76.	−12° 4′ 9″ 22.
9 —	−12. 3.14,81.	−12. 3.19,88.	−12. 3.17,345.
10 —	−12. 2.24,42.	— — — —	−12. 2.24, 42.
12 —	−12. 0.36,46.	−12. 0.39,91.	−12. 0.38,185.
14 —	−11.58.58,70.	−11.59. 4,22.	−11.59. 1, 46.

Les ascensions droites et déclinaisons que nous venons de trouver, m'ont donné, par le calcul trigonométrique, les longitudes et latitudes géocentriques apparentes, en supposant l'obliquité de l'Ecliptique apparente $= 23° 27' 46'', 9$.

Lieu géocentrique apparent d'Uranus.

	Longitude	Latitude
8 Avr.	7ˢ 3° 7′ 6″,46.	+31′ 38″,28.
9 —	— 3. 4.32,32.	— 37,46.
10 —	— 3. 1.54,47.	— 36,44.
12 —	— 2.56.57,40.	— 41,50.
14 —	— 2.51.45,91.	— 31,08.

Les latitudes font voir qu'il y a quelque faute dans l'observation du 12 Avril, ce qu'on verra encore plus clairement. Maintenant, il s'agit de calculer les lieux géocentriques par les tables. Ce calcul, répété deux fois, m'a donné les quantités suivantes.

Lieux héliocentriques de la terre.

	Longitude	Rayon vecteur
8 Avr.	$7^s 0^\circ 37' 6'',1.$	1,0057866.
9 –	7.1.35.23,6.	1,0060611.
10 –	7.2.33.39,0.	1,0063319.
12 –	7.4.30. 5,1.	1,0068649.
14 –	7.6.26.24,6.	1,0073844.

Lieux héliocentriques d'Uranus.

	Longitude	Latitude	Rayon vecteur
8 Avr.	$7^s 2^\circ 58' 22'',26.$	$+29' 41'',24.$	18,539630
9 –	7.2.59. 7,38.	29.40,77.	18,539755
10 –	7.2.59.52,67.	29.40,30.	18,539887
12 –	7.3. 1.22,84.	29.39,37.	18,540118
14 –	7.3. 2.53,34.	29.38,42.	18,540366

	Rayon vecteur raccourci	Commutation	Elongation
8 Avr.	18,53893	2°21′16″,20.	5ˢ27°30′37″,56.
9 —	18,53906	1.23.43,80.	5.28.31.27,75.
10 —	18,53919	0.26.13,71.	5.29.32.15,81.
12 —	18,53943	−1.28.42,30.	6. 1.33.47,76.
14 —	18,53968	−3.23.31,26.	6. 3.35.12,32.

Moyennant ces élémens, j'ai calculé les lieux géocentriques de la planète suivans.

	Longitude	Latitude	Log. distance d'♅ à la terre
8 Avr.	7ˢ3° 6′28″,5.	+31′23″,32.	1,2439005
9 —	7.3. 3.55,8.	31.22,91.	1,2438821
10 —	7.3. 1.23,2.	31.22,46.	1,2438751
12 —	7.2.56.17,3.	31.21,51.	1,2438723
14 —	7.2.51.12,3.	31.20,45.	1,2438929

Avant de comparer les observations aux tables, il faut convertir les lieux géocentriques apparens que les observations nous ont donnés, en lieux vrais, moyennant l'aberration et la nutation. Celle-ci se trouve $= + 13'', 36$ en longitude; en latitude elle est toujours nulle. L'aberration des planètes est $= - 0,3384. \; mr$, m étant le mouvement diurne géocentrique exprimé en minutes d'un degré, r la distance à la terre. Or, les lieux géocentriques que nous venons de calculer, donnent $m = -2' 32'',6 = -2,543$ en longitude et $m = -0'',45 = -0,0075$ en latitude : ce qui donne l'aberration en longitude $= +15'',09$; par conséquent, la correction entiere de la longitude $= -28'',45$ (parcequ'il faut changer les signes, lorsqu'il s'agit de convertir le lieu apparent en lieu vrai). L'aberration en latitude se trouve $= -0'',04$. Nous avons donc

Lieux géocentriques

	par les observations		par les tables	
	Longitude	Latitude	Longitude	Latitude
8 Avr.	7ˢ.3°. 6'.38'',00.	+31'.38'',24.	7ˢ.3°. 6'.28'',5.	31'.23'',32.
9 –	7.3. 4. 3,87.	31.37,42.	7.3. 3.55,8.	31.22,91.
10 –	7.3. 1.26,02.	31.36,40.	7.3. 1.23,2.	31.22,46.
12 –	7.2.56.28,95.	31.41,46.	7.2.56.17,3.	31.21,51.
14 –	7.2.51.17,46.	31.31,04.	7.2.51.12,3.	31.20,45.

Erreur des tables

	Longitude	Latitude
8 Avr.	− 9'',50.	−14'',92.
9 –	− 8,07.	−14,51.
10 –	− 2,82.	−13,94.
12 –	−11,65.	−19,95.
14 –	− 5,16.	−10,59.

Il est évident qu'il y a quelque faute dans l'observation du 12 Avril, et par rapport à la longitude aussi dans celle du 10, dont on a vu la raison plus haut. En rejetant donc celle du 12, et prenant le milieu, on a l'erreur des tables en longitude $= - 6'', 4$ ou bien $= - 7'', 5$ en rejetant aussi l'observation du 10. L'erreur en latitude se trouve $= - 13'', 5$: c'est à dire qu'il faut ajouter à la longitude géocentrique calculée par les tables $6'', 4$ ou $7'', 5$; et à la latitude $13'', 5$: ce qui étant réduit au Soleil, à raison de 18,5 à 17,5 donne la correction des tables en longitude $= + 6'', 05$ ou bien $+ 7'', 1$ et en latitude $= + 12'', 76$.

Il est aisé de voir que l'opposition doit être arrivée le 11 Avril à peu près à $10^h 59' 28''$ tems moyen. Pour trouver le tems de l'opposition avec plus d'exactitude, j'ai refait tout le calcul pour ce tems-là, et j'ai trouvé, par les tables, la longitude héliocentrique vraie de la terre $= 7^s 3° 0' 22'', 6$; d'Uranus $= 7^s 3° 0' 13'', 4$; laquelle corrigée donne ♅ $= 7^s 3° 0' 20'', 5$. L'opposition était donc déjà passée, et la distance des deux planètes était de $2'', 1$. Or, le mouvement horaire de la terre se trouve $= 2' 25'', 95$; celui d'Uranus $= 1'', 88$; partant le mouvement relatif $= 2' 24'', 07$: ce qui donne $2'', 4$ par minute, ou $2'', 1$ en 53 secondes. L'opposition est donc arrivée le matin du 11 Avril à $10^h\,58'\,35''$ tems moyen de St. Pétersbourg, la longitude héliocentrique d'Uranus et de la terre étant $= 7^s\,3^\circ\,0'\,20'',47$, et sa latitude héliocentrique $= + 29'\,40'',08 + 12'',76 = + 29'\,52'',84$.

Observations de Saturne.

Les étoiles auxquelles nous avons comparé cette planète, sont *α* et *δ* de la *Balance*. J'ai toujours observé l'appulse du limbe occidental ou précédent de Saturne à la lunette méridienne, l'intervalle entre cette planète et son anneau étant bien visible. Les distances au Zénit sont celles du centre.

Vieux Stile	Passage au méridien d'après le tems de la pendule		
	α ♎	δ ♎	Saturne
24 Avril	$14^h\,40'\,30'',77$.	$14^h\,50'\,57'',74$.	$15^h\,9'\,48'',97$.
25 –	– – 30,77.	– – 57,66.	– 9.30,99.
26 –	– – 30,07.	– – 57,16.	– 9.12,29.
27 –	– – 29,55.	– – 56,72.	– 8.54,21.
28 –	– – 30,43.	– – 57,56.	– 8.37,28.
29 –	– – 31,72.	– – 58,88.	– 8.20,51.
30 –	– – 32,43.	– – 59,60.	– 8. 3,12.

	Distance au Zénit α ♎	δ ♎	Saturne	Baro-mètre	Thermo-mètre
24 Avr.	75°.7'.33'',31.	67°.39'.34'',82.	75°. 2'. 6'',62.	28'.5''.	+ 4°,5.
25 —	— — 33,31.	— — 34,50.	75. 0.55,18.	28.5.	+ 4,5.
26 —	— — 35,17.	— — 38,56.	74.59.46,24.	28.4,5.	+ 5,0.
27 —	— — 31,08.	— — 35,40.	74.58.29,83.	28.5,5.	± 0,0.
28 —	— — 28,62.	— — 33,74.	74.57.18,27.	28.6,0.	— 1,0.
29 —	— — 30,28.	— — 36,22.	74.56. 9,38.	28.6,0.	± 0,0.
30 —	— — 30,61.	— — 35,16.	74.54.59,30.	28.6,5.	+ 1,0.

Calcul de l'opposition de Saturne.

	Mouvement dans 24^h
Ascension droite moyenne de α ♎ le 24 Avr. = 220°. 4'. 25'',938.	+0'',135.
— — — δ ♎ — — = 222. 41. 5, 357.	+0,131.
Décl. moyenne de α ♎ — — = −15. 14. 11, 54.	+0,042.
— — — δ ♎ — — = − 7. 44. 57, 46.	+0,040.

Noeud ascendant de la Lune

le 24 Avr. = 7^s. 21°. 52'. le 30 = 7^s. 21°. 33'.

Aberration en asc. droite de α ♎

le 24 Avr. = + 19'',62. le 30 = + 19'',42.

— — — δ ♎ — — = + 19, 23. — — = + 19, 12.

— — déclinaison de α ♎

le 24 Avr. = + 6, 06. — — = + 5, 98.

Aberration en déclinaison de δ ♎

le 24 Avr. = + 5″,73. le 30 = + 5″,39.

Nutation en asc. droite de α ♎

– – = + 15, 01. – – = + 14, 96.

– – δ ♎ – – = + 13, 92. – – = + 13, 87.

– – déclinaison de α ♎

– – = + 0, 49. – – = + 0, 44.

– – δ ♎ – – = + 0, 12. – – = + 0, 07.

Ascension droite apparente

	de α ♎		de δ ♎	
	en degrés	en tems	en degrés	en tems
24 Avr.	220°.5′.0″,57.	14h.40′.20″,04.	222.41′.38″,51.	14h.50′.46″,57.
25 –	– – 0,68.	– – 20,05.	– – 38,64.	– – 46,58.
26 –	– – 0,79.	– – 20,05.	– – 38,77.	– – 46,58.
27 –	– – 0,91.	– – 20,06.	– – 38,89.	– – 46,59.
28 –	– – 1,02.	– – 20,07.	– – 39,01.	– – 46,60.
29 –	– – 1,07.	– – 20,07.	– – 39,07.	– – 46,60.
30 –	– – 1,13.	– – 20,08.	– – 39,13.	– – 46,61.

	Déclinaison apparente		Réfraction		
	de α ♎	de δ ♎	de α ♎	de δ ♎	de ♄
24 Avr.	−15° 14′ 18″,09.	−7° 45′ 3″,31.	3′ 42″,25.	2′ 25″,02.	3′ 41″,08.
25 —	— — 18,11.	— — 3,29.	— 42,52.	— 25,02.	— 40,78.
26 —	— — 18,13.	— — 3,27.	— 41,61.	— 24,45.	— 39,60.
27 —	— — 18,17.	— — 3,25.	— 47,74.	— 28,45.	— 45,39.
28 —	— — 18,19.	— — 3,24.	— 49,22.	— 29,42.	— 46,58.
29 —	— — 18,21.	— — 3,20.	— 48,11.	— 28,70.	— 45,19.
30 —	— — 18,21.	— — 3,17.	— 47,31.	— 28,17.	— 44,11.

La comparaison de ces ascensions droites apparentes avec le tems de la pendule au moment du passage au méridien, donne la correction qu'il faut ôter de ce tems, pour avoir le vrai tems sidéral de la culmination de Saturne, et par conséquent son ascension droite apparente. Ensuite, les distances au Zenit, corrigées par la réfraction, donnent les différences des déclinaisons apparentes, et partant la déclinaison apparente de Saturne, comme on va le voir.

	Tems de la culmination de ♄		Asc. droite
	sidéral	moyen solaire	apparente de ♄
24 Avr.	15ʰ 9′ 38″,30.	12ʰ 11′ 19″,10.	227° 24′ 34″,5.
25 –	– 9.20,37.	12. 7. 5,31.	227.20, 5,5.
26 –	– 9. 2,28.	12. 2.51,36.	227.15.34,2.
27 –	– 8.44,66.	11.58.37,88.	227.11. 9,9.
28 –	– 8.26,87.	11.54.24,23.	227. 6.43,0.
29 –	– 8. 8,81.	11.50.10,32.	227. 2.12,1.
30 –	– 7.50,72.	11.45.56,36.	226.57.40,8.

	Distance au Zenit corrigée			Différence des déclinaisons apparentes	
	de α ♎	de δ ♎	de Saturne	♄ et α	♄ et δ
24 Avr.	75° 11′ 15″,83.	67° 41′ 59″,84.	75° 5′ 47″,70.	0° 5′ 28,13.	7° 23′ 47″,86.
25 –	– – 15,83.	– 41.59,52.	75. 4.35,96.	-- 6.39,87.	-- 22.36,44.
26 –	– – 16,78.	– 42. 3,01.	75. 3.25,84.	-- 7.50,94.	-- 21.22,83.
27 –	– – 18,82.	– 42. 3,85.	75. 2.15,22.	-- 9. 3,60.	-- 20.11,37.
28 –	– – 17,84.	– 42. 3,16.	75. 1. 4,85.	--10.12,99.	-- 19. 1,69.
29 –	– – 18,39.	– 42. 4,92.	74.59.54,57.	--11.23,82.	-- 17.49,65.
30 –	– – 17,92.	– 42. 3,33.	74.58.43,41.	--12.34,51.	-- 16.40,08.

	Déclin. apparente de ♄ australe		
	par α ♎	par δ ♎	Milieu
24 Avr.	15°.8′.49″,96.	15°.8′.51″,17.	15°.8′.50″,56.
25 —	— 7.38,24.	— 7.39,73.	— 7.38,98.
26 —	— 6.27,19.	— 6.26,10.	— 6.26,64.
27 —	— 5.14,57.	— 5.14,62.	— 5.14,59.
28 —	— 4. 5,20.	— 4. 4,93.	— 4. 5,06.
29 —	— 2.54,39.	— 2.52,85.	— 2.53,62.
30 —	— 1.43,70.	— 1.43,25.	— 1.43,47.

La parallaxe horisontale de Saturne est = 0″,99; donc la parallaxe de hauteur = 0″,96 ce qu'il faut ôter de la déclinaison apparente. J'ai supposé le demi-diamètre de Saturne à une distance égale à l'unité = 74″,4; ce qui donne son demi-diamètre apparent horisontal dans l'opposition = 8″,32; d'où il résulte une augmentation de l'ascension droite = 8″,6. On a donc

	Asc. droite du centre	Déclinaison de ♄
24 Avr.	227°.24′.43″,1.	—15°.8′.49″,60.
25 —	227.20.14,1.	— 7.38,02.
26 —	227.15.42,8.	— 6.25,68.
27 —	227.11.18,5.	— 5.13,63.
28 —	227. 6.51,6.	— 4. 4,10.
29 —	227. 2.20,7.	— 2.52,66.
30 —	226.57.49,4.	— 1.42,51.

Ces quantités donnent, par le calcul trigonométrique, en supposant l'obliquité $= 23^\circ\, 27'\, 46'', 7$ les positions de Saturne relativement à l'Ecliptique.

Lieux géocentriques apparens de Saturne

	Longitude	Latitude
24 Avril	$7^s.19^\circ.10'.\ 9'',95.$	$+2^\circ.28'.45'',85.$
25 –	--19. 5.40,35.	-- – 44,70.
26 –	--19. 1. 8,30.	-- – 43,50.
27 –	--18.56.45,70.	-- – 42,71.
28 –	--18.52.13,44.	-- – 40,91.
29 –	--18.47.44,10.	-- – 39,60.
30 –	--18.43.12,92.	-- – 35,01.

Les tables donnent ce qui suit.

Lieux héliocentriques de la terre

	Longitude	Rayon vecteur
24 Avril	$7^s.16^\circ.\ 8'.49'',3.$	1,0097909
25 –	--17. 6.36,1.	1,0100165
26 –	--18. 4.21,0.	1,0102403
27 –	--19. 2. 4,1.	1,0104692
28 –	--19.59.46,3.	1,0106851
29 –	--20.57.26,7.	1,0109055
30 –	--21.55. 6,2.	1,0111232

Lieux héliocentriques de Saturne

	Longitude	Latitude	Rayon vecteur
24 Avril	$7^s.18^\circ.51'.22'',30$.	$+2^\circ.13'.38'',47$.	9,91616
25 --	--18.53.13,55.	-- -- 36,30.	9,91636
26 --	--18.55. 4,86.	-- -- 34,13.	9,91656
27 --	--18.56.55,82.	-- -- 32,00.	9,91676
28 --	--18.58.47,26.	-- -- 29,82.	9,91696
29 --	--19. 0.38,26.	-- -- 27,64.	9,91716
30 --	--19. 2.29,48.	-- -- 25,52.	9 91736

	Rayon vecteur raccourci	Commutation	Elongation
24 Avril	9,9086669	$+2^\circ.42'.33'',00$.	$5^s.26^\circ.59'.\ 0'',85$.
25 --	9,9088700	+1.46.37,45.	5.28. 1.16,61.
26 --	9,9090744	+0.50.43,86.	5.29. 3.30,60.
27 --	9,9092769	—0. 5. 8,28.	6. 0. 5.43,29.
28 --	9,9094800	—1. 0.59,04.	6. 1. 7.54,59.
29 --	9,9096869	—1.56.48,44.	6. 2.10. 4,39.
30 --	9,9098900	—2.52.36,72.	6. 3.12.12,83.

	Longitude géocentrique	Latitude de Saturne	Log. distance de ♄ à la terre
24 Avril	$7^s.19^\circ.\ 9'.48'',45.$	$+2^\circ.28'.46'',02.$	0,9498031
25 –	– 19. 5.19,49.	– – 44,52.	0,9497677
26 –	– 19. 0.50,40.	– – 42,75.	0,9497449
27 –	– 18.56.20,81.	– – 40,81.	0,9497325
28 –	– 18.51.51,71.	– – 38,29.	0,9497456
29 –	– 18.47.22,31.	– – 35,58.	0,9497681
30 –	– 18.42.53,37.	– – 32,65.	0,9498146

La nutation se trouve $= - 13'',21$. Le mouvement diurne en longitude est $= - 4'\ 30''$, en latitude le 24 Avril $= - 1'',51$; le 25 $= - 1'',78$; le 26 $= - 1'',95$; le 27 $= - 2'',53$; le 28 $= - 2'',72$; le 29 $= - 2'',94$. La distance à la terre $= 8,908$: ce qui donne l'aberration en longitude $= - 13'',56$; en latitude le 24 $= - 0'',08$; le 25 $= - 0'',09$; le 26 $= - 0'',10$; le 27 $= - 0'',12$; le 28 $= - 0'',13$; le 29 $= - 0'',14$; le 30 $= - 0'',15$: partant la correction de la longitude $= - 26'',77$. On a donc

Lieux géocentriques de Saturne

	par les observations		par les tables	
	Longitude	Latitude	Longitude	Latitude
24 Avr.	7ˢ.19°. 9′.43″,15.	2°.28′.45″,77.	7ˢ.19°. 9′.48″,45.	2°.28′.46″,02.
25 –	– 19. 5.13,56.	– – 44,61.	-- 19. 5.19,49.	-- -- 44,52.
26 –	– 19. 0.41,52.	– – 43,40.	-- 19. 0.50,40.	-- -- 42,75.
27 –	– 18.56.18,93.	– – 42,59.	-- 18.56.20,81.	-- -- 40,81.
28 –	– 18.51.46,68.	– – 40,78.	-- 18.51.51,71.	-- -- 38,29.
29 –	– 18.47.17,35.	– – 39,46.	-- 18.47.22,31.	-- -- 35,58.
30 –	– 18.42.46,18.	– – 34,86.	-- 18.42.53,37.	-- -- 32,65.

Erreur des tables en

	longitude	latitude
24 Avril	+ 5″,30.	+ 0″,25.
25 –	+ 5,93.	— 0,09.
26 –	+ 8,88.	— 0,65.
27 –	+ 1,88.	— 1,78.
28 –	+ 5,03.	— 2,49.
29 –	+ 4,96.	— 3,88.
30 –	+ 7,19.	— 2,21.

L'erreur moyenne des tables est donc en longitude géocentrique $= + 5'', 6$; en latitude $= - 1'', 55$: ce qui, étant réduit au Soleil, à raison de 9,92 à 8,91 donne la correction des tables en longitude $= - 5'', 03$; en latitude $= + 1'', 39$.

L'opposition doit être arrivée le soir du 27 Avril à $9^h 43' 22''$ tems moyen à peu près. Pour cette époque, j'ai calculé par les tables, la longitude héliocentrique de la terre $= 7^s\ 18° 56' 38'', 22$; celle de Saturne $= 7^s\ 18° 56' 45'', 43$; sa latitude $= + 2° 13' 32'', 17$; le mouvement horaire du Soleil $= 2' 24'', 8$; celui de Saturne $= 4'', 64$; ou bien la longitude de Saturne corrigée $= 7^s\ 18° 56' 40'', 4$; sa latitude $= + 2° 13' 33'', 56$. La différence entre les longitudes est donc de $2'', 18$ ce qui répond à 56 secondes, le mouvement horaire relatif étant de $2' 20'', 16$. L'opposition de Saturne est donc arrivée le soir du 27 Avril à $9^h 44' 18''$ tems moyen de St. Pétersbourg, la longitude héliocentrique de la terre et de Saturne étant $= 7^s\ 18° 56' 40'', 47$; la latitude de Saturne $= + 2° 13' 33'', 56$.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

FAITES À L'OBSERVATOIRE DE L'UNIVERSITÉ IMPÉRIALE DE VILNA

PAR

Jean Baptiste Sniadecki.

Présenté à la Conférence le 1 Juin 1808.

La Planète Uranus ♅.

Année	Jours	Mois n.s. astronom.	Tems moy. à Vilna	Ascens. droite	Décl. austr.	Longit. geoc.	Latit. bor.	l'etoile de comparaison.
1807.	12	Avril	$12^h.26'.22''$.	$206^\circ.47'.58'',6$.	$10^\circ\ 27'.\ 5''$.			
	17	-	12. 5.53.	206. 35.41.	10. 22.35.	$6^s.28^\circ.24'.14''$.	$0^\circ.34'.50''$.	α
	18	-	12. 1.47,6.	206. 33. 15.	10. 21.41.	6. 28. 21. 41.	0. 34.48.	de la
	22	-	11. 45. 24,5.	206. 23. 24.	10. 18. 3,2.			
	23	-	11. 41. 15,9.	206. 20. 24.	10. 17. 10,2.			Vierge.
	24	-	11. 37. 13.	206. 18. 8.	10. 16. 15,3.			
☍ ♅ ☉	18	Avril	$21^h.58'.15'',7$.	- -	- -	$6^s.28^\circ.20'.37'',37$.	$0^\circ.34'47'',2$.	

Tables de Lambre 6. 28. 19.52,4 . 0. 34.20.

Erreur des Tables + 44", 9. + 27",2.

Lieu du Soleil lors de l'☍ $0^s.28^\circ.20'.37''$. Tables du Bureau de longit. de Paris.

Année	Jours	Mois	Tems moy. à Vilna	Ascens. droite	Décl. austr.	Longit. geoc.	Latit. bor.	l'etoile de comparaison.
1808.	19	Avril	$12^h.13'.\ 6'',2$.	$211^\circ.\ 6'.30''$.	$12^\circ.4'.47''$.	$7^s.3^\circ.\ 8'.49'',8$.	$0^\circ\ 31'.39'',4$.	λ
	23	-	11. 56. 44,7.	210. 56.43,9.	12. 1.26.	7. 2. 58. 42,5.	0. 31. 32,5.	de la
	24	-	11. 52. 39.	210. 54. 13.9.	12. 0.36.	7 2. 56. 8.	0. 31. 30,6.	
☍ ♅ ☉	22	Avril	$22^h.34'.11'',8$.	- -	- -	$7^s.3^\circ.\ 0'.\ 8'',6$.	$0^\circ.31'.34''$.	Vierge.

Les Tables de Lambre donnent 7. 3. 0. 6,5. 0. 31. 22.

Erreur des Tables + 2",1. + 12".

Lieu du Soleil lors de l'☍ $1^s.3^\circ.\ 0'.\ 8,6$. Tables du Bureau de Long.

La Planète Céres ⚳.

Année	Jours	Mois n. s. astron.	Tems moy. à Vilna	Ascens. droite	Décl. austr.	Long. geoc.	Lat. bor.	L'étoile de comp.
1807.	1	Mai	12h.18'. 3".	223°.26'. 9",8.	5°.22'.40".	7s.12°.37'. 9".	10°.45'.18".	ϑ et 2me l.
	2	-	12. 13. 13,5.	223. 12. 27.	5. 21. 27.	7. 12. 23. 30.	10. 42. 26.	de la
	4	-	12. 3 32.	222. 45. 31,8.	5. 19 41,3.	7. 11. 56. 55.	10. 36. 12.	Vierge.
	5	-	11. 58 43.	222. 31. 36.	5. 18. 49.			
	3	conclue	12. 8. 23.	222. 59. 0.	5. 20. 34.	7. 12. 10 12,5.	10. 39. 19.	
☍ ⚳ ☉	3	Mai	5h. 2'. 50",5.	- -	- -	7. 12. 13. 55.	10. 40. 14,4.	
				Lieu du ☽ lors de l'☍		1. 12. 13. 55.	T. du Bureau.	

La Planète Pallas ⚴.

Année	Jours	Mois	Tems moy.	Ascens. droite	Décl. Boreale	Long. geoc.	Lat. bor.	L'étoile de comp.
1807.	2	Mai	12h.57'.40".	234°.21'.42",9.	24°. 1'.19",2.			
	4	-	12. 48. 10.	233. 56. 59,7.	24. 20. 31.	7s.13°.39'.18"	42°.10'.38".	
	5	-	12. 43. 27.	233. 44 48,2.	24 29 23,4	7 13. 21. 18.	42. 15. 30.	7 Her-
	6	-	12. 38 40,5.	233. 32. 33.	24. 38. 16.	7. 13. 3 10.	42. 20. 22.	culis et
☍ ⚴ ☉	4	Mai	15. 29. 6.	233. 55. 37,7.	24. 21. 31.	7. 13. 37. 17.	42. 10. 10.	ς Ω
					Lieu du Soleil	1. 13. 37. 17.	T. du B. de L.	

Saturne ♄.

Année	Jours	Mois	Tems moy.	Ascens. droite	Décl.	Long. geoc.	Lat.	L'étoile de comp.
1808.	5	Mai	12h.15'.28",8.	227°.28'.32",8.	15°.9'.46".	7s.19°.13'.58",9.		
	6	-	12. 11. 15.	227. 23. 47.	15. 8. 16.	7. 19. 9. 11,3.	2°.29'. 0".	2. α de
	7	-	12. 7. 1,5.	227. 19. 31,8.	15. 7. 31.	7. 19. 4. 58.	2. 28. 47.	la Ba-
	8	-	12. 2. 48.	227. 15. 8,6.	15. 6. 29.	7. 19. 0 37,5.	2. 28. 38.	lance.
	10	-	11. 54. 20.	227. 6. 7.	15. 3. 57.	7. 18. 51. 33.	2. 28. 23.	
☍ ♄ ☉	9	Mai	9. 26. 41.	- -	- - -	7. 18. 56. 43,8.	2. 28. 31.	
					Table de Lambre	7. 18. 56. 22,5.	2 28. 12.	
					Erreur des Tables	+ 21,3.	+ 19.	

La Comète de 1807.

N. St.			T. moy. à Vilna	Asc. droite	Décl. bor.	comparée avec l'étoile
1807.	23	Oct.	7^h.0'.0".	245°.50'. 2".	21°. 9'.36".	β d'Hercule.
	24	-	7. 0. 0.	246. 48. 4.	21. 53. 41.	β —
	25	-	7. 0. 0.	247. 46. 47.	22. 35. 10.	β —
	27	-	7. 0. 0.	249. 45. 2.	23. 55 55.	239 d'Hercule *Bode.*
	28	-	7. 0. 0.	250. 44. 14.	24. 36. 0.	2 χ d'Hercule
	31	-	7. 0. 0.	253. 40 16.	26. 35. 56.	λ —
	1	Nov.	7. 0. 0.	254. 43. 0.	27. 6. 40.	196 d'Hercule *Bode.*
	3	-	7. 0. 0.	256. 47. 27.	28. 23. 11.	210 d'Hercule.
	9	-	7. 0. 0.	262. 56. 40.	31. 56. 59.	ζ d'Hercule.
	10	-	7. 0. 0.	263. 58. 41.	32. 19. 43.	la même.
	11	-	7. 0. 0.	265. 0. 43.	32. 44. 49.	387 d'Hercule.
	12	-	7. 0. 0.	266. 2. 38.	33. 18. 4.	329 —
	19	-	7. 0. 0.	273. 44 29.	36. 41. 5.	11 de la Lyre *Bode.*
	25	-	7 0. 0.	280. 23. 27.	39. 4. 59.	α de la Lyre.
	27	-	7. 0. 0.	282. 38. 5.	39. 46. 1.	60 de la Lyre *Bode.*
	8	Dec.	7 0. 0.	295. 17. 20.	43. 2. 47.	51 du Cygne *Bode.*
	13	-	7. 0. 0.	301. 3. 21.	44. 9. 18.	δ du Cygne.
	22	-	7. 0. 0.	311. 15. 59.	45. 51. 56.	248 —
	23	-	7 0. 0.	312. 19. 33.	45. 59. 45.	241 —
	30	-	7. 0. 0.	319. 54. 58.	46. 50 23.	282 —
	31	-	7. 0. 0.	320. 55. 43.	46. 55. 32.	296 —

Après le tems nébuleux et pluvieux, qui duroit plus de quatre semaines à Vilna, le ciel s'est eclairci le 22 Octobre 1807. n. st. le soir, et la comète fut apperçue à l'Ouest entre β et γ d'Hercule: mais ce jour-là dans une lunette parallatique elle ne put être comparée ni avec l'une ni avec l'autre. Le jour suivant la comète s'étant approché de β d'Hercule, elle fut constamment observée tant que le beau tems le permettoit, et comparée avec les étoiles, près desquelles elle passoit, ou dans le parallèle desquelles elle se trouvoit. La position des étoiles principales fut tirée du Catalogue de *Piazzi*, celles qui ne s'y trouvent pas furent prises de celui de Bode; mais comme il y a beaucoup d'inexactitude dans ce dernier Catalogue, j'étois obligé de supprimer quelques observations en attendant le moment pour determiner la position des petites étoiles d'Hercule et de la Lyre avec une belle lunette meridienne, le quart de cercle mural de 8 pieds de Ramsden, et un pendule de Shelton, pour retablir les unes, et rectifier les autres observations de la Comète. Le 2 Janvier 1808. n. st. la lumiere de la Comète étoit déja si foible, que la moindre lueur de la lampe pour eclairer les fils de la lunette, éteignoit celle de la Comète, et les observations ne purent être continuées. Vers la fin de Janvier la Comète a disparu entierement dans nos telescopes. Nous l'avons perdue de vue entre la constellation du Cygne et celle d'Andromède. Le respectable Patriarche des Astronomes, M. Poczobut, malgré son age de 80 ans et ses infirmités, suivoit dans une autre lunette parallatique les premieres observations de la Comète avec un zèle rare et presque inimitable. Ses observations à part sont consignées dans le Journal de l'observatoire. Je ne mis ici que les miennes, faites conjointement avec M. Reszka Professeur d'Astronomie.

EXTRAIT

D'UNE LETTRE DE M. JEAN SNIADECKI,

PROFESSEUR D'ASTRONOMIE À L'UNIVERSITÉ IMPÉRIALE DE VILNA.

Il s'est glissé une erreur de calcul dans l'opposition d'Uranus de 1807, que j'ai eu l'honneur de Vous présenter pour l'Académie au mois de Mai. Cette opposition eut lieu le 18 Avril 1807 à $21^h\ 28'\ 0''$ tems moyen astronomique à Vilna:

alors longit. geocentr. observée de ♅

$6^s.28^\circ.19'.55''$. latit. observ. $0^\circ.34'.37''$. Bor.

Tables de Lambre 6.28.19.51,3. — , — 0.34.20. —

Erreur des tab. en longitude $+3'',7$. en latit. $+17''$.

CALCUL DES OBSERVATIONS

DE LA GRANDE COMÈTE DE 1807,

FAITES À L'OBSERVATOIRE DE ST. PÉTERSBOURG

PAR

T. SCHUBERT.

Présenté le 1 Février 1809.

Depuis le 11 Octobre, où cette Comète se fit voir ici pour la premiere fois, après un tems trouble qui avait duré plus de quatre semaines, j'ai observé la Comète chaque nuit quand le ciel le permettait, et je l'ai suivie jusqu'au $\frac{15}{27}$ Mars 1808, pendant l'espace de cinq mois. J'aurais eu depuis longtems l'honneur de présenter ces observations à l'Académie, s'il m'avait été possible d'en achever le calcul qui, par plusieurs raisons, a été long et pénible, comme on va le voir.

La seule lunette, fournie de micromètres, ayant été emmenée par M. de Wisnefski pour son voyage, je fus d'abord réduit à des méthodes qui ne donnent pas une grande exactitude, telles que les distances aux grandes étoiles mesurées avec un sextant à réflexion, un micromètre annulaire que j'avais arrangé à la hâte, etc. Mais comme la comète dans cette premiere époque, où elle était visible à la vue simple, a été observée tous les jours dans presque tous les pays de l'Europe, j'ai cru devoir calculer préférablement les observations que j'ai faites conjointement avec M. Wisnefski après son retour, avec une excellente lunette munie de micromètres annulaires et filaires. Ces observations commencent le 15 Janvier 1808, et finissent le 27 Mars Nouv. St. environ quatre semaines après que les autres astronomes l'avaient perdue de vue; avantage dont l'astronomie est redevable à M. Wisnefski, doué d'une vue si perçante qu'il était capable d'observer la comète vers la fin de Mars, lorsque sa faible lumiere me la rendit invisible. C'est avec un vrai plaisir que je rends cette justice au zèle et au talent peu commun de cet habile astronome.

Dans cette derniere époque, la Comète se trouvait toujours dans une partie du ciel, tout-à-fait destituée de grandes étoiles, de sorte qu'il fallait la comparer à des étoiles de la sixieme ou septieme grandeur, dont le lieu ne pouvait être déterminé que par trois ou quatre autres observations, qui les lierent enfin par autant d'intervalles avec une étoile connue. Toutes ces observations, tant les comparaisons principales que les secondaires, ont été répétées plusieurs et même cinq fois, si le ciel le permettait: de sorte que pour chaque nuit j'ai pris le milieu d'entre trois ou quatre observations, excepté une ou deux fois. Comme ces observations furent souvent interrompues par des nuages, il fallait commencer par dessiner le groupe dans lequel se trouvait la petite étoile, avec laquelle la comète avait été comparée ou allait l'être, pour certifier au moins son identité, ce qui n'était pas sans difficultés, parceque le champ de la lunette était remplie de petites étoiles qui ne se distinguaient pas aisément l'une de l'autre.

En faisant attention à tout cela, aussi bien qu'au froid rigoureux par lequel ces observations ont été faites, on ne sera pas étonné, si malgré toutes les peines et précautions possibles, il se trouvait à la fin, que nous avions pris une étoile pour une autre: ce qui n'est cependant arrivé qu'une ou deux fois.

Comme il est évident que la manière de déterminer les étoiles par plusieurs intervalles, laquelle je viens de détailler, ne promet pas une grande exactitude, je ne comptais là-dessus que pour m'assurer de l'individu d'une étoile, dont je me proposois de déterminer plus exactement le lieu moyennant les catalogues des étoiles fixes. Mais mon attente fut frustrée d'une maniere bien désagréable. A l'exception d'une ou de deux de la cinquieme grandeur, aucune des étoiles auxquelles la comète avait été comparée, ne se trouve dans tous les catalogues que j'ai consultés, pas même parmi les milliers de nouvelles étoiles que la *Connaissance des tems* a publiées d'après l'*Histoire céleste*. Je fus donc réduit à déterminer immédiatement la position de toutes ces étoiles, en les observant à la lunette méridienne et au cercle mural : ce qui ne pouvait se faire avant l'automne, ces étoiles étant trop petites pour être vues en plein jour. Je me suis donc occupé de ces observations pendant le Septembre, l'Octobre, et une partie du Novembre; et je commencerai par le résultat de ces observations.

La comète avait été comparée immédiatement avec neuf étoiles que je désignerai par les lettres A, B, C, D, E, F, G, H, K. La premiere A de la sixieme grandeur, ayant été comparée à *d Lacertae*, dont l'ascension droite est d'après M. Piazzi (éd. de M. Bode) $= 334° 11' 10''$, et la déclinaison $= 48° 30' 24''$, se trouva avoir une ascension plus grande de $1° 22' 18''$, et une déclinaison moins grande de $7' 49'', 5$: d'où il résulte, l'ascension de $A = 335° 33' 28'' = 22^h 22' 13'', 9$ et sa déclinaison $= 48° 22' 34'', 5$.

L'étoile B (6. grand.) parait coïncider avec *v des Trophées de Fréderic*, dont l'ascension d'après M. Bode est $= 341^\circ\ 48'\ 54'' = 22^h\ 47'\ 15'',6$ et la déclinaison $= 47^\circ\ 34'\ 25''$.

C (5. grand.) est *u* de la même constellation. Son ascension est d'après M. Piazzi (éd. de M. Bode) $= 345^\circ\ 56'\ 44'',5 = 23^h\ 3'\ 47''$, sa déclinaison $= 48^\circ\ 21'\ 34''$.

D (6. grand.) dans la même constellation (*n*?) avait une ascension et déclinaison moins grande que C de $1^\circ\ 11'\ 4''$ et de $6'\ 33''$. Son ascension est donc $= 344^\circ 45'\ 40'',5 = 22^h 59'\ 3''$, sa déclinaison $= 48^\circ 15'\ 1''$.

E (7. grand.) fut comparée avec F, celle-ci avec une petite étoile que je nommerai *a*, et *a* avec *ν Cassiop*. De cette maniere se trouva l'ascension de E $= 3^\circ\ 4'\ 38'' = 0^h\ 12'\ 18'',5$ et la déclinaison $= 48^\circ\ 42'\ 2''$; le lieu de *ν* étant supposé tel qu'il se trouve dans Piazzi.

F (6. 7. grand.) ayant été déterminée par l'opération précédente, son ascension se trouva $= 8^\circ 47'\ 57'' = 0^h 35'\ 12''$, sa déclinaison $= 48^\circ\ 43'\ 54''$.

G (7. grand.) moyennant deux petites étoiles, fut comparée à *v* et Φ de *Persée*, dont j'ai pris la position dans le catalogue de M. Piazzi. Il s'en suit l'ascension de G $= 20^\circ 42'\ 2'' = 1^h\ 22'\ 48''$, sa déclinaison $= 48^\circ\ 34'\ 3''$.

H (6. grand.) ayant été comparée, moyennant une autre étoile, à Φ de *Persée*, se trouva avoir une ascension de $23^\circ\ 0'\ 27'' = 1^h\ 32'\ 2''$, et une déclinaison de $48^\circ\ 40'\ 37''$.

K (7. grand.) fut déterminée par les mêmes opérations, d'où il résulta: ascension de K $= 25^\circ\ 6'\ 50'' = 1^h\ 40'\ 27''$, déclinaison $= 48^\circ\ 49'\ 56''$.

Ces résultats étaient au moins assés exacts pour servir à reconnaitre les étoiles. Ainsi, après avoir observé dans les mois de Septembre, Octobre, et Novembre, chaque nuit plusieurs étoiles dont la position était presque la même que celle d'une de ces neuf étoiles, j'en choisis celle qui en approchait le plus. Pour les ascensions droites, deux étoiles fondamentales de Mr. Maskelyne, savoir α *Androm.* et γ *Pegas.* m'ont servi de base; pour les déclinaisons deux étoiles de la quatrieme grandeur dans les constellations d'*Andromède* et du *Lézard*, lesquelles se trouvent dans le catalogue de M. Cagnoli sous numéro 51 et 7. Le nouveau catalogue de M. de Zach m'a donné les lieux des étoiles α et γ: savoir

1808.	Asc. droite moyenne de α Androm.	Asc. droite moyenne de γ Pegas.	Somme de l'aberr. et de la nut. en tems α	Somme de l'aberr. et de la nut. en tems γ
$\frac{3}{15}$ Sept.	$23^h\ 58'\ 31'',207$	$0^h\ 3'\ 23'',710$	$+2'',397$	$+2'',149$
$\frac{6}{18}$ Nov.	— — 31,745	— — 24,248	+ 1,738	+1,570

d'où il résulte

1808	Asc. droite apparente de α Andr.	Asc. droite apparente de γ Peg.
3 Sept.	23h 58′ 33″,604	0h 3′ 25″,859
6 Nov.	– – 33,483	– – 25,818

Le catalogue de M. Cagnoli donne

1808	Déclinaison moyenne de 51 .Androm.	Déclinaison moyenne de 7. della Lucertola	Asc. droite de N. 51.	Asc. droite de N. 7.
3 Sept.	47° 39′ 17″,34.	49° 18′ 0″,00.	21° 35′.	335° 51′.
6 Nov.	– – 20,60.	– – 3,20.		

Avec ces élémens j'ai calculé, par les formules générales, les aberrations et nutations suivantes.

1808	Aberr. en déclin. N. 51.	Aberr. en déclin. N. 7.	Nut. en déclin. N. 51.	Nut. en déclin. N. 7.
3 Sept.	– 1″,387	+ 9″,157	+2″,197	+7″,421
6 Nov.	+11,797	+17,773	+1,766	+7,298

ce qui donne

1808	Déclin. apparente de N. 51.	Déclin. apparente de N. 7.
3 Sept.	47° 39′ 18″,15	49° 18′ 16″,58
6 Nov.	– – 34,16	– – 23,27

De la même maniere j'ai calculé les ascensions et déclinaisons apparentes pour le tems de chaque observation. Chacune des neuf étoiles a été observée au moins huit fois, tant à l'instrument de passage qu'au cercle mural. Après avoir réduit ces observations à une seule époque, je me suis servi des ascensions et déclinaisons apparentes qui en résultaient, pour calculer les aberrations, les nutations et la précession annuelle. Les premieres m'ont fourni les ascensions et déclinaisons vraies que j'ai réduites moyennant la précession, à l'époque où la comète avait été comparée à l'une de ces étoiles. Ensuite j'ai converti ces ascensions et déclinaisons moyennes ou vraies en apparentes, moyennant les aberrations et nutations, calculées pour cette époque: comme on verra dans la table I.

Je n'ai qu'une seule remarque à faire sur cette table. L'étoile 51 *d'Andromède* donnant constamment les déclinaisons plus grandes de $12''$ à $13''$ que No. 7 du *Lézard*, j'ai pris le milieu entre ces deux résultats, de sorte qu'il y a pour les déclinaisons une incertitude de $6\frac{1}{2}''$.

Il ne reste maintenant qu'à rapporter les observations de la comète, qui furent faites avec un anneau dont le diamètre avait été trouvé, par une foule d'observations, être égal à $3178'', 38$. Chaque résultat qu'on va trouver ici, est le milieu entre trois ou quatre observations, faites dans l'espace d'une couple d'heures, qui servaient en même tems à se vérifier reciproquement, par le mouvement propre de la comète. Toutes les époques sont exprimées en tems moyen de St. Pétersbourg, d'après le vieux Stile. On trouve le résultat de toutes ces observations dans la table II, dans laquelle les signes + et — indiquent que l'ascension droite ou la déclinaison de la comète est plus ou moins grande que celle de l'étoile qui a servi de comparaison. Les ascensions et déclinaisons apparentes de chaque étoile, contenues dans cette table, sont le dernier résultat de la table I.

Il est nécessaire de faire quelques remarques sur cette table. 1) Les troisiemes observations du 13 et du 14 Janv. sont le milieu entre les deux observations précédentes des étoiles C et D.

2) Le 13 Mars, le gros vent auquel l'instrument était exposé, empêcha de faire plus de deux observations. Comme elles ne s'accordent pas bien, je n'en ai osé prendre le milieu, et je les ai données l'une et l'autre.

3) La déclinaison du 14 Févr. est un peu douteuse, parceque la chorde, décrite par la comète, était trop peu éloignée du centre, et que le froid et le vent ne permirent pas de répéter les observations.

4) Dans la déclinaison du 18 Févr. il y a évidement une erreur. Aussi trouvé-je dans mon journal, que les observations de ce jour-là sont fort douteuses, l'air étant si nébuleux, qu'il n'y eut pas moyen de faire plus d'une observation.

5) Il est remarqué dans le journal que, par la même raison que le 14 Février, la déclinaison du 6 Mars est un peu douteuse.

6) La remarque suivante ne se présenta malheureusement qu'après que j'eus fini tous ces calculs, et le tems ne permettait pas d'y remédier. Le mouvement diurne de la comète donne lieu à croire que je me suis trompé sur les étoiles E et F de la 7 grandeur, en prenant d'autres étoiles pour celles-là, c'est-à-dire, que j'ai choisi une fausse étoile d'entre la foule qui se trouvait à la fois dans la lunette méridienne. Il est probable qu'au lieu de E, il fallait observer une étoile dont l'ascension est d'environ $0^h\ 11'\ 41''$, et la déclinaison de $48°\ 19'$, et au lieu de F une étoile qui a une ascension de $0^h\ 26'\ 53''$ et une déclinaison de $48°\ 23'$ environ. Il paraît encore que l'étoile à laquelle la comète fut comparée le 3 Janvier, n'est pas l'étoile A, mais une autre de la 6 grandeur, dont l'ascension est d'environ $22^h\ 22'\ 46''$, et la déclinaison de $48°\ 31'$. Après m'être apperçu de cette

	, le $\frac{12}{24}$ Sept.	G, le $\frac{3}{15}$ Sept.	H, le $\frac{6}{18}$ Sept.	K, le $\frac{6}{18}$ Sept.
Asc. droit	°48′10″,67	20°42′56″,91	23° 1′19″,48	25° 7′40″,63
	le $\frac{12}{24}$ Sept.	le $\frac{12}{24}$ Sept.	le $\frac{5}{17}$ Nov.	le $\frac{17}{29}$ Oct.
Déclin. a	.48.17,93	48°34′45″,17	48°41′20″,77	48°51′ 8″,05
Aberr. en	+27″,73	+24″,672	+24″,76	+24″,34
Nut. en	+20,24	+20,952	+21,07	+21,20
Aberr. e	+ 3,53	+ 0,77	+11,43	+ 7,63
Nut. en	+ 3,91	+ 2,26	+ 1,56	+ 1,38
Asc. dro	3°47′22″,70	20°42′11″,29	23° 0′33″,65	25° 6′55″,09
Déclin.	3.48.10,49	48.34.42,14	48.41. 7,78	48.50.59,04
Préc. an	+49″,388	+53″,914	+54″,794	+55″,614
Préc. de la co	−17,60	−26,66	−26,95	−26,82
Préc. an	+19,775	+18,718	+18,418	+18,118
depuis l	−11,43	− 9,72	−12,09	−10,77
	le $\frac{14}{26}$ Févr.	le $\frac{7}{19}$ Mars	le $\frac{11}{23}$ Mars	le $\frac{14}{26}$ Mars
Asc. di	3°47′ 5″,10	20°41′44″,63	23° 0′ 6″,70	25° 6′28″,27
Déclin.	3.47.59,06	48.34.32,42	48.40.55,69	48.50.48,27
Aberr.	−23″,740	−26″,007	−26″,422	−26″,796
Nutat.	+20,836	+21,745	+21,918	+22,083
Aberr.	+ 3,048	− 0,072	− 0,503	− 0,819
Nutat.	+ 5,022	+ 3,479	+ 3,157	+ 2,861
Asc. c	3°47′ 2″,20	20°41′40″,37	23° 0′ 2″,20	25° 6′23″,56
Déclir	3.48. 7,13	48.34.35,83	48.40,58,34	48.50.50,31

Table I.

	A, le $\frac{14}{26}$ Sept.	B, le $\frac{12}{24}$ Sept.	C, le $\frac{14}{26}$ Sept.	D, le $\frac{12}{24}$ Sept.	E, le $\frac{6}{18}$ Sept.	F, le $\frac{12}{24}$ Sept.	G, le $\frac{3}{15}$ Sept.	H, le $\frac{6}{18}$ Sept.	K, le $\frac{6}{18}$ Sept.
Asc. droite apparente	335°34'35",80	342°10'23",23	345°57'57",86	344°47'10",46	4°14'44",74	8°48'10",67	20°42'56",91	23° 1'19",48	25° 7'40",63
	le $\frac{17}{29}$ Oct.	le $\frac{6}{18}$ Oct.	le $\frac{17}{29}$ Oct.	le $\frac{6}{18}$ Oct.	le $\frac{17}{29}$ Oct.	le $\frac{12}{24}$ Sept.	le $\frac{12}{24}$ Sept.	le $\frac{5}{17}$ Nov.	le $\frac{17}{29}$ Oct.
Déclin. apparente	48.23.14,20	47.40.15,84	48.22. 9,60	48.15.42,85	48.55.52,71	48.48.17,93	48°34'45",17	48°41'20",77	48.51. 8",05
Aberr. en ascens.	+24",47	+25",78	+26",42	+26",51	+27",78	+27",73	+24",672	+24,76	+24,34
Nut. en ascens.	+16,30	+17,09	+17,72	+17,55	+19,91	+20,24	+20,952	+21,07	+21,20
Aberr. en déclin.	+17,096	+14,785	+15,71	+14,354	+12,42	+ 3,53	+ 0,77	+11,43	+ 7,63
Nut. en déclin.	+ 7,364	+ 6,831	+ 6,43	+ 6,586	+ 4,32	+ 3,91	+ 2,26	+ 1,56	+ 1,38
Asc. droite vraie	335°33'55",03	342° 9'40",36	345°57'13",72	344°46'26",40	4°13'57",05	8°47'22",70	20°42'11",29	23° 0'33",65	25° 6'55",09
Déclin. vraie	48.22.49,74	47.39.54,22	48.21.47,46	48.15.21,91	48.55.35,97	48.48.10,49	48.34.42,14	48.41. 7,78	48.50.50,04
Préc. ann. en asc.	+36",579	+39",167	+40",432	+40",006	+47,591	+49,388	+53",914	+54",794	+55,614
Préc. depuis l'obs. de la comète	−25,55	−26,50	−27,08	−26,60	−27,90	−17,60	−26,66	−26,95	−26,82
Préc. ann. en déclin.	+18,218	+19,048	+19,412	+19,308	+19,955	+19,775	+18,718	+18,418	+18,118
depuis l'obs. de la com.	−14,38	−14,14	−14,76	−14,10	−13,94	−11,43	− 9,72	−12,09	−10,77
	le $\frac{3}{15}$ Janv.	le $\frac{9}{21}$ Janv.	le $\frac{13}{25}$ Janv.	le $\frac{13}{25}$ Janv.	le $\frac{5}{17}$ Févr.	le $\frac{14}{26}$ Févr.	le $\frac{7}{19}$ Mars	le $\frac{11}{23}$ Mars	le $\frac{14}{26}$ Mars
Asc. droite vraie	335°33'29",48	342° 9'13",86	345°56'46",64	344°45'59",80	4°13'29",15	8°47' 5",10	20°41'44",63	23° 0' 6",70	25° 6'28",27
Déclin. vraie	48.22.35,36	47.39.40,08	48.21.32,70	48.15. 7,81	48.55.22,03	48.47.59,06	48.34.32,42	48.40.55,69	48.50.48,27
Aberr. en ascens.	−22",098	−21",326	−21",011	−22",096	−22",707	−23",740	−26",007	−26",422	−26",796
Nutat. en ascens.	+16,436	+17,330	+17,959	+17,778	+20,392	+20,836	+21,745	+21,918	+22,083
Aberr. en déclin.	+ 7,894	+ 7,343	+ 6,932	+ 6,684	+ 4,452	+ 3,048	− 0,072	− 0,503	− 0,819
Nutat. en déclin.	+ 7,659	+ 7,353	+ 7,125	+ 7,198	+ 5,543	+ 5,022	+ 3,479	+ 3,157	+ 2,861
Asc. droite apparente	335°33'23",82	342° 9' 9",86	345°56'43",59	344°45'55",48	4°13'26",84	8°47' 2",20	20°41'40",37	23° 0' 2",20	25° 6'23",56
Déclin. apparente	48.22.50,91	47.39.54,78	48.21.46,76	48.15.21,69	48.55.32,03	48.48. 7,13	48.34.35,83	48.40.58,34	48.50.50,31

1808	Etoiles de comparaison	Di. dr. appar. des la comète	Décl. apparente de la comète
3 Janv. 6^h.49^h.30",5	A	+5°.49'.58",0	47°.47'.43",2
9 — 10.49.56,5	B	—1.23.30,0	48. 0.47,6
13 — 6.28.45,4	C	—4.40.55,4	48. 4. 2,8
13 — 6.43. 6,6	D	—4.41.51,8	48. 4.18,1
13 — 6.35.56,0	C et D	.4.41.23,6	48. 4.10,45
14 — 6.50.51,6	D	+5.33.21,5	48. 4.25,0
14 — 7. 2.25,0	C	—5.33.23,4	48. 4.21,9
14 — 6.56.38,3	C et D	.5.33.22,45	48. 4.23,45
3 Févr. 8.45.44,4	E	—3.45.47,0	48.57.49,5
7 — 8.57.29,5	E	+26.31.18,7	49. 1.22,6
9 — 9.44.42,5	F	—26.43.25,7	48.52.59,7
10 — 9.36.28,9	F	—17.22.53,3	48.54. 3,2
13 — 9.17. 3,2	F	+9.20.28,3	48.55. 0,3
14 — 9.34.19,7	F	+19.58.54,5	48.56.19,0
17 — 10. 0. 2,3	F	+31.55.15,8	48.56.50,0
18 — 9.53. 5,5	F	+32.32.39,9	48.56.11,4
6 Mars 9.46.38,4	G	+0.54.17,0	48.43.55,6
7 — 10.28.48,5	G	+1.28.46,1	48.45.20,4
10 — 9.24.29,3	H	+3. 6.14,5	48.48.46,4
11 — 10.43. 0,5	H	+3.41.37,5	48.49.49,8
13 — 11. 0.33,3	K	—4.44.23,0	48.51.54,4
13 — 11.15.16,7	K	—4.46. 5,2	48.52.32,5
14 — 11.40. 1,4	K	+5.17.33,4	48.53.46,5
15 — 10.54.20,1	K	+5.48.25,5	48.54.43,6

1808	Etoiles de comparaison	Différence des ascens.	Différence des déclin.	Asc. dr. apparente de l'étoile	Déclin. apparente de l'étoile	Asc. dr. appar. de la comète	Décl. apparente de la comète
3 Janv. 6ʰ49'30",5	A	+16'34",16	—35' 7",75	335°33'23",82	48°22'50",91	335°49'58",0	47°47'43",2
9 – 10.49.56,5	B	—45.39,9	+20.52,8	342. 9. 9,86	47.39.54,78	341.23.30,0	48. 0.47,6
13 – 6.28.45,4	C	—75.48,2	—17.44,0	345.56.43,59	48.21.46,76	344.40.55,4	48. 4. 2,8
13 – 6.43. 6,6	D	— 4. 3,65	—11. 3,6	344.45.55,48	48.15.21,69	344.41.51,8	48. 4.18,1
13 – 6.35.56,0	C et D	– – –	– – –	– – –	– – –	344.41.23,6	48. 4.10,45
14 – 6.50.51,6	D	+47.26,0	—10.56,7	344.45.55,48	48.15.21,69	345.33.21,5	48. 4.25,0
14 – 7. 2.25,0	C	—23.20,22	—17.24,9	345.56.43,59	48.21.46,76	345.33.23,4	48. 4.21,9
14 – 6.56.38,3	C et D	– – –	– – –	– – –	– – –	345.33.22,45	48. 4.23,45
3 Févr. 8.45.44,4	E	—27.39,8	+ 2.17,5	4.13.26,84	48.55.32,03	3.45.47,0	48.57.49,5
7 – 8.57.29,5	E	+2°17.51,83	+ 5.50,6	– – –	– – –	6.31.18,7	49. 1.22,6
9 – 9.44.42,5	F	—2. 3.36,5	+ 4.52,6	8.47. 2,2	48.48. 7,13	6.43.25,7	48.52.59,7
10 – 9.36.28,9	F	—1.24. 8,9	+ 5.56,1	– – –	– – –	7.22.53,3	48.54. 3,2
13 – 9.17. 3,2	F	+33.26,1	+ 6.53,2	– – –	– – –	9.20.28,3	48.55. 0,3
14 – 9.34.19,7	F	+1.11.52,27	+ 8.11,9	– – –	– – –	9.58.54,5	48.56.19,0
17 – 10. 0. 2,3	F	+3. 8.13,6	+ 8.42,8	– – –	– – –	11.55.15,8	48.56.50,0
18 – 9.53. 5,5	F	+3.45.37,7	+ 8. 4,3	– – –	– – –	12.32.39,9	48.56.11,4
6 Mars 9.46.38,4	G	+12.36,6	+ 9.19,8	20.41.40,37	48.34.35,83	20.54.17,0	48.43.55,6
7 – 10.28.48,5	G	+47. 5,76	+10.44,6	– – –	– – –	21.28.46,1	48.45.20,4
10 – 9.24.29,3	H	+ 6.12,27	+ 7.48,05	23. 0. 2,2	48.40.58,34	23. 6.14,5	48.48.46,4
11 – 10.43. 0,5	H	+41.35,31	+ 8.51,5	– – –	– – –	23.41.37,5	48.49.49,8
13 – 11. 0.33,3	K	—22. 0,61	+ 1. 4,1	25. 6.23,56	48.50.50,31	24.44.23,0	48.51.54,4
13 – 11.15.16,7	K	—20.18,33	+ 1.42,2	– – –	– – –	24.46. 5,2	48.52.32,5
14 – 11.40. 1,4	K	+11. 9,83	+ 2.56,2	– – –	– – –	25.17.33,4	48.53.46,5
15 – 10.54.20,1	K	+42. 1,9	+ 3.53,3	– – –	– – –	25.48.25,5	48.54.43,6

méprise, je me proposai de la vérifier et corriger par de nouvelles observations; mais d'abord le ciel était continuellement couvert, et après celà le froid a été si perçant, que la marche des pendules s'est arrêtée jusqu'à présent. J'ai donc cru ne pas devoir suspendre plus longtems la publication de ces observations, et je ne manquerai pas la premiere occasion qui s'offrira de suppléer ces observations, dont je présenterai le résultat à l'Académie.

7) Les lieux de la comète, qu'on trouve dans la table II, sont les lieux *apparens* qui, pour être convertis en lieux *vrais*, ont encore besoin de corrections dues à la réfraction, la parallaxe et l'aberration de la comète, corrections qui ne sauraient être très-considérables.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES,

FAITES À ST. PÉTERSBOURG ANNÉE MDCCCI D'APRÈS LE VIEUX STILE,

PAR

FEU MR. INOCHODZOW,

RÉDIGÉES PAR

BASILE PETROW.

Présenté à la Conférence le 9 Nov. 1808.

NB. Après la mort de Mr. Inochodzow, on n'a trouvé parmi ses papiers qu'*un extrait* de ses observations rédigé d'après le vieux stile; ce qui m'a empêché de le réduire au nouveau stile.

I. Baromètre.

Hauteurs extrêmes, variation, milieu arithmétique, hauteur moyenne et nombre des jours, auxquels la hauteur du baromètre a été au dessus de 28 *pouces de Paris*.

NB. m. signifie matin ou avant midi; à m. signifie à midi; après m. ou apr. m. signifie après midi; et s. soir.

Mois	Hauteurs les plus grandes,		Hauteurs les plus petites,		variation,	milieu arithmétique,	hauteur moyenne,	hauteur au dessus de 28 pouces,
	pouces	jours	pouces	jours	pouces	pouces	pouces	jours
Janv.	28,67.	le 29 et 30 apr. m.	26,99.	le 15 m.	1,68.	27,83.	27,915.	14.
Févr.	28,54.	le 1 à midi	27,30.	le 20 et 24 s.	1,24.	27,92.	27,917.	14.
Mars	28,35.	le 19 apr. m.	27,30.	le 7 s.	1,05.	27,825.	27,904.	10.
Avr.	28,69.	le 17 à midi	27,57.	le 8 m.	1,12.	28,13.	28,201.	24.
Mai	28,38.	le 7 m.	27,20.	le 29 à m. et s.	1,18.	27,79.	28,145.	21.
Juin	28,06.	le 14 m.	27,57.	le 5 s.	0,49.	27,815.	27,793.	2.
Juill.	28,56.	le 30 m.	27,55.	le 2 m., à m. et s.	1,01.	28,055.	27,96.	12.
Août	28,53.	le 29 à midi	27,14.	le 17 à midi	1,39.	27,835.	27,923.	10.
Sept.	28,60.	le 23 apr. m.	27,62.	le 30 m.	0,98.	28,11.	28,248.	26.
Oct.	28,73.	le 27 apr. m.	26,92.	le 23 m.	1,81.	27,825.	27,891.	11.
Nov.	28,58.	le 1 m.	27,27.	le 30 à midi	1,31.	27,925.	27,738.	3.
Déc.	28,81.	le 25 s.	27,32.	le 1 après m.	1,49.	28,065.	27,966.	13.
A.	28,81.	le 25 Déc.	26,92.	le 23 Oct.	1,89.	27,865.	27,966.	160.
H.	28,80.	le 17 Déc. 1800	26,99.	le 15 Janv.	1,81.	27,895.	27,943.	93.
E.	28,73.	le 27 Oct.	26,92.	le 23 Oct.	1,81.	27,825.	27,993.	82.

A. marque l'intervalle de toute l'année depuis le 1 Janvier jusqu'au 31 Décembre 1801, comprenant les 365 jours de l'année.

H. marque l'intervalle de six mois de l'hiver depuis le 1 Novembre 1800 jusqu'au 1 Mai 1801, comprenant 181 jours.

E. marque l'intervalle de six mois de l'été depuis le 1 Mai 1801 jusqu' au 1 Novembre 1801, comprenant 184 jours.

On voit par le tableau précédent: 1) que la variation totale du baromètre a été la plus grande (de 1,81 pouce) en Octobre, et la plus petite (de 0,49 pouce) en Juin; 2) que la hauteur moyenne du baromètre se trouve être la plus grande (de 28,25 pouces) en Septembre, et la plus petite (de 27,74 pouces) en Novembre.

II. Thermomètre *de Mr. Délisle.*

1) Températures extrêmes de l'atmosphère avec leurs différences, milieu arithmétique, et températures moyennes pendant les matins et les soirs, bientôt après midi et pour chaque mois entier de l'année 1801.

Mois	Températures extrêmes				leurs différences,	leur milieu arithmétique,	Températures moyennes		
	les plus basses,		les plus hautes				les matins et les soirs,	bientôt après midi,	de chaque mois entier
	degrés	jours	degrés	jours	degrés	degrés	degrés	degrés	degrés
Janv.	192,2	le 31 m.	148,1	le 1 à midi	44,1	170,15	167,2	165,1	167,68
Févr.	190,8	le 1 m.	145	le 16 à midi	45,8	167,9	163,3	159,1	162,6
Mars	172,5	le 6 m.	137,2	le 30 apr. m.	35,3	154,85	151,66	147,12	150,25
Avril	161,2	le 11 m.	114	le 23 à midi	47,2	137,6	141,6	134,6	139,31
Mai	143,6	le 31 m.	108,8	le 15 apr. m.	34,8	126,2	129,6	121,1	126,62
Juin	138,8	le 1 m.	112,2	le 23 apr. m.	26,6	125,5	130,5	120,2	124,56
Juill.	132,2	le 22 m.	101,6	le 11 apr. m.	30,6	116,9	121,8	117,2	119,17
Août	145,2	le 30 m.	111,8	le 1 à midi	33,4	128,5	134,8	129,2	132,95
Sept.	155,6	le 28 m.	119,2	le 8 après m.	36,4	137,4	142,4	133,3	139,31
Oct.	159,4	le 26 m.	135	le 20 s.	24,4	147,2	147,17	144,15	146,16
Nov.	152,8	le 29 apr. m.	140,6	le 7 et 11 à m.	12,2	146,7	148,53	146,15	147,78
Déc.	192,2	le 17 m.	148,1	le 1 après m.	44,1	170,15	162,3	161,8	166,4
A.	192,2	le 31 Janv. et 17 Déc.	101,6	le 11 Juillet	90,6	146,9	145,07	139,92	143,566
H.	192,2	le 31 Janv.	114	le 23 Avril	78,2	153,1	154,26	150,80	153,37
E.	159,4	le 26 Oct.	101,6	le 11 Juillet	57,8	130,5	134,38	127,52	131,46

Ce tableau fait voir: 1) que le plus grand froid (de 192,2 degrés) a été le 31 Janvier et le 17 Décembre matin; 2) que la plus grande chaleur (de 101,6 degrés) est arrivée le 11 de Juillet après midi; 3) que la plus grande différence entre la plus basse et la plus haute températures de l'atmosphère fut (de 47,2 degrés) en Avril, et la plus petite (de 12,2 degrés) en Novembre; 4) que la température moyenne, pendant les matins et les soirs, se trouve être la plus basse (de 167,2 degrés) en Janvier, et la plus haute (de 121,8 degrés) en Juillet; 5) que bientôt après midi la température moyenne la plus basse (de 165,1 degrés) a été aussi en Janvier, et la plus haute (de 117,2 degrés) en Juillet.

2) Nombre des jours, auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs et bientôt après midi de chaque mois, au dessous et au dessus de quelques divisions principales du thermomètre.

Mois	Les matins et les soirs la température a été plus basse que					Après midi la température a été plus haute que				
	190°.	180°.	170°.	160°.	150°.	150°.	140°.	130°.	120°.	110°.
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	2.	9.	17.	22.	27.	6.				
Févr.	1.	3.	7.	19.	26.	6.				
Mars			1.	10.	16.	21.	5.			
Avril				1.	7.	28.	18.	11.	5.	
Mai						31.	31.	28.	13.	2.
Juin						30.	30.	29.	18.	
Juill.						31.	31.	30.	24.	11.
Août						31.	31.	15.	3.	
Sept.					7.	30.	26.	10.	1.	
Oct.					10.	28.	7.			
Nov.					12.	29.				
Déc.	2.	4.	14.	23.	31.	1.				
A.	5.	16.	39.	75.	136.	272.	179.	123.	64.	13.
H.		14.	25.	58.	123.	97.	58.	12.	5.	
E.					17.	181.	156.	112.	59.	13.

3) Nombre des jours, auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs et bientôt après midi de chaque mois, tant au dessous qu'au dessus et entre quelques divisions principales du thermomètre.

Mois	Les matins et les soirs la température a été						Après midi la température a été					
	au dessous de 190°.	entre 190° et 180°.	entre 180° et 170°.	entre 170° et 160°.	entre 160° et 150°.	au dessous de 150°.	au dessus de 150°.	entre 150° et 140°.	entre 140° et 130°.	entre 130° et 120°.	entre 120° et 110°.	au dessus de 110°.
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	2.	7.	8.	5.	5.	27.	6.	6.				
Févr.	1.	2.	4.	12.	7.	26.	6.	6.				
Mars			1.	9.	6.	16.	21.	16.	5.			
Avril				1.	6.	7.	28.	10.	7.	6.	5.	
Mai							31.		3.	15.	11.	2.
Juin							30.		1.	11.	18.	
Juill.							31.		1.	6.	13.	11.
Août							31.		16.	12.	3.	
Sept.					7.	7.	30.	4.	16.	9.	1.	
Oct.					10.	10.	28.	21.	7.			
Nov.					12.	12.	29.	29.				
Déc.	2.	2.	10.	9.	8.	31.	1.	1.				
A.	5.	11.	23.	36.	61.	136.	272.	93.	56.	59.	51.	13.
H.	3.	11.	13.	34.	53.	114.	97.	73.	13.	6.	5.	
E.					17.	17.	181.	25.	44.	53.	46.	13.

Il a commencé à geler le 15 Septembre 1800, c'est-à-dire encore avant le commencement de l'intervalle H., et il a gelé pour la dernière fois le 15 d'Avril, après un intervalle de 213 jours. En A. et notamment en E., où il avait gelé pour la dernière fois le 15 d'Avril, il a recommencé à geler le 17 Septembre, après un intervalle de 155 jours.

Il a gelé, les matins et les soirs, en A. 136 jours, en H. 114 jours et en E. 17 jours.

Il n' a gelé point du tout, à midi ou bientôt après midi en A. 272 jours, en H. 97 jours et en E. 181 jours.

La rivière Newa, après avoir été couverte de glaces pendant 145 jours, debacla le 5 Avril après midi. Le 8 Décembre elle se couvrit de nouvelles glaces, ayant été ouverte pendant 247 jours.

III. Vents.

Tableau général de la force et de la direction des vents pour chaque mois de l'an. 1801.

Mois	calme,	La force des vents,			Rapport de la direction des vents,			
		vent médiocre,	vent fort,	vent très-fort,	Nord	Est	Sud	Ouest
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	7.	16.	5.	3.	8.	7.	8.	8.
Févr.	6.	18.	4.	0.	2.	3.	8.	15.
Mars	5.	17.	7.	2.	4.	4.	15.	8.
Avril	8.	18.	4.	0.	12.	4.	3.	11.
Mai	7.	13.	8.	3.	9.	4.	3.	15.
Juin	2.	23.	5.	0.	10.	3.	1.	16.
Juill.	9.	17.	3.	2.	14.	10.	1.	6.
Août	5.	19.	7.	0.	11.	2.	4.	14.
Sept.	6.	19.	5.	0.	13.	5.	3.	9.
Oct.	3.	18.	8.	2.	1.	4.	9.	17.
Nov.	6.	19.	5.	0.	1.	5.	19.	5.
Déc.	8.	20.	3.	0.	7.	7.	6.	11.
A.	72.	217.	64.	12.	92.	58.	80.	135.
H.	34.	110.	30.	7.	30.	33.	61.	57.
E.	32.	109.	36.	7.	58.	28.	21.	77.

Les mois de Janvier, de Mars, de Mai et d'Octobre ont été les plus venteux; ceux de Février, d'Avril et de Décembre les plus calmes. L'hiver (H.) a été un peu plus calme que l'été (E.), qui l'a suivit dans le rapport de 32 + 109 : 34 + 110, ou de 141 : 144.

Les vents dominans étaient dans toute l'année celui du Nord, et particulièrement celui de l'Ouest. Le vent de l'Est dominait le plus en Janvier, Juillet et Décembre, et celui du Sud regnait en Mars et Novembre.

IV. L'état de l'atmosphère.

Mois	Ciel			brouillard	pluie	l'arc-en-ciel	tonnerre et éclaire	grêle	gelée blanche	neige	parasélènes
	serein	nuages	couvert								
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	9.	7.	15.	6.						11.	5.
Févr.	6.	7.	15.	12.						14.	1.
Mars	4.	14.	13.		7.			3.	1.	13.	1.
Avril	9.	15.	6.	7.	7.				6.	2.	
Mai	13.	10.	8.		11.	1.	5.	2.			
Juin	8.	13.	9.		13.	1.	4.				
Juill.	9.	14.	8.		16.	1.	9.				
Août	3.	13.	15.		18.	4.	1.		1.		
Sept.	11.	14.	5.	1.	6.			1.	11.	1.	1.
Oct.	3.	10.	18.	3.	14.			2.	2.	6.	1.
Nov.		7.	23.	3.	9.	1.			2.	12.	2.
Déc.	2.	5.	24.	8.						21.	1.
A.	77.	129.	159.	40.	101.	8.	19.	8.	23.	80.	12.
H.	31.	57.	93.	32.	24.			4.	9.	63.	8.
E.	47.	74.	63.	4.	78.	7.	19.	5.	14.	7.	2.

Le nombre des jours entièrement sereins a été le plus grand en Janvier, Avril, Mai, Juin, Juillet et Septembre. En Novembre il n'y en avait aucun, et en Décembre on n'en a compté que deux. Il y en a eu en été (E.) beaucoup plus, c'est-à-dire 47, qu'en hiver (H.), où on n'en a compté que 31.

Cette année-ci on n'a compté que 40 jours de brouillards, et l'année passée on n'en a observé que 43 jours, tandis qu'en l'année 1799 leur nombre s'étendait jusqu'à 75.

Cette année-ci il neigea pour la dernière fois le 10 d'Avril, et pour la première fois le 29 de Septembre, après un intervalle de 173 jours.

Il tonna pour la première fois le 2 Mai, et pour la dernière fois le 3 Août.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES,

FAITES À ST. PÉTERSBOURG ANNÉE MDCCCII D'APRÈS LE VIEUX STILE †,

PAR

FEU MR. INOCHODZOW,

REDIGÉES PAR

BASILE PETROW.

Présenté à la Conférence le 9 Nov. 1808.

† Voyez page 224.

I. Baromètre.

Hauteurs extrêmes, variation, milieu arithmétique, hauteur moyenne et nombre des jours, auxquels la hauteur du baromètre a été au dessus de 28 *pouces de Paris*.

NB. m. signifie matin ou avant midi; à m. signifie à midi; après m. ou apr. m. signifie après midi; et s. soir.

Mois	Hauteurs les plus grandes,		Hauteurs les plus petites,		variation,	milieu arithmétique,	hauteur moyenne,	hauteur au dessus de 28 pouces,
	pouces	jours	pouces	jours	pouces	pouces	pouces	jours
Janv.	28,49.	le 17 m.	26,92.	le 7 s. et le 8 m.	1,57.	27,705.	27,893.	20.
Févr.	28,58.	le 23 m.	27,27.	le 16 m.	1,31.	27,925.	28,013.	16.
Mars	28,67.	le 24 s.	27,17.	le 31 s.	1,50.	27,92.	27,90.	13.
Avril	28,49.	le 6 apr. m. et s.	27,20.	le 1 m.	1,29.	27,845.	28,054.	19.
Mai	28,46.	le 8 apr. m.	27,65.	le 1 m.	0,81.	28,055.	28,108.	21.
Juin	28,39.	le 27 s.	27,43.	le 13 apr. m.	0,96.	27,91.	27,99.	11.
Juill.	28,33.	le 26 s.	27,78.	le 5 s.	0,55.	28,055.	28,042.	21.
Août	28,25.	le 31 s.	27,49.	le 22 apr. m.	0,76.	27,87.	27,912.	13.
Sept.	28,54.	le 11 apr. m.	26,99.	le 28 s.	1,55.	27,765.	27,921.	15.
Oct.	28,67.	le 16 apr. m.	27,50.	le 30 apr. m.	1,17.	28,085.	28,214.	25.
Nov.	28,75.	le 4 s.	27,14.	le 24 s.	1,61.	27,945.	28,14.	21.
Déc.	28,98.	le 20 s.	27,48.	le 10 m.	1,50.	28,23.	28,19.	23.
A.	28,98.	le 20 Déc.	26,92.	le 7 et 8 Janv.	2,06.	27,95.	28,031.	218.
H.	28,81.	le 25 Déc. 1801	26,92.	le 7 et 8 Janv.	1,89.	27,865.	27,927.	84.
E.	28,67.	le 16 Oct.	26,99.	le 28 Sept.	1,68.	27,83.	28,031.	106.

A. marque l'intervalle de toute l'année depuis le premier Janvier jusqu'au 31 Décembre 1802, comprenant les 365 jours de l'année.

H. marque l'intervalle de six mois de l'hiver depuis le premier Novembre 1801 jusqu'au premier Mai 1802, comprenant les 181 jours.

E. marque l'intervalle de six mois de l'été depuis le premier Mai 1802 jusqu'au premier Novembre 1802, comprenant les 184 jours.

On voit par l'inspection de ce tableau: 1) que la variation totale du baromètre a été la plus grande (de 1,61 pouce) en Novembre, et la plus petite (de 0,55 pouce) en Juillet; 2) que la hauteur moyenne du baromètre se trouve être la plus grande (de 28,214 pouces) en Octobre, et la plus petite (de 27,893 pouces) en Janvier.

II. Thermomètre *de Mr. Délisle.*

1) Températures extrêmes de l'atmosphère avec leurs différences, milieu arithmétique, et températures moyennes pendant les matins et les soirs, bientôt après midi et pour chaque mois entier de l'année 1802.

Mois	Températures extrêmes: les plus basses, degrés	jours	les plus hautes degrés	jours	leurs différences, degrés	leur milieu arithmétique, degrés	Températures moyennes: les matins et les soirs, degrés	bientôt après midi, degrés	de chaque mois entier degrés
Janv.	187	le 3 m.	145,6	le 27 apr. m.	41,4	166,3	157,3	155	156,4
Févr.	182,8	le 9 m.	141	le 21 apr. m.	41,8	161,9	159,3	152,9	157,1
Mars	170,6	le 3 m.	132	le 26 apr. m.	38,6	151,3	150,2	144,6	148,5
Avril	153,8	le 5 m.	115,7	le 18 apr. m.	38,1	134,75	142,1	134,2	139,6
Mai	147,2	le 2 m.	115	le 19 apr. m.	32,2	131,1	135,3	127	132,6
Juin	136	le 7 s.	106,4	le 30 apr. m.	29,6	121,2	127,16	119,4	124,5
Juill.	130	le 16 m.	102	le 2 apr. m.	28	116	124,3	116,6	121,8
Août	142,5	le 29 m.	110,6	le 14 apr. m.	31,9	126,5	130,3	123,2	127,7
Sept.	154,6	le 19 m.	118,1	le 1 apr. m.	36,5	136,35	139,2	134,2	137,4
Oct.	174,4	le 24 m.	132,6	le 10 à midi	41,8	153,5	150,6	145,1	148,8
Nov.	181,9	le 20 m.	146,2	le 2 à midi	35,7	164	159,4	157	158,6
Déc.	188,8	le 20 m.	148	le 9 s.	40,8	168,4	167,4	166,4	166,3
A.	188,8	le 20 Déc.	102	le 2 Juillet	86,8	145,4	145,22	139,6	143,3
H.	192,2	le 17 Dec. 1801	115,7	le 18 Avril	76,5	153,95	153,3	149,11	152,63
E.	174,4	le 24 Oct.	102	le 2 Juillet	72,4	138,2	134,47	127,6	132,1

Ce tableau indique : 1) que le plus grand froid (de 188,8 degrés) fut le 20 de Décembre matin ; 2) que la plus grande chaleur (de 202 degrés) a été le 2 de Juillet après midi ; 3) que la plus grande différence entre la plus basse et la plus haute températures de l'atmosphère fut (de 41,8 degrés) en Février et Octobre, et la plus petite (de 28 degrés) en Juillet ; 4) que la température moyenne, pendant les matins et les soirs, se trouve être la plus basse (de 167,4 degrés) en Décembre, et la plus haute (de 124,3 degrés) en Juillet ; 5) que bientôt après midi la température moyenne la plus basse (de 166,4 degrés) a été aussi en Décembre, et la plus haute (de 116,6 degrés) en Juillet.

2) Nombre des jours, auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs et bientôt après midi de chaque mois, au dessous et au dessus de quelques divisions principales du thermomètre.

Mois	Les matins et les soirs la température a été plus basse que					Après midi la température a été plus haute que				
	190°.	180°.	170°.	160°.	150°.	150°.	140°.	130°.	120°.	110°.
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.		4.	5.	9.	26.	14.				
Févr.		1.	5.	15.	23.	13.				
Mars			1.	2.	20.	26.	6.			
Avril					6.	29.	21.	9.	3.	
Mai						31.	31.	22.	3.	
Juin						30.	30.	29.	16.	1.
Juill.						31.	31.	31.	21.	4.
Août						31.	31.	26.	11.	
Sept.					1.	30.	24.	10.	1.	
Oct.			1.	9.	16.	20.	16.			
Nov.		2.	7.	15.	27.	8.				
Déc.		10.	17.	20.	31.	3.				
A.		17.	36.	70.	150.	266.	190.	127.	55.	5.
H.	2.	9.	25.	49.	118.	112.	27.	9.	3.	
E.			1.	9.	17.	173.	163.	118.	52.	5.

3) Nombre des jours, auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs et bientôt après midi de chaque mois, tant au dessous qu'au dessus et entre quelques divisions principales du thermomètre.

Mois	Les matins et les soirs la température a été						Après midi la température a été					
	au dessous de 190°.	entre 190° et 180°.	entre 180° et 170°.	entre 170° et 160°.	entre 160° et 150°.	au dessous de 150°.	au dessus de 150°.	entre 150° et 140°.	entre 140° et 130°.	entre 130° et 120°.	entre 120° et 110°.	au dessus de 110°.
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.		4.	1.	4.	17.	26.	14.	14.				
Févr.		1.	4.	10.	8.	23.	13.	13.				
Mars			1.	1.	18.	20.	26.	20.	6.			
Avril					6.	6.	29.	8.	12.	6.	3.	
Mai							31.		9.	19.	3.	
Juin.							30.		1.	13.	15.	1.
Juill.							31.			10.	17.	4.
Août							31.		5.	15.	11.	
Sept.					1.	1.	30.	6.	14.	9.	1.	
Oct.			1.	8.	7.	16.	20.	4.	16.			
Nov.		2.	5.	8.	12.	27.	8.	8.				
Déc.		10.	7.	3.	11.	31.	3.	3.				
A.		17.	19.	34.	80.	150.	266.	76.	63.	72.	50.	5.
H.	2.	7.	16.	24.	69.	118.	112.	85.	18.	6.	3.	
E.			1.	8.	8.	17.	173.	10.	45.	66.	47.	5.

Il a gelé, pour la première fois le 17 Septembre 1801, et pour la dernière fois le 26 d'Avril 1802, par conséquent après un intervalle des 221 jours. En A. et notamment en E. il a recommencé à geler le 19 Septembre, après un intervalle des 145 jours.

D'ailleurs, les deux dernières tables font voir, qu'il a gelé, les matins et les soirs, en A. 150 jours, en H. 118 jours et en E. 17 jours. Il n'a pas gelé, à midi ou bientôt après midi, en A. 266 jours, en H. 112 jours et en E 173 jours.

La rivière Newa, après avoir été couverte de glaces depuis le 8 Décembre 1801, debacla le 24 Mars 1802, par conséquent après un intervalle des 106 jours. Le 28 Octobre 1802 elle se couvrit de nouvelles glaces, ayant été ouverte pendant 218 jours.

III. Vents.

Tableau général de la force et de la direction des vents pour chaque mois de l'année 1802.

Mois	calme,	La force des vents, vent médiocre,	vent fort,	vent très-fort,	Rapport de la direction des vents, Nord	Est	Sud	Ouest
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	4.	18.	8.	1.	2.	2.	10.	17.
Févr.	4.	17.	5.	2.	4.	2.	10.	12.
Mars	0.	21.	10.	0.	5.	1.	9.	16.
Avril	3.	15.	12.	0.	5.	4.	8.	13.
Mai	0.	17.	12.	2.	14.	6.	3.	8.
Juin	0.	20.	7.	3.	3.	3.	9.	15.
Juill.	8.	15.	7.	1.	4.	3.	8.	16.
Août	2.	22.	6.	1.	6.	2.	6.	17.
Sept.	5.	12.	10.	3.	11.	0.	5.	14.
Oct.	9.	14.	7.	1.	4.	9.	8.	10.
Nov.	8.	18.	4.	0.	1.	11.	9.	9.
Déc.	3.	22.	5.	1.	5.	11.	1.	14.
A.	46.	211.	93.	15.	64.	54.	86.	161.
H.	25.	110.	43.	3.	24.	21.	62.	74.
E.	24.	100.	49.	11.	42.	23.	39.	80.

On voit par l'ispection de ce tableau: 1) que les mois d'Avril, de Mai et de Septembre ont été les plus venteux; ceux de Juillet, d'Octobre, de Novembre et de Décembre les plus calmes. L'hiver (H.) a eté plus calme que l'été (E.), qui l'a suivi dans le rapport de 24 + 100: 25 + 110, ou de 124:135.

Le vent dominant était dans toute l'année celui de l'Ouest. Le vent du Nord se fit sentir le plus aux mois de Mai et de Septembre; le vent de l'Est dominait le plus en Octobre, Novembre et Décembre.

IV L'état de l'atmosphère.

Mois	Ciel se-rein	 nua-ges	 cou-vert	brouil-lard	pluie	l'arc-en-ciel	ton-nerre et éclaire	grêle	gelée blan-che	neige	para-sélè-nes
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	1.	10.	20.	8.	3.					14.	
Févr.	6.	12.	10.	4.	4.					11.	
Mars	5.	18.	8.	0.	9.				4.	15.	1.
Avril	6.	15.	9.	2.	13.			4.	3.	8.	1.
Mai	10.	19.	2.	0.	14.	3.		2.	1.	2.	
Juin	9.	14.	7.	0.	15.	1.	2.				
Juill.	7.	13.	11.	1.	24.	1.	3.				
Août	5.	13.	13.	1.	22.	3.	5.	2.			
Sept.	0.	19.	11.	3.	20.	1.		4.	3.	2.	
Oct.	10.	11.	10.	5.	3.				8.	8.	2.
Nov.	3.	8.	19.	8.	2.					11.	
Déc.	3.	13.	15.	6.	1.					13.	
A.	65.	165.	135.	38.	130.	9.	10.	12.	19.	84.	4.
H.	20.	67.	94.	25.	38.	1.	0.	4.	9.	81.	5.
E.	41.	89.	54.	10.	98.	9.	10.	8.	12.	12.	2.

Le nombre des jours entièrement sereins a été le plus grand en Mai, Juin et Octobre. En Janvier on n'en a compté qu'un seul, et en Septembre il n'y en avait aucun. Il y en a eu en été (E.) plus de deux fois, c'est-à-dire 41, qu'en hiver (H.), où on n'en a compté que 20.

On n'a pas observé que 38 jours de brouillards, cette année-ci, et l'année passée on en a compté presque le même nombre, et notamment 40.

Cette année-ci il neigea pour la dernière fois le 13 Mai, et pour la première fois le 7 Septembre, après un intervalle de 117 jours.

Il tonna pour la première fois le 18 Juin, et pour la dernière fois le 19 d'Août.

Cette année on n'a remarqué qu'une seule parhélie en Janvier, de même qu'une seule aurore boréale en Mars.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,

FAITES À L'OBSERVATOIRE DE MITAU, DANS LE GOUVERNEMENT DE COURLANDE,

PAR

GUILL. THÉOPH. FRÉD. BEITLER.

Présenté à la Conférence le 19 Avril 1809.

I. Eclipse du soleil du 16 Août 1803. n. st.

L'observation exacte du commencement m'échappa, puisque dans ce moment le soleil fut couvert par un nuage blanc, qui empêcha la vision distincte, en produisant en même tems un mouvement d'ondulation assés fort sur le bord de son disque. Je ne pouvois donc qu'estimer à peu près le moment de l'attouchement des bords; que je jugeai n'être pas arrivé avant $19^h\ 54'\ 50''$ t. v., laquelle estimation pourroit bien, au-pis-aller, être fautive d'environ $20''$, quantité dont ce moment a peut-être été marqué trop tôt.

Le dit nuage transparent quitta pourtant le soleil peu de minutes après. J'adaptai le micromètre objectif à ma Lunette achromatique de Dollond, grossissant 80 fois, et j'obtins les phases suivantes, en supposant le Diamètre du soleil = 31′ 43″, 2.

Tems vrai	Distances des cornes	Tems vrai	Epaisseur de la partie visible du ☉	Tems vrai	Distances des cornes
20ʰ. 2′.52″	9′.27″,0	20ʰ.32′.33″	27′.28″,9	20ʰ.52′.15″	13′.45″,2
7.34	11.35,6	36.50	30,1	56.19	12.41,5
10.29	12.49,4	38.54	34,5	59. 7	11.37,8
13.44	13.30,7	41.57	43,4	21. 2.25	10.26,3
17.57	14.18,7	45.39	58,0	8. 6	7.14,1
21. 3	14.46,7				
25.10	15.14,7				
28.53	15.35,9				

L'erreur du Vernier fût d'abord au même jour déterminée par le diamètre horizontal du soleil, qui, en prenant un milieu entre 12 observations, me l'annonça de 10″, 14 à soustraire. Le soir suivant je l'examinai aussi par des étoiles de la quatrième et cinquième grandeur, et 9 observations me la donnèrent de 11″, 3. En prenant encore un milieu entre ces deux résultats, j'obtins + 10″, 7, quantité que j'ai employée pour purger les phases observées de la dite erreur. Je ne saurois pourtant donner ces observations, qui sont encore affectées de la réfraction, pour très exactes, puisque pendant toute la durée de l'éclipse les ondulations au bord du soleil continuèrent, et que ce ne fut qu'environ une heure après la fin, que ce mouvement cessa d'être fort sensible.

Pour ce qui regarde l'observation de la fin, j'ai marqué le moment où je ne pouvois plus distinguer la moindre échancrure sur le disque du soleil. Mais à cause de la dite ondulation sur le bord je crois qu'il seroit possible que le moment de ce second attouchement des bords, où la lune quitta entièrement le soleil, eût été observé 8 ou 10 secondes plus tard, si les vapeurs, dont l'atmosphère étoit chargée, eussent permis une plus grande exactitude.

Pour faire un essai de quel point de précision l'observation d'une telle petite éclipse du soleil, faite sous des circonstances peu favorables, étoit susceptible, je fis un calcul rigoureux du moment de la conjonction, d'après les tables du soleil et de la lune insérées dans la troisième édition de l'Astronomie de feu M. de la Lande, dont je me servis de même dans tous les calculs des observations suivantes. Je retranchai 16 secondes des époques de la longitude moyenne de la lune, pour me conformer à l'avis alors unanime des Astronomes françois de l'Institut national (Allgem. geogr. Ephem. Junius 1798, S. 674) et en employant les elemens suivans:

Applâtissement de la terre $= \frac{1}{300}$

Différence des méridiens $= 1^h\ 25'\ 33''$

Demi-diamètre du soleil, corrigé par l'irradiation
$3'', 5 = 15'. 46'', 5$

Inflexion $= 2''$.

Somme des demi-diamètres du soleil et de la lune
pour le commencement $= 30'. 54'', 5$
pour la fin $= 30\ 56,1$

je trouvai d'abord par la méthode vulgaire connue:

Tems moyen de la conjonction vraie $= 21^h\ 59'\ 25'', 5$
Correction en longitude $= -\ 22'', 3$
en latitude $= +\ 2, 3$

En ajoutant la correction trouvée en longitude aux $16''$ retranchées des époques de la longitude, la correction totale des tables en longitude montera à $-\ 38'', 3$.

Pour avoir enfin des résultats tirés séparément de l'observation du commencement et de celles de la fin, et pour trouver l'équation entre les corrections, j'augmentai la latitude calculée sur les tables de la correction déjà à peu près trouvée de $+\ 2'', 3$; et nommant la correction de la somme des demi-diamètres $= \delta$, celle de la latitude déjà approchée $= y$ et celle de la parallaxe équatoriale $= \pi$, j'obtins le tems moyen de la conjonction vraie:

Par le commencem. $= 21^h\ 59'\ 21'',06 + 3'',49\delta + 2'',78y - 0'',05\pi$

Par la fin $= 21.\ 59.\ 29,70 - 5,63\delta - 5,22y + 4,13\pi$

enfin le milieu est $= 21.\ 59.\ 25,38 - 1,07\delta - 1,22y + 2,04\pi$

et l'équation entre les corrections se trouve

$$+8{,}''64 - 9{,}''12\delta - 8{,}00y + 4{,}''18\pi = 0.$$

II. Eclipse du Soleil du 11. Févr. 1804. n. st.

Aussi de cette éclipse, si remarquable à cause de sa grandeur, je ne pouvais observir que la fin, qui arriva à $2^h\, 53'\, 5{,}''5$ tems vrai, et cette observation me parût exacte au point, que la somme des erreurs inévitables ne pouvoit, suivant mon estimation, excéder la quantité de 4 secondes.

Quoique vers deux heures après midi le ciel fut dégagé de nuages dans la région du soleil, je ne pouvois pourtant cette fois observer des phases avec le micromètre objectif. Après un tems continuellement couvert, pendant plusieurs semaines, le soleil se rendit enfin visible tous les matins à 9 heures, pendant les cinq jours qui précédèrent l'éclipse. Je profitai toujours de ces éclaircis pour prendre des hauteurs de cet astre, dans l'espérance d'en obtenir l'après midi suivant des correspondantes. Mais régulièrement à dix heures du matin les nuages couvrirent de nouveau tout l'horizon pour le reste du jour, et éludèrent mon travail du matin. Le jour de l'éclipse j'avois pareillement pris des hauteurs du soleil pendant cet éclairci ordinaire entre neuf et dix heures, et puisque le ciel fut recouvert à point nommé, comme les jours précédens, il me resta peu d'espérance de rien voir de cette belle éclipse. Mais lorsque pourtant heureusement les nuages se dissipèrent environ une heure et demie après le commencement, il m'étoit plus intéressant de profiter de cette circonstance pour prendre des hauteurs correspondantes, que de faire des observations avec le micromètre objectif, qui sans la détermination exacte du tems auroient été tout à fait inutiles. En diminuant encore les époques de la longitude moyenne des tables de la Lune de $16''$, et supposant l'applâtissement de notre sphéroïde $= \frac{1}{300}$, la différence des méridiens $= 1^h\,25'\,33''$, le demi-diamètre du Soleil, sans tenir compte de l'irradiation, $= 16'\,13'',8$, l'inflexion $= 2'',0$, le demi-diamètre augmenté de la lune au moment de la fin $= 16\;6'',28$, par conséquent la somme des demi-diamètres $= 32\;\;18'',1$: je trouve par un calcul rigoureux, fait d'après les mêmes tables ci-dessus nommées, le moment de la conjonction vraie de la lune avec le soleil en tems moyen de Mitau $= 0^h\,58'\,29'',6 - 1'',87\,\delta + 0'',30\,y - 1'',415\,\pi$.

III. Occultation de l'étoile τ♉, du 12 Juillet 1806 n. st.

La détermination du tems vrai de cette observation ne se fonde que sur les hauteurs correspondantes du soleil, prises le 11 et le 17 du dit mois, puisque dans l'intervalle des cinq jours du 12 au 16 les nuages qui survinrent, s'étoient joués de tous mes efforts pour examiner la marche de mon horloge.

La nuit de cette observation le ciel étoit assés serein en apparence; mais néanmoins le bord éclairé de la lune ne paroissoit pas distinctement coupé. C'est pourquoi je ne puis assigner l'instant précis de l'immersion; puisque pendant 14″ j'étois en doute, si l'étoile étoit encore visible dans le débordement de la lumiere de la lune, ou si l'image confuse, que je croyois quelquefois encore entrevoir, n'étoit qu'une illusion optique, causée par la fatigue de l'oeil, qui s'efforcoit à découvrir encore quelque trace de la foible lumière de l'étoile. Voici l'observation.

Tems moyen	
$13^h 54' 58'',5$	L'étoile τ♉ luisant d'une lumiere à peine sensible, disparoît à mes yeux. Mais quelques instans après je crus en entrevoir encore, sur le bord de la lune, une étincelle presqu' im-

Tems moyen	
	perceptible, qui parût et disparût alternativement.
$13^h 55' 12'',5$	Ce ne fût qu'en ce moment, que j'étois bien assuré de l'impossibilité d'appercevoir encore avec mes yeux quelque trace de l'étoile.
$13^h 37' 27'',1$	Emersion de l'étoile 78 au bord obscur de la lune. Très bonne observation, non obstant le crépuscule et un brouillard très fort, qui s'étoit élevé de la rivière d'Aa.

Pour déterminer le moment de la conjonction, je tirai la position moyenne de l'étoile du catalogue de *Bradley*, d'où je conclus pour le jour de l'observation.

Longitude moyenne pour 1760	=	$2^s\ 8^\circ\ 48'\ 15,00$
Précession 46,53 ans, à $50''\frac{1}{4}$,	=	+ 38 58,13
Variation en longitude	=	— 0,06
Aberration en longitude	=	— 15,23
Nutation	=	+ 17,98
Inégalité annuelle	=	+ 0,83
Longitude apparente		$2^b\ 9^\circ\ 27'\ 16'',65$

Latitude moyenne 1760	=	$0^\circ\ 41'\ 6'',00$ B.
Variation en latitude	=	+ 23,04
Aberration en latitude	=	— 0,16
Latitude apparente	=	$+ 0^\circ\ 41'\ 28'',88$

Dans le calcul de cette observation et des suivantes je ne fis plus usage de la correction susdite de l'époque de la longitude moyenne de la lune de 16″, puisqu'elle ne me paroissoit pas constatée pas des disquisitions postérieures de M. *de Lambre.*

Ayant trouvé le demi-diamètre apparent de la Lune, corrigé par l'inflexion = 2″, pour le moment de l'immersion = 16′ 12″, 35, et pour celui de l'émersion = 16′ 14″, 30, je fis d'abord le calcul dans la supposition que l'immersion étoit arrivée à $13^h\,54'\,58'',5$ t. m. D'où je tirai le tems moyen du moment de la conjonction vraie, par l'observation

$$\begin{array}{rl}
\text{de l'immersion} & = 14^h\,56'\,15'',15 + 2'',085\delta - 1'',219y + 1'',761\pi \\
\text{de l'emersion} & = 14.\,57.\;\;5{,}21 - 2{,}060\delta + 1{,}182y - 0{,}320\pi \\
\hline
\text{Le milieu} & = 14.56.40{,}18 + 0{,}011\delta - 0{,}018y + 0{,}720\pi
\end{array}$$

et en supposant $\delta = \pi = 0$

Correction des tables en longitude = $7'',6$

en latitude = — 21,3

Mais en supposant que l'immersion fût arrivée plus tard de $14''$ ou à $13^h\,55'\,12'',5$ t. m. je trouvai d'abord par la méthode vulgaire connue, expliquée par feu M. *de la Lande* dans son Astronomie, que le moment de la conjonction vraie tomba à $14^h\,56'\,48''$, avec la correction des tables en longitude $= + 3'',3$ en latitude $= - 14'',7$. Ayant enfin appliqué aux tables les deux corrections trouvées, j'obtins, en calculant séparément, pour chacune des deux observations, le moment de la conjonction vraie déduit de l'observation

de l'immersion $= 14^h 56' 47'',78 + 2'',058\delta - 1'',171 y + 1'',718\pi$

de l'émersion $= 14.56.48,17 - 2,037\delta + 1,136 y + 0,331\pi$

Le milieu $= 14.56.47,98 + 0,010\delta - 0,017 y + 0,693\pi$

IV. Occultation de l'étoile ζ Π, le 7 Sept. 1806. n. st.

Aussi dans cette observation je fus beaucoup contrarié par les vapeurs, qui ne me permirent point d'obtenir une vision distincte du bord éclairé de la lune, lequel ne se présenta pas assés bien coupé. C'est pourquoi l'étoile, à ce qui me paroissoit, disparût dans le débordement confus de la lumière, avant que d'avoir été atteinte par le dit bord éclairé, où devoit se faire l'immersion. Je croyois, pourtant être assuré, que l'incertitude du dit moment ne pouvoit guère monter que tout au plus à 8 secondes.

Tems moyen	
$14^h 50' 43'',1$	Immersion *estimée* de l'étoile ζ Π au bord éclairé de la lune.

Tems moyen	
$15^h 50' 14'',2$	Emersion au bord obscur de la lune. Observation très exacte.

En corrigeant la longitude moyenne de l'étoile, prise dans le catalogue de *Bradley* pour $1760 = 3^s\ 11^\circ\ 38'\ 29'',00$, par la précession de $46,687$ ans à $50'',25$ par an $= +\ 39'\ 6'',02$, l'inégalité annuelle $= +\ 0'',66$, la variation en longitude $= -\ 0'',31$, l'aberration en longitude $= -\ 9'',28$, la nutation $= +\ 17'',89$, j'obtins la longitude apparente de ζ ♊ pour le jour de l'observation $= 3^s\ 12^\circ\ 17'\ 43'',98$.

La latitude pour $1760 = -\ 2^\circ\ 4'\ 4'',00$, corrigée par la variation $= +\ 22'',01$ et par l'aberration $= +\ 0'',61$, me fournit pour le même jour la latitude apparente de ζ ♊ $= -\ 2^\circ\ 3'\ 41'',35$. Par mes propres calculs cette latitude australe seroit plus grande de 3,7 secondes, en supposant pour 1760 l'obliquité de l'écliptique $= 23^\circ 28' 16'',5$.

Avec ces données je déterminai par la méthode susdite (Astronomie III. Ed. T. II. §. 1970. p. 433) le moment de la conjonction vraie en tems moyen,

par l'immersion $= 16^h 16' 59'',95 + 1'',713\delta + 0'',320 y + 0'',779\pi$
par l'émersion $= 16.17.\ 0,27 - 1,723\delta - 0,378 y + 1,139\pi$

Milieu $= 16.17.\ 0,11 - 0,005\delta - 0,029 y + 0,959\pi$

avec la latitude vraie de la lune au dit moment

$= - 1^\circ 30' 55'',8$, d'où il s'ensuit la correction des tables en longitude $= + 28'',22$ et la correction approchée en latitude $= + 30'',41$, c'est-à-dire que la latitude australe observée étoit moindre de $30'',41$ que la latitude calculée sur les tables.

V. Occultation de l'étoile τ♉, le 2 Oct. 1806. n. st.

Le ciel me favorisa cette fois à merveille dans mon observation, qui réussit complètement; et je puis dire, que c'est une des plus exactes, que j'aie fait de ma vie. La voici :

Tems moyen	
$12^h\ 7'\ 29'',4$	Immersion de l'étoile τ♉ derrière le bord éclairé de la lune. Observation exacte
12.29.260	Emersion au bord obscur, avec la même exactitude.

Suivant le catalogue de *Bradley* je trouvai pour ces momens

longitude apparente de τ♉ $= 2^s\ 9^\circ\ 27'\ 51'',7$

latitude apparente de τ♉ $= + 41.\ 29,0.$

En tenant compte de l'inflexion $= 2''$, mon calcul me fournit le demi-diamètre apparent de la lune pour le moment de l'immersion $= 15'\ 47'',43$ et pour celui de l'émersion $= 15' 48'',16$, et avec ces données j'obtins le moment de la conjonction vraie en tems moyen par l'observation

de l'immersion $= 12^h 52' 43'',82 + 5'',64\delta + 5'',35y - 3'',17\pi$
de l'émersion $= 12.52.42,74 - 5,23\delta - 4,91y + 3,96\pi$

Milieu $= 12.52.43,28 + 0,21\delta + 0,22y + 0,40\pi$
Différence $= + 1,08 + 10,88\delta + 10,26y - 7,13\pi$

Correction des tables en longitude $= + 8'',7$
en latitude $= + 2,1$

qui se trouvent en retranchant la longitude et latitude données par les tables, de celles que je trouvai par l'observation.

VI. Occultation de l'étoile *k* ♒, le 22 Juillet 1807.

Tems moyen	
$12^h 35' 15''$.	Immersion *estimée* de *k* ♒ au bord éclairé de la lune. A cause de la foiblesse de sa lumière cette étoile disparût avant que d'avoir touché le dit bord. C'est pourquoi ce moment ne pouvoit être observé exactement, et je dévois me contenter d'une estime, dont l'erreur pourroit peut-être monter à 8 ou 10 secondes.
13. 28 54.	Emersion de cette étoile au bord obscur. Observation exacte, à deux secondes près.

VII. Occultation de l'étoile ν ♊, le 24 Sept. 1807. n. st.

Tems moyen	
$17^h\,16'\,25''$	Immersion de l'étoile ν ♊ au bord éclairé de la lune. Observation très exacte, puisque le ciel étoit bien serein. L'émersion ne pouvoit être observée, puisque le soleil se leva 34 minutes après.

VIII. Occultation de l'étoile 2k♓, le 13 Oct. 1807.

Tems moyen	
$11^h\,35'\,33''$	Immersion de 2k♓ au bord obscur de la lune. Puisque cette foible étoile à cause des vapeurs et de la clarté de la lune avait auparavant plusieurs fois disparu à mes yeux, je ne pouvois m'assurer avec certitude, si elle s'étoit seulement évanouie dans les vapeurs de l'atmosphère, ou si elle s'étoit effectivement cachée derrière le disque de la lune. C'est pourquoi ce moment marqué doit être regardé comme *douteux*, à moins qu'il ne soit justifié par la comparaison avec une autre observation correspondante, faite à un observatoire bien connu.

IX. Occultation de l'étoile ι ♍ le 4 Juin 1808. n. st.

Tems moyen	
$10^h\ 17'\ 9''$	Immersion de ι ♍ au bord obscur. Observation très exacte.
11. 44. 30.	Quoique le ciel étoit dégagé de nuages, la clarté de la lumière de la lune et les vapeurs ne me permirent point encore dans ce moment, de distinguer la moindre trace de l'étoile, dont l'émersion dévoit être arrivée bien des minutes auparavant. Voyant donc que l'émersion m'étoit entièrement échappée, je quittai le télescope.

X. Occultation de l'étoile 1 μ ♐, le 6 Juillet 1808. n. st.

Tems moyen	
$11^h\ 50'\ 33''$	Le ciel étant couvert de nuages, et la région de la lune se trouvant remplie d'épaisses vapeurs, l'étoile, luisant d'une lumière extrêmement foible, disparoissoit et reparoissoit alternativement. Ce fut dans le tems marqué, qu'elle se déroba la derniere fois à ma vue, en me laissant dans l'incertitude, si cette disparition étoit effectivement le vrai moment de

Tems moyen	
	l'immersion, ou seulement l'effêt des vapeurs et de la lumière bien forte de la lune presque pleine. Observation *douteuse*.

XI. Occultation de l'étoile δ♓, le 10 Août 1808. n. st.

Tems moyen	
$13^h\ 21'\ 5''$	Immersion de δ♓ au bord éclairé. Vapeurs et nuages. L'étoile disparût avant que d'avoir tout-à-fait touché le limbe de la lune; mais il me paroisseit, que l'erreur de mon estime ne sauroit monter, au pis aller, que tout au plus à 6 ou 8 secondes,
14. 37. 40.	Emersion de δ♓ au bord obscur. Puisque l'étoile se montra subitement, quoique avec une lumière très foible, cette observation me parût assés exacte, non obstant les vapeurs et les nuages dont la lune étoit entourée.

Eclipses des satellites de Jupiter.

Observées avec une lunette achromatique de Dollond de trois pieds, à triple objectif et une ouverture de 40,5 lignes de l'ancien pied de Paris, ou $43'''$ du pied gle d'Angleterre. Grossissement 80 fois.

La lettre H marque la hauteur de la planète au moment de l'observation. La lettre O indique en lignes duodécimales du dit pied de Paris l'ouverture du Diaphragme, qui placé sur l'objectif quelques minutes avant le commencement de l'immersion ou après l'émersion totale, faisoit presque disparoître le satellite en question. La lettre D indique la différence entre le moment de l'immersion ou émersion du centre donné par les tables, et celui de l'observation de la premiere ou derniere étincelle, en retranchant le premier moment du dernier. Quand je ne fais point mention des bandes et de la qualité du limbe de la planète, je sousentends, que les premieres étoient au moins visibles, et le dernier médiocrement bien coupé, sans ondulation fort sensible.

1806. n. st. Septembre	Tems moyen astronomique	
Le 1	$7^h 15' 20'',5$	Je soupçonne l'émersion du I. sat.
	28,5	Emersion certaine du I. sat. Dans le crépuscule, 16 ou 17 minutes après le coucher du soleil. La planète pas trop distinctement arrondie, et dans le voisinage de ♃ plusieurs petits nuages d'un gris noirâtre. H = 10°. D = + 41″.

1806. n. st. Septembre	Tems moyen astronomique	
Le 2	$9^h 10' 5'',5$	Emersion du I. Le ciel paroissoit sérein sans nuages, et pourtant le bord de ♃ étoit coloré, et le satellite disparoissoit de nouveau plusieurs fois après cette observation dans les vapeurs de l'horizon. $H = 4^{\circ}\frac{1}{2}$. $D = -2''$.
Le 15	6.42.51,5	Je soupçonne l'émersion du III. sat.
	43. 6,5	Emersion certaine du III. sat.
	45.22.	Le satellite paroît avoir toute sa lumière. Le bord de ♃ coloré et des nuages près de la planète à l'horizon. $H = 10^{\circ}$. $D = +1'\ 45''$.
1807. n. st. Juillet.		
Le 11	11.13.33.5	Immersion du I. sat. Le ciel chargé de vapeurs, les bandes confuses, le bord décoloré et ondulant. Le satellite, après s'être déjà auparavant à différentes reprises soustrait à mes yeux, disparût subitement dans ce moment. $H = 8^{\circ}$. $D = -1'\ 25''$. Observation *douteuse*.

1807. n. st. Juillet	Tems moyen astronomique	
Le 18	$13^h\ 8'\ 28''$	Immersion du I. satellite. Le ciel paroissoit sérein et la pleine lune très claire, mais pourtant le bord de ♃ étoit coloré et le satellite disparoissoit et reparoissoit alternativement dans les épaisses vapeurs de l'atmosphère. D'ailleurs l'incendie d'une maison hors de la ville, dont la fumée s'éleva directement sous la région du ciel où se trouva ♃, mit aussi des obstacles à l'exactitude de l'observation, que je dois déclarer douteuse. $H = 15^{\circ}\frac{1}{2}$. $D = -54''$.
Le 24	11. 9. 51.	Immersion du II. sat. Le ciel clair, les bandes distinctement visibles, le bord passablement arrondi. Cependant le satellite se cacha et se montra tour à tour dans quelques vapeurs volantes de l'atmosphère. Clair de lune. $O = 16'''$. $D = -1'$, selon le calcul de la Connoissance des Tems, ou $= -7''$ selon mes propres calculs.

1807. n. st. Juillet	Tems moyen astronomique	
Le 27	11, 6.50″	Immersion du III. Les bandes alternativement distinctes et confuses, et de même le bord alternativement bien arrondi et ondulant. $D = +1' \; 9''$ et $O = 18'''$. L'immersion précédente du I. sat. n'a pu être observée, puisque déjà dix minutes avant l'observation ce satellite n'étoit plus visible dans les vapeurs de l'horizon. La même chose arriva le 28 Juillet, puisque le IV. sat. disparût dans les vapeurs 12 minutes avant son immersion.
Août Le 18	$11^h \; 3'56,5$	Emersion de II. sat. C'étoit dans ce moment que la figure du I. sat. me parût tout-à-coup allongée, puisque le disque du dit satellite couvrît une partie du disque du second, ce qui me convainquit, que l'émersion étoit passée. Mais cet allongement diminua sensiblement, et à $11^h \; 11'$ ou $12'$, t. m. le premier satellite réparoissoit parfaitement rond, et couvrant

1807. n. st. Août	Tems moyen astronomique	
		exactement le second, on ne vit plus la moindre trace de celui-ci. Ensuite le II. sat. sortit de derriere le disque du I. qui parût une seconde fois allongé. Je quittai alors la lunette, pour montrer ce phénomène à quelques amateurs curieux, qui étoient présens à l'observation. Enfin en me résaisissant de la lunette à $11^h 24'$ t. m. je m'apperçus que les disques de ces deux satellites s'étoient déjà séparés, et que chaque satellite paroissoit distinctement arrondi. Les bandes de ♃ très distinctes, et son bord bien terminé. La lune luisant très clairement. $D = + 22''$.
Le 19	$12^h 2' 27''$	Emersion du I. Premiere étincelle. Trois secondes après le satellite n'est plus à distinguer, à cause des vapeurs. $H = 11°\frac{1}{2}$. $O = 15'''\frac{1}{2}$. $D = + 14'''$.
Septembre Le 4	10. 22. 7.	Emersion du I. satellite, qui tout de suite après se cache de nouveau dans les vapeurs volantes.
	22. 23.	Le Satellite reparoît dégagé des va-

1807. n. st.	Tems moyen astronomique	
		peurs dont il étoit enveloppé, et 18″ après ce moment il sembla avoir toute sa clarté. Les bandes distinctes et la planète assés bien arrondie. H = 12° $\frac{1}{4}$; O = 14‴; D = + 14″.
Octobre Le 13	8ʰ 58′ 37″	Emersion du I. sat. Le bord de ♃ coloré et ondulant. H = 8° $\frac{3}{4}$. O = 16‴. D = + 18″.
1808. Juillet		
Le 13	14. 39. 48.	Commencement de l'Immersion du I. sat.
	40. 30.	Immersion totale du I. sat. Non obstant les nuages dont le ciel étoit parsemé, le limbe de ♃ étoit bien coupé et les bandes très distinctes. O = 10‴. D = 0. Cette observation me paroissoit être très bonne.
Le 14	14. 32. 9.	Emersion du IV. La région de ♃ sans nuages, mais le reste du ciel couvert. Les bandes distinctes et le bord de ♃ bien terminé. Mais peu de secondes après le satellite se cache de nouveau dans quelques vapeurs.
	32. 26.	Le Satellite reparoît distinctement,

1808 n. st. Juillet	Tems moyen astronomique	
		quoiqu'avec une lumière très foible. O = 12‴. D = — 3′ 20″. Bonne Obs.
Le 22	$11^{h}\ 2'33''$	Immersion du I. sat. Le bord de ♃ quelquefois coloré, mais dans le moment de l'observation assez bien terminé et sans couleurs. H = 6°. O = 15‴. D = — 15″.
Le 24	13.27.25,5	Immersion du II. sat. Le ciel serein, les bandes très distinctes, le bord bien terminé. O = 10‴. D = + 36″.
Le 29	12.56.52	Le I. satellite semble s'évanouir.
	57	Immersion certaine du I. sat. Les bandes distinctes, le limbe de ♃ bien coupé. Cependant le changement de la clarté des satellites annonça des vapeurs volantes dans l'atmosphère. O = 12‴. D = + 11″.
Août		
Le 28	15. 2. 16	Immersion du I. sat. Le ciel degagé de nuages paroissoit très serein, et les bandes de ♃ étoient médiocrement distinctes, mais le bord de cette planète un peu ondulant. O = 11‴; D = — 32″. Observation douteuse, à

1808 n. st. Septembre	Tems moyen astronomique	
		cause du voisinage de l'opposition et des vapeurs.
Le 15	$7^h 18' 0''$	Emersion du III. sat. Le ciel sans nuages, mais le limbe de ♃ coloré, les bandes assez bien visibles. $H = 9°$; $O = 14'''$; $D = + 2' 30''$.
	7.24.20	Le I. satellite, collé au limbe de ♃, se cache derriere la planète.
	10. 4.58,5	Emersion du I. sat. A cause des vapeurs la planète étoit entourée d'une couronne, et ses satellites ne brillerent que d'une foible lumière. Cependant le limbe de ♃ fût sans couleurs et bien coupé, les bandes médiocrement visibles. $H = 19°\frac{1}{2}$; $O = 13'''$; $D = + 1' 0''$. Puisque la lumiere du satellite augmenta successivement après cette observation, elle me paroîssoit bonne. Au moins ne crois-je pas m'être mépris en regardant l'aiguille des minutes.
Le 19	13. 0.22,5	Emersion du II. sat. Le limbe très bien coupé, les bandes très distinctes.

1808. n. st. Septembre	Tems moyen astronomique	
		$O = 10'''$; $D = -31''$. Bonne Obs. L'immersion précedente du IV. sat. qui étoit arrivée la même nuit, n'avoit pu être observée, puisque le dit satellite avoit disparu dans la lumière ondulante de ♃. Au moment de l'émersion la planète étoit enfoncée dans les épaisses vapeurs de l'horizon.
Le 22	$11^h 17' 39''$	Emersion du III. Le ciel dans cet instant sans nuages, la planète bien arrondie, et les bandes distinctes. $O = 10'''$; $D = +59''$. Bonne Obs. L'immersion précédente de ce satellite et l'émersion suivante du I. arrivèrent derriere des nuages, et ne pouvoient être observées.
Octobre Le 6	9. 27. 24	Emersion du IV. sat. Ciel sérein, les bandes distinctes, le bord bien terminé. $O = 11'''\frac{1}{2}$; $D = -3' 51''$.
Le 8	10. 18. 47	Emersion du I. sat. Les bandes visibles, le limbe de ♃ médiocrement arrondi et un peu coloré. $O = 10'''$; $D = +9'',5$.

1808. n st Octobre	Tems moyen astronomique	
Le 17	$6^h\ 42'\ 55''$	Je soupçonne d'entrevoir une très foible trace du I. sat. qui se perd après quelques secondes.
	43. 42	Emersion certaine du I. sat. Le ciel sans nuages dans la région de ♃, mais la clarté variable de cette planète et de ses satellites annonça des vapeurs volantes dans l'atmosphère. Le limbe un peu coloré et les bandes médiocrement distinctes. $O = 12'''$; $D = +33''$, en adoptant le dernier moment. Observation douteuse.
Le 28	7. 24. 19	Emersion du III. Un nuage blanc et transparent rasa la planète, néanmoins les bandes étoient distinctement visibles et le bord de ♃ bien arrondi. La lune n'étoit éloignée que d'environ 6. degrés. Cinq minutes après le satellite avoit recouvré toute sa clarté, mais dans cet intervalle la lumière de ♃ fût tantòt plus tantòt moins claire, à cause des vapeurs et du dit nuage blanc. Je crois pourtant, que cette ob-

1808. n. st.	Tems moyen astronomique	
		servation n'est point mauvaise. $O = 12'''$, $D = + 1' 6''$.
Novembre Le 8	$7^h 11' 38''$	Emersion du II. sat. Le ciel sans nuages, les bandes bien visibles, et le limbe de ♃ assés bien arrondi. $O = 11'''$ ou $12'''$ alternativement; $D = + 6''$. Deux minutes après le satellite brilla avec toute sa lumière. Bonne observation.

Remarque.

Après avoir observé l'émersion du IV. sat. le 6 Oct. 1808 je m'avisai d'examiner les rapports des clartés respectives des quatre satellites dans la position qu'ils avoient alors. Les plus petites ouvertures des diaphragmes, avec lesquelles, par des observations réitérées je pouvois encore entrevoir le IV. le III. le I. et le II. satellite, qui étoit alors le plus éloigné du bord de ♃, furent dans le même ordre de $11'''\frac{1}{2}$, de $9'''$, de $8'''$ et de $6'''$. L'ouverture de ma lunette étant de $40''',5$ il s'ensuit, que dans le moment où j'apperçus la première étincelle dans l'émersion, le IV. satellite n'avoit encore que $\frac{2}{25}$ de sa lumière totale, ce qui réduisit le segment invisible à $\frac{1}{13}$me ou $\frac{1}{14}$me de son disque, et qu'en mettant l'intensité de la lumière du IV. dans le moment de sa premiere étincelle visible, successivement = à 8, à 1 et à 100, on aura celle du même satellite après son émersion totale, celle du III, du I. et du II. dans le même ordre égales à 8; 100; 163; 206; 367; ou 1; 12,5; 20,4; 25$\frac{3}{4}$; 46, ou enfin 100; 1250; 2037,5; 2575; 4588; d'où il s'ensuit, que des étoiles d'une clarté 46 fois moindre que celle du II. satellite dans la position qu'il avoit alors, étoient encore visibles dans ma lunette. J'ignore pourquoi les astronomes, dans leurs observations des éclipses des satellites, semblent avoir totalement abandonné cette méthode des diaphragmes, imaginée d'abord par *de Fouchy*, et employée avec succès par *Bailly* (*Mémoires de l'Académie Royale des sciences de Paris*, 1771). Il me paroît, que c'est un grand avantage, de rendre ces observations indépendantes de la force des yeux, de celle des lunettes, et enfin du plus ou moins grand dégré de transparence de l'atmosphère; et je suis persuadé, que nous serions bien plus avancés dans la connoissance exacte des longitudes, si les astronomes observateurs eussent continué l'usage des dits diaphragmes; puisque les bonnes et complettes observations des occultations d'étoiles et des éclipses du soleil sont si rares, et qu'il ne faut point s'étonner, si les ob-

35*

servations des éclipses des satellites donnent des résultats discordants, quand on ne leur applique pas l'équation nécessaire pour avoir le véritable moment de l'immersion ou émersion du centre du satellite.

J'ajouterai encore, qu'à l'occasion du calcul de quelques observations précédentes, je remarquai deux petites corrections à faire aux tables de la III. éd. de l'Astronomie de feu Mr. *de la Lande*. Savoir page 77. Tab. LXXIII. et LXXIV. il faut ajouter le double signe sous I. et IV., et au dessus de VII. et X., et page 243 dernière colonne, 17 Septembre, il faut lire 0,71 au lieu de 0,61.

II.
SECTION
DES
SCIENCES PHYSIQUES.

DE GENERE MUSCICAPAE, EX ORDINE PASSERUM.

AUCTORE

N. OZERETSKOVSKY.

Conventui exhib. die 2. Martii 1808.

Quodlibet systema naturae continere debet corpora naturalia methodice disposita; hinc quivis auctor systematis distribuit animalia, plantas et fossilia in classes, ordines, genera, species atque varietates. Classes et ordines statuuntur ab inventore systematis pro suo lubitu, et in iis stabiliendis magis vel minus declaratur ingenium auctoris; in determinandis vero generibus et speciebus omnis systematicus sequi debet ducem naturam, secundum hocce Linnaei dictum: *classis et ordo est sapientiae, genus et species naturae opus* (Syst. nat. edit. 12. Holm. p. 13.). Characteres enim, ex quibus constituuntur genera, non excogitantur, sed desumuntur ab illis partibus, quae omnibus speciebus, ad idem genus spectantibus, sunt communes. Excluduntur vero e genere species, in quibus deficit aliquis character essentialis, qui ad constituendum genus absolute requiritur. Si auctores systematum in condendis suis methodis regulam hanc strenue observassent, jam dudum haberetur systema naturae, quod nunquam mutaretur. Ast persaepe species a scriptoribus historiae naturalis non ad sua referuntur genera; id quod variae editiones Systematis Linnaeani evidenter demonstrant, et quisque videre potest, species in hac editione ad notum genus relatas, in alia ejusdem Systematis editione, vel novum genus formare, vel per diversa genera distribui. Inopinatas hasce mutationes multis probare exemplis foret superfluum; sola sequens observatio huic scopo sufficiet. In decima Systematis Linnaeani editione reformata, quae Halae Magdeburgicae anno 1760 in lucem prodiit, inter aves, in sexto ordine Passerum, genus Muscicapae penitus defuit, et aviculae, ex quibus tandem numerosissimum conflatum est genus, non ad diversa modo genera, sed ad varios etiam avium ordines pertinebant. Muscicapa Paradisi militabat tunc in secundo ordine avium, quae Picae dicuntur, et Corvus Paradisi appellabatur; Muscicapa atricapilla, in Europa nidificans, et ad nos usque verno tempore perveniens, in ordine Passerum inter Motacillas numerabatur. Aliae species, eo tempore notae, per diversa avium genera fuerunt disseminatae, donec ex illis peculiare constitutum fuit genus, ad quod nonaginta duae Muscicapae nunc referuntur [1]).

Attributa, omnibus hisce speciebus communia, ob quae sub eodem comprehenduntur genere, debent esse immutabilia et statim in oculos cadere, ut quaelibet species ex sola inspectione facile agnosci, nova autem hucusque ignota, absque ulla haesitatione ad suum genus referri queat. Quando ad ejusmodi perspicuitatem deducentur genera animalium, diffundetur lux in tenebris, et tyro etiam videbit, ad quod genus nunquam visa species referri debet. Obtinebitur sic cognitio generalis, quam Linnaeus apellat solidam; *omnis*, inquit, *vera cognitio est specialis*, *solida autem generalis* (Syst. nat. l. c.).

Hinc colligitur, in descriptione generis requiri notas characteristicas certas, constantes et omni tempore praesentes. Multa itaque genera, praesertim in regno animali, diligenter sunt examinanda, et unicuique speciei suus locus est assignandus.

---

[1]) Tam magno numero specierum in ejusmodi genere, quo Systema Naturae diu caruerat, non inepte applicari potest sequens annotatio Buffoniana. „Toutes les fois que dans une méthode l'on nous présente soixante ou quatre-vingts espèces sous le même genre et sous une dénomination commune, il n'en faut pas davantage pour juger non seulement de la très grande imperfection de cette méthode, mais encore de son mauvais effet, puisqu' elle confond les choses au lieu de les deméler, et que bien loin de porter la lumière sur les objets, elle rassemble à l'entour des nuages et des ténèbres.“ *Buff. Hist. nat. des Ois.* au mot *Moineau.*

Non omnes Muscicapas ad suum genus pertinere patebit ex definitione ipsius generis, quae in Systemate Naturae haec est:

Muscicapa. Rostrum subtrigonum, utrinque emarginatum, apice incurvo; vibrissae patentes versus fauces. Nares subrotundae.

Recensitis characteribus addit cel. Buffon rostrum compressum, basi dilatatum; caudam elongatam, plus quam dimidio alas complicatas excedentem, et insuper digitum pedum posteriorum in plerisque speciebus longitudine aequalem digito medio anteriori. Amplificata descriptione generica ipsas denuo species in tres distribuit familias, quarum prima comprehendit Muscicapas Lusciniâ minores, secunda, quae priores magnitudine aliquantum excellunt, tertia, quae illis omnibus sunt multo majores. Has familias constituunt apud illum Gobe-mouches, Moucherolles et Tyrans.

Fateor, magnitudinem avium unius ejusdemque generis magno adminiculo esse ad cognoscendas species, quas ignoramus; sed genus dividere in familias secundum magnitudinem specierum mihi saltem videtur incongruum; quoniam magnitudo avis characterem generis non constituit, et inservit solummodo ad distinguendas a se invicem species, quae, meo judicio, ita ordinandae ac disponendae sunt in omni genere, ut, quae proxime accedunt ad omnes generis characteres, priores etiam enumerentur; quae vero a notis generis paulisper recedunt, illae posteriorem quoque occupent locum; ut hac ratione transitus unius generis in alterum, ipsi affine, per ipsam specierum distributionem se manifestet.

Producamus nunc in medium speciem Muscicapae unam vel alteram, et quidem primo ex Systemate Linnaei.

Muscicapa *barbata* rostrum habet Todi; sed Todus pertinet ad ordinem Picarum, et peculiare constituit genus, quod sic definitur:

Todus. Rostrum subulatum, depressiusculum, obsusum, rectum, basi setis patulis. Pedes gressorii.

Quando Muscicapae barbatae rostrum eodem modo ac rostrum Todi est conformatum, necessario ad genus Todi erat etiam referenda; nam genera avium praeprimis a rostri figura constituuntur, ut patet ex descriptione generis Muscicapae et Todi, ubi sola rostri conformatio consideratur; reliqui vero characteres, propter quos avis haec non ad Todos, sed ad Muscicapas magis pertineat, prorsus non memorantur. Si ob eam solummodo rationem inter Muscicapas fuit collocata, quod more earum vescitur insectis; ob hanc ipsam rationem exulare deberent e genere Muscicapae illae species, quae vescuntur fructibus atque seminibus, uti Muscicapae *rubricollis* et *viridis*, quarum prima fructibus, altera seminibus etiam Solani cujusdam victitant, ut ipsum Systema testatur. Nec structura itaque rostri, nec victus diversitas impedimento fuere, quo minus aviculae hae eidem incorporarentur generi; at omne genus non ingenii, sed naturae opus esse tanquam axioma assumitur; hinc genera debent esse naturalia, et Systema Linnaei, quod cultoribus historiae naturalis in cognoscendis animalibus pro Ariadnaeo inservit filo, non promiscue replendum est novis speciebus, sed etiam relatae jam ad genera species accurate examinandae suisque generibus sunt restituendae. Negotium hoc suscipiant illi, qui novas Systematis editiones, reformatas nempe et auctas, nobis offerunt, ut non videantur ea solummodo admiscuisse, quae ab aliis sunt detecta, sed ut ipsi inquirant, ad quae genera aliorum inventa sunt reducenda; ut scilicet ipsi sciant, quae aliis legenda discendaque proponunt.

Cel. Buffon. receptis pro determinando hoc genere iisdem notis characteristicis, pariter collocat inter Muscicapas ejusmodi aves, quae requisitis destituuntur characteribus. Musicapa *coerulea*, le petit azur ou Gobe-mouche bleu des Philippines, rostrum habet nec emarginatum, nec apice incurvum; et cum careat isto charactere, qui a Muscicapa debet esse inseparabilis, refertur tamen ad Muscicapas aeque ac Muscicapa *Carolinensis*, le Moucherolle de Virginie, quae rostro gaudet recto, cujus apex vix ac ne vix incurvatur. Haec habitu suo refert parvum Tyrannum, ut ait Buffon: „Il approche par la taille, de celle du petit tyran, mais son bec droit et presque sans crochet, l'éloigne de cette famille“ (Buff. hist. nat. des Ois. 4. pag. 534 et 562). Per parvum Tyrannum intelligit autem suum Pipiri à tête jaune ou Pipiri de passage, quem etiam Muscicapis associat; sed nec reformatores Systematis Linnaeani ipsum sequuntur, atque Tyrannum semper ad Lanios referunt, reservantes ipsi idem nomen specificum.

Cum itaque primariorum auctorum scripta non parvis laborent defectibus; evidens est, nec acumen humani ingenii, nec aciem oculorum sufficere rite perlustrandis objectis, quae spectant ad historiam naturalem; nam, quo plura eorum amplectimur, eo facilius in errores incidimus; aut enim nova creamus genera, quae sunt superflua, aut species absque necessitate transponimus et in ejusmodi collocamus generibus, quae illis non conveniunt. Hinc abunde intelligimus, facultates nostras admodum esse limitatas. Sed et ipsius Naturae potentiam limitibus esse inclusam exinde perspicimus, quod in tota superficie terrae, in remotissimis a se invicem regionibus, eadem produxerit animalia; nullibi terrarum inventum est vel unicum animal, quod non fuerit quadrupes aut avis, amphibium aut piscis, insectum denique aut vermis. Talia solummodo generare potuit animalia; sed illa infinitis variavit modis, et in diversis progenuit clymatibus; pauca enim eorum sunt omnibus regionibus communia, quae idcirco et notissima sunt. Reliqua, unicuique regioni propria, si accurate fuerint examinata, observata et descripta, incredibiliter contribuerent ad condendum Naturae Systema plenum et errorum expers. Tali Systemati fundamento erit Fauna Rossica cel. Pallasii, a quo omnia praeclara in historia naturali sunt expectanda.

GRAMINUM MINUS COGNITORUM
DECADES DUAE,
AUCTORE
SPRENGEL.

Conventui exhib. die 1 Jun. 1808.

Mühlenbergia erecta Schreb. ms., panicula rara simplici, calyce univalvi, foliis lanceolatis hirsutiusculis. Tab. IV

Dylepirum aristosum Michaux flor. bor. am. 1. 40.
M. *aristata* Richard apud Pers. syn. 1. 73.

Gramen pedale erectum omnino pubescens aut hirsutiusculum. *Culmus* simplex teres, vaginis foliorum tectus. *Folia* bipollicaria, lineas quatuor lata, lanceolata hirsutiuscula ciliata. *Panicula* terminalis nuda, parum ramosa, ramis erectis. *Gluma* calycina univalvis, minutissima persistens, ubi deciderit corolla. *Corolla* bivalvis, valvulis inaequalibus, altera emarginata mutica, altera longe aristata, arista recta: *semen* oblongum, corolla arcte cinctum.

Habitat in sylvis umbrosis Georgiae et Carolinae americanae. ⊙.

Tab. IV. *Mühlenbergia diffusa* Schreb., panicula ramosa subcompressa, neque bivalvi, foliis linearibus glabris, culmo diffuso.

Dilepyrum minutiflorum. Michaux flor. bor. am. 1. 40.

M. *diffusa* Willd. spec. pl. 1. 320. Pers. syn. 1. 73.

Gramen semipedale diffusum glabrum, panicula sola scabriuscula. *Culmus* ramosus subdecumbens teres, vaginis foliorum tectus. *Folia* subunguicularia, lineam lata, linearia glabra striata aut nervosa. *Ligula* fere nulla. *Panicula* terminalis nutans ramosa, ramis erecto-appressis. *Gluma* calycina (*a*) bivalvis, minutissima, scariosa, valvulis inaequalibus, altera majore emarginata ovata, minore altera subrotunda integerrima. *Corolla* bivalvis, scabra, valvulis inaequalibus, altera oblonga mutica, altera aristata, arista recta: *semen* oblongum, corolla arcte cinctum.

Habitat in pratis immensis ad Ohio fluvium. ⊙

N. Qui primus *Mühlenbergiae* genus stabilivit, venerabilis Schreberus (gen. plant. n. 103.) secundam speciem ante oculos habuisse videtur, siquidem valvulam alteram calycis emarginatam pronunciat et apud Willd. l. c. lucius speciei descriptionem exhibet. Neque tamen cum veritate congruit, calycis unicam duntaxat esse valvulam: duae omnino sunt, unde character genericus haudquaquam in hanc speciem quadrat. Nec Michauxius rite utramque speciem examinavit, cum de calyce omnino taceat. Hinc juxta hunc auctorem nulla adest differentia Leersiam inter et Dilepyrum, nisi quod hoc gaudeat arista, illud vero muticum sit. Multo accuratius Richardus inquisivit in characterem: notat enim (apud Persoonium) primae speciei calycem uni, secundae bivalvem. Hinc character, qualem Persoonius exhibet optimus est. Calyx enim vel uni vel bivalvis minutissimus tum ab Agrostide, tum a Trichodio bene hoc gramen distinguit. Primae speciei satis similis Oryzopsis asperifolia Michauxii, quae vero calyce bivalvi corollam aequante differt.

Digitaria pilosa Michaux flor. bor. am. 1. 45., foliis vaginisque pilosis, spicis subgeminis, flosculis geminis glabris. Tab. IV.

Gramen semipedale erectum. *Culmus* simplex teres, basi vaginis foliorum tectus. *Folia* lineari-lanceolata, basi inprimis pilosa, acuta, patentia. *Vaginae* infimae pilosae, superiores glabrae, ligula subnulla. *Spicae* subgeminae terminales glabrae. *Flosculi* bini, alter pedicellatus, alter sessilis: *calyx* trivalvis, tertia valvula minima.

Habitat in sylvis Georgiae et Carolinae americanae. ⊙

N. *Digitariae* genus Heisterus ob habitum primus a Panico segregavit: post eum Adansonius credidit in flosculis polygamis, masculo nimirum bi, hermaphrodito trivalvi, characterem invenisse. Hallerus vero inflorescentiae majorem tribuit auctoritatem: florent enim Digitariae spicis filiformibus aggregatis, quarum rachis angulata hinc recipit scrobiculis flosculos, quorum alter plerumque pedicellatus, alter est sessilis. Cum Hallero sentiunt Scopolius et Schraderus.

Distinxit tamen iterum Walterus in flora caroliniana Syntherisma a Digitaria, quod illud gaudeat trivalvi calyce haec vero bivalvi: unde et nostram speciem ipse Walterus dixit Syntherisma villosum. Sed, cum discrimen illud haud magni sit momenti, nec nomen triviale plausibus nostris dignum videatur, pilis curvis potius folia vestientibus quam villis rectis, Michauxii nomen praeferendum esse duxi.

Proximae sunt D. *serotina*, quae culmo decumbente et foliis villosis et D. *paspalodes*, quae culmo repente et spicis basi subvillosis differt. Cetero utraque in America boreali provenit.

Tab. V. *Panicum dichotomum* L. paniculis simplicibus rariusculis, culmo erecto superne dichotomo villoso.

P. paniculis simplicibus, culmo ramoso subdiviso. Gronov. fl. virg. 2. 133.

Gramen spithameum erectum. *Culmi* plures ex eadem radice fibrosa, teretes stricti, villosi, superne ramosi, ut bis vel ter dichotomia dividantur. *Folia* lineari-lanceolata subtrinervia patentissima, versus basin villosa. *Vaginae* pariter villosae. *Paniculae* axillares pauciflorae simpliciusculae, pedunculis capillaribus. *Gluma* calycina trivalvis.

Habitat in Virginia, ubi Claytonus id jam invenit. ⊙

Panicum laxiflorum Lamarck encycl. meth. 4. p. 748., panicula laxa patente ramosa, culmo erecto simplici villoso, flosculis pubescentibus. Tab. V.

Gramen miliaceum americanum. Pluken. alm. t. 92. f. 8.

Gramen spithameum erectum. *Radix* simplex fibrosa. *Culmus* erectus teres, vaginis villosis cinctus, simplicissimus. *Folia* inferiora ovato-lanceolata, superiora lanceolata, pollicaria, duas lineas lata, pubescentia, erecto-patentia. *Panicula* terminalis patens ramosa, ramis capillaribus laxiusculis. *Flosculi* minimi pubescentes, valvula tertia scariosa subdentata.

Habitat in Virginia. ⊙.

N. Plukenetii figura non satis quadrat, neque tamen dubito, nostrum gramen esse. Petiverius a Vaillantio acceptum vocat: Gramen ramosum virginianum, foliis et paniculis piliferis. Lamarckius denique ex herbario musei parisiensis descripsit.

Tab. V. *Panicum virgatum* L. panicula ramosa diffusa, glumis acuminatis laevibus dehiscentibus, foliis arundinaceis.

P. paniculatum, glumis acutis. Gronov. flor. virg. 2. 133.

Gramen cubitale erectum caespitosum. *Culmi* plures e radice fasciculata, subteretes, erecti, vaginis foliorum hirsutiusculis tecti, superne in paniculam deliquescentes. *Folia* pedalia, arundinacea, laxiuscula, striata nervosa; tres lineas lata. *Vaginae* pilosiusculae: ligula nulla. *Panicula* terminalis nuda, ramis erecto-patentibus, axillis barbatis ramentacaeis. *Flosculi* acuminati, valvulis striatis, subinde purpurascentibus, plerumque dehiscentibus.

Habitat in Virginia et Pensylvania. ♃.

Tab. V. *Panicum clandestinum* L. paniculis raris axillaribus, culmo dichotomo, vaginis punctatis.

Gramen sesquipedale caespitosum. *Culmi* plures e radice subrepente adscedentes, glabri, teretes, nodosi, ramoso - dichotomi, crassitie, pennae corvinae. *Folia* lato-lanceolata subspithamea, pollicem fere lata, glabra, decemnervia. *Vaginae* striatae, punctis callosis obsessae, ceterum nudae. *Paniculae* rarae intra vaginas latent: rami erecti tenues. *Flosculi* oblongi obtusiusculi.

Habitat in America boreali, unde primus attulit Kalmius. ♃.

N. Summa est inter hanc speciem et P. *latifolium* adfinitas, neque tamen commutandum est utrumque, si modo observaveris, P. latifolii culmum nequaquam esse dichotomum, vaginas non punctatas, sed pilosas; panicula aeque eminere magis supra vaginas, ut nullo modo occultentur. P. latifolium icone exhibuit Morisonius hist. oxon. vol. 3. sect. 8. t. 5. f. 4.

Aristida dichotoma Michaux flor. bor. amer. 1. p. 41. Tab. VI.
Culmo ramoso diffuso dichotomo, foliis lineari - setaceis, aristis corollinis duabus minimis, tertia torta recurva.

Gramen dodrantale diffusum caespitosum. *Culmi* plures ex eadem radice fibrosa, adscendentes, ramoso - dichotomi. *Folia* pollicaria aut minora, lineari - setacea, superiora etiam simpliciter setacea, glabra, ut et vaginae. *Paniculae* simplices ex axillis foliorum superiorum, cum flosculis quibusdam in dichotomia sessilibus. *Gluma* calycina bivalvis, valvulis linearibus acuminatis scariosis aequalibus muticis. *Corolla* univalvis linearis acuminata, terminata aristis tribus, quarum duae minimae rectae, tertia longior recurva basi torta. (*a.*)

Habitat in arenosis Carolinae borealis. ⊙.

N. Recedit haec species ab omnibus aliis aristarum inaequalitate. Gaudent enim, quotquot existunt Aristidae, arista triplici terminali, ramulis aequalibus. Hinc quidem non sine veritatis specie Mühlenbergius amicus, ecclesiasticus meritissimus Lancastriensis et botanicus acutissimus, nomine *Auenae setaceae* mihi hoc gramen misit. Namque plures Auenae, e. g. A. tenuis, strigosa, pallida etc. hoc respectu triaristatae sunt. Neque tamen ausus sum eo referre id gramen, quod corolla manifesto univalvis est, quae semper bivalvis in Avenis: neque ad Trisetum Pers. reducendum esse arbitror, cujus calyx semper bi- aut triflorus et corolla bivalvis est. Schreberus quidem cum Linnaeo et Aristidae corollam adjudicat bivalvem; sed seriores investigationes meliora docuerunt.

Satis congruit nostra species cum A. *setacea* Retzii: haec vero differt calycis valvula interna fere aristaeformi, cum nostrae aequalis sint.

Agrostis tremula, panicula simplici subspicata, calycibus subaequalibus corolla mutica brevioribus, foliis rigidis convolutis distichis. Willd. spec. pl. 1. 372. Tab. VI.

A. juncea Lam. encycl. 1. 60. Michaux fl. am. 1. 52.

Gramen unciale digitale caespitosum. *Radix* repens, vaginis foliorum exaridis obsessa, ad quam saepe, observante Willdenowio, larva cocci nidulatur. *Culmus* teres uncialis glaucus, vaginis foliorum vestitus, adscendens geniculatus. *Folia* semiunguicularia linearia convoluta rigida disticha glauca glabriuscula. *Vaginae* ore pilosiusculae. *Panicula* terminalis simplex contracta subspicata. *Gluma* calycina corolla brevior, valvulis subaequalibus linearibus. *Corolla* mutica, valvulis lanceolato - linearibus. (*a*.)

Habitat in arenosis Indiae orientalis, unde primus retulit Sonneratius: et A. junceae nomine descripsit Lamarckius. Persoonius quidem (syn. 1. p. 73.) hanc ad A. Matrellam, e qua genus novum condidit, refert, sed nescio, quo jure, quam Linnaeus aristulam largiatur Matrellae, quae in nostra deest. Nescio etiam, cum calycem Persoonius Matrellae deneget, qui manifesto adest. In sabulosis Carolinae invenit Michauxius.

Tab. VI. *Agrostis Cinna*, panicula ramosissima oblonga congesta, ramis erectis, corollis aristulatis, ligula lacera.

Gramen bi - tripedale, caespitosum. *Radix* repens. *Culmi* plurimi, teretes glabri, foliorum vaginis vestiti. *Folia.* spithamea, tres lineas lata, lanceolato-linearia, glabra, striata, margine scabra. *Ligula* elongata lacera. *Panicula* ex ultima vagina prodiens, ramosissima, oblongo-lanceolata, ramis erectis. *Glumae* calycinae scabrae, valvulis inaequalibus, exteriore majore mucronata. *Corolla* clausa apice aristula brevi instructa, quae caduca est. (*a.*) *Stamen* plerumque unicum.

Habitat in America boreali. ♃.

N. Kalmius primus Linnaeo attulit, qui, ob unicam antheram primae classi adnumerandum ac non solum ab Agrostide, sed a ceteris omnibus graminibus segregare ausus est. Id quidem immerito factum esse, vel inde patet, quod tum in Agrostide mexicana, tum in Cypero vegeto, tum in Bromo madritensi vel unicam subinde vel duas antheras observamus, neque tamen inde novum genus condendum esse arbitramur. Forte delendum esse genus et Agrostidi adnumerandum jam jure suo animadvertit Jussievus (gen. plant. p. 29.). Bene licet emendaverit Schreberus characterem, cum vivam examinaverit, sivit tamen suam locum obtinere (gen. pl. n. 20.). Nec Willdenowius, qui nec vivam nec siccam vidit plantam, quidquam adjecit. Dubium quidem ipsi Forskolei synonymon videtur: manifesto falsum, cum calycem duplicem habeat, nec gramen nostrum extra Americam borealem etiamnum inventum sit. Id synonymon adduxerat Lamarckius (encycl. 2. 10.) qui, licet vivam examinaverit, obiter tamen id factum esse, vel inde patet, quod aristulam calyci impertiat, quae corollae tribuenda est, quod etiam retineat separatum genus, in indice vero addat, esse speciem Agrostidis. Manifesto distinctum tamen genus Cinnae ab Agrostide habet Michauxius (flor. bor. am. 1. 38.) quo non obstante cum Vahlio judicamus minime esse separandum.

Ab Agrostide mexicana, cum qua quibusdam commutatur, omnino diversa est Cinna, siquidem solus adspectus jam differentiam docet, licet forma paniculae et foliorum eadem sit. Flores autem in nostra majusculi pallidi, qui in Americana exigui rubri sunt: in nostra flosculi quidem acuminati, in mexicana vero fere setacei. Paniculae etiam ex omnibus superioribus vaginis foliorum prodeunt. Corollae ipsae in mexicana arista destitutae sunt.

Limnetis cynosuroides foliis longissimis glaucis, spicis plurimis alternis, radii angulata flexuosa, calycibus carina aculeatis. Tab. VI.

Dactylis spicis secundis alternis erectis approximatis, calycibus unifloris subulatis. Gronov. fl. virg. 2. 134.

Dactylis cynosuroides L. spec. pl. et fasc. 1. t. 9.

Trachyvotia cynosuroides Michaux fl. bor. am. 1. 64.

Limnetis cynosuroides Pers. syn. 1. 72.

Gramen bi - tripedale arundinaceum. *Radix* repens. *Culmi* plures teretes, pennae anserinae fere aequant, glabri, vaginis foliorum vestiti. *Folia* longissima, bipedalia, pollicem fere lata, glauca, glabra, striata, margine scabra. *Spicae* compositae, terminales, pedunculis angulatis, alternatim dispositae, flosculis imbricatis secundis. *Glumae calycinae* uniflorae, valvulis inaequalibus, carina aculeatis, altera majore cuspidata, minore altera acuminata. *Corolla* tenera mutica. *Antherae* purpureae toti gramini elegantem praebent adspectum.

N. Ad Dactylidis genus Linnaeus retulit cum Gronovio, quod calyces valvulis constent inaequalibus, quod si jure fieret, etiam Agrostidum ingens copia Dactylidi esset adnumeranda. Dactylis habet autem calyces multifloros, qui cum uniflori in nostra sint, omnino separanda est, et vel Trachynotia cum Michauxio vel Limnetis cum Persoonio nominanda. Praeferendum autem duco Persoonii nomen, namque Trachynotia (carina aspera s. aculeata) haud quadrat in speciem anglicam, quam Dactylidem strictam Aitonius appellavit.

Lapsus est Lamarckius (encycl. meth. 2. 253.) dum eaundem putat Anglorum Dactylidem strictam cum nostra, quae satis differt spicis solummodo geminis, foliis viridibus convolutis et carina calycum inermi.

Habitat in rupibus jucta sinum Hudsonis. ♃.

Aira pensylvanica, mutica, panicula lanceolata laxa erecta, flosculo altero sessili altero pedicellato; foliis pubescentibus. *Spr.* Tab. VII.

Gramen pedale caespitosum tenerum. *Radix* repens. *Calmi* plures teretes glabri. *Folia* pollicaria, lineam lata, linearia, acutiuscula, ciliato-pubescentia, flaccida. *Vaginae* glabriusculae. *Panicula* nuda lanceolata, gracilis, erecta, laxiuscula, nitida. *Flosculi* flavidi laeves nitore quodam splendentes. *Glumae calycinae* biflorae, valvulis carina ciliata, subaequalibus. *Corollarum* altera pedicellata, altera sessilis, utraque laevissima, mutica. *Semen* minutum globulosum.

Habitat in Pensylvaniae pratis. ♃.

Arundo pygmaea, calycibus bifloris, flosculis calycem aequantibus triaristatis, arista dorsali majore, foliis vaginisque incano-pubescentibus. Tab. VII.

Gramen unciale. *Radix* fibrosa. *Culmus* simplex teres strictus, vaginis foliorum vestitus. *Folia* semiuncialia, semilineam lata, convoluta, flaccida, filiformi-linearia, pube incana, ut et vaginae, vestita. *Panicula* subspicata exilis ex ultima vagina protrusa, subflavescens. *Glumae* calycinae biflorae, valvulis aequalibus linearibus acutis muticis. *Corollae* extus pilis fasciculatis corollam aequantibus cinctae, bivalves, valvula altera apice in aristas binas terminata, arista tertia dorsali parum torta recurva.

Habitat in monte Baldo prope Benacum lacum, unde cum Archiduce Joanne Austriae retulit Gebhardius amicus.

N. Nullum synonymon invenire potui, nec cum ulla alia specie congruit.

Tab. VII. *Rottbölla muricata*, spicis longe pedunculatis teretibus, calycibus ciliato-aculeatis, foliis obtusis.

R. muricata Retz. obs. 3. p. 12.

Gramen spithameum. *Radix* repens. *Culmus* adscendens teres glaber, vaginis foliorum cinctus. *Folia* unguicularia striata patentia obtusissima glabra vaginis flaccidis patentibus. *Spica* secunda terminalis longe pedunculata. *Calyces* glabri ovati margine horizontali latiusculo scarioso ciliato-aculeato, plerumque biflori: inferiores bifidi vix ciliati.

Habitat in India orientali. ⊙.

Poa racemosa, panicula coarctata, spiculis ovatis octofloris, flosculis basi liberis, pedunculis brevissimis flexuosis. Tab. VII.

P. racemosa Thunb. prodr. fl. cap. 21.

Gramen digitale. *Culmus* e radice fibrosa simplex teres glaber, adscendens subflexuosus. *Folia* uncialia, lineam lata, viridia, glabra, linearia acuta flaccida. *Panicula* terminalis nuda contracta, gryseo-viridis, ramosa, ramis capillaribus flexuosis. *Spiculae* ovatae glabrae octoflorae, flosculis basi non villo connexis, sed liberis, ovatis.

Habitat ad caput bonae spei. Equidem ex horto Kewensi accepi.

Poa sudetica, panicula aequali diffusa, spiculis ovatis subtrifloris, flosculis basi liberis, foliis obtusiusculis, vaginis ancipitibus, radice repente. Tab. VII.

P. quadripedalis Ehrh. gram.

P. sudetica. Haenke sudet. p. 120. Willd. sp. plant. 1. 389. Schrad. fl. germ. 1. p. 295. Host. gram 3. t. 13.

P. Willemetiana Godefrin. Willemet flore de l'anc. Lorraine, p. 86.

Gramen tripedale caespitosum. *Radix* geniculata repens. *Culmi* plurimi subcompressi glabri, superne scabriusculi. *Folia* spithamea lanceolata, obtusiuscula, grabra. *Vaginae* ancipites striatae. *Ligula* subnulla. *Panicula* aequalis nuda ramosissima erecta, subpurpurascens; ramis scabris angulatis flexuosis. *Spiculae* ovatae, compressae triflorae. *Flosculi* basi liberi.

Habitat in sylva Loderslebensi, quatuor milliaria ab Hala Saxonum distante, copiosissime, in Sudetis, Bohemia, Franconia, prope Gottingam et in Lotharingia, unde e Mussisconte misit Godefrinus.

Tab. VIII. *Poa caespitosa*, panicula aequali subdiffusa, spiculis ovatis quadrifloris pubescentibus, foliis convolutis linearibus culmum superantibus.

P. caespitosa Soland. apud Forst. prodr. n. 498.

Gramen subcubitale caespitosum. *Radix* repens. *Culmi* plurimi teretes stricti foliosi glabri. *Folia* involuta linearia acuta longissima, culmum superantia, glabra. *Panicula* terminalis subdiffusa foliis fere occultata. *Spiculae* ocatae quadriflorae glabriusculae, per lentem vero pilosiusculae. *Flosculi* basi liberi.

Habitat in nova Zeelandia, unde, solo Solandri nomine reportavit Forsterus. ♃.

Tab. VIII. *Poa brizoides*, panicula contracta aequali, spiculis ovatis suboctofloris glabris, flosculis basi liberis, culmo compressis, foliis vaginarumque ore pilosis.

Briza capensis Thunb. prodr. 21.

P. brizoides Linn. suppl. 110.

Gramen pedale. *Culmi* compressi glabri simplices. *Folia* linearia digitalia, lineam lata, flaccida, pilosa: vaginis versus apicem pilosis. *Panicula* terminalis nuda, contracta, ramis subsimplicibus erectis paucifloris. *Spiculae* nitidae, lutescentes, octoflorae, ovatae obtusiusculae. *Flosculi* basi liberi.

Habitat ad caput bonae spei. A Rudolphio Gryphiae professore celeberrimo, qui a Thunbergio ipso habuit, accepi.

Apluda aristata, panicula contracta, flosculis masculis pedicellatis muticis, hermaphrodito sessili aristato, foliis subpetiolatis. Tab. IX.

Schoenanthus avenaceus, procumbens maderaspatanus. Scheuchz. gram. ed. Haller., p. 119.

A. aristata Linn. amoen. acad. 4. p. 303.

Gramen pedale aut cubitale caespitosum. *Culmi* plures teretes, glabri, nodosi, erecti, foliorum vaginis qua abducti. *Folia* lanceolato-linearia ex angustissima basi, petioli formam prae se ferente, e vagina surgunt, dein ampliantur in propriam formam glabritie et acutie apicis insignem. *Inflorescentia* est panicula subspicata: cuiuis enim ramulo paniculae subsidet bractea, seu involucrum, quale et flosculos ambit. Id involucrum continet flosculum hermaphroditum s. fertilem unicum aristatum sessilem; praeterea alterum masculum crassiusculo pedicello insidentem, ad cujus latus rudimentum tertii floris superest. Ipsum involucrum naviculare et mucronatum est. (*a.*)

Habitat in India orientale. ♃.

N. Qui primus hoc gramen observavit, Scheuchzerus, a Petiverio acceptum, ita exhibuit, ut folliculum dicat in tres lacinias divisum, quem nos pro ternis flosculis aut pro binis cum tertii rudimento habemus. Dein minus clare et distincte loquitur, de involuto flosculo aristato, de tribus aut quatuor glumis laciniae alterius atque hoc ita delineat (tab. 3. f. 2.) ut, habuisse quidem ante oculos hoc gramen appareat, mancum tamen id fuisse et lacerum, divinaveris. Post eum Linnaeus l. c. bene quidem hanc speciem descripsit, sed in charactere generico eamdem neglexit, cum calycem communem semper bivalvem dixerit, qui tamen in nostra univalvis, seu potuis involucrum est. Gärtnerus (de fruct. 2. p. 466.) ex Apluda mutica, nostrae satis simili, characterem genericum egregie evolvit, paullo tamen fusius. Uberrime et eximie

Schreberus (gen. pl. n. 1571.) characterem exposuit naturalem ad nostram speciem. Adansonius vero et Jussievus soli Linnaeo fisi sunt. In Willdenowii charactere (spec. plant. 4. p. 938.) id reprehendendum, quod prater involucrum hermaphroditi floris calycem duplicem habeat, cum tamen exterior id ipsum sit involucrum, quod dein calyx masculi flosculi dicatur biflorus, qui solummodo uniflorus est. Persoonii characterismus e Gärtnero sumtus est.

Quodsi itaque et nostram addere licuerit symbolam ad generis hujus characterem, essentialem ita constituerimus:

Cal. comm. uni-aut bivalvis, subtriflorus. Flosc. ☿ *sessilis,* ♂ *pedicellatus, cum neutrius rudimento.*

Andropogon cymbarius, panicula thyrsoidea, bracteis cymbiformibus horizontalibus, flosculis fertilibus ternis aristatis, masculis binis muticis. Tab. IX.

A. cymbarium. L. mant. p. 303.

Gramen speciosissimum orgyale caespitosum. *Culmi* plures laevissimi, pennae anserinae crassitie, foliorum vaginis quadantenus tecti. *Folia* lanceolato-elongata glabra, striata, pedem longa, tres lineas lata; vaginis glabris. *Paniculae* ex axillis foliorum superiorum confertae, ut thyrsum referant. *Bracteae*, seu calyces communes, horizontales, sustentatae pedicellis capillaribus flexuosis subpubescentibus; ipsae purpurascant. In sinu bracteae haerent quinque flosculi, ad quorum basin villus adest: tres flosculi hermaphroditi fertiles aristati sunt, bini masculi mutici.

Habitat in India orientali. ♃.

COMMENTATIONIS IN GENUS ZIZIPHORA DICTUM.

AUCTORE

H. RUDOLPHO.

Conventui exhib. die 15. Junii 1808.

Sectio tertia;

Species hujus generis exhibens.

Exploratis et perlustratis characteribus, genericis, species proferre in medium, officium requirit, ordo rerum describendarum dictitat. Quandoquidem Cl. L. B. Marschall a Bieberstein, qui nunquam plantis et Tauricis et Caucasicis augere collectionem meam desiit cujusque in me amicitiam grata mente agnosco, in nuperrime edita *Flora Taurico-Caucasica* (Charcoviae 1808), perpense, cognita jam dudum diligentia ac dexteritate, exposuit plurimas species nostri generis; attamen examini strictiori subjicere, superfluum neutiquam esse arbitror. Cl. *Adams* Academiae hujus Adjunctus descripsit etiam nonnullas ab ipso detectas species Ziziphorae in opere: *Weber und Mohr Beiträge* *zur Naturkunde* I. B. quem librum vero nondum vidisse doleo; quae hujus auctoris dicta in sequentibus attuli, ex Flora Taurico - Caucasica sunt decerpta.

Omnes species Ziziphorae hucusque cognitae primo intuitu, quoad inflorescentiam, duplicem formare divisionem videntur; aliae etenim floribus terminalibus, aliae gaudent spicatis. In multitudine speciminum obveniunt plantae prioris divisionis et floribus lateralibus, at isti flores sunt perpauci, respectu florum terminalium copiae; sunt modo verticilli remotiores; in hortis saepius invenies ejusmodi specimina anomala; quae vero magis culturae quam naturae sunt attribuenda, normam naturae non refutant, botanicos duntaxat vexant.

Perlustrabo itaque species:

* *Florum fasciculis terminalibus.*

I, Z. *capitata.* Bracteis ovato - acuminatis, ciliatis; foliis elliptico - lanceolatis.

Z. fasciculis terminalibus, foliis ovatis ciliatis, caule brachiato. *Marsch. a Bieberst.* Fl. Taurico - Cauc. I. p. 17.

Z. capitulis terminalibus, fol. ovatis. *Lin.* Spec. pl. ed. I. p. 21. Ed. II. p. 31.

Z. fasciculis terminalibus, fol. ovatis *Lin.* S. V. p. 67. Spec. pl. ed. *Willd.* I. p. 123.

Z. fasciculis terminalibus, bracteis foliis latioribus involucriformibus. Lamarck illustr. p. 63.

Z. Fol. caulinis lanceolatis, floralibus ovatis, margine ciliatis: florib. fasciculatis terminalibus; calycibus ciliatis; labio corollae superiore integro.

Moench. meth. p. 370.

Synonyma caetera exposuit *Willd.* l. c.

Icones. Pluknet. alm. t. 164. f. 4. Rudis at non plane recedit a natura.

Buxb. Cent. III. t. 51. f. 1. Vix habitum exprimit.

Morison Sect. 11. t. 8. f. 5. In omnibus refert figuram Pluknetii.

Lamarck l. c. T. 18. f. 3. Figura pessima.

Descriptio.

Radix annua, pro plantae magnitudine, parvula, rhizomatica; extus pallida, fibrillis paucis donata, vix pollicem excedens, propaginem dat caulis adscendentis, tenui tomento albido obtecti, ramos emittentis brachiatos spithamam aequantis; ex quibus, quamvis raro, enascuntur ramuli iterum brachiati.

Folia opposita, elliptico-lanceolata, petiolata, ciliata, circumdant caulem brunneum et in axillis istorum pullulant propagines foliis minoribus. Fastigium caulis occupant:

Bracteae, plerumque quatuor, foliaceae, lato-ovatae apicibus cuspidatis, marginae ciliatae, nervosae, petiolo late expanso; colligentes fasciculos florum, quorum *Calyx* gracilis, cylindraceus, 10 striatus, pilis simplicibus vestitus, 5 dentatus, cujus dentes superiores inferioribus longiores.

Corolla monopetala, ringens, tubo cylindrico ad faucem dilatato, purpurascens, labio superiori integro, inferiori trifido, palato immaculato (jam observante Linnaeo *Mant.* p. 317).

Stamina duo in fauce divergentia, ad apicem conniventia, antheris atro-caeruleis polline flavo adspersis, superant faucem. *Stylus* capillaris, stigmate bifido inaequali, lubio interno majori inflexo.

Semina perfecta planta non protulit.

Datur varietas, 1) *angustifolia:* ramis pluribus deflexis, foliis lineari-lanceolatis, minoribus, longe pedunculatis; bracteis elliptico-lanceolatis; fasciculis paucifloris.

2) *latifolia.* Caule crassiori, foliis rameis ovato-lanceolatis; bracteis orbiculatis haud raro emarginatis. Utramque varietam culturae sobolem, var. 1. in solo arenoso, 2 in solo pingui prognatam, etiam in horto cele-

berrimo botanico *Goringae*, observavit Cl. D. *Fischer*. Habitat in Armenia (Buxb.), Tauria (Pallas, a Bieb.), in montibus Soongoricis (Falk. Topogr. II. p. 98 n. 43.). Ad meliorem dictorum adjeci figuras ad naturae normam delineatas.

A. Planta magnitudine naturali. Tab. X.

aa, Bracteae cum substratis nonnullis foliis *bb*.

c, Flos a latere, aucta figura.

d, Apex calycis auctiori forma cum striis inter se conjunctis et pilis porrectis.

e, Facies corollae antica cum staminibus in palato et antheris conniventibus.

f, Stylus cum stigmate duplici.

B. Varietas latifolia.

aa. Folia caulina.

bb. Folia ramea.

cc. Bracteae orbiculatae acumine cuspidato.

d.d. Bracteae emarginatae.

e. Florum fasciculi formantes capitulum.

II. Z. *clinopodioides*. Foliis ovato-acuminatis, superioribus ciliatis, inferioribus nudis; calycibus pilosis.

Z. Fasciculis terminalibus, foliis ovatis nudis, caulibus erectiusculis subsimplicibus. *Marsch. a Bieberst.* Flor. Taur. Cauc. I. p. 17. n. 44.

Z. Fol. ovatis, verticillis axillaribus et terminalibus, calycibus pilosis subincanis *Lamarck* illust. p. 63. n. 269.

Icon —

Descriptio.

Radix firmior, crassior longiorque praecedente, caulem (in nonnullis speciminibus plures) protrudit dodrantalem, tetragonum coloris badii, inferne glabrum superne ob tenue tomentum griseo-virescentem.

Folia opposita, unguicularia, ovato-lanceolata, nervosa, nuda, ad margines ciliata, pedunculis insident parvis; ex axillis istorum pullulant ramorum foliola, si mavis origines. Folia ad summum caulis accedunt ad formam bractearum prioris speciei i. e. sunt orbiculato-acuminata, margine lanuginoso ad medium folii usque, et flores, verticillis arcte sibi impositis, intermixtis foliolis s. bracteis, colligunt in capitulum, quorum:

Calix, pedunculo brevi, instar Z. *capitatae*, ad apicem quam maxime pilosus; *Corolla*, differt a specie priori, cui simillima: maculis violaceis ad palatum in labio inferiori; labioque superiori emarginato.

Stamina duo, antheris purpureis supereminent palatum, sed non labium corollae superius.

Semina duo (saepe invenies unum), ovalia, brunnea insident fundo calycis ut in caeteris speciebus.

Habitat in Armenia iberica (Marsch. a Bieb.) Tab. XI.

Explicatio Tabulae XI. *)

Varietates hujus speciei, quum Botanicos celeberrimos seduxerint, omni industria exponere, meum esse arbitror.

Var. *α*) Z. *Cunila.* Foliis ovato-lanceolatis, nudis, integris; verticillis imis paucifloris, terminalibus multifloris, dense congestis: calycibus glabris.

Cunila capitata. L. *Suppl.* p. 87, et Auctorum.

Z. tenuior *Falk* Topogr. I. p. 98 **).

Caules decumbentes. Folia *juniora*, ut in summitate, albido-virescentia; *seniora* pallide laete viridia, pagina inferiori albidiore. *Calyces* glabri, sub lente pubescentes: in nonnullis speciminibus ad apicem purpurei uti Amethysteae Teucriive sibirici. Orificium calycis denso tomento ornatum, refert Thymum. *Corollae* labium inferius maculis gaudet purpurascentibus, interdum etiam obliteratis. *Stamina* superant labium corollae superius. *Antherae*

*) *aa.* Caules adscendentes ex una radice.
bb. Folia ima. *cc.* Folia superiora. *dd.* Folia summa, flores colligentia in capitulum.
e. Facies corollae antica: *f*, a latere aucta magnitudine.

**) Specimen id ipsum ex herbario illius a *Barnadesio* comite Falkii lectum possideo. Tanta fides auctoribus floram conscribentibus!

fuscae, obtectae sunt polline azureo. Qua cum descriptione exacte convenit *Lamarck* Encycl. meth. bot. II. p. 225. (Cunila capitata). Non oppugnabo, si quis varietatem hancce velit agnoscere speciem peculiarem.

Specimina quae possideo, in montibus Altaicis sunt decerpta.

β) *acinoides.* Foliis lanceolatis, nudis, nervosis, uniformibus, integerrimis, canescentibus. Floribus subspicatis.

Clinopodium supinum, incanum. *Ammani* stirp. p. 51. n. 66.

Thymus verticillis spicatis, rarioribus, in summis ramis, per caulem paucifloris. *Gmel.* Fl. Sib. III. p. 247. n. 82.

Tantum abest, ut velim repetere verba Ammani, adamussim hancce varietatem describentis (l. c.), ut potius nonnulla, haud omittenda, addere putem.

Planta tota canescens enascitur ex

Radice lignosa extus brunnea, calamo anserino saepius crassiore, descendente, quae dividitur in ramos longos, ultra 6 pollices saepius divergentes, radiculis pluribus quoque longis fibrillisque ex nodis, copiosis.

Caules perplures, dodrantales (in specimine quodam ultra 16), ex radice unica; alii simplices, alii ramos oppositos simplices ferentes, omnes hispido-canescentes adscendunt *foliisque* oppositis ad normam generis, lanceolatis, basi angustis, petiolatis, pagina inferiori (sub lente) rugosa nervisque hispidulis, vestiuntur. Ad fastigium caulis folia summa sustinent flores utrimque plerumque binos, folio breviores; insequuntur flores in acumine, brevi pedunculo, dense congesti formantes capitulum.

Calyces 10-striati, tenui tomento, sub lente hispidi *), canescentes; dentibus interne densiori tomento albo obtectis.

Corolla coloris rosei, formam Z. primariae retinet, stamina protrudit Antheris fuscis polline dilute purpurascente conspersis.

Obs. Z. acinoidem adjungendam esse Z. clinopodioidei jam suspicatus est *Lamarck* vid. l. supra c.

Habitat in regione Sibiriae isetensi *(Gmelin)*; in deserto Soongorico, prope Irtim *(Falk)*.

Z. *serpyllacea*. Foliis lanceolatis, nudis, subdentatis punctatis, uniformibus. Tab. XII.

Z. racemis terminalibus capitatis, foliis lanceolatis nu-

---

*) Bene itaque dixit *Vahl* (Enum. pl. 1. p. 217. n. 5): *Calycibus cauleque hispidis*, quantumvis oculo nudo *tomentosi* vix videntur.

dis, caulibus suffruticosis declinatis. *Marsch. a Bieb.* Fl. Taurico-Casp. 1. p. 18. n. 47.

Z. suffruticosa, racemis terminalibus capitatis, foliis ovato-lanceolatis subserratis, floralibus consimilibus. *Ejusd.* Casp. p. 127. n. 3. Tableau p. 111. n. 2.

Serpillum orientale, foliis Pulegii vulgaris. *Tournef.* cor. p. 13 (fide Cl. March. a Bieb. ex autopsia herbarii auctoris edocti).

β. foliis lineari-lanceolatis, integerrimis, punctatis, summis approximatis.

Z. fol. lineari-lanceolatis, integerrimis, confertis *Marsch.* l. c.

Z. *(Mussini)* fol. linearibus punctatis, floribus fasciculatis terminalibus. *Adam apud Weber et Mohr* I. p. 43. n. 2.

Serpillum orientale, folio Pulegii cervini *Tournef.* l. c.

Descriptio.

Radix lignosa, firma, ramis divergentibus, radiculis ac fibrillis, ut in caeteris speciebus.

Caules exsurgunt plures, alii decumbentes aliique adscendentes, pubescentes, ramis et patentibus et nullis.

Folia elliptico-lanceolata, denticulis raris, margine hyalino, punctis in pagina superiori excavatis; subtus pallidiora sed non pubescentia, striis minutis reticulatim connexis, isthmis interceptis excavatis, globulos pellucidos*) continentibus; folia proinde luci adversa, perforata uti in Hyperico hujus nominis, sive punctis pellucidis praedita, apparent.

Calyx gracilis, 10-striatus, tomento tenui obtectus; dentibus obliquis, inaequalibus, interne tomento densiori munitis.

Corolla ut in caeteris, nisi quod labium superius integerrimum (apice crenulatum, observante Cl. *Marsch.* l. c. nunquam, at levissime undulatum, saepius vidi). Reliqua, cum adamussim Cl. auctor *Descriptionis regionis Caspicae* p. 118, concinnavit, omittere; nolens premere verba Celebris detectoris, ratum habeo.

Habitat, praeeunte auctore citato, in graminosis montium Caucasicorum. β) In campis apricis Iberiae.

Explicatio tabulae. Tab. XII.

A. Planta magnitudine naturali.

a. Calyx magnitudine aucta. *b.* Ganglia striarum sive nervorum elevatorum.

c. Folii pagina superior; *d.* inferior. *e.* Isthmi cum globulis resinosis.

---

*) Globuli isti, gratissimum odorem spirantes, solvuntur in spiritu vini sive Alcohol, exinde resina nativa esse videntur. Vidi etiam istos in calyce imo in petalis, sub sole splendentes; magis vero disjectos foliorum globulos, quum et saepissime puncta (s. lacunae) reperiuntur vacua, quam adnatos agnosco.

DE ARCUS AORTAE ABNORMITATE ET UNIUS RAMORUM EJUS ORTU INSOLITO.

AUCTORE

P. ZAGORSKY.

Conventui exhib. die 15 Jun. 1808.

Observationibus meis de *aberratione arteriarum*, die 13 Maji anni elapsi Conventui exhibitis, addi meretur arcûs arteriae aortae abnormitas peculiaris, quam mihi anno currente in cadavere faemineo aetatis mediae vidisse licuit. Abnormitas haec, ob excessum ramorum ex arcu orientium, descriptae sub numero primo inter memoratas observationes abnormitati est plane opposita: in illo enim casu loco trium duae, in hoc vero quatuor arteriae, et carotides scilicet ambae et subclaviae, propriis singulae truncis incipiebant. Cum autem in decursu et divisione in ramos harum arteriarum omnia fere sueto ordine procederent: hinc, insigniore tantum abnormitate tacta, alius casûs, quoad excessum ramorum cum praecedente quidem convenientis, sed insolita origine et cursu arteriae subclaviae dextrae penitus differentis, descriptionem et delineationem propono.

Ultimum hunc, eumque rarissimum casum habeo in praeparato sicco pueri annorum circiter quinque, ubi examinanti sequentia offeruntur.

1. Arcus aortae quatuor distinctos dat truncos, quorum primus, a parte dextra ejus et anteriore incipiens, est arteria carotis dextra, ultimus, qui originem sumit a parte sinistra et posteriore, constituit arteriam subclaviam ejusdem lateris; reliqui duo, inter hos siti, sunt initia carotidis et subclaviae lateris sinistri.

2. Arteria subclavia dextra, orta a loco indicato, primum ascendit sursum ad latus sinistrum corporum vertebrarum dorsi, mox flexa dextrorsum, emetitur cavum pectoris dextrum, quo egressa pergit ulterius absque ulla jam variatione.

3. Id porro insoliti in hoc subjecto animadvertitur, quod portio inferior tracheae, proxima suae in bronchia divisioni, descendat ante arteriam subclaviam dextram, ut in adjecta tabula videre fas est.

Explicatio tabulae.

Tabula XIII. sistit partem superiorem thoracis pueri annorum circiter quinque, cum summo humero, portione brachii, nonnullis musculis utriusque lateris, et ultima vertebra colli.

A. Vertebra colli prominens.
B. Vertebrae dorsi.
C.C. Costae cum musculis intercostalibus.
DD. Claviculae.
EE. Processus acromiales scapularum.
FF. Reliquiae musculorum cucullarium.
GG. Portiones brachiorum cum musculis deltoideis et pectoralibus majoribus.
H. Arteria aorta.
I. Truncus abscissus arteriae carotidis dextrae.
K. — — — — sinistrae.
L. Arteria subclavia sinistra.
M. — — dextra.
N. Pars inferior tracheae ante arteriam subclaviam dextram descendens, abscissa.
OO. Arteriae vertebrales, canales suos intrantes.
PP. Eaedem arteriae abscissae, cum 7 vertebra colli.
QQ. Musculi scaleni.
RR. Continuationes arteriarum subclaviarum in axillares.
SS. Arteriae dorsales scapularum.
TT. — mammariae internae.
UU. — thoracicae.

DESCRIPTION DE NOUVEAUX FOSSILES.

PAR

ALEXANDRE SCHLEGELMILCH.

Présenté le 28 Septembre 1808.

I. *Iberit.*

Caractères extérieurs.

La couleur de ce fossile est blanc de neige.

On trouve l'Iberit ou en masses, ou crystallisé; et dans ce dernier cas il se présente

1) en prismes obliquangles quadrilatères, à faces terminales obliquement entassées.
2) en aiguilles.

Les crystaux qui pour la plûpart sont petits ou même très petits, rarement d'une grandeur moyenne, forment de petites druses.

La surface en est ordinairement lisse, et peu éclatante, en approchant du tremblotant *).

*) La déscription de ces fossiles est faite d'après les caractères extérieurs, que Mr. Werner a si bien determinés en allemand. Les termes scientifiques françois dont nous servons ici, sont tirés de la Minéralogie de Mr. Reuss.

L'interieur de l'Iberit tient le milieu entre l'éclatant et le peu éclatant. On y observe un éclat soyeux, qui approche quelquefois du nacré.

La cassure présente des rayons courts et étroits; la cassure longitudinale des crystaux est feuilletée et, à ce qu'il paroit, d'une double direction des feuillets. La surface de la cassure est longitudinalement et très subtilement strieé.

Les grands fragmens sont indéterminés, à bords peu aigus; tandisque les petits en sont écailleux.

Il est composé de pièces separées, à petits grains allongés, lesquels approchent souvent du scapiforme.

L'Iberit est opaque, mais les lames minces et les crystaux en sont quelquefois d'un foible transparent;

il est très tendre,
mediocrement aigre,
cassant très facilement;
happe un peu à la langue;
à l'attouchement maigre,
mediocrement pesant.

Caractères physiques.

Des morceaux minces de l'Iberit plongés dans l'eau deviennent un peu transparens. Frotté dans l'obscurité avec une aiguille, ce fossile ne repand point de lumière phosphorique [1]).

Caractères chimiques.

Au chalumeau il se boursoufle très peu, et par la fusion, qui ne se fait pas sans difficulté, il est reduit en verre blanc et transparent. Avec le Borax il se fond très aisément, et donne une perle vitreuse blanche; dans la soude il se dissout aussi; mais, à ce qu'il paroit, avec plus de difficulté et imparfaitement. Avec les acides il ne produit pas d'effervescence. Dans les acides muriatiques et nitreux l'Iberit se dissout imparfaitement: étant concassé et trempé dans une petite quantité de cet acide, il forme une gelée transparente.

Lieux.

On trouve l'Iberit dans les environs de Tiflis en Géorgie, où il est compris dans les filons d'une montagne secondaire, composée de couches alternatives d'argille endurcie et de pierre de sable. Ordinairement il est accompagné de pierres à chaux spathique [2]).

---

1) Cette qualité est marquée ici à dessein; puisque l'Iberit ressemble un peu quant à l'aspect extérieur à la Trémolite commune.

2) Avec la Zéolithe feuilleté, qui se trouve pareillement dans la montagne secondaire de ce pays, je ne l'ai jamais trouvé ensemble.

Il ressemble à la Zéolithe, de la quelle il se distingue suffisament, par la surface de la cassure, longitudinalement et subtilement striée; ainsi qu'au cas de sa cassure feuilletée, et rayonnée par l'opacité; par la mollesse; par son peu de cohésion; par son happement à la langue, et par l'effet que le chalumeau produit sur ce corps.

Dénomination.

L'Iberit a reçu le nom de la contrée, où il a été trouvé.

II. *Basalte grenu.*

Caractères extérieurs.

Le Basalte grenu a ordinairement la couleur gris cendrée; il est rarement d'un noir-grisâtre, qui approche quelquefois du noir-brunâtre; mais c'est très rarement qu'on en trouve dont la couleur soit d'un brun-rougeâtre. Il forme des montagnes entières et des series de collines. L'intérieur du Basalte grenu est en lui même plus ou moins tremblotant, cependant il approche quelquefois du peu éclatant.

La cassure en est inégale à petites inégalités; mais les pièces séparées paroissent avoir une cassure feuilletée.

Les fragmens sont indéterminés à bords peu aigus.

Il consiste toujours dans des pièces séparées finement grenues [1]), mais en grandes masses il est en même temps souvent separé en forme de colonnes prismatiques.

Il est ordinairement opaque, et ce n'est que rarement qu'il est un peu transparent aux bords minces;

il donne une raclure d'un gris cendré clair,

il est demidur, moins encore que le Basalte compacte,

aigre,

tenace, cependant un peu plus cassant que le Basalte mentione;

---

[1]) La proportion des dimensions de ces pièces séparées grenues, qui composent la masse totale de ce Basalte, n'est pas toujours égale, mais elles sont souvent plus longues et larges, qu'épaisses, et ressemblent plûtôt à des tablettes ou feuillets, qu'à des grains. Ces pièces séparées en forme de tablettes fines sont pour la plûpart tellement attachées les unes aux autres par leurs faces laterales plus larges, ou en partie aussi entrelacées sans ordre, qu'il reste encore quelquefois entre elles plusieurs intervalles vuides très petits, en forme de pores. Il resulte de cette de combinaison des pièces séparées mentionnées avec leurs faces laterales plus larges, que la cassure de cette espèce de Basalte varie selon la différence de la direction, c'est à dire qu'elle est ou en feuillets fins, ou inégale. En examinant attentivement ces pièces séparées en forme de tablettes fines on observe que la couleur gris cendrée en en tombe qelquefois dans le blanchâtre; dans les bulles elles sont quelquefois crystallisées en forme rhomboidale; en dédans elles sont dans la cassure principale peuéclatantes, cependant elles approchent quelquefois de l'éclatant, d'un éclat vitreux; la cassure est feuilletée et, à ce qu'il paroit, de double direction ou clivage des feuillets.

à l'attouchement maigre et froid ;
mediocrement pesant.

Lieux.

On le trouve en Géorgie [2]) entre les rivières d'Alget et de Ksia, et sur la Debeda en Somchetie [3]).

Cette espèce de Basalte ne paroit exister que dans des chaines de montagnes et dans des series de collines, plus ou moins cohérentes entre elles, mais on n'en trouve jamais dans les cimes des monts isolès.

Les montagnes du Basalte sur le fleuve Debeda consistent dans des èlevations fort considérables, de très grande étendue, et à sommités parfaitement applaties, qui sont divisées par couches épaisses et à peu près horizontales. Les dites couches sont à leur tour crevassées selon différentes directions, ou separées en colonnes par des fentes transversales, de distance parallèle.

Appendice.

Ce Basalte a le caractère distinctif, qu'à l'exception des grains fins d'Olivine, on n'y apperçoit point d'autres parties heterogènes [4]).

---

2) Il est probable qu'on trouve le Basalte grenu aussi en Italie.

3) Cette province appartenoit ci-devant à l'Armenie mineure.

4) Le Basalte compacte commun, qu'on trouve non seulement dans la chaine des montagnes de Pambac, qui forme une branche de l'Ararat,

Il contient souvent des bulles [5]), parfois colorées en dedans de noir, de rouge ou de bleuâtre. Les bulles que l'on trouve sur la surface, sont quelquefois remplies de marne, ou couvertes de petits crystaux de chaux carbonatée [6]).

Le Basalte grenu resiste plus longtems à la décomposition, que le Basalte compacte commun. Il se distingue d'avec celui-ci non seulement par l'éclat, (qui ne doit pas être attribué à la commixtion de parties heterogènes, mais qui lui est propre;) par la cassure, par les pièces séparées, mais aussi par les endroits où le Geognoste [7])

---

mais aussi en abondance dans le Caucase, contient très souvent des crystaux de Feldspath et d'Amphibole, mais rarement des grains d'Olivine.

[5]) Ces bulles, de grandeur et de forme différente, ne doivent pas leur origine à la décomposition et la chute d'Olivine qui d'abord étoit inhérente à la masse du fossile, mais on peut plûtot supposer qu'elles ont été formées avec la substance même du Basalte. Au reste il ne faut pas les confondre avec les intervalles vuides en forme de pores, dont il a été fait mention dans la 1r Note.

[6]) Puisqu'on observe la pierre à chaux spathique seulement dans les bulles du Basalte grenu, qui se trouvent a sa surface, ou qui y sont liees par des crevasses, à travers les quelles la chaux carbonatée pouvoit filtrer; il ne le faut pas prendre pour une production dont l'époque de sa formation coincide avec celle de la masse du Basalte, mais plûtot pour une substance de génération posterieure.

[7]) À l'examen géognostique du Basalte grenu, la premiere question qui se présente est: s'il a reçu sa formation par la voye humide ou séche. Il est prouvé par les observations de Mrs. Werner, Reuss, Nose et d'autres Mineralogistes Allemands d'un merite reconnû, que le Basalte compacte commun est d'origine Neptunique; cependant il est très pro-

le rencontre. Il peut donc à juste titre être considéré comme une espèce tout à fait différente.

C'est par les pièces séparées grenues, qui caractèrisent cette espèce de Basalte, que feu Mr. Güldenstädt a été seduit à le prendre pour une espèce de grès.

On s'en sert en Géorgie pour bâtir, et pour en faire des monumens sepulcraux; quelques monastères Armeniens de ce pays-là, comme aussi le beau pont par le fleuve Debeda près de Sanain ont été construits avec les matériaux de cette éspèce.

Le nom specifique dérive des pièces séparées, dont ce fossile est composé.

III. *Pierre obsidienne chatoyante.*

Caractères extèrieurs.

La couleur de ce fossile est en partie d'un gris de cendre et gris de fumée, en partie aussi d'un brun de

---

bable que le Basalte grenu dont nous donnons la déscription a reçu sa formation plutôt par l'effet du feu, que par celui de l'eau; puisqu'entre autres raisons, quelques fossiles des montagnes primitives, tels par exemple que le Sienit, qu'on trouve immédiatement sous lui et sur le quel il est basé, portent quelquefois des marques visibles d'un changement causé par un excès de chaleur. Et pourquoi ne veut-on pas accorder, qu'une espèce de Basalte peut être d'origine Neptunique, tandisque l'autre est d'origine Volcanique, quand la nature présente des cas, ou le même fossile a été formé tantôt par la voye humide, tantôt par la voye séche?

clou de girofles : souvent toutes ces couleurs se trouvent ensemble dans un même morceau, et alors elles sont ou rubannées, ou nuagées. En le tournant vers certaines directions il repand une lueur chatoyante blanchâtre, ou claire.

On ne le trouve qu'en morceaux anguleux à bords aigus.

En dedans il est très éclatant,

d'un éclat vitreux.

La cassure en est parfaitement conchoide.

Il se fèle en fragments anguleux de figure indéterminée et à bords aigus;

il est aussi diaphane, mais quelquefois il n'est que demidiaphane;

il est dûr,

très aigre,

cassant facilement;

médiocrement pesant.

Lieux.

On le trouve en Géorgie accompagné de la pierre obsidienne commune, près du village de Goda, ainsi que dans d'autres endroits de la plaine, qui sépare les montagnes de Pambac d'avec la lisière meridionale du Caucase.

La pierre obsidienne chatoyante paroit tenir le milieu entre la pierre obsidienne commune et la Marécanite. Elle se distingue d'avec celle-là par sa pellucidité et par son chatoyement, et d'avec celle-ci par la forme externe, ainsi que par ce même chatoyement, qu'on observe non seulement à la superficie, mais aussi dans son intérieur.

IV. *Chrome oxidé.*

Caractères extérieurs.

Le verd de prés est la couleur propre à ce fossile. On trouve ce fossile ou superficiel, ou disséminé, ou veineux, ou en forme de croute mince.

En dedans il est mat, quelquefois un peu tremblotant.

La cassure en est terreuse très fine; quelquefois elle paroit approcher en partie de l'uni, en partie aussi de l'écailleux subtil.

Il est opaque, mais celui qui est uni, ou à petites ecailles est un peu transparent aux bords;

tendre,

non tachant,

il donne une raclure blanchâtre, et

il est un peu traitable.

Caractères chimiques.

Au chalumeau il perd sa couleur; il ne se fond pas sans addition d'un autre corps fusible, et il donne au verre de Borax une belle couleur verte.

Lieux.

On le trouve dans la partie meridionale des montagnes d'Ural, accompagné du Chrome ferrugineux.

DESCRIPTIO
NOVAE SPECIEI AZALEAE.

AUCTORE

M. F. ADAMS.

Conventui exhib. die 12 Octobr. 1808.

Azalea fragrans.

Tab. XIV. A. foliis ruguloso - punctatis subtus discoloribus, ellipticis, obtusis; floribus (10 — v 15) subcapitatis, genitalibus inclusis.

Fruticulus pedalis et ultra, erectus; ramis patentibus.

Caulis crassitie, pennae cygneae, ligno albicante; cortice griseo - fusco, per senectutem secedente, laevi, ramulorum tuberculoso scabro; ramulorum annotinorum leviore, ferrugineo - tomentoso.

Rami, ramulique terni, quaternique e summitatibus ramorum anni praecedentis.

Folia in ramulis sparsa, conferta, sempervirentia, breviter petiolata; petiolo ferrugineo - pubescente, elliptica, obtusa, integerrima, margine revoluta, supra glabra, viridia, nervo medio et venis depressis et inde rugosula, subtus squamulis minutissimis irregularibus ferrugineis vestita, nervo prominulo, leviora; caeterum patentissima, semipollicaria et ultra, amoene fragrantia, aromatica.

Capitula in ramulis, supra ortum gemmarum terminalia, tecta squamis ramentaceis, ovatis, obtusis, firmis, fusco-ferrugineis, tomentosulis, ciliatis, deciduis. Antheris cum ineunte vernatione coaetanea, floribus 10 — 15 e capitulis erumpentibus, brevissime pedunculatis, singulis ad basin bractea ramentacea, ciliata mox emarcida vestitis. —

Pedunculus vix semilineam longus, squamuloso-tuberculatus, versus medium bracteis duabus linearibus, ciliatis, pubescentibus, mox emarcidis, lineam longis, ferrugineis instructus.

Calyx hypogynus, brevissimus, glaber quinquangularis, basi gibbus, tubo triplo brevior, persistens, quinquefidus; laciniis erectis, subovatis, acutiusculis, vix margine pubescentibus.

Corolla hypogyna, saepius decidua, semi-pollicaris, glabra, infundibuliformis; tubo ferrugineo-variegato, supra medium gibbo; fauce sensim ampliata et limbo roseo-purpureis: Limbi patentes, quinquefidi, laciniae suborbiculatae, vix ac ne vix quidem crenulatae, tenuissime venulosae.

Stamina quinque, perigyna, immo calyci affixa, subaequalia, tubo parum breviora, glabra, subpersistentia; filamentis filiformibus; antheris erectis, bilocularibus.

Pistillum staminibus duplo brevius, vix calyce longius, ovaria subglobosa, sulcis quatuor obliteratis, stylo brevissimo, stigmate ampliato - depresso.

Capsula subglobosa, quadrilocularis, quadrivalvis, quadrisulcata, ad margines valvarum introflexos septa constituentes, chordaeque pistillari ante maturitatem affixos. Valvulae apice sulco obliterato.

Semina numerosa, linearia, minuta, fusca congenerum.

Habitat in provinciis septentrionalibus Sibiriae orientalioris usque ad littora maris glacialis, ubi specimina florentia mense Julio legi.

Proxima Azaleae lapponicae; differt caule robustiore, foliis majoribus, floribus numerosis, brevissime pedunculatis, genitalibus que inclusis, quae in A. lapp. cum mascula, tum foeminea, exserta.

Odor praestantissimus aromaticus, accedens ad Rhododendri daurici.

Tab. XIV. Fig. *a*. Flos integer.

b. Flos per longitudinem fissus.

c. Ovarium cum unico stamine.

d. Capsula matura integra.

e. Capsula immatura transverse secta.

f. Capsula matura ex apice visa.

Omnia paullum aucta.

PISCIUM CAMTSCHATICORUM

ТЕРПУКЪ ET ВАХНЯ.

DESCRIPTIONES ET ICONES

AUCTORE

TILESIO.

D. 26. OCTOBRI 1808.

Conventui exhib. die 2. Nov. 1808.

I.

Hexagrammos Stelleri, Rossis *Terpuc* dictus *novum genus piscium Camtschaticorum.*

Rerum naturalium variis temporibus triplici per nauticum trimestre in terram Camtschaticam regressu a me observatarum, prae caeteris aquatilia fuere, fuci nimirum, Zoophyta varia et Mollusca, nec non Echinorum Asteriarum Cancrorum et piscium complures species. Piscium marinorum et fluviatilium, mirum in modum in hoc climate variantium, innumerabilis copia mihi primo intuitu complures novas species et varietates ad vivum pingendas describendas et dissecandas praebuit, quarum e numero et novum genus Cichlae Blochii affine, Terpuck nec non Scorpaena cervinis quasi cornubus armata, Cottus diceraus Tab. XV.

a Celeberrimo Pallas dicta, Cottus hemilepidotus (Rossis Buik bos) et plures Salmonum, Gadorum aliorumque generum species prodierunt.

Piscis, *Terpuck* i. e. lima ab incolis Rossis ad Camtschatcam dictus, usque adhuc, ut opinor, naturae scrutatoribus ignotus et in nullo Ichtyologiae systemate receptus est, mihi saltem nec icon nec descriptio ejusdem umquam publici juris facta in conspectum venit, qua propter nunc iconem ejusdem ad vivum manu propria pictum commentariis nostris inserendum scrutatoribus piscium communicabo (vid. Tab. XV. fig. 1.).

Pectoralis est et habitu corporis Bodianis, Holocentris Lutianis et Percis similis, cum Cichlis operculum branchiarum non serratum commune habet, aperturam branchiarum amplam, membranam branchiostegam sex radiis suffultam latissimam subgularem pinnasque pectorales et ventrales cum Scorpaenis Cottis et Gadis quibusdam, labia crassa denique cum Labris communia habet; pinna dorsalis vero totam dorsi longitudinem occupans in medio sinuata et cirrhus interdum tribus, interdum quinque ciliis emarginatus superciliaris omnino singularis ac in nullo hucdum pisce observatus. Lineis praeterea tribus utrimque lateralibus ab omnibus reliquis piscibus usque adhuc descriptis satis superque distinguitur. Capite parvo nudo

Ophiocephalis Blochii approximatur, diametro capitis vero rhomboidali (Tab. XV. fig. 3.) ab iis recedit. Pinnae pectorales, ventrales et ani flavae macularum rubrarum seriebus transversalibus quadrifasciatae sunt, pinna longa analis omne spatium inter anum et caudam occupat, pinna caudae aequalis non forcipata sed rectilinearis. Abdomen tumidum prominens maxime ad anum, ita, ut corporis diameter ex rhomboidali in conoideam fere (vid. Tab. XV. fig. 4.) formam vertat. Rictus oris augustus margines maxillarum internas singulari dispositione denticellorum armatas offert. Maxillae aequales dentibus minoribus anteriora versus in agmina coacervatis (v. Tab. XV. fig. 2. *aa*): in ipsis faucibus ad palatum tubercula duo denticellis obsita (v. Tab. XV. fig. 2. *bb*) branchiis utrimque quaternis pectinatis circumdata. Lingua (vid. Tab. XV. fig. 2. *c*) tam exigua, ut piscem fere elinguem nominassem. Oculi magni ovales prope nares et rictum oris. Irides ovales ex flavo rubicundae, pupilla nigra annulo aureo cincta.

Ad canthum oculi posteriorem superiora versus cirrhus albus tri-vel quinque villosus in conspectum venit. Nares minores duplices inter labia et oculos. Membrana branchiostega ampla tumida sub gula conjuncta radiis sex utrimque expansa, inferiori radio sexto brevissimo paululum crassiori.

Pectoris pinna radiis 18 composita, lata, ad marginem rotundata, pinna dorsi, omnium longissima 42 radiis composita, ad trigesimum radium brevissimum sinuata. Ventris pinna angusta 6 radiis composita ejusdem fere longitudinis ac pectoralis, analis radiis 23 longa, caudalis denique viginti radios continet, ad marginem rectilineares. Totum corpus coloribus egregiis pictum, dorsum fuscum viridi-brunneo maculatum, latera e rubro virentia maculis coeruleo-argenteis variegata, a capite ad caudam usque utrimque trilineata. Abdomen argenteum, caput maculis aureo-viridescentibus oculos cingentibus ornatum. Pinna dorsi et caudae e fusco-virentis radiorum apicibus rubris, maculis fuscis et rubicundis adspersae.

Squamae hujus piscis minutissimae ad margines exasperatae ita, ut corporis superficies, si manum aut digitum ad dorsum adplices eundemque a cauda anteriora versus ducas limae adinstar aspera sit, quam ob rem piscis ab incolis Itelmenis *Terpuck* i. e. lima denominatus est.

Piscem nostrum in catalogo piscium Camtschaticorum itinerariis *Stelleri* et *Krascheninnikovii* annexo denominatum vel designatum quidem sed nondum descriptum vel delineatum inveni. Primus omnium rerum Camtschaticarum scrutator Stellerus eundem omni jure ex lineis utrinque tribus lateralibus *Hexagrammon* vocavit, alter, nescio, qua ratione, Dodecogrammon.

Post reditum ex itinere circum terrae globum feliciter peracto mihi, fragmenta mea in terris Camtschaticis collecta elaboranti, ex benivolentia *Academiae Imperialis Petropolitanae scientiarum* relicta beati *Stelleri*, qui tot fere annos, quot ego hebdomates, indefessus ibi vixit, manuscripta ad perlustrandum concessa ac tradita sunt, in quibus piscem nostrum ab omnibus partibus absolutum egregie descriptum, adeoque ejusdem partium internarum structuram dissectionibus anatomicis perscrutatam et expositam reperii. Ex repertis his accuratissimis *Stelleri* observationibus mox intellexi, indefessum hunc naturae scrutatorem piscem nostrum diutius ac curatius examinasse, quam mihi ex uno individuo observato brevis occasio permisit, et ex allatis *Stelleri* dimensionibus et descriptionibus completioribus cognitionem hujus novi piscium generis longe aucturam fore, quamobrem apud me constitui, Stellerianas annotationes piscem nostrum attinentes ex schedis suis eligendi et propriis auctoris aestumatissimi verbis vobiscum communicandi.

Primum vero liceat mihi, Ichtyologos certiores facere, novum hocce piscium genus successorum cura et consequentium peregrinatorum observationibus ulterioribus, pluribus in posterum speciebus aucturum et confirmaturum, fore: *) vidi nimirump raeter speciem hanc descriptam, quam in honorem primi inventoris Stellerianam denominavi, alteram corpore compresso nigricantem, abdomine atro et pinnis ventralibus pectoralibusque atro-fuscis in sinu Penschinnensi captam quam ob temporis penuriam et subitaneum a terris Camtschaticis regressum haud latius describere atque depingere potui.

II.

Dimensiones piscis, beato Stellero Hexagrammos **) *asper dicti, Russis Teerpuk* (*Терпугъ*) i. e. lima (captus d. 20 Maij 1741 in portu Divi Petri et Pauli pondebat pondere medicinali duas usque ad sex uncias.)

---

*) Jam versus anni 1809 finem, quo tempore commentatiuncula haec prelo commissa mihique errata typographica corrigenda curanti reportata est, addam haec verba: *Spes mea victa est*! Celeberrimus enim *Pallas* sex novas species jam adiecit, et Monographiam novi generis nostri sub Labracum nomine stabiliti egregiam et iconibus sex illustratam nuperrime admisit, quae expectationem nostram omnino superarunt.

**) Dodecogrammos Stelleri a Krascheninnikovio (pag. mea 175) dictus, at Krascheninnikovius piscem non nisi exsiccatum vidit, ut ipse fatetur, et descriptiunculam brevissimis verbis concinnatam ex schedis Stellerianis repetiit. nemo prorsus piscem descripsit neque minus delineavit.

	Modulus Scalae Angl.			
	poll.	dec.	poll.	dec.
Ab oculi cantho majori ad labii superioris apicem aequivalet	—	—	$\frac{1}{2}$	—
Longus ab apice labii superioris ad extremam caudam	15	7		
— — — — ad initium pinnae dorsi	3	5		
Ab initio pinnae caudae ad extremam caudam				
Ab apice labii superioris ad nares . . .	—	5		
Oculorum intercapedo ad canthos majores . .	1			
— — — — minores . .	1	2		
Narium intercapedo	—	5		
Ab apice labii superioris ad frenum oris clausi .	1			
— — — — ad valvae branchialis cardinem summe distantem .	3			
— — — — ad pinnam branchialem .	3	5		
— — — — ad pinnam ventris . .	4	3		
Pinnarum ventralium distantia inter se . .	—	2		
Ab apice labii inferioris ad anum . . .	7	5		
Pinnae dorsi radius longior	1	5		
Pinnae thoracis basis lata	1	1		
— — radius longior octavus . .	3			
Pinnae ventris basis lata	—	3		
Pinna ventris longa	2	9		
Pinnae post anum basis lata . . .	4	5		
Caudae pinna ad basin lata	1			
— — extrema circumscriptione lata . .	2	5		
Crassus ad oculos	1	5		
— ad initium pinnae dorsalis . . .	1	8		
— ad anum	1	5		
— ad pinnae caudae initium . . .	—	5		
Altus in perpendiculo ad nares	1			
— — — ad oculorum axin . .	2	2		
— — — ad nucham . .	2	8		
— — — ad anum . . .	2	6		
— — — ad initium pinnae caudae .	1			
Alius maximus fere hujus generis piscis longus erat .	$21\frac{1}{2}$			
Latus post pinnas branchiales, igitur quater longior quam latior	4	3		
Alius adultiorum et majorum longus erat . . .	20			

III.

Hexagrammos Stelleri, quaenam genera sit interponendus cuinam classi ordinique systematico sit inserendus. Labrax Pallasii (vid. ej. Monograph.)

Piscis noster, Hexagrammos *Stelleri*, classi quintae systematis Blochiani heptapterxgios complectenti et quidem ordini ejusdem secundo thoracicos continenti subjungendus est. Genus novum a *Stellero* ipso stabilitum Cichlae proximum est et inter Cichlam et Gymnocephalum introducendum erit. Cichlae generis character est caput antice nudum dentes parvi opercula neque serrata neque spinosa et haec sunt etiam notae, quae cadunt simul in nostrum. Praeterea noster et Cichlis, Bodianis, Holocentris, Lutianis vel potius, ut *Stellerus* noster recte monet, Percarum quibusdam speciebus, si opercula serrata excipias (nostris temporibus a beato *Blochio* praedictis generibus distributis), quoad primum intuitum et generalem corporis formam convenit, membranam branchiostegam vero latam sub gula productam radiis cartilagineis crassiusculis teretibus utrinque sex subtus concurrentibus cum Gadis et Scorpaenis vel Synancejis quibusdam communem habet nec non latam ac rotundatam pinnam pectoralem et longam angustamque ventralem, sed rictus oris angustus, labia crassa, dentium in maxillis et tuberculis faucium singularis dispositio, linguae brevitas, caput parvum coloribus egregie pictum, apertura branchiarum ampla, operculis non armatis levibus clausa, cirrhi quadrivillosi superciliares, pinna dorsi medio sinuata longissima, cauda resima et prae ceteris lineae quatuor binis lateralibus adsociatae, genus nostrum ab omnibus reliquis satis superque distinguere valent.

IV.

Descriptio Stelleri anno 1741. *concepta.*

Piscis hic pedem, imo duos non raro excedens, plerumque dodrantalis occurrit, forma Percam refert fluviatilem. Dorso ac ventre est tereti convexo, lateribus pariter superficie convexis, colorum varietate pulcherrimus ac mire varius.

Dorsum fuscescit, ad pinnam dorsi versus lineam remissius, infra lineam latera e fusco et rubente colore varia ac innumeris areolis argenteis guttata, areolae modo quadratae, modo rhomboideae, modo orbiculares, lentis magnitudinem non excedunt, nec inferiores sunt sinapios semine. Venter ab apice mandibulae inferioris usque ad caudam argento candidior splendens.

Totum corpus sex lineis a capite ad caudam excurrentibus in totidem plana secatur. Duae lineae dimidio modulo a summo dorso et pinna dorsi utrinque remotae versus caudam summo dorso viciniores sensim tractu suo evadunt. Linea lateralis utrimque oculi pupillae prallela ad mediam caudam excurrit, ad exortum sursum paululum arcuata 3 modulos a caudae pinna versus ventrem incurva seu inclinata hanc semper tractu suo proportionem servat, ut uno modulo a summo dorso et duobus a carina ventris distet, tertium par linearum sub sterno oritur ac ad latera in ventre juxta anum et pinnam post anum ad caudam excurrit, candidum est ac sub pinnis ventralibus in unum cöeunt ac furcae modo rursus abhinc in duas lineas divaricantur, quapropter piscem hunc *hexagrammon* vocavi. Squamis integitur oblongis, apice subrotundis oris dentatis, qui dentes superficiem piscis limae instar asperam reddunt, si manum a cauda versus caput sursum leniter ducas. Ob hancce notam limae nomine *Terpuk* ab Italmenis insignitus fuit. Desquamatus aequaliter e nigro et argenteo pulcherrime varius est. Squamae seu potius squamarum vestigia verticem usque ad nares et orbitam oculi inferiorem usque ad pupillam huc dum obscure occupant.

Caput alaudarum (?) capite ferme simile, breve crassum, vertex vere planus. Maxilla superior inferiore longior et latior, utraque sursum flexa. Maxillae superioris extremum labium obtinet mobile, appendix frenalis clavum absque capitello refert exiguus est.

Rictus non admodum magnus vix auricularis digiti apicem admittens, fere ovalis, utriusque maxillae labia extrema denticellis acutissimis et minutissimis armantur, palato medio non procul a labiis pariter areola denticellis obsita est ut et tuberculum imo ori denticulatum supra gulam ipsam (Conf. Tab. XV. fig. 2.).

Lingua tenuis alba, ultra oculos non procurrit, obtusa. Nares exiguae duplices, medio inter extremum labium et oculi canthum anteriorem in lateribus sitae, columna cutanea interseptae. Oculi ampli situ ad nares ovales. Iris argentea in cujus medio circellus rubens seu iris secundaria alia. Pupilla aquea, coerulescens, pariter ovalis, axi visoria versus nares sursum directa.

Valva branchialis concham arcte claudens, valde convexa ac testae testudinis instar coloribus varie picta, e tribus lamellis conflata, quarum exterior triangularis, altera parva supra tegulas imbricatas, et tertia lamella molaris sub oculo comparate maxima, tegulae imbricatae, utrimque sex sterno, non ut in aliis piscibus, junguntur; sed componunt unam continuam membranam seu amiculum quoddam pallii instar sternum obvelans.

Brachiae utrimque quaternae, ossicula branchiarum interna parte alba (Tab. XV. Fig. 2.) utrimque granulosa et tuberculis inaequalia. Supra oculos utrimque pinnula villosa, perexigua vix $\frac{2}{10}$ moduli longa in quatuor aut quinque villos laciniata.

Pinnae septem: una dorsi, altera caudae, tertia post anum, quarta et quinta par thoracis, sexta et septima ventris. Pinna dorsi una continua, in medio sinuosa et vix non divisa, mentiens duos. Radii omnes simplices, membrana conjungente longiores adeoque extantes. Membrana conjungens diaphana, hyalina, maculis velut in fascias dispositis, partim nigris partim spadiceis varia, radiis constat quadraginta quatuor mollibus versus caudam flexilibus quorum decimus reliquis longior, vigesimus secundus medius omnium humillimus.

Caudae pinna radiis constat 19 bifurcatis, extrema circumscriptione resima lineam rectam describit. Pinna post anum 23 radiis mollibus ac versus caudam flexibibus constat, quorum 13 reliquis longior, radii omnes pulcherrime varii sunt, infima parte albent, abhinc spadicei, denique lutei, extremitate sanguinei sunt, membrana conjungens hyalina.

Pinna quaevis ventralis 5 constat radiis geminatis validis quorum secundus reliquis longior. Pinnae ipsae vitelli adinstar lutescunt ac tribus transversis aurantiis fasciis bis variegantur, sitae sunt utrimque juxta mediam ventris carinam ac musculis suis tantum distant a musculis pinnarum thoracis seu branchialium, quantum illi a concha branchiarum. Pinnarum branchialium par utrimque amplissimum, expansum forma pectunculum refert, radiis fulcitur 17 simplicibus succino instar alternatim velut per intermedia modo flavescentibus, modo fuscis, sanguinis instar cocti, membrana radios conjungens hyalina supra radios non extensa. Anus ori 2 modulis proprior, quam caudae.

V.

Observationes anatomicae.

Ventre aperto apparuerunt cor perparvum, trigonum, breve, aortae trunco ac venae cavae tuberculo instructum, sub ipsis branchiis situm, diaphragma diaphanum, pleura argentea punctulis nigris respersa. Hepar album in tres lobos divisum. Ventriculus satis magnus statim sub diaphragmate in amplum saccum dilatatus ovi columbini magnitudine, ventriculus ipse non reflectitur sed in dextro latere pylorum emittit appendicibus 10 aut 12 longis circumdatum. Intestina semel tantum reflexa, ovaria brevia superius in duo cornua divisa aurantii coloris ovis minutissimis referta. Vesica urinaria parva. Intestina exacte duplo ipso pisce longiora. Loco vesicae anemiae septum in dorso transversum habet, cui adhaerent et lactes. Splen oblongum 1 pollicem longum $\frac{1}{2}$ latum, fel perexiguum et non nisi solerter intuenti conspicuum. Cor etiam in magnis piscibus minimum, imo triplo aut quadruplo minus, quam in fluviatilibus. In ventriculo habuit phryganea scolopendras marinas ac ova cancrorum.

Pisces majores coloribus tantum differunt ac variant ut vix pro distincta specie non habeas, nisi ad praecipuas notas characteristicas probe attenderis.

Majores et quidem foemellae in universum rubrae sunt rubricae fabrilis instar ac lituris fuscis latis transversis variae. Pinna dorsi branchialis et caudae cerasorum acidorum colorem referunt. Ventris et pinna post anum et ventris carina licet reliquum neque areolae argenteae, nec pinnae lituris ita eleganter variae sunt ut in minoribus, sed monochraceae, squamae quadratae striatae sed minus imo prorsus non asperae, ex quo conjicio, pisces mutare squamas pro aetate eadem plane ratione, ac aves plumas suas, cuti firmissime agglutinatae sunt, ac in compage sua spectatae singulae pentagonae apparent. Maris lividae sunt vel cum livore albent. Membrana radios conjungens crassa, ac intra pinnae dorsi radios interstitia veluti squamis aspera sunt, re vera autem squamae non sunt.

Irides aureae. Pupilla virescit aquae marinae instar. Tam iris, quam pupilla ovalis. Lingua crassa apice deorsum flexa, coerulescens, parabolica, rictus oris ovum gallinaceum transmittit, apertura duo triangula refert cruribus se mutuo contingentia. Dentes lineam longi, vix ad sensum in os flexi, aciculos referunt.

Lineae in majoribus magis conspicuae sequenti ordine et numero occurrebant, prima utrimque recta juxta basin pinnae dorsalis, secunda tres lineas distat a priori, pariter recta. Tertia lateralis est, 6 lineas pollicis a priori remota, in majoribus piscibus minus flexuosa, quam in minoribus. Quarta tres lineas post pinnas branchiales oritur ante anum, versus ventrem profunde flectitur et circa medium pinnae post anum deficit. Quinta in ipso apice sterni oritur, et ad pinnas ventrales usque simplex est, intra musculos pinnae ventralis furcae modo bifurcatur et utrinque juxta anum et pinnae analis basin ad caudam usque excurrit, ita, ut in utroque latere 10 lineis, laterali per omnia similibus, insignis fiat. Quot lineae sunt, tot etiam sunt ordines seu series musculorum. In capite nullos habuit lapides, nec cerebrum valde fluidum habuit.

VI.

Wachnja Camtschatica est Gadus dorso tripterygio, Callariis speciatim Lusco affinis.

Tab. XVI. XVII. *Wachnja* diversis temporibus et locis varians maxime duabus speciebus, altera majore pedali interdum et bipedali capite maximo latissimoque, altera minori gracili copiose provenit. Priorem circa fimem Julii et initium Augusti numerosissimam accepi, alteram, mense Septembri frequentius captam attulerunt. Utraque Wachnjae species non nisi deficientibus Salmonum speciebus aestimatur, quibus et gustu et nutrimento postponenda est, ac innumerabili vermium intestinalium copia vexatur.

Utramque Wachniae speciem in tabula (XVI et XVII) mea secunda et tertia ad vivum pinxi earumque anatomen in sequentibus exposui. Wachnia macrocephala, quam Gadi macrocephali nomine specifico designavi, rictu oris amplissimo, capite maximo latissimoque satis superque distinguitur, altera minor *lusco* affinis corpore proceriori et forma gracili nec non hiatu oris angustiori et capite minori a priore differt, eamque Gadum gracilem dixi. Wachnia macrocephala Callariis affinis, sed capite majori et latiori, radio pinnae ventralis secundo in setam incurvatam elongato, non maculata, apertura branchialis amplissima, membrana branchiostega radiis utrimque sex crassiusculis cartilagineis instructa latissima, sternum velut amiculum ambiente tegitur. Ex schedis Stellerianis, in quibus piscem nostrum nonsolum accurate descriptum sed etiam structuram et situm partium internarum ejusdem, dissectionibus anatomicis illustratam inveni, consensum observatoris oculatissimi cum meis observationibus septuaginta annorum intervallo institutis intellexi, ita, ut quasi ipse icones ad descriptiones Stelliaranas comprobandas delineasse mihi videar. Allegavi itaque easdem et in hoc, et consultius duxi distinctionibus et comparationibus insistere, quam denuo describere.

Gadorum species, quibuscum Wachnja Camtschatica quodammodo convenit, sunt *luscus* et *Callarias* (Bloch. icon. Tab. 63.) a quibus tamen noster notis pluribus specialibus iterum distinguitur. Callarias enim corpore gaudet maculato vel guttato; radio vero pinnae ventralis in setam elongato omnino caret, a *lusco* squamis majoribus tecto, cauda forcipata ac pinnis ventralibus brevioribus instructo, Wachnja nostra macrocephala per rictum oris amplissimum differt et Wachnja gracilis per corporis proceritatem et lineam lateralem. Reliquis Gadorum speciebus luculentiores et potiores notae adhuc insunt. *Aeglefinus* v. g. vel Hadok Anglorum caput elevatum, lineam lateralem rectam maculam nigram ad exortum ejusdem, pinnam ventralem absque radio setoso breviorem prae se fert, *Morrhua* praeterea maculata squamis majoribus tecta, *Merlangus* cirrho mentali destitutus est ejusdemque linea lateralis recta pinnaque analis anterior praelonga. *Minutus*, Francogallis l'officier dictus, etsi cirrho instructus, tamen iisdem cum praecedenti differentiis a Wachniis differt. *Barbatus*, gibbosus, pinnas fasciis omnino fimbriatas, radium vero in pinna ventris setosum verum non habet. Ex hisce comparationibus demonstratur, Wachnias Camtschaticas peculiares esse Gadorum species, quod etiam ex intuitu iconum satis elucet.

Nowaga Lepechini (Nov. Comment. Petrop. XIV. 485. t. II. XVIII. 512. not.) non est peculiaris Gadi species sed potius varietas Gadi Callarias, qualis etiam in Systemate ichtyologiae Blochii a Schneidero edito assumta est, Artedii Gadus est (vid. ej. Synon. p. 35. sq. 4.) idem est Callarias Linnaei (gen. 154. spec. 2.) quod jam celeberrimus *Koelreuter* (in nov. Comment. Petrop. Tom. XIV. p. 484. t. XII.) demonstravit. Altera vero a *Lepechino* descripta Gadi Species, *Saida* nempe, distincta est et peculiaris. Nonsolum in mari albo sed etiam in divi Petri et Pauli portu Camtschatico tales Gadi lusci varietates sub Wachniarum denominatione proveniunt. Aequali ratione et alias maris productiones v. g. fucos, zoophyta etc. easdem in mari albo et Camtschatico adesse animadvertere mihi licuit. Wachniam piscibus sanitati obnoxiis adnumerandam earundamque escam intestina vermibus intestinalibus infestare, annotabo, Wachnias enim vermibus variis et copiosissimis prae caeteris piscibus vexatas esse adeoque hominum, qui Wachnjas coctas comederunt, intestina hisce vermibus viventibus transgressis, vexare; nonsolum Wachniarum variis dissectionibus, sed etiam sociorum meorum nauticorum et propria, qua ipse excruciabar, experientia edoctus sum. Innumerabiles enim Ascaridum spiralium fasciculos, nec non Echinorhynchos, Taenias in intestinis et vermium peculiare genus, quod in fossis vertebrarum vel costarum insertione sedem habuit, in omnibus Wachniis cultro anatomico dissectis inveni. Vermium intestinalium formam et situm in tabulae XIX^{tae} figuris exposui. De vita tenacissima ac pertinacissima taeniarum in piscibus satis decoctis adhuc superstite ipso intuitu me certiorem feci, ideoque nec mihi neque *Espenbergio* experientissimo, medico navis nostrae mirum fuit, nos omnes partim Ascaridibus et Echinorrhynchis, partim taeniis excruciatos et infestatos fuisse, cum omnes necessitate coacti ichtyophagi fuerimus.

VII.

Wachniae Camtschaticae altera species, (Gadus gracilis mihi,) quae ab indigenis Camtschaticis aeque Uachal, Rossis *Wachnja* (Вахня) dicitur, dimensionibus illustrata.

Tab. XVIII. Caput $2\frac{7}{10}$ pollic. longum e fusco et lutescenti coloribus resplendens, rostro acuto rubente donatum, cujus inferior lamina superiori brevior est, albo colore insignita. Maxillae dentibus minimis albicantibus, crebris asperae. Narium foramina quatuor, utrimque scilicet duo parva ab extremo rostro $\frac{3}{5}$, a se invicem $\frac{1}{10}$ pollic. distantia Oculi $\frac{11}{20}$ diametro aequantis a se invicem $\frac{9}{10}$ poll. distant. Irides oculorum aureae. Branchiae superius fusco et aeneo —, inferius aureo colore punctulis nigricantibus variegato nitent.

Corpus subrotundum paulo compressum squamis minutissimis vestitum. Dorsum tripterygium fusco colore nitens, singulae ejus pinnae mollibus radiis instructae sunt, earumque anterior $1\frac{2}{5}$ pollic. longa $2\frac{1}{2}$ lata, media $1\frac{1}{10}$ pollic. longitudine $2\frac{1}{2}$ latitudine aequat. Posterior $2\frac{1}{20}$ longa, $1\frac{7}{10}$ pollic. lata. Superior dorsalis pinna ab extremo rostro $4\frac{2}{5}$ pollic., media ab anteriori $\frac{1}{2}$ pollic. posterior a media $\frac{9}{10}$ pollic. distat. Color pinnarum e fusco et albo varius exceptis extremitatibus, quae lutescenti colore distinguntur. Latera aureo colore minimis punctis nigris persperso resplendent.

Ventrem color albus luteo aliquantulum tinctus exornat.

Pinnae branchiales duae, utrinque nempe una, ad radicem rubentes, caeterum aureo colore fulgentes $1\frac{1}{4}$ pollic. longae $\frac{1}{10}$ latae, a se invicem $\frac{1}{2}$ tantum pollicem distantes.

Pinnae anales duae, anterior, quae mox sub ano incipit tantum non 1 pollic. longa $2\frac{4}{5}$ lata est posterior $\frac{7}{10}$ poll. infra anteriorem incipiens $\frac{9}{10}$ pollic. longitudine $1\frac{4}{5}$ latitudine aequat. Utraque pinna aureo colore splendescere solet.

Cauda $2\frac{1}{10}$ longa integra fusca.

Longitudo totius piscis ab extremo rostro ad extremam caudam 1 pedis $4\frac{3}{5}$ pollicum.

Altera haec species quam bis dissecui quoad intestinorum et viscerum structuram cum priori convenit. Ventriculus non adeo amplus fuit sed appendices pylori vermiformes copiosissimae aeque in tres fasciculos distributae erant et vasculis tenerrimis coccineis intertextae. In ventriculo dissecto prolem Blennii Gulnelli nobis Batterfisch dicti cum operculis muricum copiose inveni. Ventriculus ex membrana musculoso vasculosa robustissima tenacissimaque contextus, intus admodum rugosus est. In intestinis innumerabilis ascaridum et echinorynchorum copia nec non taeniae, quae etiam extrorsum in fasciculis appendicum sedem tenuere, reperiebantur. Ascariedes ut in priori specie intestina quasi implebant et in fasciculos filorum adinstar spiralium convolutae erant, quam ob vermicosam indolem etiam hanc Gadorum speciem sanitati obnoxiam censeo.

VIII.

Stelleri Descriptio piscis ονος sive asini antiquorum. Turneri ad Gesnerum aselli 3 sive Aeglefini Rondelet et Gesneri. Aeglefini Bellonii, Anglorum Hadok *Russis Wachnja* (Вахня) *dicti corrupta* voce *Itaelmannica, in qua Üakăl audit.*

Piscis hic ob tres in dorso pinnas asello accensendus. Vivus supra lineam olivaceus, infra aureus flavescens; mortuus argenteus evadit. Squamis ovalibus minutissimis ac pertinacissime cuti adhaerentibus tectus, quae obscurae branchiarum, huc dum valvas ad oculos usque et verticem ad nares, sed tantum velut vestigia squamarum occupant nec acie cultri ulla separari possunt. Minores figura teretes magis quam latae sunt praecipue ante anum, ita et puncta nigra hinc inde in dorso et pinnis branchialibus ac dorsalibus apparent. Caput conicum longius quam crassius, vertex et frons convexa. Maxilla superior inferiori longior et latior. Rictus apertus ovalis, labium superius mobile, inferius non. Appendix frenalis parva, figura clavi, acutiori parte sursum directa. Nares duplices medio inter extremum rostrum et oculos spatio sitae tubulosae tantillum prominulae oblique versus frenum directae ac plana cute $\frac{1}{10}$ pollicis lata interceptae, oculi foramen rotundum, oculi cute quaquaversum tecti cultello separabili. Iris circularis argentea superius nubecula fusca suffusa, oculi pupilla aquea, axis visoria sursum oblique versus nares directa. Lingua alba, glabra, sub naribus deficiens, freno albo latiori intus ligata. Labra quaquaversum denticellis aspera pariter ac palatum, statim post labia forma gnomi, imo palato ante fauces huc dum duo tubercula verrucas referentia et limae instar aspera insunt; sub mento barbula unica brevissima *) lineam vix excedens ac vix animadvertenda dependet. Branchiae utrinque quaternae, quarum prima habet unum dentium

*) Plura individua comparavi et in omnibus cirrhi maxillae inferioris satis longi et sic distincti erant, ut vix breves denominarem, nequidem brevissimas, quod etiam ex inconibus judices I.

pectinatorum ordinem, alterum tuberculorum asperorum, mediae duae duplicem ejusmodi tuberculorum ordinem, ultima iterum unum tantum. Valva branchialis concham arcte claudit longa et angusta e duobus ordinibus lamellarum conflata. Lamella post oculos seu malaris magna figura vomeris, altera extrema triplo minor. Valva imbricata 10 tegulis utrinque constat. Pinnae in dorso tres membrana hyalina tenui intertextae punctis fuscis rarioribus adspersae. Prima anterior 14 constat radiis, quorum secundus reliquis longior reliqui sensim breviores ad extremum usque, qui vix $\frac{1}{10}$ pollicis longus, ac omnes bifurcati, excepto primo et quatuor postremis, radiorum apices tantillum membrana conjungente longiores. Pinna expansa triangula acutangula, pinna *altera* tantillum ab hac remota priori sesquies longior 18 radiis fulcitur, quorum secundus reliquis longior. Radii magis versus caudam obliquati, *tertia* triplo pluries distat a secunda, quam secunda a prima, dorso velut triangulum aequilaterum insistit, 19 radiis constat, quorum sextus reliquis longior. Pinna utraque thoracis situ oris freno parallela, ovalis, 20 constat radiis ramosis, quorum tertius et quartus reliquis longior.

Par pinnarum ventralium prope ventris carinam utrimque in lateribus medio loco inter thoracis pinnam et valvae cardinem inferiorem situm vitelli instar lutescunt, apicibus radiorum in villos productis candidos, quaevis radios obtinet 5. Pinna post anum anterior versus caudam flexa, alba, lutescens, 22 constat radiis, bifurcatis, quorum 5 et sextus reliquis longior altera 20 radiis bifurcatis constat, quorum 5 et 6 reliquis longiores radii autem pressiores sibi invicem accumbunt, quam in priori. Caudae pinna livida, intermixto hinc inde sordido olivaceo colore ac lividis punctis varia, simplex non forcipata extrema circumscriptione resima seu lineam rectam describit; at piscibus ex aquis extractis et in arena caudam motantibus levissime finditur ac vix mihi non imposuisset, ut caudam forcipatam dixissem. Corpus extremum, qua caudae pinnam subit acuminatum, forma cuneum refert, quae res rarior in piscibus. Linea lateralis supra superiorem valvae branchialis cardinem orta ab exortu usque ad sextum radium secundae pinnae dorsalis leviter arcuata, crassa, continua, albescens ac valde conspicua, ab hinc deorsum curvatur, ac in 25 circiter commata flavescentia discontinuata per medium corpus ad caudam extremam usque excurrunt.

Anus circularis infra eam vesicae urinariae collum prominet fere in medio situs, ori tamen ad $1\frac{1}{2}$ pollicem proprior quam extremae caudae.

IX.

Observationes anatomicae.

Dissecto pisce apparuerunt — Pleura argentea fuscis punctis crebris irrorata, diaphragma candidum diaphanum cum hepate mediantibus 2 venis, quas transmittit, conjunctum, intra diaphragma (*a*. tab. XVII. fig. 1.) apparebat pericardium aureo diaphanum tenuissimum. Tab. XVII. fig. 1. A.

Cor pro mole piscis parvum, angulosum quidem, sed non trigonum, verum magis teres et humile depressum, superne aortae trunco varicoso tubuloso, et inferius venosa radice instructum, aorta non in ramos extra branchias conspicuos diffunditur, ut in Asello Cotto, sed uno simplici ramo branchias usque pergit.

Hepar (Tab. XVII. fig. 1. *b*.) albidum bilobum una parte pylorum et appendices (*c*) tegit, ac ad oras laciniatum, alter longior lobus ad fundum usque ventriculi in sinistro latere pergit (Tab. XVII. fig. 1. B.). Gula una tertia parte teres, arctior, strictior, ab hinc ampliatus sensim oesophagus ad saccum ventriculi pergit satis capacem, pylorus sursum porrigitur ac appendicum lateritii coloris tenuissimarum pollicarium innumera ceterva velut corona cingitur Tab XIX. fig. 1. *cee* Tab. XVII. fig. 1.; (*cc*) ab hinc intestinum ad anum tendit. Vesicula fellis magna, forma ovata felle viridi repleta ac sub hepatis tertio lobo in dextro latere recondita. Lien pollicem longum triangulare; sub intestino recto (fig. 1. *e*.) vesica urinaria satis evidens, in cavitate abdominis infra anum recondita, ac fundo, carinae ventris accreta, collo exterius protuberans. (Tab. XVII. fig. 1. *f*.)

Hoc autem mihi prorsus insolitum ac in nullo antea pisce observatum fuit, quod abdomen ultra anum ad duos hucdum pollices extendatur; Tab. XVI. A. cavum autem hoc lactes ex parte et vesicam urinariam fovet. Lactis in mare figura prorsus a reliquorum piscium lactibus abhorret; sunt videlicet compagis spongiosae variis crispaturis membranae mesenterii instar annexae, mesenterii figuram referentes, ductu ad anum excretorio donatae ac appendicula quadam tenui tereti genitale referente flatu immisso inductae, lactes cristae instar attolluntur ac inflantur, candidae et spongiosae apparent, structurae admodum rarae, pulmonum analogae. Conf. Tab. XVII. fig. 2.

Vesica anemia (Tab. XX. fig. 1. B. *b*) crassa candida villosa, collae parandae aptae, simplex, non intercepta, per totum dorsum extensa spinis supra renes affixa superius utrinque in duos tubulos producta (Tab. XX. fig. 1. *cc*.) qui non oesophago sed sub ipso diaphragmate recurvati renum trunco utrimque inseruntur ita et vesica anemia interne muscularem aliquam tunicam includit, numquam antea in piscibus observatam, quae sub ipso diaphragmate inseritur, inferius sub Vesica anemia Renes rubri punctulis nigris undique respersi per totum dorsum excurrunt, infima parte ureter transit ad fundum vesicae ac valde notabilis est, ex aliqua parte vesicam anemiam pertundit. Uterus in foemellis brevis duplex superne utraque cornua disjuncta sunt (Tab. XX. fig. 2.) inferne cohaerent, ductu manifesto patent, per quem similiter, ut lactes inflari possunt, inflatus uterus juniorum ovula ostendit, etiam microscopii ope alias non animadvertenda, sub nulla alia, quam gelatinae facie aut forma, ex quo concludo, vel ova ante congressum plane non adesse in asellis, sed materiam tantum remotam primam, vel coitu peracto demum intumescere ac visibilia evadere, quod et maris genitale praesens manifeste obvium innuere videtur.

Foemellae decuplo plures dantur quam mares in hoc genere. Ad fluvium Bolschaja Reka primus, qui capitur, piscis est. — Circa initium Jejunii paschalis, in portu divi Petri et Pauli Januario et Decembri capitur laqueis, intrat quidem in ostia, fluvios ipsos vero non adscendit, sed sinus et recessus fluviorum ac maris amat. Ob carnis mollitiem nec siccatur nec sale conditur; sed coctus vel elixus primo vere comeditur, nec laudatur in cibo nec multum nutrit, hinc velut *contemptus* pro canibus colligitur *); quamprimum alii pisces truttacei fluvium ascendunt, hyemalem et vernalem inopiam levant et auferunt.

Sesqui-pedes raro superant

In ventriculo habuit phryganea, scolopendras marinas, ova cancrorum, pisciculos, in intestinis ascaridum multa millia, in fasciculos sese quasi convolventia, echinorrhynchos, trichocephalos et fasciolas in tabula V^{ta} delineatas. Praeter ea extra intestina in musculis et in intestinis simul taeniae haud raro reperiebantur et in columna vertebrali in fossis costarum peculiare vermium genus, quod 11. 12. 13. ejusd. tabulae depictum est. Piscis ut uno verbo dicam, omnium maxime verminosus est.

X.

Observationes ex aliorum individuorum ejusdem speciei dissectionibus.

Cor quadrilaterum pericardio argenteo et inaurato inclusum. Pleura argentea versus dorsum e viridi aurea atro-violaceis creberrimis et minutissimis punctis irrorata.

*) Quod etiam meretur. Canes Camtschatici non latrant sed ejulant noctu, vix autem credo semper hoc fieri ex piscandi libidine, ut dicunt, sed etiam interdum quia per irritationem taeniarum doloribus excruciantur.

Hepar albidum trilobum, lobus longissimus sinistrum latus occupat alter appendicibus pylori incumbit et crenatas oras obtinet, minimus dextrum latus occupat, brevis sed crassus est et trigonus. Sub hoc latet cystis fellea ovata coerulea bile gramine viridi turgida. Ductus choledochus sub secundo hepatis lobo in medio ventre pylorum immediate supra appendices subit et versus sinistrum latus extenditur ejusdem longitudinis ac cystis fellea sed viride laete.

XI.

Ad historiam Gadi dorso tripterygio ore cirrato cauda aequali fere cum radio primo spinoso (Kabeljau vel Cabiljau Belgarum (Gadus Morrhua L. Bloch. Tab. 64.), adhuc annotabo sequentia:

Habui edusmodi piscem una tertia parte solito breviorem cirrho unico brevi sub mento, pinnarum ossiculorum numerus pene idem erat, in anteriori dorsi 13, in secunda 16, ad nucham versus lineam lateralem nullum gibbum habebat, sed sulcum, ut vix non pro diversa specie habeam, ad minimum insignis varietas est et procul dubio ille, quem Gesnerus l. c. pag. 88. 102 Moluam vel Morhuam alteram minorem vocat, in reliquis partibus omnibus conveniebat cum superiore. Cabliau, Wachnja (the Hadock) et forte omnes Gadi medii ossiculi branchiostegi capitellum duplicatum obtinent, ad quod ligamentum breve, ut haec nota potius generica Gadorum, quam specifica sit.

Eundem Gadum obtinuit Stellerus circa ostium fluvii Itschae: Cirrhum sub mento habebat unicum conicum ultra unciam longum. Maxilla superior inferiore quatuor lineas longior, dentes, quales in reliquis Gadis. Lingua valde magna, crassa sed brevis. Oculi maximi, periophtalmio tecti, foramen oculorum ovale. Branchiarum tres ordines, concavae partis latera utrimque aequalibus albis tuberculis obsita, quartus ordo ab anteriore saltim latere.

Caput plagioplateum, verticis medium elatum..

Dorsum acuminatum et ad nucham in gibbum acuminatum elatum. Pinnae in dorso tres, anterior radiorum 13, horum ultimus vix lineam longus, tres radii anteriores indivisi, primus radius secundo dimidium brevior. Pinna secunda 19 ossicula continet, horum 2 anteriora indivisa ut et 2 ultima. Pinna tertia 16 ossiculorum.

Caudae pinna aequalis, interni radii externis vix ad sensum breviores, cauda musculosa, ad pinnae insertionem spathulae aut vomeris figura.

Prima pinna post anum 21 ossicula continet ac secundae pinnae dorsi recta opponitur: altera pinna post anum 17 ossicula continet et tertiae pinnae dorsi recta opponitur.

Linea lateralis post anum curvari incipit, ab hinc recta ad mediam caudam tendit.

Venter valde crassus et tumidus. Horum piscium maxima copia ad omne litus sinus penschinnici, non tamen aestimantur nec capiuntur, licet fame saepe et multum premantur incolae, hanc ob causam:

1mo quod non consueverint in mari piscari

2do quod piscis per se non sapitet, nisi butyro sale et pipere largiter condiatur *).

Erit autem aliquando horum piscatura magni emolumenti, si classis ad ostium fluvii Amur construenda esset.

Wachnja certe nullus alius est piscis quam Gadus dorso tripterygio, ore cirrato, ossiculo pinnarum ventralium primo in longam setam producto Artedii seu asellus luscus Willugbeyii Append. 22 Germanis dicitur Dorsch propterea, quod sapore refert caules coctos brassicae. Capiuntur (quovis anni tempore nec unquam latent) retibus et hamo ob carentiam pinguedinis numquam raucorem contrahunt, gregales marini litorales pisces sunt. Sinus ac

*) Tertia adhuc adjicienda est, nempe, quod vermibus variis et copiosissimis infestatur.

recessus maris pacatos et arenosos petunt, numerus ossiculorum in pinnis valde variat imo pro conditione locorum etiam forma et magnitudine. De hoc pisce D. Professor Müller in hist. Kamtschat. testi Stellero ex relatione Cosacorum falso refert, hosce pisces sanguine carere.

Linea lateralis e superiori valvae branchialis cardine ad secundam pinnam dorsi fere recta continua duplex et in medio sulco excavata, ab hinc deorsum versus ventrem ad 6 lineas curvata discontinuata 35 commata se invicem non contingentia continet, verum hic commatum numerus inconstantissimus. Squamae minutissimae, tenuissimae, sphaericae intra cellulas cutis reconditae, caput et valvae branchiales usque ad extremum rostrum squamarum vestigia exhibent.

Pinnae postbranchiales ossicula continent 19 in aliis 20. Pinnae ventrales reliquis altiores continent ossicula 6, horum primum et secundum in candidum mollem pilum abeunt.

Prima pinna post anum continet ossicula 24, horum primum et ultimum exillimum, septimum octavum et nonum reliquis longiora. Secunda pinna post anum ossicula continet 22, horum quintum reliquis longius. Caudae pinna resima rectilinearis. Piscis turget sero autumno, primo vere vacuus, Cirrhus unicus sub mento 2 lineas longus, ad hunc cirrhum sulcus in mento 2 lineas longus cernitur.

Membrana branchiostega 7 ossicula gracilia continet et sternum veluti amiculum ambit.

Labia superiora geminata. Appendices frenales forma clavi intra labia. Labium tam superius, quam inferius ossiculis scabris denticulatis arcuatis armata sunt. Alia duo ossicula denticulata palato insunt: his alia duo subrotunda in faucibus subjecta.

Maxilla superior longior, in inferiori puncta circiter 9 impressa cernuntur. Oculi periophtalmio tecti: iris lata aurea punctulis nigris conspersa.

Sub linea laterali, quatenus recta procedit, sub cute ossicula jacent et sub quovis ossiculo nervus, ubi curvari incipit, ossicula desinunt. Ossicula haec respondent illis salmonum, musculorum vibrationem juvantibus, linea in ipso interstitio musculorum quamvis curva.

Vertebras habet 62 et unicum ossiculum caudae, in alio pisce 60 erant vertebrae. Vertebrae singularis structurae sunt, tres anteriores unam saltim apophysin versus dorsum exporrectam habent, a quarta ad vigesimam tertiam omnes tres apophyses habent, vigesima quarta quinta, sexta et septima vertebra geminata corpora habent, unum verum perexiguum reliquis simile, alterum spurium amplissimum, vero quadruplo latius ac primam vertebram forma refert: a vigesima sexta ad quinquagesimam septimam omnes sibi similes numero 31. quadragesima nona duas triplo latiores apophyses obtinet. Sexagesima et sexagesima prima duo caudae ossicula sunt non geminata sed simplicia, ita sibi juncta, ut unum superius alterum inferius sit, quod forte in omnibus piscibus obtinet, quibus cauda musculosa acuminata, ut in anguillis. Hic vertebrarum numerus in diversae magnitudinis et loci piscibus constantissimus repertus est.

Cranium ad nucham in aciem assurgit. Lapillos duos in cranio crenatos habet prorsus tales, quales in Cabliau Belgarum.

Pinnae dorsales et postbranchiales cinereo fuscae sunt, membrana conjungens crassiuscula nigris punctulis adspersa. Pinnae ventrales et venter ex albo vitelli instar flavescunt, in junioribus albescunt.

Pinnae dorsi et ventris triangulares sunt, secundae pinnae dorsi ex adverso sita est pinna prima post anum, tertiae dorsi secunda pinna post anum, primae dorsi pinnae radio ultimo ex adverso anus situs est.

Tres generales dimensiones obtinet: dimensio nempe

I^ma^ ab apice rostri ad initium pinnae dorsalis

II^da^ ab initio primae pinnae dorsalis ad finem secundae

III^{tia} a fine secundae pinnae dorsalis ad finem usque caudae musculosae, pinna non cumputata.

Prima pinna dorsi constabat ossiculis 16, horum tertium reliquis tantillum longius, secunda dorsi 18 ossiculis, quorum secundum et tertium reliquis tantillum longius, tertia dorsi 21 ossiculis, quorum septimum reliquis longius primum et ultimum vero brevissimum.

XII.

Annotationes anatomicae.

In pisce Wachnja cor quadrilaterum pericardio inclusum, aortae truncus vitriolum Clepsidrae refert.

Ductus choledochus sub secundo hepatis lobo in medio ventre pylorum immediate supra appendices subit et versus sinistrum latus extenditur ejusdem longitudinis, ac cistis fellea. Fel viride instar graminis per diaphragma nulla vena in hepar tendit, sed duo rami venae sub oesophago versus latera excurrunt et recta ad ovaria tendunt. Ex hepate sola vena portae exit et appendicibus singulis ramulos communicat. Oesophagus in sinistro, pylorus in dextro latere sursum reflectitur et in dextro deorsum et rursus sursum reflectitur; ultima vice seu tertia reflexione recta deorsum ad anum tendit. Intestina mesenterio angusto affiguntur, in tertia vero reflexione mesenterium ovaria affigitur. Lien brunneum oblongum trigonum aequilaterum et utrimque acuminatum mesenterio supra ovaria et infra ventriculum affigitur. Intestina a gula ad anum eandem cum pisce longitudinem obtinent. Appendices 8 lineas longae numero 62 circa pylorum in orbem locantur, teretes tenues sunt. Pancreas nullum. Ovaria, bina superius, inferius in unum corpus coëunt et denuo in duos fines divaricantur conicos infra anum latentes. Vesica urinaria et ureteres infra anum se exonerant. Vesica urinaria per totum dorsum extensa *) crassa glutinosa candida sub diaphragmate tubulo anemio **) cum oesophago communicat. Superne vesica urinaria in duos fines tubulosos et serpentino more varie tortos desinit dorso illa et renibus validissima adnata. Cocta in hoc genere piscium palato valde grata. Gratissima esca pro inescandis piscibus his sunt scolopendrae marinae, nereides et squillae. Pariunt mensibus Novembri et Decembri frequentiores et toto anno capiuntur in sinubus quietis.

---

*) Tab. XX. fig. 1. *Aa.*
**) Tab. XX. fig. 1. *cc.*

XIII.

Tabularum explicatio.

Tabulae XV^{mae} fig. 1. offert imaginem piscis a latere visi, quem Hexagrammon *Stelleri* denominavi, Ruthenis Terpuk, *Pallassio* Labrax vocati, fig. 2. caput ejusdem piscis ore dilatato dissectum: opercula nimirum branchiarum scalpello oris angulo utroque applicato discissa sunt et maxilla inferior reclinata, ita, ut fauces inspicere possis. Maxillae superioris *aa*) margines denticellis anteriora versus in agmina coacervatis armatae sunt et in ipsis faucibus ad palatum vides tubercula duo *bb*) denticellis obsita, *c*) linguae vestiguum *d*) arcus branchiarum dextri et *e*) branchiae pectinatae sinistri lateris. Fig. 3. Diameter capitis in medio operculorum branchialium paulo post cirrhum superciliarem transversaliteter dissecti: in fig. 4ta diameter corporis ad dimidiam pinnae dorsalis partem fere prope anum dissecti.

Tabulae XVI. fig. 1. repraesentat Gadum macrocephalum Ruthenis *Wachnja* dictum a latere visum, cujus abdomen prope anum a collo vesicae et partibus genitalibus internis extensum singulari modo prominet A: opercula ejusdem labiorum per *b* indicata sunt, et radius pinnarum ventralium longissimus setosus per *c*). Figurae 2 et 3 ossicula labiorum denotant. In

Tabula XVIII. altera Wachnja capite minori, quam Gadum gracilem denominavi, a latere visa depicta est.

In tabula XVII^{ta} intestina quaedam gadi macrocephali delineata sunt. Figura prima Wachnjam ipsam pronam abdomine per totam longitudinem dissecto ejusdemque viscera in situ naturali monstrat. A. Cavum thoracis apertum cum pleura et pericardio *a*) diaphragma cum septo perpendiculari hepatico vel ligamento hepatis suspensorio. B. *bbb* Hepar ipsum; *c.c.* appendices pylori vermiformes ventriculo *d*) incumbentes: *ee*) intestinum crassum *f*. collum vesicae abdominis protuberantiam ad anum formans. *g*. genitalia interna et vesica descendens.

Fig. 2. lactes ex pisce masculo singulares inflatae.

Fig. 3. Genitalia interna foeminina cum vesica exemta. In

Tabulae XIX^{tae} figura prima solus *a*) ventriculus ad cardiam perscissus *b*) ut rugae *c*) in conspectum veniant, cum *f*) intestinorum tractu ex Wachnia macrocephala exemtus delineatus est. *d*) Pylorus, *ee*) ejusdemque appendices *e*) fasciculis tribus dispositae. *g*)- Intestinum scalpello incisum, ut multorum millium Ascaridum ac Echinorhinchorum intestina quasi implentium naturalem situm cernere possis. *h*) Intestini crassi portio.

Fig. 2. Ascarides inter se convolutae naturali magnitudine delineatae.

Fig. 3. Singulae paululum auctae. 5) echinorynchus coccineus singulari vesicula ac papula instructus

6 et 7) Echynorynchi rubescentes sed candidiores naturali magnitudine

4) Echinorynchus ejusdemque rostrum aculeis recurvatis armatum microscopio auctum.

8. 9. 10) Fasciolae diversae magnitudinis et structurae vario situ naturali sub microscopio pictae

11. 12. 13) Vermium subtriangularium viridescentium peculiare genus in fossis vertebrarum et ad costarum insertiones repertum, quorum situs naturalis in sequenti tabula exponitur.

Tabulae XX^{tae} figura prima repraesentat columnae vertebrarum *Wachnja* portionem cum partibus annexis. Vertebrae ipsae A *a* periostio et vesica anemia crassa candida intus villosa obducta, medio dilatata, *b*) dissecta altera parte B reclinata, ut meatus *cc* pneumatici orificium in conspectum veniat. *ddd*. Vermium peculiare genus viridiscentium subtriangularium in fossis vertebrarum prope insertionem costarum vel spinarum jacentium. In situ naturali vermes illi muco obducti sunt et quasi nidum muco-sum in fossis parare solent, videntur medio impressi; exemtis vero hocce cavum centrale ex papillis duabus ortum esse verosimillimum est. Nusquam de vermibus hisce singularibus me legere memini nec unquam delineatos vidi. Fig. 2. repraesentat uteri cornua superius disjuncta inferius conjuncta, ex Wachnia foemella exemta.

OBSERVATION
SUR UN POISSON, NOMMÉ IMPROPREMENT *HARENG.*

PAR

N. OZERETSKOVSKY.

Présentées à la Conférence le 13 Sept. 1809.

Il y a des hommes fort éclairés, qui croyent que le hareng, étant un poisson de mer, se trouvoit cépendant dans les lacs, éloignés de toute mer. Pour prouver cette opinion, ils se rapportent au grand lac de Péréslavle Zaleski, lac si célèbre dans l'histoire de la Russie par les prémières éxércices de Pierre le grand dans l'art de la navigation. C'est dans ce lac qu'on prend un poisson, que les habitans appellent *hareng*, et sous ce nom il est connu à Moscou, où on l'apporte de la ville de Péréslavle tantôt gelé, tantôt enfumé, mais jamais salé, comme on prépare ordinairement les harengs; car ce poisson a une chair fort tendre, et ne se conserve pas longtems, quand même il ait reçu du sel.

L'hiver passé, j'ai fait venir une dixaine de ces poissons gelés, et en les éxaminant, je me suis convaincu qu'ils ne sont rien moins que harengs. Si les pecheurs même s'étoient avisés de comparer ces poissons avec les harengs, dont on fait usage dans tous les pays, ils auroient vu qu'ils se sont mépris en les nommant ainsi. Car on auroit bien remarqué que le vrai hareng a sept nageoires sur son corps, au lieu que cette éspèce de poisson en a huit. C'est par la huitième nageoire qu'il se distingue du genre des harengs, auxquels elle manque tout-à-fait, et outre cela elle est adipeuse; ce qui est propre uniquement au genre du saumon, que les Ichtyologues divisent en quatre familles, nommées 1°. Truites tachées (Truttae); 2°. Eperlans (Osmeri), dont les nageoires du dos et de l'anus sont vis-à-vis l'une de l'autre; 3°. Ombres (Coregoni), dont les dents sont à peine sensibles; 4°. Saumons larges (Characini), dont la membrane des ouies est garnie de quatre rayons.

C'est à la famille des Ombres qu'appartient notre poisson; car s'il possède des dents, elles sont imperceptibles à la vue et au toucher. Son corps est allongé; sa tête est pointue; les narines occupent le milieu entre les yeux et le bout du museau. Les yeux sont d'une grandeur mediocre; la prunelle en est noire et l'iris jaune. Les opercules des ouies sont aussi jaunatres vers leur marge superieur. La ligne laterale, parsemée de petits points, fait une légére courbure près de la tête. La couleur bleue du dos s'étend vers le ventre, lequel insensiblement devient plus blanchatre.

J'ai comté les rayons des nageoires dans les differents individus, et j'en ai trouvé 9 à la membrane des ouies, 10 à la nageoire du dos, 14 aux nageoires de la poitrine, 10 à celles du ventre, 12 à celle de l'anus, et 18 à la queue; tous ces rayons du milieu vers le bout se divisent en plusieurs branches. La longueur du poisson depuis le commencement du museau jusqu'au bout de la queue surpasse rarement un pied ou six wercholss et demi. Le plus grand de ces poissons ne pese qu'une demi-livre ou peu d'avantage.

Ces poissons fraient au mois de Novembre, et c'est le tems, où on en pêche le plus. Leurs oeufs sont rougeatres et menus: un peu salés, ils ont un gout agréable. Hors de l'eau, ils meurent bien vîte. Ils se tiennent toujours au fond du lac, et même dans le tems de la fraie ne montent pas la rivièrre de Troubege, qui se decharge dans ce lac, et ne descendent point dans la Weksa, qui en sort.

Dans le genre du Saumon, ou plutôt dans la famille des Ombres, il y a deux éspèces, auxquelles ressemble notre poisson, que nous appellerons pour le moment le Pseudo-hareng, pour ne pas en faire une nouvelle éspèce. Ces éspèces sont la grande Marène (Salmo Maraena) et la petite Marène (Salmo Maraenula). À la première il ressemble par sa grandeur et ses couleurs, mais il en differe 1°. par la machoire superieure, qui, chez la grande Marène, est tronquée et large par devant; 2°. par la machoire inferieure, qui, chez le même poisson, est plus étroite et plus courte que la superieure; au lieu que dans le Pseudo-hareng la machoire inferieure surpasse la machoire superieure. À la seconde éspèce, c'est-à-dire à la petite Marène, notre poisson est très semblable par la forme de sa tête et par la structure de ses machoires; mais il est incomparablement plus grand, plus large et plus charnu, que la petite Marène; desorte que le Pseudo-hareng doit être ou une éspèce particulière, ou une variété intermediaire entre la grande et la petite Marène.

Le Pseudo-hareng ne se trouve point dans aucun autre lac excepté celui de Pereslavle, et par cette raison on a placé ce poisson dans les armes de cette ville, comme un appanage appartenant uniquement à ce lac, qui est connu sous le nom de *Kleschtschino*, et parmi le peuple sous celui de *Pleschtscheewo*. Il occupe un éspace du terrain jusqu'à neuf werstes en longueur, et huit werstes en largeur. Sa profondeur est inegale: vers les rivages l'eau est basse, mais plus loin endedans du lac, il y a des endroits, où l'on trouve 18 jusqu'à 25 toises de profondeur. Le fond du lac est sablonneux partout, et les petits ruisseaux, qui y decoulent, n'entrainent point d'ordures; ce qui rend son eau extremement claire, et à la pureté de l'eau on attribue la délicatesse et le gout agréable de tous le poissons, qui s'y trouvent.

Comme il n'y a point un seul lac dans tout le territoire de Péreslavle et même de Moscou, où il y ait des Pseudo-harengs, ne peut on pas soupsonner, que ces poissons ne sont pas naturels au lac de Péreslavle, mais qu'ils y ont été apportés vivans de quelques eaux lointaines, dans lesquelles se trouvent les grandes ou les petites Marènes? Mr. Bloch, dans son Ichtyologie, en parlant de la grande Marène, dit que quoique elle meure des qu'elle est sorti de l'eau, on peut cependant la transporter et la faire passer d'une eau dans une autre, en prenant les précautions nécessaires, comme l'ont prouvé les essais de Mr. de Marwitz de Zernickow. D'ailleurs il est connu que même les poissons originaires des eaux salées s'accoutument à l'eau douce, comme le prouvent nos Sterledes, habitans de la mer Caspienne, qui sont devenus indigènes en Suede, dans le lac Melère, où les a fait mettre le Roi Frédéric I, à qui ils ont été envoyés de la Russie. J'ai dit indigènes, parceque Linné dans sa Fauna Suecica s'est expliqué en ces mots: habitat (Acipenser ruthenus) in lacu Maelero, quem S. M. Rex Fridericus I. ex Russia allatum in hoc lacu plantari curavit. Il n'y a que dix ou douze ans que ces mêmes Sterlèdes se sont multipliés dans le grand lac Onèga, où ils ne se trouvoient jamais. Ils y ont été apportés de Belo-Ozero dans un bateau, qui y étoit fracassé par une tempête, et les poissons se repandirent dans les eaux d'Onèga, où on en pêche maintenant une quantité considerable.

Ainsi il est possible que les Pseudo-harengs se soient multipliés dans le lac de Péréslavle, y étant transportés d'un autre endroit, et qu'originairement ils n'étoient que les grandes Marènes, qui ont dégeneré dans leur nouveau domicile; autrement il y en auroit dans d'autres lacs, si c'étoit une éspéce particulière. J'en conclus donc, que le Pseudo-hareng n'est autre chose, qu'une variété de la grande Marène.

Planche ci-jointe réprésente le Pseudo-hareng. Tab. XXI.

LABRACES,

NOVUM GENUS PISCIUM, OCEANI ORIENTALIS,

AUCTORE

P. S. PALLAS.

Conventui exhib. die 5. Julii 1809.

Labracum nomine distinguo genus piscium thoracicorum Oceano pacifico, ut videtur, peculiare, cujus tantum duae species indefesso *Stellero* innotuerant, qui alteram *Hexagrammi* nomine recensuit, alteram (ob habitum forte, et praetervisis suturis lateralibus) genere distinctam *Labracem* appellavit. Quum vero plures species ex Oceano Americam a Camtschatca dirimente acceperim, in quibus omnibus principalis et essentialis character enitet, eas conjunctim tradere, et ab affinibus Sparis et Labris, jam sic satis numerosis generibus segregatas, peculiari genere et nomine proponere volui.

Praecipuus ille character consistit in numero insolito *suturarum* ab utroque latere lineam lateralem stipantium. Equidem jampridem monui *), etiam inter Sparos et Labros

*) *In Spicileg. Zoolog. Fascic. VIII. pag. 45. nota:*

nullum solidum discrimen statui posse, quam a *lineae lateralis* constitutione, quippe quae in veris Sparis postice interrupta, in Labris inflexa observatur. Singularis etiam lineae lateralis habitus inter Sciaenae characteres est, ut alibi dicetur. Maximo igitur jure in Labracibus nostris *suturae* laterum, lineae laterali analogae, pro charactere valebunt, quarum similes et aeque numerosos in nullo alio piscium genere, nec in ullo alio mari hactenus observatas esse scio. Accedit etiam peculiaris *habitus*, ab affinibus generibus deflectens, imo in quibusdam speciebus ad Blennios inclinans. Conveniunt autem Labracum species mihi cognitae: *Corpore* crassiore, imbricato *squamis* minoribus oblongis, asperiusculis, saepe in longitudinales series digestis; *suturis* in utroque latere pluribus, totidemque musculorum divortiis; *ore* sublabiato, dentato, tantum maxillis; *operculis* branchiarum inermibus, cutaceo margine angulatis, cum toto fere capite squamosis; *membrana branchiostega* quinque vel sexradiata; *pinnis dorsalibus* duabus, subconnexis, cum *anali* inermibus, *pectoralibus* magnis, flabelliformibus, *ventralibus* valde approximatis, *cauda* tandem plerumque integra; ut itaque sat multis momentis a Labris et Sparis aliorum marium, qui vero in Oceano boreo-orientali plane videntur deesse, differant. Vivunt autem omnes species circa confragosa littora Camtschatcae et oppositae

Americae, circaque Curilorum et Aleuticas Insulas, et forte plures adhuc congeneres species in illa pelagi parte agnoscunt, quas nondum novimus, praesertim quum hi pisces, fundum maris et profunda amare videantur, omnes magnis et robustis pinnis tempestuoso Oceano aptatae. Species, quae ad me pervenerunt, sunt sequentes:

Tab. XXII. Fig. 1.

1. LABRAX *lagocephalus*.

L. capite retuso, suturis lateralibus utrinque sesquisenis, pinnis dorsalibus connexis.

Hunc ad Insulas Curilas captum solerter siccatum communicavit Josephus Billings, navarchus. Fere ulnaris et in hoc genere maximus, habitu ad Blennios inclinans. *Caput* breve, crassum, valde retusum, compressiusculum, vertice et operculis squamosum. *Os* labiis crassis, duplicatis, superioribus prolixioribus. *Maxillae* subemissiles, retusae, denticulis confertim crebris, conicis, obtusis interiore margine armatae, *inferior* robustioribus et ad latera majoribus. *Opercula* branchiarum cute vix angulata, inermia. *Membrana branchiostega* laxa, radiis 5. crassis.

Corpus valde oblongum, a capite sensim adtenuatum, compressum, *squamis* majusculis, mollibus, apice non ciliatis in pelle tenuissima.

Suturae laterales completae, praeter ipsam *lineam lateralem*, utrinque quatuor: duo utrinque ad dorsum, pinnae dorsali et lineae laterali parallelae, quarum pinnis proxima ad secundam pinnam dorsalem deficit, altera, uti linea lateralis usque in caudam excurrit: *Suturae ventrales* itidem utrinque duo, *infima* a pinnis ventralibus adusque caudam pinnam ani proxime legens, *altera*, isti parallela, a pinnis pectoralibus usque ad duas tertias pinnae ani perducta; his interjecta sesqui-pollicari tantum spatio pone pinnas pectorales conspicua.

Pinnae validissimae: *pectorales* operculis proximae, magnae, flabelliformes, semiovales, (radiis inferis sensim brevioribus) in margine radiis prominulis digitatae, ut in Blenniis, radiis compositae dichotomis 19. crassa membrana connexis; *ventrales* thoracinae, inter se approximatae, mediocres, e radiis 5. crassis; *dorsales* (quae 5. linearum distantia a nucha incipiunt) duae, sed membrana cohaerentes, *prior* radiorum 20. rigidiorum, simplicium, *posterior* radiis 24. bifidis. Pinna *ani* dorsali secundae opposita, continens radios 22. bifidos. *Caudae* pinna integra, robusta, rotundata, squamulosa; radiorum 17. dichotomorum, praeter adminicula. *Pinnae* omnes, ut reliquis congeneribus, radiis apice membranam excedentibus dentatae.

Longitudo piscis bipedalis; capitis $4''. 9'''$; latitudo pinnarum pectoralium $4''. 6'''$: dorsalis prioris $6''. 10'''$: posterioris $6''. 8'''$: intervallum ab eadem ad caudam $2''$: distantia pinnarum ventralium ab ore $5''. 3'''$: hinc ad pinnam ani $6. 7'''$: latitudo hujus $6''. 3'''$: Summa latitudo piscis ad caput $4''. 6'''$.

Tab. XXII. Fig. 2.

2. LABRAX *decagrammus*.

L. capite conico, suturis lateralibus utrinque quinis, ventrali altera interrupta, pinnis dorsalibus subdistinctis, fusco maculosis.

Ad Promontorium S. Eliae Americae captum inter alios pisces artis lege siccatos ab Oceano orientali misit supra laudatus *Jos. Billings.*

Habitus hujus speciei omnino Percae fluvialis, modo oblongior, bidodrantalis. *Caput* conicum, minus compressum, vertice et operculis minutim squamatum. *Maxillae* carnoso-labiatae, interiore margine dentibus parvis, acerosis, confertis scaberrimae, *superior* longior, conica. *Opercula branchiarum* cute in acumen producta, angulata; membrana branchiostega quinqueradiata.

Corpus microlepidotum, ventricosum, *squamis* asperiusculis, in ventre minimis, parallelogrammis, per series longitudinales dispositis, *colore* totum, praeter ventrem albidiorem, coerulescens, maculis lituratis dilutis et fuscis supra suturas ventrales confertim sparsum.

Linea lateralis vera dorso proprior et parallela; supra illam *suturae dorsales* a nucha utrinque duo parallelae, quarum pinnis dorsalibus proxima ante finem secundae pinnae deficit, altera lineae laterali compar et parallela ad caudam excurrit. *Suturae ventrales* itidem utrinque duae parallelae, quarum tantum *infima* ad caudam continuata, antice, versus pinnas ventrales cum compari convergens in unam, inter easdem pinnas simplici sutura pergit, *altera* pone pinnas ventrales abrupta, dein denuo continuata, e regione media pinnae ani terminatur.

Pinnae dorsales distinctae, membranula connexae, maculosae, subserratae: *prior* fere a nucha incipiens, radiorum 20. simplicium, *posterior* rad. 24. bifidorum, quarum tres priores confertiores, crassiusculi. P. *pectorales* magnae, flabelliformes, dentatae, nebuloso lutescentes, radiorum bifidorum 24. *ventrales* sexradiatae, nigricantes; pinna *ani* nigricans, radiorum 24. dorsali secundae opposita, profunde inciso serrata, radiis ultra membranam prominulis. *Cauda* subaequalis, radiorum dichotomorum 16. praeter adminicula, itidem nigrescens. Membranae pinnarum omnium inter radiorum basin squamulosae.

Longitudo piscis tota 1′. 1″. 11‴: capitis cum operculis 2″. 9‴: distantia pinnae dorsalis a summo rostro 3″: — prioris extensio secundum rostrum 4″: — secundae 4″. 1‴: ab eadem ad caudae pinnam 1″. 5‴. Latitudo summa corporis circiter 2″. 6‴. Distantia pinnarum ventralium a rostro 2″. 4‴: earundem longitudo 1″. 4‴: pectoralium 2″: distantia pinnae ani a ventralibus 3″. 3‴: ejus extensio 4″. 3‴. *Pelle* satis crassa tegitur.

Tab. XXII. Fig. 3.

3. LABRAX *superciliosus*.

L. pinnis dorsalibus subdistinctis, cirrhis supraciliaribus subpalmatis, suturis utrinque quinis.

Lebius, Chirus vel Labrax, *Stelleri in observat. ichthyolog. Mscr.*

Ad Insulam Unalaschka, Americae vicinam, satis copiose capitur, unde plurima specimina, optime servata misit *Jos. Billings*, fere omnia ejusdem proxime magnitudinis.

L. decagrammo paulo major, sesquitrium dodrantum, cute et pinnis crassioribus, quo ad Blennios accedit, uti reliquo etiam habitu. *Caput* obtuse conicum, vix compressum, vertice toto et operculis sqamosis. *Maxillae* carnoso - labratae, dentibus acutiusculis, antice majoribus, *superior* paulo longior, conico - obtusa.

Supra posticam oculi regionem *pinnula* subcartilaginea, sesquialteram lineam aequans, apice sexfida, qua etiam magis ad Blennios accedit.

Corpus a capite sensim adtenuatum, teretiusculo compressum, squamis parvis, tenuioribus, firmiter adnatis, subtilissime striato-ciliatis, fere seriatis, subasperum. In ventre squamulae oblongatae, in longitudinales series digestae. Gula cum maxilla, et initium abdominis fulvo-lutea, reliquum corpus olivaceo-fuscum, maculis per latera transversis, irregularibus, dilute virescentibus.

Linea lateralis vera dorso propior et parallela, a sinu operculorum ad mediam caudam rectiuscula, quibusdam in regione media prioris pinnae dorsalis interrupta. *Suturae* supra illam utrinque dorsales duae, pinnis proximae et parallelae, quarum *superior* ad pinnae dorsi secundae radium 16. desinit, *altera* ad caudam usque continuatur. *Suturae* item ventrales utrinque binae, quarum una ad radium 15$^{\text{mum}}$ pinnae ani abrupta, ante anum cum compari et in unicam coadunata, inter pinnas ventrales ad gulam pergit. Suturae omnes crassae, articulatae, poro ad singulas squamas conspicuo.

Pinnae dorsales subaequales, nebuloso-maculatae, distinctae, prior ab ipsa fere nucha incipiens, et postice alteri subcontigua: illa constat radiis 20. simplicibus, posterior (latior) radiis 23. subbifidis, crassioribus, praeter primos simplices, rufescentibus. Pinnae *pectorales* maximae, flabelliformes, serratae, radiis 19 rufis, fasciis versus basin 2 latis fuscis. Pinnae *ventrales* approximatae, fusco et virescente fasciatae, quinqueradiatae. *Pinna ani* secundae dorsali opposita, radiis 22. crassis, vix bifurcatis, membranam superantibus, unde profunde serrato dentatae, fuscae, fasciis obliquis, repandis, thalassino-viridibus variegatae. Pinna *caudae* aequalis, rubra, radiis 16 dichotomis, membrana basi, inter radios, subtiliter squamulosa, (pinnarum vero reliquarum membranae, in hac specie et L. lagocephalo, squamulis plane carent).

Longitudo fere omnium speciminum 1′. 4″. 7‴: capitis cum operculis 3″. 4‴: distantia pinnae dorsi a rostro 3″: extensio prioris 5″: alterius 4″. 4‴. Londit. caudae 1″. 11‴. pinnarum pectoralium 2″. 10‴: ventralium 2″. Distantia pinnae ani a ventralibus 2″. 8‴: et ejusdem extensio 4″. 10‴. inde ad pinnam caudae 1″. 10‴. *Pellis* huic speciei omnium crassissima.

Nota. Ex adnotatione *Stelleri*, ad recentia specimina facta, quaedam, praesertim quoad colorem addo: „*Color* „inquit, ratione aetatis variat; in perfectis dorsum colore „cerasorum acidorum fuscescit; latera cum coerulescentia „flavent; membrana branchiostega aureo-crocea, venter

„flavide viret; pinnae ventrales et analis aeruginose vi-
„rent. *Irides* oculorum brunneo-aureae. *Pori* muciflui
„circa oculos et nares simplices, tubulo cutaceo extantes."
Addit *Stellerus* „vesicam anemiam in his piscibus nullam
„adesse, unde eos in fundo maris semper versari conclu-
„dendum; *ovarium* esse bicorne, ovis minutissimis refer-
„tum; *intestinum* 12 pollicum, *appendices* pylorices 16.
„longiores, teretes, et duas breves. Pascitur hic piscis
„Cancellis et vermiculis."

4. LABRAX *monopterygius*. Tab. XXIII. Fig. 1.

L. pinna dorsali continua, cauda bifurca, suturis utrinque quaternis, ventrali antice bifida.

Ad Insulam Unalaschka Americae vicinam rarius in retia incidit.

Longitudo fere sesquipedalis, *forma* ad Percam accedit. *Caput* conicum, compressum, vertice toto et operculis squamulosis, hisque vix angulatis. *Maxillae* vix labiatae, margine et *area* palati confertim et acutis denticulis scabrae, inferior aperto ore paulo longior. *Membranae branchiostegae* prolixae, sub istmo gulae cute inter se connexae, singulae sexradiatae. *Oculi* magni.

Corpus lanceolatum, compressum, microlepidotum, squamulis asperrimis, apice ciliatis, confertis, in ventre longitudinaliter seriatis imbricatum, transversim nebulosum umbris fuscescentibus quinis, latis. *Satura* ad pinnam dorsalem utrinque unica, una cum linea laterali eidem parallela, a nucha usque ad caudam continua; *ventrales* utrinque duo, fere parallelae, *superior* ad pinnae ani finem desinens, *inferior* usque ad caudam continua, anterius, versus pinnas ventrales a parallelismo devia et in duos ramos divisa, quorum alter ad pinnam pectoralem terminatur, *alter* abbreviatus, superior, usque ad aperturam branchialem, supra pinnas ventrales flexuose continuatur.

Pinna dorsi fuscescens, haud longe a nucha incipit, aequali fere latitudine continua, necquidquam medio incisa, radiorum 46. quorum tamen 20. priores tenuiores, omnes simplices, setacei, debiles. *Pinnae pectorales* maximae, semicirculares, nigricantes, radiis constant 24. rufescentibus, tenuibus, simpliciter setaceis, inferius sensim brevioribus. Pinnae *ventrales* nigrae, majusculae, radiis 6. bifidis. Pinna *ani* ab ano paululum distans, nigricans, radiis 24. simpliciter setaceis. *Cauda* bifurca (in hoc genere soli), rufescens, radiorum 17. bifidorum, praeter adminicula.

Color videtur in dorso olivaceus, versus ventrem flavescens fuisse.

Longitudo speciminis 1′. 3″. 10‴. caput cum operculis 3″. pinna dorsi ab ore distat 3″. 5‴. extenditur per

6″. 6‴. ab eadem ad pinnam caudae 1″. 7‴. caudae laciniae 2″. 3‴. Pinnae pectorales a rostro distant 3″. 6‴: ab his pinnae ventrales fere 5″: inde ad pinnam ani 3″. 8‴: hujus extensio 4″. 3‴: ab eademque ad caudam 1″. 8‴. Summa latitudo piscis pone pinnas pectorales 3 pollicaris.

5. LABRAX *octogrammus*. Tab. XXIII. Fig. 2.

L. pinnis dorsalibus subcontinuis, suturis utrimque quaternis, corpore confertim punctato.

Circa Camtschatcam ad littus praesertim orientale, in Sinu Avatschae et portu SS. Petri et Pauli, nec minus circa Aleuticas Insulas capitur copiose; Rossis ibi, ob asperitatem squamarum, *Terpugh* i. e. Lima, Aleutis *Idgajuk* appellatur. Specimina plurima, variae magnitudinis et optime conservata accepi.

Maximum specimen aequavit 1′. 3″. 8‴. *Forma* spari vel percae lanceolata. *Caput* conicum compressiusculum, vertice toto et operculis, etiam suboculari lamella, subtilissime squamulosis, *rostro* obtuso, *maxilla* superiore vix longiore. *Maxillae* tenuiter labiatae, dentibus confertis asperatae, *inferior* paulo majoribus in apice. *Oculi* majusculi. *Opercula* cute angulata. *Membranae* branchiostegae divisae, quinqueradiatae. *Corpus* lanceolare, lateribus convexum, compressum, crassiusculum, subtus flavescens, supra suturas ventrales et ad dorsales usque, punctis crebris fuscis irrotatum, in dorso subolivaceum. *Squamae* mediocres, margine subtiliter ciliatae, asperrimae, ut et in sequenti specie.

Sutura utrinque *dorsalis* unica et *linea lateralis* a capite (ubi concurrunt) ad caudam parallelae pinnae dorsali et inter se; praeterea *linea* catenulata obsoletior secundum ipsam radiorum dorsalium radicem, vix conspicua, circa medium pinnae dorsalis secundae evanida. *Suturae ventrales* duo utrinque parallelae, *superior* a sinu branchiali incipiens, citra finem pinnae ani terminata, *altera* quae ad caudam continuatur, versus pinnas ventrales cum compare unita, ad gulam usque simplici sutura pergit.

Pinnae dorsales in medio distinctae, sed membrana connexae, rufescentes, *anterior* radiis 19. setaceis, quorum priores breviores, *altera* altior, radiis constat paulo crassioribus, at item setaceis, postice ad ipsum dorsum notata litura fusca, in junioribus nigriore, per medium dissecta. *Pinnae pectorales* hyalinae, magnae, rotundatae, dentatae, radiis 19 bifidis, quorum extimi utrobique breviores; *Ventrales* longiusculae, acutae, septemradiatae, extremo nigrae. Pinna *ani* radiorum 24. simplicium, dorsali angustior. *Cauda* perfecte aequalis, radiorum 15. bifidorum, praeter adminicula, membranis inter radios squamulosis *), quod et in dorsalibus.

Longitudo, in maximo, ut supra dictum est: capitis ad operculorum angulos 3″. 3‴: distantia pinnae dorsalis a summo rostro 3″. 5‴: ejus extensio 6″. 3‴: distantia posterius a pinna caudae 1″. 1½‴. distantia pinnarum pectoralium a rostro 3″. 2‴: harum latitudo et longitudo circiter 2″. 9‴. distantia ab his ventralium 4″. 3‴. harum longitudo 2″. 1½‴. inde ad pinnam ani 4″. hujus extensio 4″. 8‴. indeque ad caudam 1″. 7‴. latitudo summa corporis ad pinnas ventrales 3″. 8½‴.

6. LABRAX *hexagrammus*.

Tab. XXIII. Fig. 3.

L. Pinnis dorsalibus connexis, suturis lateralibus utrinque ternis, corpore nebuloso, guttis argenteis.

Hexagramus asper, *Steller. in obs. ichtyol. MS.* Hic omnium frequentissime autumno in Portu SS. Petri et Pauli, ad littus Camtschatcae orientale, capitur, unde mihi plurima, constantis magnitudinis, specimina missa sunt. Eodem, quo praecedens species, nomine ibi a Rossis appellatur. *Stellerus* videtur hanc cum praecedenti specie confudisse.

---

*) In Labracibus nostris fere omnibus pinnae vel omnes vel aliquae membranas basi inter radios pinnarum squamulosas habent, cauda in omnibus, lineaque lateralis in membranam, medios inter radios longe excurrit.

Magnitudo supra Percas Cernuas maximas, quibus et forma corporis assimilari potest.

Caput conicum compressiusculum, vertice et parte operculorum subtilissime squamulosis. *Os* tenuiter labiatum, maxilla superiore paulo longiore, obtusiuscula, utroque margine acutis denticulis asperata inferior in apice agmentatis. *Areola* palati itidem asperata. *Nares* duplices, membrana prominula discretae. *Opercula* integumentis in acumen angulata; *Membranae branchiostegae* sexradiatae, pelle laxa sub isthmo gulae cohaerentes et solutae.

Corpus oblongo-lanceolatum, a pinnis ventralibus adtenuatum, *squamis* minutis sed asperis et ciliatis imbricatum, hinc inde fuscis maculis repandis et transversis, simul guttis crebris argenteo albis sparsum, subtus flavescente-album.

Sutura dorsalis unica, cum *linea laterali* simul ad nucham orta, eidemque et pinnae dorsi parallela, cum pinnae dorsalis fine desinit. *Sutura* supra illam incompleta, a nucha secundum pinnae dorsalis radicem, ad septimum, tredecimum vel quindecimum radium deficit. *Sutura ventralis* itidem utrinque unica, pone pinnas ventrales antrorsum in unicam coadunatae, usque ad gulam continuantur.

Pinnae dorsales distinctae, *prior* 22. *posterior*, paulo latior 21. radiorum, qui omnes setacei. *P. pectorales* magnae, expansione rotundatae, rufescentes, ambitu dentatae radiis 17. simplicissimis, quorum extimi utrinque decrescunt; *Pinnae ventrales* rubrae, robustae, acuminatae, sex radiorum; *Pinna ani* basi rubens, radiorum 22. qui omnes simplices, setacei. *Caudae* pinna aequalis, fulvescens, radiis, praeter adminicula 14. bifidis, fusco pallidoque alterne annulatis.

Longitudo maximi meorum speciminum octopollicaris: capitis ad angulum operculi 1″. 8‴. Distantia pinnae dorsi a summo rostro 1″. 10‴: extensio ejusdem 4″. 7‴: ab ejus fine ad pin. caudae 9‴. Distantia pinnarum pectoralium a rostro 1″. 9‴, earum longitudo et latitudo 1″. 4‴: inde ad basin ventralium 2″. 2‴: unde ad pinnam ani 1″. 8½‴: hujus extensio 2″. 6‴: distantia ad pinnam caudae 11‴: longitudo caudae 1″: summa latitudo piscis ad pinnas ventrales 1″. 11⅓‴. — In uno specimine pinna dorsi prior ad primos duos radios litura nigra notata. *Guttae* argenteae magis minusve distinctae in variis.

Nota. E. *Stelleri* descriptione horum piscium recentium quaedam adjecisse non erit superfluum: „*Colorum* „varietate pulcherrimi sunt et mire varii; dorsum fuscescit, ad pinnam dorsi intensius, versus lineam lateralem sensim remissius; infra lineam lateralem latera e fusco et „rubente varia, ac innumeris *areolis argenteis* variae formae

„et magnitudinis, lente non majoribus guttata. Venter a „mandibula ad caudam argento candidior splendet. *Irides* „argenteae, interiore circulo rubro. *Opercula* branchiarum „instar crustae testudinis variegata. *Pinna dorsalis* hyali-„na, maculis fuscis et nigris, velut per fascias dispositis; „*pinnae ani* radii pulcre varii, infima parte albi, dein spadi-„cei, abhinc lutei, extremo sanguinei (contra quam in meis „speciminibus visum), membrana connectente hyalina. *Pinna-„rum pectoralium* radii flavo et fusco-rubente annulati, *ventra-„les* instar vitelli lutescunt, tribus fasciis transversis au-„rantiis.“ Addit: „*Peritonaeum* esse argenteum, nigro „punctatum; *Hepar* album, trilobum; cum felle perexiguo; „*Ventriculum* majusculum, sub diaphragmate in saccum, „ovi columbini capacem dilatatum, Nereïdes et ova pis-„cium continentem, *pyloro* dextro, *appendicibus* 10 vel 12 „circumdato. *Intestinum* semel reflexum, longitudine piscis „exacte dupla; *ovaria* porro brevia, supra in duo cornua „divisa; *vesicam* urinariam parvam. Loco *vesicae aneniae* „adest septum dorsale transversum, cui lactes vel ovarium „adhaerent. *Lien* oblongus, longitudine pollicari, semipol-„licem latus. *Cor* minimum, triplo vel quadruplo minus, „quam, proportione servata, in fluviatilibus.“

OBSERVATIONS MINÉRALOGIQUES FAITES DANS LE GOUVERNEMENT DE TWER.

PAR

B. SEVERGUINE.

Présenté à la Conférence le 4 Oct. 1809.

Si la théorie du globe a fait tant de progrés rapides depuis qu'on s'y applique, c'est par la réunion et le rapprochement des faits que nous présente la nature. Plus leur nombre augmente, et plus ils developpent l'état physique de la terre. Souvent même des observations faites dans une contrée, nous font, pour ainsi dire, deviner la marche de la nature dans la formation ou dans les changemens qu'à eprouvée une autre. C'est dans cette vûe que je me propose de donner ici quelques détails sur un district, de peu d'étendue, mais qui, peut-être, quant à la qualité du sol, est en liaison naturelle avec tout le terrain qui s'étend depuis la Neva jusqu'au Niemen et depuis le Niemen jusque vers les Ourales. —

Le gouvernement de Twer, dont la partie minéralogique est l'objet de ce mémoire, nous présente un terrain sablonneux d'un coté, marécageux de l'autre, tantòt élevé en collines ou monticules, tantôt rabaissé ou applati.

Les élévations les plus grandes montent jusqu'à 197 toises au dessus du niveau de la mer, et sa partie la plus connue c'est celle de la grande route entre Pétersbourg et Moscou. Aussi nous nous dispensons d'en traiter pour nous occuper de celles qui s'étendent vers la ville d'Ostaschkoff ou vers les frontières du gouvernement de Pskow et de Smolensk d'un coté, et vers celle de Kaschine ou vers les frontières du gouvernement de Jaroslaw et de Moscou de l'autre.

C'est par la ville Waldai que j'ai pris la route vers Ostaschkow. Les montagnes nommées Waldaiques, continuent jusques vers le lac Seliguer qui commence presqu'à 69 werstes de Waldai. Cette contrée est si abondante en lacs de grandeur considérable que j'en ai conté jusqu'à treize dans une distance de 60 werstes, dont les plus connus sont 1) Gradskoje, 2) Bresgowo, 3) Rutinskoje, 4) Wantejewskoje, 5) Wilewskoje, etc.

Les élévations sont onduleuses et semblent être un peu plus grandes à 50 werstes de Waldai. Le sol est partout sablonneux ou glaiseux parsemé de pierres de roches roulées granitiques.

Le lac Séliguer commence à être visible à 69 werstes de Waldai près d'une paroisse, nommée Polonowo et se prolonge jusqu'à la ville d'Ostaschkoff située sur ce lac. Les bords du lac sont applatis d'un coté et présente des monticules du coté opposé. Les granits roulés, dans les environs, sont pour la pluspart gris, rarement rouges. On y trouve encore les pierres roulées suivantes:

1) Quartz gris.
2) Silex blanc.
3) Argile endurcie, rouge, jaspitique.
4) Pierre de corne grise.
5) Schiste siènitique.
6) Feldspath rouge.
7) Rapakivi.

A quelques verstes de Polonowo les montagnes s'abaissent, mais elles restent toujours de la même qualité et parsemées des mêmes pierres roulées. Vers Ostaschkoff le terrein est marécageux.

Cependant si le cercle d'Ostaschkoff est rempli, comme on a vu, d'élévations sablonneuses et argilleuses vers les frontières de celui de Waldai, le même plus loin, vers les frontières du gouvernement de Pskoff, s'abaisse et présente même enfin une vaste profondeur couverte de forets d'une hauteur extraordinaire.

Pour faire connoitre cette partie du cercle, je vais decrire la route que j'ai prise depuis Ostaschkoff jusqu'à un certain village nommé Andreapole, qui est situé sur les frontières du gouvernement de Pskoff et sur le fleuve Düna.

J'ai pris la route par les villages 1) Lopatina 24 werstes, 2) Iswedowa 18 w. 3) Laouga 16 w. 4) Lougui 24 w. et la paroisse Doubny 15 w. en tout 97 werstes.

1) D'Ostaschkoff à Lopatina les montagnes continuent, la qualité du sol est encore la même et puis limoneuse. On y trouve des granits roulés gris, des Rapakivis, des granits à plaques rondes de Feldspath.

2) De Lopatina à Iswedowa le sol est le même, les élévations applaties, puis vient une pente vers une profondeur d'une grande étendue, contenant des marais et des forets de Pin, de Sapins etc. On trouve par ci par là des granits roulés rouges semblables à celui de Hekfors en Finnlande. Cette profondeur se prolonge vers le lac nommé Owseloutzkoje et jusque vers le fleuve Wolga, qui n'étant pas trop loin de ses sources, ne présente qu'une petite rivière n'ayant qu'un et demi arschines de profondeur.

3) D'Iswedowa à Laouga le terrein est le même accompagné des mêmes circonstances. À 7 werstes de Laouga

on a encore le lac nommé Soblo, et même Laouga est situé sur les bords d'un lac.

4) De Laouga à Lougui. Près de Laouga nous traversames le fleuve Düna qui est encore dans son commencement et ne présente qu'un petit ruisseau. Les forets continuent, mais on commence à entrevoir quelques petites collines applaties. Le terrein est sablonneux. Plus proche vers Lougui on passe par une élévation étroite et continûe entre deux lacs, et puis encore une semblable avec des ravins assez profonds de l'un et de l'autre coté. De telles élévations se rencontrent assez souvent dans ces contrées, et se prolongent quelques fois à plusieurs werstes. Les habitans du pays les nomment *Grivy*, ce qui veut dire *crinière*. Apparemment que ce sont des promontoires des lacs mis à sec. Près de Lougui le terrein présent un plaine elevée, et on commence à y decouvrir des bancs de pierre à chaux, qui se trouve depuis en plus grande quantité et sur tout dans le territoire de la paroisse de Doubna.

Arrivé à Andréapole je continuois mes recherches minéralogiques.

Ce village se trouve sur les frontières des gouvernemens de Pskoff et de Smolensk, à 50 werstes de la ville de Toropetz. Il est situé sur la Düna. Le terrein présente une plaine elevée glaiseuse et par dessus sablonneuses. Les substances minerales y sont:

1) De la pierre calcaire stratiforme grisâtre, en partie ferrugineuse, avec quelques étincelles de spath calcaire et des pétrifications de coquilles.
2) Terre à briques.
3) Terre à potier brune, mais qui blanchit au feu.
4) Pyrite de fer, en rognons ou en masses informes et qui se décomposent.
5) Mine de fer limoneuse.
6) Rubrica ou crayon rouge; ce dernier particulierement près d'un petit ruisseau nommé Roschenka.
7) Une quantité immense de cailloux de différentes couleurs, et entre autres de très beaux contenant des pétrifications de Péctinites, de Fongites, des Madrepores et des pierres Trochléairs siliceuses et très bien caracterisées.
8) Silex de couleur noire.
9) Pierre jaspitique brune rougeâtre.
10) Quartz blanc.
11) Granits roulés.

Toutes les substances nommées depuis Nr. 5 se trouvent epars ça et là sur la surface de la terre. Quant aux premières, leur gissement, presque tout près de la Düna, a été observé comme il suit.

Après avois oté le gazon, on remarque une mince couche de glaise pour la pluspart ferrugineuse et sablonneuse. Puis vient la pierre calcaire mentionnée, dont les bancs, dans la carrière que j'ai visité, ont jusqu'à 5 arschines d'épaisseur. Au dessous de la pierre calcaire se trouvent les couches de la terre à potier brune de l'épaisseur de 2 arschines, et remplie de pyrites de soufre. Plus bas vient une autre couche d'argille brune bitumineuse dont l'épaisseur est inconnue.

Ce seroient donc des sedimens qui par la suite du tems, ont été recouverts par les cailloux et les granits roulés nommés ci dessus, mais nous y reviendrons à la fin de ce mémoire.

La pierre calcaire est exploitée en tout tems; quant à la terre à potier, on ne la fouille que pendant l'hiver en pratiquant des galleries, exprès, sous les bancs de la pierre calcaire. On remarque alors, dans ces galleries, une chaleur assez forte, qui provient, sans doute, de la décomposition des pyrites qui s'y trouvent. La quantité de ces derniers est nombreuse, et ils pourroient aisément fournir du sulfate de fer, mais ils ne sont pas employés, au contraire, quand on en a ramassé une quantité assez considerable, on fait des fosses et on les enfoui dedans.

Comme c'est proprement pour l'examen des sources d'eau minerale, decouverts en ces lieux, que je fis ce voyage, je m'en occupois plusieurs jours, et j'en ai donné mes rapports selon l'ordre qui m'a été prescrit, dont les resultats sont que ces eaux salubres sont limpides, qu'elles ont une odeur de gaz hydrogène sulfuré, que leur saveur est astringente, qu'en général elles sont martiales, et qu'elles contiennent en dissolution du carbonate de fer, avec des carbonates calcaires, magnesiènnes, et très peu de sulfates aux mèmes bases.

Ces sources se trouvent à quelques centaines de sajènes de la Düna, dans la plaine elevée mentionnée, et dans un sol argilleux ferrugineux.

D'Andréapole à Ostaschkoff nous primes la même route, mais d'ici nous partimes par une autre, vers Wyschnei - Wololschok.

Tout le terrein est ou sablonneux ou marécageux, élevé au commencement et rabaisté vers Wyschnei - Wolotschok. Une quantité de cailloux de différentes couleurs, et contenant des pétrifications mentionnées ci dessus, ou rongés, et des granits roulés gris en recouvre la surface. Mais près de la rivière Zna, on trouve aussi des pierres roulées blanchâtres calcaires.

De Wyschnei - Wolotschok nous tournames vers le Sud-Ost, vers la ville Begetzk, éloignée à 141 werstes.

De Wyschnej - Wolotschok jusqu'à Begetzk il n'y a presque rien à remarquer, si ce n'est que le sol est marécageux auparavant, puis sablonneux et enfin glaiseux vers Begetzk, dont la surface est récouverte de cailloux de différentes couleurs et de pierres granitiques roulées.

Près du petit village Soblewa, situé sur le lac Soudomlia à quelques werstes de Wyschnej - Wolotschok en rencontre entre autres:

1) Madreporites siliceuses.
2) Pierre de corne grise avec des taches de Feldspath rouge.
3) Pierre de roche syénitique.
4) Quartz ferrugineux.
5) Silex de couleur violet avec des cristallisations du Quartz.
6) Une quantité de cailloux agatisés de differentes couleurs, entre autres rubannés et de grandeur considerable.

De Soblewa ce sont des collines applaties sablonneuses et glaiseuses parsemées des mêmes pierres roulées et de cailloux, et entre autres d'assez grands morceaux de Schiste argilleux. Viennent après quelques marais. Enfin de vastes plaines argilleuses ou glaiseuses mênent vers Begetzk située sur la rivière Mologa, et de là presque sans aucun changement vers la ville de Kaschine.

Mais ce qui est remarquable, c'est qu'après ces vastes plaines qui continuent plus de 20 werstes, on entre tout d'un coup comme dans un gouffre, vers Kaschine.

Kaschine, située sur la rivière Kaschinka, en est entourée presque en forme d'une Isle. Les bords de la rivière sont elevés d'un coté et applaties du coté opposé. Leur hauteur est de 3 à 4 sajènes. On voit par ci par la ces bords s'affaisser, et c'est apparemment par les différens cours qu'avoit pris jadis cette rivière, que sont produits ces collines et ces profondeurs qu'on voit à l'entrée dans la ville.

Un petit ruisseau nommé Masletka, decoule de Kaschinka, et dans la pente de ses bords se trouve des sources d'eau minerale que j'ai éxaminé et qui est analogue à celle d'Andreapole, mais plus faible. Le fond en est glaiseux et tant soit peu ferrugineux.

En partant de Kaschine vers un village nommé Wyssokoje 40 w. de la ville, on a toujours les mêmes plaines, et près du village; dans la pente d'une élévation, se trouvent encore des sources d'eau minerale ferrugineuse, toujours de la même qualité, mais un peu plus éfficace que celle de la ville de Kaschine.

Quant à la contrée, elle est remarquable encore par le lac nommé Sawtzinskoje qui est prèt à se dessecher, et dans la profondeur du quel coule un ruisseau nommé jachroma. J'ai deja observé ailleurs que c'est par ce dessechement des lacs que sont provenus la plupart des marais de nos profondeurs, et nous en avons ici une preuve nouvelle, car la partie du lac desséchée ne présente actuellement qu'un vaste marais: et peut-être que le ruisseau jaschroma n'en est que les restes. La formation de la tourbe est due aux mèmes causes principales.

Comme enfin c'est ici que sont fini mes observations minéralogiques dans le gouvernement de Twer, je conclus ce mémoire par le resumé général: que le terrein en est d'une formation tertiaire ou même encore plus récentre, ainsi que celui des contrées voisines; qu'il est le produit du sediment des eaux qui y séjournoient jadis: mais qu'après ces sedimens achevés, il semble avoir eprouvé d'autres revolutions, des alluvions, peut-être, qui y ont apporté les pierres roulées qu'on y trouve.

En considerant d'un coté que les pétrifications qu'on y rencontre, renferment des restes de corps marins, et que de l'autre, quant aux granits roulés, plusieurs en sont analogues à ceux de Finnlande, n'a-t-on pas lieu à presumer, que les revolutions physiques qui ont changé la face de la terre dans ces contrées, provenoient des cotés opposés, pour ainsi dire, l'une du Nord et l'autre du Sud.

III.
SECTION
DES
SCIENCES POLITIQUES.

DES THÉORIES SUR LES VALEURS ÉTABLIES JUSQU'ICI.

PAR

HENRY STORCH.

Présenté le 5. Août 1807.

Une des causes principales de la diversité d'opinions en matières d'économie politique, c'est le peu de soins qu'on a donné à éclaircir les notions de valeur. Les auteurs des divers systêmes sur cette science, au lieu de diriger leurs recherches vers cet objet fondamental, se sont appliqué de préférence à découvrir l'origine des choses qui ont communément une valeur échangeable, et cette méthode les a conduits insensiblement à confondre les causes qui font exister ces choses, avec celles qui produisent leur valeur. Ainsi, dans le systême des Économistes, la *terre* étant regardée comme le principe productif des richesses, les auteurs de ce systême en ont conclu qu'elle étoit aussi la source des valeurs. Smith, en substituant le *travail* de l'homme aux facultés productives de la nature, ne s'est point écarté de la route de ces prédécesseurs, car même dans sa doctrine, toute perfectionnée qu'elle est d'ailleurs, le travail joue encore le double rôle de principe productif des richesses et de source commune des valeurs.

On sent facilement que cette méthode ne pouvoit guères conduire à une analyse raisonnée des différentes espèces de valeur: aussi les notions qu'on a établies jusqu'ici sur ce sujet abstrait, sont-elles confuses autant qu'insuffisantes. La doctrine des Mercantiles ne mérite pas de nous arrêter. Les auteurs qui ont écrit dans le sens de ce système, semblent n'avoir jamais abordé ces questions fondamentales: qu'est-ce que la valeur, et quelle est la source des valeurs? Dans les ouvrages des Économistes et même dans celui de Smith, il ne s'agit proprement que des degrés de la valeur échangeable, c'est-à-dire des prix. Quand ces auteurs distinguent la valeur d'utilité, c'est pour déclarer que cette notion est sans influence sur la théorie de la formation et de la distribution des richesses. Ils devoient raisonner ainsi: car ayant défini cette espèce de valeur par *l'utilité réelle* des choses, et l'observation leur ayant montré que les prix ne se règlent presque jamais sur l'utilité réelle, la valeur d'utilité devoit leur paroître une notion absolument étrangère à l'économie politique. Quant à la valeur échangeable, ils la regardent comme une propriété inhérente aux choses, qui donne à ceux qui les possèdent la faculté d'en acheter d'autres choses. En développant cette notion, ils la confondent avec le prix, puisqu'ils la déterminent par la *quantité* de choses que le possesseur d'une autre chose peut recevoir en échange. Ce rapport, comme on voit, n'indique pas simplement la valeur échangeable: il détermine déjà le *degré* de cette valeur, ou la valeur échangeable *comparée*, c'est-à-dire le *prix*. Enfin, le principe productif des richesses est censé être non seulement la *source*, mais encore la *mesure* universelle des valeurs. Ainsi, dans le systême des Économistes, la valeur échangeable d'un objet quelconque n'est autre chose que la quantité de *matieres brutes* ou de subsistances que son possesseur peut se procurer avec pour sa consommation; dans le systême de Smith, la valeur échangeable d'un objet est égale à la quantité de *travail* que cet objet met en état d'acheter ou de commander. D'après ces notions, une chose peut avoir une grande valeur échangeable sans avoir la moindre valeur d'utilité, comme par exemple les diamans: elle peut aussi avoir une grande valeur d'utilité, sans avoir une valeur échangeable, comme par exemple l'eau. *)

*) Voyez *Garnier*, abrégé élémentaire des principes de l'écon. polit. p. 55, 56 et 58. *Smith*, rich. des nat. Liv. I, fin du chap. 4; commence-

Il ne faut qu'un raisonnement très-simple pour découvrir combien ces notions sont insuffisantes. D'abord on élevera naturellement la question: qu'est-ce qui détermine *l'utilité réelle* d'une chose? Quoiqu'aucun des écrivains que nous venons de citer, n'y réponde directement, on voit cependant par les exemples dont ils se servent, qu'ils n'accordent une utilité réelle qu'aux choses qui ont la propriété de satisfaire aux besoins *naturels*. Mais ce n'est pas cette propriété qui constitue la valeur; c'est le jugement que nous portons sur cette propriété. La nature ne produit aucune chose absolument inutile, quoiqu'elle produise une infinité de choses qui le sont relativement à notre opinion. Les produits du travail, qui ont une valeur chez tel peuple qui en reconnoît l'utilité, n'en ont point chez tel autre peuple qui ne sait pas juger de cette utilité ou qui en juge autrement. Donc la valeur n'est pas une propriété inhérente aux choses: elle est le résultat de notre jugement.

On demande ensuite, pourquoi la valeur d'utilité se borne-t-elle à l'utilité *réelle* des choses, c'est-à-dire, à l'aptitude qu'elles ont de satisfaire aux besoins *naturels?*

---

ment du chap. 5. *Say*, traité d'écon. pol. T. II, p. 57. *Dutens*, analyse des princ. de l'écon. pol. p. 34. *Canard*, princ. d'écon. pol. p. 26. Écon pol. du comte de *Verri*, p. 11. *Lüder*, über National-Industrie und Staatswirthschaft, T. I. p. 63. *Jakob's* Grundsätze der Nat. Oek. p. 65. Nat. Oek. vom Grafen v. *Soden*, T. I. p. 38.

Ce terme de besoins naturels, tout usité qu'il est, ne présente cependant qu'un sens vague et indéterminé. Ce qui est un besoin naturel dans tel climat, ne l'est pas dans tel autre; encore la plupart des besoins factices ne sont-ils autre chose que ce que la sensualité, le caprice ou la vanité ajoutent de recherche et de raffinement aux besoins naturels. Le principe qui sert à distinguer ces deux classes de besoins, est trouvé: mais son application aux choses individuelles souffre les plus grandes difficultés. De plus, l'habitude de jouir des choses qui ont ce qu'on appelle une utilité imaginaire, en fait souvent des besoins aussi réels que le sont les besoins naturels. Enfin, les choses qui satisfont aux besoins factices, ont cependant une valeur; et de quelle source peuvent-elles la tenir si ce n'est de leur utilité? En admettant que la valeur échangeable est indépendante de la valeur d'utilité, ne suppose-t-on pas une valeur réelle fondée sur une valeur imaginaire?

Les idées confuses qu'on se faisoit de la nature des valeurs, devoient nécessairement obscurcir la question sur l'origine de ces valeurs. Nous avons déjà expliqué comment les Économistes se sont vu entraînés à confondre les sources des richesses avec les sources des valeurs. Cette erreur une fois établie, le caractère distinctif de leur systême devoit être déterminé en dernière analyse par le sens arbitraire qu'ils donnoient au mot de richesses. Or quel étoit ce sens?

Dans l'usage de toutes les langues, la signification propre du mot richesse se borne à l'accumulation des seuls biens matériels. Quand on dit d'un homme qu'il est riche, dans toutes les langues cela signifie qu'il l'est en bien-fonds, en meubles, en marchandises, en argent; personne ne s'avise de penser que c'est en vertus, en connoissances, en talens, ou en d'autres biens immatériels, à moins qu'on n'attache un sens impropre et figuré au mot de richesse, ce qui demande toujours d'être expliqué.

C'est de cette notion vulgaire et juste que les Économistes partirent: mais au lieu de s'appliquer à découvrir la cause qui produit une valeur dans les choses matérielles, ils s'attachèrent d'abord à découvrir les causes qui les font exister. Deux principes productifs se présentèrent à leur observation, la terre et le travail: mais comme le travail suppose toujours des subsistances et des matières avant de pouvoir s'exécuter, ils crurent devoir borner la notion de ce principe secondaire au seul travail qui coopère avec la nature à produire ces subsistances et ces matières. Ils ne reconnurent donc d'autres richesses que les produits bruts de la terre, et d'autres sources pour les richesses que la terre et le travail agricole.

Pour trouver ensuite la source des valeurs, ils raisonnèrent ainsi. Comme toutes les richesses ont une valeur, la terre et le travail agricole étant la source des richesses, ils s'ensuit qu'ils sont aussi la source des valeurs. Si les produits de l'art ont souvent une valeur, ils ne la doivent qu'aux matières premières que ces produits contiennent, ainsi qu'aux subsistances que l'ouvrier a consommées pendant son travail. Le laboureur qui, en consommant une mesure de blé, en produit cinq, produit une valeur réelle dans les quatre mesures qui restent au-delà de sa consommation. L'artisan, le manufacturier, au contraire, ne produit rien : la valeur que son travail ajoute à celle des matières qu'il transforme, c'est la valeur des subsistances qu'il a consommées pendant son travail.

Ce raisonnement est ingénieux, mais pour cela il n'en est pas moins erroné. La matière n'a pas une valeur parce qu'elle est matiere, mais parcequ'elle est utile ou qu'elle peut le devenir. Si elle ne peut devenir utile qu'à l'aide d'un travail qui la transforme, ce travail est tout aussi nécessaire pour en faire une richesse, que le travail qui produit la matière et que cette matière elle-même. Le blé n'est pas une richesse parce qu'il est matériel ou que les laboureurs l'ont produit, mais parce qu'on en peut faire du pain et que le pain peut servir à nourrir les hommes; il ne seroit jamais produit, s'il n'y avoit ni meûnier, ni marchand de blé, ni boulanger, et si les hommes n'y avoient reconnu un moyen de subsistance. Sans le travail qui approprie la matière aux besoins, et sans ces besoins qui lui donnent de la valeur, elle ne seroit qu'une chose inutile et sans valeur, c'est-à-dire l'opposé des richesses. Ce raisonnement suffit pour démontrer l'erreur fondamentale des Économistes, que d'autres écrivains ont déjà dévoilée avec plus d'étendue.

Smith fut un des premiers à découvrir cette erreur. Il reconnut que les choses matérielles ont souvent une valeur indépendamment de la valeur des matières premières et des subsistances consommées pendant leur production. Il prouva que la terre n'est point la source des valeurs; il sentit la nécessité de remonter à un principe moral pour découvrir cette source: enfin il crut l'avoir trouvé dans le travail fixé dans la matière, qu'il appella le travail productif. Ainsi dans le sens de sa théorie, on peut définir les richesses: les choses matérielles auxquelles le travail a donné de la valeur.

Au premier coup-d'oeil on voit combien cette théorie doit l'emporter sur celle des Économistes. Ces philosophes avoient fait de l'économie politique une science purement naturelle: Smith l'éleva au rang des sciences morales. Si la terre est l'unique source des richesses, leur multiplication dépend toujours en dernière analyse de l'étendue et de la fertilité du sol, et au-delà du terme que préscrivent ces avantages naturels, l'industrie humaine est impuissante et stérile. L'activité de l'homme, au contraire, étant reconnue comme agent universel de la création des richesses, il s'ensuit que leur multiplication ne peut avoir d'autres bornes que celles presqu'indéfinies des facultés humaines et de leur développement. Cependant, dans le fond, le principe de Smith et celui des Économistes sont basés sur la même erreur: tous les deux confondent l'origine des choses qui peuvent avoir une valeur, avec l'origine de la valeur que ces choses peuvent avoir. La terre n'est pas la seule source des richeses; le travail ne l'est pas non plus: c'est le concours de ces causes qui donne l'origine à toutes les choses matérielles qui ont une valeur. Mais ni l'une ni l'autre de ces causes ne peut être la source des valeurs, car s'il en étoit ainsi, toutes les choses produites par la nature et le travail auroient infailliblement une valeur. Donc on voit la nécessité de chercher un autre principe.

Reconnoître une valeur dans les choses par la seule raison qu'elles sont des produits de la *terre*, c'est refuser de la valeur à toutes les choses qui n'ont point cette origine; c'est reconnoître une valeur absolue et inhérente à la matière. Or les choses immatérielles ont souvent de la valeur; or nous voyons une infinité de productions naturelles qui n'ont nulle-part une valeur; nous en voyons d'autres qui ont de la valeur dans telle contrée, et qui n'en ont point dans telle autre; celles même dont la valeur est la plus universellement reconnue, diffèrent dans les degrés de valeur, non seulement dans les différens lieux, mais encore dans le même endroit dans différens tems.

Reconnoître une valeur dans les choses par la seule raison qu'il a fallu du *travail* pour les produire, c'est refuser de la valeur à toutes les choses qui existent sans la coopération du travail; c'est reconnoître une valeur absolue et inhérente à toutes les choses produites par le travail: or il existe des choses auxquelles le travail n'a aucune part, et qui ont cependant de la valeur; or nous voyons une infinité de choses produites par le travail, qui n'ont nulle-part une valeur, ou dont la valeur ne se règle nullement sur le travail qu'il a fallu pour les produire.

Cette thèse a l'air d'être paradoxale; cependant l'expérience la confirme journellement. La beauté d'un pays, un climat agréable, une belle forêt, des eaux thermales, en un mot, toutes les productions spontanées de la nature, n'ont elles pas une valeur indépendante du travail? Un propriétaire trouve une mine de fer sur son territoire. Dès ce moment, elle sera une véritable richesse pour lui, et si le moment après il voudra la vendre, il ne manquera pas d'acheteurs. Les physiciens découvrent dans une plante fort commune et sans valeur l'étoffe d'une belle couleur qui peut servir dans les manufactures: aussitôt les propriétaires dont les champs produisent cette plante, la regarderont comme une véritable richesse, avant même que les botanistes viennent la cueillir. Le tabac étoit autrefois une plante sans valeur; elle est une richesse depuis que le goût d'en prendre et de le fumer s'est répandu.

On objectera peut-être que le plus souvent la matière comme telle n'obtient de la valeur que par la possibilité d'être transformée par le travail en choses consommables; s'il en est ainsi, dira-t-on, la valeur dont elle jouit, est due au travail, et non à la matière. C'est là le raisonnement qui nous a induit en erreur depuis si longtems. Les richesses, je le repète, ne doivent leur valeur ni à la matière ni au travail, mais uniquement à l'utilité qu'elles ont ou qu'elles paroissent avoir pour nous. Si nous trouvons que la matière peut nous être utile sans le secours du travail, la valeur qu'elle obtient est aussi réelle que lorsqu'il faut le concours du travail pour la rendre utile. Ne voyons nous pas tous les jours à St. Pétersbourg des places se vendre et passer d'un propriétaire à l'autre, sans qu'aucun d'eux songe à y bâtir des maisons? Qu'est-ce qui donne de la valeur à ces bien-fonds? Ce n'est certainement pas le travail; c'est l'opinion que ces places peuvent être utiles pour y élever des maisons, et que ces entreprises sont un moyen de placer avantageusement des capitaux. À mesure que l'idée s'accroît qu'on se fait de l'utilité de ces places, leur valeur augmente; l'idée contraire la feroit diminuer; elle pourroit même être annullée tout-à-fait, si les Souverains de la Russie transféroient jamais leur résidence ailleurs, sans que pendant tout le tems de la durée de cette valeur virtuelle aucun propriétaire eut pensé d'employer la travail pour réaliser l'idée sur laquelle reposoit cette valeur.

S'il existe des choses auxquelles le travail n'a aucune part et qui ont cependant de la valeur, nous en voyons d'autres produites par le travail qui n'ont nulle-part une valeur, ou dont la valeur ne se règle nullement sur le travail qu'il a fallu pour les produire. Tel auteur a travaillé des années entières pour composer un ouvrage qu'aucun libraire ne lui achète, ou qu'il est obligé de céder pour la valeur des subsistances qu'il a consommées pendant les premières semaines de son travail. Les ouvriers mécaniques ne se trouvent-ils pas souvent exposés au même hasard? Et lorsque ces ouvriers sont sûrs que les produits de leur travail obtiendront une valeur échangeable, cette valeur se règle-t-elle sur le travail qu'il a fallu pour les produire, ou n'est-elle pas plutôt déterminée par la proportion qui existe entre la quantité et la demande de ces produits?

Les produits du travail peuvent avoir de la valeur dans une contrée, et ne pas en avoir dans une autre. Les meubles de commodité et de luxe les plus recherchés en Europe, ne se vendroient guères en Perse; les peaux des loutres marines qui font la base du commerce des Russes avec les Chinois, ne trouveroient apparemment point de marché en Europe: cependant ces meubles et ces fourrures sont de véritables richesses en Europe et sur les frontières de la Chine.

La valeur que les produits du travail obtiennent aujourdhui, peut cesser demain, et ils cesseront d'être richesses. La poterie d'étain qui étoit autrefois la seule vaisselle de table dont les gens d'une fortune moyenne se servoient en Europe, a cessé d'être une richesse depuis que l'usage de la faïence d'Angleterre s'est introduit. Les manufactures de Lyon, de Manchester etc. ont souvent leurs magasins remplis d'étoffes qui ne se vendent plus; une marchande de modes qui verroit par hasard son commerce interrompu pendant quelques mois, de riche qu'elle étoit, se trouveroit peut-être réduite à faire banqueroute.

Enfin les produits du travail qui avoient cessé d'être des richesses, peuvent le redevenir aussi-tôt que la demande se renouvelle. Les soieries et les brocards de Lyon, que l'austérité des formes républicaines avoit condamnés en France, sont de nouveau des marchandises très-recherchées, depuis que la monarchie y est rétablie. Les ouvrages de l'art des anciens que l'ignorance des peuples barbares du moyen âge avoit privé de leur valeur, sont redevenus des richesses depuis que l'Europe moderne a su les apprécier.

Ici je m'attends encore à une objection. Le travail, me dira-t-on, suit toujours l'impulsion que lui donne la demande: au moment où il s'apperçoit que tel genre de ses produits dépasse la consommation actuelle, il s'arrête, et l'intérêt privé, se voyant trompé dans ses spéculations, ne manque pas de tourner d'un autre côté son activité et ses efforts.

Si cette observation étoit entièrement fondée, elle serviroit d'appui à ma thèse. En prouvant que le travail se règle sur la demande, on convient que c'est la demande et non le travail qui fait naître la valeur.

Mais le travail se règle-t-il *toujours* sur la demande? *Le peut-il* toujours? C'est ce que j'ose revoquer en doute. La demande ne précède pas nécessairement le travail; ceci n'arrive pas même toujours pour les objets de première nécessité; pour ce qui est des choses destinées à satisfaire les besoins factices, c'est communément le travail qui prévient la demande. En Angleterre, chaque jour produit de nouvelles inventions pour la commodité et l'agrément des consommateurs, que ceux-ci n'ont jamais demandées et dont souvent ils ne peuvent pas même se faire une idée avant d'en avoir vu les produits. Lorsque la demande attribue un caractère d'utilité à ces produits, ils deviennent des richesses; lorsqu'elle leur refuse cette sanction, ils rentrent dans la classe des choses sans valeur. Lorsqu'après leur avoir accordé pendant quelque tems sa sanction, la demande la leur retire, le travail à la vérité s'arrête: mais si le changement n'est pas subit, le travail peut continuer longtems sans s'en appercevoir. D'ailleurs, quelque soit la masse de ses produits qui se trouve exister au moment où la demande cesse, ces produits perdent toujours leur valeur: au contraire, si le travail cesse et que la demande continue, leur valeur subsiste et augmente.

Les raisons qu'on vient d'alléguer, paroissent prouver suffisamment que ce n'est ni la matière ni le travail qui constitue la valeur. Il me reste à parler d'une nouvelle théorie, exposée par le lord *Lauderdale*, dans ses *recherches sur la nature et l'origine de la richesse publique.* Cet auteur commence par établir le principe trop longtems méconnu, que rien ne possède une valeur réelle, intrinsèque et invariable. Il tâche ensuite de prouver que deux circonstances sont également nécessaires pour imprimer à un objet un caractère de valeur, savoir 1°. que l'objet, comme utile ou agréable à l'homme, excite son desir, et 2°. qu'il soit plus ou moins rare.

Il me semble que la seconde circonstance n'est point un principe primitif et indépendant, mais qu'elle est fondée sur la prémière. Un surabondant pourquoi perd-il sa valeur? Parce qu'il devient inutile. Donc la rareté ne coopère point à constituer la valeur des choses, laquelle est fondée uniquement sur leur utilité, ou plutôt sur l'opinion que nous en avons: le degré de rareté, c'est-à-dire la proportion qui se trouve entre la quantité et la demande, ne fait que déterminer le degré de la valeur échangeable. En d'autres termes: l'opinion que nous avons de l'utilité des choses, fait naître la *valeur;* celle que nous avons de la proportion qui se trouve entre la quantité et la demande, détermine le *prix*. Il est évident que le lord confond ces deux notions. Au reste, s'il est le premier auteur qui se soit élevé contre le travail comme principe des valeurs, il a cependant négligé d'en indiquer une autre source.

Cette source des valeurs, j'espère le prouver, c'est *l'opinion.* Cependant, comme je n'ai pas le dessein d'établir ce principe, mais de le déduire comme une conséquence nécessaire de notions bien déterminées, j'examinerai auparavant la nature de la valeur et les modifications qu'elle subit par l'échange. Cette analyse fera l'objet des deux mémoires suivans; le quatrième est destiné à présenter le résultat de ces recherches. J'ai commencé par combattre les systèmes établis, et cela pour de bonnes raisons: si j'ai réussi à démontrer leur insuffisance, le lecteur en sera d'autant moins prévenu contre le principe que je vais exposer.

DE LA NATURE DE LA VALEUR ET DE SES DIFFÉRENTES ESPÈCES.

PAR

HENRY STORCH.

Présenté le 8. Juin 1808.

Pour approfondir la nature de la valeur, il faut remonter aux *besoins*, qui en sont la source primitive.

L'homme a des *besoins naturels*, auxquels il est forcé de satisfaire pour conserver son existence; il a des *besoins factices*, que l'habitude lui fait contracter.

Les seuls besoins que l'homme éprouve en tout tems et dans toutes les conditions possibles de l'espèce humaine, ce sont les besoins naturels. Les besoins factices ne peuvent s'éveiller que lorsque les besoins naturels sont satisfaits. Mais lorsque les hommes se trouvent dans la situation de pourvoir à ces deux genres de besoins à la fois, les besoins factices l'emportent d'ordinaire sur les besoins naturels, tant pour leur puissance extensive, c'est-à-dire pour leur multiplicité, que pour leur puissance intensive, c'est-à-dire pour la vivacité avec laquelle ils se font sentir.

Les choses ne peuvent servir à satisfaire nos besoins qu'autant qu'elles y sont propres. Cette aptitude des choses à satisfaire nos besoins, se nomme leur *utilité.*

L'utilité des choses ne nous serviroit à rien, si nous ne pouvions pas la reconnoître. Or c'est l'affaire du *jugement* de reconnoitre l'utilité des choses.

Le jugement que nous portons sur l'utilité des choses, constitue leur *valeur.* Les choses qui ont une valeur, se nomment *biens.*

Il ne suffit pas qu'une chose existe ou qu'elle puisse être utile, pour qu'elle ait une valeur: il faut encore que cette utilité soit reconnue. Toute chose qui a une valeur, existe par la nature ou par le travail, et tient son utilité d'une de ces causes; mais il ne s'ensuit pas que toute chose produite par la nature ou par le travail, ait une valeur.

Pour qu'une valeur soit produite, il faut 1°. que l'homme sente ou conçoive un besoin, 2°. qu'il existe une chose qui ait la propriété de satisfaire ce besoin, et 3°. que l'homme reconnoisse la possibilité de satisfaire ce besoin par le moyen de cette chose. Donc la valeur, c'est l'utilité des choses reconnue par ceux qui les employent à satisfaire leurs besoins.

Les choses que nous employons à cet effet, peuvent nous servir *directement*, quand nous les employons à notre propre usage ; ou *indirectement*, quand nous les employons à les échanger contre d'autres biens. Ainsi l'utilité est ou directe ou indirecte.

Celui qui reconnoît une utilité directe dans une chose, lui attribue une *valeur directe* ou une valeur d'utilité; l'utilité indirecte produit une *valeur indirecte* aux yeux de celui qui reconnoît cette utilité dans une chose.

La *valeur directe* (ou d'utilité) se trouve dans les choses que nous employons à notre propre usage. Cet emploi se modifie de quatre manières.

1°. Il y a des choses dont on *jouit*, c'est-à-dire qu'on emploie à son usage sans les détruire et même sans les détériorer. On jouit d'un sentiment moral, d'une belle vue, d'un beau climat, de la chaleur du soleil, des phénomènes de la nature, des ouvrages de sculpture, de peinture etc.

2°. Il y a des choses dont on *use*, c'est-à-dire qu'on ne détruit pas immédiatement par l'usage, mais qu'on détériore toujours plus ou moins par là. Tels sont les diamans, les maisons, la vaisselle, les livres, les habits etc. Plusieurs de ces choses peuvent servir pendant des siècles; d'autres s'usent en peu de tems.

3°. Il y a des choses qu'on *consomme*, c'est-à-dire qu'on ne peut employer à l'usage à moins de les détruire immédiatement. Tels sont les vivres, le tabac, les matériaux d'un feu d'artifice, le bois de chauffage, le travail d'un musicien, d'un domestique etc.

4°. Enfin il y a des choses qu'on employe à *produire* d'autres biens. La terre, les matières brutes, les machines, les instrumens de métier etc. ont cette destination. J'ai connu une femme qui avoit appris le latin pour pouvoir l'enseigner à son fils: la connoissance de cette langue ne lui servoit qu'à produire un autre bien. — Quelquefois les choses peuvent servir à la fois à l'usage et à la production, comme une terre qu'on habite et qu'on exploite; ou à la jouissance et à la production, comme les livres, les tableaux etc. *)

---

*) La langue française a des mots pour désigner le *consommateur* et le *producteur*; mais elle n'en a point pour désigner celui qui *jouit* et celui qui *fait usage*: on est donc forcé à se servir également pour ceux-ci du terme de consommateur. La langue allemande est plus précise: elle distingue le consommateur (*Verbraucher*) de celui qui jouit (*Geniesser*) et de celui qui fait usage (*Benutzer*). De plus, le mot d'*usage* a dans la langue française un sens strict et un sens étendu: dans le premier, il signifie l'emploi des choses dont on use; dans le second, il comprend tous les quatre genres d'emploi. La langue allemande se sert dans le premier sens du terme *Benutzung*, et dans le second, du mot *Gebrauch*. Pour éviter le double-sens du mot *jouissance*, je ne m'en servirai point pour exprimer les *besoins factices*, quoique ces deux termes soyent souvent synonymes.

La valeur directe d'une chose ne dépend que du jugement individuel de la personne qui veut employer la chose. Pour que cette valeur existe, il est indifférent qu'elle soit reconnue par d'autres personnes ou qu'elle ne le soit pas.

La valeur directe suppose la possession ou la jouissance de la chose à laquelle on attribue cette valeur. Une chose qu'il m'est impossible d'acquérir, ou dont je ne puis jamais jouir, n'a aucune valeur directe pour moi. Un tableau n'en a point pour un aveugle; la musique n'en a point pour un sourd. Celui qui ne sait pas lire, n'attribuera jamais une valeur directe aux meilleurs ouvrages; un homme qui ne peut pas voyager, n'en reconnoît point dans les objets intéressans que renferment les pays étrangers.

La valeur directe est susceptible d'augmentation et de diminution. C'est le degré du besoin, combiné avec le degré d'utilité que nous reconnoissons dans les choses, qui déterminent ces variations de la valeur. Le besoin peut exister indépendamment de la chose et par conséquent de son utilité; de même, l'utilité d'une chose peut exister indépendamment du besoin: mais la valeur suppose l'un et l'autre. Les choses mêmes dont j'ai reconnu l'utilité, cessent d'avoir de la valeur pour moi, aussi-tôt que le besoin cesse que j'ai de ces choses, ou dès que je n'y reconnois plus une utilité relative à mes besoins.

Cependant une chose qui n'a plus de valeur pour celui qui la possède, peut très-bien en avoir pour d'autres personnes: celles-ci peuvent desirer de l'acquérir, elles peuvent offrir au possesseur de l'échanger contre d'autres choses auxquelles il reconnoît une utilité. Dans ce cas, le possesseur transportera sur sa propriété la valeur des choses qu'il peut se procurer avec par l'échange, et c'est cette espèce de valeur que nous nommons la *valeur indirecte.*

Supposons qu'une provision de denrées périssables se trouve entre les mains d'un homme isolé. Ce qu'il en pourra consommer avant qu'elles se gâtent, aura pour lui une valeur directe: le reste sera à ses yeux une non-valeur, puisqu'il n'y reconnoît plus d'utilité. Transportons ensuite l'homme et la provision dans un lieu où il puisse échanger le surabondant contre des choses dans lesquelles il reconnoît une utilité: sur le champ ce surabondant acquerra à ses yeux une valeur indirecte.

La valeur que chacun des deux troquans reconnoît dans la chose possédée par l'autre, constitue la *valeur échangeable* de ces choses.

Remarquons d'abord la différence essentielle qui se trouve entre la valeur directe et la valeur échangeable. L'une se constitue par l'opinion individuelle d'une seule personne; l'autre par l'opinion réciproque de deux troquans. L'une est une valeur absolue, l'autre une valeur relative. L'exemple suivant mettra cette différence dans son plus grand jour.

Supposons deux personnes, *A* et *B*, et deux choses par elles possédées, *a* et *b*. *A* reconnoît une utilité directe dans sa propriété *a*; *B* reconnoît la même utilité dans *b*. La chose *a* reçoit une *valeur directe* aux yeux de *A*; la chose *b* de même aux yeux de *B*.

Autre supposition. *A* reconnoît une utilité directe dans *b*; *B* reconnoît la même utilité dans *a*. Il s'ensuit que la chose *a* reçoit une *valeur indirecte* aux yeux de *A*, et *b* de même aux yeux de *B*; de plus, les choses *a* et *b* reçoivent une *valeur échangeable* aux yeux de l'un et de l'autre.

Deux observations de la dernière importance se présentent. 1°. On voit qu'une chose ne peut jamais recevoir une valeur échangeable, sans qu'une autre chose n'en reçoive en même tems. Supposons que *A* reconnoisse une utilité directe dans la chose *b*, mais que *B* n'en reconnoisse point dans *a*: ni *a* ni *b* ne peuvent avoir une valeur échangeable.

2°. On voit encore que la valeur échangeable suppose dans chacune des deux choses une utilité directe, reconnue, non par celui qui possède la chose, mais par celui qui veut l'acquérir. Il existe à la vérité des cas, où celui qui veut acquérir la chose, n'y reconnoît qu'une utilité indirecte: mais alors il ne veut l'acquérir que pour l'échanger, c'est-à-dire il sait ou il suppose qu'une autre personne attribue une utilité directe à cette chose, et il ne desire d'en faire l'acquisition que pour la céder à cette personne. Celle-ci peut faire la même supposition, et ainsi de suite; mais quelque grand que soit le nombre des troquans intermédiaires, tous supposent un dernier troquant, c'est-à-dire un consommateur de la chose, qui lui reconnoisse une utilité directe.

Ainsi, qu'est-ce que la valeur échangeable? On pourroit dire que c'est la valeur directe d'une chose, reconnue par celui qui veut l'acquérir: mais comme cette acquisition ne peut se faire qu'en cédant une autre chose qui ait de la valeur aux yeux de celui qui possède la première, il s'ensuit que la valeur échangeable doit être définie par la valeur directe que les deux troquans reconnoissent réciproquement dans les objets de leur échange, soit qu'ils reconnoissent cette valeur pour eux-mêmes, soit qu'ils la supposent reconnue par d'autres personnes. Donc, aucun des deux troquans ne peut attribuer une valeur indirecte à la chose qu'il possède, avant que l'autre n'ait manifesté qu'il y reconnoît une valeur directe.

La valeur directe se réalise par l'emploi de la chose; la valeur échangeable se réalise par l'échange.

L'échange est un acte par lequel de deux personnes chacune cède une chose que l'autre acquièrt. Ce qui fait naître les échanges, c'est d'une part le desir de se défaire d'une chose, qui se manifeste par *l'offre*, et de l'autre, le desir d'acquérir cette chose, qui se manifeste par la *demande*. Ainsi chacun des deux troquans doit être considéré comme offrant et comme demandeur: cependant, comme il faut nécessairement qu'une de ces deux actions précède l'autre, on est convenu d'appeller offrant ou demandeur celui qui le premier manifeste le desir de se défaire de la chose qu'il possède, ou d'acquérir celle de l'autre troquant; celui-ci reçoit alors, dans le premier cas, le nom de demandeur, et dans le second, celui d'offrant.

Il est nécessaire de distinguer la *demande effective* de la demande absolue. La première est accompagnée des moyens de la réaliser; la seconde ne l'est pas toujours. Pour faire une demande effective, il ne suffit pas de posséder une chose qui ait de la valeur aux yeux de l'offrant : il faut encore que cette valeur soit suffisante. Je veux acheter une montre ; je consens à payer le prix que l'horloger me demande, mais je lui offre le payement dans une monnaie qu'il refuse, et je n'en ai pas d'autre : ma demande n'est pas effective. Ou j'ai la monnaie qu'il exige, mais le prix va au-delà de ce que je puis destiner à cette emplette : ma demande n'est non plus effective.

C'est la demande effective qui fait naître la valeur échangeable. La valeur que l'offrant attribue à la chose dont il veut se défaire, ne peut jamais procurer à cette chose une valeur échangeable : car s'il lui reconnoît une utilité directe, il ne s'agit pas d'échange ; et s'il lui reconnoît une utilité indirecte, cette estime est toujours fondée ou sur la demande effective qu'on en fait, ou sur la supposition que cette demande se fera. Or une pareille supposition ne suffit pas pour donner à une chose une valeur échangeable.

Choisissons un exemple. Un ouvrage manuscrit peut avoir une utilité directe pour son auteur ; il peut s'en servir dans les leçons qu'il donne : mais cette circonstance n'attribue point au manuscrit une valeur échangeable, pas même aux yeux de l'auteur. L'ouvrage ne reçoit cette valeur que lorsque d'autres personnes manifestent le desir de l'acquérir; des amateurs, pour s'en servir eux-mêmes, parce qu'ils y reconnoissent une utilité directe; ou des libraires, pour le revendre, parce qu'ils y trouvent une utilité indirecte. Si l'auteur, avant d'avoir communiqué le manuscrit à personne, lui attribue une utilité indirecte, c'est dans la persuasion qu'il se trouvera des amateurs ou des libraires qui le lui acheteront: mais cette persuasion ne suffit pas pour en faire une chose vendable.

Ainsi l'offrant qui cède des valeurs pour produire ou pour acquérir la chose dont il veut faire l'offre, cet offrant, dira-t-on, sacrifie des valeurs réelles pour produire ou pour acquérir des choses dont il suppose seulement la valeur indirecte? Nul doute que cela ne soit ainsi: mais avant de sacrifier ces valeurs, l'offrant calcule le degré de vraisemblance qu'il y a à supposer la demande. Cette vraisemblance est moindre quand la demande d'une chose n'a jamais existé, que lorsqu'il y a eu demande de telle chose; elle est moindre quand la demande est variable et précaire, que lorsqu'elle est régulière et constante; enfin, elle se change en certitude quand la demande individuelle précède la production ou l'acquisition de la chose individuelle. L'artiste qui invente un nouvel instrument de musique, ne sait pas s'il y aura demande de cette marchandise : il risque de produire une non - valeur. Le négociant qui envoie dans un pays étranger une marchandise dont il n'y a pas eu demande jusqu'alors dans ce pays, se trouve dans le même cas. Les boulangers, les tailleurs, les cordonniers sont plus sûrs du débit de leurs marchandises que les modistes, les brodeurs et les jouailliers. Enfin, un habit commandé est toujours plus sûr de la demande qu'un habit exposé dans la boutique du tailleur, quoique la vraisemblance de vendre ce dernier, approche de la certitude.

Nous avons dit que la demande supposée ne suffit pas pour constituer la valeur échangeable ; mais il faut remarquer que nous n'avons parlé que de l'offrant. La demande quand elle est supposée par le demandeur, produit toujours une valeur, puisque c'est le demandeur luimême qui la réalise. Tel est le cas de tous les demandeurs intermédiaires qui ne reconnoissent qu'une utilité indirecte dans les objets qu'ils desirent d'acquérir. Le libraire qui veut acheter le manuscrit de l'auteur, n'est nullement sûr du débit qu'il en fera ; il suppose que l'ouvrage imprimé sera demandé : cependant cette supposition suffit pour donner au manuscrit une valeur échangeable, puisque dans l'échange qu'il fait avec l'auteur, il réalise la valeur fondée sur la demande par lui supposée,

La valeur échangeable suppose les échanges; les échanges supposent la *propriété*. Donc la valeur échangeable ne peut avoir lieu que dans les choses qui sont susceptibles d'être la propriété de quelqu'un. L'air, la lumière, n'ont jamais cette valeur, parce que personne ne peut se mettre en possession de ces choses. Il suffit même qu'une chose susceptible d'être possédée, ne soit pas la propriété de quelqu'un, pour lui ôter la faculté d'avoir une valeur échangeable. L'eau, la terre, tant qu'elles sont communes à tous, n'ont point cette valeur; mais elles l'acquièrent aussi-tôt que quelqu'un s'en réserve une partie. Dans les grandes villes, l'eau est une marchandise comme toutes les autres.

Les échanges supposent encore dans les choses la *faculté de pouvoir être transmises*. Il y a des choses qu'on peut posséder sans pouvoir les transmettre: telles sont les qualités intellectuelles et morales. Ces biens intransmissibles ne sont point propres aux échanges, et ne peuvent jamais avoir de valeur échangeable.

On voit que la valeur directe n'emporte pas nécessairement la valeur échangeable. Car lorsqu'une chose ayant une valeur directe, n'a pas la faculté de pouvoir être possédée et transmise, elle n'est point susceptible d'avoir une valeur échangeable. Ainsi la valeur directe peut bien exister sans la valeur échangeable, mais celle-ci ne peut jamais exister sans la valeur directe. Si le demandeur ne reconnoît qu'une valeur indirecte dans la chose qu'il desire d'acquérir, sa demande n'est qu'une demande intermédiaire, c'est-à-dire elle est alors fondée sur une autre; celle-ci l'est peut-être sur une troisième, quatrième etc. : mais le dernier demandeur, qui est le consommateur de la chose demandée, y reconnoît toujours une valeur directe, sans quoi il ne l'auroit point demandée. L'argent, comme nous verrons dans la suite, est la seule chose qui fait exception à cette règle.

Il s'ensuit que la *durée* de la valeur échangeable d'une chose ne se prolonge jamais au-delà de la durée de sa valeur directe. Aussi-tôt que les demandeurs cessent d'y reconnoître cette valeur, la chose cesse d'avoir une valeur échangeable.

DES VARIATIONS DE LA VALEUR ÉCHANGEABLE.

PAR

HENRY STORCH.

Présenté le 8. Juin 1808.

Nous avons dit que la valeur échangeable se réalise par l'échange, comme la valeur directe se réalise par l'emploi de la chose. Or l'échange ne peut avoir lieu, sans que le *degré* de la valeur échangeable ne soit déterminé dans chacune des choses destinées à être échangées. Comment ce degré de valeur se détermine-t-il? Pour résoudre cette question, il faut soumettre à l'analyse les différentes combinaisons qui ont lieu dans les échanges.

L'échange est ou simple ou composé. Nous appellons *échange simple*, celui dans lequel on ne considère qu'un seul offrant et qu'un seul demandeur; *l'échange composé* suppose plusieurs offrans et plusieurs demandeurs. Examinons d'abord l'effet que produit l'échange simple sur la valeur des choses qu'on destine à l'échange: mais pour bien saisir la nature de cet effet, ne perdons jamais de vue la circonstance que dans l'échange chacun des deux troquans est le demandeur de la chose que l'autre desire d'acquérir.

Chacun des deux troquans attribue à la chose qu'il veut *céder*, ou une valeur directe accompagnée d'une valeur indirecte, ou simplement cette dernière espèce de valeur.

Pour qu'une chose reçoive une valeur échangeable aux yeux de son possesseur, il ne faut pas précisément qu'elle lui soit inutile: il suffit, comme nous avons reconnu, qu'elle soit demandée, c'est-à-dire qu'il se trouve quelqu'un qui offre une valeur en échange pour l'acquérir. Ainsi je puis très-bien reconnoître une valeur indirecte dans une chose que je veux garder, ou une valeur directe dans une chose dont je veux me défaire: mais lorsque je me décide à la céder, cette valeur sera toujours moindre à mes yeux que la valeur reconnue par moi dans la chose dont je desire de faire l'acquisition, puisque ce seroit un acte de folie, de donner plus pour recevoir moins *). Un homme qui troque du blé contre du vin,

*) Je m'explique. On donne souvent, sans recevoir quelque chose en retour de la part de celui à qui on a donné, et cependant on a troqué valeur contre valeur. Celui qui donne par un motif de bienfaisance, de vanité etc., compte pour une valeur réelle le sentiment que sa dépense lui procure, car ce sentiment est un bien à ses yeux. Un fou, au contraire, donne sans un motif quelconque, ou celui qui donne de cette manière, agit en fou; car la folie n'est autre chose que le défaut de liaison dans les idées, et l'idée de donner sans savoir pourquoi, est une idée hors de toute liaison.

reconnoît une valeur directe dans le blé qu'il peut consommer; mais cette valeur est moindre à ses yeux que la valeur directe ou indirecte qu'il attribue au vin, puisqu'il consent à se défaire du blé pour acquérir le vin. Au contraire, s'il refuse de consommer l'échange, c'est une preuve qu'il trouve la valeur du blé plus grande que celle du vin.

Lorsqu'une chose n'a aucune utilité directe aux yeux de son possesseur, celui-ci ne peut lui attribuer une valeur que dans le cas où il y a demande de cette chose. Máis soit qu'il y reconnoisse une utilité ou non, la valeur que lui, le possesseur ou l'offrant, attribue à la chose, ne peut jamais servir de mesure pour sa valeur échangeable, puisque dans l'échange il ne s'agit plus de l'emploi que l'offrant peut faire de la chose, mais de celui auquel le demandeur la destine. L'offrant est donc forcé à chercher cette mesure dans l'idée que le demandeur se fait de la valeur directe ou indirecte de cette chose; et le seul moyen qu'il a pour deviner cette idée, c'est de fixer la valeur échangeable de sa propriété assés haut pour qu'il puisse être sûr de ne pas rester au dessous de cette idée. C'est le *maximum de l'offrant*, et il l'énonce.

Cependant, il a toujours le desir de se défaire d'une chose inutile ou moins utile, pour acquérir une chose utile ou plus utile: il est donc disposé à se relâcher de son maximum. Mais jusqu'à quel point cédéra-t-il? Il calculera les valeurs qu'il a sacrifiées pour produire ou pour acquérir la chose qu'il offre; et supposant que le demandeur seroit dans le cas de sacrifier les mêmes valeurs s'il vouloit produire la chose, il en constitue son *minimum*, qu'il se garde bien de trahir.

Passons maintenant du côté du demandeur. La valeur que chacun des deux troquans reconnoît dans la chose qu'il desire *d'acquérir*, peut de même être une valeur directe ou une valeur indirecte. Dans l'un et l'autre cas, le troquant reconnoît dans la chose qu'il desire d'acquérir une valeur plus grande que celle de la chose dont il veut se défaire. S'il y reconnoît une valeur directe, il la destine ou à sa jouissance, ou à son usage, ou à sa consommation, ou enfin à produire par elle un autre bien; s'il lui attribue une valeur indirecte, il n'en fera l'acquisition que pour l'échanger contre d'autres choses. Telle est la valeur qu'un marchand attribue aux objets de son commerce. Dans la plupart des choses, les deux espèces de valeur peuvent se trouver ensemble: celui qui a fait l'emplette d'une montre pour s'en servir, peut la revendre; le marchand qui commerce en draps, peut en garder une partie pour son propre besoin. Cependant il y a des choses qui n'ont jamais qu'une valeur indirecte, et telle est surtout l'argent-monnaie, à moins qu'on ne le cherche pour le refondre. Le papier-monnaie et les billets de confiance portent encore plus exclusivement ce caractère.

Cette valeur directe ou indirecte que le demandeur reconnoît dans la chose offerte, combinée avec les moyens qu'il a de réaliser sa demande, constituent le *maximum du demandeur*. Un homme riche fixera son maximum plus haut qu'un homme pauvre: le premier a une autre échelle que le second pour mesurer l'utilité des choses. Mais quel que soit ce maximum, le demandeur, loin de le trahir, fait au contraire tous ses efforts pour découvrir le minimum de l'offrant, et pour y parvenir, il l'évalue assés bas pour qu'il puisse être sûr de ne pas l'avoir fixé au dessus de ce qu'il est. C'est ainsi que se construit le *minimum* du demandeur, qu'il énonce.

On voit que le maximum de l'offrant et le minimum du demandeur sont les deux points de départ des troquans. Si chacun persévéroit à y rester, jamais l'échange ne se consommeroit. Mais le desir qu'a l'offrant de se défaire de sa propriété, et le desir qu'a le demandeur de l'acquérir, rapprochent insensiblement les troquans. Chacun cède un peu, pour faire céder l'autre; en d'autres termes, ils *marchandent*, et c'est par ce moyen qu'ils parviennent à fixer le degré de valeur échangeable qu'ils attribuent réciproquement aux objets de l'échange.

Jusqu'ici nous avons considéré la valeur échangeable comme le résultat de l'échange simple : tâchons maintenant d'observer les effets que produisent sur cette valeur une demande et une offre multipliées. Si dans l'échange simple nous avons vu lutter ensemble le demandeur et l'offrant, dans *l'échange composé* nous verrons naître à côté de cette lutte une autre entre les offrans, et une troisième entre les demandeurs. Commençons par observer ces derniers.

Nous avons reconnu que ce qui produit la valeur échangeable d'une chose, c'est la demande effective qu'on en fait. Or si la demande d'un seul individu suffit pour donner cette valeur à une chose, qu'arrivera-t-il lorsqu'elle sera recherchée par dix, par cent, par mille personnes ?

D'abord, sa valeur échangeable sera mieux assurée, elle sera plus universellement reconnue. Un demandeur venant à manquer, il y en aura sur le champ un autre qui le remplacera. Donc, une grande demande sert à consolider la valeur échangeable et à la rendre plus universelle.

Arrêtons-nous d'abord à ce premier effet. Supposons que la demande d'une chose soit devenue aussi grande que possible, c'est-à-dire que la valeur échangeable de cette chose soit reconnue par la totalité des personnes qui se trouvent dans le cas de troquer ensemble : cette chose alors pourra représenter toutes les autres valeurs, et faciliter les échanges. Celui qui sera muni de cette chose, ne sera jamais embarrassé pour trouver une chose qui ait de la valeur aux yeux de l'autre troquant ; sa demande, sous ce rapport, sera toujours une demande effective.

Dans les commencemens de la civilisation, les opinions d'un grand nombre de personnes ne se réuniront, pour accorder une pareille valeur universelle, qu'en faveur de la chose qui aura la plus grande valeur directe parmi elles ; aussi voyons-nous les peuples pasteurs attribuer cette valeur universelle aux bestiaux qui font leur principale ou leur unique nourriture. Mais lorsque les échanges deviennent plus fréquens, lorsqu'il se trouve des gens qui font leur seule occupation de rechercher les offrans pour acquérir les choses qui leur sont inutiles, et d'en fournir les demandeurs ; alors, le besoin d'avoir un instrument pour opérer ces échanges, fera naturellement attribuer cette valeur universelle à la chose qui présente la plus grande commodité pour cet effet, et l'on conviendra nécessairement à préférer les métaux précieux à toute autre marchandise. Dès-lors, les trocs cessent: car, comme l'échange qu'on fait de marchandise contre marchandise, se nomme *troc*, celui qui se fait d'une marchandise contre l'instrument général des échanges, s'appelle *achat* et *vente*. Le vendeur, c'est celui qui cède la marchandise; celui qui l'acquièrt et qui la *paye*, c'est l'acheteur.

Un autre effet que produit la multiplicité de la demande, c'est qu'elle contribue à fixer l'idée que les demandeurs se font de la valeur directe de la chose demandée. Les hommes, en général, se règlent plus sur la conduite des autres que sur leur propre raisonnement. Peu de personnes, relativement au nombre total, sont capables d'apprécier l'utilité des choses, même par rapport à leurs propres besoins: le jugement qu'elles portent sur cette utilité, n'est pour la plupart que celui du plus grand nombre, particulièrement lorsqu'il s'agit de contenter des besoins factices. L'exemple de quelques femmes du bon-ton suffit pour mettre une parure à la mode, ou pour procurer de nouveau du débit à des étoffes surannées. Et la même chose n'arrive-t-elle pas dans les sciences? Tel livre ou telle étude, décriés ou négligés depuis longtems, ne reprennent-ils pas tout-à coup de la vogue par la seule autorité de l'exemple? Ainsi, plus la demande d'une chose s'étend, plus les demandeurs s'accordent sur le degré de valeur directe qu'ils lui attribuent. Cet accord sur la valeur directe de la chose produit naturellement un pareil accord sur la valeur échangeable parmi tous les demandeurs qui ont les mêmes moyens de rendre leur demande effective. Ainsi le maximum du demandeur est moins arbitraire dans l'échange composé que dans l'échange simple. Dans ce dernier, ce maximum se règle et sur l'idée individuelle que le demandeur se fait de l'utilité directe de la chose, et sur les facultés individuelles qu'il a de réaliser sa demande: dans l'échange composé, ce maximum se règle sur le terme moyen des idées et des facultés de la totalité des demandeurs. Ce terme moyen, chaque demandeur le prend pour base en fixant son maximum: cependant chacun est porté à fixer son maximum plutôt au dessous qu'au dessus.

L'offre multipliée produit le même effet sur les offrans. Si, dans l'échange simple, l'offrant calcule son minimum sur les valeurs qu'il a cédées pour produire ou pour acquérir la chose offerte, dans l'échange composé il est forcé de comparer son minimum avec celui des autres offrans, afin de le hausser ou de le baisser en conséquence. Ainsi le minimum de l'offrant est moins arbitraire dans l'échange composé que dans l'échange simple. Il ne se règle plus sur les valeurs que l'offrant individuel a cédées pour produire ou pour acquérir la chose, mais sur le terme moyen des valeurs que la totalité des offrans cède communément pour le même effet. Ce terme moyen est la base sur laquelle chaque offrant est obligé de calculer son minimum: cependant chacun sera porté à le fixer plutôt au dessus qu'au dessous de cette base.

Le maximum du demandeur et le minimum de l'offrant étant moins arbitraires et mieux réglés, il s'ensuit que le maximum de l'offrant et le minimum du demandeur doivent l'être aussi. Ainsi, dans l'échange composé, ces deux points de départ des troquans ne se trouvent plus aussi distans l'un de l'autre que dans l'échange simple; les troquans marchandent beaucoup moins; en un mot, la valeur des choses destinées à l'échange est plus fixe et plus constante.

La valeur échangeable, une fois fixée par tous ceux qui sont dans la situation de troquer ensemble, elle n'éprouveroit jamais aucune altération, si la demande et l'offre étoient invariables. Mais l'une et l'autre peuvent augmenter et diminuer, et c'est ce qui fait naître des variations dans la valeur échangeable.

La demande et l'offre peuvent augmenter ou diminuer, sans que la proportion soit dérangée qui subsiste entr'elles : elles peuvent encore subir ces changemens en sens contraire l'une de l'autre. Donc il faut distinguer *l'étendue* de la demande et de l'offre, de *l'énergie* dont elles sont susceptibles. Sous le rapport de l'étendue, la demande et l'offre sont ou *grandes* ou *petites;* sous le rapport de l'énergie, elles sont ou *fortes* ou *foibles.* Quand la demande est grande ou petite, l'offre l'est aussi : mais quand la demande est forte, l'offre est foible ; et quand la demande est foible, l'offre est forte.

Ainsi, sous le rapport de l'étendue, quelles que soyent ses dimensions, la demande et l'offre sont toujours en équilibre, et la valeur est à son *taux naturel*, c'est-à-dire elle est à ce taux que l'accord unanime et volontaire de la totalité des demandeurs et des offrans lui préscrit.

Quand la demande est forte ou foible, il y a *concurrence*, c'est-à-dire il s'élève une lutte, tantôt parmi les demandeurs, pour se procurer la chose demandée, tantôt parmi les offrans, pour se défaire de la chose offerte. Une demande forte produit la concurrence parmi les demandeurs; une demande foible la fait naître parmi les offrans.

Une demande forte suppose que la quantité demandée surpasse la quantité offerte : il s'ensuit que tous les demandeurs ne pourront être pourvus de la chose demandée. La multiplicité de la demande suppose dans les demandeurs une diversité d'idées et de facultés. Ceux qui attribueront une plus grande valeur à la chose, ou qui auront plus de facultés pour réaliser la demande, fixeront leur minimum plus haut que les autres : d'autres demandeurs enchériront sur les propositions des premiers, et dans cette lutte la chose sera aux plus offrans. Le reste des demandeurs sera forcé d'offrir la même valeur, ou de se passer de la chose demandée. Ce taux n'est ni universel ni volontaire pour la totalité des demandeurs : c'est un taux auquel les facultés de uns ne suffisent plus, et auquel les autres ne consentent que forcément.

Une demande foible suppose que la quantité offertê surpasse la quantité demandée : il s'ensuit que tous les offrans ne peuvent se défaire de la chose offerte. La multiplicité de l'offre suppose également une diversité dans les idées et dans la situation des offrans: ceux qui reconnoîtront une moindre valeur indirecte dans la chose; ceux qui auront sacrifié moins de valeurs pour produire ou pour acquérir la chose; ceux enfin, qui seront plus pressés de s'en défaire, fixeront leur maximum plus bas que les autres ; d'autres offrans enchériront sur les propositions des premiers, et dans cette lutte, ceux qui cèdent le plus, se défont de la chose. Le reste des offrans est forcé de céder autant, ou de garder la chose offerte. Ce taux encore n'est donc ni unanime ni volontaire pour la totalité des offrans.

Ainsi la loi générale à laquelle la valeur obéit par rapport à l'échange composé, c'est qu'elle augmente lorsque la quantité demandée surpasse la quantité offerte, et qu'elle diminue lorsque la quantité offerte surpasse la quantité demandée.

Quand les quantités demandées et offertes sont égales, cet équilibre peut être dérangé 1°. par un accroissement de la demande, ou par une diminution dans l'offre, ou enfin par ces deux causes réunies, et dans tous ces cas la valeur échangeable augmentera; l'équilibre peut encore être troublé 2°. par une diminution dans la demande, ou par une augmentation dans l'offre, ou bien par ces deux causes réunies, et dans tous ces cas la valeur échangeable diminuera.

Quand la demande et l'offre ne sont point en équilibre, un changement dans les proportions peut le rétablir. Si la demande descend ou monte au niveau de l'offre, ou si l'offre monte ou descend au niveau de la demande, l'équilibre sera rétabli.

Là, où la demande et l'offre multipliées se rencontrent, on dit qu'il s'établit un *marché*. Le demandeur trouve un marché partout où il y a offre de la marchandise qu'il demande, et où la valeur de cette marchandise ne surpasse pas son maximum. L'offrant trouve un marché partout où il y a demande de la marchandise qu'il offre, et où la valeur de cette marchandise n'est pas au dessous de son minimum. Il s'ensuit que tel marché peut être plus avantageux pour le demandeur ou pour l'offrant que tel autre: mais la demande, ainsi que l'offre, cherchent toujours le marché le plus avantageux.

Telles sont les lois générales sur lesquelles se règlent les variations de la valeur échangeable. Mais qu'on soit en garde contre l'erreur de leur attribuer un effet uniforme et constant, ou de croire, à l'exemple de quelques auteurs, que cet effet est susceptible d'un calcul rigoureux. Les problèmes de l'économie politique ne sont pas de la même nature que ceux des sciences exactes: pour résoudre les premières, il faut tenir compte d'une foule de circonstances morales, capables de déranger toutes les proportions que les chiffres expriment. Les observations suivantes nous en fourniront la preuve.

1°. Il est très-difficile et souvent impossible de parvenir à une connoissance exacte des dimensions de l'offre et de la demande. Par conséquent, l'évaluation qu'on en fait ne repose pour la plupart que sur l'opinion des troquans, et cette opinion, souvent très-fausse, varie encore dans chaque individu.

2°. Les variations qu'éprouvent la demande et l'offre, ne produisent un effet sensible sur la valeur échangeable, que lorsque ces variations sont subites. L'offre et la de-demande se règlent mutuellement l'une sur l'autre, et à moins que le changement qui se fait dans l'une ne soit très-subit, l'autre s'y conforme insensiblement.

3°. Le rapport entre les quantités demandées et offertes, quoique le plus décisif pour la valeur échangeable, n'est pourtant pas le seul qui en détermine les variations; le *nombre des demandes et des offres* y influe considérablement.

Le nombre des demandes peut augmenter ou diminuer, la quantité demandée étant la même. S'il augmente, la valeur échangeable de la chose demandée aura une tendance à s'accroître; car les demandeurs n'ayant que des opinions très-vagues sur les quantités demandées et offertes, ces demandes multipliées excitent parmi eux la crainte de pouvoir manquer de la chose, ou d'être obligés de se la procurer à des frais plus considérables, et cette crainte fait naître parmi eux une concurrence dont les offrans profitent pour faire hausser la valeur.

Si le nombre des demandes diminue, la valeur échangeable aura une tendance à décroître, car les offrans, ayant les mêmes opinions vagues sur les quantités, cette diminution dans le nombre des demandes leur donne la crainte de ne pouvoir se défaire de la chose offerte; crainte qui produit parmi eux une concurrence, dont les demandeurs profitent pour faire baisser la valeur. D'ailleurs la demande, lorsqu'elle se trouve concentrée dans un petit nombre de demandeurs, produit le plus souvent une baisse de valeur, comparativement à la demande de la même quantité, lorsqu'elle est dispersée parmi un grand nombre de demandeurs. Quand on fait de grandes provisions, on achète toujours à meilleur compte, que lorsqu'on se pourvoit de la même quantité en petites provisions.

Ainsi, plus le nombre des demandeurs diminue, ou plus le nombre des offrans augmente, plus la valeur échangeable tend à décroître : cette tendance n'est jamais plus forte, que lorsqu'une grande demande se trouve concentrée dans une seule personne physique ou morale : cette demande se nomme le *monopole d'achat*. Au contraire, plus les demandes se multiplient, ou plus le nombre des offres diminue, plus la valeur échangeable tend à s'accroître: cette tendance n'est jamais plus forte que lorsqu'une grande quantité offerte se trouve entre les mains d'une seule personne physique ou morale: cette offre se nomme le *monopole de vente.*

On voit que le *nombre* et la *quantité* dans la demande et dans l'offre sont susceptibles de différentes combinaisons. Lorsque le nombre concourt avec la quantité à produire le même effet, cet effet en sera d'autant plus sensible. Lorsqu'au contraire les combinaisons se croisent, l'effet de la cause prépondérante en sera affoibli.

4°. Le dernier terme jusqu'où la valeur échangeable puisse s'élever et jusqu'où elle puisse descendre, dépend (outre les rapports dont nous venons de faire l'analyse, et qui la déterminent essentiellement) de trois circonstances accessoires, savoir 1°. de la nature du besoin auquel la marchandise satisfait; 2°. du degré d'utilité qu'a la marchandise de satisfaire ce besoin; et 3°. des facultés et de la situation des demandeurs et des offrans.

Si le besoin qui fait demander la marchandise, est un besoin naturel ou un besoin factice vivement senti, qu'on ne peut différer de satisfaire, et s'il est impossible ou très-difficile d'y suppléer par une autre marchandise, les combinaisons de la quantité et du nombre les plus favorables à l'augmentation de la valeur échangeable peuvent la faire monter au plus haut terme qu'elle peut atteindre relativement aux facultés des demandeurs; car passé ces facultés, la demande diminue du nombre de tous ceux dont les facultés ne suffisent plus pour rendre leur demande effective.

Au contraire, si le besoin qui a fait naître la demande, est un besoin naturel ou factice légérement senti; si la marchandise peut être remplacée facilement par une autre, et si la position des offrans, ou la nature périssable de leur marchandise, ou bien la valeur précaire de celle-ci, les forcent à s'en déssaisir le plutôt possible, les combinaisons de la quantité et du nombre les plus favorables aux demandeurs peuvent faire tomber la valeur échangeable au point de la rendre nulle, sans cependant l'annuller tout-à-fait, tant que le besoin existe. Telle est quelque-fois la situation des vivandiers, des libraires, des modistes etc. Tant que le besoin de leurs marchandises existe, quelqu'inférieur que soit le degré de ce besoin, les marchandises conservent un reste de valeur. Lorsqu'au contraire le besoin cesse, la valeur s'anéantit tout-à-fait; car si la matière obtient une valeur, c'est une nouvelle valeur, attribuée à une autre marchandise. La vaisselle d'argent qui se vend au poids, se vend comme métal et non comme vaisselle; les livres en feuilles qui s'achètent pour l'usage des emballeurs, se vendent comme papier d'emballage et non comme livres.

Cependant, la valeur échangeable d'une marchandise ne peut se maintenir long-tems au dessus du maximum des demandeurs, sans que la demande ne cesse; elle ne peut rester long-tems au dessous du minimum des offrans, sans que l'offre ne cesse.

Pour mesurer le degré de la valeur échangeable d'une chose, nous n'avons d'autre échelle que la comparaison. Comme on ne peut dire qu'une chose a une valeur échangeable, sans penser à d'autres choses qui ont aussi cette valeur et contre lesquelles on peut échanger la première: de même, pour exprimer le degré de la valeur échangeable d'une chose, il faut la comparer au degré de la valeur échangeable d'une autre chose.

Le degré comparé de la valeur échangeable d'une chose se nomme son *prix*. Quand on voit que le pain et le sucre peuvent s'échanger l'un contre l'autre, ou contre d'autres choses, on dit que ces denrées ont une valeur échangeable. Mais lorsque dans un échange on donne dix livres de pain contre une livre de sucre, la quantité de pain fait le prix du sucre, comme la quantité de sucre fait le prix du pain. Donc le prix est l'expression du rapport qui se trouve entre la valeur échangeable de deux choses. Quand le prix est fixé par l'accord de tous les troquans qui forment ce qu'on appelle un marché, on le nomme le *prix de marché*.

Lorsque, dans les progrès de la civilisation, une marchandise obtient une valeur universelle, cette valeur sert de terme de comparaison pour toutes les autres valeurs échangeables. En conséquence, le prix de toutes choses s'exprime chez les nomades par la quantité de bétail, et chez les nations commerçantes par la quantité de métaux précieux qu'on peut recevoir en échange. Cette méthode de comparer la valeur de toutes les marchandises avec celle d'un seul objet, facilite infiniment l'évaluation des différentes valeurs; mais elle présenteroit encore bien plus d'avantages, si la valeur de la marchandise qui sert de terme de comparaison pour toutes les autres valeurs, n'étoit pas sujette elle-même à varier. Cependant, comme il est impossible de trouver une chose qui eut une valeur fixe et invariable, les métaux précieux sont la marchandise la plus convenable pour exprimer les prix des choses, puisque leur valeur est moins sujette à varier que celle de toutes les autres marchandises, excepté le blé, qui participe à cet avantage. La différence consiste en ce que la valeur des métaux précieux subit des variations plus lentes, et qu'au contraire celle du blé est sujette à des variations plus subites. Le développement des causes de ce phénomène doit être reservé pour la théorie des prix.

DES SOURCES DE LA VALEUR.

PAR

HENRY STORCH.

Présenté le 22. Fevrier 1809.

Nous avons reconnu que les *besoins* de l'homme et *l'utilité* des choses sont les deux élémens qui constituent la valeur; essayons de découvrir l'origine des besoins et la manière dont se constate l'utilité des choses: cet examen nous fera connoîte les sources de la valeur.

Les besoins naturels de l'homme naissent indépendamment de sa conception et de son jugement: c'est sa *nature*, c'est-à-dire sa conformation, qui les lui donne et qui le force à y satisfaire, sous peine de souffrir et de voir son existence compromise. La source de ses besoins factices, c'est *l'opinion*, qui lui fait concevoir et desirer des jouissances au delà des premières nécessités de la vie.

Les besoins naturels sont en très-petit nombre et ne donnent de la valeur qu'à fort peu de choses; les besoins factices, au contraire, se multiplient à l'infini avec le développement de nos facultés intellectuelles et morales, et ils donnent de la valeur à une multitude innombrable de choses. Ainsi, la plupart des choses n'ont une valeur que parce qu'elles satisfont à des besoins que l'opinion fait naître.

Mais la valeur n'est pas une qualité absolue et inhérente aux choses: elle dépend de notre jugement. Nous jugeons que telle chose est plus ou moins propre à tel usage auquel nous voulons l'employer, et c'est cette estime qui constitue sa valeur. Donc la valeur n'a d'autre source que l'opinion.

Les choses mêmes de première nécessité ne tiennent leur valeur que de cette source. Ces choses, à la vérité, satisfont à des besoins naturels, qui naissent indépendamment de l'opinion: cependant l'estime que nous faisons de l'utilité de ces choses ne dépend que de notre jugement. La nourriture est un besoin naturel que l'opinion ne fait point naître: mais si je préfère tel aliment à tel autre, c'est que je juge qu'il satisfait mieux à ce besoin.

Pour qu'une chose puisse avoir une valeur absolue, il ne faut pas seulement qu'elle satisfasse à un besoin naturel; il faut encore qu'elle ait exclusivement la propriété d'y satisfaire. Or il n'y a que très-peu de choses qu'on puisse ranger sous cette cathégorie: le lait même de la mère n'est pas indispensable pour soutenir l'existence de l'enfant nouveau-né; l'opinion y a suppléé par d'autres alimens. L'air, la lumière, le sol et l'eau paroissent réunir le double caractère de l'utilité absolue et de l'utilité exclusive. C'est de ces choses, mais ce n'est que d'elles aussi, qu'on peut dire qu'elles ont une valeur absolue et tout-à-fait indépendante de l'opinion. Cependant, si l'on ne craignoit pas de rendre cette analyse trop minutieuse, on pourroit encore objecter que l'utilité de ces choses même n'est pas invariable, et qu'elles se prêtent par conséquent au choix de l'opinion. C'est bien l'instinct qui nous porte à respirer l'air; mais l'opinion nous engage à éviter tel air, à chercher tel autre etc.

Toute chose qui répond à un besoin naturel, peut acquérir momentanément une valeur absolue, savoir dans le cas où elle devient la seule chose propre à satisfaire un tel besoin. Personne n'accordera une valeur absolue au blé, puisqu'il partage sa propriété nourrissante avec une infinité d'autres alimens. Cependant, dans un pays où l'existence du peuple est basée principalement sur cette nourriture végétale, la recolte annuelle de blé acquièrt une valeur absolue pour toute la quantité qui ne peut être remplacée par d'autres alimens, puisque dans ce cas l'opinion est privée de la liberté du choix.

Si la valeur directe n'est fondée que sur l'opinion, à plus forte raison la valeur échangeable doit-elle l'être.

Cette valeur, comme nous avons vu, n'est proprement que la valeur directe modifiée par les échanges. Donc, par sa nature, elle ne peut dériver que de l'opinion: mais elle y tient encore quant aux variations dont elle est susceptible. Ces changemens de valeur sont le résultat de la proportion qui existe entre la demande et l'offre: or cette proportion ne peut jamais être connue avec précision. Nous croyons qu'une chose est rare, quand nous jugeons que sa quantité ne suffira pas aux besoins de tous ceux qui la demandent; qu'elle est abondante, quand nous jugeons qu'il y en a au delà. C'est donc principalement dans l'opinion que nous avons de la proportion entre la demande et l'offre, qu'est fondée la valeur échangeable des choses.

L'opinion est l'effet combiné de nos facultés morales et intellectuelles. Comme être sensible, l'homme tâche de diminuer ses peines et d'augmenter ses jouissances; comme être intelligent, il conçoit des buts et juge des moyens qui peuvent lui servir à les atteindre. D'un côté les facultés intellectuelles ne seroient point actives sans le desir du bien-être; d'un autre côté, le desir de l'homme d'améliorer son sort seroit vague et n'auroit aucun effet sans la conception et le jugement. Plus ces facultés se développent et s'étendent, plus il conçoit de besoins, et mieux il juge des moyens qui peuvent les satisfaire. Or c'est la multiplicité des besoins auxquels on peut satisfaire, qui constitue véritablement la richesse, ce mot pris dans un sens moral. Un sauvage ignorant et stupide, qui posséderoit tous les trésors du monde, ne seroit point riche: un homme sensible et éclairé, manquant du nécessaire, ne le seroit pas non plus.

Si c'est l'opinion qui donne de la valeur aux choses, il s'ensuit que la valeur doit être *variable*, comme l'opinion qui la fait naître. Or l'opinion peut varier sur nos *besoins;* elle peut aussi varier sur *l'utilité* des choses qui satisfont aux besoins.

L'opinion ne peut point varier sur les besoins *naturels*, mais ces besoins eux-mêmes varient. Il n'y a que le besoin de la nourriture qui se fasse sentir sur toute la surface du globe; encore varie-t-il dans le degré de force avec lequel il se fait sentir. Dans les pays tempérés, l'existence de l'homme demande moins de nourriture et des alimens plus légers que dans les pays froids. Tous les autres besoins naturels sont plus ou moins locaux. Il y a des contrées où l'homme peut se passer tout-à-fait de vêtement, de logement et de chauffage; il y en a d'autres où le besoin de ces choses se fait sentir continuellement et avec une telle vivacité, qu'elles lui deviennent tout aussi indispensables que la nourriture même.

Si les besoins naturels varient dans les différens pays, l'opinion sur l'utilité des choses qui satisfont à ces besoins, est sujette à des variations bien plus frappantes. Quelle variété n'y a-t-il pas chez les différens peuples dans les objets qui leur servent de nourriture principale! Dans les pays du nord, c'est le seigle; dans ceux du midi de l'Europe, c'est le froment; en Chine, c'est le riz; dans d'autres contrées de l'Asie, c'est le manioc, le maïs; dans les îles de l'océan pacifique, c'est le fruit de l'arbre-à-pain. Le bas peuple en Russie se nourrit principalement de légumes; les Anglais préfèrent la viande aux végétaux; les Hindous refusent toute nourriture de chair, les Kamtchadales ne mangent que du poisson.

L'opinion sur l'utilité des choses qui satisfont aux besoins naturels ne varie pas seulement dans les différens pays: elle change encore souvent dans le même pays à différentes époques. Une nation accoutumée depuis des siècles à se nourrir du même aliment, peut changer d'opinion sur son utilité par la découverte d'une autre nourriture plus saine, plus nourrissante ou plus facile à produire. Si jamais le mahométisme ou la religion chrétienne se répandent dans l'Inde, les Hindous ne refuseront plus la nourriture animale. Le progrès de la culture des terres au Kamtchatka changera probablement la manière de vivre des habitans de cette presqu'île, et d'ichtyophages qu'ils sont, ils deviendront mangeurs de pain et de viande. En Europe, la culture du maïs et des pommes de terre a rendu le blé moins indispensable qu'il ne l'étoit auparavant, et il n'y a peut-être que la difficulté de conserver les pommes de terre, comme le blé, pendant quelques années, qui empèche qu'elles ne deviennent la principale nourriture végétale en Europe, c'est-à-dire qu'elles ne remplacent le pain.

Quant aux choses qui répondent aux besoins *factices*, il seroit inutile de prouver que leur valeur est variable, puisque ces besoins eux-mèmes n'ont d'autre source que l'opinion, et que l'opinion, par sa nature, est toujours arbitraire.

Enfin, si l'opinion varie sur la valeur directe des choses, elle ne varie pas moins sur leur valeur échangeable. Cette valeur, en la considérant comme absolue, devroit se régler sur la proportion qui existe entre la demande et l'offre; mais elle ne se règle jamais que sur l'opinion que nous avons de cette proportion. Or cette opinion est toujours plus ou moins arbitraire, et elle peut varier dans le tems même que la proportion reste invariable.

Les notions que j'ai tâché d'établir dans les mémoires précédens et le raisonnement qu'on vient de lire, me paroissent prouver suffisamment que ce n'est ni dans la matière, ni dans le travail qu'il faut chercher l'origine des valeurs, mais que c'est l'opinion qui les crée. Si la découverte de ce principe peut contribuer, comme je le crois, à perfectionner l'économie politique, je suis loin de m'en attribuer à moi seul le mérite, car cette découverte a été faite avant moi. Des penseurs profonds ont indiqué la route qui devoit y conduire; d'autres écrivains ont annoncé l'axiome fondamental: je n'ai eu qu'à suivre leurs traces, qu'à déduire des conséquences qu'ils avoient négligé d'exprimer.

Depuis long-tems peu satisfait des différentes théories sur les valeurs, j'en cherchois l'origine dans l'action combinée des besoins et des lumières sans oser prononcer mon opinion, lorsqu'un jour, en relisant la préface de *Garnier* à sa traduction de Smith, je fus frappé par le passage suivant. „Ce qui constitue véritablement une ri„chesse, dit cet auteur, et ce qui en détermine la valeur,

„ c'est le *besoin* du consommateur qui la demande. Il n'e-
„ xiste point de richesse proprement dite, ni de valeur
„ absolue. Ces deux mots, *richesse* et *valeur*, ne sont que
„ les mots corrélatifs de ceux-ci, *consommation* et *de-*
„ *mande*. Même ce qui est propre à nourrir l'homme,
„ n'est point une richesse dans un pays inhabité et inac-
„ cessible au commerce; et à quelque degré que la civi-
„ lisation soit parvenue, le principe est encore le même.
„ Si la masse des richesses vient à excéder la somme des
„ besoins, dès-lors une partie de cette masse cessera d'ê-
„ tre richesse, et rentrera dans la classe des êtres sans
„ valeur. "

Ce passage m'éclaira subitement. Je fus surpris de voir que l'auteur n'eut tiré aucune conséquence d'un principe qui auroit dû lui en fournir de si importantes. S'il est vrai, comme je le reconnois, me disai-je, que la valeur n'est point une qualité absolue et inhérente aux richesses, mais qu'elle se fonde uniquement sur la demande ou sur les besoins de ceux qui jouissent de ces richesses et qui les consomment: quel est donc le juge qui prononce sur l'aptitude des richesses à satisfaire ces besoins, et d'où ces besoins tirent-ils leur origine? Il ne s'agissoit que d'avoir l'idée de faire ces questions; la réponse n'étoit pas difficile à trouver, et on ne peut y répondre que d'une seule manière. Dès-lors, la théorie des valeurs, qui m'avoit toujours paru si obscure, se développa insensiblement sous ma plume, et je parvins aisément à fixer les principales notions qu'elle renferme.

Pendant que je m'occupois à ce travail, la lecture de l'ouvrage de *Condillac* *), que j'avois négligée jusqu'alors, m'apporta de nouvelles lumières. Ce philosophe a fondé tout son système sur le principe de l'opinion; mais à l'exception des premiers chapîtres qui exposent ce principe, le reste de l'ouvrage mérite à peine l'attention du lecteur instruit. Ceux qui voudront se donner la peine de comparer les idées de Condillac avec celles que je viens d'énoncer dans ces mémoires, seront en état de juger combien je lui dois.

Mon travail étoit achevé, et les trois mémoires précédens avoient été lus à l'Académie, lorsque le système d'économie politique de Mr. *Hufeland* me parvint **). J'eus le plaisir de voir que la théorie des valeurs de ce

---

*) Le commerce et le gouvernement, considérés relativement l'un à l'autre. 2 Vol.

**) Neue Grundlegung der Staatswirthschaftskunst, durch Prüfung und Berichtigung ihrer Hauptbegriffe von Gut, Werth, Preis, Geld und Volksvermögen, mit ununterbrochener Rücksicht auf die bisherigen Systeme, von *Gottlieb Hufeland*, Hof- und Justizrath, und ordentl. Prof. der Rechte in Landshut. I. Theil. Gießen 1807. 8.

savant célèbre s'accorde avec la mienne dans le principe fondamental. Si nous différons sur d'autres points importans, c'est au public éclairé à prononcer entre nous: l'examen sévère auquel j'ai de nouveau soumis mon travail, ne m'a point engagé à y faire des changemens essentiels.

SUR LES CONNOISSANCES CHIMIQUES DES CHINOIS DANS LE VIIIME SIÈCLE.

PAR

JULES KLAPROTH.

Présenté à la Conférence le 1. Avril 1807.

Comme nous avons si peu de notions exactes sur l'état de la Chimie des Anciens, et principalement chez les peuples asiatiques, il me semble que les extraits suivants, tirés d'un livre Chinois, qui traite de cette science, pouroient offrir quelqu'interêt; car ils font voir que ce peuple a eu, il y a déja plusieurs siècles, des notions quoique inexactes sur les effets de l'oxigène.

Parmi les manuscrits raportés de la Chine par feu Mr. *Bournon*, se trouve une petite collection d'expériences chimiques et metallurgiques, dont j'ai copié en 1802 les passages les plus interessantes.

Cet ouvrage consiste en 68 feuilles écrites assez serrées, et porte le titré :

平龍認

Pînn - loúnn - jîne; qui signifie: *Confessions du paisible dragon.* À la fin de la préface on lit, que ce livre est composé par Maò hhóa, l'année Bìnn - chēne prèmier de celles nommées:

德至

Dschí - dě le 9me jour du troisième mois. Ce nom de Dschí - dě n'est pas celui d'un Empereur, mais titre honorifique ou Niêne hháo que l'Empereur Ssoú - dsoūnn de la dynastie des Tânn, a donné à deux années de son regne, et signifie *persistant en vertue.* Cet Empereur regnoit entre les années 756 et 762 de J. C., et la prèmiere des celles appellées Dschí dě corresponde avec 756 de notre ère. Les deux autres caracteres Bìnn chēne avec lesquels elle est marquée désignent le 35me an du LVIIIme cycle Chinois. Pour l'auteur Maò hhóa je ne trouve son nom ni dans le

譜統姓萬

Ouánn - chénn - toùnn - bóu, qui est un dictionnaire généalogique, ni dans le

文獻通攷

Ouéne - hhiéne - toūnn - kào, ouvrage historique et litteraire très - important. — Il est aisé de s'appercevoir que son système se rapproche à celui de la secte des Dáo - chè. Dans son premier chapitre l'auteur dit : Tout ce que l'homme peut sentir et observer par les sens, et tout ce qu'il peut concevoir par son esprit et par son imagination, est composé des deux principes fondamentaux, le Yânn et le Yne qui désignent le parfait et l'imparfait. Ce systême est représenté dans les huit Goúa de Foü - hhȳ. Le Yânn est le puissant ou l'accompli, et le Yne lui est diamétralement opposé.

Nôtre auteur s'écarte pourtant souvent de cette définition, dans le cours de son ouvrage, et on remarque clairement qu'il suppose à ces deux principes des modifications à l'infini, qui se manifestent dans les formes de ce monde. Sur ce point il diffère du système des Daó - ché, qui explique la différence des formes des objets visibles par les changements continuels dans les proportions du Yânn et Yne.

Après avoir donc ainsi exposé le principe du systéme de Maò - hhôa, je passe à l'extrait de son ouvrage, auquel je joins de courtes explications :

Pinn - lounn - jine Chap. III.

Atmosphére ou Hhiá - chēnn - kí.

Ce Hhiá - chēnn - kí est le ki qui se répose sur la surface de la terre, et qui s'élève jusqu'aux nuages. Quand la proportion de l'Ȳne, qui fait partie de sa composition, est trop grande, il n'est pas si parfait (ou plein) que le kí au delà des nuages. Nous pouvons sentir le Hhià-chēnn - kí par les sens du toucher, mais le feu élémentair dont il est mêlé le rend invisible à nos yeux. Il y a plusieurs moyens qui le purifient et qui lui ôtent une partie de son Ȳne. Cela se fait d'abord par des choses qui sont des modifications du Yânn, tels que les métaux, le souffre (Lieôu - hhouânn) et le Táne ou charbon. Ces ingrediens quand on les brule s'amalgament le Yânn de l'air et donnent de nouvelles combinaisons des deux principes fondamentaux.

Le Ký - ȳne ou l'Ȳne de l'air ne se trouve jamais pur; mais à l'aide du feu on le peut extraire du Tchîne-chĕ, du Hhò - siaō (salpétre) et de la pierre qu'on appelle Hhĕ - tânn - chĕ. — Il entre aussi dans la composition de l'eau, on il est si étroitement lié avec le Yânn que sa decomposition devient très difficile. Le feu élémentair cache le Ký-ȳne à nos yeux et nous le reconnoissons seulement par ses effets.

Note. Le chapitre précedent est très-important, et prouve que les Chinois du VIII^me^ siècle avoient des idées assez claires de l'oxygène, qu'ils nommoient Ký-ȳne, ou l'imparfait de l'air. Car quel autre principe de l'air pourroit s'amalgamer aux metaux échauffés, au souffre, au charbon, et former avec eux des nouvelles compositions? Mais les connoissances des Chinois sur cet object réstoient toujours très-imparfaites, puisqu'ils ne connoissoient pas l'hydrogène et l'azôte qui forment la seconde partie de l'air atmospherique.

Je ne puis donner une explication satisfaisante sur les mots Tchîne-chĕ (espèce de pierre à aiguiser) et Hhĕ-tânn-chĕ, pierre noire qui se trouve dans les marais. On ne les trouve ni dans les dictionnaires ordinaires, ni dans Encyclopédie d'histoire naturelle de Lỳ-tchénn intitulée Bùne-çào-gănn-moŭ. Rien n'ayant changé en Chine que la nomenclature des productions naturelles, et les anciens ouvrages qui en traitent, sont sans commentaires inintelligibles pour les Chinois eux mêmes.

L'assertion de nôtre auteur que l'eau est un composé du Ký - ȳne et du Yânn est interessante pour les Européens, qui l'ont si long - tems cru un élément. Le chapitre suivant donne encore plus d'éclaircissemens sur sa decomposition.

Chap. IX.

Des métaux.

Il y a cinq métaux principaux, outre le Guīn ou l'or, savoir :

鉛錫鐵銅銀

Ŷne argent, Toùnn cuivre, Tiĕ fer, Ssiĕ étain et Yêne plomb.

L'or est le plus parfait (Yânn), et en général le symbole de la perfection de la matière, parcequ'il ne contient rien de l'Yne; c'est pourquoi il domine les quatres parties du monde. L'argent en contient dèja une petite quantité, le cuivre encore d'avantage, enfin le plomb est le plus impur de tous les métaux. L'or ne s'amalgame jamais avec l'Yne de l'air, et on le trouve toujours natif. La plus grande chaleur ne le change pas.

Si on purge l'argent de l'Yne il devient or, mais comme il est toujours étroitement lie à son souffre, cette opèration, devient très-difficile. C'est seulement l'argent de la montagne Ssī-lôunn-chāne dans le Tiēne-dschoŭ (Hindostan) qui se prête à ce changement — Laò-dsŭ savoit changer tout argent en or, mais il ne le faisoit pas, car il étoit lui-même possesseur de la montagne d'or.

Le cuivre se trouve natif dans les montagnes, ou mineralisé avec le Ký-ȳne, ou avec du souffre. Quand on le fond à plusieurs réprises, il perd beaucoup de son rouge. Il est trop étroitement lié à l'Yne pour que l'on puisse l'en détacher. Aussi attire-t-il facilement le Ký-ȳne de l'air, de l'eau et du Bĕ-fâne (Alun), de cette composition resulte le

銹銅

Toûnn-sieóu, ou verd de gris.

Pour tirer une belle couleur verte du cuivre, il faut calciner de la limaille de ce métal, et ensuite la faire cuire avec du

礬白

Bĕ-fâne (Alun) dans une quantité suffisante d'eau. Après que l'eau s'est refroidie, elle deviendra verte, et alors il faut y ajouter du

鹻水

Guïene - choùy qui en precipite la couleur verte appellée

小綠色

Siaò - loŭ - chĕ, dont on se sert pour peindre les feuilles des plantes et du bambou.

Pour tirer une couleur bleue du cuivre, il faut mêler trois Tçân de limaille de cuivre rouge, avec 17 Tçan de Naó - chă, et cuire ce mêlange avec de l'eau pure. Hhiéne - pânn, qui vivoit sous la dynastie de Hhâne, est l'inventeur de cette couleur.

Si on fond du cuivre avec la pierre Yânn - chĕ il prend une couleur verdatre et devient plus dur. Les ustensils que l'on faisoit de ce cuivre, sous la dynastie des Ssoûnn sont très - estimés. On croit que les huit Goûa de Taí - hháo - foŭ - hhȳ étoient gravés sur une planche de cet espèce de cuivre.

Note — Bĕ - fâne, ou Fane blanc est l'Alun, Hhĕ - fâne, ou Fane noir, est du fer sulphuré, et Cīnn - fâne, ou

Fane bleu est le cuivre sulphuré. — La solution du Natron, que l'on trouve en grande abondance dans la Mongolie, et dans les provinces septentrionales de la Chine, s'appelle Guīene-choùy — Naó-chă est le sel ammoniac, qu'on trouve natif en Chine et en Mongolie.

Je n'ai pu découvrir ce que c'est que la pierre Yânn-chĕ, qu'on tire de la province de Ssú-tchoūane.

DESCRIPTION STATISTIQUE

DES

SELS DE ROCHE ET DES SALINES DE LA RUSSIE,

AVEC

DES OBSERVATIONS SUR LA POSITION DES PREMIERS MAGAZINS,

PAR

C. Th. HERRMANN.

Présenté à la Conférence le 24 Avril 1808.

Nous avons donné la description statistique des lacs salés de la Russie, qui sont des sources intarissables et très abondantes; aprésent nous parlerons des sels de roche qui offrent une grande richesse fonciere, mais qui n'est pas encore réalisée, et des salines, dont la production est considerable, mais bornée par la foiblesse de leur salive, par l'étendue modique de leurs bois et par le petit nombre d'ouvriers qui sont à leur disposition.

I. *Sels de roche.*

1. Sel d'Iletzk.

La mine de ce sel se trouve sur la petite riviere Ilek qui coule dans la Steppe au delà de l'Oural, à 72 verstes d'Orenbourg. Les couches de ce sel paroissent à une et à deux arschines sous terre et s'étendent environ sept verstes en circuit, leur profondeur est encore inconnue. Le sel est en général très pur et très blanc, pourtant le degré de dureté et de blancheur différent selon les couches, il y en a dont le sel est aussi dur et aussi brillant comme le crystal. C'est donc une des plus riches mines de sel de roche en Europe.

Le nom de sel d'Iletzk n'a été connu que depuis 1736, lorsqu'on y construisit un fort sous le nom d'Iletzkaja Saschita (sauvegarde d'Iletzk) et des redoutes sur le chemin, et qu'on étendit le cordon militaire jusque là. Avant que la ligne d'Orenbourg fut établie ce sel fut compris sous le nom général de sel des Steppes.

On fit exploiter le sel par des exilés et on le transporta par terre jusqu'à Orenbourg, Oufa et Sterlitamac, port sur la riviere Bieloje où étoient les premiers magazins, des quels on pourvoyoit le gouvernement d'Orenbourg, excepté les villes de Gelaebi, Troitzk et Werchouralsk, et le bourg Kourtamisch, qui se trouvent au pied de l'Oural. Leur éloignement des magazins et les difficultés naturelles du chemin, mais surtout le peu de sureté qu'il y avoit alors contre les incursions des peuples nomades firent qu'on pourvoyoit ces endroits de sel de Koraekow.

On transporta encore ce sel par eau sur la Volga jusqu'à Kasan et jusqu'à Nigegorod et de là par terre à Moscou. Mais le transport étant devenu un peu plus cher que celui du lac Elton, vû que le poud, dont l'exploitation coutoit $\frac{3}{4}$ kopeques, revenoit à Sterlitamac à 14 kopeques, à Kasan de 21 à 25 kopeques, à Nigegorod 27 et 30, on defendit en 1788 l'exportation de ce sel hors des limites du gouvernement d'Orenbourg, excepté que la Cour en fit venir annuellement 300 pouds.

La grande consommation de sel qu'on fait en Russie a fait revenir à plusieurs sources abandonnées et aussi renouveller l'exploitation du sel d'Iletzk par l'Oukase du 25 Août 1805. Le nouveau réglement qui a paru à ce sujet porte en substance; qu'on augmentera et perfectionnera l'exploitation du sel d'Iletzk, qu'on le vendra avec un profit net de 10 kopeques par poud et qu'outre cela le commerce de ce sel sera absolument libre, puisqu'on a tout lieu de croire qu'on païera volontiers ce sel plus cher que 40 kopeques à cause de sa qualité superieure. On rétablira les magazins d'Orenbourg où ce sel sera vendu pour epargner aux marchands le chemin dans la steppe et on établira encore d'autres magazins dans les ports des rivieres navigables, à mesure que le commerce libre s'étendra. Enfin pour prevenir le monopole des marchands, la Couronne entrera aussi en concurrence et vendra partout ce sel avec un profit de 10 kopeques sur le prix naturel.

On ne sauroit encore juger des effets que ces arrangemens auront dans la suite quand le commerce libre de ce sel sera bien établi, mais il y a tout lieu de croire que la Couronne aura un profit net et qu'on diminuera le manque de sel en plusieurs endroits.

On a exploité en 1804 311,088 pouds de ce sel et en 1805 400,000. Les fraix de l'exploitation sont toujours marqués à $\frac{3}{4}$ kopeques *) mais il revient à Orenbourg à 2 kopeques où on le vend parconsequent à 12 kopeques le poud.

2. Sel de Tschaptschatschi.

Les collines nommées Tschaptschatschi en langue Calmuque sont sur la rive gauche de la Volga dans la steppe de l'Oural, à 123 verstes de la ville Jenotaewsk, à 179 verstes d'Astrachan, et de 70 a 80 verstes du bourg Selitra sur l'Achtouba.

C'est une montagne entourée de plusieurs collines. Elle à deux verstes en long et six en circuit. Les collines sont éloignées l'une de l'autre d'une verste. Le sel

---

*) Compte-rendu du Ministre de l'Interieur de 1804.

se trouve sous ces collines en couches d'une et de deux arschines d'épaisseur. Ce sel est plus dûr que celui d'Iletzk et d'une qualité superieure, mais un peu plus grisâtre. Le terrain qui le couvre est du sable entremelé d'argile, qui est dûr comme la pierre dans les endroits où il touche le sel de roche.

On decouvrit cette mine en 1767, mais on ne l'a jamais exploitée, puisque ces collines sont trop avancées dans la steppe, et qu'il faudroit un fort et un cordon pour assurer l'exploitation. D'ailleurs les environs sont inhabitables, absolument depourvus d'eau et de bois, enfin les couches paroissent être fort irregulières, c'est ce qui rendroit l'exploitation plus difficile et plus couteuse. Outre cela on ne manque pas de sel dans ces environs, ni à Astrachan, ni sur la Volga inferieure.

II. *Des Salines de la Russie.*

Les salines actuellement en activité se trouvent dans les Gouvernemens de Perme, da Wologda, de Novgorod, d'Archangel et d'Olonetz pour la Russie européenne, et dans les Gouvernemens de Tomsk et d'Irkoutzk en Sibérie.

Il y a encore plusieurs salines qui ne sont plus en activité, dans les Gouvernemens de Perme, de Wologda, de Kostroma, de Nigegorod et de Catherinoslaw.

1. Salines de Perme.

L'histoire nomme Gregoire et Jaques Anikivitsch Strogonow comme les premiers qui apprêtoient du sel en Perme; du moins ce sont eux qui firent les premiers établissemens considerables et reçurent en 1558 des terres sur la Kama, Tschoussova, Jaiva, Liev et Obva, environ à 80 verstes de la ville de Perme. Leurs établissemens pourvoïoient deja alors la plus grande partie de la Russie septentrionale et celle du milieu, preuve certaine que l'élaboration de ce sel est plus ancienne. Ils eurent des grands privileges, savoir 1) de faire construire des fortifications contre les incursions des peuples nomades de l'Oural, 2) d'être exempt de tout impôt et de pouvoir aggrandir leurs établissemens comme bon leur sembleroit, 3) d'avoir la jurisdiction suprême sur les gens appartenans aux salines sans recourir et sans repondre aux autres tribunaux. Ils eurent ces privileges puisque l'éloignement de ces contrées, alors desertes et exposées aux incursions des peuples nomades les rendoient necessaires, comme aussi en recompense des services presque incroyables pour ce tems là, que cette illustre famille avoit rendue au Zar, en argent, en soldats et en munitions de guerre. Les descendans de ces Strogonows se distinguerent encore à la prise de Moscou et dans les petites guerres continuelles contre les peuples sauvages, et reçurent des nouvelles terres le long de la Kama depuis la Lieva jusqu'a la petite riviere Oschapa.

L'administration de cette famille établie dans ces deserts, doit avoir été fort sage, car ils reussirent à faire des établissemens considerables partout où il y avoit des sources salées. Plusieurs furent abandonnées dans la suite à cause des debordemens de la Kama et par le manque d'ouvriers.

La Couronne imita l'exemple des Strogonows et fit un pareil établissement dans ces contrées sur la petite riviere Siraensk, mais Pierre le grand remit aussi cette saline à Gregoire Dmitriewitsch Strogonow en 1714 le 6 de mars, à condition que lui et ses descendans fourniroient 100,000 pouds de sel à la Couronne sans païement. Cette saline ayant été abandonnée dans la suite, le Gouvernement renonça à cette redevance en 1750.

Le Gouvernement ayant pris le commerce exclusif de sel le 5 de Fevrier 1705, fit de tems à autre des arrangemens qui influerent singulierement sur l'état de ces établissemens qui sont les plus considerables en Russie. D'abord on baissa le prix du sel de Perme par l'Oukase du 31 Mai 1711, où il est dit: les Strogonows et tous ceux qui ont verdu le sel au même prix doivent verdre leur sel à la Couronne à deux Denouschki moins par poud comme auparavant; les autres qui ont vendu à un prix plus modique ne baisseront leur prix que d'une Denouschka.

Il paroit que les établissemens se ressentirent de la perte qu'ils faisoient sur le prix ordinaire, car ils donnoient beaucoup moins de sel. C'est pour cela que l'Oukase du 13 de Juin 1715, leur fait une augmentation d'une Denouschka par poud, en leur ordonnant de fournir un million de pouds de plus. Mais cette augmentation ne suffisoit pas, comme le dit l'Oukase du 13 de Janvier 1724, qui ordonne que les proprietaires des Salines de Perme auront une augmentation de 3 Denouschka par poud en consideration du transport jusqu'à Nigegorod et de là dans les villes principales, par dessus le prix de Nigegorod qui étoit alors de 8 kopeques par poud. Outre cela ils seront libres de tout autre impôt et redevance, à raison de quoi les Strogonows seront tenus de fournir pour le moins trois millions de pouds et les autres proprietaires de Salines à Perme un million. En cas que les premiers fourniroient 50,000 pouds de moins et les autres 12,000 pouds de moins le Gouvernement décomptera une Denouschka par poud de toute la somme qu'ils doivent fournir.

La maniere de recevoir et de garder le sel étoit encore fixée par la loi. L'Oukase du 14 Juillet 1711 ordonne ce qui suit: quand le propriétaire des Salines remet son sel aux magazins, les chefs du corps des marchands, et le Bourguemaitre iront l'examiner, le feront mettre dans les magazins du proprietaire et y mettront leurs scellés. À la vente on inscrira dans un livre la quantité qu'on en a oté et les chefs du corps des marchands, le Bourguemaitre et le propriétaire ou ses commissaires signeront le compte payable par la Couronne.

Tous ces arrangemens ne contribuerent pas à faire fleurir ces établissemens; la liberté du commerce de sel declarée le 31 Decembre 1727 a du leur être plus favorable. Le reglement qui parut à cette occasion porte: (§. 1.) qu'il sera permis à un chacun de faire le commerce de sel comme bon lui semblera, (§. 2.) mais que les propriétaires des Salines et les marchands payeront un impôt, qui sera pour le sel de Perme et pour tous les autres sels cuits de 5 kopeques par poud (§. 9.). On accorde pour le sel qui se perd en sechant ou par la fonte 35 pouds sur mille pour le sel de Perme qui est transporté à Nigegorod, et 40 pouds pour les autres sels cuits qui sont plus foibles. (§. 26.) Les propriétaires des salines et les marchands seront tenus de vendre le sel au prix qu'il avoit dans le commerce libre avant 1705 en y ajoutant l'impôt actuellement imposé, enfin (§. 28.) si la chambre des finances remarque qu'une saline tombe en décadence, elle doit exhorter le propriétaire d'être plus vigilant et lui accorder une année pour se remettre, après quoi, si la production baisse toujours, elle fera vendre la saline.

La liberté du commerce de sel n'étoit donc pas tout-à-fait illimitée, la nécessité dans laquelle le Gouvernement se trouvoit de surveiller ces établissemens prouve assez qu'on n'avoit pas de sel en abondance.

Quand le commerce libre fut converti encore en monopole le 14 Août 1731, il fut ordonné qu'on païeroit aux propriétaires des salines l'argent qui leur revenoit aussitôt qu'une certaine quantité de sel seroit vendue, mais qu'on ne tiendroit plus compte du sel qui se perd. Les Barons Strogonows seront tenus de fournir 3 millions de pouds, les autres propriétaires un million, la même quantité fixée en 1724, donc l'élaboration n'a pas été augmentée pendant les sept années où le commerce avoit été libre. Les propriétaires des salines de Perme transporteront leur sel à Nigegorod et de là dans les magazins de Moscou, Twer, Kalouga et Deschkina, d'où le transport de la Couronne commencera. Le sel sera vendu par la Couronne au prix de 1705, l'argent sera envoié au comptoir pour le sel à Moscou, et à la fin de l'année les chefs des corps de la bourgeoisie, et les propriétaires des salines ou leur commissaires presenteront leurs comptes au comptoir à Moscou pour les verifier et pour recevoir le payement qui leur reviendra encore.

Il paroît que tous ces arrangemens n'étoient pas favorables pour les établissemens de Perme, car on remit deja le 2 d'Octobre 1732 aux propriétaires des salines de Perme toutes les redevances et on leur ajouta une kopeque par poud. Le 4 d'Octobre de la même année on affranchit les salines de l'obligation de recevoir des soldats en quartier et leurs gens de l'enrôlement. On leur augmenta encore une kopeque le 7 Août 1733, quoique la Couronne vendoit toujours le sel au prix de 1705. Le 22 de Mai de la même année on ordonna de payer les propriétaires trois fois par année et de mettre en compte le sel qui se perd d'après le reglement de 1727. Enfin l'Oukase du 15 Octobre délivre les propriétaires des salines de Perme de toute redevance à l'achat de leurs matériaux surtout pour les batimens de transport. On eut le plus grand soin pour les bois assignés aux salines de Perme. Dans l'instruction que le chef des mines à Catherinenbourg, le Conseiller d'Etat

Tatistchef reçut le 23 de Mars 1734, il est dit §. 6. de prendre toutes les précautions possibles pour que les mines de cuivre sur la Kama ne prennent du terrain sur les bois nécessaires aux salines de Perme. D'après cette instruction le reglement qu'il fit, parle fort au long dans le Chap. VI. §. 7. de la précaution avec la quelle on doit couper le bois pour les mines sur la Kama pour ne pas toucher aux bois assignés aux salines de Perme *).

Le Gouvernement ayant donné toutes ces ordonnances en faveur de ces salines exhorte les Barons Strogonows et les autres propriétaires des salines de Perme par l'Oukase du 27 Fevrier 1735, d'augmenter leur production en les chargeant de toute la responsabilité en cas que la Couronne essuïeroit des pertes par leur faute. Nombre d'Oukases autorisent le comptoir de sel à veiller sur les propriétaires de ces salines.

Le manque de sel étoit deja sensible avant l'exploitation réguliere du sel d'Elton. L'Oukase du 4 Avril et celle du 10 de Mai 1744 ordonnent au comptoir de sel d'employer tous les moyens possibles pour subvenir

*) Plusieurs salines avoient autrefois des bois considérables, d'autres n'en avoient jamais. Aprésent presque tous les bois sont consommés et les propriétaires achetent le bois des paysans de la Couronne des cercles de Tscherdin, gouvernement de Perme, et de Kais, gouvernement de Waetka, ce qui rencherit beaucoup le prix du sel.

au manque de sel, et l'Oukase du 12 Septembre de la même année ordonne de faire chaque semaine au Sénat un rapport exact sur la quantité de sel qui se trouve à Moscou.

Les mesures que le comptoir de sel prit pour suffire aux besoins croissans de sel étoient de renforcer les salines de Perme et de faire exploiter regulierement le sel du lac Elton. Pour atteindre le premier but on permit au comptoir par l'Oukase du 14 de Novembre 1746 de faire des avances en argent aux propriétaires des salines de Perme, et le 18 Decembre 1749 de païer exactement les Barons Strogonows, à raison de quoi ils fourniroient sans contredit trois millions de pouds. Par rapport au sel d'Elton on fit les arrangemens nécessaires pour les ouvriers le 26 de Fevrier 1747, pour la reception de ce sel le 6 d'Octobre 1748, pour la construction des magazins le 27 Mars 1750, et pour le transport à Nigegorod afin de renforcer le sel de Perme le 30 de Mars de la même année.

Toutes ces salines sont àprésent partagées entre plusieurs propriétaires et la Couronne. Celles de Novoousolie et de Lenva sont restées à la famille Strogonow, les autres sont revenues à d'autres propriétaires par dòt ou par vente, et à la Couronne par la sécularisation des biens du clergé en 1764.

C'est ainsi qu'au milieu des possessions de tous ces particuliers la Couronne possède encore la saline Dediouchina. Les Strogonows la batirent sur leurs terres et la donnerent ensuite au Monastére Piskorskoi Spasobréobragenski qu'ils avoient fait élêver. Quand les Monastéres perdirent leurs domaines cette saline revint aussi à la Couronne.

Toutes les salines des particuliers à Perme donnent actuellement environ quatre millions et demi de pouds par an, à peu près la même quantité qu'elles donnoient autrefois. La saline Dediouchina donna quelquefois 1,200,000 pouds, actuellement elle ne donne qu'entre 800,000 et 1,000,000 de pouds. On a fait plusieurs fois des projets pour l'aggrandir qui n'ont pas reussi et on attend un meilleur effet des améliorations qu'on vient d'y faire.

Les prix du sel de Perme étoient en 1705, quand la Couronne se reserva ce commerce, de 8 kopeques par poud à Nigegorod et de 12 à Moscou. Quand le commerce fut rendu libre en 1727, l'impôt de 5 kopeques y fut ajouté et le sel coutoit 13 kopeques à Nigegorod et 17 à Moscou.

Le réglement pour le sel de 1788 disoit que la Couronne ne se méleroit point dans les dispositions que les particuliers feroient à leurs salines, et qu'ils seroient payés d'après un prix libre sur lequel on conviendroit avec eux. Mais ce beau principe trouva tant de difficultés à l'execution qu'on étoit obligé en 1794 de fixer encore le prix aux propriétaires à 18 kopeques pour Nigegorod, d'où le transport de la Couronne commenceroit. Donc le prix de ce sel avoit augmenté en 89 ans, à compter de 1705, de $2\frac{1}{2}$ même selon l'estimation du Gouvernement. Mais les propriétaires demanderent encore une augmentation de 10 kopeques en 1798 et elle leur fut accordée, ainsi que le sel de Perme revient actuellement à Nigegorod à 28 kopeques, $3\frac{1}{2}$ de plus qu'il ne coutoit au commencement du 18^{me} siècle.

Quant à la saline Dediouchina qui a 719 paysans destinés au travail à la saline et qui sont payés d'après le reglement de 1776, le sel en revenoit à Nigegorod en 1782 à 14 kopeques, en 1792 à 18 et en 1799 à 28 kopeques, par où l'on peut juger de la cherté progressive des fraix de transport. Actuellement on ne le transporte plus à Nigegorod, mais immediatement de la saline dans les depôts des gouvernemens de Perme et de Waetka, une petite quantité est aussi envoyée a Wologda.

Dans la ville de Solikamsk, gouvernement de Perme, il y a aussi des salines dont plusieurs restent sans activité, les autres donnent environ 50,000 pouds que la Couronne paye à $9\frac{1}{2}$ kopeques et qui se vendent dans la ville et aux environs.

On pourvoit de sel de Perme, tiré des magazins de Nigegorod, les gouvernemens de Moscou, Twer, Smolensk et de Kalouga entierement, et les gouvernemens de Petersbourg, Novgorod, Plescou, Olonetz, Wologda, Waetka, et Perme en partie.

Nous donnons ici deux tableaux: le premier sur la quantité de sel vendue, sur les fraix et la perte de la Couronne pendant quatre ans dans les gouvernemens où le sel de Perme se vend ou seul, ou avec d'autres sels, le second sur la quantité qu'il y avoit de ce sel dans les années 1805 et 1806, et sur la distribution qu'on en a fait.

Tableau général

sur la quantité de sel vendue dans les Gouvernemens qui sont pourvus de sel de Perme, sur les fraix, le gain et la perte pendant quatre ans.

Gouvernemens	Années	Sel vendu		Fraix de l'apprétation et du transport		Dépenses extraordinaires: Gages des préposes et des subalternes		Dépenses extraordinaires: Depenses de différente espèce		Somme totale		Somme reçue pour la vente		D'après quoi la Couronne avoit: de gain		de perte		Somme moienne du gain		Somme moienne de la perte		Quantité moienne du sel qui se vend		Difference du plus au au moins de la quantité du sel consommé.	
		Pouds	Liv.	Roubles	Kop.	Roubles	Kop.	Roubles	Kop.	Roubles	Kop.	Roubles	Kop.	Roubles	Kop.	Roubles	Kop.	Roubles	Kop.	Roubles	Kop.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.
Moscou	1801	921,566	24	451,567	63¼	1,600		5,046		458,213	63¼	368,626	64			89,536	9¼								
	1802	940,539	15	460,864	29¼	3,712	50	5,046		469,622	79¼	376,215	75			93,407	4¼								
	1803	846,107	23	408,246	90½	3,960		5,046		417,252	90½	338,460	85			78,792	5½								
	1804	904,542	23	456,278	17¼	3,960		5,046		445,284	17¼	361,829	40½			83,454	76¾			86,310	21¼	903,189	1¼	94,431	32
Petersbourg	1801	684,757	38	452,025	84	900		2,621	40	455,547	24	273,992	93			181,554	31								
	1802	661,751	4	428,152	96	2,227	50	2,621	40	433,001	86	264,700	44			168,301	42								
	1803	523,699	27	346,793	99	4,232	25	2,621	40	353,647	64	209,479	87			144,167	77								
	1804	614,713	39	406,828	92	4,232	25	2,621	40	413,682	51	245,885	59			167,796	98			165,455	12	621,230	17	161,058	4
Novgorod	1801	538,421	20	292,874	64¼	1,800		3,010	93	297,685	57¼	215,368	60			82,316	97¼								
	1802	462,993	36	243,761	61½	2,475		2,000		248,236	61½	185,197	56			63,03	5¼								
	1803	461,710	14	255,381	20¼	2,475		2,000		259,856	20¼	184,684	14			75,172	6¼								
	1804	496,076	5	258,486	99½	2,475		2,000		262,961	99½	198,430	45			64,531	54½			71,264	90½	489,800	18¾	76,711	6
Twer	1801	552,262	1	279,498	78¾	1,300		3,500		284,298	78¾	220,904	81			63,393	97¾								
	1802	567,466	1	287,262	33½	3,217	50	3,500		293,979	83½	226,986	41			66,993	42½								
	1803	544,019	36	276,419	¼	3,217	50	3,500		283,136	50¼	217,652	6			65,484	44¼								
	1804	596,872	35	302,565	97¾	3,217	50	3,500		309,283	47¾	238,799	55			70,483	92¾			66,588	94¼	565,155	8¼	52,852	39
Smolensk	1801	768,738	25	468,092	15¾	1,200		3,409	44	472,702	19	307,495	45			165,206	74								
	1802	827,849	13	502,918	46¼	2,970		3,528	44	509,416	90¼	331,139	73			178,277	17¼								
	1803	741,490	24	450,455	54	2,722	50	3,528	44	456,706	48	296,596	24			160,110	24								
	1804	878,942	28	545,180	29¼	2,722	50	3,528	44	551,431	23¾	351,577	8			199,854	15¼			175,862	7¼	804,255	12½	137,452	4
Plescou	1801	575,547	25	368,556	98¼	900		1,948	50	371,405	48¼	230,261	63			141,143	85¼								
	1802	451,057	15	306,372	29½	2,227	50	1,948	50	310,548	29½	180,636	65¾			129,911	63¾								
	1803	528,775	2	367,907	77	2,227	50	1,948	50	372,083	77	211,774	24½			160,309	52½								
	1804	54[illegible],950	4	353,679	87¼	2,227	50	1,948	50	357,855	87¼	217,233	42½			140,622	44¾			142,996	86½	524,582	21½	124,490	10
Kalouga	1801	493,669	19	254,423	32	1,200		2,350	10¼	258,013	48¼	197,467	79			60,545	69¼								
	1802	443,506		222,736	76½	2,970		2,230		227,936	76½	177,402	40			50,534	36½								
	1803	438,134		220,037	33½	2,970		2,230		225,237	33½	175,253	60			49,983	73½								
	1804	502,034		259,777	97	2,970		2,230		264,977	97	200,813	60			64,164	37			56,307	4¼	469,335	34¼	63,900	
Olonetz	1801																								
	1802	149,806	19	94,836	97½	1,980		1,350		98,166	97½	59,922	59			38,244	38½								
	1803	118,160	8	83,704	85	1,980		1,350		87,034	85	47,264	8			39,770	77								
	1804	152,026		106,993	30¾	1,980		1,350		110,323	30¾	60,810	40			49,512	90¾			31,888	1½	104,998	6¼	33,865	32
Wologda	1801	278,017	16	109,725	88¼	1,900		3,021	60	114,647	48¼	111,206	96			13,440	52¼								
	1802	336,308	12	149,557	69¼	2,970		3,021	60	155,549	29¼	134,523	32			21,025	97¼								
	1803	329,580	15	145,672	32	2,970		3,600		152,242	32	131,983	84¼			20,258	47¾								
	1804	357,091	8	153,531	91¼	2,970		3,600		160,101	91¼	142,975	64¼			17,126	27			15,462	81¼	325,249	10¼	79,073	32
Waetka	1801	599,283	20	181,283	25½	1,300		1,919	92	184,503	17¼	239,713	40	55,210	22½										
	1802	640,443	15	193,734	12	3,217	50	1,919	92	198,871	54	256,177	35	57,305	81										
	1803	665,794	12	201,402	77½	3,217	50	2,036	47	206,656	74¼	266,317	72	59,660	97½										
	1804	665,940		216,299	46	3,217	50	2,036	47	221,553	48	266,376		44,822	57			54,249	89¼			642,865	10½	66,656	20
Perme	1801	563,550	39	168,124	35	1,200		1,120		170,444	35	225,420	39	54,976	4										
	1802	574,645	34	171,056	26¼	2,970		1,120		175,146	26¼	229,858	34	54,712	7¼										
	1803	629,998	25	183,609	15	3,366		1,120		188,095	15	251,999	45	63,904	30										
	1804	596,799	9½	176,406	81¼	3,366		1,120		180,892	81¼	258,719	69¼	57,826	87¼			57,854	82¼			591,248	26¼	55,352	31

Tableau général

sur la repartition du sel de Perme dans les magazins de Nigegorod.

Gouvernemens.	Quantité de sel destiné pour la consommation,						Repartition de cette quantité de sel d'après les besoins connus des Gouvernemens.								D'après cette repartition il y aura				En consideration de ce qui reste ou de ce qui manque il falloit fournir pour l'an 1806		Mais plusieurs Chambres de finances ayant demandé ou plus ou moins savoir		On a finalement resolu de fournir pendant l'annee 1806.					
	effectivement dans les magazins		en route,		Somme totale		pour la dernière partie de l'an 1805		pour toute l'annee 1806.		reste pour le commencem. de l'an 1807		Somme totale		du sel de reste		il manquera						pour la consommation		pour les magazins de reserve		Somme totale	
	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.	Pouds	Liv.
Moscou	715,128	11	pour le mois d'Août 1805 650,290		1,365,418	11	463,000		905,000				1,370,000				4581	29	909,581	29	1,027,621		925,000		225,000		1,150,000	
Petersbourg	438,808	27	991,558	10	1,430,366	37	280,000		625,000				905,000		525,366	37			99,663	3	377,394	3	175,000		175,000		350,000	
Novgorod	431,214	1	pour le mois de Septembre 429,513	26	860.727	27	140,000		425,000				565,000		295,727	27			129,272	13			187,500		112,500		300,000	
Twer	127,766	23	735,596		863,362	23	225,000		600,000				825,000		38,362	23			561,637	17			600,000		159,000		750,000	
Smolensk	228,097	39	1,134,278	14	1,362,376	13	325,000		900,000		jusqu'au mois de Fevrier 75,000		1,300,000		62,376	13			837,623	27			850,000		212,500		1,062,500	
Plescou	72,179	38	955,256	39	1,027,436	37	150,000		410 000		pour le mois de Mars 80,000		640,000		387,436	37			22,563	3			187,500		112,500		300,000	
Kalouga	396,675		456,481	35	853,156	35	190,000		510,000				700,000		153,156	35			356,843	5	342,313	25	370,000		130,000		500,000	
Olonetz	70,753	19½	216,870	32	287,624	11½	55,000		140.000		pour le mois de Septembre 85,000		280,000		7,624	11½			132,375	28½	150,000		150,000		32,500		182,500	
Wologda	130,028	20	257,394	10	387,422	30	75,000		195,000				270,000		117,422	20			77,577	20	50,000		100,000				100,000	
Waetka	366,279	20	pour le mois d'Août 544,124		910,403	20	210,000		660,000				870,000		40,403	20			619,596	20	640,952	21	650,000		150,000		800,000	
Perme	209,263	17	216,514	21	425,787	38	115,000		285,000				400,000		25,787	38			259,212	2	294,977	26	300,000				300,000	
Resan	15,000		50,000		65,000		15,000		50,000				65,000						50,000		50,000		50,000				50,000	

Outre ces onze Gouvernemens on envoit encore 50,000 pouds de sel de Perme à Resan, mais comme la consommation de ce Gouvernement passe 500,000 pouds nous ne les avons pas ajouté au tableau général.

Le second tableau doit servir pour donner une idée du revirement qui se fait du sel de Perme deposé dans les magazins de Nigegorod. Il indique la quantité de ce sel destiné pour la consommation, sans celui qui est deposé dans les magazins de reserve, ensuite la repartition préalable de la quantité actuellement dans les magazins et en route, puis les requisitions faites par les Chambres des finances d'après les changemens arrivés par rapport au nombre des habitans et leurs besoins, enfin la repartition finale faite au Ministere de l'interieur d'après les moyens qu'on à eu pour suffire à ces demandes, ou d'après des renseignemens ulterieurs fur les besoins des habitans.

Comme la Couronne perd beaucoup sur le sel de Perme on tache de rendre cette perte moins sensible en fournissant le plus grand nombre de Gouvernemens de sels tirés d'autres sources. C'est ainsi qu'on fit venir 200,000 pouds de sel de Liverpool pour Petersbourg et pour Plescou; Novgorod est en partie pourvu de sels de Stararoussa, Olonetz de sel d'Archangel et d'Olonetz, Wologda de sel de Seregow, de Totemsk et de Ledensk, Perme de sel de Koraekow, Resan de sel d'Elton et Waetka tire une certaine quantité de sel tout droit des salines de Perme.

Il y avoit d'après ces données en 1805 3,201,195 pouds $15\frac{1}{2}$ livres dans les magazins et 6,637,888 pouds 27 livres en route, sans le sel de Liverpool. La quantité de sel en route étoit deux fois plus grande que celle qui se trouvoit effectivement dans les magazins, elle surpasse même la provision annuelle assignée pour l'an l'an 1806 qui étoit de 5,845,000 pouds, d'où il resulte que le sel de Perme étant d'une fort bonne qualité se vend rapidement, qu'il y a eu des difficultés dans le transport et qu'on a voulu renforcer les magazins.

La production moienne des salines étant de 4 millions et demi il est clair que tout le sel de Perme cuit pendant les années 1803 et 1804 étoit ou dans les magazins ou en route en 1805 et qu'on a assigné pour l'an

1806 toute la quantité élaborée avec les plus grands efforts en 1805.

La plus grande consommation de sel de Perme se fait à Moscou, à Smolensk et à Petersbourg.

La consommation varie beaucoup, sur tout dans les Gouvernemens bien peuplés comme à Moscou, où la différence du plus au moins étoit en quatre ans de 94,431 pouds, à Kalouga elle étoit de 63,900 pouds, à Twer de 52,852 pouds. Quant à Smolensk où elle étoit de 137,452 et à Petersbourg où elle montoit à 161,058 pouds, le commerce avec les Gouvernemens libres paroit en être la cause.

C'est sur les progrès de la population et les besoins croissans des habitans que les Chambres des finances se reglent en demandant une plus grande quantité de sel comme à l'ordinaire. Mais il n'est pas toujours possible de satisfaire à leur demande et on est obligé de prendre un terme moïen. En d'autres Gouvernemens les Chambres des finances demandent moins par des raisons contraires, et on leur accorde pourtant plus, puisqu'on a justement les moyens d'accumuler une plus grande quantité de sel dans ces Gouvernemens ou puisqu'on prévoit des changemens.

La comparaison des tableaux sur la population avec les tableaux sur la quantité de sel vendue dans les mêmes années fera voir combien de sel revient environ sur chaque individu.

Gouvernemens	Population en 1803		Population en 1804		Somme totale		Sel vendu		Proportions					
							en 1803	en 1804	en 1803			en 1804		
	hommes	femmes	hommes	femmes	en 1803	en 1804	Pouds	Pouds	Pouds	Livres	Solotniks	Pouds	Livres	Solotniks
Moscou	420,182	427,173	574,806	510,324	847,355	1,085,130	846,107	904,542	—	39	90	—	33	43
Petersbourg	168,900	170,989	268,748	270,920	339,889	548,668	523,699	614,713	1	22	77	1	4	78
Novgorod	290,043	301,987	310,632	321,072	592,030	632,604	461,710	496,076	—	31	18	—	31	35
Twer	528,303	445,519	488,823	508,382	973,822	997,205	544,019	596,872	—	22	33	—	23	89
Smolensk	456,812	467,137	458,484	465,286	923,949	923,770	741,490	878,042	—	32	9	—	38	5
Plescou	311,195	314,883	311,260	314,883	626,078	620,143	528,775	542,950	—	33	76	—	34	67
Kalouga	364,645	363,090	358,985	361,958	727,735	720,943	438,134	502,034	—	24	7	—	27	87
Olonetz	102,416	107,389	100,227	107,352	209,805	207,579	118,160	152,026	—	22	5	—	29	28
Wologda	296,040	313,028	290,448	316,967	609,068	607,415	329,580	357,091	—	21	61	—	23	49
Waetka	446,811	487,853	451,224	488,985	934,664	940,209	665,704	665,940	—	28	37	—	28	31
Perme	453,572	487,912	456,817	489,399	941,484	946,216	629,998	596,799	—	26	73	—	25	21

Les Capitales ne sont pas comprises dans le tableau sur la population. Il faut compter pour Moscou plus que 300,000 habitans et pour Petersbourg plus que 200,000, parconsequent la proportion indiquée pour ces deux Gouvernemens est réellement moindre.

Le plus qu'on puisse admettre pour un individu est 40 livres ou un poud. Il n'y a pas de Gouvernement parmi ceux où le sel de Perme se vend qui ait cette proportion, car celle de Petersbourg est l'effet du commerce.

La moindre quantité paroit être 18 livres, les matelots ont par mois une livre et demi.

Les personnes aisées consomment autant de sel qu'il leur faut, les pauvres autant qu'ils en peuvent avoir. Les premiers ont tous les moïens pour se procurer ce dont-ils ont besoin, les derniers manquent ou d'un équivalent, ou ils se trouvent éloignés des lieux où le sel se vend. Le paysan Russe fait presque tout ce dont il a besoin lui même, sa nourriture, ses habits, sa cabane sont à la rigueur le fruit de son travail, le seul objet dont il fait une grande consommation et qu'il ne sauroit produire, c'est le sel, il faut qu'il l'achete absolument, et il souffre beaucoup s'il en manque. Avec si peu de besoins comment n'auroit-il pas un équivalent à offrir pour le seul besoin urgent qu'il a, pour le sel? Donc s'il en consomme peu, c'est qu'il y a des difficultés pour pouvoir l'acheter. Ces difficultés doivent exister dans les Gouvernemens où la proportion générale est au dessous de 30 livres, car les personnes aisées dans la proximité des magazins achetent assurement 40 livres par tète pendant l'année et il ne restera guere 20 livres pour le bas peuple. Que doit-on augurer des Gouvernemens où la proportion est de 21, 22 ou 23 livres? Là le paysan n'a assurement

 64

pas 18 livres et parconsequent il ne peut pas être suffisament pourvu.

Ce manque de sel dans les campagnes paroit être encore plus grand, quand on reflechit que les tableaux sur la population, que nous avons donné tels qu'ils existent au Departement du Ministère de l'intérieur, ne sont point exacts pour le nombre des habitans des villes où la population est plus grande qu'elle ne se trouve indiquée. Or le nombre de personnes aisées étant réellement plus grand, la proportion sera effectivement encore plus desavantageuse pour les habitans des campagnes. Il arrive de là, même dans les Gouvernemens où la proportion paroit avantageuse, comme dans celui de Pétersbourg qu'un ouvrier à la campagne demandera plutôt quelques livres de sel en payement, si cela est possible, que son argent.

Quelles seroient les suites si le commerce de sel étoit libre? Il me semble qu'il l'est deja réellement autant que la quantité actuelle de sel, l'éloignement des sources, les communications dans l'interieur et l'état des capitaux le permettent. Si la Couronne devroit se demettre de toute intervention dans ce commerce, le mal deviendroit encore plus sensible et les endroits éloignés où le sel n'arrive que par les moïens qui sont au pouvoir du Gouvernement seroient souvent entièrement dépourvus de sel.

La Couronne perd sur le sel de Perme, mais il est difficile de calculer au juste la grandeur de la perte, comme le sel de Perme se vend avec d'autres sels en sept Gouvernemens. Moscou, Twer, Smolensk et Kalouga sont entièrement pourvus de sel de Perme et la Courone y fait une perte de 385,068 roubles 26 kopeques d'après les proportions moiennes sur 2,741,935 pouds qui s'y vendent ordinairement, reste pour la quantité de ce sel assignée en 1806, 3,103,965 pouds. En ne comptant que le double de la perte susmentionnée la Couronne perdroit sur cette quantité de sel 770,136 roubles 52 kopeques.

Mais la perte doit être plus grande car le poud de sel qui revient à la Couronne à Moscou à $49\frac{1}{5}$ kopeques, à Toula $51\frac{3}{4}$, à Smolensk $62\frac{1}{2}$, à Kalouga $52\frac{3}{4}$, revient à Olonetz à $72\frac{1}{2}$, à Petersbourg $67\frac{1}{4}$, à Plescou $65\frac{3}{4}$ selon l'éloignement des Gouvernemens du Nord - Ouest des salines de Perme. Outre cela les gages des préposés et des subalternes ont été doublées et triplées depuis 1802.

En 1799 on évalua la perte de la Couronne sur le sel de Perme à 613,935 roubles 17 kopeques et en 1806 elle doit avoir surpassé la somme de 800,000 roubles, sans qu'on puisse prévoir où cette perte s'arretera.

2. Salines de Wologda.

Il y avoit jadis des salines assez considerables dans ce Gouvernement, actuellement il n'en est resté que les salines de Seregow, de Totma et de Ledensk.

Les salines de Seregow sont situées dans le cercle de Jarensk sur la rivière Wima. Elles appartiennent à des particuliers et sont les plus importantes, puisque leur salive est forte, leur position avantageuse pour le transport, et puisqu'elles ont encore des forêts.

Autrefois ces salines donnerent 200,000 pouds, actuellement elles donnent environ 145,000 pouds qui sont consommés dans le Gouvernement. Le sel de Seregow fut payé à 12 kopeques le poud d'après l'Oukase du 31 Août 1783, mais en 1800 le 16 de Novembre il fallut ajouter dix kopeques, ainsi que ce sel revient à 22 kopeques, sans le transport qui monte environ à 14 kopeques. Les gages des préposés et les magazins où la vente se fait absorbent le reste, donc la Couronne ne perd et ne gagne rien sur ce sel.

La saline de Totma est située à 2 verstes de la ville de Totma sur la rivière Kovda. La saline Ledensk à 30 verstes de là sur la rivière Ledenga. Autrefois elles appartenoient à des monasteres et revinrent en 1764 à la Couronne. Le Gouvernement resolut en 1783 le 31 Août de donner ces salines en ferme en promettant $13\frac{1}{2}$ kopeques par poud. Celle de Totma fut affermée et dirigée par des particuliers depuis 1783 jusqu'à 1791, celle de Ledensk resta sans activité. Mais en 1793 la Couronne reprit la direction et remit les deux salines en activité, on assigna 26,030 roubles pour le rétablissement des batimens et pour l'augmentation des travaux.

La saline de Totma rendoit autrefois pendant la direction des particuliers 37,000 à 41,000 pouds de sel, depuis 1791 à 1796 23,211 et 36,948 pouds, en 1796 34,023, an 1797 29,550, et aprésent environ 27,000 pouds. Celle de Ledensk donne de 9000 à 13,000 pouds.

La salive de ces salines est três foible, puisque des eaux douces s'y mêlent, le bois leur vient des forêts de la Couronne.

Le sel de Totma et de Ledensk est distiné pour les villes Totma, Wolsk et pour quelques bourgades dans les environs. L'apprétation revient à 26 kopeques. La Couronne ne perd et ne gagne rien sur ces sels.

En 1805 il y avoit de sel de Seregow dans les magazins: 196,431 pouds, 31 livres, en route étoient

160,332 — 36 —

356,764 pouds 27 livres,

dont on destina pour les derniers quatre mois de l'année 1805 50,000 pouds et pour l'annéd 1806 150,000 pouds. Il y avoit donc de reste pour l'an 1807 156,764 pouds 27 livres.

La quantité de sel de Totma et de Ledensk qui se trouvoit dans les magazins étoit de 29,555 pouds 33 livres, en route étoient 4,794 — 14 —

34,350 pouds 7 livres,

dont 10,500 pouds étoient destinés encore pour l'année 1805 et 35,500 pour l'année 1805. Il manquoit donc 1149 pouds 33 livres.

Toutes les salines de Wologda donnent au moins 172,000 pouds et tout au plus 185,000 pouds.

3. *Salines de Novgorod.*

Ces salines se trouvent près de la ville de Stararoussa et sont très anciennes. En 1710 il y eut 70 petites chaudières qui appartenoient en partie à des monastcres. Ils payoient un impôt de 10 kopeques tant que le commerce étoit libre.

La salive est très foible et ne contient pas plus qu'environ $1\frac{1}{3}$ pourcent, elle vient d'un ruisseau qui sort d'un petit lac. Donc ces salines ne pouvoient se soutenir que par une consommation prodigieuse en bois.

Comme les materiaux et la main d'oeuvre rencherissoient et comme les bois ne suffisoient plus, ces salines tomberent en décadence, desorte que le Sénat ordonna en 1759 de les abandonner, et c'est ainsi qu'elles resterent sans activité jusqu'en 1771.

On les remit dans cette année au Maitre - quartier-général Bauer qui ne trouva que 22 chandieres et tous les batimens delabrés. Les reparations et les améliorations qu'on fit revenoient à 385,211 roubles. Le Général avoit projetté un plan d'amélioration par le moyen de l'évaporation dans des hangards de graduation à la manière reçue en Allemagne. Il reussit et c'est le seul ouvrage dans ce genre en Russie.

Un ouvrage aussi compliqué se dégradoit avec le tems et on y envoya en 1799 le Conseiller d'Etat actuel Cancrin pour le rélever. Il ajouta deux nouveaux batimens de graduation et fit une reparation générale. On assigna pour cet objet la somme de 206,232 roubles.

Le produit de cette saline étoit autrefois très inégal, on eut de tems à autres plus de 300,000 pouds, moïennant une quantité énorme de bois. Le Général Bauer n'eut d'abord que 125,000 pouds et enfin 150,000 pouds. En 1780 on produisit 158,000 pouds et actuellement on a de 200,000 à 220,000 pouds.

L'apprétation coutoit anciennement 10 à 12 kopeques et revenoit avec le transport à $20\frac{1}{8}$ kopeques. Sous la direction du Général Bauer elle revenoit de 20 à 25 kopeques et actuellement elle coute 35 kopeques. Le transport pour Novgorod est de $6\frac{3}{4}$ kopeques et pour Plescou de $8\frac{3}{4}$ par poud.

On pourvoit de ce sel les villes de Stararoussa, de Novgorod, de Cholm et de Porchow, quelquefois aussi d'autres endroits.

Le bois nécessaire vient actuellement de 12 à 30 verstes par terre et de 100 par eau. On s'occupe à donner à cette saline ses propres forêts.

La Couronne perd quelque chose sur le sel de Stararoussa, mais elle gagne par rapport aux prix énormes que coute le sel de Perme dans ces endroits.

On consomme à Stararoussa environ 75,000 pouds qui reviennent à 36 kopeques avec le premier transport. Le sel de Perme y revient à 56 kopeques, on épargne donc sur le sel de Stararoussa 15,000 roubles. La ville de Novgorod reçoit environ 25,000 pouds de ce sel qui y revient à 37 kopeques, le sel de Perme y coute 54 kopeques, la Couronne épargne 4250 roubles. Le Gouvernement de Plescou reçoit environ 100,000 pouds qui y coutent 45 kopeques, le sel de Perme revient dans la ville de Plescou jusqu'à 72 kopeques et plus encore à Cholm et à Porchow, la Couronne y épargne 27,000 roubles et sur toute la quantité de 200,000 pouds 46,250 roubles. On a eu l'espérance de pouvoir porter la production avec le tems jusqu'à 400,000 pouds, et alors le profit en épargnes seroit encore plus grand.

Il y avoit de ce sel dans les magazins de Novgorod en 1805 13,574 pouds 25 livres et en route étoient 38,525 pouds 15 livres, en tout 52,100 pouds dont on assigna 25,000 pouds encore pour l'an 1805 et 20,000 pour l'an 1806. On destina encore pour ce Gouvernement 75,000 pouds, en tout 95,000.

Dans les magazins de Plescou il y avoit en 1805 63,111 pouds 1 livre et rien en route, de cette quantité on assigna 40,000 pour les derniers quatre mois de l'an 1805 et 21,000 jusqu'au mois de Mars 1806, en tout 61,000 pouds, donc il y eut un reste de 2111 pouds 1 livre. En tout on assigna pour l'an 1806 140,000 pouds de sel de Stararoussa pour ce Gouvernement savoir 40,000 pour Cholm, 90,000 pour Porchow et 10,000 pour Plescou.

4. Salines d'Archangel et d'Olonetz.

Les salines Nenokotskaia, Ounskaia, Loudskaia et Kouloiskaia du Gouvernement d'Archangel et dans le cercle du même nom sont très anciennes. La premiere, la troisieme et en partie la seconde appartiennent à des particuliers, la derniere est à la Couronne qui a aussi sa part à la seconde. Les bois leurs sont fournis des forêts de la Couronne.

La saline Nenokotskaja donne annuellement environ 100,000 pouds qui reviennent de 22 à 23 kopeques. La saline Ounskaia donne 20,000 pouds à 23 kopeques, la Loudskaia 3000, au même prix et la Kouloiskaia 3,500 à 35 kopeques, en tout 126,500 pouds.

Dans le cercle de Kemsk du même Gouvernement sont aussi des salines qui cuisent l'eau de la mer. Elles sont au nombre de 16, situées sur plusieurs Golfes de la mer blanche. Plusieurs appartiennent à la Couronne, les autres à des paysans. C'est seulement en hiver qu'on cuit ce sel, mais si le froid n'est pas constant, le produit n'en est pas considérable. L'eau de la mer n'est pas profonde dans ces golfes et ce n'est qu'un froid rigoureux qui rend la salive forte.

Ces salines rapportent jusqu'à 80,000 pouds. On paye 23 kopeques aux paysans, le même sel revient un peu plus cher à la Couronne. Le sel de mer quoique très malpropre est plus fort que celui des sources d'Archangel. Plusieurs projets pour perfectionner ces salines n'ont pas reussi.

Dans le Gouvernement d'Olonetz, cercle d'Onega, il y a quelques salines qui appartiennent à des particuliers à Wladischensk et à Tscheposchk. Elles donnent 12,000 pouds. La salive vient de sources, mais les sels sont grisâtres.

Le produit de toutes ces salines est donc environ de 218,500 pouds qui sont consommés dans les Gouvernemens d'Archangel et d'Olonetz.

En 1805 il y avoit de ce sel dans les magazins d'Archangel 51,229 pouds; en route étoient 157,274, en tout 208,503 pouds.

On assigna de cette quantité 110,000 pouds pour la derniere partie de l'année 1805 et 91,000 pour l'année 1806 jusqu'au mois de Juillet, en tout 207,000 pouds.

Outre cela on assigna pour l'année 1806 encore 60,000 pouds, ainsi que toute la quantité assignée pour cette quantité montoit à 157,000 pouds. La consommation ordinaire d'Archangel monte de 145,000 à 170,000 pouds.

Dans les magazins d'Olonetz se trouvoient de ce sel en 1805 14,320 pouds 20 livres et il n'y avoit rien en route. On destina 4000 pouds encore pour l'année 1805 et 10,000 pour l'année 1806, outre cela encore 5000 pouds, en tout 19,000 pouds.

Selon cette repartition on avoit assigné en 1806 de sel d'Archangel et d'Olonetz 176,000 pouds.

5. Salines abandonnées.

Nous avons deja fait mention de plusieurs salines abandonnées dans les Gouvernemens de Wologda et de Perme, outre cela il y en a eu encore de plus considerables dans les Gouvernemens de Kostroma, de Nigegorod et de Catherinoslaw, connues sous le nom de salines de Soligalitsch, de Balachne, de Bachmout et de Torsk.

Les salines de Soligalitsch se trouvent près de la ville du même nom dans le Gouvernement de Kostroma. En 1731 on élevoit les batimens nécessaires et établit huit chaudieres dont quelques unes appartenoient à des monasteres et les autres aux marchands de la ville. Mais en 1752 tous ces batimens furent consumés par le feu et les propriétaires n'étoient pas en état de les relever. Enfin comme cette saline n'avoit pas ses propres forêts le Sénat ordonna en 1753 d'abandonner cette saline. La part que les monasteres y avoient revint à la Couronne 1764 et enfin toute la saline. En 1776 le Gouvernement resolut de la donner en ferme et on fit un premier essai en 1776 qui ne reussit pas. En 1784 un marchand de Moscou la prit pour quatre ans à condition de fournir annuellement 30,000 pouds que la Couronne païeroit à 21 kopeques, mais il ne put fournir en quatre ans que 41,719 pouds, et depuis ce dernier essai personne s'est presenté pour prendre cette saline en ferme. Les terres appartenantes à cet établissement furent distribuées en partie aux habitans de Soligalitsch.

Le produit de cette saline n'a jamais été considérable. Depuis 1734 jusqu'en 1747 on en tiroit annuellement 15,000 pouds, puis 20,000 et enfin 31,000. Ce sel revenoit à 10 kopeques sans le transport.

Malgré le peu d'importance de cette saline c'est bien dommage que la foiblesse de la salive qu'il faut bouillir quatre fois pour en tirer du sel, et le manque de bois aïent forcé le Gouvernement de l'anéantir. Car ces petits établissemens pourvoyoient toujours leur cercle et la Couronne gagnoit toujours à raison du sel d'Elton ou de

Perme dont il faut les pourvoir actuellement. Mais comme ils ne se soutenoient que par une consommation prodigieuse en bois, il a bien fallut conserver les restes des forêts devastées pour l'usage des habitans dont le nombre est devenu plus grand.

Les salines de Balachne près de la ville du même nom, Gouvernement de Nigegorod, ont été plus considérables. Il y avoit autrefois 25 chaudieres qui appartenoient aussi en partie à des monastéres et en partie aux marchands de la ville.

Le Gouvernement s'intéressoit beaucoup à cet établissement comme le prouvent les Oukases du 11 Janvier 1733 et du 25 Juillet 1746. La première ordonne d'accorder aux entrepreneurs une augmentation d'une kopeque et demi au prix subsistant de 8 kopeques; la derniere leur remet toutes les redevances sur les materiaux dont ils auroient besoin, à raison de quoi ils s'engagerent de fournir annuellement 274,796 pouds de sel.

Mais les mêmes raisons, la foiblesse de la salive et le manque de bois qui fut transporté à cette saline sur la riviere Ounge du cercle de Soligalitsch obligea le Sénat en 1753 de l'abandonner.

Quand les biens ecclesiastiques furent sécularisés en 1764, la Couronne prit cette saline sous sa direction et la renouvella en 1784. Dix ans après on resolut de la donner en ferme, mais personne ne s'étant présenté, elle tomba en ruine. Le Sénat ordonna en 1797 au comptoir de sel d'indiquer les causes de la décadence de cette saline et les moyens de son retablissement. Ces causes étoient: la foiblesse de la salive, le manque de bois, le manque d'ouvriers et la cherté des matériaux nécessaires. Sur quoi le Sénat ordonna de prendre le bois des forêts de la Couronne sur l'Ounge, et d'employer comme ouvriers des paysans endettés, des vagabonds et des malfaiteurs. Toutes ces mesures n'eurent pas l'effet desiré et la saline tomba de plus en plus. On présenta enfin un projet d'amélioration en 1798 d'après lequel on esperoit pouvoir fournir 800,000 pouds de sel, on fit un essai, mais il reussit si peu que les nouveaux batimens s'écroulérent et que l'auteur du projet disparut. Le Ministre de l'Intérieur se vit donc forcé d'anéantir cette saline en 1802.

Autrefois elle rendoit beaucoup de sel, en 1731 elle donna 238,739 pouds, en 1786 202,000 pouds, en 1787 100,000 en 1788 71,381, et enfin, à mésure que le bois devint plus rare, 50,000 pouds. Ce sel coutoit très cher à la Couronne, l'élaboration seule montoit à 32 kopeques et avec le transport jusqu'à Nigegorod il revenoit à 43½ kopeques. D'ailleurs le sel de Balachne est assez pûr.

Les salinet de Bachmout et de Torsk, Gouvernement de Cathérinoslaw, sont situées près de la ville Bachmout sur la riviere du même nom et près de la ville Tora pui porte le surnom de Slavaenska. Les sources sont très riches et très fortes.

Elles revinrent en 1715 à la Couronne qui amèliora les ouvrages et permit aux particuliers de faire cuire du sel dans les chaudieres de la Couronne pour leur compte en payant la cuisson de 20 à 24 roubles à Bashmout, et à 10 roubles à Tora. Il y avoit à ces salines 500 ouvries, libres de toute autre redevance. En 1742 on l'afferma pour 50,000 roubles pendant dix ans et le fermier s'obligea outre cela de partager le profit avec la Couronne. Mais le bois manqua enfin et il fallut l'anéantir pour cette raison en 1782.

Quelque tems après on établit une fonderie à canon dans les environs de Bachmout près du village Lougarsk, où l'on decouvrit de riches couches de charbon de terre. Les habitans s'en servirent d'abord pour le chauffage puisque les environs sont denuées de bois, mais en 1798 on eut l'idée de s'en servir pour apprèter ce sel. Le plan du rétablissement échoua, on évalua les reparations à 98,324 roubles et l'entretien annuel à 40,069 roubles. On fit pourtant un essai avec le charbon de terre, mais il manqua entierement, peut être, comme on le disoit alors, faute de connoissances de la part des ouvriers. La Couronne abandonna ce projet couteux et incertain d'autant plus facilement que le sel de Crimée pourvoyoit suffisament ces contrées. On résolut de donner la salive en ferme à condition que les entrepreneurs rétabliroient les ouvrages, sur quoi ils auroient pleine liberté de vendre leur sel dans les Gouvernemens où le commerce est libre. Mais la difficulté de relever les ouvrages et la concurrence peu favorable du sel de Crimée dans ces contrées firent que personne se présenta.

Autrefois ces salines donnoient 600,000 pouds de sel qu'on vendoit dans les Gouvernemens de l'Oukraine et de la nouvelle Russie. Le sel que la Couronne appretoit sur ses chaudieres pour son compte alloit à Bachmout et dans la forteresse de Torsk. Depuis 1774 on pourvoit ces endroits de sel de Crimée.

Le 20. §. du reglement pour le sel, du 31 Décembre 1727, marque le prix auquel la Couronne vendoit alors ce sel. Il est dit : que le sel de Bachmout, tant qu'on ne donnera point la saline à ferme, sera vendû comme autrefois à 10 kopeques le poud.

Le manque d'ouvriers est tout aussi sensible dans ces contrées que le manque de bois. L'Oukase du 14 Janvier 1732 ordonna que 200 hommes des regimens de Ribinsk et de Charkow, postés dans le voisinage seroient commandés tour à tour pour le transport du bois, et qu'on les payeroit au prix ordinaire. Le 27 Fevrier 1735 on ordonna d'envoïer à ces salines 600 hommes des regimens de l'Oukraine et en 1740 le 24 Fevrier on ordonna d'assigner un nombre égal de paysans et de colons au lieu des soldats.

6. Salines de la Sibérie.

Près de la ville de Jenisei, Gouvernement de Tomsk, se trouve une saline. Autrefois il y en avoit deux, connues sous le nom de Spaskaia et de Troitzkaia, qui appartenoient jusqu'en 1764 aux monasteres Spaskoi et Troitzkoi. Mais des difficultés locales obligerent le Sénat en 1785 d'anéantir la premiere et on aggrandit les ouvrages de Troitzk.

Autrefois ces salines donnerent de 30 à 40,000 pouds, aprésent la Troitzkaja donne 30,000. Ce sel va à Jeniseisk, Tourouchansk et Krasnojarsk. L'apprétation revint autrefois à 4 kopeques et demi, aprésent à 12 kopeques. Le transport augmente ce prix jusqu'à 23 et 25 kopeques.

La saline Ouskoutsk est aux environs du bourg Ouskout sur la riviere Kouta à 580 verstes d'Irkoutzk. Elle étoit autrefois à la Couronne et fut donnée en ferme 1751, apresent elle appartient à un particulier et donne 12,000 à 16,000 pouds. Autrefois on paya ce sel 9 kopeques, en 1787 $8\frac{1}{4}$ et depuis 1801 à 15 kopeques.

Il y avoit de ce sel dans les magazins de Tomsk en 1805 38,157 pouds 27 livres, en route étoient 117,064 pouds 30 livres, en tout 155,222 pouds 17 livres, dont on assigna encore pour l'an 1805 35,000 pouds et pour l'an 1806 75,000 pouds. Il resta donc 45,222 pouds 17 livres, auxquels on ajouta encore 29,777 pouds 23 livres pour completer la somme de 75,000 pouds pour l'an 1807.

Dans le Gouvernement d'Irkoutsk il y a encore deux salines, connues sous le nom de la saline d'Irkoutz sur la petite riviere Irkouta, elle est à la Couronne, et celle de Selinginsk près du lac Baikal dans le cercle de Werchneoudinsk sur la riviere Selenga près d'un petit lac salé duquel on ne cuit du sel qu'en hiver, elle est aussi à la Couronne.

L'établissement de ces salines est fort ancien. Celle d'Irkoutzk fut donnée à ferme, mais en 1784 la Couronne reprit la direction; les ouvriers sont pour la plupart des exilés, celle de Selenginsk étoit autrefois à la Couronne mais quand le commerce de sel fut rendu libre en 1727 elle fut vendue, puis elle est encore revenue à la Couronne et elle a aprésent cinq chaudieres.

La saline d'Irkoutzk donne annuellement 100,000 jusqu'à 120,000 pouds, et celle de Selenginsk de 45,000 à 48,000.

Comme le Gouvernement d'Irkoutsk ne consume que 150,000 ou 200,000 pouds, ce sel suffit pour la consommation ordinaire. On assigna en 1806 la somme de 219,725 pouds, quantité qui avoit été vendue en 1804.

Quand la saline d'Irkoutzk fut dirigée par des particuliers, la Couronne leur païoit $8\frac{1}{4}$ kopeques. Aprésent l'appretation revient à $16\frac{1}{2}$ kopeques. Le sel de Selenginsk coutoit autrefois 10 kopeques, depuis 1765 jusqu'en 1787 $9\frac{3}{4}$, depuis 1797 17 kopeques. Avec le transport ce sel revient à 37 kopeques. En comptant ce qu'il faut pour les magazins et les préposés, la Couronne ne gagne et ne perd rien sur ce sel.

Il y a encore une saline à Ochotzk qui rapporta autrefois 2000 pouds, elle est en décadence.

Resumé général.

La Russie a d'aprés ces données de toutes ses salines annuellement 6,735,500 pouds de sel, savoir :

1) de la mine d'Iletzk — 400,000 pouds, l'exploitation revient à $\frac{3}{4}$ kopeques, la qualité est supérieure quoique différente, le profit est encore incertain;

2) des salines de Perme 4,500,000 pouds, paiés par la Couronne à 28 kopeques, très bonne qualité, sel blanc, la perte causée par le transport peut monter à 800,000 roubles;

3) de la saline Dediouchina 1,000,000 de pouds, les premiers fraix sont les mêmes, même qualité, la Couronne gagne dans les Gouvernemens de Waetka et de Perme où il est transporté immediatement, mais il est difficile d'évaluer la part que le sel de Dediouchina a à ce profit, qui en tout monte à 112,104 roubles;

4) des salines de Wologda 185,000 pouds, ce sel revient de 22 à 26 kopeques, bonne qualité, mais un peu grisâtre, la Couronne n'a ni perte ni gain sur ce sel;

5) des salines de Novgorod 220,000 pouds, il revient à 35 kopeques, perte modique, bonne qualité;

6) des salines d'Archangel et d'Olonetz 281,500 pouds à 22 à 23 kopeques, sels assez forts, mais grisâtres, ni perte ni gain;

7) des salines de Sibérie 212,000 pouds qui sont payés à 12, à 15, à 16½ et à 17 kopeques, bonne qualité, la Couronne n'y perd et n'y gagne rien.

Les salines abandonnées rapportoient environ 800,000 pouds, savoir :

1) celle de Soligalitsch 30,000 pouds qui revenoit à 21 kopeques, sel ordinaire;

2) celle de Balachne 274,796 pouds, ce sel étoit payé à 32 kopeques et de très bonne qualité;

3) celles de Bachmout et de Torsk donnoient 600,000 pouds, on le vendit à 10 kopeques et il étoit fort et blanc.

Observations
sur la position des premiers magazins.

Les fraix du transport étant la cause principale des pertes de la Couronne, il s'agit de savoir si la position des premiers magazins est avantageuse ou non. Dans ce dernier cas elle augmentera les fraix et parconsequent la perte de la Couronne.

Le transport du sel d'Elton se fait par terre jusqu'à Kamischin et Saratow, par eau jusqu'à Nigegorod, de là à Ribinsk et enfin par eau et par terre jusqu'aux endroits pour lesquels il est destiné.

Le transport du sel de Perme se fait sur la Kama et sur la Volga jusqu'à Nigegorod, de là a Ribinsk et enfin aux endroits marqués.

Il y a bien long tems qu'on a établi les premiers magazins à Kamischin, Saratow et à Nigegorod. Leur position convenoit alors aux besoins de l'Etat, aprésent elle ne repond plus aux endroits que les batimens d'une certaine grandeur peuvent atteindre dans un voyage avec sureté.

Si l'on envisage les magazins de Nigegorod comme destinés uniquement pour le sel de Perme, ils se trouvent parfaitement à leur place, car les gros batimens de Perme ne peuvent remonter la Volga au delà de cette ville. Mais si l'on remarque qu'il faut deposer dans ces mêmes magazins une quantité considérable de sel d'Elton, alors il faudra avouer que le voyage direct de Saratow et encore plns de Kamischin jusqu'à Nigegorod a bien de difficultés. Les gros batimens de Saratow manquent souvent de la profondeur nécessaire d'eau pour pouvoir achever ce long voyage dans un été. Ce manque d'eau commence toujours à l'embouchure de la Kama et augmente sensiblement jusqu'à Nigegorod.

La distance est trop grande pour les batimens qui portent le sel, le voyage est lent et devient difficile par l'inégalité du courant de la Volga qui change annuellement, les eaux baissent en attendant, il faut decharger les

les vaissaux, il faut hiverner, on perd du tems, les fraix augmentent et il y a des retards.

Ce grand éloignement rencherit toujours les fraix, même quand il n'y a point d'accident pendant le voyage, car les batelirs doivent nécessairement perdre tout l'été et renoncer entièrement à la culture de leur champs. Donc il arrive qu'on manque de bateliers et toujours ils se font païer plus cher.

Depuis Nigegorod jusqu'à Ribinsk la profondeur de la Volga baisse encore plus, et au de là de Ribinsk il est tout-à-fait impossible aux batimens d'une certaine grandeur de remonter le fleuve, il faut absolument decharger le sel dans des navires de moindre grandeur.

La nature paroit donc avoir déterminé l'embouchure de la Kama et Ribinsk pour l'établissement de grands magazins entre Saratow, Nigegorod et les Gouvernemens du Nord.

Lorsque le Comte Schouwalow avoit la direction du commerce de sel il fit établir des magazins vis-à-vis de l'embouchure de la Kama du coté droit de la Volga. La position est heureuse pour le sel d'Elton.

Les propriétaires des salines de Perme représenterent la difficulté qu'il y avoit de transporter leur sel à Nigegorod et on établit des magazins au coté gauche de la

Volga à l'embouchure de la Kama près du village Bogorodskaia plus près des salines. Ces magazins sont connus actuellement sous le nom d'Oustkamski. C'étoit pour épargner aux gros batimens de Perme qui viennent jusque là avec le courant sur la Kama, un voyage de sept verstes contre le courant de la Volga. Cela convient aux salines de Perme mais pas au sel qu'on amene du lac Elton.

Il paroit résulter de là que les points naturels pour les grands magazins sont Kamischin et Saratow, l'embouchure de la Kama, Nigegorod et Ribinsk.

SUPPLÉMENT.

OBSERVATIONS ET RÉFLEXIONS SUR LES MARÉES DANS LE PORT DE NANGASAKY EN 1805.

PAR

Mr. LE CAPITAINE DE KRUSENSTERN.

Présentées à la Conférence le 4 Avril 1810. (*)

La sûreté de la navigation, surtout celle de la navigation le long des côtes, est étroitement liée à la connoissance exacte des changemens du flux et reflux. On a longtems été dans les ténèbres sur les causes et les effets de ce phénomène. Suivant diverses conjectures et quelques apperçus assez justes des Anciens, et après plu-

(*) Comme le célèbre auteur avoit repris ce mémoire, présenté d'abord en allemand, pour le faire traduire en françois, la traduction, remise à l'Académie le 4 Avril 1810, ne put plus entrer dans la suite des Mémoires de la Section des Sciences physiques; c'est pourquoi l'Academie, pour ne pas priver les Lecteurs, curieux de ces sortes d'observations, d'un mémoire interessant, a jugé apropos de lui donner une place ici. F.

sieurs hypothèses fausses et peu satisfaisantes des Modernes sur le flux et reflux, *Newton* découvrit le premier les causes de ce phénomène et les loix invariables dont il ne s'écarte jamais. La théorie établie par *Newton* a été ensuite portée par *La Place*, et à l'aide de l'analyse, à un eminent degré de perfection; les moindres apparences du flux et du reflux sont développées et prouvées. Cependant la théorie de ce phénomène merveilleux fait encore l'objet des recherches les plus profondes de quelques uns des premiers géomètres de l'Europe. De tout tems ces célèbres Savans ont désiré de posséder des observations exactes sur les marées, qui pussent les mettre à même de se convaincre de la certitude de la théorie par l'accord de ces observations avec leurs calculs, ou de découvrir, dans le cas qu'il se montreroit des anomalies, les causes de ces mêmes anomalies.

On avoit déjà commencé, dès le seizième siècle, à faire des observations sur les marées (*a*). Les plus éxactes sont celles qui ont été faites au commencement du siècle passé, d'après les invitations de l'Académie des Sciences de Paris, et ces observations ont été de la plus

(*a*) Les premieres observations furent faites sur la Garonne en 1575 par Mr. de *Condale*. La *Hire* et *Picard* en frent de semblables à Brest et à Bayonne pendant les années 1679 et 1680. (*Note de l'auteur.*)

grande utilité pour ceux qui s'occupent de la théorie de ce phénomène (*b*). Depuis on a fait dans la plûpart des ports, le long des côtes de l'Europe, des observations sur les marées, mais elles n'ont été ni aussi exactes ni aussi continues que les précédentes. On a aussi fait, pendant les voyages mémorables des Anglais, sous la conduite de l'immortel *Cook* et de ceux qui l'ont suivi, de très exactes observations sur les marées des îles de la mer du Sud et des côtes de ce vaste Ocean, observations qui sont sans contredit d'une grande importance pour la navigation, mais le court séjour que l'on fait ordinairement, pendant de semblabes voyages, aux diverses relàches, ne permettent pas d'y apporter l'exactitude, et d'entrer dans le détail nécessaires pour remplir entièrement le voeu des Physiciens.

J'employai le tems de nôtre long séjour à Nangasaky à ces observations utiles, pour me dédommager en quelque sorte de l'inaction de près de six mois, à la quelle je prévoyois, que nous serions condamnés dans ce lieu. Cette occupation m'étoit d'autant plus agréable que le port de Nangasaky paroissoit très propre à faire des

---

(*b*) On trouve, dans le 4e Volume de l'Astronomie de *La Lande*, des observations détaillées, faites sur les marées en 1711 — 1716 dans différens ports de France. *K*.

observations sur les marées, parceque leurs changemens y sont très réguliers, et que l'eau, qui y est presque enfermée de toute part, n'est que très rarement agitée. Mon attente ne fut cependant remplie qu'en partie. Il se passa plus de trois mois, avant que qui que ce soit eût osé descendre à terre, et avant qu'il fut, par conséquent, possible de commencer ces observations; et même alors il se présenta de nouvelles difficultés. Les rivages de Nangasaky sont si bas, que le jussant laissoit à découvert un terrein de 80 à 100 toises, depuis les fenêtres de l'hôtel de l'Ambassadeur, qui étoit le point jusqu'auquel parvenoit la pleine mer; par conséquent il étoit, sinon impossible, au moins très difficile, de déterminer exactement le degré d'acroissement et de diminution des marées, et l'on n'avoit pas lieu de s'attendre à ce que la police méfiante des Japonois permît le nivellement d'un aussi grand espace. Mais cette difficulté fut levée depuis, par la méfiance même des Japonois qui, pour empêcher que les embarcations, qui alloient du vaisseau à terre, pussent aborder ailleurs qu'à l'echelle conduisant à la porte de l'hôtel de l'Ambassadeur, établirent bien avant dans la mer une avenue fermée par deux fortes rangées ou estacades de bambous. Je pus donc fixer mon echelle de graduation à la partie la plus avancée de ces bambous, ce qui faisoit un espace d'environ 80 toises. Cependant la basse mer découvrit, quoique très rarement, un terrein de 20 à 25 toises au delà du lieu, où l'echelle étoit fixée; malgré cela les observations, faites à ces époques, perdent peu de leur exactitude, graces au nivellement qu'on avoit pu faire sur ce petit espace, sans exciter trop la curiosité des Japonois. En attendant que les Japonois nous eussent fourni, par leur avenue de bambous, un moyen de faire avec plus exactitude nos observations sur les marées, j'avois fait fixer l'échelle de graduation à la maison qu'habitoit l'Ambassadeur, d'où l'on pouvoit les suivre de sa croisée; c'est ce que faisoit le Dr. *Langsdorff*, qui notoit plusieurs fois le jour l'élévation de l'eau, mais ces observations, commencées le 9 Janvier et terminées le 23 Fevrier, n'ont d'autre exactitude que celle du tems et de l'élevation précise du flux, tandis que la durée et l'abaissement du reflux ne purent être estimées que par approximation. On nous avoit accordé, à une petite distance de Mégasaky, un espace de terrein, également entouré de bambous, pour y reparer nos embarcations. Le Charpentier du vaisseau, qui devoit s'y tenir depuis six heures du matin, jusqu'à six heures du soir, et qui étoit un homme très-intelligent, avoit été chargé par moi, de noter à chaque heure l'élévation et l'abaissement de la mer. L'échelle de graduation fut placée aussi loin dans la mer que le reflux laissoit de terrain à découvert, et le zéro de l'échelle ne resta à sec que par les marées des syzygies. Ces observations, commencées le 5 Fevrier et continuées jusqu'au 1 Avril, sont à la verité assez exactes, mais elles n'égalent pas celles que je fis faire plus tard à Mégasaky, par le Pilote du vaisseau. J'y attache un très grand prix; car elles sont faites, pour la plûpart, depuis le lever du soleil jusqu'à son coucher, et exécutées avec beaucoup d'application et exactitude.

L'échelle de graduation avoit été fixée au bambou le plus avancé dans la mer, et cela de façon qu'on put y appercevoir de la barrière de Mégasaky, moyennant une lunette d'approche, le moindre changement dans l'élevation de l'eau. L'observateur ne s'éloignoit que rarement pour plus d'un quart d'heure de la barrière, et la lunette ne sortoit presque pas de ses mains. Les observations journalières m'étoient remises tous les soirs, et j'en dressois sur le champ des tables. Ordinairement les observations se faisoient de 15 en 15 minutes, mais pendant le tems de la pleine et de la basse mer elles étoient plus fréquentes, et se faisoient de 5 en 5 minutes, et quelque fois encore plus fréquemment, comme l'indiquent les tables détaillées. Le nombre d'observations obtenu entre chaque changement me donnoit la possibilité d'employer la méthode sûre des observations correspondantes peu éloignées du maximum ou du minimum, et de prendre entre plusieurs une moyenne, pour déterminer plus exactement l'instant de la haute et de la basse mer. Je dois regretter que ces dernieres observations n'aient eu lieu que pendant six semaines; elles commencèrent le 5 de Mars et durèrent sans interruption jusqu'au 15 Avril. Mais cette période même est d'autant plus importante pour ce phenomène, que les observations qu'elle comprend ont été faites pendant l'équinoxe du printems.

Pour la facilité du coup d'oeil j'ai ajouté aux observations principales des marées une table qui indique, pour chaque jour, le tems de la pleine et de la basse mer, et l'élevation totale de la marée, ou la marée totale. Par la marée totale j'entends la différence observée entre les points de la plus grande élévation et du plus grand abaissement des eaux. On n'a marqué l'heure de la pleine mer, ou de la basse mer, que lorsqu'elle a pu être déterminée par des observations immédiates ou correspondantes; on a au contraire indiqué journellement la différence des hauteurs, ou la marée totale. On trouve aussi dans cette table les différentes phases de la lune;

la déclinaison et la Parallaxe horizontale; le passage par le méridien; le diamètre du soleil; enfin les hauteurs du Baromètre et du Thermomètre. Tous ces argumens sont réduits au midi vrai de Nangasaky. Les montres des observateurs furent comparées tous les matins et tous les soirs avec les Chronomètres qui se trouvoient à bord. Comme pendant notre voyage nous avancions toujours vers l'Ouest, il étoit naturel qu'à notre arrivée au Kamtschatka nous devions avoir perdu un jour; je ne voulois cependant pas changer ma manière de compter, jusqu'à ce que nous eussions parcouru le cercle en entier, ce qui arriva quelques jours avant notre arrivée à l'isle *St. Helène.* Il s'en suit que nous comptions au Japon un jour de moins, c'est de cette manière, que toutes les dates indiquées pour les calculs ordinaires, et pour la narration des évènemens sont d'un jour plus tard qu'en Europe. Mais pour les observations sur les marées, j'ai déjà anticipé sur ce jour.

Les observations faites pendant les Syzygies et les Quadratures sont les plus importantes pour la théorie des marées. Je ferai donc un extrait de mes tables, avec les résultats déduits de ces observations, et il me reste seulement à remarquer ici, que les observations de Janvier et de

Fevrier ne sont pas de la même exactitude, ni en aussi grand nombre que celles de Mars et d'Avril.

Le 14 *Janvier*, un jour avant la pleine lune Perigée, sa parallaxe horizontale étant $= 60' 54''$, l'heure de la basse mer, ni celle de la haute mer, ne fut point observée immédiatement. J'ai trouvé celle de la basse mer $1^h. 5'$, d'après deux hauteurs correspondantes, et j'en ai calculé l'élévation à $2^{Pd}. 6^{Pc}$ (*c*). La plus grande élévation pendant ce jour fut observée alors à 2^h de 8 pieds. Mais la mer devoit déjà avoir baissée presque depuis un heure. Selon la règle mentionnée dans la note j'ai calculé la hauteur de l'eau à l'heure de la pleine mer $= 8^{Pd}. 1^{Pc}$. Ainsi si l'on soustrait $2^{Pd}. 6^{Pc}$. de $8^{Pd}. 1^{Pc}$., il reste $5^{Pd}. 7^{Pc}$.

(*c*) Toutes les fois que les hauteurs de la pleine et de la basse mer n'ont pu être observées immédiatement, je les ai calculées d'après la loi suivante. Concevant un cercle vertical, dont la circonférence représente un demi jour, et dont le diamètre est égal à la marée totale, c'est-à-dire, à la différence des hauteurs de la pleine et de la basse mer, et supposant que les arcs de cette circonférence, à partir du point le plus bas, expriment les tems écoulés depuis la basse mer; les sinus verses de ces arcs seront les hauteurs de la mer, qui correspondent à ces temps. Voyez *La Place* Exposition du système du monde pag. 250. de la seconde édition in 4to.

Cette loi s'observe exactement dans la pleine mer, où la seule action de l'attraction de la lune et du soleil produit les marées; mais les circonstances locales peuvent l'altérer considérablement, de sorte que pendant les quadratures, quand ces circonstances agissent plus efficacement, vu les foibles actions de l'attraction, cette loi ne sauroit plus être employée avec quelque exactitude. K.

pour la marée totale, ce qui, pour l'influence réunie de la plus grande proximité de la terre et de l'opposition du soleil avec la lune, est une élévation très médiocre. Sans doute un fort vent du Nord, accompagné de grains de pluie et de grêle, et tout-à-fait opposé à la direction du flux, venant du SO$\frac{1}{2}$S, empêcha ce jour là une plus grande élévation de la mer. La déclinaison boréale de la lune étoit 25°.

Le 17 *Janvier*, deux jours après la pleine lune, la parallaxe horizontale étant $58' 59''$, le tems de la haute mer, calculé d'après des observations correspondantes, est $8^h. 53'$; quelques minutes plus tard la hauteur de la mer fut observée de $8^{Pd}. 9^{Pc}$. ce que l'on peut regarder comme la plus haute élévation. A $2^h. 30'$ l'eau étoit tombée jusqu'à 9 pouces. Il ne fut pas fait d'autres observations ce jour là. L'heure de la basse mer doit être $3^h. 2'. 49''$ (*d*); et à cette heure j'ai calculé la hauteur de la mer $= 5\frac{1}{2}^{Pc}$. Ainsi la marée totale a été le 17 Janvier $8^{Pd}. 9^{Pc}. - 0^{Pd}. 5\frac{1}{2}^{Pc}. = 8^{Pd}. 3\frac{1}{2}^{Pc}$. Le vent souffla tout le jour foiblement du Nord.

Le 24 *Janvier*, deux jours après la quadrature et un jour avant l'Apogée, d'après deux observations correspon-

(*d*) Le retard journalier du flux dans les syzygies est d'après la théorie $= 38'. 57''$, ce qui fait pour le retard de chaque changement $= 9'. 44''$. *K.*

dantes très éloignées, le tems de la pleine mer étoit $1^h.45'$; à $1^h.30'$, la hauteur de l'eau étoit de $5^{Pd}.6^{Pc}$. A 8 heures du matin, qui doit être à peu près le tems de la basse mer, la hauteur étoit de $= 4^{Pd}$. Par conséquent le 24 Janvier la marée totale a été $= 5^{Pd}.6^{Pc}. - 4^{Pd}.0^{Pc}. = 1^{Pd}.6^{Pc}$. Ce jour là le vent souffloit foiblement du SE, avec des intervalles de calme.

Le jour de la pleine lune et le jour qui la précédoit, c'est-à-dire le 30 et le 31, il ne fut fait aucune observation.

Le 3 *Fevrier,* trois jours avant la quadrature, la lune étant dans l'Equateur, le tems de la pleine mer, déduit de quelques hauteurs correspondantes, arriva à $9^h.45'$. La plus grande élévation de l'eau à $9\frac{1}{2}^h$. fut de 8 pieds, que j'établis pour le plus haut point. Après midi le jusant tomba jusqu'à 3 pouces. Ainsi la marée totale fut ce jour là de $8^{Pd}. - 0^{Pd}, 3^{Pc}. = 7^{Pd}.9^{Pc}$. Le vent portait bon frais du NO.

Le 9 *Fevrier,* deux jours après la quadrature, et un jour avant le Périgée, la parallaxe horizontale étant $59'.58''$, la lune ayant $26^o.03'$ de déclinaison boréale, je déduisis l'heure de la pleine mer de quelques hauteurs correspondantes = à $2^h.30'$; la hauteur de la mer fut observée alors de $4^{Pd}.9^{Pc}$. A $9\frac{1}{2}^h$ du matin, tems de la basse mer, elle n'étoit descendue que jusqu'à 3 Pieds. La marée totale fut donc ce jour là de $4^{Pd}. 9^{Pc} - 3^{Pd}. 0^{Pc}. = 1^{Pd}. 9^{Pc}$; cette élévation médiocre est d'autant plus étonnante que la lune se trouvoit presque dans sa plus grande proximité de la terre. L'eau se tint presque tout le jour entre 3 et 4 pieds. Le vent, par un ciel très couvert, souffla foiblement du NNO.

Le 14 *Fevrier,* jour de la pleine lune et quatre jours après le Périgée, le tems de la basse mer, dans le lieu où l'on réparoit nos embarcations, fut observé à 3^h. L'eau étoit tombée jusqu'à 3 pouces; à 7^h. du matin elle étoit montée jusqu'à $8^{Pd}. 5^{Pc}$; donc l'élévation totale de la marée fut $8^{Pd}. 5^{Pc} - 0^{Pd}. 3^{Pc} = 8^{Pd}. 2^{Pc}$. Il ventoit foiblement du SE par un tems obscur.

Le lendemain, la lune étant à l'Equateur, la marée monta, dans le même lieu, à 9^h du matin jusqu'à $8^{Pd}. 10^{Pc}$, et tomba jusqu'à $1^{Pd}. 6^{Pc}$. par conséquent la marée totale de l'eau fut ce jour de $8^{Pd}. 10^{Pc} - 1^{Pd}. 6^{Pc} = 7^{Pd}. 4^{Pc}$. Nous avions pendant toute cette journée un gros tems du NO avec de la neige et de la grêle.

Le 23 *Fevrier,* deux jours après la quadrature, et un jour après l'Apogée, la lune ayant 26°. 01′ de déclinaison australe, l'heure de la haute mer se trouva être à midi. L'élévation de l'eau, à l'endroit où l'on réparoit nos embarcations, fut de $5^{Pd}. 8^{Pc}$; à 5^h. après midi, à peu près une heure avant le tems de la basse mer, l'eau n'étoit tombée que de 11 pouces, et le matin à 8^h, c'est-à-dire 2^h avant la basse mer, elle étoit plus basse de 10 pouces. J'ai calculé l'élévation de la basse mer le matin $4^{Pd}. 8^{Pc}$, et le soir $4^{Pd}. 6^{Pc}$, par conséquent l'élévation totale de l'eau ce jour la fut $5^{Pd}. 8^{Pc} - 4^{Pd}. 7^{Pc} = 1^{Pd}. 1^{Pc}$. Il ventoit foiblement du N.

Le 6 Mars, deux jours avant la quadrature, l'heure de la pleine mer fut déterminée, d'après des élévations correspondantes, à $10^h. 16'$. La marée monta jusqu'à $9^{Pd}. 8^{Pc}$. A $4^h. 30'$ elle étoit descendue jusqu'à $0^{Pd}. 6^{Pc}$; ainsi l'élévation totale de l'eau fut de $9^{Pd}. 2^{Pc}$. Il parût ce jour là un phénomène, qui fut souvent remarqué pendant les trois semaines suivantes, quoique à un moindre degré d'intensité. Le jusant étant parvenu à son point le plus bas, la mer remonta après 15 minutes d'un pied et demi, après 15 autres minutes elle retomba d'autant, et la mer continua de la sorte à hausser et à baisser alternativement toutes les 15 minutes d'un pied et demi. Comme à 6 heures il commença à faire obscur, on ne put continuer plus tard ces observations avec la même exactitude, mais un bateau que j'avois envoyé à terre et qui revint à $7\frac{1}{2}^h$, trouva que cette crue et cette baisse de l'eau avoit duré jusqu'après 7 heures (*e*). Pendant tout le jour le vent souffla bon frais du Nord; la nuit et le jour suivant, il vint du même point avec beaucoup de violence.

Le 10 *Mars*, deux jours après la quadrature et un jour après le Périgée, la parallaxe horizontale étant de $56^{\circ}. 02'$, et la déclinaison de la lune de $24^{\circ}. 23'$ boréale, l'élévation de l'eau fut de $5^{Pd}. 8^{Pc}$.

Le 17 *Mars*, deux jours après la pleine lune, la parallaxe horizontale étant $= 56^{\circ}. 01'$, la déclinaison australe $= 11^{\circ}. 20'$, la hauteur de la pleine mer fut observée à $8^{h}. 30' = 9^{Pd}. 4^{Pc}$; la hauteur de la basse mer, tant à 2 heures qu'à 3 heures $= 6^{Pc}$. L'heure de la basse mer doit donc être $8. 30 + 6^{h}. 9'. 44'' = 2. 39. 44$. J'ai calculé pour cette heure la hauteur de la basse mer $= \frac{1}{2}$ pouce. La marée totale a donc dû être ce jour là $9^{Pd}. 4^{Pc} - \frac{1}{2}^{Pc} = 9^{Pd}. 3\frac{1}{2}^{Pc}$.

Le 18 *Mars*, trois jours après la pleine lune, et quatre jours avant l'Apogée, la parallaxe horizontale étant $55 . 13'$, l'eau s'éleva, par une forte tempête du SO, jusqu'à 10 pieds, et tomba jusqu'à 9 pouces; ainsi la marée totale fut

---

(*e*) Ce phénomène a aussi été observé sur les côtes d'Angleterre et de France. Voyez le Traité du flux et du reflux de la mer, dans le IV vol. de l'Astronomie de *La Lande*. *K* en ce jour de $9^{Pd}. 3^{Pc}$. La tempête du SO contribua sans doute à cette élévation extraordinaire; car le lendemain, par un vent modéré du Nord, l'eau ne s'éleva qu'à $8^{Pd}. 8^{Pc}$. C'étoit, il est vrai, le 4^{me} jour après la pleine lune, mais ce plus grand éloignement, où la lune se trouvoit du soleil, étoit compensé par la grande proximité, où elle s'étoit trouvé de la terre.

Le 22 de Mars, lendemain de l'équinoxe, et un jour avant la quadrature, la lune étant en Apogée et sa déclinaison australe de $25°. 50'$, la plus grande élévation de la marée fut observée à $9^h. 35'$ de $8^{Pd}. 6^{Pc}$. L'heure de la pleine mer ne put être calculée d'après des hauteurs correspondantes; car depuis $9\frac{1}{2}$ heures jusqu'à une heure après midi, tantôt l'eau augmenta tantôt elle baissa. L'heure de la haute mer devoit être beaucoup plus tard qu'à $9^h. 35'$; la plus grande élévation de l'eau ayant été remarquée la veille à $10\frac{1}{4}{}^h$. La dernière observation en ce jour se fit à $4^h. 40'$, à peu près une heure avant le tems de la basse mer, et l'eau avoit alors encore 4 Pieds d'élévation. L'eau dans son point le plus bas, fut observée, dans l'endroit où l'on réparoit nos bateaux, de $2^{Pd}. 10^{Pc}$. et si je prends aussi ce point pour celui de Mégasaky, la marée totale en ce jour a dû être de $8^{Pd}. 6^{Pc}. — 2^{Pd}. 10^{Pc}. = 5^{Pd}. 8^{Pc}$. Le vent souffla jusqu'à midi modérément du NNE, avec une forte pluye; après midi il vint du SO avec de fortes raffales.

Le 25 Mars, deux jours après la quadrature, trois jours après l'Apogée, et quatre jours après l'équinoxe, l'on ne pût déterminer, d'après les observations, ni le tems de la haute mer, ni celui de la basse mer. Depuis 9 heures du matin jusqu'à $1^{h}. 30'$ après midi l'élévation de l'eau fût entre $5^{Pd}. 6^{Pc}.$ et $5^{Pd}. 8^{Pc}.$ Il est vrai qu'entre 10 et 11 heures elle tomba jusqu'à 5 pieds, mais plutôt et plus tard sa hauteur fut de $5^{Pd}. 2^{Pc}.$ La plus grande élévation en ce jour fut de $6^{Pd}. 2^{Pc}.$ Pendant cette journée les observations furent faites à Mégasaky depuis $9^{h}.$ du matin jusqu'à $5^{h}.$ du soir de 15 en 15 minutes, et dans le lieu où l'on réparoit nos bateaux, d'heure en heure depuis $7^{h}.$ du matin jusqu'à $5^{h}.$ du soir, et la plus grande élévation de l'eau ne fut, de même dans ce dernier lieu, que de $6^{Pd}.$, la moindre de $4^{Pd}. 6^{Pc}.$; la marée totale fût dans les deux endroits $1^{Pd}. 2^{Pc}.$ et $1^{Pd}. 6^{Pc}.$ Le vent souffla foiblement de NNO.

Le jour suivant, 26 *Mars*, l'élévation du flux devint déjà plus grande. Le tems de la pleine et de la basse mer, déduit des hauteurs correspondantes, fut $11^{h}. 19'$ et $5^{h}. 10'$. La plus grande élévation se trouva être de $7^{Pd}. 2^{Pc}.$, la moindre de $4^{Pd}. 3^{Pc}.$; par conséquent la marée totale de $2^{Pd}. 11^{Pc}.$

Les marées augmentérent dès-lors de jour en jour, à mesure que le tems de la nouvelle lune approchoit, et que l'éloignement entre la lune et la terre diminuoit.

Le 29 Mars, deux jours avant la nouvelle lune, la marée étoit montée jusqu'à $9^{Pd}. 10\frac{1}{2}^{Pc}.$ et descendue jusqu'à $1^{Pd}. 9^{Pc}.$; et *le 31 Mars*, jour de la nouvelle lune, et trois jours avant le Périgée, l'élévation de l'eau étoit de $10^{Pd}. 9^{Pc}.$

La plus grande élévation de la marée que nous ayons observée pendant notre séjour à Nangasaky, eût lieu *le 2 Avril*, deux jours après la nouvelle lune et un jour avant le Périgée; la parallaxe horizontale de la lune étoit $60'. 00''$; sa déclinaison boréale $22°. 50'$. L'heure de la pleine mer, déduite de plusieurs observations exactes des hauteurs correspondantes, se trouva être à $8^h. 41'. 20''$, et celle de la basse mer, déduite de deux hauteurs très éloignées du minimum, à $3^h. 10'$: elle doit être $8^h. 41'. 20'' + 6^h. 9'. 44'' = 2^h. 51'$. A $8^h. 32'$ l'eau s'étoit élevée à $11^{Pd}. 5^{Pc}.$ Entre 3 et 4 heures on ne fit aucune observation. Les calculs donnent pour $2^h. 51'$ la hauteur de la basse mer $= \frac{1}{4}$ de Pouce. La marée totale fut donc ce jour là de $11^{Pd}. 5^{Pc}. - \frac{1}{4}^{Pc} = 11^{Pd}. 4\frac{3}{4}^{Pc}.$ Pour $3^h. 10'$ les calculs donnent

7 Pouces au dessous de zéro. Le jour suivant le marée totale n'alla qu'à 10^{Pd}. 10^{Pc}., et depuis elle diminua journellement.

Le 7 *Avril*, jour du premier quartier, la parallaxe horizontale de la lune étant de 58′. 46″, sa déclinaison boréale de 21°. 17′: le flot et le jusant furent si petits, qu'il fut très difficile de fixer l'heure de la pleine mer. Je l'ai déduite de huit observations correspondantes $=$ 0^h. 49′. 10″. L'heure de la basse mer ne put être observée; le calcul la donna $= 7^h. 7'. 55''$, ou en somme ronde $= 7^h. 8'$ (*f*). Le calcul donne pour cette heure 1^{Pd}. 5^{Pc}.; mais c'est évidemment trop peu, et sert de preuve que la loi, suivant laquelle la mer s'élève et s'abaisse, mentionnée dans la note (*c*), ne peut pas être employée dans les quadratures; on peut admettre plûtot que l'eau étoit tombée jusqu'à 3^{Pd}. 6^{Pc}.; par conséquent la marée totale le 7 Avril a été 6^{Pd}. 10^{Pc}. — 3. 6 $=$ 3. 4.

Le 8 *Avril*, un jour après la quadrature, la déclinaison boréale de la lune étant de 17°. 25′, sa parallaxe horizontale de 58′. 19″, le flux et le reflux a été si petit, et en même tems si irrégulier, qu'il fut impossible de dé-

(*f*) Le retard journalier du flux dans les quadratures est d'après la théorie 1^h 14′. 59″, ce qui fait pour le retard de chaque changement 18′. 45″. K.

terminer avec quelque exactitude l'heure de la pleine et de la basse mer. Deux fois l'eau s'éleva jusqu'à 7 pieds, et même une fois elle ne mit que 20′ pour passer à cette hauteur de celle de $4^{Pd}. 3^{Pc}$. De plusieurs hauteurs correspondantes la moyenne donne pour le tems de la basse mer $8^h. 35'$, et pour la moindre élévation de l'eau $4^{Pd}. 3^{Pc}$. Quoiqu'elle soit descendue deux fois jusqu'à $3^{Pd}. 8^{Pc}$., je regarde cet abaissement comme aussi accidentel que l'élévation à 7 pieds, dont je viens de parler. Ces deux phénomènes furent subits et momentanés. J'ai déterminé l'heure de la pleine mer à $2^h. 31'$ et sa plus grande hauteur à $6^{Pd}. 9^{Pc}$. La marée totale fut donc ce jour là $6^{Pd}. 7^{Pc}. - 4^{Pd}. 2^{Pc}. = 2^{Pd}. 5^{Pc}$. Si je prends la plus grande et la plus petite élévation de l'eau, l'heure de la haute mer tomba à $3^h. 5'$, et celle de la basse mer à $10^h. 20'$.

Le 9 Avril, troisième jour après la quadrature, la parallaxe horizontale étant $57'. 55''$, le tems de la haute et de la basse mer, d'après des hauteurs correspondantes, fut $4^h. 53'$ et $11^h. 15'. 20''$, et les élévations de l'eau qui répondent à ces heures, de $6^{Pd}. 11^{Pc}$., et $3^{Pd}. 6^{Pc}$. Mais les élévations observées immédiatement sont $7^{Pd}. 3^{Pc}$. et $3^{Pd}. 5^{Pc}$. La marée totale étoit donc, suivant la première méthode, de $3^{Pd}. 5^{Pc}$., et suivant la dernière $3^{Pd}. 10^{Pc}$. Le vent souffla bon frais du Nord.

Le 13 *Avril,* un jour avant la pleine lune, la parallaxe horizontale de la lune étant 55′. 54″, sa déclinaison australe 9°. 36′, le tems de la haute et de la basse mer fut 7^{h}. 8′. 20″ et 1^{h}. 38′. 40″; l'élévation totale de l'eau fut de $9^{Pd}. 8\frac{1}{2}^{Pc}$. Le vent souffla frais du Nord.

Le 16 *Avril,* deux jours après la pleine lune, deux jours avant l'Apogée, la parallaxe horizontale de la lune étant 54′. 37″, sa déclinaison australe 22°. 02′; la marée totale fut de $8^{Pd}. 2^{Pc}$.

Ce jour fut le dernier de notre relache à Nangasaky, avec lequel finirent aussi les observations sur les marées dans cet endroit.

L'on peut tirer des observations précédentes les résultats suivans.

I. A Nangasaky les plus grandes marées étoient celles qui arrivoient au troisième ou quatrième changement après les Syzygies.

J'expliquerai ceci plus clairement par les faits suivans: *Le* 17 *Janvier*, 40 heures après la pleine lune, l'eau monta de $8^{Pd}. 3\frac{1}{2}^{Pc}$. Deux changemens de marées avant celle-ci l'eau étoit plut basse de $3\frac{1}{2}$ pouces, et deux changemens après elles fut plus basse de $6\frac{1}{2}$ pouces.

Le 2 Fevrier, 53 heures après la nouvelle lune, l'élévation totale de l'eau fut de $7^{Pd}. 9^{Pc}$. La veille elle avoit été moindre de 9 pouces, et le lendemain l'eau eut la même hauteur que le 2 Fevrier.

Le 15 Fevrier, la plus grande élévation de l'eau eut lieu 28 heures après la pleine lune, et elle fut de $9^{Pd}. 3^{Pc}$. Le jour de la pleine lune elle avoit été de $8^{Pd}. 2^{Pc}$; le lendemain elle étoit $7^{Pd}. 7^{Pc}$. Le 14 il souffla modérément du SE; le 15 et le 16 avec violence du NO, par rafales, avec de le pluye et de le neige.

Pendant la syzygie suivante on ne put faire aucune observation.

Les observations du 17 *Mars* paroissent faire exception à la regle susdite. Car 38 heures après la pleine lune l'élévation totale de l'eau fut de $9^{Pd}. 3\frac{1}{2}^{Pc}$. La veille elle avoit été $9^{Pd}. 4^{Pc}$., et 25 heures plus tard on la trouva $9^{Pd}. 3^{Pc}$. Un vent orageux du SO, qui souffla avec la plus grande violence pendant ce dernier jour, justement à l'heure du flux, contribua aussi beaucoup à cette forte élévation de l'eau.

Le 2 Avril, 49 heures après la nouvelle lune, la marée monta jusqu'à $11^{Pd}. 4\frac{3}{4}^{Pc}$. La veille elle avoit été $10^{Pd}. 7^{Pc}$. et le lendemain elle fut de $10^{Pd}. 10^{Pc}$.

Nous quittames Nangasaky le 16 Avril, c'est pourquoi les observations de cette syzygie ne peuvent pas être regardées comme complettes.

La moyenne de toutes ces observations donne $41^{h}.36'$. après les syzygies pour le tems où la plus haute marée a lieu.

II. Les plus basses eaux ont aussi lieu à la troisième et quatrième marée après les quadratures.

Ce qui suit pourra servir à le prouver.

Le 11 *Janvier*, 51 heures après le premier quartier, la marée totale de l'eau fut de $2\frac{1}{2}^{Pd}$.; la veille la marée avoit été plus haute d'un pied. Le petit nombre d'observations faites le jour suivant donnèrent la même hauteur.

Le 24 *Janvier* le tems de la basse mer se trouva être 35 heures après le dernier quartier. Ce jour là la différence entre les hauteurs du flot et du jusant, ou la marée totale, fut d'un pied et demi; la veille elle avoit été de $2^{Pd}. 3^{Pc}$. Les observations du jour suivant furent trop imparfaites.

Le 9 *Fevrier* l'heure observée de la basse mer arriva 45 heures après le premier quartier. La marée totale fut de $1^{Pd}. 9^{Pc}.$; le 8 Fevrier elle avoit été $2^{Pd}. 9^{Pc}.$, et le 10 elle fut $2^{Pd}. 3^{Pc}.$

Le 23 *Fevrier* l'heure de la basse mer observée arriva 48 heures après le dernier quartier de la lune. Ce jour là les observations ne furent commencées qu'à $8\frac{1}{2}^h$, et elles étoient déjà terminées à 5 heures. La marée totale fut calculée ce jour là de 13 pouces. La veille elle avoit été de 2 pieds. Les observations du 24 Fevrier ne sont pas tout-a-fait suffisantes. L'élévation de l'eau ne varia, depuis $7\frac{1}{2}$ heures du matin jusqu'à 2^h. après midi, que de 9 pouces. On verra cependant par les observations que la marée a dû monter davantage.

Le 10 *Mars* le tems de la basse mer arriva 38 heures après le premier quartier de la lune. La marée totale fut ce jour là d'un pied; la veille on n'avoit pas fait d'observations. Les observations du 11 de Mars, quoique très-irrégulières, donnent $2^{Pd}. 7^{Pc}.$ pour l'élévation totale de l'eau, c'est-à-dire pour la différence entre la plus grande et la moindre élévation de la marée.

Le 25 *Mars* la plus petite hauteur de l'eau fut observée 42 heures après la quadrature. La marée totale fut ce jour de $1^{Pd}. 2^{Pc}.$ La veille elle avoit été de $2^{Pd}. 1^{Pc}.$ et le 26 Mars de $2^{Pd}. 11^{Pc}.$

Le 8 Avril la basse mer eut lieu 32 heures après la quadrature. La marée totale fut de $2^{Pd}. 5^{Pc}$. Le 7 Avril de $3^{Pd}. 4^{Pc}$. et le 9 de $3^{Pd}. 10^{Pc}$.

Le milieu de ces observations donne 41^{h}. après les quadratures pour le tems des plus basses marées.

III. Le retard des changemens de marées est dans les syzygies de $37'. 19''$ et dans les quadratures de $1^{h}. 6'. 50''$.

Suivant la théorie le retard des changemens des marées est pendant les syzygies de $38'. 57''$, et pendant les quadratures de $1^{h}. 14'. 39''$ (g). Mais comme la position des côtes et d'autres circonstances locales peuvent occasionner un retard bien différent de celui qui résulte de la théorie, il faudroit, pour chaque place, trouver le retard par des observations faites au lieu même; mais ces observations doivent être de la plus grande exactitude; celles qui ont été faites à Nangasaky en Janvier et en Fevrier ne sont pas assez parfaites pour cet objet.

a) *Retard des marées dans les syzygies.*

Le 15 Mars la pleine lune se trouve avoir eu lieu à $6^{h}. 28'$ après midi. Le 16 on observa que la mer étoit

(g) Exposition du système du monde par *La Place* édition de l'An VII. in 4to. K.

pleine à $8^h. 15'$; et le 18 à 10^h. du matin. L'intervalle de tems est $49^h. 15'$, ce qui fait pour le retard journalier $52\frac{1}{2}$ minutes.

Le tems de la basse mer fut observé le 16 à 2^h. et le 18 à $3^h. 45'$; cela donne exactement le même retard de $52\frac{1}{2}$ minutes.

Les observations avant la pleine lune du 13 et 14 manquent.

Le 31 *Mars* la nouvelle lune se trouva avoir lieu à $7^h. 32'$. Le retard de la marée est

du 29 au 30 Mars	. . 25′	et	52′
du 30 au 31 Mars	. . 22	. .	27. 15″
du 31 Mars au 1 Avril	. 26	. .	26. 15
du 1 Avril au 2 Avril	. 26	. .	31. 55
Ainsi le milieu est	24′. 45″	. . et	34′. 21″

Le 14 Avril la pleine lune se trouva avoir lieu à $8^h. 23'$ du matin. Le retard de la marée est du

12 au 13 Avril	= 38′. 20″	et	44′. 00″
13 au 14 —	24. 00	—	12. 00
14 au 15 —	34. 00	—	20. 00
15 au 16 —	44. 30	—	22. 00
Le milieu	35′. 12″	et	24′. 35″

De ces triples observations résulte, pour le retard journalier dans les syzygies, au 15 Mars 52′. 30″ et 52′. 30″

31	—	24. 45	—	34. 21
14 Avril		35. 12	—	24. 35
Le milieu		37′. 29″	et	37′. 09″

Le dernier milieu est de 1′. 38″ moindre que ne nous l'indique la théorie.

b) *Retard des changemens des marées dans les quadratures.*

Le premier quartier de la lune au mois de Mars se trouve avoir eu lieu le 8 à 6^h. 15′ du matin. Le retard journalier de la pleine mer, par les observations du 6 au 8 Mars, est de 54′. 00″. Du 8 au 10 Mars de 52′. 30″. Le milieu est de 53′. 15″. Le retard journalier de la basse mer est du 6 au 10 Mars = 52′. 00″.

Le dernier quartier de la lune *en Mars* se trouve avoir eu lieu le 23, à 4^h. 47′ après midi. Le retard journalier du flot, par les observations faites du 23 au 24 Mars, est = 1^h. 5′. Du 24 — 25 Mars = 1^h. 41. Le milieu = 1^h. 23′. Le retard du jusant, par une observation faite du 22 au 23 Mars, est = 0^h. 55′.

Le premier quartier de la lune en *Avril* se trouve avoir lieu le 7 à 1^h. 10′ du matin. Le retard journalier du flux, par les observations du 6 jusqu'au 7 Avril, est de 56′.40″. Du 7–8 Avril = 1^h.41′. 50″. Le milieu = 1^h. 19′. 15″. Le retard du reflux, par une seule observation, faite du 7 au 8 Avril = 1^h. 18′.30″. Il suit de ces quatre séries d'observations pour le retard journalier dans les quadratures

Le 8 Mars	. . 0^h.53′.15″	. . et	0^h.52′.00″
23 —	. . 1. 23. 00	. . —	0. 55. 00
7 Avril	. 1. 19. 15	. . —	1. 68. 50
Le milieu	1^h. 11′.50″	. . et	1^h.01′.50″

Le dernier milieu fait 1^h. 06′. 50″, ce qui diffère de la théorie de 8′. 9″. Quoique ces résultats soyent peu différens de ceux que donne la théorie, on conviendra pourtant que ce petit nombre d'observations n'est pas suffisant. On trouvera surtout, d'après les observations originales, de grandes anomalies dans les marées des quadratures, nommément, à certains jours, le tems de la haute ou de la basse mer, aulieu d'arriver plus tard, eut lieu plutôt, et ensuite il fait de nouveau un saut de plusieurs heures.

IV. L'établissement du port à Nangasaky est 7^h. 52′. 41″.

Je me suis servi, pour fixer l'établissement du port de Nangasaky, c'est-à-dire pour déterminer l'heure de la pleine mer pendant les syzygies, de la règle indiquée par *La Lande*, dans le IV^{me} volume de son Astronomie, en ajoutant à l'heure observée de la pleine mer, ou en soustrayant, un nombre de minutes double de celui des heures écoulées entre l'heure du midi et le moment de la syzygie suivante, lorsque cette syzygie avoit lieu avant ou après midi.

En *Janvier* la pleine lune eut lieu le 15, à $5^h. 9'$ après midi; ainsi $5^h. 9'. \times 2 = 10'. 18''$. La pleine mer fut observée à $8^h.$; d'où soustrayant $10'. 18''$, parceque la Syzygie arrivoit après midi, l'on a $7^h. 49'. 42''$ pour l'établissement du port.

En Fevrier la pleine lune eut lieu le 14, a $5^h. 21'$ du matin; ainsi $12^h. - 5^h. 21' = 6^h. 39' \times 2 = 13'. 18''$. Le 14 Fevrier l'heure de la *basse mer* fut seule observée à 2^h. Or, comme dans les syzygies le retard journalier des marées est d'après la théorie $= 38'. 57''$, le retard de chaque marée est $\frac{38.\ 57}{4} = 9'. 44''$; par conséquent l'heure de la pleine mer devoit être à $2^h. - 6^h. 9'. 37'' = 7^h. 50'. 23''$ avant midi. Or $7^h. 50' 23'' + 13'. 18''$ (puisque la syzygie se trouve avant midi) donne pour l'établissement du port $= 8^h. 03'. 41''$.

En Mars la nouvelle lune eut lieu le 31 à $7^h. 32'$ du matin. Ainsi $12^h. - 7^h. 32 = 4^h. 28' \times 2 = 8'. 56''$. La pleine mer fut donc observée à $7^h. 49' + 8'. 56'' = 7^h. 57'. 56''$.

En Avril la pleine lune eut lieu le 14 à $8^h. 23'$ du matin. Ainsi $12^h. - 8^h. 23' = 3^h. 37' \times 2 = 7'. 04''$. La pleine mer fut donc observée à $7^h. 32'. 20'' + 7'. 04'' = 7^h. 39'. 24''$.

Le milieu de ces observations de quatre mois:

En Janvier	$7^h. 49'. 42''$
— Fevrier	8. 03. 41
— Mars .	7. 57. 56
— Avril .	7. 39. 24

donne pour l'établissement du Port de Nangasaky = $7^h. 52'. 41''$.

Table générale des observations sur les marées.

Janvier

Jours du mois	Heure de la pleine mer	Heure de la basse mer	Marée totale Pieds	Marée totale Pouces	Passage de la lune par le méridien	Déclin. de la lune	Parall. horiz. de la lune	Diamètre du soleil	Diamètre de la lune	Chaleur à midi	Elev. du Baromètre à midi
	h ′	h ′			h ′	° ′	′ ″	′ ″	′ ″	°	′
♃ - 10	4.00 p.m.	9.15 a.m.	3	6	7.10 p.m.	19.02 N	59.18	32.35	32.24	9.0	30.04
♀ - 11	—	10.30	2	6	8.10	22.50	59.56	32.35	32.4[illegible]	1.0	29.94
♄ - 12	—	11.30	2	6	9.13	25.25	60.23	32.3	33.00	10.2	29.91
☉ - 13	—	—	3	0	10.18	26.08	60.4	32.34	3[illegible].06	13.5	29.97
☽ - 14	7.30 a.m.	1.05 p.m.	5	7	11.20	25.00	6[illegible].40	32.34	33.08	7.5	29.95
♂ - 15	8.00	2.07	7	3	0.17 a.m.	22.04	60.23	32.34	33.00	6.0	29.90
☿ - 16	9.00	2.30	8	0	1.10	17.44	59.36	32.34	32.42	7.5	30.04
♃ - 17	8.53	—	8	3½	2.00	12.29	58.59	32.34	32.16	9.0	30.07
♀ - 18	9.52	4.00	7	9	2.50	6.42	58.17	32.34	31.50	8.3	30.15
♄ - 19	10.30	—	7	3	3.35	0.48 N	57.20	32.34	31.22	8.5	30.15
☉ - 20	11.00	5.30	6	3	4.19	4.49 S	56.2[illegible]	32.33	30.51	10.0	30.08
☽ - 21	11.22	—	4	3	5.03	10.19	55.48	32.33	30.26	8.5	29.95
♂ - 22	11.39	—	3	0	5.44	15.08	55.04	32.33	30.06	10.0	29.95
☿ - 23	—	—	2	3	6.33	19.11	54.32	32.33	29.48	13.0	29.97
♃ - 24	1.45 p.m	8.00 a.m.	1	6	7.22	22.32	54.12	32.33	29.39	13.0	29.84
♀ - 25	—	—	0	6	8.11	24.49	54.03	32.33	29.33	7.0	29.90
☽ - 28	—	0.30 p.m.	4	6	10.40	24.49	54.28	32.32	29.47	10.8	29.96
♂ - 29	—	1.37	5	0	11.29	22.24	54.49	32.31	29.58	5.0	29.98

Fevrier.

Jours du mois	Heure de la pleine mer	Heure de la basse mer	Marée totale Pieds	Marée totale Pouces	Passage de la lune par le méridien	Déclin. de la lune	Parall. horiz. de la lune	Diamètre du soleil	Diamètre de la lune	Chaleur à midi	Elev. du Baromètre à midi
♀ - 1	—	—	7	0	1.00 p.m.	9.40 S	56.12	32.31	30.43	9.0	30.10
♄ - 2	9.00 a.m.	3.00 p.m.	7	9	1.45	4.10 S	56.42	32.30	31.00	8.0	29.79
☉ - 3	9.45	—	7	9	2.30	1.38 N	57.11	32.30	31.15	5.7	29.87
☽ - 4	10.30	5.00	6	9	3.15	7.27	57.39	32.30	31.31	5.0	30.15
♂ - 5	11.00	5.30	6	6	4.05	12.59	58.08	32.29	31.45	7.0	30.15
☿ - 6	11.00	5.00	6	3	4.58	17.58	58.34	32.29	32.00	6.0	30.06
♃ - 7	11.45	—	2	6	5.54	22.00	58.58	32.29	32.13	11.5	30.07
♀ - 8	—	—	2	9	6.54 p.m.	24.49 N	59.20	32.28	32.24	10.0	29.99
♄ - 9	2.30 p.m.	—	1	9	7.57	26.03	5[illegible].36	32.27	32.34	9.5	30.08
☉ - 10	3.30	10.00 a.m.	2	3	8.59	25.35	59.45	32.27	32.38	11.5	30.11
☽ - 11	5.00	11.00	4	0	9.58	23.18	59.44	32.27	32.37	8.6	94
♂ - 12	5.30	12.00	5	6	10.54	19.41	5[illegible].32	32.26	32.29	—	89
☿ - 13	—	—	6	0	11.45	14.50	59.08	32.26	32.18	11.0	96

Table générale des observations sur les marées.

Jours du mois	Heures de la pleine mer	Heures de la basse mer	Marée totale		Passage de la lune par le méridien	Declin. de la lune	Parall. horiz. de la lune	Diamètre du Soleil	Diamètre de la lune	Chaleur à midi	Elev. du Baromètre à midi
	h ′	h ′	Pieds	Pouces	h ′	° ′	′ ″	′ ″	′ ″	°	′
♃ - 14	—	2.00 p.m.	8	2	0.35 a.m.	9.15	58.36	32.25	32.02	12.0	30 91
♀ - 15	9.00 a.m.	3.00	7	4	1.21	3.21 N	57.56	32.25	31.40	12.7	30 74
♄ - 16	—	3.30	7	7	2.08	2.23 S	57.12	32.24	31.16	2.3	30.07
☉ - 17	9.30	4.00	8	1	2.52	8.11	56.26	32.24	30.48	7.0	30.01
☽ - 18	—	5.00	6	3	3.35	13.20	55.40	32.24	30.28	5.0	30.19
☿ - 20	—	—	5	3	5.09	21.14	54.38	32.23	29.55	13.0	30.03
♀ - 22	11.00	—	2	0	6.48	25.37	54.09	32.23	29.36	4.0	30.07
♄ - 23	—	—	1	1	7.38	26.01	54.11	32.23	29.38	10.7	30.15
☉ - 24	2.00 p.m.	—	0	9	8.28	25.15	54.26	32.22	29.44	15.0	30.22

Mars.

Jours du mois	Heures de la pleine mer	Heures de la basse mer	Marée totale		Passage de la lune par le méridien	Declin. de la lune	Parall. horiz. de la lune	Diamètre du Soleil	Diamètre de la lune	Chaleur à midi	Elev. du Baromètre à midi
☿ - 6	10.16 a.m.	4.30 p.m.	9	2	3.49 p.m.	21.02 N	59.01	32.17	32.15	14.0	30.09
♀ - 8	12.00	—	3	7	5.50	25.46	59.11	32.16	32.20	7.5	29.87
☉ - 10	1.45 p.m.	—	1	0	7.52	24.23	59.03	32.15	32.15	8.5	30.05
☽ - 11	—	—	2	7	8.50	20.47	58.47	32.15	32.12	—	29.89
♂ - 12	6.00	12.00	4	8	9.41	16.34 N	58.34	32.14	32.09	11.08	30.07
♄ - 16	8.15 a.m.	2.00 p.m.	9	4	0.47 p.m.	5.58 S	56.36	32.11	30.56	14.5	30.12
☉ - 17	8.30	2.40	9	$3\frac{1}{2}$	1.34	11.20	56.01	32.11	30.37	15.5	30.07
☽ - 18	10.00 a.m.	3.45 p.m.	9	3	2.21 a.m.	16.03 N	55.27	32.10	30.18	14.5	29.67
♂ - 19	9.52	3.45	8	8	3.07	20.02	54.55	32.10	30.02	13.0	29.73
☿ - 20	10.07	4.30	7	5	3.57	23.03	54.32	32.09	29.48	13.5	29.35
♃ - 21	10.16	5.12	6	5	4.48	24.59	54.16	32.08	29.40	13.5	29.90
♀ - 22	—	—	5	8	5.34	25.48	54.09	32.08	29.36	12.0	29.65
♄ - 23	11.14	6.07	4	0	6.30	25.27	54.13	32.07	29.39	12.7	29.93
☉ - 24	0.19 p.m.	—	2	1	7.19	23.55	54.27	32.07	29.46	14.0	29.86
☽ - 25	2.00	—	1	2	8.16	21.18	54.57	32.07	30.00	—	29.90
♂ - 26	5.10	11.19 a.m.	2	11	8.53	17.40	55.25	32.06	30.16	13.0	29.97
☿ - 27	7.15 a.m.	1.52 p.m.	4	6	9.40	13.11	56.02	32.05	30.36	—	29.67
♃ - 28	6.30	0.40	5	10	10.14	3.03	56.49	32.05	31.00	13.5	29.84
♀ - 29	7.02	0.53	8	$1\frac{1}{2}$	11.13	2.22 S	57.38	32.04	31.26	11.5	29.80
♄ - 30	7.27	1.45	9	4	0	3.34 N	58.18	32.04	3 .49	13.0	29.84
☉ - 31	7.49	2.12.15	10	9	0.3 p.m.	9.28	58.55	32.03	32.11	17.3	29.94

Table générale des observations sur les marées.

Avril.

Jours du mois	Heure de la pleine mer	Heure de la basse mer	Marée totale		Passage de la lune par le méridien	Déclin. de la lune	Parall. horiz. de la lune	Diamètre du soleil	Diamètre de la lune	Chaleur à midi	Elev. du Baromètre à midi
	h ′	h ′	Pieds	Pouces	h ′	° ′	′ ″	′ ″	′ ″	°	′
☽ - 1	8.15	2 38.30	10	7	0.50	14.57 N	59.23	32.02	32.30	12.0	29.71
♂ - 2	8.41.20	3.10.25	11	4¼	1.51	19.42	59.40	32.02	32.36	14.8	29.45
☿ - 3	9.25.18	3.55.35	10	10	2.53	23.13	59.48	32.01	32.39	14.5	29.61
♃ - 4	10.16.10	4.58	9	7	3.55	25.17	59.43	32.01	32.39	14.5	29.70
♀ - 5	p.m. 0.44.30	—	6	0	4.57	25.38	59.29	32.00	32.30	20.0	29.73
♄ - 6	a.m. 11.52.30	5.58 p.m.	6	9	5.57	24.17	59.11	31.59	32.18	15.0	29.57
☉ - 7	0.49 p.m.	—	3	4	6.53	21.27	58.46	31.59	32.07	11.2	29.75
☽ - 8	2.31	8.35	2	5	7.41	17.24	58.19	31.59	31.51	8.0	29.89
♂ - 9	4.53 p.m.	a.m. 11.15.20	3	10	8.29 p.m.	12.51 N	57.51	31.58	31.36	12.0	29.88
☿ - 10	5.45	11.39.15	5	2	9.17	7.04	57.22	31.58	31.20	10.8	29.92
♃ - 11	—	0.15 p.m.	1	8	10.07	1.26 N	56.52	31.57	31.04	9.5	29.85
♀ - 12	6.30	0.54.40	8	0	10.52	4.13 S	56.23	31.57	30.47	15.2	29.62
♄ - 13	a.m. 7.8.20	1.38.40	9	8½	11.36	9 36	55.54	31.56	30.27	14.0	29.75
☉ - 14	7.32.20	1.50.40	9	1	0.22 a.m.	14.29	55.26	31.56	30.17	—	—
☽ 15	8.06	2.31	8	9	1.10	18.32	55;00	31.55	30.04	—	30.22
♂ - 16	8.51.30	2.53	8	2	2.00	22.00	54 37	31.55	29.50	18.0	30.27

* * *

Cette table générale, contient, quant à l'élévation de l'eau, seulement le tems de la plus haute et de la plus basse mer et la différence entre l'une et l'autre, ou ce que Mr. de *Krusenstern* appelle la *marée totale*, calculées d'après des élévations correspondantes. Pour faire voir avec quelle attention scrupuleuse la cruë et baisse a été observée, nous en donnerons ici un échantillon, en transcrivant du journal de Mr. de *Krusenstern* une partie des observations du 13 Avril dans tout leur détail.

Tems de l'observation	Élévation de l'eau	Vent, Atmosphère	Tems de l'observation	Elevation de l'eau	Vent, Atmosphère	Tems de l'observation	Elevation de l'eau	Vent, Atmosphère
$5^h.55'$	8'. 6"	Nord, bon frais, couvert	$7^h.10'$	8'. 8"		$9^h.00'$	8'. 0"	Nord, bon frais, serain
6. 00	8. 10½		- 15	9. 0		- 10	7. 0	
- 5	8. 6		20	9. 1		- 20	7. 6	
- 10	8. 4		- 25	9. 4		- 40	7. 1	
- 15	8. 3		- 30	9. 2		- 50	6. 3	
- 20	8. 6		- 35	9. 0		10 00	6. 0	
- 22	8. 10		- 45	9. 2		- 10	6. 3	
- 25	9. 0		- 55	9. 6		- 25	5. 5	
- 30	9. 3		8 00	9. 10		- 40	4. 3	
- 33	9. 1½		- 6	9. 10		11 00	4. 3	
- 35	9. 3		- 9	9. 6		- 15	3. 6	
- 40	9. 8		- 11	9. 3		- 30	2. 6	
- 43	9. 10½		- 13	9. 0		- 40	2. 7	
- 45	9. 9		- 14	8. 10½		- 45	2. 10	
- 49	9. 3		- 16	8. 6		0 00	2. 0	
- 51	9. 0		- 20	8. 0		- 15	1. 11	
- 53	8. 10		- 30	7. 5		- 30	1. 6	
- 56	8. 10½		- 36	7. 10½		- 35	0. 9	
- 59	9. 0		- 40	8. 5		- 40	0. 9	
7. 3	9. 0		- 45	9. 0		- 45	0. 6	
- 5	8. 9		- 55	9. 0		- 50	0. 2	

et ainsi de suite.

Fig. 1.

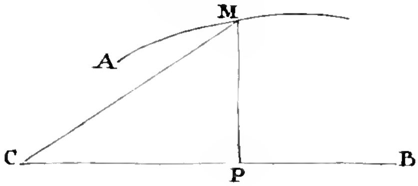


Fig. 2.

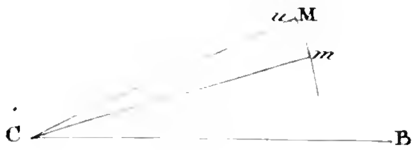


Fig. 3.

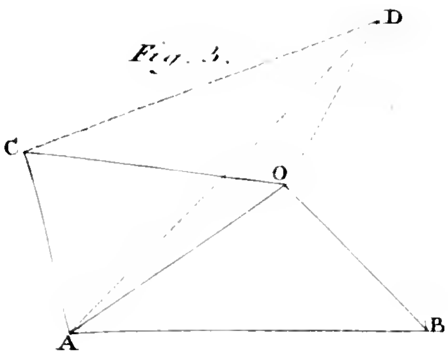


Fig. 4.

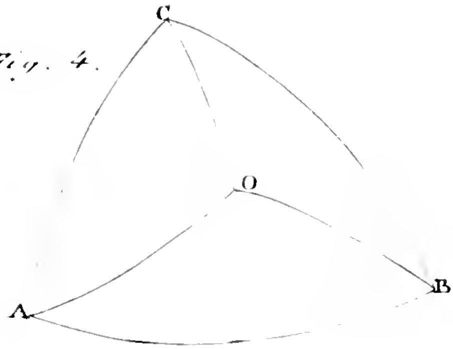


Fig. 5.

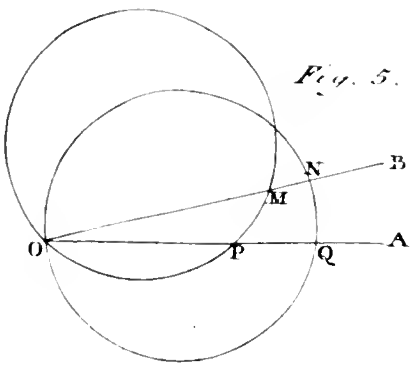


Fig. 7.

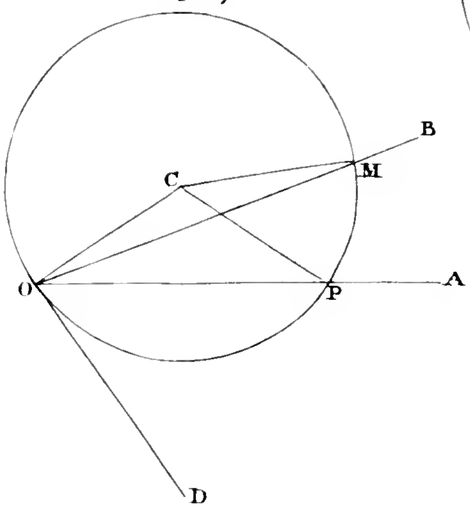


Fig. 6.

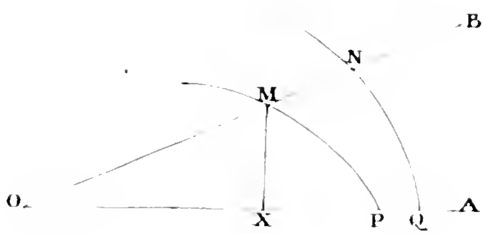


Fig. 1.

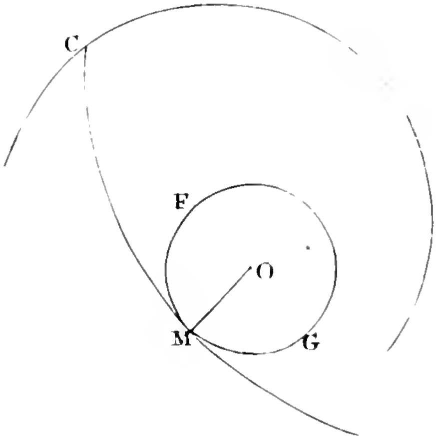


Fig. 2.

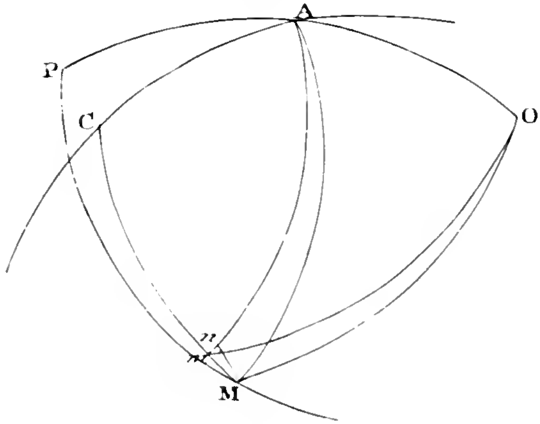


Fig. 3.

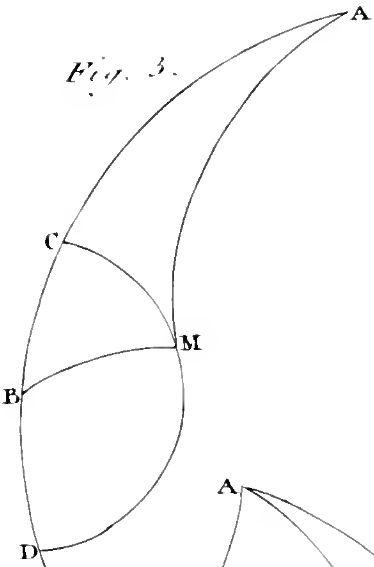


Fig. 4.

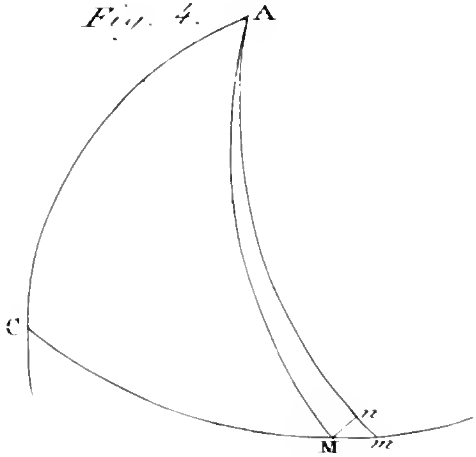


Fig. 5.

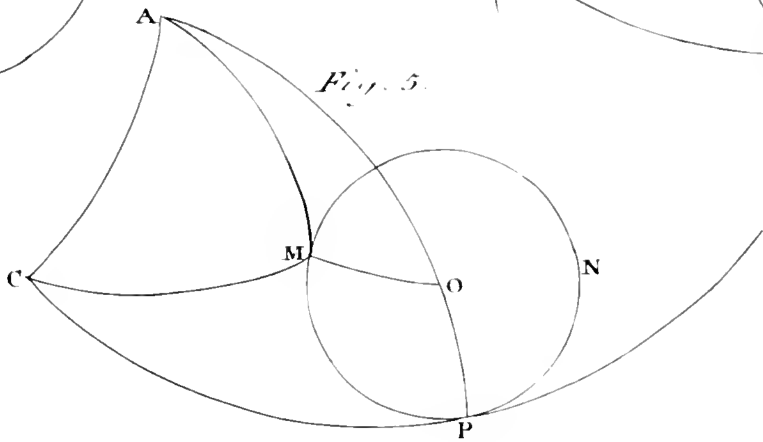


Fig. 1.

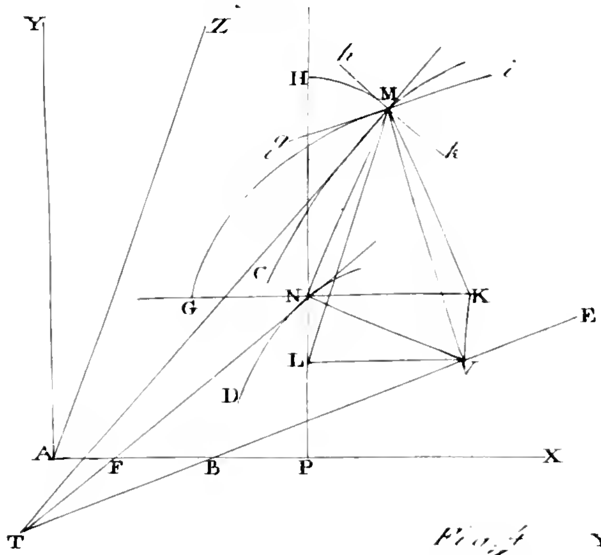


Fig. 2.

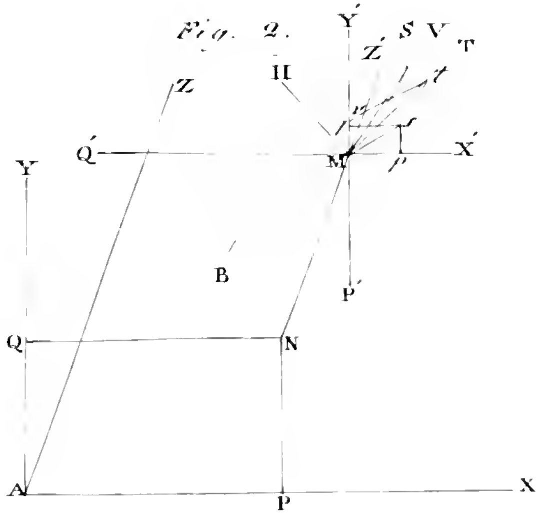


Fig. 4.

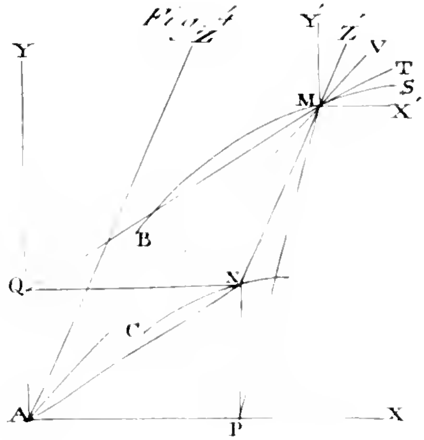


Fig. 5.

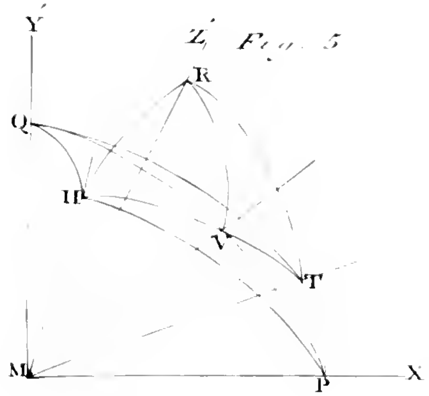


Fig. 3.

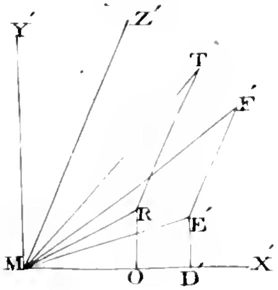


Fig. 7.

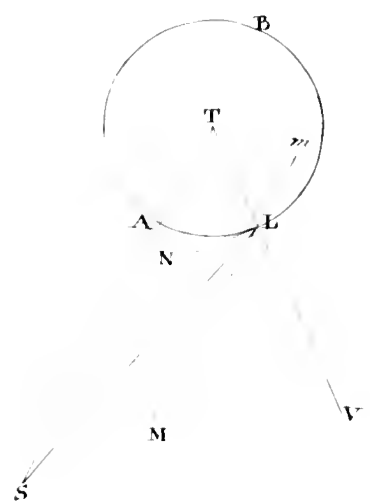
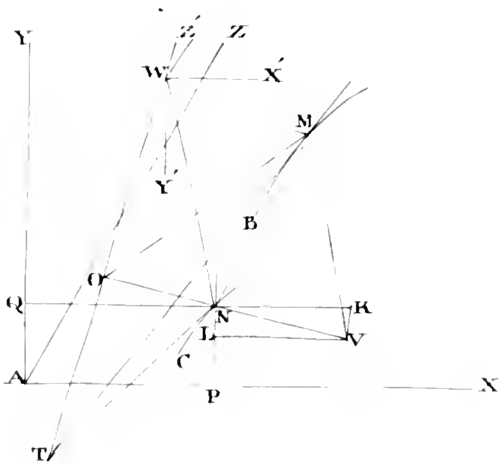
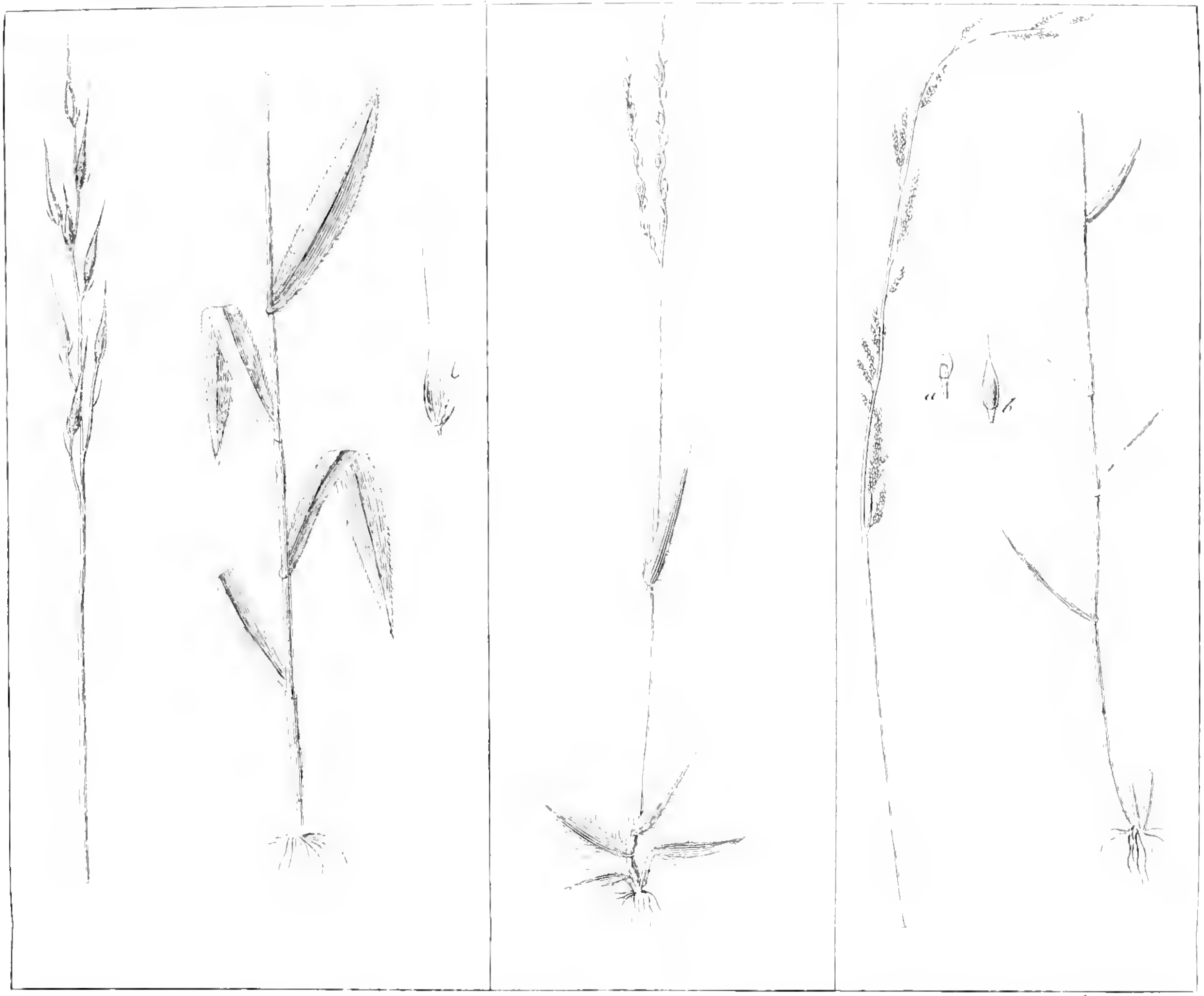


Fig. 6.




a
b
c



Muhlenbergia erecta Schreb. Digitaria pilosa Mich. Muhlenbergia diffusa Schreb.

Dess. par Grenzer   Gravé chez Klauber

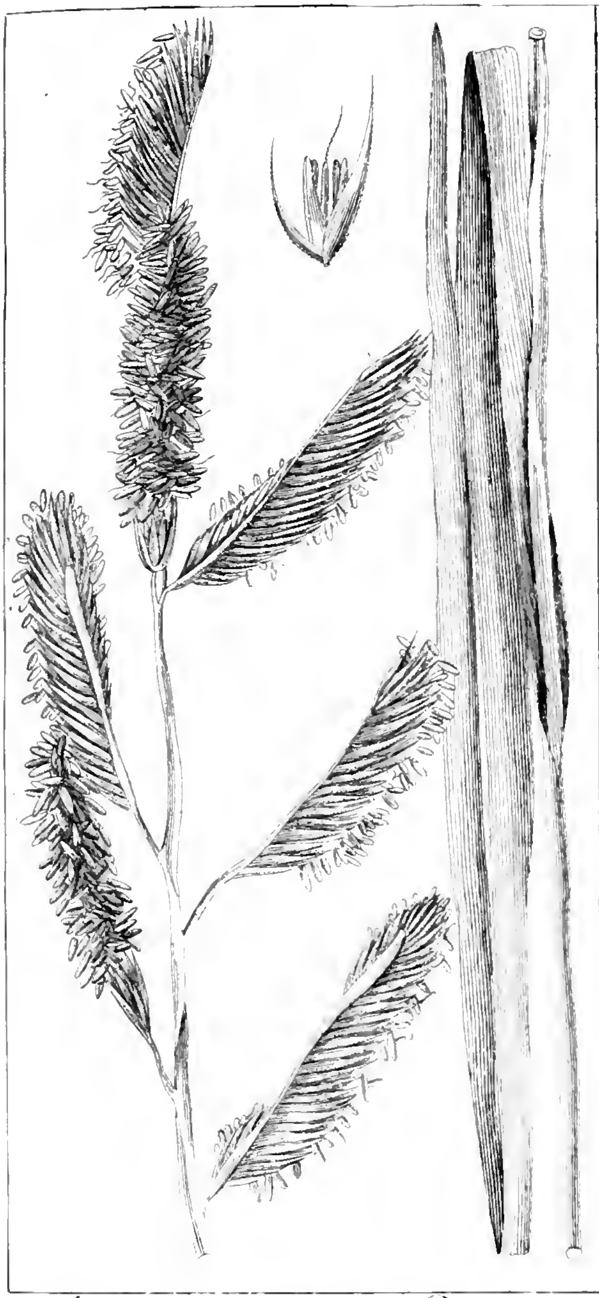
Panicum

Dess par Sprenga

Panicum dichotomum Lam. Panicum laxiflorum Lam. Panicum virgatum Lam. Panicum clandestinum Lam.

Dess. par Sprengel

gravé chez Klauber




Limnetis cynosuroides Pers.

Agrost. Aristida dichotoma Mich.

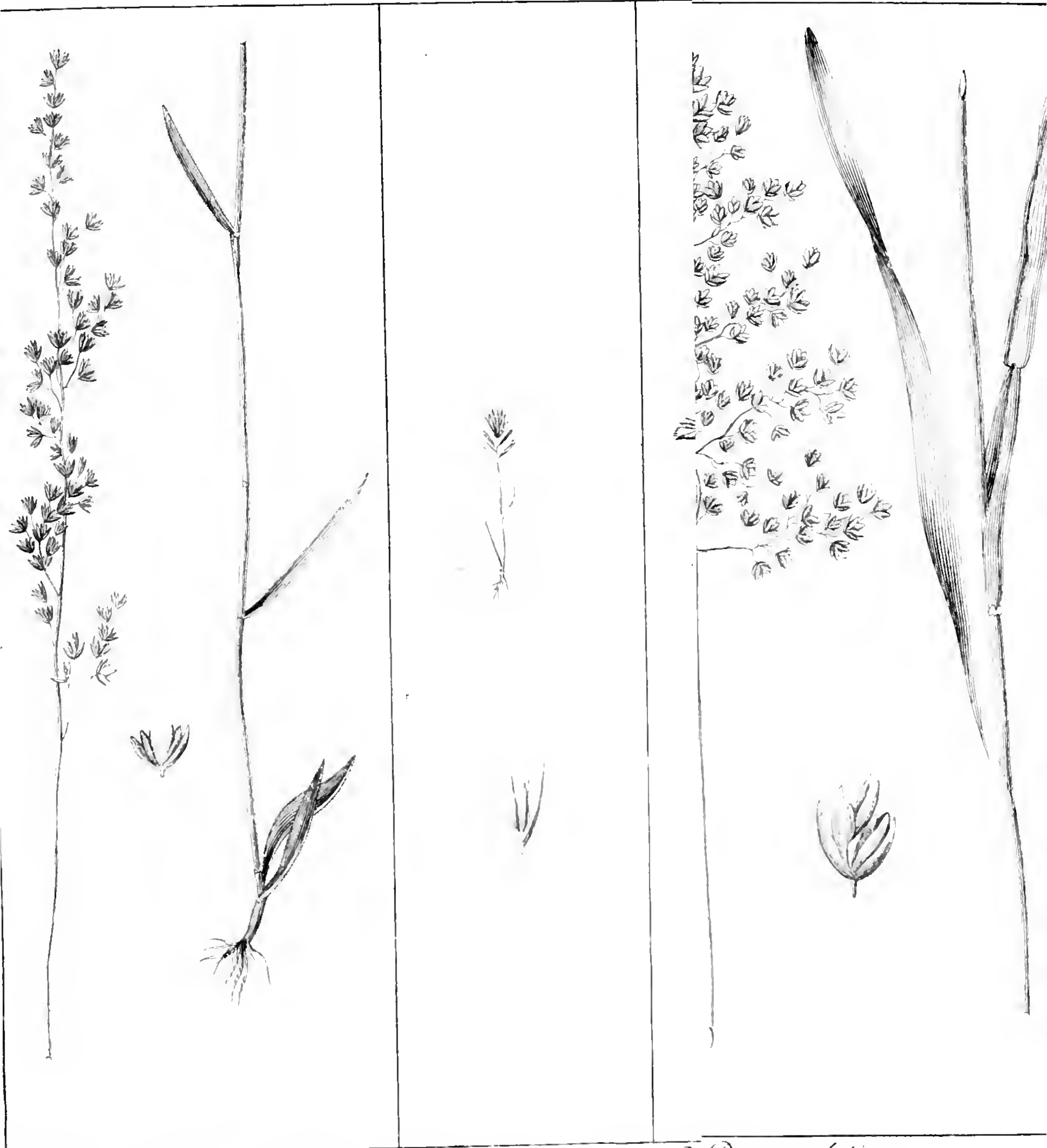
Dess. par Sprengel d'après nature

Gravé chez Kleuber

Limnetis cynosuroides Pers. *Agrostis Cinna Mich.* *Agrostis tremula Willd.* *Aristida dichotoma Mich.*

Dess. par Sprengel d'apr. nature

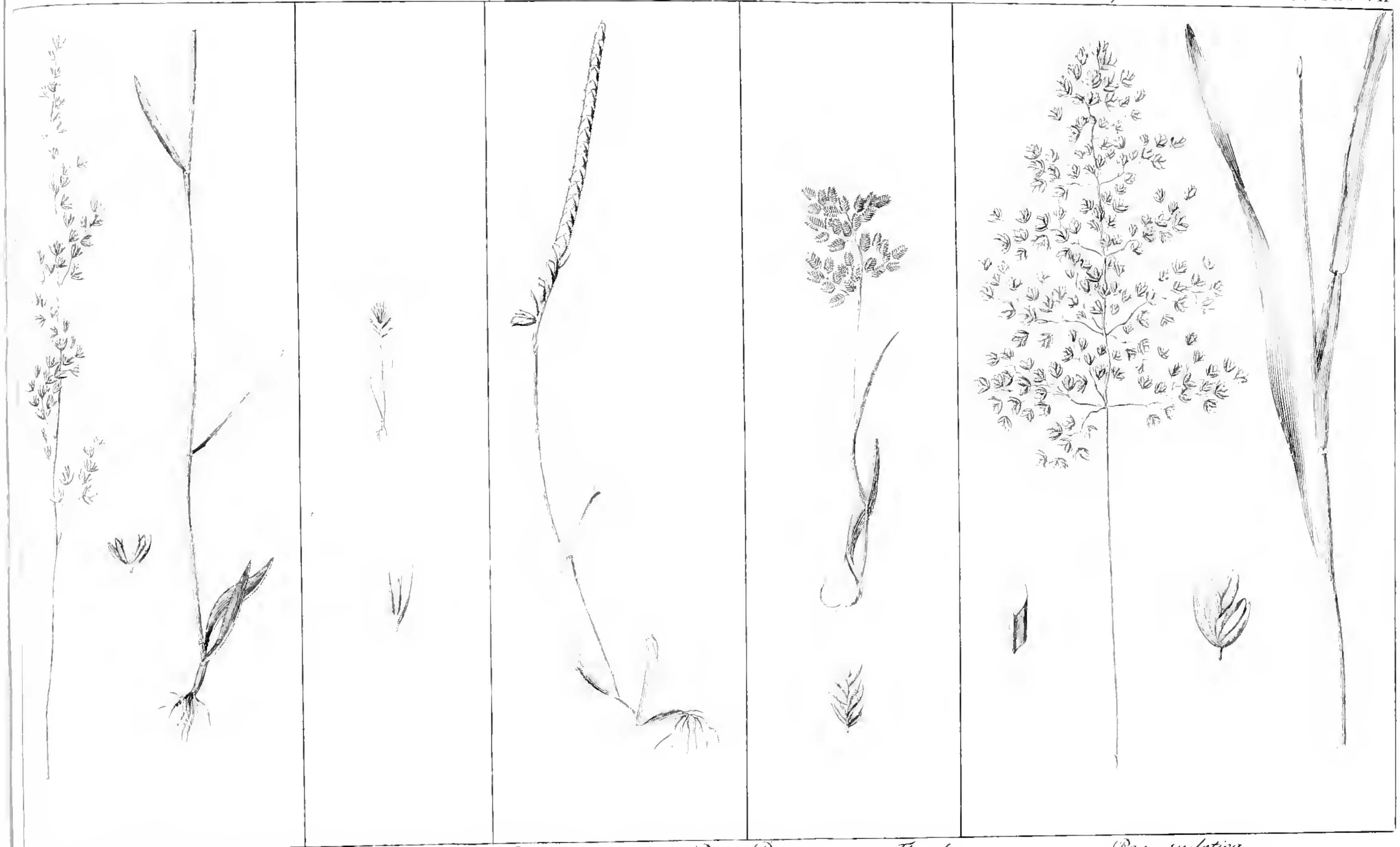
Gravé chez Klauber



Aira pelsylvanica Spr. Arundo pygmae Sp. R. Poa sudetica.

Dess par Sprengel d'après nature.

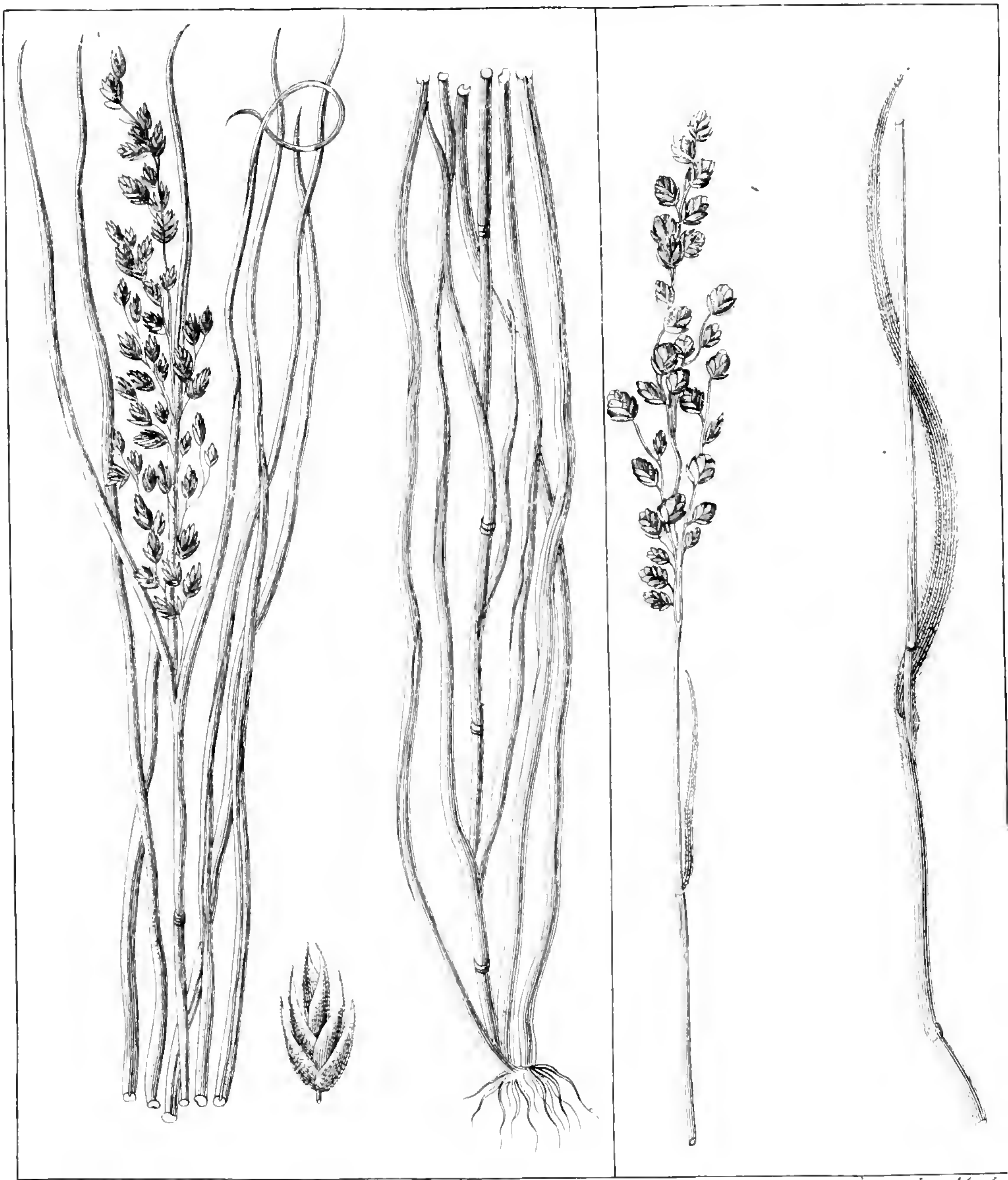
Gravé chez K



Aira pelsylvanica Spr. Arundo pygmaea Spr. Rottbolla muricata Retz. Poa racemosa Thunb. Poa sudetica.

Dess. par Sprengel d'après nature

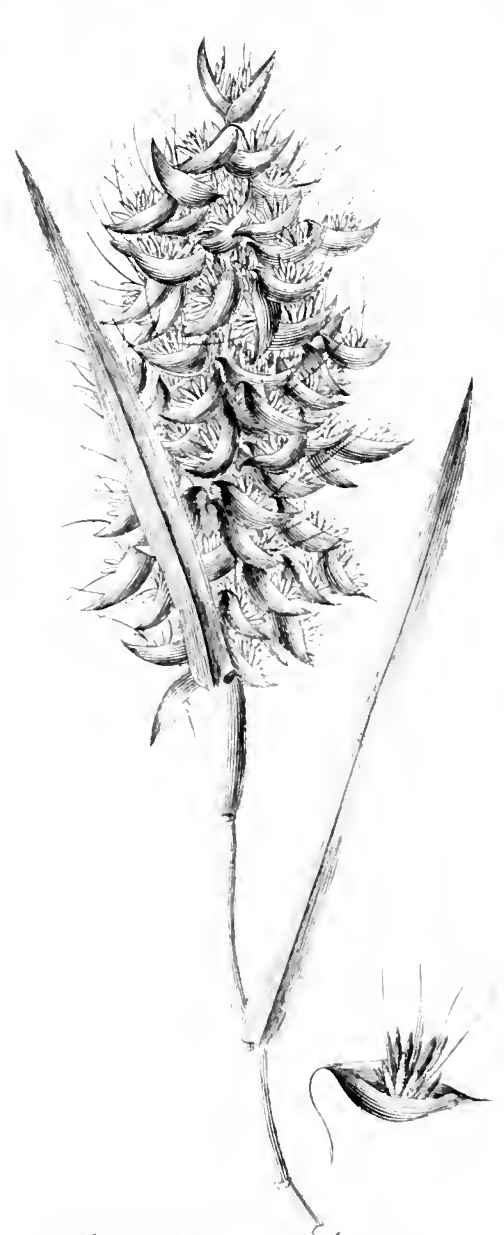
Gravé chez Klauber.



Dessiné W. Sprengel. Gravé chez Klauber

Poa caespitosa Forsteri. *Briza capensis Thunbergii.*

Aplуda aristata.



Andropogon cymbarius.

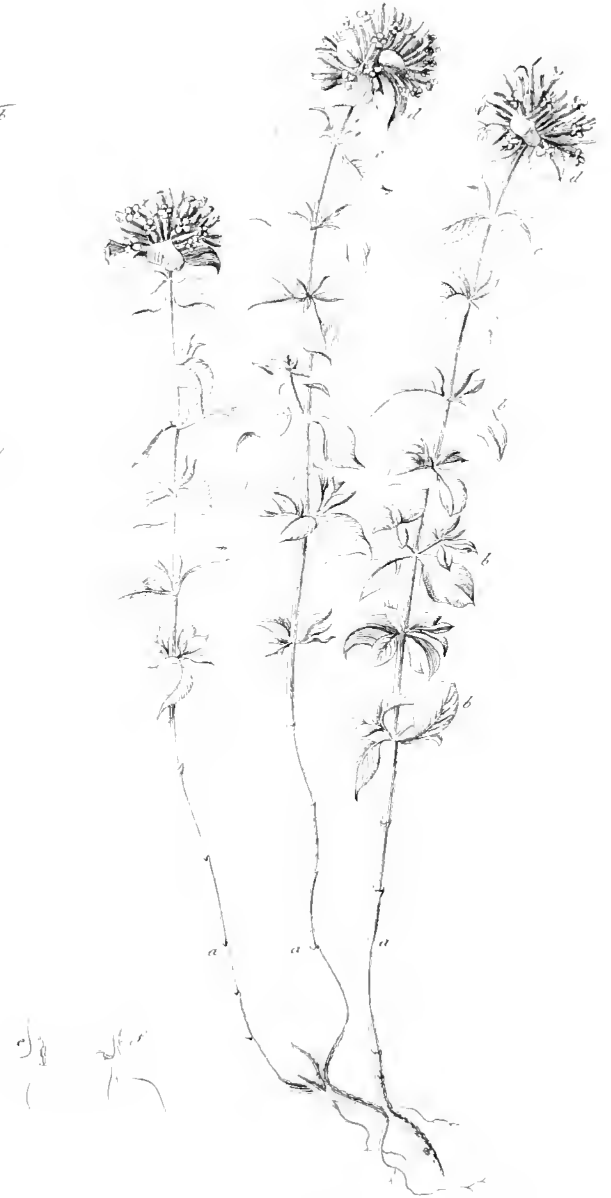
Dessiné H. Sprengel

Gravé chez Klauke

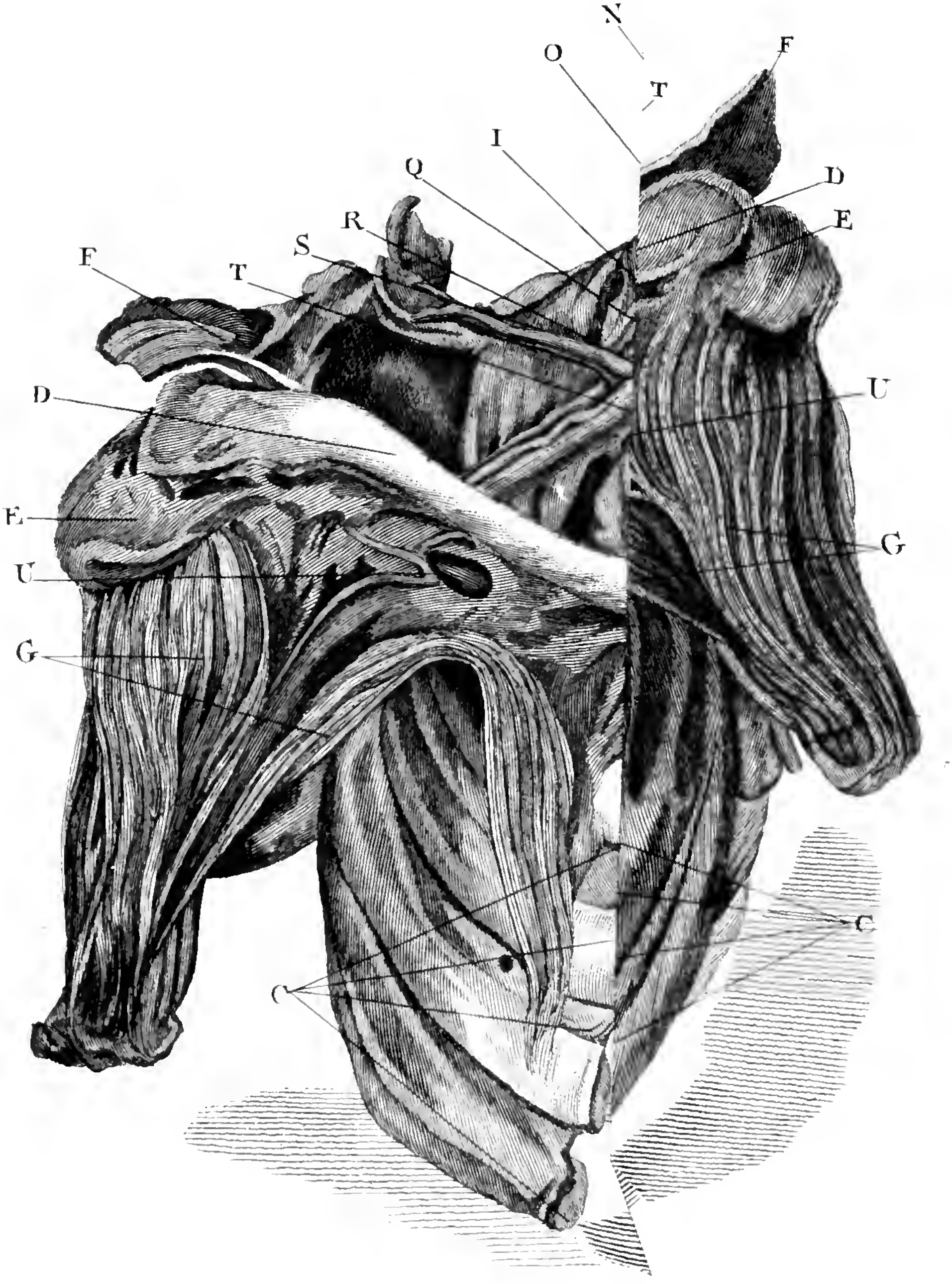
Tab. XII.

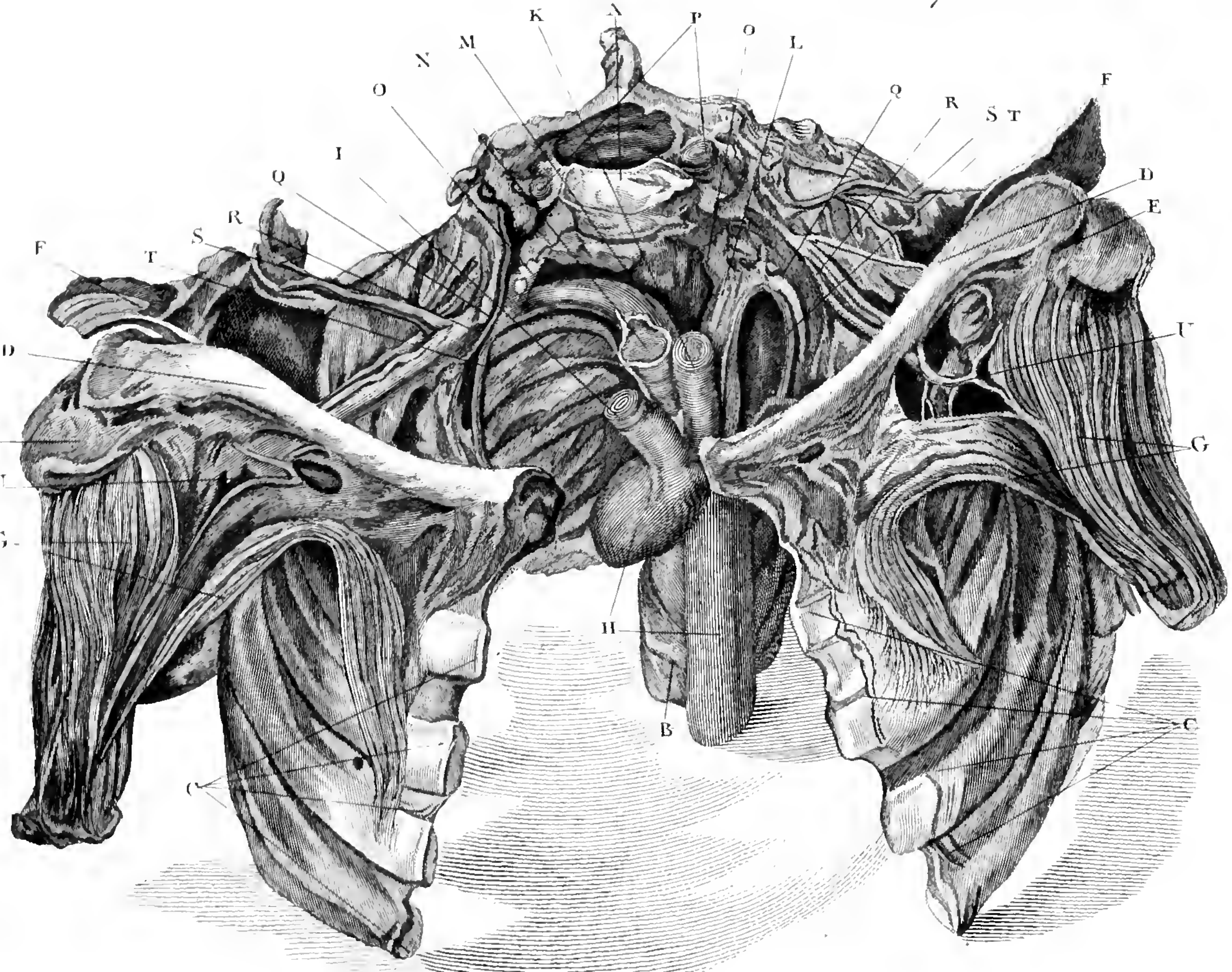
Tab. X.

Tab. XI.



Tab. XII.


N
O
F
T
I
Q
D
R
E
S
F
T
U
D
G
E
U
G
C
C
C



Gravé chez Klauber

Azalea fragrans.

Dessiné par F. Fischer.

Gravé chez Klauber.

Dessiné d'apres nature par Tilesius

Gravé chez Klauber

Azalea, fragrans.

Dessiné par F. Fischer

Gravé chez Klauber

Fig. 1

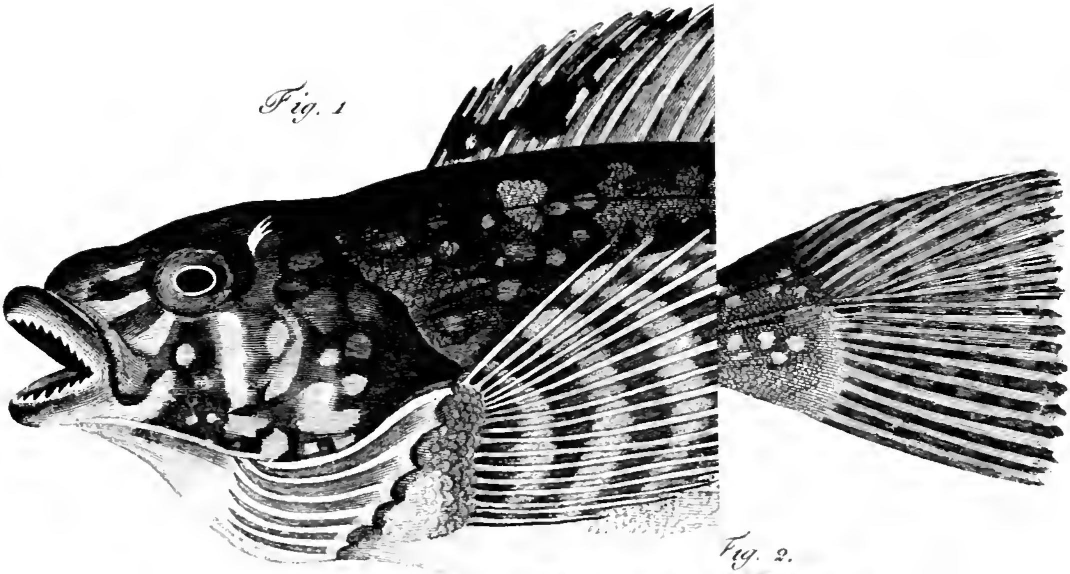
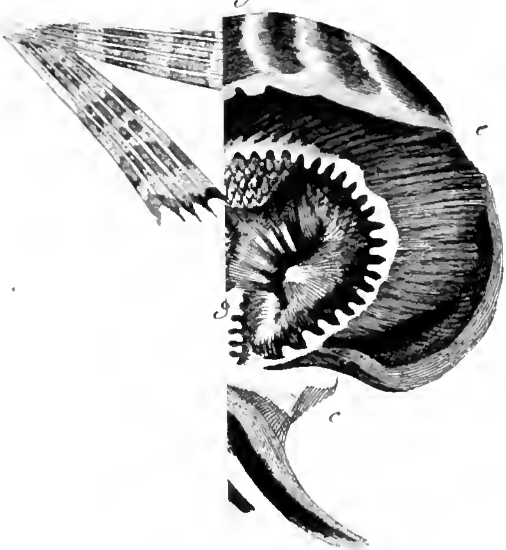
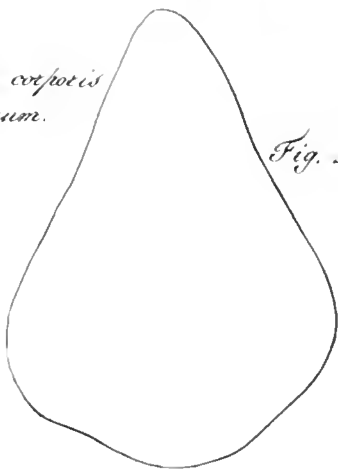


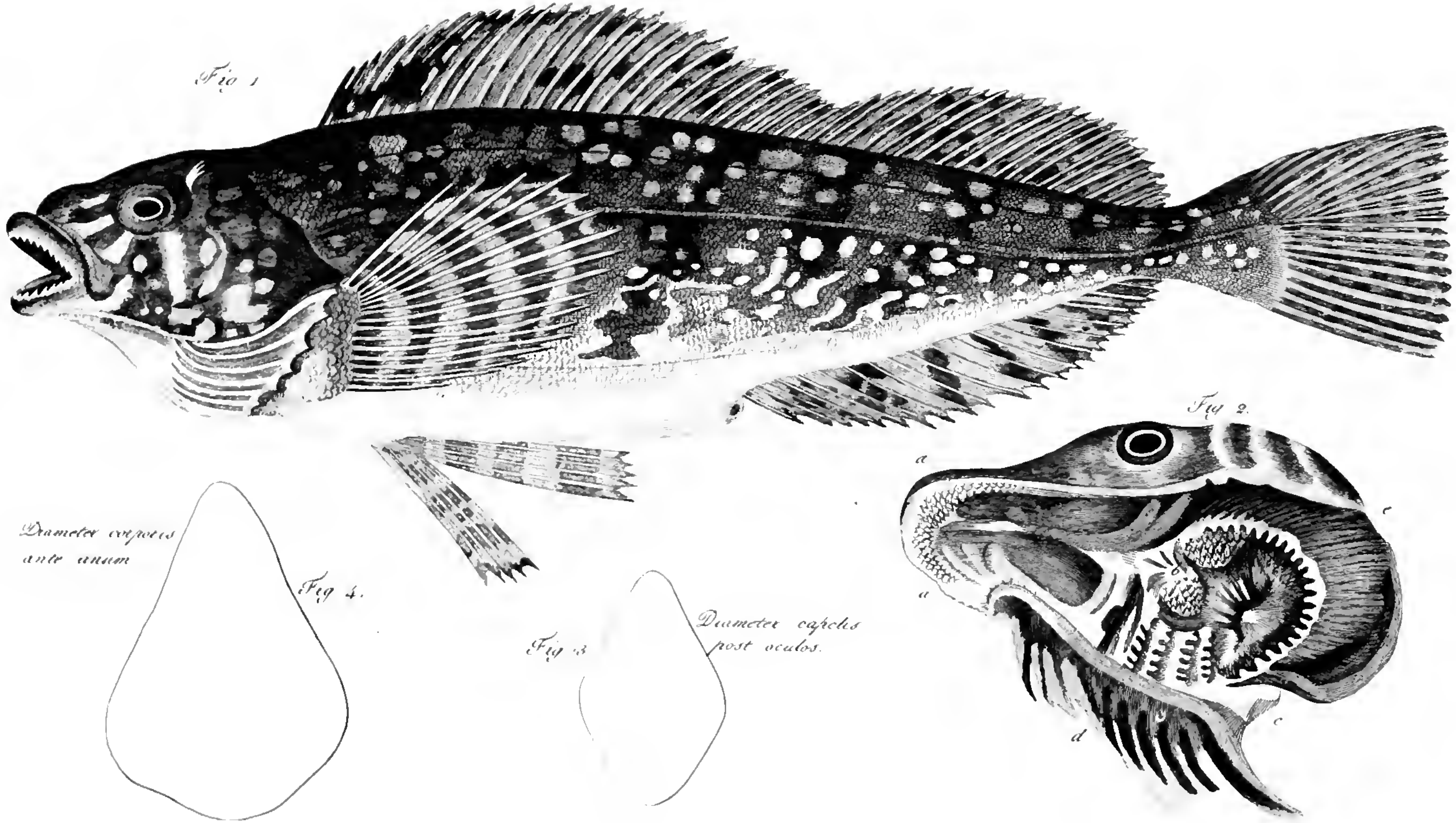
Fig. 2.



Diameter corporis ante anum.

Fig. 4.

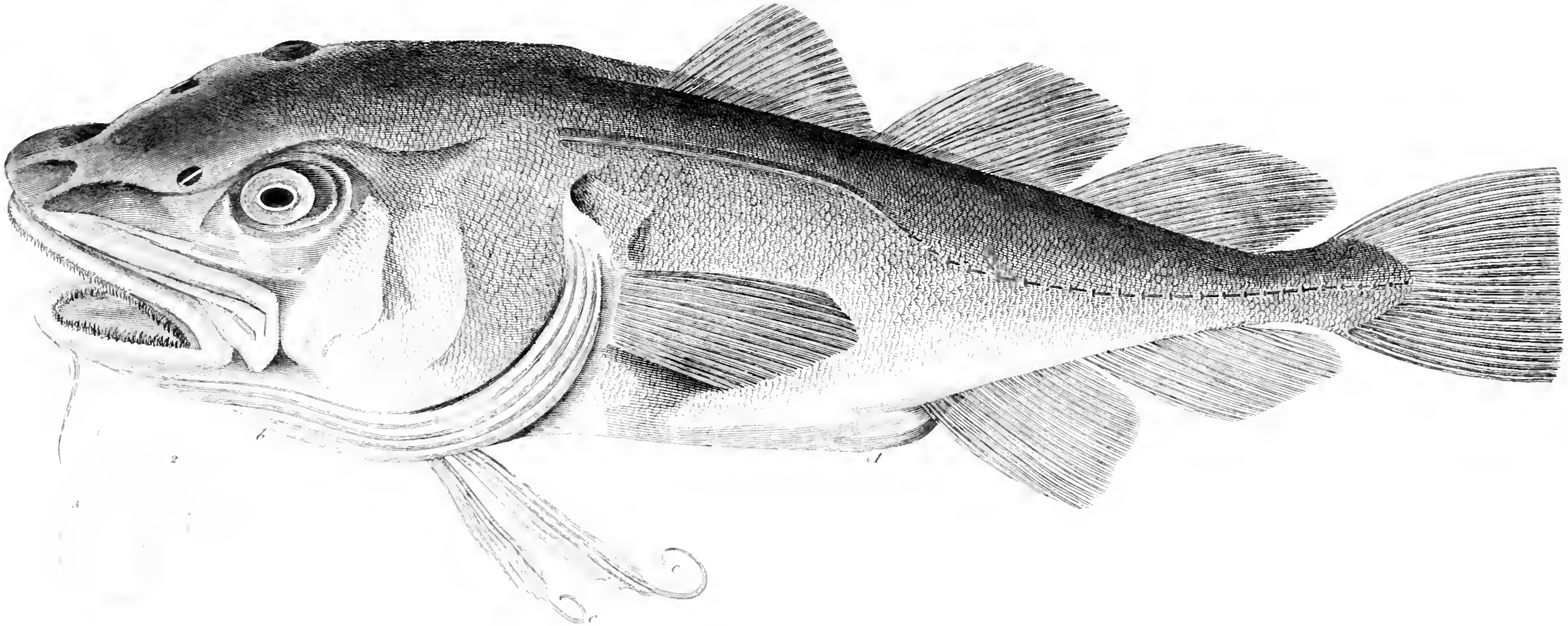




Dessiné d'après nature par Tilesius.

Gravé chez Klauber

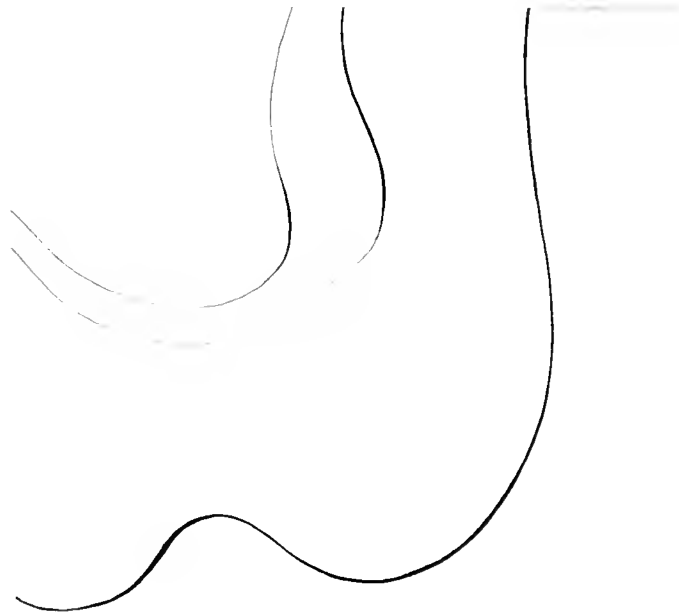
Fig. 1



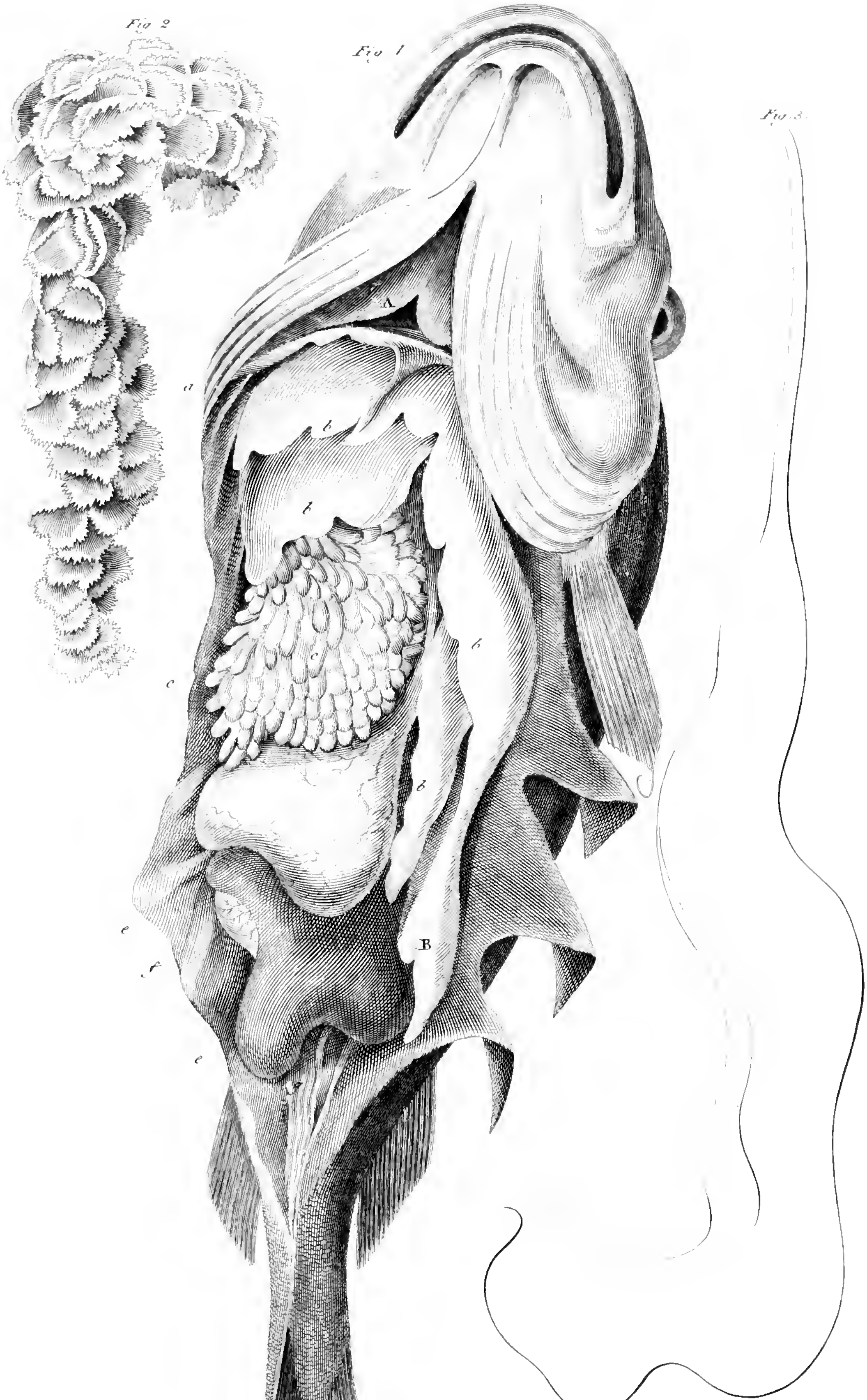
Wachnia Gadus macrocephalus.

Dessiné par Tilesius d'après nature

Gravé chez Klauber

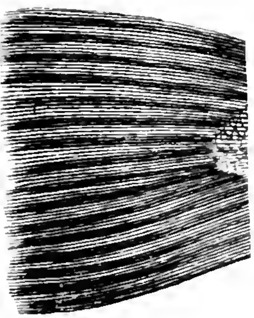


Gravé chez Klauber

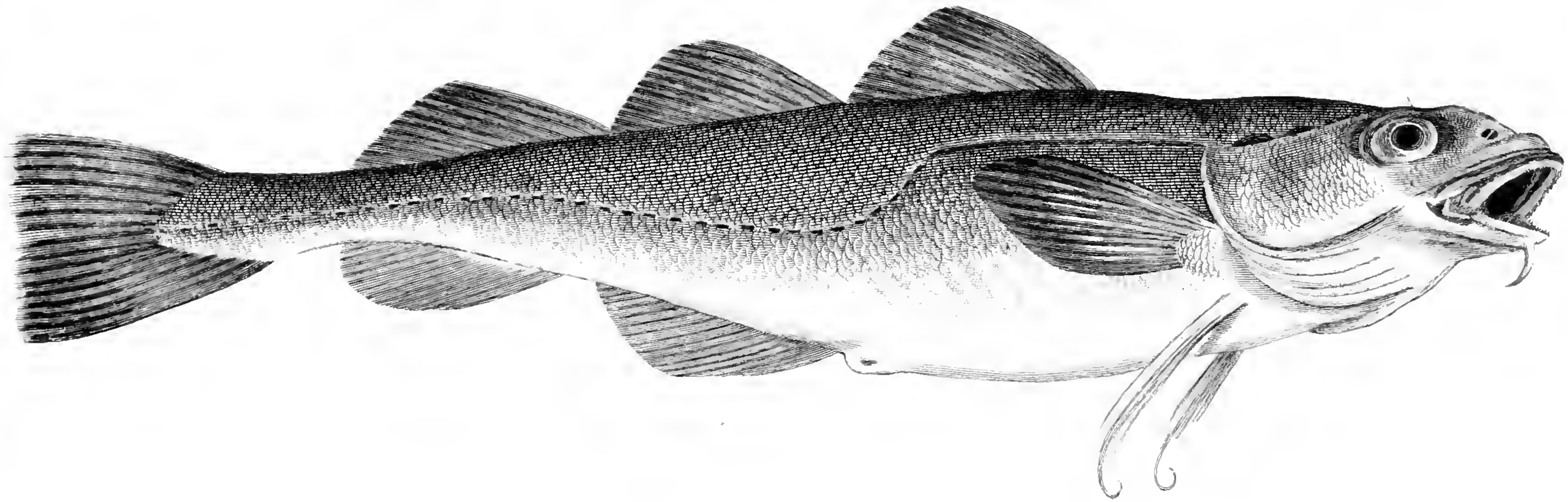


Dessiné d'après nature par Tilesius

Gravé par ...



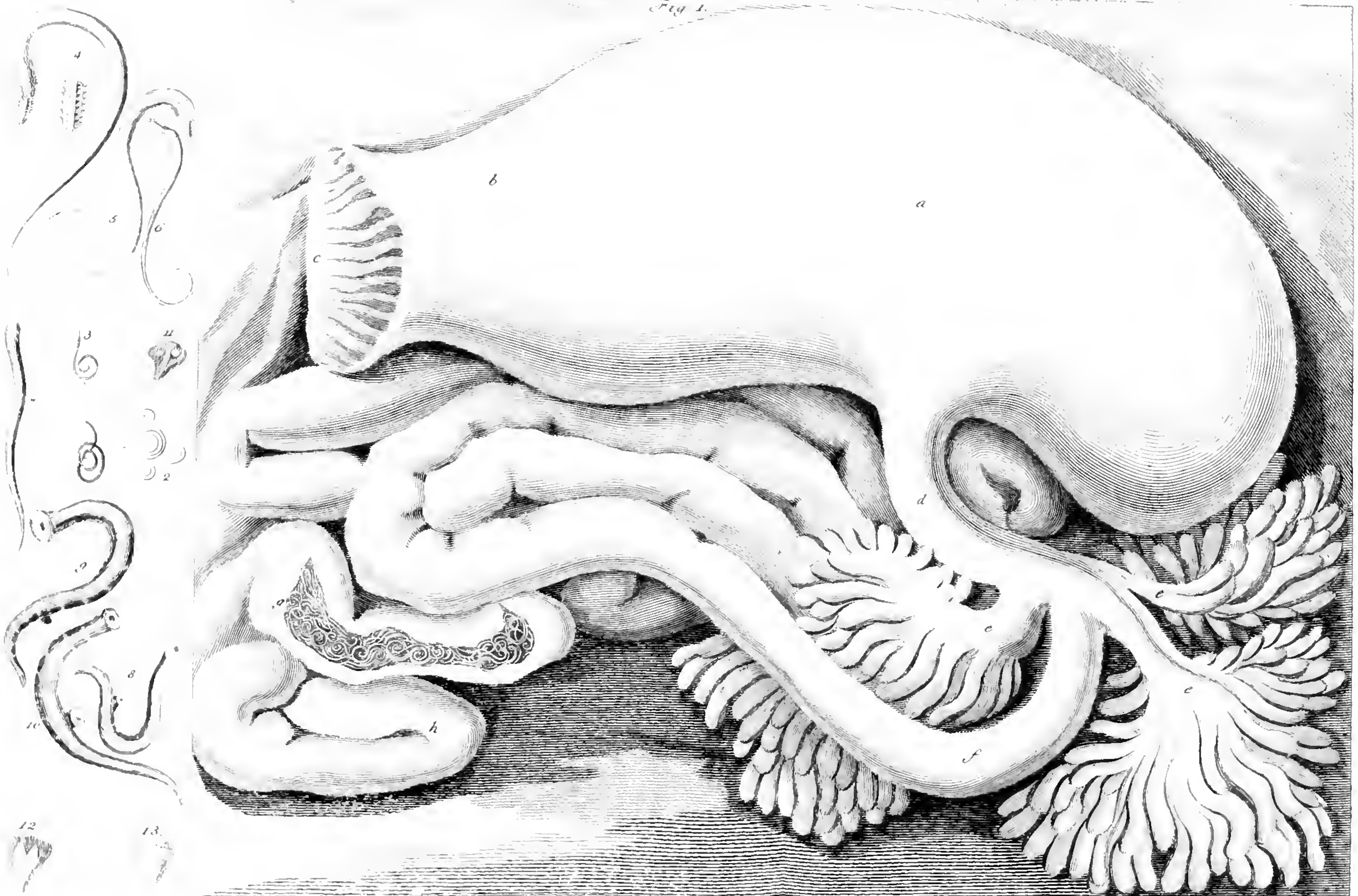
Dessiné d'après natu



Dessiné d'après nature par Tilesius

Gravé chez Klauber


4.
5.
3
7
9
8
10
12.

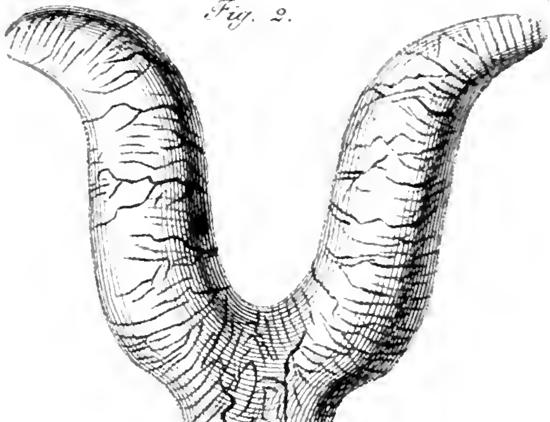


J. Sielius Dessiné d'apres nature

Gravé a S.t Petersbourg chez J. S. Klauber

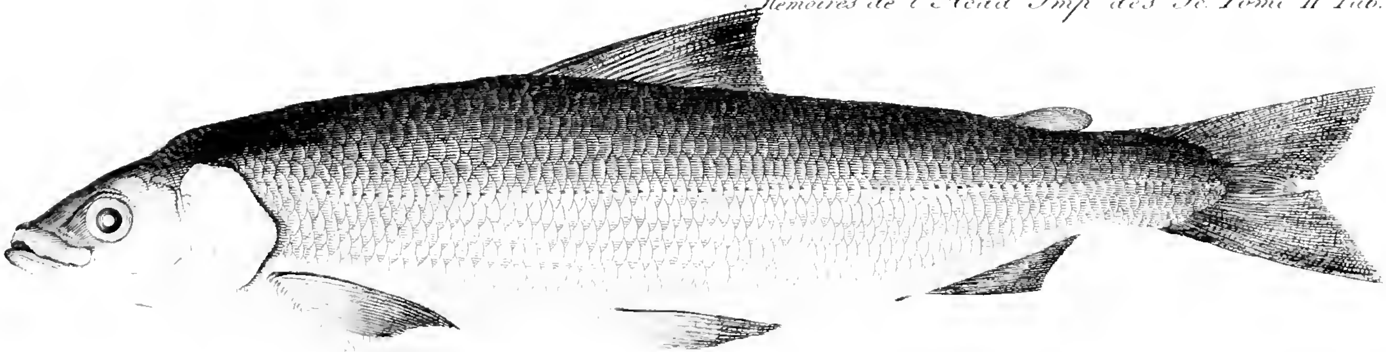
Fig. 1.

Fig. 2.



Dess. par Tilésius.

Gravé chez Klauber



Gravé chez Klauber

Fig. 1.

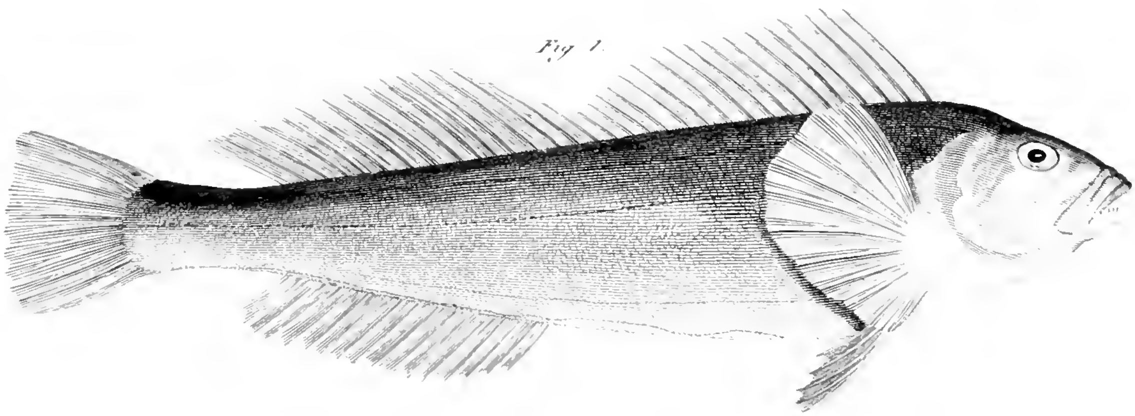


Fig. 2.

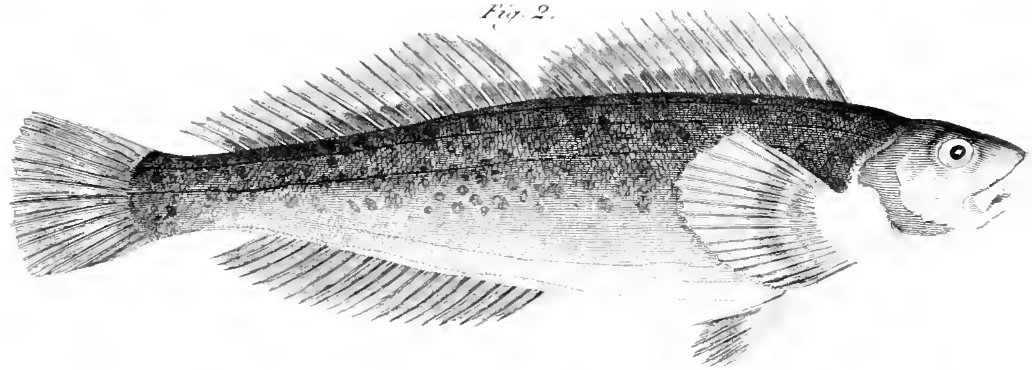
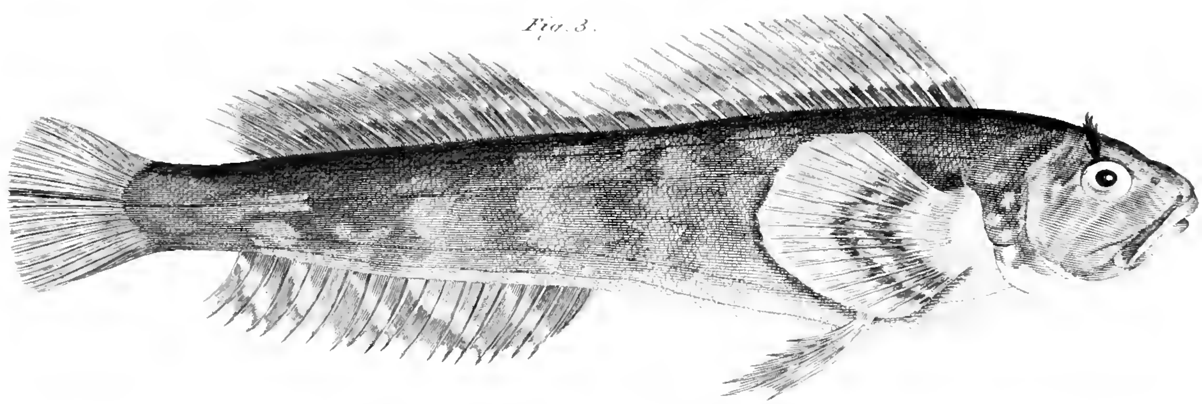


Fig. 3.



Gravé chez Klauber

Fig. 1.

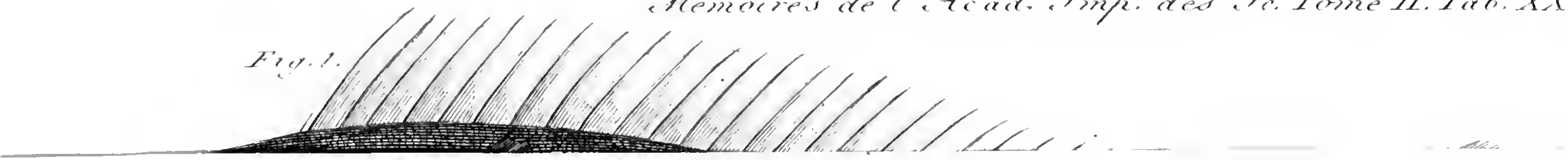


Fig 1.

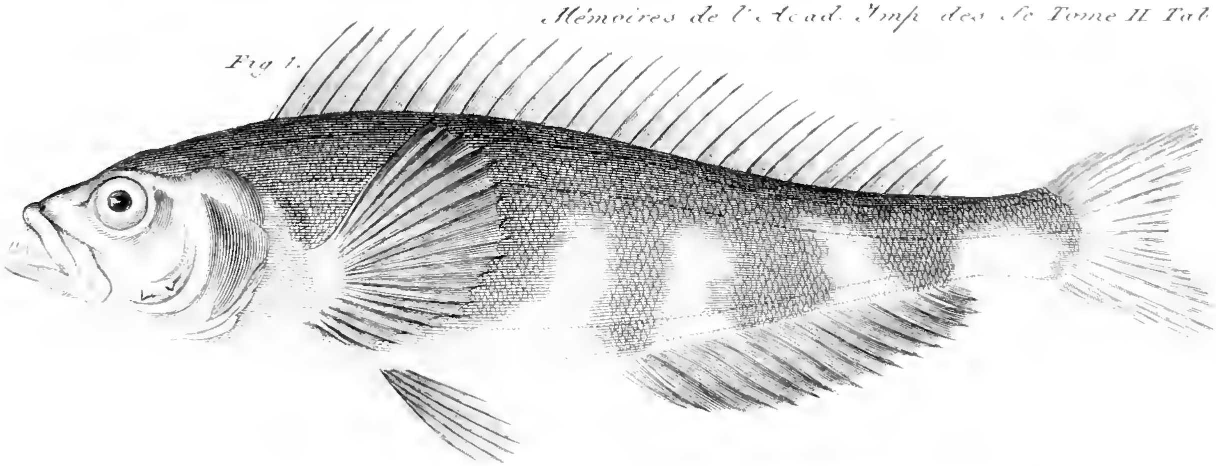


Fig 2.

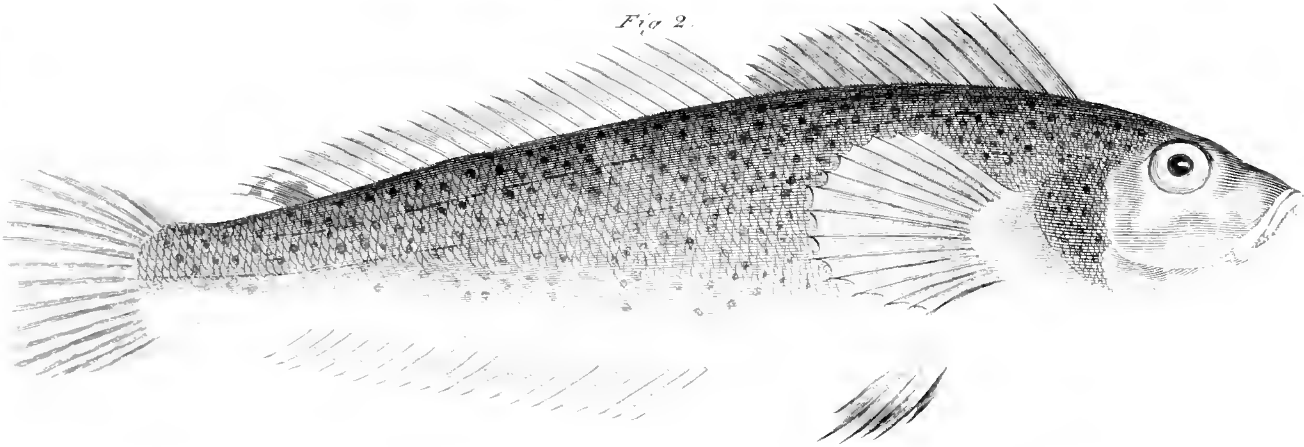
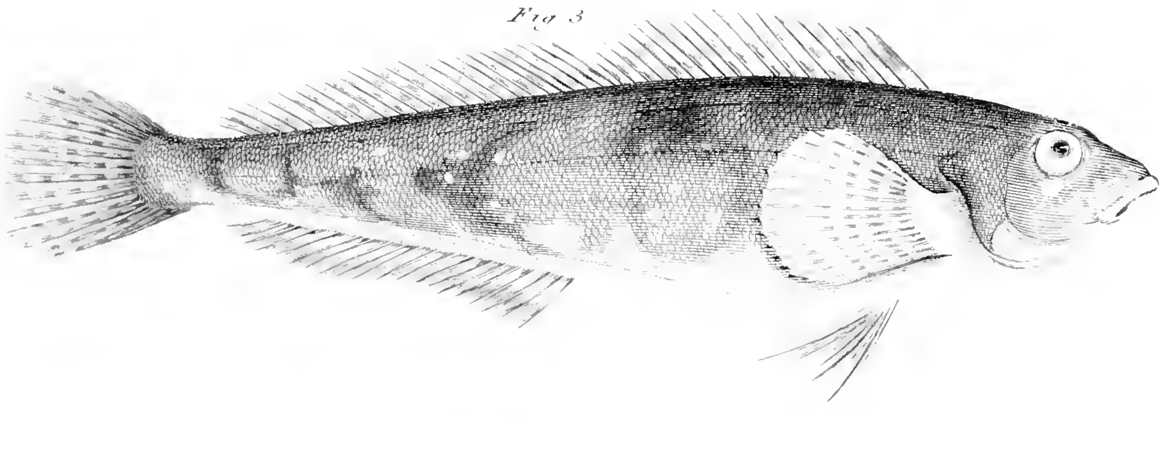


Fig 3.



Memoir
Pet