MÉMOIRES

DE LA CLASSE

DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES

DE L'INSTITUT IMPÉRIAL

DE FRANCE.

ANNÉE 1812.

Cette première Partie ne contient que le Mémoire suivant :

MÉMOIRE sur un nouveau genre d'oscillation, que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux ; par M. BIOT. Lu à l'Institut le 30 novembre 1812.

MÉMOIRES

DE LA CLASSE
DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
ET PHYSIQUES
DE L'INSTITUT IMPÉRIAL
DE FRANCE.

13

ANNÉE 1812.

PREMIÈRE PARTIE.

A PARIS,
Chez FIRMIN DIDOT, Imprimeur de l'Institut Impérial de France,
et Libraire pour les Mathématiques, rue Jacob, n° 24.

M. DCCC. XIV.

MÉMOIRES

DE LA CLASSE

DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES

DE L'INSTITUT IMPÉRIAL

DE FRANCE.

ANNÉE 1872.

PREMIÈRE PARTIE.

A PARIS,

CHEZ FIRMIN DIDOT, Imprimeur de l'Institut Impérial de France,

Imprimerie et librairie médicales, rue Jacob, n° 56.

MÉMOIRES
DE LA CLASSE
DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

MÉMOIRE

Sur un nouveau genre d'oscillation que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux;

PAR M. BIOT.

Lu à l'Institut le 30 novembre 1812.

LE travail que je vais avoir l'honneur de soumettre à la Classe, a pour objet de déterminer, par des expériences exactes et nombreuses, le mode suivant lequel la polarisation de la lumière s'opère dans un grand nombre de cristaux doués de la double réfraction. J'espère montrer que ce phénomène s'exécute par une succession d'oscillations que les molécules lumineuses éprouvent autour de leur centre de gravité, en vertu de forces attractives et répulsives qui agissent sur elles. Je déduirai de l'expérience la durée de ces oscillations, leur vitesse, et la loi des forces qui les produisent; ce qui donnera une relation entre la grandeur des particules lumineuses et l'intensité des forces

qui les sollicitent, de même que la vîtesse des vibrations d'un pendule donne une relation entre sa longueur et la force de la gravité. Je ferai voir, par l'expérience, comment on peut, à volonté, accélérer ces oscillations ou les ralentir, ou même les rendre nulles, ou les faire marcher en sens opposé. Parvenu à cette cause générale, j'en déduirai les lois des phénomènes que présentent les cristaux auxquels elle s'applique lorsqu'on les réduit en lames minces ou épaisses, et qu'on les présente à un rayon polarisé; et enfin, comparant ces conséquences de la théorie avec l'expérience, on verra à quoi tient la singulière analogie de ces phénomènes avec les anneaux colorés, d'où provient la succession des teintes que les cristaux de cette nature polarisent quand ils sont réduits en lames minces; enfin on en verra sortir un grand nombre d'autres résultats d'expérience que j'ai observés et mesurés avec le plus grand soin.

Les faits sur lesquels j'appuierai cette théorie sont de deux sortes. Les uns se trouvent consignés dans deux Mémoires que j'ai eu l'honneur de présenter à la Classe au commencement de cet été; je me bornerai à les rappeler succinctement. Les autres sont des phénomènes nouveaux qui font suite à ceux-là, et qui les complètent. Je les exposerai avec un peu plus de détail, et ce sera l'objet du premier Mémoire que je vais lire aujourd'hui.

Dans le Mémoire que j'ai eu l'honneur de lire à la Classe le 1er juin de cette année, j'ai donné des formules au moyen desquelles on peut prévoir tous les phénomènes de la polarisation de la lumière pour des lames de chaux sulfatée ou de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe de double réfraction, quelque soit l'angle et la direction sous lesquels ces

lames se présentent aux rayons lumineux. Quoique ces formules ne fussent alors que la représentation empirique des faits et leur expression abrégée, cependant la manière dont je les avais formées, et pour ainsi dire moulées sur l'expérience, ne me laissait pas douter qu'elles n'en renfermassent les véritables lois; et cela paraîtra encore bien mieux aujourd'hui, que je puis les tirer directement de la considération des forces mêmes qui agissent dans ces circonstances sur les molécules de la lumière. De plus, en mesurant avec beaucoup de précision les épaisseurs d'un grand nombre de lames minces de chaux sulfatée et de cristal de roche, j'avais trouvé que, pour chaque cristal, et sous l'incidence perpendiculaire, les variations de teinte du rayon extraordinaire se faisaient précisément suivant les mêmes lois et les mêmes périodes que les variations de couleur du rayon réfléchi dans les anneaux colorés; en sorte que ces deux classes de phénomènes, si différens au premier coup-d'œil, se suivent et se correspondent par des épaisseurs proportionnelles: et comme Newton a donné une table des épaisseurs diverses qui réfléchissent les teintes composées des anneaux, depuis les premières traces du violet le plus sombre jusqu'à la blancheur presque parfaite, je fis voir qu'à l'aide de cette table, et de l'analogie que j'avais remarquée, on pouvait prédire très-exactement, dans chaque cristal, la nature des teintes extraordinaires pour des lames d'une épaisseur connue. Les expériences que je vais rapporter tout-à-l'heure, non-seulement confirment cette analogie, mais en feront connaître la cause, et nous expliqueront même les petites inégalités que j'ai reconnues à cet égard entre les divers cristaux d'une même substance

qui exigent quelquefois des épaisseurs assez différentes pour faire paraître la même teinte, quoique la proportionnalité des épaisseurs et des teintes se conserve dans chacun d'eux, et que la pesanteur spécifique n'indique aucune différence appréciable dans leur densité.

Enfin j'indiquai la dépendance qui existait entre les changemens des teintes d'une même lame sous des incidences diverses, et les variations d'intensité de la force répulsive qui produit la double réfraction. Je fis voir qu'en abaissant l'axe de la lame sur les rayons incidens, ce qui diminue la force répulsive, la teinte du rayon extraordinaire montait dans l'ordre des anneaux colorés comme si la lame fût devenue plus mince; et réciproquement, que si l'on eloignait l'axe du rayon incident, la teinte changeait comme si la lame fût devenue plus épaisse. On verra tout-à-l'heure la cause de ces changemens.

Dans un second Mémoire que je lus à la Classe le 15 juin, j'annonçai que j'avais trouvé dans la polarisation de la lumière par ces lames, une loi analogue à la conservation des forces vives dans la mécanique. Elle consiste en ce que si l'on prend plusieurs d'entre elles extraites des corps cristallisés que nous avons désignés, et qu'on les superpose dans un ordre quelconque, avec la seule condition de rendre leurs axes parallèles, la teinte du rayon qu'elles polarisent est constante, quel que soit l'ordre dans lequel les lames sont superposées, et soit que l'on combine ensemble des lames tirées d'une même espèce de cristal, ou de cristaux de nature diverse. Dans tous les cas l'action du système, pour polariser la lumière, est constante, et la teinte du rayon extraordinaire est celle que la somme des

épaisseurs doit produire, en les supposant ramenées à l'échelle de Newton. Je spécifiai que cette constance n'avait lieu que dans le cas du parallélisme des axes, et j'ajoutai dès-lors que, dans le cas où les lames se croisaient à angles droits, leur action paraissait être celle qui convenait à la différence des épaisseurs; mais je n'indiquai ce résultat que comme une observation que je me proposais de vérifier avec un appareil exact. Je l'ai fait cet été; et l'expérience, en confirmant mon premier aperçu, m'a conduit de recherche en recherche à la cause générale de toute cette classe de phénomènes: c'est ce que je vais exposer.

Pour plus de clarté rappelons d'abord en peu de mots ce que l'on entend par un rayon polarisé. D'après les belles expériences de Malus, on appelle ainsi un rayon dont toutes les molécules sont tellement disposées, qu'elles se comportent toutes absolument de la même manière, quand on les fait tomber perpendiculairement sur la face naturelle d'un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale est située dans une certaine direction. Alors le rayon, s'il est polarisé, ne se divise pas en deux faisceaux: au lieu qu'un rayon naturel, directement émané d'un corps lumineux, s'il est placé dans les mêmes circonstances, subit la double réfraction. En outre, si l'on reçoit le rayon polarisé sur une glace polie et non étamée, qui fasse avec sa direction un angle de 35° 45′, c'est encore une découverte de Malus, que la quantité de lumière réfléchie n'est pas la même dans toutes les positions de la glace autour du rayon; et si on fait tourner celui-ci sur lui-même, la glace restant fixe, on trouvera deux positions diamétralement opposées dans lesquelles aucune molécule de lumière n'est réfléchie.

Cela n'arriverait point avec un rayon naturel ; la quantité de lumière réfléchie par la glace, sous ce même angle, serait la même dans toutes les positions autour du rayon, et la rotation de celui-ci sur lui-même n'y apporterait aucun changement.

On est donc forcé de reconnaître, par ces phénomènes, que le rayon polarisé a des caractères qui le distinguent essentiellement de la lumière directe, et ces caractères consistent en ce que, dans les circonstances que nous venons de décrire, ses molécules échappent à la double réfraction ou à la réflexion toutes ensemble et à-la-fois ; au lieu que, dans un rayon de lumière directe, une partie des molécules serait doublement réfractée, ou bien une partie serait réfléchie, et l'autre transmise. Ce qui se présente de plus simple, c'est de considérer les molécules du rayon polarisé, comme étant toutes disposées dans des situations pareilles les unes aux autres : par conséquent, si l'on rapporte chacune d'elles à trois axes rectangulaires, pris dans son intérieur, dont l'un soit dirigé dans le sens de la translation du rayon, et les deux autres menés à des points correspondants des molécules, ces axes, dans les molécules du rayon polarisé, se trouveront tous parallèles entre eux.

A la vérité il est d'autres circonstances où les molécules du rayon polarisé se séparent les unes des autres, soit pour se réfracter, soit pour se réfléchir partiellement, ce qui semble, au premier abord, être en contradiction avec le parallélisme supposé de leurs axes ; mais j'espère montrer, dans un autre Mémoire, que cette séparation tient à une propriété des accès de facile réflexion

et de facile transmission, à laquelle on n'avait pas fait attention jusqu'à présent, et qui explique non-seulement les phénomènes dont il s'agit, mais un assez grand nombre d'autres qui ont lieu dans la simple réflexion de la lumière par les corps.

Nous venons de définir les caractères d'un rayon polarisé : mais par quels moyens met-on un rayon dans cet état, et imprime-t-on à ses molécules cette modification particulière? On peut y parvenir de bien des manières. D'abord, tous les rayons qui ont traversé des cristaux doués de la double réfraction, et qui s'y sont trouvés réfractés ordinairement ou extraordinairement, jouissent de ces propriétés. On les observe encore dans les rayons réfléchis par une glace polie sous l'incidence de 35° 45′, à compter de la surface réfléchissante. Soit que l'on adopte l'un de ces procédés ou l'autre, les rayons ainsi modifiés jouiront des propriétés indiquées plus haut ; et on pourra s'en assurer aisément en leur faisant traverser perpendiculairement un rhomboïde de spath d'Islande, ou en les recevant sur une glace polie, placée sous l'inclinaison que nous avons fixée d'après les expériences de Malus.

Dans chaque cas, la direction qu'il faut donner au rhomboïde ou à la glace, pour que le rayon polarisé échappe à la double réfraction ou à la réflexion, cette direction, dis-je, a un rapport fixe et connu avec la position du corps qui a imprimé la polarisation au rayon. Par exemple, si le rayon a été polarisé par réflexion sur une glace horizontale, le sens dans lequel il faut placer une seconde glace, pour qu'il échappe complètement à la force réfléchissante, est déterminé, et il n'y a que deux positions

uniques où cet effet ait lieu. De même, si le rayon a été polarisé par un cristal, et qu'on veuille l'analyser par l'action d'un autre cristal, ou par la réflexion sur une glace, la position de ce cristal ou de cette glace dépendront de la position du premier cristal, et de l'espèce de réflexion ordinaire ou extraordinaire que le rayon y aura subie.

Pour fixer les idées, supposons que le rayon polarisé soit vertical, et qu'il ait été produit par la réflexion sur une glace polie, inclinée à l'horizon vers le sud, en sorte que le plan de réflexion soit dirigé suivant le méridien; supposons que l'on analyse ce rayon avec un rhomboïde de spath d'Islande, perpendiculaire à sa direction : on verra qu'il passe sans se diviser lorsque la petite diagonale du rhomboïde est parallèle ou perpendiculaire au plan du méridien. Mais dans toutes les autres positions le rayon se divisera. Si, au lieu d'employer un cristal, on analyse le rayon par réflexion sur une glace, il faudra, pour qu'il échappe à la force réfléchissante, que le plan de réflexion de cette glace soit dirigé dans le plan d'est et ouest, ce qui donne deux positions opposées dans lesquelles le phénomène a lieu.

Ainsi, les caractères qui distinguent un pareil rayon se manifestent dans le plan du méridien, et dans le plan d'est et ouest qui lui est perpendiculaire. Pour exprimer cette circonstance nous dirons, d'après Malus, qu'un pareil rayon est polarisé *ordinairement* dans le plan du méridien.

Des trois axes rectangulaires auxquels nous rapporterons ses molécules, le premier, toujours dirigé dans le sens de la translation du rayon, sera par conséquent vertical : mais comme nous pouvons choisir à volonté les directions des deux

autres, nous prendrons l'un dans le plan du méridien, et nous le nommerons l'axe de polarisation du rayon; le troisième, perpendiculaire aux deux autres, sera dirigé dans le plan d'est et ouest. Cela posé, puisque le rayon est polarisé, les axes de polarisation de ses molécules seront dirigés dans toutes vers les mêmes points physiques. Si toutes ces molécules viennent à changer de plan de polarisation, par l'action de quelque cause extérieure, ou, si une partie se sépare des autres, leur axe de polarisation se déplacera avec elles, et nous jugerons par son déplacement des mouvemens qu'elles auront exécutés. Par exemple, si l'on fait tomber ce rayon sur une lame mince de chaux sulfatée, taillée parallèlement à l'axe de cristallisation, dont l'épaisseur soit moindre que $0^{mm},45$, et plus grande que $0^{mm},003$, on s'aperçoit aisément que l'interposition de cette lame a changé en partie la polarisation du rayon: car, si on l'analyse après sa transmission, avec un rhomboïde de spath d'Islande dont la section principale soit dirigée dans le plan du méridien, on voit qu'en général il se divise en deux faisceaux, excepté dans deux positions rectangulaires de la lame, et, de plus, les deux faisceaux ont des couleurs différentes, comme M. Arrago l'a le premier observé. Ces couleurs, dans les lames d'épaisseurs diverses, suivent l'ordre reconnu par Newton dans les successions des anneaux réfléchis ou transmis par des lames minces d'air, d'eau, ou de verre; et dans ces deux genres de phénomènes les mêmes teintes sont données sous l'incidence perpendiculaire par des épaisseurs proportionnelles, ce qui permet de les prévoir d'après une table insérée par Newton dans son Optique. Les deux teintes obtenues de

cette manière approchent de plus en plus de la blancheur, à mesure que l'épaisseur des lames augmente; et enfin elles deviennent constamment blanches lorsque l'épaisseur atteint à-peu-près $0^{mm},45$. Les mêmes phénomènes s'observent dans un grand nombre de corps cristallisés, doués de la double réfraction, lorsqu'on les divise en lames parallèles à leur axe. Mais les limites où les couleurs des deux faisceaux commencent et finissent, sont différentes pour chacun d'eux.

En appliquant ici les lois trouvées par Malus pour la polarisation de la lumière dans la chaux carbonatée rhomboïdale, on devrait croire que, dans ces circonstances, le rayon polarisé perd toute sa polarisation primitive par l'influence de la lame interposée, et qu'il se polarise de nouveau relativement à la section principale de cette lame, en se partageant en deux faisceaux, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, c'est-à-dire, dont les axes de polarisation se trouvent parallèles ou perpendiculaires à la section principale de la lame; mais la chose ne se passe pas ainsi, du moins dans les cristaux que je viens de désigner. Chaque lame, selon son épaisseur, n'agit que sur une espèce particulière de teinte, sur l'ordre d'anneaux qui lui appartient, et elle la polarise, non pas dans le sens de son axe, mais suivant une direction qui fait un angle double avec le plan de la polarisation primitive. Si l'on nomme E la teinte polarisée par la lame, O la teinte qu'elle ne dévie point, et que l'on désigne par i l'angle formé par l'axe de la lame avec le plan de la polarisation primitive que nous supposons être le méridien, les molécules lumineuses qui composent la teinte O conserveront leur axe de polarisation dans le plan

du méridien, et les molécules qui composent la teinte E tourneront le leur suivant une ligne droite qui fera l'angle 2 *i* avec ce même plan. Tel est le résultat général des expériences que j'ai rapportées dans mon premier Mémoire, et telle est aussi la signification des formules par lesquelles je les ai représentées. Cette polarisation, qui se fait toute entière hors de l'axe de la substance cristallisée, est un phénomène tout-à-fait nouveau. On verra plus loin quelle en est la cause.

Pour la découvrir, je rappellerai d'abord une observation que j'ai consignée dans mon premier Mémoire. Prenons une lame mince de chaux sulfatée ou de cristal de roche, taillée parallèlement à l'axe de la double réfraction, exposons-là perpendiculairement au rayon polarisé de manière que son axe fasse un angle de 45° avec le plan de polarisation, qui sera, par exemple, le méridien, et supposons que l'on analyse la lumière transmise, en se servant pour cela d'un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale soit ainsi dans le méridien : alors on verra deux images à travers le rhomboïde, l'une ordinaire, l'autre extraordinaire; elles seront de couleurs différentes, si l'épaisseur de la lame est comprise entre les limites que j'ai fixées. Cette position de son axe est celle où la séparation des deux teintes est la plus complète. Supposons maintenant que, sans changer d'azimut, on incline la lame sur le rayon polarisé, de manière que le plan d'incidence du rayon sur sa surface coïncide avec son axe : alors les couleurs du rayon extraordinaire monteront dans l'ordre des anneaux, comme si la lame devenait plus mince, ce qui est bien facile à concevoir; car, en

abaissant l'axe sur le rayon incident, vous diminuez l'angle qu'il forme avec lui, et par conséquent avec le rayon réfracté; vous diminuez donc aussi la force qui produit la double réfraction de la lame, d'après la belle théorie de M. la Place, car elle est proportionnelle au carré du sinus de cet angle. L'action de la lame devenant plus faible, il est tout simple qu'elle produise le même effet qu'une lame plus mince. Mais voici qui semble moins facile à expliquer. Au lieu de mettre l'axe de la lame dans le plan d'incidence, et de l'incliner sur le rayon polarisé, placez-y la ligne qui lui est perpendiculaire, et inclinez-la de même à son tour; vous verrez alors les couleurs du rayon extraordinaire descendre dans l'ordre des anneaux, comme si la lame devenait plus épaisse. Cependant, par cette disposition, l'axe de la lame est resté perpendiculaire sur la direction du rayon incident et du rayon réfracté; par conséquent, la force que cet axe exerce sur les molécules lumineuses devrait rester constante; du moins il est sûr qu'elle ne peut devenir plus grande que sous l'incidence perpendiculaire; cependant nous voyons que l'action de la lame s'exerce sur un ordre d'anneaux plus approchant de la polarisation totale : et cela n'a pas lieu seulement dans l'azimut de 45°; je n'ai choisi celui-ci pour exemple que parce que la séparation des teintes y est plus considérable, et l'effet plus sensible. Mais dans tout autre azimut que l'on veuille placer le plan d'incidence, et quelque direction que l'on veuille donner à la lame sur son plan, on trouvera toujours que si l'axe est dans le plan d'incidence, et qu'on l'incline sur le rayon, l'action de la lame varie comme si elle devenait plus mince; et au contraire, si on place dans la

même circonstance la ligne qui lui est perpendiculaire, elle agit comme si elle devenait plus épaisse. Entre ces deux positions extrêmes la teinte varie en plus ou en moins, selon que l'on incline davantage l'une ou l'autre ligne sur le rayon polarisé. En rapportant ces phénomènes dans mon premier Mémoire, je disais que dans les lames de chaux sulfatée, et dans celles de cristal de roche, taillées parallèlement à l'axe de la double réfraction, cet axe, et la ligne qui lui est perpendiculaire, semblaient agir également, et avec la même force, pour faire monter ou descendre les couleurs dans l'ordre des anneaux. Je n'examine point ici comment cette double influence s'exerce, ni quelles sont les forces qui semblent émaner de ces deux lignes. Je ne prétends pas même affirmer ici qu'il émane réellement des forces de la seconde comme de la première. Nous ne pourrons le savoir qu'après avoir mesuré d'une manière précise les variations que les phénomènes éprouvent dans ces deux sens sous les incidences diverses. Mais en attendant, puisque nous voyons l'action de la plaque augmenter quand on incline sur le rayon la ligne perpendiculaire à l'axe, nous ne pouvons rien faire de plus général que d'admettre une action quelconque dépendante de cette ligne, et de chercher à tirer des phénomènes même la loi et l'intensité suivant laquelle elle s'exerce. Dès-à-présent, pour plus de clarté, je désignerai sous le nom de premier axe, celui que les physiciens ont jusqu'ici considéré, et je donnerai à l'autre le nom de second axe.

Avant d'exposer les phénomènes nouveaux auxquels m'a conduit la connaissance de ces axes, je vais indiquer les propriétés caractéristiques dont ils jouissent dans plusieurs

substances, car ils n'existent pas seulement dans la chaux sulfatée : je les ai également reconnus dans le cristal de roche, le mica, l'adullaire ou feldspath, la baryte sulfatée, le béril, la strontiane sulfatée, la topase et l'eau glacée, seules substances que j'ai pu essayer jusqu'ici ; et je n'ai pas même eu besoin, pour cela, de réduire ces dernières en lames minces, car je puis démontrer aussi l'existence de cette propriété dans les morceaux les plus épais, et prouver ainsi qu'elle est permanente dans chacun de ces cristaux. Il n'est pas non plus nécessaire que les surfaces des morceaux que l'on éprouve soient parallèles, car on peut également développer cette propriété dans des prismes, comme on le verra plus bas.

Dans la chaux sulfatée et le cristal de roche, taillés parallèlement à l'axe de cristallisation, l'influence des deux axes sur les couleurs paraît varier dans la même proportion par le changement d'incidence. En effet, si l'on prend pour plan d'incidence celui de la polarisation primitive, et qu'on place les deux axes de la lame à 45° de part et d'autre de ce plan, par conséquent sous la même inclinaison, on pourra incliner la lame tant que l'on voudra sur le rayon incident, la teinte du faisceau qu'elle polarise ne changera pas, et sera la même que sous l'incidence perpendiculaire. Cela arrivera également dans tout autre plan d'incidence, pourvu que les deux axes de la lame fassent des angles égaux avec ce plan ; car c'est une loi générale pour toutes ces substances que chaque lame polarise toujours la même teinte lorsque les inclinaisons de ses axes sur le rayon réfracté sont constantes, et qu'on fait seulement tourner le rayon sur lui-même.

L'égalité dont nous venons de parler n'a pas lieu dans

les lames de mica. Si l'on place ces lames dans la même position que les précédentes, de sorte que chacun des deux axes situés dans leur plan fasse un angle de 45° avec le plan de polarisation primitive, on trouve qu'en partant de l'incidence perpendiculaire, les teintes du faisceau polarisé changent à mesure que la lame s'incline sur le rayon incident, et par conséquent sur le rayon réfracté. La même chose arrive lorsque l'on met le plan d'incidence dans tout autre azimut, les deux axes situés dans le plan de la lame formant avec lui deux angles égaux. Dans tous ces cas les couleurs changent comme si la lame devenait plus épaisse.

Mais il se produit en même temps un autre phénomène. Si le plan d'incidence est celui de la polarisation primitive, l'intensité du rayon extraordinaire s'affaiblit progressivement à mesure que la lame s'incline, et cependant sa teinte ne laisse pas de baisser dans l'ordre des anneaux comme si la lame acquérait plus d'épaisseur. Il y a donc ici un nouveau genre d'action que l'inclinaison développe, et qui, s'exerçant à partir du plan d'incidence, enlève au rayon extraordinaire une partie des molécules qui devaient le composer. Cette action émane d'un axe perpendiculaire au plan des lames de mica, et elle leur est tellement inhérente, qu'il y a des lames dans lesquelles elle existe seule ; les autres étant détruites par les irrégularités de la cristallisation.

Nous devrons donc en général rapporter les phénomènes du mica à trois lignes ou axes, dont deux sont situés dans le plan des lames et le troisième perpendiculaire ; sauf à déterminer par l'expérience les forces qui émanent de ces lignes.

Les conséquences de cet arrangement se présentent d'elles-

mêmes, si l'on place le premier axe des lames de mica dans le plan d'incidence, et qu'on l'incline sur le rayon incident, son action diminuera, et en vertu de cette cause, si elle existait seule, la force de polarisation devrait s'affaiblir comme si la lame devenait plus mince, ainsi que cela arrive dans le cristal de roche et la chaux sulfatée. Mais l'augmentation d'intensité causée par l'influence croissante de l'axe perpendiculaire au plan des lames, qui conspire alors avec le premier axe, est plus que suffisante pour compenser cette diminution, et en conséquence la teinte du faisceau polarisé par la lame, descend constamment dans l'ordre des anneaux, comme si elle devenait plus épaisse. Mais aussi qu'arrive-t-il si l'on fait tourner la lame sur son plan d'un angle droit, ce qui amène le second axe dans le plan d'incidence? C'est qu'alors, en inclinant la lame, l'action croissante de l'axe perpendiculaire à leur plan se développant par l'inclinaison balance de plus en plus l'action du premier axe auquel elle est devenu le contraire, de sorte que les teintes du rayon polarisé, au lieu de descendre, remontent dans l'ordre des anneaux comme si la lame devenait plus mince. Enfin, il arrive un terme auquel les actions réunies du second et du troisième axes font exactement équilibre à l'action du premier, de sorte que, sous cette incidence, la lame ne polarise plus aucune molécule de lumière, et le rayon extraordinaire s'évanouit. Mais au-delà de cette limite, qui est la même pour toutes les lames de mica de même nature, minces ou épaisses, l'axe perpendiculaire étant devenu le plus fort, on voit le rayon extraordinaire reparaître et redescendre de nouveau dans l'ordre des anneaux, suivant les mêmes périodes qu'il avait d'abord parcourues en sens con-

traire; c'est-à-dire que si sa teinte était primitivement le rouge brun du premier ordre, sous l'incidence perpendiculaire, en commençant d'incliner la lame, cette teinte monte d'abord à l'orangé du premier ordre, puis au jaune pâle, au blanc du premier ordre, et enfin au bleu, au violet et au noir, suivant la table des épaisseurs données par Newton, dans l'Optique; après quoi elle reviendra du noir au violet, puis au bleu, au blanc du premier ordre, au jaune pâle, à l'orangé, au rouge, ce qui était sa teinte primitive, et ainsi de suite, en descendant toujours dans l'ordre des anneaux. On voit bien que, sans l'intervention de ce troisième axe, qui n'agissait point sous l'incidence perpendiculaire, il ne serait pas possible que la teinte fût la même sous cette incidence et sous une autre incidence plus oblique, lorsque le premier axe reste toujours perpendiculaire au rayon réfracté, tandis que le second s'incline sur lui. Mais au moyen de l'action simultanée des trois axes, on conçoit aisément ces effets, on se rend raison de leurs bizarreries apparentes, on peut même les prévoir avec une telle certitude, qu'étant donnée une seule des incidences à laquelle on a observé une des teintes de la table de Newton, par exemple, l'incidence à laquelle le rayon extraordinaire devient nul, on prédit exactement tous les autres degrés d'incidence, depuis 0° jusqu'à 90° auxquels on devra observer toutes les autres teintes mesurées par Newton, lesquelles sont au nombre de trente-trois pour chaque lame. Lorsque l'on opère sur des lames dans lesquelles les axes parallèles à la surface n'existent point, ou ont perdu leur influence par la manière dont les molécules se sont arrangées, on conçoit que les phénomènes doivent être différens, parce qu'alors

le troisième axe perpendiculaire au plan des lames est le seul qui les produise. Alors la lame n'exerce aucune polarisation sous l'incidence perpendiculaire, parce que l'influence de cet axe y est nulle, puisqu'il fait un angle nul avec le rayon réfracté. Mais à mesure qu'on l'incline dans une direction quelconque sur le rayon incident, il commence à agir, favorisé par l'inclinaison. Aussi à partir d'une certaine limite, les couleurs commencent à descendre dans l'ordre des anneaux, suivant des périodes calculables, comme si la lame devenait plus épaisse; et elles continuent toujours à descendre, sans éprouver ces alternatives ou inversions de marche que l'on observait dans le cas précédent, lorsque l'action du troisième axe perpendiculaire aux lames pouvait être combattue et contrebalancée par l'action des axes situés dans leur plan. Les lames de mica où l'axe perpendiculaire agit seul, se conduisent à cet égard absolument comme les lames de cristal de roche taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation; mais dans les unes comme dans les autres, les molécules lumineuses qui perdent leur polarisation primitive, ne tournent point leurs axes de polarisation suivant la section principale de la lame inclinée. On verra plus loin quelle est cette direction dans les diverses circonstances, et quelles sont les causes qui la modifient.

L'influence inégale de l'inclinaison sur les deux axes du mica situés dans le plan de ses lames, est la cause pour laquelle les lames de cette substance recevant un rayon naturel sous l'angle qui produit, par réflexion, la polarisation complète, et dans l'azimut de 45°, ne polarisent pas la même teinte qu'elles polarisent par transmission sous l'incidence perpendiculaire; au lieu que ces deux teintes sont absolument

identiques dans les lames de chaux sulfatée et de cristal de roche taillées parallèlement à l'axe de cristallisation, parce que, dans l'azimut de 45°, l'influence des deux axes situés dans le plan de ces lames varie en proportion semblable par l'inclinaison. Toutes ces circonstances compliquées, qui se laissent ainsi prévoir par le seul raisonnement, d'après la considération de l'action multiple des axes et de leur inégale énergie, confirment d'une manière assez frappante l'existence de ces axes, ou du moins celle des forces qui émanent de leurs directions, seule chose que je prétends établir.

Mais, pour rendre la chose encore plus palpable, je m'en vais montrer comment on peut à cet égard imiter la nature, comment on peut rendre les variations des teintes très-considérables, et même aussi considérables que l'on voudra dans toutes les substances de ce genre, quoiqu'elles puissent y être naturellement fort petites; ce qui nous donnera le moyen de produire avec des lames cristallisées, de nature très-différente, les mêmes successions de couleurs qu'avec le mica. Pour y parvenir, il faut superposer à angles droits deux lames de ces substances, dont les épaisseurs e e' soient très-peu différentes l'une de l'autre; car la teinte sur laquelle agit un pareil systême, est celle qui convient à la différence $e' - e$ des épaisseurs; tandis que la variation des teintes par le changement d'inclinaison dépend de leur somme. Comme ce résultat est très-important par les conséquences que j'en tire, je vais rapporter les expériences que j'ai faites pour le constater avec la plus grande rigueur.

Dans ces expériences, il est indispensable de connaître avec exactitude l'azimut dans lequel on dirige les axes des lames; il faut de plus pouvoir les disposer à volonté dans

tel ou tel azimut : à cet effet j'emploie l'appareil que j'ai décrit dans mon premier Mémoire; il remplit ces conditions d'une manière très-simple et très-commode; et comme il est adapté au tuyau de la lunette d'un cercle répétiteur, il donne la facilité de déterminer, au moyen d'un niveau, l'inclinaison des lames sur le rayon polarisé.

Je place sur cet appareil deux des lames de chaux sulfatée que j'ai employées dans la cinquième série d'expériences rapportée dans mon premier Mémoire, page 217. Ce sont les nos 14 et 15. Je les dispose de manière que leurs axes se trouvent à angles droits, et je les présente d'abord au rayon polarisé de manière qu'il leur soit perpendiculaire.

D'après les résultats exposés dans l'endroit cité, la lame no 15 polarise l'indigo du troisième ordre. Son épaisseur, mesurée au sphéromètre et réduite à l'échelle de Newton, est exprimée par..... $14^p,25$

La lame no 14 polarise un vert bleuâtre intermédiaire entre le bleu et le vert du second ordre, son épaisseur est..... 9,35

Différence..... 4,90

Suivant la table donnée par Newton, et rapportée page 184 de mon premier Mémoire, cette différence répond un peu au-dessus de l'orangé du premier ordre, entre l'orangé et le jaune pâle, mais beaucoup plus près du premier, car l'orangé du premier ordre est représenté par $5^p,16$, et le jaune par $4^p,6$. En effet, le système de nos deux lames exposé perpendiculairement au rayon blanc polarisé, polarise un orangé légèrement jaunâtre, et n'agit que sur cette espèce de teinte dans tous les azimuts,

précisément de la même manière, et suivant les mêmes lois que si les deux lames étaient réduites à une seule qui agirait sur cette même teinte.

Mais comment savoir si cet orangé est réellement celui du premier ordre, ou un autre orangé? car bien que toutes les teintes des anneaux soient composées, il en est qui se ressemblent assez dans les différens ordres pour que l'œil les confonde aisément. Afin de résoudre cette question, nous allons incliner le système de nos lames sur le rayon polarisé en dirigeant un de leurs axes dans l'azimut du plan d'incidence; et, par les variations de leur teinte, nous jugerons avec certitude de l'ordre d'anneaux qu'elles polarisent sous l'incidence perpendiculaire, car la succession des nuances est très-différente dans les différens ordres d'anneaux. Il faut faire cette expérience dans l'azimut de 45°, où les variations de teintes sont les plus étendues, comme je l'ai fait voir dans mon premier Mémoire. En voici les résultats observés sous deux incidences différentes; la première d'environ 45° à partir de la perpendiculaire, la seconde de 52° 45′. Je n'ai point cherché à mettre de la rigueur dans les évaluations de ces incidences; il suffit à notre objet que l'une fût plus grande que l'autre. La lumière transmise est analysée au moyen d'un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale est fixée dans le plan de polarisation primitive du rayon incident, comme je l'ai expliqué dans mon premier Mémoire. Le résultat est le même quand on analyse la lumière par la réflexion d'une glace.

Azimut du plan d'incidence du rayon sur la lame.	Incidence du rayon sur la lame : approchée.	Azimut de l'axe de la lame n° 15 avec la trace du plan d'incidence sur sa surface.	F_o. Rayon ordinaire observé à travers le rhomboïde.	F_e. Rayon extraordinaire observé à travers le rhomboïde.
45°	45°	0	Bleu céleste violacé : minimum.	Blanc sensiblement jaunâtre : maximum.
		22° 30'	Blanc sensiblement.	Jaune.
		45	Blanc.	0
		77 30	Blanc sensiblement.	Rouge brun.
		90	Blanc jaunâtre : minimum.	Violet rougeâtre : maximum.
	52° 45'	0	Violet pur extrêmement sombre : minimum.	Blanc sensiblement : maximum.
		22° 30'	Blanc violacé.	Jaune.
		45	Blanc.	0
		77 30	Blanc jaunâtre.	Pourpre sombre et violacé.
		90	Jaune : minimum.	Bleu : maximum.

D'après ce tableau, on voit d'abord que les intensités des deux rayons ordinaire et extraordinaire ont varié par les mêmes périodes et suivant les mêmes lois que pour une seule lame. On remarque ensuite que les teintes parcourues par le rayon extraordinaire sont celles qui précèdent ou qui suivent l'orangé du premier ordre dans le premier et le second ordre d'anneaux. Ainsi, la teinte orangée, polarisée par le système des deux lames, sous l'incidence perpendiculaire, était bien réellement l'orangé du premier ordre, comme la différence de leurs épaisseurs l'annonçait. En troisième lieu, lorsque l'axe de la lame n° 15, la plus forte des deux, s'est abaissé sur le rayon polarisé, la teinte du rayon extraordinaire a monté dans l'ordre des anneaux comme si le système des deux lames fût devenu plus mince, et au contraire, lorsque le même axe s'est trouvé perpen-

diculaire au plan de réflexion, les teintes de ce rayon ont descendu dans l'ordre des anneaux comme si le systême des deux lames fût devenu plus épais. Ce phénomène est facile à concevoir d'après l'action opposée des deux axes. Lorsque le premier axe de la lame n° 15, se trouve dans le plan d'incidence, le second axe de la lame n° 14, s'y trouve aussi; par cette disposition l'action polarisante de la première lame s'affaiblit, celle de la seconde augmente, et comme la première est la plus forte, leur différence diminue, ce qui produit le même effet que si le systême des deux lames croisées devenait plus mince. Au contraire, lorsque le second axe de la lame n° 15 se trouve dans le plan d'incidence, le premier axe de la lame n° 14 s'y trouve aussi; par cette disposition, l'action de la première lame augmente comme si elle devenait plus épaisse; celle de la seconde diminue comme si elle devenait plus mince; l'excès de la première sur la seconde se trouve donc augmenté, et le systême des deux lames croisées agit comme une lame plus épaisse. Enfin, ces augmentations et ces diminutions opposées, conspirant toujours pour augmenter ou diminuer, dans le même sens, l'action du systême, les variations des teintes doivent être plus étendues qu'elles ne le seraient naturellement pour une seule lame qui aurait polarisé la même teinte sous l'incidence perpendiculaire, et c'est aussi ce que l'expérience confirme. En effet, d'après les formules rapportées dans mon premier Mémoire, on voit qu'une lame qui polarise l'orangé du premier ordre sous l'incidence perpendiculaire, ne peut, même lorsqu'on la place sous les plus grandes incidences, monter que jusqu'au jaune pâle, et descendre jusqu'au rouge brun du premier ordre, tandis

que le système des lames croisées, exposé au rayon incident sous des incidences beaucoup moindres, a monté jusqu'au blanc parfait du premier ordre, et est descendu jusqu'au bleu du second (*).

Après avoir complètement détaillé cette expérience, je rapporterai plus brièvement celles que j'ai faites de la même manière sur des lames prises dans des ordres d'anneaux différens.

Par exemple, j'ai pris la lame n° 5 de la cinquième expérience rapportée dans mon premier Mémoire, page 217. Cette lame, sous l'incidence perpendiculaire, polarise un rouge qui est intermédiaire entre l'écarlate du second ordre et le pourpre du troisième : son épaisseur, réduite à l'échelle de Newton, est..... 13

Je la croise à angles droits par la lame n° 6, qui, sous l'incidence perpendiculaire, polarise le vert jaunâtre du troisième ordre : son épaisseur est..... 10

Différence..... 3

(*) Pour calculer ces limites, il faut employer l'expression générale des teintes rapportée dans la page 251 de mon premier Mémoire, laquelle est

$$E' = E + E\,[A \cos 2(i' - i) + B \cos^2 2(i' - i)] \sin^2 \theta\,;$$

où l'on a

$$A = -0,195\,; \qquad B = +0,065\,;$$

les teintes extrêmes répondent au cas où l'on a $i' - i = 0$, $i' - i = 90^\circ$, et $\theta = 90^\circ$, ce qui donne

$$E' = E - E\,.\,0,13\,; \quad \text{et } E' = E + E\,.\,0,26.$$

En faisant ici $E = 4,9$, qui est l'épaisseur de la lame qui polariserait la même teinte que notre système, on trouvera

$$E' = 4,263\,; \quad \text{et } E' = 6,174.$$

Cette différence répond un peu au-dessus du blanc du premier ordre, en tirant un peu vers le blanc bleuâtre, car le blanc pur est représenté dans la table par 3,4, et le bleu par 1,55. En effet, le rayon extraordinaire est blanc, et dans l'azimut de 45°, où il est séparé du rayon ordinaire, celui-ci ne renferme plus qu'un violet sombre presque imperceptible. Cette expérience met à une épreuve bien délicate les mesures données par le sphéromètre; car si, au lieu d'avoir 3 pour différence des épaisseurs de nos deux lames, nous avions 3,4, nous tomberions exactement sur le blanc, conformément à l'expérience. La petite différence 0,4 répond à 1,6 du sphéromètre, c'est-à-dire, à un peu moins de $\frac{4}{1000}$ de millimètre. Telle est donc au plus la somme des erreurs que j'ai pu commettre en mesurant les deux lames, en les superposant à angles droits, enfin dans tout le détail des opérations.

De nos deux lames, celle qui est numérotée 5 est la plus forte. Je place son premier axe dans l'azimut de 45°, et je l'incline sur le rayon polarisé; par ce moyen le n° 5 s'affaiblit, et le n° 6 augmente. Par conséquent leur différence diminue; aussi les couleurs montent-elles dans l'ordre des anneaux, comme si le systême devenait plus mince. Le rayon extraordinaire arrive au bleu du premier ordre, au violet et même au noir; alors il est nul, et le rayon ordinaire est blanc.

Au contraire, je place le second axe du n° 5 dans l'azimut de 45°, et je l'incline à son tour sur le rayon polarisé; alors ce n° 5 augmente, et le n° 6 diminue; par conséquent leur différence augmente. Aussi les couleurs du rayon extraordinaire descendent-elles dans l'ordre des

anneaux, comme si le système devenait plus épais. Il arrive ainsi jusqu'à l'orangé et au rouge brun du premier ordre, tandis que le rayon ordinaire devient violet, bleu, et enfin presque blanc.

Dans la même série d'expériences de laquelle j'ai extrait ces lames, j'en avais une n° 7 que le sphéromètre avait indiquée comme presque exactement égale au n° 6 dont nous venons de faire usage : je fus curieux de les combiner. D'après les mesures rapportées dans mon premier Mémoire : les épaisseurs de ces deux lames étaient

Numéros des lames.	Epaisseur réduite à l'échelle de Newton.	Teinte que la lame polarise.
7	..... 10P, 1	Jaune verdâtre du 2e ordre.
6	..... 10	Vert jannâtre du 2e ordre.
	Différence.... 0, 1	

La différence 0P, 1 est presque insensible; et, à ce degré de petitesse, elle tombe dans les limites des erreurs dont les mesures sont susceptibles. Ici l'observation des teintes devient plus minutieusement exacte que le sphéromètre même; car elle montre qu'il existe une petite inégalité entre ces lames, puisque la première donne un peu plus de jaune, la seconde un peu plus de vert. En effet, en croisant ces deux lames à angle droit, le rayon extraordinaire se trouve presque insensible ; cependant on y découvre une faible lueur violacée, ce qui est en effet la première espèce de rayon qui commence l'ordre des anneaux.

Je mets le premier axe du n° 6 dans l'azimut de 45°, et je l'incline sur le rayon polarisé; par ce moyen le n° 6 diminue, et le n° 7 augmente : leur différence augmente donc aussi. En effet, le rayon extraordinaire descend dans l'ordre des anneaux; il passe au bleu du premier ordre, et de-là presque au blanc; tandis que le rayon ordinaire, qui était blanc d'abord, passe au jaune et à l'orangé.

Au contraire, je mets le premier axe du n° 7 dans l'azimut de 45°, et je l'incline sur le rayon polarisé; alors 7 s'affaiblit, et 6 augmente; leur différence, qui était originairement fort petite, devient donc nulle, et ensuite négative. Aussi le rayon extraordinaire, qui d'abord était violet, s'affaiblit encore de plus en plus, devient enfin nul, quand les actions des deux lames sont égales, et ensuite reparaissant de nouveau quand la lame n° 6 est devenue prépondérante, parcourt de nouveau les mêmes anneaux dans un ordre contraire en descendant du violet au bleu, et enfin au blanc du premier ordre, tandis que le rayon ordinaire, qui d'abord était blanc, perd successivement ces rayons.

Ici la variation des teintes indiquait encore une légère différence dans les épaisseurs des deux lames, différence qui, malgré sa petitesse, n'avait pas échappé au sphéromètre. Pour combiner ainsi des lames parfaitement égales, j'en ai enlevé une avec un grand soin d'un cristal bien pur, elle polarisait le pourpre rouge, intermédiaire entre le second ordre et le troisième. J'ai cassé cette lame en deux par ses joints naturels, et j'ai placé les deux fragmens sur l'appareil en les croisant à angles droits. Pour faire cette opération avec exactitude, je commence par fixer invariablement le cristal qui sert à analyser la lumière, de manière qu'il ne divise

point le rayon polarisé; ensuite je place le premier fragment sur l'appareil, ce qui donne en général deux images, et je le tourne jusqu'à ce qu'il n'en donne plus qu'une seule. Alors son premier ou son second axe se trouve dans le plan de polarisation du rayon. Comme je connais la position de ces axes dans chaque lame, je sais toujours quel est celui des deux qui s'y trouve placé : au besoin on reconnaîtrait l'un et l'autre par le sens dans lequel ils font changer les teintes lorsqu'on les incline. Je suppose, par exemple, que j'aie ainsi disposé le premier axe : alors je fais tourner d'un angle droit l'anneau métallique qui porte la lame, ce qui est facile, parce que cet anneau est divisé. Je place ensuite la seconde lame de la même manière, en dirigeant son premier axe dans le plan de polarisation du rayon, et l'amenant tout-à-fait dans cette position par la condition qu'elle ne divise point la lumière. Cela fait, les axes de mes deux lames se trouvent disposés à angles droits; alors, si l'on a bien opéré, on peut tourner le systême dans tous les azimuts, en maintenant toujours l'incidence perpendiculaire; il ne donne pas le moindre signe de polarisation : c'est ce que j'ai éprouvé sur les deux fragmens dont je viens de parler, et sur beaucoup d'autres. Même, quand les lames sont très-minces, on peut incliner considérablement les axes de l'une ou de l'autre dans tel azimut que l'on voudra, sans que le systême produise aucune polarisation sensible; néanmoins, si on place l'un des axes dans l'azimut de 45°, ce qui est la position la plus inégale où on puisse les mettre, et si on l'incline ensuite beaucoup sur le rayon incident, on finit par apercevoir un rayon extraordinaire qui peu-à-peu descend dans l'ordre des anneaux à mesure que l'inclinaison augmente, précisément comme si le systême des

deux lames croisées devenait plus épais, c'est-à-dire que d'abord ce rayon est d'un violet très-faible, puis bleu, blanc, jaune, etc. Quand les lames sont assez minces pour donner par elles-mêmes des faisceaux colorés, ce rayon n'est sensible que dans les plus grandes inclinaisons de l'axe que l'on a ainsi abaissé; c'est pour cela qu'il est le plus sensible lorsque cet axe est dans le plan d'incidence même; mais si on remonte celui-ci, en tournant la lame dans son plan, sans changer l'inclinaison, le rayon extraordinaire remonte peu-à-peu dans l'ordre des anneaux comme il avait d'abord descendu; il devient nul quand l'axe est suffisamment remonté, et ne redevient plus visible ensuite, que lorsqu'en continuant de tourner le systême, on a fait descendre au même point l'axe correspondant de l'autre lame : après quoi, en abaissant cet axe comme on avait fait l'autre, le rayon extraordinaire reparaît de nouveau comme auparavant. Ainsi, dans cette expérience, on peut faire tour-à-tour dominer tel ou tel axe, et telle ou telle lame, l'antérieure ou la postérieure, uniquement par le changement d'inclinaison. On verra plus loin, par la théorie, la raison de tous ces phénomènes, et nous parviendrons même ainsi, pour chaque systême de lames, à prédire, par le calcul, l'incidence sous laquelle la polarisation doit commencer à se manifester.

Pour faire ces expériences avec exactitude, il faut employer un rayon bien exactement polarisé; il faut de plus que le rhomboïde qui sert pour analyser la lumière soit bien fixé dans une position telle, que le rayon extraordinaire direct y soit tout-à-fait nul; car sans cela on attribuerait à l'interposition de la lame ce qui viendrait de la seule action du rhomboïde : enfin, il faut employer une lumière qui ne

soit pas trop vive; car si l'on employait, par exemple, un rayon solaire, alors, outre la lumière directement réfléchie par la surface polarisante, il s'en trouverait aussi une quantité très-sensible qui serait réfléchie irrégulièrement, et c'est même par cette lumière dispersée que tous les corps les plus polis deviennent visibles dans la chambre obscure : or cette lumière n'étant point polarisée comme l'autre, donnerait des images blanches en traversant les lames, ce qui troublerait toute l'exactitude des observations.

Enfin, j'ai voulu voir si les mêmes propriétés se soutiendraient dans tous les ordres d'anneaux : j'ai donc pris dans la même série une lame n° o, plus épaisse que les précédentes, car elle atteint presque la limite de la polarisation complète; la teinte qu'elle polarise se trouve intermédiaire entre le bleu verdâtre et le rouge pâle du sixième ordre; son épaisseur, réduite à la table de Newton, est de.. $39^{p},3$

Je l'ai croisée à angles droits par la lame n° 6, dont l'épaisseur, réduite de la même manière, est, comme on l'a vu plus haut..... 10,0

Différence..... 29,3

Cette différence répond au bleu verdâtre du cinquième ordre : en effet, le rayon extraordinaire, observé sous l'incidence perpendiculaire, est bleu verdâtre; le rayon ordinaire est rouge pâle : mais l'un et l'autre sont incomparablement plus colorés qu'auparavant, parce qu'ils sont montés d'un rang tout entier dans l'ordre des anneaux.

Je mets le premier axe du n° o dans l'azimut de 45°, et je l'incline sur le rayon polarisé. Alors le second axe du n° 6 se trouve incliné sur ce même rayon; par conséquent

l'action du n° o diminue, celle du n° 6 augmente; leur différence devient donc moindre. Aussi le rayon extraordinaire monte-t-il au bleu verdâtre plus décidé, et de-là au rouge et au rouge jaunâtre; ce qui est l'ordre des anneaux quand les lames deviennent plus minces. La lame n° o toute seule, placée dans les mêmes circonstances, n'aurait monté d'elle-même que jusqu'au bleu verdâtre plus décidé : il faut l'influence opposée de la lame n° 6 pour la faire monter au rouge et au rouge jaunâtre; tout cela est conforme à nos précédens résultats.

Ces expériences me paraissent établir avec certitude la propriété que j'ai annoncée, savoir : si l'on croise deux lames de chaux sulfatée de manière que leurs axes de même nom soient rectangulaires, et si on les présente sous l'incidence perpendiculaire à un rayon polarisé, elles agiront sur lui comme ferait une seule lame égale, à la différence de leurs épaisseurs : si on les incline sur le rayon, elles conserveront aussi les mêmes périodes qu'une semblable lame dans leurs changemens d'intensité; mais les variations de leurs teintes seront plus étendues. On observe la même chose avec les lames de mica ou de cristal de roche taillées parallèlement à l'axe.

Ce resultat nous conduit à une conséquence bien remarquable qui pourra lui servir d'épreuve. Puisque la loi précédente nous paraît subsister dans tous les ordres d'anneaux, elle doit s'étendre aussi aux lames épaisses, et même d'une épaisseur quelconque; car en quoi ces épaisseurs diffèrent-elles, sinon en ce qu'elles correspondent à des anneaux plus composés ? ainsi, en croisant de pareilles lames à angles droits, elles doivent donner également des anneaux colorés,

si la différence de leur épaisseur est plus petite que l'épaisseur qui donne des rayons blancs. C'est en effet ce qui a lieu; et cette expérience, à laquelle j'ai été directement conduit par les résultats précédens, m'a servi à les confirmer et à les étendre.

J'ai ainsi superposé à angles droits des lames épaisses de chaux sulfatée, de mica, de cristal de roche, de feldspath, de strontiane sulfatée, de sulfate de baryte, taillées parallèlement à l'axe de cristallisation; j'ai exposé le système de ces lames à un rayon polarisé, et en analysant la lumière transmise au moyen d'un rhomboïde de spath d'Islande, ou par la réflexion sur une glace, j'ai toujours trouvé que lorsque la différence des épaisseurs était fort petite, dans les limites où se produit la polarisation partielle, le rayon transmis se divisait dans le rhomboïde en deux faisceaux colorés, de même que dans des lames minces qui auraient été égales à la différence des épaisseurs. Si l'on incline ces systêmes sur le rayon polarisé, les deux faisceaux suivent les mêmes périodes d'intensité que pour une seule lame mince; mais les variations des teintes sont beaucoup plus étendues, et dépendent de la somme des épaisseurs.

Bien plus, il n'est pas besoin pour cela que les deux lames superposées soient de même nature; on peut combiner un cristal de roche avec une plaque de chaux sulfatée, ou avec un morceau de sulfate de baryte, pourvu que la différence des épaisseurs soit comprises dans les limites convenables: en ayant égard à la différence d'intensité qui peut exister entre les actions des différens cristaux, le phénomène a toujours lieu également. Je l'ai développé de cette manière dans des morceaux bien purs, de plus de quatre centimètres d'épais-

seur qui seuls ne donnaient que des images parfaitement blanches, et égales en intensité; mais combinés à angles droits, ils faisaient paraître à volonté toutes les teintes dans le rayon extraordinaire. Ces teintes, comparées dans leur succession et leurs changemens avec les anneaux formés sur les corps minces, ont toujours confirmé le résultat que j'avais établi dans mon premier Mémoire, savoir que la partie du rayon incident qui perd sa polarisation primitive, suit l'ordre des anneaux réfléchis, tandis que la partie du même rayon qui la conserve, suit les périodes d'intensité et de teinte des anneaux transmis: mais ici ce résultat se trouve établi pour des plaques d'une épaisseur quelconque, au lieu que mes premières expériences n'en démontraient matériellement l'existence que pour des lames d'une épaisseur limitée, et nécessairement fort petite. Pour indiquer ici une analogie qui me servira d'autorité aussi bien que d'exemple, c'est ainsi que Newton, dans son Optique, a commencé par fonder la théorie des accès sur les réflexions et les transmissions de la lumière à travers les lames minces, et l'a ensuite confirmée en l'appliquant à des plaques épaisses d'un quart de pouce et davantage, dans lesquelles il trouva le moyen de rendre les différences des anneaux sensibles, et de la grandeur indiquée par le calcul, quoique les molécules lumineuses en traversant ces plaques éprouvassent leurs accès alternatifs plusieurs centaines de fois, et même plusieurs milliers de fois.

J'ai profité de ces résultats pour faire une expérience qui présentât tout le développement successif des teintes du rayon extraordinaire dans les lames de chaux sulfatée, où ses variations sont extrêmement bornées quand on les emploie dans

l'état naturel. Pour cela, j'ai tiré d'un cristal bien pur une plaque qui avait six millimètres d'épaisseur, je l'ai présentée perpendiculairement devant le rayon polarisé, non pas pour voir si elle donnerait des couleurs, puisque son épaisseur excédait de beaucoup la limite à laquelle ce phénomène est sensible, mais afin de voir par la régularité des faisceaux blancs polarisés par les différens points de cette lame, qu'elle était cristallisée régulièrement. M'étant assuré de cette condition indispensable, j'ai fendu cette plaque en deux parties, non pas égales, ce qui n'eût pu arriver que par un hasard tout-à-fait improbable, mais à-peu-près égales : l'une avait pour épaisseur 1330 parties du sphéromètre, et l'autre 1257; la différence est 73 parties. J'ai d'abord placé la première de ces lames sur l'appareil; et, la présentant perpendiculairement au rayon polarisé, je l'ai tournée sur son plan jusqu'à ce qu'elle n'altérât plus la polarisation primitive de ce rayon, ce dont je m'apercevais au moyen d'un rhomboïde de spath d'Islande, dont j'avais préalablement fixé la section principale dans le plan de polarisation. Quand cette condition s'est trouvée remplie, j'ai placé la seconde plaque sur la première, en tournant son axe dans une direction perpendiculaire, ce dont je m'assurais encore par la condition que le rayon incident conservât encore sa polarisation après avoir traversé le systême des deux plaques. Cela fait, j'ai fixé les deux plaques l'une à l'autre, et j'ai serré les vis qui les attachaient sur l'appareil. Alors, en inclinant le systême sur le rayon incident, et dans le plan de polarisation, le rayon extraordinaire a de même été nul dans le rhomboïde sous toutes les incidences, et la même chose est encore arrivée quand j'ai tourné le systême d'un

angle droit sur son plan; mais en mettant l'axe d'une des deux lames dans l'azimut de 45°, ce qui plaçait l'axe de l'autre lame dans le même azimut de l'autre côté du plan de polarisation, j'ai eu dans le rhomboïde deux images colorées dont les teintes étaient :

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.
Vert.	Rouge jaunâtre.

Les plaques restant ainsi fixées sur l'anneau avec leurs axes dans l'azimut de 45°, si on les incline ensemble dans le plan de polarisation primitive, les deux teintes ne varient pas sensiblement; mais si on écarte tant soit peu les axes de l'azimut de 45°, on a des variations de couleur très-fortes, ce qui est tout simple, puisque les lames sont fort épaisses. Je remets le premier axe de la plaque la plus mince dans le plan primitif de polarisation; je replace cette lame sous l'incidence perpendiculaire, les couleurs deviennent nulles, comme cela doit être. Alors je tourne le tambour de 45°, les teintes se reproduisent comme auparavant. Fixant le tambour dans cet azimut, et le systême sur l'anneau, je l'incline sur le rayon polarisé de manière que le plan d'incidence reste toujours dans le même azimut de 45° : alors les couleurs du rayon extraordinaire descendent dans l'ordre des anneaux comme si le systême devenait plus épais; ce qui doit être, puisque en inclinant le premier axe de la plaque la plus mince, on affaiblit son action, tandis qu'au contraire on augmente celle de la lame la plus forte, dont on abaisse en même temps le second axe; d'où il suit que l'action du systême augmente. Au contraire, en plaçant le premier axe de

la lame la plus forte dans le même azimut de 45°, et l'inclinant de plus en plus sur le rayon polarisé, la différence des deux lames diminue d'abord par l'accroissement d'inclinaison, et les couleurs montent dans l'ordre des anneaux, comme si le systême devenait plus mince. On arrive ainsi à un terme auquel les actions des deux lames deviennent égales ; alors le systême ne polarise plus aucune portion de lumière : au-delà de ce terme, la plaque la plus forte s'affaiblissant toujours par l'accroissement d'inclinaison, tandis que l'autre augmente sans cesse, celle-ci finit par l'emporter sur elle, et les couleurs redescendent de nouveau dans l'ordre des anneaux, comme si le systême devenait de plus en plus épais. On voit dans le tableau suivant la succession de ces phénomènes avec les incidences du rayon sur les lames, mesurées d'espace en espace pour un assez grand nombre de teintes. Pour mieux saisir la relation de ces teintes successives avec les variations d'épaisseur, il faut les comparer à la table de Newton, où elles sont accompagnées des couleurs correspondantes. Voyez mon premier Mémoire, page 184.

Correspondance des anneaux réfléchis et transmis observée avec les lames épaisses de chaux sulfatée croisées à angles droits.

1re Série. L'axe de la lame la plus faible est dirigé dans l'azimut de 45°, et on l'incline dans cet azimut sur le rayon polarisé (*).

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Teinte du rayon ordinaire ; anneau transmis.	Teinte du rayon extraordinaire ; anneau réfléchi.	Désignation de l'anneau correspondant de Newton.
0° 0′ 0″	Vert très-beau.	Rouge jaunâtre.	Fin du 3e ordre.
	Vert vif.	Rouge.	
	Vert blanchâtre.	Rouge bleuâtre.	
	Rouge jaunâtre.	Vert bleuâtre.	4e ordre.
15 39 40	Rouge.	Vert.	
	Rouge bleuâtre.	Vert jaunâtre.	
21 23 30	Bleu verdâtre.	Rouge.	5e ordre.
25 15 50	Rouge.	Bleu verdâtre.	
28 46 20	Bleu verdâtre.	Rouge.	
32 23 30	Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
35 40 30	Bleu verdâtre.	Rouge pâle.	
38 27 24	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
42 44 30	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	

Tous les passages du bleu verdâtre au rouge, et du rouge au bleu verdâtre dans les quatre derniers anneaux, se font en passant par un blanc imparfait; mais cette blancheur est sur-tout sensible dans le passage de la teinte verte à la

(*) Le rhomboïde qui sert pour analyser la lumière a sa section principale fixée invariablement dans l'azimut 0, c'est-à-dire, dans le primitif plan de polarisation.

teinte rouge de chaque série, le mélange en est plus parfait; et ainsi cette qualité alterne d'un anneau à l'autre, entre l'anneau réfléchi et l'anneau transmis. Ici nous apercevons les nuances intermédiaires, parce que nous ralentissons à volonté la succession des teintes, et que nous les observons isolément. Newton n'avait pas ces avantages en observant les anneaux colorés; aussi n'a-t-il pas fait mention de ces passages progressifs dont l'intermédiaire est la blancheur, mais une blancheur imparfaite, parce que les diverses couleurs nécessaires pour produire le blanc n'arrivent pas tout-à-fait au même instant dans chacune des deux images.

2e Série. L'axe de la lame la plus forte est dirigé dans l'azimut de 45°, et on l'incline dans cet azimut sur le rayon polarisé.

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Teintes du rayon ordinaire; anneau transmis.	Teinte du rayon extraordinaire; anneau réfléchi.	Désignation de l'anneau correspond. de la table de Newton.
0° 0′ 0″	Vert.	Rouge jaunâtre.	
	Violacé.	Jaune.	
12 26 20	Rouge pourpre.	Vert (le plus vif des verts).	Troisième anneau.
	Rouge jaunâtre.	Bleu.	
15 54 10	Jaune.	Indigo.	
	Jaune verdâtre.	Pourpre.	
	Vert jaunâtre.	Ecarlate.	
18 14 30	Vert vif.	Rouge éclatant.	
	Bleu verdâtre.	Orangé brillant.	
	Bleu.	Jaune (le plus beau des jaunes).	
	Violet rougeâtre et sombre.	Vert blanchâtre et blafard.	Second anneau.
24 8 10	Orangé.	Bleu céleste.	
	Jaune pâle presque blanc	Indigo sombre.	
	Blanc légèrement verdâtre.	Violet bleuâtre très-sombre.	
26 15 10	Blanc légèrem. bleuâtre.	Rouge.	
	Blanc bleuâtre.	Orangé.	
	Bleu un peu blanchâtre.	Jaune pâle.	Premier anneau.
29 29 35	Noir ou presque noir, il reste un peu de bleu.	Blanc.	
	Blanc presque parfait.	Blanc verdâtre sombre.	

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Teintes du rayon ordinaire ; anneau transmis.	Teintes du rayon extraordinaire ; anneau réfléchi.	Désignation de l'anneau correspond. de la table de Newton
33 51 0	Blanc.	Noir ou presque noir (*).	
	Blanc légèrement verdâtre.	Bleu.	
35 9 50	Noir ou presque noir, il reste un peu de bleu.	Blanc légèrement jaunât.	Répétition du premier anneau.
	Bleu.	Jaune pâle.	
	Blanc bleuâtre.	Orangé.	
38 6 20	Blanc légèrem. verdâtre.	Rouge.	
	Blanc légèrement verdâtre.	Violet bleuâtre et très-sombre.	
	Jaune verdâtre.	Indigo sombre.	
39 39 50	Orangé.	Bleu céleste.	
	Rouge pourpre sombre.	Vert blanchâtre et blafard.	Second anneau.
	Bleu.	Jaune (le plus beau des jaunes).	
	Bleu verdâtre.	Orangé.	
43 9 50	Vert.	Rouge éclatant.	
	Jaune verdâtre.	Pourpre.	
	Jaune.	Indigo.	
	Rouge jaunâtre.	Bleu.	
45 16 40	Rouge pourpre.	Vert (le plus vif des verts).	Troisième anneau.
	Bleu violacé.	Jaune.	
47 55 0	Vert vif.	Rouge.	
	Vert blanchâtre.	Rouge bleuâtre.	
	Rouge jaunâtre.	Vert bleuâtre.	
50 22 20	Rouge.	Vert.	
	Rouge bleuâtre.	Vert jaunâtre.	Quatrième anneau.
52 54 0	Bleu verdâtre.	Rouge.	
54 42 40	Rouge.	Bleu verdâtre.	
58 21 20	Bleu verdâtre.	Rouge.	Cinquième anneau.
59 54 50	Rouge.	Bleu verdâtre.	
63 0 30	Bleu verdâtre.	Rouge.	Sixième anneau.
65 56 30	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	
68 41 20	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	Septième anneau.

Au-delà de ce terme les couleurs sont insensibles, et c'est aussi à ce point que finit la table de Newton.

(*) Il est digne de remarque que le violet qui devrait faire partie de la dernière teinte du premier anneau réfléchi semble y manquer, ce qui fait que cet anneau se termine par une teinte verdâtre. On serait tenter d'attribuer ce phénomène à une absorption opérée par la lame. Il est en effet assez naturel que les lames de chaux sulfatée absorbent les rayons violets en plus grande abondance que les autres, puisqu'elles paraissent jaunâtres par transmission; et cet effet, insensible sur les lames minces peut et doit le devenir sur les lames épaisses; mais alors pourquoi le bleu violacé reparaît-il au commencement de la série suivante, où il est même plus intense qu'on ne s'attendrait à le voir? Ne serait-ce pas plutôt un résultat produit par le prisme de spath calcaire, qui sert pour analyser les rayons émergens? ce prisme dispersant plus les rayons violets que les autres, les réfractant davantage dans ses deux réfractions, ne peut-il pas les faire passer d'un sens dans l'autre avant leur tour?

J'ai trouvé en général dans les lames isolées, que lorsqu'on a placé ainsi leur axe dans un azimut A, sous une inclinaison quelconque, il faut, pour faire évanouir le rayon extraordinaire, faire tourner la lame dans son plan de l'angle A ou $90^\circ + A$, $180^\circ + A$, $270^\circ + A$. Cela se vérifie également sur le système des deux lames croisées que nous employons ici. Je l'ai vérifié non-seulement pour l'azimut $A = 45^\circ$, mais pour tout autre, plus grand ou moindre, et cela a lieu de même avant et après que le rayon extraordinaire a passé par le zéro des teintes. Ainsi, la loi des *intensités* subsiste encore, et telle que je l'ai exposée pour les lames minces, dans mon premier Mémoire, page 240. De-là résulte cette conséquence singulière : ayant placé le plan d'incidence dans un certain azimut, et la lame ou le système des deux lames sous une certaine inclinaison, si on le tourne dans son plan jusqu'à ce que le rayon qu'il polarise s'évanouisse, on peut ensuite incliner, tant que l'on voudra, le système des deux lames, ce rayon ne reparaîtra jamais. Ce résultat, que j'ai soigneusement vérifié par l'expérience, tient à la manière dont les molécules lumineuses détournent leur axe de polarisation lorsqu'elles entrent obliquement dans une lame cristallisée ou non cristallisée, et je le considérerai ailleurs.

De plus, l'expérience montre que les teintes dépendent *seulement* de l'inclinaison θ, et de l'angle γ, que l'un des axes de la lame, le premier, par exemple, forme dans le plan de sa surface avec la trace du plan d'incidence. L'azimut A, dans lequel le plan d'incidence se trouve par rapport au plan de polarisation primitif, n'a aucune influence sur ce phénomène, non plus que sous l'incidence perpendicu-

laire l'azimut dans lequel on plaçait l'axe n'influait nullement sur l'espèce de teinte que chaque lame polarisait. On verra plus loin que cette indépendance remarquable est parfaitement conforme à la théorie. Une conséquence de cette loi c'est que, lorsqu'on a atteint dans l'azimut de 45° l'incidence sous laquelle la teinte du rayon extraordinaire est nulle, si l'on fixe cette inclinaison et la position de la lame sur son anneau, afin que son premier axe reste toujours dans le plan d'incidence, on peut faire tourner le tambour dans tous les azimuts, la teinte extraordinaire ne changera pas; c'est-à-dire qu'elle demeurera nulle, comme dans l'azimut pris pour point de départ : cela est conforme à l'observation, comme je m'en suis assuré.

En général, relativement à la direction de la polarisation des molécules lumineuses, les phénomènes des plaques croisées et rectangulaires suivent, sous toutes les incidences absolument les mêmes lois que dans les lames minces: comme j'ai exposé ces dernières par observation dans mon premier Mémoire, je vais seulement ici les rappeler, et en montrer l'application.

Soit CP, fig. 1, la trace du plan d'incidence sur la lame. Plaçons-y son premier axe. Les formules trouvées dans mon premier Mémoire donnent la règle suivante pour trouver le sens de la polarisation. Prenez l'azimut A du plan d'incidence; portez-le dans le plan de la lame, à partir de la trace CP du plan d'incidence. Soit ACP cet azimut ainsi couché, CA sera la direction de la polarisation dans la lame. L'axe CP y laissera une partie des molécules lumineuses, et polarisera le reste dans la direction CP', telle, que l'angle PCP' égale l'angle ACP. Lorsque les

molécules lumineuses sortiront de la plaque, l'azimut oblique ACP se transformera de nouveau en azimut droit, et replacera la ligne CA dans le méridien; ce sera-là le sens de la polarisation ordinaire. L'angle oblique PCP' égal à A, se transformera de même en un azimut égal à A compté autour du plan de réfraction, et contiendra le rayon qui prend la polarisation extraordinaire; par conséquent il en résultera l'azimut 2A à partir du plan du méridien.

Si l'on vérifie cette disposition par l'expérience dans les plaques croisées, précisément comme je l'ai fait pour les lames minces, dans mon premier Mémoire, on trouvera qu'elle a encore lieu. Pour m'en assurer d'une manière nouvelle et différente de celle que j'avais alors employée, j'ai pris une pile de glaces qui, présentée obliquement aux rayons directs, les polarisait entièrement par réfraction : en présentant cette pile au faisceau émergent de manière que sa force réfléchissante fût dirigée dans le méridien suivant CM, j'excluais par les réflexions successives toutes les molécules dont le rayon CM était composé, et je ne voyais plus qu'un faisceau de la couleur CN. Au contraire, si je dirigeais les glaces le long de CN, j'excluais toutes les molécules de CN, et je ne voyais que la couleur CM. Donc, dans le premier cas les molécules de CM avaient leur axe de polarisation tourné dans le sens CM, puisque les glaces les réfléchissaient toutes; et au contraire, les molécules de CN étaient dirigées dans un autre sens, puisque une partie d'entre elles se transmettait : de plus, ce sens était dirigé suivant CN, puisque en mettant les glaces dans cette direction, toutes les molécules de CN se réfléchissaient. J'ai vérifié ce résultat avec la pile de glaces sous toutes les incidences, et

je l'ai toujours trouvé très-exact; c'est-à-dire qu'avant comme après avoir passé par le zéro des teintes, lorsque le premier axe est dirigé dans le plan de réflexion, en couchant les glaces dans le sens du méridien, on fait disparaître tout le rayon ordinaire; et au contraire, on fait disparaître le rayon extraordinaire en les couchant dans l'azimut $2i$. En plaçant les glaces entre ces deux positions, on a du blanc, parce que les deux teintes ordinaire et extraordinaire sont polarisées par la pile en égale quantité.

Ces effets des lames croisées ont lieu de même quand on les place à distance les unes des autres. J'ai placé les deux précédentes à une distance de trois ou quatre centimètres, les résultats ont été les mêmes que lorsqu'elles se touchaient.

J'ai voulu savoir si le zéro des teintes se trouvait toujours sous la même incidence, quelle que fût l'épaisseur des lames, ou s'il dépendait de cette épaisseur; pour cela j'ai pris les mêmes lames dont je viens de parler, et je les ai remises sur l'appareil, de manière que l'axe de la plus forte se trouvât dans l'azimut de 45°, le plan d'incidence étant aussi dans cet azimut. Alors j'ai observé l'incidence qui donnait le zéro des teintes; elle était peu différente de 34°. J'ai découpé d'un morceau de cristal dont j'avais tiré ces deux lames, une autre lame très-mince mais très-irrégulière en épaisseur, et je l'ai ajoutée à la plus forte des deux lames précédentes: alors, pour arriver au zéro des teintes, il a fallu incliner beaucoup plus qu'auparavant, et le zéro n'est pas arrivé, à beaucoup près, au même instant pour toutes les teintes dont le système était bariolé.

Cependant lorsqu'on prend des lames naturelles, je suis assez porté à croire que le zéro arrive sous la même inci-

dence, quelle que soit l'épaisseur, parce qu'en amincissant les lames, on diminue les deux axes dans le même rapport.

C'est en effet ce que l'expérience m'a confirmé pour le mica, sur lequel seul on peut faire ce genre d'expérience. J'ai pris une lame mince qui donnait :

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	Couleurs du 1er ordre.
Jaune pâle.	Blanc très-bleuâtre.	

J'ai placé le premier axe de cette lame dans le méridien, et sous l'incidence perpendiculaire, ensuite j'ai tourné le tambour dans l'azimut de 45°, puis j'ai incliné la lame sur le rayon polarisé; les teintes ont d'abord baissé dans l'ordre des anneaux, comme si le système était devenu plus mince: je suis arrivé ainsi au zéro des teintes, après quoi elles ont redescendu de nouveau.

J'ai observé l'incidence qui répondait au zéro des teintes, elle était peu différente de 36°, à partir de la perpendiculaire. J'ai ajouté, par-dessus la première lame, une autre qui en avait été d'abord extraite, et qui donnait seule

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.
Bleu sombre, mais intense.	Blanc légèrement jaunâtre.

Je l'ai posée sur la précédente, en faisant coïncider les axes; l'ensemble a donné :

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	Couleurs du 1er ordre, mais plus basses.
Blanc bleuâtre.	Orangé rougeâtre.	

Cependant le zéro des teintes s'est retrouvé à la même inci-

dence rigoureusement. Puis sur ces deux lames j'en ai placé une troisième, qui seule donnait :

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.
Jaune rougeâtre.	Blanc sensiblement.

L'ensemble des lames a donné :

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	Couleurs du 2e ordre, comme les valeurs des teintes le promettaient.
Orangé.	Bleu superbe.	

Cependant, en inclinant le systême, le zéro des teintes s'est encore retrouvé rigoureusement au même point. Toutes ces lames de mica étaient tirées d'un seul morceau.

Il paraît donc par-là que, quand on pose les unes sur les autres des lames de même nature, le zéro des teintes se retrouve toujours à la même inclinaison. On verra que c'est-là un résultat de la théorie.

J'ai ajouté encore une lame qui donnait seule :

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.
Violacé faible.	Blanc presque exactement.

Je l'ai posée sur les trois précédentes, axe pour axe, et l'ensemble a donné dans l'azimut de 45° :

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	Couleurs du 2e ordre confinant au 3e.
Vert.	Orangé très-rouge.	

Cependant, lorsque j'ai incliné le systême, le zéro des teintes s'est trouvé rigoureusement à la même inclinaison.

Ces expériences, en prouvant la constance du zéro des

teintes dans le mica, confirment le rapport que j'ai trouvé, dans mon premier Mémoire, entre les épaisseurs des lames et les couleurs du rayon extraordinaire observé sous l'incidence perpendiculaire. En effet, nos quatre lames oscillent autour du blanc du premier ordre, qui, dans la table de Newton, est représenté par 3,4. Désignons par x_1, x_2, x_3, x_4, les quantités qu'il faut ajouter à ce blanc pour avoir leur véritable teinte, nous aurons sur les valeurs de ces quatre quantités les indications suivantes :

Numéros des lames.	Expression analytique des teintes.	Teintes observées.		Conséquences qui en résultent sur le signe de x.
		Ordinaire.	Extraordinaire.	
1	$3,4 + x_1$	Jaune pâle.	Blanc très-bleuâtre.	Donc la teinte extraordinaire est fort au-dessus du blanc; ainsi x_1 doit être négatif et très-sensible.
2	$3,4 + x_2$	Bleu sombre.	Blanc légèrement jaunâtre.	Donc la teinte extraordinaire est un peu au-dessous du blanc, mais bien peu; ainsi x_2 doit être positif et très-faible.
3	$3,4 + x_3$	Jaune rougeâtre.	Blanc sensiblem.	Donc la teinte extraordinaire est un peu au-dessus du blanc; ainsi x_3 est négatif.
4	$3,4 + x_4$	Violacé très-faible	Blanc presque exactement.	Donc la teinte extraordinaire est presque du blanc, et x_4 est positif, mais très-faible.

Maintenant, d'après l'observation, les sommes de ces lames ont donné les teintes suivantes :

Numéros des lames superposées.	Teintes observées.		Evaluation de la teinte d'après l'observation et suivant la table de Newton.
	Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
1.2.	Blanc bleuâtre.	Orangé rougeâtre.	5,4 Intermédiaire entre l'orangé et le rouge du 1er ordre.
1.2.3.	Orangé.	Bleu superbe.	8,2 Indigo du 2e ordre.
1.2.3.4.	Vert.	Orangé très-rouge.	11,7 Intermédiaire entre l'orangé du 2e ordre et le rouge, mais plus près du rouge.

En admettant les valeurs des teintes observées, on aura les équations de condition suivantes.

$$6,8 + x_1 + x_2 = 5,4.$$
$$10,2 + x_1 + x_2 + x_3 = 8,2.$$
$$13,6 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11,7.$$

Retranchant les deux dernières l'une de l'autre, on en tire . . . . $3,4 + x_4 = 3,5$ d'où $x_4 = +0,1$.

Retranchant la première de la seconde . . . . . $3,4 + x_3 = 2,8$ $\quad x_3 = -0,6$.

x_2 devant être positif et très-faible, je le suppose comme x_4 . . . . . $x_2 = +0,1$.

Alors la première équation donne . . . . . $x_1 = -1,5$.

Ces valeurs des corrections satisfont aux conditions générales que nous leur avons reconnues ; elles donnent alors pour les valeurs des teintes des lames.

1re lame . . . . . $3,4 + x_1 = 1,9$.
2e . . . . . $3,4 + x_2 = 3,5$.
3e . . . . . $3,4 + x_3 = 2,8$.
4e . . . . . $3,4 + x_4 = 3,5$.

Les plus fortes corrections portent, comme on voit, sur la première lame et la troisième, comme l'indiquaient les observations. Or, nous avons un moyen de les vérifier; c'est de calculer la couleur que doit donner l'ensemble de ces deux lames, et de voir si l'expérience y est conforme. Cette couleur est exprimée par $6,8 + x_1 + x_3 = 4,7$, qui répond exactement au jaune pâle du premier ordre. En effet, en superposant ces deux lames on a eu

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.
Bleu.	Jaune pâle.

précisément comme le calcul l'indiquait : on voit donc qu'en partant de la loi que j'ai observée relativement aux lames superposées, on confirme l'analogie de ces teintes avec celles des anneaux, et le rapport de l'épaisseur avec la teinte extraordinaire, indépendamment des mesures prises au sphéromètre; mais il fallait que la loi fût d'abord bien établie avec le sphéromètre, avant que l'on pût en espérer cette confirmation.

Il est important de remarquer que toutes ces lames de mica ont été tirées d'une seule et même bande, qui donnait par-tout la même teinte avant d'être découpée. Desirant pousser plus loin la constance du zéro des teintes, j'ai pris une lame de même nature que les précédentes, et tirée de la même pièce qu'elles; elle donnait

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
Vert.	Rouge.	C'était celui du 2e ordre.

En la plaçant dans les mêmes positions que les précédentes, le zéro des teintes s'est trouvé rigoureusement au

même point : j'ai alors placé sur elle-même une autre lame qui seule donnait

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
Blanc verdâtre.	Pourpre.	C'était celui du 2e ordre.

L'ensemble a donné

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
Vert.	Rouge.	C'était celui du 3e ordre.

Cependant le zéro des teintes s'est retrouvé rigoureusement au même point de la division qui mesure les incidences. Pour faire ces expériences avec la dernière exactitude, je place toujours la première lame sur l'anneau, et je ne fais que poser ou plutôt glisser les autres dessus, en les tournant de manière que leurs axes soient parallèles, ce qui se fait suivant le procédé expliqué plus haut. On voit aussi que cette expérience s'accorde encore parfaitement avec la somme des teintes : car la première lame, donnant le rouge du deuxième ordre, a son épaisseur représentée par 11,83; la seconde, étant un pourpre du second ordre, a son épaisseur un peu moindre que $7\frac{1}{5}$, qui représente le violet du deuxième ordre; supposez-la 6,8, vous aurez pour la somme 18,63, qui est précisément le rouge du troisième ordre.

On voit que, par ce genre de combinaison, le mica, qui d'abord semblait offrir le plus d'irrégularité dans les teintes, est maintenant la substance la plus propre à confirmer le rapport des épaisseurs avec les teintes, et des teintes avec les anneaux.

Le phénomène des couleurs développées dans les lames

épaisses par l'opposition de leurs axes est d'une très-grande importance pour la théorie, parce qu'il montre que les modifications éprouvées par les molécules lumineuses dans les lames minces de la nature de celles que nous examinons, se continuent et se poursuivent à toutes les épaisseurs; en conséquence, je crois devoir ajouter quelques détails sur ce sujet.

Je ferai remarquer d'abord en quoi ces phénomènes diffèrent de ceux que M. Arago a observés le premier sur une plaque de cristal de roche taillée perpendiculairement ou presque perpendiculairement à l'axe de cristallisation, résultat que M. Rochon a depuis étendu à toutes les épaisseurs des lames taillées de cette manière : dans ce cas, les teintes sont produites dans une seule lame par l'accroissement progressif de la force répulsive de l'axe, laquelle, d'abord nulle sous l'incidence perpendiculaire, en supposant l'axe mathématiquement rectiligne, se développe graduellement par l'inclinaison. Quant à un autre effet du même genre que M. Arago a également observé à travers des plaques épaisses de flint-glass, on en voit aisément la raison par ce qui précède; car, puisque les lames superposées à angles droits détruisent réciproquement leurs influences, de même, et cela sera prouvé plus loin par la théorie et l'expérience, les lames superposées suivant des angles obliques modifient mutuellement les résultats qu'elles auraient donnés isolément. Si donc les molécules d'un corps sont disposées confusément dans tous les sens, la différence de leurs actions, qui seule reste dans le résultat définitif, sera ou nulle ou fort petite; et dans l'un et l'autre cas, le corps ne changera point la polarisation primitive des molécules qui le traversent sous l'incidence perpendiculaire : car, pour que ce changement ne

s'opère pas, il n'est point nécessaire que la somme des actions de la lame soit tout-à-fait nulle, il suffit qu'elle soit moindre que ne serait celle d'une lame cristallisée dont l'épaisseur serait au-dessous de la limite à laquelle la polarisation commence à se produire. Ce ne sont point là les circonstances qui ont lieu dans les lames épaisses et croisées à angles droits. Il s'agit de toutes les lames, les plus régulièrement cristallisées, par exemple de morceaux de chaux sulfatée ou de cristal de roche parfaitement limpides, épais de quatre ou cinq centimètres, qui, présentés à un rayon polarisé, exercent la polarisation totale, de sorte que la lumière transmise, étant ensuite analysée par un rhomboïde de spath d'Islande, se résout en deux faisceaux blancs. Ce sont ces lames qui, croisées avec une autre lame de même nature et d'épaisseur égale, et placées en contact ou à distance, agissent sur la lumière polarisée comme ferait une seule lame égale à leur différence, de sorte que la seconde plaque détruit en partie ou en totalité les modifications que la première avait imprimées aux molécules de la lumière : ce qui prouve évidemment que ces modifications, quelles qu'elles fussent, s'étaient continuées dans toute l'épaisseur de la première lame, suivant les mêmes lois par lesquelles elles se seraient produites si la lumière eût traversé successivement un grand nombre de lames très-minces égales en somme à l'épaisseur totale de la plaque employée dans l'expérience.

J'ai dit que quand on veut croiser des plaques épaisses de nature diverse, il faut, pour obtenir des couleurs dans le rayon que leur système polarise, avoir égard à la différence d'intensité qui existe entre les actions des substances dont

elles sont formées. Je vais en donner des exemples. Je tiens de la complaisance de M. Rochon une plaque de cristal de roche parfaitement limpide, et de plus d'un centimètre et demi d'épaisseur; elle est taillée parallèlement à l'axe de la cristallisation. Je la lui avais fait demander pour y rendre sensibles les phénomènes du croisement des lames, n'ayant eu l'occasion de les appliquer jusqu'alors qu'à des lames de cristal de roche épaisses d'un ou deux millimètres; mais puisque les phénomènes avaient lieu jusqu'à cette épaisseur, qui excède déja beaucoup les limites où l'on peut obtenir des couleurs avec des lames simples, il était naturel de penser qu'ils se produisaient également à toute épaisseur: néanmoins on pouvait souhaiter de s'en assurer. Lorsque je reçus cette plaque, je n'en avais pas d'autre de même substance et de même épaisseur à croiser avec elle; mais j'avais reconnu dans mon premier Mémoire que les expériences faites sur les lames très-minces me donnaient pour l'action du cristal de roche une valeur exactement ou à très-peu de chose près égale à celle de la chaux sulfatée : je pris donc un cristal de chaux sulfatée parfaitement transparent et limpide; et enlevant successivement ses couches avec soin, je l'amenai peu-à-peu jusqu'à être presque égal en épaisseur à la plaque de cristal de roche. Pendant le progrès de l'opération, je croisais de temps en temps les deux plaques, et je les présentais au rayon polarisé; mais tant que la différence de leurs épaisseurs excéda les limites de la polarisation partielle, je m'attendais bien qu'elles ne donneraient pas de couleur; et en effet, elles n'en donnèrent pas. Enfin, lorsque la différence des épaisseurs commença à devenir assez petite, je commençai à voir les premières traces de la coloration

des deux rayons, celui que la lame polarisait étant bleu verdâtre, l'autre blanc rougeâtre; ce qui est en effet le commencement des anneaux colorés en partant du blanc composé. Ce phénomène n'eut pas d'abord lieu sous l'incidence perpendiculaire; mais il devint sensible sous des incidences obliques, en inclinant le premier axe de la plaque de chaux sulfatée sur le rayon incident, de manière à diminuer son action : alors, en enlevant une nouvelle couche très-mince de cette plaque, les couleurs se manifestèrent même sous l'incidence perpendiculaire, quoique chacune des deux plaques croisées, observées à part, n'en donnât pas la moindre trace, et fût même bien loin d'en donner. Depuis mon arrivée à Paris, je me suis procuré un grand nombre d'aiguilles de cristal de roche, que j'ai combinées les unes avec les autres sans les tailler, avec la seule attention de ne les croiser qu'avec des aiguilles ou des plaques d'épaisseur peu différente de la leur; je n'en ai pas trouvé une seule qui ne produisît le phénomène quand on l'exposait ainsi à un rayon polarisé.

J'ai étudié de la même manière les plaques épaisses de mica, en les croisant avec des lames de chaux sulfatée et de cristal de roche d'une épaisseur convenable. Il est bien rare de rencontrer de pareilles plaques de mica qui conservent leur transparence et la régularité de leur cristallisation; mais j'ai eu cet avantage, grace à la complaisante générosité de M. de Drée, qui, possédant une des plus belles collections de minéralogie qui existent, ne veut en être le maître que pour en faire part à tous ceux auxquels elle peut être utile. On a bien voulu me confier, en son nom, un superbe cristal de mica hexaèdre, l'un des plus beaux, peut-être même le plus beau qui existe; car, ayant plus de deux millimètres

d'épaisseur, il est encore très-transparent, et conserve toutes les formes de la cristallisation. On conçoit qu'avec cette épaisseur il ne donne pas d'images colorées quand on l'expose seul à un rayon polarisé, quoiqu'il agisse sur la lumière comme un cristal et avec la même régularité; mais il en produit lorsqu'après avoir reconnu ses sections principales, on le croise avec une lame de chaux sulfatée ou de cristal de roche d'une épaisseur convenablement déterminée.

J'ai fait également, dans le cabinet de M. de Drée, l'expérience du croisement des lames sur deux belles aiguilles de béril parfaitement limpides, et qui, essayées séparément, ne donnaient que des images blanches lorsqu'on les exposait au rayon polarisé : en les croisant, elles donnèrent tout de suite les plus vives couleurs.

J'avais déja étudié dans cette vue les propriétés des plaques épaisses de glace. On sait que les molécules de l'eau, en se gelant, prennent une disposition particulière les unes par rapport aux autres, car le volume de l'eau se dilate dans l'acte de la congélation; mais comme ce liquide, exposé librement à l'atmosphère, est toujours plus ou moins agité, et que l'air qui s'y développe, lorsqu'il se gèle, augmente encore cette agitation, on peut présumer que la glace doit ordinairement avoir une cristallisation un peu confuse, et conséquemment, d'après nos expériences, on doit prévoir que son action totale pour polariser la lumière sera peu considérable. Pour vérifier cette conséquence, j'ai pris d'abord une petite plaque de glace mince et bien transparente; je l'ai pressée quelques minutes entre deux lames de verre un peu chaudes et disposées parallèlement, de manière à y produire, en la fondant, deux surfaces planes à-peu-près paral-

lèles; après quoi je l'exposai au rayon polarisé sous l'incidence perpendiculaire : bientôt, en la faisant tourner sur son plan, ou plutôt en tournant l'anneau métallique qui la portait, je trouvai deux positions rectangulaires où elle ne polarisait aucune portion de la lumière incidente. C'était donc là les directions des sections principales résultantes de toutes les actions des molécules de la plaque. En tournant ces sections dans l'azimut de 45°, qui est celui où la séparation des teintes est la plus sensible, je vis qu'elle polarisait un faisceau bleu que je reconnus pour être le bleu du troisième ordre, bien entendu qu'il ne s'agit pas ici d'un bleu pur, mais d'une couleur composée où le bleu domine; car c'est toujours ainsi qu'il faut concevoir les couleurs des anneaux.

Ayant fait cette observation, je voulus reconnaître l'influence des deux axes; je plaçai l'un d'eux dans l'azimut de 45°, et l'inclinant, les couleurs montèrent dans l'ordre des anneaux comme si la lame fût devenue plus mince : c'était donc le premier axe.

Cela fait, je plaçai l'autre axe dans le plan d'incidence à son tour, et l'inclinant sur le rayon incident, les couleurs baissèrent dans l'ordre des anneaux comme si la lame fût devenue plus épaisse : l'influence de ce second axe était donc opposée à celle du premier, puisqu'en l'affaiblissant, l'action totale de la lame sur la lumière augmentait.

Je remis la lame sous l'incidence perpendiculaire, et la laissai quelque temps dans cette position; à mesure qu'elle se fondait, les teintes montaient dans l'ordre des anneaux. J'ai vu ainsi le rayon polarisé par cette lame passer au rouge du deuxième ordre, puis à l'orangé, au jaune, au vert, et ainsi de suite dans l'ordre des anneaux jusqu'au blanc du

premier ordre; après quoi, continuant toujours, il arriva au bleu, au violet, au violet sombre, et enfin disparut.

Mais avant cette époque, j'avais eu soin d'y vérifier la loi des teintes, qui s'y maintient comme dans les autres lames, c'est-à-dire que si l'on fixe l'inclinaison de la lame sur le rayon polarisé, ainsi que la position de son axe sur sa surface par rapport au plan d'incidence, on peut tourner la lame autour du rayon, ou faire tourner le rayon sur lui-même, sans que la couleur du rayon que la lame polarise éprouve aucune variation. Ceci suppose que la section principale du rhomboïde, qui sert pour analyser la lumière, a été primitivement fixée dans l'un des azimuts 0° ou 90°.

Je pris ensuite un autre morceau de glace épais; quoique transparent, il renfermait de longues aiguilles d'air : j'aplatis de même ce morceau entre deux lames de verre chaudes placées perpendiculairement à ces aiguilles; j'eus ainsi une plaque de glace dont les surfaces étaient à-peu-près parallèles, et qui avait plus de deux centimètres d'épaisseur. Cette plaque, étant exposée au rayon polarisé sous l'incidence perpendiculaire, exerçait la polarisation totale, car la lumière transmise se résolvait en deux images blanches, dont l'une s'évanouissait dans deux positions rectangulaires de la plaque : je plaçai un de ces axes dans l'azimut de 45°, et je l'inclinai sur le rayon polarisé, les deux images restèrent blanches : plaçant ainsi l'autre axe à son tour et l'inclinant, les images restèrent blanches pendant quelque temps, après quoi le faisceau polarisé par la plaque commença à se colorer et à monter dans l'ordre des anneaux, comme si la lame fût devenue plus mince, et il continua de monter ainsi, en augmentant l'inclinaison, depuis le septième ordre des anneaux jusqu'au premier, après quoi il s'évanouit.

L'épaisseur de la plaque ne permit pas de l'incliner davantage pour voir si le faisceau reparaîtrait comme dans le mica et les lames croisées. Cela était extrêmement probable, néanmoins ce qui précède suffit pour montrer que les phénomènes de la polarisation se rapportaient dans cette plaque à l'influence de deux axes rectangulaires, comme dans les autres lames dont j'ai rapporté les observations. Mais l'action de ces axes était très-faible; car lorsque la plaque avait encore plus d'un centimètre et demi d'épaisseur, et ne donnait point de couleurs sous l'incidence perpendiculaire, une lame de chaux sulfatée d'une épaisseur moindre qu'un millimètre suffisait pour lui en faire produire lorsqu'on les croisait l'une sur l'autre, soit en contact, soit à distance, en disposant leurs premiers axes à angles droits.

M. Arago avait déja remarqué que la glace donne des couleurs comme les lames de mica et de chaux sulfatée, c'est donc à lui qu'il faut rapporter cette première observation; mais c'était un motif pour moi d'essayer si les influences des deux axes seraient sensibles dans la glace, et si le croisement des plaques y développerait des couleurs. Tel est l'objet des expériences que je viens d'exposer.

Comme dans toutes ces expériences les surfaces des lames étaient parallèles entre elles, j'ai voulu savoir si les mêmes propriétés se maintiendraient encore quand la lumière traverserait des prismes dans lesquels les molécules se partageraient certainement en deux faisceaux séparés et distincts, en vertu de la double réfraction. Pour cela j'ai fait tailler une plaque épaisse de cristal de roche parallèlement à l'axe de cristallisation, puis de cette lame j'ai fait extraire deux prismes de manière que leurs angles réfringens fussent

égaux, et que chacun d'eux contînt l'axe de cristallisation dans une de ses faces, mais avec cette différence que l'un avait ses arêtes parallèles à cet axe, et l'autre les avait perpendiculaires. En superposant ces deux prismes de manière que leurs angles réfringens fussent tournés du même côté, il est facile de voir qu'ils devaient se correspondre point pour point avec des épaisseurs égales, mais avec des axes croisés à angles droits. Aussi le système de ces prismes ainsi disposés, étant présenté au rayon polarisé, produisit le phénomène de la polarisation partielle; et lorsque j'analysai la lumière transmise, elle se résolut en deux images colorées et complémentaires; ou plutôt, comme la réfraction des deux prismes s'exerçait inégalement sur les diverses molécules lumineuses, il arrivait que ces rayons dispersés s'étendaient et se superposaient en partie, ce qui produisait sur toute l'étendue de l'image une succession de bandes colorées séparées par des intervalles qui devenaient à volonté blancs, colorés ou noirs, selon l'inclinaison que j'avais fait prendre au prisme par rapport au rayon incident; cependant les contours de l'image restaient toujours très-bien terminés. Les angles de ces prismes étaient d'environ 15°; ce qui donnait 30° pour l'angle réfringent de leur somme. Chacun d'eux, pris à part, réfractait doublement la lumière naturelle sans aucune coloration; mais lorsqu'ils étaient superposés, la séparation des images n'était plus sensible à la vue simple à cause de l'opposition de leurs axes. Je me propose d'étudier ces phénomènes dans des prismes d'un plus grand angle pour tâcher d'obtenir les rayons émergens séparés, et savoir comment la coloration s'opère dans chaque faisceau séparément : par la même raison, je me propose d'étendre, autant qu'il me sera possible, mes expé-

riences sur les plaques épaisses; mais dès à présent cette expérience suffit pour prouver que le phénomène des couleurs rendu sensible par le croisement des axes ne tient pas nécessairement au parallélisme des deux surfaces de chaque plaque, ni à l'union des deux faisceaux dans leur intérieur, puisque dans le cas de nos deux prismes, dont chacun, pris à part, réfractait doublement la lumière, les faisceaux, en tombant sur le second prisme, étaient nécessairement distincts et séparés; d'où l'on voit que la modification, quelle qu'elle soit, qui produit les teintes du faisceau que chaque lame polarise, selon son épaisseur, est une propriété permanente et durable qui se continue à travers toute l'épaisseur des corps qui en sont doués.

Je partirai donc de ce fait, et de cet autre non moins certain qui se trouve également établi dans mon premier Mémoire; savoir, que les lames parallèles à l'axe des cristaux ci-dessus désignés polarisent les rayons lumineux sur lesquels elles agissent, non pas suivant leur axe de cristallisation, mais suivant une ligne qui fait un angle double avec le plan de la polarisation primitive. En combinant ces deux faits par une marche analogue à celle que Newton a suivie pour les accès de réflexion et de transmission, je vais en tirer une propriété générale de laquelle on verra découler ensuite, par des raisonnemens mathématiques, tous les phénomènes dont nous venons de rendre compte, toutes les formules qui les représentent, telles que je les avais consignées d'après la seule observation dans mon premier Mémoire, et enfin un grand nombre d'autres résultats que l'on n'avait point encore aperçus, ou que l'on n'avait pas encore rattachés aux premiers. Ce sera l'objet de la seconde partie de ce Mémoire.

SECONDE PARTIE.

Lu à l'Institut le 7 décembre 1812.

Dans la première partie du travail que j'ai eu dernièrement l'honneur de lire à la Classe, j'ai exposé les faits simples et généraux qui doivent servir de base à la théorie que je vais essayer d'établir. Le premier de ces faits consiste dans la direction que les lames de chaux sulfatée, de mica, de cristal de roche taillées parallèlement à l'axe de cristallisation impriment aux axes de polarisation des molécules lumineuses, lorsqu'on les expose perpendiculairement à un rayon polarisé. J'ai établi, par un grand nombre d'expériences, que la polarisation opérée par ces lames ne se fait pas parallèlement à leur axe, mais suivant une ligne droite qui fait un angle double avec le plan de polarisation primitive. Le second fait sur lequel je m'appuierai est le rapport constant, la proportionnalité qui existe entre les épaisseurs des lames qui polarisent telle ou telle teinte, et les épaisseurs des corps qui réfléchissent cette même teinte dans les anneaux colorés, lorsque la lumière incidente est blanche. Après avoir prouvé cette proportionnalité par des mesures précises, pour les lames minces, j'ai montré par les phénomènes des lames croisées épaisses, que la même propriété s'étend et se continue à toute distance à travers l'épaisseur des corps. Voilà les faits qui vont me servir de base. Je ne me propose point de chercher une hypothèse qui les explique, je ne veux que les composer ensemble, et les réduire par des considérations mathématiques

en un seul fait général qui en sera l'expression abrégée, et duquel on pourra tirer ensuite, par le calcul, non-seulement les faits que je viens de rappeler, mais encore tous les phénomènes composés qui peuvent résulter de leur combinaison.

Considérons d'abord ce qui arrive lorsqu'un rayon blanc polarisé traverse une lame de chaux sulfatée, ou de cristal de roche à surfaces parallèles, et qui contient dans son plan l'axe de cristallisation. Ces substances jouissant de la double réfraction, le rayon, lorsqu'il aura pénétré dans leur intérieur, se partagera en deux faisceaux qui suivront en général des directions différentes. Si l'incidence est perpendiculaire, ces deux faisceaux se confondront, et cela aura lieu ainsi, soit que les forces qui produisent la double réfraction dans les corps émanent d'un seul ou de plusieurs axes situés dans le plan des lames : alors donc le mouvement de translation des deux faisceaux ne différera que par la vîtesse; or, toutes les expériences faites sur les corps cristallisés prouvent que cette inégalité des vîtesses est toujours fort petite. Par exemple, d'après une observation faite par Malus sur la double réfraction d'une aiguille de cristal de roche, observation rapportée dans son ouvrage, la plus grande vîtesse de la lumière dans cette substance serait 1,558176, et la plus petite 1,548435; de sorte que leur différence serait de 0,009741, par conséquent fort petite. Il en doit être également ainsi de la chaux sulfatée. En effet, par les expériences rapportées dans mon premier Mémoire, j'ai trouvé que ces deux substances, lorsqu'elles sont bien pures, exercent, à très-peu de chose près, sinon exactement, la même action pour polariser la lumière; d'où l'on doit conclure que leurs forces pour produire la double réfraction doivent être également

très-peu différentes; et les expériences sur les plaques épaisses que j'ai dernièrement rapportées, ont parfaitement confirmé ce résultat. On peut également présumer que cette force est très-peu énergique dans le mica, du moins, si l'on en juge par les variations de ses teintes, et par la comparaison de son action avec celle des autres substances que je viens de désigner; car je trouve par expérience que plus la force de cristallisation est faible, plus les épaisseurs nécessaires pour produire une même teinte sont considérables dans les lames parallèles à l'axe de cristallisation. Or, des différences de vîtesse pareilles à celles que nous venons de considérer, ne peuvent pas, comme on le verra par la suite, produire une différence sensible de teinte, sous l'incidence perpendiculaire, dans des lames assez minces pour produire par elles-mêmes des images colorées, c'est-à-dire comprises, pour la chaux sulfatée, par exemple, et le cristal de roche, entre une épaisseur de $\frac{11}{1000}$ et $\frac{45}{100}$ de millimètre, du moins pour des lames taillées parallèlement à l'axe de cristallisation; et j'ajouterai que j'ai confirmé ce résultat par des expériences directes faites sur des lames croisées épaisses de près d'un centimètre, dans lesquelles je crois avoir rendu sensible l'inégalité des vîtesses en les exposant sous diverses incidences à un rayon polarisé : mais cette différence même à de pareilles épaisseurs a produit des effets encore extrêmement faibles; car, si j'ai pu les apercevoir, c'est en appliquant à la succession des teintes observées sous diverses incidences, les lois générales que j'ai découvertes pour ce genre de phénomènes, et en cherchant les légères modifications que les grandes épaisseurs pouvaient manifester sur les mesures des inclinaisons auxquelles telle ou telle teinte

s'observait. Ainsi donc, puisque cette inégalité des vîtesses n'a que des effets absolument insensibles dans les lames minces qui produisent naturellement ces images colorées, je n'y aurai point égard dans un premier exposé de la théorie qu'elle compliquerait inutilement; et je considérerai les molécules lumineuses de même nature qui traversent de pareilles lames sous l'incidence perpendiculaire, comme ayant toutes d'égales vîtesses, ou, ce qui revient au même, je considérerai les deux faisceaux dont les directions coïncident, comme ne faisant qu'un faisceau unique. Quand nous aurons considéré ce cas simple, nous examinerons les petites modifications que l'inégalité de vîtesse des deux faisceaux exige pour étendre la théorie aux grandes épaisseurs.

Pour procéder méthodiquement dans cette recherche, il faut d'abord nous débarrasser de la complication qu'entraîne la composition des rayons hétérogènes qui forment les diverses teintes que nos lames polarisent : or, nous pouvons aisément le faire, car nous avons prouvé que dans chaque cristal bien pur et homogène, ces teintes varient avec l'épaisseur, précisément comme dans les anneaux, et cela avec une telle rigueur que l'on peut, dans un même cristal, aller jusqu'à prévoir l'épaisseur d'après la teinte, et réciproquement. L'analogie se soutient même dans les variations que ces teintes subissent par les changemens d'inclinaison; car elles suivent encore en cela l'ordre des anneaux avec une telle fidélité et une sensibilité si grande, que leur accord pourrait servir à confirmer, j'oserais presque dire à perfectionner les résultats des expériences de Newton. Or, cette table des épaisseurs qui nous a été si utile, et qui, d'après les résultats que j'ai rapportés, se trouve maintenant com-

parée à plus de cinq cents expériences sur nos lames, cette table n'est elle-même que le résultat des expériences que Newton avait d'abord faites sur les anneaux formés par une lumière simple; car bien qu'il ait seulement indiqué les principes sur lesquels elle est fondée, et qu'il n'ait donné aucun détail sur la manière dont il a pu parvenir à en calculer les nombres, jusqu'à y comprendre des dixièmes et des vingtièmes de millionièmes de pouce, on peut bien croire que Newton, s'étant donné la peine d'y joindre des fractions si petites, avait procédé à sa construction par des méthodes exactes, et non par des évaluations arbitraires. J'ai cherché à recomposer cette table, et j'ai réussi à le faire, ou, pour mieux dire, à vérifier par des calculs exacts que les nombres assignés par Newton avec tant de précision pour les épaisseurs des lames minces d'air qui réfléchissent telle ou telle teinte composée, répondaient en effet à la nature des rayons qui composaient cette teinte, et aux proportions suivant lesquelles ils s'y trouvaient mélangés. Pour trouver ces proportions, il faut non-seulement partir des lois reconnues par Newton sur la progression des épaisseurs qui réfléchissent ou qui transmettent une même lumière homogène, il faut encore avoir égard à l'intensité variable de la lumière réfléchie dans la largeur d'un même anneau formé par cette lumière simple; car la réflexion n'est pas invariablement bornée aux épaisseurs 1, 3, 5, 7....., ni la transmission aux épaisseurs intermédiaires 0, 2, 4, 6.....; mais la réflexion et la transmission s'opèrent aussi avant et après ces limites avec une intensité continuellement décroissante; de sorte que près de l'épaisseur 3, par exemple, il y a déja une partie de la lumière

qui est transmise, tandis que la plus forte portion est réfléchie, et ainsi de suite, par une dégradation continuelle. Or, s'il faut avoir égard à toutes ces choses pour construire la table de Newton, il en résulte réciproquement que la table, étant donnée dans toutes ses parties, suppose les élémens simples qui lui servent de base; et ainsi, puisque nous voyons cette table si rigoureusement d'accord avec les teintes de nos lames jusque dans leurs plus petites variations, nous sommes en droit de conclure que ces teintes sont composées de la même manière que la table l'indique, ou, en d'autres termes, les teintes des lames étant d'accord avec les lois des anneaux composés lorsqu'on les éclaire avec une lumière blanche, seraient également d'accord avec les anneaux simples si on les exposait à une lumière homogène.

D'après cela, nous pouvons assigner ce qui arriverait, par exemple, si, après avoir polarisé un rayon violet homogène, pris à la dernière extrémité du spectre, on lui faisait traverser perpendiculairement une de nos lames de chaux sulfatée; il ne faut pour cela que suivre les lois des anneaux violets. Si l'on désigne par $2e'$ l'épaisseur moyenne à laquelle le violet extrême commence d'être polarisé par la lame pour la première fois, il continuera à être polarisé ainsi aux épaisseurs $2e'$; $6e'$; $10e'$; $14e'$..... $(4n-2)\,e'$, suivant la progression des nombres impairs; et au contraire, il conservera sa polarisation primitive aux épaisseurs intermédiaires 0; $4e'$; $8e'$; $12e'$..... $(4n-4)\,e'$, suivant la progression des nombres pairs; et cela sans fin et sans bornes, puisque nous avons prouvé par l'expérience que les mêmes accès se perpétuent à travers des masses épaisses

de quatre centimètres et davantage, dans lesquelles, à en juger d'après l'épaisseur primitive e', ces alternatives ont dû s'accomplir plusieurs centaines de fois, et plusieurs milliers de fois.

Or, quand les molécules lumineuses sont polarisées par les lames, nous avons vu qu'elles ne tournent pas leur axe de polarisation suivant l'un ou l'autre axe de ces lames, mais suivant une direction qui forme un angle double avec le plan de la polarisation primitive; c'est-à-dire, par exemple, que si ce plan est le méridien, et que le premier axe des lames fasse avec lui un angle i, l'axe de polarisation des molécules qui ont éprouvé l'action de la lame se trouvera à leur sortie dirigé dans un azimut égal à $2i$, ou du moins elles se comporteront ainsi dans les réfractions et les réflexions qu'on voudra leur faire subir. Quand, au contraire, elles sortent parallèlement à leur polarisation primitive, leur azimut est zéro. Ainsi, en suivant successivement par la pensée la marche d'une même molécule de lumière, à travers une plaque d'une épaisseur quelconque, on voit qu'à l'épaisseur zéro, à son entrée dans la plaque, son axe de polarisation est d'abord tourné dans l'azimut 0° : puis à l'épaisseur $2e'$, il est tourné dans l'azimut $2i$; à l'épaisseur $4e'$, dans l'azimut 0; à l'épaisseur $6e'$, dans l'azimut $2i$; et ainsi de suite à travers toute l'épaisseur du corps.

Il faut de plus concevoir, conformément aux variations des teintes, que les molécules violettes, par exemple, ne sont pas toutes subitement polarisées aux épaisseurs fixes $2e'$; $6e'$; $10e'$.....; mais que ce sont là les épaisseurs moyennes où leur tendance à la polarisation est la plus forte dans chacune de ces alternatives; en sorte que la pre-

mière polarisation commence à l'épaisseur e', et finit à l'épaisseur $3e'$; la seconde commence à l'épaisseur $5e'$, et se continue jusqu'à l'épaisseur $7e'$, et ainsi de suite jusqu'à la n^e alternative qui commencera à l'épaisseur $e_n = (4n - 3)e'$; et qui finira à l'épaisseur $E_n = (4n - 1)e'$, comme cela a lieu dans les anneaux colorés.

Il faudra même concevoir que ces accès, car qu'on me permette de les nommer ainsi, sans y attacher pour le moment aucune idée de réalité; que ces accès, dis-je, n'ont pas d'abord toute leur intensité quand ils commencent, et ne l'ont plus quand ils finissent; mais que, semblables à tous les autres mouvemens produits par des causes périodiques, ils ont une intensité d'abord nulle, puis progressivement croissante jusqu'à un *maximum*, et ensuite progressivement décroissante jusqu'à zéro. Il en sera de même des accès intermédiaires dans lesquels la molécule a repris sa polarisation primitive; on ne doit pas les concevoir comme ayant lieu subitement aux époques 0; $4e'$; $8e'$, mais progressivement avant et après ces époques, dans les limites $+ e'$ et $- e'$: de sorte que les accès qui ramènent la molécule à sa polarisation primitive commencent quand ceux qui l'en écartent viennent de se terminer, et finissent quand l'accès suivant va commencer à l'en écarter de nouveau.

Cette variation d'intensité, qui d'ailleurs est parfaitement conforme à toutes les idées physiques et mécaniques, a également lieu dans les accès de facile transmission et de facile réflexion, ainsi que j'espère le prouver par l'expérience dans un autre mémoire, où l'on verra que cette considération explique un grand nombre de phénomènes dans lesquels la lumière se réfléchit ou se réfracte, ou se

transmet partiellement, quoiqu'elle ne semblât pas devoir se séparer d'après la théorie des accès.

Quant à cette théorie elle-même, que Newton a établie avec tant de soin dans son Optique, je me suis convaincu, par un examen attentif, qu'elle n'est réellement que l'expression des phénomènes concentrée en un seul résultat unique, et ramenée à une seule propriété des molécules lumineuses; savoir, que ces molécules, en traversant les surfaces réfringentes, acquièrent une certaine constitution ou disposition transitoire qui, dans la suite de leur marche, revient à intervalles égaux. En quoi consiste cette disposition, c'est ce que Newton n'a jamais prétendu expliquer; il a seulement présenté cette propriété comme un fait : il a déterminé par expérience les variations de longueur que les accès éprouvent par les changemens d'incidence; ensuite il a montré comment, au moyen de ces inégalités, on pouvait encore rendre la succession des accès sensible, non plus seulement à travers des corps minces, mais à travers des plaques d'une épaisseur quelconque. Il a ainsi formé sur de pareilles plaques des anneaux colorés d'une nouvelle espèce, dont le premier ne répondait plus à un seul accès, mais au 82386e accès, le second au 82385e, et ainsi de suite en diminuant toujours d'une unité. Ces anneaux projetés sur un carton blanc placé à six pieds de distance de la plaque sur laquelle ils étaient formés, se sont trouvés exactement égaux en grandeur à ceux qui devaient résulter, par le calcul, de la théorie des accès; et leur grandeur pour différentes plaques s'est trouvée réciproque à la racine quarrée des épaisseurs de ces plaques, conformément à la même théorie. Les physiciens qui ont paru considérer l'idée des

accès comme une hypothèse ingénieuse, me semblent n'avoir pas fait assez d'attention à ces admirables expériences : il est vrai que le calcul en est assez difficile, sur-tout avec l'espèce de synthèse dont Newton fait ordinairement usage, et lui-même, après avoir exposé les plus simples de ces phénomènes, et les avoir calculés comme nous venons de le dire, ajoute qu'il en a observé d'autres analogues sur les plaques inégalement épaisses, et qu'ils lui ont paru toujours d'accord avec la théorie; mais que les calculs par lesquels ils s'en déduisent sont trop divers et trop embarrassés pour trouver place dans son ouvrage. Aujourd'hui que l'analyse mathématique est beaucoup plus simple, on peut ramener ces calculs à des formules faciles à résoudre, même dans les cas les plus généraux : c'est ce que j'ai fait; et ces formules, en éclairant la marche du calcul, n'ont fait que rendre plus sensible l'accord des phénomènes avec la théorie de Newton. Newton n'a considéré que la périodicité des accès et les variations de leur longueur, il m'a semblé que l'examen minutieux des faits exigeait qu'on y joignît la considération de leur intensité, et qu'on la supposât variable dans les diverses périodes d'étendue d'un même accès. De cette manière on embrasse plusieurs phénomènes qui ne semblaient pas d'abord rentrer dans cette théorie. En général, lorsqu'une même propriété physique tirée de l'expérience représente un très-grand nombre de phénomènes, un résultat nouveau qui d'abord ne s'y trouverait pas compris, ne doit pas être considéré comme la détruisant, car les faits ne sauraient être contraires aux faits : c'est seulement un motif pour chercher à ramener les nouveaux résultats aux précédens, ou pour étendre ces derniers si leur réunion avec les

autres est impossible. Ainsi, les recherches des physiciens sur les anneaux colorés pourront faire découvrir encore beaucoup de phénomènes inconnus à Newton; elles pourront même conduire un jour jusqu'à la connaissance de leur cause, mais elles ne porteront aucune atteinte à l'existence même des accès et à leur périodicité : or, ce sont là les seules propriétés qui aient servi de base à Newton pour construire la table des épaisseurs qui réfléchissent ou transmettent les diverses teintes des anneaux composés, et par conséquent les conséquences que je déduis de la comparaison de cette table avec les phénomènes des lames cristallisées ne peuvent pas non plus être détruites par des considérations nouvelles, tant que je me borne à rapprocher ces deux classes de faits par les lois de périodicité qui leur sont communes, sans prétendre en conclure aucune relation entre les causes différentes ou semblables par lesquelles ils sont produits.

Les modifications que nous venons de décrire relativement à une seule espèce de molécules lumineuses, se produiront également dans chaque espèce de ces particules avec les différences qui leur sont propres; c'est-à-dire que les mêmes modifications exigeront pour chacune d'elles des épaisseurs différentes; mais les limites où s'arrêteront leurs axes de polarisation seront les mêmes, d'après l'expérience, pour les molécules de toutes les couleurs : or, quelle que soit la cause physique qui amène ainsi tour-à-tour les axes des molécules dans l'azimut o et dans l'azimut $2i$, l'effet qui en résulte ne peut pas être appelé autrement qu'un mouvement oscillatoire dont les limites sont o et $2i$; par conséquent la première chose que nous ayons à faire, c'est de déterminer

avec exactitude les lois de ce mouvement, après quoi nous verrons s'il est possible de remonter jusqu'à la loi de la force qui le produit.

Les deux lignes de repos sur lesquelles les molécules s'arrêtent font toujours des angles égaux avec le premier axe des lames, quel que soit l'azimut où celui-ci est placé: c'est donc à partir de cet axe qu'émanent les forces qui produisent le mouvement d'oscillation; mais en étudiant les modifications que les phénomènes éprouvent sous des incidences obliques, nous avons vu que le second axe des lames influe aussi en sens contraire sur la rotation des molècules lumineuses. Nous devons donc concevoir que la force, quelle qu'elle soit, qui fait osciller les molécules, est la différence des actions que les deux axes exercent pour produire cet effet en sens opposé; et la manière la plus générale de la représenter, est de la supposer égale à une fonction quelconque de l'angle que l'un des axes de la lame, le premier, par exemple, forme à chaque instant avec l'axe de polarisation des molécules lumineuses. Si l'on écrit les équations du mouvement de rotation d'une de ces molécules dans les circonstances que nous venons de déterminer, et si l'on introduit dans le calcul la condition que les phénomènes soient symétriques autour du premier axe des lames; conformément à l'observation, on trouve que les limites de chaque oscillation seront toujours dans les azimuts o et $2i$, quelle que soit la forme de la fonction qui exprime la force, et quelle que soit l'intensité de cette force, de sorte que ces limites seront communes aux molécules lumineuses de toutes les couleurs, conformément aux observations.

Pour démontrer cette proposition, considérons un rayon

polarisé vertical, qui tombe perpendiculairement au point C, fig. 2, sur une lame de chaux sulfatée; prenons dans le plan de la lame deux axes rectangulaires de coordonnées CZ, CX, dont le premier CZ soit dirigé suivant la direction primitive de l'axe de polarisation des molécules lumineuses. Soit F'CF le premier axe de la lame formant un angle ZCF ou i avec le plan primitif de polarisation, et menons aussi le second axe $f'cf$ qui lui sera perpendiculaire. Lorsque les molécules lumineuses auront pénétré dans l'intérieur de la lame à une certaine profondeur, elles se mettront à osciller autour du premier axe CF. Considérons d'abord celles qui produisent la sensation d'une seule couleur simple, par exemple, les molécules violettes; supposons qu'à un certain instant t leur axe de polarisation soit dirigé suivant CP, et fasse avec leur direction primitive un angle ZCP égal à x. Cela posé, évaluons les actions des deux axes de la lame sur les molécules, et exprimons-les de la manière la plus générale.

Pour cet effet, menons la ligne CR perpendiculaire à l'axe de polarisation des molécules lumineuses. La résultante des forces qui font tourner ces molécules autour de leur centre de gravité, peut à volonté être considérée comme attirant l'axe de polarisation CP vers le premier axe CF de la lame, ou comme repoussant le second axe CR des molécules lumineuses de manière à le rendre perpendiculaire sur CF : ces deux manières sont absolument indifférentes pour la représentation des phénomènes, et peuvent être également bien employées. La seconde est plus conforme à l'idée que l'on se fait des forces qui produisent la double réfraction, forces qui, dans le mouvement du rayon,

agissent comme répulsives; mais la première est plus simple à énoncer, parce qu'elle rapporte immédiatement les phénomènes au mouvement de l'axe de polarisation P'CP, et c'est pourquoi nous en ferons usage.

Dans la position des molécules et de la lame que nous venons de supposer, l'axe de polarisation CP fait avec le premier axe CF un angle PCF égal à $i - x$. Représentons par $\varphi(i - x)$ la force émanée de CF qui tend à faire venir l'axe CP sur sa direction, et par conséquent à augmenter l'angle x; le signe φ indiquant une fonction de forme quelconque. Nous voyons par les phénomènes que cette force agit exactement de la même manière de part et d'autre de l'axe CF, puisque les demi-amplitudes des oscillations sont exactement les mêmes de part et d'autre de cet axe, et qu'elles sont aussi les mêmes lorsque l'azimut de la lame est $+i$ ou $-i$; par conséquent la fonction φ devra être telle qu'elle ne change pas de valeur absolue, mais seulement de signe, quand la quantité qu'elle renferme passe du positif au négatif, c'est-à-dire qu'on aura en général:

$$\varphi(\varepsilon) = -\varphi(-\varepsilon).$$

Nous mettons le signe —, parce que d'un côté de l'axe CF de la lame la force attractive tend à augmenter l'angle x, et que de l'autre elle tend à le diminuer.

Considérons maintenant l'action du second axe Cf de la lame : celle-ci, étant opposée à la précédente, tendra à repousser les molécules lumineuses, et à les empêcher d'avancer vers l'axe CF : la manière la plus simple de représenter cet effet, c'est de concevoir les forces qui émanent de Cf comme tendant à repousser le second axe CR des molécules

lumineuses, avec une force qui dépend de l'angle fCR, et que l'on peut par conséquent représenter par $\varphi_{,}(fCR)$ ou $\varphi_{,}(i-x)$; $\varphi_{,}$ pouvant être en général une fonction distincte de φ. De plus, il faudra également concevoir que cette force s'exerce de la même manière et avec une égale intensité de part et d'autre de l'axe Cf, à cela près que sa direction absolue change, ainsi que son action pour augmenter ou diminuer l'angle x. On aura donc encore ici :

$$\varphi_{,}(\varepsilon) = -\varphi_{,}(\varepsilon).$$

Alors, si l'on représente par t le temps, dont nous prendrons la différentielle seconde pour constante, la force accélératrice $\frac{d^2 x}{d t^2}$ qui tendra à chaque instant à faire tourner la molécule autour de son centre de gravité, de manière à augmenter l'angle x, sera la différence des deux précédentes, ou $\varphi(i-x) - \varphi_{,}(i-x)$; ce qui donnera l'équation :

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = \varphi(i-x) - \varphi_{,}(i-x),$$

d'où l'on tire en intégrant

$$\frac{d x^2}{d t^2} = 2\int \varphi(i-x)\, dx - \int \varphi_{,}(i-x)\, dx + \text{const.}$$

soit $\qquad \int \varphi(\varepsilon)\, d\varepsilon = \psi\varepsilon, \quad \int \varphi_{,}(\varepsilon) = \psi_{,}\varepsilon,$

on aura $\frac{d^2 x}{d t^2} = 2\psi(i-x) - 2\psi_{,}(i-x) + \text{const.}$

Or, on a vu que les fonctions φ et $\varphi_{,}$ sont assujéties aux conditions de symétrie,

$$\varphi(\varepsilon) = -\varphi(-\varepsilon) \quad \varphi_{,}(\varepsilon) = -\varphi_{,}(-\varepsilon),$$

par conséquent, si l'on multiplie par $d\varepsilon$, et qu'on intègre

$$\int \varphi\varepsilon\, d\varepsilon = \int -d\varepsilon \,.\, \varphi(-\varepsilon); \quad \int \varphi_{,}(\varepsilon)\, d\varepsilon = \int -d\varepsilon\, \varphi_{,}(-\varepsilon)$$

ou, d'après notre notation:

$$\psi\varepsilon = \psi(-\varepsilon) \qquad \psi_{,}\varepsilon = \psi_{,}(-\varepsilon).$$

Nous devons déterminer la constante de notre intégrale de manière que l'axe de polarisation des molécules lumineuses se trouve primitivement dirigé suivant CZ, ce qui exige qu'à l'origine du mouvement on ait en même temps

$$\frac{dx}{dt} = 0 \qquad x = 0.$$

Ces conditions introduites dans notre intégrale donnent

$$0 = 2\psi\, i - 2\psi_{,}\, i + \text{const.}$$

Par conséquent, en prenant la valeur de la constante, et la substituant dans l'intégrale

$$\frac{dx^2}{dt^2} = 2\,[\psi(i-x) - \psi(i)] - 2\,[\psi_{,}(i-x) - \psi_{,}(i)],$$

la valeur de la vîtesse devient alors constamment nulle, quel que soit le temps, lorsque x est nul; ce qui montre que l'azimut $x = 0$ de la polarisation primitive est une des limites des oscillations; mais de plus cette vîtesse devient encore nulle quand $x = 2i$, puisque l'on a alors

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 2\,[\psi(-i) - \psi(i)] - 2\,[\psi_{,}(-i) - \psi_{,}(i)];$$

équation dont le second membre devient identiquement nul en vertu des conditions de symétrie auxquelles les fonctions

ψ et $\psi_{,}$ sont assujéties : ainsi, quelle que soit la nature des forces exercées par les deux axes de la lame, et quelle que soit leur intensité, les limites des oscillations des molécules lumineuses seront toujours les azimuts o et $2i$, et ces limites, indépendantes de l'intensité des forces, seront par conséquent les mêmes pour les molécules de toutes les couleurs : ce qui est conforme aux observations.

L'action du cristal sur les molécules lumineuses pourrait encore être représentée d'une autre manière, en attribuant aux deux pôles de la molécule les attractions et les répulsions que nous avons supposé émaner des deux axes ; pour cela il faudrait regarder l'axe PCP' des molécules lumineuses comme attiré par CF et repoussé par Cf avec des forces dépendantes de l'angle $i - x$, et dont l'expression la plus générale serait $\varphi\,(i - x)$ et $\varphi_{,}\,(i - x)$: en effet on aurait encore comme tout-à-l'heure

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \varphi\,(i - x) - \varphi_{,}\,(i - x).$$

Généralement toutes les suppositions qu'on pourra faire sur les directions des forces seront également admissibles, lorsqu'elles se réduiront à produire une résultante attractive qui sera fonction de l'angle $(i - x)$, et qui tendra à faire osciller l'axe de polarisation des molécules lumineuses autour du premier axe CF des lames cristallisées : par conséquent tout ce que les phénomènes indiquent de certain, c'est l'existence d'une pareille force, de quelque manière qu'elle résulte de l'attraction des molécules lumineuses pour les molécules du cristal ; et aussi, tout ce que nous nous proposons d'établir dans ces calculs, c'est l'existence de cette résultante, et la loi de son action.

Maintenant, quelle sera la vîtesse de rotation des molécules dans chacun des points de leur oscillation? quelle sera la durée des oscillations, et quel sera le rapport de cette durée avec leur amplitude? La résolution de ces questions est nécessaire pour connaître les lois du mouvement des molécules d'une manière complète; mais on ne peut y parvenir qu'en déterminant la nature de la force qui produit ces mouvemens; et, par une circonstance assez remarquable, cette nature, ou plutôt la fonction qui l'exprime, peut se tirer des observations.

Pour concevoir comment cela se peut faire, il faut d'abord examiner comment les oscillations des molécules de diverses couleurs se mêlent dans l'intérieur du cristal; c'est-à-dire qu'en partant des lois que nous avons reconnues pour les oscillations des molécules d'une seule couleur, il faut en déduire la composition des teintes qui a lieu dans les deux images lorsque la lumière incidente est blanche. Or, c'est ce que la théorie des oscillations permet de faire avec la plus grande facilité, non pas d'une manière vague et hypothétique, mais avec une telle rigueur, que l'on peut assigner pour chaque épaisseur l'espèce de la teinte, et sa composition en rayons simples, pour toute la série des anneaux.

C'est une observation générale, que toutes les forces connues qui agissent sur la lumière pour la réfracter, ou la réfléchir, agissent sur les molécules de nature diverse avec une intensité inégale. L'action de ces forces est toujours plus grande sur les rayons violets que sur les rayons rouges, et elle diminue d'une de ces limites à l'autre en même temps que la réfrangibilité. Je me suis assuré par des expériences directes que cela a lieu également pour les forces qui pro-

duisent la double réfraction, même dans les corps où ce phénomène est le plus intense; par exemple, dans la chaux carbonatée. Nous pouvons donc prévoir qu'il en sera encore ainsi pour les forces qui produisent les oscillations de la lumière, puisque nous avons prouvé que ces forces, par les variations que l'inclinaison leur fait subir, sont tout-à-fait analogues à celles qui produisent la double réfraction; et ce résultat deviendra encore bien plus évident par les expériences détaillées que j'exposerai à la suite de ces recherches, et desquelles il résulte que les intensités de ces actions sont proportionnelles au carré du sinus de l'angle formé par les axes des lames avec les rayons réfractés, ce qui est précisément la loi des forces qui produisent la double réfraction. Enfin, à défaut de toutes ces analogies, l'observation directe conduirait encore aux mêmes conséquences; car puisque les couleurs composées que les lames polarisent s'accordent constamment et dans la plus grande rigueur avec les successions des teintes consignées dans la table des épaisseurs de Newton, il faut bien que les intensités des actions exercées sur les molécules de même couleur soient proportionnelles entre elles dans les deux phénomènes, et qu'ainsi les accès de transmission et de réflexion des molécules de nature diverse aient entre eux précisément les mêmes rapports que les épaisseurs qu'elles traversent pendant une de leurs oscillations.

Cela posé, lorsqu'un rayon blanc polarisé tombe sur une de nos lames, on peut lui appliquer rigoureusement la construction géométrique par laquelle Newton a représenté dans son Optique le progrès des molécules lumineuses, et leur mélange à travers les diverses épaisseurs d'un même

corps; il faut seulement dans cette construction regarder la longueur des accès comme représentant l'épaisseur que la lumière traverse dans nos lames pendant la durée d'une oscillation. Ainsi, dans les phénomènes de la réflexion, les molécules pénètrent ensemble jusqu'à une petite profondeur sans éprouver aucune tendance à se réfléchir, et si l'épaisseur du corps est moindre que cette profondeur, elles se transmettent librement : de même, dans les phénomènes de la polarisation, toutes les molécules pénètrent ensemble jusqu'à une petite profondeur sans éprouver aucun dérangement dans leurs axes de polarisation, et si l'épaisseur des lames est moindre que cette limite, elles conservent toutes leur polarisation primitive. Dans la réflexion, ce premier intervalle est égal à la moitié de la longueur d'un accès. Dans les phenomènes de la polarisation, ce sera la moitié de l'épaisseur que la lumière traverse pendant la durée d'une oscillation entière. Dans la réflexion, au-delà de cette limite, les molécules violettes commencent à se réfléchir; puis ensuite les violettes et les bleues; puis les violettes, les bleues et les vertes; et ainsi de suite, jusqu'aux rouges, qui se réfléchissent les dernières, mais cependant à très-peu de distance des autres. Alors le rayon réfléchi devient successivement violet, bleu; et presque tout de suite blanc, par le concours de la réflexion de toutes les couleurs. De même dans nos lames le premier rayon qu'elles polarisent est violet; puis à une épaisseur un peu plus grande, ce violet se mêle à l'indigo et forme un bleu, lequel se change presque aussitôt en blanc par le mélange de toutes les autres couleurs : c'est le blanc que Newton a nommé du premier ordre; et de même que dans les anneaux il arrive une épais-

seur où le blanc est le plus abondant qu'il est possible, en sorte que la lumière transmise est nulle ou presque nulle, de même dans nos lames il y a une certaine épaisseur à laquelle le rayon blanc qu'elles polarisent contient toute ou presque toute la lumière incidente, de sorte qu'il n'y a aucune ou presque aucune portion de cette lumière qui conserve sa polarisation primitive. Dans la réflexion, lorsque l'épaisseur devient un peu plus grande, les diverses couleurs qui composaient le blanc du premier ordre s'en séparent tour-à-tour dans l'ordre suivant lequel elles y étaient entrées; c'est-à-dire, les derniers rayons violets d'abord, parce que leurs accès sont les plus courts; puis les violets et les bleus; puis les bleus, les verts et enfin les rouges; ce qui change successivement ce blanc en jaune pâle, en orangé, en orangé rougeâtre, et en un rouge qui se terminerait enfin par la privation absolue de lumière, c'est-à-dire par le noir, si, presque à la même épaisseur ne commençait le second accès des rayons violets, ce qui fait suivre immédiatement ce rouge sombre par un pourpre très-faible, auquel succède de nouveau un violet, un bleu, un vert, et toutes les couleurs du second anneau, lesquelles dominent tour-à-tour dans le mélange, et y sont plus séparées que dans le premier anneau, parce que la différence d'étendue de leurs accès a eu plus d'espace pour s'y manifester : de même et absolument de même, dans nos lames les épaisseurs qui répondent aux oscillations des diverses molécules étant inégales aussi bien que leurs vîtesses, et cette inégalité étant proportionnelle à la longueur de leurs accès, on conçoit que de pareilles modifications de teintes doivent s'y reproduire, et elles s'y reproduisent en effet avec la plus grande grande fidélité; c'est-à-dire qu'après

l'épaisseur où les molécules lumineuses se trouvent toutes ensemble dans leur première oscillation, il arrive que les molécules violettes se séparent des autres, les devancent, et commencent une seconde oscillation qui les ramène vers la polarisation primitive, lorsque les molécules bleues, les orangées et les rouges n'ont pas encore tout-à-fait terminé leur première oscillation. Alors, si on coupe la lame à cette épaisseur, on trouve que le faisceau polarisé par elle est un blanc légèrement jaunâtre; puis, à une épaisseur un peu plus grande, ce jaune se change en orangé, il a alors perdu des molécules violettes, bleues et vertes, qui sont déja dans leur seconde oscillation; bientôt après il ne conserve plus qu'un petit nombre de rayons d'un rouge sombre : toutes les autres molécules sont déja entrées dans leur seconde oscillation, et par conséquent la portion de lumière qui, en traversant le rhomboïde, se dirige vers la polarisation primitive, forme l'espèce de teinte qui résulte du mélange de toutes les couleurs privé d'un petit nombre de rayons rouges, c'est-à-dire un blanc bleuâtre; au-delà de ce terme une portion des premières molécules violettes commence déja sa troisième oscillation quand les dernières molécules rouges n'ont pas encore fini la première. Alors la teinte que la lame polarise à cette épaisseur, est un pourpre extrêmement faible et sombre qui bientôt passe au bleu, au vert, et à toutes les couleurs du second anneau. En poursuivant toujours, par la pensée, cette suite de mouvemens oscillatoires dont les vîtesses sont inégales pour les molécules lumineuses de différentes espèces, on conçoit que les diverses couleurs, qui chacune occupent une certaine étendue dans le spectre, doivent se mêler de plus en plus dans

leurs limites aux deux extrémités de l'oscillation, et y produire enfin deux images blanches, comme cela arrive dans les anneaux réfléchis et transmis, en vertu de l'inégale longueur des accès, lorsque l'épaisseur du corps est devenue assez considérable pour que les anneaux de toutes les couleurs et de différens ordres se mêlent dans le faisceau réfléchi et dans le faisceau transmis. Cette parfaite identité dans la succession des teintes, dans leurs mélanges progressifs, dans les périodes de leurs intensités, enfin dans les plus petites circonstances des changemens de leurs nuances, suffirait pour montrer l'accord qui existe entre les lois de périodicité qui lient ces deux classes de phénomènes, quand même les mesures des épaisseurs prises de part et d'autre avec un soin extrême et scrupuleusement comparées n'auraient pas déja établi d'une manière rigoureuse et directe l'existence de ces rapports.

On voit par ce que je viens de dire comment les teintes polarisées par les lames à leurs épaisseurs successives dépendent des temps des oscillations. De plus, nous avons reconnu que l'amplitude des oscillations est la même pour toutes les molécules lumineuses et égale à $2i$, c'est-à-dire au double de l'angle formé par le premier axe des lames avec le plan de polarisation primitif. Or, en faisant varier cet angle depuis o jusqu'á 360°, on trouve par expérience que la teinte polarisée par une même lame est rigoureusement constante. Par conséquent les temps des oscillations doivent aussi être parfaitement égaux dans tous les cas, puisque l'espèce de teinte que la lame polarise dépend uniquement de cette durée : ainsi la force qui produit les oscillations est telle, que leur durée est absolument indépendante de leur

amplitude; cette indépendance offre une condition à laquelle les forces dont il s'agit doivent satisfaire, et leur détermination d'après cette condition est un véritable problême de tautochronisme.

Reprenons donc l'équation différentielle

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \varphi\,(i - x) - \varphi_{,}\,(i - x),$$

et faisons pour plus de simplicité $v = (i - x)$; comme les fonctions φ et $\varphi_{,}$ ne contiennent que cette quantité, nous pourrons faire $\varphi\,(i - x) - \varphi_{,}\,(i - x) = \mathrm{F}\,(i - x) = \mathrm{F}v$, et notre équation différentielle deviendra en y substituant ces valeurs $\frac{d^2 v}{dt^2} = -\mathrm{F}\,(v)$. La première intégrale de cette équation devra être prise de manière que la vîtesse $\frac{dx}{dt}$ ou $-\frac{dv}{dt}$ soit nulle quand x est nulle; c'est-à-dire quand $v = +i$: ensuite, pour avoir le temps T d'une oscillation entière qui s'exécute dans l'arc $2i$, il faudra prendre la valeur de t dans la seconde intégrale depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 2i$; c'est-à-dire depuis $v = +i$ jusqu'à $v = -i$; la première de ces limites répond au commencement de l'oscillation; la seconde à la fin; et la valeur moyenne $v = 0$ répondrait exactement au milieu du temps T; car le mouvement de la molécule lumineuse est symétrique dans les deux moitiés de l'oscillation. En effet, si l'on suppose $v = i - x$ dans l'expression générale trouvée plus haut pour $\frac{dx^2}{dt^2}$, on trouve:

$$\frac{dx^2}{dt^2} = 2\,[\psi\,(v) - \psi\,(i)] - 2\,[\psi_{,}\,(v) - \psi_{,}\,(i)],$$

et comme, en changeant $+ v$ en $- v$, les fonctions ψ et $\psi_{,}$ conservent la même valeur, il s'ensuit que le carré de la vîtesse $\frac{dx^2}{dt^2}$ est le même dans les deux cas pour des valeurs égales de v. Or l'arc v commence au milieu de l'amplitude de l'oscillation totale, par conséquent le temps employé à parcourir la semi-amplitude sera le même des deux côtés.

D'après cela on voit que si, au lieu de prendre la seconde intégrale de t depuis $v = + i$ jusqu'à $v = - i$, on la prend seulement depuis $v = 0$ jusqu'à $v = + i$, on aura la valeur du temps employé dans une demi-oscillation, c'est-à-dire, de $\frac{1}{2}$ T; et en doublant le résultat, on aura T. C'est ainsi que nous opérerons dans le calcul qui va suivre, afin d'éviter les difficultés analytiques attachées aux intégrales qui vont du positif au négatif en passant par zéro.

Cela posé, je remarque que la fonction $- F(v)$ exprime la force répulsive composée qui agit à chaque instant sur la molécule lumineuse. Cette force est nulle lorsque l'axe de polarisation de la molécule est dirigé suivant l'un des deux axes de la lame; car alors il se trouve nécessairement perpendiculaire à l'autre, et ni l'un ni l'autre n'exerce alors d'action sur la molécule pour le faire tourner. La fonction $- F(v)$ doit donc devenir nulle quand $v = 0$; et par conséquent on peut concevoir son expression développée suivant les puissances ascendantes de v, ce qui donne une série de cette forme :

$$Fv = av^{\alpha} + bv^{\beta} + cv^{\gamma} \ldots\ldots\ldots$$

a, b, c étant des constantes, et α, β, γ des exposans positifs qui peuvent d'ailleurs être quelconques. Nous supposerons

que ces exposans sont rangés par ordre de grandeur, et que α est le plus petit d'entre eux. D'après cela, notre équation différentielle deviendra :

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = -av^{\alpha} - bv^{\beta} - cv^{\gamma} \ldots\ldots$$

multipliant une fois par dt et intégrant :

$$\frac{dv^2}{dt^2} = -\frac{2a\,v^{\alpha+1}}{\alpha+1} - \frac{2b\,v^{\beta+1}}{\beta+1} - \frac{2c\,v^{\gamma+1}}{\gamma+1} \ldots\ldots + \text{const.}$$

La constante doit être déterminée de manière que la vîtesse $\frac{dx}{dt}$ ou $\frac{dv}{dt}$ soit nulle quand $x = 0$, ce qui donne $v = i$, on a donc

$$0 = -\frac{2a\,i^{\alpha+1}}{\alpha+1} - \frac{2b\,i^{\beta+1}}{\beta+1} - \frac{2c\,i^{\gamma+1}}{\gamma+1} \ldots\ldots\ldots + \text{const.}$$

Et par conséquent :

$$\frac{dv^2}{dt^2} = \frac{2a\left(i^{\alpha+1} - v^{\alpha+1}\right)}{\alpha+1} + \frac{2b}{\beta+1}\left(i^{\beta+1} - v^{\beta+1}\right) + \frac{2c}{\gamma+1}\left(i^{\gamma+1} - v^{\gamma+1}\right) \ldots\ldots$$

Faisons maintenant $v = iv'$, ce qui donne $dv = i\,dv'$, et $dv^2 = i^2 dv'^2$, notre équation divisée par i^2 deviendra

$$\frac{dv'^2}{dt^2} = \frac{2a\,i^{\alpha-1}}{\alpha+1}\left(1 - v'^{\alpha+1}\right) + \frac{2b\,i^{\beta-1}}{\beta+1}\left(1 - v'^{\beta+1}\right) + \frac{2c\,i^{\gamma-1}}{\gamma+1}\left(1 - v'^{\gamma+1}\right)$$

d'où l'on tire

$$dt = dv'\left[\frac{2a\,i^{\alpha-1}}{\alpha+1}\left(1 - v'^{\alpha+1}\right) + \frac{2b\,i^{\beta-1}}{\beta+1}\left(1 - v'^{\beta+1}\right) + \frac{2c\,i^{\gamma-1}}{\gamma+1}\left(1 - v'^{\gamma+1}\right) \ldots\right]^{\frac{1}{2}}$$

Pour avoir le temps $\frac{1}{2}$T correspondant à une demi-oscillation, il faut prendre l'intégrale de dt, depuis $v = 0$ jusqu'à $v = i$, ou, puisque $v = iv_{,}$, depuis $v' = 0$ jusqu'à $v' = 1$. Or, si l'on développe le second membre en série suivant les puissances de i, en commençant par le terme $\frac{2ai^{\alpha-1}}{\alpha+1}\left(1-v_{,}^{\alpha+1}\right)$, qui contient la plus petite puissance de i, on voit que la valeur de t, prise entre ces limites, ne saurait être indépendante de i, à moins qu'on n'ait $\alpha-1=0$, et ensuite $b=0$, $c=0$, ce qui donne

$$\mathrm{F}v = av,$$

a étant une constante arbitraire. De là, en remettant pour v et F v leurs valeurs en x, on a cette condition

$$\varphi(i-x) - \varphi_{,}(i-x) = a(i-x),$$

à laquelle les fonctions φ et φ' doivent satisfaire, quels que soient i et x. Nous reviendrons tout-à-l'heure sur cette condition; mais auparavant nous allons en profiter pour déterminer le temps T : nous ferons seulement cette remarque, qu'il est facile de voir que cette forme de la force répulsive produira en effet le tautochronisme, et même est indispensablement nécessaire pour le produire; car elle exprime que, dans tous les points de l'oscillation, l'intensité de la force qui fait tourner l'axe de la molécule lumineuse est proportionnelle à l'arc qui lui reste à décrire pour coïncider avec le premier axe de la lame : d'où il suit que la molécule parviendra toujours à cette position dans le même temps en partant du repos, quelle que soit l'étendue des oscillations.

Reprenons notre équation différentielle en v, en y faisant $\alpha = 1$, et $b\,c$.... nuls. elle deviendra

$$\frac{d^2 v}{d t^2} = - a v,$$

dont l'intégrale est

$$v = m \cos. [t \sqrt{a} + n],$$

m et n étant deux constantes arbitraires. D'abord on en déterminera une par la condition que $\frac{dv}{dt}$ doit être nul quand $t = 0$, ce qui donne m sin. $n = 0$, et partant $n = 0$; car, si on faisait m nul, il n'y aurait pas d'oscillation du tout. On a donc ainsi d'abord, en mettant pour v sa valeur $i - x$,

$$x = i - m \cos. t \sqrt{a},$$

de plus, quand $t = 0$, il faut que l'arc x soit nul, ce qui donne $m = i$. On a donc définitivement

$$x = i - i \cos. t \sqrt{a}, \text{ ou bien } x = 2 i \sin.^2 \tfrac{1}{2} t \sqrt{a}.$$

De là il résulte que le temps d'une oscillation entière dans l'arc $2\,i$ est donné par l'équation

$$t \sqrt{a} = \pi, \text{ d'où } t = \frac{\pi}{\sqrt{a}},$$

π étant la demi-circonférence dont le rayon égale l'unité.

La force accélératrice qui tend à faire tourner les molécules lumineuses, est proportionnelle à $i - x$, c'est-à-dire, à l'angle que leur axe de polarisation forme à chaque instant avec le premier axe de la lame. On peut donc assimiler ces phénomènes à ceux que produirait la torsion d'un fil vertical

sur des aiguilles qui y seraient suspendues horizontalement par leur centre de gravité. Le point de repos du fil, celui où sa torsion est nulle, coïncide avec le sens de la polarisation primitive. Il est dirigé dans le méridien; c'est-là qu'il faut d'abord concevoir que le premier axe de la lame est placé. En le tournant dans l'azimuth i, on tord le fil de l'angle i; ce qui produit d'abord une force de torsion proportionnelle à i. L'axe de polarisation se met alors en mouvement; il suit l'axe de la lame, et tourne vers lui en décrivant un angle x: sa force de torsion est constamment proportionnelle à l'angle $i - x$; c'est ainsi qu'il continue ses oscillations.

Essayons de comparer cette force à la pesanteur. Pour cela, cherchons quelle force il faudrait à chaque instant appliquer perpendiculairement à l'extrémité d'une aiguille égale en longueur à la molécule lumineuse, pour faire décrire à cette aiguille autour de son centre des oscillations pareilles à celles que la molécule exécute, et lui imprimer à chaque instant la vîtesse de rotation qu'a réellement la molécule à chaque point de son oscillation. Pour cela, reprenons l'équation différentielle

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = a\,(i - x),$$

dans laquelle on doit regarder i et x comme des arcs de cercle mesurés sur le contour de la circonférence décrite par l'extrémité de l'axe de polarisation des molécules lumineuses; soit r la longueur de cet axe à partir du centre de rotation. Désignons par p la pesanteur terrestre sous la latitude de Paris, par g le double de l'espace que cette pesanteur fait décrire aux corps pendant la première seconde sexagésimale; espace qui, exprimé en mètres, est égal à

9,8088. Désignons de même par φ la force accélératrice qui sollicite l'aiguille dans l'arc $i-x$, nous aurons,

$$\varphi = p \cdot \frac{a(i-x)}{g},$$

et le coëfficient de p dans le second membre étant évalué en nombres, donnera à chaque instant le rapport de la force φ à la pesanteur p.

La force φ étant variable avec l'arc x, évaluons-la pour un instant déterminé, par exemple, pour l'instant où la rotation de la molécule commence; nous aurons alors $x = 0$, puisque l'arc x est compté à partir du commencement de l'oscillation, et la valeur de φ pour ce cas sera

$$\varphi = \frac{pai}{g}.$$

Cette expression est encore variable avec l'arc i, et lui est proportionnelle. Mais la plus grande valeur de i que nous ayons besoin de considérer, c'est celle qui répond à l'angle droit; car alors l'étendue entière des oscillations s'exécutant dans l'arc $2i$, on voit que les axes de rotation des particules décrivent une demi-circonférence; ce qui, à cause de la forme symétrique des molécules lumineuses, ramène les mêmes phénomènes que si elles n'avaient pas été déviées de leur polarisation primitive. Au-delà de ce terme, et pour de plus grandes valeurs de i, la même raison de symétrie ramène également les mêmes phénomènes qui avaient lieu dans la première moitié de la circonférence. Nommons donc r le rayon de la molécule lumineuse, c'est-à-dire, la distance de son centre de rotation à l'extrémité de son axe de polarisation; et désignant comme ci-dessus par π la demi-circonférence

dont le rayon égale l'unité, nous aurons dans le cas de l'angle droit

$$i = \frac{\pi r}{2}, \quad \text{ce qui donne} \quad \varphi = \frac{p \cdot \pi a r}{2 g};$$

La constante a peut s'évaluer d'après le temps des oscillations; car, en exprimant ce temps par T, nous avons trouvé plus haut

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{a}}, \quad \text{ce qui donne} \quad a = \frac{\pi^2}{T^2},$$

et par conséquent

$$\varphi = \frac{p \cdot \pi^3 r}{2 g \cdot T^2}.$$

L'homogénéité de cette expression est évidente; car $g\,T^2$ exprime le double de l'espace qu'un corps pesant décrirait pendant le temps T d'une oscillation; et comme r exprime aussi une ligne, et π un nombre abstrait, on voit que le coëfficient de p dans le second membre est un nombre abstrait. Par conséquent, si l'on connaissait le rayon r de la molécule exprimée en parties du mètre, et le temps T de l'oscillation exprimé en parties de la seconde sexagésimale, on pourrait réduire le second membre en nombres, et l'on connaîtrait le rapport numérique de la force φ à la pesanteur terrestre pour le cas que nous avons considéré.

La valeur de l'espace g se déduit, comme on sait, de la longueur du pendule à secondes. Introduisons son expression dans notre formule. Si l'on nomme λ cette longueur exprimée en mètres, on a à Paris, d'après l'observation, $\lambda = 0^m,99384$; et par la théorie de la pesanteur, en prenant

pour unité de temps la seconde sexagésimale, mesurée par une oscillation de λ, on a

$$g = \frac{\pi^2 \lambda}{1''^2},$$

π étant, comme précédemment, le rapport abstrait de la circonférence au diamètre, en éliminant g au moyen de cette expression, la valeur de φ devient

$$\varphi = \frac{p \cdot \pi \cdot 1''^2 \cdot r}{2 T^2 \cdot \lambda}.$$

Ces oscillations des particules lumineuses sont si rapides, que le temps T est absolument inappréciable pour nos sens, mais nous pouvons le calculer d'après les observations. Si l'on représente par e' la plus petite épaisseur, à laquelle la force polarisante de la lame commence à être sensible : il résulte de l'expérience, comme on le verra tout-à l'heure, que le temps employé par la lumière pour traverser cet espace, est égal à la moitié du temps d'une oscillation complète, lorsque la force polarisante de la lame a pris tout son accroissement. Nommons R le rayon moyen de l'orbe terrestre. La lumière parcourt cet espace en 8′ 13″ ou 493″; par conséquent le temps qu'elle mettrait dans le vide pour parcourir l'espace e', serait proportionnellement $\frac{e' \cdot 493''}{R}$. Mais dans l'intérieur d'un corps réfringent, sa vîtesse est plus considérable, suivant la proportion du sinus d'incidence au sinus de réfraction; nommant donc m ce rapport pour l'espèce de lame que nous considérons, le temps du trajet dans l'espace e' sera moindre dans le même rapport; nous aurons $\frac{e' \cdot 493''}{m R}$ pour le nombre de secondes que la

lumière ordinaire emploie à y traverser l'espace e'. Ce sera donc la valeur de $\frac{1}{2}$ T, et par conséquent on aura

$$T = \frac{e' \cdot 986''}{m R};$$

Mettant donc pour T cette valeur dans l'expression de la force accélératrice, elle devient

$$\varphi = p \cdot \frac{m^2 \pi R^2 r}{2\lambda \cdot e'^2 \cdot (986)^2}.$$

Dans les lames de chaux sulfatée bien pure, l'épaisseur qui répond au blanc du premier ordre est $0^{mm},031144$, comme je l'ai montré dans mon premier Mémoire. Dans la table de Newton, l'épaisseur correspondante est représentée par $3^p,4$; et le commencement du noir, ou la valeur de e' pour les premières molécules violettes de l'extrémité du spectre, se trouve représenté dans la même table par $1 \cdot \frac{2}{7}$. Ainsi, proportionnellement, nous aurons la valeur de e' relativement à ces mêmes particules dans nos expériences par la proportion $3,\frac{2}{5} : 1,\frac{2}{7} :: 0^{mm},031144 : e'$; ce qui nous donnera

$$e' = 0,^{mm}011777,$$

ou en parties du mètre

$$e' = 0^m,000011777.$$

On a de plus dans la chaux sulfatée $m = \frac{61}{41}$ d'après les expériences de Newton, et enfin nous avons la longueur du pendule à secondes $\lambda = 0^m,99384$. En substituant ces données dans l'expression de φ, on trouve

$$\varphi = p \cdot \frac{R^2 r}{0 \cdot 00003854}.$$

Ici R et r ne sont plus que des nombres abstraits de mètres. On voit que le rapport absolu de la force φ à la pesanteur p dépend de la grandeur du rayon r de la molécule lumineuse, et lui est proportionnel; de sorte que, plus on supposera pour φ une valeur faible, plus il faudra que le rayon r des molécules soit petit, pour qu'elles fassent leurs oscillations dans le temps assigné. Supposons par exemple $\varphi = 100000000.\ p$, c'est-à-dire que la force φ soit cent millions de fois aussi intense que la pesanteur. Alors $\frac{\varphi}{p}$ étant connu et égal à 100000000, on en tirera

$$\frac{R^2 r}{0,00003854} = 100000000 \qquad \text{ou} \qquad r = \frac{3854}{R^2};$$

c'est-à-dire que, dans cette supposition, le rayon des molécules lumineuses serait égal à trois mille huit cent cinquante-quatre mètres divisés par le carré de la distance de la terre au soleil exprimée en mètres; et d'après ce que nous avons remarqué tout-à-l'heure, si l'on voulait supposer la force φ plus faible, les dimensions des particules lumineuses diminueraient proportionnellement. Ce résultat nous donne une prodigieuse idée de la ténuité de la lumière; mais aussi, quelle ténuité ne doit-elle pas avoir pour se transmettre librement à travers des corps aussi denses que le verre, et pour produire tous les autres phénomènes de ce genre que nous observons !

Le calcul que nous venons de faire nous a donné l'expression de la force attractive exercée à l'extrémité de l'axe de la molécule lumineuse, quand cet axe fait un angle droit avec l'axe du cristal. Cette force attractive varie proportionnellement à l'arc $i - x$, et elle devient nulle quand cet arc

est nul; c'est-à-dire, quand l'axe de polarisation des particules devient parallèle au premier axe du cristal : c'est alors que la vîtesse de circulation est la plus grande. Pour trouver l'expression de cette vîtesse, reprenons l'expression différentielle

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = a(i - x),$$

qui en intégrant donne

$$\frac{dx^2}{dt^2} = -a(i - x)^2 + C.$$

La vîtesse doit être nulle à l'instant du départ lorsque $x = 0$; ce qui donne

$$0 = -ai^2 + C;$$

par conséquent

$$\frac{dx^2}{dt^2} = a[i^2 - (i - x)^2].$$

Cette vîtesse est encore nulle quand $x = 2i$, à l'autre terme de l'oscillation, après le temps T. Elle atteint son maximum au milieu de l'oscillation, quand $x = i$; ce qui donne

$$\frac{dx}{dt} = i\sqrt{a};$$

son *maximum maximorum* a lieu quand $i = \frac{\pi r}{2}$, r étant le rayon de la molécule lumineuse : ainsi, en la nommant v dans cette circonstance, on a

$$v = \frac{\pi r}{2}\sqrt{a}.$$

Or, nous avons trouvé plus haut la valeur de $\sqrt{a}$ en

fonction du temps T de l'oscillation, et cette valeur est

$$\sqrt{a} = \frac{\pi}{T};$$

ainsi, en éliminant a, nous aurons

$$v = \frac{\pi^2 r}{2T}.$$

Comparons cette vîtesse à la vîtesse de translation de la lumière dans le cristal. Pour cela, nommons, comme ci-dessus, R le rayon de l'orbe terrestre que la lumière traverse en $493''$. La vîtesse de la lumière dans le vide sera $\frac{R}{493''}$, et dans le cristal elle sera $\frac{mR}{493}$, en désignant par m le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction. Ainsi, en nommant V cette vîtesse de translation, nous aurons

$$\frac{v}{V} = \frac{\pi^2 r \cdot 493''}{2T\, mR},$$

où l'on voit qu'en effet le second membre exprime bien un nombre abstrait. Or, nous avons plus haut exprimé le temps T en fonction de l'épaisseur e' que la lumière traverse pendant le temps d'une demi-oscillation, et nous avons trouvé

$$T = \frac{2e' \cdot 493''}{mR};$$

substituant donc pour T cette valeur, R disparaît, et il reste

$$\frac{v}{V} = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{r}{e'},$$

ou en réduisant le coëfficient $\frac{\pi^2}{4}$ en nombres,

$$\frac{v}{V} = 2,4674 \cdot \frac{r}{e'};$$

et comme il est certain que le rayon r des molécules lumineuses est excessivement petit par rapport à l'épaisseur e', qui est de $\frac{12}{1000}$ de millimètre dans la chaux sulfatée et le cristal de roche taillés parallèlement à l'axe de cristallisation, on voit que la vîtesse de circulation de la molécule lumineuse est excessivement petite comparativement à son mouvement de translation : ce qui montre que ces oscillations, si rapides qu'elles nous paraissent, n'ont rien que de très-proportionné à la vîtesse de translation des particules.

La condition du tautochronisme des oscillations nous a donné une relation entre les deux forces émanées des deux axes de la lame. Si l'on supposait que ces deux forces fussent exprimées par des fonctions de même forme, on pourrait déterminer, d'après cette condition, l'expression la plus générale de chacune d'elles; car, puisque l'on doit avoir toujours

$$\varphi(i - x) - \varphi_{,}(i - x) = a(i - x),$$

a étant une constante, on ne peut, dans ce cas, rien supposer de plus général que de faire

$$\varphi(i - x) = m(i - x) + \pi(i - x)$$
$$\varphi_{,}(i - x) = n(i - x) + \pi(i - x),$$

$\pi(i - x)$ étant une fonction arbitraire, et m et n deux constantes telles que $m - n$ soit une quantité positive; car il faut que $m - n$ soit égal à a, et a doit être positif pour qu'il y ait un mouvement d'oscillation tel que nous l'avons supposé.

On voit que dans ces expressions $m - n$ est proportionnelle à la différence des actions des deux axes, et peut servir à la représenter.

Nous avons trouvé plus haut que le temps d'une oscillation entière dans l'arc $2i$ était égal à $\frac{\pi}{\sqrt{a}}$, et puisque nous avons $a = m - n$, en nommant m et n les énergies respectives des deux axes de la lame, nous aurons aussi :

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{m - n}}.$$

Cette expression nous montre que les oscillations seront plus rapides à mesure que les axes seront plus différens en intensité, et réciproquement qu'elles se ralentiront quand la différence des intensités deviendra moindre. Cela explique l'inégalité que l'on observe sous ce rapport entre les cristaux de nature diverse, et même entre différens morceaux de cristaux de même nature qui exigent des épaisseurs différentes pour polariser la même teinte dans l'azimut $2i$. Car ces épaisseurs sont plus grandes à mesure qu'il se fait moins d'oscillations, pendant que la lumière parcourt le même espace dans le cristal; et quoique la vîtesse de la lumière ne soit pas la même dans les cristaux de nature différente, cependant on ne peut pas attribuer le phénomène dont nous parlons à cette inégalité, puisqu'elle est certainement bien petite dans des cristaux de même nature, lorsque la pesanteur spécifique n'y fait apercevoir aucune inégalité appréciable, tandis que néanmoins les épaisseurs de ces cristaux qui polarisent la même teinte, diffèrent souvent de plus d'un dixième de leurs valeurs totales. Il est bien plus naturel de croire que l'existence des forces qui pola-

risent ainsi les molécules et les font osciller dans l'intérieur du cristal, dépendent de l'arrangement des particules dont le cristal est composé; et suivant qu'elles le seront d'une manière ou d'une autre, d'une façon plus régulière ou plus confuse, il doit en résulter sur les coëfficiens m et n de très-grandes variations. Aussi les différences dont nous parlons paraissent-elles dépendre principalement de la constitution du cristal, car elles sont liées avec la transparence des lames, leur élasticité, leur mollesse, etc.... comme je l'ai déja fait remarquer dans mon premier Mémoire.

On peut même concevoir que la différence des coëfficiens m et n soit si petite dans certaines substances, qu'elles ne produisent pas d'oscillation; car si $m-n$ est nul, le temps des oscillations devient infini, et par conséquent l'oscillation n'a pas lieu. Enfin on pourrait imaginer aussi des lois telles, que le mouvement des particules lumineuses ne fût plus oscillatoire, et se changeât en une circulation continue.

Les résultats auxquels nous venons de parvenir, et les calculs mêmes sur lesquels ils sont établis, supposent que l'action du cristal sur la lumière est complète, c'est-à-dire, que les molécules lumineuses ont pénétré assez avant dans son intérieur, pour que les forces qui les sollicitent soient désormais constantes. Pour savoir ce qui se passe avant cette limite, il semble qu'il n'y ait qu'à suivre une marche analogue à celle que l'auteur de la Mécanique céleste a tracée en calculant la marche de la lumière lorsqu'elle s'approche de la surface des corps, et qu'elle pénètre dans l'intérieur de leur substance. Mais dans le cas des oscillations, nous avons deux difficultés de plus à surmonter.

La première tient à la nature même des forces qui solli-

citent les molécules lumineuses. Dans la réfraction ordinaire la direction de ces forces est connue; on sait qu'elles se réduisent à une attraction perpendiculaire à la surface des corps, et qui, semblable aux affinités chimiques, n'est sensible qu'à des distances très-petites. Mais dans le nouveau genre de phénomènes que nous entreprenons ici de considérer, nous ne savons pas par quelles périodes s'exercent les forces qui font osciller les molécules lumineuses; nous ignorons si l'étendue des oscillations est toujours la même, ou si elles n'ont pas une amplitude d'abord très-petite, et ensuite successivement croissante, jusqu'à une certaine profondeur après laquelle elle devient constante. Il paraît même qu'il faut avoir égard aux actions de ce genre, exercées sur les molécules lumineuses par les forces réfringentes ordinaires qui ont lieu près de la première surface du cristal; car, quoique ces forces ne s'étendent pas jusqu'à la profondeur à laquelle l'effet de la cristallisation commence à devenir sensible, cependant je me suis assuré par des expériences directes qu'elles modifient la lumière d'une manière analogue à ce que ferait un cristal; c'est-à-dire, par exemple, qu'un rayon polarisé, en tombant obliquement sur la surface d'un morceau de verre quelconque, et s'y réfractant, éprouve dans la direction de ses axes des déviations analogues à celles qu'un cristal produirait; et quoique j'aie reconnu la nécessité de donner à ces expériences, pour les rendre calculables, plus de précision que je n'ai pu encore le faire, cependant j'ai constaté avec certitude l'existence des actions dont je viens de parler, et par conséquent il sera nécessaire de les bien connaître avant d'aller plus loin dans cette théorie, puisque ce sont elles qui commencent à agir sur les rayons.

Une autre difficulté de ce genre de recherches tient à la nature même du mouvement oscillatoire. Dans la théorie de la réfraction ordinaire, la translation des molécules lumineuses se fait toujours dans un même sens; elles n'éprouvent ni oscillation, ni rebroussement dont il faille tenir compte. Cela fait que les intégrales peuvent être aisément étendues dans toute la longueur de la trajectoire qu'elles décrivent; mais lorsqu'il s'agit d'un mouvement oscillatoire, le changement de signe des vîtesses, et les alternatives des directions, donnent lieu à des difficultés de calculs qu'il ne paraît pas aisé de surmonter.

Ne pouvant donc suivre ici une marche théorique, nous sommes obligés de revenir à l'expérience, et d'y chercher directement les profondeurs diverses auxquelles pénètrent les molécules lumineuses de différente nature avant de commencer leurs oscillations. Or, cela est extrêmement facile d'après les rapports constans et la proportionnalité soutenue qui existent entre les longueurs des accès de réflexion et les épaisseurs auxquelles nos oscillations répondent. En effet, d'après les calculs établis par Newton dans son Optique, si l'on désigne par $2e'$ la longueur d'un accès pour une molécule lumineuse d'une longueur déterminée, il résulte de l'expérience que la moitié de cette longueur, ou e', sera la plus petite épaisseur à laquelle cette molécule commencera à se réfléchir pour la première fois. Ainsi, en désignant de même par $2e'$ l'épaisseur de nos lames qui répond à la durée d'une oscillation pour la même espèce de particules lumineuses, épaisseur qui est aussi donnée par l'expérience, on voit que la moitié de cette épaisseur ou e' sera la profondeur à laquelle cette molécule commencera à osciller; et le même calcul qui

a donné à Newton le rapport de longueur des accès pour les molécules lumineuses de diverses couleurs, nous donnera également les profondeurs diverses auxquelles ces molécules commencent leurs oscillations.

Nous avons vu plus haut, qu'en nommant m le rapport de réfraction dans le cristal, et R la distance de la terre au soleil, la lumière traverse l'espace e' dans un temps exprimé par $\frac{e' \cdot 493''}{m\mathrm{R}}$; de sorte qu'en nommant T le temps d'une oscillation entière, on a

$$\mathrm{T} = \frac{e' \cdot 986''}{m\mathrm{R}}.$$

Or, nous avons trouvé aussi $\mathrm{T} = \frac{\pi}{\sqrt{a}}$, par conséquent $a = \frac{\pi^2}{\mathrm{T}^2}$ on a donc aussi

$$a = \frac{\pi^2 m^2 \mathrm{R}^2}{e'^2 \cdot (986'')^2},$$

de sorte que l'intensité de l'action des forces polarisantes sur les molécules lumineuses de nature diverse, dépend de la valeur du coëfficient $\frac{m}{e'}$, et en raison de son carré.

Ce coëfficient est le quotient du rapport de réfraction qui convient à chaque molécule lumineuse, et de l'épaisseur à laquelle sa polarisation commence. Or, puisque les couleurs des rayons extraordinaires s'accordent parfaitement avec les couleurs des anneaux, il faut bien que les épaisseurs e' soient aussi proportionnelles entre elles dans les deux genres de phénomènes, et c'est ce que l'expérience confirme. Soit e', l'épaisseur primitive pour les premières molécules violettes qui confinent au noir; ε, l'épaisseur correspondante dans les

derniers rayons rouges qui sont à l'autre extrémité du spectre; on a, selon les expériences de Newton :

$$e_{,} = \varepsilon_{,}\ 0{,}6300.$$

Ce rapport lui a paru sensiblement le même dans toutes les substances; et s'il n'est pas rigoureusement exact, il est du moins peu différent de la vérité, puisqu'il s'accorde très-bien avec les phénomènes. Nommons de même μ le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour ces mêmes rayons rouges extrêmes, et m le rapport analogue pour les derniers rayons violets visibles, on a encore, suivant les expériences de Newton $m = \frac{\mu \cdot 78}{77}$.

Ce rapport est celui qu'il avait obtenu en faisant des expériences sur la dispersion du verre ordinaire, qui est peu différente de celle de nos cristaux; et regardant seulement cette évaluation comme approchée, elle serait encore suffisante, car les résultats que nous obtiendrons n'ont pas besoin d'une plus grande exactitude. D'après ces données, on aura

$$\frac{m}{e_{,}} = \frac{\mu}{\varepsilon_{,}} \cdot \frac{78}{77 \cdot 0{,}6300};$$

Par conséquent a étant l'intensité des forces répulsives pour les rayons violets extrêmes, on aura

$$a = \frac{\pi^2 R^2}{(986)^2} \frac{\mu^2}{\varepsilon_{,}^2} \cdot \frac{78^2}{77^2 \cdot 0{,}6300^2} = \frac{\pi^2 R^2 \mu^2}{(986)^2 \varepsilon'^2} \cdot 2{,}5854;$$

Mais en représentant par α l'intensité correspondante pour les rayons extrêmes du rouge, on aura

$$\alpha = \frac{\pi^2 R^2}{986^2} \cdot \frac{\mu^2}{\varepsilon_{,}^2};$$

de là on tire

$$a = \alpha \,.\, 2{,}5854,$$

c'est-à-dire, que l'intensité de la force répulsive qui s'exerce *sur les dernières molécules violettes est deux fois et demie aussi forte que celle qui s'exerce sur les dernières molécules rouges, à distances égales de leurs centres;* ce qui, relativement à l'ordre d'intensité, s'accorde avec tous les résultats physiques que l'on a pu observer sur les molécules diverses.

Maintenant, si l'on nomme T et θ les temps des oscillations correspondans à ces deux espèces de molécules, on aura

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{a}}; \ \theta = \frac{\pi}{\sqrt{\alpha}},$$

par conséquent

$$T = \theta \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{a}};$$

or

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{2{,}5854}} = 0{,}62192;$$

par conséquent

$$T = \theta \,.\, 0{,}62192,$$

c'est-à-dire, que le temps des oscillations des dernières molécules violettes est moindre que le temps des oscillations des dernières molécules rouges; les premières oscillent plus rapidement que les autres dans le rapport de 62 à 100.

Il est vrai que les molécules violettes se transportent aussi plus rapidement que les autres; et si l'excès de leur accélération de vîtesse compensait la rapidité de leurs oscillations,

il serait possible qu'elles n'eussent pas fait plus d'oscillations que d'autres, en traversant la même épaisseur; mais il n'en est pas ainsi; car d'après ce que nous avons trouvé plus haut par l'expérience, les épaisseurs e' traversées dans une demi-oscillation par les molécules violettes, sont moindres que les épaisseurs ε, également parcourues dans une demi-oscillation par les molécules rouges; et dans cette évaluation, qui est purement expérimentale, la vîtesse de translation et celle de circulation entrent toutes deux, et ont leur plein et entier effet.

Ce que nous venons de démontrer en comparant les molécules de lumière rouge aux molécules de lumière violette, a lieu proportionnellement pour toutes les autres espèces de molécules comprises entre ces deux-là, en employant les nombres qui leur conviennent. Ainsi, nous pourrons appliquer à nos lames la construction donnée par Newton dans la 4e partie du 2e livre de l'Optique; car cette construction n'est autre chose que celle des formules rapportées page 67, et appliquées à chaque espèce de molécules. Ainsi, ayant construit cette figure, que nous avons ici rapportée fig. 3, si l'on veut savoir quelle espèce de couleur composera le rayon extraordinaire pour une épaisseur donnée, on mènera une ligne A'H' parallèle à la ligne AH, à une distance HH' qui exprime cette épaisseur; les couleurs sur lesquelles passera cette ligne dans les espaces qui conviennent aux anneaux réfléchis, seront précisément les couleurs du rayon extraordinaire que montrera la lame sous l'incidence perpendiculaire; ou, ce qui revient au même, on se servira de la table que Newton a déduite de ces mêmes formules, et que j'ai rapportées dans mon premier Mémoire, page 184.

Ainsi, en partant des considérations que je viens d'exposer, on pourra calculer d'avance pour chaque épaisseur de nos lames l'espèce de teinte qu'elles doivent polariser sous l'incidence perpendiculaire, et on connaîtra ces teintes en les rapportant à la table de Newton. De plus, les limites des oscillations des molécules lumineuses étant zéro et $2i$, le rayon incident polarisé se divisera dans l'intérieur des lames en deux faisceaux colorés dont les axes de polarisation seront tournés dans chacun de ces azimuts. Supposant l'incidence perpendiculaire, et les deux surfaces de lame parallèles, les deux faisceaux ne se sépareront point en la traversant : par conséquent, si on les observe à l'œil nu, ils se confondront en un seul rayon blanc; mais si on les fait passer perpendiculairement à travers un rhomboïde de chaux carbonatée, dont la section principale fasse un angle α avec le plan de polarisation primitive, ils se sépareront en deux faisceaux, dont les intensités suivront les lois observées par Malus pour les rhomboïdes de chaux carbonatée, c'est-à-dire, qu'en nommant E la teinte polarisée par la lame dans l'azimut $2i$, et désignant par O la teinte complémentaire qui a repris sa polarisation primitive, les rayons ordinaires, extraordinaires, F_o F_e, auront pour valeur

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (2i - \alpha)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (2i - \alpha).$$

Ces expressions représenteront les phénomènes qui auront lieu si on analyse le rayon transmis en le faisant réfléchir sur une seconde glace. Ce sont précisément les mêmes que j'avais trouvées dans mon premier Mémoire par la seule comparaison empirique des observations.

Ainsi la théorie que je viens d'exposer reproduit fidèlement et avec exactitude les deux lois générales qui lui servent de base, celle des teintes et celle de la direction de la polarisation. Il est même aisé de se convaincre qu'elle n'est autre chose que l'expression abrégée et simplifiée de ces deux lois qui renferment tous les phénomènes que peuvent présenter les lames observées par transmission sous l'incidence perpendiculaire. Je vais maintenant montrer que la même théorie reproduit avec une égale exactitude tous les autres phénomènes de la réflexion et de la réfraction sous toutes les incidences quelconques, soit que le lumière incidente traverse une ou plusieurs lames, soit que les axes des lames se trouvent superposés parallèlement ou croisés sous un angle quelconque. Ce sera l'objet de la troisième partie de mon travail.

TROISIÈME PARTIE,

Lue à l'Institut en janvier 1813.

Les recherches que j'ai eu jusqu'à présent l'honneur de lire à la Classe, ont eu pour objet de constater par expérience le mouvement oscillatoire que prennent les molécules de la lumière, lorsqu'on leur fait traverser certaines substances cristallisées. J'ai déduit de l'observation les lois générales de ce mouvement pour l'incidence perpendiculaire, et j'ai fait voir ensuite qu'elles reproduisaient fidèlement les phénomènes qui leur avaient servi de base. Pour éprouver maintenant cette théorie d'une manière plus générale, il faut en faire sortir d'autres phénomènes indépendans de ceux qui

ont servi à l'établir. Il faut en déduire toutes les conséquences qu'elle comporte, et voir si l'expérience les réalise; c'est ce que j'ai fait en détail pour les diverses substances auxquelles ma théorie s'applique. Mais je me bornerai en ce moment à considérer les effets qui ont lieu lorsque la lumière traverse successivement plusieurs lames de ces substances, ou qu'elle se réfléchit à la seconde surface d'une d'entre elles sous l'incidence perpendiculaire.

Lorsqu'un rayon de lumière traverse perpendiculairement une lame de chaux sulfatée ou de cristal de roche taillée parallèlement à l'axe, nous avons vu que les molécules lumineuses pénètrent d'abord jusqu'à une petite profondeur sans éprouver de déviation sensible dans leurs axes de polarisation; mais arrivées à cette profondeur, qui est différente pour chacune d'elle selon leur couleur et leur réfrangibilité, elles se mettent à osciller autour de l'axe de la lame avec des vîtesses différentes dans des amplitudes égales, et ces oscillations se continuent ensuite à travers toute l'épaisseur du corps cristallisé. De là nous avons déduit par des raisonnemens mathématiques les modifications que les rayons polarisés éprouvent en traversant ces lames, c'est-à-dire, leur partage en deux faisceaux de polarisation diverse, les couleurs de ces faisceaux, et le sens de leur polarisation.

Maintenant, lorsque les particules lumineuses arrivent à la seconde surface des lames, à la surface par laquelle elles doivent sortir, elles se trouvent en général dans des périodes différentes de leurs oscillations, les unes au commencement, d'autres au milieu, d'autres à la fin. Pour prévoir l'effet qu'elles devront éprouver en arrivant à une seconde lame, il faut premièrement déterminer l'état où

elles sont quand elles sortent ainsi de la première; quel est le sort de ces molécules lorsque le corps cesse d'agir sur elles comme cristal. S'arrêtent-elles sur le point de repos près duquel elles se trouvent, ou continueront-elles à achever leur oscillation commencée? Pour décider cette question par la théorie, il faudrait savoir comment les forces qui produisent ces phénomènes décroissent près des surfaces des corps, et c'est ce que nous ignorons. Il faut donc sur ce point consulter l'expérience. Or, d'après les proportions rigoureuses qu'elle nous découvre entre les teintes des faisceaux polarisés et celles des anneaux réfléchis ou transmis, on voit qu'une partie des molécules lumineuses qui se trouve vers les limites de chaque oscillation, se polarise dans un sens et le reste dans l'autre; de même qu'une partie de la lumière est réfléchie et l'autre transmise vers les limites de chaque anneau; et ainsi, le sens de la polarisation pour chaque molécule est déterminé par la tendance qu'elle avait à l'instant de sa sortie du corps.

Il est impossible de dire rigoureusement en quoi consiste cette tendance, tant que nous ne savons pas comment, et par quelles causes, l'action du corps varie près de sa surface; mais les effets qu'elle produit sont incontestables : ils se manifestent sur-tout quand les molécules lumineuses sortent d'une lame pour entrer dans une autre. C'est ce que nous allons développer.

Lorsqu'on place l'une sur l'autre, à distance, plusieurs lames dont les surfaces et les axes sout parallèles, l'action totale de ce système sur la lumière est exactement la même que celle d'une seule lame dont l'épaisseur et la nature seraient les mêmes que celles des lames superposées. Pour

vérifier ce fait d'une manière rigoureuse, il faut prendre une lame de chaux sulfatée bien pure, la fendre avec adresse environ jusqu'à la moitié de sa longueur, la diviser ainsi en deux ou plusieurs lames plus minces, et introduire entre les morceaux une petite bande de papier noir. Cette bande, quoique mince par rapport aux mesures ordinaires, sera encore très-épaisse comparativement à l'étendue des oscillations; car dans la chaux sulfatée, lorsque leur étendue est arrivée à l'uniformité, elle ne surpasse pas $0^{mm},023$ pour les molécules violettes de l'extrémité du spectre. Maintenant, lorsqu'on expose une lame ainsi découpée à un rayon polarisé sous l'incidence perpendiculaire, on peut la tourner dans tous les azimuts, si on analyse la lumière émergente avec un rhomboïde de spath d'Islande, les deux faisceaux dans lesquels le rayon se divisera, seront absolument de même teinte dans la partie de la lame qui est découpée, et dans celle qui ne l'est pas. Or, les teintes des faisceaux dépendent absolument du nombre d'oscillations que les particules lumineuses font à travers la substance des lames; et comme dans le cas présent elles partent également du même état, c'est-à-dire, de la polarisation commune qu'elles avaient dans le rayon incident, il s'ensuit que les teintes des faisceaux émergens étant les mêmes, les nombres d'oscillations sont les mêmes aussi. Pour comprendre la conséquence de ceci, soit AB, fig. 4, la surface de sortie du premier corps, et ab la distance à cette surface à laquelle s'est terminée la dernière oscillation que la molécule y a faite en éprouvant l'action toute entière du corps. Supposons que la distance Bb soit ε. Si le corps se fût continué, la molécule aurait terminé son oscillation à une distance de AB exprimée par $2e' - \varepsilon$, e' étant l'épaisseur totale qu'elle

traverse pour une oscillation. Maintenant si A′B′ représente la surface d'une autre lame placée à distance, il faudra, d'après la loi que nous avons observée, que la molécule lumineuse, en entrant dans cette surface, y continue son oscillation, et arrive enfin au repos à une distance de A′B′ égale à $2e' - \varepsilon$, comme si le corps n'eût pas été interrompu, et cela doit se répéter autant de fois qu'on voudra.

Voilà ce que l'expérience prouve; car si cela n'avait pas lieu, et si les molécules, en entrant dans la seconde lame, ne commençaient leur oscillation qu'à la profondeur e', comme dans la première, alors, dans le passage d'une lame à une autre, il y aurait des molécules qui perdraient précisément une demi-oscillation, et d'autres plus, d'autres moins. Or, pour peu qu'on multipliât les intervalles des lames, cela suffirait pour séparer les molécules d'une manière notable; car, d'après la table de Newton, si le bleu du second ordre est représenté par le nombre 9, la valeur de e' pour les premières molécules violettes est $1\frac{2}{7}$: d'où il suit que par une section faite dans une pareille lame, le nombre 9 se réduirait à $7\frac{5}{7}$ pour la partie découpée, tandis qu'il répondrait encore à 9 pour l'autre. Or, $7\frac{5}{7}$ est extrêmement près du violet du second ordre; par conséquent l'on apercevrait une différence de teinte sensible entre les deux parties de la lame, ce qui est contraire à l'observation. La différence serait encore plus grande, si l'on formait dans la lame plusieurs sections au lieu d'une, et la teinte devrait en être changée de manière à devenir tout autre. Puis donc que rien de tout cela n'arrive, il faut que la compensation des mouvemens ait lieu suivant la loi que nous venons d'exposer, et que toutes les causes qui avaient

retardé ou accéléré les mouvemens de la molécule lumineuse à sa sortie de la première lame, changent de sens lorsqu'elle arrive à la seconde, c'est-à-dire, que ce qui avait été un principe de retard, le devienne d'accélération, et réciproquement.

Parmi les nombreuses épreuves que j'ai faites pour constater ce principe, j'en rapporterai une très-frappante. J'avais pris une lame de chaux sulfatée bien pure, qui par réfraction polarisait le verd du troisième ordre, lequel, dans la table de Newton, répond à l'épaisseur 16^{p},25. J'ai réussi à fendre cette lame en quatre autres que je n'ai pas d'abord enlevées, et qui même n'étaient séparées de la lame totale que dans une moitié de sa longueur. Ce systême, exposé perpendiculairement à un rayon polarisé, a donné précisément les mêmes teintes dans la partie découpée et dans celle qui ne l'était pas. Or, en enlevant successivement les quatre lames partielles, j'ai trouvé que la première, considérée isolément, polarisait un jaune du premier ordre légèrement orangé : l'ensemble des trois autres donnait un rouge orangé du second ordre. La seconde lame, enlevée à son tour, polarisait le jaune-pâle du premier ordre : l'ensemble des deux dernières donnait un violet du second ordre extrêmement faible d'intesité, et enfin chacune de celles-ci prise à part polarisait le blanc du premier ordre. En assignant à chacune de ces lames les valeurs qui leur correspondent dans la table de Newton, j'ai trouvé

$$\text{Pour la } \left.\begin{array}{l} 1^{re} \ldots\ldots\ldots 4,85 \\ 2^{e} \ldots\ldots\ldots 4,40 \\ 3^{e} \ldots\ldots\ldots 3,50 \\ 4^{e} \ldots\ldots\ldots 3,50 \end{array}\right\} 16,25.$$

Ces valeurs satisfont également aux teintes que les lames ont présentées dans leurs combinaisons successives, car la somme des trois dernières donne 11,4 intermédiaire entre l'orangé du second ordre et le rouge. Enfin, la somme des deux dernières donne 7, et répond à un violet extrêmement faible et presque nul, qui se trouve en effet dans le passage du premier au second anneau. Mais maintenant la lame totale étant ainsi résolue en quatre autres du premier ordre, c'est-à-dire, dans chacune desquelles les molécules lumineuses ne font qu'une oscillation ou un peu plus d'une oscillation entière, on voit que la moindre perte d'épaisseur dans la manière dont les oscillations se renouent d'une lame à une autre, deviendrait extrêmement sensible; car si cette perte répondait par exemple à une demi-oscillation, comme cela a lieu à l'entrée de la lumière dans la première surface, la somme des quatre lames se serait trouvée diminuée de $5^{p}\frac{1}{7}$, ce qui l'aurait réduite à $11^{p}25$; et alors, au lieu de polariser le verd vif du troisième ordre, elle aurait polarisé le rouge éclatant du second. Puis donc que rien de tout cela n'arrive, il faut en conclure que les oscillations se renouent d'une lame à une autre, quand leurs axes sont parallèles, comme s'il n'y avait pas entre elles de séparation.

Cette compensation peut encore se prouver d'une autre manière. Si l'on superpose un nombre quelconque de lames dont les axes soient parallèles, et qu'on les mêle comme on voudra dans un ordre arbitraire, la teinte des faisceaux qu'elles donnent ne change point. J'avais déja décrit cette observation. Or, selon qu'on met en avant une lame plus épaisse ou plus mince, les diverses molécules lumineuses se trouvent plus ou moins près de leur dernière oscillation

à l'instant où l'action du corps sur elles commence à n'être plus constante. Il faut donc qu'elles conservent, en arrivant sur la seconde lame, des traces de ces états divers, et de même en passant de la seconde à la troisième; et ainsi de suite, puisqu'après les avoir traversées toutes, elles se retrouvent constamment dans les mêmes dispositions.

On voit par ces exemples que les molécules lumineuses qui ont traversé de pareilles lames, ont acquis des dispositions qu'elles conservent et transportent avec elles à toutes distances quand elles en sont sorties. Ainsi les molécules qui se trouvaient au commencement d'une oscillation, quand l'influence du corps sur elles a commencé à devenir variable, conservent une modification ou disposition telle, qu'elles pénètrent dans le second milieu plus avant que d'autres avant de parvenir au repos, et ainsi de suite. Chacune de ces molécules, selon la période des accès où elle se trouve à l'instant de sa sortie du premier corps, porte avec elle des dispositions qui en dépendent dans le second.

De quelle nature sont ces modifications? Tiennent-elles seulement à la direction différente dans laquelle les molécules lumineuses tournent leurs axes aux divers périodes de leurs oscillations, différence qui modifierait ensuite l'action que la seconde lame exercerait sur elle? ou bien tiendraient-elles à quelque propriété physique que ces molécules acquerraient dans l'intérieur des lames, et qui aurait des intensités différentes dans les différens périodes d'une même oscillation? Ce sont des questions que je ne cherche point ici à résoudre; il me suffit d'avoir constaté par l'expérience que ces affections singulières existent et conservent leur influence après que la lumière est sortie des corps

qui les produisaient. On voit d'ailleurs qu'il ne serait pas juste de vouloir tirer ces phénomènes de la théorie que j'ai exposée, puisque cette théorie ne s'applique qu'aux cas où l'action des lames sur la lumière est complète, et qu'ici au contraire il s'agit de déterminer ce qui arrive quand cette action devient variable près de la surface des corps.

En comparant les lois des teintes avec celle des anneaux, nous avons trouvé que les molécules primitivement polarisées par la réflexion ne commençaient à osciller dans la première lame qu'après avoir traversé une certaine épaisseur e'. Cette épaisseur est très-considérable relativement à la distance à laquelle agissent les forces réfringentes ordinaires, et ces dernières se sont déja compensées bien avant que la molécule arrive à l'épaisseur e'; ceci est conforme avec les indications de plusieurs autres phénomènes où l'on peut comparer les deux genres de réfraction. Mais on peut aussi prouver d'une manière frappante que la même chose a encore lieu à la surface de sortie, et que quand les molécules lumineuses s'y trouvent, elles sont tout-à-fait hors de l'action des forces qui produisent la réfraction extraordinaire dans l'intérieur du cristal. Elles en sont, dis-je, aussi éloignées que si elles en étaient à 100 mètres de distance. Pour prouver cette vérité, j'ai disposé un rayon polarisé SL, fig. 5, de manière qu'il tombât perpendiculairement sur une lame L de chaux sulfatée, et je me suis assuré que cette condition était remplie en dirigeant la lame de manière que le rayon réfléchi LR tombât sur la surface même, ou tout près de la surface AB, qui avait produit la polarisation. Dans ce cas, il s'opère deux réflexions sur la lame, l'une à sa première surface, l'autre à la seconde. La première ne donne qu'un rayon

blanc, cela est un fait bien sûr, et il est reconnu qu'à cette distance les forces polarisantes du cristal n'ont pas d'action sensible. La portion de lumière qui a échappé à cette première réflexion se divise en deux genres de polarisation en traversant la lame; et quoique les deux faisceaux qui composent cette lumière ne se séparent point sous l'incidence perpendiculaire, ils sont cependant réfléchis chacun avec le genre de polarisation qu'ils ont acquise selon les lois de la double réfraction; par conséquent le faisceau réfracté ordinairement se réfléchit ordinairement, *et vice versâ*. Mais dans cette réflexion, il se passe un autre phénomène; lorsqu'on analyse par un cristal la lumière réfléchie, on trouve qu'elle se divise en deux couleurs, précisément comme si elle avait traversé deux lames parallèles égales en épaisseur à la lame L. Cela ne peut pas se reconnaître sur le faisceau ordinaire, qui reprend sa polarisation primitive, parce que ce faisceau reste mêlé avec la lumière blanche réfléchie par la première surface, laquelle reste aussi à l'état ordinaire; mais on s'en aperçoit sur la teinte du faisceau extraordinaire, qui se trouve ainsi tout-à-fait séparé de l'autre lorsque l'axe de la lame est tourné dans l'azimut de 45°; c'est-à-dire, forme un angle de 45° avec le plan de polarisation primitive du rayon incident. Alors on voit que ce faisceau réfléchi diffère de la teinte du faisceau que la lame polarise par transmission, et en rapportant ces deux teintes à la table de Newton, on voit que la première répond toujours à une épaisseur double de l'autre; c'est-à-dire, double de l'épaisseur de la lame soumise à l'expérience.

Par exemple, j'ai pris la lame n° 9 de l'expérience rapportée page 217 de mon premier Mémoire : cette lame,

réduite à l'échelle de Newton, a pour épaisseur $4^{p},6$: vue par transmission dans l'azimut de 45°, elle polarise le jaune du premier ordre. Le faisceau qui conserve la polarisation primitive est un bleu très-faible et sombre; mais en observant cette lame par réflexion sous l'incidence perpendiculaire, on a un rayon extraordinaire qui, au lieu d'être jaune, est d'un beau bleu céleste, et le rayon ordinaire est blanc légèrement jaunâtre. En effet, deux fois $4^{p},6$ font $9^{p},2$, qui répond au bleu du second ordre, bleu très-vif et très-lumineux.

Autre exemple : j'ai pris la lame n° 3 de la même expérience; son épaisseur réduite est exprimée par $13^{p},8$, et, conformément à ce nombre, elle polarise par transmission le rouge pourpre du troisième ordre; le faisceau qui conserve sa polarisation primitive est jaune. Par réflexion cette lame donne un rayon extraordinaire rouge. En effet, deux fois 13,8 font 27,6, qui est presque exactement le rouge du quatrième ordre.

Enfin, j'ai pris une lame que je n'ai point mesurée, mais qui, sous l'incidence perpendiculaire, polarisait par transmission un jaune légèrement verdâtre. L'autre faisceau était pourpre; je juge d'après la teinte que c'est le jaune du second ordre qui est représenté dans la table de Newton par $10\frac{2}{5}$. Cette lame observée, par réflexion, doit donner un rayon extraordinaire correspondant à l'épaisseur double, c'est-à-dire à $20\frac{4}{5}$: c'est donc le rouge bleuâtre du troisième ordre, au lieu du jaune du second. En effet, cela se trouve parfaitement conforme à l'expérience; le rayon extraordinaire réfléchi s'est trouvé d'un rouge rose, espèce de teinte qui est particulière au rouge du quatrième anneau.

Dans ces expériences, je ne pouvais voir que la teinte du

faisceau réfléchi qui perdait sa polarisation primitive; l'autre faisceau, qui la conservait, se mêlait à la lumière blanche réfléchie par la première surface de la lame, et y produisait seulement une légère coloration. Je ne pouvais donc juger des teintes qu'isolément; et quoique l'ensemble des expériences montrât avec évidence que le faisceau extraordinaire réfléchi répondait à une épaisseur double, on aurait pu toujours élever des doutes sur la parfaite comparaison des teintes, et supposer que le faisceau réfléchi pouvait différer plus ou moins de cette loi. Pour éloigner tout soupçon, j'ai placé derrière la lame, et parallèlement à sa surface, une glace étamée GG qui en était éloignée d'un décimètre : cette glace recevait donc aussi les rayons transmis sous l'incidence perpendiculaire, et elle les renvoyait avec leur polarisation primitive, comme on peut aisément le vérifier par l'expérience, le tain ne faisant qu'augmenter l'intensité de la réflexion. En plaçant mon œil tout près de la lame de verre horizontale AB qui produisait par sa réflexion le rayon polarisé, je pouvais voir à-la-fois et à côté les unes des autres, 1° l'image blanche réfléchie directement par la glace étamée; 2° l'image réfléchie directement par la seconde surface de la lame de chaux sulfatée; 3° l'image de la lumière qui avait traversé une seule fois la lame, et que la glace étamée renvoyait à mon œil; 4° enfin, la lumière qui, après avoir traversé une première fois la lame et avoir été réfléchie par la glace, traversait encore la lame de nouveau. Or, en analysant cette dernière portion de la lumière qui avait traversé deux fois la lame cristallisée, on y découvrait un rayon extraordinaire précisément de même teinte que celui qui était renvoyé par la seconde surface de la lame elle-même; par exemple, avec la dernière

lame des expériences précédentes, les deux faisceaux étaient également d'un rouge rose sans que l'on pût apercevoir la plus légère différence entre eux; mais de plus, comme les points où ces rayons divers rencontraient la lame n'était pas rigoureusement les mêmes, il arrivait que dans le rayon réfléchi du dehors, on pouvait voir aussi le rayon ordinaire qui était vert, au lieu que dans la lumière réfléchie par la seconde surface de la lame, ce faisceau se confondait avec la lumière blanche que la première surface réfléchissait; ainsi, dans cette expérience, comme dans les précédentes, on voit que la lumière réfléchie par la seconde surface d'une lame de chaux sulfatée est modifiée précisément de la même manière que celle qui traverse deux fois la lame après en être sortie : or, cette lumière est réfléchie par l'action des forces répulsives ordinaires de la face d'émergence, par conséquent ces forces n'agissent qu'après que celles qui produisent la polarisation dans le cristal ont cessé d'être sensibles.

En admettant ce résultat, qui recevra encore d'autres confirmations plus frappantes par les phénomènes de la réflexion sous les incidences obliques, on voit que le doublement des teintes réfléchies sous l'incidence perpendiculaire est un résultat nécessaire de la théorie des oscillations. De plus, puisque la seconde surface ne fait que renvoyer les molécules lumineuses sans changer la direction de leurs axes, on voit que la polarisation du faisceau réfléchi doit être dirigé exactement dans le même sens que celle du faisceau transmis, c'est-à-dire, dans l'azimut $2i$, si l'on désigne par i l'angle formé par le plan de polarisation primitive des molécules incidentes avec l'axe de la lame cristallisée; et

par conséquent, lorsqu'on voudra analyser cette lumière réfléchie en se servant d'un prisme de cristal d'Islande, ou de la réflexion sur une glace, on voit que pour que la séparation des teintes des deux faisceaux soit complète, il faudra placer l'axe de la lame de manière que l'on ait $i = 45°$: tous ces résultats sont exactement conformes aux observations.

D'après ce que nous venons de voir, lorsque plusieurs lames sont superposées de manière que leurs axes soient parallèles, leurs actions sur la lumière s'ajoutent; elles se retranchent, au contraîre, lorsque les axes sont rectangulaires. Ce fait n'est pas moins constant que le précédent. Je l'ai établi de même, au commencement de ces recherches, par un grand nombre d'expériences, et j'ai prouvé qu'il s'étend à des plaques d'une épaisseur quelconque, ce qui nous a fourni le moyen d'y rendre sensibles les oscillations des molécules lumineuses, et les couleurs résultantes de ces oscillations. Généralement, soit E l'épaisseur de la première lame, E′ celle de la seconde; si elles sont de même nature, et cristallisées de la même manière, la teinte de la polarisation définitive est celle que produirait l'épaisseur $E' - E$: si les lames ne sont pas de même nature, ou si elles sont inégalement cristallisées, il faut avoir égard à l'intensité de leurs actions. On doit donc regarder ce fait comme une condition qui établit la manière dont les oscillations doivent se lier dans le passage d'une lame à l'autre, lorsque les axes sont croisés à angles droits; et ceci nous offre encore une confirmation de ce que nous avions trouvé plus haut, savoir, que les molécules lumineuses, après être sorties de la première lame, conservent des traces des actions qu'elles y ont subies, et se trouvent par-là différemment disposées à obéir

à l'action de la seconde lame, quand elles commencent à y pénétrer.

Ces effets résultant de la variation des forces près des surfaces des corps, nous sommes obligés de les tirer immédiatement de l'expérience; mais quant au sens de la polarisation définitive, comme il dépend de l'action totale des lames, on peut dans tous les cas le déduire immédiatement de la théorie, et l'expérience s'y trouve exactement conforme. Ainsi, lorsque plusieurs lames sont superposées de manière que leurs axes soient parallèles, si on les expose perpendiculairement à un rayon polarisé, on trouve que le sens de la polarisation définitive du rayon émergent sera le même que s'il n'eût traversé qu'une seule de ces lames, ce qui au reste semble presque évident de soi-même; mais ce qui l'est moins, et ce qui est également indiqué par la théorie comme par l'expérience, c'est que le sens de la polarisation définitive est encore le même pour une seule lame que pour deux systêmes de lames superposées à angles droits, avec cette seule différence que, dans ce dernier cas, les molécules lumineuses se trouvent diamétralement retournées, de façon que leurs axes ont décrit une demi-circonférence; ce qui, à cause de leur symétrie, ne change nullement les influences qu'elles éprouvent de la part des cristaux qu'elles peuvent ensuite traverser.

La démonstration de cette propriété est facile par la théorie; car soit ACA', fig. 6, l'axe de la première lame ou du premier systême de lames formant un angle $ACZ = i$ avec la direction primitive CZ de la polarisation; une partie des molécules incidentes conservera ses axes dans la direction CZ ou dans l'azimut zéro, et le reste tournera les siens dans

l'azimut $2i$, sur la direction de la ligne CR. Cela posé, si BCB′ représente l'axe de la seconde lame, elle formera avec CR un angle RCB $= 90 - i$; ainsi celles des molécules lumineuses qu'elle enlevera à la direction CR seront amenées de l'autre côté de CB, et tournées dans une direction telle, que leurs axes forment avec CB un angle égal à $90 - i$; or CB fait avec CZ un angle égal à $90^\circ + i$; ainsi la direction des axes de ces molécules fera avec CZ un angle égal à la somme des précédens, c'est-à-dire à $90 + i + 90 - i$ ou 180°; elles se trouveront donc retournées sur la ligne CZ. On démontrera de même que les molécules lumineuses qui seront tirées par la seconde lame hors de la direction CZ, seront amenées par elle dans la direction CR′, c'est-à-dire sur le prolongement de la première polarisation, ce qui est précisément la propriété que nous avons énoncée, et que l'expérience confirme.

De plus, si les plaques ainsi croisées sont également épaisses, il est facile de démontrer que les molécules lumineuses, après les avoir traversées toutes deux, auront toutes complètement repris leur polarisation primitive : car si nous considérons d'abord le faisceau qui, ayant traversé la première plaque, a repris sa polarisation suivant CZ, les molécules qui le composent auront fait dans cette plaque un nombre pair d'oscillations. Par conséquent, en traversant la seconde plaque, qui est supposée d'une épaisseur parfaitement égale à la première, elles y feront encore un nombre pair d'oscillations, et le même nombre pair que dans la première lame, puisque la durée des oscillations ne dépend point de leur amplitude. Ainsi, lorsque ces molécules auront traversé la seconde plaque, elles auront toutes replacé de

nouveau leurs axes suivant la direction de la polarisation primitive CZ. Considérons maintenant l'autre faisceau, qui, après avoir traversé la première plaque, a perdu sa polarisation primitive, et a tourné ses axes dans l'azimut CR. Les molécules qui le composent ont fait dans la première plaque un nombre impair d'oscillations; par conséquent elles en feront encore un nombre impair, et le même nombre impair dans la seconde, qui est supposée d'une épaisseur parfaitement égale. Or, chaque oscillation impaire amène leurs axes sur la direction CZ′, diamétralement opposée à la direction CZ de la polarisation primitive; par conséquent, en définitif, les axes des molécules que nous considérons se trouveront aussi retournées point pour point sur la ligne CZ, ce qui ne changera en rien les propriétés qu'elles montreront quand on leur fera traverser un cristal d'Islande; d'où l'on voit qu'en vertu de l'action successive des deux plaques égales et ainsi disposées, toute la lumière incidente, après les avoir traversées, aura complètement repris sa polarisation primitive, quel que soit l'azimut où l'on tourne simultanément les axes des deux plaques, pourvu que leurs surfaces restent toujours perpendiculaires au rayon incident; résultat en apparence fort extraordinaire, et qui pourtant n'est qu'une conséquence très-simple de la théorie.

Si les deux plaques ainsi croisées à angles droits ont des épaisseurs inégales e e', on prouvera de la même manière que la teinte polarisée par leur systême doit être celle que polariserait une seule plaque égale en épaisseur à leur différence; car si la plaque antérieure est e, et la postérieure e', celle-ci sera plus forte que l'autre ou plus faible : si elle est plus forte, on pourra la décomposer par la pensée en deux,

l'une de l'épaisseur e, qui détruira l'effet de la première; l'autre de l'épaisseur $e' - e$, qui agira ensuite comme elle aurait fait sur un rayon polarisé qui lui serait parvenu directement. Si au contraire e' est plus mince que e, il suffira de remarquer que la teinte produite par le systême de deux plaques croisées est la même, quelle que soit celle des deux plaques qui reçoive la première le rayon. Ainsi, en retournant le systême des deux plaques proposées, la teinte ne changera pas; mais alors on pourra lui appliquer la démonstration précédente, et par conséquent la teinte qu'il polarisera sera encore celle qui convient à la différence des épaisseurs.

Généralement, lorsqu'on place différentes lames les unes sur les autres, de manière que leurs axes soient tournés dans d'autres directions que le parallélisme ou la perpendicularité, les teintes polarisées par leur systême sont très-variables, même sous l'incidence perpendiculaire : cependant ces variations sont assujéties à des lois constantes que l'on découvrirait si l'on pouvait savoir par la théorie la manière dont les oscillations doivent se rejoindre, et, pour ainsi dire, se renouer d'une lame à l'autre; mais si cela n'est pas possible, du moins quant à présent, on peut toujours déterminer, dans tous les cas, les directions dans lesquelles les polarisations des faisceaux émergens pourront être dirigées; et de cette manière, tous les phénomènes qui devront être produits par un pareil systême de lames se trouveront exprimés en formules générales dans lesquelles il ne restera plus à déterminer que quelques coëfficiens.

Prenons d'abord, par exemple, le cas où l'on superposerait deux lames en croisant leurs axes de manière qu'ils forment entre eux un angle constant a : soit, comme précé-

demment, i l'azimut de l'axe de la première lame, i' l'azimut de l'axe de la seconde, on aura par supposition

$$i' - i = a.$$

Maintenant la première lame laisse une partie de la lumière qui la traverse dans la direction de sa polarisation primitive, c'est-à-dire dans l'azimut zéro ; et elle polarise le reste dans l'azimut $2i$. Ces deux faisceaux, que nous pouvons séparer par la pensée, tombant ensuite sur la seconde lame, y éprouvent des effets analogues : une partie de la lumière qui était restée dans l'azimut zéro, y restera encore; une autre partie sera amenée par l'action de la seconde lame dans l'azimut $2i'$, le reste de la lumière a été polarisé par la première lame dans l'azimut $2i$, une portion y restera encore; mais une autre partie sera polarisée de nouveau par la seconde lame. Pour savoir dans quel sens s'opérera cette polarisation, il faut connaître l'angle que la précédente fait avec l'axe de la seconde lame. Or celui-ci est placé dans l'azimut i', la première polarisation avait lieu dans l'azimut $2i$; par conséquent elle forme avec l'axe de la seconde lame un angle égal à $i' - 2i$: sa nouvelle direction l'amènera de l'autre côté de cet axe à la même distance, c'est-à-dire dans l'azimut $i' + i' - 2i$ ou $2(i' - i)$; il pourra donc y avoir en tout, et il y aura en général quatre directions de polarisation, dans les azimuts 0, $2i$, $2i'$, $2(i' - i)$. Si l'on analyse la lumière émergente avec un rhomboïde de spath calcaire dont la section principale soit dirigée dans l'azimut 0, chacun de ces faisceaux donnera deux portions de lumière ordinaire et extraordinaire, de sorte qu'en représentant leurs intensités par des coëfficiens indéterminés A A_1 A_2 A_3,

on aura, d'après la loi de la double réfraction du spath d'Islande, ces deux valeurs pour les intensités des deux rayons ordinaire et extraordinaire:

$$F_o = A + A_1 \cos^2 2i + A_2 \cos^2 2i' + A_3 \cos^2 2(i' - i),$$
$$F_e = \quad A_1 \sin^2 2i + A_2 \sin^2 2i' + A_3 \sin^2 2(i' - i).$$

Nous faisons ici abstraction de la lumière blanche perdue par la réflexion; elle ne nous intéresse point dans cette recherche. Substituant au lieu de $i' - i$ sa valeur constante a, il vient

$$F_o = A + A_1 \cos^2 2i + A_2 \cos^2 2i' + A_3 \cos^2 2a,$$
$$F_e = \quad A_1 \sin^2 2i + A_2 \sin^2 2i' + A_3 \sin^2 2a;$$

à quoi il faut toujours joindre

$$i' - i = a.$$

Maintenant, pour déterminer les coëfficiens $A\ A_1\ A_2\ A_3$, mettons dans l'azimut o l'axe de la lame antérieure, de celle qui est traversée la première par le rayon polarisé, alors l'action de cette lame sur le rayon ne changera absolument rien à la polarisation primitive; par conséquent les termes dus à cette action disparaîtront d'eux-mêmes de la formule, et il ne restera que les termes dus à l'influence de la seconde lame considérée à part. Or, ces termes sont connus, d'après notre théorie, et d'après les expériences contenues dans mon premier Mémoire. Faisons donc $i = o$, nous aurons alors $i' = a$, et en substituant ces valeurs, il viendra

$$F_o = A + A_1 + (A_2 + A_3) \cos^2 2a; \quad F_e = (A_2 + A_3) \sin^2 2a.$$

Or, d'après notre théorie, en nommant O_1 le faisceau que

la seconde lame ne polarise pas dans la transmission directe, et E_1 celui qui devient alors extraordinaire, les valeurs précédentes de F_o et F_e doivent se réduire à celles-ci

$$F_o = O_1 + E_1 \cos^2 2a; \qquad F_e = E_1 \sin^2 2a;$$

par conséquent il faudra qu'on ait

$$A + A_1 = O_1 \qquad A_2 + A_3 = E_1.$$

Réciproquement, je dis que si l'on met l'axe de la seconde lame dans le méridien, il ne changera pas non plus la teinte que la première lame aurait donnée si elle eût agi seule, du moins tant que la section principale du rhomboïde qui sert pour analyser la lumière restera dans le méridien. En effet, lorsque la lumière a traversé la première lame, une partie est restée polarisée suivant le méridien CM, fig. 7, et l'autre a été polarisée suivant la ligne CR dans un azimut égal à $2i$. L'axe de la seconde lame, que nous supposons également dirigé suivant CM, n'agit point du tout sur la première partie, qui est tournée sur sa direction : quant à l'autre faisceau, qui est polarisé suivant CR, elle en laissera une partie; mais si elle polarise le reste, ce sera pour le faire passer de l'autre côté du méridien en CR′, dans un azimut égal à $-2i$, ou, ce qui reviendrait au même, elle lui fera décrire un angle double de RCM, c'est-à-dire, RCM + MCR′. Or, le faisceau ainsi polarisé suivant CR′, et celui qui est polarisé suivant CR tombant après leur émergence sur le rhomboïde de spath calcaire, dont la section principale est dirigée suivant CM, ils s'y réfracteront de la même manière, et par conséquent le résultat sera le même que si la polarisation suivant CR n'avait pas été troublée.

Ceci n'aurait plus lieu si on tournait le rhomboïde, et les couleurs changeraient; mais ce n'est pas là le cas que nous considérons.

Ainsi donc, en nommant O le faisceau polarisé ordinairement par la première lame, et E′ le faisceau polarisé par la seconde lame, on doit avoir, quand i' est nul,

$$F_o = A + A_2 + (A_1 + A_3)\cos^2 2a \qquad F_e = (A_1 + A_3)\sin^2 2a.$$

Or, sans la présence de la deuxième lame, on aurait

$$F_o = O + E\cos^2 2a \qquad F_e = E\sin^2 2a;$$

par conséquent

$$A + A_2 = O \qquad A_1 + A_3 = E;$$

on a déjà

$$A + A_1 = O_{,} \qquad A_2 + A_3 = E_{,}:$$

De-là on tire d'abord

$$A_2 = O - A \qquad A_3 = E - A_1 = E - O_{,} + A$$
$$A_1 = O_{,} - A \qquad A_3 = E_{,} - A_2 = E_{,} - O + A.$$

Ces deux valeurs de A_3 devant être égales entre elles, il faut, pour qu'elles soient possibles, que l'on ait toujours

$$E - O_{,} = E_{,} - O \quad \text{ou} \quad E + O = E_{,} + O_{,};$$

et en effet cette condition est toujours satisfaite; car E + O est la somme des deux faisceaux qui traversent la première lame, lorsqu'elle est seule exposée au rayon polarisé; et E′ + O′ est la somme des deux faisceaux qui traversent la seconde quand on la substitue à la première. Or, chacune

de ces sommes est égale à la lumière incidente moins la somme des rayons réfléchis qui forment du blanc, et que nous négligeons dans ces calculs.

On voit par-là qu'un de nos trois coëfficiens restera indéterminé. Supposons que ce soit A, nous aurons alors

$$A_1 = O_1 - A$$
$$A_2 = O_1 - A$$
$$A_3 = \frac{E + E_1 - O - O_1 + 2A}{2};$$

ce qui donne pour les deux rayons

$$F_o = A + (O_1 - A)\cos^2 2i + (O - A)\cos^2 2i' + \frac{(E + E_1 - O - O_1 + 2A)\cos^2 2a}{2}$$

$$F_e = \quad (O_1 - A)\sin^2 2i + (O - A)\sin^2 2i' + \frac{(E + E_1 - O - O_1 + 2A)\sin^2 2a}{2},$$

en se rappelant toujours que $a = i' - i$.

Voilà tout ce qu'on peut trouver de général et de commun à toutes les lames, parce que la partie de la formule qui se trouve maintenant déterminée dépend du simple mélange de leurs teintes, au lieu que le coëfficient A dépend de la teinte particulière donnée par la somme ou la différence de leurs épaiseurs quand les axes des lames sont croisés sous l'angle a. Cependant il existe un cas où F_o et F_e sont tout-à-fait indépendans de A : c'est celui où deux lames égales sont croisées à 45°; alors $2a = 90°$, par conséquent $\sin^2 2a = 1$; de plus $\sin^2 2i' = \sin^2 2(i + 45°) = \cos^2 2i$, par conséquent il devient

$$F_e = (O_1 - A)\sin^2 2i + (O - A)\cos^2 2i + \frac{E + E_1 - O - O_1 + 2A}{2}.$$

Maintenant, si les lames sont égales en épaisseur, $O_{,} = O$ et $E_{,} = E$; par conséquent, les coëfficiens de $\sin^2 2i$ et de $\cos^2 2i$ devenant égaux, i disparaît de la formule, et il reste

$$F_e = O - A + E - O + A \quad \text{ou} \quad F_e = E,$$

c'est-à-dire que la teinte du rayon extraordinaire est constante dans tous les azimuts, ainsi que son intensité; et l'une et l'autre sont égales à $E_{,}$, c'est-à-dire au maximum de la teinte extraordinaire que chacune de ces lames aurait donnée par transmission sous l'incidence perpendiculaire, en plaçant son axe dans l'azimut de 45°, par rapport au plan primitif de polarisation. Ce résultat m'avait été donné ainsi par le calcul avant que je l'eusse observé par expérience; mais je l'ai vérifié plusieurs fois depuis, en me servant de deux moitiés d'une même lame que je croise l'une sur l'autre sous l'angle de 45°, par la méthode décrite plus haut, page 28. Si l'on expose un pareil systême à un rayon polarisé, et si l'on analyse la lumière transmise en se servant d'un rhomboïde de cristal d'Islande, dont la section principale soit dirigée dans le plan primitif de polarisation, on trouve que la teinte extraordinaire est constante, quelque position que l'on donne aux lames en les tournant dans leur plan. L'intensité et la couleur de cette teinte sont les mêmes qu'aurait données une seule des deux lames dans l'azimut de 45°, comme on peut s'en assurer facilement en écartant un peu le rayon visuel du point où les lames se croisent : en un mot, dans cette circonstance le systême produit précisément le même effet qu'une plaque de cristal de roche taillée perpendiculairement à l'axe de cristallisation, et présentée de même perpendicu-

lairement au rayon polarisé : il ne faut pourtant pas se hâter de conclure de cette ressemblance l'identité complète de ces deux genres d'action ; car si l'on tourne le rhomboïde qui sert pour analyser la lumière, les teintes varient tout autrement dans les lames croisées que dans la plaque de cristal de roche, différence dont nous expliquerons la cause plus loin.

Les teintes données par les lames égales et croisées à 45° ne sont pas seulement constantes sous l'incidence perpendiculaire, elles le sont encore sous toutes les incidences et dans tous les azimuts, pourvu que le rhomboïde qui sert pour analyser la lumière ait sa section principale parallèle ou perpendiculaire au plan du méridien.

Mais si l'on tourne le rhomboïde dans son plan en laissant toujours sa première surface perpendiculaire aux rayons incidens, on voit les teintes des deux faisceaux se mêler d'une manière fort compliquée : la complication augmente encore, si les lames, au lieu d'être égales, sont inégales en épaisseur, et elle change suivant l'angle sous lequel elles sont croisées : mais toute cette difficulté n'est qu'apparente ; car, puisque nous avons trouvé que la lumière, après avoir traversé les deux lames, est généralement partagée en quatre faisceaux, dont nous avons déterminé les sens de polarisation, il est bien facile de déterminer la manière dont ces faisceaux se diviseront en tombant perpendiculairement sur la face naturelle d'un rhomboïde de spath d'Islande dont la section principale fera un angle connu avec la direction de la polarisation de chaque faisceau. Si nous nommons α l'azimut de la section principale du cristal par rapport au plan de polarisation primitif, il n'y a qu'à diminuer de α tous les

angles contenus sous les signes de sinus et de cosinus, et mettre, au lieu du terme constant A, $A\cos^2\alpha$ dans le rayon ordinaire, et $A\sin^2\alpha$ dans le rayon extraordinaire, de cette manière on aura

$$F_o = A\cos^2\alpha + (O_{,} - A)\cos^2(2i - \alpha) + (O - A)\cos^2(2i' - \alpha) + \frac{(E + E_{,} - O - O_{,} + 2A)}{2}\cos^2(2a - \alpha)$$

$$F_e = A\sin^2\alpha + (O_{,} - A)\sin^2(2i - \alpha) + (O - A)\sin^2(2i' - \alpha) + \frac{(E + E_{,} - O - O_{,} + 2A)}{2}\sin^2(2a - \alpha).$$

Suivons les conséquences de cette formule, et commençons par les lames croisées à angles droits. Dans ce cas, on aura $a = 90^\circ$, puisque a est l'angle des lames; cette supposition donne $2i' - \alpha = 2i - \alpha + 180^\circ$; et ensuite

$$F_e = A\sin^2\alpha + (O_{,} + O - 2A)\sin^2(2i - \alpha) + \frac{(E + E_{,} - O - O_{,} + 2A)}{2}\sin^2\alpha;$$

si, de plus, les deux lames sont égales en epaisseur, on a $O = O'$, $E = E_{,}$; et dans ce cas, F_e est nul, quel que soit i sous l'incidence perpendiculaire, lorsque α est zéro; c'est ce que l'expérience constate d'une manière certaine : on a donc alors

$$0 = (O_{,} + O - 2A)\sin^2 2i,$$

et comme l'équation doit être satisfaite, quel que soit i, il s'ensuit qu'on a

$$O + O_{,} = 2A,$$

relation qui dans le cas actuel où $O = O_{,}$ se réduit à $O = A$. Servons-nous donc de cette valeur de A, et substituons-la en général dans le cas où α n'est pas nul, a étant toujours égal à 90°, nous aurons

$$F_e = O\sin^2\alpha + E\sin^2\alpha,$$

ou simplement

$$F_e = (O + E) \sin^2 \alpha;$$

c'est-à-dire que le rayon extraordinaire, observé à travers le rhomboïde, sera toujours blanc et d'une intensité précisément égale à ce qu'il aurait été si la lumière était arrivée directement au rhomboïde. Ce résultat est parfaitement conforme à l'expérience, comme je m'en suis plusieurs fois assuré. De plus, comme F_e ne contient plus i, on voit que ce résultat a lieu quelque position que l'on donne au système des deux lames dans son plan : en les faisant tourner sur elles-mêmes, la valeur de F_e n'éprouve aucun changement, ce que j'ai également vérifié.

Venons maintenant au cas où les deux lames toujours égales entre elles seraient croisées sous l'angle de 45° : dans ce cas, on aura donc $a = 45°$, et la valeur de F_e devient

$$F_e = A \sin^2 \alpha + (O - A) \sin^2 (2i - \alpha) + (O - A) \cos^2 (2i - \alpha) + (E - O + A) \cos^2 \alpha;$$

en réunissant les termes susceptibles de réduction, A disparaît, et il reste

$$F_e = O + (E - O) \cos^2 \alpha,$$

ou bien

$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \cos^2 \alpha.$$

La valeur de F_e est donc précisément la même qu'elle serait si la lumière ne traversait qu'une seule lame dont l'axe serait situé dans l'azimut de 45°. Le rayon extraordinaire donnera la teinte E séparée de l'autre quand α sera nul, c'est-à-dire quand la section principale du rhomboïde sera dans le méridien : au contraire, il donnera la teinte O

lorsque cette section principale sera perpendiculaire au méridien, ce qui donne $\alpha = 90°$; enfin il passera par le blanc dans la position intermédiaire du rhomboïde, où l'on aura $\alpha = 45°$. De plus, comme l'azimut i de la première lame a disparu de la formule, on voit que la position des lames autour du rayon polarisé n'influe pas sur le phénomène, et qu'ainsi on ne changera nullement les teintes en tournant le systême dans son plan d'une manière quelconque. J'ai vérifié par l'expérience ces résultats du calcul, et j'ai trouvé qu'elle les reproduisait très-exactement. Cependant, lorsque j'ai fait tourner le systême sur son plan, j'ai trouvé quelques petites variations à la vérité extrêmement légères, mais pourtant sensibles, dans les intensités des faisceaux; et lorsque j'ai tourné le rhomboïde dans la position où les deux images doivent être blanches, j'y ai quelquefois aperçu une légère coloration; mais ces petites différences viennent probablement de ce que, pour analyser la lumière, je me sers d'un prisme de spath d'Islande dont les faces, quoique peu inclinées l'une sur l'autre, rendent cependant impossible l'égalité absolue des deux images : sans doute aussi une partie de cette inégalité venait de ce que je n'avais à ma disposition que des moyens très-imparfaits pour rendre la première face de ce prisme perpendiculaire au rayon incident sur lequel les lames avaient agi; mais la coloration seule peut rendre ces petits écarts sensibles, et on ne les aperçoit nullement quand les axes sont rectangulaires, parce qu'alors les deux faisceaux sont blancs.

On peut encore tirer de nos formules plusieurs conséquences intéressantes; en voici une, par exemple, qui rend bien sensibles les modifications diverses que la lumière

éprouve en traversant successivement deux lames croisées. Supposons que l'axe de la première lame soit situé invariablement dans le plan du méridien, on aura

$$i = 0 \qquad i' = a,$$

ce qui, étant introduit dans la formule générale de la page 131, donne

$$F_o = O_{,} \cos^2 \alpha + \frac{(E + E_{,} + O - O_{,})}{2} \cos^2 (2a - \alpha)$$
$$F_e = O_{,} \sin^2 \alpha + \frac{(E + E_{,} + O - O_{,})}{2} \sin^2 (2a - \alpha),$$

ou parce que $E_{,} + O_{,} = E + O$,

$$F_o = O_{,} \cos^2 \alpha + E' \cos^2 (2a - \alpha)$$
$$F_e = O_{,} \sin^2 \alpha + E' \sin^2 (2a - \alpha).$$

L'effet est donc le même que si la seconde lame existait seule; et cela est tout simple, puisque i étant nul, la première laisse à toute la lumière incidente sa polarisation primitive. Maintenant mettons la seconde lame, au lieu de la première, dans l'azimut o, nous aurons alors $i' = 0$, d'où, à cause de $a = i' - i$, on tire $i = -a$, et les valeurs de F_o F_e deviennent

$$F_o = O \cos^2 \alpha + (O_{,} - A) \cos^2 (2a + \alpha) + \frac{(E + E_{,} - O - O_{,} + 2A)}{2} \cos^2 (2a - \alpha)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + (O_{,} - A) \sin^2 (2a + \alpha) + \frac{(E + E_{,} - O - O_{,} + 2A)}{2} \sin^2 (2a - \alpha).$$

Or ces valeurs différeront toujours des premières, et la différence ne s'évanouirait pas même quand les lames seraient égales en épaisseur, car alors on aura

$$F_o = O \cos^2 \alpha + (O - A) \cos^2 (2a + \alpha) + (E - O + A) \cos^2 (2a - \alpha)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + (O - A) \sin^2 (2a + \alpha) + (E - O + A) \sin^2 (2a - \alpha),$$

valeurs qui différeront des premières, du moins en général, car elles contiennent A, et les autres ne le contiennent point. C'est aussi ce que l'expérience confirme. Ainsi, un même systême de deux lames également épaisses exposées perpendiculairemént à un rayon polarisé, ne produit pas le même effet sur la lumière lorsque l'axe de la première lame est dans le méridien, et lorsque l'axe de la seconde s'y trouve : dans le premier cas, la première lame n'agit point du tout sur la lumière, et la seconde seule exerce la polarisation; dans le second cas, la lame postérieure n'agit point sur la lumière qui n'a pas été polarisée par la première lame, mais elle agit sur celle que cette lame a déviée : voilà pourquoi il faut avoir égard à l'ordre dans lequel s'opèrent les actions successives. Il n'y aurait qu'un cas où la teinte donnée par le systême serait la même dans les deux circonstances, et ce cas serait celui où les deux lames auraient des épaisseurs égales et croisées à 45°, ce qui ferait disparaître A, et nous ramenerait au cas que nous avons examiné plus haut.

Généralement, quand les lames ont leurs axes parallèles, on a $i = i'$, ou $a = 0$, ce qui donne, en supposant α nul,

$$F_o = 2A + \frac{(E + E_{,} - O - O_{,})}{2} + (O + O_{,} - 2A)\cos^2 2i$$

$$F_e = (O + O_{,} - 2A)\sin^2 2i.$$

Dans ce cas, si l'on nomme $\varphi(e+e')$ la teinte du rayon extraordinaire qui répond à la somme des épaisseurs des deux lames, on a par l'expérience les mêmes phénomènes que donnerait une seule lame égale à leur somme, c'est-à-dire que $\varphi(e + e')$

est le rayon extraordinaire dans sa plus grande intensité, et par conséquent le rayon ordinaire est la teinte complémentaire, c'est-à-dire $\frac{O + E + O_{,} + E_{,}}{2} - \varphi(e + e')$, et l'on a, α étant toujours nul,

$$F_{o} = \frac{(O + E + O_{,} + E_{,})}{2} - \varphi(e + e') + \varphi(e + e')\cos^{2} 2i$$

$$F_{e} = \varphi(e + e')\sin^{2} 2i.$$

Il faut donc qu'on ait dans ce cas

$$O + O_{,} - 2A = \varphi(e + e'),$$

ce qui donne

$$2A + \frac{(E + E_{,} - O - O_{,})}{2} = O + O_{,} - \varphi(e + e') + \frac{E + E_{,} - O - O_{,}}{2}$$

ou $$\frac{E + E_{,} + O + O'}{2} - \varphi(e + e'),$$

ce qui s'accorde avec la valeur de F_{o}, qui exprime les teintes du rayon ordinaire.

Au contraire, si les lames sont à angles droits, α étant toujours nul, a est égal à 90°, et l'on a $i' = 90 + i$, ce qui donne

$$F_{o} = 2A + \frac{E + E_{,} - O - O_{,}}{2} + (O + O_{,} - 2A)\cos^{2} 2i'$$

$$F_{e} = (O + O_{,} - 2A)\sin^{2} 2i'.$$

Dans ce cas, si l'on nomme e' l'épaisseur de la lame la plus épaisse, et $\varphi(e' - e)$ la teinte extraordinaire que donnerait une lame égale en épaisseur à $e' - e$, l'expérience montre

que le système fait le même effet qu'une pareille lame, c'est-à-dire qu'il donne une teinte extraordinaire $\varphi(e'-e)$, et une teinte ordinaire $\frac{O+E+O_{,}+E_{,}}{2}-\varphi(e'-e)$; par conséquent on a

$$F_{o}=\frac{(O+E+O_{,}+E_{,})}{2}-\varphi(e'-e)+\varphi(e'-e)\cos^{2}2i'$$

$$F_{e}=\varphi(e'-e)\sin^{2}2i'.$$

Il faudrait donc qu'on eût dans le cas actuel

$$O+O'-2A=\varphi(e'-e),$$

ce qui donnerait

$$2A+\frac{E+E_{,}-O-O_{,}}{2}=\frac{(E+E_{,}+O+O_{,})}{2}-\varphi(e'-e),$$

précisément comme le veut l'expérience. Ces valeurs de $O+O'-2A$ sont ainsi connues pour les azimuts 0 et 90°; mais quelle sera leur valeur en général, c'est une chose que je n'ai pas encore cherché à déterminer, et qui ne peut l'être que par l'expérience.

De même que nous avons établi sans aucune hypothèse les formules générales de la page 131 pour deux lames superposées, on pourrait également obtenir de la même manière celles qui conviendraient à un nombre quelconque de lames; mais cela n'étant point utile pour les applications, il nous suffit d'avoir montré comment on peut y arriver.

On peut encore tirer de nos formules plusieurs autres conséquences intéressantes que l'expérience confirme toujours. Or, si l'on considère que les faits auxquels le calcul

vient de nous conduire, soit pour la réflexion, soit pour la transmission des teintes, n'étaient nullement prévus par l'observation, qu'ils ne sont entrés pour rien dans les fondemens de la théorie, et que néanmoins l'expérience se trouve constamment d'accord avec eux, lorsqu'on les vérifie avec les précautions nécessaires, on conviendra qu'un pareil accord offre une confirmation assez frappante de cette théorie, qui, ainsi que je l'ai déja remarqué, n'est point fondée sur une hypothèse, mais sur le simple développement des faits observés. J'espère montrer que la considération des incidences obliques ne lui est pas moins favorable, et qu'elle prédit encore avec autant de simplicité que de certitude tous les phénomènes que ces incidences peuvent présenter. Pour le moment, je me bornerai à une seule remarque. L'application scrupuleuse de cette théorie aux phénomènes nous a fait voir que la lumière, en traversant nos lames, y prend certaines propriétés ou dispositions particulières dont elle conserve encore des traces après sa sortie. Les phénomènes que nous avons considérés ne nous ont pas permis de prononcer sur la nature de ces modifications, et je me suis abstenu de former à cet égard aucune hypothèse, m'étant toujours proposé de ne point aller au-delà de l'expérience. Mais par d'autres observations que j'aurai dans peu l'honneur de soumettre à la Classe, je suis parvenu à prouver que les molécules lumineuses, dans certaines circonstances déterminées, acquièrent ainsi des propriétés permanentes qui ne tiennent point seulement à un changement de direction de leurs axes, mais à une véritable modification physique, telle que serait, par exemple, l'électricité ou le magnétisme pour un corps électrisé ou aimanté. Dans les

expériences des lames croisées que nous avons discutées tout-à-l'heure, ces modifications se sont manifestées à nous par leurs variations, par les changemens qu'elles éprouvaient aux surfaces d'entrée et de sortie, lorsque l'action des cristaux sur la lumière était devenue variable. De même, dans les nouvelles expériences dont je parle, ces nouvelles propriétés de la lumière se sont principalement manifestées par le développement graduel et progressif de leur intensité: c'est pourquoi il a fallu les établir directement par l'expérience, et l'on ne peut pas les demander à la théorie des oscillations, qui est uniquement propre au cas où l'action du cristal sur la lumière est devenue constante. Pour me servir ici d'un exemple qui rendra la chose sensible, c'est ainsi que dans la théorie du magnétisme les expériences faites avec des aiguilles aimantées à saturation ne sont pas propres à faire découvrir le mode graduel et progressif par lequel l'aimantation s'opère.

QUATRIÈME PARTIE.

Lue le 5 avril 1813.

Dans les premières parties de ce Mémoire, j'ai déterminé complètement tous les phénomènes de polarisation qui s'observent par réflexion ou par réfraction sous l'incidence perpendiculaire dans les lames minces ou épaisses de chaux sulfatée, de mica, de cristal de roche, et de beaucoup d'autres corps taillés parallèlement à leur axe de cristallisation. J'ai montré que tous ces phénomènes sont liés entre eux, et peuvent se déduire avec la plus grande rigueur d'une même

théorie, qui n'est au fond que leur expression la plus générale. Maintenant, pour mieux éprouver cette théorie, il faut l'appliquer aux phénomènes qu'offrent ces mêmes plaques sous des incidences obliques, et voir si elle peut servir encore à les prédire, à les représenter: l'épreuve sera d'autant plus rigoureuse, que ces phénomènes sont nombreux, variés, et que les plus remarquables d'entre eux ne se montrent pas directement, de sorte qu'on ne peut les découvrir que lorsqu'on y est conduit comme je l'ai été par une théorie qui permette de les prévoir. En effet, on peut se demander d'abord suivant quel sens s'opérera la polarisation dans nos plaques lorsqu'elles seront inclinées sur le rayon incident? et, si on analyse la lumière transmise en se servant d'un rhomboïde de spath d'Islande placé dans une direction connue relativement à l'axe de cristallisation des plaques, quel sera le rapport d'intensité des deux rayons ordinaire et extraordinaire? Dans quelles circonstances l'un ou l'autre de ces rayons deviendra nul? où atteindra-t-il ses *maxima* et *minima* d'intensité? et si, avant de tomber sur le rhomboïde, le rayon a traversé plusieurs lames inclinées les unes sur les autres d'un angle donné, et disposées comme on voudra entre elles, quelles modifications ce rayon aura-t-il acquises, et quel changement en résultera-t-il dans les intensités des deux faisceaux donnés par le rhomboïde? Jusqu'ici nous n'avons parlé que de la direction, de la polarisation et de l'intensité des images; mais si la lame est assez mince pour donner des faisceaux colorés, quelles variations les teintes de ces faisceaux éprouveront-elles par le changement d'incidence? comment varieront-elles? suivant quelles lois? Si la lame est trop épaisse pour donner immédiatement des images

colorées, ne peut-on pas lui en faire produire encore en modifiant le rayon lumineux par d'autres plaques convenablement disposées, comme je l'ai fait pour l'incidence perpendiculaire? et alors quelles seront les couleurs données par la plaque sous chaque incidence. Quels rapports existera-t-il entre ces couleurs et l'épaisseur ou l'inclinaison des plaques que le rayon aura traversées? quelle sera l'incidence à laquelle une couleur désignée se montrera? et réciproquement, quelle sera la couleur que l'on obtiendra sous chaque incidence donnée? De plus, j'ai fait déja remarquer que si l'on croise à angles droits deux lames d'épaisseur parfaitement égale, ou mieux encore, deux fragmens d'une même lame, il ne se produit plus aucune polarisation sous l'incidence perpendiculaire, mais la polarisation et les couleurs commencent à se montrer quand on incline le systême de deux lames sur le rayon polarisé. Il faut dire pourquoi ces couleurs se développent par l'obliquité, et sous quelles incidences elles doivent commencer à paraître. De-là, passant aux phénomènes produits par la réflexion, il faut montrer comment ils sont liés aux précédens; par exemple, quelle sera la direction de la polarisation pour les faisceaux lumineux réfléchis à la seconde surface d'une plaque donnée? dans quel cas ces faisceaux pourront-ils échapper à la réflexion? pourquoi, lorsque les lames sont assez minces, la réflexion donne-elle des couleurs? pourquoi ces couleurs sont-elles différentes suivant l'inclinaison et suivant les positions de la lame sur son plan? quels rapports ont-elles avec les couleurs transmises? par quelle raison ces couleurs cessent-elles de se manifester lorsque l'épaisseur des lames excède certaines limites? et quand elles ne se montrent plus immédiatement,

ne peut-on pas les déterminer de nouveau à reparaître, en modifiant convenablement la lumière incidente? enfin, quels rapports généraux tous ces phénomènes peuvent-ils avoir avec la position de l'axe de cristallisation, et quels changemens éprouvent-ils quand les plaques sont taillées en divers sens autour de cet axe? Toutes ces questions se trouvent résolues d'une manière simple et directe par la théorie des oscillations de la lumière que je présente aujourd'hui.

Dans ces recherches, je ferai d'abord abstraction de la portion de lumière blanche réfléchie à la première surface des lames. On sait que cette réflexion est indépendante de la figure des molécules du corps réflecteur, et j'ai ajouté des preuves décisives de ce fait à celles que l'on avait déja. Je ferai également abstraction de la faible portion de lumière qui se trouve polarisée dans l'acte de la réfraction même et perpendiculairement au plan de réfraction. On sait que ce phénomène, presque insensible dans une réfraction unique, est également indépendant de la cristallisation.

Maintenant, lorsqu'un rayon lumineux polarisé tombe sur une lame de chaux sulfatée sous une incidence déterminée, et dans une direction donnée relativement aux axes de cette lame, dans quel sens les molécules lumineuses tournent-elles leurs axes de polarisation lorsqu'elles la traversent? et si elles oscillent autour de leur centre de gravité, comme sous l'incidence perpendiculaire, quelles sont l'étendue et les limites des oscillations? Voilà les questions qu'il faut examiner d'abord.

Pour y répondre, il faut savoir que les surfaces réfringentes, même celles des corps non cristallisés, dévient les axes de polarisation des molécules lumineuses qui les tra-

versent obliquement. Je me suis assuré par des expériences directes que ce genre d'action est très-sensible, et je fais en ce moment construire un instrument qui en donnera la mesure exacte; mais ici il nous suffira de savoir qu'elle existe, et qu'elle imprime une direction aux axes de polarisation des molécules lumineuses, avant que celles-ci aient pénétré dans les lames assez profondément pour en éprouver l'influence comme corps cristallisé. Cette direction primitive est donc celle à partir de laquelle les axes de la lame exercent leurs forces répulsives. Or, je l'ai déterminée d'après l'expérience dans mon premier Mémoire, et toutes les observations que j'ai rapportées depuis, particulièrement celles des lames croisées, ont confirmé avec évidence les résultats auxquels j'étais parvenu. Voici la règle qui en résulte. Soit, fig. 8, MCS le plan de polarisation primitive du rayon SC. Je supposerai que c'est le méridien. Le plan d'incidence SCT coupe la surface de la lame suivant une ligne CT, qui est d'une grande inportance dans ces phénomènes. Soit A l'azimut de ce plan, ou l'angle dièdre qu'il forme avec le méridien, prenez dans le plan de la lame un angle oblique TCA égal à cet azimut : la ligne CA représentera la direction de la polarisation des molécules lumineuses, lorsqu'elles commencent à subir l'action de la lame, comme corps cristallisé. Tracez aussi dans le plan de la lame les deux axes rectangulaires CP, CR, et nommez i l'angle que le premier d'entre eux forme avec la trace CT du plan d'incidence. Lorsque le premier axe CP sera dirigé suivant CA, aucune des molécules lumineuses ne perdra sa polarisation primitive, ou du moins elles l'auront entièrement reprise après leur sortie, et la lame n'agira pas plus que ne ferait un morceau de verre. Alors,

quand les molécules sortiront de la lame, l'*azimut oblique* TCA se transformera en un azimut droit de même valeur, compté à partir du plan d'incidence, et les axes de polarisation se trouveront replacés dans le plan du méridien comme auparavant; mais si le premier axe CP de la lame ne coïncide pas avec la direction CA de la polarisation primitive, les molécules lumineuses se mettront à osciller autour de l'axe CP, comme elles auraient fait si l'incidence, au lieu d'être oblique, eût été perpendiculaire; c'est-à-dire que l'oscillation aura pour limite une ligne CL, formant avec CP un angle égal à celui que CP forme avec CA. Celles des molécules lumineuses qui feront un nombre pair d'oscillations en traversant la lame, reviendront dans la direction CA de la polarisation primitive; quand elles sortiront de la lame, l'azimut oblique ACT se transformera pour elles en un azimut droit de même valeur, comme précédemment, et elles paraîtront n'avoir point perdu leur polarisation primitive, parce qu'elles l'auront reprise; mais il n'en sera pas ainsi des molécules qui auront tourné leurs axes suivant la ligne CL. Car cette ligne forme avec CA un angle égal à 2PCA ou $2(i - A)$; ainsi, en ajoutant l'angle ACT, qui est A, on aura l'angle TCL égal à $A + 2(i - A)$. Maintenant, lorsque les molécules lumineuses sortiront de la lame, l'azimut oblique TCL ou $A + 2(i - A)$ se transformera en un azimut droit de même valeur, compté à partir du plan d'incidence. Si l'on veut le compter à partir du méridien CM, il faudra en retrancher l'azimut de CM, relativement au plan d'incidence, c'est-à-dire A, et ainsi il restera $2(i - A)$ pour l'angle formé par le méridien avec la direction de la nouvelle polarisation imprimée par la lame à une portion

des molécules lumineuses : ce sera l'azimut de cette nouvelle polarisation.

Par conséquent, si l'on analyse la lumière émergente en se servant d'un rhomboïde de spath d'Islande dont la section principale soit dirigée dans le plan du méridien, ce rhomboïde recevra une portion de lumière O polarisée suivant le méridien, et une autre portion E dirigée suivant l'azimut $2(i - A)$; par conséquent les intensités des deux rayons F_o F_e, ordinaire et extraordinaire, seront

$$[1] \quad F_o = O + E \cos^2 2(i - A) \qquad F_e = E \sin^2 2(i - A):$$

d'après cela on voit que le rayon extraordinaire F_e deviendra encore nul quand on aura $i - A = 90$ ou $i = 90 + A$. Il est aisé d'en voir la raison physique. Dans ce cas, le premier axe CP de la lame formera un angle droit avec la direction CA de la polarisation primitive; par conséquent l'étendue des oscillations sera de deux angles droits. Ainsi les molécules qui auront fait un nombre d'oscillations impair reviendront sur la direction Ca, prolongement de CA, comme celles qui auront fait un nombre d'oscillations pair; elles seront seulement retournées point pour point, mais ce retournement ne change en rien leurs propriétés. Lors donc que les molécules seront sorties de la lame, leurs axes se retrouveront tous replacés dans le méridien, comme si elles n'avaient pas fait d'oscillations, et voilà pourquoi le rayon F_e s'évanouit. Si le rhomboïde qui sert pour analyser la lumière n'avait pas sa section principale dirigée dans le plan du méridien, mais dans l'azimut α, alors l'angle de cette section principale avec le plan de polarisation nouvelle serait $\alpha - 2(i - A)$, et par

conséquent on aurait

$$[2] \quad \begin{aligned} F_o &= O \cos^2 \alpha + E \cos^2 [\alpha - 2(i - A)] \\ F_e &= O \sin^2 \alpha + E \sin^2 [\alpha - 2(i - A)]; \end{aligned}$$

les angles i et A doivent être comptés dans un même sens à partir du plan d'incidence, par exemple, de l'est à l'ouest. Voyez fig. 9. L'angle α doit aussi être compté dans le même sens, mais à partir du méridien. Si l'incidence est perpendiculaire, i — A devient l'azimut droit du premier axe de la lame, compté à partir du méridien, et l'on retombe sur les formules que j'ai données page 105.

Les formules [1] sont précisément celles que j'avais trouvées d'après la simple observation dans mon premier Mémoire; mais je n'avais pas aperçu alors comment elles se rapportaient à deux sens de polarisation différens. J'avais bien remarqué la compensation parfaite qui s'opérait entre l'azimut droit A et l'angle oblique ACT; j'avais bien remarqué aussi que ces formules s'accordaient avec celles que j'avais trouvées sous l'incidence perpendiculaire, mais je ne les avais pas liées les unes aux autres par la théorie des oscillations, et par conséquent je n'en avais pas déduit les formules [2]. Maintenant on voit que cette théorie des oscillations s'applique encore avec le même succès aux incidences obliques, et les formules qu'elle donne pour déterminer le sens de la polarisation des faisceaux sous toutes les incidences étant parfaitement conformes aux résultats des observations, fournissent une nouvelle confirmation de cette théorie.

Nous n'avons considéré que l'action d'une seule lame; si le rayon en traversait successivement plusieurs, on connaî-

trait les directions de la polarisation définitive de la même manière : car d'abord, par les formules que nous venons d'exposer, on connaîtrait les directions des axes des faisceaux polarisés par la première lame; appliquant ensuite à chacun de ceux-ci les mêmes formules, on connaîtrait la manière dont il se résout dans la seconde lame, et ainsi de suite : le calcul serait absolument le même que nous avons fait plus haut sous l'incidence perpendiculaire pour les lames croisées sous un angle quelconque.

Supposons, par exemple, qu'après être sorties de la première lame, les molécules lumineuses tombent sur une seconde lame parallèle à la première et croisée sur elle à angle droit. Soit, fig. 10, CP′ la direction du premier axe de cette seconde lame perpendiculaire à CP : représentons toujours par CA la direction des axes de polarisation des molécules lumineuses lorsqu'elles se sont introduites dans l'intérieur de la première lame, et qu'elles n'ont pas encore subi son action comme corps cristallisé. Prolongez les lignes CA, CP, de l'autre côté du point d'incidence C; alors ACa est la direction des axes pour les molécules lumineuses qui ont conservé leur polarisation primitive, et LCl formant avec CP un angle $LCP = ACP$, sera la direction des axes pour celles qui auront changé de polarisation. Maintenant, lorsque la seconde lame agira sur ces deux faisceaux, les molécules dirigées suivant CA termineront leurs oscillations dans une amplitude égale à $2ACP'$. Or $ACP' = 90 + ACP$; et on a aussi $lcP' = 90 + ACP$; ainsi la ligne Cl, prolongement de CL, sera la limite de ces oscillations. Il est facile de prouver de la même manière que les molécules dirigées suivant CL, en sortant de la première lame, termineront leurs

oscillations dans la seconde suivant C*a* prolongement de CA. Ainsi il n'y aura encore que deux directions distinctes de polarisation; et de plus, on peut prouver ici, comme pour l'incidence perpendiculaire, que le faisceau qui perd définitivement sa polarisation, et qui, en sortant de la seconde lame, se trouve polarisé suivant C*l*, est précisément celui qu'aurait donné une seule lame égale en action à la différence des deux lames superposées, en ayant égard à la variation opposée d'intensité que chacune d'elles subit par l'inclinaison.

Nous avons vu plus haut que lorsqu'on présente une lame de chaux sulfatée à un rayon polarisé, et sous l'incidence perpendiculaire, si l'on analyse la lumière réfléchie perpendiculairement par cette lame, on trouve que le rayon extraordinaire a la même teinte qu'il aurait s'il était produit par un rayon transmis à travers une lame d'une épaisseur double. Nous avons expliqué ce fait en remarquant que la lumière arrivée à la seconde surface de la lame se trouve hors de la portée des forces dépendantes de la figure des molécules du cristal; et par conséquent, lorsqu'elle revient sur elle-même, elle éprouve les mêmes influences que si elle était réfléchie d'une distance quelconque au-dehors du corps. Voici maintenant un autre fait en apparence contradictoire. Exposez une semblable lame à un rayon polarisé, mais sous une incidence oblique, sous celle qui produirait par réflexion la polarisation complète sur la première surface; mettez de plus le plan d'incidence dans l'azimut de 90, et ensuite tournez l'axe de la lame à 45° de ce plan; alors vous verrez que la lumière réfléchie est entièrement colorée, et colorée de la même teinte que la lame polarise par transmission sous cette incidence: si vous la tournez sur son plan, la teinte réfléchie

change d'intensité et de couleur. Quelle est la liaison de ce fait avec le premier que nous avons rapporté? ne semble-t-il pas que la lumière, dans son trajet à travers la lame oblique, avant et après la réflexion, traverse ainsi deux fois son épaisseur, ce qui devrait doubler le nombre de ses oscillations, et par conséquent rendre la teinte du rayon réfléchi différente de celle du rayon polarisé par la lame sous la même incidence? Cela paraît ainsi au premier coup-d'œil, mais la théorie des oscillations fait voir que cela n'est pas.

Soit, fig. 11, SC le rayon incident polarisé dans le plan du méridien SCM; soit SCT le plan d'incidence supposé perpendiculaire au précédent; et soit CT sa trace sur la lame. Si, à partir de CT, on prend sur la surface de cette dernière l'angle oblique TCA égal à un angle droit, la ligne CA sera la direction de l'axe de polarisation des molécules lumineuses, lorsqu'elles seront entrées dans l'intérieur de la lame, et qu'elles commenceront à ressentir l'influence de la cristallisation. Maintenant dans le plan de la lame menons la ligne CP à 45° sur CT, pour représenter son premier axe, et examinons quel sera l'état des molécules lumineuses quand elles se présenteront à la seconde surface de la lame pour en sortir. Il y en aura une partie qui auront repris leur polarisation primitive, celles-là auront leurs axes de polarisation dirigés suivant CA, c'est-à-dire perpendiculairement à CT. Quand elles parviendront à la seconde surface de la lame, elles y éprouveront les mêmes effets que si elles tombaient sur un morceau de verre, ou plus exactement sur la première surface de la lame elle-même. Or, elles se trouveront alors tournées, et inclinées de manière qu'elles seront tout-à-fait inaccessibles à ce genre de réflexion, et de

même par cette raison, en arrivant à la première surface de la lame, elles n'en avaient rien éprouvé : elles sortiront donc encore librement par la seconde surface comme elles étaient entrées par la première, et par conséquent aucune de ces molécules qui compose le faisceau ordinaire n'entrera dans la lumière réfléchie.

Considérons maintenant les autres molécules qui ont perdu leur polarisation primitive, et qui composent le faisceau extraordinaire; celle-ci ont leurs axes de polarisation à 45° de CP. Ainsi, puisque l'angle CPA est de 45°, elles sont dirigées suivant CT, c'est-à-dire dans le plan d'incidence même. Or, ces molécules n'échappent point à la réflexion; au contraire, elles sont dans la situation la plus favorable pour la subir; mais de plus, celles d'entre elles qui l'éprouvent cessent tout-à-fait leurs oscillations, et même elles perdent momentanément toute tendance à les continuer, parce qu'elles sont complétement polarisées par la force réfléchissante de la seconde surface qui les polarise complétement suivant CT: elles rentrent donc dans la lame précisément comme elles y étaient entrées d'abord, sous la même inclinaison, en faisant le même angle de 45° avec l'axe, et polarisées comme la première fois : elles sont dans le même état qu'un rayon polarisé qu'on introduirait derrière la lame avec ces conditions, ou plutôt elles se retrouvent précisément dans le même état où elles étaient en arrivant à la première surface de la lame pour la première fois. Ainsi donc elles doivent recommencer de même leurs oscillations en partant d'une position de polarisation primitive commune et également influencée ; elles doivent traverser de nouveau la lame comme la première fois, sans se désunir, puisqu'elles partent du même

état, et qu'elles sont soumises aux mêmes forces; leurs oscillations ne les séparent pas plus dans ce second trajet, qu'elles ne les ont séparées dans le premier; et voilà de quelle manière elles composent un rayon réfléchi exactement de même teinte que le rayon polarisé par transmission sous cette incidence.

On voit que cette permanence est due uniquement à la nouvelle polarisation complète que ces molécules reçoivent à la seconde surface : elle ne pourrait pas avoir lieu sans cette circonstance, et les molécules en rentrant dans la lame continueraient ou reprendraient leurs oscillations. C'est ce qui arrive sous l'incidence perpendiculaire, parce que les surfaces qui reçoivent le rayon perpendiculairement à sa direction ne font que le renvoyer sans modifier en rien la position des axes de ses molécules. Les forces réfringentes et réfléchissantes paraissent alors se faire équilibre dans ce genre d'action.

En revenant à l'incidence oblique, on observe que la teinte du rayon réfléchi change lorsqu'on tourne la lame sur son plan, sans changer l'incidence ni l'azimut du plan de réflexion; en même-temps son intensité diminue, et elle devient nulle lorsque l'un ou l'autre axe de la lame coïncide avec la trace CT du plan d'incidence. La raison de ce dernier phénomène est évidente, car si le premier axe CP de la lame coïncide avec CT, il se trouve à angle droit sur CA. Ainsi, dans ce cas, l'amplitude des oscillations est égale à une demi-circonférence, c'est-à-dire que les molécules qui devraient composer la teinte extraordinaire, ont simplement leurs axes retournés et dirigés suivant Ca, prolongement de CA, ce qui fait qu'elles échappent de même à la réflexion sur la seconde surface : si au contraire le premier axe CP

est rectangulaire sur CT, il coïncide alors avec CA, et il ne se produit point d'oscillation, ce qui fait que toutes les molécules échappent ensemble à la réflexion en arrivant à la seconde surface. Entre ces deux limites l'intensité du rayon réfléchi varie, et elle est a son maximum dans le cas que nous avons considéré d'abord, lorsque l'axe CP forme avec CA un angle de 45°; mais de plus, la teinte du rayon réfléchi varie avec l'azimut en même-temps que son intensité, parce que l'action de la lame sous une même incidence varie avec la position de son axe relativement au plan d'incidence : elle est la plus faible possible lorsque cet axe coïncide avec CT; et au contraire elle atteint son maximum lorsqu'il lui est perpendiculaire, comme nous l'avons démontré plus haut par l'expérience. La teinte du rayon qui perd sa polarisation primitive, et qui seule subit la réflexion à la seconde surface de la lame, doit donc varier quand on tourne la lame sur son plan; et en même temps son intensité doit changer selon que la direction des particules lumineuses les présente à la surface d'émergence dans un sens plus ou moins favorable à la réflexion.

Lorsque l'épaisseur des lames excède une certaine limite, elles ne produisent plus de couleur, et le rayon réfléchi est blanc; mais les molécules qui composent ce blanc n'en ont pas moins fait leurs oscillations en revenant de la seconde surface, et d'après la théorie on voit qu'il est aisé de rendre l'effet de ces oscillations sensible : il suffit pour cela de faire passer perpendiculairement le rayon réfléchi à travers une seconde plaque d'une épaisseur à-peu-près égale à la première, et dont les axes soient croisés à angles droits sur les siens; car l'action de cette seconde plaque, démêlant les

molécules que la première avait rassemblées, donnera par transmission un rayon extraordinaire tel que le comporte la différence d'épaisseur des deux plaques, et si cette différence est assez petite pour produire des couleurs, le rayon réfléchi par la première plaque et transmis par la seconde paraîtra coloré lorsqu'on l'analysera avec un rhomboïde de spath d'Islande, au lieu qu'il aurait paru blanc si la seconde plaque avait seulement été exposée à une lumière incidente directe, ou à un rayon polarisé par la réflexion. J'avais tiré ces conséquences de la théorie, et je les avais complétement rédigées telles qu'on les vient de lire, avant de les avoir vérifiées par l'expérience; mais je viens de le faire sur deux plaques épaisses de chaux sulfatée, et l'observation s'y est trouvée parfaitement conforme.

Je puis également tirer de la théorie un autre phénomène remarquable, et qui m'a été très-utile dans le commencement de mes recherches pour déterminer exactement les couleurs polarisées par les lames d'épaisseurs diverses : je veux parler de l'effet qu'elles produisent sur les rayons de lumière directe que l'on fait tomber sur leur surface avec une incidence telle, qu'elles puissent les polariser par réflexion. J'ai décrit ces phénomènes dans mon premier Mémoire. Soit, fig. 12, LL le plan de la lame, que je suppose horizontal. Désignons par CZ la trace du plan d'incidence, que je supposerai être le méridien : le rayon naturel qui tombe sur la lame dans ce plan éprouve d'abord une première polarisation à sa surface antérieure. Soit B la lumière blanche qui en résulte, et qui est polarisée ordinairement dans le plan vertical ZCZ. Le reste de la lumière naturelle qui a échappé à cette réflexion traverse la lame; mais elle ne s'y polarise point, ou plutôt elle n'y

éprouve qu'une polarisation confuse qui ne range point les axes de ses molécules sur un nombre fini de directions autour du point d'incidence. Ceci a été démontré par l'observation dans mon premier Mémoire, et l'on en voit bien aisément la cause par la théorie des oscillations. Car nous avons prouvé que l'axe CP du cristal laisse toujours à une partie des molécules leur polarisation primitive, et tourne les axes des autres dans l'azimut $2i$, en supposant que i désigne l'azimut de l'axe du cristal autour du plan de polarisation. Or, dans un rayon naturel, les axes de polarisation des molécules lumineuses sont dirigés dans tous les sens possibles; ainsi l'azimut $2i$ aura toutes les valeurs possibles depuis zéro jusqu'à la circonférence entière; c'est-à-dire que tous les axes de polarisation seront distribués uniformément autour du point d'incidence C : aussi la lumière transmise dans ces circonstances ne présente-t-elle aucun vestige de polarisation quand on l'analyse avec un rhomboïde de spath d'Islande, et elle donne deux images blanches égales en intensité. Maintenant, lorsque cette lumière blanche arrive à la seconde surface de la lame; elle s'y trouve hors de l'influence des forces répulsives dues à la cristallisation. Nous avons prouvé plus haut ce fait; elle y subit une réflexion partielle qui, à cause de l'incidence où l'on a placé la lame, polarise complétement le faisceau réfléchi, et tourne les axes de polarisation de ses particules dans la direction ZZ du plan d'incidence. Maintenant, lorsque ce faisceau rentre dans la lame, les molécules qui le composent se mettent de nouveau à osciller autour de l'axe de cristallisation CP; mais alors elles partent d'une position commune, qui est celle que la polarisation par réflexion leur a imprimée : une partie de ces molécules

faisant un nombre d'oscillations pair, se retrouve à sa sortie dans la direction de sa polarisation primitive CZ : cette portion, que nous nommerons O, s'ajoute à la lumière B, polarisée dans le même sens à la première surface, et forme un faisceau ordinaire B + O. Le reste de la lumière réfléchie qui a fait un nombre d'oscillations impair tourne, à sa sortie, ses axes dans un azimut double de l'angle ZCP; et par conséquent, si CP forme un angle de 45° avec CZ, la direction de cette polarisation extraordinaire sera CX, perpendiculaire à la première, et de plus la teinte de ce faisceau est la même que celle que la lame polarise par transmission sous l'incidence perpendiculaire. Ainsi, en recevant l'ensemble de toute la lumière réfléchie sur un verre noir placé sous l'inclinaison de la polarisation complète, et de manière que le plan d'incidence soit perpendiculaire au plan de polarisation ordinaire Z*z* le faisceau polarisé suivant Z*z* n'éprouvera aucune réflexion en tombant sur ce verre, et le traversera ou se combinera avec sa substance; mais le faisceau extraordinaire, polarisé suivant ZX, subira sur ce même verre la réflexion partielle; il sera même placé dans la situation la plus favorable pour la subir, et ainsi il donnera un rayon réfléchi qui sera tout entier composé de la teinte que la lame polarise par transmission sous cette incidence, par conséquent aussi sous l'incidence perpendiculaire; car ces deux teintes sont les mêmes dans la position présente de l'axe, à 45° du plan de la polarisation primitive ZZ.

Si l'épaisseur de la lame cristallisée excède certaines limites que nous avons fixées, la teinte ainsi réfléchie sur le verre noir est blanche; mais il est facile de prouver que les oscillations ont eu également lieu dans cette lumière ainsi mêlée.

Pour cela, au lieu de recevoir les faisceaux réfléchis sur un verre noir, il faut les analyser avec un prisme de cristal d'Islande; et avant qu'ils parviennent au prisme, il faut leur faire traverser une plaque de chaux sulfatée d'une épaisseur à-peu-près égale à la première, qui lui soit à-peu-près parallèle, et dont les axes soient dirigés à angles droits sur les siens. La lumière réfléchie, après avoir traversé cette seconde plaque, se divisera dans le prisme en deux faisceaux colorés; mais les teintes de ces faisceaux seront incomparablement moins vives que celles que l'on observait sur le verre noir avec les lames minces, et ceci est encore une conséquence de la théorie des oscillations; car, d'après cette théorie, la seconde plaque cristallisée n'agit pas seulement sur les portions de lumière O et E qui ont subi l'action de la première plaque, elle agit encore sur la portion de lumière blanche B qui, s'étant réfléchie à la première surface de la première lame, a été polarisée par cette réflexion dans le même sens que O. Puisque la seconde plaque est, par supposition, trop épaisse pour donner immédiatement des couleurs, elle séparera B en deux faisceaux blancs de polarisation diverse, qui se mêleront avec les faisceaux colorés provenant de E et de O, et affaibliront leurs teintes, conformément à l'observation.

Pour éviter cet inconvénient, il faudrait ne pas faire tomber sur la première plaque un rayon de lumière naturelle, mais un faisceau blanc déja polarisé perpendiculairement à la direction ZZ du plan d'incidence : par ce moyen il ne se ferait aucune réflexion à la première surface de la première plaque; toute la réflexion s'opérait à la seconde surface, et la lumière ainsi modifiée traversant ensuite la seconde plaque

rectangulaire sur l'autre, serait divisée par le prisme de cristal en deux faisceaux dont les teintes ne seraient point affaiblies par un mélange de lumière blanche; mais alors il est visible que l'on retombe sur la disposition d'appareil que nous avons décrite plus haut, page 152, et dont les effets se sont trouvés conformes à ce que la théorie indiquait.

J'ose croire que les résultats que je viens d'exposer sont assez nombreux et assez d'accord avec la théorie des oscillations pour l'établir avec quelque certitude, quand même cette théorie ne serait pas déja l'expression simple et rigoureuse des phénomènes qui ont lieu sous l'incidence perpendiculaire, comme je l'ai déja remarqué plus haut; mais ce qui prouve qu'elle en est véritablement l'expression simple, c'est l'accord parfait des phénomènes avec toutes les conséquences qu'on en déduit.

Jusqu'ici je n'ai considéré que la direction de la polarisation produite par les plaques sous les diverses incidences, je viens maintenant à la considération des teintes, qui, ainsi que je l'ai déja dit plusieurs fois, suivent des lois absolument indépendantes des intensités. Pour découvrir les causes des variations qu'elles éprouvent sous les diverses incidences, il faut considérer qu'elles dépendent en général du nombre d'oscillations que font les molécules lumineuses en traversant les lames cristallisées. Or, dans chaque position donnée, le nombre d'oscillations dépend de trois élémens : du trajet que la lumière fait dans le cristal, de l'intensité de la force répulsive qui produit la polarisation exercée par la lame, enfin de la vîtesse de translation des molécules lumineuses. La détermination complète et rigoureuse de ces trois élémens supposerait la connaissance des lois suivant lesquelles

la double réfraction s'opère dans les corps cristallisés que nous examinons, et si cette loi a été découverte par Huyghens pour la chaux carbonatée qui polarise les molécules lumineuses dans le sens de son axe, et dans la direction perpendiculaire, il est assez peu probable que la même construction s'applique encore à nos cristaux qui exercent la polarisation suivant des sens différens; ou du moins, si la marche du rayon dans ces deux cas se fait de la même manière, on n'en peut être assuré que par des expériences directes que je n'ai point encore tentées, et qui paraissent devoir être fort difficiles à cause du peu d'écart des deux faisceaux ordinaire et extraordinaire qui traversent ces corps, ce qui indique l'extrême faiblesse de leurs actions. Car dans toutes les substances cristallisées où l'on peut observer ainsi des couleurs, soit en les réduisant en lames minces, soit par le croisement des plaques épaisses, je trouve toujours que la double réfraction y est extrêmement faible, et communément plus faible que dans le cristal de roche, où elle est déja vingt fois moindre que dans la chaux carbonatée, suivant les résultats observés par Malus. Mais en attendant que l'on ait pu faire les expériences délicates que cette recherche exige, la faiblesse même des actions dont nous venons de parler permet de les représenter par une approximation qui, si elle n'est pas absolument rigoureuse, ce qu'il serait difficile de prononcer avec certitude, est du moins assez approchée pour représenter les phénomènes avec une exactude égale à celle des observations les plus précises.

Voici le principe : dans les cristaux que nous examinons, la double réfraction est très-faible; en sorte que le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire s'écartent très-peu l'un

de l'autre, et si peu, que leur séparation dans des plaques à surfaces parallèles ne devient sensible qu'à travers de très-grandes épaisseurs. Cela est ainsi, par exemple, dans le cristal de roche et dans la chaux sulfatée. On aura donc déja une évaluation très-approchée du trajet que fait la lumière à travers ces substances, en calculant ce trajet pour le rayon ordinaire, et avec le rapport ordinaire de réfraction. Quant à l'intensité même de la force répulsive qui produit la réfraction extraordinaire, on sait que dans la chaux carbonatée elle est proportionnelle au carré du sinus de l'angle que l'axe de cristallisation forme avec le rayon réfracté extraordinaire : ainsi, par analogie, on peut essayer s'il n'en serait pas de même dans les cristaux que nous examinons, et par une approximation analogue à celle dont nous avons fait tout-à-l'heure usage, on peut calculer cet angle avec le rapport de réfraction qui convient au rayon ordinaire. Enfin, quant au troisième élément, qui est la vîtesse du rayon extraordinaire, il est également visible qu'elle sera très-peu différente de celle du rayon ordinaire, et qu'ainsi on pourra employer l'une pour l'autre dans une première approximation. En effet, si on emploie ces élémens approchés, pour les plaques de chaux sulfatée, par exemple, et si l'on multiplie la longueur du trajet que la lumière fait dans ces plaques par le carré du sinus de l'angle que le rayon réfracté forme avec l'axe de cristallisation, le produit, réduit à l'échelle de la table de Newton, par le même facteur constant qui convient à l'incidence perpendiculaire, exprime à très-peu de chose près la teinte du rayon que la plaque polarise; et cette expression devient tout-à-fait rigoureuse, tout-à-fait conforme aux expériences, si l'on y joint un facteur dépen-

dant probablement de la vîtesse, et qui varie seulement entre neuf dixièmes et l'unité.

Considérons, par exemple, fig. 13, une plaque LL parallèle à l'axe de cristallisation, et supposons que l'on incline cette plaque sur le rayon incident polarisé, en maintenant son premier axe LL dans le plan d'incidence. Soit MI le rayon incident, IR le rayon réfracté, et PIP′ la normale au point d'incidence. Nommons θ l'angle d'incidence MIP′, et θ' l'angle de réfraction PIR. Alors le trajet de la lumière dans la plaque sera IR ou $\frac{e}{\cos.\ \theta'}$, en nommant e l'épaisseur IP de la plaque sous l'incidence perpendiculaire. La force répulsive qui produit la réfraction extraordinaire sera proportionnelle au carré du sinus de l'angle PRI, c'est-à-dire, au carré du cosinus de l'angle θ', et par conséquent, si on la représente par l'unité sous l'incidence perpendiculaire, elle sera exprimée par $\cos^2 \theta'$ sous l'incidence θ. Le produit de ces deux quantités sera donc $\frac{e}{\cos.\ \theta'} \cdot \cos^2 \theta'$, ou simplement $e \cos.\ \theta'$, et cette expression représentera à très-peu près l'épaisseur à laquelle répond la lame sous l'incidence. Mais pour rendre cette expression tout-à-fait rigoureuse, il faut, comme je l'ai dit, lui ajouter un facteur très-peu différent de l'unité, et qui se trouve être de la forme $1 + a \sin^2 \theta' + b \sin^4 \theta'$, ce qui la change en

$$\frac{e \cos.\ \theta'}{1 - a \sin^2 \theta' - b \sin^4 \theta'}.$$

On peut déterminer les coëfficiens a et b par deux observations de teintes faites sous des incidences diverses, et quant à l'angle θ', on le calculera comme à l'ordinaire d'après

l'incidence θ au moyen de la condition

$$\sin. \theta' = \frac{\sin. \theta}{K},$$

K étant le rapport constant de réfraction. D'après les expériences de Newton, ce rapport serait pour la chaux sulfatée $\frac{61}{41}$ ou à très-peu près $\frac{3}{2}$. Nous adopterons ce résultat dans nos calculs.

Si au contraire, au lieu d'incliner le premier axe de la plaque sur le rayon incident polarisé, on incline le second axe, on aura bien encore $\frac{e}{\cos. \theta'}$ pour le trajet que fait la lumière; mais les termes qui expriment l'action des forces seront différens. En effet, la force exercée par le premier axe est alors constante, puisque cet axe reste perpendiculaire au rayon réfracté; mais s'il émane aussi des forces du second axe, l'action de celles-ci doit varier par l'inclinaison, et par conséquent il en doit résulter, comme tout-à-l'heure, un facteur proportionnel à $\cos^2 \theta'$. Si au contraire les forces qui font osciller la lumière dépendent seulement du premier axe, alors la variation d'épaisseur désignée par $\frac{e}{\cos. \theta'}$ sera la seule cause qui produira le changement des teintes, quand on inclinera la lame dans cette direction, et par conséquent le facteur qui dépend de cette variation sera le seul auquel il faille avoir égard. Or, l'expérience m'a fait voir que c'est ainsi que la chose se passe; car de cette manière on représente parfaitement les changemens des teintes observées, sans qu'il soit nullement besoin d'employer une variation d'intensité proportionnelle à $\cos^2 \theta'$. Ce résultat me paraît donc prouver que toute la force émane réellement du premier

axe. D'ailleurs il ne change rien à notre théorie des oscillations de la lumière, comme nous l'avons dit dans la page 76; car nous avions dès-lors prévu et indiqué la possibilité de représenter tous les phénomènes en n'employant qu'une seule force émanée du premier axe. Nous devrons seulement admettre que cette force devient nulle d'elle-même quand l'axe de polarisation des molécules lumineuses devient parallèle à la ligne dont elle émane. Alors les changemens d'actions qui s'observent dans les positions où cette force doit rester constante, et que nous avions d'abord représentés par une force émanée du second axe, devront être uniquement attribués au changement d'épaisseur; mais il faudra toujours joindre à ces expressions un facteur peu différent de l'unité et de la forme $1 + a \sin^2 \theta' + b \sin^4 \theta'$, ce qui donnera l'expression

$$\frac{e}{\cos. \theta' \left[1 + a' \sin^2 \theta' + b' \sin^4 \theta'\right]}.$$

On déterminera de même les valeurs des coëfficiens a' et b' d'après l'observation de deux teintes sous des incidences diverses; et l'on trouvera ainsi qu'ils sont de signe contraires à ce qu'ils étaient quand on inclinait le premier axe sur le rayon polarisé.

Pour vérifier ces formules, et connaître le degré d'exactitude qu'elles comportent, c'est peu de les appliquer à des lames minces où les variations des teintes sont peu considérables, il faut les appliquer à des plaques épaisses où l'on rendra le développement des couleurs sensible par le croisement; alors on aura de nombreuses séries de teintes

où l'on verra si nos formules suffisent toujours pour le représenter.

Soit A une plaque épaisse de chaux sulfatée dont la mesure sera donnée par le sphéromètre : je la place dans une position constamment perpendiculaire au rayon polarisé, et je tourne son premier axe de manière qu'il forme un angle de 45° avec le plan de polarisation primitive, que je suppose être le plan du méridien. La lumière transmise à travers cette première plaque sera modifiée en raison de son épaisseur ramenée à l'échelle de Newton; c'est-à-dire que si l'épaisseur ainsi réduite est e, le faisceau polarisé par cette lame aura la teinte e, et cette teinte sera blanche si e excède $49^{p},67$, qui répond au blanc rougeâtre du septième ordre d'anneaux. Cette lumière étant ainsi modifiée, faisons-lui traverser une seconde plaque B, dont l'épaisseur réduite à l'échelle de Newton soit e', et dont les axes de même nom soient croisés à angles droits sur ceux de la première; alors la teinte polarisée par ce système sera $e' - e$ sous l'incidence perpendiculaire, et cette teinte variera si l'on incline e' sur le rayon incident : car, si l'on met le premier axe de e' dans le plan d'incidence, son action s'affaiblira; et au contraire, elle augmentera si on y met son second axe. Ainsi, e restant toujours perpendiculaire au rayon polarisé, tandis que e' varie, la teinte observée sera également variable, et pourra être calculée par les formules que nous avons données plus haut.

Par exemple, j'ai pris ainsi deux plaques épaisses de chaux sulfatée dont les épaisseurs mesurées au sphéromètre étaient

$$A = 1055 \qquad B = 1118,$$

d'où l'on tire

$$A - B = 63.$$

Diverses expériences m'avaient appris que le bleu du second ordre qui, dans la table de Newton, est représenté par le nombre 9, répondait à-peu-près dans ces plaques à $37^p,8$ du sphéromètre, de sorte qu'en réduisant les épaisseurs observées suivant ce rapport, on aura

$$e = 251 \qquad e' = 266 \qquad e' - e = 15.$$

Ainsi, selon cette évaluation, la teinte polarisée par le système des deux lames sous l'incidence perpendiculaire aurait dû être le bleu du troisième ordre; mais l'observation montrait, au lieu de ce bleu, le vert jaunâtre du même ordre, intermédiaire entre le vert vif et le jaune blanchâtre, et dont l'épaisseur ainsi calculée est exprimée par 16,88; d'où l'on doit comprendre de quelle extrêmement petite quantité il faudrait faire varier le facteur dans l'une ou l'autre de ces lames pour l'accorder avec l'observation : mais cela ne sera pas nécessaire, car on peut éviter à cet égard toute hypothèse, en prenant la teinte observée pour une des données à laquelle on satisfait; c'est-à-dire que trouvant cette teinte exprimée par 16,88, il faut assujétir nos épaisseurs e e' à la condition

$$e' - e = 16,88,$$

condition qui nous déterminera une quelconque entre elles, lorsque l'autre sera connue.

Supposons maintenant qu'ayant tourné les axes du système dans l'azimut de 45°, j'incline le premier axe de e' dans cet azimut, e restant toujours perpendiculaire au rayon

incident : alors, si l'on désigne par E la teinte polarisée par le systême sous l'incidence θ, et pour l'angle de réfraction θ', on aura

$$E = \frac{e' \cos. \theta'}{1 - a \sin^2 \theta' - b \sin^4 \theta'} - e.$$

Or, notre équation de condition relative à l'incidence perpendiculaire donne

$$e = e' - 16,88, \text{ ou généralement } e = e' - (E);$$

(E) désignant la teinte polarisée par le systême sous l'incidence perpendiculaire; ainsi, en éliminant (E), il vient sous toute autre incidence

$$[1] \qquad E = (E) - e' + \frac{e' \cos \theta'}{1 - a \sin^2 \theta' - b \sin^4 \theta'};$$

au contraire, si on place le second axe de la plaque B dans le plan d'incidence, et qu'on l'incline sur le rayon polarisé, on augmentera l'action de B, celle de A restant la même, et la formule des teintes sera

$$E = \frac{e'}{\cos. \theta' \left[1 + a' \sin^2 \theta' + b' \sin^4 \theta'\right]} - e,$$

ou en éliminant e comme précédemment, au moyen de sa valeur déduite de l'incidence perpendiculaire,

$$[2] \qquad E = (E) - e' + \frac{e'}{\cos. \theta' \left[1 + a' \sin^2 \theta' + b' \sin^4 \theta'\right]}.$$

On voit par ces expressions que lorsqu'on incline le second axe de e' sur le rayon incident, les teintes E polarisées par le systême vont continuellement en descendant dans l'ordre des anneaux comme si le systême devenait plus

épais, parce que le dernier terme de la formule [2] où cos. θ' se trouve au dénominateur, augmente avec l'inclinaison, et surpasse toujours le terme négatif $-e'$. Au contraire, lorsqu'on incline le premier axe de e' de manière à l'affaiblir, les teintes montent dans l'ordre des anneaux comme si le système devenait plus mince, parce qu'alors cos. θ' se trouvant au numérateur, affaiblit constamment le dernier terme de la formule [1]. Même si e et e' sont entre eux dans des rapports convenables, il peut y avoir une valeur de θ' telle, que les termes variables de la formule [1] détruisent exactement les termes constans; alors on aura E nul, c'est-à-dire que les actions des deux plaques croisées se feront équilibre sous cette incidence, et le rayon qui les aura traversées toutes les deux aura repris complétement sa polarisation primitive. Au-delà de cette limite E devient négatif, c'est-à-dire que la plaque e perpendiculaire au rayon incident l'emporte sur e' affaiblie par l'obliquité, et alors les teintes du rayon E redescendent de nouveau dans l'ordre des anneaux, comme elles avaient monté avant cette limite.

Tout ce jeu de nos formules est exactement conforme à l'expérience; mais pour mieux juger de cet accord, il faut en déduire les nombres mêmes qui expriment les différentes teintes que l'inclinaison doit développer : à cet effet, il faut déterminer les coëfficiens a et b, a' et b'. Considérons d'abord la formule [1] qui convient au cas où l'on incline le premier axe. En y faisant $e'=266$ (E)$=16,88$, valeurs que nous avons déterminées plus haut : elle devient

$$E = -249,12 + \frac{266 \cos. \theta'}{1 - a \sin^2 \theta' - b \sin^4 \theta'}.$$

J'ai déterminé les coëfficiens a et b par deux observations

d'incidence. La première était celle à laquelle le systême, avant d'être remonté jusqu'au zéro des teintes, polarisait le bleu du second ordre, qui est représenté par 9 dans la table de Newton : la seconde incidence, beaucoup plus considérable, répondait au cas où le systême, après avoir passé par le zéro des teintes, était redescendu au bleu verdâtre du même ordre, qui est représenté par 9,71. On avait alors

Angle d'incidence θ.	Angle de réfraction θ'.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de E conclue de la teinte.
33° 22' 20"	21° 30' 50"	Bleu du 2e ordre.	9
75 24 10	40 10 35	Bleu verdâtre du 2e ordre.	— 9,71

Je donne le signe — à cette dernière teinte, parce que le rayon n'y arrivait qu'après avoir remonté toute la série des anneaux, et avoir passé par le zéro des teintes. Avec ces données j'ai trouvé

$$a = +0,28 \qquad b = +0,2,$$

ce qui donne

$$E = -249,12 + \frac{266 \,.\, \cos.\,\theta'}{1 - 0,28 \sin^2\theta' - 0,2 \sin^4\theta'}.$$

Avec cette formule j'ai calculé les valeurs de E pour toutes les teintes que j'avais observées sous diverses inclinaisons du systême, et j'ai comparé les résultats avec les valeurs de E, que la table de Newton indiquait d'après la teinte observée: j'ai formé ainsi le tableau suivant.

Application de la formule [1] pour les plaques croisées quand on incline le premier axe.

$$E = 249,12 - \frac{266 \,.\, \cos.\, \theta'}{1 - 0,28 \sin^2 \theta' - 0,2 \sin^4 \theta'}:$$

Incidence observée. θ.	Teinte du rayon ordinaire; observée.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de la teinte E, d'après la formule.	Valeur de E, d'après la teinte observée.	
0° 0′ 0″	Violacé.	Vert pâle blanchâtre.	16, 88	16, 88	Supposé intermédiaire entre le vert et le jaune du 3e ordre.
12 30 40	Rouge.	Vert très-beau du 3e ordre.	15, 66	16, 25	Supposé exactement le vert du 3e ordre.
17 35 40	Jaune.	Bleu.	14, 60	15, 10	Supposé exactement le bleu du 3e ordre.
19 38 20	Jaune orangé.	Indigo.	13, 95	14, 25	Supp. exactement l'indigo du 3e ordre.
24 18 0	Vert.	Rouge du 2e ordre.	12, 48	12, 25	Supposé intermédiaire entre le rouge et l'écarlate du 3e ordre.
26 37 20	Bleu.	Orangé.	11, 46	11, 11	Supp. exactement l'orangé du 2e ordre.
33 22 20	Orangé.	Bleu.	9, 00	9, 00	Supposé exactement le bleu du 2e ordre.
36 4 50	Jaune pâle.	Indigo.	7, 83	8, 17	Supp. exactement l'indigo du 2e ordre.
37 19 20	Blanc bleuâtre.	Violacé.	7, 28	7, 10	Supposé exactement le violet du 2e ordre.
37 50 40	Presque blanc.	Rouge du 1er ordre.	7, 05*	5, 80	Supposé exactemenr le rouge du 1er ordre.
39 24 40	Blanc un peu bleuâtre.	Orangé.	5, 88*	5, 11	Supp. exactement l'orangé du 1er ordre.
41 8 50	Bleu un peu blanchâtre.	Jaune pâle.	5, 53*	4, 60	Supposé exactement le jaune pâle du 1er ord.
44 7 40	Noir presque exactement.	Blanc brillant du 1er ordre.	4, 10	3, 40	Supposé exactement le blanc du 1er ordre.
51 25 0	Blanc brillant.	Noir ou bleu très-sombre.	0, 58	0	Supposé exactement le noir.
58 18 10	Violet très-sombre.	Blanc un peu jaunâtre.	2, 75	3, 40	Supposé exactement le blanc du 1er ordre.
63 13 20	Bleu.	Orangé.	5, 10	5, 10	Supp. exactement l'orangé du 1er ordre.
66 11 40	Vert blanchâtre	Rouge sombre du 1er ordre.	6, 31	5, 80	Supposé exactement le rouge du 1er ordre.
70 56 20	Jaune.	Indigo.	8, 20	8, 20	Supposé l'indigo du 2e ordre.
75 24 10	Rouge.	Vert un peu blanchâtre.	9, 68	9, 71	Supposé le vert du 2e ordre.
		Sommes....	164, 32	161, 33	

Une partie de la différence que nous trouvons ici entre les deux sommes, tient certainement aux erreurs des observations que nous avons marquées d'un astérisque. La première et la plus forte porte sur le rouge du premier ordre. J'ai fixé cette teinte à l'instant où le violet du second ordre venait de cesser, parce que c'était alors que la teinte m'a paru la plus pure. Il paraît que Newton l'a fixée plus près de l'orangé. Il en est de même de l'orangé et du jaune du premier ordre, il paraîtrait les avoir fixés plus près du blanc. Peut-être aussi les incidences correspondantes à ces teintes sont-elles un peu fautives, du moins leur différence semblerait l'indiquer. Si l'on retranchait ces trois observations du résultat, leur somme serait suivant le calcul 18,46, suivant l'observation des teintes 15,51; et ces nombres étant respectivement retranchés de 164,32 et 161,33, donnent pour résultat du calcul 145,86, de l'expérience 145,82, c'est-à-dire que l'erreur se réduit à rien. On n'a pu pousser plus loin l'incidence; mais on voit par la formule que, même en faisant $\theta = 90^\circ$, on aurait trouvé $E = -11,44$, c'est-à-dire l'orangé du deuxième ordre, qui suit presque immédiatement la dernière des teintes que nous avons observées.

J'ai fait ensuite le même calcul pour la formule [2], qui est relative au cas où l'on incline le second axe : dans ce cas on a

$$E = (E) - e' + \frac{e'}{\cos.\theta' \left[1 + a' \sin^2\theta' + b' \sin^4\theta'\right]},$$

ou en mettant pour (E) e' leurs valeurs numériques,

$$E = -249,12 + \frac{266}{\cos.\theta' \left[1 + a' \sin^2\theta + b' \sin^4\theta'\right]};$$

ici le terme variable surpasse toujours le terme constant : la valeur de E est donc toujours positive et croissante. J'ai déterminé les coëfficiens a' et b' par l'observation des incidences où le système polarisait le rouge du cinquième ordre et le blanc rougeâtre du septième, qui est la dernière teinte où la coloration soit sensible. J'ai eu ainsi

Angle d'incidence θ.	Angle de réfraction θ'.	Teinte du rayon extraordinaire ; observée.	Valeur de E conclue de la teinte.
42° 11′ 30″	26° 35′ 55″	Rouge du 5e ordre.	34
59 20 10	34 59 30	Blanc rougeâtre du 7e ordre.	49,67

En calculant avec ces nombres, on représentait à très-peu près les observations ; mais leur ensemble m'a montré qu'il valait mieux ajouter 0,5 à la valeur de la première teinte, ce qui suppose seulement qu'au lieu de l'observer au même point que Newton, je l'ai observée un peu plus bas. Au reste, peu importe la valeur que nous donnions à nos constantes, pourvu qu'elles représentent bien les résultats observés. Etablissant donc le calcul avec ces données, je trouve pour les deux coëfficiens a' et b' les valeurs suivantes

$$a' = 0,153915 \qquad b' = 0,33353,$$

ce qui donne la formule générale des teintes

$$E = -249,12 + \frac{266}{\cos.\theta' \left[1 + 0,153915 \sin^2\theta' + 0,33353 \sin^4\theta'\right]};$$

alors j'ai calculé, comme précédemment, les valeurs de E pour toutes les incidences que j'avais observées, et qui cor-

respondaient à des teintes indiquées par Newton. La comparaison de ces calculs avec l'évaluation faite d'après la teinte au moyen de la table de Newton, m'a donné le tableau suivant.

Application de la formule [2] *pour les plaques croisées quand on incline le deuxième axe.*

Incidence observée, θ.	Teinte du rayon ordinaire; observée.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de la teinte E, d'après la formule.	Valeur de E, d'après la teinte observée.	
0° 0′ 0″	Rouge violacé.	Vert jaunâtre du 3e ordre.	16, 88	16, 88	
7 12 0	Bleu.	Jaune paille.	17, 50	17, 50	Supposé le jaune du 3e ordre.
15 51 0	Vert.	Rouge très-beau du 3e ordre.	19, 93	19, 67	Supposé entre le rouge et le rouge bleuâtre du 3e ordre.
22 50 0	Rouge.	Vert très-beau du 4e ordre.	23, 04	22, 75	Supposé exactement le vert du 4e ordre.
30 29 0	Vert.	Rouge du 4e ordre.	27, 47	26, 90	Supposé exactement le rouge du 4e ordre.
36 22 10	Rouge.	Bleu verdâtre du 5e ordre.	31, 43	29, 67	Supposé exactement le bleu verdâtre du 5e ordre.
42 11 30	Bleu verdâtre.	Rouge.	34, 50	34, 00	Supposé exactement le rouge du 5e ordre.
46 7 30	Rouge.	Bleu verdâtre du 6e ordre.	38, 85	38, 00	Supposé le bleu verdâtre du 6e ordre.
50 6 40	Bleu verdâtre.	Rouge.	42, 06	42, 00	Supposé exactement le rouge du 6e ordre.
53 45 30	Blanc rougeâtre	Bleu ver de du 7e ordre.	45, 08	45, 80	Supposé exactement le bleu verdâtre du 7e ordre.
59 20 10	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre	49, 67	49, 67	Supposé exactement le blanc rougeâtre du 7e ordre.
		Sommes....	346, 43	341, 94	

Ainsi, d'après la comparaison des deux sommes, on voit que l'on rendrait la différence nulle, si, au lieu de supposer

la teinte E représentée par 16,88 sous l'incidence perpendiculaire, on prenait E = 16,44, c'est-à-dire un vert jaunâtre du troisième ordre, mais moins jaunâtre que nous ne l'avions d'abord pensé : cette correction accorderait aussi à très-peu de chose près la comparaison de la première expérience avec la formule. Au reste, l'écart dont nous parlons ici est beaucoup trop petit pour pouvoir être constaté autrement que par un très-grand nombre d'observations. On n'a pas mesuré d'inclinaison plus grande que 59° 20′ 10″, parce que au-delà de ce terme il n'y avait plus de coloration sensible.

Je vais maintenant appliquer les mêmes formules à deux autres plaques A et B dont la première, constamment perpendiculaire au rayon polarisé, avait pour épaisseur 417^{p} du sphéromètre, tandis que la seconde, que je plaçais sous des inclinaisons diverses, avait pour épaisseur 463 parties. Ces plaques étant croisées à angles droits l'une sur l'autre, et exposées sous l'incidence perpendiculaire au rayon polarisé, donnaient un rayon ordinaire d'un très-beau bleu, et un rayon extraordinaire orangé légèrement rougeâtre : cet orangé appartenait au second ordre d'anneaux, et je le représenterai par 11^{p},3 de la table de Newton. J'ajoute ainsi 0^{p},19 à la valeur 11,11 assignée par Newton pour l'orangé du second ordre, afin d'exprimer que la teinte que nous considérons tire un peu vers le rouge. D'après cela, en nommant comme ci-dessus e e' les épaisseurs de nos deux plaques réduites à l'échelle de Newton, la condition relative à l'incidence perpendiculaire donnera

$$e' - e = 11,3;$$

d'autres expériences faites précédemment m'avaient appris

qu'en réduisant la plaque fixe e à l'échelle de Newton, il fallait la compter pour $97^{p},20$, ce qui revient à y regarder le bleu du second ordre comme représenté par 38,6, au lieu de $37^{p},8$, que nous avions employé dans l'expérience précédente. Cette évaluation introduite dans l'équation précédente détermine e', et l'on en tire

$$e = 97,20 \qquad e' = 108,5:$$

ces deux plaques n'étaient point tirées du même cristal.

Nous pouvons maintenant appliquer à ces données les formules générales que nous avons trouvées tout-à-l'heure pour les variations des teintes, et en conservant aux coëfficiens a et b, a' et b', les mêmes valeurs qui ont si bien satisfait à l'expérience précédente, nous aurons, lorsqu'on incline le premier axe de e',

$$E = -97,20 + \frac{108,5 \,.\, \cos.\,\theta'}{1 - 0,28 \sin^2\theta' + 0,2 \sin^4\theta'};$$

lorsqu'on incline le second axe de e'

$$E = -97,20 + \frac{108,5}{\cos.\,\theta' \left[1 + 0,153915 \sin^2\theta' + 0,33353 \sin^4\theta'\right]}.$$

Pour vérifier ces résultats, j'ai placé successivement l'un et l'autre axe de e' dans l'azimut de 45°, et je l'ai incliné sur le rayon polarisé, en maintenant toujours le plan d'incidence dans cet azimut, comme les formules le supposent. J'ai observé les incidences sous lesquelles paraissaient successivement les différentes teintes, et calculant les valeurs de θ correspondantes, j'ai comparé les valeurs de E données par nos formules à celles qui résultaient de l'observation; j'ai formé ainsi les tableaux suivans.

Application de la formule [1] *pour les plaques croisées quand on incline le premier axe de e'.*

$$E = -97,20 + \frac{108,5 \cos. \theta'}{1 - 0,28 \sin^2 \theta' - 0,2 \sin^4 \theta'}.$$

Incidence observée, θ.	Teinte du rayon ordinaire; observée.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de la teinte E, d'après la formule.	Valeur de E, d'après la teinte observée.	
0° 0′ 0″	Bleu très-beau.	Orangé un peu rougeât. 2e ord.	11,30	11,30	
3 8 50	Bleu très-beau.	Orangé couleur d'or.	11,27	11,19	Serait exactement l'orangé du 2e ordre.
9 10 20	Indigo.	Jaune.	11,04	10,40	Serait exactement le jaune du 2e ordre.
22 48 20	Rouge violacé.	Vert.	9,70	9,71	Serait exactement le vert du 2e ordre.
30 16 0	Jaune.	Bleu.	8,61	9,00	Serait exactement le bleu du 2e ordre.
36 40 0	Vert jaunâtre.	Indigo superbe	7,50	8,20	Serait exactement l'indigo du 2e ordre.
40 33 10	Presque blanc.	Violet très-beau mêlé de rouge	6,78	6,50	Serait un mélangé de violet du 2e ordre et de rouge du 1er.
46 22 40	Blanc sensiblement.	Orangé brillant	5,63	5,16	Serait exactement l'orangé du 1er ordre.
49 24 0	Bleu.	Jaune pâle.	5,05	4,60	Serait exactement le jaune du 1er ordre.
58 51 0	Noir ou presque noir; il reste un peu de bleu et de rouge jaunâtre.	Blanc.	3,19	3,40	Serait exactement le blanc du 1er ordre.
79 8 10	Blanc.	Noir.	0,07	0,00	Noir.
		Sommes....	80,14	79,46	

Ici la différence des teintes observées et calculées est presque insensible : cependant aucune de ces observations n'a été employée pour déterminer les élémens de la formule qui a servi à les calculer. On n'a pu incliner davantage le système; mais il est aisé de voir d'après la formule qu'on n'aurait presque pas

dépassé la dernière teinte; car, même en faisant $\theta = 90^\circ$, ce qui donne $\theta' = 41^\circ\ 48'\ 30''$, on trouve $E = -0,25$, ce qui n'atteint pas même le bleu du premier ordre, qui suit immédiatement la dernière teinte que nous avons observée; car ce bleu est représenté par 1,55 dans la table de Newton.

Application de la formule [2] *pour les plaques croisées quand on incline le second axe de* e'.

$$E = -97,20 + \frac{108,5}{\cos.\theta'\,[1 + 0,153915 \sin^2\theta' + 0,33353 \sin^4\theta']}.$$

Incidence observée, θ.	Teinte du rayon ordinaire; observée.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de E, d'après la formule.	Valeur de E, d'après la teinte observée.	
0° 0' 0''	Bleu superbe.	Orangé un peu rougeâtre du 2e ordre.	11,30	11,30	
16 8 10	Vert.	Rouge superbe	12,59	12,67	Supposé l'écarlate.
23 58 0	Vert jaunâtre.	Gris de lin du 3e ordre.	14,05	13,88	Supposé intermédiaire entre l'indigo et le pourpre du 3e ordre.
27 21 10	Jaune.	Bleu,	14,83	15,10	Supposé exactement le bleu du 3e ordre.
32 14 50	Rouge.	Vert superbe.	16,08	16,25	Serait le vert du 3e ordre.
39 6 50	Bleu violacé sombre.	Jaune blanchâtre (couleur de bois blanc)	18,04	18,10	Supposé intermédiaire entre le jaune du 3e ordre et le rouge.
44 43 50	Vert très-beau.	Rouge du 3e ordre très-beau.	19,81	19,70	Supposé intermédiaire entre le rouge et le rouge bleuâtre du 2e ordre.
53 21 10	Rouge.	Vert du 4e ord.	22,66	22,75	Supposé le vert du 4e ordre.
64 22 40	Vert.	Rouge du 4e ordre.	26,32	26,00	Serait exactement le rouge du 4e ordre.
78 9 50	Rouge.	Bleu verdâtre du 5e ordre.	29,95	29,67	Serait exactement le bleu verdâtre du 5e ordre.
		Sommes....	185,63	185,42	

Ici la différence des teintes observées et des teintes calculées est encore insensible : cependant aucune de ces teintes n'est entrée comme élément dans la formule qui les représente avec tant de précision. Il n'a pas été possible d'incliner davantage le système; mais on voit par la formule même qu'on n'aurait pas descendu beaucoup plus bas dans l'ordre des anneaux; car, même en faisant $\theta = 90^\circ$, on aurait eu $E = 31,13$, qui n'arrive pas au rouge du cinquième ordre, teinte immédiatement consécutive à la dernière que nous avons observée; car le rouge du cinquième ordre est représenté par 34 dans la table de Newton. Cette valeur extrême de E est même plus faible que celle qui répondrait au blanc composé intermédiaire entre le bleu verdâtre et le rouge du cinquième ordre; car, d'après les valeurs de ces deux teintes, la moyenne serait $\frac{29,67 + 34}{2}$, ou 31,83.

Dans toutes les expériences précédentes la plaque oblique et mobile était plus épaisse que celle qui restait constamment perpendiculaire au rayon polarisé. J'ai voulu changer cette circonstance. Pour cela j'ai laissé perpendiculairement au rayon la même plaque qui m'avait servi dans la dernière expérience, et dont l'épaisseur réduite à l'échelle de Newton était représentée par $97^p,2$; mais je l'ai croisée avec une autre plaque moins épaisse qu'elle, car la première mesurée au sphéromètre se trouvait de 417^p, comme je l'ai dit plus haut, tandis que cette dernière n'avait que 284^p. En croisant les axes de ces deux plaques à angles droits, et exposant le système au rayon polarisé sous l'incidence perpendiculaire, j'ai vu qu'il polarisait un bleu verdâtre du cinquième ordre très-pâle, c'est-à-dire déja fort mêlé avec le rouge qui vient après. Or, ce bleu verdâtre est représenté dans la table de

Newton par 29,67, et le rouge qui le suit l'est par 34, de sorte que la teinte moyenne, qui est un blanc composé, serait exprimée par $\frac{29,67 + 34}{2}$, ou 31,83. Mais comme notre bleu verdâtre était encore un peu coloré, je prendrai une évaluation un peu plus faible, et je le supposerai représenté par 31,7; ainsi, en nommant toujours e la plaque la moins épaisse qui est ici la plaque mobile, et e' la plaque la plus épaisse qui est fixe, nous aurons pour l'incidence perpendiculaire cette condition

$$e' - e = 31,7.$$

J'ai déja dit plus haut que la plaque désignée ici par e' avait pour valeur 97,2 de l'échelle de Newton, et nous l'avons employée avec cette valeur dans le calcul de l'expérience précédente, où elle était désignée par e comme étant la moins épaisse. Cette valeur étant adoptée pour e', nous déterminerons e d'après l'équation que nous venons d'établir, et nous aurons ainsi

$$e' = 97,2 \qquad e = 65,5.$$

Maintenant, puisque la plaque e est mobile, c'est d'elle que dépendent les variations des teintes; ainsi, en substituant sa valeur dans nos formules, nous aurons,

quand on incline le premier axe de e sur le rayon polarisé,

$$[3] \qquad E = 97,20 - \frac{65,5 \cos. \theta'}{1 - 0,28 \sin^2 \theta^2 - 0,2 \sin^4 \theta'};$$

quand on incline le deuxième axe de e,

$$[4] \qquad E = 97,20 + \frac{65,5}{\cos. \theta' [1 + 0,153915 \sin^2 \theta' + 0,33353 \sin^4 \theta']}.$$

On voit par ces expressions que lorsque l'incidence θ aug-

mentera dans la seconde formule, la valeur de la teinte E deviendra moindre, c'est-à-dire qu'elle montera dans l'ordre des anneaux comme si le systême devenait plus mince; et au contraire, dans la première, à mesure que θ augmentera, E augmentera comme si le systême devenait plus épais. Ces résultats, donnés par la théorie, offrent ainsi une marche opposée à ceux de l'expérience précédente; mais l'observation les confirme également.

Pour les vérifier, j'ai observé, de même que dans les expériences précédentes, les incidences auxquelles se sont développées les teintes successives que le systême a parcourues; et en comparant les valeurs de E calculées pour ces incidences avec celles qu'indiquaient les teintes, j'ai formé les tableaux suivans :

Application de la formule [4] *quand on incline le deuxième axe de la lame oblique* e.

$$E = 97,20 - \frac{65,5}{\cos.\theta'\,[1 + 0,153915 \sin^2\theta' + 0,33353 \sin^4\theta']}.$$

Incidences observées, θ.	Teinte du rayon ordinaire; observée.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de E, d'après la formule.	Valeur de E, d'après la teinte; observée.	
0° 0' 0	Rouge.	Bleu verdâtre très-pâle du 5e ordre.	31, 30	31, 70	
24 6 40	Rouge.	Bleu verdâtre décidé.	30, 00	29, 67	Serait le bleu verdâtre du 5e ordre exactem.
47 28 0	Bleu verdâtre.	Rouge du 4e ordre.	26, 00	26, 00	Serait le rouge du 4e ordre exactement.
64 14 30	Rouge.	Vert superbe du 4e ordre.	22, 70	22, 75	Serait le vert du 4e ordre exactement.
77 45 0	Vert.	Rouge du 3e ordre tirant au rouge bleuâtre	20, 45	20, 67	Serait le rouge bleuâtre du 3e ordre exactement.
		Sommes....	130, 83	130, 79	

Les différences des teintes calculées aux teintes observées sont tout-à-fait insensibles. On n'a pas pu incliner la plaque davantage; mais la formule fait voir qu'on ne serait pas allé beaucoup plus loin, puisque en faisant $\theta = 90^\circ$, elle donne $E = 19,9$, valeur qui est intermédiaire entre la dernière teinte que nous venons d'observer, c'est-à-dire le rouge bleuâtre, dont la valeur est 20,67, et le rouge décidé qui le suit, et dont la valeur est 18,71; ainsi l'on n'aurait pas monté d'une teinte entière au-delà de celles que nous avons observées.

Application de la formule [3] *quand on incline le premier axe de la lame* e.

$$E = 97,20 - \frac{65,5 \cos. \theta'}{1 - 0,28 \sin^2 \theta' - 0,2 \sin^4 \theta'}.$$

Incidences observées, θ.	Teinte du rayon ordinaire; observée.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de E, d'après la formule; calculée.	Valeur de E, d'après la teinte; observée.	
0° 0′ 0″	Rouge.	Bleu verdâtre très-pâle.	31,70	31,7	
34 37 30	Bleu verdâtre.	Rouge.	33,70	34,0	Serait le rouge du 5e ordre exactement.
66 49 50	Rouge.	Bleu verdâtre.	37,49	38,0	Serait le bleu verdâtre du 6e ordre exactement.
		Sommes....	102,89	103,70	

On voit que la différence des teintes observées et calculées est extrêmement faible. On n'a pas pu pousser plus loin l'inclinaison; mais la formule montre qu'on n'aurait pas beaucoup dépassé la dernière teinte que nous avons obser-

vée, car en faisant $\theta = 90^\circ$ dans notre formule, elle donne pour limite $E = 38,7$, c'est-à-dire presque exactement la teinte à laquelle nous sommes arrivés.

J'ose croire que les expériences précédentes sont assez concluantes et assez nombreuses pour prouver avec évidence, 1° que le changement des teintes par l'inclinaison dans les lames croisées se fait par des lois extrêmement régulières; 2° que ces variations suivent toujours la série des teintes observées par Newton dans les anneaux colorés; 3° enfin, que les lois de ces phénomènes sont représentées ou exactement, ou à très-peu de chose près, par les formules que nous avons données plus haut, d'après la théorie des oscillations.

Jusqu'ici nous avons supposé qu'une des deux plaques croisées restait constamment perpendiculaire au rayon polarisé; mais on pourrait supposer aussi que les deux plaques sont superposées, et qu'on les incline ensemble. Soit A la plus forte de ces deux plaques, et B la plus faible : si on incline le premier axe de A sur le rayon polarisé, on incline en même temps le second axe de B. Par conséquent l'action de A diminue, et celle de B augmente : d'où il suit que la différence A—B de ces actions devient moindre, et la teinte polarisée par le systême monte dans l'ordre des anneaux comme s'il devenait plus mince. Si cette influence opposée de l'inclinaison sur les deux plaques A et B peut aller jusqu'à les rendre égales, la teinte polarisée par le systême sera le noir; alors, en augmentant l'inclinaison dans le même sens, celle qui était d'abord la plus faible deviendra la plus forte, et réciproquement : d'où il suit que le systême descendra de nouveau dans l'ordre des anneaux comme s'il devenait de

plus en plus épais. Si au contraire on incline sur le rayon polarisé le second axe de la lame la plus forte A, et le premier axe de la lame la plus faible B, on augmente l'action de A, on diminue celle de B; ainsi la différence A—B devient plus considérable, et la teinte polarisée par le système descend constamment dans l'ordre des anneaux comme s'il devenait plus épais. J'ai rapporté plus haut dans les premières parties de ce Mémoire les expériences nombreuses qui prouvent que les phénomènes ont réellement lieu de cette manière dans les plaques croisées, soit minces, soit épaisses; et l'on voit que ces phénomènes sont des conséquences nécessaires et simples de la théorie des oscillations.

Mais puisque nous avons trouvé plus haut les lois suivant lesquelles les actions des plaques augmentent ou diminuent par l'inclinaison, selon celui de leurs axes que l'on incline, on peut se demander s'il ne serait pas possible de calculer par ces lois les phénomènes dont nous venons de parler, et qui ont lieu lorsqu'on incline à-la-fois les deux plaques de manière à faire varier simultanément leurs actions en sens contraires. C'est ce que j'ai fait, et j'ai trouvé que lorsque l'épaisseur des plaques n'excédait pas quatre cents parties du sphéromètre, la différence de l'observation et du calcul était extrêmement faible, ou même insensible, mais qu'il n'en était plus tout-à-fait ainsi quand on augmentait considérablement l'épaisseur, jusqu'à la porter, par exemple, pour chaque plaque, à douze ou treize cents parties du sphéromètre. Cette différence ne saurait pourtant être attribuée à l'erreur de nos premières lois, car nous les avons vérifiées dans des limites d'épaisseur aussi considérables que celles que je viens de supposer, et elles y satisfaisaient parfaitement. Il faut donc nécessaire-

ment qu'il y ait entre les deux problêmes quelque circonstance physique qui ne soit pas la même, et à laquelle nous n'ayons pas fait attention. C'est en effet ce qui a lieu; car, lorsqu'on n'incline que la seconde des deux plaques, elle agit toujours sur un rayon déja modifié par la première; tandis que lorsqu'on incline à-la-fois les deux plaques, les variations d'action que la première éprouve, s'exercent sur un rayon direct qui n'a reçu aucune modification de cette espèce. Il est donc possible que les changemens de cette action ne soient pas les mêmes dans les deux cas. En outre, quand les plaques sont toutes deux inclinées, une portion de la lumière qui traverse la première est polarisée par réfraction perpendiculairement au plan d'incidence, et arrive sur la seconde plaque avec cette modification; tandis que cela n'avait pas lieu lorsque la première plaque était perpendiculaire au rayon polarisé. La réflexion à la seconde surface de la première plaque ne se fait pas non plus de la même manière. Ces dissemblances peuvent suffire pour amener les différences dont j'ai parlé, et qui, dans des plaques dont l'épaisseur est douze ou treize cents parties du sphéromètre, changent de trois ou quatre degrés l'incidence à laquelle les plaques devraient se compenser exactement.

J'ai déja fait remarquer que si l'on croise à angles droits l'une sur l'autre deux lames d'épaisseur égale, ou plus exactement deux fragmens d'une même lame, la polarisation produite par ce systême est exactement nulle sous l'incidence perpendiculaire, et l'on en voit aisément la cause par la théorie des oscillations. Mais si l'on place le premier axe d'une des deux lames dans un certain azimut, et qu'on l'incline sur le rayon polarisé, on trouvera

que la polarisation commence à se manifester au-delà d'une certaine incidence qui dépend de l'épaisseur des deux plaques, et qui est d'autant moindre, qu'elles sont plus épaisses. Cette polarisation, lorsqu'elle commence, est d'abord très-faible, et s'exerce sur le bleu du premier ordre; après quoi, à mesure que l'inclinaison augmente, elle descend dans l'ordre des anneaux, comme si le système devenait de plus en plus épais. La cause de tous ces phénomènes est évidente d'après notre théorie : les deux lames qui étaient égales sous l'incidence perpendiculaire, ne le sont plus sous des incidences obliques; celle dont le premier axe s'incline a diminué, celle dont le second axe s'incline a augmenté : la polarisation observée est due à l'excès de la seconde sur la première; mais cette polarisation ne doit point se manifester avant une certaine limite d'incidence; car les oscillations ne commencent à s'exécuter dans une plaque que lorsqu'elle a une certaine épaisseur déterminée; de même que dans les anneaux colorés, la réflexion ne commence à être sensible qu'à une certaine limite d'épaisseur au-dessous de laquelle toute la lumière est transmise. Ici cette limite, d'après nos premières expériences, est d'environ $\frac{12}{1000}$ de millimètre pour la chaux sulfatée. Ainsi, tant que l'accroissement de l'inclinaison n'aura pas fait varier l'action totale du système de cette quantité, il ne produira aucune polarisation sensible, conformément à l'expérience; et l'on peut même, d'après nos formules, déterminer la limite de cet effet pour les lames minces, lorsque leur épaisseur est donnée.

Ces mêmes formules confirment également un fait que j'avais déja remarqué dans mon premier Mémoire relativement aux lames minces que l'on expose directement à un

rayon polarisé, et dont on incline successivement les deux axes. C'est que l'inclinaison du second axe y produit des changemens de teintes plus sensibles que celles du premier à égalité d'incidence, en sorte qu'elles descendent plus qu'elles ne montent dans l'ordre des anneaux. Les lois générales que je viens d'exposer pour les lames épaisses, confirment cette remarque sur une échelle de teintes beaucoup plus étendue; et en outre, le principe qui nous a servi à les obtenir, montre la liaison de ce phénomène avec les variations d'intensité de la force répulsive.

J'ai voulu savoir si les mêmes lois que j'avais obtenues dans la chaux sulfatée pour le développement des teintes par l'inclinaison, se soutiendraient également dans le cristal de roche, et si elles conserveraient de même leurs rapports avec les variations de la force répulsive. Pour cela j'ai fait polir une aiguille bien pure de cristal de roche, de manière à en former une plaque épaisse d'environ neuf millimètres, dont les surfaces fussent parallèles à l'axe de cristallisation, et je l'ai croisée avec une plaque à-peu-près égale de chaux sulfatée; car l'observation des lames minces de ces deux substances m'avait fait connaître que les énergies de leurs actions étaient sensiblement égales, ainsi que je l'ai rapporté dans mon premier Mémoire, et toutes les expériences que j'ai faites depuis plus en grand sur les lames épaisses, ont confirmé ce résultat. Le système de mes deux plaques ainsi croisées devait donc produire des couleurs, et en effet elles se sont développées sous l'incidence perpendiculaire; elles ont même varié avec l'incidence entre certaines limites, comme cela devait encore arriver. Mais, quoique l'artiste qui avait travaillé la plaque de cristal de roche, se fût efforcé de

rendre ses deux surfaces parallèles, il lui avait été impossible d'y réussir complétement sur de si petites dimensions, ce qui produisait entre ses diverses parties une inégalité d'épaisseur à la vérité fort légère, mais cependant sensible par l'observation des teintes; car trois centièmes de millimètre en plus ou en moins sur cette épaisseur, font varier la teinte de 3p2 dans la table de Newton. Il devait donc arriver, comme cela eut lieu en effet, que la forme prismatique de ma plaque altérait la régularité et l'uniformité des couleurs transmises; de sorte que chaque image n'était pas d'une seule couleur uniforme, comme cela arrive quand les surfaces des plaques sont parfaitement parallèles, mais qu'elles offraient une dégradation de nuances qui y faisait concourir et mêler à-la-fois plusieurs teintes voisines. C'est ainsi que des anneaux colorés, formés régulièrement entre deux objectifs, peuvent être changés et mêlés différemment lorsqu'on les observe à travers un prisme; mais ici la grande cause de leur mélange tenait à la succession graduellement variée des épaisseurs de la plaque dans ses différens points.

Ne pouvant rien espérer de plus régulier dans ce genre de plaques, je cherchai à affaiblir l'influence de leur inégalité en diminuant la force répulsive du cristal. Pour cela, je fis tailler une autre plaque dans laquelle l'axe de cristallisation, au lieu d'être parallèle aux surfaces, faisait avec elles un angle de 40°. En effet, toutes les expériences que j'avais faites précédemment sur les variations des teintes, annonçant de la manière la plus évidente le rapport de ce genre d'action avec la force répulsive de l'axe, il y avait tout lieu de croire que cette action deviendrait moindre quand on diminuerait l'angle de l'axe avec le rayon réfracté. La chose

arriva en effet ainsi, comme on le verra par les expériences que je vais rapporter.

L'épaisseur de cette plaque est de 1415 parties du sphéromètre, ce qui fait environ trois millimètres. L'angle de l'axe de cristallisation avec sa surface a été mesuré par M. Cauchois au moyen de la réflexion de la lumière, et il l'a trouvé de 40°. En présentant cette plaque au rayon polarisé, sous l'incidence perpendiculaire, fig. 14, et en analysant la lumière transmise au moyen d'un rhomboïde de spath d'Islande, elle ne donne point de couleurs; mais si on l'incline, comme le représente la figure 15, de manière à abaisser son axe A'B' sur le rayon réfracté, on affaiblit son action; aussi commence-t-on à apercevoir des couleurs au-delà d'une certaine limite d'incidence. Ces couleurs répondent d'abord au septième ordre d'anneaux de Newton, c'est-à-dire aux anneaux les plus composés; et à mesure que l'on augmente l'inclinaison, on les voit remonter de plus en plus dans l'ordre des anneaux comme si la plaque devenait plus mince. Il est visible, en effet, que l'angle B'TI ou T formé par le rayon refracté avec l'axe du cristal, est moindre dans les incidences obliques que dans l'incidence perpendiculaire, où il était égal à BAI; car en nommant a l'angle ABI, et désignant par θ' l'angle de réfraction A'IR, on aura B'TI ou T égal à $90 - (a + \theta')$, valeur toujours au-dessous de $90 - a$, lorsque θ' est positif, et qui diminue de plus en plus à mesure que θ' augmente.

Au contraire, si l'on incline la plaque sur le rayon du côté opposé, comme le montre la fig. 16, on augmente l'angle du rayon réfracté avec l'axe; car alors l'angle B'TI ou T devient égal à $90 - a + \theta'$ ou $90 - (a - \theta')$, par con-

séquent plus grand que 90 — a. Ainsi, la plaque étant trop épaisse pour donner des couleurs sous l'incidence perpendiculaire, si on l'incline dans ce dernier sens on ne doit jamais en apercevoir, et c'est en effet ce qui a lieu.

En nous reportant au premier de ces deux cas, j'ai mesuré les incidences qui répondaient aux premières teintes de la table de Newton. J'ai commencé par celles qu'il était possible de voir sous les plus grandes inclinaisons, parce qu'elles sont les plus vives, et de-là je suis revenu de teinte en teinte jusqu'au blanc rougeâtre du septième ordre : c'est ainsi que j'ai reconnu l'ordre auquel répondaient les teintes observées. Voici maintenant le tableau de ces résultats.

Azimut de la section principale de la plaque.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.	Incidence.
45°	Vert	Rouge du 3e ordre	78° 48′ 50″
	Rouge	Vert du 4e ordre	73 58 50
	Bleu verdâtre	Rouge du 4e ordre	68 44 30
	Rouge	Bleu verdâtre du 5e ordre	65 2 30
	Bleu verdâtre	Rouge du 5e ordre	62 24 50
	Rouge	Bleu verdâtre du 6e ordre	59 39 10
	Bleu verdâtre	Rouge du 6e ordre	57 49 30
	Blanc rougeâtre	Bleu verdâtre du 7e ordre	54 55 0
	Bleu verdâtre	Blanc rougeâtre du 7e ordre	52 45 30

En allant d'une de ces teintes à la suivante, il y a un moment où les deux images passent par un blanc composé. Cette circonstance, la nature des teintes, leur succession et leur nombre nous montrent avec évidence que les couleurs du rayon extraordinaire répondent aux quatre derniers ordres d'anneaux de la table de Newton, et que le premier rouge qui répond à la plus grande incidence est celui du 3e ordre : c'est ce que le calcul confirmera plus loin dans

manière la plus certaine. Je ne présente ici ces résultats que comme des faits que nous généraliserons plus loin, et dont nous trouverons la loi.

En inclinant la plaque sur le rayon incident dans le sens opposé, quelque inclinaison qu'on lui donne, on n'aperçoit jamais de couleurs.

Le premier élément qu'il faut connaître pour calculer ces phénomènes, c'est l'action de la plaque sous l'incidence perpendiculaire. Quand nous l'aurons déterminée, nous saurons dans quel rapport elle se trouve affaiblie par l'inclinaison de l'axe sur le plan des lames, et nous verrons si cet affaiblissement est toujours réglé sur celui de la force répulsive combiné avec le changement d'épaisseur.

Pour résoudre cette question, j'ai croisé cette plaque que je nommerai A avec une autre plaque de chaux sulfatée B beaucoup moins épaisse. J'ai exposé le systême à un rayon polarisé, sous l'incidence perpendiculaire et dans l'azimut de 45° : en analysant la lumière transmise, j'ai reconnu qu'il polarisait le jaune du premier ordre. Si l'on inclinait le premier axe de la plaque A de manière à l'affaiblir, le rayon extraordinaire montait dans l'ordre des anneaux comme si le systême fût devenu plus mince; il arrivait ainsi presque tout de suite au zéro des teintes. Après quoi, en continuant toujours à incliner la plaque dans le même sens, on recommençait une autre série de teintes qui descendaient constamment dans l'ordre des anneaux. Cette expérience montre que la plaque de cristal de roche, sous l'incidence perpendiculaire, était plus forte que la plaque de chaux sulfatée avec laquelle je l'avais croisée, puisqu'il fallait l'affaiblir, et renforcer cette dernière pour que l'action devînt égale.

Pour vérifier ce résultat d'une autre manière, j'ai incliné la plaque de cristal de roche en sens contraire, sans changer l'azimut de son axe, mais seulement de manière à augmenter l'angle T que formait cet axe avec le rayon réfracté. De cette manière j'augmentais l'action de la plaque A; et puisqu'elle était déja plus forte que l'autre sous l'incidence perpendiculaire, les teintes polarisées par le systême devaient constamment descendre dans l'ordre des anneaux comme s'il fût devenu plus épais. C'est aussi ce qui a eu lieu réellement, comme je m'en suis assuré par l'expérience.

Il suit de-là que pour rendre la plaque de chaux sulfatée égale en action à celle de cristal de roche sous l'incidence perpendiculaire, il faudrait lui ajouter une épaisseur qui, considérée isolément et sous cette incidence, polarisât le jaune du premier ordre: celui-ci est représenté par $4^p,6$ dans la table de Newton; ainsi, en le multipliant par 4 on aura $18^p,4$ pour le nombre de parties du sphéromètre qui représente cette épaisseur.

Ces observations faites, j'ai procédé à la mesure des épaisseurs par le moyen du sphéromètre, et j'ai trouvé

Epaisseur de la plaque de cristal de roche A = 1415^p.
Epaisseur de la plaque de chaux sulfatée B = 810.

Mais ces épaisseurs ne donnent point la compensation exacte: pour obtenir cette dernière, nous avons vu qu'il fallait ajouter $18^p,4$ à la plaque de chaux sulfatée, ce qui porte son épaisseur à 828, et l'on a alors, dans la compensation parfaite,

Plaque de chaux sulfatée parallèle à l'axe..... 828^p.
Plaque de cristal de roche oblique à l'axe.....1415.

Ici nous voyons bien clairement l'influence de l'obliquité de l'axe; car les lames de chaux sulfatée et de cristal de roche parallèles à l'axe se compensent à égalité d'épaisseurs; au lieu que, dans le cas présent, si nous représentons par l'unité la force de la plaque de chaux sulfatée pour faire osciller la lumière, celle de la plaque de cristal de roche sera exprimée par $\frac{928}{1415}$, en raison inverse de leurs épaisseurs.

Mais quel rapport ce résultat a-t-il avec l'intensité de la force répulsive qui produit la réfraction extraordinaire? Pour le savoir, il faut se rappeler le principe général que j'ai énoncé plus haut : c'est que l'action d'une plaque quelconque est toujours, à très-peu de chose près, exprimée par le produit de la force répulsive et de la longueur du trajet suivant laquelle elle agit. Soit, fig. 14, ABCD notre plaque de cristal de roche, et LI la direction du rayon incident perpendiculaire. Si la double réfraction du cristal de roche est soumise aux mêmes lois que Huyghens a découvertes pour le spath d'Islande, le rayon incident LI se divisera en entrant dans le cristal, parce que le rayon réfracté est incliné sur l'axe AC. Mais à cause du peu d'intensité de la double réfraction dans le cristal de roche, cette séparation est tout-à-fait insensible dans les plaques qui n'ont que cinq ou six centimètres d'épaisseur; et ainsi nous pouvons, relativement à ces plaques, calculer la force répulsive d'après la direction du rayon ordinaire. Ici donc elle sera exprimée par le carré du sinus de l'angle IAB, puisque AB est l'axe; ou, ce qui revient au même, elle le sera par le carré du cosinus de l'angle ABI, que nous avons appelé a. De plus le trajet que fait la lumière dans la plaque est égal à IA, c'est-à-dire à son épaisseur même, que nous dési-

gnerons par e, en sorte que $e \cos^2 a$ sera l'expression de son action sous l'incidence perpendiculaire. Si nous voulons la comparer à une plaque d'épaisseur égale, mais dont l'axe soit parallèle aux surfaces, l'action de celle-ci serait simplement e, en faisant l'angle a égal à zéro. Ainsi, en prenant cette dernière pour unité, l'action de la plaque oblique sur l'axe sera exprimée par $\frac{e \cos^2 a}{e}$, ou simplement $\cos^2 a$. Or, ici on a

$a = 40°$, par conséquent log. cos. $a = \bar{1},8842540$.
Et ensuite.....log. $\cos^2 a = \bar{1},7685080$.

Mais d'un autre côté nous savons que ce même rapport est égal à $\frac{828}{1415}$; car, puisque la chaux sulfatée et le cristal de roche parallèle à l'axe se compensent dans le rapport d'égagalité, on peut regarder le nombre 828 comme représentant l'épaisseur d'une plaque de cristal de roche parallèle à l'axe, et qui compenserait exactement la plaque oblique.

Log. 828 = 2,9180303
Log. 1415 = 3,1507564

Log. rapport 1,7672739

Ce logarithme est presque égal au précédent. Pour savoir à quoi répond la différence, partons du rapport $\frac{828}{1415}$ et calculons l'angle a d'après sa valeur; on aura dans cette hypothèse

Log. $\cos^2 a$ = 1,7672739
Donc log. cos. a = 1,8836369
Ce qui donne $a = 40° \; 5' \; 50''$

au lieu de $a = 40^\circ$ qui a été obtenu par des mesures directes. Ainsi l'erreur totale serait de 5′ 50″, et elle doit être répartie sur la mesure de l'angle du prisme, sur la forme de la plaque de cristal qui sans doute n'avait pas ses surfaces mathématiquement parallèles, et dont les couleurs n'étaient par conséquent pas rigoureusement uniformes, enfin sur l'écart du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire que nous avons négligé; mais en admettant la possibilité de toutes ces causes d'erreur, on voit qu'elles ont très-peu influé sur le résultat définitif, et qu'on aurait pu calculer l'angle des deux faces de la lame d'après les épaisseurs de compensation; ou, réciproquement, on aurait pu prédire les épaisseurs d'après la mesure de l'angle, sans s'écarter sensiblement de l'observation. Nous admettrons donc que dans les plaques où l'axe est oblique sur les surfaces, la force qui fait osciller la lumière est, sous l'incidence perpendiculaire, proportionnelle à l'intensité de la force réfringente extraordinaire, c'est-à-dire au carré du sinus de l'angle formé par l'axe du cristal avec le rayon réfracté; de plus nous adopterons pour épaisseur moyenne de la plaque de cristal de roche celle qui se déduit de cette loi et de l'épaisseur 828 de la plaque de chaux sulfatée observée; c'est-à-dire qu'en la nommant e nous prendrons $e = \frac{828}{\cos^2, 40^\circ} = 1401$.

Cet élément principal de nos recherches étant ainsi déterminé, nous allons suivre les conséquences du même principe sous les incidences obliques; mais pour le faire avec tout le développement nécessaire, il faut étendre la série des teintes auxquelles nous l'appliquerons.

Pour cela j'ai préparé le rayon polarisé incident en le

faisant passer à travers une plaque de chaux sulfatée placée perpendiculairement à sa direction, et tournée de manière que sa section principale croisât à angles droits celle de la plaque de cristal de roche. L'épaisseur de cette plaque de chaux sulfatée était de 504 parties du sphéromètre; or, j'ai fait voir que lorsque deux plaques sont ainsi croisées, l'action totale de leur systême sur les oscillations de la lumière est égale à la différence de leurs épaisseurs. Ainsi, dans toutes les inclinaisons que prenait la plaque de cristal de roche, la plaque de chaux sulfatée qui restait constamment perpendiculaire au rayon, retranchait toujours de son épaisseur ainsi réduite 504 parties du sphéromètre. Aussi est-il arrivé que, sous l'incidence perpendiculaire, et pour des inclinaisons peu considérables, la plaque de cristal de roche l'a d'abord emporté sur l'autre, de manière qu'on n'apercevait pas de couleurs. Peu-à-peu, en augmentant l'inclinaison, les couleurs ont commencé à se développer, en commençant par le septième ordre d'anneaux et remontant depuis ce terme, dans l'ordre assigné par Newton, jusqu'au blanc du premier ordre, suivi du bleu et enfin du noir. Alors l'action de la plaque de cristal de roche inclinée, étant réduite par l'inclinaison, se trouvait égale à celle de la plaque de chaux sulfatée; mais en continuant à diminuer son action par l'inclinaison, elle est devenue plus faible : alors le systême a de nouveau donné des couleurs qui ont descendu dans l'ordre des anneaux depuis le premier ordre jusqu'au septième. Après ce terme l'action de la plaque de cristal était tellement réduite par l'inclinaison, qu'elle ne retranchait plus assez de la plaque de chaux sulfatée pour que la différence tombât dans les limites d'épaisseur qui peuvent donner des

couleurs; et alors les deux faisceaux, devenus une seconde fois blancs, ont dû nécessairement rester blancs sous toutes les inclinaisons plus grandes, ce qui est en effet arrivé.

Pour mieux constater la marche de ces résultats et leur conformité avec la théorie des oscillations, je rapporterai ici les incidences que j'ai mesurées à diverses époques de la série des anneaux. Je dois faire remarquer que l'observation précise des teintes a présenté quelques difficultés à cause de la forme un peu prismatique de la plaque de cristal de roche. Le peu de grosseur des aiguilles d'où ces plaques sont tirées ne permet pas à l'opticien de leur donner des surfaces exactement parallèles; de-là résultent des inégalités d'épaisseur dans les diverses parties d'une même plaque, et conséquemment des inégalités de couleur : ces inégalités deviennent de moins en moins sensibles à mesure que l'inclinaison augmente, parce que leur influence se trouve réduite dans la même proportion que l'action totale de la lame elle-même. Aussi dans les grandes inclinaisons les deux faisceaux paraissent chacun d'une teinte parfaitement uniforme, au lieu que sous les petites inclinaisons, où l'action de la plaque est plus forte, l'image du disque lumineux qui forme chaque faisceau ne se trouve pas exactement de même teinte dans ses diverses parties; ce qui fait qu'il est en général difficile d'assigner chaque teinte avec précision, et qu'on ne peut obtenir cet avantage que dans les teintes dont les variations sont les moins sensibles, telles que sont, par exemple, le blanc du premier ordre, et le vert du troisième. Voici maintenant les résultats des observations.

Lame de chaux sulfatée perpendiculaire au rayon polarisé, et croisée avec la plaque de cristal de roche inclinée.

Azimut de la section principale de la plaque de cristal de roche.	Rayon ordinaire.	Rayon extraord.	Incidence.	Ordre d'anneaux auquel répond le rayon extraordin.
45°	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	9° 12′ 30″	7e ordre.
	Bleu verdâtre.	Rouge pâle.	11 55 0	6e ordre.
	Rouge.	Vert.	16 52 30	4e ordre.
	Vert.	Rouge.	17 52 0	3e ordre.
	Noir.	Blanc.	24 12 40	1er ordre.
	Blanc.	Noir (il reste un peu de rouge jaunâtre et de bleu à cause de la forme prismatique).	25 29 10	
	Noir (il reste du rouge jaunâtre et du bleu).	Blanc sensiblement.	26 25 0	
	Vert très-beau.	Rouge.	31 25 20	3e ordre.
	Rouge.	Vert.	32 46 10	4e ordre.
	Vert bleuâtre.	Rouge.	34 0 40	
	Rouge.	Bleu verdâtre.	35 22 10	5e ordre.
	Bleu verdâtre.	Rouge pâle.	36 34 20	
	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	38 12 10	6e ordre.
	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	39 4 10	

L'effet du croisement des plaques se montre ici avec évidence; car les couleurs qui avaient commencé dans la première expérience sous l'incidence de 59°, lorsque le rayon arrivait directement à la plaque de cristal de roche, ont commencé ici sous l'incidence de 9° 13′; et après avoir par-

couru deux fois la série entière des anneaux, elles ont fini de nouveau par deux faisceaux blancs, ce qui n'avait nullement lieu dans le premier cas. Je n'assurerai point cependant que la première teinte que j'ai indiquée répondît exactement au septième ordre d'anneaux; je pourrais même m'être trompé d'un rang dans quelques-unes des autres couleurs; et on ne s'étonnera pas de ces incertitudes, si l'on considère que les trente-trois teintes qui composent les sept anneaux de la table de Newton se succèdent ici deux fois dans un intervalle de 30°, puisqu'elles commencent à se montrer sous l'incidence de 9° 13', et qu'elles finissent sous celle de 39°. Il en résulte que le passage d'une de ces teintes à la suivante est extrêmement rapide, ce qui rend leur observation précise fort difficile. Cette difficulté est encore augmentée par la forme prismatique de la plaque qui, étant d'une épaisseur sensiblement inégale, donne des couleurs un peu différentes dans ses diverses parties; ce qui contribue à augmenter le mélange de teintes, et peut même les monter ou les abaisser d'un rang dans la table de Newton. Aussi, en rapportant cette première expérience, je n'ai pour but que de montrer les limites d'incidence dans lesquelles les couleurs naissent et sont comprises, réservant la recherche d'une plus grande rigueur pour les expériences suivantes, où la plaque de cristal de roche sera croisée avec des plaques plus minces de chaux sulfatée, ce qui rendra la succession des teintes plus lente et plus facile à déterminer exactement.

Néanmoins, à travers ces causes inévitables d'irrégularités, on peut déja reconnaître la loi remarquable qui lie les incidences correspondantes aux différentes teintes. Cette loi est la même que j'ai déja énoncée en parlant de la chaux

sulfatée, et elle consiste en ce que les actions de ces plaques comparées, soit à elles-mêmes sous des incidences diverses, soit les unes aux autres pour différentes épaisseurs, sont, à très-peu de chose près, proportionnelles au produit de la force répulsive extraordinaire par la longueur du trajet durant lequel elle agit; en sorte que toutes les fois que ce produit est le même dans différentes lames, ou dans des systêmes de ces lames assemblées comme on voudra, la teinte est aussi la même, ou à très-peu près la même, quelle que soit d'ailleurs la position de l'axe du cristal relativement aux surfaces par lesquelles le rayon entre ou sort.

Nommons e l'épaisseur de la plaque de cristal de roche exprimée en parties du sphéromètre, et réduite à l'échelle de Newton. Nommons θ l'angle d'incidence LIP (fig. 15), et θ' l'angle de réfraction correspondant. Si l'on néglige la différence de direction des deux rayons ordinaire et extraordinaire, comme nous l'avons déja fait pour la chaux sulfatée, la longueur du trajet oblique IR, que la lumière parcourt en traversant la plaque, sera égale à $\frac{e}{\cos.\theta'}$. L'angle B'TI, formé par le rayon réfracté IR avec l'axe A'B' de la plaque, est égal à $90^\circ - (a + \theta')$, comme nous l'avons dit plus haut. Par conséquent le carré du sinus de cet angle qui exprime la force de la réfraction extraordinaire sera $\sin^2 [90^\circ - (a + \theta')]$ ou $\cos^2 (a + \theta')$; multipliant cette quantité par $\frac{e}{\cos.\theta'}$, on aura le produit

$$\frac{e \cos^2 [a + \theta']}{\cos.\theta'},$$

qui exprimera, à très-peu de chose près, l'action de la

plaque sous les incidences diverses. Afin de comparer ce résultat à l'expérience, j'ai formé les valeurs de la fonction précédente pour les incidences extrêmes, et pour celles où les deux plaques se compensent : pour effectuer ces évaluations, il faut connaître le facteur constant qui doit ramener nos plaques à la table de Newton. Or, j'ai trouvé dans mon premier Mémoire, pour le cristal de roche et la chaux sulfatée bien pure, que le bleu du second ordre, qui, dans la table de Newton, est représenté par 9, répond en parties du sphéromètre à 36 ou 37 parties à-peu-près. Donc, pour réduire à cette table l'épaisseur de la plaque de cristal de roche, qui est de 1401 parties du sphéromètre, on peut, au moins dans un premier essai, se borner à la diviser par 4, ce qui la réduirait à 350^{p}; mais le résultat moyen des expériences m'a conduit à y ajouter 3 parties, ce qui la porte à 353. Pour réduire de même l'épaisseur de la plaque de chaux sulfatée qui a été trouvée de 504 parties, il faut lui faire subir la même opération, ce qui la ramène à 126^{p}. Ces évaluations seront suffisamment exactes pour l'objet que nous avons en vue, et qui est seulement de fixer les limites des couleurs diverses. Il faut de plus se rappeler que l'angle formé par l'axe de cristallisation avec les surfaces de la plaque est de 40°. Enfin, pour calculer l'angle de réfraction θ', il faut avoir le rapport du sinus de réfraction au sinus d'incidence : nous le supposerons égal à $\frac{25}{16}$, conformément aux expériences de Newton. Avec ces données j'ai calculé le tableau suivant :

Angle d'incidence compté de la perpendiculaire. θ.	Angle de réfraction θ'.	Valeur de la fonction $\frac{e\cos^2(a+\theta')}{\cos.\theta'}$	Epaisseur de la plaque de chaux sulfatée.	Différences.	Désignation de la teinte; calculée.
7° 49′ 40″	5° 0′ 0″	176	126	50	Blanc rougeâtre du 7e ordre.
21 44 45	13 43 0	126,5	126	0,5	Noir.
35 19 0	21 42 50	85	126	41	Rouge pâle du 6e ordre.

Telles sont donc les incidences auxquelles la formule indique les teintes que nous considérons; ces indications diffèrent peu de celles de l'expérience; mais pour mieux les comparer, rapprochons-les pour les mêmes teintes, nous aurons ainsi :

Désignation des teintes.	Incidences; calculées.	Incidences; observées.	Excès de l'observation.
Blanc rougeâtre du 7e ordre . .	7° 49′ 40″	9° 13′ 20″	1° 23′ 50″
Noir	21 44 45	25 29 10	3 44 25
Rouge pâle du 6e ordre	35 19 0	39 4 10	3 45 10

On voit que l'écart de la formule, d'abord très-faible sous les incidences peu différentes de la perpendiculaire, augmente ensuite avec l'obliquité; mais ne dépasse jamais 3° 45″ pour l'évaluation de l'incidence sous laquelle on aperçoit telle ou telle couleur. Ainsi, déja notre formule représente, à très-peu de chose près, les expériences; mais on s'en ap-

prochera bien davantage encore, et on la rendra tout-à-fait exacte, en lui donnant un diviseur de la forme

$$1 + m \sin^2 (a + \theta') + n \sin^4 (a + \theta'),$$

dans lequel m et n seront des coëfficiens constans qu'il faudra déterminer par observation, et qui seront nécessairement peu considérables. C'est ainsi que nous en avons agi pour la chaux sulfatée; mais il ne faut pas entreprendre une recherche si délicate sur cette première expérience, où les teintes n'ont pas pu être rigoureusement déterminées, par les raisons que j'ai rapportées plus haut.

Cette expérience faite, j'ai laissé la plaque de cristal de roche sur l'appareil; mais j'ai enlevé la lame de chaux sulfatée : je l'ai fendue en deux parties à-peu-près égales en épaisseur, au moins à la vue, et j'ai croisé une seule d'entre elles avec la plaque de cristal de roche, en la replaçant dans une situation constamment perpendiculaire au rayon polarisé. L'épaisseur de cette plaque était de 231 parties du sphéromètre, et, réduite à la table de Newton, elle valait 57,75. Alors les couleurs n'ont commencé à se montrer que sous des incidences plus considérables; elles ont d'abord monté dans l'ordre des anneaux, comme dans l'expérience précédente; elles ont également passé par le zéro des teintes; et ensuite elles ont redescendu de nouveau dans l'ordre des anneaux, mais non pas jusqu'au blanc composé; car sous l'incidence de 77° sexagésimaux, elles n'étaient encore arrivées qu'au sixième ordre, au lieu que dans l'expérience précédente les couleurs sont revenues ainsi au blanc composé lorsque l'incidence a été d'environ 39°. Tout cela est

parfaitement indiqué par les valeurs de la fonction.

$$\frac{e \cos^2 (a + \theta') [1 - m \sin^2 a - n \sin^4 a]}{\cos. \theta' [1 - m \sin^2 (a + \theta') - n \sin^4 (a + \theta')]};$$

car, dans la première expression, ces valeurs étaient compensées par une plaque de chaux sulfatée dont l'épaisseur, réduite à l'échelle de Newton, était de 126 parties du sphéromètre. Les couleurs commençaient donc à paraître lorsque l'épaisseur de la plaque de cristal de roche, réduite par l'inclinaison et diminuée de 126 parties, entrait dans les limites de la table de Newton, c'est-à-dire entre zéro et $49^p \frac{2}{3}$. Maintenant que nous employons une plaque de chaux sulfatée dont l'épaisseur est seulement $57^p,75$, il faut substituer ce nombre au nombre 126 dans nos soustractions, et alors on voit que les couleurs doivent commencer et finir à de plus grandes inclinaisons.

Mais pour mieux montrer cet accord, je rapporterai d'abord la série des observations telles qu'elles ont été faites, et je calculerai ensuite plusieurs d'entre elles, de manière à montrer leur accord avec la formule.

Plaque de chaux sulfatée croisée avec la même plaque de cristal de roche.

Epaisseur de la plaque de cristal de roche réduite à l'échelle de Newton pour l'incidence perpendiculaire.....353^p.

Epaisseur de la plaque de chaux sulfatée perpendiculaire..... 57,75.

Azimut de la section principale des plaques.	Rayon ordinaire.	Rayon extraord.	Incidence sur la plaque de cristal de roche.	Ordre d'anneaux auquel répond le rayon extraord.
45°	Bleu verdât. faible	Blanc rougeâtre.	29° 55′ 0″	7e ordre.
	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	31 4 0	
	Bleu verdâtre.	Rouge pâle.	32 49 20	6e ordre.
	Rouge.	Bleu verdâtre.	33 54 40	
	Bleu verdâtre.	Rouge.	35 19 50	5e ordre.
	Rouge.	Vert bleuâtre.	36 23 10	
	Vert bleuâtre.	Rouge.	37 37 50	4e ordre.
	Rouge.	Vert.	39 3 40	
	Vert.	Rouge.	40 25 40	3e ordre.
	Rouge.	Vert vif.	41 46 10	

Entre ce rouge et ce vert, le rayon extraordinaire passe par un jaune imparfait tel que doit être celui du troisième ordre. Au-delà du vert, les couleurs se succèdent avec beaucoup plus de rapidité, ce qui est en effet un des caractères des couleurs de cet ordre, comme on peut le voir d'après les épaisseurs très-peu différentes auxquelles ces couleurs répondent dans la table de Newton. Par cette raison l'influence de la forme prismatique de la plaque de cristal de roche devient plus sensible. Ainsi on passe bien du vert au bleu, ce qui rend l'image ordinaire jaune, et de-là on aperçoit le gris de lin qui suit le bleu et confine au pourpre du troisième ordre dans la série des anneaux; mais on ne peut jamais obtenir toute l'image extraordinaire bleue ou gris de lin. Je passe donc par-dessus ces couleurs, et j'arrive au rouge du second ordre dont la couleur se soutient plus longtemps, comme l'indique la table de Newton; et à partir de ce terme, je continue la série des observations, en m'arrêtant seulement aux teintes les plus tranchées et les plus durables.

Azimut de la section principale des plaques.	Rayon ordinaire.	Rayon extraord.	Incidence sur la plaque de cristal de roche.	Ordre d'anneaux auquel répond le rayon extraordin.
45°	Vert.	Rouge.	42° 59′ 0″	2e ordre.
	Bleu.	Jaune.	43 49 50	
	Rouge bleuâtre.	Vert imparfait.	44 13 50	
	Jaune.	Bleu.	44 54 50	
	Jaune verdâtre.	Pourpre du 2e ordre.	42 25 50	
	Bleu.	Orangé.	46 5 20	1er ordre.
	Mélange de bleu et de rouge jaunâtre très-faible	Blanc.	47 15 0	
	Blanc.	Noir sensiblement (il reste un bleu très-faible).	48 41 50	
	Bleu verdâtre presque nul.	Blanc brillant.	50 21 20	1er ordre.
	Blanc bleuâtre.	Rouge orangé sombre.	51 23 10	
	Jaune.	Bleu céleste.	53 35 40	2e ordre.
	Bleu.	Orangé.	54 35 10	
	Vert d'eau blanchâtre.	Rouge pourpre.	55 22 10	
	Jaune.	Bleu.	56 28 30	3e ordre.
	Rouge pourpre.	Vert.	57 11 40	
	Bleu.	Jaune légèrement rougeâtre.	58 23 30	
	Vert vif.	Rouge.	59 29 20	
	Rouge.	Vert très-beau.	61 49 50	4e ordre.
	Vert.	Rouge.	64 23 40	
	Rouge.	Bleu verdâtre.	67 50 30	5e ordre.
	Bleu verdâtre.	Rouge.	70 14 10	
	Rouge.	Bleu verdâtre.	77 8 20	6e ordre.

La disposition de l'appareil n'a pas permis de voir les images sous des inclinaisons plus grandes. Cependant les couleurs sont encore extrêmement sensibles, ce qui prouve bien que l'on n'est pas arrivé à la fin des anneaux, résultat conforme à la progression des teintes observées. Dans l'expérience précédente, où la plaque de cristal de roche était croisée avec une plaque de chaux sulfatée plus épaisse, on ne voyait déja plus de couleurs sous l'incidence de 40°.

Toutes ces expériences sont parfaitement représentées en supposant que l'action variable de la plaque de cristal de roche soit exprimée par la formule :

$$\frac{e \cos^2 (a + \theta') [1 - m \sin^2 a - n \sin^4 a]}{\cos. \theta' [1 - m \sin^2 (a + \theta') - n \sin^4 (a + \theta')]};$$

alors, en nommant A l'épaisseur constante de la plaque de chaux sulfatée, qui reste perpendiculaire au rayon incident, on aura pour l'expression générale de la teinte extraordinaire

$$E = \frac{e \cos^2 (a + \theta') [1 - m \sin^2 a - n \sin^4 a]}{\cos. \theta' [1 - m \sin^2 (a + \theta') - n \sin^4 (a + \theta')]} - A.$$

Dans notre expérience on a

$$e = 353 \qquad A = 57,75.$$

De plus, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction dans le cristal de roche $= \frac{25}{16}$, dont le logarithme est 0,1938200. J'ai déterminé m et n de manière à satisfaire à la première incidence observée et à la dernière ; j'ai trouvé ainsi $m = 0,134107$, $n = 0,0374223$; ce qui donne, en faisant $a = 40°$,

$$353 [1 - m \sin^2 a - n \sin^4 a] = 331,185;$$

et alors la formule devient pour notre plaque

$$E = \frac{331,185 \cos^2 (a + \theta')}{\cos. \theta' \left[1 - 0,134107 \sin^2 (a + \theta') - 0,0374223 \sin^4 (a + \theta')\right]};$$

avec ces données, j'ai calculé les valeurs numériques de la formule pour diverses teintes intermédiaires entre les extrêmes, et j'ai trouvé les résultats suivans, que j'ai comparés à l'observation.

Incidence observée. θ.	Angle de réfraction. θ'.	Action de la plaque de cristal de roche d'après la formule.	Action constante de la plaque de chaux sulfatée.	Différence, ou valeur de la teinte calculée.	Teinte observée.	Evaluation de l'action du système d'après la teinte.
29° 55′ 0″	18° 36′ 50″	107, 42	57, 75	49, 67	Blanc rougeâtre du 7e ordre.	49, 67
41 46 10	25 14 0	74, 37	57, 75	16, 62	Vert du 3e ordre.	16, 25
48 41 50	28 44 10	58, 08	57, 75	0, 33	Noir.	0, 00
57 11 40	32 32 30	41, 75	57, 75	16, 00	Vert du 3e ordre.	16, 25
77 8 20	38 36 50	19, 75	57, 75	38, 00	Bleu verdâtre du 6e ordre.	38, 00

On voit qu'ayant seulement plié notre formule aux observations extrêmes, elle satisfait d'elle-même et avec une égale exactitude aux observations intermédiaires. Car, par exemple, l'incidence où le rayon extraordinaire est nul, se trouve ici déterminée par notre formule tout aussi bien que par l'observation.

Enfin, j'ai compensé la même plaque de cristal de roche avec une autre plaque de chaux sulfatée dont l'épaisseur, exprimée en parties du sphéromètre, s'est trouvée de 397 parties qui, réduites à l'échelle de Newton, en prenant 36 pour le bleu du second ordre, valent 99p,25; mais j'ai trouvé qu'on accordait mieux les observations en supposant cette plaque égale à 99,50. Je l'ai placée de même dans une position constamment perpendiculaire au rayon polarisé. Alors

j'ai observé l'apparition des couleurs et leurs ordres successifs plutôt que dans l'expérience précédente, mais plus tard que dans la première. En voici le résultat observé pour un certain nombre de teintes dans la série des anneaux.

Plaque de chaux sulfatée croisée avec la plaque de cristal de roche.

Epaisseur de la plaque de cristal de roche réduite à l'échelle de Newton pour l'incidence perdiculaire.....353p.

Epaisseur de la plaque de chaux sulfatée..... 99,50.

Azimut de la plaque de cristal de roche.	Rayon ordinaire.	Rayon extraord.	Incidence sur la plaque de cristal de roche.	Ordre d'anneaux auquel répond le rayon extraordin.
45°	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	18° 56′ 40″	7e ordre.
	Bleu verdâtre.	Rouge.	22 0 20	5e ordre.
	Rouge.	Vert vif.	25 21 10	4e ordre.
	Vert.	Rouge.	26 27 0	3e ordre.
	Rouge.	Vert.	27 22 30	3e ordre.
	Bleu.	Orangé.	28 50 40	2e ordre.
	Bleu très-sombre, presque nul.	Blanc.	31 30 0	1er ordre.
	Blanc.	Noir.	32 34 50	
	Noir ou presque noir.	Blanc brillant.	33 58 30	1er ordre.
	Bleu très-beau.	Orangé.	36 31 20	2e ordre.
	Rouge.	Vert.	38 9 20	3e ordre.
	Vert.	Rouge.	39 14 20	3e ordre.
	Rouge.	Vert vif.	40 30 0	4e ordre.
	Vert bleuâtre.	Rouge.	44 29 10	5e ordre.
	Bleu verdâtre.	Rouge.	47 58 30	6e ordre.
	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	50 2 10	7e ordre.

Pour comparer ces observations à la théorie, j'ai encore calculé la valeur de la plaque oblique de cristal de roche au moyen de la même formule

$$E = \frac{331,185 \cos^2 (a + \theta')}{\cos. \theta' [1 - 0,134107 \sin^2 (a + \theta') - 0,0374223 \sin^4 (a + \theta')]},$$

que nous avons formée précédemment; et, sans aucune autre préparation, j'ai cherché les teintes qui en résultaient sous diverses incidences. J'ai formé ainsi le tableau suivant, qui offre la comparaison de ces résultats avec l'observation.

Incidence sur la plaque de cristal de roche; observée. θ.	Angle de réfraction. θ'.	Valeur de la fonction E; calculée.	Epaisseur de la plaque constante de chaux sulfatée.	Différence ou action du système; calculée.	Teinte extraordinaire; observée.	Evaluation de l'action du système d'après la teinte.
25° 21′ 10″	15 54 20	121, 53	99, 50	22, 03	Vert du 4e ordre.	22, $\frac{3}{4}$
32 34 50	20 9 30	99, 50	99, 50	0, 0	Noir.	0, 00
40 30 0	24 33 40	77, 63	99, 50	21, 87	Vert du 4e ordre.	22, $\frac{3}{4}$
50 20 20	29 22 40	55, 22	99, 50	44, 28	Bleu verdâtre du 7e ordre.	45, $\frac{4}{5}$

Il n'y a que des différences très-petites entre les teintes observées et les teintes calculées. Cependant il faut remarquer que l'incidence du rayon sur la plaque de cristal de roche a toujours été assez voisine de la perpendicularité pour que la forme prismatique de la plaque ait toujours eu une influence sensible; c'est-à-dire que l'on apercevait des différences sensibles de nuances en observant à travers différens points de cette plaque; et comme, à parler rigoureusement, on ne peut répondre de se tenir toujours au même point, il s'ensuit que, même une grande partie de

nos petites erreurs doit être attribuée à cette cause inévitable.

Ayant déterminé et confirmé par ces expériences la loi suivant laquelle la plaque de cristal de roche s'affaiblit par l'inclinaison, notre formule doit nous indiquer aussi sous quelle incidence il faut abaisser cette plaque pour obtenir des couleurs par le seul affaiblissement de son action, sans la croiser avec une autre plaque : cela aura lieu lorsque la quantité

$$E = \frac{331,185 \cos^2 (a + \theta')}{\cos. \theta' [1 - 0,134107 \sin^2 (a + \theta') - 0,0374223 \sin^4 (a + \theta')]}$$

commencera à entrer dans les limites d'épaisseur où les couleurs se produisent naturellement; c'est-à-dire deviendra moindre que $49\frac{2}{3}$, qui correspond au blanc rougeâtre du septième ordre d'anneaux. Pour voir si ce résultat se réalisait, j'ai observé sous quelle incidence les couleurs commençaient réellement à se produire quand on abaissait la plaque, et j'ai mesuré ainsi plusieurs incidences qui correspondaient aux premières teintes que l'on pouvait obtenir. Ces mesures sont rapportées plus haut, page 187; ensuite j'ai calculé, par la formule, quelles étaient les épaisseurs auxquelles répondait l'action de la plaque sous ces incidences diverses, et j'ai comparé ces résultats du calcul avec les épaisseurs véritables conclues des teintes observées. J'ai obtenu ainsi le tableau suivant:

Incidence sur la plaque de cristal de roche; observ. θ.	Angle de réfraction. θ'.	Valeur de la fonction E; calculée.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de l'action de la plaque conclue de la teinte; observée.
52° 45' 30"	30° 37' 50"	49, 73	Blanc rougeâtre du 7e ordre.....	49, 67
54 55 0	31 35 0	45, 62	Bleu verdâtre du 7e ordre.....	45, 80
57 49 30	32 48 0	40, 70	Rouge du 6e ordre.....	42, 00
59 39 10	33 31 30	37, 81	Bleu verdâtre du 6e ordre.....	38, 00
62 24 50	34 33 30	33, 82	Rouge du 5e ordre.....	34, 00
65 2 30	35 28 0	30, 43	Bleu verdâtre du 5e ordre.....	29, 67
68 44 30	36 37 0	26, 33	Rouge du 4e ordre.....	26, 00
73 58 50	37 57 40	21, 82	Vert du 4e ordre.....	22, 75
78 48 50	38 53 20	18, 89	Rouge du 3e ordre.....	18, 71
	Somme...	305, 15	Somme.....	307, 06

On voit que les évaluations particulières des teintes s'accordent avec l'observation aussi bien qu'on peut le desirer dans des expériences où les sens sont pris pour juges. La somme de toutes les valeurs conclues de l'observation des teintes ne diffère de celle qui se conclut de la formule que de $2^p,45$ ou $\frac{1}{125}$ de leur valeur totale; de sorte, que pour faire disparaître l'écart, il suffirait de supposer que j'ai observé cette série sur un point de la plaque où l'épaisseur était de $\frac{1}{125}$ plus grande que j'ai supposée; et comme l'épaisseur moyenne de la plaque, observée au sphéromètre, est de 1401 parties, on voit que la différence dont il s'agit répondrait à 11 parties du sphéromètre, ou à $\frac{25}{1000}$ de millimètre, quantité que l'on n'aurait même pas espéré de pouvoir rendre sensible dans les expériences de ce genre, et qui ne peut en effet le devenir que par la comparaison des observations avec une loi extrêmement approchée. C'est-là, en effet, tout ce que je me suis proposé de prouver dans cette comparaison. Je ferai remarquer que nous sommes arrivés

presque à la limité des teintes que peut donner notre plaque; car en supposant l'incidence de 90° on trouve $E = 16,20$, ce qui répond exactement au vert du troisième ordre qui suit le rouge du même ordre que nous avons observé.

Dans tout ce qui précède, nous n'avons croisé la plaque de cristal de roche qu'avec des plaques de chaux sulfatée beaucoup plus faibles qu'elles, c'est pourquoi il a fallu abaisser son axe sur le rayon polarisé pour lui faire produire des couleurs. Mais on peut encore lui en faire produire par un mouvement contraire, c'est-à-dire en l'inclinant de manière à augmenter l'angle de l'axe de cristallisation avec le rayon réfracté. Pour cela il faut remarquer que l'action de notre plaque sous l'incidence perpendiculaire où θ' est nul, se réduit à $353 \cos^2 a$, qui, en mettant pour a la valeur 40° donne $207^p,15$. Par conséquent, si on la croise avec une plaque de chaux sulfatée parallèle à l'axe, dont l'action soit peu différente de $207^p,15$, on pourra voir des couleurs en l'inclinant dans les deux sens, et ces couleurs s'observeront ainsi tant que la différence positive ou négative des deux plaques ne sortira pas des limites de la table de Newton.

Pour réaliser cette conséquence de notre théorie, j'ai croisé la plaque de cristal de roche avec une plaque de chaux sulfatée dont l'épaisseur était de 820 parties du sphéromètre, ce qui se réduit à 205 parties de la table de Newton, en supposant le bleu du second ordre représenté par 36 parties du sphéromètre, ce qui est sa valeur moyenne. Comme les incidences qui donnaient des couleurs étaient comprises dans des limites très-peu éloignées de la perpendiculaire, les teintes se succédaient avec beaucoup de rapi-

dité à mesure que l'inclinaison changeait, et la forme prismatique de la plaque exerçait toute son influence : c'est pourquoi je n'ai point cherché à observer un grand nombre de teintes; j'ai seulement déterminé les limites où les couleurs commençaient et finissaient de se montrer; et j'ai mesuré aussi l'incidence pour un beau vert qui, d'après la succession des couleurs, s'est trouvé être celui du quatrième ordre. J'ai obtenu les résultats suivans :

Azimut de la section principale de la plaque de cristal de roche.	Incidence sur la plaque de cristal de roche; observée. θ.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.
45°	+ 14° 55′ 20″	Blanc. Fin des couleurs.
	+ 7 10 20	Vert du 4e ordre.
	— 10 31 0	Blanc. Fin des couleurs.

J'ai donné à l'incidence θ le signe positif quand l'inclinaison de la plaque était dirigée de manière à affaiblir son action, en diminuant l'angle de l'axe de cristallisation avec le rayon réfracté. Au contraire, j'ai donné à θ le signe négatif quand on inclinait la plaque dans le même azimut, mais en sens opposé, de manière à augmenter l'angle de l'axe de cristallisation avec le rayon réfracté, ce qui augmentait l'action de la plaque. Pour introduire dans notre formule générale cette inversion de circonstances, il faut y faire θ' négatif dans le facteur $\cos^2(a + \theta')$, qui est proportionnel à la force répulsive de la réfraction extraordinaire; mais quant au facteur que nous avons introduit au dénominateur

pour rendre les observations concordantes avec la formule, j'ai trouvé qu'il ne fallait pas y faire cette inversion de signe, et que dans tous les cas il fallait y faire θ' positif. Comme l'introduction de ce facteur n'est jusqu'ici pour moi qu'un résultat de l'expérience, je ne chercherai point à expliquer cette particularité. Avec ces précautions j'ai calculé l'action variable de la plaque de cristal de roche pour ces incidences diverses au moyen de la formule

$$E = \frac{331,185 \cos^2 (a + \theta')}{\cos. \theta' \left[1 - 0,134107 \sin^2 (a + \theta') - 0,0374223 \sin^4 (a + \theta')\right]};$$

et j'ai soustrait les résultats du nombre 205 qui exprimait l'action constante de la plaque de chaux sulfatée; j'ai obtenu ainsi les valeurs des teintes, et en les rapprochant de l'observation, j'ai formé le tableau suivant:

Incidence observée. θ.	Angle de réfraction. θ'.	Valeur de E; calculée.	Action constante de la plaque perpendiculaire.	Différence ou valeur de la teinte; calculée.	Teinte observée.	Evaluation de l'action du système d'après la teinte.
$+14^\circ 55' 20''$	$+9^\circ 30' 30''$	155,60	205	49,60	Blanc du 7e ordre.	49,67
$+7^\circ 10\ 30$	$+4\ 35\ \ 0$	182,35	205	22,65	Vert du 4e ordre.	22,75
$-10\ 31\ \ 0$	$-6\ 42\ 30$	253,68	205	48,68	Blanc du 7e ordre.	49,67

Ces résultats s'accordent aussi bien que l'on pouvait l'espérer. La nécessité de prendre θ' constamment positif dans le dénominateur se fait déja sentir sur la dernière observation; car si on le prenait négatif comme au numérateur, alors on trouverait pour la dernière teinte 46,72, valeur fort au-dessous de la limite 49,67; mais cette nécessité sera encore plus sensible à de plus grandes obliquités.

Cette observation étant achevée, j'ai placé sur la plaque de chaux sulfatée une autre plaque de même nature tirée du même morceau, et dont l'épaisseur était égale à 310 parties du sphéromètre, ce qui, réduit à l'échelle de Newton, vaut $77^p,5$; et comme la première plaque valait 205, il en résulte que leur somme valait $282^p,5$. Cette épaisseur surpasse de beaucoup l'action de la plaque de cristal de roche sous l'incidence perpendiculaire; car celle-ci est seulement égale à $207^p,15$, comme nous l'avons vu plus haut. La différence 75,35 excédant de beaucoup les limites de la table de Newton, on voit que le système ne peut pas produire de couleurs sous l'incidence perpendiculaire, et il n'en donnera pas davantage tant que l'on inclinera l'axe de la plaque de cristal de roche de manière à affaiblir sa force répulsive. C'est aussi ce qui est arrivé.

Mais en abaissant l'axe en sens contraire, dans le même azimut, de manière à augmenter l'angle qu'il formait avec le rayon polarisé, on a augmenté l'action de la plaque: aussi a-t-on commencé à voir les couleurs paraître au-delà d'une certaine incidence, lorsque l'excès des plaques de chaux sulfatée sur la plaque de cristal de roche oblique a commencé à entrer dans les limites de la table de Newton. Ces couleurs ont monté dans l'ordre des anneaux; elles ont passé par le noir, et sont redescendues par les mêmes périodes; et enfin elles se sont terminées de nouveau par le blanc composé, après avoir parcouru deux fois les *trente-trois* teintes de la table de Newton dans une différence d'incidence de 25°. Tous ces résultats sont parfaitement conformes à notre formule, comme le montre le tableau suivant:

Incidence observée. θ.	Angle de réfraction. θ′.	Valeur de E; calculée.	Action des plaques perpendiculaires.	Différence ou valeur de la teinte; calculée.	Teinte du rayon extraordinaire; observée.	Valeur de la teinte dans la table de Newton.
— 4° 23′ 0″	— 2° 48′ 10″	226, 20	282, 5	56, 30	Blanc.	49,67 Serait le blanc rougeâtre du 7e ordre.
— 16 51 20	— 10 41 40	282, 79	282, 5	0, 29	Noir.	0,00
— 29 47 20	— 18 32 20	342, 79	282, 5	60, 29	Blanc.	49,67 Serait le blanc rougeâtre du 7e ordre.

On voit ici comment le jeu de la formule s'accorde encore avec l'observation. D'abord la plaque de cristal de roche était plus faible que le système des plaques de chaux sulfatée; mais en l'inclinant, de manière à rendre θ′ négatif, son action a augmenté; elle est devenue égale à celle des plaques de chaux sulfatée, après quoi elle les a surpassées. Il n'est pas du tout étonnant que les limites extrêmes des teintes répondent à des épaisseurs un peu plus fortes que l'expression du dernier blanc rougeâtre donné par Newton; car dans l'impossibilité où j'étais de déterminer exactement cette limite, je me suis arrêté à des incidences telles que je fusse bien certain de ne plus apercevoir du tout de coloration, et c'est ce qui m'a fait sortir un peu au-delà des limites de la table de Newton.

On voit aussi dans ces expériences la nécessité de prendre toujours θ′, avec le même signe, dans le dénominateur de la formule; car si on le prenait négatif, on s'écarterait considérablement des observations. Au reste, en exposant les formules dont je viens de faire usage, je suis loin de prétendre qu'elles soient les seules qui puissent représenter les observations, ni même qu'elles soient applicables à tous les cas possibles, du moins en ce qui concerne l'introduction du fac-

teur variable qui contient les coëfficiens arbitraires m et n. J'ai seulement voulu montrer que les variations des teintes, sous les incidences diverses, sont assujéties à des lois dont on ne peut méconnaître la constance; et dont la marche se trouve représentée par les formules, d'une manière simple et commode, qui permet d'en prévoir facilement et sûrement les effets.

La conséquence la plus générale des expériences précédentes, c'est que *l'espèce de teinte polarisée par chaque plaque, sous une incidence donnée, dépend de l'angle que le rayon réfracté forme avec l'axe de cristallisation, et de la longueur du trajet que ce rayon parcourt à travers la substance du cristal.* Ainsi, toutes les fois que l'un de ces deux élémens variera, on doit s'attendre à voir varier la teinte; et si, au lieu d'une plaque terminée par des surfaces planes, on emploie une plaque terminée par des surfaces courbes, la combinaison de ces deux variations, qui aura lieu à-la-fois sous chaque incidence, devra y produire des zones colorées dont la figure et la teinte dépendront de la forme de la plaque, de sa position dans le cristal, et de l'incidence du rayon sur sa surface, suivant des lois calculables d'après notre théorie.

On conçoit encore que, si l'on taille une plaque à surfaces planes et parallèles, dans une direction telle que l'axe du cristal fasse un grand angle avec ses surfaces, on conçoit, dis-je, qu'en inclinant convenablement cette plaque sur un rayon polarisé, le rayon réfracté pourra se rapprocher de plus en plus de l'axe de cristallisation, et même lui devenir parallèle. Alors, si l'action répulsive émanée de cet axe était la seule cause qui pût polariser la lumière, il ne devrait plus, dans cette circonstance, se produire aucun dérangement dans les axes de polarisation du rayon. Mais on sait

que dans le cristal de roche, il se produit des couleurs même dans des plaques perpendiculaires à l'axe, lorsqu'elles sont suffisamment épaisses, et qu'on les expose perpendiculairement à un rayon polarisé. Cette action, comme on le verra dans la dernière partie de ce Mémoire, est totalement distincte de la force répulsive principale. Son action s'affaiblit à mesure que l'angle du rayon réfracté augmente, et elle finit par devenir insensible à certaines limites de cet angle que nous déterminerons. Or, dans les plaques taillées comme nous venons de le dire, on doit finir par développer cette action; et alors elle doit modifier les phénomènes que nous avions, jusqu'à présent, considérés dans des limites où son influence était insensible. C'est, en effet, ce qui a lieu, comme je m'en suis assuré par l'expérience, avec des plaques taillées de manière à développer les circonstances favorables de ce phénomène. Mais l'examen de ce cas doit entrer dans une dernière partie, où je considérerai les plaques perpendiculaires à l'axe, et où je donnerai les lois suivant lesquelles cette action s'exerce, non plus de manière à faire osciller la lumière, mais de manière à la faire tourner d'un mouvement continu.

Néanmoins, avant de terminer cette quatrième partie, je crois devoir résumer les conséquences auxquelles nous avons été conduits par les expériences qui s'y trouvent rapportées. Lorsque nous avons analysé les phénomènes que présentent les plaques de chaux sulfatée, sous l'incidence perpendiculaire, nous avons vu qu'ils démontraient nécessairement l'existence d'une force en vertu de laquelle les molécules lumineuses oscillaient autour de l'axe de cristallisation. De plus, comme les phénomènes des incidences obliques nous

montraient l'action de la plaque décroissante quand on inclinait cet axe, et croissante quand on inclinait la ligne perpendiculaire, nous avions été porté à croire que toute la force d'oscillation, n'émanait pas seulement de l'axe de cristallisation, mais aussi de la ligne qui lui était perpendiculaire; de sorte que l'action totale, sous une inclinaison quelconque, dépendait de la différence des effets opposés que ces deux axes rectangulaires pouvaient produire. Cependant nous remarquâmes, page 161, que cette idée n'était pas une conséquence nécessaire des faits, et que la seule chose rigoureusement indiquée était l'existence d'une résultante. Les expériences exactes faites sous des incidences obliques, dans cette quatrième partie, viennent de décider la question en nous montrant que les variations d'intensité que l'action de la plaque éprouve lorsqu'on incline la ligne perpendiculaire à l'axe, ne dépendent pas d'une force particulière émanée de cette ligne, mais de la simple augmentation d'épaisseur occasionnée par l'accroissement d'inclinaison. De façon, qu'en dernière analyse, tous les phénomènes se réduisent à cette loi simple : à mesure que l'axe de cristallisation s'incline sur le rayon réfracté, la force qui fait osciller les particules lumineuses diminue, et le nombre des oscillations faites dans le même espace décroît comme le carré du sinus de l'angle que cet axe forme avec le rayon réfracté; mais en même-temps le trajet de la lumière dans la plaque s'augmente par l'obliquité; et les oscillations en deviennent plus nombreuses dans le même espace. Ces deux élémens, modifiés par un facteur presque constant, qui dépend probablement de la vîtesse, déterminent dans tous les cas les teintes que les plaques doivent présenter.

CINQUIÈME PARTIE,

Lue le 31 mai 1813.

Expériences sur les plaques de cristal de roche taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation.

Lorsqu'on fait passer un rayon polarisé perpendiculairement à travers une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, il perd sa polarisation primitive; et si on l'analyse avec un prisme ou un rhomboïde de cristal d'Islande, il donne deux faisceaux dont la couleur et l'intensité dépendent de la direction de la section principale du rhomboïde, ainsi que de l'épaisseur de la plaque interposée. Quand la plaque est assez mince pour donner ainsi des faisceaux colorés, la teinte de ces faisceaux varie, à mesure que l'on tourne le cristal d'Islande autour du rayon incident, en le maintenant toujours sous l'incidence perpendiculaire. Ce fait a été observé, pour la première fois, par M. Arago. Pour étudier les lois de ces variations, j'ai rendu le rhomboïde mobile autour du rayon, et je l'ai fait tourner ainsi, avec l'alidade d'un cercle divisé en demi-degrés. J'ai ensuite observé successivement, à l'aide de cet appareil, plusieurs plaques de cristal taillées perpendiculairement à l'axe. Celles dont j'ai fait d'abord usage étaient tirées d'une même aiguille très-pure. C'était la première dont je m'étais servi pour former des lames minces parallèles à l'axe; et j'insiste sur cette circonstance, afin d'établir d'une manière plus rigoureuse l'identité des observations. J'ai aussi essayé successivement plusieurs autres aiguilles, afin d'éviter les phénomènes qui pourraient être produits par des irrégularités accidentelles de cristallisation. Enfin, j'ai aussi fait amincir successivement plusieurs

de ces plaques, et je les ai observées dans leurs états divers. De sorte que ces dernières observations comparées, soit entre elles, soit aux observations semblables faites sur d'autres plaques tirées des mêmes aiguilles, offrent un ensemble complet d'expériences par lesquelles on peut constater la nature de tous les phénomènes que produisent les plaques de cristal de roche taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation. Je vais rapporter ces expériences en commençant par les lames les plus minces, quoiqu'elles n'aient pas toujours été observées dans l'ordre de leurs épaisseurs, puisque quelques-unes ont été successivement amincies. Mais cet ordre fera mieux connaître la série des phénomènes : d'ailleurs j'aurai toujours soin d'indiquer les plaques qui se rapportent, et qui ont été successivement déduites d'une même plaque, amincie à divers degrés d'épaisseur.

Dans toutes ces expériences, la section principale du rhomboïde ou du prisme de spath d'Islande est d'abord placée dans l'azimut zéro, c'est-à-dire qu'elle coïncide avec le plan primitif de polarisation. Je la fais tourner successivement dans divers azimuts, et je note la teinte observée de chaque faisceau dans ces différentes positions. Dans les premières expériences que je fis de cette manière, je faisais parcourir ainsi à la section principale du rhomboïde tous les azimuts, mais je me suis bientôt aperçu que les deux faisceaux changeaient constamment de rôle dans les azimuts 0° et 90°, ou plus généralement dans les azimuts α et $90 + \alpha$, α étant quelconque; de sorte qu'après chaque période de 90° la teinte du rayon ordinaire s'est échangée avec celle du rayon extraordinaire, et réciproquement. Cette remarque une fois faite et bien constatée, il m'a suffi d'ob-

server les variations des teintes depuis l'azimut 0° jusqu'à l'azimut 90°, pour connaître la loi de ces variations dans tout le reste de la circonférence; et l'on conçoit même *à priori* que la chose doit être ainsi, car on sait par expérience que toutes les actions extraordinaires et ordinaires des rhomboïdes de spath d'Islande échangent leurs valeurs dans les azimuts qui diffèrent d'un angle droit. Quelle que soit donc la modification subie par les rayons qui traversent une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, on doit s'attendre que cet échange aura encore lieu dans les mêmes limites, puisqu'il dépend uniquement de la nature de l'action exercée par le rhomboïde, et non pas de la nature de la modification imprimée au rayon.

J'ai vérifié qu'en tournant les plaques de cristal dans leur plan, l'incidence restant toujours perpendiculaire et le rhomboïde restant fixe, la teinte des faisceaux ordinaire et extraordinaire ne change point. Ce fait avait été remarqué par M. Arago, dès ses premières expériences.

Enfin, j'ai indiqué à chaque expérience quel était l'ordre d'anneaux auquel appartenait la teinte du rayon extraordinaire lorsque l'azimut du rhomboïde était placé dans l'azimut zéro; j'ai en effet observé que la nature des teintes de ce rayon pour les épaisseurs diverses de la plaque répondait aux différens ordres d'anneaux colorés, et à des ordres d'autant plus élevés dans la table de Newton, que l'épaisseur devenait moindre. Pour constater cet ordre dans chaque expérience, j'inclinais la plaque de cristal de roche dans l'azimut de 45°: alors la force répulsive de la double réfraction augmentant par l'inclinaison, on voit la teinte du rayon extraordinaire descendre graduellement dans l'ordre des an-

neaux comme si la plaque devenait de plus en plus épaisse; et par le nombre ainsi que la succession des teintes que ce rayon parcourt avant d'arriver à la blancheur, on juge aisément et sûrement de l'ordre d'anneaux duquel il est parti.

1ere Expérience. *Plaque n° 1, épaisseur en parties du sphéromètre* 177, *en millimètres* $0^{mm},400$. *Cette plaque provient de la plaque n° 2 de l'expérience suivante, qui a été amincie.*

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De la droite à la gauche de l'observateur.	0° 0′	Blanc.		Bleu sombre.
	9 45	Blanc.		Bleu violacé, si faible qu'il est presqu'imperceptible : min.
	11 30	Blanc.		Rouge jaunâtre ou violacé jaunâtre très-sombre.
	20	Blanc.		Jaune pâle.
	30	Blanc.		Jaune très-pâle.
	40	Blanc.		Blanc à peine jaunâtre
	50	Blanc à peine bleuâtre		Blanc à peine jaunâtre, images sensiblement égales en intensité.
	60	Blanc légerem. bleuât.		Blanc sensiblement.
	70	Blanc bleuâtre		Blanc.
	80	Bleu blanchâtre.		Blanc.
	90	Bleu sombre.		Blanc.
	90 + 0° 0′	Bleu-sombre.		Blanc.
	9 45	Bleu violacé presque noir.		Blanc.
	11 30	Violacé jaunâtre très-sombre.		Blanc.
	20	Jaune pâle.		Blanc.
	30	Jaune très-pâle.		Blanc.
	40	Blanc à peine jaunâtre		Blanc.
	50	Blanc à peine jaunâtre		Blanc à peine bleuâtre, images sensiblement égales en intensité.
	60	Blanc sensiblement.		Blanc légerem. bleuât.
	70	Blanc.		Blanc bleuâtre.
	80	Blanc.		Bleu blanchâtre.
	90	Blanc.		Bleu sombre.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De la droite à la gauche de l'observateur.	180 + 0° 0'	Blanc.		Bleu sombre.
	9 45	Blanc.		Bleu violacé presque nul : minimum.
	11 30	Blanc.		Rouge jaunâtre très-sombre.
	20	Blanc.		Jaune pâle.
	30	Blanc.		Jaune très-pâle.
	40	Blanc.		Blanc à peine jaunâtre.
	50	Blanc à peine bleuâtre		Blanc à peine jaunâtre, images sensiblement égales en intensité.
	60	Blanc légèrem. bleuât.		Blanc sensiblement.
	70	Blanc bleuâtre.		Blanc.
	80	Bleu blanchâtre.		Blanc.
	90	Bleu sombre.		Blanc.
	270 + 0° 0'	Bleu sombre.		Blanc.
	9 45	Bleu violacé presque noir.		Blanc.
	11 30	Rouge jaunâtre très-sombre.		Blanc.
	20	Jaune pâle.		Blanc.
	30	Jaune très-pâle.		Blanc.
	40	Blanc à peine jaunâtre		Blanc.
	50	Blanc à peine jaunâtre		Blanc à peine bleuâtre, images sensiblement égales en intensité.
	60	Blanc sensiblement.		Blanc légèrem. bleuât.
	70	Blanc.		Blanc bleuâtre.
	80	Blanc.		Bleu blanchâtre.
	90	Blanc.		Bleu sombre.

La succession des teintes en inclinant la plaque dans l'azimut de 45°, montre que le bleu observé dans l'azimut 0° est le bleu du premier ordre avoisinant au noir.

La loi de ces teintes est évidente. En tournant le rhomboïde de droite à gauche, et de l'azimut 0° jusqu'à l'azimut 90°, le rayon extraordinaire, par exemple, parcourt un certain nombre de teintes; ces teintes sont les mêmes

et dans le même ordre que celles que parcourt ensuite le rayon ordinaire depuis 90° jusqu'à 180°. Ensuite ces mêmes teintes passent de nouveau au rayon extraordinaire, qui les parcourt une seconde fois en allant de 180° à 270°, et enfin ces mêmes teintes reviennent encore une fois au rayon ordinaire, qui les parcourt de 270° à 360°. La même alternative a lieu pour les teintes qui formaient d'abord le rayon ordinaire, quand on tournait le rhomboïde de 0 à 90°. Enfin on peut également vérifier sur ces observations ce que nous avons dit de l'échange des teintes entre les azimuts α et $90° + \alpha$.

Ces lois s'observent également dans toutes les autres expériences du même genre, quelle que soit l'épaisseur de la plaque de cristal de roche, et je les ai constatées de la même manière. Cette remarque une fois faite nous permettra d'abréger les tableaux suivans, et nous nous bornerons à y consigner les teintes observées en allant de 0° à 90°.

2e Expérience. *Plaque n° 2, épaisseur en millimètres mesurée au sphéromètre,* $0^{mm},488$. *C'est d'elle que provient la plaque n° 1 de l'expérience précédente.*

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0° 0'	Blanc.		Bleu sombre.
	10	Blanc.		Bleu très-sombre presque insensible.
	11 30	Blanc presque total.		Bleu extrêmement sombre, presque imperceptible.
	15	Blanc.		Orangé rougeâtre ou rouge orangé extrêmement sombre.
	20	Blanc sensiblement.		Orangé jaunâtre, couleur de buis.
	30	Blanc.		Orangé jaunâtre.
	35	Blanc.		Jaune pâle.
	40	Blanc.		Jaune très-pâle.
	50	Blanc.		Jaune extrêmement pâle.
	60	Blanc légèrement bleuâtre.		Jaune extrêmement pâle.
	65	Bleu blanchâtre.		Blanc légèrement jaunâtre.
	70	Bleu moins blanchât.		Blanc sensiblement.
	75	Bleu clair.		Blanc sensiblement.
	80	Bleu céleste.		Blanc.
	85	Bleu sombre.		Blanc.
	90	Bleu sombre.		Blanc.

Ici les rayons ont changé de rôle comme dans l'expérience précédente, et les teintes se continuent dans les autres quadrans suivant la loi que nous avons exposée. De plus, la manière dont les teintes se succèdent quand on incline la plaque dans l'azimut de 45°, indique que la teinte du rayon extraordinaire dans l'azimut 0° appartient au premier ordre.

3e Expérience. *Plaque n° 3, tirée de la même aiguille de cristal de roche. Epaisseur en parties du sphéromètre 524p, en millimètres* $1^{mm},184$.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0° 0′	Blanc légèrem. jaunât.		Bleu un peu blanchât.
	10	Blanc extrêmement peu jaunâtre.		Bleu plus sombre.
	20	Blanc sensiblement.		Bleu très-sombre, un peu violacé.
	28 30	Blanc.		Indigo violacé extrêmement sombre et presque insensible: minimum.
	31	Blanc sensiblement.		Violacé rougeâtre extrêmement sombre.
	35	Blanc sensiblement.		Rouge un peu jaunât.
	40	Blanc sensiblement.		Orangé rougeâtre.
	50	Blanc à peine bleuâtre		Orangé jaunâtre.
	55	Blanc à peine bleuâtre		Jaune.
	60	Blanc très-légèrement bleuâtre.		Jaune.
	65	Blanc très-légèrement bleuâtre.		Jaune pâle.
	70	Blanc légèrem. bleuât.		Jaune très-pâle.
	75	Blanc bleuâtre.		Jaune très-pâle.
	80	Blanc très-bleuâtre.		Jaune extrêmem. pâle:
	85	Bleu blanchâtre.		Blanc jaunâtre.
	90	Bleu un peu blanchât.		Blanc légèrem. jaunât.

A 90° les rayons ont changé de rôle comme dans les expériences précédentes; de plus, en inclinant la plaque dans l'azimut de 45°, la succession des teintes montre que la couleur du rayon extraordinaire dans l'azimut 0° appartient encore au premier ordre.

4e Expérience. *Plaque n° 4, tirée de la même aiguille de cristal de roche. C'est celle qui a donné la plaque n° 3. Epaisseur en parties du sphéromètre 927p, en millimètres* $2^{mm},094$.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Jaune orangé.		Blanc bleuâtre ou bleu blanchâtre.
	10	Jaune brillant.		Bleu blanchâtre plus foncé.
	20	Jaune un peu pâle.		Bleu plus foncé.
	30	Jaune très-pâle.		Bleu très-beau.
	40	Blanc jaunâtre.		Bleu sombre et pur.
	45	Blanc très-faiblement jaunâtre.		Bleu très-sombre et pur.
	50	Blanc à peine jaunâtre		Bleu très-sombre un peu violacé : minim.
	55	Blanc presque parfait.		Violacé rougeâtre.
	60	Blanc sensiblement.		Rouge violacé.
	65	Blanc sensiblement.		Rouge.
	70	Blanc à peine bleuâtre		Rouge orangé.
	75	Blanc à peine bleuâtre		Orangé foncé.
	80	Blanc un peu bleuâtre		Orangé brillant et jaunâtre.
	85	Blanc faiblem. bleuât.		Jaune orangé brillant.
	90	Blanc bleuâtre ou bleu blanchâtre.		Jaune orangé.

Ici les rayons ont encore changé de rôle. Quand on incline la plaque dans l'azimut de 45°, la succession des teintes indique que la teinte du rayon extraordinaire dans l'azimut 0° appartient encore au premier ordre.

Remarquons, de plus, qu'ici le minimum d'intensité du rayon extraordinaire a eu lieu dans l'azimut de 50°, tandis que dans l'expérience précédente ce minimum se trouvait à 28° 30′; dans la seconde, à 11° 30′, et dans la première, à

9° 45′. L'azimut auquel ce minimum s'observe s'approche donc de zéro à mesure que la plaque s'amincit.

5e Expérience. *Plaque n° 5, tirée de la même aiguille que les précédentes. Epaisseur au sphéromètre* 1504p, *en millimètres* 3mm,478. *Cette plaque, et celles que j'ai employées dans les expériences suivantes, proviennent d'une même plaque qui avait d'abord* 13mm,5 *d'épaisseur, et qui a été successivement amincie à divers degrés.*

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Rouge violacé.		Blanc sensiblement.
	10	Rouge pourpre.		Blanc à peine bleuâtre.
	20	Rouge jaunâtre.		Blanc légèrem. bleuât.
	30	Orangé.		Bleu blanchâtre.
	40	Jaune.		Bleu.
	50	Jaune clair.		Indigo.
	60	Jaune clair.		Indigo.
	70	Jaune clair.		Indigo superbe et pur de teinte.
	80	Blanc à peine jaunâtre		Indigo violacé très-sombre (gris de lin).
	85	Blanc sensiblement.		Violacé rougeâtre.
	90	Blanc sensiblement.		Rouge violacé.

Ici les rayons changent de rôle. Le minimum d'intensité a eu lieu vers 80°. Quand on incline la plaque dans l'azimut de 45°, l'ordre des teintes indique que la teinte du rayon extraordinaire dans l'azimut 0° appartient encore au premier ordre.

6e Expérience. *Plaque n° 6. Epaisseur en parties du sphéromètre 2233, en millimètres* $5^{mm},044$. *C'est cette lame amincie qui a donné la précédente.*

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Bleu.		Orangé brillant.
	10	Bleu indigo.		Jaune orangé.
	20	Indigo sombre.		Jaune citron un peu verdâtre.
	30	Indigo violacé.		Vert jaunâtre.
	40	Violet rougeâtre.		Vert moins jaunâtre, clair.
	50	Rouge pourpre.		Vert bleuâtre.
	60	Rouge.		Vert bleuâtre ou bleu verdâtre clair.
	70	Rouge jaunâtre.		Bleu céleste clair.
	80	Orangé très-rouge.		Bleu céleste.
	90	Orangé brillant.		Bleu.

A 90° les rayons ont changé de rôle comme dans les expériences précédentes. De plus, quand on incline la plaque dans l'azimut de 45°, la succession des teintes du rayon extraordinaire indique que la teinte de ce rayon dans l'azimut 0° appartient au second ordre.

Ici nous remarquons une circonstance importante. Au degré d'épaisseur où se trouve maintenant la plaque, le rayon extraordinaire n'a plus de minimum comme dans les expériences précédentes; mais, à mesure que l'on tourne le rhomboïde de droite à gauche, il remonte dans l'ordre des anneaux, c'est-à-dire que de l'orangé il passe au jaune, au verd, au bleu, et c'est là qu'il s'arrête; au lieu que dans l'expérience précédente, où il partait du blanc, qui est une

couleur du premier ordre, il montait de là au blanc bleuâtre, au bleu, à l'indigo, et au violet sombre presque noir. Enfin dans les expériences où la plaque était encore plus mince, ce rayon répondant d'abord au bleu du premier ordre, passait de là à l'indigo et au violet sombre presque nul, qui sont les couleurs qui se succèdent en remontant dans l'ordre des anneaux. De ce rapprochement, qui sera confirmé par toutes les expériences qui vont suivre, nous devons conclure comme fait général, que, dans l'aiguille dont ces plaques étaient tirées, le rayon extraordinaire monte dans l'ordre des anneaux lorsqu'on tourne le rhomboïde de droite à gauche, et si cette rotation le fait monter jusqu'à la dernière teinte des anneaux qui confine au noir, il redescend ensuite par les mêmes degrés; ou, ce qui revient au même, on peut concevoir qu'il monte encore dans la table de Newton, si l'on veut prolonger cette table en sens contraire au-delà du noir.

En assimilant ici ces couleurs à celles des anneaux, je ne prétends pas dire qu'elles soient rigoureusement composées d'une manière identique, ni qu'elles répondent aux mêmes proportions d'épaisseur des plaques, je ne veux qu'indiquer l'ordre suivant lequel elles se succèdent à mesure que l'on tourne le rhomboïde, et donner un moyen facile de les prévoir.

Nous avons vu que les teintes des rayons ordinaire et extraordinaire s'échangent, en général, dans les azimuts α et $90^\circ + \alpha$. Par conséquent, lorsqu'on a tourné le rhomboïde de 90°, si on continuait à le tourner davantage, les teintes du rayon ordinaire observées dans le premier quadrans passeraient au rayon extraordinaire dans le second, ainsi que

nous l'avons expliqué en détail dans la première expérience. Or, dans le cas actuel, en écrivant les teintes du rayon extraordinaire les unes au-dessous des autres, dans la première moitié de la circonférence, on obtiendrait la série suivante de teintes.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Bleu.		Orangé brillant.
	10	Bleu indigo.		Jaune orangé.
	20	Indigo sombre.		Jaune citron un peu verdâtre.
	30	Indigo violacé.		Vert jaunâtre.
	40	Violet rougeâtre.		Vert moins jaunâtre, clair.
	50	Rouge pourpre.		Vert bleuâtre.
	60	Rouge.		Vert bleuâtre ou bleu verdâtre clair.
	70	Rouge jaunâtre.		Bleu céleste clair.
	80	Orangé très-rouge.		Bleu céleste.
	90	Orangé brillant.		Bleu.
	90° + 10°	Jaune orangé.		Bleu indigo.
	20	Jaune citron un peu verdâtre.		Indigo sombre.
	30	Vert jaunâtre.		Indigo violacé.
	40	Vert moins jaunâtre clair.		Violet rougeâtre.
	50	Vert bleuâtre.		Rouge pourpre.
	60	Vert bleuâtre ou bleu verdâtre clair.		Rouge.
	70	Bleu céleste clair.		Rouge jaunâtre.
	80	Bleu céleste.		Orangé très-rouge.
	180	Bleu.		Orangé brillant.

Alors les molécules des diverses couleurs sembleraient entrer dans le rayon ordinaire successivement et dans l'ordre de leur réfrangibilité, de manière qu'on les aurait toutes parcourues entre les azimuts 0° et 90° + 60 ou 150°. Mais en comparant cette expérience avec celles que nous avons

faites avec d'autres plaques, d'épaisseur différente, on voit qu'une pareille supposition serait beaucoup trop particulière; car cette succession continue des teintes dans l'ordre de la réfrangibilité tient uniquement à ce que les couleurs développées par la plaque à cette épaisseur répondent au second ordre d'anneaux, dans lequel les couleurs sont plus séparées, plus distinctes, et se rejoignent accidentellement comme le voudrait cette supposition. On verra dans l'expérience suivante un exemple semblable et encore plus frappant.

7e Expérience. *Plaque n° 7. Epaisseur en parties du sphéromètre 2649p, en millimètres 5mm,985. C'est d'elle que provient la plaque employée dans l'expérience précédente.*

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Vert superbe.		Rouge éclatant.
	10	Vert bleuâtre.		Rouge orangé.
	20	Bleu.		Orangé brillant.
	30	Indigo.		Jaune.
	40	Indigo superbe.		Jaune verdâtre.
	50	Indigo violacé.		Vert jaunâtre.
	60	Violacé rougeâtre.		Vert un peu jaunâtre.
	70	Rouge pourpre.		Vert.
	80	Rouge un peu pourpre.		Vert plus beau.
	90	Rouge éclatant.		Vert superbe.
J'écris tout de suite la série des teintes dans le quadrans suivant.				
	90° + 0°	Rouge éclatant.		Vert superbe.
	10	Rouge orangé.		Vert bleuâtre.
	20	Orangé brillant.		Bleu.
	30	Jaune.		Indigo.
	40	Jaune verdâtre.		Indigo superbe.
	50	Vert jaunâtre.		Indigo violacé.
	60	Vert un peu jaunâtre.		Violacé rougeâtre.
	70	Vert.		Rouge pourpre.
	80	Vert plus beau.		Rouge un peu pourpre.
	180	Vert superbe.		Rouge éclatant.

En inclinant la plaque dans l'azimut de 45° sur le rayon incident, la succession des teintes a montré que la teinte du rayon extraordinaire dans l'azimut 0° répondait au rouge du second ordre. D'après cela, en jetant un coup-d'œil sur les couleurs du second ordre de la table de Newton que j'ai rapportée page 184 de mon premier Mémoire, on voit d'abord que les teintes du rayon extraordinaire ont monté dans l'ordre des anneaux, à mesure que l'on tournait le rhomboïde de 0° à 90°, conformément à ce que toutes les expériences précédentes nous avaient indiqué. De plus, à partir de cette dernière position, les teintes du rayon extraordinaire se sont échangées avec celles qu'avait parcourues le rayon ordinaire dans le premier quadrans; c'est-à-dire qu'elles ont répondu aux anneaux transmis au lieu de répondre aux anneaux réfléchis. Or, dans le second ordre d'anneaux, la succession des teintes pour les anneaux réfléchis et transmis est telle, que, si on les écrit les unes sous les autres comme nous venons de le faire, elles forment une série de couleurs qui se succèdent dans l'ordre de la réfrangibilité. Par conséquent, si l'on se bornait à étudier les phénomènes offerts par une seule plaque égale en épaisseur à la précédente, on pourrait croire que la loi des teintes a pour période une demi-circonférence, et que, dans cet intervalle, elles parcourent successivement toutes les couleurs dans l'ordre de la réfrangibilité. C'est aussi la conclusion à laquelle M. Arago avait été conduit par ses premières expériences : dans lesquelles il employait une plaque de cristal de roche perpendiculaire ou à-peu-près perpendiculaire à l'axe, et d'une épaisseur peu différente de 6 millimètres, selon ce qu'il nous apprend lui-même dans le Bulletin des

Sciences. Mais la comparaison des expériences faites avec des plaques d'épaisseur diverses, montre que cette période de 180° est purement accidentelle, et tient à la correspondance des teintes des couleurs réfléchies et transmises en diverses parties du second anneau. La seule loi constante et générale relativement à la succession des teintes, c'est qu'elles montent dans l'ordre des anneaux à mesure que l'on tourne le rhomboïde de 0° à 90°, et qu'elles s'échangent entre les deux rayons ordinaire et extraordinaire, dans les azimuts α et $90° + \alpha$.

8e Expérience. *Plaque n° 8. Epaisseur en parties du sphéromètre* 3091p, *en millimètres* $7^{mm},082$. *C'est d'elle que proviennent les précédentes.*

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Vert clair un peu jaunâtre.		Pourpre.
	10	Vert.		Rouge.
	20	Vert foncé.		Rouge.
	30	Vert vif.		Rouge un peu plus jaune.
	40	Vert bleuâtre.		Rouge un peu plus jaunâtre.
	45	Bleu verdâtre.		Rouge jaunâtre.
	50	Bleu légèrement verdâtre.		Jaune rougeâtre.
	60	Bleu très-beau.		Jaune pâle blanchâtre.
	65	Indigo superbe.		Jaune pâle légèrement verdâtre.
	70	Indigo superbe.		Jaune verdâtre.
	75	Indigo légèrem. violacé		Vert très-jaunâtre.
	80	Bleu violacé.		Vert jaunâtre.
	85	Violacé rougeâtre.		Vert un peu jaunâtre.
	90	Pourpre.		Vert clair un peu jaunâtre.

A 90° les rayons ont échangé leurs teintes comme précédemment. Quand on incline la plaque dans l'azimut de 45°, la succession des teintes montre que celle du rayon extrordinaire dans l'azimut 0° est le pourpre du troisième ordre. De plus, si on consulte la table de Newton, on verra que les teintes de ce rayon ont monté dans l'ordre des anneaux à mesure que le rhomboïde a tourné de 0° à 90°, et même on peut remarquer que le rouge du second anneau qui confine au pourpre du troisième, se maintient dans des limites d'épaisseur plus étendues que les autres couleurs du même anneau : aussi, dans notre expérience, cette teinte rouge s'est maintenue très-long-temps dans le rayon extraordinaire, car on l'a constamment observée de 0° à 45°.

9e Expérience. *Plaque n° 9. Epaisseur en parties du sphéromètre* 3513p, *en millimètres* 7mm,935. *C'est d'elle que provient la précédente.*

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Orangé rougeâtre.		Bleu.
	10	Jaune citron.		Gris de lin.
	20	Jaune verdâtre.		Rouge pourpre.
	30	Vert jaunâtre.		Rouge.
	40	Vert.		Rouge.
	50	Vert.		Rouge.
	60	Vert un peu bleuâtre.		Rouge un peu jaunâtre
	70	Vert bleuâtre.		Rouge plus jaunâtre.
	80	Bleu verdâtre.		Rouge jaunâtre.
	90	Bleu.		Orangé rougeâtre.

A 90° les rayons ont échangé leurs teintes comme précédemment. En inclinant la plaque dans l'azimut de 45°, la

succession des teintes montre que la teinte du rayon extraordinaire dans l'azimut 0° est le bleu du troisième ordre. En effet, en consultant la table de Newton, on voit qu'immédiatement au-dessus de ce bleu on trouve le gris de lin, le pourpre, et ensuite le rouge du second ordre, qui se maintient dans des limites d'épaisseur plus étendues que les autres couleurs du même anneau; telle est en effet, dans le cas actuel, la série des teintes que nous observons.

Avant que la plaque fût amenée à ce degré d'épaisseur, je l'avais déja fait servir à d'autres expériences, mais alors je n'avais qu'un appareil divisé de 22° 30′ en 22° 30′; divisions dont j'estimais assez exactement les moitiés lorsque je le jugeais nécessaire; cela suffira pour ces observations, car à mesure que l'on descend vers des anneaux plus composés, la variation des teintes dans les différens azimuts se fait par moins d'intermédiaires; et aussi ce n'est qu'en arrivant vers les premiers anneaux, que j'ai senti la nécessité de recourir à un appareil plus précis. Je vais rapporter ces expériences à la suite les unes des autres sans autre détail; leur analogie avec les précédentes suffit pour qu'on les interprète sans difficulté.

Numéros des expériences avec l'épaisseur des plaques en millimètres.	Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.	Ordre d'anneaux auquel répond le rayon extraordin. dans l'azimut o.
10e Expérience. Epaiss. 9mm,102.	De droite à gauche.	0° 0′	Rouge pourpre.		Vert superbe.	Vert vif du 3e ordre.
		22 30	Rouge jaunâtre ou jaune rougeâtre.		Bleu.	
		45	Jaune un peu verdâtre ou blanc verdâtre.		Gris de lin.	
		67 30	Vert un peu jaunâtre.		Rouge bleuâtre.	
		90	Vert superbe.		Rouge pourpre.	
11e Expérience. Epaiss. 10mm,124.	De droite à gauche.	0° 0′	Rouge de sang.		Vert un peu blanchâtre.	Vert du 3e ordre, mais plus bas que le vert de l'expérience précédente, en tirant vers le jaune du 3e ordre, qui est un jaune pâle et imparfait.
		11 15	Rouge vif.		Vert.	
		22 30	Rouge.		Vert.	
		33 45	Rouge jaunâtre.		Vert blanchâtre.	
		45	Jaune rougeâtre.		Bleu verdâtre.	
		56 15	Jaune moins rougeâtre.		Bleu.	
		67 30	Blanc légèrement verdâtre.		Gris de lin (bleu mêlé de rouge).	
		78 45	Vert pâle.		Pourpre.	
		90	Vert un peu blanchâtre.		Rouge de sang.	
12e Expérience. Epaiss. 11mm,971.	De droite à gauche.	0° 0′	Vert bleuâtre.		Rouge pâle jaunâtre.	Rouge du 3e ordre tirant au jaune.
		11 15	Vert bleuâtre lavé de rouge.		Blanc rougeâtre.	
		22 30	Rouge.		Vert pâle blanchâtre.	
		33 45	Rouge de sang.		Vert un peu pâle.	
		45	Rouge.		Vert.	
		67 30	Rouge.		Vert bleuâtre.	
		90	Rouge pâle jaunâtre.		Bleu verdâtre.	
13e Expérience. Epaiss. 13mm,416.	De droite à gauche.	0° 0′	Vert.		Rouge.	Rouge du 4e ordre.
		22 30	Vert bleuâtre.		Rouge jaunâtre.	
		45	Bleu verdâtre.		Blanc légèrement jaunâtre.	
		67 30	Rouge pâle.		Vert.	
		90	Rouge.		Vert.	

Pour savoir jusqu'à quel point on pouvait compter sur la généralité des résultats précédens, j'ai fait tailler des plaques de deux autres aiguilles très-pures, et j'ai observé leurs

épaisseurs, ainsi que les couleurs qu'elles donnaient sous l'incidence perpendiculaire dans les différens azimuts du rhomboïde. Voici le tableau de ces résultats, où j'ai rapproché les plaques qui appartiennent à une même aiguille.

Expériences faites avec diverses plaques de cristal de roche tirées d'une même aiguille, et taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation. Numérotées B.

Epaisseur des plaques en millimètres.	Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.	Désignation de l'ordre d'ann. auquel répond le rayon extraordin. dans l'azimut 0°.
N° 1 . . . 1mm,145.	De droite à gauche.	0°	Blanc.		Bleu.	1er ordre.
		10	Blanc.		Bleu sombre.	
		20	Blanc.		Bleu un peu violacé très-sombre	
		30	Blanc.		Violet bleuâtre à peine sensible : minimum.	
		40	Blanc.		Orangé rougeâtre sale.	
		50	Blanc.		Jaune couleur de buis.	
		60	Blanc légèrement bleuâtre.		Jaune.	
		70	Blanc légèrement bleuâtre.		Jaune.	
		80	Bleu blanchâtre.		Jaune pâle.	
		90	Bleu.		Blanc.	
N° 2 . . . 2mm,094.	De droite à gauche.	0°	Orangé.		Blanc très-légèrement bleuâtre.	1er ordre.
		10	Jaune.		Bleu blanchâtre.	
		20	Jaune.		Bleu.	
		30	Jaune pâle.		Bleu plus sombre et très-beau.	
		40	Jaune très-blanchâtre.		Indigo très-sombre et très-beau de ton.	
		50	Jaune presque blanc.		Indigo extrêmement sombre, peut-être un peu violacé : minim.	
		60	Blanc sensiblem.		Violet rougeâtre très faible d'intensité.	
		70	Blanc sensiblem.		Rouge bleuâtre.	
		80	Blanc un peu bleuâtre.		Rouge orangé.	
		90	Blanc très-légèrement bleuâtre.		Orangé.	

Epaisseur des plaques en millimètres.	Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.	Désignation de l'ordre d'ann. auquel répond le rayon extraordin. dans l'azimut 0°.
N° 3...2mm,929.	De droite à gauche.	0°	Blanc légèrement violacé.		Jaune citron.	1er ordre.
		10	Blanc violacé rougeâtre (lilas).		Jaune très-pâle.	
		20	Violet rougeâtre.		Jaune extrêmem. pâle presque blanc.	
		30	Rouge violacé.		Blanc presque parfait.	
		40	Rouge jaunâtre.		Blanc sensiblem.	
		50	Orangé foncé.		Blanc sensiblem.	
		60	Orangé jaunâtre.		Blanc sensiblem.	
		70	Jaune.		Blanc sensiblem.	
		80	Jaune clair.		Blanc sensiblem.	
		90	Jaune citron.		Blanc légèrement violacé.	
N° 4...3mm,810.	De droite à gauche.	0°	Bleu un peu blanchâtre.		Jaune.	1er ordre ?
		10	Bleu.		Jaune.	
		20	Bleu.		Jaune.	
		30	Bleu un peu violacé (gris de lin).		Jaune plus pâle.	
		40	Violet rougeâtre.		Jaune blanchâtre.	
		50	Rouge violacé.		Blanc légèrement bleuâtre.	
		60	Rouge un peu jaunâtre.		Blanc légèrement bleuâtre.	
		70	Rouge orangé.		Bleu blanchâtre.	
		80	Orangé.		Bleu céleste un peu blanchâtre.	
		90	Jaune.		Bleu un peu blanchâtre.	

Les périodes de ces teintes suivent dans chaque plaque la loi accoutumée. Mais la variation des teintes avec les épaisseurs s'écarte dans les deux dernières plaques de ce que l'on obtient généralement. Par exemple, la plaque n° 3 ne devrait pas donner un rayon ordinaire blanc légèrement violacé, mais rouge pourpre sombre; cela tient à ce que l'ai-

guille dont ces plaques étaient tirées avait dans sa cristallisation une particularité dont nous parlerons plus tard.

Expérience sur cinq plaques tirées d'une autre aiguille C.

Epaisseur des plaques en millimètres.	Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.	Ordre d'ann. auquel répond le rayon extraordinaire dans l'azim. o.
N° 1...1mm,032.	De droite à gauche.	0°	Blanc sensiblement.		Bleu.	1er ordre.
		10	Blanc sensiblement.		Bleu sombre.	
		20	Blanc.		Indigo extrêmem. sombre.	
		25	Blanc.		Violacé rougeâtre à peine sensible : minimum.	
		30	Blanc.		Rouge orangé très-sombre.	
		40	Blanc.		Orangé sombre.	
		50	Blanc sensiblement.		Orangé jaunâtre.	
		60	Blanc sensiblem. un peu bleuâtre.		Jaune.	
		70	Blanc bleuâtre.		Jaune pâle.	
		80	Bleu blanchâtre.		Jaune très-pâle.	
		90	Bleu.		Blanc sensiblem.	
N° 2...2mm,084.	De droite à gauche.	0°	Jaune orangé.		Blanc légèrement bleuâtre.	1er ordre.
		10	Jaune brillant.		Blanc bleuâtre.	
		20	Jaune.		Bleu.	
		30	Jaune pâle.		Bleu sombre.	
		40	Jaune pâle presque blanc.		Indigo très-sombre.	
		50	Blanc sensiblement.		Indigo violacé très-sombre : minim.	
		55	Blanc.		Violet très-sombre et rougeâtre.	
		60	Blanc.		Rouge violacé.	
		70	Blanc sensiblement.		Rouge jaunâtre.	
		80	Blanc à peine bleuâtre.		Orangé foncé.	
		90	Blanc légèrement bleuâtre.		Jaune orangé.	

Epaisseur des plaques en millimètres.	Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.	Ordre d'anneaux auquel rép. le rayon extraord.
N° 3...2mm,997.	De droite à gauche.	0°	Rouge pourpre violacé.		Blanc très-légèrement bleuâtre.	1er ordre.
		5	Rouge un peu orangé.		Blanc très-légèrement bleuâtre.	
		10	Orangé rougeâtre.		Blanc légèrement bleuâtre.	
		15	Orangé brillant.		Blanc bleuâtre.	
		20	Jaune orangé.		Blanc très-bleuâtre	
		25	Jaune brillant.		Bleu blanchâtre.	
		30	Jaune citron éclat.		Bleu céleste.	
		35	Jaune clair.		Bleu.	
		40	Jaune clair.		Bleu très-beau.	
		45	Jaune clair.		Bleu sombre.	
		50	Jaune pâle.		Indigo.	
		55	Jaune pâle.		Indigo sombre superbe de ton.	
		60	Jaune très-pâle.		Indigo très-beau, mais très-sombre	
		65	Jaune encore plus pâle.		Indigo encore plus sombre.	
		70	Jaune presque blanc ou blanc légèrem. jaunât.		Indigo violacé plus sombre encore : minimum.	
		75	Blanc à peine jaunâtre.		Violet très-sombre un peu rougeât.	
		80	Blanc sensiblem.		Rouge très-violacé	
		85	Blanc à peine bleuâtre.		Rouge pourpre.	
		90	Blanc très-légèrement bleuâtre.		Rouge pourpre.	
N° 4...4mm,005.	De droite à gauche.	0°	Bleu un peu violacé.		Jaune citron.	2e ordre, couleurs extrêmement brillant.
		10	Gris de lin ou bleu violacé.		Jaune verdâtre.	
		20	Violet rougeâtre.		Vert pâle.	
		30	Rouge.		Vert pâle un peu bleuâtre.	
		40	Rouge vif.		Bleu verdâtre.	
		50	Rouge jaunâtre.		Bleu céleste clair.	
		60	Orangé brillant.		Bleu céleste.	
		70	Jaune orangé brillant.		Bleu.	
		80	Jaune brillant.		Bleu.	
		90	Jaune citron.		Bleu un peu violacé.	

Epaisseur des plaques en millimètres.	Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.	Ordre d'ann. auquel répond le rayon extraordinaire.
N° 5...5mm,014.	De droite à gauche.	0°	Bleu superbe.		Jaune brillant.	2e ordre, couleurs très-brillantes.
		10	Bleu foncé ou indigo.		Jaune.	
		20	Indigo sombre.		Jaune verdâtre.	
		30	Indigo violacé.		Vert jaunâtre.	
		40	Rouge pourpre même teinte que le Geranium sanguineum exact.		Vert.	
		50	Rouge de sang.		Vert assez beau.	
		60	Rouge un peu jaunâtre.		Vert bleuâtre.	
		70	Rouge orangé.		Bleu un peu verdâtre.	
		80	Orangé.		Bleu.	
		90	Jaune brillant.		Bleu superbe.	

Discussion des expériences précédentes, et conséquences auxquelles elles conduisent.

Pour faire sortir des expériences précédentes les conséquences physiques qu'elles renferment, je vais d'abord les réduire à leurs résultats les plus généraux, que je présenterai séparés les uns des autres, après quoi nous pourrons chercher à découvrir les rapports qui peuvent exister entre eux.

1° Lorsqu'un rayon polarisé tombe perpendiculairement sur la surface naturelle d'un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale est parallèle au plan de polarisation du rayon, si on fait préalablement passer le rayon à travers une plaque de cristal de roche, taillée perpendiculairement à l'axe de cristallisation, une partie des molécules lumineuses perd sa polarisation primitive, et il se produit dans le rhomboïde un rayon extraordinaire ordinairement coloré.

2° Les couleurs de ce faisceau extraordinaire se rapportent à celles des anneaux colorés réfléchis; les couleurs des anneaux les plus voisins du noir se montrent dans les plaques les plus minces, et celles des anneaux les plus composés dans les plaques les plus épaisses, jusqu'à ce qu'enfin, l'épaisseur augmentant toujours, les deux faisceaux finissent par être tous deux blancs et sensiblement égaux en intensité.

3° Si l'on tourne la plaque dans son plan, le rhomboïde restant fixe, et l'incidence sur la plaque restant toujours perpendiculaire, la teinte des deux faisceaux n'éprouve aucune altération. Ce phénomène avait été remarqué par M. Arago.

4° Mais si l'on tourne la section principale du rhomboïde dans différents azimuts, l'incidence restant toujours perpendiculaire, la teinte du faisceau extraordinaire varie; et, dans les plaques que nous avons jusqu'à présent examinées, si l'on tourne le rhomboïde de droite à gauche et de 0° à 90°, la teinte du rayon extraordinaire monte dans l'ordre des anneaux comme si la plaque devenait plus mince. Si la plaque est assez mince, cette rotation amènera le rayon extraordinaire jusqu'au bleu le plus sombre et au noir qui commence les anneaux, après quoi il recommencera par devenir rouge, orangé, etc. Quand la section principale du rhomboïde a tourné de 90°, les rayons ordinaire et extraordinaire ont échangé leurs teintes. En général, cet échange a lieu dans les azimuts α et $90 + \alpha$; de sorte qu'il suffit d'observer les variations des teintes qui s'opèrent dans un quadrans pour connaître et prédire les variations analogues qui auront lieu dans tous les autres.

Voilà les résultats généraux. Cherchons maintenant com-

ment ils peuvent être produits par les actions successives de la plaque de cristal de roche et du rhomboïde de spath d'Islande, qui sert pour analyser la lumière, et voyons quelles espèces d'actions ils supposent.

On sait que lorsqu'un rayon est polarisé par réflexion sur une glace, il ne se divise plus quand il tombe perpendiculairement sur la face naturelle d'un rhomboïde de spath d'Islande, dont la section principale est parallèle ou perpendiculaire au plan primitif de polarisation du rayon. Dans le cas du parallélisme, le rayon subit tout entier la réfraction ordinaire. Au contraire, il subit tout entier la réfraction extraordinaire dans le cas de la perpendicularité.

Réciproquement, lorsqu'un rayon jouit de ces propriétés, nous disons qu'il est polarisé. Le sens de la polarisation se manifeste par l'espèce de réfraction à laquelle il cède quand il ne se divise plus. S'il cède uniquement à la réfraction ordinaire, on en conclut qu'il est polarisé dans le sens de la section principale du rhomboïde. S'il cède à la réfraction extraordinaire, on en conclut qu'il est polarisé dans un sens perpendiculaire à cette section.

Ces deux positions du rhomboïde sont les seules dans lesquelles le rayon polarisé ne se divise point sous l'incidence perpendiculaire. Si donc on écarte le rhomboïde de l'une ou l'autre de ces positions, le rayon commence à se diviser suivant une loi progressive d'intensité ; c'est-à-dire que si le plan primitif de polarisation forme un très-petit angle avec la section principale du rhomboïde, le rayon extraordinaire donné par celui-ci est très-peu intense. Quand l'angle du plan de polarisation avec la section principale est de 45°, les deux faisceaux donnés par le rhomboïde ont des

intensités égales; enfin l'image ordinaire devient tout-à-fait nulle, quand l'angle du plan de polarisation avec la section principale du rhomboïde est de 90°. Alors toute la lumière passe dans le rayon extraordinaire.

Ces données une fois établies par l'expérience, appliquons-les aux phénomènes que nous avons observés avec nos plaques, et commençons par la plus mince, celle dont l'épaisseur est 0^m, 400. Voici l'énoncé de ces phénomènes :

1° On place la section principale du rhomboïde dans le plan de polarisation primitive du rayon qu'on laisse tomber directement sur sa surface et sous l'incidence perpendiculaire. Tout ce rayon se réfracte ordinairement, et l'image extraordinaire est nulle.

2° On interpose la plaque de cristal de roche, et l'on observe un faisceau extraordinaire d'un bleu sombre; ce rayon est un mélange de bleu et de violet. Le rayon ordinaire est blanc sensiblement; c'est-à-dire que la quantité de rayons bleus et violets qu'il a perdus pour former le rayon extraordinaire est si faible, qu'il n'en résulte aucune altération sensible dans sa blancheur.

1re CONSÉQUENCE. De là on peut d'abord tirer cette conséquence importante. Quand on analyse un rayon polarisé en se servant d'un rhomboïde de spath d'Islande, le rayon extraordinaire est toujours formé aux dépens des faisceaux dont les axes ne coïncident pas avec sa section principale. Ici nous trouvons que ce faisceau extraordinaire ne contient que des rayons bleus et violets; donc, si l'action du rhomboïde s'exerce ici comme sur les rayons polarisés directs, il s'ensuit que tout le reste de la lumière incidente est polarisé dans un seul et même sens, et ce sens est la direction de la

section principale du rhomboïde, c'est-à-dire le plan primitif de polarisation.

2e CONSÉQUENCE. Il suit de là que si on tourne le rhomboïde de manière à diminuer l'intensité du faisceau bleu extraordinaire, on devra nécessairement faire naître un autre faisceau extraordinaire formé par l'ensemble de toutes les autres couleurs, c'est-à-dire sensiblement blanc, puisque le rayon ordinaire est sensiblement blanc, dans la première position du rhomboïde. Ce nouveau rayon extraordinaire s'ajoutera à ce qui reste du premier faisceau bleu, et l'intensité absolue de leur ensemble formera le nouveau faisceau extraordinaire, dont la teinte ira en s'approchant continuellement de la blancheur. Or, rien de tout cela n'arrive. Lorsqu'on tourne le rhomboïde de droite à gauche, le faisceau extraordinaire bleu diminue, il est vrai, d'intensité; mais aucun atome du rayon ordinaire ne vient s'y ajouter : il ne fait que diminuer ainsi de plus en plus, jusqu'à devenir nul ou presque nul, lorsque le rhomboïde a tourné d'une quantité variable suivant l'épaisseur de la plaque de cristal de roche, et dont la valeur déterminée par nos expériences est :

Pour l'épaisseur	0mm,400	9°	45′
	0 ,488	11	30
	1 ,032	25	00
	1 ,184	28	30
	2 ,094	50	00
	2 ,997	70	00
	3 ,478	80	00

Les arcs rapportés dans la seconde colonne sont proportionnels aux épaisseurs des plaques ; car si on fait la somme des épaisseurs, on la trouve de $11^{mm},673$. La somme des arcs est 274° 45′ ou 274° 75, en substituant les fractions décimales aux minutes : d'après cela, dans l'hypothèse de la proportionnalité, le nombre $\frac{274^\circ\ 75}{11\ 673}$ ou 23,5372 est le facteur moyen par lequel il faudra multiplier les épaisseurs pour avoir les arcs. Or, en calculant ainsi, on trouve les résultats suivans :

Epaisseurs des plaques.	Azimut du minimum ; observé.	Azimut du minimum ; calculé.
$0^{mm},400$	9° 45′	9° 25′
0 ,488	11 30	11 30
1 ,032	25 00	24 17
1 ,184	28 30	27 52
2 ,094	50 00	49 17
2 ,997	70 00	70 32
3 ,478	80 00	81 51

L'accord du calcul et de l'observation est assez frappant pour que l'on puisse en conclure, qu'en effet l'azimut qui donne le minimum du rayon extraordinaire quand ce minimum existe, est proportionnel à l'épaisseur des plaques.

3e CONSÉQUENCE. Négligeons pour un moment la portion presque insensible de lumière rouge et violette qui reste encore dans le faisceau extraordinaire, à l'instant du minimum, dans les plaques que nous venons de considérer. Si

l'on veut raisonner ici comme l'on ferait pour un rayon qui aurait été polarisé par la réflexion sur une glace, on devra en conclure que tous les axes des molécules lumineuses se sont tournés dans l'azimut auquel ce minimum répond dans chaque plaque, c'est-à-dire dans l'azimut de 9° 45′ pour la première, de 11° 30′ pour la seconde, de 28° 30′ pour la troisième, et ainsi des autres; mais alors, dans les positions du rhomboïde qui suivent ce minimum ou le précédent, on devrait observer un faisceau extraordinaire provenant de l'ensemble de tous les rayons, et par conséquent incolore; or, c'est ce qui n'arrive point, puisqu'immédiatement avant le minimum le rayon extraordinaire est bleu sombre ou violet rougeâtre, et qu'après le minimum il devient aussitôt rouge, orangé. Par conséquent, on est forcé de convenir que l'action du rhomboïde sur les rayons lumineux ainsi modifiés, n'est pas la même que sur les rayons lumineux qui ont été polarisés par la réflexion; et l'on ne pourrait nullement expliquer cette dissemblance, en supposant que les molécules lumineuses de nature diverse qui ont traversé la plaque de cristal de roche, ont, par l'action de cette plaque, tourné leurs axes de polarisation dans des azimuts divers, ce qui les ferait entrer successivement dans le rayon extraordinaire où elles domineraient tour-à-tour. Car cette supposition n'expliquerait nullement le phénomène d'un minimum, où le rayon extraordinaire devient nul ou insensible; et, en général, on peut arranger comme on voudra les axes des molécules lumineuses de couleur diverse autour du point d'incidence, jamais, si l'on conserve au cristal d'Islande son action accoutumée, on ne pourra obtenir un rayon extraordinaire, qui, d'abord très-faible dans l'azimut

zéro, aille ensuite, en s'affaiblissant de plus en plus presque sans changer de teinte jusqu'à un certain azimut où il devient insensible; tandis que le rayon ordinaire, constamment blanc et incolore, du moins pour nos sens, entraîne avec lui les axes de polarisation de toutes les autres molécules lumineuses, à mesure que l'on tourne le rhomboïde, et les fait tourner ainsi dans plusieurs azimuts très-différens, sans que la force répulsive extraordinaire puisse jamais les lui enlever.

Puis donc que cette manière la plus générale d'appliquer l'action accoutumée du rhomboïde de cristal d'Islande ne suffit nullement pour représenter les phénomènes produits par les plaques de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, il faut nécessairement conclure que les molécules lumineuses en traversant ces plaques y prennent des propriétés nouvelles qui ne consistent pas seulement dans une disposition particulière de leurs axes, relativement à la section principale du rhomboïde, mais qui sont de véritables propriétés physiques qui subsistent encore après que les molécules sont sorties de la plaque, et qui font que le rhomboïde agit sur elles autrement qu'il n'a coutume de faire sur un rayon polarisé par la réflexion.

Telle serait, par exemple, une variation dans la longueur ou dans l'intensité des accès de réflexion et de transmission des molécules. Car si, par quelque moyen que ce fût, on parvenait à produire de pareils changemens, il est clair que la force répulsive qui produit la réfraction extraordinaire, s'exercerait plus facilement sur les molécules qui seraient dans les dispositions les plus favorables pour être réfléchies, et par conséquent pourrait s'exercer inégalement sur les

diverses couleurs : ce que je ne présente point d'ailleurs comme une réalité, mais seulement comme un exemple des modifications par lesquelles de semblables phénomènes pourraient être produits.

Comme cette conclusion est extrêmement nouvelle, et pourra paraître hardie, j'ai voulu exprès l'établir directement sur la seule comparaison des expériences, indépendamment de toute autre théorie, et sans employer, en aucune façon les formules empiriques qui représentent les intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire produits par un rhomboïde de cristal d'Islande sur un rayon polarisé. Cependant, comme l'application de ces formules rend les résultats plus évidens et plus simples, je vais les exprimer de cette manière.

Pour le faire de la manière la plus générale, supposons que les molécules de couleurs diverses, après avoir traversé la plaque de cristal de roche, tournent leurs axes de polarisation dans des azimuts divers, i, i_1, i_2, i_3..... i_n, qui peuvent d'ailleurs être quelconques. Soient A, A_1, A_2... A_n les intensités respectives des portions de lumière polarisées dans chacun de ces azimuts; enfin nommons α l'azimut dans lequel la section principale du rhomboïde se trouve placée. Alors, selon les formules trouvées par Malus, et confirmées par toutes mes expériences, les intensités des deux faisceaux ordinaire et extraordinaire, donnés par le rhomboïde seront exprimées par les formules suivantes:

$$F_o = A\cos^2(i-\alpha) + A_1\cos^2(i_1-\alpha) + A_2\cos^2(i_2-\alpha) + \ldots A_n\cos^2(i_n-\alpha).$$
$$F_e = A\sin^2(i-\alpha) + A_1\sin^2(i_1-\alpha) + A_2\sin^2(i_2-\alpha) + \ldots A_n\sin^2(i_n-\alpha).$$

Mettons d'abord la section principale du rhomboïde dans le

plan du méridien, qui est aussi le plan de la polarisation primitive du rayon; nous aurons $\alpha = 0$, ce qui donne

$$F_o = A \cos^2 i + A_1 \cos^2 i_1 + A_2 \cos^2 i_2 + \ldots\ldots A_n \cos^2 i_n.$$
$$F_e = A \sin^2 i + A_1 \sin^2 i_1 + A_2 \sin_2 i_2 + \ldots\ldots A_n \sin^2 i_n.$$

L'expérience prouve que, dans nos plaques les plus minces, le rayon extraordinaire n'est alors composé que de violet et de bleu. Soient i_n, i_{n-1} les azimuts qui répondent à ces couleurs, alors l'ensemble des autres couleurs devra disparaître de l'expression du rayon extraordinaire, c'est-à-dire que l'on devra avoir

$$0 = A \sin^2 i + A_1 \sin^2 i_1 + \ldots\ldots A_{n-2} \sin^2 i_{n-2};$$

et comme tous les coëfficiens A, A_1, $A_2 \ldots A_{n-2}$, qui représentent les intensités des divers faisceaux élémentaires, sont nécessairement positifs, il faudra, pour que cette relation soit satisfaisante, que l'on ait

$$i = 0 \qquad i_1 = 0 \qquad i_2 = 0 \ldots\ldots i_{n-2} = 0,$$

c'est-à-dire que toutes les couleurs qui se réunissent alors dans le rayon ordinaire, soient polarisées dans un seul et même sens. En introduisant ces valeurs dans les expressions générales des deux faisceaux ordinaire et extraordinaire, elles deviennent

$$F_o = [A + A_1 + A_2 + \ldots A_{n-2}] \cos^2 \alpha + A_{n-1} \cos^2 (i_{n-1} - \alpha) + A_n \cos^2 (i_n - \alpha).$$
$$F_e = [A + A_1 + A_2 + \ldots A_{n-2}] \sin^2 \alpha + A_{n-1} \sin^2 (i_{n-2} - \alpha) + A_n \sin^2 (i_n - \alpha).$$

Maintenant tournons le rhomboïde de droite à gauche de manière à arriver au minimum de F_e; alors le faisceau F_e ne

sera plus composé, comme tout-à-l'heure, que de violet et de bleu, mais beaucoup moins intenses et presque nuls. Il faudra donc que les termes dépendans des autres couleurs disparaissent de la valeur de F_e, ce qui exige qu'on ait séparément.

$$0 = [A + A_1 + A_2 + \ldots\ldots A_{n-2}] \sin^2 \alpha.$$

Mais ici, d'après l'expérience, l'azimut α n'est pas égal à zéro, comme il l'était tout-à-l'heure; il a au contraire des valeurs qui peuvent être fort considérables : on ne peut donc pas supposer $\alpha = 0$; on ne peut pas davantage supposer $A = 0$, $A_1 = 0 \ldots A_{n-1} = 0$, puisque cela ferait disparaître du rayon ordinaire les teintes auxquelles ces coëfficiens répondent; ainsi l'on voit par cette discussion que, de quelque manière que l'on dispose les axes de polarisation des molécules lumineuses, il est impossible de satisfaire aux phénomènes, en supposant que les actions qu'elles éprouvent de la part du rhomboïde soient les mêmes qu'elles éprouveraient si elles avaient été polarisées par la réflexion.

On peut encore montrer d'une autre manière la contradiction des formules avec l'expérience. En effet, plaçons la section principale du rhomboïde dans la position qui donne le minimum du rayon extraordinaire; et comme alors l'intensité de ce rayon est presque insensible, faisons-en abstraction pour un moment. Le reste de la lumière devra donc être considéré comme polarisé dans un seul et même sens. Supposons que ce soit dans l'azimut i, on aura alors

$$i = i_1 = i_2 \ldots\ldots = i_n,$$

et l'expression des deux rayons ordinaire, extraordinaire, deviendra

$$F_o = [A + A_1 + A_2 \ldots\ldots + A_n] \cos^2 (i - \alpha).$$
$$F_e = [A + A_1 + A_2 \ldots\ldots + A_n] \sin^2 (i - \alpha).$$

Ces deux faisceaux seront donc égaux en intensité et en teinte, si l'on fait, comme dans mon premier Mémoire,

$$\cos^2 (i - \alpha) = \sin^2 (i - \alpha) \quad \text{ou} \quad \cos. 2 (i - \alpha) = 0,$$

ce qui donne les deux valeurs

$$2 (i - \alpha) = -90^\circ \qquad 2 (i - \alpha) = 90^\circ,$$

et par conséquent

$$\alpha = i - 45^\circ \qquad \alpha = i + 45^\circ;$$

c'est-à-dire qu'il faut pour cela placer la section principale du rhomboïde à 45° avant ou après l'azimut i, qui répond au minimum du faisceau extraordinaire. Or, ce résultat est tout-à-fait contraire à l'expérience; car, quoique les molécules lumineuses soient presque toutes réunies dans le rayon ordinaire à l'époque du minimum, et que la quantité qui manque alors à ce rayon soit presque insensible, cependant, lorsqu'on place la section principale du rhomboïde à 45° de ce minimum, les deux images sont bien loin d'être égales en teintes et en intensité.

Ainsi donc, de quelque manière qu'on envisage les phénomènes produits par les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, on voit que l'action du rhomboïde de cristal d'Islande ne s'exerce pas sur les molécules qui ont traversé ces plaques, comme elle s'exercerait sur un fais-

ceau ou sur un système quelconque de faisceaux qui parviendraient directement au rhomboïde après avoir été polarisés par la réflexion. Elle n'est pas non plus la même qu'elle serait si ces faisceaux, après avoir reçu la polarisation par réflexion ou par l'action d'un cristal d'Islande, avaient traversé des plaques de chaux sulfatée, de mica ou de cristal de roche parallèles à l'axe de cristallisation, ou avaient été réfléchis par des surfaces quelconques, ou enfin avaient subi de nouvelles polarisations par réfraction; car dans tous ces cas la direction et l'intensité des faisceaux polarisés ordinairement et extraordinairement par le rhomboïde, peuvent se calculer par les formules de Malus, d'après le sens de la polarisation que les faisceaux incidens ont en arrivant sur sa surface. Au lieu que ces formules ne s'appliquent plus quand le rayon polarisé a traversé une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, quelque direction de polarisation qu'on veuille supposer aux diverses couleurs qui le composent. Par conséquent c'est de l'expérience même qu'il faut tirer les lois nouvelles que l'action du rhomboïde paraît suivre dans cette circonstance; et ces lois une fois connues, il faut ensuite chercher dans leur application et dans la diverse disposition des molécules lumineuses, les causes qui font varier les intensités et les couleurs dans les différens azimuts, conformément à l'observation.

D'abord, puisque nous voyons le rayon ordinaire entraîner les molécules lumineuses dans plusieurs azimuts consécutifs, sans que la force répulsive de la réfraction extraordinaire puisse les lui enlever, c'est une preuve que, dans l'état où ces particules se trouvent, et d'après les propriétés physiques qu'elles ont acquises en traversant la

plaque, la force répulsive doit dépasser certaines limites d'énergie avant de les entraîner, de même que dans les anneaux colorés la force réfléchissante doit excéder certaines limites avant que la réflexion ait lieu. Pour sentir ce que ce fait a de particulier, rapprochons-le de ce qui arrive généralement dans les autres phénomènes de la double réfraction. Par exemple, lorsqu'un rayon a été polarisé par réflexion sur une glace non étamée, s'il tombe perpendiculairement sur un rhomboïde de cristal d'Islande, dont la section principale soit parallèle au plan de polarisation, il ne se divisera point et subira tout entier la réfraction ordinaire; mais pour peu que l'on écarte la section principale du rhomboïde de cette direction, quelque petit que soit l'angle dont on l'en écarte, une partie des molécules lumineuses subira l'action de la force répulsive, et prendra la réfraction extraordinaire. La chose n'a pas lieu ainsi pour les molécules qui ont traversé nos plaques, et la preuve en est sur-tout frappante quand ces plaques ont moins de quatre millimètres d'épaisseur. Alors les molécules qui subissent la réfraction ordinaire, lorsque la section principale du rhomboïde est tournée dans l'azimuth zéro, la subissent encore quand le rhomboïde s'écarte de cette position, d'un nombre de degrés plus ou moins considérable, et qui varie avec l'épaisseur de la plaque. Et loin que la force répulsive fasse passer quelques-unes de ces molécules dans le rayon extraordinaire, à mesure que l'on tourne ainsi le rhomboïde, il arrive au contraire que de nouvelles molécules échappent sans cesse à cette force, et se séparent de plus en plus du rayon extraordinaire pour revenir au rayon ordinaire. Le phénomène considéré ainsi, indépendamment

de la nature des molécules, est extrêmement saillant, et forme une distinction bien nette entre la manière dont s'exerce communément l'action dn rhomboïde, et celle qui a lieu dans les phénomènes que nous examinons.

Pour savoir à quelles limites d'azimut la force répulsive commence à entraîner les molécules lumineuses de chaque espèce, et à quelles limites elle les abandonne, il faudrait faire des expériences directes sur des rayons de lumière simple. Je n'ai pas eu le temps de me livrer à ce genre de détermination, et c'est un sujet bien digne d'attirer l'attention des physiciens.

Mais en admettant seulement l'existence de pareilles limites, qui nécessairement existent, comment peut-on ensuite expliquer la succession des teintes et leurs changemens progressifs dans les différens azimuts? pour cela il devient nécessaire d'introduire une considération nouvelle, relative à la direction des axes de polarisation des molécules de couleur diverse. Nous avons vu que si l'on coupe une aiguille de cristal de roche par un plan mené suivant son axe, quelle que soit d'ailleurs la direction de ce plan, on forme ainsi une plaque dans laquelle l'observation ne fait reconnaître que l'action d'un seul axe qui est celui de cristallisation. En inclinant cette plaque en différens sens sur le rayon incident, l'intensité de la force polarisante qu'elle exerce semble ne dépendre que de l'angle formé par cet axe avec le rayon réfracté; car l'effet absolu ne dépend que de cet angle et de la longueur du trajet que les molécules lumineuses font dans le cristal. Mais les phénomènes que présentent les plaques taillées de cette manière seraient encore exactement semblables si l'on concevait en outre dans le cristal de roche un nombre infini

d'axes rayonnans autour de l'axe principal perpendiculairement à sa direction; car à cause du nombre infini de ces axes, leur action totale ne changerait pas quand on inclinerait les plaques sur le rayon polarisé, et par conséquent leur existence dans ces sortes de plaques ne se manifesterait en aucune manière; mais elle deviendrait sensible dans les plaques taillées perpendiculairement à l'axe principal du cristal, parce qu'alors la force de ce dernier axe étant nulle sous l'incidence perpendiculaire, l'action des axes rayonnans s'exercerait seule, et si l'on venait à incliner la plaque les phénomènes se partageraient entre les deux genres d'action selon la diverse énergie de leur intensité. Or, cette idée, que je ne donne, si l'on veut, que comme une conception mathématique, rendrait parfaitement raison de tous les phénomènes; car en admettant ici, comme nous l'avons reconnu dans tout le reste de nos expériences, que les actions polarissantes ainsi exercées par les molécules dans l'intérieur du cristal sont successives, on voit que les molécules lumineuses éprouveraient d'abord l'action d'une de ces forces, ou d'un de ces axes, puis d'un autre, puis d'un troisième, et ainsi de suite à mesure qu'elles pénètrent dans l'intérieur de la plaque, de manière à acquérir un mouvement de rotation autour de leur centre de gravité; et comme nous avons reconnu que les forces répulsives ou attractives émanées de l'axe principal du cristal, produisent sur les axes des molécules lumineuses, des déviations inégales suivant leur nature, de même ici la rotation des molécules de nature diverse sera inégalement rapide, les molécules violettes tourneront plus vîte que les bleues, les bleues plus vîte que les vertes, les vertes plus vîte que les jaunes,

et ainsi de suite jusqu'aux molécules rouges, qui seront les plus lentes de toutes. Quelles seront les valeurs absolues de ces différentes vîtesses? c'est ce qu'il faudrait déterminer par des expériences directes, faites sur chaque lumière prise dans son état simple et homogène; car il est visible que la table de Newton, formée sur la considération des accès alternatifs de réflexion et de transmission, ne peut plus nous servir dans la circonstance actuelle, où il s'agit de calculer les effets d'un mouvement continu. Je n'ai point fait ces expériences délicates, aussi je ne prétends point présenter la théorie précédente avec le détail nécessaire pour pouvoir calculer d'avance la succession des teintes. Par cette raison je ne prétends point non plus lui attribuer la même certitude qu'à la théorie des oscillations, relativement aux lames parallèles à l'axe; je ne la donne même, si on veut, que comme une simple hypothèse, mais comme une hypothèse qui semble parfaitement d'accord avec tous les faits, autant qu'on en peut juger quand on se borne à prévoir leur ensemble et qu'on ne les calcule pas numériquement.

Pour montrer comment elle s'y applique, reprenons d'abord les observations faites avec la plus mince de nos plaques, celle dont l'épaisseur était $0^{mm},400$, et plaçons d'abord la section principale de notre rhomboïde dans l'azimut zéro: alors le rayon ordinaire est blanc, et le rayon extraordinaire est bleu extrêmement sombre. Les molécules bleues sont donc alors les seules que la force répulsive du rhomboïde entraîne; ainsi, dans cette circonstance, l'ensemble des molécules les moins réfrangibles, c'est-à-dire les rouges, les orangées, les jaunes, etc., n'ont pas encore commencé à tourner; l'épaisseur de la plaque est trop petite pour que son action les

mette en mouvement, au moins autant qu'il le faudrait pour que la force répulsive puisse les entraîner. Les molécules bleues et violettes sont donc les seules déviées; et, dans les plaques que nous avons essayées jusqu'ici, elles le sont de la droite vers la gauche de l'observateur. C'est ainsi que dans les lames parallèles à l'axe de cristallisation, les molécules bleues et violettes sont les premières qui se mettent en mouvement; et si la lame est suffisamment mince, elles sont les seules qui se mettent en mouvement, tandis que les autres conservent leur polarisation primitive, dont nous représentions la direction par la ligne CZ', fig. 16.

Partons donc de cette position du rhomboïde, et tournons un peu sa section principale vers la gauche, en lui faisant ainsi décrire un petit angle α. Soit CA la direction dans laquelle ce mouvement l'amène; soit CV la direction suivant laquelle sont polarisées les dernières molécules violettes de l'extrémité du spectre, en sorte que les axes de polarisation des molécules de toutes les couleurs correspondent aux différents point de l'arc ZV. Si l'arc ZA, décrit par le rhomboïde, est suffisamment petit, les molécules dirigées sur CZ et dans les directions intermédiaires entre CZ et CA pourront encore être retenues par la force réfringente ordinaire, et il en sera de même de l'autre côté de CA sur un arc dont l'étendue sera déterminée par l'énergie des forces répulsives. Mais, par cette disposition même, une partie des molécules lumineuses bleues et violettes correspondantes à l'arc VA, et qui tout-à-l'heure échappaient à la force réfringente ordinaire, se trouveront saisies par elle, et par conséquent passeront dans le rayon ordinaire: alors le rayon extraordinaire, diminué de toutes ces molécules, s'affaiblira peu-à-peu; perdant d'abord

ses molécules bleues, il passera premièrement à un indigo sombre, puis perdant ses molécules indigo, il passera à un violet plus sombre encore; puis enfin, perdant ses dernières molécules violettes, il arriverait au noir, si l'étendue d'action des forces réfringentes était telle, qu'elles pussent embrasser à-la-fois toutes les molécules lumineuses, dont les axes sont distribués sur l'arc ZV. Il faut même remarquer que ce passage des molécules lumineuses du faisceau extraordinaire au faisceau ordinaire, ne doit pas se faire consécutivement pour les diverses espèces de particules lumineuses; car ici, comme dans les anneaux colorés, les espaces occupés par chaque couleur simple doivent empiéter les uns sur les autres; et ainsi il y aura des molécules indigo et violettes qui changeront de réfraction en même temps qu'une partie des molécules bleues. Semblablement, lorsque l'indigo changera de réfraction, une partie des molécules violettes passera avec lui; ce qui fera que le rayon extraordinaire, de plus en plus affaibli, finira par ne plus contenir que les dernières molécules du violet extrême. Ce sera là le cas du minimum d'intensité du rayon extraordinaire qui, dans notre première plaque, répondait à 6° 45'. Pendant tout ce mouvement du rhomboïde, le rayon ordinaire est resté blanc, du moins pour nos sens, parce que la portion de lumière composée que renferme le rayon extraordinaire, ne formait qu'une portion insensible de la totalité de la lumière incidente. Tournons maintenant le rhomboïde un peu davantage en allant toujours vers la gauche; alors la force réfringente ordinaire ne pourra plus embrasser toutes les molécules de l'arc ZV; celles qui font le plus grand angle avec sa direction lui échapperont les premières: ce seront donc celles dont les

axes sont dirigés suivant CZ; ce sont donc les rouges, et presque au même instant, les orangées et les jaunes, qui, comme nous l'avons vu d'abord, répondent très-près des premières aux différens points de l'arc ZV. De là il naîtra un rayon extraordinaire rouge jaunâtre, et ce rayon sera d'abord extrêmement sombre, parce qu'une très-petite portion de la lumière incidente aura échappé à la réfraction ordinaire. Mais à mesure que l'on tournera le rhomboïde, son intensité s'augmentera successivement; et les diverses couleurs y arriveront tour-à-tour dans l'ordre de leur répartition sur l'arc ZV, mais en se suivant avec beaucoup de rapidité. Ce rayon deviendra donc successivement jaune pâle, jaune très-pâle, blanc à peine jaunâtre, et enfin blanc; tandis que le rayon ordinaire, s'affaiblissant par une marche contraire, et perdant successivement les molécules qui passent dans l'autre réfraction, deviendra tour-à-tour blanc à peine bleuâtre, blanc légèrement bleuâtre, blanc bleuâtre, bleu blanchâtre et bleu sombre. Cette dernière teinte arrivera quand la section principale du rhomboïde aura décrit un angle de 90°, à partir de sa première position, parce qu'alors les actions ordinaire et extraordinaire de ce rhomboïde, se seront mutuellement échangées; et par là même raison, en continuant à tourner la section principale les mêmes successions et les mêmes oppositions de teintes se répéteront successivement dans tous les quadrans, conformément aux observations.

Prenons maintenant une plaque plus épaisse. La rotation des molécules lumineuses plus long-temps prolongée, aura réparti leurs axes sur un plus grand arc. Alors, quand la section principale du rhomboïde sera située dans l'azimut zéro, il y aura un plus grand nombre de particules lumi-

neuses qui échapperont à la réfraction ordinaire. Le rayon extraordinaire augmentant ainsi avec l'épaisseur deviendra donc successivement bleu, bleu clair, bleu blanchâtre et presque blanc. Alors toutes les molécules ayant commencé à tourner, aucune d'elle n'aura conservé sa polarisation primitive; il faudra donc tourner davantage la section principale du rhomboïde, pour la rapprocher de la direction des axes de ces particules, et pour que l'action du rhomboïde puisse toutes les embrasser dans la réfraction ordinaire. Mais en même temps, les vîtesses de rotation de ces molécules étant inégales selon leur nature, leurs axes de polarisation s'écarteront de plus en plus les uns des autres, et se répandront sur un plus grand arc ZV. Alors il arrivera un terme où cette dispersion sera si grande, que l'action du rhomboïde ne pourra plus toutes les réunir dans le faisceau ordinaire, et dans ce cas le rayon extraordinaire ne deviendra nul, ou presque nul, dans aucun azimut. En même temps les teintes successives par lesquelles ce rayon passera, seront plus distinctes et plus séparées les unes des autres; comme cela arrive, par exemple, dans le second ordre des anneaux colorés, lorsque l'inégalité de longueur des accès a déja agi assez long-temps pour bien séparer les différentes teintes. Mais dans les anneaux il arrive un terme où cette dispersion même confond les teintes, en mêlant, dans la même réflexion, les couleurs diverses des anneaux consécutifs; de même dans nos plaques, en augmentant continuellement l'épaisseur, la rotation inégale des molécules de réfrangibilité diverse finira par les disperser tellement, que celles mêmes qui composent pour nos sens une même teinte, se trouveront assez séparées, pour qu'il entre toujours une partie d'entre elles dans le rayon extraordinaire, quel que soit l'azimut

où le rhomboïde soit placé. Ainsi, quand une fois on en sera venu à ce terme, le rayon extraordinaire contiendra toujours de toutes les couleurs à-la-fois, et en égale proportion relativement à leur intensité absolue, si toutes se trouvent uniformément ou presque uniformément dispersées dans une grande partie de la circonférence; de sorte qu'après avoir vu naître successivement, par les épaisseurs diverses, toutes les couleurs composées résultantes du mélange des couleurs simples et analogues en cela avec les anneaux, on finira par obtenir deux images blanches constamment égales en intensité, quel que soit l'azimut où l'on place le rhomboïde, du moins si l'aiguille de cristal de roche est pure, et conforme à elle-même dans toute son épaisseur.

D'après la théorie que nous venons d'exposer, on voit que, dans nos plaques, si le rayon extraordinaire est d'abord bleu, par exemple, lorsque le rhomboïde est placé dans l'azimut zéro, il doit devenir ensuite indigo, violet, rouge violacé, rouge jaunâtre, jaune, quand on tourne le rhomboïde de droite à gauche. Si, pour une épaisseur plus grande, ce rayon était d'abord blanc, il doit commencer par devenir blanc bleuâtre, bleu, indigo et violacé. En général, quelle que soit sa teinte dans l'azimut zéro, lorsqu'on tourne le rhomboïde de droite à gauche, il doit monter dans l'ordre des anneaux comme si la plaque devenait plus mince; et en effet ce résultat est conforme à l'observation dans toutes les plaques que nous avons jusqu'à présent examinées.

D'après ce rapprochement, on doit sentir que le sens de la rotation des molécules, et la marche des teintes dans l'ordre des anneaux, sont deux choses liées entre elles, et telles, que la première est le principe de la seconde. On peut donc juger de l'une par l'autre; et par conséquent, si l'on

avait des plaques de cristal de roche pour lesquelles les couleurs montassent dans l'ordre des anneaux, lorsqu'on tourne le rhomboïde de gauche à droite, on devrait en conclure que ces plaques font également tourner la lumière de gauche à droite, c'est-à-dire en sens contraire des précédentes: c'est en effet ce qui m'est arrivé. J'ai obtenu de semblables plaques qui étaient extraites de cristaux tous aussi purs que les précédens; et en analysant la lumière qui les avait traversées, j'ai reconnu le sens de la rotation des particules, par l'ordre suivant lequel les teintes changeaient dans les différens azimuts.

La première plaque de ce genre que j'ai obtenue était fort large, et avait six millimètres d'épaisseur. En l'exposant bien perpendiculairement à un rayon polarisé, et analysant la lumière transmise avec un rhomboïde de spath d'Islande dont la section principale était placée dans l'azimut zéro, elle donnait un rayon ordinaire rouge vif, et un rayon extraordinaire vert très-beau. Quand on tournait le rhomboïde dans d'autres azimuts et de gauche à droite, les teintes successives des deux faisceaux étaient telles qu'on le voit ici.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De gauche à droite.	0°	Rouge.		Vert superbe.
	10	Rouge vif.		Vert.
	20	Rouge jaunâtre.		Vert bleuâtre.
	30	Rouge jaunâtre.		Bleu verdâtre.
	40	Jaune légèrement rougeâtre.		Bleu.
	50	Jaune légèrement verdâtre.		Bleu gris de lin.
	60	Blanc verdâtre.		Rouge pourpre.
	70	Vert clair.		Rouge de sang.
	80	Vert vif.		Rouge.
	90	Vert superbe.		Rouge vif.

Dans l'azimut de 90°, les rayons ont changé de rôle comme dans les autres plaques : de plus en inclinant la plaque dans l'azimut de 45°, la succession des teintes indiquait que la teinte du rayon extraordinaire, dans l'azimut zéro, était le vert vif du troisième ordre.

Avant d'étudier cette plaque, j'en avais observé une autre exactement de même épaisseur, qui donnait précisément la même teinte dans l'azimut zéro. Mais la variation des teintes dans les autres azimuts, s'y faisait dans un sens absolument opposé à la précédente : c'est ce que montre le tableau suivant.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Rouge vif.		Vert très-beau.
	10	Rouge jaunâtre.		Vert bleuâtre.
	20	Rouge jaunâtre.		Bleu verdâtre.
	30	Rouge très-jaunâtre.		Bleu très-légèrement verdâtre.
	40	Jaune rougeâtre.		Bleu.
	50	Blanc verdâtre.		Gris de lin.
	60	Vert clair.		Rouge bleuâtre pourpre.
	70	Vert.		Rouge.
	80	Vert.		Rouge de sang.
	90	Vert très-beau.		Rouge vif.

Dans l'azimut de 90°, les rayons ont également changé de rôle. De plus, en inclinant la lame dans l'azimut de 45°, la succession des teintes a prouvé que la teinte du rayon extraordinaire, dans l'azimut zéro, était le vert vif du troisième ordre.

En comparant ces deux tableaux, on voit que la marche des teintes, dans les deux plaques, était absolument opposée : ainsi, d'après notre théorie, si la seconde plaque faisait

tourner la lumière de droite à gauche, la première devait la faire tourner de gauche à droite. Sur cette considération, je n'hésitai point à prévoir qu'en superposant les deux plaques, et les exposant sous l'incidence perpendiculaire au rayon polarisé, ce rayon, après les avoir traversées toutes les deux, reprendrait totalement sa polarisation primitive, la seconde plaque détruisant la rotation que la première aurait imprimée. Cela arriva en effet ainsi : les plaques étant superposée, toujours sous l'incidence perpendiculaire, et la section principale du rhomboïde étant dirigée dans l'azimut zéro, le rayon extraordinaire disparut en totalité. Toute la lumière transmise prit la réfraction ordinaire, et en tournant le rhomboïde dans différens azimuts, le rayon se divisa en deux faisceaux blancs, dont les intensités furent précisément telles qu'elles auraient dû être, si la lumière polarisée fût arrivée directement au rhomboïde. Cette compensation, à laquelle nous conduit notre théorie sur la rotation des molécules lumineuses, aurait été, ce me semble, bien difficile, pour ne pas dire impossible, à prévoir d'une autre manière; car qui aurait pu deviner autrement, que des plaques qui, dans la première position du rhomboïde, donnaient exactement les mêmes teintes, soit ordinaires, soit extraordinaires, exerçaient cependant sur la lumière des actions directement opposées, et se compenseraient rigoureusement par la superposition?

J'ai cherché d'autres aiguilles qui fissent ainsi tourner la lumière de gauche à droite; j'en ai trouvé plusieurs parmi les aiguilles les plus pures et les plus semblables aux autres; mais elles m'ont paru cependant plus rares que celles qui font tourner la lumière de droite à gauche. J'ai particulière-

ment observé de cette manière deux plaques (*a*) et (*b*) tirées d'une aiguille très-pure, mais moins larges que les précédentes : je vais exposer les phénomènes qu'elles m'ont offerts.

J'ai d'abord observé la rotation de la lumière dans la première de ces plaques que j'ai nommée (*a*), son épaisseur, mesurée au sphéromètre, s'est trouvée de 4^{mm}, 5105 : voici la série des observations.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De gauche à droite.	0°	Indigo superbe.		Jaune éclatant.
	10	Bleu.		Jaune plus blanchâtre.
	20	Bleu un peu violacé.		Jaune verdâtre.
	30	Rouge violacé.		Jaune pâle verdâtre.
	40	Rouge de sang.		Vert pâle.
	50	Rouge vif.		Vert bleuâtre.
	60	Orangé.		Bleu céleste.
	70	Orangé.		Bleu tres-beau.
	80	Orangé brillant.		Indigo superbe.
	90	Jaune éclatant.		Indigo superbe.

A 90° les rayons ont échangé leurs teintes comme à l'ordinaire. En inclinant la plaque dans l'azimut de 45°, la succession des couleurs indiqua que la teinte du rayon extraordinaire dans l'azimut 0° est le jaune du second ordre.

J'ai ajouté à cette plaque la première de toutes celles que j'avais observées, et dont l'épaisseur est 0^{p}, 400 : celle-ci fait tourner la lumière de droite à gauche, en sens contraire de la précédente. L'ensemble des deux plaques devait donc produire sur la lumière le même effet qu'une seule plaque égale à leur différence, ou à 4^{mm}, 5105 — 0^{mm}, 400, c'est-à-dire 4^{mm}, 1105. En effet, j'ai eu les résultats suivans, qui s'accordent avec cette présomption.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De gauche à droite.	0°	Indigo très-sombre.		Jaune plus clair que dans le cas précédent.
	10	Indigo violacé.		Jaune verdâtre.
	20	Rouge de sang.		Vert blanchâtre.
	30	Rouge vif.		Vert un peu bleuâtre.
	40	Orangé rougeâtre.		Bleu un peu verdâtre.
	50	Orangé.		Bleu.
	60	Jaune.		Bleu.
	70	Jaune.		Bleu.
	80	Jaune.		Bleu foncé.
	90	Jaune.		Indigo foncé.

On voit que les teintes du rayon extraordinaire ont un peu monté dans l'ordre des anneaux, comme cela devait nécessairement arriver d'après la théorie. Du reste, la succession des teintes en inclinant le systême dans l'azimut de 45° a indiqué le second ordre. Ayant ainsi réduit l'action de la première plaque à $4^{m},1105$, je l'ai ramenée à l'incidence perpendiculaire, et lui ai superposé la plaque (C), n° 4, page 240, dont l'épaisseur était égale à $4^{mm},005$, et qui fait tourner la lumière de droite à gauche : alors les actions opposées des diverses épaisseurs se sont réciproquement détruites, et le rayon extraordinaire est devenu sensiblement nul quand la section principale du rhomboïde s'est trouvée tournée dans l'azimut 0°, conformément à la théorie. En tournant le rhomboïde, on a obtenu des images blanches dont l'intensité a varié comme si le rayon polarisé n'eût traversé aucun corps cristallisé.

J'ai observé de même la plaque (*b*) dont l'épaisseur était $4^{mm},120$: elle m'a présente des résultats tous pareils : on en voit ici le tableau.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De gauche à droite.	0°	Bleu céleste.		Jaune citron.
	10	Bleu.		Jaune.
	20	Bleu.		Jaune.
	30	Violet.		Jaune verdâtre.
	40	Rouge violacé.		Vert blanchâtre.
	50	Rouge.		Vert pâle bleuâtre.
	60	Orangé rougeâtre.		Bleu blanchâtre.
	70	Orangé.		Bleu blanchâtre.
	80	Jaune.		Bleu blanchâtre.
	90	Jaune citron.		Bleu céleste.

A 90° les rayons ont changé de rôle comme à l'ordinaire; de plus, la succession des teintes par l'inclinaison indique le second ordre. Cette expérience s'accorde parfaitement avec la précédente, où nous avons employé la plaque (*a*) combinée avec la plaque opposée $0^{mm},400$, et cela devait être : mais je l'ai rapportée exprès pour montrer que ces phénomènes n'ont rien de vague ni d'incertain, et sont au contraire assujétis à des lois fixes et constantes.

J'ai aminci la plaque (*a*) jusqu'à ce qu'elle n'eût plus d'épaisseur que $3^{mm},901$; alors, en l'exposant au rayon polarisé, j'ai eu les résultats suivans.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De gauche à droite.	0°	Indigo.		Jaune citron.
	10	Indigo un peu violacé.		Jaune.
	20	Violet.		Vert pâle jaunâtre.
	30	Rouge violacé.		Vert clair.
	40	Rouge bleuâtre (lilas).		Bleu verdâtre.
	50	Orangé rougeâtre.		Bleu clair.
	60	Jaune orangé.		Bleu.
	70	Jaune.		Bleu.
	80	Jaune.		Bleu.
	90	Jaune citron.		Indigo.

A 90° les rayons ont changé de rôle; la succession des teintes par l'inclinaison indique le second ordre.

J'ai ramené cette plaque à l'incidence perpendiculaire, et je l'ai superposée à la plaque (C) n° 4, dont l'épaisseur est $4^{mm},005$, et qui fait tourner la lumière de droite à gauche, comme nous l'avons éprouvé: alors les actions opposées des deux plaques se sont détruites, et le rayon a repris entièrement sa polarisation primitive, conformément à la théorie; de sorte que le rayon extraordinaire a complètement disparu quand la section principale du rhomboïde s'est trouvée dirigée dans l'azimut o, et a varié d'intensité quand on a tourné le rhomboïde précisément comme s'il lui fût parvenu directement. En faisant ces expériences, il faut prendre un soin extrême pour ramener exactement les plaques à l'incidence perpendiculaire; car, pour peu qu'on les incline, l'action principale du premier axe, parallèle aux aiguilles, commence à se développer; et comme elle agit dans le même sens pour les deux plaques, au lieu de se neutraliser, elle s'ajoute pour produire des couleurs. Lorsque l'on n'a pas de moyen direct et bien sûr pour retrouver l'incidence perpendiculaire, on y peut revenir en faisant varier l'inclinaison de la plaque sur le rayon successivement d'un côté et d'un autre en sens opposé, de manière à découvrir les couleurs qui se correspondent, puis on prend le milieu entre les incidences qui donnent ces couleurs, et la plaque, ou le système des plaques superposées se trouve ramené à l'incidence perpendiculaire.

Après avoir fait cette expérience, j'ai ramené la plaque $(a)=3^{mm},901$ à l'incidence perpendiculaire, et lui ai superposé la plaque (C) n° 3, dont l'épaisseur est $2^{mm},997$. Celle-ci fait tourner la lumière de droite à gauche; ainsi la différence

des actions était $3^{mm},901 - 2^{mm},997$, ou $0^{mm},904$, dans le sens de la première. En effet la lumière a tourné de gauche à droite par l'action du systême, et j'ai eu les résultats suivans.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De gauche à droite.	0°	Blanc.		Bleu sombre.
	10	Blanc.		Bleu plus sombre.
	20	Blanc.		Violet rougeâtre presque insensible : le minimum est à 19°.
	30	Blanc.		Orangé rougeât., couleur de buis sombre.
	40	Blanc.		Orangé jaunâtre.
	50	Blanc.		Jaune pâle.
	60	Blanc à peine bleuâtre		Jaune pâle.
	70	Blanc bleuâtre.		Jaune pâle.
	80	Bleu céleste.		Blanc sensiblement.
	90	Bleu sombre.		Blanc.

A 90° les rayons ont changé de rôle; et de plus, la succession des teintes indique le premier ordre. Cette série s'accorde parfaitement avec celle de la première expérience de la page 239 faite avec une plaque dont l'épaisseur était $1^{mm},032$, comme on peut le voir aisément en les comparant. On remarque même l'influence de la petite différence qui se trouve entre leurs épaisseurs.

J'ai ôté de dessus la plaque (*a*) la plaque (C) n° 3, que j'y avais placée, et j'ai substitué à cette dernière la plaque (C) n° 5, dont l'épaisseur est $5^{mm},014$, et qui fait tourner la lumière de droite à gauche : la différence des épaisseurs était donc $5^{mm},014 - 3^{mm},901$, ou $1^{mm},113$, à l'avantage de la plaque C, et par conséquent le systême devait imprimer défi-

nitivement, à la lumière, un mouvement de droite à gauche: c'est aussi ce qui est arrivé, comme le montre le tableau suivant.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De droite à gauche.	0°	Blanc légèrement jaunâtre.		Bleu.
	10	Blanc sensiblement.		Bleu.
	20	Blanc.		Bleu sombre.
	30	Blanc.		Indigo violacé extrêmement sombre: minim.
	35	Blanc.		Rouge violacé très-sombre.
	40	Blanc.		Rouge jaunâtre sombre.
	50	Blanc.		Jaune foncé.
	60	Blanc très-légèrement bleuâtre.		Jaune.
	70	Blanc bleuâtre.		Jaune pâle.
	80	Bleu blanchâtre.		Jaune très-pâle.
	90	Bleu.		Blanc légèrement jaunâtre.

A 90° les rayons ont changé de rôle comme à l'ordinaire; la succession des teintes par l'inclinaison indique le premier ordre. Si l'on compare cette expérience avec l'expérience n° 3, page 225, faite sur une plaque simple dont l'épaisseur était $1^{mm},184$, on verra qu'elles s'accordent parfaitement, tant pour la série des teintes que pour la position du minimum.

Cette observation faite, j'ai ôté la plaque (C) n° 5, et j'y ai substitué la plaque (C) n° 2, dont l'épaisseur est $2^{mm},084$; celle-ci fait également tourner la lumière de droite à gauche: la différence des épaisseurs était donc $3^{mm},901 - 2^{mm},084$, ou 1,817, à l'avantage de la plaque (*a*): par conséquent la rotation définitive, imprimée à la lumière par le système,

doit être de gauche à droite: c'est aussi ce qui est arrivé, comme le montre le tableau suivant.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De gauche à droite.	0°	Jaune foncé.		Blanc légèrem. bleuât.
	10	Jaune clair		Bleu blanchâtre
	20	Jaune pâle.		Bleu.
	30	Jaune très-pâle.		Indigo.
	40	Blanc sensiblement.		Indigo très-sombre.
	45	Blanc sensiblement.		Indigo violacé très-sombre : minimum.
	50	Blanc.		Rouge violacé.
	60	Blanc.		Rouge jaunâtre.
	70	Blanc.		Orangé.
	80	Blanc à peine bleuâtre.		Jaune.
	90	Blanc légèrem. bleuât.		Jaune.

A 90° les rayons ont changé de rôle; de plus, la succession des teintes par l'inclinaison indique le premier ordre. Si l'on compare cette expérience avec l'expérience n° 4, faite sur une seule plaque dont l'épaisseur était $2^{mm},084$, on trouve qu'elles sont parfaitement d'accord, soit pour la succession des teintes, soit pour la position du minimum, en ayant toutefois égard à la petite différence des épaisseurs.

Enfin j'ai ôté la plaque (C) n° 2, et je lui ai substitué la plaque (C) n° 1, dont l'épaisseur était $1^{mm},032$; alors la différence s'est trouvée de $3^{mm},901 - 1^{mm},032 = 2^{mm},869$ à l'avantage de la plaque (*a*): ainsi le sens de la rotation définitive imprimée à la lumière par le système devait être de gauche à droite: c'est aussi ce qui est arrivé, comme le prouve le tableau suivant.

Sens du mouvement du rhomboïde.	Azimut de la section principale du rhomboïde.	Teinte du rayon ordinaire.		Teinte du rayon extraordinaire.
De gauche à droite.	0°	Rouge de brique un peu jaunâtre.		Blanc sensiblement.
	10	Orangé rougeâtre.		Blanc bleuâtre.
	20	Orangé.		Bleu céleste.
	30	Jaune foncé.		Bleu.
	40	Jaune clair.		Indigo.
	50	Jaune pâle.		Indigo sombre.
	60	Jaune pâle.		Indigo très-sombre.
	69	Blanc légèrement jaunâtre.		Indigo violacé très-sombre : minimum.
	70	Blanc légèrement jaunâtre.		Violet rougeâtre très-sombre.
	80	Blanc.		Rouge de sang.
	90	Blanc sensiblement.		Rouge de brique un peu jaune.

A 90° les rayons ont changé de rôle comme à l'ordinaire; la succession des teintes par l'inclinaison indique le second ordre: et, soit pour la succession des teintes, soit pour la position du minimum, cette expérience s'accorde très-bien avec ce que nous a présenté la plaque (C) n° 3, dont l'épaisseur était $2^{mm},997$.

Ces expériences me paraissent suffire pour prouver que certaines plaques de cristal de roche, taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation, font tourner la lumière de droite à gauche, au lieu que d'autres plaques, également limpides, la font tourner de gauche à droite. D'ailleurs les intensités de ces actions sont égales pour des épaisseurs égales, du moins lorsque les aiguilles paraissent parfaitement pures. Quand on superpose deux de ces plaques qui font tourner la lumière en sens opposé, l'action définitive du systême est égale à leur différence; et le sens du mouvement de rotation des molécules lumineuses est celui de la plaque la plus

épaisse. Du reste, quant à la succession des couleurs pour les épaisseurs diverses, et à leurs changemens progressifs, quand la section principale du rhomboïde tourne dans différens azimuts, les lois sont absolument les mêmes, quel que soit le sens dans lequel s'opère le mouvement des molécules lumineuses, en exceptant toutes fois les anomalies que l'inégale constitution des aiguilles peut présenter. Car, puisque des morceaux également bien cristallisés, au moins pour nos sens, font tourner la lumière en sens différens, il serait possible qu'une même aiguille renfermât alternativement et successivement des couches pareilles qui détruisissent réciproquement leurs actions, et il est assez probable qu'en multipliant les essais on trouverait de pareilles couches. En général celles qui font tourner la lumière en sens opposé, sont faciles à reconnaître par le sens dans lequel il faut tourner le rhomboïde pour faire monter les couleurs dans l'ordre des anneaux, ou mieux encore par la superposition des plaques dont les actions sont opposées. Car, en opérant sur des épaisseurs peu différentes, la superposition développe des couleurs très-vives dans des morceaux où l'on n'en apercevait pas auparavant; ce qui est conforme à notre théorie.

Recherches des lois suivant lesquelles varient les teintes des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, lorsqu'on les incline sur le rayon polarisé.

Jusqu'ici nous avons seulement examiné les phénomènes que présentent les plaques de cristal de roche, lorsqu'on les présente perpendiculairement au rayon polarisé. Nous avons remarqué que la polarisation exercée par ces plaques

sur les molécules lumineuses, ne peut pas être due à l'action répulsive de leur premier axe, puisqu'alors cet axe se trouvant parallèle au rayon incident, n'exerce sur lui aucune répulsion. Nous avons tâché de montrer que ces phénomènes sont dus à une rotation des molécules lumineuses autour de leur centre de gravité, rotation probablement occasionnée par l'action des axes secondaires qui rayonnent perpendiculairement dans tous les sens autour du premier. Mais si l'action de celui-ci est nulle sous l'incidence perpendiculaire, elle ne l'est plus sous les incidences obliques, parce qu'elle est en général proportionnelle au carré du sinus de l'angle qu'il forme avec le rayon réfracté. Ainsi nous devons nous attendre qu'en inclinant la plaque sur le rayon, le développement de cette nouvelle force enlevera successivement les molécules lumineuses au mouvement de rotation qui les sollicitait, et les soumettant à son influence, changera cette rotation continuelle en un mouvement d'oscillation tel que celui que nous avons observé dans les plaques parallèles à l'axe, et plus généralement dans les plaques où l'action du premier axe était suffisamment développée pour déterminer ce mouvement.

En effet, c'est précisément ainsi que se passent les phénomènes. Lorsqu'on incline ces plaques sur le rayon polarisé, après avoir fixé dans l'azimut zéro la section principale du rhomboïde qui sert pour analyser la lumière, on voit la teinte du rayon extraordinaire baisser continuellement dans l'ordre des anneaux, par l'action croissante du premier axe, précisément comme si la plaque, en s'inclinant, devenait plus épaisse. Enfin, l'inclinaison augmentant toujours, si la plaque est suffisamment épaisse, on arrive à un terme où les deux

faisceaux sont blancs, ce qui répond au septième ordre d'anneaux observés par Newton; après quoi ces faisceaux restent toujours blancs, quel que soit l'accroissement d'inclinaison.

La loi suivant laquelle ces teintes du rayon extraordinaire se succèdent, est la même dans tous les azimuts possibles; elles descendent toujours de la même manière dans l'ordre des anneaux; mais il y a une grande différence dans l'intensité des images, selon l'azimut du plan dans lequel on incline la lame. La séparation des teintes est la plus complète lorsque cet azimut est de 45°, c'est-à-dire lorsque le plan d'incidence du rayon sur la plaque forme un angle de 45° avec la direction du plan primitif de polarisation; alors le faisceau extraordinaire, soit pour l'intensité, soit pour la teinte, répond exactement à l'anneau transmis. Chacun d'eux contient toutes les molécules lumineuses qui composent l'anneau auquel il appartient: mais lorsqu'on écarte le plan d'incidence de cette position pour le ramener vers l'azimut 0° ou 90°, la section principale du rhomboïde qui sert pour analyser la lumière, restant toujours dirigée dans le méridien, on voit le faisceau extraordinaire perdre peu-à-peu son intensité sans changer de teinte, tandis qu'au contraire celle du faisceau ordinaire augmente de plus en plus. Cette augmentation n'est pas également sensible sous toutes les incidences: d'abord elle est nulle sous l'incidence perpendiculaire, où l'action du premier axe n'est pas encore développée. En effet, nous avons vu qu'alors les teintes du faisceau ordinaire et du faisceau extraordinaire n'éprouvent aucune variation lorsqu'on tourne la plaque sur son plan, le rhomboïde restant fixe; mais dès que l'on incline la plaque, l'action du premier axe commence

à s'exercer. Alors, si le plan d'incidence est le méridien même, on voit la teinte du faisceau extraordinaire baisser dans l'ordre des anneaux comme dans toute autre azimut; mais, ce qui est extrêmement remarquable, ce faisceau ne garde pas toutes les molécules qui appartiennent à sa teinte dans les anneaux réfléchis : il en perd une certaine proportion par l'action croissante du premier axe, et cette proportion augmente rapidement avec l'inclinaison; de façon que bientôt le faisceau extraordinaire devient tout-à-fait insensible, ou du moins presque insensible, quoique jusqu'au dernier moment il conserve exactement la teinte que lui assigne son inclinaison. Par une conséquence naturelle de ces faits, le faisceau ordinaire va toujours en croissant d'intensité à mesure que l'incidence augmente; mais en même temps sa teinte change et approche de plus en plus de la blancheur avec une grande rapidité, parce que les molécules qu'il enlève à l'autre faisceau, neutralisent pour ainsi dire une partie des siennes, et forment du blanc. Cette absorption des molécules par l'action du premier axe devient totale au moins pour nos sens, au-delà d'un certain terme qui n'arrive ordinairement qu'après que l'autre rayon a parcouru toute la série des anneaux. Une fois que cela a lieu, toutes ou presque toutes les molécules lumineuses sont enlevées au mouvement de rotation continu : elles n'exécutent plus que des oscillations alternatives autour de la section principale de la plaque, suivant les lois que nous avons exposées dans la seconde et la troisième partie de ce Mémoire, et voilà pourquoi le rayon extraordinaire devient alors nul dans les azimuts 0° et 90°, conformément à ces lois. Entre ces limites, son intensité peut se calculer par les formules tirées de la théorie des oscillations.

Pour confirmer ces considérations, je vais rapporter les expériences que j'ai faites sur un grand nombre de plaques de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, afin de déterminer la loi suivant laquelle les teintes qu'elles polarisent changent avec l'inclinaison. J'ai dit que les teintes descendent toujours dans l'ordre des anneaux; et en effet on peut, la table de Newton à la main, en suivre progressivement la succession avec la plus grande fidélité: c'est même là, sans aucun doute, le meilleur moyen d'observer à son gré tout le développement des anneaux, soit réfléchis, soit transmis. Mais une fois ce fait bien reconnu et constaté, je me suis borné à mesurer les incidences auxquelles répondaient un certain nombre de teintes des plus tranchées; et comme, avec les moyens dont je pouvais disposer, la mesure des angles d'incidence était une opération assez longue et pénible, j'ai mieux aimé multiplier les mesures sur des plaques diverses, que de les répéter sur toutes les teintes qu'une même plaque pouvait donner. Car, si la loi que nous assignerons pour la succession de ces teintes satisfait pour chaque plaque à un grand nombre de termes distribués dans toute l'étendue de la table de Newton, il est bien clair qu'elle satisfera encore, avec un degré d'approximation pareil, aux autres teintes intermédiaires qui sont liées avec les premières d'une manière régulière et calculée.

Après les explications que j'ai données sur la variation des intensités des faisceaux dans différens azimuts, on voit qu'il suffit d'observer leurs teintes dans un azimut quelconque, mais qu'il vaut mieux choisir pour cela l'azimut de 45°, dans lequel les teintes des deux anneaux réfléchis et transmis sont complètement séparées. C'est donc dans l'azimut de 45° que j'ai

constamment placé le plan d'incidence; et la section principale du rhomboïde, qui sert pour analyser la lumière, est restée constamment dirigée dans l'azimut 0°, c'est-à-dire dans le plan primitif de polarisation. Ces positions sont convenues pour toutes les expériences qui vont suivre : quand on aura la loi des teintes dans ces circonstances, la théorie des oscillations les fera connaître en général pour tous les azimuts du plan d'incidence, du moins une fois que l'action du premier axe sera devenue complète.

1re Expérience. *Plaque* (C), *n° 2, amincie. Epaisseur en parties du sphéromètre* 470p; *en millimètres* 1mm,06155.

Incidence comptée de la perpendiculaire.			Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
0°	0′	0″	Blanc légèrem. jaunâtre.	Bleu.	
17	27	40	Bleu violacé très-sombre, presque nul.	Blanc.	1er ordre.
20	47	20	Bleu blanchâtre.	Orangé foncé.	
23	7	50	Blanc verdâtre.	Rouge.	
25	18	30	Jaune.	Bleu.	
30	3	40	Bleu.	Jaune brillant.	2e ordre.
32	26	10	Vert.	Rouge.	
35	29	40	Rouge vif.	Vert vif.	
40	6	40	Vert vif.	Rouge vif.	3e ordre.
42	36	20	Rouge.	Vert.	
45	45	20	Vert.	Rouge.	4e ordre.
50	7	50	Rouge.	Bleu verdâtre.	
53	37	50	Bleu verdâtre.	Rouge.	5e ordre.
56	33	20	Rouge.	Bleu verdâtre.	
59	56	20	Bleu verdâtre.	Rouge.	6e ordre.
62	23	48	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	
68	5	10	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	7e ordre.

2e Expérience. *Plaque* (C), *n*° 2. *Epaisseur en parties du sphéromètre* 922p; *en millimètres* 2mm,084.

Incidence comptée de la perpendiculaire.			Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
0°	0′	0″	Jaune orangé.	Blanc bleuâtre.	1er ordre.
6	18	0	Rouge très-sombre un peu violacé, presque nul.	Blanc sensiblement.	
10	26	20	Bleu blanchâtre.	Orangé foncé (**).	
12	12	20	Blanc verdâtre.	Rouge vif sombre (***).	
13	54	20	Orangé.	Bleu foncé.	2e ordre.
17	27	40	Bleu.	Jaune brillant.	
18	56	40	Vert un peu bleuâtre.	Rouge.	
20	18	10	Jaune.	Bleu.	3e ordre.
21	36	0	Rouge.	Vert superbe.	
23	43	20	Vert.	Rouge vif.	
26	26	30	Rouge.	Vert (****).	4e ordre.
28	53	10	Bleu verdâtre.	Rouge.	
30	47	50	Rouge.	Bleu verdâtre.	5e ordre.
33	23	20	Bleu verdâtre.	Rouge.	
35	8	10	Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
37	19	54	Bleu verdâtre.	Rouge.	
38	28	0	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
41	0	0(*)	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	

(*) Peut-être a-t-on un peu exagéré cette inclinaison extrême pour atteindre plus sûrement le blanc.

(**) Déja le rayon ordinaire est blanc dans l'azimut 0°, et le rayon extraordinaire orangé est extrêmement sombre.

(***) Le rayon ordinaire est blanc dans l'azimut 0°, et le rayon extraordinaire est rouge violacé presque nul : à des inclinaisons plus grandes, le rayon extraordinaire devient encore plus faible dans l'azimut 0°, quoiqu'il conserve toujours la teinte qui lui est propre.

(****) La transition de ce vert au rouge qui le suit, se fait en passant par un blanc composé : il en est de même dans les anneaux suivans.

3e Expérience. *Plaque* (C), *n*o 3. *Epaisseur en parties du sphéromètre* 1327p; *en millimètres* 2mm,997.

Incidence comptée de la perpendiculaire.			Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
0°	0′	0″	Rouge pourpre sombre.	Blanc légèrement jaunâtre	1er ordre.
10	58	50	Blanc bleuâtre.	Orangé foncé et brillant.	
12	38	40	Blanc légèrement verdâtre	Rouge de sang très-pourpre (*).	
14	42	50	Jaune.	Bleu très-beau.	2e ordre.
16	53	0	Bleu violacé.	Jaune un peu verdâtre.	
19	8	30	Vert.	Rouge (**).	
21	4	40	Rouge.	Vert.	3e ordre.
23	25	0	Vert.	Rouge vif.	
24	55	50	Rouge.	Vert (***).	4e ordre.
26	58	20	Bleu verdâtre.	Rouge.	
28	49	40	Rouge.	Bleu verdâtre.	5e ordre.
30	22	30	Bleu verdâtre.	Rouge.	
31	59	40	Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
33	45	0	Bleu verdâtre.	Rouge.	
35	8	10	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
36	54	0	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	

(*) La plaque est un peu prismatique; et à cause de sa grande épaisseur, cette inégalité se fait sentir quand on fait passer le rayon à travers ses différens points, on peut ainsi monter ou descendre d'une teinte.

(**) Déja le rayon extraordinaire est insensible ou presque insensible dans l'azimut 0°.

(***) Le passage de ce vert au rouge qui le suit, se fait par un blanc composé : il en est de même dans les alternatives suivantes.

Ces trois plaques sont tirées d'une même aiguille, comme

l'indique leur dénomination. Les suivantes sont aussi tirées d'une même aiguille, mais différente de la précédente.

Pour montrer tout de suite les phénomènes extrêmes, j'ai choisi des épaisseurs très-petites, et des épaisseurs très-considérables, de manière à atteindre les deux extrémités de la série des anneaux.

4e Expérience. *Plaque extraite de l'aiguille* (A). *Epaisseur en parties du sphéromètre* 95p; *en millimètres* 0mm,215.

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
0° 0′ 0′	Blanc presque total.	Bleu excessivem. sombre presque imperceptible.	1er ordre.
35 43 50	Violet rougeâtre excessivement sombre.	Blanc brillant très-légèrement jaunâtre (*).	1er ordre.
45 32 20	Blanc verdâtre.	Rouge (**).	1er ordre.
57 27 54	Jaune.	Bleu.	2° ordre.
70 2 20	Bleu.	Jaune.	2° ordre.

(*) Dans l'azimut 0° le rayon extraordinaire est blanc, mais presque insensible.

(**) La plaque est un peu prismatique, ce qui fait varier un peu les teintes quand on fait passer le rayon par différens points.

On n'a pas pu incliner davantage la plaque, mais il est probable que les teintes n'auraient pas baissé beaucoup davantage dans la série des anneaux.

5e Expérience. *Plaque de l'aiguille* (A) *amincie. Epaisseur en parties du sphéromètre* 177p; *en millimètres* 0mm,400.

Incidence comptée de la perpendiculaire.			Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
0°	0′	0″	Blanc.	Bleu très-sombre.	
23	42	54	Violacé extrêm. sombre.	Blanc (*).	1er ordre.
28	50	10	Bleu un peu clair.	Orangé brillant.	
32	25	0	Blanc verdâtre.	Rouge.	
37	42	40	Jaune.	Bleu foncé.	
41	48	20	Rouge.	Vert blafard.	
44	35	10	Bleu.	Jaune.	2e ordre.
49	5	40	Vert.	Rouge.	
53	56	50	Jaune.	Bleu.	
56	37	10	Rouge vif.	Vert vif.	
51	36	50	Pourpre.	Jaune pale verdâtre.	3e ordre.
66	28	30	Vert.	Rouge.	
74	15	0	Rouge.	Vert.	4e ordre.

(*) Dans l'azimut 0° le rayon extraordinaire est blanc, mais extrêmement faible.

On n'a pas pu pousser plus loin les incidences, mais il est probable que les teintes n'auraient pas baissé beaucoup davantage dans la série des anneaux.

6e Expérience. *Plaque* (A) *successivement amincie. Epaisseur en parties du sphéromètre* 4030p, *en millimètres* 9^{mm}, 102.

Incidence comptée de la perpendiculaire.			Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
0°	0′	0″	Rouge pourpre.	Vert superbe.	
9	37	50	Pourpre bleuâtre.	Jaune verdâtre et blanchâtre.	
10	15	0	Gris de lin.	Jaune blanchâtre imparfait.	3e ordre.
11	36	0	Vert.	Rouge.	
12	20	20	Vert jaunâtre.	Rouge bleuâtre.	
13	35	20	Rouge.	Vert (*).	4e ordre.
15	12	0	Vert.	Rouge.	
16	22	20	Rouge.	Bleu verdâtre.	5e ordre.
17	26	0	Bleu verdâtre.	Rouge.	
18	40	0	Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
19	50	42	Bleu verdâtre.	Rouge.	
20	28	30	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
21	17	10	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	

(*) Le passage de ce vert au rouge qui le suit, se fait par un blanc composé; il en est de même dans toutes les alternatives suivantes.

7e Expérience. *Même plaque* (A). *Epaisseur en parties du sphéromètre* 4482p, *en millimètres* 10mm,124.

Incidence comptée de la perpendiculaire.			Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
0°	0′	0″	Rouge de sang.	Vert un peu blanchâtre.	3e ordre.
5	17	30	Bleu verdâtre.	Jaune pâle blanchâtre.	
6	24	0	Vert.	Rouge de sang un peu jaunâtre.	
7	39	0	Vert un peu blanchâtre.	Rouge rose, rouge bleuâtre.	
9	8	10	Rouge jaunâtre.	Vert un peu bleuâtre, mais vif (*).	4e ordre.
11	11	10	Vert bleuâtre.	Rouge.	
12	10	0	Rouge jaunâtre.	Bleu verdâtre.	5e ordre.
13	14	50	Bleu verdâtre.	Rouge.	
14	32	10	Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
15	16	20	Bleu verdâtre.	Rouge.	
16	12	30	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
17	14	10	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	

(*) Le passage de ce vert au rouge qui le suit, se fait par un blanc composé ; il en est de même de toutes les alternatives suivantes.

8e Expérience. *Même plaque* (A). *Epaisseur en parties du phéromètre* 5300p, *en millimètres* 11mm,971.

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
0° 0′ 0″	Vert bleuâtre.	Rouge pâle jaunâtre.	3e ordre.
9 54 0	Vert vif.	Rouge vif.	
11 52 50	Rouge.	Vert.	4e ordre.
13 44 30	Vert.	Rouge.	
14 53 40	Rouge.	Bleu verdâtre.	5e ordre.
15 45 30	Bleu verdâtre.	Rouge.	
16 32 0	Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
17 17 50	Bleu verdâtre.	Rouge.	
18 28 40	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
19 8 30	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	

9e Expérience. *Même plaque* (A). *Epaisseur en parties du sphéromètre* 5940p, *en millimètres* 13mm,416.

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	
0° 0′ 0″	Vert.	Rouge.	4e ordre.
6 42 0	Rouge.	Bleu verdâtre.	5e ordre.
8 11 54	Bleu verdâtre.	Rouge.	
9 36 10	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
10 46 20	Bleu verdâtre.	Rouge pâle.	
11 32 20	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
12 40 50	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	

Au-delà de cette limite, la coloration des deux images est tout-à-fait insensible : il en résulte que le rouge donné par le rayon extraordinaire, sous l'incidence perpendiculaire, correspond réellement à celui du quatrième ordre de la table de Newton. Il peut y avoir quelque petite incertitude sur la succession des incidences, principalement vers la fin de la série; car, à cause de la grande épaisseur de la plaque, les teintes se succédaient fort rapidement à mesure que l'incidence variait : et cet effet était encore augmenté par la forme un peu prismatique de cette plaque, dont l'artiste n'avait pu amener exactement les deux surfaces au parallélisme. Cependant les incidences ne peuvent être en erreur que de quantités fort petites, car on les a vérifiées plusieurs fois.

En examinant l'ensemble de ces expériences, on y découvre plusieurs lois générales que nous avions prévues par la théorie.

D'abord on voit que la teinte du rayon extraordinaire baisse constamment dans l'ordre des anneaux, à mesure que l'inclinaison augmente, et sa coloration cesse d'être sensible quand elle est ainsi descendue au blanc rougeâtre du septième ordre de la table de Newton. En effet, à mesure que l'on incline la plaque sur le rayon incident, le rayon réfracté forme un plus grand angle avec l'axe de cristallisation de cette plaque : par conséquent la force répulsive extraordinaire augmente.

Secondement on remarque que les variations sont plus rapides dans les plaques plus épaisses, et plus lentes dans les plus minces. Ainsi par exemple la plaque mince employée dans la quatrième expérience, n'a pu faire descendre la teinte du faisceau extraordinaire que jusqu'au jaune du se-

cond ordre, par les plus grandes inclinaisons. La plaque un peu plus épaisse, qui a servi dans la cinquième expérience, a fait descendre cette teinte jusqu'au vert du quatrième ordre, qu'elle a atteint sous l'incidence de 74°; tandis que dans la neuvième expérience, où l'on a employé une plaque épaisse de 13^{mm}, 416, la teinte du faisceau extraordinaire a atteint le septième ordre d'anneaux, et par conséquent la blancheur, dès l'incidence 12° 40′ 50″. Ainsi en général, à mesure que l'épaisseur des plaques augmente, les teintes du faisceau extraordinaire baissent plus rapidement, et atteignent plus vîte la blancheur, limite de leur coloration.

Mais suivant quelle loi ces variations s'opèrent-elles pour chaque plaque? quel rapport existe-t-il entre les inclinaisons successives auxquelles paraissent les différentes teintes? et peut-on parvenir à les prévoir? voilà les premières questions qui se présentent à décider.

Si on essayait de le faire d'après les seules expériences que nous avons rapportées, on risquerait de s'égarer complétement, ou plutôt on trouverait que la loi de ces variations n'a rien de fixe, qu'elle est plus rapide dans quelques parties de la série, plus lente dans d'autres, et sur-tout qu'elle est différente pour chaque plaque; mais ces irrégularités apparentes tiennent à une circonstance qu'il importe de développer.

Nous avons dit que nos plaques étaient taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation des aiguilles, et après avoir déterminé *à priori* cette direction en les coupant, nous l'avons encore vérifiée *à posteriori* en exposant les plaques perpendiculairement au rayon polarisé, et voyant que les teintes qu'elles donnent ne changent point quand on les

tourne dans leur plan, ce qui montre qu'elles n'ont pas de section principale, et qu'ainsi l'axe de cristallisation, étant indifférent à ces mouvemens de rotation, leur est perpendiculaire.

Mais pour que cette constance des teintes s'observe, il n'est pas nécessaire que la perpendicularité de l'axe sur les surfaces des plaques soit rigoureuse, il suffit que sou action soit trop faible pour produire sur les molécules lumineuses aucun effet de polarisation sensible : or cela arrivera si cet axe est presque perpendiculaire à la surface des plaques, par exemple, s'il fait avec la normale à leur surface un angle de 1 ou 2° : car alors l'action de la plaque sera proportionnelle à son épaisseur multipliée par le carré du sinus de 1 ou de 2°; et comme ce quarré sera une quantité extrêmement petite, il s'ensuit que si la lame n'est pas très-épaisse, il pourra arriver que le produit, réduit à l'échelle de Newton, soit au-dessous de l'épaisseur qui polarise le bleu du premier ordre; et alors l'action répulsive de l'axe n'exercera aucune déviation dans les molécules lumineuses. Mais si l'on vient à incliner une pareille plaque sur le rayon polarisé, ce défaut de perpendicularité pourra devenir sensible; car, selon que l'on inclinera la plaque dans un sens ou dans un autre, il augmentera ou diminuera l'angle du rayon réfracté avec l'axe de cristallisation, et par conséquent les teintes du rayon extraordinaire, observées ainsi sous des incidences obliques, devront changer lorsqu'on tournera les plaques dans leur plan; de sorte que l'incidence à laquelle une teinte désignée commencera à paraître, sera différente selon le sens dans lequel la plaque sera tournée. C'est en effet ce qui a lieu dans toutes les plaques dont j'ai fait usage; et j'ajoute que cela devait être O; car, quelque soin qu'on ait mis à les tailler

perpendiculairement à l'axe, on n'a pas pu répondre de ne pas faire, sur cette direction, une erreur de 1 ou 2°: or une pareille erreur, toute petite qu'elle peut paraître, suffit cependant, comme on le verra tout-à-l'heure, pour produire sur la même teinte, des différences d'incidence très-considérables; et voilà pourquoi les séries d'observations que j'ai rapportées plus haut sans aucune indication du sens où elles ont été faites, ne sont pas propres à donner la loi suivant laquelle les teintes doivent se succéder dans les diverses inclinaisons.

La première fois que j'observai ces variations de teintes, l'incidence restant constante, je fus tenté de les attribuer à la forme toujours un peu prismatique des plaques. Car cette forme doit influer sur la marche du rayon à travers leur substance, et sur la longueur du trajet qu'il y parcourt; elle doit donc altérer la teinte qui dépend de cette longueur et de la force répulsive: mais je découvris bientôt que cette cause, quoique réelle, était beaucoup trop faible pour produire les phénomènes observés. Car, en faisant mouvoir l'œil sans changer la position de la plaque, seulement de manière à faire passer le rayon par les différens points de son épaisseur, je pouvais apercevoir des variations de couleurs, mais très-légères, et qui montaient ou descendaient seulement d'une teinte dans la table de Newton. D'où il suit qu'en visant toujours à-peu-près au même point de la plaque, j'avais très-peu d'erreur à craindre de cette inégalité: mais si je tournais la plaque sur elle-même sans changer son inclinaison, en aucune manière, j'apercevais de bien autres phénomènes. Ce n'était plus seulement une teinte immédiatement voisine, c'étaient plusieurs teintes, et quelquefois un grand nombre qui se succédaient l'une à l'autre, et se sui-

vaient dans l'ordre des anneaux, à mesure que je tournais la plaque sur elle-même. Ces changemens étaient bornés par deux limites; l'une, dans laquelle la plaque agissait sur la teinte la plus basse, et avait par conséquent son maximum d'action; l'autre, dans laquelle elle agissait sur la teinte la plus haute; c'était par conséquent son minimum. Ces positions différaient l'une de l'autre de 180°, et les variations des teintes se faisaient toujours autour de chacune d'elles dans le même sens, soit pour monter soit pour descendre, de quelque côté qu'on tournât la plaque sur son plan. Tous ces phénomènes résultaient très-évidemment d'une trop petite obliquité de l'axe pour que je pusse la méconnaître, d'autant plus que je savais que l'artiste qui les avait construites n'avait pu répondre de ne pas commettre à cet égard un ou deux degrés d'erreur : mais pour lever tous mes doutes à ce sujet, je consultai la théorie.

Considérons une plaque de cristal de roche dont les surfaces soient exactement parallèles entre elles, et perpendiculaires à l'axe de cristallisation : supposons que cette plaque, sous l'incidence perpendiculaire, donne un faisceau extraordinaire dont la teinte réponde à l'épaisseur e, dans la table de Newton : cette teinte est indépendante de l'action répulsive de l'axe, qui est nulle dans cette position. Maintenant, si l'on incline la plaque sur le rayon polarisé et dans l'azimut de 45°, le rayon réfracté ne sera plus parallèle à l'axe de cristallisation, il fera au contraire avec cet axe un angle θ' qui sera précisément l'angle de réfraction compté de la normale à la surface. De-là naîtra une force répulsive extraordinaire proportionnelle à $\sin. \theta'$. D'une autre part, la longueur du trajet que parcourt la lumière à travers la plaque, est pro-

portionnelle à $\frac{1}{\cos. \theta'}$, les deux surfaces étaient supposées parallèles; et d'après tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, l'action totale de la plaque pour polariser la lumière, se compose de ces deux facteurs, c'est-à-dire est proportionnelle à $\frac{\sin^2 \theta'}{\cos. \theta'}$. Soit donc μ un facteur constant pour la même plaque: la teinte E du faisceau extraordinaire correspondant à chaque incidence, sera le produit de l'action répulsive de l'axe, ajoutée à la teinte primitive e; c'est-à-dire qu'on aura à très-peu de chose près :

$$E = e + \frac{\mu \sin^2 \theta'}{\cos. \theta'}.$$

Mais je trouve par expérience qu'on augmentera beaucoup l'exactitude de cette formule, en donnant au facteur μ une variation proportionnelle au carré du sinus de l'angle $4\theta'$ c'est-à-dire en faisant

$$E = e + \frac{\mu \sin^2 \theta' [1 + m \sin^2 4\theta']}{\cos. \theta'},$$

m étant un nombre constant indépendant de l'incidence.

Voilà ce qui arriverait si l'axe de cristallisation était perpendiculaire aux faces de la plaque; mais s'il lui est oblique, les résultats doivent être différens. Supposons par exemple que cet axe représenté par CA fig. 17 fasse un petit angle α avec la normale CP; menons un plan par ces deux droites, et choisissons-le pour plan d'incidence: alors CL étant le rayon incident, et CR le rayon réfracté, l'angle de ce dernier avec l'axe de cristallisation sera $\theta' - \alpha$, si la plaque est inclinée dans le sens que représente la fig. 17, et au contraire

il sera $\theta' + \alpha$, si la plaque est inclinée comme le représente la fig. 18. L'expression de la force répulsive sera donc, dans le premier cas, proportionnelle à $\sin^2(\theta' - \alpha)$, et dans le second, à $\sin^2(\theta'_1 + \alpha)$, en désignant par θ'_1 les valeurs de l'angle de réfraction dans cette seconde supposition. D'après cela, les expressions de la teinte extraordinaire E, dans ces deux cas, seront

$$\text{fig. 17. } E = e + \frac{\mu \sin^2(\theta' - \alpha)}{\cos.\theta'}\left[1 + m \sin^2 4(\theta - \alpha)\right]$$

$$\text{fig. 18. } E = e + \frac{\mu \sin^2(\theta'_1 + \alpha)}{\cos.\theta'_1}\left[1 + m \sin^2 4'(\theta'_1 + \alpha)\right].$$

Maintenant il est facile de déterminer α par observation. En effet, si l'on amène successivement la plaque dans les deux positions diamétralement opposées, pour lesquelles nos formules sont construites, et si l'on mesure dans chaque cas l'incidence à laquelle on aperçoit une même teinte dans le faisceau extraordinaire, le rhomboïde restant fixe, on aura évidemment l'égalité

$$\frac{\sin^2(\theta' - \alpha)}{\cos.\theta'}\left[1 + m \sin^2 4(\theta' - \alpha)\right] = \frac{\sin^2(\theta_1' + \alpha)}{\cos.\theta_1'}\left[1 + m \sin^2 4(\theta_1' + \alpha)\right]$$

Si les deux angles θ' et θ_1' étaient égaux entre eux, α serait nul. Or ces angles ne diffèrent que de quatre ou cinq degrés, comme on le verra tout-à-l'heure, ainsi l'on voit d'avance que α sera un très-petit angle. De plus la valeur que nous trouverons pour α, sera telle que $\theta' - \alpha$ deviendra à très-peu-près égale à $\theta_1' + \alpha$: enfin la valeur du coëfficient m sera peu considérable. Ces circonstances nous permettent de regarder le facteur $1 + m \sin^2 4(\theta' - \alpha)$ du premier membre comme sensiblement égal au facteur $1 + m \sin^2 4(\theta_1' + \alpha)$ du second,

et alors, en divisant toute l'équation par ce facteur commun, il vient

$$\frac{\sin^2(\theta'-\alpha)}{\cos.\,\theta'} = \frac{\sin^2(\theta_1'+\alpha)}{\cos.\,\theta_1'},$$

d'où l'on tire

$$\sin.\,(\theta'-\alpha) = \sqrt{\frac{\cos.\,\theta'}{\cos.\,\theta_1'}}\,\sin.\,(\theta_1'+\alpha).$$

Si, pour plus de simplicité, on fait

$$u = \sqrt{\frac{\cos.\,\theta'}{\cos.\,\theta_1'}},$$

cette équation donne

$$\text{tang.}\,\alpha = \frac{\sin.\,\theta' - u\,\sin.\,\theta_1'}{\cos.\,\theta' + u\,\cos.\,\theta_1'}.$$

En substituant successivement dans cette formule les valeurs de θ' et de θ'_1, qui répondent à une même teinte, on verra d'abord si α est réellement constant, comme l'exige la supposition d'un défaut de perpendicularité de l'axe sur le plan des plaques; ensuite, si cette condition se trouve satisfaite, on en tirera la valeur de α, et l'on pourra calculer toutes les teintes par notre formule, l'incidence étant donnée.

Pour voir si ces considérations seraient confirmées par l'expérience, j'ai d'abord étudié la plaque (C), n° 3, qui présentait sur-tout des variations de teintes très-considérables quand on la tournait sur son plan, l'incidence restant constante. J'ai déja rapporté, page 281, une série d'observations faites avec cette plaque; mais alors je n'avais nullement choisi le sens de l'inclinaison : ici je l'ai déterminé suivant les règles que je viens d'expliquer.

J'ai d'abord placé la plaque sous une incidence fixe, en l'inclinant dans l'azimut de 45° : alors, en la tournant sur son plan, j'ai observé quelle était la succession des teintes

qu'elle donnait; puis j'ai remarqué parmi ces teintes quelle était la plus haute dans l'ordre des anneaux, et quelle était la plus basse: elles répondaient à deux positions de la plaque opposées l'une à l'autre d'une demi-circonférence, ce qui est d'abord une circonstance conforme à notre théorie. J'ai fixé la plaque dans une de ces positions, d'abord dans la première. Puis je l'ai inclinée dans l'azimut de 45°, et j'ai mesuré les incidences successives auxquelles les teintes les plus tranchées de la série des anneaux ont passé dans le faisceau extraordinaire : cela fait, j'ai tourné d'une demi-conférence l'anneau qui porte la plaque, et j'ai observé de nouveau les teintes dans cette seconde position. Voici le tableau de ces résultats.

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.	Ordre d'anneaux auxquels répond la teinte du rayon extraordinaire.
0° 0′ 0″	Rouge violacé sombre.	Blanc sensiblement.	1er ordre.
15 34 10	Blanc verdâtre.	Rouge de sang.	
17 46 30	Jaune.	Bleu céleste.	2e ordre.
20 17 10	Bleu.	Jaune.	
21 17 10	Vert.	Rouge.	
23 48 50	Rouge.	Vert.	3e ordre.
25 48 10	Vert.	Rouge.	
27 32 20	Rouge.	Vert.	4e ordre.
29 17 40	Vert.	Rouge.	
30 57 40	Rouge.	Bleu verdâtre.	5e ordre.
31 47 20	Bleu verdâtre.	Rouge.	
34 35 10	Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
36 0 0	Bleu verdâtre.	Rouge.	
37 48 0	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
38 56 30	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	

Cette série terminée, j'ai fait faire un demi-tour à l'anneau qui portait la plaque; celle-ci a donc été retournée point pour point sur son plan : alors j'ai recommencé une autre série dans laquelle les incidences ont été bien différentes des précédentes, quoiqu'elles aient été également vérifiées à plusieurs reprises.

Incidence comptée de la perpendiculaire.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.	Ordre d'ann. auxquels le rayon extraordin. répond.
0° 0′ 0″	Rouge pourpre violacé, sombre.	Blanc sensiblement.	1er ordre.
7 55 50	Blanc verdâtre.	Rouge.	
9 18 54	Jaune.	Bleu superbe.	2e ordre.
13 23 30	Vert.	Rouge.	
15 23 20	Rouge.	Vert vif.	3e ordre.
18 2 10	Vert.	Rouge vif.	
19 30 10	Rouge.	Vert.	4e ordre.
21 12 50	Vert.	Rouge.	
23 10 30	Rouge.	Bleu verdâtre.	5e ordre.
24 42 50	Bleu verdâtre.	Rouge.	
26 1 40	Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
27 41 0	Bleu verdâtre.	Rouge.	
29 9 40	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
31 0 20	Bleu verdâtre.	Blanc rougeâtre.	

Chacune des incidences de cette série est moindre d'environ 7° que sa correspondante dans la série précédente. Ainsi la première série doit être celle dont nous avons désigné les angles de réfraction par θ', et la seconde doit être celle que nous avons désignée par θ'_1. Cela posé, j'ai choisi au hasard un certain nombre de teintes dans les deux

séries, et j'ai calculé les angles de réfraction pour chacune de ces teintes, après quoi j'ai substitué ces valeurs dans la formule

$$\text{tang. } \alpha = \frac{\sin. \theta' - u \sin. \theta'_1}{\cos. \theta' + u \cos. \theta'_1},$$

dans laquelle

$$u = \sqrt{\frac{\cos. \theta'}{\cos. \theta'_1}},$$

et j'en ai tiré les valeurs correspondantes de α, qui ont été telles que le montre le tableau suivant.

1re série observée		2e série observée		Valeur de α; calculée.	Ordre d'anneaux de la teinte employée.
θ.	θ'.	θ_1.	θ'_1.		
15° 34′ 20″	9° 53′ 30″	7° 55′ 50″	5° 3′ 55″	2° 26′ 1″	Rouge du 1er ordre.
21 17 10	13 26 10	13 23 30	8 31 30	2 30 6	Rouge du 2e ordre.
23 48 50	14 58 30	15 23 20	9 46 40	2 39 41	Vert du 3e ordre.
25 48 10	16 10 30	18 2 10	11 25 40	2 26 41	Rouge du 3e ordre.
30 57 40	19 13 20	23 10 30	14 35 20	2 25 30	Bleu verdâtre du 5e ord.
36 0 0	22 5 50	27 41 0	17 17 50	2 33 13	Rouge du 6e ordre.
38 56 30	23 43 10	31 0 20	19 14 50	2 24 40	Blanc rougeât. du 7e ord.

Valeur moyenne de α.....2° 29′ 24″

En rejetant la troisième observation α.....2° 27′ 42″

Alors le plus grand écart de ces résultats partiels autour de la moyenne n'est que de 6′ : cela répond à une différence de 12′ ou 15′ sur l'incidence ; c'est-à-dire qu'il suffirait d'altérer de cette quantité l'une des deux incidences que l'on compare, pour faire disparaître les écarts dont il s'agit ; et

par conséquent il suffirait de répartir la moitié de l'altération sur l'une et sur l'autre en sens contraire. Or, il est facile de voir que de pareilles différences sont absolument inévitables. Car les teintes diverses que nous comparons ne répondent pas chacune à un seul degré d'incidence fixe et déterminé; il y a pour chacune d'elles une certaine étendue d'incidence dans laquelle elle se maintient sensiblement; et quoique l'on cherche à saisir l'inclinaison précise où la teinte que l'on observe atteint son maximum d'intensité, on ne peut cependant répondre qu'on ne commettra pas des erreurs de 7 ou 8′ sur cette évaluation. Ainsi, en prenant en considération cette cause inévitable d'incertitude, comme on doit nécessairement le faire, on voit que le défaut de perpendicularité de l'axe sur le plan des plaques se trouve mis dans une entière évidence par la constance de α, et la valeur de cette quantité détermine l'obliquité de l'axe avec une exactitude qu'il était peut-être difficile d'espérer.

Ce résultat étant connu, il nous faut déterminer la valeur du coëfficient constant μ. Pour cela, je reprends d'abord la première formule

$$E = e + \frac{\mu \sin^2 (\theta' - \alpha)}{\cos. \theta'} [1 + m \sin^2 4 (\theta' - \alpha)],$$

qui se rapporte à la fig. 17. Je suppose que l'on ait observé l'incidence θ, qui répond à une teinte E, dont la valeur est connue dans la table de Newton. On pourra calculer l'angle de réfraction correspondant θ'. On connaît aussi la valeur de la teinte e qui s'observe sous l'incidence perpendiculaire. En substituant ces valeurs dans notre équation, on peut en tirer les valeurs du facteur variable $\mu [1 + m \sin^2 4 (\theta' - \alpha)]$,

que je représenterai par μ'; car on a

$$\mu\left[1 + m \sin^2 4(\theta' - \alpha)\right] = \frac{E - e}{\frac{[\sin^2(\theta' - \alpha)]}{\cos.\ \theta'}}.$$

Et puisque le second membre est composé tout entier de quantités connues, le premier que nous représenterons, pour abréger, par μ', le sera également. En comparant la valeur de ce facteur pour les diverses incidences, on verra si elle est constante ou variable; et dans ce dernier cas on verra si sa variabilité peut être réellement représentée par la forme que nous lui supposons. J'ai appliqué cette formule aux mêmes observations de la première série qui nous ont servi pour déterminer α; et en prenant pour α sa valeur moyenne 2° 29′, j'ai trouvé pour μ les valeurs suivantes.

Angle de réfraction θ.	Angle du rayon réfracté avec l'axe du cristal $(\theta' - \alpha)$.	Valeur du facteur observé μ'.	Désignation des teintes.
13° 26′ 10″	10° 58′ 30″	225,41	Rouge du 2e ordre.
14 58 30	12 30 50	262,35	Vert du 3e ordre.
16 10 30	13 42 50	281,30	Rouge du 3e ordre.
17 12 40	14 45 0	283,67	Vert du 4e ordre.
19 13 20	16 45 40	297,13	Bleu verdâtre du 5e ordre.
22 5 50	19 38 10	338,48	Rouge du 6e ordre.
23 5 40	20 38 0	313,35	Bleu verdâtre du 7e ordre.
13 43 10	21 15 30	321,54	Blanc rougeâtre du 7e ordre.

On voit que la valeur du facteur va croissant avec l'incidence; et la seule inversion que l'on trouve à cette loi est celle que présente le rouge du sixième ordre, qui est évi-

demment accidentelle. Sur quoi l'on doit remarquer qu'il n'est pas étonnant que nous trouvions quelques petites exceptions à la loi générale; car la plaque étant un peu prismatique, la régularité de la série doit s'altérer nécessairement quand, par hasard, on ne vise pas toujours à travers le même point de sa surface, ce dont il est presque impossible de répondre. Cet accroissement du facteur μ' est surtout rapide dans ces petites incidences; et dans les plus grandes, il demeure presque constant : ces circonstances sont très-bien imitées par la forme que nous avons adoptée, et qui est

$$\mu' = \mu\,[1 + m \sin^2 4\,(\theta' - \alpha)].$$

J'ai déterminé μ et m par la condition de satisfaire à la première valeur de θ' et à la dernière, j'ai eu ainsi

$$\mu = 135{,}08 \qquad m = 1{,}39077.$$

En substituant ces valeurs dans la formule

$$E = e + \frac{\mu \sin^2(\theta' - \alpha)}{\cos.\,\theta'}\,[1 + m \sin^2 4\,(\theta' - \alpha)],$$

et faisant $e = 3{,}5$, comme nous l'avons supposé précédemment, et comme la teinte e l'indique, j'ai trouvé pour E les valeurs suivantes, que j'ai comparées à l'observation.

Désignation de la teinte E.	Valeur de la teinte E, calculée.	Valeur de la teinte E, observée.	Excès du calcul.
Rouge du 1er ordre	6, 57	5, 80	+ 0, 77
Rouge du 2e ordre	11, 90	11, 90	+ 0, 00
Vert du 3e ordre	15, 43	16, 25	— 0, 82
Rouge du 3e ordre	18, 75	18, 71	+ 0, 04
Vert du 4e ordre	22, 03	22, 75	— 0, 72
Bleu verdâtre du 5e ordre	29, 43	29, 67	— 0, 24
Rouge du 6e ordre	39, 08	42, 00	— 2, 92
Bleu verdâtre du 7e ordre	46, 67	45, 80	+ 1, 87
Blanc rougeâtre du 7e ordre	49, 67	49, 67	0, 00

Les écarts de l'observation et du calcul sont peu considérables, du moins si l'on en excepte le rouge du sixième ordre: or, nous avons déja remarqué qu'il doit exister en ce point une erreur d'observation; néanmoins cette erreur ne s'élève qu'à 24′ de degré sur l'incidence, car elle disparaîtrait en augmentant l'incidence de cette quantité. De plus, en comparant nos résultats à ceux de la table de Newton, on voit que ces erreurs ne font que remonter ou descendre la teinte observée vers la teinte qui la suit ou qui la précède immédiatement dans l'ordre des anneaux; or, de pareils écarts peuvent être attribués avec autant de vraisemblance à la forme prismatique de la plaque, ou à sa constitution inégale, qu'à l'imperfection de la formule; car en rapportant les observations, j'ai fait remarquer que l'on pouvait élever ou abaisser les couleurs d'une teinte entière, en promenant le rayon visuel dans le plan d'incidence depuis le centre de la plaque jusqu'à ses extrémités opposées; et quoique j'aie toujours cherché à observer par le centre autant qu'il m'a été possible, je n'oserais répondre d'y avoir constamment réussi.

Je passe maintenant à la seconde série d'incidence observée après avoir fait tourner la plaque d'une demi-circonférence sur son anneau. Voici d'abord les valeurs du facteur μ' ou $\mu\,[1 + m \sin^2 4\,(\theta' + \alpha)$ calculée par la formule

$$\mu' = \frac{(E - e)\cos.\theta'_1}{\sin^2(\theta'_1 + \alpha)}.$$

Angle de réfraction θ.	Angle formé par le rayon réfracté avec l'axe du cristal $(\theta'_1 + \alpha)$	Valeur du facteur μ'.	Désignation des teintes.
8° 31′ 30″	10° 59′ 10″	230, 03	Rouge du 2e ordre.
9 46 40	12 14 20	278, 35	Vert du 3e ordre.
11 25 40	13 53 20	280, 69	Rouge du 3e ordre.
12 20 20	14 48 0	288, 19	Vert du 4e ordre.
14 35 20	17 3 0	294, 58	Bleu verdâtre du 5e ordre.
17 17 50	19 45 40	321, 66	Rouge du 6e ordre.
18 10 0	20 37 40	323, 83	Bleu verdâtre du 7e ordre.
19 14 50	24 42 30	318, 60	Blanc rougeâtre du 7e ordre.

Si l'on compare ces valeurs à celles de la page 299, relative à la première série, on voit qu'elles sont, à fort peu de chose près, les mêmes pour les mêmes teintes, sauf les erreurs des observations; on pourra donc, sans s'écarter beaucoup de la vérité, calculer cette seconde série avec les valeurs de μ et de m déduites de la première. De plus, on voit que les valeurs de $\theta'_1 + \alpha$ répondent presque exactement à celles de $\theta' - \alpha$, qui correspondent aux mêmes teintes; ce qui légitime l'approximation que nous avons faite dans la page 293, en supposant le facteur $1 + m \sin^2 4\,(\theta' - \alpha)$ sensiblement égal à $1 + m \sin^2 4\,(\theta'_1 + \alpha)$. Cela posé, voici le calcul de cette seconde série fait avec nos anciennes valeurs de m et de n.

Désignation de la teinte E.	Valeur de la teinte E, calculée.	Valeur de la teinte E, observée.	Excès du calcul.
Rouge du 1er ordre	6, 64	5, 80	+ 0, 80
Rouge du 2e ordre	11, 72	11, 90	— 0, 18
Vert du 3e ordre	14, 56	16, 25	— 1, 69
Rouge du 3e ordre	18, 42	18, 71	— 0, 29
Vert du 4e ordre	21, 78	22, 75	— 0, 97
Bleu verdâtre du 5e ordre	29, 89	29, 67	+ 0, 22
Rouge du 6e ordre	41, 36	42, 00	— 0, 64
Bleu verdâtre du 7e ordre	45, 27	45, 80	— 0, 53
Blanc rougeâtre du 7e ordre	50, 22	49, 67	+ 0, 55

Généralement on voit que les erreurs sont fort petites et négatives : ainsi le facteur conclu de la première série est un peu trop fort pour l'appliquer à cette dernière, en supposant toutefois que les écarts observés ne soient pas dus à quelques erreurs des observations. Sans doute, en modifiant un peu ce facteur, on pourrait serrer les observations de plus près ; mais comme cela n'aurait pas eu beaucoup d'utilité, je n'ai point essayé de le faire ; et j'ai, au contraire, voulu calculer la seconde série avec les élémens tirés de la première sans emprunter aucune autre donnée. Car cette épreuve faite ainsi sans préparation, confirme d'autant mieux la loi générale que nous avons trouvée sur la manière d'évaluer, à très-peu de chose près, la force répulsive extraordinaire en multipliant le trajet de la lumière dans le cristal par le carré du sinus de l'angle que l'axe du cristal forme avec le rayon réfracté.

J'ai voulu éprouver les mêmes considérations sur une autre plaque : pour cela j'ai pris la plaque (C), n° 4, dont l'épaisseur était $4^{mm},005$, comme on l'a vu plus haut page 240. J'ai de

même cherché les deux sens opposés dans lesquels il fallait incliner cette plaque pour avoir les plus petites incidences relativement aux mêmes teintes, et j'ai rapporté les résultats dans le tableau suivant.

Première position de la plaque, plus grande inclinaison θ.	Seconde position de la plaque, plus petite inclinaison θ'.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.	Désignation de l'ordre d'anneaux auquel le rayon extraordinaire répond.
0° 0' 0"	0° 0' 00	Bleu superbe.	Jaune brillant.	1er ordre.
12 38 40	6 5 0	Blanc verdâtre.	Rouge.	
14 11 0	7 53 0	Jaune brillant.	Bleu céleste.	2e ordre.
15 18 0	8 47 0	Rouge.	Vert blanchâtre.	
16 19 0	9 46 30	Bleu violacé sombre.	Jaune brillant.	
17 50 50	11 48 30	Vert.	Rouge.	
19 1 30	13 6 50	Jaune un peu rougeâtre.	Bleu.	3e ordre.
19 42 0	13 30 0	Rouge vif.	Vert vif.	
21 44 40	15 27 10	Vert.	Rouge.	
23 5 40	16 48 40	Rouge.	Vert.	4e ordre.
24 36 20	18 36 40	Vert.	Rouge.	
26 5 20	19 46 50	Rouge.	Bleu verdâtre.	5e ordre.
27 50 10	21 36 0	Bleu verdâtre.	Rouge.	
29 10 20	22 40 50	Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ordre.
30 20 50	24 8 20	Bleu verdâtre.	Rouge.	
31 52 40	25 0 10	Blanc rougeâtre.	Bleu verdâtre.	7e ordre.
33 9 50	26 14 40	Bleu verdâtre.	Rouge.	

On remarquera d'abord que les deux séries d'incidences qui répondent à une même teinte ont entre elles des différences presque constantes; cela nous indique que les angles de réfraction seront aussi, à très-peu de chose près, équidifférens. Ici, comme dans l'expérience faite avec la première

plaque, cette circonstance nous indique que l'axe de la plaque dont nous avons fait usage n'est pas tout-à-fait perpendiculaire à ses surfaces. Je commence donc par calculer ce défaut d'obliquité α au moyen de la formule

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{\sin.\,\theta_{,} + u \sin.\,\theta'_{,}}{\cos.\,\theta' + u \cos.\,\theta'_{,}},$$

dans laquelle

$$u = \sqrt{\frac{\cos.\,\theta'}{\cos.\,\theta'_{,}}};$$

et je trouve pour α les valeurs suivantes.

Désignation des teintes.	1re série observée.		2e série observée.		Valeur de α; calculée.
	θ.	θ'.	$\theta_{,}$.	$\theta'_{,}$.	
Rouge du 1er ordre.	12° 38′ 40″	8° 3′ 10″	6° 5′ 0″	3 53 20	2° 4′ 3
Rouge du 2e ordre.	17 50 50	11 18 40	11 48 30	7 31 30	1 55 9
Vert du 3e ordre.	19 42 0	12 27 40	13 30 0	8 35 40	1 54 0
Rouge du 3e ordre.	21 44 40	13 43 0	15 27 10	9 49 0	1 54 23
Vert du 4e ordre.	23 5 40	14 32 20	16 48 40	10 40 0	1 53 15
Bleu verdâtre du 5e ord.	26 5 20	16 20 50	19 46 50	12 32 10	1 58 3
Rouge du 6e ordre.	30 20 50	18 51 0	24 8 20	15 10 20	1 56 0
Bleu verdâtre du 7e ord.	31 52 40	19 45 10	25 0 10	15 41 40	2 8 11
Blanc rougeât. du 7e ord.	33 9 50	20 29 40	26 14 40	16 26 30	2 8 20
Valeur moyenne $\alpha = 1°\ 59'\ 1''$.					

Les plus grands écarts autour de la moyenne sont de 9′, et il n'y a que deux observations qui soient dans ce cas, toutes les autres ne s'en écartent qu'à 5′ au plus.

Connaissant les valeurs de α, j'ai calculé les valeurs du

facteur μ' par la formule

$$\mu' = \frac{E - e}{\left[\frac{\sin^2(\theta' - \alpha)}{\cos.\theta'}\right]}$$

dans laquelle E représente l'épaisseur correspondante à chaque teinte, et e la teinte extraordinaire que donne la plaque sous l'incidence perpendiculaire quand le rhomboïde qui sert pour analyser la lumière a sa section principale dirigée dans l'azimut 0°. Ici cette teinte était un jaune brillant confinant à l'orangé du premier ordre; je lui ai donné pour valeur 5; l'orangé parfait de cet ordre est représenté par 5,17 dans la table de Newton. Donnant donc à E successivement les valeurs qui répondent aux différentes teintes précédentes, j'en ai déduit les valeurs suivantes de μ'.

Angle de réfraction θ.	Angle du rayon réfracté avec l'axe du cristal $(\theta' - \alpha)$.	Désignation des teintes.	Epaisseurs correspondantes aux différentes teintes dans la table de Newton ou E.	Valeur du facteur μ', calculée.
11° 18′ 40″	9° 19′ 40	Rouge du 1er ordre.	12,3	272,48
12 27 40	10 28 40	Vert du 3e ordre.	16,25	332,00
13 43 0	11 44 0	Rouge du 3e ordre.	19,00	338,28
14 32 20	12 33 20	Vert du 4e ordre.	22,75	363,58
16 20 50	14 21 50	Bleu verdâtre du 5e ordre.	29,67	384,65
18 51 0	16 52 0	Rouge du 6e ordre.	42,00	415,90
19 45 10	17 46 10	Bleu verdâtre du 7e ordre.	45,80	412,28
20 29 40	18 30 40	Blanc rougeâtre du 7e ordre.	49,67	415,11

On voit que les valeurs du facteur μ' croissent constamment avec l'incidence comme dans la série d'expériences faites précédemment avec l'autre plaque; mais de plus on

voit que ses valeurs deviennent presque constantes ou même sensiblement constantes dans les trois dernières observations. Il faut donc supposer μ' variable avec l'incidence, et téllement variable que ses changemens deviennent presque constans lorsque $\theta - \alpha$ s'approche de 18°. On satisfait à ces conditions en faisant

$$\mu' = \mu\,[1 + m \sin^2 5\,(\theta' - \alpha)].$$

μ et m étant des coëfficiens constans. En les déterminant par la condition de satisfaire à la seconde valeur de μ' et à la dernière, j'ai trouvé

$$\mu = 108 \qquad\qquad m = 2,87373;$$

et avec ces valeurs, en calculant les teintes E pour diverses incidences, j'ai formé le tableau suivant.

Désignation de la teinte E.	Valeur de la teinte E, calculée.	Valeur de la teinte E, observée.	Excès du calcul.
Rouge du 1er ordre	7, 03	5, 80	+ 1, 23
Bleu ou indigo	8, 20	8, 20	0
Rouge du 2e ordre	12, 30	12, 30	0
Vert du 3e ordre	15, 25	16, 25	— 1, 00
Rouge du 3e ordre	19, 24	19, 00	+ 0, 24
Vert du 4e ordre	22, 25	22, 75	— 0, 50
Rouge du 4e ordre	25, 97	26, 00	— 0, 03
Bleu verdâtre du 5e ordre	29, 89	29, 67	+ 0, 22
Rouge du 6e ordre	41, 95	42, 00	— 0, 05
Bleu verdâtre du 7e ordre	46, 38	45, 80	+ 0, 42
Blanc rougeâtre du 7e ordre	49, 87	49, 67	+ 0, 20
Sommes des erreurs			+ 0, 73

On voit que les observations et le calcul s'accordent aussi bien qu'il était possible de le desirer. La différence qui se trouve dans le rouge du premier ordre ne me paraît pas tenir à une erreur d'observation, car elle se présente toujours dans ce même sens dans toutes nos expériences, et je suis plutôt porté à en conclure ou que Newton a porté le rouge du premier ordre dans sa table à une épaisseur un peu trop faible, ou que l'intensité de la réfraction extraordinaire pour les dernières molécules violettes diffère tant soit peu de l'intensité de la réflexion dans les phénomènes des anneaux que Newton a observés; car, bien que les deux classes de phénomènes se correspondent parfaitement dans leur marche et dans leur succession, je ne voudrais pourtant pas affirmer qu'il n'y ait pas entre eux quelque petite différence dans les rapports de leurs intensités absolues, pour les molécules lumineuses de diverses espèces; et même il n'est pas sûr qu'il n'existe pas aussi de petites différences de ce genre dans la réflexion même des anneaux, lorsqu'ils sont produits par des plaques minces de nature diverse.

Je n'ai pas calculé les autres expériences faites avec des plaques de cristal de roche plus épaisses que la précédente, et même je n'ai pas pris pour elles la précaution d'observer dans le sens des plus grandes et des plus petites incidences; je me proposais seulement de découvrir la loi de la succession des teintes, et les épreuves que nous venons de faire suffisent pour l'établir. On voit qu'en général les valeurs du facteur μ' vont en croissant avec l'incidence, et s'approchent de plus en plus d'être tout-à-fait constantes à mesure que l'épaisseur de la plaque devient plus considérable; mais pour déterminer en rigueur la marche de ces variations dans les

épaisseurs diverses, il faudrait pouvoir obtenir les mesures des incidences par des moyens encore plus précis et surtout plus commodes que ceux que j'ai pu jusqu'à présent employer.

Puisque nous avons trouvé que tous les phénomènes offerts par les plaques dépendent uniquement de leur épaisseur et de l'angle formé par leur axe de cristallisation avec le rayon réfracté, on conçoit qu'en taillant des plaques telles que cet axe fasse un grand angle avec leur surface, on pourrait, en les inclinant, rendre le rayon réfracté assez oblique sur l'axe pour produire encore tous les phénomènes que nous venons d'observer. J'ai déja indiqué cette idée à la fin de la troisième partie; mais avant de la réaliser, j'ai dû exposer les phénomènes qui ont lieu dans les plaques de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, lorsque le rayon réfracté est parallèle à cet axe. Il s'agit maintenant de montrer que ces phénomènes dépendent uniquement du parallélisme dont il s'agit, et qu'ils se reproduisent toujours de la même manière, par quelque moyen qu'il soit établi, et par quelque face que le rayon ait pénétré dans le cristal.

Pour cela, j'ai fait tailler une plaque de cristal de roche dans un sens tel que ses surfaces faisaient avec l'axe de l'aiguille un angle de 59°. Je ne saurais affirmer qu'il ne fût pas de quelques minutes plus grand ou moindre, car j'ai perdu le papier original sur lequel la mesure de cet angle était écrite, et je la prends telle que je l'avais transcrite sur mon registre en faisant les observations des couleurs qu'elle présentait. Son épaisseur mesurée au sphéromètre était de $12^{mm},874$. J'ai exposé cette lame au rayon polarisé, d'abord sous l'incidence perpendiculaire, et ensuite sous des inci-

dences obliques, en plaçant le plan d'incidence dans l'azimut de 45° et maintenant toujours l'axe dans ce plan. Cette inclinaison rapprochait donc de plus en plus l'axe du cristal de la direction du rayon réfracté, ainsi que cela a été démontré dans la page 186; et il résulte de ce que l'on a vu alors, qu'en nommant θ' l'angle de réfraction compté de la perpendiculaire, et a l'angle aigu formé par les surfaces de la plaque avec l'axe du cristal, l'angle du rayon réfracté avec l'axe est exprimé par $90° - a - \theta'$; ici on a $a = 59°$; $90° - a = 31°$: par conséquent l'angle du rayon réfracté avec l'axe du cristal est représenté sous chaque incidence par $31° - \theta'$.

Pour reconnaître l'influence de cette obliquité du rayon réfracté sur l'axe, j'observais les teintes et les intensités du rayon extraordinaire dans l'azimut de 45° et dans l'azimut zéro. Tant que l'action du premier axe agit seule ou du moins l'emporte de beaucoup sur les forces qui tendent à faire tourner la lumière autour de lui, le rayon extraordinaire doit s'évanouir dans ce dernier azimut, puisqu'alors la section principale du cristal coïncide avec la direction de la polarisation primitive du rayon incident; mais à mesure que l'angle $90° - a - \theta'$ devient moindre, l'énergie de l'axe s'affaiblit, et une partie des molécules doit lui échapper, entraînée par l'action des autres forces; on doit donc alors voir naître un rayon extraordinaire qui doit subsister même dans l'azimut zéro. Enfin, quand l'angle $90° - a - \theta'$ est devenu assez petit pour que l'énergie du premier axe soit nulle, ou plus faible que la limite à laquelle elle peut commencer à polariser la lumière, alors toutes les molécules lumineuses doivent céder à l'action des forces qui tendent à

les faire tourner. Par conséquent il ne doit plus y avoir alors de section principale; la teinte et l'intensité du rayon extraordinaire doivent être les mêmes dans tous les azimuts: en un mot, les phénomènes doivent être absolument les mêmes que ceux que présenterait une plaque taillée perpendiculairement à l'axe, et exposée perpendiculairement au rayon polarisé. Au-dela de cette limite, si l'on incline toujours la plaque, l'angle du rayon réfracté avec l'axe augmente de nouveau; l'énergie de cet axe doit donc aussi de nouveau se développer; et par conséquent les phénomènes doivent se reproduire tels qu'ils s'étaient d'abord présenté dans des inclinaisons moindres. Tous ces résultats de la théorie sont parfaitement confirmés par l'expérience; mais pour qu'on en juge mieux, j'ai rapporté ici le tableau même des observations avec les incidences observées, ainsi que les valeurs qui en résultent pour les angles θ' et $31^\circ - \theta'$.

Azimut de 45°.			Angle d'incidence θ.	Angle de réfraction θ'.	Angle du rayon réfracté avec l'axe 90 − a − θ'.	Azimut zéro.	
Rayon ordinaire.	Rayon extraordin.					Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.
Bleu verdâtre presque incol.	Blanc rougeâtre presque incol.	7e ord.	33 18 00	20 34 20	+ 10 25 40	Blanc.	Bleu blanchâtre très-faible en intensité.
Blanc rougeât.	Bleu verdâtre faible.		34 9 20	21 3 30	9 56 30	Blanc.	Bleu plus décidé, mais pâle et faible.
Bleu verdâtre.	Rouge.	6e ord.	35 11 20	21 38 30	9 21 30	Blanc.	Bleu plus décidé, mais encore pâle faible.
Rouge.	Bleu verdâtre.		36 3 50	22 8 00	8 52 00	Blanc.	Bleu légèrem. verdâtre, faible d'intensité.
Bleu verdâtre.	Rouge.	5e ord.	37 11 50	22 45 50	8 14 10	Blanc.	Bleu légèrem. verdâtre en certains endroits de la lame: il semble se rougir un peu.
Rouge.	Bleu verdâtre.		38 9 40	23 17 40	7 42 20	Blanc à peine rougeâtr.	Bleu verdâtre.
Bleu verdâtre.	Rouge.	4e ord.	40 3 00	24 19 00	6 41 00	Blanc légèrem. verdâtre.	Rouge décidé.
Rouge.	Vert.		41 45 40	25 13 50	5 46 10	Rouge ou blanc rougeâtre.	Vert; ne varie plus sensiblement d'intensité ni de teinte dans aucun azimut.
Vert.	Rouge.		47 6 50	27 58 00	3 2 00	Vert.	Rouge; intensité sensiblem. constante dans tous les azimuts.
Vert.	Rouge.		51 26 10	30 1 40	0 58 20	Vert.	Rouge; intensité constante: cette teinte subsiste sous une longue suite d'incidences.
Rouge.	Vert.	4e ord.	61 26 30	34 12 10	— 3 12 10	Rouge.	Vert; ne varie pas sensiblement d'intensité ni de teinte dans les différens azimuts.
Vert	Rouge.		64 35 30	35 19 00	4 19 00	Rouge.	Non observé.
Rouge.	Bleu verdâtre.	5e ord.	66 46 20	36 1 30	5 1 30	Blanc rougeâtre.	Bleu verdât.; commence à varier d'inteus. dans les différens azimuts.
Bleu verdâtre.	Rouge.		69 35 20	36 51 20	5 51 20	Blanc légèrem. verdâtre.	Rouge pâle, mais décidé.
Rouge.	Bleu verdâtre.	6e ord.	71 27 40	37 21 30	6 21 30	Blanc à peine rougeâtre.	Bleu verdâtre, faible d'intensité.
Bleu verdâtre.	Rouge.		73 44 50	37 54 40	6 54 40	Blanc.	Bleu verdâtre un peu rouge, faible d'intens.
Rouge très-pâle	Bleu verdâtre.	7e ord.	76 36 00	38 36 30	7 36 30	Blanc.	Bleu légèrem. verdâtre très-faible en intens.

On n'a pas pu observer sous de plus grandes inclinaisons.

On voit par ces observations que le rayon extraordinaire a commencé à devenir de plus en plus sensible dans l'azimut zéro à mesure que l'angle du rayon réfracté avec l'axe est devenu moindre; enfin, lorsque cet angle est devenu très-petit, la teinte et l'intensité du rayon extraordinaire sont restées les mêmes dans tous les azimuts, et les phénomènes ont été absolument les mêmes que dans les plaques perpendiculaires à l'axe lorsqu'on les expose perpendiculairement aux rayons polarisés. Je me suis même assuré que cette identité se maintient quand on tourne le rhomboïde sur lui-même; car les couleurs du rayon extraordinaire varient par l'effet de ce mouvement, suivant l'ordre des anneaux précisément comme il arrive pour les plaques perpendiculaires à l'axe. Tout cela est parfaitement d'accord avec la théorie, comme on l'a vu tout-à-l'heure, et on ne pouvait espérer une conformité plus parfaite.

Voulant répéter encore une fois cette expérience intéressante, j'ai fait amincir la plaque précédente jusqu'à ce que son épaisseur fût réduite à 2547 parties du sphéromètre, ou $5^{mm},760$. Dans cette opération l'inclinaison de ses faces sur l'axe a un peu varié, et s'était réduite à 57° 47′. L'angle de ces faces entre elles est devenu 1° 70′ 30″, au lieu de 0° 45′, qui était sa valeur auparavant. J'ai exposé cette plaque au rayon polarisé, et les phénomènes se sont encore reproduits précisément dans le même ordre: seulement, comme l'angle des faces était différent, l'incidence à laquelle le rayon réfracté est devenu parallèle à l'axe, s'est aussi trouvée différente de l'expérience précédente, ce qui devait en effet arriver selon notre théorie. Voici le tableau des résultats.

Azimut de 45°.			Angle d'incidence θ.	Angle de réfraction θ'.	Angle du rayon réfracté avec l'axe. 90 − a − θ'.	Azimut zéro.	
Rayon ordinaire.	Rayon extraordin.					Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.
Bleu verdâtre presque blanc.	Blanc rougeâtre presque blanc.	7e ord.	27 13 00	17 1 10	15 11 50	Blanc.	Blanc extrêmement faible, mais sensible.
Blanc rougeât.	Bleu verdâtre.		27 54 00	17 25 30	14 47 40	Blanc.	Blanc extrêmement faible, mais sensible.
Bleu verdâtre.	Rouge.	6e ord.	29 24 40	18 19 00	13 54 00	Blanc.	Blanc extrêmement faible, mais sensible.
Rouge.	Bleu verdâtre.		31 00 20	19 14 50	12 58 10	Blanc.	Blanc très-légèrement verdâtre.
Bleu verdâtre.	Rouge.	5e ord.	32 8 50	19 54 50	12 18 30	Blanc.	Blanc bleuâtre très-faible, couleur difficile à distinguer.
Rouge.	Bleu verdâtre.		33 26 10	20 39 00	11 34 00	Blanc.	Bleu légerement verdâtre faible.
Vert.	Rouge.	4e ord.	34 33 40	21 17 10	10 55 50	Blanc.	Rouge blanchâtre faible.
Rouge.	Vert.		36 32 20	22 23 50	9 49 10	Blanc.	Vert très-faible en intens.
Vert.	Rouge.	3e ord.	38 18 10	23 22 20	8 50 40	Blanc.	Rouge faible d'intensité.
Rouge.	Vert vif.		40 13 50	24 25 00	7 48 00	Blanc à peine rougeâtre.	Vert.
Jaune.	Bleu.		41 4 30	24 52 00	7 21 00	Blanc à peine jaunâtre.	Bleu.
Vert.	Rouge.	2e ord.	42 39 40	25 42 10	6 30 50	Blanc verdâtre ou plutôt vert blanchâtre.	Rouge.
Bleu gris de lin.	Jaune verdâtre.		43 52 30	26 19 50	5 53 1	Blanc bleuâtre.	Jaune verdâtre.
Rouge.	Vert.		45 45 50	27 17 30	4 55 30	Rouge pâle.	Vert : la différence d'intensité dans les différens azimuts est encore sensible, mai pourtant elle diminue
Jaune.	Bleu superbe.		47 12 20	28 00 40	4 12 20	Jaune.	Bleu très-beau, intensit presque constante.
Vert jaunâtre.	Rouge pourpre		52 32 00	30 31 40	1 41 20	Vert jaunâtre.	Rouge pourpre, intensité constante (milie des teintes).
Jaune.	Bleu superbe.	2e ord.	63 48 40	35 3 00	— 2 50 00	Jaune.	Bleu superbe, intensit presque constante.
Rouge.	Vert jaunâtre.		69 20 42	36 47 20	— 4 34 20	Vert jaunâtre.	Rouge pâle, intensi un peu variable.

Ici les couleurs ont commencé plutôt à devenir sensibles, parce que la plaque étant moins épaisse que dans l'expérienc précédente, le produit du trajet de la lumiere par la force répulsive de l'axe entrait plutôt dans les limites de la tabl de Newton. De plus, on voit que le milieu des teintes, ce point où elles cessent de monter dans l'ordre des anneaux pou redescendre ensuite, est arrivé à une incidence plus grande que dans l'expérience précédente, et tel que l'angle du rayo avec l'axe fut très-petit et presque insensible. Tout cela est si exactement d'accord avec la théorie qu'il est inutile d nous y arrêter plus long-temps.

Examen des phénomènes que présentent les lames de mica sous les incidences obliques.

J'ai annoncé dans mon premier mémoire que les lames minces et transparentes de mica, exposées perpendiculairement à un rayon polarisé, offrent des phénomènes tout-à-fait pareils à ceux que présentent les lames de chaux sulfatée et de cristal de roche taillées parallèlement à l'axe. En effet, tous ces phénomènes sont soumis aux mêmes lois et compris dans les mêmes formules, il ne faut qu'y introduire l'unité d'épaisseur qui convient à l'espèce des substances que l'on veut considérer.

De là il résulte que les lames de mica produisent aussi la polarisation alternative, car on peut leur appliquer tous les raisonnemens que nous avons faits sur les autres lames.

Mais cette conformité parfaite n'a lieu que sous l'incidence perpendiculaire. Les lames de mica présentées obliquement au rayon polarisé, produisent des phénomènes qui leur sont propres : à la vérité ces phénomènes ont encore beaucoup d'analogie avec ceux que présentent les autres lames ; on peut même, comme nous le verrons tout-à-l'heure, les ramener également à la théorie de la polarisation alternative ; mais il faut pour cela avoir égard à quelques circonstances particulières au mica, et qui paraissent ne pas exister dans la chaux sulfatée ; ce sont ces circonstances qui jettent en apparence tant d'inégalité dans les phénomènes que le mica présente, et qui rendent impossible de les ramener aux mêmes formules sous les incidences obliques. Aussi m'étais-je borné dans mon premier mémoire à considérer le mica

sous l'incidence perpendiculaire. Aujourd'hui je puis aller plus loin, et j'ai construit des formules qui représentent également tous les phénomènes du mica sous des incidences et dans des azimuts quelconques.

Avant d'en venir à ces formules, j'exposerai les expériences sur lesquelles elles sont établies. Dans cette exposition je tâcherai de ranger les phénomènes suivant un ordre tel que l'on puisse parfaitement concevoir de quelles sortes d'action ils dépendent. Lorsque nous serons sûrs de les avoir embrassés tous, il ne s'agira plus que de trouver le moyen d'y satisfaire d'après la théorie des oscillations.

Je commencerai par une remarque qui jettera beaucoup de lumière sur nos recherches ultérieures; c'est qu'il faut distinguer dans les lames de mica deux genres d'action polarisante très-différens : l'un dépend d'un axe de cristallisation situé dans le plan des lames, et l'autre n'en dépend pas.

Il y a des lames de mica qui n'ont pas du tout d'axe situé dans leur plan, ou, pour mieux dire, qui en ont une infinité. On les trouve principalement parmi ces pièces à demi opaques de mica jaunâtre qui sont les plus communes. Si l'on enlève une de ces lames, assez mince pour que la lumière puisse la traverser, et qu'on la présente perpendiculairement à un rayon polarisé, elle ne produira point de rayon extraordinaire, du moins si elle est suffisamment mince. Vous pouvez, sous cette incidence, la tourner dans tous les azimuts; elle ne produira pas plus d'effet qu'un morceau de verre.

Mais si vous l'inclinez sur le rayon polarisé, dans un azimut qui ne soit ni zéro ni 90°, elle produira des couleurs. Pour les analyser, supposons que le prisme de cristal d'Islande qui sert à disséquer la lumière transmise, ait sa

section principale dirigée dans l'azimut 0°; cela posé, les couleurs seront très-peu sensibles ou même tout-à-fait invisibles lorsque l'incidence sera peu considérable; elles ne se développeront bien qu'en augmentant beaucoup l'inclinaison, et leur plus grande intensité aura lieu quand le plan d'incidence fera un angle de 45° avec le plan de polarisation primitive.

Je dis que cette polarisation est indépendante des axes qui peuvent être situés dans le plan de la lame : pour le prouver, je fixe l'inclinaison de la lame et la direction du plan d'incidence dans une position quelconque où il y ait un rayon extraordinaire coloré; ensuite après avoir remarqué la teinte de ce rayon, je tourne la lame sur son plan. Ce mouvement ne change rien au rayon extraordinaire : son intensité et sa teinte restent les mêmes dans toutes les positions de la lame sur son anneau. L'action que la lame exerce sur la lumière n'émane donc point d'un axe situé dans son plan ou oblique sur sa surface, car l'effet d'un pareil axe sur le rayon incident polarisé changerait dans les différens azimuts. Si l'on faisait la même épreuve sur une lame de chaux sulfatée ou de cristal de roche, ou même sur une lame de mica régulièrement cristallisée, on verrait les couleurs et l'intensité du rayon extraordinaire changer à l'instant où l'on tournerait la lame sur son plan, et elles varieraient ainsi par le mouvement, suivant des périodes régulières et déterminées.

Il y a néanmoins les analogies les plus intimes entre les rayons extraordinaires obtenus de cette manière et ceux que produisent les lames cristallisées. Voici celles de ces analogies qui sont caractéristiques.

Dans les lames cristallisées, la nature des teintes du rayon

extraordinaire dépend uniquement de l'angle d'incidence du rayon sur la lame, et de l'angle que forme l'axe de cristallisation de cette dernière avec l'axe de polarisation des molécules lumineuses transporté sur son plan. Cette dernière condition ne saurait exister pour nos lames de mica, puisqu'elles n'ont point d'axe situé dans leur plan; mais l'autre subsiste encore, et s'observe très-rigoureusement. Ainsi la teinte du rayon extraordinaire n'y dépend que de l'inclinaison seule du rayon polarisé. Si l'on fixe cette inclinaison, et qu'on observe avec soin la teinte du rayon extraordinaire, on peut tourner le tambour dans tous les azimuts: la teinte du rayon extraordinaire n'éprouve aucun changement; elle est absolument indépendante de l'azimut; mais l'intensité de ce rayon varie sans cesse. Si l'on suppose toujours que le prisme qui sert pour analyser la lumière ait sa section principale dirigée dans l'azimut 0°, l'intensité du rayon extraordinaire atteint son maximum lorsque le plan d'incidence fait un angle de 45° avec le plan de polarisation primitif. Elle est nulle lorsque cet angle est égal à zéro ou à 90°. Ces périodes sont absolument les mêmes que pour une lame cristallisée, dont l'un des axes serait constamment dirigé dans le plan d'incidence du rayon sur sa surface.

Quant à la succession des différentes teintes, à mesure que l'inclinaison change, elle se fait comme pour les lames cristallisées, c'est-à-dire, selon l'ordre des couleurs des anneaux réfléchis. D'après ce que nous avons dit tout-à-l'heure, pour les observer dans leur plus haut degré d'intensité et de séparation, il faut placer le plan d'incidence dans l'azimut de 45°; puis partant de l'incidence perpendiculaire, inclinez peu-à-peu la lame dans cet azimut jusqu'à

ce que vous commenciez à apercevoir un rayon extraordinaire : alors continuant à incliner la lame, le rayon extraordinaire commencera d'abord par un violet très-faible et très-sombre, puis passera au bleu, au blanc du premier ordre, au jaune pâle, etc., en suivant exactement l'ordre des anneaux colorés réfléchis, depuis les plus petites épaisseurs jusqu'aux plus grandes. Comme l'existence de cette progression est importante pour notre théorie, la voici telle que je l'ai obtenue dans une lame de ce genre dont l'épaisseur, mesurée au sphéromètre, était de $20^{p}37$, ce qui équivaut à 0^{mm}, 04676. L'action de cette lame n'émanait certainement point d'un axe qui fût situé dans son plan ; car, lorsqu'on l'avait fixée dans une certaine incidence et dans un azimut déterminé, on pouvait la tourner dans son plan à volonté, les rayons extraordinaire et ordinaire ne changeaient ni d'intensité ni de teinte. Comme les séparations de ces rayons et leurs teintes sont les plus fortes quand le plan d'incidence est dans l'azimut de 45°, c'est là que je l'ai placée pour les observer. De plus j'ai mesuré l'incidence du rayon sur la lame à quatre intervalles différens, en me servant pour cela du même procédé que j'ai expliqué plus haut, c'est-à-dire, d'un niveau placé sur l'anneau qui porte les lames, lequel est lui-même fixé à la lunette d'un cercle répétiteur. On verra plus bas beaucoup d'autres séries plus étendues, observées de cette manière. Pour le moment je me tiens à la suivante.

Azimut du plan d'incidence.	Incidence du rayon sur la lame comptée de la perpendiculaire.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordin.
45°	13° 40′	Blanc	Noir.
		Blanc	Rayon extraordinaire commence à paraître.
		Blanc légèrement jaunâtre	Bleu.
		Jaune pâle	Bleu blanchâtre.
		Jaune	Blanc bleuâtre.
		Rouge jaunâtre	Blanc presque pur.
	42 35	Violet très-sombre presque noir	Blanc.
		Bleu	Jaune pâle.
		Bleu blanchâtre	Orangé.
	56 55	Bleu pâle	Rouge.
		Blanc verdâtre	Pourpre très-sombre.
	70 31	Jaune	Bleu du 2e ordre.

On voit que, dans cette série, les couleurs du rayon extraordinaire ont toujours descendu dans l'ordre des anneaux réfléchis. Le rayon ordinaire a suivi les teintes complémentaires des précédentes, par conséquent celles des anneaux transmis. Par une suite de cette loi lorsque le rayon extraordinaire est arrivé au blanc du premier ordre, le rayon ordinaire est devenu nul ou insensible. On peut voir par-là que ces phénomènes sont encore un effet de polarisation alternative, et que cette polarisation s'opère autour de la trace du plan d'incidence. En effet, le rayon ordinaire ayant disparu, il s'ensuit qu'à cet instant toutes les molécules lumineuses avaient leurs axes de polarisation tournés de manière à échapper à la réfraction ordinaire du rhomboïde qui sert pour analyser la lumière transmise. Ici ce rhomboïde a sa section principale dirigée dans le plan de polarisation primitive, que nous supposons être le méridien; ainsi, sous cette incidence, les molécules lumineuses ont toutes leurs axes de polarisation perpendicu-

laires à ce plan, par conséquent dirigés dans un azimut de 90°, azimut précisément double de celui du plan d'incidence que nous avons choisi de 45°.

Ce que nous venons de dire s'applique également à toutes les autres incidences, quoique les exemples en soient plus frappans quand le rayon ordinaire est tout-à-fait nul. Sous toutes les incidences, les axes de polarisation des molécules qui forment le rayon extraordinaire, sont dirigés dans un azimut de 90°, par conséquent double de celui du plan d'incidence qui est de 45° : c'est dans cet azimut seulement que la séparation des teintes est complète. Si l'on en sort pour se rapprocher du méridien ou de la ligne d'est et ouest, la teinte du rayon extraordinaire ne change pas, mais une partie de sa lumière, en traversant le rhomboïde, entre dans le rayon ordinaire. Par conséquent les molécules de ce rayon, lorsqu'elles arrivent au rhomboïde, n'ont plus leurs axes de polarisation perpendiculaires à sa section principale, et elles ne l'ont pas davantage lorsque la trace du plan d'incidence est dans la ligne d'est et ouest. Au contraire dans cette dernière position toutes les molécules se trouvent à l'état ordinaire, c'est-à-dire qu'elles ont leurs axes de polarisation dirigés dans le plan du méridien. Ceci s'accorde encore très-bien avec le système d'une polarisation alternative autour de la trace du plan d'incidence : car alors l'azimut du plan d'incidence étant 90°, l'oscillation porte une partie des axes des molécules lumineuses dans l'azimut de 180°, et laisse les autres dans leur position primitive, ce qui fait que les unes et les autres sont réfractées ordinairement dans le rhomboïde, et leur renversement ne se manifeste point.

J'ai insisté sur ces remarques afin de montrer que la pola-

risation dont il s'agit ici n'est point, comme on pourrait le croire, une *polarisation par réfraction* qui s'exercerait dans le plan d'incidence en vertu des petits interstices que l'on pourrait concevoir entre les couches de la lame; quoique, à vrai dire, cette opinion soit bien peu soutenable, puisque les distances de ces couches sont probablement beaucoup trop petites pour que la réfraction ordinaire s'opère entre elles; mais la loi des phénomènes, différente dans ces deux cas, tranche ici la question indépendamment de toute hypothèse. *La polarisation par réfraction* tourne toujours les axes de polarisation des molécules *perpendiculairement au plan d'incidence même:* par conséquent lorsque ce plan est dans un azimut de 45°, les axes des molécules sur lesquels la réfraction agit, font aussi un angle de 45° avec la section principale du rhomboïde qui sert pour analyser la lumière; par conséquent ces molécules se partagent entre les deux forces réfringentes. Une partie subit la réfraction extraordinaire, l'autre la réfraction ordinaire, et celles-ci se mêlent par conséquent avec celles qui ont échappé à la polarisation par réfraction. Il est évident qu'une action de ce genre ne peut jamais produire un rayon ordinaire nul quand le plan d'incidence est dans l'azimut de 45°.

Au contraire tous les phénomènes se représentent avec la plus grande facilité lorsqu'on les regarde comme l'effet d'une polarisation alternative qui *s'opère autour de la trace du plan d'incidence comme axe.* Car, alors soit A l'azimut du plan d'incidence compté de l'est à l'ouest, les molécules qui subissent l'action de la lame sont amenées par leurs oscillations de l'azimut 0° dans l'azimut 2A. Par conséquent, si on nomme O celles qui en sortant de la lame se retrouvent

dans leur état primitif, et E celles qui ont pris la nouvelle polarisation dans l'azimut 2A, lorsqu'on analysera le rayon émergent avec un rhomboïde dont la section principale sera dirigée dans le méridien, les intensités des deux rayons ordinaire et extraordinaire F_o et F_e seront :

$$F_o = O + E \cos^2 2A \qquad F_e = E \sin^2 2A,$$

et la séparation des teintes sera complète dans l'azimut de 45°, parce qu'alors $\cos 2A = 0$.

Ces formules sont précisément pareilles à celles que j'ai trouvées dans mon premier Mémoire pour les lames cristallisées exposées au rayon polarisé sous l'incidence perpendiculaire : la seule différence, c'est que l'axe de la lame est ici remplacé par la trace du plan d'incidence. De savoir d'où peut provenir l'action dirigée suivant cette trace, si elle vient d'un axe perpendiculaire au plan des lames, ou de l'action simultanée de toutes les particules qui serait développée par l'inclinaison, c'est ce dont je ne m'occupe point ici : il me suffit d'avoir montré la théorie de ces phénomènes et d'en avoir donné la véritable loi.

Si l'on voulait analyser la lumière émergente en se servant d'un rhomboïde dont la section principale ne fût pas dirigée dans le méridien, mais fît un angle α avec ce plan, il est clair qu'on aurait

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (2A - \alpha),$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (2A - \alpha);$$

ici les teintes O et E restent constantes pour toutes les valeurs de α, et F_o et F_e n'en sont jamais que de simples mélanges comme dans la chaux sulfatée et le cristal de roche taillé parallèlement à l'axe de la cristallisation. Il n'en est

pas de même dans le cristal de roche perpendiculaire à l'axe, ainsi qu'on l'a vu plus haut.

On peut au reste faire sur ces formules toutes les épreuves que j'ai rapportées dans mon premier Mémoire pour l'incidence perpendiculaire, on les trouvera toujours parfaitement conformes aux observations.

Les deux teintes O et E sont supposées se rapporter à une certaine inclinaison de la lame, et la formule exprime seulement la manière dont ces deux teintes se mélangent et se combinent quand on tourne le plan d'incidence dans les différens azimuts sans faire varier l'inclinaison. Car, ici comme dans l'incidence perpendiculaire, la teinte du rayon extraordinaire n'est point altérée par le changement d'azimut.

Mais lorsque l'incidence change, les teintes O et E changent aussi. Pour savoir quelles lois elles suivent alors, j'ai fait les expériences suivantes.

J'ai pris une lame de mica tirée d'une autre pièce que celle dont j'ai parlé tout-à-l'heure; elle n'avait pas d'axe sensible situé dans le plan de sa surface. J'ai mesuré son épaisseur au sphéromètre, et je l'ai fixée sur mon appareil. D'après les remarques que nous venons de faire, il suffit d'observer les teintes lorsque le plan d'incidence forme avec le plan de polarisation primitive, un angle de 45°, car elles ne changent pas de nature dans les autres azimuts quand l'incidence reste constante; elles ne font que se mêler. J'ai donc placé le plan d'incidence dans cette direction et en inclinant peu-à-peu la lame sur le rayon polarisé, j'ai observé les périodes des différentes teintes que prenaient successivement les deux faisceaux ordinaire et extraordinaire, et j'ai mesuré avec soin l'incidence du rayon sur la surface de la lame à l'instant où

paraissaient les teintes les plus marquées. De là est résulté le tableau suivant.

Je commence par la mesure de l'épaisseur.

Point d'arrivée au sphéromètre..235p,5
Point de départ.....125 ,21
110 ,29

Cette lame, exposée au rayon polarisé, sous l'incidence perpendiculaire, n'exerce sur lui aucune action; en l'inclinant elle donne des rayons extraordinaires, qui sont sur-tout remarquables dans l'azimut de 45°; mais en la tournant sur son plan sans changer son inclinaison sur le rayon incident, les faisceaux polarisés n'éprouvent aucune modification: ainsi la lame ne donne aucun indice d'un axe qui serait situé dans le plan de sa surface.

Désignation de la lame.	Azimut du plan d'incidence.	Incidence du rayon sur la lame comptée de la perpendiculaire, ou θ.	Rayon ordinaire, ou O.	Rayon extraordinaire, ou E.
A.	45°	4° 57′ 0″	Blanc légèrem. bleuâtre.	Commence à paraître; il est bleu et extrêmement faible.
		19 24 30	Noir.....	Blanc du 1er ordre.
		26 4 50	Blanc bleuâtre.....	Rouge sombre du 1er ordre.
		31 3 0	Jaune.....	Bleu du 2e ordre.
		40 0 20	Vert.....	Rouge du 2e ordre.
		44 17 20	Rouge.....	Vert du 3e ordre.
		49 39 10	Vert.....	Rouge du 3e ordre.
		54 27 0	Rouge.....	Vert du 4e ordre.
		61 3 50	Vert.....	Rouge du 4e ordre.

J'ai choisi dans la série des anneaux les teintes les mieux tranchées, parce que les lois qui les embrasseraient contiendraient nécessairement les autres qui leur sont intermédiaires. Il faut remarquer qu'ici, comme dans toutes les autres

observations du même genre que nous avons déja faites, le passage d'une teinte à une autre ne s'opère pas brusquement, mais par nuances insensibles, et qu'ainsi la sensation d'une même teinte subsiste pendant une certaine étendue d'incidence, de sorte que l'on ne doit pas regarder chaque incidence indiquée dans la première colonne comme rigoureusement affectée à une teinte, mais comme l'incidence moyenne à laquelle cette teinte m'a paru se faire sentir le plus fortement.

Cette expérience étant faite, j'ai fendu la lame en trois autres que je désignerai par (B) (C) (D): j'ai mesuré les épaisseurs de ces fragmens, et j'ai trouvé

Lame (B)....	Arrivée.....	181p,5
	Départ.....	125 ,3
	Epaisseur.....	56 ,2
Lame (C)....	Arrivée.....	157p,6
	Départ.....	125 ,3
	Epaisseur.....	32 ,3

Une autre opération dont les détails se sont perdus m'a donné 18p, 7 pour l'épaisseur de la lame D.

Comme il est très-difficile d'obtenir ces épaisseurs avec la dernière exactitude, à cause des inégalités inévitables des lames de mica et de leur compressibilité, j'ai encore repris une autre fois ces mesures, et j'ai trouvé

Lame (B)....	Arrivée.....	185p,0
	Départ.....	125 ,3
	Epaisseur.....	59 ,7

A plusieurs reprises. Lame (C)....Arrivée.....154p,3
Départ.....125,3

Epaisseur..... 29,0

Lame (D)....Arrivée.....141p,0
Départ.....125,3

Epaisseur..... 15,7

d'après les premières mesures, on aurait

Lame (B)..... 56p,2
(C)..... 32,3
(D)..... 18,7

107,2

d'après les dernières

Lame (B)..... 59p,7
(C)..... 29,0
(D)..... 15,7

104,4

par les premières.....A = 107p,2
par les dernières.....A = 104,4

moyenne.....105,8

Cette valeur moyenne de A me paraît devoir être beaucoup plus exacte que la mesure directe, parce qu'à l'instant où je fis celle-ci, la lame venait d'être découpée, et il y avait sur ses bords quelques petites arrachures que je n'enlevai qu'imparfaitement, ne pensant pas alors que je dusse avoir besoin de la mesurer avec la dernière précision. Ainsi j'adopterai

de préférence la moyenne de A, de même je prendrai pour B la moyenne des deux mesures, c'est-à-dire $\frac{1}{2}(56,2 + 59,7) = 57,9$. Je conserverai pour C la dernière mesure 29 que j'ai reprise à diverses fois avec un soin extrême, et j'aurai ainsi ces valeurs définitives

$$A = 105,8 \qquad B = 57,9 \qquad C = 29 \qquad D = 15,7.$$

J'ai placé les lames B C D dans l'azimut de 45°; elles n'ont donné aucun indice d'axe situé dans leur plan: je les ai alors inclinées sur le rayon polarisé, et j'ai eu les teintes suivantes.

Désignation des lames.	Azimut du plan d'incidence.	Angle d'incidence sur la lame comptée de la perpendiculaire, ou θ.	Rayon ordinaire, ou O.	Rayon extraordinaire, ou E.
B.	45°	7° 56′ 20″	Blanc.....	Commence à paraître.
		27 36 10	Noir.....	Blanc du 1er ordre.
		37 17 10	Blanc bleuâtre.....	Rouge du 1er ordre.
		42 35 20	Jaune.....	Bleu du 2e ordre.
		55 21 0	Vert.....	Rouge du 2e ordre.
		61 25 30	Rouge.....	Vert du 3e ordre.
C.	45°	12 14 56	Blanc.....	Commence à paraître.
		39 11 40	Noir.....	Blanc du 1er ordre.
		54 36 10	Blanc bleuâtre.....	Rouge du 1er ordre.
		64 40 0	Jaune.....	Bleu du 2e ordre.
D.	45°	18 46 30	Blanc.....	Commence à paraître.
		57 26 20	Presque nul.....	Blanc du 1er ordre.

Les épaisseurs de ces quatre lames étant bien connues ainsi que les couleurs qu'elles donnent, sous des incidences également déterminées, nous pouvons regarder les observations précédentes comme des données propres à établir la loi suivant laquelle le changement des teintes s'opère, et les déductions que nous en tirerons seront d'autant plus rigoureuses, que nous sommes bien certains que les quatre lames

sont de même nature, étant toutes primitivement réunies dans la lame A.

Pour arriver à découvrir le rapport que ces données ont entre elles, il faut faire attention que les lames dont il s'agit ne présentent absolument aucun indice d'axe situé dans leur plan, ni même d'axe qui soit oblique sur leur surface : car, si elles avaient de pareils axes, leur influence se manifesterait lorsque les lames sont exposées perpendiculairement au rayon polarisé, et nous avons reconnu que dans ce cas elles ne produisent aucune trace de rayon extraordinaire; elles n'en produisent que lorsqu'on les incline obliquement sur le rayon, et même dans ce cas, les couleurs qu'elles donnent ne changent point lorsqu'on fait tourner la lame sur elle-même dans son propre plan. L'action quelle qu'elle soit qui occasionne ces couleurs est donc tellement dirigée, qu'elle reste la même quand on tourne ainsi la lame, et par conséquent elle ne peut provenir que d'un axe perpendiculaire à son plan.

Suivons cette idée. Soit CS le rayon incident, TC la trace du plan d'incidence SCT sur la lame, et CS′ le rayon réfracté. Menons la normale ZZ′, et appelons θ l'angle d'incidence SCZ, θ' l'angle de réfraction Z′CS′. Cela posé, si les effets que nous examinons sont produits par une force répulsive analogue à la double réfraction et émanée de l'axe CZ′, son intensité sous diverses incidences sera proportionnelle au quarré du sinus de l'angle θ', c'est-à-dire à $\sin^2 \theta'$. De plus, si nous désignons l'épaisseur de la lame par CZ′, que nous nommerons e, la force répulsive agit sur les molécules lumineuses pendant tout l'intervalle CS′ qu'elles parcourent dans l'inté-

rieur de la lame, et cet intervalle est égal à $\frac{e}{\cos.\theta'}$. La somme des actions que les molécules lumineuses éprouvent dans ce trajet doit donc être proportionnelle au produit de ces deux quantités, c'est-à-dire à $\frac{e}{\cos.\theta'}$ et à $\sin^2\theta'$, c'est-à-dire que les molécules pour lesquelles le produit $\frac{e}{\cos.\theta'}\sin^2\theta'$ sera le même, auront éprouvé de la part de la force répulsive absolument la même somme d'actions, et par conséquent en sortant de la lame elles devront présenter les mêmes couleurs, comme nous l'avons déja remarqué pour la chaux sulfatée et le cristal de roche taillé en divers sens. En effet, si l'on effectue ce produit, dans les observations précédentes, en comparant les incidences diverses auxquelles les différentes lames sont arrivées aux mêmes teintes, on trouve qu'il est tout-à-fait constant. C'est ce que montre le tableau suivant, dans lequel je n'ai d'abord compris que les trois premières lames (A), (B), (C). J'ai pris pour unité la valeur du produit e sin. θ' tang. θ' relativement à la lame (B), et j'ai exprimé en parties de cette unité la valeur du même produit relativement aux autres lames. De plus, comme pour déduire θ' de θ il faut connaître le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, j'ai supposé que ce rapport était le même dans le mica que dans le verre, c'est-à-dire égal à $\frac{3}{2}$, ce qui ne doit pas être fort éloigné de la vérité.

Désignation des teintes.	Désignation des lames.	Angle d'incidence compté de la perpendiculaire. θ.	Angle de refraction θ'.	Valeur de $e \sin.\theta' \tang.\theta'$.	Ecarts.
Blanc du 1er ordre.	A.	19° 24′ 30″	12° 47′ 50″	0, 9164	— 0,0836
	B.	27 36 10	17 59 30	1, 0000	0
	C.	39 11 40	24 55 0	0, 9769	— 0,0231
Rouge du 1er ord.	A.	26 4 50	17 2 30	0, 9208	— 0,0792
	B.	37 10 10	23 49 10	1, 0000	0
	C.	54 36 10	32 55 0	0, 9883	— 0,0117
Bleu du 2e ordre.	A.	31 3 0	20 6 40	1, 0088	+ 0,0088
	B.	42 35 20	26 49 0	1, 0000	0
	C.	64 40 0	37 3 10	0, 9991	— 0,0009
Rouge du 2e ordre.	A.	40 0 20	25 22 40	1, 0327	+ 0,0327
	B.	55 21 0	33 15 40	1,000	0
	C.	Ne peut plus être observé.			
Vert du 3e ordre.	A.	44 17 20	27 44 40	1, 0582	0,0582
	B.	61 25 30	35 50 10	1, 0000	0
Rouge du 3e ordre.	A.	49 39 10	30 32 10	1, 0609	+ 0,0609
	B.	71 35 40	41 15 40	1, 0000	0

On voit par les nombres de la dernière colonne que les erreurs ne sont que dans les centièmes, et elles sont fort souvent en sens contraire pour les deux lames extrêmes. Si on les compare sous le rapport de l'influence que peuvent avoir ou l'incidence ou l'épaisseur, ces erreurs paraîtront bien petites en considérant que nous avons parcouru toutes les incidences, et qu'une grande partie d'entre elles doit nécessairement être imputée aux erreurs inévitables des mesures, et à la forme toujours ondulante des lames de mica

qui ne permet ni de prendre leur épaisseur avec la dernière exactitude, ni d'observer toujours leurs teintes sous diverses incidences, dans des points où cette épaisseur soit toujours la même.

En conséquence je crois qu'on peut négliger ces petits écarts et conclure du rapprochement que nous venons de faire, que le produit e *sin.* θ' *tang.* θ' *est exactement, ou à très-peu de chose près, constant pour les lames minces de mica, dans lesquelles l'axe de polarisation est perpendiculaire à la surface.*

Je n'ai pas compris la lame D dans ce tableau, parce que le peu d'étendue des teintes qu'elle a parcourues en raison de son peu d'épaisseur aurait jeté de l'incertitude sur la valeur du rapport e sin. θ' tang. θ', dans lequel l'épaisseur e, qui n'est que de $15^{p},7$ du sphéromètre, aurait exercé trop d'influence: car, avec tout le soin possible, on ne peut pas répondre avec certitude d'une ou même deux parties du sphéromètre, c'est-à-dire de 2 ou 4 millièmes de millimètre sur la mesure d'une lame de mica, qui est bien rarement d'égale épaisseur dans toute son étendue. Cependant, pour ne pas laisser l'observation faite sur cette lame sans utilité, nous allons nous en servir pour calculer son épaisseur, ce qui offrira un nouveau genre de vérification. En effet, si le produit e sin. θ' tang. θ' est constant pour les mêmes teintes, nous n'avons qu'à le prendre pour une quelconque de nos lames relativement au blanc du premier ordre, le seul que l'on ait observé dans la lame D ; puis divisant ce produit constant par la valeur de sin. θ' tang. θ' qui répond dans cette lame D au blanc du premier ordre, nous devons trouver pour quotient son épaisseur e exprimée en partie du sphéro-

mètre. Voici le calcul en partant des résultats donnés par la lame B qui nous a servi d'unité dans nos calculs précédens.

Dans la lame B le produit e sin. θ' tang. θ', relativement au blanc du premier ordre, a pour logarithme. . . 0,7641473

Dans la lame D le produit sin. θ' tang. θ', relativement à la même teinte, a pour logarithme. . . $\bar{1}$,5816688

Différence ou logar. de l'épaisseur de la lame B. . 1,1824785

ce qui répond au nombre 15^{p},22.

C'est à une $\frac{1}{5}$ partie près l'épaisseur observée au sphéromètre; et l'on ne pouvait pas espérer un accord plus approché.

Nous pouvons encore éprouver la loi dont il s'agit, en l'appliquant à la lame de mica dont j'ai rapporté l'observation dans la page 319: mais, comme cette lame n'était pas tirée du même morceau que les dernières, on ne doit pas s'attendre que l'intensité absolue de son action sera la même. Il suffit que le rapport des intensités reste constant sous toutes les incidences, et que les valeurs de e sin. θ' tang. θ' relatives à cette lame, deviennent égales à celles des autres lames pour les mêmes teintes, après avoir été multipliées par un même facteur. Or, en comparant les observations, je trouve que ce facteur commun est 1,1947; de sorte qu'en en faisant usage, et rapportant toujours les résultats à la lame B, on aura les comparaisons suivantes.

Désignation des teintes.	Désignation des lames.	Angle d'incidence.	Angle de réfraction.	Valeur de $e \sin.\theta' \tang.\theta'$.	Ecarts.
Blanc du 1er ordre.	1re lame.	42° 35′ 0″	26° 48′ 50″	1, 0320	+ 0,0320
	B.	27 36 10	17 59 30	1, 0000	0
Rouge du 1er ord.	1re lame.	56 55 0	33 57 20	0, 9582	— 0,0418
	B.	37 10 10	23 49 10	1, 0000	0
Bleu du 2e ordre.	1re lame.	70 31 0	38 56 20	1, 0113	+ 0,0113
	B.	42 35 20	26 49 0	1, 000	0

Cette nouvelle vérification confirme donc les précédentes, et achève de prouver la loi que nous avons énoncée. Je ne voudrais pourtant pas que l'on prît cette loi à la rigueur, car il est possible que la vîtesse de la lumière dans le cristal, vîtesse inégale selon les incidences dans le rayon extraordinaire, ait de l'influence sur ces résultats. Je ne donne ici cette loi que comme une approximation propre à exprimer les phénomènes avec toute l'exactitude que les observations même comportent.

Il est presque superflu de dire qu'il ne faut pas s'attendre à l'observer dans les lames de mica bien pures et transparentes qui, étant régulièrement cristallisées, ont un axe situé dans leur plan et dirigé suivant la diagonale du rhombe qui est la base de la forme primitive. On verra tout-à-l'heure quelle influence ces phénomènes conservent alors, mais du moins on ne doit pas s'attendre qu'elle y existera seule, et par conséquent ce n'est pas là qu'il faut chercher la loi que nous venons d'établir.

On ne doit pas non plus chercher à l'observer dans les plaques tout-à-fait irrégulières et presque opaques que l'on

rencontre souvent. A la vérité la cristallisation de ces plaques est tellement irrégulière et confuse, qu'elle ne donne pas d'indices d'axes situés dans le plan de leur surface; mais comme les lames qui les composent sont seulement apposées les unes sur les autres, au lieu d'être unies par la cristallisation, il en résulte qu'elles polarisent par réfraction une partie ou même la totalité de la lumière incidente. A tel point, par exemple, qu'elles la réfléchissent presque complétement, et quelquefois complétement lorsqu'on les incline dans le méridien sous l'angle qui donne par réflexion la polarisation complète. Ce phénomène, étranger à l'objet qui nous occupe, altère et masque dans ces lames les effets que nous venons de découvrir.

C'est, comme je l'ai dit, dans des morceaux de mica jaunâtre, mais pourtant diaphanes, qu'il faut chercher les propriétés que je viens d'énoncer. On en trouvera qui auront assez de compacité et d'homogénéité pour ne réfléchir la lumière qu'à leur première et à leur seconde surface, et qui néanmoins n'auront pas d'axe situé dans leur plan. Ceux-là produiront les phénomènes que je viens de décrire, ainsi que la loi que nous en avons déduite; et il paraît que l'état qui les donne est comme un intermédiaire entre la cristallisation tout-à-fait parfaite, et la cristallisation tout-à-fait confuse.

La perpendicularité de l'axe de ces lames sur le plan de leur surface, nous a été principalement indiquée par cette condition sous toutes les incidences, que leurs teintes ne changent ni d'intensité ni de nature quand on les tourne dans leur plan. Cette constance n'avait pas lieu dans les plaques de cristal de roche taillées perpendiculairement à

l'axe de cristallisation, mais aussi nous avons remarqué alors que ces plaques étaient toujours plus ou moins prismatiques, et que la perpendiculaire de l'axe sur le plan de leurs surfaces n'était jamais parfaite. C'est en cela que consiste la différence des phénomènes relativement à la constance des teintes quand on tourne la lame sur son plan. Il y a encore une autre différence: c'est qu'en tournant le rhomboïde les couleurs des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe descendent ou montent dans l'ordre des anneaux, tandis que celles de nos plaques de mica ne font que se mélanger sans varier dans leur ordre. Cela tient à ce que dans celle-ci il n'existe point d'axes rayonnans et perpendiculaires à l'axe principal qui fassent tourner la lumière, et ainsi l'axe principal agit seul.

La constance de la quantité e sin. θ' tang. θ' relativement à chaque teinte étant une fois prouvée, dans les lames de mica que nous avons considérées, il n'y aurait qu'à dresser par l'observation une table de ses valeurs pour les différentes teintes qui se succèdent dans l'ordre des anneaux; et alors, quand on aurait observé une seule de ces teintes avec une lame donnée, et qu'on aurait mesuré l'incidence, on pourrait en déduire l'épaisseur de cette lame, et par conséquent calculer les incidences auxquelles toutes les autres teintes doivent paraître. Mais déja cette table est toute faite avec une précision extrême, car celle que Newton a donnée dans son optique pour les couleurs composées réfléchies par les lames minces, remplit parfaitement l'objet que nous nous proposons.

Pour montrer cela d'une manière évidente, j'ai pris la moyenne des logarithmes de e sin. θ' tang. θ' donnés par les

trois lames A, B, C, relativement aux différentes couleurs. Ces moyennes sont telles qu'on le voit ici. (Dans tous ces calculs les valeurs des épaisseurs sont exprimées en parties du sphéromètre.)

Désignation des teintes.	Valeurs moyennes des logarithmes de e sin. θ'' tang. θ'.
Blanc du 1er ordre	0,7481079
Rouge du 1er ordre	1,0001454
Bleu du 2e ordre	1,1218711
Rouge du 2e ordre	1,3256299
Vert du 3e ordre	1,4011159
Rouge du 3e ordre	1,4883625

Maintenant je pars d'une de ces valeurs; par exemple, de celle qui se rapporte au vert du troisième ordre; et je vais en déduire toutes les autres au moyen de la table de Newton. Pour cela, je remarque que dans cette table l'épaisseur d'une lame de verre qui donne le vert du troisième ordre, est représentée par 16p,25, l'unité étant le millionième de pouce anglais.

Le logarithme de 16,25 est 1,2108534
J'en ôte le logar. correspondant de nos lames . . 1,4011159

$\bar{1},8097375$

En ajoutant ce logarithme constant à ceux que nous ont donnés nos lames, nous devons retrouver tous les nombres de Newton, sauf les erreurs inévitables de nos observations. Le tableau suivant présente les résultats de ce calcul. J'ai mis à côté d'eux les évaluations de Newton pour les mêmes teintes

et pour les teintes voisines, afin qu'on puisse mieux voir l'influence des erreurs.

Désignation des teintes.	Epaisseurs calculées d'après les valeurs de $e \sin.\theta' \tang.\theta'$.	Epaisseurs suivant la table de Newton.	Epaisseurs pour les teintes voisines, d'après la table de Newton.
Blanc du 1er ordre.	3, 61	3, 4	Après le blanc vient le jaune. Ep.. 4,60
Rouge du 1er ordre.	5, 68	5, 8	o
Bleu du 2e ordre.	8, 54	9, 0	Avant le bleu on a l'indigo. Epaiss. 8,18
Rouge du 2e ordre.	13, 66	12, 66	Après le roug. vient le pourpr. Ep. 13,55
Vert du 3e ordre.	16, 25	16, 25	o
Rouge du 3e ordre.	19, 87	18, 71	Ap. le roug. vient le roug. bleuât. Ep. 20,66

On voit que, malgré toutes les erreurs dont nos observations sont susceptibles, notre plus grand écart n'a jamais été que d'une teinte à la teinte immédiatement voisine, et cela n'est arrivé qu'une fois pour le rouge du second ordre, qui nous fait descendre au pourpre; car, pour le rouge du troisième ordre, la différence du rouge au rouge-bleuâtre est si faible, à ne considérer que leur teinte, qu'il est naturel d'observer la teinte moyenne entre elles deux, lorsqu'on n'est pas prévenu de l'utilité qu'il peut y avoir à les distinguer: il paraît que j'ai opéré ainsi, car en faisant ces observations je ne soupçonnais nullement le rapport qu'elles m'ont donné lieu de découvrir.

Si l'on songe que les lames de mica sont toujours irrégulières et ondulées; qu'il a fallu mesurer leurs épaisseurs, et en tenir compte; que les incidences du rayon polarisé sur leur surface ont été seulement mesurées avec un niveau; enfin, que la détermination même des teintes n'a été faite qu'une fois pour chacune des lames, on trouvera peut-être

que le rapport auquel nous venons de parvenir mérite d'être remarqué, d'autant plus qu'il s'accorde avec ce que la chaux sulfatée et le cristal de roche nous avaient déja présenté.

La loi que nous venons de découvrir, étant connue, peut avoir beaucoup d'autres usages; elle nous donnera, par exemple, la teinte que l'on doit observer à telle ou telle incidence avec une lame de mica d'une épaisseur donnée pour laquelle le facteur constant sera connu; ou réciproquement, étant donné l'épaisseur et la teinte, elle fera connaître l'incidence. Occupons-nous de résoudre ces deux genres de questions.

Nommons toujours e l'épaisseur de la lame, θ' l'angle de réfraction; appelons ε le nombre de la table de Newton qui répond à la teinte que l'on considère, et μ le facteur par lequel il faut multiplier les résultats des lames pour les réduire à l'échelle de Newton. D'après la loi que nous avons trouvée, on aura l'équation

$$\mu\, e \sin.\, \theta' \tang.\, \theta' = \varepsilon.$$

Supposons d'abord que les quantités qui entrent dans le premier membre soient connues, on pourra trouver la teinte ε à laquelle elles répondent. Par exemple, on demande quelle espèce de teinte nous avons dû observer dans la lame A, lorsque l'incidence était de $4^{\circ}\ 57'$, à laquelle nous avons fixé le commencement de l'apparition du rayon extraordinaire; pour le savoir, nous ferons le calcul suivant.

$\theta = 4^\circ\ 57'$; log. sin. $\theta = \bar{2},9359422$

Rapport de réfraction $\frac{2}{3}$; log. $0,1760913$

Log. sin. $\theta' = \bar{2},7598509$; $\theta' = 3^\circ\ 17'\ 55''$

Log. tang. $\theta' = \bar{2},7606887$

Epaisseur $e = 105^p,8$; log. $2,0244857$

Log. $\mu = \bar{1},8097375$

Log. $\varepsilon = \bar{1},3547628$; $\varepsilon = 0,22634$;

et en comparant cette valeur de ε avec la table de Newton, on voit qu'elle répond au-dessus de ce qu'il a appelé le *très-noir*, et qu'il a représenté par $\frac{11}{31}$ ou $0,355$. L'épaisseur à laquelle il a fixé ce point est précisément la moitié de l'épaisseur qui convient à une seule oscillation des molécules du violet extrême. Nos procédés conduisent donc aussi à cette limite ; et même en supposant l'évaluation précédente tout-à-fait exacte, ils permettraient de saisir encore quelques traces de molécules lumineuses plus rapprochées de l'extrémité du spectre.

Réciproquement on peut trouver l'incidence quand la teinte est donnée. Alors, pour plus de simplicité, faisons

$$\frac{\varepsilon}{\mu e} = z,$$

il viendra

$$\sin.\ \theta' \tang.\ \theta' = z \qquad \text{ou} \qquad \frac{\tang^2\ \theta'}{\sqrt{1 + \tang^2\ \theta'}} = z.$$

La recherche de θ' conduit à une équation du quatrième degré résoluble à la manière du second; mais il y a des racines d'exclues, parce que dans la valeur de $\tang^2\ \theta'$ il ne faut prendre que la valeur positive pour que θ' soit réel. On aura alors, en faisant le calcul,

$$\tang.\ \theta' = \sqrt{\frac{z^2}{2} + z\sqrt{1 + \frac{z^2}{4}}}.$$

Cherchons, par exemple, à quelle incidence on a pu observer dans la lame A le rouge du quatrième ordre, qui est représenté par 26 dans la table de Newton. On aura alors $\varepsilon = 26$; de-là, avec les valeurs précédentes de e et de μ, on achève ainsi le calcul:

$$\text{Log. } \varepsilon = 1{,}4149733 \qquad \text{Log. } \mu = \bar{1}{,}8097375$$
$$\text{Log. } \mu\, e = 1{,}8342232 \qquad \text{Log. } e = 2{,}0244857$$
$$\text{Log. } z = \bar{1}{,}5807501$$
$$\text{Log. } z^2 = \bar{1}{,}1615002$$
$$\text{Log. } 4 = 0{,}6020600$$
$$\text{Log. } \frac{z^2}{4} = \bar{2}{,}5594402 \qquad \frac{z^2}{4} = 0{,}036261.$$

Par conséquent $1 + \frac{z^2}{4} = 1{,}036261$,

$$\text{Log. } \left(1 + \frac{z^2}{4}\right) = 0{,}0154689$$
$$\text{Log. } \sqrt{1 + \frac{z^2}{4}} = 0{,}0077344$$
$$\text{Log. } z = \bar{1}{,}5807501$$
$$\text{Log. } z\sqrt{1 + \frac{z^2}{4}} = \bar{1}{,}5884845$$
$$z\sqrt{1 + \frac{z^2}{4}} = 0{,}38769$$
$$\frac{z}{2} = 0{,}072522$$
$$\text{Tang}^2\, \theta' = 0{,}460212$$
$$\text{Log. tang}^2\, \theta' = \bar{1}{,}6629561$$
$$\text{Log. tang. } \theta' = \bar{1}{,}8314780 \qquad \theta' = 34^\circ\, 9'\, 10''$$
$$\text{Log. sin. } \theta' = \bar{1}{,}7492736$$
$$\text{Log. rapport de réfract. } 0{,}1760913$$
$$\text{Log. sin. } \theta = \bar{1}{,}9252649 \qquad \theta = 57^\circ\, 21'\, 50''.$$

Suivant les observations rapportées page 325, nous avons rencontré le rouge du quatrième ordre, ou la teinte qui nous a paru telle dans son maximum sous l'incidence de 61° 3′ 50″; mais entre celle-là et le vert du quatrième ordre qui la précède, il y a une différence de 7°, d'où l'on voit que l'indication du calcul ne s'écarte pas beaucoup de l'expérience. D'ailleurs, il faut encore considérer que dans ces grandes inclinaisons les inégalités des lames sont tellement grossies, qu'il est presque impossible de parcourir une lame de cette espèce sans y découvrir dans quelque point la teinte voisine de celle que l'on observe. Enfin, il est très-probable qu'ici, comme dans les autres cristaux que nous avons étudiés, il faudrait ajouter un facteur dépendant de la vîtesse du rayon réfracté.

En suivant la marche que nous venons de tracer, on peut calculer les limites des teintes que l'on peut observer avec une lame donnée dans toutes les inclinaisons où on voudra la placer ; car d'abord, pour savoir à quelle incidence le rayon extraordinaire commencera à paraître, on peut partir du résultat que nous venons de trouver tout-à-l'heure par la lame A; c'est que le premier instant où l'on commence à en soupçonner quelque vestige, répond dans la table de Newton à l'épaisseur 0,22634: on fera donc $\varepsilon = 0,22634$. En achevant le calcul par les formules que nous avons données tout-à-l'heure, on en déduira ensuite l'angle d'incidence θ, sous lequel le phénomène commence à s'observer. Par exemple, si l'on fait ce calcul pour la lame (D), dont l'épaisseur a été trouvée de 15^{p},7 du sphéromètre, on trouve que le premier commencement des teintes répond à l'incidence $\theta = 15° 40' 20''$; on l'a observée à 18° 46′ 30″; et ce

résultat diffère bien peu du premier, eu égard aux grandes variations d'incidence que donnent les teintes voisines. On se rapprocherait encore plus de l'observation, si, au lieu d'employer pour ε la valeur 0,22634 donnée par l'observation de la lame A, on se servait de la valeur 0,355 donnée par les expériences de Newton.

Maintenant pour avoir la limite inférieure, c'est-à-dire connaître la teinte la plus basse que le rayon extraordinaire puisse atteindre dans l'ordre des anneaux, il n'y a qu'à considérer que cette teinte répondra à la plus grande valeur possible de θ', et qu'ainsi elle répondra à la plus grande valeur de θ. Or, celle-ci est $\theta = 90^\circ$, ce qui donne sin. $\theta' = \frac{1}{m}$, m étant le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction. Par conséquent on en tire tang. $\theta' = \frac{m}{\sqrt{1-m^2}}$, sin. θ' tang. $\theta' = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}$; alors, en nommant ε la valeur de la teinte correspondante exprimée en parties de l'échelle de Newton, on aura

$$\varepsilon = \frac{\mu\, e}{\sqrt{1-m^2}},$$

expression bien facile à calculer. Mais la limite donnée par cette formule pourrait bien ne pas être aussi exacte que celle du commencement des teintes; car s'il existe un facteur dépendant des variations de la vîtesse, il doit être surtout sensible dans les grandes inclinaisons.

Nous voyons par cette théorie comment on peut calculer à volonté toutes les teintes du rayon extraordinaire E que produisent les lames transparentes de mica dans lesquelles l'axe qui détermine la polarisation est perpendiculaire à la

surface des lames. Le rayon ordinaire O est également connu par ces résultats, puisqu'il est complémentaire du premier, et qu'il répond à l'anneau transmis, de même que E répond à l'anneau réfléchi. On aura donc tous les élémens des formules

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (2i - \alpha)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (2i - \alpha);$$

que nous avons données plus haut relativement à ces lames, et l'on pourra ainsi calculer d'avance tous les phénomènes qu'elles présentent sous toutes les inclinaisons et dans tous les azimuts où l'on voudra les placer.

Il me reste à montrer comment l'invariabilité du produit e sin. θ' tang. θ' peut indiquer la manière dont l'inclinaison modifie la force qui fait osciller les molécules lumineuses. Nous avons vu qu'en nommant α l'intensité de cette force, et prenant l'angle droit pour unité, le temps T d'une oscillation entière était exprimé par

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{a}},$$

π étant la demi-circonférence dont le rayon égale 1. Maintenant soit v la vîtesse avec laquelle les molécules lumineuses traversent la lame, elles décriront pendant chaque oscillation un espace vT; et si elles font dans la lame un nombre d'oscillations égal à n, l'espace qu'elles devront parcourir dans le même-temps en vertu de leur mouvement de translation sera nvT; mais pour qu'elles exécutent ainsi leurs oscillations, il faut qu'elles aient déja pénétré dans l'intérieur de la lame d'une quantité égale à $\frac{1}{2}v$T (voyez page 100); par conséquent lorsqu'elles en ont fait un nombre n, l'espace total qu'elles ont traversé est nvT $+ \frac{1}{2}v$T, ou

$\frac{(2n+1)}{2}v\mathrm{T}$, ou enfin $\frac{\pi(2n+1)v}{2\sqrt{a}}$, en mettant pour le temps T sa valeur. Maintenant, si l'on veut que le nombre n soit celui des oscillations que les molécules ont faites en traversant une lame d'une épaisseur égale à e, avec une incidence oblique θ, d'où résulte l'angle de réfraction θ', le trajet qu'elles auront réellement à faire pour traverser ainsi la lame sera $\frac{e}{\cos.\theta'}$, il faudra donc égaler cette quantité à la précédente, ce qui donnera l'équation

$$\frac{\pi(2n+1)v}{2\sqrt{a}} = \frac{e}{\cos.\theta'},$$

d'où l'on conclut

$$\frac{e\sqrt{a}}{\cos.\theta'} = \frac{\pi(2n+1)v}{2}.$$

Lorsque deux lames de différente épaisseur présenteront exactement la même teinte sous des inclinaisons différentes, le nombre n sera le même pour ces lames ; de plus les résultats des calculs que nous avons faits jusqu'à présent nous ont appris que les variations de la vîtesse v suivant l'angle θ', variations qui très-probablement existent, ne doivent avoir qu'une valeur très-faible, puisqu'en les négligeant et regardant v comme constante, on ne s'écarte pas sensiblement des observations. En suivant donc cette supposition, qui ne sera si l'on veut qu'approchée, on voit que le second membre de notre équation sera tout-à-fait constant pour les lames qui présentent la même teinte.

Or, nous avons vu que le produit e sin. θ' tang. θ' est également constant pour ces lames ; par conséquent les deux quantités $\frac{e\sqrt{a}}{\cos.\theta'}$ e sin. θ tang. θ', seront constantes

ensemble, variables ensemble, elles seront donc fonctions l'une de l'autre; et ainsi l'on voit, sans aucune hypothèse, comment l'intensité de la force a varie nécessairement avec l'angle de réfraction θ', ainsi que cela doit arriver si la force a dépend de la double réfraction.

La manière la plus simple de satisfaire à la condition précédente, c'est de supposer que ces deux quantités sont proportionnelles l'une à l'autre. Alors en nommant K une constante arbitraire, on aurait

$$\frac{e\sqrt{a}}{\cos.\ \theta'} = \mathrm{K}\, e \sin.\ \theta' \tang.\ \theta',$$

ce qui donnerait

$$a = \mathrm{K} \sin^4 \theta'.$$

Ce résultat est indépendant de l'épaisseur de la lame; en l'adoptant, il s'ensuivrait que dans toutes les lames de mica de la nature de celles que nous avons considérées, la force de rotation qui fait osciller les molécules lumineuses dans le plan de la lame et autour de leur centre de gravité, serait proportionnelle à la quatrième puissance du sinus de l'angle que l'axe de polarisation perpendiculaire à ces lames forme avec le rayon réfracté.

Des lames de mica qui ont des axes situés dans le plan de leur surface.

Les phénomènes que je viens d'exposer vont maintenant nous servir pour expliquer les apparences singulières et compliquées que présentent les lames de mica qui ont des axes situés dans le plan de leur surface. Pour découvrir la théorie de ces lames et les circonstances qui leur sont particulières, je rapporterai, comme ci-dessus, des expériences

précises, que nous soumettrons ensuite au calcul, afin d'en découvrir les lois.

D'abord il est certain que les lames de mica cristallisé, lorsqu'elles sont diaphanes, compactes, élastiques, ont des axes de polarisation situés dans le plan de leur surface; car lorsqu'on les expose perpendiculairement à un rayon polarisé, elles présentent des phénomènes absolument pareils à ceux des lames de chaux sulfatée et de cristal de roche taillées parallèlement à l'axe : les mêmes formules représentent les unes et les autres; la théorie des oscillations s'y applique de même, et la loi des forces également. Ces phénomènes ayant lieu sous l'incidence perpendiculaire, ne peuvent pas être dus à l'action d'un axe perpendiculaire aux lames. Nous verrons bientôt qu'on ne pourrait pas non plus les attribuer à l'action d'un axe qui serait oblique sur le plan de leur surface ; mais sans entrer à ce sujet dans aucune conjecture, je vais laisser parler les observations.

Je remarquerai d'abord que l'absence de la polarisation sous l'incidence perpendiculaire, que nous avons remarquée dans les lames précédentes, n'est pas due à leur peu d'épaisseur, mais à la manière dont elles sont cristallisées; car d'autres lames beaucoup plus minces, mais cristallisées, ont encore produit la polarisation sous l'incidence perpendiculaire.

J'ai pris par exemple une lame de mica cristallisée, mais parfaitement transparente, et qui exerçait la polarisation sous l'incidence perpendiculaire : j'en ai enlevé une lame extrêmement mince, car son épaisseur mesurée au sphéromètre était

Point d'arrivée	146
Départ	125,3
Epaisseur	20,7

Cependant, malgré ce degré de ténuité, elle conservait encore toutes ses propriétés : exposée perpendiculairement au rayon polarisé, elle polarisait le blanc bleuâtre du premier ordre; elle rendait les images nulles, ou égales, ou séparées, précisément comme aurait pu faire la plus grosse lame. J'en ai enlevé une autre dont l'épaisseur était encore moindre, car on avait

Point d'arrivée	132,5
Départ	125,3
Epaisseur	7,2

Celle-ci était tirée d'un morceau différent. Sous l'incidence perpendiculaire elle polarisait le bleu du premier ordre, c'est-à-dire la première couleur dans l'ordre des anneaux composés; mais ce bleu était rayé, un peu tirant sur le blanc.

Je reviendrai plus tard sur ces lames, que j'ai aussi observées sous des incidences obliques; mais auparavant je veux donner en général la description raisonnée des phénomènes fort singuliers que présentent les lames de mica cristallisées lorsqu'on les expose ainsi obliquement au rayon. Dans cette description je me servirai des expressions de premier et second axe, pour désigner l'axe de cristallisation situé dans le plan des lames et la ligne qui lui est perpendiculaire dans le plan ; mais je n'ajouterai pas à ces dénominations d'autres idées que celles que j'ai énoncées page 13.

D'abord, si l'on place le premier axe dans le méridien ou dans la ligne d'est et ouest, on peut incliner la lame tant

qu'on voudra dans l'une ou l'autre de ces directions; elle ne donnera pas de rayon extraordinaire, pourvu qu'on l'y maintienne exactement.

2° Si l'on incline la lame sur le rayon polarisé, et qu'on place l'un des axes de la lame dans le plan d'incidence, on peut ensuite faire tourner le tambour dans tous les azimuts, et changer à volonté l'inclinaison de la lame: il n'y aura jamais que deux sens de polarisation, l'un dans le méridien qui contiendra les molécules qui conservent leur polarisation primitive, l'autre dans un azimut double de celui du plan d'incidence. Par conséquent, si ce dernier azimut est A, et qu'on analyse la lumière transmise en se servant d'un cristal d'Islande dont la section principale soit dirigée dans l'azimut α, les *intensités* des deux rayons ordinaire et extraordinaire seront encore représentées par les mêmes formules que sous l'incidence perpendiculaire; c'est-à-dire qu'en nommant O l'intensité du premier, E l'intensité du second, lorsque l'azimut A est de 45°, et que la section principale du rhomboïde du spath d'Islande est dans le méridien, on aura ensuite en général

$$F_o = O \cos^2 2\alpha + E \cos^2 (2A - \alpha)$$
$$F_e = O \sin^2 2\alpha + E \sin^2 (2A - \alpha).$$

Les teintes des deux rayons O et E varient avec l'incidence suivant une loi que nous ferons connaître. Ces formules sont précisément les mêmes que pour la chaux sulfatée et le cristal de roche sous des incidences obliques lorsqu'on a mis un des axes dans le plan d'incidence, et elles satisfont également à tous les phénomènes que le mica présente dans les mêmes circonstances; mais tout change lorsque le pre-

mier ou le second axe de la lame sortent du plan d'incidence.

Voici quelle était la loi que nous avons trouvée à cet égard pour la chaux sulfatée et le cristal de roche parallèle à l'axe. Soit A l'angle dièdre que le plan de polarisation forme avec le plan d'incidence que je suppose être le méridien. Nommons i l'angle oblique que le *premier axe* de la lame fait sur le plan de sa surface, avec la trace du plan d'incidence. L'action polarisante de la lame cesse lorsque cet angle i compté dans le même sens que A, à partir du plan d'incidence, devient égal à A ou à 90 + A, 180 + A, 270 + A....., quelle que soit l'incidence du rayon. Cette loi nous a donné les formules que nous avons rapportées page 145.

Cela n'a plus lieu ainsi pour le mica. Partons de l'incidence perpendiculaire; mettons le premier axe de la lame à 45° du plan du méridien qui est aussi celui de polarisation, et supposons, pour plus de simplicité, que le rhomboïde qui sert pour analyser la lumière ait sa section principale dirigée dans ce même plan. Alors le premier axe de la lame est éloigné du méridien de 45° : si vous l'y ramenez de la même quantité en tournant la lame sur son plan, vous ferez évanouir le rayon extraordinaire.

Maintenant, si vous inclinez la lame dans le plan d'incidence de 45°, le même mouvement ne fera plus disparaître le rayon, au lieu qu'il le ferait disparaître encore dans une lame de chaux sulfatée ou de cristal de roche parallèle à l'axe. Dans le mica il faudra tourner de moins de 45°; et les trois autres points, où le rayon disparaît, seront inégalement éloignés de celui-là. Si l'un se trouve à la distance i de la trace du plan d'incidence, cette distance étant comptée sur la lame, il y aura une autre distance i' qui produira le même phénomène, et les quatre seront : i, i', $180 + i$,

$180 + i'$. A mesure que vous inclinez la lame davantage, les racines i et $180 + i'$ se rapprocheront l'une et l'autre du plan d'incidence; de sorte que la quantité i dont il faudra tourner la lame pour faire disparaître le rayon extraordinaire, sera de plus en plus petite. Enfin, sous une certaine incidence, qui est la même pour toutes les lames de mica de même nature minces ou épaisses, et que je trouve de 34° 44′ 20″ comptée de la perpendiculaire dans les lames cristallisées dont j'ai fait usage, on a $i = 0$, $i' = 180$: alors les deux racines i et $180 + i'$ se réunissent en une seule, aussi bien que i' et $180 + i$; le rayon extraordinaire ne s'évanouit que dans deux positions diamétralement opposées de la lame, et qui sont celles où son premier axe est dans le plan d'incidence : en inclinant davantage, le rayon extraordinaire ne s'évanouit plus, dans quelque position que l'on tourne la lame sur son plan.

Ces phénomènes nous indiquent l'existence d'une nouvelle force que l'inclinaison développe, et qui est toujours dirigée dans le plan d'incidence. Cette force polarisante tend à faire osciller une partie des molécules lumineuses autour de cette trace, tandis que l'axe de la lame tend à les faire osciller autour de lui; et de ces actions opposées résultent des positions d'équilibre diverses, suivant l'énergie de la nouvelle force, et par conséquent suivant la valeur plus ou moins considérable de l'inclinaison.

Or, cette nouvelle force que l'inclinaison développe, qu'est-ce autre chose sinon l'action répulsive de l'axe perpendiculaire aux lames, axe dont nous avons reconnu l'existence même dans celles qui n'étaient pas assez régulièrement cristallisées pour que l'autre action, qui s'exerce dans le

plan de la surface, eût une résultante sensible? Cette idée, à laquelle les expériences nous conduisent, explique aisément tout le jeu de ces phénomènes, qui paraissaient d'abord si compliqués.

Mais avant d'entrer sur cela dans plus de détail, je vais encore rapporter une observation bien propre à montrer l'influence de cet axe perpendiculaire. J'ai dit que lorsque l'on fixe l'inclinaison du plan de la lame sur le rayon polarisé, et qu'on la place elle-même sur son plan dans une position quelconque, mais fixe, on peut faire tourner le système autour du rayon polarisé comme axe, la teinte E du rayon extraordinaire n'éprouve aucune variation dans sa couleur, elle change seulement d'intensité. Cela est tout simple d'après la considération des axes qui produisent ces phénomènes; car les angles que ces axes forment avec le rayon réfracté ne changent point par cette rotation, et c'est seulement de ces angles que dépend la force polarisante qu'ils exercent. Les oscillations des molécules lumineuses se font en des temps égaux dans toutes ces positions, il n'y a que leur amplitude qui varie, ce qui ne fait rien à leur durée d'après la nature des forces qui produisent ces effets. Maintenant remettons la lame sous l'incidence perpendiculaire; dirigeons ses axes à 45° du plan du méridien, et prenant ce plan pour celui d'incidence, inclinons-y la lame de plus en plus. Que va-t-il arriver? l'axe perpendiculaire aux lames développant son action par l'inclinaison, se trouve dans le plan de polarisation primitif des molécules lumineuses; il ne tend donc à les faire tourner dans aucun sens, mais il s'oppose à ce qu'elles prennent un mouvement de rotation qui les éloignerait de lui; il les tient, pour ainsi dire, en arrêt, et ne tend ainsi qu'à fortifier l'intensité du rayon ordinaire,

mais non pas à produire aucun rayon extraordinaire. Les causes qui agissent dans le plan des lames sont donc alors les seules qui tendent à produire un pareil rayon ; or, ces causes sont 1° la force émanée du premier axe, qui s'affaiblit à mesure que l'inclinaison augmente ; 2° la longueur du trajet décrit par les molécules lumineuses, qui augmente à mesure que la lame devient plus oblique. La première cause tend à ralentir les oscillations et à faire monter les teintes dans l'ordre des anneaux ; la seconde tend à rendre les oscillations plus nombreuses et à faire baisser les teintes. Dans les lames de chaux sulfatée, lorsque l'azimut de l'axe est de 45° comme nous le supposons ici, ces deux causes se balancent exactement, et la teinte reste constante sous toutes les inclinaisons. Mais dans le mica la seconde l'emporte sur la première, et les teintes baissent à mesure que les lames s'inclinent dans le plan de polarisation primitive. Par exemple, si le rayon extraordinaire était d'abord jaune du deuxième ordre sous l'incidence perpendiculaire, ce qui donne un rayon ordinaire d'un très-beau bleu, l'inclinaison fera descendre la teinte E du jaune à l'orangé, puis au rouge, puis au pourpre du troisième ordre, à l'indigo, au bleu, au vert, et ainsi de suite, dans l'ordre des anneaux ; mais, ce qui est bien digne de remarque, le rayon E ne gardera pas toutes les molécules lumineuses qui appartiennent à cette teinte dans les anneaux réfléchis, il en perdra une certaine proportion d'autant plus grande, que l'incidence du rayon sur la lame sera devenue plus considérable, ce qui affaiblira son intensité sans changer sa teinte. En le suivant ainsi, on le verra devenir enfin d'une faiblesse extrême, quoique toujours suivant l'ordre des teintes ; et enfin, on cessera tout-à-fait de l'apercevoir, souvent même

avant qu'il les ait toutes parcourues. Par une conséquence naturelle de ces faits, le rayon ordinaire va toujours en croissant d'intensité à mesure que l'autre diminue; mais en même-temps sa teinte change et approche de plus en plus du blanc avec une grande rapidité, parce que les molécules qu'il enlève à l'axe de la lame, neutralisent, pour ainsi dire, une partie des siennes et forment du blanc. Néanmoins, le petit nombre de molécules qui cèdent à l'influence de l'autre axe font toujours leurs oscillations autour de lui avec la même vîtesse qui convient à chaque inclinaison : il n'y a que leur nombre qui diminue sans cesse à mesure que l'action du premier axe augmente avec l'incidence. Cette observation venant à la suite de celles que nous avons expliquées plus haut, me paraît mettre tout-à-fait hors de doute que les phénomènes du mica sont réellement dus aux influences combinées de son épaisseur et de deux axes, dont l'un est situé dans le plan des lames, et l'autre leur est perpendiculaire. Il arrive ici précisément la même chose que dans les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, dans lesquelles la force croissante du premier axe combat les forces qui font tourner la lumière, et finit par les surpasser.

Comme ces conclusions sont très-importantes pour l'intelligence des phénomènes, je vais rapporter ici en détail une observation de ce genre, où j'ai reconnu le progrès des teintes avec les inclinaisons du rayon polarisé. La lame employée dans ces expériences venait d'une pièce de mica parfaitement diaphane du cabinet de M. de Drée: son épaisseur mesurée au sphéromètre était telle qu'on le voit ici.

Point d'arrivée	218,0
Départ	125,3
Epaisseur	92,7

Lorsque le plan d'incidence était placé dans l'azimut de 45°, cette lame donnait, comme on le verra tout-à-l'heure, une longue série de teintes très-belles et très-vives; mais en prenant pour plan d'incidence le méridien, on observait la dégradation des teintes telle que nous l'avons annoncée, et telle que la montre le tableau suivant. Je n'ai pas besoin de rappeler que l'azimut du plan d'incidence est zéro, et que celui de l'axe situé dans le plan de la lame est de 45°.

Incidence du rayon sur la lame, comptée de la perpendiculaire.	Teinte du rayon ordinaire.	Teinte du rayon extraordinaire.	
0° 0′ 0″	Bleu.	Jaune.	
26 41 40 (*)	Bleu verdâtre.	Rouge.	2e ordre.
36 12 57	Rouge blanchâtre.	Vert.	
43 28 40	Blanc légèrement verdâtre	Rouge.	3e ordre.
49 1 22 (**)	Blanc à peine rougeâtre.	Vert.	4e ordre.
54 43 10 (***)	Blanc.	Rouge à peine visible.	
59 42 10	Blanc.	Vert à peine visible.	
On ne peut voir plus loin les couleurs.			

(*) La teinte du rayon extraordinaire, d'abord stationnaire, a descendu à l'orangé, de-là au rouge.

(**) Le blanc est à peine coloré; le vert est très-faible en intensité, mais sa teinte est vive comme celle du vert du 4e ordre.

(***) Ici à peine peut-on apercevoir le rouge; c'est pourtant celui du 4e ordre, qui est très-abondant en intensité dans les anneaux réfléchis ordinaires.

Maintenant que nous avons mis hors de doute l'action simultanée de ces axes, nous pouvons entrer dans plus de détails sur la manière dont ils déterminent les oscillations.

Soit, comme précédemment, fig. 19, SC le rayon incident polarisé dans le méridien MCS, soit TCS le plan d'incidence, et CT la trace de ce plan sur la surface LL de la lame; soit CA la direction de l'axe de polarisation des molécules lumineuses lorsqu'elles entrent dans la lame, et qu'elles commencent à y ressentir les effets de la cristallisation, et nommons A l'angle ACT, qui sera égal à l'azimut du plan d'incidence. Menons aussi la ligne CP pour représenter le premier axe de la lame, et nommons i l'angle PCT que cet axe forme avec la trace du plan d'incidence. La force polarisante de l'axe perpendiculaire aux lames s'exerce dans le plan de cette trace, ainsi les oscillations des molécules lumineuses seront déterminées par les forces qui partent des lignes CT et CP. Pour plus de simplicité, développons ces lignes sur un plan qui sera celui de la figure même. Considérons maintenant, fig. 20, les limites des oscillations produites par les différens axes. 1° L'axe CT laissera une partie des molécules lumineuses suivant CA dans l'azimut A avec leur polarisation primitive, et il en polarisera une autre partie suivant la ligne CA', telle que l'angle A'CT soit égal à TCA, ou A : ainsi l'azimut A'CA de cette polarisation étant compté à partir de la ligne CA, qui représente la polarisation primitive, sera exprimé par 2A. 2° Le premier axe CP de la lame laissera aussi à une partie des molécules lumineuses leur polarisation primitive suivant CA; mais il en fera osciller une autre partie qu'il polarisera suivant la ligne CA", tellement située que l'angle A"CP soit égal à PCA, ou à $A - i$, et par conséquent l'angle total A"CA, compté depuis la ligne de polarisation primitive, sera $2(A - i)$. 3° Les molécules lumineuses mises en mouvement par l'axe CP

étant arrivées à la fin de leur oscillation suivant CA'', il pourra arriver qu'une partie de ces molécules soit enlevée par l'influence de l'axe CT, et, si cela arrive, elles seront polarisées par lui suivant une ligne CA''', dirigée de manière que l'angle TCA''' sera égal à l'angle TCA''. Or $TCA'' = TCP - A''CP = i - (A - i) = 2i - A$, par conséquent l'angle TCA''' sera aussi égal à $2i - A$. Si l'on veut le compter à partir de la ligne de polarisation primitive CA, il faut lui ajouter l'angle TCA, qui est A, et la somme sera $2i - A + A$, ou $2i$ pour l'angle A'''CA. 4° Réciproquement une partie des molécules polarisées par l'axe CT, suivant la ligne CA', pourra, au moment du repos, être enlevée par l'axe CP; et si cela arrive, elles seront polarisées suivant une ligne CA'''', qui fera avec PC un angle $A''''CP = A'CP$. Or l'angle $A'CT = A$, $TCP = i$, par conséquent $A'CP = i + A$, ainsi l'angle PCA'''' étant égal au premier, aura pour valeur $i + A$; si on veut le compter à partir de la ligne de polarisation primitive CA, il faudra en retrancher la valeur de l'angle PCA, ou $A - i$, ce qui le réduira à $2i$, de sorte qu'il sera égal à A'''CA, qui exprime la polarisation des molécules que l'axe CT a enlevées à l'axe CP. Les choses étant dans cet état, si l'on analyse la lumière émergente en se servant d'un rhomboïde de spath d'Islande dont la section principale soit dirigée dans le méridien, ce que je supposerai pour plus de simplicité, l'expression la plus générale des intensités des rayons ordinaire et extraordinaire F_o, F_e sera nécessairement de cette forme

$$F_o = O + K \cos^2 2A + K' \cos^2 2(A - i) + K'' \cos^2 2i,$$
$$F_e = \quad K \sin^2 2A + K' \sin^2 2(A - i) + K'' \sin^2 2i.$$

O désignant la teinte des molécules qui conservent leur polarisation primitive, et K, K′, K″ étant des coëfficiens dépendans de la nature des teintes polarisées suivant ces diverses directions; et comme la somme des deux rayons F_o, F_e doit toujours être égale à la totalité de la lumière blanche qui traverse la lame, si l'on nomme L l'intensité de cette lumière, on devra toujours avoir la condition

$$O + K + K' + K'' = L.$$

La détermination générale de ces coëfficiens paraît très-difficile, car leur intensité varie non-seulement avec les teintes, mais encore avec l'azimut A. On a ici une difficulté du même genre que dans les lames superposées; mais on ne peut pas l'éluder de la même manière, parce que les actions des axes dans le cas actuel sont simultanées, et ne peuvent pas en conséquence être considérées successivement.

Le seul cas que j'ai eu jusqu'à présent le temps d'étudier à fond, est celui dans lequel l'un des deux axes de la lame est dirigé dans le plan d'incidence même. Alors l'influence de cet axe s'exerçant à partir de la même ligne que l'axe perpendiculaire au plan des lames, il n'y a plus que deux polarisations comme à l'ordinaire; c'est ce qu'indiquent aussi les formules, car dans ce cas i est nul, ou égal à 90°, et l'expression du rayon extraordinaire se réduit à

$$F_e = (K + K') \sin^2 2A.$$

C'est celle que nous avions donnée d'abord, excepté qu'ici α est nul, parce que la section principale du cristal qui sert

pour analyser la lumière est supposée dirigée dans le méridien. On voit de plus que la forme des expressions des deux rayons est la même, quel que soit celui des deux axes de la lame que l'on place dans le plan d'incidence; mais les coëfficiens K, K'..... qui expriment les teintes des faisceaux ont dans ces deux cas des valeurs bien différentes, comme on va le voir.

Pour le comprendre, il faut se rappeler que nous avons nommé *premier* axe des lames celui qui exerce sur l'axe de polarisation des molécules lumineuses une force par laquelle il tend à les approcher de sa direction, et nous avons appelé *second* axe une ligne menée dans le plan de la lame perpendiculairement à la précédente; sans vouloir toutefois supposer qu'il en émane aussi des forces comme de la première, mais uniquement pour caractériser les phénomènes qui se rapportent à cette direction. Examinons maintenant la marche des teintes quand la lame en incline tour-à-tour dans ces deux sens rectangulaires.

Supposons que SCT, fig. 21, soit le plan d'incidence dirigé dans l'azimut de 45°. Plaçons le second axe de la lame suivant la trace CT de ce plan sur sa surface; et après l'avoir fixé dans cette direction, inclinons la lame sur le rayon polarisé, puis cherchons à prévoir ce qui en arrivera. 1° Le premier axe P*p* restant perpendiculaire au rayon incident, conserve toute son énergie; 2° le trajet des molécules lumineuses à travers la plaque augmentant par l'obliquité, tandis que la force du premier axe reste constante, les oscillations devraient, sans s'accélérer, devenir plus nombreuses et parconséquent les couleurs du rayon extraordinaire devraient descendre dans l'ordre des anneaux, comme si la lame devenait

plus épaisse. C'est ainsi que la chose se passe, par exemple, dans la chaux sulfatée et le cristal de roche parallèle à l'axe.

Mais l'influence de l'axe perpendiculaire aux lames change totalement ce résultat. Cet axe, dont la projection se trouve dirigée suivant CT, tend à faire osciller les molécules lumineuses autour de cette ligne. Or, dans l'azimut de 45°, où nous supposons que se trouve le plan d'incidence, l'axe de polarisation des molécules lumineuses lorsqu'elles entrent dans la lame est dirigé suivant la ligne CA, qui forme avec CT et CP des angles égaux entre eux, et tous deux de 45° : alors on voit que dans notre supposition actuelle les efforts de ces deux axes se contrarient, comme dans les lames de chaux sulfatée croisées à angle droit ; il paraît en outre que l'influence de l'axe perpendiculaire est plus que suffisante pour compenser l'accroissement du nombre des oscillations occasionné par le changement d'épaisseur ; car les couleurs du rayon extraordinaire commencent par monter dans l'ordre des anneaux au lieu de descendre comme elles auraient fait sans cette influence étrangère. Elles montent ainsi jusqu'aux dernières couleurs des anneaux, et enfin arrivent au zéro des teintes, qui, ainsi que je l'ai dit plus haut, a lieu pour le mica diaphane sous l'incidence de 35° 11′ 20″. A cet instant l'énergie du premier axe CP combinée avec l'épaisseur oblique de la lame est devenue égale à l'action de l'axe perpendiculaire. Si l'on augmente l'incidence, l'énergie de cet axe augmente toujours dans une proportion plus grande que la variation qui provient des épaisseurs ; il continue donc de l'emporter sur elles. Il détermine à son tour les oscillations des molécules lumineuses ; et le rayon extraordinaire redescend de nouveau

dans l'ordre des anneaux suivant les mêmes périodes par lesquelles il avait d'abord monté.

Ce jeu alternatif est encore un nouvel indice de la position de l'axe perpendiculaire au plan des lames; car il faut que cet axe soit élevé au-dessus de leur plan puisque l'accroissement d'incidence augmente l'angle qu'il forme avec le rayon réfracté, et de plus il faut qu'il soit perpendiculaire à leur surface, car son influence croît d'une manière égale lorsqu'on incline la lame sur le rayon polarisé dans la direction de CT ou de son prolongement. Cette égalité n'aurait pas lieu si ce nouvel axe était oblique, et dirigé par exemple suivant AB, fig. 15 et 16; car supposons que son énergie s'accrût en augmentant l'angle BIL formé sur le rayon incident; elle devrait au contraire s'affaiblir si l'on diminuait ce même angle, puisque ce mouvement rapprocherait d'abord l'axe oblique A'B' du rayon réfracté IR; c'est ce que nous avons observé dans les plaques de cristal de roche obliques sur l'axe. Et puisque ce défaut de symétrie n'a pas lieu dans les lames de mica, c'est une preuve que le troisième axe leur est perpendiculaire.

Faisons maintenant une expérience qui complétera la précédente.

Laissons toujours le plan d'incidence dans l'azimut de 45°; mais au lieu d'y placer le second axe, mettons-y le premier. Alors inclinons de nouveau la lame, et cherchons à prévoir ce qui arrivera.

Ici l'affaiblissement de la force émanée du premier axe tend à diminuer le nombre des oscillations, et l'accroissement d'épaisseur produit par l'inclinaison tend à les augmenter. Si ces deux causes existaient seules comme dans la

chaux sulfatée, l'affaiblissement de l'axe serait la plus forte, et les teintes monteraient dans l'ordre des anneaux comme si la lame devenait plus mince. Mais l'action de l'axe perpendiculaire qui s'exerce maintenant dans le même sens que celle du premier axe intervertit ces effets. Cette force développée par l'inclinaison est plus que suffisante pour compenser l'affaiblissement que le premier axe éprouve. Et les couleurs doivent descendre dans l'ordre des anneaux comme si la lame devenait plus épaisse. C'est en effet ce que l'expérience confirme.

Pour montrer avec quelle rigueur ces conclusions de notre théorie s'accordent avec l'expérience, je rapporterai ici l'observation suivante qui a été faite avec le plus grand soin dans ces deux positions que nous venons de désigner, et avec la lame dont nous avons déja observé l'effet lorsque le plan d'incidence était dirigé dans le méridien, et les axes à 45° de ce plan. Je rapporte ici ces mesures en grades comme elles ont été observées. Cela sera plus commode pour y remarquer une loi que nous allons en déduire.

LAME DE MICA DIAPHANE AYANT DES AXES DANS LE PLAN DE SA SURFACE.

1re Expérience. *Le premier axe perpendiculaire au plan d'incidence, l'azimut du plan d'incidence est* 45°.

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	Incidence comptée de la perpendiculaire, et exprimée en grades.
Bleu	Jaune du 2e ordre	0g.
Jaune	Bleu du 1er ordre	17, 99
Blanc bleuâtre	Rouge du 1er ordre	24, 30
Noir	Blanc du 1er ordre	31, 90
Blanc	Noir exactement	39, 10 (*)
Noir. (Il reste un peu de bleu, extrêmement peu, mais plus que tout-à-l'heure)	Blanc du 1er ordre	45, 85
Blanc bleuâtre	Rouge du 1er ordre	50, 50
Jaune	Bleu du 2e ordre	52, 74
Vert	Rouge du 2e ordre	61, 95
Rouge	Vert du 3e ordre	65, 74
Vert	Rouge du 3e ordre	71, 94
Rouge	Vert du 4e ordre	78, 20

(*) C'est ici le zéro des teintes, les oscillations deviennent nulles, et ensuite reprennent autour de la trace du plan d'incidence.

Cette expérience faite, on ramène la lame à l'incidence perpendiculaire, et on la tourne d'un angle droit sur son plan

2e Expérience. *Le premier axe dans le plan d'incidence, l'azimut du plan d'incidence* 45°.

Rayon ordinaire.	Rayon extraordinaire.	Incidence comptée de la perpendiculaire, et exprimée en grades.
Bleu	Jaune du 2e ordre	0 g.
Vert	Rouge du 2e ordre	17, 86
Jaune légèrement rougeâtre	Bleu du 3e ordre	24, 23
Bleu violacé	Jaune du 3e ordre	31, 55
Vert jaunâtre	Rouge bleuâtre du 3e ordre	37, 55 (*)
Rouge pâle	Bleu verdâtre du 4e ordre	39, 10
Rouge	Vert jaunâtre	44 70
Vert	Rouge pâle	45, 85
Vert	Rouge vif du 4e ordre	50, 02
Vert bleuâtre	Rouge vif du 4e ordre	50, 50
Rouge	Bleu verdâtre du 5e ordre	52, 95 (**)
Vert bleuâtre	Rouge	58, 42
Rouge	Bleu verdâtre	67, 09
Vert	Rouge	71. 68 (***)

(*) C'est la teinte que Newton a nommée le rouge bleuâtre; dans cet ordre elle est immédiatement au-dessous du rouge.

(**) Cette incidence a été prévue d'après une loi que nous développerons tout-à-l'heure; elle s'y est trouvée extrêmement conforme.

(***) Couleur très-pâle.

On voit par ces tableaux que la marche générale des teintes est bien telle que nous l'avons annoncée; mais dans la première expérience, elles ont d'abord remonté dans l'ordre des anneaux jusqu'à zéro, ensuite elles ont redescendu dans le même ordre, au lieu que dans la seconde expérience elles ont toujours été en descendant.

On peut remarquer dans les deux séries d'observations des incidences qui se correspondent : on les a prises ainsi pour mettre en évidence une loi très-importante que nous allons en tirer ; voici en quoi elle consiste.

Si l'on prend dans chacune des deux séries les teintes qui correspondent à deux incidences déterminées, et qu'on cherche dans la table de Newton sur les épaisseurs des lames, les différences d'épaisseur qui correspondent à ces teintes, ces différences seront égales entre elles.

Par exemple, dans la première série, l'angle d'incidence étant zéro, le rayon extraordinaire était le jaune du second ordre, et sous l'incidence $31^{g},90$, il était monté au blanc du premier. L'épaisseur qui répond à la première teinte est représentée dans la table de Newton par 10,4; celle de la seconde par 3,4, la différence est 7 : c'est-à-dire que la teinte du rayon extraordinaire a monté dans cet intervalle de 7 parties de la table de Newton. Par conséquent, dans la seconde série, en passant de l'incidence zéro à l'incidence $31^{g},90$, elle descendra de la même quantité, c'est-à-dire qu'elle parviendra à $17^{p},4$ qui répond au jaune du troisième ordre. Et en effet, on voit dans le tableau de cette série que l'on a observé le jaune du troisième ordre sous l'incidence $31^{g},55$.

Bien plus, cette loi se soutient même en passant par le zéro de la première série, pourvu que l'on considère la table de Newton comme recommencée dans ce sens. Pour porter tout de suite la vérification à l'extrême, prenons toute l'étendue de la première série, excepté la dernière teinte, qui n'a pas son analogue dans la seconde. D'abord sous l'incidence 0^{g}, la teinte du rayon extraordinaire était le jaune du second ordre, qui répond à l'épaisseur 10,4; ainsi, pour descendre

de ce terme jusqu'au zéro des teintes, il a fallu monter justement de cette quantité. Ensuite, à l'incidence $71^{s},94$, le rayon extraordinaire s'est trouvé revenu au rouge du troisième ordre, qui, dans la table de Newton, répond à l'épaisseur 18,7; en y ajoutant 10,4, on aura 29,1 pour la variation totale des teintes dans cette étendue, dans la première série. Cette étendue doit donc être la même dans la seconde; ainsi, en y ajoutant l'épaisseur fondamentale 10,4, la somme 39,5 exprimera la teinte que l'on a dû observer dans cette seconde série sous l'incidence 71,94. En consultant la table de Newton, on voit que cette épaisseur 39,5 répond entre le bleu verdâtre et le rouge du sixième ordre. En effet, dans la seconde série, on a observé le rouge du sixième ordre sous l'incidence 71,68. Toutes les épreuves de ce genre que l'on pourra tenter sur les deux séries conduiront aux mêmes résultats.

De-là il résulte d'abord que si l'on peut découvrir le rapport des incidences et des teintes dans la première série, on le connaîtra également dans la seconde. En effet, représentons en général ce rapport par $\varphi\theta'$, la fonction φ désignant une fonction quelconque, et θ' étant comme ci-dessus l'angle de réfraction pour l'incidence θ. Si nous nommons e l'épaisseur, qui dans la table de Newton répond à la teinte du rayon extraordinaire observée sous l'incidence perpendiculaire, la teinte ou l'épaisseur correspondante à une autre incidence quelconque θ' sera

Dans la première série $e\,[1 - \varphi\theta']$

Dans la seconde..... $e\,[1 + \varphi\theta']$

en convenant de prendre les épaisseurs négatives égales aux épaisseurs positives de même valeur, ou, ce qui revient au même, en continuant la table de Newton au-delà du zéro des teintes par les mêmes périodes qu'en-deçà.

On voit maintenant pourquoi dans toutes les lames de mica de même nature le zéro des teintes arrive toujours sous la même incidence indépendamment de l'épaisseur; et soit que l'on prenne une simple lame ou qu'on en superpose plusieurs, en mettant leurs axes parallèles. Cela tient à ce que la valeur de θ', qui produit ce phénomène, est donnée par l'équation $0 = 1 - \varphi\theta'$, laquelle est absolument indépendante de l'épaisseur e.

Maintenant quelle est la forme de cette fonction $\varphi\theta'$, c'est précisément celle que nous avons déja vue être d'un si grand usage dans ces recherches. C'est le produit $K \sin. \theta' \tang. \theta'$, qui, en supposant K une constante arbitraire, représente le produit de la force polarisante par l'espace que la lumière parcourt dans l'intérieur des lames. Nous avons même un moyen très-simple pour déterminer θ', c'est de faire servir l'équation même que nous venons d'établir à calculer l'incidence où les teintes deviennent nulles; car, en nommant θ' l'angle de réfraction pour lequel ce phénomène est arrivé, on aura

$$1 = K \sin. \theta' \tang. \theta',$$

d'où l'on tire

$$K = \frac{1}{\sin. \theta' \tang. \theta'}.$$

Nous voyons dans la première série que le rayon extraordinaire s'est évanoui lorsque l'incidence en grades a été de

$39^{\mathrm{s}},10$, qui répond à 35° 11′ 24″, nous pouvons donc achever le calcul comme on le voit.

$$\begin{array}{rrl}
\theta = 35^\circ\,11'\,24'' & \text{log. sin. } \theta = & \bar{1},7606409 \\
 & \text{log. rap. réf.} = & 0,1760913 \\
\hline
 & \text{log. sin. } \theta' = & \bar{1},5845496 \quad \theta' = 22^\circ\,35'\,36'' \\
 & \text{log. tang. } \theta' = & \bar{1},6192220 \\
\hline
 & & \bar{1},2038716 \\
 & \text{log. } \mu = & 0,7961284
\end{array}$$

C'est le logarithme du facteur dont il nous faut faire usage. Pour le vérifier, prenons tout de suite le dernier nombre de la seconde série, qui répond à l'incidence $71^{\mathrm{s}},68$ ou 64° 30′ 40″, ce qui donne

$$\begin{array}{rrl}
\theta = 64^\circ\,30'\,40'' & \text{log. sin. } \theta = & \bar{1},9555284 \\
 & \text{log. rap. réf.} = & 0,1760913 \\
\hline
 & \text{log. sin. } \theta' = & \bar{1},7794371 \quad \theta' = 36^\circ\,59'\,50'' \\
 & \text{log. tang. } \theta' = & \bar{1},8770706 \\
\hline
e = 10,4 & \text{log. } e = & 1,0170333 \\
 & \text{log. } \mu = & 0,7961284 \\
\hline
 & \text{log. variation} & 1,4696694 \\
 & \text{qui répond au nombre} & 29,49 \\
 & \text{ajoutez la teinte fondamentale} & 10,40 \\
\hline
 & \text{vous aurez pour somme} & 39,89
\end{array}$$

qui répond presque exactement au milieu du bleu verdâtre et du rouge du sixième ordre d'anneaux. Or, c'est précisément le rouge de cet ordre que l'on a observé sous cette

incidence, comme on le voit dans le tableau de cette série, de sorte que dans cette épreuve nous avons fait parcourir à nos formules toute l'étendue des anneaux observables. On peut répéter le même essai sur tous les autres nombres de la table, on le trouvera aussi satisfaisant.

Au moyen de cette loi on pourra prévoir la teinte du rayon extraordinaire lorsque l'incidence sera donnée, ou réciproquement on pourra calculer l'incidence d'après la teinte, au moyen des formules de la page 340; la teinte du rayon extraordinaire E étant connue, celle du rayon ordinaire O l'est aussi, puisqu'elle est complémentaire de l'autre. On connaîtra donc la nature de ces deux teintes, leurs intensités qui sont celles des anneaux auxquels elles appartiennent, et enfin les variations de ces intensités dans les différens azimuts au moyen des formules

$$F_o = O \cos^2 \alpha + E \cos^2 (2A - \alpha)$$
$$F_e = O \sin^2 \alpha + E \sin^2 (2A - \alpha)$$

De sorte que le problême de la détermination des intensités et des teintes se trouve généralement résolu pour le mica, relativement à toutes les incidences, dans le cas où l'axe de la lame est situé dans le plan d'incidence ou lui est perpendiculaire, quelle que soit d'ailleurs l'incidence du rayon polarisé sur la lame ; et l'on voit de plus que ces formules n'offrent pas seulement une évaluation empirique, mais une théorie fondée sur les faits.

J'ai encore soumis cette théorie à une épreuve plus décisive. S'il est vrai que les phénomènes du mica soient réellement produits par la combinaison de deux axes rectangulaires, l'un parallèle, l'autre perpendiculaire au plan des

lames, comme nous avons été conduits à le supposer, on doit en assemblant un pareil système de forces tirées de divers corps cristallisés, reproduire tous les phénomènes que le mica présente, c'est-à-dire les variations des teintes et les inversions de leur marche sous les diverses inclinaisons. C'est en effet ce qui a lieu. J'ai assemblé ainsi des plaques de chaux sulfatée parallèles à l'axe de cristallisation et des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe. La lumière exposée à leur action simultanée s'est comportée précisément comme elle l'aurait fait en traversant une plaque de mica. J'ai substitué à la plaque de cristal de roche, des lames de mica qui n'avaient point d'axe dans le plan de leur surface, mais qui avaient seulement un axe perpendiculaire, les mêmes phénomènes ont eu encore lieu. Je leur ai substitué des lames minces de mica cristallisées, mais d'épaisseurs égales, et croisées à angles droits de manière à détruire l'action des axes situés dans le plan de leur surfaces pour ne laisser subsister que celle de l'axe perpendiculaire, les mêmes effets se sont encore reproduits. Ainsi, de quelque manière que l'on développe ces forces, quel que soit le cristal duquel on les tire, lorsqu'on les assemble de la même manière elles déterminent toujours les mêmes effets. Cette épreuve rigoureuse achève de montrer que les phénomènes de polarisation produits par le mica, la chaux sulfatée, le cristal de roche, sont réellement reductibles à des forces attractives et répulsives, émanées de leurs axes et qui agissent sur les molécules lumineuses suivant les lois que j'ai exposées ; en sorte que la seule considération de ces forces peut désormais être substituée avec certitude à tous les détails des faits.

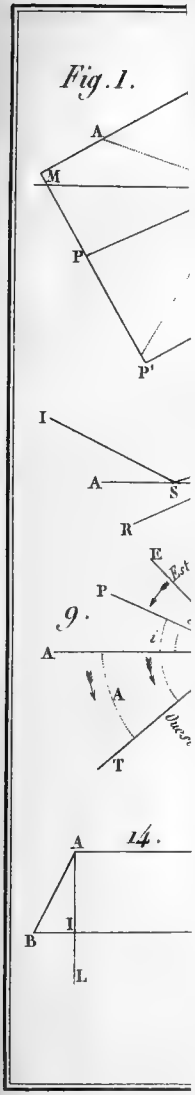
Et d'après cela tous les phénomènes de polarisation pro-

gressive, en apparence si compliqués, si divers, que présentent les plaques de ces cristaux taillées dans des sens quelconques, lorsqu'on les expose à un rayon polarisé, ne sont plus que des conséquences d'une seule théorie qui est elle-même la concentration d'un petit nombre de faits principaux. Beaucoup d'autres substances présentent des phénomènes analogues qui méritent d'être étudiés avec le plus grand soin; mais, avant de se jeter dans cette diversité, il fallait trouver un fil qui pût y conduire, et déterminer les systêmes de forces que l'on aurait à y observer; c'est ce que j'ai tâché de faire dans ce long et pénible travail. J'ose engager les physiciens à tourner leur attention vers ce genre de recherches, ils en trouveront peu de plus intéressantes et de plus fécondes; ce sont eux qui doivent établir par l'expérience toutes les données nécessaires pour que l'on puisse faire dépendre ces mouvemens de la lumière de l'action attractive ou répulsive des molécules des cristaux, et peut-être nous devrons encore cette nouvelle découverte aux habiles géomètres qui dans ces derniers temps ont su assujétir au calcul les attractions à petites distances et les lois de l'électricité; mais, avant de tenter la même chose pour les molécules de la lumière, il faut, je crois, déterminer avec précision les déviations que leurs axes éprouvent en traversant les surfaces des corps. C'est une recherche délicate dont je m'occuperai aussitôt que j'aurai pour ces sortes d'expériences un instrument nouveau et extrêmement précis dont la Classe a bien voulu ordonner, pour moi, la construction.

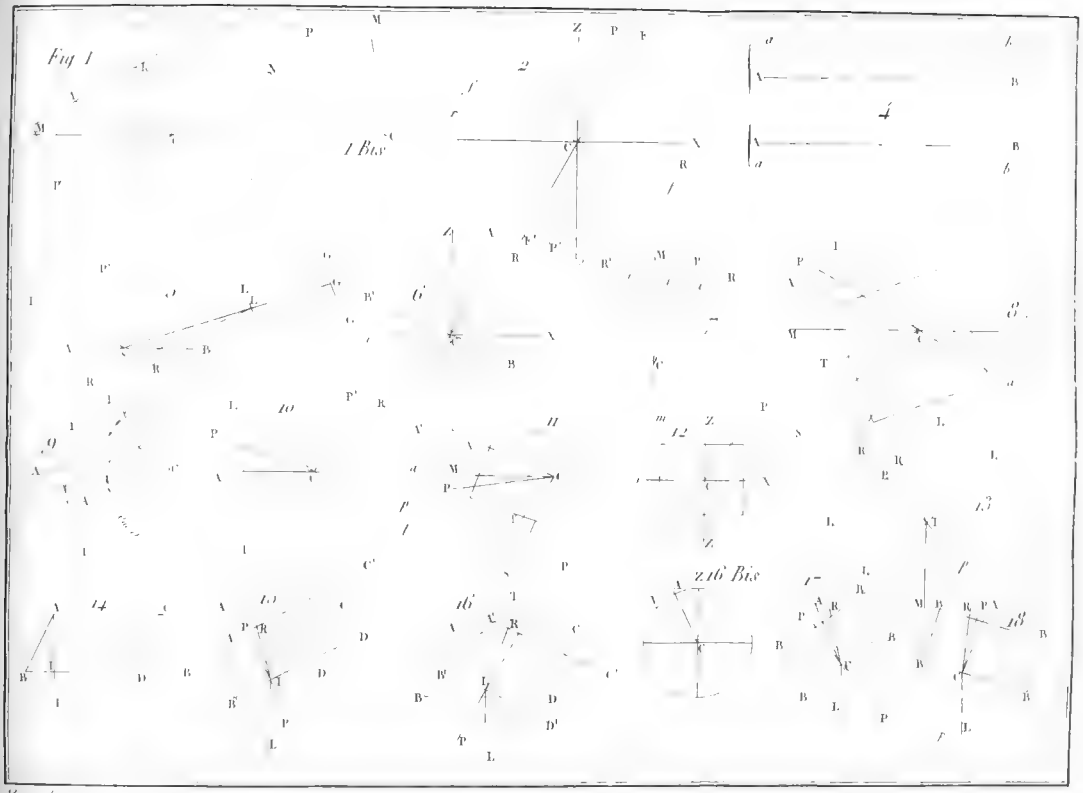
FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.

ERRATUM.

Page 106, titre de la 3e Partie, *en janvier* 1813; lisez: 8 *février* 1813.



Adam Sculp.



Vian. sc.

A

Adam Sculp.

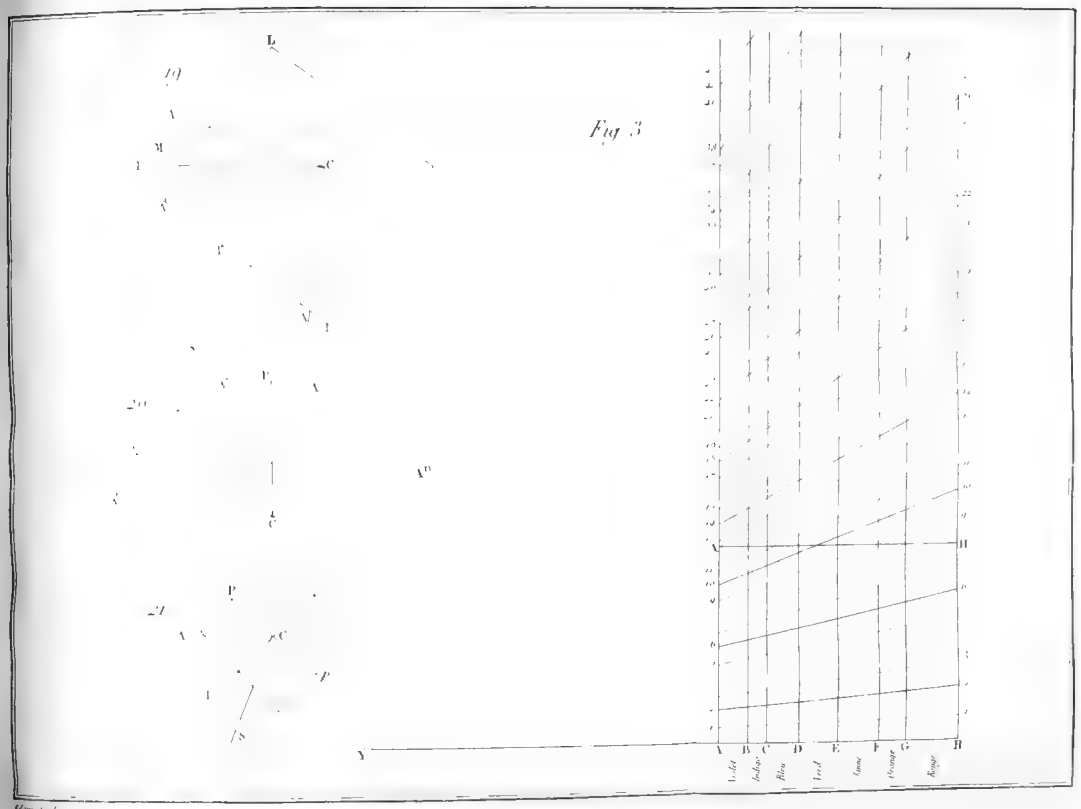


Fig. 3
A
B
C
D
E
F
G
H
Y

MÉMOIRES

DE LA CLASSE

DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

ANNÉE 1812.

TABLE

DES MÉMOIRES CONTENUS DANS CETTE SECONDE PARTIE.

L'Histoire de la Classe, jointe à cette Partie, contient :

N. B. Lorsque les deux parties de 1812 seront réunies ensemble, l'Histoire de la Classe sera mise en tête du volume.

MÉMOIRES

DE LA CLASSE

DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES DE L'INSTITUT DE FRANCE.

ANNÉE 1812.

SECONDE PARTIE.

A PARIS,

Chez FIRMIN DIDOT, Imprimeur de l'Institut de France, et Libraire pour les Mathématiques, rue Jacob, n° 24.

M. DCCC. XVI.

MÉMOIRES

DE LA CLASSE

DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME XVI.

PREMIÈRE PARTIE.

A PARIS,

CHEZ FIRMIN DIDOT, Imprimeur de l'Institut de France,
et libraire pour les Mathématiques, rue Jacob, n° 24.

M. DCCC. XVI.

HISTOIRE

DE LA CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES DE L'INSTITUT ROYAL DE FRANCE.

ANALYSE

Des travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Physiques de l'Institut, pendant l'année 1812.

PARTIE MATHÉMATIQUE.

PAR M. LE CHER DELAMBRE, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

Mémoire sur l'attraction des sphéroïdes homogènes, par M. le chevalier LEGENDRE.

C'EST pour la troisième fois que M. Legendre revient sur ce problême difficile, qui, depuis plus de soixante-dix ans, a occupé plusieurs géomètres d'un grand nom. Mac-Laurin, dans sa pièce sur le flux et reflux, qui partagea le prix de l'Académie des Sciences en 1740, l'avait résolu d'une manière

qui ne laissait rien à desirer, dans le cas où le point attiré est situé dans l'intérieur de l'ellipsoïde : il tenta de même l'autre cas où le point attiré est extérieur, mais il ne put en trouver qu'une solution particulière, relative à la supposition où ce point extérieur serait sur le prolongement de l'un des trois axes. Le théorême auquel il parvint ramenait ce cas particulier à celui où le point attiré serait sur la surface même de l'ellipsoïde, et à l'extrémité de l'un des axes. M. le comte Lagrange, par une analyse élégante, avait confirmé tous les résultats de Mac-Laurin; d'Alembert les avait démontrés dans les Mémoires de Berlin; M. Legendre, dans le tome X des Mémoires présentés, en donna une nouvelle démonstration; et, en considérant généralement l'attraction des sphéroïdes de révolution sur un point extérieur, il réussit à la ramener à l'attraction sur un point situé dans l'axe du solide, quelle que fût d'ailleurs la figure du méridien. Il restait à montrer comment la solution pourrait s'étendre à tous les ellipsoïdes. C'est ce que fit M. Laplace, dans son beau travail sur la figure des planètes, en donnant le développement en série des attractions des sphéroïdes quelconques. Excité par le desir de vaincre plus directement une grande difficulté, M. Legendre revint en 1788 sur ce même objet; il y montra que le théorême de Mac-Laurin, pour les points situés dans le prolongement des trois axes, pouvait être étendu à tous les points situés dans le plan de l'une quelconque des trois sections principales du solide; et, considérant enfin le problême dans toute sa généralité, il fit voir qu'on pouvait vaincre les difficultés de l'intégration; mais il avoue que son analyse était d'une extrême complication.

M. Biot, par une heureuse combinaison d'un théorême de

M. Legendre avec une intégrale complète, sur laquelle M. le comte Lagrange avait fondé sa théorie des fluides, était parvenu depuis à ramener l'attraction d'un ellipsoïde sur un point extérieur, au cas où ce point est situé sur la surface même de l'ellipsoïde.

Après tant d'efforts, où l'on paraissait avoir épuisé toutes les ressources que peut offrir l'analyse la plus savante, on n'espérait plus guère que l'on pût arriver à une solution plus facile. C'est pourtant ce qu'on vient de voir dans un Mémoire de M. Ivory, qui, par une transformation aussi simple qu'ingénieuse, a démontré que l'attraction d'un ellipsoïde homogène sur un point extérieur quelconque peut se ramener immédiatement à celle d'un second ellipsoïde sur un point intérieur. « Ainsi, dit M. Legendre, les difficultés d'ana-« lyse que présentait le problême traité par tant de moyens « différens, disparaissent tout d'un coup; et une théorie, qui « appartenait à l'analyse la plus abstruse, peut maintenant « être exposée dans toute sa généralité, d'une manière presque « entièrement élémentaire. » Le but de M. Legendre dans le nouveau Mémoire qu'il a communiqué à la Classe, a été de profiter de cette découverte de M. Ivory, pour présenter la théorie entière de l'attraction des ellipsoïdes homogènes, avec toute la simplicité dont elle est devenue susceptible.

Il rappelle d'abord les formules générales du problême, qui s'étendent à tous les points quelconques intérieurs ou extérieurs à l'ellipsoïde : il expose ensuite d'une manière lumineuse, le procédé de M. Ivory, lequel consiste à faire passer par le point extérieur la surface d'un second ellipsoïde, dont les sections principales soient situées dans les mêmes plans, et décrites des mêmes foyers que les sections

correspondantes de l'ellipsoïde donné. On prend ensuite, sur la surface du premier ellipsoïde, un point tel que chacune de ses coordonnées soit à l'ordonnée correspondante du point extérieur, dans le même rapport que les demi-axes analogues des deux ellipsoïdes; le point ainsi choisi sera intérieur au second ellipsoïde, on en saura calculer l'attraction, parallèlement à chacun des trois axes du second ellipsoïde : pour en déduire les trois attractions du point extérieur au premier ellipsoïde, il suffira de multiplier celles du second par les rapports entre les produits des deux autres axes dans les deux ellipsoïdes; d'où l'on voit que, par une simple multiplication, le second cas du problême général, regardé jusqu'à-présent comme sujet à de grandes difficultés, se trouve ramené au premier cas déja complètement et élégamment résolu; il ne restait donc qu'à exposer cette ancienne solution, pour completer entièrement la théorie de l'attraction des ellipsoïdes homogènes. Ici M. Legendre abandonne M. Ivory, qui n'a résolu ce cas que par les séries, pour reprendre la méthode de M. Lagrange, qui réduit le problême aux quadratures, et permet l'usage des méthodes connues d'approximation.

Si l'ellipsoïde diffère très-peu d'une sphère, alors les séries qui expriment les attractions deviennent très-convergentes, la loi que suivent les coëfficiens est facile à saisir, et M. Legendre en donne les expressions.

Si l'on ne veut pas avoir recours aux séries, ou si les excentricités des sections principales sont trop grandes pour que les séries convergent assez, alors M. Legendre a recours aux transcendantes elliptiques, dont il a donné la théorie dans ses exercices de calcul intégral

Les formules se simplifient beaucoup si l'ellipsoïde a deux axes égaux, ou lorsqu'il devient un sphéroïde de révolution. Mais ces formules simplifiées ne sont pas tout-à-fait les mêmes pour le sphéroïde applati, et pour le sphéroïde allongé.

Enfin, comme malgré la simplification inespérée qui résulte du procédé de M. Ivori, la solution est encore longue et assez épineuse, M. Legendre rassemble en un tableau synoptique toutes les formules qu'il faut successivement évaluer; et cette réunion ne peut être qu'infiniment agréable aux jeunes géomètres, qui ne trouveront nulle part une théorie aussi complète, aussi variée, et aussi usuelle, de ce problême difficile.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs, par M. Poisson.

L'hypothèse la plus généralement répandue aujourd'hui pour expliquer les phénomènes électriques, est celle qui les attribue à deux fluides dont les propres molécules se repoussent mutuellement, tandis qu'elles attirent les molécules de l'autre fluide.

C'est dans cette supposition que Coulomb a calculé les phénomènes qu'il avait observés, et il est parvenu à démontrer que ces attractions et ces répulsions suivaient la loi inverse du quarré des distances. Si cette hypothèse n'a pas encore toute la certitude desirable, elle offre du moins dans toutes ses parties une liaison qui peut soutenir la confiance, en attendant une démonstration complète, qui ne peut se tirer que de l'accord constant du calcul avec les phénomènes observés.

Ce sont encore ces mêmes principes que suppose M. Poisson dans le travail que nous annonçons; son objet est de déterminer analytiquement la manière dont l'électricité se distribue à la surface des corps conducteurs, de comparer ses calculs à des observations authentiques, pour y trouver, s'il est possible, une confirmation de l'hypothèse qu'il adopte.

Si toutes les parties d'un corps renferment une égale quantité de l'un et de l'autre fluides, aucun signe d'électricité ne se manifeste; on dit que le corps est dans son *état naturel:* alors, si l'on y introduit une quantité donnée de l'un ou l'autre fluide, ce fluide ajouté se distribuera à la surface du corps, où il sera retenu par l'air environnant. C'est ce que Coulomb a démontré. Il se formera donc à la surface du corps une couche extrêmement mince, dont l'épaisseur, en chaque point, dépendra de la forme du corps; elle doit prendre la figure propre à l'équilibre.

M. Poisson prouve que le problême se réduit à trouver quelle doit être l'épaisseur de la couche fluide en chaque point de la surface, pour que l'action de la couche entière soit nulle dans l'intérieur du corps électrisé. Cette épaisseur sera la plus grande au sommet du plus grand des trois axes, et la plus petite au sommet du plus petit; et ces épaisseurs seront entre elles comme les longueurs des axes. En supposant que l'épaisseur de cette couche devienne très-petite, on en conclura la distribution de l'électricité à la surface d'un sphéroïde peu différent d'une sphère. Ce cas, et celui de l'ellipsoïde, sont les seuls où, dans l'état actuel de la science, il soit possible d'assigner l'épaisseur variable de la couche fluide.

En faisant usage des formules de l'attraction des sphé-

roïdes, on calculera l'attraction de la couche sur un point pris en-dehors ou à la surface du corps électrisé. Par ce moyen, M. Poisson a trouvé qu'à la surface d'un sphéroïde peu différent d'une sphère, la force répulsive du fluide est proportionnelle à son épaisseur en chaque point; il en est de même à la surface d'un ellipsoïde de révolution, quel que soit le rapport de ses axes. Ainsi, dans ces deux espèces de corps, la répulsion électrique est la plus grande dans les endroits où l'électricité est accumulée en plus grande quantité; il est assez naturel de penser que ce résultat est général, mais il est fort difficile d'en donner une démonstration analytique. M. le comte Laplace l'a démontré d'une manière purement synthétique, que l'on trouvera dans le Mémoire, et de laquelle il résulte que par-tout la force répulsive est proportionnelle à l'épaisseur; on en peut conclure que la pression varie à la surface du corps électrisé, et qu'elle est proportionnelle au quarré de l'épaisseur. Dans les endroits où cette pression vient à surpasser la résistance que l'air lui oppose, l'air cède, et le fluide s'écoule comme par une ouverture : c'est ce qui arrive à l'extrémité des pointes et sur les arêtes vives des corps anguleux.

Le principe qui sert de base à toute cette théorie, s'applique également au cas d'un nombre quelconque de corps conducteurs soumis à leur influence mutuelle; il fournira, dans chaque cas, autant d'équations que l'on considère de corps conducteurs, et ces équations serviront à déterminer l'épaisseur variable de la couche qui enveloppera ces différens corps.

M. Poisson se borne, pour le présent, à donner les équations pour deux sphères de différens rayons, formées d'une

matière parfaitement conductrice, et placées à une distance quelconque l'une de l'autre. Lorsque les deux sphères se touchent, les équations s'intégrent sous une forme très-simple par des intégrales définies. Elles font voir que l'épaisseur est nulle au point de contact, c'est-à-dire que si deux sphères, de rayons quelconques, sont mises en contact et électrisées en commun, il n'y a aucune électricité au point par lequel elles se touchent; et en cela le calcul est parfaitement conforme avec les expériences de Coulomb. (Acad. des Sciences, 1787).

Dans le voisinage de ce point, et jusqu'à une assez grande distance, l'électricité est très-faible sur les deux sphères; lorsqu'elle commence à devenir sensible, elle est d'abord plus intense sur la sphère la plus grande; elle croît ensuite plus rapidement sur la plus petite; en sorte qu'au point diamétralement opposé au point de contact, elle est toujours plus grande sur la plus petite sphère qu'au point correspondant sur l'autre sphère.

Si les sphères viennent à se séparer, chacune emporte la quantité totale d'électricité dont elle était couverte; et dès qu'elles sont soustraites à leur influence réciproque, cette électricité se distribue uniformément sur chaque sphère. Or, le rapport des épaisseurs moyennes est donné par cette analyse, en fonction du rapport des deux rayons; ainsi la formule de M. Poisson renferme la solution de ce problême de physique: *Trouver suivant quel rapport l'électricité se partage entre deux globes qui se touchent, et dont les rayons sont donnés.* Ce rapport est toujours moindre que celui des surfaces, en sorte qu'après la séparation, l'épaisseur est toujours plus grande sur le plus petit des deux globes. Le rapport

entre ces deux épaisseurs tend vers une limite constante qui est égale au quarré du rapport de la circonférence au diamètre, divisé par 6; ce qui vaut à-peu-près $\frac{5}{3}$: ainsi, quand on pose sur une sphère électrisée une autre sphère d'un diamètre très-petit, relativement à celui de la première, l'électricité se partage entre les deux corps dans le rapport d'environ cinq fois la petite surface à trois fois la plus grande.

Coulomb avait tenté de déterminer ce rapport par expérience; il l'avait toujours trouvé au-dessous du nombre 2 ou de $\frac{6}{3}$, d'où il avait conclu que la limite devait être le nombre 2. On sent bien que cette limite n'était pas de nature à être déterminée avec une certaine précision par l'expérience; ainsi, loin d'objecter à la théorie la différence qui se trouve entre l'observation et le calcul, on aura bien plutôt lieu d'être surpris du grand accord que l'on remarque entre les résultats de la formule et ceux d'observations faites il y a plus de vingt-cinq ans, et que M. Poisson rapporte à la fin de son Mémoire. En effet, nulle part la différence ne s'élève à un *trentième* de la quantité qu'on voulait déterminer.

Jusqu'ici M. Poisson n'a considéré qu'un seul corps électrisé, ou plusieurs corps qui se touchent, de manière que le fluide électrique puisse passer librement d'un corps sur un autre; il montre ensuite comment l'analyse s'applique également au cas où les deux fluides se trouvent à-la-fois sur une même surface. Il choisit deux sphères séparées par un intervalle très-grand, par rapport à l'un des deux rayons. Si l'on suppose que la petite sphère n'était pas électrisée primitivement, et qu'elle ne le soit que par l'influence de la grande, on trouve que l'électricité contraire à celle de la grande sphère se porte vers le point qui en est le moins

éloigné, et l'électricité semblable, vers le point opposé; les électricités contraires en ces deux points sont à-peu-près égales, et la ligne de séparation diffère peu du grand cercle perpendiculaire à la ligne qui joint les deux centres, et divise la petite sphère en deux parties égales. Le calcul donne, par des formules très-simples, la quantité et l'espèce de l'électricité en chaque point des deux surfaces. Les Mémoires de M. Coulomb n'offrent aucune observation à laquelle ces formules s'appliquent directement, mais on trouve, dans ces mêmes Mémoires, un fait curieux, qui, par sa liaison avec les formules, fournit une nouvelle confirmation de la théorie.

Nous n'entrerons dans aucun détail sur ce fait, pour lequel nous renverrons au Mémoire de M. Poisson. Nous n'aurions pas même entrepris l'extrait qu'on vient de lire, si cette analyse des travaux de la Classe n'était destinée à paraître séparément, car M. Poisson a mis lui-même, en avant de son ouvrage, une introduction claire et précise, où il a renfermé tout ce qui peut être lu par un physicien qui n'est point familiarisé avec l'analyse transcendante. Cette clarté, qui est la marque d'un esprit supérieur à l'objet qu'il traite, se remarque également dans le développement de son analyse; par-tout il s'attache à montrer comment ses théorêmes s'accordent avec les observations. Cette espèce de démonstration ne serait pas encore inutile, quand même l'hypothèse fondamentale ne serait plus susceptible du moindre doute. C'est la seule, dans tous les cas, qui puisse inspirer quelque confiance à ceux quî, capables de calculer une formule, ne le sont pas d'en suivre la démonstration. Elle peut contribuer à répandre le goût de l'analyse, en prouvant qu'elle est

le flambeau qui pourra dissiper l'obscurité qui couvre encore des parties très-importantes de la physique; et l'on apprendra avec plaisir que M. Poisson se propose de suivre ces recherches, et de les étendre à d'autres cas plus compliqués, pour lesquels il trouvera des moyens semblables de vérification dans les Mémoires de Coulomb.

Recherches de M. Biot *sur la lumière.*

La longueur de cet article nous oblige à le supprimer, et à renvoyer aux Mémoires dont il était littéralement extrait.

Mémoires sur plusieurs nouveaux phénomènes d'optique, par M. Arago.

Nous aurions voulu pouvoir rendre un compte aussi détaillé de divers Mémoires dans lesquels M. Arago a exposé à la Classe ses nouvelles recherches sur la lumière. On y aurait vu des expériences non moins intéressantes, des idées théoriques, qui, pour être mises dans un jour convenable, exigent d'autres expériences, dont M. Arago a conçu l'idée et formé le projet. Mais, ne pouvant se livrer à ce travail que dans les courts instans de loisir que lui laissent ses fonctions d'astronome à l'Observatoire royal, il n'a pu communiquer à la Classe ses observations et ses idées qu'à mesure qu'il avait pu les rédiger dans des notices détachées. Il se propose de les compléter et de les classer dans un ordre plus lumineux. Ainsi, nous nous voyons à regret forcés de remettre à l'histoire de 1813 le détail de ces expériences, faites pour jeter un nouveau jour sur l'un des points les plus épineux de l'optique, c'est-à-dire l'explication des phénomènes de la coloration des corps.

Mémoires divers, par M. ROCHON.

M. Rochon, en communiquant à la Classe quelques recherches nouvelles auxquelles il s'est livré dans le cours de l'année 1812, a eu l'occasion de rappeler plusieurs travaux anciens, ou peu connus, ou qui étaient intimement liés à ce qu'il présentait de nouveau. Ainsi, dans un Mémoire sur l'art de multiplier les copies, il a fait souvenir des procédés du célèbre Franklin, qui le premier avait apporté en France l'art de multiplier l'écriture. M. Rochon avait alors perfectionné ces procédés, en donnant une machine à graver qui obtint le suffrage de l'Académie des sciences. En continuant ce sujet, il avait prouvé par ses expériences que les coins antiques de bronze, composés de cuivre durci par l'étain, ont dû être fabriqués par une méthode semblable à celle qui est aujourd'hui connue sous le nom de *cliché*. Il indique ensuite d'autres procédés qui montrent la part qu'il a prise au progrès de l'art de multiplier les copies.

Dans un second Mémoire, il a expliqué la construction d'un micromètre prismatique, propre à mesurer avec exactitude les diamètres du soleil et de la lune. L'objectif de ce micromètre est composé de cristal de roche et de flint-glass; il est en même-temps achromatique, et donnant par ses coupes une double réfraction de 26 minutes, ce qui ne suffit pas encore pour ces mesures, qui exigeraient une réfraction de 32 minutes au moins. Mais un prisme achromatique intérieur de cristal, comme celui des micromètres ordinaires, se mouvant le long de l'axe, achève de compléter la mesure, quoiqu'il n'ait qu'une double réfraction de 6 minutes : parce qu'on peut choisir les instans où les diamètres apparens

n'ont que 30 ou 31 minutes. L'avantage de cette construction serait que dans une lunette de cette nature, en supposant 2 mètres seulement de longueur focale, chaque seconde occuperait un espace de 3 millimètres; ainsi, il ne serait pas difficile d'estimer les dixièmes de seconde. Avant cette amélioration de son micromètre, M. Rochon avait mesuré les diamètres des planètes plus petites; et, par le calcul de ces observations, nous avions en général trouvé quelque chose à retrancher des diamètres adoptés communément par les astronomes. Il sera curieux de voir si, par les mesures que M. Rochon prendra sur le soleil et la lune avec son nouvel instrument, nous aurons une diminution semblable sur les diamètres de ces deux astres, qui sont d'une toute autre importance pour l'astronomie pratique, et qui en effet ont toujours été trouvés plus petits de quelques secondes, à mesure que les lunettes se perfectionnaient.

Dans un troisième Mémoire, M. Rochon a donné la théorie générale des instrumens servant à la mesure des angles, soit par les miroirs, soit par les prismes achromatiques de verre ou de cristal de roche.

Le quatrième a pour objet l'emploi des gazes métalliques, pour rendre les édifices incombustibles. Il y rapporte un essai fait par M. Dyle, qui a revêtu de son ciment impénétrable à l'eau six mètres quarrés de ces gazes.

Dans un cinquième Mémoire sur l'imprimerie, après avoir parlé de l'origine et des progrès de cet art, il a indiqué les moyens d'employer un petit nombre de caractères à l'impression d'un grand ouvrage, et notamment à celle des tables logarithmiques.

Un sixième était destiné à démontrer les avantages qui

résulteraient, dans certaines circonstances, de l'emploi du mica, vulgairement nommé verre de Moscovie, pour l'éclairage.

Le 22 juin, M. Rochon a présenté à la Classe un instrument qui, à l'aide d'une formule de M. le comte Lagrange, réduit promptement une distance apparente de la lune au soleil en distance vraie. Un prisme de cristal de roche y donne la double image de la lune sous un angle constant de 30 minutes. Par le mouvement circulaire de ce prisme, derrière la partie transparente du petit miroir, on obtient la correction de l'effet combiné de la parallaxe et de la réfraction; il suffit d'une simple proportion, quand on a observé deux distances de la lune au soleil, et que dans cette double opération on a mis en contact les deux images de la lune successivement; la différence entre ces deux distances, comparée avec celle de 30 minutes, donnera celle qui résulte de l'effet variable de la réfraction et de la parallaxe. Le moyen est très-ingénieux; il ne reste plus qu'à consulter l'expérience pour en constater la précision.

Dans un septième Mémoire, M. Rochon a donné un procédé nouveau pour connaître, par la hauteur moyenne de l'homme, la distance à laquelle cet homme se trouve de l'œil de l'observateur. On sent que la détermination ne peut être rigoureuse, mais elle peut avoir son utilité dans des opérations de tactique militaire. L'instrument esr fort simple, on n'y fait aucun usage du contact des deux images; il suffit que les pieds de la première image paraissent dans un même alignement horizontal avec la tête de la seconde; ce dont on peut juger presque aussi exactement que du contact.

Enfin, le dernier Mémoire de M. Rochon a pour objet de

rendre potable l'eau de la mer. Il avait entrepris ce travail il y a déja long-temps, et l'avait suspendu, quand il eut appris que feu notre confrère Meusnier s'occupait de ce problême. Le moyen de M. Rochon consiste en un grand alambic propre à faire le vide en grand, non pas dans la dernière perfection; il suffit d'affaiblir la pression de l'air au point où l'eau entre en ébullition sous le cinquantième degré du thermomètre de Réaumur.

On voit par cet exposé que M. Rochon cherche tous les moyens d'être utile, et que son zèle lui suggère des ressources aussi variées que les objets auxquels il les applique.

Astronomie.

M. Bouvard annonçait à la Classe, le 3 août, la découverte qu'il avait faite, le 1er du même mois, d'une petite comète dans la constellation du lynx. Au sortir de la séance on reçut une lettre de M. Blanpain, directeur de l'observatoire de Marseille, par laquelle il communiquait trois observations de la même comète, qui avait été aperçue, dix jours plutôt, à Marseille, par M. Pons, concierge de l'Observatoire. Cette comète était petite; les observations, au moins à Paris, ont été peu nombreuses et difficiles. MM. Bouvard et Nicolet en ont calculé l'orbite, qui ne ressemble à aucune de celles que nous connaissons.

Les astronomes ne négligent aucune occasion pour compléter les tables où l'on a réuni toutes ces orbites. M. Lindenau vient très-nouvellement de publier un supplément à toutes ces tables; on y trouve une quarantaines d'orbites nouvellement déterminées; vingt-deux l'ont été par M. Burckhardt,

et de ce nombre n'est pas encore la comète de 1695, dont il a récemment calculé l'orbite sur des observations qu'il a trouvées dans les manuscrits de l'Observatoire. Le même astronome a donné des recherches sur les mouvemens des étoiles de Cassiopée.

Tables de la lune par M. BURCKHARDT.

Déja nous avons annoncé ces tables comme prêtes à paraître, et nous n'avons rien à changer à la notice que nous en avons donnée dans l'histoire de 1811. Mais nous pouvons aujourd'hui ajouter quelques détails de plus sur leur composition et leur degré relatif de précision. Une commission nommée par le bureau des longitudes fut chargé de les examiner. Il fut décidé qu'elle choisirait un grand nombre d'observations distribuées sur les divers points de l'orbite lunaire, et qu'on les calculerait sur les tables de M. Burg et celles de M. Burckhardt, et que tous les calculs seraient faits doubles, pour éviter toute erreur. Pour comparer les différences entre les calculs et les observations, il fut résolu qu'on emploierait la méthode des moindres quarrés, comme celle qui devait fournir le résultat le plus probable. Pour la longitude, la somme des quarrés était de 7083″ pour M. Burg, et 4602″ seulement pour M. Burckhardt; la correction de l'époque pour le milieu de l'an 1804 était de 0″.2 et 0″.1, c'est-à-dire insensible; ces résultats étaient ceux de 167 observations faites à Greenwich et à l'Observatoire royal; par 137 observations faites à l'Observatoire royal et à celui de l'école militaire, les sommes des quarrés étaient de 6439″ et 4182″; la correction des longitudes moyennes pour le milieu de 1811, + 1″.4 et —0″.1.

Pour la latitude, la même méthode a prouvé que les nouvelles tables avaient un avantage à-peu-près pareil sur celles de M. Burg.

Les tables des deux auteurs, comparées aux observations de Lahire et de Flamsteed, ont indiqué, pour M. Burckhardt, un avantage réel quoique moindre.

M. Burg avait introduit une équation nouvelle à longue période; mais entre deux argumens presque également probables dont cette équation pouvait dépendre, M. Burg s'était décidé pour l'un : d'après de plus mûres réflexions et sur l'avis de M. Laplace, qui avait découvert cette équation, M. Burckhardt s'est décidé pour le second. Ses tables renferment 32 équations de longitude qui ne dépendent que des argumens moyens, et quatre qui dépendent des argumens successivement corrigés de toutes les équations précédentes. Les tables de la parallaxe sont calculées uniquement sur la théorie de M. Laplace.

OUVRAGES IMPRIMÉS.

Théorie analytique des Probabilités, par M. le comte LAPLACE.

Nous avons, dans l'histoire de l'an 1811, annoncé la publication prochaine de cet ouvrage, dont les deux parties ont paru à quelques mois d'intervalle dans le cours de 1812. La première contient des recherches préliminaires qui étaient indispensables pour l'intelligence de la seconde, où l'auteur s'est proposé des problêmes dont les difficultés exigeaient les ressources d'une analyse particulière; ainsi, après une

courte notice des auteurs qui ont jeté les premiers fondemens de la science des probabilités, et de ceux qui ont commencé à élever l'édifice, M. le comte Laplace expose sa théorie des fonctions qu'il appelle *génératrices à une ou deux variables;* il en explique l'interpolation, l'intégration, et les transformations. Les différentielles de ces problêmes renferment des facteurs élevés à de grandes puissances, qui nécessitent des règles particulières d'intégration. On sent qu'il nous est impossible de donner ici une idée, même imparfaite, de ce grand travail, pour lequel nous ne saurions non plus nous aider de l'analyse raisonnée qu'on en trouve à la fin de l'ouvrage. Nous n'en citerons qu'une remarque générale qui termine cette première partie. Quelquefois des séries convergent rapidement dans leurs premiers termes; mais souvent cette convergence diminue et finit par se changer en divergence; ce qui ne doit pas empêcher qu'on ne se serve de ces séries avec confiance, en n'employant que les premiers termes, quand le reste de la série, que l'on néglige, est le développement d'une fonction algébrique ou intégrale, très-petite par rapport à ce qui précède.

La seconde partie commence par les principes généraux, par des définitions de la probabilité des événemens simples ou doubles, de la probabilité d'un événement futur tirée d'un événement observé, ou d'un événement composé de plusieurs autres dont les possibilités respectives sont données. Des applications nombreuses servent à fixer les idées dans une matière si fugitive et si abstruse. On y voit ensuite les lois de la probabilité, qui résultent de la multiplication indéfinie des événemens; la probabilité des erreurs des résultats moyens d'un grand nombre d'observations, et les résultats

moyens les plus avantageux. Ce chapitre est un de ceux dont les applications sont les plus fréquentes et les plus faciles. Les physiciens, et sur-tout les astronomes, en pourront faire un usage presque continuel. Ils y trouveront quelle est la probabilité que la somme des erreurs sera renfermée dans telle ou telle limite. C'est le cas le plus ordinaire de l'astronomie. Quoiqu'il soit à-peu-près sûr que chaque observation est affectée d'une erreur, on sait presque toujours que cette erreur ne saurait passer une limite assez étroite. Pour corriger des tables, on les compare à un fort grand nombre d'observations, dont chacune donne une relation entre les effets des erreurs de chacun des élémens des tables. M. Laplace détermine par son analyse les méthodes qui doivent conduire aux résultats les plus probables. Il considère les cas où il n'y a que deux élémens à corriger, et ceux où ils sont en un nombre quelconque; et toujours il arrive à cette méthode que M. Legendre, qui en est le premier auteur connu, a nommée des moindres carrés; il faut supposer toutefois que le nombre des observations est très-grand. C'est d'après cette théorie que les tables de M. Burckhardt ont été jugées supérieures encore à celles de M. Burg, qui déja jouissaient d'un si haut degré de précision.

Les mêmes principes s'appliquent à la recherche des phénomènes et de leurs causes; et, ce qui est très-remarquable, on peut reconnaître l'effet très-petit d'une cause toujours constante, par une longue suite d'observations dont les erreurs peuvent excéder cet effet lui-même; ainsi l'on peut reconnaître que la variation diurne du baromètre dépend uniquement du soleil, quoique ces hauteurs soient aussi affectées d'autres inégalités qui n'ont pas une période aussi constante;

on peut reconnaître la petite déviation à l'est que la rotation de la terre produit dans un corps qui tombe librement d'une hauteur considérable. Cette remarque explique comment les astronomes ont pu être conduits à reconnaître certaines inégalités dans le mouvement de la lune : c'est ainsi que M. Laplace lui-même a été conduit, mais en connaissance de cause, à découvrir dans le mouvement de la lune deux inégalités fort petites, qui dépendent de l'aplatissement de la terre, qu'elles peuvent aussi déterminer. D'après les recherches astronomiques de MM. Burg et Burckhardt, M. Laplace s'arrête à un aplatissement de $\frac{1}{304}$; les degrés de France et du Pérou, de France et du cercle polaire, ont donné de $\frac{1}{308}$ à $\frac{1}{309}$; c'est encore par la même méthode que M. Laplace a été conduit à ses belles découvertes sur les inégalités de Jupiter et de Saturne. Il en conclut « qu'on doit se rendre attentif « aux indications de la nature, lorsqu'elles sont le résultat « d'un grand nombre d'observations, quoique d'ailleurs elles « soient inexplicables par les moyens connus..... Nous « sommes si éloignés de connaître tous les agens de la nature, « qu'il serait peu philosophique de nier l'existence des phé- « nomènes uniquement parce qu'ils sont inexplicables dans « l'état actuel de nos connaissances. Seulement nous devons « les examiner avec une attention d'autant plus scrupuleuse, « qu'il paraît plus difficile de les admettre..... La même « analyse peut être étendue aux divers résultats de la méde- « cine et de l'économie politique, même à l'influence des « causes morales ; car l'action de ces causes, lorsqu'elle est « répétée un grand nombre de fois, offre dans ses résultats « autant de régularité que les causes physiques. »

De ces objets, qui intéressent spécialement les savans,

l'auteur passe à des objets d'un intérêt plus général, tels que les problêmes des naissances. Par exemple, à Paris, il a trouvé que les naissances des garçons et des filles sont dans le rapport de 25 à 24; à Londres, dans le rapport de 19 à 18; dans le royaume de Naples, la Sicile non comprise, comme 22 à 21. Ces rapports approchent de l'égalité, sur-tout à Paris; mais dans les trois villes, le nombre des garçons l'emporte, et ce résultat paraît général, du moins en Europe.

Les naissances fournissent encore l'un des moyens les plus simples et les plus propres à déterminer la population d'un grand empire. Il en résulte pour la France une population de 42,529,267 individus, et la probabilité qu'on ne se trompe pas d'un demi-million dans cette évaluation, est de 1161 à 1, c'est-à-dire qu'il y a 1161 à parier contre un que le nombre n'est pas au-dessous de 42 millions ni au-dessus de 43.

Les mêmes formules servent à calculer les tables de mortalité, celles qui montrent pour chaque âge le nombre d'années de vie que l'on peut espérer; la durée moyenne des mariages, ou en général des associations de deux ou plusieurs personnes; enfin les espérances morales.

Dans les objets divers qui sont traités dans cet ouvrage, nous avons exprès choisi tout ce qui peut piquer la curiosité d'un plus grand nombre de lecteurs; mais les géomètres n'auront point de choix à faire, par-tout ils verront des méthodes savantes, réunies aux aperçus les plus ingénieux.

De la défense des Places fortes, ouvrage composé par ordre du gouvernement, pour l'instruction des élèves du corps du génie, par M. Carnot. 3e *édition.*

Nous avons, dans les analyses précédentes, annoncé les

deux premières éditions de cet ouvrage important. La troisième se distingue par un Discours préliminaire, où l'auteur démontre la nécessité d'abandonner un système imparfait pour en adopter un autre, que les progrès dans l'art de l'attaque ont rendu nécessaire, et par deux chapitres du plus grand intérêt. L'un, qui est le quatrième de la seconde partie, est composé en partie d'un Mémoire additionnel qu'on trouvait dans la seconde édition, mais qui a reçu des augmentations et des développemens qui en font un ouvrage nouveau; l'autre, qui est le cinquième, offre la série des opérations respectives de l'attaque et de la défense, mise en parallèle depuis le commencement du siége jusqu'à la fin.

C'est aux militaires instruits qu'il appartient de juger cette production distinguée. On peut voir dans le *Moniteur* ce qu'en disait peu de jours avant sa mort M. de Toulongeon, membre de l'Institut, et ce qu'écrivait quelques jours plus tard M. Ch. Dupin, officier au corps du génie maritime, distingué par ses connaissances mathématiques. Onze planches de la plus belle exécution ajoutent encore au mérite de cette nouvelle édition.

Mémoires de mathématiques, concernant la Navigation, l'Astronomie physique, l'Histoire, par M. Bossut.

Les trois premiers Mémoires de ce volume ont ou remporté ou partagé des prix proposés par l'Académie des Sciences; et, quoiqu'ils aient été imprimés dans le Recueil de cette compagnie, il serait très-difficile aujourd'hui de se les procurer; c'est ce qui a engagé M. Bossut à les reproduire; il y a joint des notes et des éclaircissemens sur plusieurs endroits de son

Histoire des mathématiques. Dans l'annonce que nous avons faite de cette Histoire dans une de nos précédentes notices, nous avions rapporté textuellement ce que M. Bossut avait mis dans la préface de son Histoire, pour prévenir les reproches que pourraient lui attirer quelques omissions involontaires. Il paraît, par l'avertissement qu'il a mis en tête de son nouveau Recueil, que ses précautions n'ont pas eu tout le succès qu'il en avait espéré; mais la preuve que ses protestations étaient sincères, se voit dans le soin qu'il a pris de profiter des notes et autres renseignemens qui lui sont parvenus. Le volume est terminé par le discours sur la vie et les ouvrages de Pascal, que M. Bossut avait mis à la tête de la collection complète des OEuvres de ce grand écrivain.

Élémens de géométrie, avec des notes, par M. LEGENDRE, *neuvième édition.—Géométrie descriptive, par MM.* MONGE *et* HACHETTE, *troisième édition.—Théorie des courbes du second degré, par M.* BIOT, *cinquième édition.—Physique de* FISCHER, *traduite de l'allemand, avec des notes de M.* BIOT, *seconde édition.*

Toute notice est inutile sur ces ouvrages dont la réputation est faite; et comme ils ont été lus et médités par tous ceux qui les ont acquis, on peut juger du bien qu'ils ont produit par le nombre d'éditions qu'ils ont eues en peu de temps. M. Legendre a inséré dans son ouvrage les théorêmes de M. Cauchy sur les polyèdres.

M. De Humboldt a donné la cinquième livraison des *Vues des Cordilières* et des *Monumens des peuples indigènes de*

l'Amérique. On attend avec impatience la première de son *Journal historique* qui est sous presse.

La première partie des *Leçons de mécanique analytique données à l'école royale polytechnique,* par M. de Prony, que nous avons annoncée, il y a deux ans, sur un exemplaire que l'auteur nous avait chargés de présenter en son nom à la Classe, n'a réellement été rendue publique que dans le cours de 1812, au retour de M. de Prony, appelé et retenu longtemps en Italie pour des travaux du plus grand intérêt.

Parmi les ouvrages envoyés par les correspondans de la Classe, nous pouvons citer deux cartes danoises transmises par M. Bugge, astronome royal à Copenhague;

Un mémoire sur la *construction des ponts de fer,* par M. Wiebeking; un traité complet sur *la théorie et la pratique du nivellement,* par M. Fabre, ingénieur en chef des ponts-et-chaussées.

Les rapports sur les ouvrages présentés par des savans étrangers à l'institut royal, ont à l'ordinaire occupé une partie des séances de la Classe, et du temps des membres auxquels elle en avait renvoyé l'examen. Pour ne rappeler ici que les objets qui ont obtenu l'approbation la plus entière, nous nous bornerons aux mémoires dont on va voir les titres.

Mémoire de M. Cauchy *sur les polygones et les polyèdres.* C'est celui dont M. Legendre a fait entrer les résultats dans ses élémens.

Verres plans et objectifs de M. Le Rebours.

C'est à la suite de ce rapport que le bureau des Longitudes a acquis, pour l'Observatoire royal, une lunette de M. Le

Rebours, qui lui a paru la meilleure qui existe dans les mêmes dimensions.

Mémoire sur le calorique rayonnant, par M. François de la Roche.

Mémoire de M. Binet jeune *sur le calcul des perturbations planétaires.*

Nouvelle machine hydraulique de M. Lingois.

Travaux de M. Jecker *pour l'optique, la marine et l'astronomie.*

Mémoire de M. Gauthier *sur les moyens généraux de construire graphiquement un cercle déterminé par trois conditions, et une sphère determinée par quatre.*

Mémoire de M. Servois, *pour déduire le calcul différentiel du calcul aux différences.*

Nouveau métier à bas, de M. Favreau.

A l'occasion de ce Mémoire, M. Desmarets, rapporteur, a recueilli les améliorations que d'autres artistes ou fabricans avaient antérieurement apportées à cette machine; et il en a composé un Mémoire que la Classe a jugé utile à l'histoire de l'art, et dont elle a ordonné l'impression dans un volume prochain.

Enfin, dans la dernière séance de l'année, la Classe a entendu deux rapports très-intéressans, l'un sur un ouvrage manuscrit ayant pour titre : *Développemens de géométrie rationnelle et analytique, et renfermant la théorie de la courbure des surfaces, avec des applications à la stabilité des vaisseaux, aux déblais et aux remblais, et à l'optique*, par M. Dupin, capitaine au corps du génie militaire. Ce manuscrit fait partie d'un ouvrage plus considérable, que l'auteur se propose de soumettre au jugement de la Classe, et qui est le

fruit des loisirs qu'ont pu lui laisser un service très-actif et des déplacemens continuels. L'autre avait pour objet plusieurs machines, au moyen desquelles M. Manoury d'Ectot est parvenu à résoudre, d'une manière variée autant qu'ingénieuse, ce problême d'hydraulique, dont l'exposé a l'air d'un paradoxe : *Élever l'eau au moyen de machines, dont toutes les parties sont constamment immobiles, et qui n'ont, par conséquent, ni pistons, ni soupapes, ni rien d'équivalent.*

NOTICE

SUR LA VIE ET LES OUVRAGES DE M. MALUS,

ET DE M. LE COMTE LAGRANGE,

PAR M. le Chevalier DELAMBRE, Secrétaire Perpétuel.

Lue le 3 janvier 1814 (1).

DEUX pertes cruelles en moins de quatorze mois ont affligé tous les amis des sciences, et porté le deuil dans les sections mathématiques de l'Institut Royal.

L'une immense et vraiment irréparable, est du moins accompagnée de toutes les consolations qu'un pareil malheur peut admettre. La carrière de M. Lagrange a été longue, heureuse et honorée; sa fin a été douce; il avait fait tout ce qu'on peut attendre du plus rare génie dans le petit nombre d'années dont se compose la plus longue vie. Si sa vieillesse vous avait étonnés par des productions dignes de son meilleur temps, c'était un phénomène que vous ne deviez pas vous flatter de voir souvent se renouveler. Vous avez à regretter sa présence, ses qualités personnelles, le secours de ses lumières ; les conseils et les encouragemens qu'il donnait à ceux qui pourront prétendre à le remplacer un jour. Mais

(1) La première de ces notices appartient à l'histoire de 1812, la seconde à celle de 1813; elles ont été réunies pour la même séance, on n'a pas voulu les séparer.

son esprit réside au milieu de vous dans les ouvrages nombreux et importans qu'il vous a laissés. Ses découvertes en faciliteront d'autres qui vous rappelleront le souvenir de ses heureux travaux; son nom ne périra jamais, son influence n'aura pas de bornes.

Mais qu'un jeune savant appelé tout récemment parmi vous pour son savoir et pour une découverte curieuse qui vous en promettait tant d'autres, vous soit enlevé presque aussitôt, quand vous commenciez à jouir d'une heureuse acquisition, c'est alors que la perte est vraiment entière et que le sentiment de vos espérances, si cruellement frustrées, ajoute encore à son amertume.

Étienne Louis Malus, dont la mort prématurée a fait naître ces douloureuses réflexions, était né à Paris le 23 juillet 1775, d'Anne-Louis Malus-du-Mitry, trésorier de France, et de Louise-Charlotte Desboves. La première éducation qu'il avait reçue chez ses parens avait été principalement dirigée vers la littérature; et il en avait si bien profité, que jusqu'à son dernier jour il eût pu réciter de longs fragmens de l'Iliade, et qu'à l'âge de dix-sept ou dix-huit ans il avait composé une tragédie en cinq actes et en vers, intitulée la *Mort de Caton*. Cet essai n'avait pas empêché qu'il ne donnât une bonne part de son temps à des études bien différentes, puisqu'à la même époque il avait soutenu avec succès un examen qui le fit admettre à l'école du génie. Après s'y être distingué par ses dispositions pour les mathématiques, il allait en sortir avec la qualité d'officier; mais, repoussé comme *suspect* par le ministre Bouchotte, et cette espèce d'interdiction civile lui ôtant tout espoir d'avancement, il se rendit aussitôt à l'armée du Nord, fut incorporé au quin-

zième bataillon de Paris, et comme simple soldat employé aux réparations du port de Dunkerque. M. Lepère, ingénieur des ponts-et-chaussées, qui présidait à ces travaux, ne tarda pas à le remarquer et à sentir combien il était déplacé. Sur son témoignage, Malus se vit rappelé par le Gouvernement, envoyé à l'école Polytechnique, où bientôt il fut chargé du cours d'analyse en l'absence de M. Monge.

Rétabli dans son ancien grade, suivant l'ordre de sa première nomination, il passa presque aussitôt à celui de capitaine, et fut employé à Metz en qualité de professeur de mathématiques.

C'est à cette époque (1797) que commence sa carrière militaire, et que dans l'armée de Sambre et Meuse, il se trouve au passage du Rhin, aux affaires d'Ukrath et d'Altenkirk. Cette même année fut aussi marquée par une circonstance plus douce, qui par la suite fit le charme de sa vie. C'est alors qu'il vit pour la première fois madame Malus (Wilhelmine-Louise Koch, fille du chancelier de l'Université de Giessen, dans le duché de Hesse d'Armstat). L'honneur et le devoir s'opposèrent à ce qu'il pût dès-lors réaliser le vœu le plus cher à son cœur. Il fut obligé de partir pour l'Égypte, il y assista aux batailles de Chebreïs et des Pyramides, à l'affaire de Sabisch; il fut nommé membre de l'Institut du Caire; mais sa vie était trop active et trop occupée pour qu'il pût se livrer au goût qui l'eût porté vers les sciences. Une seule occasion se présenta; il sut en profiter habilement. Dans une reconnaissance dont il fut chargé avec M. Lefèvre, ingénieur des ponts-et-chaussées, il eut la satisfaction de retrouver une branche du Nil, ignorée jusques-là des voyageurs; de tracer la description et la carte d'un

pays où nul Français n'avait pénétré depuis les croisades, (le Mémoire qu'il écrivit à ce sujet fait partie du tom. I de la décade égyptienne); mais c'est comme ingénieur militaire qu'il se distingua principalement pendant le cours de cette expédition mémorable.

Des dangers de toute espèce l'attendaient en Syrie, au siége d'El-Harisch et à celui de Jaffa, où il fit le service d'ingénieur. Après la prise de cette ville, il fut chargé d'en réparer les fortifications, et d'y établir des hôpitaux militaires; il y fut attaqué de la peste, dont il eut le bonheur de se guérir lui-même et sans aucun secours étranger. A peine rétabli, il court à Damiette pour des travaux analogues; de là il marche contre les Turcs qui débarquaient à Lesbek, se trouve à la bataille d'Héliopolis, à l'affaire de Coraïm, au siége du Caire; va établir à Bénisouef Saïoum un fort destiné à protéger la communication entre la Delta et le pays supérieur. Revenu au Caire, il contribue à fortifier cette ville pour la mettre en état de résister à trois grandes armées qui marchaient contre elle. Enfin, embarqué à Aboukir sur le parlementaire anglais le Castor, il arrive en rade de Marseille le 14 octobre 1801, et débarque au Lazaret de cette ville le 26 du même mois.

Épuisé par tant de fatigues et par les maladies affreuses qui avaient altéré sa santé pour toujours, il n'oublia point la parole qu'il avait donnée quatre ans auparavant; son premier soin fut d'aller chercher celle qui avait reçu cette promesse, qui ne s'y était pas montrée moins religieusement fidèle, et qui peut-être n'espérait plus le revoir. Il se l'associa, l'amena en France, et en reçut jusqu'au dernier moment les soins les plus tendres et les plus héroïques. Elle fit con-

stamment son bonheur, et n'a pu lui survivre. (Madame Malus est morte victime des soins qu'elle lui avait donnés, le 18 août 1813.)

Ce fut dans les premiers temps de cette heureuse union que M. Malus se fit connaître de vous, par un ouvrage où il traitait de la manière la plus générale et la plus rigoureuse, toutes les questions d'optique qui dépendent de la seule géométrie, où il exposait et calculait les phénomènes de la réflexion et de la réfraction, et suivait dans tous ses détours la marche du rayon lumineux. Cette production ramena l'attention sur un phénomène qui avait occupé Hughens et Newton (la double réfraction). Vous conçûtes l'espoir de voir enfin mieux connu un fait remarquable, dont les plus grands génies n'avaient pu trouver encore une explication entièrement satisfaisante. Vous en fîtes le sujet d'un prix; M. Malus le remporta en vous prouvant qu'aux connaissances analytiques, dont il avait fait preuve dans son premier ouvrage, il savait réunir la patience, l'adresse et la sagacité qui constituent le grand physicien. Par des expériences délicates, il découvrit dans la lumière des propriétés remarquables ou totalement inconnues, ou qui n'avaient jamais été mises en un si beau jour, enfin cette ressemblance de la molécule lumineuse avec l'aimant, qui fait qu'elle acquiert des pôles et une direction déterminée.

Ce succès lui ouvrit les portes de l'Institut où il remplaça un physicien dont une découverte brillante avait immortalisé le nom (Montgolfier).

Membre de la légion d'honneur et sous-directeur des fortifications à Anvers en 1804, sous-directeur du casernement au département de la Seine en 1809, membre du comité

des fortifications et major du génie en 1810, il fut en 1811 commandant en second, directeur des études de l'école polytechnique, dans laquelle, depuis plusieurs années, il remplissait, à la satisfaction des supérieurs et des élèves, les fonctions sévères d'examinateur; ces diverses occupations ne l'empêchaient pas de continuer les belles expériences sur lesquelles devait se fonder sa réputation et qui lui avaient mérité la médaille d'or que la société royale de Londres décerne chaque année au savant qui a su découvrir et constater un fait important en physique.

L'activité de Malus suffisait à tant de fonctions diverses; quoiqu'il portât dans son sein le germe de la maladie cruelle qui devait sitôt vous l'enlever, il ne laissait guères passer de mois, de semaines, sans vous soumettre les nouveaux fruits de ses recherches; quand sa santé ne lui permit plus d'assister à vos séances, un de ses amis vous entretenait encore de ses travaux; vous ne deviez plus le revoir; le mal fit des progrès si rapides, qu'à peine vous aviez appris son danger, que vous acquîtes la triste certitude qu'il n'y avait plus de remède. En proie à des douleurs continuelles, sans jamais proférer la moindre plainte, sans laisser même apercevoir sur ses traits le plus léger signe d'impatience, affaibli par une longue insomnie, incapable de toute application, il s'abusait encore sur son état, il ne parlait que des arrangemens nouveaux que nécessiterait sa nomination définitive à la place de directeur des études qu'il n'occupait encore que par *interim*, il ne s'occupait que des projets pour le temps où ses forces lui seraient rendues. Voulait-il ménager la sensibilité d'une épouse et celle de quelques amis qui ne l'ont point quitté dans les momens les plus pénibles et les

plus douloureux? Non, il s'abusait réellement; sans cette erreur qu'on se faisait un devoir de respecter, n'aurait-il pas tenté d'écarter une épouse qui ne le quittait pas un instant; qui, pendant cinq jours et cinq nuits, est restée constamment le visage presque collé sur le sien pour épier ses moindres volontés; n'aurait-il pas craint les effets de la contagion? eût-il accepté des soins qui, sans être pour lui d'aucune utilité bien réelle, pouvaient être, comme ils l'ont été, si funestes à celle qui les lui rendait? Que ne puis-je copier ici la lettre que m'écrivait un de ses amis fidèles, à l'instant même de la catastrophe qui venait de terminer cette scène de douleurs! Écartons bien plutôt ces idées lugubres, ne parlons que du nom que laissera Malus; ce nom est attaché pour toujours aux phénomènes de la lumière *polarisée* dont il nous a parlé le premier. Toutes les découvertes de ce genre qui vous seront annoncées réveilleront en vous le souvenir du physicien, qui le premier avait frayé cette nouvelle route. Newton, en parlant d'un jeune ami qu'il venait de perdre, disait: *si Côtes eût vécu nous saurions quelque chose,* vous direz de même, si Malus eût vécu, c'est lui qui nous eût complété la théorie de la lumière.

Vous l'avez perdu le 24 février 1812. Il a été remplacé par M. Poisson.

Nous avons vu le jeune savant, enlevé dans la force de l'âge, emportant avec lui dans la tombe les idées qu'il devait faire découler de ses premières découvertes; suivons le Nestor de la géométrie, à qui il a été donné de réaliser les hautes espérances qu'avait fait naître le début le plus brillant dont il soit fait mention dans l'histoire des sciences; qui a vécu avec trois générations de savans, puisque aux trois époques

de sa vie, il a vu son nom le premier sur la liste de trois académies différentes (τριτάτοισιν ἄνασσεν).

Joseph-Louis Lagrange, l'un des fondateurs de l'académie de Turin, directeur pendant vingt ans de l'académie de Berlin, pour les sciences physico-mathématiques, associé étranger de l'académie des sciences de Paris, membre de l'institut de France et du bureau des longitudes, sénateur et comte de l'empire, grand officier de la Légion-d'Honneur et grand' croix de l'ordre impérial de la réunion, naquit à Turin le 25 janvier 1736, de Joseph-Louis Lagrange, trésorier de la guerre, et de Marie-Thérèse Gros, fille unique d'un riche médecin de Cambiano.

Son bisaïeul, capitaine de cavalerie au service de France, avait passé à celui d'Emmanuel II, roi de Sardaigne, qui le fixa à Turin en le mariant à une dame Conti, d'une illustre famille romaine; il était parisien d'origine, et parent d'une Marie-Louise, dame d'atours de la mère de Louis XIV, et depuis femme de François Gaston de Béthune (1).

Ces détails ne sont d'aucune importance pour le géomètre illustre que sa renommée dispense d'étaler une généalogie, mais ils ne sont pas indifférens pour la France, qui s'est empressée de le rappeler et de le rétablir dans ses anciens droits. Son nom, celui de sa mère, attestent une origine française; tous ses ouvrages ont été écrits en français; la ville

(1) Éloge de Lagrange, par Cossali. Padoue, 1813.

qui l'a vu naître était devenue française; la France a donc bien incontestablement le droit de se glorifier de l'un des plus grands génies qui aient honoré les sciences.

Son père était riche, il avait fait un mariage avantageux, mais il s'était ruiné dans des entreprises hasardeuses. N'en plaignons pas M. Lagrange. Lui-même envisageait ce malheur comme la première cause de tout ce qui lui était ensuite arrivé de plus heureux. *S'il avait eu de la fortune,* a-t-il dit lui-même, *il n'eût probablement pas fait son état des mathématiques,* et quels avantages aurait-il pu trouver dans une autre carrière, qui puissent entrer en comparaison avec ceux d'une vie tranquille et studieuse, avec cette suite éclatante de succès non contestés dans un genre réputé éminemment difficile, et avec cette considération personnelle, qu'il a vue s'accroître jusqu'au dernier instant.

Le goût pour les mathématiques ne fut pourtant pas celui qu'il manifesta le premier. Il se passionna pour Cicéron et Virgile avant de pouvoir lire Archimède et Newton; bientôt il devint admirateur non moins passionné de la géométrie des anciens, qu'il préféra d'abord à l'analyse moderne. Un Mémoire que le célèbre Halley avait long-temps auparavant composé tout exprès pour démontrer la supériorité de l'analyse, eut la gloire de convertir M. Lagrange, et lui révéla sa véritable destination.

Il se livra donc à cette nouvelle étude avec les mêmes succès qu'il avait obtenus dans la synthèse, et qui avaient été si marqués, qu'à l'âge de seize ans (1) il était professeur de

(1) D'autres disent quinze ou dix-neuf.

mathématiques dans l'école royale d'artillerie. L'extrême jeunesse d'un professeur n'est pour lui qu'un avantage de plus. quand il a manifesté des talens extraordinaires et que ses élèves ne sont plus des enfans; tous ceux de M. Lagrange étaient plus âgés que lui, et n'en étaient pas moins attentifs à ses leçons. Il en distingua quelques-uns dont il fit ses amis.

De cette association naquit l'académie de Turin, qui publia en 1759 un premier volume, sous le titre d'*Actes de la société privée.* On y voit le jeune Lagrange dirigeant les recherches physiques du médecin Cigna, et les travaux du marquis de Saluces. Il fournissait à Foncenex la partie analytique de ses mémoires, en lui laissant le soin de développer les raisonnemens sur lesquels portaient ses formules. En effet, on remarque déja dans ces mémoires cette marche purement analytique, qui depuis a fait le caractère des grandes productions de Lagrange. Il avait trouvé une nouvelle théorie du Levier. Elle fait la troisième partie d'un mémoire qui eut beaucoup de succès; Foncenex, pour récompense, fut mis à la tête de la marine que le roi de Sardaigne formait alors. Les deux premières parties paraissent du même style et de la même main; sont elles également de Lagrange? Il ne les a pas expressément réclamées, mais ce qui peut diriger nos conjectures sur le véritable auteur, c'est que Foncenex cessa bientôt d'enrichir les recueils de la nouvelle académie, et que Montucla ignorant ce qui nous a été révélé par M. Lagrange à ses derniers instans, s'étonne que Foncenex, après s'être annoncé si avantageusement, ait interrompu des recherches qui pouvaient lui faire un grand nom.

M. Lagrange, en abandonnant à son ami des solutions isolées, publiait en même temps sous son propre nom des

théories qu'il promettait de suivre et de développer. Ainsi, après avoir donné de nouvelles méthodes pour les *maxima* et les *minima* en tout genre, après avoir montré l'insuffisance des formules connues, il annonce qu'il traitera ce sujet, qui d'ailleurs lui paraît intéressant, dans un ouvrage qu'il prépare, où l'on verra déduite des mêmes principes toute la mécanique des corps, soit solides, soit fluides; ainsi a vingt-trois ans il avait jeté déja les fondemens des grands ouvrages qui depuis ont fait l'admiration des savans.

Dans le même volume, il ramène au calcul différentiel, la théorie des suites récurrentes et la doctrine des hasards, qui jusqu'à lui n'avait été traitée que par des voies indirectes, et qu'il établit sur des principes plus naturels et plus généraux.

Newton avait entrepris de soumettre au calcul les mouvemens des fluides; il avait fait des recherches sur la propagation du son; ses principes étaient insuffisans et même fautifs, et ses suppositions incompatibles entre elles; Lagrange le démontre; il fonde ses nouvelles recherches sur les lois connues de la dynamique; en ne considérant dans l'air que les particules qui se trouvent en ligne droite, il ramène le problême à celui des cordes vibrantes, sur lequel les plus grands géomètres étaient divisés; il fait voir que leurs calculs sont insuffisans pour décider la question, il entreprend une solution générale par une analyse aussi neuve qu'intéressante, puisqu'elle permet de résoudre à-la-fois un nombre indéfini d'équations, et qu'elle s'étend jusques sur les fonctions discontinues; il établit plus solidement la théorie du mélange des vibrations simples et régulières de D. Bernoulli; il montre les limites entre lesquelles cette théorie

est exacte, et hors desquelles elle devient fautive, alors il parvient à la construction donnée par Euler, construction vraie, quoique l'auteur n'y fût arrivé que par des calculs qui n'étaient point assez rigoureux; il répond aux objections élevées par d'Alembert; il démontre que quelque figure que l'on donne à la corde, la durée des oscillations sera toujours la même, vérité d'expérience dont d'Alembert avait jugé la démonstration très-difficile ou même impossible; il passe à la propagation du son, traite des échos simples et composés, du mélange des sons, de la possibilité qu'ils se répandent dans le même espace sans se troubler, et démontre rigoureusement la génération des sons harmoniques; il annonce enfin que son but est de détruire les préjugés de ceux qui doutent encore si les mathématiques pourront jamais porter de vraies lumières dans la physique.

Si nous avons donné tant d'étendue à l'extrait de ce mémoire, c'est qu'il est le premier par lequel Lagrange se soit fait connaître; si l'analyse en est du genre le plus transcendant, l'objet du moins a quelque chose de sensible, il rappelle des noms et des faits qui ne sont point étrangers à la plupart de nos auditeurs; c'est qu'il est surprenant qu'un pareil début soit celui d'un jeune homme qui, s'emparant d'un sujet traité par Newton, Taylor, Bernoulli, d'Alembert et Euler, paraît tout-à-coup au milieu de ces grands géomètres comme leur égal, comme un arbitre qui, pour faire cesser une lutte difficile, leur montre à chacun en quoi ils ont raison, en quoi ils se sont trompés, les juge, les réforme, et leur donne la véritable solution qu'ils ont entrevue sans y pouvoir atteindre.

Mais quelque solides et quelque bien fondés que lui parais-

sent ses calculs, l'auteur avoue qu'ils ne rendent qu'imparfaitement raison des phénomènes observés, en ce qui concerne la théorie des instrumens à vent, la largeur et la position de leurs trous, et la vîtesse du son en général; il est probable, en effet, que dans ces instrumens sur-tout, l'air ne doit plus être considéré comme divisé en lignes droites; mais au moins la solution explique la fameuse expérience de Tartini, si l'on admet que ce célèbre professeur a pu se tromper en mettant l'octave à la place du son véritable qu'il entendait.

Euler sentit le mérite de la nouvelle méthode, qu'il prit pour l'objet de ses méditations les plus profondes; d'Alembert ne se rendit pas. Dans ses lettres particulières, comme dans ses mémoires imprimés, il proposait de nombreuses objections, auxquelles Lagrange a répondu depuis, mais qui peuvent au moins laisser ce doute : Comment, dans une science à laquelle on accorde universellement le mérite de l'exactitude, se peut-il que des génies du premier ordre soient divisés entre eux et puissent disputer long-temps? C'est que dans les problêmes de ce genre, dont les solutions ne peuvent être soumises à l'épreuve d'une expérience directe, outre la partie du calcul qui est assujétie à des lois rigoureuses et sur lesquelles il n'est pas possible d'avoir deux avis, il y a toujours une partie métaphysique qui laisse du doute et de l'obscurité. C'est que, dans les calculs mêmes, les géomètres se contentent souvent d'indiquer la marche des démonstrations, qu'ils suppriment des développemens qui ne sont pas toujours aussi superflus qu'ils l'ont pensé, que le soin de remplir ces lacunes exigerait un travail que l'auteur seul a le courage d'entreprendre, et qu'enfin lui-

même, entraîné par son sujet et par l'habitude qu'il a acquise, se permet de franchir des idées intermédiaires, et devine son équation définitive, au lieu d'y arriver pas à pas avec une attention qui éviterait toute méprise; c'est ainsi que des calculateurs plus timides relèvent quelquefois des erreurs dans les ouvrages d'un Euler, d'un d'Alembert, ou d'un Lagrange, et c'est ainsi que de très-grands génies peuvent ne pas s'accorder tout d'abord, faute de s'être lus avec assez d'attention pour se bien comprendre.

La première réponse d'Euler fut de faire associer Lagrange à l'académie de Berlin. En lui annonçant cette nomination, le 2 octobre 1759, il lui disait : *votre solution du problème des isopérimètres ne laisse rien à desirer, et je me réjouis que ce sujet, dont je m'étais presque seul occupé depuis les premières tentatives, ait été porté par vous au plus haut degré de perfection. L'importance de la matière m'a excité à en tracer, à l'aide de vos lumières, une solution analytique à laquelle je ne donnerai aucune publicité jusqu'à ce que vous-même ayez publié la suite de vos recherches, pour ne vous enlever aucune partie de la gloire qui vous est due.*

Si ces procédés délicats, et ces témoignages de la plus haute estime devaient flatter un jeune homme qui n'avait pas vingt-quatre ans, ils ne font pas moins d'honneur au grand homme qui, tenant alors le sceptre des mathématiques, sait accueillir ainsi l'ouvrage qui lui montre son successeur.

Mais ces éloges sont consignés dans une lettre; on pourrait croire que le grand et bon Euler a pu se laisser aller à quelqu'une de ces exagérations que permet le style épistolaire;

voyons donc comment il s'est ensuite exprimé dans la dissertation que sa lettre annonçait. En voici le début :

Après m'être long-temps et inutilement fatigué à chercher cette intégrale, (postquam diù et multum desudassem... necquicquam inquisivissem) *quel a été mon étonnement* (penitus obstupui) *lorsque j'ai appris que dans les mémoires de Turin, le problême se trouvait résolu avec autant de facilité que de bonheur. Cette belle découverte m'a causé d'autant plus d'admiration, qu'elle est plus différente des méthodes que j'avais données et qu'elle les surpasse considérablement en simplicité.* C'est ainsi qu'Euler commence le mémoire dans lequel il expose, avec sa lucidité ordinaire, les fondemens de la méthode de son jeune rival, et la théorie de ce nouveau calcul, qu'il a nommé le *calcul des variations.*

Pour rendre plus sensibles tous les motifs différens qui avaient fait naître cette admiration qu'Euler témoignait avec une si noble franchise, il ne sera pas inutile de remonter à l'origine des recherches diverses de Lagrange, telle qu'il l'a donnée lui-même deux jours avant sa mort.

Les premières tentatives pour déterminer le *maximum* et le *minimum* dans toutes les formules intégrales indéfinies, avaient été faites à l'occasion de la courbe de la plus vîte descente et des isopérimètres de Bernoulli. Euler les avait ramenées à une méthode générale, dans un ouvrage *original où brille par-tout une profonde science de calcul; mais quelque ingénieuse que fût sa méthode, elle n'avait pas toute la simplicité qu'on peut desirer dans un ouvrage de pure analyse.* L'auteur en convenait lui-même; il croyait apercevoir la

nécessité d'une démonstration *indépendante de la géométrie et de l'analyse* (1).

Dans un appendice qui est à la fin du volume, et qui a pour titre, *du Mouvement des projectiles dans un milieu non résistant*, il paraît entièrement se défier des ressources de l'analyse, et termine en disant : *Si mon principe* (c'est celui que Lagrange a nommé depuis le principe *de la moindre action*) *n'est pas suffisamment démontré, comme cependant il est conforme à la vérité, je ne doute pas qu'au moyen des principes d'une saine métaphysique on ne puisse lui donner la plus grande évidence, et j'en laisse le soin à ceux qui font leur état de la métaphysique.*

Cet appel auquel n'ont pas répondu les métaphysiciens, fut entendu par Lagrange, dont il excita l'émulation. En peu de temps le jeune homme trouva la solution dont Euler avait désespéré, il la trouva par l'analyse, et en rendant compte de la voie qui l'avait conduit à cette découverte, il dit expressément, et pour répondre au doute d'Euler, qu'il la regarde, non comme un principe métaphysique, mais comme un résultat nécessaire des lois de la mécanique, comme un simple corollaire d'une loi plus générale dont il a fait depuis la base de sa mécanique analytique. (Voyez cet ouvrage, pag. 246 de la seconde édition, ou 189 de la première.)

Cette noble émulation qui l'excitait à triompher des difficultés regardées comme insurmontables, à rectifier ou com-

---

(1) *Desideratur itaque methodus a resolutione geometricâ et lineari libera, quâ pateat loco* P dp *scribi posse* — p d P. C'est ce que Lagrange démontra par le calcul des variations.

pléter les théories restées imparfaites, paraît avoir constamment dirigé M. Lagrange dans le choix de ses sujets.

D'Alembert avait cru qu'il était impossible de soumettre au calcul les mouvemens d'un fluide enfermé dans un vase, si ce vase n'avait une certaine figure; Lagrange démontre au contraire qu'il ne saurait y avoir de difficulté que dans le cas où le fluide se diviserait en plusieurs masses; mais alors on pourra déterminer les endroits où le fluide doit se diviser en plusieurs portions, dont on déterminera les mouvemens comme si elles étaient isolées.

D'Alembert avait pensé que dans une masse fluide telle que la terre avait pu l'être à l'origine, il n'était pas nécessaire que les différentes couches fussent de niveau; Lagrange fait voir que les équations de d'Alembert ne sont elles-mêmes que celles des couches de niveau.

En combattant d'Alembert avec tous les égards dûs à un géomètre de cet ordre, il emploie souvent de fort beaux théorêmes qu'il doit à son adversaire; d'Alembert, de son côté, ajoute aux recherches de Lagrange: Votre problême m'a paru si beau, lui écrivait-il, que j'en ai cherché une autre solution; j'ai trouvé une méthode plus simple pour arriver à votre élégante formule. Ces exemples, qu'il serait aisé de multiplier, prouvent avec quelle aménité correspondaient ces rivaux célèbres qui, se mesurant sans cesse, vaincus comme vainqueurs, trouvaient à chaque instant dans leurs discussions mêmes, des raisons pour s'estimer davantage, et ménageaient à leur antagoniste les occasions qui devaient le conduire à de nouveaux triomphes.

L'académie des sciences de Paris avait proposé pour le sujet d'un de ses prix, la théorie de la libration de la lune,

c'est-à-dire, qu'elle demandait la cause qui fait que la lune, en tournant autour de la terre, lui montre toujours cependant la même face, à la réserve de quelques variations observées par les astronomes et dont Cassini Ier avait fort bien expliqué le mécanisme. Il s'agissait de trouver les moyens de calculer ces phénomènes et de les déduire analytiquement du principe de la gravitation universelle. Un pareil choix était un appel au génie de Lagrange, une occasion qui lui était offerte d'appliquer ses principes et ses découvertes analytiques. L'attente de d'Alembert ne fut point trompée; la pièce de Lagrange est un de ses plus beaux titres de gloire; on y voit les premiers développemens de ses idées et le germe de la mécanique analytique. D'Alembert lui écrivait : *j'ai lu avec autant de plaisir que de* FRUIT *votre belle pièce sur la libration, si digne du prix qu'elle a remporté.*

Ce succès inspira à l'académie la confiance de proposer la théorie des satellites de Jupiter. Euler, Clairaut et d'Alembert s'étaient exercés sur le problême des trois corps à l'occasion des mouvemens de la lune; Bailly appliquait alors la théorie de Clairaut au problême des satellites; elle le conduisait à des résultats déja fort interessans, mais cette théorie était insuffisante; la terre n'a qu'une lune, Jupiter en a quatre, qui doivent continuellement se troubler et se déranger réciproquement dans leurs marches; le problême était celui des six corps, le soleil, jupiter et les quatre lunes. M. Lagrange attaqua de front la difficulté, en triompha heureusement, démontra la cause des inégalités observées par les astronomes, en indiqua quelques autres trop faibles pour avoir été démêlées par les observations; la briéveté du temps fixé pour le concours, l'immensité des calculs, soit analyti-

ques, soit numériques, ne permit pas que la matière fût entièrement épuisée dans un premier mémoire; l'auteur en avertit lui-même, promettant des recherches ultérieures auxquelles d'autres travaux, plus de son goût peut-être, l'empêchèrent toujours de se livrer. Vingt-quatre ans après M. le comte Laplace reprit cette théorie difficile, y fit des découvertes intéressantes qui la complétèrent et mirent les astronomes en état de bannir tout empirisme de leurs tables.

Vers le même temps un problême d'un tout autre genre attirait l'attention de M. Lagrange. Fermat, l'un des plus grands géomètres de la France et de son temps, avait laissé, sur les propriétés des nombres, des théorêmes extrêmement remarquables, auxquels peut-être il était arrivé par voie d'induction, mais dont il avait promis des démonstrations qu'on n'a point trouvées à sa mort, soit qu'il les eût supprimées comme insuffisantes, soit par toute autre cause difficile à deviner; ces théorêmes, au reste, pourraient paraître plus curieux qu'utiles; mais on sait que la difficulté est un attrait pour tous les hommes, et sur-tout pour les géomètres. Sans un pareil attrait, croit-on qu'ils eussent mis tant d'importance aux problêmes de la brachystochrone, des isopérimètres et des trajectoires orthogonales? non sans doute, ils voulaient créer la science du calcul, inventer ou perfectionner des méthodes qui ne pouvaient manquer de trouver un jour des applications utiles; dans cette vue ils s'attachaient à la première question, qui exigeait l'emploi de ressources nouvelles.

Ce fut pour eux une bien bonne fortune que le systême du monde, découvert par Newton. Jamais l'analyse transcendante ne pouvait trouver un sujet plus digne et plus

grand ; quelques progrès qu'on y fasse, le premier inventeur conservera son rang ; aussi M. Lagrange, qui le citait souvent comme le plus grand génie qui eût jamais existé, ajoutait-il aussitôt, *et le plus heureux ; on ne trouve qu'une fois un système du monde à établir.* Il a fallu cent ans de travaux et de découvertes pour élever l'édifice dont Newton avait posé les fondemens, mais on lui tient compte de tout, et l'on suppose qu'il a parcouru en entier la carrière qu'il avait ouverte avec un éclat qui a dû encourager ses successeurs.

Beaucoup de géomètres, sans doute, s'étaient exercés sur les théorêmes de Fermat ; aucun n'avait réussi. Euler seul avait fait quelques pas dans cette route difficile où se sont depuis signalés M. Legendre et M. Gauss. M. Lagrange, en démontrant ou rectifiant quelques apperçus d'Euler, résolut un problême qui paraît être la clé de tous les autres, et dont il fit découler un résultat utile, c'est-à-dire la résolution complète des équations du second degré à deux inconnues qui doivent être des nombres entiers. Ce mémoire, imprimé comme les précédens parmi ceux de l'académie de Turin, est cependant daté de Berlin, le 20 septembre 1768. Cette date nous indique un des évènemens si peu nombreux qui ont fait que la vie de M. Lagrange n'est pas toute dans ses ouvrages.

Le séjour de Turin ne lui plaisait guères, il n'y voyait alors personne qui cultivât les mathématiques avec quelque succès ; il était impatient de voir les savans de Paris avec lesquels il était en correspondance. M. de Caraccioli, avec lequel il vivait dans la plus grande intimité, venait d'être nommé à l'ambassade d'Angleterre, et devait passer par Paris,

où même il projetait de faire quelque séjour. Il proposa ce voyage à M. Lagrange, qui y consentit avec joie, et fut accueilli comme il avait droit de s'y attendre, par d'Alembert, Clairaut, Condorcet, Fontaine, Nollet, Marie, et autres savans. Tombé dangereusement malade à la suite d'un dîner où Nollet ne lui avait fait servir que des mets préparés à l'italienne, il ne put suivre à Londres son ami, qui reçut inopinément l'ordre de se rendre à son poste, et fut obligé de le laisser dans un hôtel garni, aux soins d'un homme de confiance chargé de pourvoir à tout.

Cet incident changea ses projets; il ne songea plus qu'à retourner à Turin. Il s'y livrait aux mathématiques avec une nouvelle ardeur, quand il apprit que l'académie de Berlin était menacée de perdre Euler, qui songeait à retourner à Pétersbourg. D'Alembert parle de ce projet d'Euler dans une lettre à Voltaire, le 3 mars 1766: *j'en serais fâché*, ajoute-t-il, *c'est un homme peu amusant, mais un très-grand géomètre.* Peu importait à d'Alembert que l'*homme peu amusant* s'éloignât de Paris de 7° vers le pôle; il pouvait lire les ouvrages du *grand géomètre* dans le Recueil de Pétersbourg aussi bien que dans celui de Berlin. Ce qui fâchait d'Alembert, c'était la crainte de se voir appelé à le remplacer, et l'embarras de répondre à des offres qu'il était bien résolu de ne point accepter. Frédéric, en effet, proposa de nouveau à d'Alembert la place de président de son académie, qu'il lui tenait en réserve depuis la mort de Maupertuis. D'Alembert lui suggéra l'idée de mettre Lagrange à la place d'Euler, et si nous en croyons l'histoire secrète de la cour de Berlin (tom. II, pag. 474), Euler *avait déja désigné Lagrange, comme le seul homme capable de marcher sur sa*

ligne. Et en effet, il était naturel qu'Euler, qui voulait obtenir la permission de quitter Berlin, et d'Alembert qui cherchait un prétexte pour n'y point aller, eussent tous deux, sans s'être rien communiqué, jeté les yeux sur l'homme le plus propre à entretenir cet éclat que les travaux d'Euler avaient répandu sur l'académie de Prusse.

M. Lagrange fut agréé, il reçut un traitement de 1500 écus de Prusse, environ 6000 de notre monnaie, avec le titre de directeur de l'académie pour les sciences physico-mathématiques. On peut être étonné qu'Euler et Lagrange, mis successivement à la place de Maupertuis, n'aient obtenu que la moitié de l'héritage que le roi voulait donner tout entier à d'Alembert; c'est que ce prince qui, dans ses loisirs, cultivait la poésie et les arts, n'avait aucune idée des sciences qu'il se croyait cependant obligé de protéger comme roi; c'est qu'il faisait au fond assez peu de cas de la géométrie, contre laquelle il envoyait trois pages de vers à d'Alembert même, qui différait de lui répondre jusqu'à la fin du siége de Schweidnitz, par la raison que *ce serait trop d'avoir à-la-fois l'Autriche et la géométrie sur les bras;* et qu'enfin, malgré l'immense réputation d'Euler, on voit, par la correspondance avec Voltaire, que Frédéric ne le désignait que par la qualification de son *géomètre borgne, dont les oreilles ne sont pas faites pour sentir les délicatesses de la poésie;* à quoi Voltaire ajoute : *nous sommes un petit nombre d'adeptes qui nous y connaissons, le reste est profane;* remarque plus spirituelle que juste, et qu'Euler, en parlant de la géométrie, aurait pu, avec tant d'avantage, rétorquer contre Voltaire et Frédéric. On voit bien que Voltaire, qui avait si dignement loué Newton, cherche en cet endroit à flatter Frédéric;

il entre par complaisance dans les idées du prince, qui ne voulait mettre à la tête de son académie qu'un savant qui aurait au moins quelques titres en littérature, dans la crainte qu'un géomètre ne mît pas assez d'intérêt à la direction des travaux littéraires, et qu'un littérateur ne fût encore plus déplacé à la tête d'une société composée en partie de savans dont il n'entendrait pas même la langue; il avait donc raison de diviser la place pour qu'elle fût complétement remplie.

M. Lagrange prit possession le 6 novembre 1766. Le procès-verbal qui en fait mention, lui donne les noms de Lagrange-Tournier. *Il avait été bien reçu par le roi, mais il s'apperçut bientôt que les Allemands n'aiment pas que les étrangers viennent occuper des places dans leur pays; il se mit a bien étudier leur langue; il ne s'occupa sérieusement que de mathématiques; il ne se trouva sur le chemin de personne, parce qu'il ne demandait rien, et força bientôt les Allemands à lui accorder leur estime. Le roi me traitait bien*, a-t-il dit lui-même, *je crois qu'il me préférait à Euler, qui était un peu dévot, tandis que moi je restais étranger à toute discussion sur le culte, et ne contrariais les opinions de personne.* Cette réserve prudente, en le privant des avantages d'une familiarité honorable, qui n'eût pas été sans quelques inconvéniens, lui laissait tout son temps pour ses travaux mathématiques, qui ne lui avaient attiré jusques-là que les éloges les plus flatteurs et les plus unanimes. Une seule fois ce concert de louanges fut troublé.

Un géomètre français, qui réunissait à beaucoup de sagacité un amour-propre plus grand encore, et ne se donnait guère la peine d'étudier les ouvrages des autres, accusa M. Lagrange de *s'être égaré dans la nouvelle route qu'il avait*

tracée, faute d'en avoir bien entendu la théorie; il lui reprochait *de s'être trompé dans ses assertions et ses calculs.* Lagrange, dans sa réponse, montre quelque étonnement de ces expressions peu obligeantes, auxquelles il était si peu accoutumé; il s'attendait au moins à les voir motivées sur quelques raisons *bonnes ou mauvaises.* Mais il n'en trouvait d'aucun genre. Il fait voir que la solution proposée par Fontaine était incomplète et illusoire à certains égards. Fontaine s'était vanté d'avoir appris aux géomètres les conditions qui rendent possible l'intégration des équations différentielles à trois variables; Lagrange lui fait voir, par plusieurs citations, que ces conditions étaient connues des géomètres long-temps avant que Fontaine ne fût en état de les leur enseigner. Il ne nie pas, au reste, que Fontaine n'ait pu trouver ces théorêmes de lui-même, *du moins je suis persuadé,* ajoutait-il, *qu'il était aussi en état que personne de les trouver.*

C'est avec ces égards et cette modération qu'il répond à l'aggresseur. Condorcet, dans l'éloge de Fontaine, à l'occasion de cette dispute, est obligé d'avouer que son confrère s'y était écarté de cette politesse d'usage, dont jamais il n'est permis de se dispenser; mais qu'il croyait peut-être moins nécessaire avec des adversaires illustres et dont la gloire n'avait pas besoin de ces petits ménagemens. On sent ce que vaut cette excuse, sur-tout quand on la présente en faveur d'un homme qui, de son propre aveu, s'appliquait à *étudier la vanité des autres pour la blesser dans l'occasion.* Il faut convenir au moins que celui qui s'est vu attaqué de cette manière quand il avait raison, et qui a su conserver cette politesse avec un adversaire qui s'en était dispensé, s'est

acquis un double avantage sur celui dont il a d'ailleurs victorieusement repoussé les attaques imprudentes.

On n'attend pas de nous que nous suivions pas à pas M. Lagrange dans les savantes recherches dont il a rempli les mémoires de Berlin, et même quelques volumes de l'académie de Turin, qui lui devait à tous égards son existence. Mais nous ne pouvons nous dispenser d'indiquer, au moins en peu de mots, ce qu'elles renferment de plus remarquable. Nous citerons :

Un grand Mémoire où l'on trouve la démonstration d'une proposition curieuse qu'Euler n'avait pu se démontrer, une nouvelle extension donnée à ce théorême et des preuves directes de plusieurs autres propositions, auxquelles Euler n'était parvenu que par voie d'induction; et dans lequel, après avoir enrichi l'analyse de Diophante et de Fermat, l'auteur passe à la théorie des équations aux différences partielles, explique un paradoxe singulier remarqué par Euler, fait connaître une classe entière d'équations dont on n'avait que quelques exemples isolés, fait entièrement disparaître le paradoxe en montrant à quoi tiennent, et l'intégrale complète de ces équations, et la solution singulière qui n'est pas comprise dans cette intégrale.

Une Formule pour le retour des séries, remarquable par sa généralité et la simplicité de la loi, dont il fait une application heureuse au problême de Képler, et par-là parvient à rendre sensible la convergence de l'expression analytique de l'équation du centre, convergence qu'on avait toujours supposée sans pouvoir se la démontrer.

Un Mémoire important sur la résolution des équations numériques, contenant aussi des remarques neuves sur celle

des équations algébriques. Ce travail a servi de base au traité qu'il a depuis publié sous le même titre, et dont il a donné deux éditions.

Un autre Mémoire, non moins important et plus neuf encore, où il ramène à des opérations purement algébriques tous les procédés des calculs différentiel et intégral, qu'il dégage de toute idée d'infiniment petits, de fluxions, de limites et d'évanouissantes, et démontre la légitimité des abréviations que l'on se permet dans ces deux calculs, qu'il délivre aussi de toutes les difficultés, de tous les paradoxes qui avaient pris naissance dans une métaphysique imparfaite et suspecte.

La démonstration d'un théorême curieux sur les nombres premiers ; démonstration que personne encore n'avait pu trouver et qui était d'autant plus difficile, qu'on ne sait comment exprimer algébriquement les propositions de cette espèce.

L'intégration des différences partielles du premier ordre, par un principe fécond qui suffit pour la plupart des cas où cette intégration est possible.

Une solution purement analytique du problème de la rotation d'un corps de figure quelconque, dont il parvint enfin à surmonter les difficultés qui l'avaient long-temps arrêté, mais sur lequel les géomètres paraissaient attendre avec curiosité quelques développemens ultérieurs qu'ils espéraient trouver dans le second volume de sa nouvelle mécanique analytique.

Plusieurs Mémoires sur la théorie obscure et difficile des probabilités où l'on admire l'intégrale qui en fait la base, le nombre et l'importance des problêmes qu'elle résout; l'ap-

plication que l'auteur en fait à la question qui revient chaque jour en astronomie; du degré de confiance, que l'on peut accorder au résultat moyen d'un grand nombre d'observations, et où se trouve cette remarque singulière et si favorable aux cercles de Borda, que chacun des nombres pairs l'emporte sur le nombre impair, immédiatement supérieur pour la probabilité, que l'erreur sera comprise dans certaines limites; M. le comte Laplace avait de son côté travaillé sur la même théorie. M. Lagrange la reprend à son tour par des moyens qui s'étendent aux équations de tous les ordres dont ils donnent les intégrales finies, et qui facilitent dans tous les cas la détermination des fonctions arbitraires.

Maclaurin avait traité à la manière des Anciens, l'attraction des sphéroïdes elliptiques, et Lagrange jugeait ce travail comparable à tout ce qu'Archimède a laissé de plus ingénieux et de plus beau; il montre ensuite que l'analyse peut traiter ce sujet difficile avec le même succès; il y réussit, mais il s'arrête au même point que le géomètre anglais. M. Legendre et M. Laplace ont depuis été plus loin. Mais tout récemment M. Ivory vient de nous montrer qu'une considération extrêmement simple peut rendre inutile beaucoup de calculs, atteindre même à des théorêmes auxquels les calculs les plus prolixes ne conduisent que bien difficilement. Autrefois les géomètres, dans chaque question, s'attachaient d'abord à trouver ces apperçus, qui peuvent les simplifier ou les ramener à des questions déja résolues, abréger ainsi les calculs ou les rendre même entièrement inutiles. Depuis la découverte du calcul infinitésimal, la facilité, l'universalité de la méthode, qui souvent dispense le

calculateur d'avoir du génie, a fait, que dans les cas plus difficiles on s'est appliqué principalement à perfectionner l'instrument universel. Mais aujourd'hui que les ressources de ce genre paraissent entièrement épuisées par les travaux d'Euler, de Lagrange, et de leurs dignes émules, il serait temps peut-être de revenir à l'ancienne méthode, et d'imiter D. Bernoulli, que Condorcet a loué de s'être montré sobre de calculs. Lagrange a fait plus habituellement un autre usage de ses sublimes talens; il tire tout de l'analyse, il est pourtant plus vrai de dire qu'il a réuni au plus haut degré l'une et l'autre méthode; la preuve en est dans le calcul des variations, auquel ne peut se comparer, ni pour la grandeur, ni pour l'universalité, aucune des idées les plus heureuses des autres géomètres; mais s'il est question de ces apperçus ingénieux, dont tout l'avantage se borne à simplifier une question unique, c'est ainsi que dès les premiers pas il avait ramené les phénomènes du son à la théorie des cordes vibrantes, et c'est encore ainsi que dans le dernier travail qu'il a présenté à la Classe, il était parvenu à simplifier singulièrement sa théorie des variations des élémens des planètes, et à faire de sa solution une méthode générale pour tous les problêmes de mécanique où les forces perturbatrices sont peu considérables en comparaison des forces principales. Mais si le plus souvent on lui voit faire les plus heureux efforts pour généraliser une solution, pour épuiser un sujet, quelquefois aussi on le voit se créer des difficultés où il n'en existait aucune, et appliquer ses méthodes adroites et savantes à la solution de problêmes élémentaires qui n'exigeaient qu'une construction du genre le plus simple.

C'est ainsi qu'à l'occasion du dernier passage de Vénus, il

traite analytiquement les courbes d'entrée et de sortie pour les différens pays de la terre. Mais pour parvenir à la solution très-facile et médiocrement exacte donnée par Delille et Lalande, il est obligé d'employer successivement des ressources détournées, des remarques pleines de finesse, de faire subir à ses coordonnées nombre de transformations, tandis que par un calcul trigonométrique de quelques lignes, on arrive à une formule plus complète, où se trouvent des termes négligés par Lagrange, et qui, bien que fort petits, ne sont pas absolument insensibles. Avouons pourtant qu'il sait tirer de sa formule, pour calculer la parallaxe du soleil, un parti très-avantageux, que n'avaient aperçu ni Delille, ni Lalande, mais qui découle avec bien plus de facilité du calcul trigonométrique. Ajoutons encore que ce Mémoire, qui m'avait été totalement inconnu jusqu'au moment où j'ai dû lire tout ce qui était sorti de sa plume, paraît avoir servi à quelques astronomes modernes, pour établir des méthodes qu'ils s'efforcent d'accréditer et que Lagrange y donne le premier exemple un peu étendu d'un problême élémentaire d'astronomie, résolu par la méthode des trois coordonnées rectangulaires, qui est d'un si grand et si indispensable usage dans l'astronomie transcendante.

Il fit depuis une tentative semblable pour le problême des éclipses; il trouvait que les méthodes, quelquefois prolixes de Duséjour, n'avaient ni la simplicité, ni la facilité qu'on a droit d'attendre de l'état actuel de l'analyse. Il développe dans ce travail toutes ses ressources et toute son adresse; la lecture de son Mémoire est singulièrement attachante, pour un astronome qui n'a encore aucune idée de ces méthodes. Je n'ai point oublié l'effet qu'il produisit sur moi, il y a près

de trente ans, quand j'en fis la première lecture; je me rappelle encore avec quels éloges, quelques années après, M. Oriani me parlait de ce travail; mais quoique l'auteur ait tâché d'en faciliter la partie pratique, à l'aide de tables ingénieuses, on ne voit pas que les astronomes aient adopté cette méthode qui, commençant par les formules les plus directes, les plus rigoureuses, et les plus propres, en apparence, à se plier à tous les cas, se termine cependant en une formule approximative, et, qui plus est, indirecte.

Un autre essai du même genre n'a pas été plus heureux, parce que le succès était impossible; le problême était trop simple : il s'agissait de trouver la différence entre les longitudes héliocentrique et géométrique d'une planète supérieure. L'auteur y parvient par des artifices de calculs assez remarquables, mais la solution est fort incommode, malgré l'élégance de la formule.

Parmi ces jeux de son génie qui cherchait des difficultés pour mieux montrer sa force, se rangerait encore le Mémoire où il indique les moyens de construire les tables astronomiques, d'après une suite d'observations, et sans connaître la loi des mouvemens célestes. C'est le problême que résolvaient de tout temps les astronomes, par les voies les plus élémentaires. Les moyens de Lagrange sont plus analytiques et plus savans, mais dans l'exemple même qu'il a choisi et qui est des plus simples, il est permis de douter que les moyens qu'il emploie soient les plus sûrs et les plus faciles. Sans doute il n'a voulu que nous montrer les ressources qu'on eût trouvées dans l'analyse, si Képler et Newton ne nous avaient dévoilé le systême du monde et les lois d'après lesquelles s'accomplissent les mouvemens planétaires,

car il n'est pas possible d'imaginer qu'il ait pu avoir le moindre doute sur cette loi de la pesanteur universelle dont il avait lui-même donné de si beaux développemens. Quoique en plusieurs endroits de ses ouvrages, il ait pris le soin d'établir ses formules pour une loi quelconque d'attraction, afin de les rendre indépendantes de toute hypothèse.

Les géomètres liront avec plaisir les recherches analytiques sur le problême des projections, qui n'avait jamais été traité d'une manière si générale et si complète; les astronomes et les géographes n'y trouveront de praticable que ce qu'ils avaient appris d'avance par des méthodes plus élémentaires. Si ces derniers mémoires n'offrent pas de résultats véritablement utiles, outre qu'ils fournissent une lecture attachante, ils nous donnent encore cet avis qui peut avoir des applications fréquentes : c'est que les questions aisées ne doivent être traitées que par des moyens également faciles; qu'il faut réserver l'analyse savante pour les questions qui exigent ces grands moyens, et qu'il ne faut pas ressembler à ce personnage de la Fable, qui, pour se délivrer d'une puce, voulait emprunter à Jupiter sa foudre ou à Hercule sa massue.

Il est à croire qu'en ces occasions Lagrange ne voulait pas sérieusement proposer aux astronomes ces méthodes pénibles en place des moyens plus faciles et plus exacts dont ils sont en possession, mais il faisait de ces problêmes faciles, usuels, et déja résolus, le même usage qu'ont fait d'autres analystes de questions de pure curiosité, qui leur fournissaient des exemples de calcul et des occasions de développer de nouveaux artifices analytiques, toujours bons à connaître.

Mais un travail, grand dans son objet, utile par ses appli-

cations continuelles, et digne en tout de son génie, c'est celui dans lequel il a calculé les changemens successifs qui s'opèrent dans les dimensions et les positions des orbites planétaires. Tous les géomètres, depuis Newton, s'étaient occupés de ce problême; leurs formules différentielles appliquées successivement à chaque planète, pouvaient, jusqu'à un certain point, et pendant un certain temps, satisfaire aux besoins de l'astronomie; mais après quelque intervalle elles se trouvaient insuffisantes, et les calculs étaient à recommencer sur de nouvelles données. M. Lagrange considère la question sous un point de vue qui l'embrasse toute entière, et en permet la solution la plus complète. Au lieu de combiner les orbites deux à deux, comme ses prédécesseurs, il les considère toutes ensemble, et quel qu'en soit le nombre, il parvient à donner à l'équation une forme qui permet l'intégration, en supposant d'une part, le principe fondamental de la gravitation, et de l'autre, les orbites connues, comme elles le sont, pour une certaine époque. Son analyse détermine ce qu'elles ont été, ce qu'elles deviendront dans tous les siècles passés et futurs. La solution ne laisse rien à desirer, si ce n'est une connaissance plus exacte de la masse des planètes qui n'ont point de satellites. Mais cette connaissance même, avec le temps, pourra s'obtenir par ses formules; en attendant, M. Laplace a tiré du travail de M. Lagrange une solution plus bornée, mais plus facile, et qui, permettant de remonter aux premiers temps de l'astronomie, s'étend dans l'avenir au même nombre de siècles, c'est-à-dire, à 2000 en avant comme en arrière.

M. Laplace était parvenu par induction à ce théorême important de l'invariabilité des grands axes et des mouve-

mens moyens, qui assure la stabilité du systême planétaire, et dissipe pour toujours la crainte qu'on aurait pu concevoir que les planètes continuellement attirées vers le soleil, ne dussent finir un jour par se précipiter sur cet astre. M. Lagrange était déja parvenu à un résultat du même genre à-peu-près pour la lune; on pouvait douter cependant que la proposition fût vraie en toute rigueur. M. Lagrange la démontre directement et sans supposer les orbites à-peu-près circulaires, mais en négligeant les carrés et les produits binaires des masses; M. Poisson a depuis étendu la démonstration aux quantités du second ordre; il est à présumer qu'elle s'étendrait de même aux produits de tous les ordres. Au reste, ce qui est fait suffit pour nous démontrer que toute crainte à cet égard serait désormais bien folle et bien chimérique.

La manière ordinaire d'intégrer les équations des mouvemens planétaires avait un inconvénient qui rendait les solutions presque illusoires, celui des arcs de cercle qui croîtraient indéfiniment avec le temps; on était parvenu en certains cas, à se débarrasser de ces arcs incommodes. M. Laplace avait fait en ce genre des remarques très-importantes, mais fondées sur une métaphysique trop ingénieuse pour offrir la clarté d'une démonstration purement analytique; M. Lagrange a reconnu qu'en faisant varier les constantes arbitraires, suivant les principes employés dans la théorie des intégrales particulières, on pouvait toujours éviter les arcs de cercle dans le calcul des perturbations.

La question des trajectoires ou des familles de courbes qui coupent sous des angles donnés une infinité d'autres courbes toutes du même genre, avait occupé tous les géomètres, de-

puis Leibnitz et Bernoulli, jusqu'à Euler, qui paraissait n'avoir rien laissé à desirer sur cette question. Lagrange en fit une question neuve, en la transportant des simples courbes aux surfaces; elle conduit à une équation aux différences partielles, laquelle n'est intégrable que dans le cas où l'angle d'intersection est droit.

Nous n'avons présenté qu'une idée bien imparfaite de la série immense de travaux qui ont donné tant de prix aux Mémoires de l'Académie de Berlin, tant qu'elle eut l'avantage inestimable d'être dirigée par M. Lagrange; il est tel de ces mémoires qui, par son étendue et son importance, pourrait passer pour un grand ouvrage, et cependant ce n'était encore qu'une partie de ce que ces vingt années lui avaient vu produire. Il y avait composé sa mécanique analytique, mais il desirait qu'elle fût imprimée à Paris, où il espérait que ses formules seraient rendues avec plus de soin et de fidélité. C'était d'une autre part courir de trop grands hasards que de confier un pareil manuscrit aux mains d'un voyageur qui n'en sentirait pas assez tout le prix. M. Lagrange en fit une copie que M. Duchâtelet se chargea de remettre à l'abbé Marie, avec lequel il était fort lié. Marie répondit dignement à la confiance dont il était honoré. Son premier soin fut de chercher un libraire qui voulût se charger de l'entreprise; et, ce qu'on aura peine à croire aujourd'hui, il n'en pouvait trouver. Plus les méthodes étaient nouvelles, plus la théorie était sublime, moins elles devaient rencontrer de lecteurs en état de les apprécier, et sans douter nullement du mérite de l'ouvrage, les libraires étaient excusables de se défier d'un débit qui pouvait se trouver borné à un petit nombre de géomètres disséminés sur la face de l'Europe. Desaint, qui fut

le plus hardi de tous ceux auxquels on s'adressa, ne consentit à se charger de l'impression, que sur l'engagement formel, signé par Marie, de prendre à son compte le restant de l'édition, si, dans un temps fixé elle n'était entièrement épuisée. A ce premier service, Marie en ajouta un autre auquel M. Lagrange fut au moins aussi sensible. Il lui procura un éditeur digne de présider à l'impression d'un tel ouvrage. M. Legendre se dévoua tout entier à cette révision pénible, et s'en trouvait payé par le sentiment de vénération dont il était pénétré pour l'auteur, et par les remercîmens qu'il en reçut dans une lettre que j'ai eue entre les mains, et que M. Lagrange avait remplie des expressions de son estime et de sa reconnaissance.

Le livre n'avait pas encore paru quand l'auteur vint s'établir à Paris. Plusieurs causes l'y déterminèrent; mais il ne faut pas croire à toutes celles qu'on a alléguées.

La mort de Frédéric avait amené de grands changemens en Prusse, et pouvait en faire craindre de plus grands encore. *Les savans n'y trouvaient plus la même considération ;* il était assez naturel que M. Lagrange sentît de nouveau ce desir qui l'avait autrefois conduit à Paris; ces causes, avec la publication de sa mécanique, étaient bien suffisantes; il n'est pas nécessaire d'y joindre celles qu'y ajoutèrent plusieurs brochures publiées en Allemagne, et particulièrement l'historien secret de la cour de Berlin. Jamais, pendant un séjour de vingt-cinq ans en France, nous n'avons entendu M. Lagrange proférer la moindre plainte contre le ministre qu'on a accusé de l'avoir *irrévocablement mécontenté par des mépris et des dégoûts, que par respect pour lui-même il lui était impossible de dissimuler.* On pourrait soupçonner que M. La-

grange eût assez de générosité pour oublier ou pardonner des torts dont il aurait tiré la seule vengeance qui fût digne de lui, celle de quitter une contrée où son mérite eût été méconnu. Mais interrogé directement sur ce sujet, par un membre de l'Institut (M. Burckhardt) il ne donna que des réponses négatives, et qui n'indiquaient d'autre cause véritable que les malheurs qu'on croyait prêts à fondre sur la Prusse. M. Hertzberg était mort, M. Lagrange, comte et sénateur français, n'avait aucun intérêt de dissimuler la vérité, ainsi nous devons nous en rapporter à ses dénégations constantes.

L'historien que nous avons cité a donc été mal informé; mais l'esprit de dénigrement et de satire, qui a si justement rendu son ouvrage suspect, ne doit pas nous empêcher d'en extraire les lignes où il expose, avec l'énergie qui lui est particulière, son opinion, qui est celle de l'Europe, quand il rend justice à M. Lagrange (1).

« Il me semble, ce sont ses termes, qu'il y aurait ici en ce « moment une acquisition digne du roi de France. L'illustre « Lagrange, le premier géomètre qui ait paru depuis New- « ton, et qui, sous tous les rapports de l'esprit et du génie, « est l'homme qui m'a le plus étonné; Lagrange, le plus « sage et peut-être le seul philosophe vraiment pratique qui « ait jamais existé, recommandable par son imperturbable « sagesse, ses mœurs, sa conduite de tout genre, en un mot, « l'objet du plus tendre respect du petit nombre d'hommes « dont il se laisse approcher, Lagrange est mécontent, tout « le convie à se retirer d'un pays où rien n'absout du crime

(1) Histoire Secrète de la cour de Berlin, 1789. Tome II, p. 173 et suiv.

« d'être étranger, et où il ne supportera pas de n'être pour « ainsi dire qu'un objet de tolérance.... Le prince Cardito « de Caffredo, ministre de Naples à Copenhague, lui a offert « les plus belles conditions de la part de son souverain; le « grand duc, le roi de Sardaigne, l'invitent vivement; mais « toutes leurs propositions seront aisément oubliées pour la « nôtre.... Je suis très-attaché à cette idée, parce que je la « crois noble et que j'aime tendrement l'homme qui en est « l'objet.... J'ai suspendu la délibération de M. L. G. sur les « propositions qui lui sont faites, pour attendre les nôtres.... « J'ai oublié de vous dire que l'ambassadeur (de France) « avait, à ma prière, adressé à M. de Vergennes la propo- « sition d'appeler M. Lagrange. »

L'auteur que nous citons paraît craindre l'opposition de M. de Breteuil, et, suivant M. Lagrange lui-même, *ce fut l'abbé Marie* qui le proposa à M. de Breteuil; et ce ministre qui, dans toutes les occasions, a été au-devant des desirs de l'Académie des Sciences, porta cette demande, et la fit agréer par Louis XVI.

Le successeur de Frédéric, quoiqu'il s'intéressât médiocrement aux sciences, faisait quelque difficulté de laisser partir un savant que son prédécesseur avait appelé, et qu'il honorait d'une estime particulière. Après quelques démarches, Lagrange obtint qu'on ne s'opposât plus à son départ; on y mit pour condition qu'il donnerait encore plusieurs mémoires à l'Académie de Berlin. Les volumes de 1792, 1793 et 1803 prouvent qu'il fut fidèle à sa promesse.

Ce fut en 1787 que M. Lagrange vint à Paris, siéger à l'Académie des Sciences dont il était, depuis quinze ans, *associé étranger*. Pour lui donner droit de suffrage dans

toutes les délibérations, on changea ce titre en celui de *pensionnaire vétéran*. Ses nouveaux confrères se montrèrent à l'envi heureux et glorieux de le posséder; *la reine l'accueillit avec bienveillance; elle le considérait comme allemand; il lui avait été recommandé de Vienne. On lui donna un logement au Louvre; il y vécut heureux jusqu'à la révolution.* La satisfaction dont il jouissait se répandait peu au-dehors: toujours affable et bon quand on l'interrogeait, il se pressait peu de parler, paraissait distrait et mélancolique; souvent dans une réunion qui devait être selon son goût, au milieu de ces savans qu'il était venu chercher de si loin, parmi les hommes les plus distingués de tout pays qui se rassemblaient toutes les semaines chez l'illustre Lavoisier, je l'ai vu rêveur, debout contre une fenêtre où rien pourtant n'attirait ses regards; il y restait étranger à ce qui se disait autour de lui; il avouait lui-même que son enthousiasme était éteint; qu'il avait perdu le goût des recherches mathématiques. S'il apprenait qu'un géomètre s'occupât de quelque travail, tant mieux, disait-il, je l'avais commencé, je serai dispensé de l'achever. Mais cette tête pensante ne pouvait que changer l'objet de ses méditations. La métaphysique, l'histoire de l'esprit humain, celle des différentes religions, la théorie générale des langues, la médecine, la botanique, s'étaient partagé ses loisirs. Quand la conversation se portait sur les matières qui paraissaient lui devoir être les plus étrangères, on était frappé d'un trait inattendu, d'une pensée fine, d'une vue profonde, qui décelaient de longues réflexions. Entouré de chimistes qui venaient de réformer toutes les théories, et jusqu'au langage de leur science, il se mit au courant de leurs découvertes qui donnaient à des faits, auparavant isolés et inexplicables, cette

liaison qu'ont entre elles les différentes parties des mathématiques : il consentit à acquérir ces connaissances qui lui avaient autrefois semblé si obscures, et qui étaient devenues *aisées comme l'algèbre*. On a été étonné de cette comparaison, on a cru qu'elle ne pouvait venir à l'esprit que d'un Lagrange. Elle nous paraît aussi simple que juste, mais il faut la prendre dans son véritable sens. L'algèbre qui présente tant de problêmes insolubles, tant de difficultés contre lesquelles sont venus se briser tous les efforts de Lagrange lui-même, ne pouvait lui paraître une étude si facile, mais il comparait les élémens de la chimie à ceux de l'algèbre; ces nouveaux élémens faisaient corps, ils étaient intelligibles, ils offraient plus de certitude; ils ressemblaient à ceux de l'algèbre qui, dans la partie qui est faite, n'offre rien de bien difficile à concevoir; aucune vérité à laquelle on ne puisse parvenir par une suite de raisonnemens de l'évidence la plus palpable. L'entrée de la science chimique lui parut offrir ces mêmes avantages, avec un peu moins de certitude et de stabilité probablement; comme l'algèbre, elle a sans doute aussi ses difficultés, ses paradoxes qu'on n'expliquera qu'avec beaucoup de sagacité, de réflexions et de temps; elle aura ses problêmes qui demeureront toujours insolubles.

C'est dans ce repos philosophique qu'il vécut jusqu'à la révolution, sans rien ajouter à ses découvertes mathématiques, sans même ouvrir une seule fois sa mécanique analytique, qui avait paru depuis plus de deux ans.

La révolution offrit aux savans l'occasion d'une grande et difficile innovation : l'établissement d'un système métrique, fondé sur la nature, et parfaitement analogue à notre échelle de numération. Lagrange fut un des commissaires

que l'Académie chargea de ce travail; il en fut un des plus ardens promoteurs; il voulait le système décimal dans toute sa pureté; il ne pardonnait pas à Borda la complaisance qu'il avait eue de faire exécuter des quarts de mètre. Il était peu frappé de l'objection que l'on tirait contre ce système du petit nombre des diviseurs de sa base. Il regrettait presque qu'elle ne fût pas un nombre premier, tel que 11, qui nécessairement eût donné un même dénominateur à toutes les fractions. On regardera, si l'on veut, cette idée comme une de ces exagérations qui échappent aux meilleurs esprits dans le feu de la dispute; mais il n'employait ce nombre 11 que pour écarter le nombre 12, que des novateurs plus intrépides auraient voulu substituer à celui de 10, qui fait par-tout la base de la numération.

A la suppression des Académies, on conserva *temporairement* la commission chargée de l'établissement du nouveau système. Trois mois à peine étaient écoulés que, pour *épurer* cette commission, on raya de sa liste les noms de Lavoisier, Borda, Laplace, Coulomb, Brisson, et celui de l'astronome qui opérait en France. Lagrange fut conservé. En qualité de président, par une lettre longue et pleine de bonté, il m'avertit que j'allais recevoir l'avis officiel de ma destitution. Dès qu'il me sut de retour, il vint me témoigner le regret que lui causait l'éloignement d'un si grand nombre de confrères. *Je ne sais*, disait-il, *pourquoi ils m'ont conservé.* Mais, à moins d'être totale, il était difficile que la suppression s'étendît jusqu'à lui. Plus la commission avait éprouvé de pertes, plus il lui importait de ne pas se priver de la considération attachée au nom de Lagrange; on le savait d'ailleurs uniquement dévoué aux sciences; il n'avait aucune place ni dans l'ordre

civil, ni dans l'administration; la modération de son caractère l'avait empêché d'exprimer ce qu'il ne pouvait se défendre de penser en secret. Mais jamais je n'oublierai la conversation que j'eus avec lui à cette époque. C'était le lendemain de ce jour où un jugement atroce et absurde, en révoltant tout ce qui avait quelque idée de justice, avait mis les savans dans le deuil, en frappant le plus illustre physicien de l'Europe. *Il ne leur a fallu qu'un moment*, me disait-il, *pour faire tomber cette tête, et cent années peut-être ne suffiront pas pour en reproduire une semblable.* Nous gémissions ensemble des funestes suites de l'expérience dangereuse qu'avaient tentée les Français. Quelque temps auparavant nous avions eu une conversation du même genre dans le cabinet de Lavoisier, à l'occasion du procès dn malheureux Bailly. Tous ces projets chimériques d'amélioration lui paraissaient des preuves fort équivoques de la grandeur de l'esprit humain; *Voulez-vous le voir véritablement grand, entrez dans le cabinet de Newton décomposant la lumière, ou dévoilant le système du monde.*

Déja depuis long-temps il regrettait de n'avoir pas écouté la voix de ses amis qui, dès le commencement de nos troubles, lui avaient conseillé de chercher un asyle qu'il aurait trouvé si facilement. Tant que la révolution ne parut menacer que le traitement dont il jouissait en France, il avait négligé cette considération pour la curiosité de voir de plus près une de ces grandes secousses qu'il serait toujours plus prudent d'observer d'un peu loin. *Tu l'as voulu*, se répétait-il à lui-même, en me confiant ses regrets; en vain un décret spécial, proposé par Duséjour, à l'assemblée constituante, lui avait assuré le paiement de sa pension; vainement lui

eût-on tenu parole, la dépréciation du papier-monnaie suffisait pour rendre ce décret illusoire. Il avait été nommé membre d'un bureau de consultation, chargé d'examiner et et de récompenser les inventions utiles; on l'avait fait l'un des administrateurs de la monnaie, mais cette commission lui offrait peu d'objets capables de fixer son attention, et ne pouvait en aucun sens dissiper ses inquiétudes. On voulut de nouveau l'attirer à Berlin, et lui rendre sa première existence; il y avait consenti. Héraut de Séchelles, à qui il s'était adressé pour un passe-port, lui offrait pour plus de sûreté une mission en Prusse. M. Lagrange ne put consentir à quitter sa patrie; cette répugnance qu'il regardait alors comme un malheur, fut pour lui une source de fortune et de gloire nouvelle.

L'Ecole Normale, dont il fut nommé professeur, mais qui n'eut qu'une existence éphémère, lui donna à peine le temps d'exposer ses idées sur les fondemens de l'arithmétique, de l'algèbre, et de leurs applications à la géométrie.

L'Ecole Polytechnique, fruit d'une idée plus heureuse, eut aussi des succès plus durables; et parmi les meilleurs effets qu'elle a produits, nous pouvons mettre au premier rang celui d'avoir rendu M. Lagrange à l'analyse. Ce fut là qu'il eut occasion de développer les idées dont le germe était dans un mémoire qu'il avait publié en 1772, et dont l'objet était d'enseigner la véritable métaphysique du calcul intégral. Pour l'entendre, et jouir plutôt de ces heureux développemens, on vit les professeurs se mêler aux jeunes élèves. C'est alors qu'il composa ses fonctions analytiques, et les leçons sur ce calcul, dont il a donné plusieurs éditions. *Ceux qui ont été à portée de suivre ces intéressantes leçons*, a dit un de ces

professeurs (M. Lacroix), *ont eu le plaisir de lui voir créer sous les yeux des auditeurs presque toutes les portions de sa théorie, et conserveront précieusement plusieurs variantes que recueillera l'histoire de la science, comme des exemples de la marche que suit dans l'analyse le génie de l'invention.*

Ce fut alors aussi qu'il publia son traité de la résolution des équations numériques, avec des notes sur plusieurs points de la théorie des équations algébriques.

On dit qu'Archimède, dont la grande réputation est surtout fondée, au moins chez les historiens, sur des machines de tout genre, et principalement celles qui avaient retardé la prise de Syracuse, dédaignait ces inventions mécaniques, sur lesquelles il n'a rien écrit, on dit qu'il ne mettait d'importance qu'à ses ouvrages de pure théorie. On pourrait quelquefois penser que nos grands géomètres partagent, à cet égard, l'opinion d'Archimède. Ils regardent un problême comme résolu quand il n'offre plus de difficultés analytiques, qu'il ne reste plus à faire que des différentiations, des substitutions et des réductions, opérations qui, dans le fait, n'exigent guère que de la patience et une certaine habitude; satisfaits d'avoir écarté les difficultés plus réelles, ils s'inquiètent trop peu de l'embarras où ils laissent les calculateurs, et du travail que doit leur imposer l'usage de la formule, même après qu'elle a été convenablement réduite. Nous n'oserions assurer que Lagrange n'ait pas été le plus souvent de cette opinion. Plus d'une fois il a exprimé ouvertement son vœu de voir encourager les recherches purement analytiques; et même, quand il paraît se proposer la plus grande facilité des calculs usuels, c'est encore l'analyse principalement qu'il perfectionne.

La résolution générale des équations algébriques est sujette à des difficultés réputées insurmontables; mais, dans la pratique, tout problême déterminé conduit à une équation dont tous les coëfficiens sont donnés en nombres : il suffirait donc d'avoir une méthode sûre pour trouver toutes les racines de cette équation, qu'on nomme numérique. C'est l'objet que se propose M. Lagrange; il analyse les méthodes connues, en démontre l'incertitude et l'insuffisance; il réduit le problême à la détermination d'une quantité plus petite que la plus petite différence entre les racines. C'est beaucoup. On ne peut trop admirer la science analytique qui brille par-tout dans cet ouvrage; mais, malgré toutes les ressources du génie de Lagrange, on ne peut se dissimuler que le travail ne soit encore bien long, et les calculateurs continueront sans doute de donner la préférence à des moyens moins directs et plus expéditifs. Quatre fois l'auteur est revenu sur ce sujet : il est à croire qu'une solution commode et générale nous sera toujours refusée, ou que du moins ce sera par d'autres moyens qu'il faudra la chercher. L'auteur semble l'avoir reconnu lui-même, en recommandant celui de M. Budan comme *le plus facile et le plus élégant pour résoudre toutes les équations dont toutes les racines sont réelles.*

Le desir de multiplier les applications utiles lui fit entreprendre une nouvelle édition de sa Mécanique analytique : son projet était d'en développer les parties les plus usuelles. Il y travaillait avec toute l'ardeur et la force de tête qu'il y aurait mise dans son meilleur temps; mais cette application lui laissait une fatigue qui allait quelquefois à le faire tomber en défaillance. Il fut trouvé en cet état par Mme Lagrange.

Sa tête, en tombant, avait porté sur l'angle d'un meuble, et ce choc ne lui avait pas rendu l'usage de ses sens. C'était un avertissement de se ménager davantage; il en jugea d'abord ainsi; mais il avait trop à cœur de terminer la rédaction de cet ouvrage, dont l'impression, long-temps suspendue, n'a été terminée qu'en 1815. Le premier volume avait paru quelque temps avant sa mort; il avait été suivi d'une nouvelle édition des fonctions analytiques. Tant de travaux l'épuisèrent. Vers la fin de mars, la fièvre se déclara, l'appétit était nul, le sommeil agité, la bouche aride; il éprouvait des défaillances alarmantes, sur-tout à l'heure de son réveil. Il sentit son danger; mais, conservant son imperturbable sérénité, il étudiait ce qui se passait en lui; et, comme s'il n'eût fait qu'assister à une grande et rare expérience, il y donnait toute son attention. Ses remarques n'ont point été perdues; l'amitié lui amena, le 8 avril au matin, MM. Lacépède et Monge, et M. Chaptal, qui se fit un devoir religieux de recueillir les principaux traits d'une conversation qui fut la dernière. (Nous avons suivi scrupuleusement toutes les indications qu'elle contient, et les passages que nous avons soulignés sans autre citation sont fidèlement copiés sur le manuscrit de M. le comte Chaptal.)

Il les reçut avec attendrissement et cordialité. *J'ai été bien mal avant hier, mes amis*, leur dit-il, *je me sentais mourir; mon corps s'affaiblissait peu-à-peu, mes facultés morales et physiques s'éteignaient insensiblement; j'observais avec plaisir la progression bien graduée de la diminution de mes forces, et j'arrivais au terme sans douleur, sans regrets, et par une pente bien douce. Oh! la mort n'est pas à redouter, et lorsqu'elle vient sans douleur, c'est une dernière fonction*

qui n'est ni pénible ni désagréable. Alors il leur exposait ses idées sur la vie, dont il croyait que le siége est par-tout, dans tous les organes, dans tout l'ensemble de la machine, qui, chez lui, s'affaiblissait également par-tout et par les mêmes degrés. *Quelques instans de plus, il n'y avait plus de fonctions nulle part, la mort était par-tout : la mort n'est que le repos absolu du corps.*

Je voulais mourir, ajouta-t-il avec plus de force, *oui, je voulais mourir, et j'y trouvais du plaisir; mais ma femme n'a pas voulu : j'eusse préféré en ces momens une femme moins bonne, moins empressée à ranimer mes forces, et qui m'eût laissé finir doucement. J'ai fourni ma carrière; j'ai acquis quelque célébrité dans les mathématiques. Je n'ai haï personne, je n'ai point fait de mal, et il faut bien finir; mais ma femme n'a pas voulu.*

Comme il s'était fort animé, sur-tout à ces derniers mots, ses amis, malgré tout l'intérêt qu'ils mettaient à l'entendre, voulaient se retirer; il se mit à leur faire l'histoire de sa vie, de ses travaux, de ses succès, de son séjour à Berlin (où plusieurs fois il nous avait dit qu'il avait vu de près *un roi*), de son arrivée à Paris, de la tranquillité dont il y avait joui d'abord, des inquiétudes que lui avait ensuite causées la révolution, de la manière grande et inespérée dont il en avait été dédommagé par un prince plus grand, plus puissant (il aurait pu dire encore plus en état de l'apprécier), qui l'avait comblé d'honneurs et de dignités, et qui, tout récemment encore, venait de lui envoyer le grand cordon de l'ordre de la réunion; ajoutons enfin qui, après lui avoir donné, pendant sa vie, les preuves non équivoques de la plus haute estime, vient de faire, pour sa veuve et son frère, plus que

jamais Frédéric n'avait fait pour lui-même pendant tout le temps qu'il avait illustré son académie.

Il n'avait ambitionné ni ces honneurs ni ces richesses; mais il les recevait avec une respectueuse reconnaissance, et s'en réjouissait pour l'avantage des sciences. Il comptait se parer de ces titres au frontispice de l'ouvrage qu'il faisait imprimer, pour montrer à l'univers à quel point les savans étaient honorés en France.

On voit, par ces derniers mots, qu'il n'avait pas perdu tout espoir de guérison; il croyait seulement que sa convalescence serait longue; il offrait ensuite, dès que ses forces seraient revenues, d'aller dîner chez M. le comte de Lacépède, avec MM. les comtes Monge et Chaptal, et là il se proposait de leur donner sur sa vie et ses ouvrages d'autres détails qu'ils ne pourraient trouver nulle part. Ces détails sont irrévocablement perdus. Nous ignorons même encore ce qu'il avait voulu, et ce qu'il aura pu ajouter au second volume de sa mécanique, qui était déja sous presse. (Ce volume a paru en 1816.)

Pendant cette conversation, qui dura plus de deux heures, la mémoire lui manqua souvent; il faisait de vains efforts pour se rappeler les noms et les dates, mais son discours fut toujours suivi, plein de fortes pensées, et d'expressions hardies. Cet emploi qu'il fit de ses forces, les épuisa. A peine ses amis étaient retirés, qu'il tomba dans un abattement profond, et il mourut le surlendemain 10 avril, à neuf heures trois quarts du matin.

M. Lagrange était d'une complexion délicate mais bonne; sa tranquillité, sa modération, un régime austère et frugal,

dont il s'écartait rarement, lui ont fait prolonger sa carrière jusqu'à l'âge de soixante-dix-sept ans deux mois et dix jours. Il avait été marié deux fois; la première fois à Berlin, pour faire comme tous les autres académiciens dont aucun n'était célibataire. Il avait fait venir de Turin une parente qu'il épousa, et qu'il perdit après une longue maladie, pendant laquelle il lui avait prodigué les soins les plus tendres, les plus soutenus et les plus ingénieux. Quand depuis il épousa en France mademoiselle Lemonnier, fille de notre célèbre astronome, il nous disait, *je n'ai point eu d'enfans de mon premier mariage, je ne sais si j'en aurai du second, je n'en desire guères.* Ce qu'il souhaitait principalement, c'était une compagne aimable, dont la société pût lui offrir quelques délassemens dans les intervalles de ses travaux, et, à cet égard, il ne lui resta rien à desirer. Madame la comtesse Lagrange, fille, petite-fille, et nièce de membres de l'Académie des Sciences, était digne d'apprécier le nom qu'il lui ferait porter. Cet avantage réparant à ses yeux l'inégalité de leurs âges, elle ne tarda pas à concevoir pour lui le plus tendre attachement. Il en était reconnaissant au point qu'il souffrait difficilement d'être séparé d'elle, que c'était pour elle seule qu'il sentait quelque regret de quitter la vie, et qu'enfin on l'a plusieurs fois entendu dire que de tous ses succès, ce qu'il prisait le plus, c'était qu'ils lui eussent fait obtenir une compagne si tendre et si dévouée. Pendant les dix jours que dura sa maladie, elle ne le perdit pas de vue un seul instant, et les employa constamment à réparer ses forces, et à prolonger son existence.

Il aimait la retraite, mais il n'en fit pas un devoir à la jeune

épouse qu'il s'était associée; il sortit donc plus souvent, et se montra dans le monde, où d'ailleurs ses dignités l'obligeaient de paraître. Très-souvent on pouvait s'apercevoir qu'il y suivait les méditations commencées dans son cabinet; on a dit qu'il n'était pas insensible aux charmes de la musique. En effet, quand une réunion était nombreuse, il n'était pas fâché qu'un concert vînt interrompre les conversations, et fixer toutes les attentions. Dans une de ces occasions, je lui demandais ce qu'il pensait de la musique : *Je l'aime, parce qu'elle m'isole, j'en écoute les trois premières mesures, à la quatrième je ne distingue plus rien, je me livre à mes réflexions, rien ne m'interrompt, et c'est ainsi que j'ai résolu plus d'un probléme difficile.* Ainsi, pour lui, la plus belle œuvre de musique devait être celle à laquelle il avait dû les inspirations les plus heureuses.

Quoiqu'il fut doué d'une figure vénérable, sur laquelle se peignait son beau caractère, jamais il n'avait voulu consentir que l'on fît son portrait; plus d'une fois, par une adresse fort excusable, on s'était introduit aux séances de l'Institut, pour le dessiner à son insu. Un artiste, envoyé par l'Académie de Turin, traça de cette manière l'esquisse d'après laquelle il a fait le buste qui a été plusieurs mois exposé dans la salle de nos séances particulières, et qui orne aujourd'hui notre bibliothèque. Ses traits ont été moulés après sa mort, et précédemment pendant qu'il sommeillait, on en avait fait un dessin qu'on dit fort ressemblant.

Doux, et même timide dans la conversation, il aimait particulièrement à interroger, soit pour faire valoir les autres, soit pour ajouter leurs réflexions à ses vastes connaissances.

Quand il parlait, c'était toujours sur le ton du doute, et sa première phrase commençait ordinairement par *je ne sais pas*. Il respectait toutes les opinions, était bien éloigné de donner les siennes pour des règles : ce n'est pas qu'il fût aisé de l'en faire changer, et qu'il ne les défendît par-fois avec une chaleur qui allait croissant jusqu'à ce qu'il s'aperçut de quelque altération en lui-même ; alors il revenait à sa tranquillité ordinaire. Un jour, après une discussion de cette espèce, M. Lagrange étant sorti, Borda, resté seul avec moi, laissa échapper ces mots : *Je suis fâché d'avoir à le dire d'un homme tel que M. Lagrange, mais je n'en connais pas de plus entêté.* Si Borda fût sorti le premier, Lagrange m'en eût dit autant sans doute de son confrère, homme de sens et de beaucoup d'esprit qui, comme Lagrange, ne changeait pas volontiers les idées qu'il n'avait adoptées qu'après un mûr examen.

Souvent on remarquait dans son ton une légère et douce ironie, sur l'intention de laquelle il était possible de se méprendre, et dont je n'ai pas vu d'exemple que personne ait pu se tenir offensé ; ainsi il me disait un jour : Ces astronomes sont singuliers, ils ne veulent pas croire à une théorie, quand elle ne s'accorde pas avec leurs observations. Ce qui avait amené cette réflexion, son regard en la proférant en marquait assez le sens véritable, et je ne me crus pas obligé de défendre les astronomes.

Parmi tant de chefs-d'œuvre que l'on doit à son génie, sa Mécanique est sans contredit le plus grand, le plus remarquable et le plus important. Les fonctions analytiques ne sont qu'au second rang, malgré la fécondité de l'idée prin-

cipale et la beauté des développemens. Une notation moins commode, des calculs plus embarrassans, quoique plus lumineux, empêcheront les géomètres d'employer, si ce n'est en certains cas difficiles et douteux, ses symboles et ses dénominations; il suffit qu'il les ait rassurés sur la légitimité des procédés plus expéditifs du calcul différentiel et intégral. Lui-même a suivi la notation commune dans la seconde édition de sa Mécanique.

Ce grand ouvrage est tout fondé sur le calcul des variations dont il est l'inventeur; tout y découle d'une formule unique, et d'un principe connu avant lui, mais dont on était loin de soupçonner toute l'utilité. Cette sublime composition réunit en outre tous ceux de ses travaux précédens qu'il a pu y rattacher; elle se distingue encore par l'esprit philosophique qui y règne d'un bout à l'autre : elle est aussi la plus belle histoire de cette partie de la science, une histoire telle qu'elle ne pouvait être écrite que par un homme au niveau de son sujet, et supérieur à tous ses devanciers, dont il analyse les ouvrages; elle forme une lecture du plus haut intérêt, même pour celui qui serait hors d'état d'en apprécier tous les calculs de détails. Un pareil lecteur y apercevra du moins la liaison intime de tous les principes sur lesquels les plus grands géomètres ont appuyé leurs recherches de mécanique. Il y verra la loi géométrique des mouvemens célestes, déduite de simples considérations mécaniques et analytiques. De ces problêmes qui servent à calculer le véritable systême du monde, l'auteur passe à des questions plus difficiles, plus compliquées, et qui tiendraient à un autre ordre de choses; ces recherches ne sont que de pure curiosité, l'auteur en avertit, mais elles

prouvent toute l'étendue de ses ressources. On y voit enfin sa nouvelle théorie des variations des constantes arbitraires du mouvement des planètes, qui avait paru avec tant d'éclat dans les Mémoires de l'Institut, où elle avait prouvé que l'auteur, à l'âge de plus de soixante-quinze ans, n'était pas descendu du haut rang qu'il occupait depuis si long-temps, de l'aveu de tous les géomètres.

Par-tout dans ses écrits, quand il rapporte un théorême important, il en fait hommage au premier auteur.

Quand il rectifie les idées de ses prédécesseurs ou de ses contemporains, c'est avec tous les égards dus au génie; quand il démontre les erreurs de ceux qui l'ont attaqué, c'est avec l'impassibilité d'un vrai géomètre, et le calme d'un démonstrateur. Aucun de ses rivaux célèbres n'eut des idées plus fines, plus justes, plus générales et plus profondes; enfin, grace à ses heureux travaux, la science mathématique est aujourd'hui comme un vaste et beau palais dont il a renouvelé les fondemens, posé le faîte, et dans lequel on ne peut faire un pas sans trouver avec admiration des monumens de son génie.

Notes fournies par M. GUYTON-MORVEAU.

M. Lagrange fut nommé, le 21 mars 1792, administrateur des monnaies, avec MM. Berthollet et Mongez. Un pareil office avait été exercé par Cicéron, sous le nom de *quartum-vir monétaire;* Newton avait rempli, pendant trente ans, les fonctions de premier officier des monnaies à Londres. Ce service, à l'époque de la nomination de M. Lagrange, n'exi-

geait pas beaucoup de travail, mais tout ce qui pouvait le distraire de ses profondes méditations lui était insupportable : il donna, six mois après, sa démission.

Robespierre avait fait rendre un décret qui forçait à sortir de France tous ceux qui étaient nés en pays étranger, sans aucune distinction ; *la mesure pourra*, disait-il, *atteindre quelques philosophes amis de l'humanité, mais cette espèce est si rare!* Voyez le Moniteur du 25 vendémiaire de l'an II, (16 octobre 1793.) Lagrange alarmé, vint consulter Guyton, qui lui dit qu'un décret postérieur autorisait le comité de salut public à *mettre en requisition* les nobles et les étrangers qu'il jugerait utile de conserver à leur poste. Guyton l'invitait à écrire au comité, mais Lagrange se refusait à la moindre démarche. Il aimait encore mieux attendre l'événement. Heureusement Guyton s'avisa de lui rappeler qu'il l'avait précédemment invité, de la part du comité de salut public, à examiner le Traité d'Artillerie de Hutton. Lagrange consentit à écrire à Guyton, comme membre de ce comité, pour lui demander si, dans les circonstances, il devait renvoyer cet ouvrage ou continuer de s'en occuper. Deux heures après, Guyton lui porta l'arrêté du comité, qui le mettait en requisition pour continuer les calculs dont il s'était chargé sur la *Théorie des projectiles.*

Dans une lettre du 12 ventose suivant (2 mars 1794), Lagrange parlait en ces termes du traité de Hutton : *Cet ouvrage excite beaucoup ma curiosité, parce que les expériences me paraissent très-bien faites, et que du moins* l'auteur *est parvenu à des résultats généraux. Je desire sur-tout voir ce qu'il a trouvé sur la longueur des pièces; c'est le point que Darcy s'était proposé de discuter, et sur lequel il n'avait pu rien trouver de décisif.*

Dans une autre lettre il disait encore : *Je m'occupe à discuter les expériences de Hutton, et à voir jusqu'à quel point elles peuvent s'accorder avec une théorie plus exacte que celle de l'auteur.*

Guyton lui avait prêté, pour quelques heures, l'ouvrage de Chladny. En le lui renvoyant, Lagrange lui écrivait : *Je vais tâcher de me le procurer pour le méditer à mon aise, et pour voir si l'on peut réduire ces expériences à un genre de théorie. Les lignes tracées sur les plaques circulaires, et déterminées par la forme que prend le sable dont on les couvre, lorsqu'on les*

racle avec un archet de violon, sont autant de lieux de repos dans les tons harmoniques du violon et de la trompette ; mais la correspondance de ces lignes avec les tons qui les accompagnent, est un phénomène aussi curieux que difficile à expliquer par la théorie.

HISTOIRE

DE LA CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES DE L'INSTITUT ROYAL DE FRANCE.

ANALYSE

Des travaux de la Classe des Sciences Mathématiques et Physiques de l'Institut, pendant l'année 1812.

PARTIE PHYSIQUE.

PAR M. LE CHER CUVIER, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

CHACUN sait que la chaleur est l'un des principaux instrumens de la chimie, et l'une des plus grandes forces qui agissent dans ses phénomènes; on peut la considérer en elle-même, dans ses effets, ou dans ses sources.

M. le comte de RUMFORT, constamment occupé des sciences dans leurs rapports avec les besoins de la société, a traité cette année de la chaleur, sous le dernier point de vue, et a cherché avec beaucoup de soin à déterminer quelle quan-

tité il s'en développe dans la combustion de chaque substance.

Pour arriver à ce but, il fallait avoir d'abord un moyen général de mesurer exactement ces quantités de chaleur; et quand on réfléchit à la complication du phénomène de la combustion, l'on sent aisément combien de difficultés devaient arrêter M. de Rumfort dans ses tentatives. Ce n'est qu'après vingt ans de travaux qu'il est parvenu à les vaincre.

Son idée principale était de mesurer la quantité d'eau qui passe d'un degré fixe à un autre également fixe, par la combustion d'une quantité bien déterminée de chaque substance.

L'appareil qu'il a imaginé pour cela consiste en un récipient prismatique et horizontal de cuivre, où l'on a pratiqué deux goulots; l'un près d'une extrémité, pour recevoir un thermomètre; l'autre au milieu de la partie supérieure, par lequel on verse l'eau, et que l'on ferme par un bouchon. Dans l'intérieur du récipient est une espèce de serpentin de forme aplatie, qui en couvre tout le fond sans le toucher, et qui doit recevoir les produits aériformes de la combustion par le moyen d'un tuyau vertical soudé à son orifice. Ce serpentin revient trois fois sur lui-même, et son autre extrémité traverse horizontalement la paroi verticale du récipient qui lui est contigu. La bonté de tout l'appareil dépend essentiellement de la forme plate du serpentin, qui doit exactement transmettre au liquide contenu dans le récipient toutes les portions de la chaleur qu'il reçoit lui-même du corps qui brûle.

Cependant le récipient, une fois devenu plus chaud que l'air environnant, devait perdre du calorique qu'il aurait

reçu; et l'azote de l'air qui aurait servi à la combustion se trouvant avec les autres produits dans le serpentin, devait aussi en garder une portion.

Pour remédier à ces deux causes d'erreur, M. de Rumfort a eu l'idée aussi simple qu'efficace de commencer toutes ses expériences à un degré déterminé au-dessous de l'air environnant, et de les faire cesser quand l'eau du récipient était arrivée à autant de degrés au-dessus; de sorte que, dans le commencement, l'air environnant et l'azote fournissent à l'eau précisément autant de calorique qu'ils lui en reprennent ensuite.

Le réservoir cylindrique du thermomètre a précisément la même hauteur que le récipient, en sorte qu'il indique exactement la chaleur moyenne de toute la masse de l'eau.

M. de Rumfort, muni de cet appareil, a donc brûlé successivement différents combustibles, mais en prenant des précautions telles, que leur combustion fût complette, c'est-à-dire qu'ils ne laissassent aucun résidu, et ne donnassent ni fumée ni odeur; car il considérait avec raison la plus légère odeur comme la preuve qu'une partie de combustible s'était vaporisée sans brûler. Il a trouvé ainsi qu'une livre de chaque substance faisait passer, de la température de la glace fondante à celle de l'eau bouillante, savoir:

La cire blanche,	94632 livres d'eau.
L'huile d'olive,	90439 id.
L'huile de colza,	93073 id.
L'alcool,	67470 id.
L'éther sulfurique,	80304 id.
Le naphte,	73376 id.
Le suif,	83687 id.

Ce qui est très-remarquable, c'est qu'en admettant les analyses de ces substances faites par Lavoisier, Cruickshansk, MM. de Saussure, Gay-Lussac et Thénard, et en calculant la chaleur qui aurait été produite par l'hydrogène et le carbone qui entrent dans leur composition si on les eût brûlés séparément, on arrive à très-peu-près aux mêmes résultats.

Nous ne pourrions faire sentir tout le mérite de ces recherches qu'en rapportant les nombreux calculs de l'auteur; et c'est ce que la nature de notre travail ne comporte pas.

Muni de ces connaissances préalables, M. de Rumfort est passé à la détermination de la quantité de chaleur développée par la combustion des différents bois; mais ici le problême devenait plus compliqué. Une haute température produit de nombreux changemens sur le bois; une partie de ses élémens est expulsée; une autre contracte des combinaisons nouvelles : il fallait donc examiner d'abord la structure des bois, la gravité spécifique de leurs parties solides; la quantité de liquides et de fluides élastiques qu'ils contiennent dans leurs divers états; enfin, ce qu'ils fournissent de charbon.

Après les avoir exactement desséchés dans une étuve, M. de Rumfort est arrivé à ce résultat singulier, que la pesanteur spécifique de la matière solide qui fait la charpente du bois est à-peu-près la même dans tous les arbres; il a reconnu par le même moyen que la partie ligneuse, dans le chêne en pleine végétation, ne fait pas quatre dixièmes du total; l'air en fait un quart, et le reste est de la sève. Les bois légers ont encore beaucoup moins de parties

solides; mais il y a des variations, selon les saisons et l'âge des arbres. Le bois sec ordinaire contient encore près d'un quart de son poids d'eau, et il n'y en a jamais moins d'un dixième dans les plus vieilles poutres, placées depuis des siècles dans des charpentes.

Par des expériences exactes de carbonisation, M. de Rumfort a trouvé que tous les bois absolument secs donnent de 42 à 43 centièmes de charbon, d'où il a conclu que la matière propre du bois est identique dans tous les arbres. Cette perte que le bois le plus sec éprouve encore quand on le carbonise; la quantité absolue de carbone, déterminée par MM. Thénard et Gay-Lussac, à 52 ou 53 centièmes; les matières qui se déposent sur les vases; enfin, ce fait que le bois trop desséché, trop rapproché de l'état de charbon, développe moins de chaleur, lui font juger qu'il existe autour de la fibre charbonneuse proprement dite, ou du squelette du bois (comme l'auteur l'appelle), une autre substance qu'il compare, à quelques égards, aux muscles, et qu'il nomme chair végétale. C'est sur cette enveloppe que se porte la première atteinte du feu, parce qu'elle contient de l'hydrogène qui la rend plus inflammable, et qui contribue beaucoup à la chaleur donnée par chaque bois.

Des nombreuses expériences et des calculs compliqués de M. de Rumfort, est résulté enfin une table de la quantité d'eau que les divers bois, selon leur plus ou moins de dessèchement, peuvent faire passer respectivement de la température de la glace fondante à celle de l'eau bouillante, table où l'on voit que le tilleul est le bois qui donne le plus de chaleur, et le chêne celui qui en donne le moins.

Il résulte encore de ses analyses que la perte de chaleur

inévitable dans la carbonisation du bois, est de plus de 42 pour cent; mais qu'elle est de plus de 64 par les procédés ordinaires des charbonniers, parce qu'ils forment beaucoup d'acide pyroligneux, qui consomme cette grande proportion de carbone; enfin que tout le charbon fourni par une quantité d'un bois quelconque ne donne pas plus de chaleur que le tiers de la même quantité brûlé à l'état de bois.

M. de Rumfort croit encore avoir reconnu, dans le cours de ses expériences, ce fait important pour la chimie, que le carbone peut s'unir à l'oxygène, et former avec lui de l'acide carbonique à une température beaucoup plus basse que celle où il brûle visiblement.

La difficulté de suivre ici le savant physicien dans ses calculs compliqués sur la plus grande intensité de chaleur qu'il est possible de produire, et sur la quantité de chaleur produite par la condensation de la vapeur de l'eau et de l'alcool, nous oblige à n'en citer que les principaux résultats. Il établit, par exemple, que la température de l'eau, à l'instant où elle se forme par la combinaison de l'oxigène et de l'hydrogène, est huit fois plus élevée que celle du fer chauffé au point de paraître rouge en plein jour, et que l'eau bouillante, en passant à l'état de vapeur, rend latents 1040 degrés de chaleur, ou, ce qui revient au même, que cette quantité se développe quand la vapeur d'eau se condense.

Selon les mêmes expériences, la capacité de la vapeur d'eau pour la chaleur diminue avec sa température; et des phénomènes relatifs à la vapeur d'alcool on peut conclure que l'hydrogène et l'oxygène, qui entrent dans la composition de ce liquide, n'y sont point à l'état d'eau.

La Classe avait proposé, pour sujet de l'un de ses prix de

physique, la détermination de la capacité des gaz oxigène, acide carbonique, et hydrogène, pour la chaleur;

Ce prix vient d'être décerné à un Mémoire de MM. François Delaroche et Bérard. Ces deux physiciens ne se sont pas bornés à résoudre la question proposée; embrassant la matière sous un point de vue général, ils ont examiné encore d'autres gaz, et ont aussi cherché à déterminer la capacité de la vapeur aqueuse et celle de l'air, sous des pressions différentes; ils ont trouvé, entre autres résultats intéressans, que la capacité d'une masse donnée d'air augmente avec son volume. Ramenant enfin toutes les capacités à celle de l'eau, les auteurs ont dressé la table suivante, comme résultat définitif de leur travail.

Capacité de l'eau.....	1,0000
Air atmosphérique.....	0,2669
Gaz hydrogène.....	3,2936
Gaz acide carbonique....	0,2210
Gaz oxigène.....	0,2361
Gaz azote.....	0,2754
Gaz oxide d'azote.....	0,2369
Gaz oléfiant.....	0,4207
Gaz oxide de carbone...	0,2884
Vapeur aqueuse.....	0,8470

La chaleur pénètre tous les corps; elle contribue essentiellement à leur dilatation, et on l'en exprime, en quelque sorte, chaque fois qu'on les réduit, par une opération quelconque, à des dimensions plus petites.

Ainsi l'on sait, par les expériences faites à Lyon, il y a dix ans, par M. Mollet, que l'air comprimé subitement

développe de la chaleur, et que cette chaleur est accompagnée de lumière. Ce phénomène a donné lieu d'imaginer l'instrument commode que l'on appelle briquet à piston.

M. Dessaignes, habile physicien de Vendôme, dans un mémoire dont nous avons rendu compte, ayant soumis différens gaz à la même opération, obtint des effets semblables, et l'on en conclut, avec une apparence de raison, qu'ils devaient se reproduire dans tous les fluides aériformes; mais M. de Saissy, médecin de Lyon, ayant répété les expériences de M. Dessaignes, n'est parvenu à rendre lumineux que le gaz oxygène, le gaz acide muriatique et l'air commun; le premier des trois est celui qui lui a donné le plus de lumière; après lui vient l'acide muriatique : l'air commun en a donné le moins. Les autres gaz ne sont devenus lumineux qu'autant que l'on y a ajouté deux centièmes d'oxygène.

M. de Saissy conclut de là que les fluides aériformes n'ont la propriété de dégager de la lumière par la compression que, lorsqu'ils contiennent du gaz oxygène libre ou faiblement combiné; il pense que ce fait, une fois bien constaté, pourra donner une nouvelle probabilité à l'opinion que la chaleur et la lumière sont des substances différentes.

La doctrine de M. le comte Berthollet, sur les actions diverses qui influent dans les résultats définitifs des phénomènes chimiques, repose entre autres sur ce fait à-peu-près général, qu'un alcali qui décompose une combinaison saline, ne fait que lui enlever la portion d'acide qui lui donnait sa solubilité, et qu'aussitôt que cette combinaison est devenue insoluble, elle se précipite en conservant le reste de son acide, et même en prenant souvent une portion de l'alcali

qui agit sur elle, en sorte que le précipité est presque toujours plus ou moins composé. Cependant M. Toboalda avait annoncé, que les alcalis purs précipitent du muriate suroxygéné de mercure, vulgairement appelé *sublimé corrosif*, un oxide de mercure dépouillé de tout acide. M. Berthollet, voulant vérifier cette expérience, a trouvé que ce précipité n'est pur, qu'autant que l'on met dans la dissolution de sublimé corrosif plus d'alcali qu'il n'en faut pour en enlever tout l'acide muriatique. Dans le cas contraire, le précipité conserve toujours une portion d'acide qui varie selon les circonstances. L'espèce de l'alcali est indifférente; mais quand la potasse, par exemple, est complètement saturée d'acide carbonique, elle ne décompose point le muriate mercuriel. Au contraire, si l'on emploie un sou-carbonate de potasse, c'est-à-dire une potasse imparfaitement saturée, ce sou-carbonate agit jusqu'à ce qu'il ait perdu la potasse qu'il avait en excès; mais, dans ce cas, le précipité retient à-la-fois de l'acide muriatique et de la potasse.

Les alcalis produisent les mêmes effets sur le nitrate de peroxide de mercure, et des expériences faites sur du sulfate d'alumine ont encore donné des résultats analogues, c'est-à-dire qu'elles ont concouru à confirmer la loi établie par M. Berthollet.

Le même savant avait fait, il y a long-temps, des expériences pour reconnaître les proportions d'oxygène et d'acide muriatique qui constituent l'acide muriatique oxygéné; mais M. Chenevix ayant obtenu depuis d'autres résultats, M. Berthollet est revenu sur ce sujet. Il a reconnu que la lumière qu'il avait d'abord employée comme agent principal, n'enlève qu'une certaine proportion d'oxygène à l'acide, quoiqu'elle

le ramène par-là à un état où son action sur les réactifs diffère peu de celle de l'acide muriatique simple. Il en conclut que cet état est un premier degré d'oxygénation de la base muriatique; et décomposant l'acide oxygéné parfait par le moyen de l'ammoniaque, il y a trouvé 23,64 d'oxygène sur 100, au lieu de 9,41 qu'avait donné sa première analyse.

Dans un de ses précédens mémoires, M. Berthollet avait fait connaître des faits d'où l'on pouvait aisément conclure qu'il existait des gaz hydrogènes carburés ; mais il avait négligé de tirer cette conclusion.

L'analyse que M. de Saussure a faite du gaz oléfiant, a mis cette vérité dans tout son jour, en démontrant qu'en effet ce gaz ne contient point d'oxygène, et qu'il est un véritable gaz hydrogène carburé composé sur 100 parties, de 86 de carbone et de 14 d'hydrogène.

M. Dalton, en traitant le même sujet dans sa Chimie Philosophique, a cherché à établir que la combinaison de l'hydrogène avec le carbone se fait seulement dans deux proportions fixes. Par l'une on a le gaz oléfiant, et par l'autre le gaz inflammable des marais ; il considère les gaz nommés par M. Berthollet hydrogènes oxicarburés, comme des mélanges de gaz hydrogène carboné, de gaz oxide de carbone et d'hydrogène.

Selon M. Dalton, le gaz oléfiant, qu'on soumet à la chaleur ou à l'action de l'étincelle électrique, passe à l'état de gaz des marais, en déposant la moitié de son charbon, et le gaz des marais soumis aux mêmes actions se décompose entièrement; et si, avant d'être arrivé à cette entière décomposition, on obtient un gaz particulier, ce gaz est un mélange d'hydrogène avec le gaz carburé des marais.

M. Berthollet a répété ces expériences avec l'électricité, mais elles ne l'ont point conduit aux résultats annoncés par M. Dalton : une partie seulement du gaz a été décomposée, et celle qui est restée indécomposée a résisté à la plus forte action de l'électricité. M. Berthollet conclut aussi, contre l'opinion de M. Dalton, que la petite quantité d'azote qui se trouve dans le gaz des marais fait une partie constituante de cette combinaison ; car ce gaz recueilli dans des marais, à des époques très-éloignées, a toujours donné la même quantité d'azote.

Enfin, M. Berthollet ayant soumis à l'action de la chaleur le gaz oléfiant, n'a pas obtenu davantage les résultats annoncés par M. Dalton ; et, bien loin de n'avoir trouvé que deux combinaisons entre le gaz hydrogène et le carbone, il a vu au contraire que ces substances peuvent s'unir dans des proportions indéfiniment variables, selon le plus ou moins de chaleur qu'on leur a fait éprouver.

M. Berthollet a aussi exposé au feu le gaz oxicarburé, et a obtenu des résultats analogues à ceux dont il vient d'être question. Ce gaz a déposé du charbon, et sa légéreté spécifique a augmenté. Du gaz oxide de carbone a été exposé dans un tube incandescent à l'action de l'hydrogène, sans éprouver de décomposition, ce qui est opposé à l'idée de M. Dalton, qui regarde le gaz oxicarburé comme un mélange de gaz oxide de carbone et de gaz hydrogène carburé ; car, pour expliquer cette expérience par l'hypothèse de M. Dalton, il faudrait attribuer tous les changemens que la chaleur opère dans le gaz oxicarburé au gaz hydrogène carburé qu'il contiendrait, ce qui est fort difficile, M. Berthollet ayant

prouvé, par une expérience directe, que l'hydrogène n'a aucune action sur le charbon.

M. Thenard a fait sur le gaz ammoniac des expériences bien singulières, et à-peu-près inexplicables dans l'état actuel de la chimie.

Si l'on expose ce fluide bien pur à une haute chaleur, dans un tube de porcelaine bien imperméable, il s'en décompose à peine quelques parcelles; au contraire la décomposition va très-vîte, si l'on met dans ce même tube, du fer, du cuivre, de l'argent, de l'or ou du platine; ces métaux éprouvent un changement dans leurs qualités physiques, mais ils n'augmentent ni ne diminuent de poids, n'enlèvent ni ne cèdent au gaz rien de pondérable. Le fer possède cette propriété au plus haut degré; les métaux différens des cinq que nous avons cités n'en jouissent point du tout. Le gaz décomposé par ce singulier moyen donne toujours trois parties d'hydrogène contre une d'azote. Le soufre et le charbon le décomposent aussi, mais en formant avec ses élémens de nouvelles combinaisons, ce qui rentre dans les phénomènes ordinaires.

Un métal ne peut se dissoudre dans un acide sans être oxidé, et c'est tantôt à l'acide même, tantôt à l'eau, qu'il prend l'oxygène nécessaire; mais il arrive aussi quelquefois qu'une dissolution saturée d'un métal dans un acide, si elle est aidée par la chaleur, peut encore dissoudre une nouvelle portion de métal; et c'est ce que M. Proust a découvert pour le nitrate de plomb. Dans ce cas, est-ce l'acide ou l'oxide métallique de la dissolution qui fournit l'oxygène à cette nouvelle portion de métal? M. Proust, et M. Thomson, qui a répété ses expériences, ont pensé que l'oxygène vient de

l'oxide ; d'où il résulterait que la totalité du plomb ainsi dissous aurait proportionnellement moins d'oxygène, ou, en d'autres termes, qu'il serait moins oxidé que celui qui entre dans une dissolution faite à froid, et qui est connu sous le nom d'*oxide jaune*.

Mais M. Chevreul, aide naturaliste au muséum d'histoire naturelle, ayant examiné de nouveau cette question, a trouvé qu'il se dégage du gaz nitreux, quand on dissout ainsi de nouveau plomb, ce qui ne peut se faire sans que l'acide nitrique perde de son oxygène : d'où ce chimiste conclut que c'est l'acide qui fournit l'oxygène au nouveau plomb, et que la dissolution définitive n'est plus un nitrate, mais bien un nitrite, c'est-à-dire que l'acide est à un moindre degré d'oxidation.

Une propriété remarquable, qui sert à distinguer les nitrites de plomb des nitrates, c'est de former, dans les nitrates de cuivre, un précipité composé d'une certaine quantité d'hydrate de cuivre et de plomb.

D'après ces expériences, M. Chevreul rend à l'oxide jaune de plomb son rang de protoxide, c'est-à-dire de celui où il entre le moins d'oxigène.

Le travail de ce chimiste l'a conduit à examiner d'une manière générale les sels que forme le plomb avec l'acide nitrique ; et il a prouvé qu'il peut exister deux nitrates et deux nitrites, dont l'un, dans chaque espèce, contient deux fois plus d'oxide que l'autre. Il soupçonne même qu'il existe un troisième nitrite, contenant quatre fois moins d'oxide que le premier.

Les corps poreux absorbent des gaz dans diverses proportions, et le charbon est un de ceux qui en absorbent le plus.

La connaissance précise des limites de cette absorption étant fort importante dans les opérations de la chimie, M. de Saussure s'en est occupé récemment avec beaucoup de soin et de succès.

Tous les charbons n'ont pas cette propriété au même degré, et tous les gaz ne se laissent point absorber en même quantité. Le même charbon absorbera quatre-vingt-dix fois son volume de gaz ammoniac, et à peine 1,75 de gaz hydrogène.

M. Thénard a répété ces expériences avec quelques variations, et en a obtenu à-peu-près les mêmes résultats, dont il a dressé une table. Il observé, ainsi que M. de Saussure, et comme M. de Rumfort l'a aussi remarqué dans d'autres expériences, que le gaz oxygène se change en acide carbonique, quoique la température soit peu élevée. Le gaz nitreux se décompose en partie et dégage du gaz acide carbonique et de l'azote. Mais l'hydrogène sulfuré est le gaz dont l'absorption offre les phénomènes les plus intéressans. Il se détruit en peu de temps, et donne de l'eau, du soufre et assez de calorique pour que le charbon s'échauffe beaucoup.

M. Lampadius, chimiste et physicien allemand, en distillant des pyrites martiales avec du charbon, avait obtenu une substance liquide et volatile, dont la nature était encore douteuse.

M. Lampadius lui-même, et feu M. Amédée Berthollet, la considéraient comme un composé de soufre et d'hydrogène; MM. Clément et Desormes, comme une combinaison de soufre et de charbon.

M. Clusel, préparateur de chimie à l'école polytechnique, ayant voulu fixer les opinions sur la nature de cette substance, a d'abord essayé de la décomposer en la faissant passer sur

des lames de cuivre dans des tubes chauffés; mais ce moyen ne lui ayant pas entièrement réussi, il a cherché à en opérer l'analyse par la pile de Volta; et après de nombreuses tentatives, des précautions délicates et multipliées, et un emploi savant de l'action chimique des différens corps, il a cru y reconnaître, sur cent parties près de 59 de soufre, 29 de charbon, 6 d'hydrogène, et 7 d'azote; mais il trouvait dans ses produits plus de soufre et de charbon qu'il n'en avait mis en expérience.

M. Thénard a repris le premier moyen de M. Clusel, qui, étant beaucoup moins compliqué, promettait des résultats plus décisifs; et, en faisant passer avec plus de lenteur le liquide de Lampadius sur le cuivre, dans des tubes chauffés, il lui en a fait éprouver plus profondément l'action, et il l'a complètement décomposé en 85 ou 86 centièmes de soufre, et 14 ou 15 centièmes de charbon, sans azote ni hydrogène.

On a vu, dans les rapports précédens, que M. Delaroche s'était ocoupé de résoudre, par de nouvelles expériences, les phénomènes que les animaux présentent, lorsqu'on les expose à une haute température.

Il fit voir que l'évaporation cutanée et pulmonaire était une des causes qui empêchaient les animaux de prendre complètement la température qui les environnait; mais qu'ils ne conservaient pas absolument la leur, comme on l'avait dit, et qu'ils s'échauffaient aussi par degrés.

Cependant on observa que, si la température du corps animal s'élevait comme celle des milieux environnans, et que leur respiration continuât d'agir comme auparavant, ils devaient arriver à une chaleur bien plus élevée encore, parce que, à celle du milieu, ils devaient joindre celle qui est produite par la respiration.

M. Delaroche a donc voulu examiner la différence que le résultat de la respiration, ou, en d'autres termes, l'absorption de l'oxygène peut éprouver dans un air plus ou moins échauffé, et il l'a trouvée si faible, qu'il est difficile d'en rien conclure; elle est dans le rapport de 5 à 6.

M. Delaroche a pensé qu'il n'y avait aucune connexion nécessaire entre la fréquence des mouvemens respiratoires et l'activité des phénomènes chimiques de la respiration; car, dans l'air chaud, les mouvemens de la poitrine étaient très-accélérés.

Une remarque intéressante est celle, que les animaux à sang froid montrent une différence beaucoup plus marquée que les autres, et que la chaleur augmente sensiblement l'activité de leur respiration, fait qui peut aider à expliquer plusieurs des phénomènes de leur économie.

Les calculs qui se forment quelquefois dans la vésicule du fiel, et qui ont été jusqu'à-présent si rebelles aux secours de l'art, sont composés d'ordinaire de cette substance, nommée *adipo-cire* par les chimistes, parce qu'elle tient par ses caractères à la cire et au suif; mais il paraît qu'ils sont aussi sujets à varier dans leur nature; car M. Orfila, docteur en médecine, en a analysé de tout différens, où il n'existait point d'adipocire, mais du principe jaune, une résine verte, et une petite quantité de cette matière découverte par M. Thénard, et nommée par lui *picromel*, parce qu'elle donne une saveur douce-amère.

M. Vauquelin, continuant ses recherches sur les principes des végétaux, a soumis à de nombreuses expériences le *daphne alpina*, arbuste connu par l'excessive acreté de son écorce, que l'on emploie en médecine comme rubéfiant, et dont

l'extrait, combiné à des corps gras, forme une pommade qui remplace en beaucoup de cas celle de cantharides.

En traitant cette écorce par l'alcool et par l'eau, il y a reconnu deux principes nouveaux et très-remarquables par leurs caractères.

Le premier, que M. Vauquelin nomme *principe âcre,* est de nature huileuse ou résineuse; ne devenant volatile qu'à une chaleur supérieure à celle de l'alcool bouillant, il ne s'élève point avec ce liquide, mais on peut le distiller avec l'eau.

Le second principe, nommé *amer,* se dissout dans l'eau bouillante, et donne par le refroidissement des cristaux blancs et en forme d'aiguilles.

L'écorce du *daphne* a fourni, en outre, comme celle de beaucoup d'autres plantes, une résine verte, un principe colorant jaune, une matière brune qui contenait de l'azote, puisqu'elle donnait de l'ammoniaque, enfin des sels à base de potasse de fer et de chaux.

M. Vauquelin termine son mémoire par cette observation importante, que les substances végétales âcres et caustiques sont huileuses ou résineuses, et ne contiennent point d'acide développé, en quoi elles ressemblent aux plantes vénéneuses; d'où il conclut qu'il faut se défier des plantes qui ne sont point acides.

Réaumur a annoncé, il y a plus d'un siècle, que certaines dents fossiles prennent une teinte bleuâtre, plus ou moins semblable à celle de la turquoise, quand on les expose avec précaution à une chaleur graduée. M. Sage ayant reconnu qu'on obtient de l'acide prussique en torréfiant un mélange de potasse, et de la substance gélatineuse des dents, et que le barreau aimanté tire du fer de la poudre des dents calcinées,

pense que cette couleur bleue des turquoises occidentales est due à un véritable bleu de Prusse.

MINÉRALOGIE ET GÉOLOGIE.

Les dépouilles fossiles des corps organisés occupent toujours les naturalistes.

M. Traullé d'Abbeville, a présenté à la Classe la tête pétrifiée d'un petit *cétacée*, qui paraît avoir appartenu au genre de la baleine, et que l'on a déterrée dans les fouilles du bassin d'Anvers; M. le comte Dejean, Sénateur, en a adressé une semblable, et du même lieu, à l'administration du Muséum d'histoire naturelle. On y a trouvé aussi une grande quantité de vertèbres d'animaux de la même classe, et beaucoup de coquilles.

M. Traullé a encore présenté une portion de mâchoire inférieure de rhinocéros, trouvée dans les sablonnières de la vallée de la Somme, dans les environs d'Abbeville.

M. Daudebart de Ferussac, jeune militaire, transporté successivement par les devoirs de son état dans les parties les plus opposées de l'Europe, a profité de ses momens de loisir pour en observer les fossiles, et comme il a fait une étude particulière des coquilles de terre et d'eau douce, il s'est attaché de préférence à cette sorte de terrain découverte, aux environs de Paris, par MM. Brongniart et Cuvier, laquelle ne contenant que des coquilles d'eau douce, a paru à ces naturalistes ne point devoir son origine à la mer, comme la plupart des autres terrains secondaires.

M. de Ferussac a trouvé des terrains semblables, renfermant les mêmes coquilles et composés des mêmes substances,

dans le midi de la France, dans plusieurs provinces d'Espagne, en Allemagne, et jusqu'au fond de la Silésie, en sorte qu'il n'est guère douteux qu'il ne s'en soit formé par-tout.

M. de Ferussac, pour donner plus de précision à ses observations, s'est occupé des coquilles elles-mêmes, en a déterminé les espèces avec beaucoup de rigueur, et a donné de bonnes observations sur les variations qu'elles peuvent subir, et plusieurs idées heureuses sur les caractères qui peuvent en distinguer les genres.

M. Cuvier vient de mettre au jour, en quatre volumes in-4°, avec beaucoup de planches, le recueil de tous ses mémoires sur les ossemens fossiles de quadrupèdes. Il en décrit soixante et dix-huit espèces, dont quarante neuf sont bien certainement aujourd'hui inconnues des naturalistes, et dont seize ou dix-huit sont encore douteuses. Les autres os trouvés dans des terrains récens paraissent appartenir à des animaux connus. Dans un discours préliminaire, l'auteur expose la méthode qu'il a suivie, et les résultats qu'il a obtenus. Il lui paraît suivre des faits qu'il a constatés, que la terre a éprouvé plusieurs grandes et subites révolutions, dont la dernière, qui ne remonte pas au-delà de cinq ou six mille ans, a détruit les pays habités alors par les espèces actuellement vivantes, et offert pour habitation aux faibles restes de ces espèces, des continens qui avaient déja été habités par d'autres êtres qu'une révolution précédente avait abîmés, et qui reparurent dans leur état actuel lors de cette dernière révolution.

BOTANIQUE, ET PHYSIQUE VÉGÉTALE.

La plupart des physiologistes admettent depuis long-temps dans les plantes une sève ascendante, qui monte des racines

aux branches, et contribue au développement des branches en longueur, et une sève descendante, qui descend des feuilles aux racines, et à laquelle quelques-uns attribuent la principale part dans le développement du bois, et par conséquent dans le grossissement du tronc.

M. Féburier, cultivateur à Versailles, a essayé de recueillir séparément ces deux sèves; pour cet effet, il a pratiqué une entaille profonde à un tronc d'arbre, et adapté une vessie contre la paroi inférieure, de manière qu'il ne pût y entrer que le liquide qui viendrait des parties de l'arbre situées au-dessous; il a fait une autre entaille, et il a placé la vessie à la paroi supérieure, en sorte qu'elle ne pouvait recevoir que des sucs venus d'au-dessus.

M. Féburier considère la sève recueillie dans la vessie inférieure comme de la sève montante; et l'autre, comme de la sève descendante, et donne des observations nombreuses sur les proportions de l'une et de l'autre en diverses circonstances. Voulant ensuite s'assurer du chemin que chaque sève parcourt dans l'intérieur du végétal, il a plongé alternativement, par les deux bouts, des branches d'arbres dans des teintures colorées. Dans les deux cas, ces teintures lui ont paru suivre les fibres ligneuses de l'étui médullaire, ce qui lui fait attribuer la même marche aux deux sèves, en quoi il se rencontre avec le résultat d'autres expériences faites par Mustel.

M. Féburier pense d'ailleurs que la sève ascendante contribue principalement au développement des branches; la descendante, à celui des racines : mais il croit que le *cambium*, ou cette humeur qui transsude horizontalement du tronc, et que l'on regarde comme la matière qui donne à

l'arbre son accroissement en épaisseur, résulte, ainsi que les sucs propres, du mélange des deux sèves.

La présence des feuilles nécessaire pour produire la sève descendante, l'est en conséquence aussi pour l'accroissement en épaisseur; mais les bourgeons, à qui M. du Petit Thouars fait jouer un grand rôle dans cette opération, n'y ont aucune part, selon M. Féburier, car elle a lieu, dit-il, tant que les feuilles existent, et elle cesse aussitôt qu'on les enlève, soit qu'on laisse les bourgeons ou non.

Quant à ce qui regarde les fleurs et les fruits, M. Féburier assure avoir observé que la sève ascendante, lorsqu'elle prédomine, tend à déterminer la production des fleurs simples et le développement complet des germes; que la sève descendante, au contraire, lorsqu'elle est surabondante, opère la multiplication des fleurs et des pétales, et le grossissement des péricarpes, et par conséquent de la partie charnue des fruits : principes d'où il serait facile de déduire beaucoup de pratiques utiles à la culture, et qui expliqueraient aussi plusieurs des pratiques déja indiquées par l'expérience.

Selon M. Féburier, l'aubier mis à nu, mais garanti du contact de l'air, est en état de reproduire, par le moyen du cambium, le liber et l'écorce nécessaires pour le recouvrir, comme l'écorce produit habituellement, et même lorsqu'on l'a en partie écartée de son tronc, du liber et de l'aubier. En ce point, il a pour antagoniste notre collégue, M. Palisot de Beauvois, qui s'est aussi occupé de ces questions toujours difficiles, de la marche de la sève, et de la formation du bois. Selon ce botaniste, ce suintement d'une humeur glaireuse, que quelques physiologistes supposent émaner de l'aubier ancien, et qui contribuerait à la formation du liber, n'est

pas fondé sur des expériences probantes. Au contraire, quand on a enlevé une portion d'écorce à un arbre, et qu'on a bien frotté la plaie, de manière à n'y laisser ni liber ni cambium, ni l'aubier ni le bois ne reproduisent rien, mais les bords de la solution de continuité faite à l'écorce, s'étendent, recouvrent le bois resté à nu, et produisent alors du liber et de l'aubier incontestablement émanés de cette écorce. M. de Beauvois annonce qu'il mettra bientôt dans tout son jour cette proposition, qu'il n'a énoncée que par occasion dans un Mémoire sur la moëlle des végétaux.

L'opinion des physiologistes a été jusqu'à-présent très-partagée sur l'utilité et les fonctions de la moëlle des végétaux. Suivant les uns, cet organe est nécessaire à la vie des plantes, durant toute leur existence; suivant d'autres, elle ne leur est utile que dans les premières années, et tout le temps seulement qu'elle est verte, succulente, et lorsqu'elle peut encore être aisément confondue avec le tissu cellulaire. M. de Beauvois a fait, à ce sujet, des observations qui tendent à établir que la moëlle exerce, pendant toute la vie des plantes, des fonctions, sinon d'une nécessité absolue pour leur existence, du moins très-importantes pour leurs progrès et les developpemens de leurs branches, de leurs feuilles, et sur-tout des organes nécessaires à leur reproduction.

Il a remarqué que l'étui médullaire, c'est-à-dire, la couche circulaire de fibres qui entourent immédiatement la masse de la moëlle, a toujours une forme correspondante à l'arrangement et à la disposition des branches; des rameaux et des feuilles; que, dans les végétaux à rameaux et à feuilles verticillées, par exemple, la coupe horizontale de l'étui médullaire montre autant d'angles qu'il y a de rameaux à chaque étage et à chaque verticille.

Ainsi, l'étui médullaire du laurier rose offre un triangle équilatéral, si la branche au-dessous des verticilles est à trois rameaux et à trois feuilles; mais si on le coupe en dessous de la verticille la plus inférieure, dont souvent un rameau et une feuille avortent, il n'aura que deux angles et le vestige d'un troisième également avorté. Cette loi s'est trouvée constante, même dans les plantes herbacées.

M. de Beauvois a commencé des observations semblables sur les plantes à feuilles opposées, alternes, distiques, en spirales répétées, et composées de quatre, cinq, et un plus grand nombre de feuilles et de rameaux. Il regarde comme probable qu'il y trouvera les mêmes rapports entre la forme de l'étui médullaire et la disposition des branches, des rameaux et des feuilles. Par exemple, les feuilles opposées semblent nécessiter un étui médullaire rond, et qui devient ovale, ayant les extrémités de plus en plus aiguës, plus il se rapproche du point de l'insertion des rameaux et des feuilles.

Lorsque les feuilles sont alternes, le cercle est moins parfait, les extrémités s'amincissent également, mais alternativement, et chacune du côté où doit paraître le rameau.

Lorsque les feuilles sont en spirale, le nombre des angles de l'étui médullaire est égal à celui des feuilles dont se composent les spirales. C'est ainsi que l'étui médullaire du tilleul n'a que quatre angles; celui du chêne, du châtaignier, de la ronce, du poirier, de presque tous les arbres fruitiers, etc., est à cinq angles plus ou moins réguliers, parce que les spirales se multiplient et se succèdent constamment de cinq en cinq.

Grew et Bonnet paraissent avoir été seuls sur la voie de ces observations. Le premier avait observé des formes très-

variées dans l'étui médullaire, sur-tout dans celui des racines pivotantes des plantes potagères; mais il n'a point saisi les rapports de ces formes avec les dispositions des rameaux et des feuilles. Le second s'est attaché à distinguer les végétaux à feuilles opposées, verticillées, alternes, en spirales, mais n'a pas fait le rapprochement de ces dispositions avec la forme de l'étui médullaire.

M. de Mirbel a continué ses recherches sur la structure des organes de la fructification, dans les végétaux, où il a été secondé, avec un zèle et une intelligence qu'il se plaît à reconnaître, par M. Schubert, que le gouvernement du grand-duché de Varsovie a envoyé en France pour se perfectionner dans la botanique, qu'il doit bientôt enseigner en Pologne.

Ces deux botanistes ont examiné tous les genres de la famille des arbres à aiguilles, ou cônifères, l'une des plus importantes à connaître à cause de la singularité de son organisation, de la grandeur des espèces qu'elle renferme, et de l'utilité de ses produits. Il n'est personne qui ne distingue très-bien, au premier coup-d'œil, le cèdre, le mélèze, le pin, le sapin, le thuya, le cyprès, l'if, le genévrier; mais, quoique les botanistes aient étudié avec une attention particulière les organes de la reproduction de ces végétaux, ils ne sont point d'accord sur les caractères de la fleur femelle, ou, pour mieux dire, la plupart conviennent que le stigmate du pin, du sapin, du cèdre et du mélèze, est encore à trouver. On pourrait donc dire que ces arbres sont, à cet égard, des espèces de cryptogames. MM. Mirbel et Schubert vont plus loin : ils assurent que la fleur femelle de l'if, du genévrier, du thuya, du cyprès, etc., n'est pas mieux connue, et que,

sans exception, tous les genres de la famille des cônifères ont un caractère commun, qui, jusqu'à présent, a trompé les observateurs, et qui consiste dans l'existence d'une cupule, non pas telle que celle de la fleur du chêne, qui ne couvre que la base de l'ovaire, mais beaucoup plus creuse, cachant entièrement l'ovaire, et resserrée en manière de goulot à son orifice. La fleur femelle, renfermée dans cette enveloppe, a échappé à l'observation. Dans le thuya, l'if, le genévrier, le cyprès, etc., la cupule est redressée; et, par une erreur qu'explique l'extrême petitesse des organes, on a pris, de tout temps, l'orifice de cette cupule pour le stigmate. Dans le cèdre, le mélèze, le pin et le sapin, la cupule est renversée, et son orifice est très-difficile à apercevoir. C'est seulement dans ces dernières années qu'elle a été observée, en Angleterre par M. Salisbury, en France par MM. Poiteau, Mirbel et Schubert. Ces botanistes n'ont pas hésité à la considérer comme le stigmate; et cela était naturel, puisqu'on s'accordait à placer le stigmate de l'if, du thuya, du cyprès, etc., à l'orifice de la cupule. Mais des recherches ultérieures ont détrompé MM. Mirbel et Schubert. Par le moyen d'une anatomie délicate, ils ont reconnu que ce que l'on prend généralement pour la fleur femelle dans les cônifères, n'est autre chose que la cupule, dont la forme imite assez bien celle d'un pistil, et qui recèle dans sa cavité la véritable fleur, laquelle est pourvue d'un calice membraneux, adhérent à l'ovaire, et d'un stigmate, sessile dans tous les genres, excepté dans l'*ephedra*.

On conçoit que cette structure, si différente de ce qu'on avait imaginé jusqu'ici, amène de grands changemens dans l'exposition des caractères de la famille et des genres.

Selon M. Mirbel, la fleur femelle des plantes de la famille du cycas a une organisation analogue à celle des conifères; ce qui viendrait à l'appui du sentiment de M. Richard, qui place ces deux familles l'une à côté de l'autre parmi les dicotylédons; mais M. Mirbel pense que tant que les caractères de la végétation serviront de base aux deux grandes divisions des végétaux à fleurs visibles, les cycadées ne pourront être éloignées des palmiers.

L'organisation de la fleur mâle des mousses a été aussi le sujet des recherches de MM. Mirbel et Schubert. Après Hedwig, il eût été difficile de découvrir quelques faits neufs sur cette matière. Mais la rupture des anthères et l'émission du pollen étaient des phénomènes que plusieurs botanistes révoquaient en doute. Nos deux botanistes assurent qu'ils se sont offerts de la manière la moins équivoque à leurs regards. Les organes qu'Hedwig appelle mâles, dans le *Polytrichum commune*, placés sur l'eau, se sont fendus en bec à leur sommet, et ont lancé une liqueur oléagineuse, qui s'est étendue, comme un léger nuage, à la surface du liquide. MM. Mirbel et Schubert ont alors soumis comparativement à l'observation le pollen d'un grand nombre de plantes phanérogames, et ils ont vu qu'il se comportait tout-à-fait de même que les parties mâles des mousses; ce qui les porte à croire que ces parties, désignées sous le nom d'anthères par Hedwig, pourraient bien n'être que de simples grains de pollen nu, d'une forme particulière.

M. Mirbel en particulier a continué ses recherches sur la germination. Il remarque, contre l'opinion assez généralement répandue, que la radicule ne perce pas toujours la

première. Par exemple, dans beaucoup de cypéracées, c'est constamment la plumule qui paraît d'abord.

Le même botaniste a reproduit sous un nouveau jour, et avec des modifications et des additions importantes, ses opinions sur l'organisation des tiges, sur leur développement, et sur la structure, tant interne qu'externe, des organes de la fécondation des plantes.

M. Henri de Cassini, fils de l'un de nos confrères, et dont le nom est si célèbre en astronomie, a présenté à la Classe un mémoire qui fait bien augurer de ses succès dans une autre science. Il a examiné avec un soin particulier le style et le stigmate dans toute une famille de plantes bien connues sous les noms de *composées*, de *syngénésie* ou de *synanthérées;* et des organes si peu considérables lui ont offert une foule de différences curieuses, qui lui ont suffi pour proposer une division de ces plantes, uniquement fondée sur les modifications de ces deux parties du pistil.

Nous regrettons de ne pouvoir suivre cet habile observateur dans les détails où il est entré, et qu'il a décrits et dessinés avec une netteté singulière; on ne doute point qu'ils ne servent beaucoup un jour à perfectionner la classification de cette famille si nombreuse et si naturelle, et dont la subdivision doit être, en conséquence, plus difficile qu'aucune autre.

Il est peu de familles de végétaux aussi directement utiles à l'homme que celle des graminées, où l'on compte le blé, le seigle, le riz, le maïs, le sorgho, la canne à sucre, l'orge, l'avoine, le mil ou millet, le roseau, le sparte, etc.

Nommer ces plantes, c'est assez faire sentir l'importance d'un ouvrage qui apprendrait à les connaître avec certitude.

Les caractères dont on s'est servi jusqu'à-présent sont généralement regardés comme insuffisans. A chaque pas l'observateur se trouve arrêté; il lui est difficile, souvent même impossible, de trouver le véritable genre de la plante qu'il examine; souvent aussi les caractères adoptés ne conviennent qu'à quelques espèces, et ne se retrouvent plus dans le reste du genre.

M. Palisot de Beauvois a entrepris sur cette famille un travail général, qu'il vient de publier sous le titre d'*Essai d'Agrostographie*. Il s'est attaché à écarter toute espèce de confusion, et à donner à chaque genre des signes constans et faciles à saisir, de manière que l'observateur ne puisse plus être égaré.

Pour cet effet, il a été obligé d'adopter de nouvelles bases, qu'il a déja annoncées dans sa *Flore d'Oware et de Benin*, et qui tiennent principalement à la séparation ou à la réunion des sexes, à la composition de la fleur, et au nombre de ses enveloppes.

Vingt-cinq planches, dans lesquelles tous ces caractères sont représentés, facilitent l'étude de ces plantes, qui intéressent tous les ordres de la société; et les personnes même qui ne font pas leur occupation essentielle de la botanique.

M. de Beauvois continue sa *Flore d'Oware et de Benin*, dont la treizième livraison est publiée, et son *Histoire des insectes* recueillis en Afrique et en Amérique, dont la huitième livraison a paru.

M. de la Billardière a continué et terminé le recueil de ses plantes rares de Syrie et du Liban, par les quatrième et cinquième livraisons.

Le même naturaliste a communiqué à la Classe plusieurs

observations particulières et intéressantes d'histoire naturelle, qu'il avait faites dans son voyage au Levant, dont la publication a été interrompue par le voyage plus long et plus dangereux qu'il a fait depuis avec d'Entrecasteaux, et dont le public a la relation depuis plusieurs années.

M. Gouan, correspondant de la Classe à Montpellier, a publié une description des caractères génériques du *ginko biloba*, arbre singulier du Japon, que l'on possédait depuis long-temps en Europe, mais qui, n'y ayant point encore fleuri, n'avait pu être mis à sa place dans le systême des végétaux.

Il est une famille de plantes bien moins importante que les graminées par ses usages, mais beaucoup plus singulière par ses caractères, et que l'on ne peut observer en vie qu'aux bords de la mer; c'est celle des *fucus* et des plantes marines qui leur sont analogues. M. Lamouroux, professeur d'histoire naturelle à Caen, placé favorablement dans une ville si peu éloignée de la côte, en a fait l'un de ses principaux objets d'étude. Il leur donne le nom commun de *thalassio-phytes*, et les divise en plusieurs tribus, dont il a été obligé de prendre les caractères dans toutes les parties du végétal, faute d'en trouver assez dans les organes de la fructification, qui servent ordinairement de base à ces sortes de distributions, mais qui sont trop peu connus dans la plupart des fucus pour que l'on y ait uniquement recours.

C'est encore là un de ces travaux aussi pénibles qu'utiles que nous avons le regret de ne pouvoir analyser dans un récit aussi sommaire que le nôtre; qu'il nous suffise de nous joindre aux commissaires de la Classe pour en demander la prompte publication.

ZOOLOGIE, ANATOMIE, ET PHYSIOLOGIE ANIMALE.

M. le chevalier Geoffroy-Saint-Hilaire, qui s'est occupé à plusieurs reprises de la nombreuse famille des chauve-souris, et en a fait connaître tant d'espèces intéressantes, se propose d'en donner un tableau général. Il a préludé à ce travail par une dissertation sur le rang que ces animaux singuliers doivent occuper parmi les mammifères. Long-temps on les a regardés comme intermédiaires entre les quadrupèdes et les oiseaux; ce qui est au moins aussi réel, c'est qu'elles tiennent une sorte de milieu entre les quadrumanes et les carnassiers. En effet, dans cette multitude d'arrangemens proposés par les naturalistes, il en est, comme celui de Linnæus dans ses dernières éditions, et celui de Brisson, où les chauve-souris sont plus particulièrement rapprochées des quadrumanes; d'autres, comme celui de Linnæus dans ses premières éditions, et celui de Klein, où on les laisse avec les petits carnassiers ou carnassiers insectivores, comme la taupe et le hérisson. Quelques-uns, comme MM. Storr et Cuvier, les mettent en tête des carnassiers, avant ces mêmes insectivores dont nous venons de parler, et immédiatement après les quadrumanes, avec cette différence cependant que M. Cuvier les distingue plus spécialement, et comme une subdivision. D'autres encore, comme Rai et MM. Blumenbach, de Lacépède et Jliger, en font un ordre à part; et cet ordre est placé par Rai et par M. de Lacépède en quelque sorte hors de rang; par M. Blumenbach, entre les quadrumanes et les autres onguiculés, à la tête desquels ce naturaliste place les rongeurs; enfin, par M. Jliger, après les édentés et

avant les carnassiers, en tête desquels viennent, comme dans la disposition de M. Cuvier, les carnassiers insectivores.

On conçoit aisément que toutes les combinaisons ont dû dépendre des organes auxquels chaque naturaliste a donné le plus d'attention. Ceux qui ont eu plus d'égard au squelette, aux intestins, à l'organisation des pieds, à la forme des ongles, aux dents machelières, ont rapproché les chauve-souris des carnassiers (et il paraît que c'est maintenant l'opinion la plus suivie); ceux qui s'en sont tenus aux dents incisives, à la position des mammelles, à la verge pendante, les ont rapprochées des quadrumanes.

M. Geoffroy, dans l'ouvrage dont nous parlons, insiste davantage sur ces derniers rapports, auxquels il juge que l'on n'a pas eu assez d'égard; mais il fait voir sur-tout que le singulier prolongement des extrémités antérieures, la tendance générale de la peau à prendre des développemens excessifs, et les propriétés particulières qui en résultent pour les chauve-souris, soit par rapport à leurs sensations, soit par rapport à leurs mouvemens, exigent que l'on fasse de ces mammifères un ordre à part, en même temps que leurs diverses ressemblances avec les quadrumanes et avec les carnassiers veulent qu'on les place entre ces deux-là.

Nous devons attendre avec intérêt la subdivision de cet ordre, ainsi que l'histoire détaillée des espèces que M. Geoffroy nous promet.

M. De la Mark, chargé d'enseigner au Muséum d'histoire naturelle tout ce qui concerne les animaux sans vertèbres, a publié, il y a quelques années, l'ouvrage qui sert de base à ses cours, où il expose, selon la méthode qui lui est propre, les classes, les ordres et les genres de ces innombrables ani-

maux; mais comme les voyageurs ont découvert depuis beaucoup d'espèces et de genres, comme les anatomistes en ont mieux développé la structure, comme enfin les méditations de M. De la Mark lui ont fait apercevoir entre eux plusieurs nouveaux rapports, il vient de publier un tableau abrégé de son cours, d'après sa méthode perfectionnée, où il se contente d'indiquer les caractères des divisions supérieures, et ne donne que la simple énumération nominative des genres.

Il suit dans leur arrangement l'ordre des degrés de complication, commençant par les animaux les plus simples. Supposant que ceux qui n'ont pas de nerfs apparens, ne se meuvent qu'en vertu de leur irritabilité, il les nomme *animaux apathiques;* donne le nom d'*animaux sensibles* aux autres invertébrés, et réserve celui d'*animaux intelligens* pour les vertébrés. A ses anciennes classes bien connues maintenant des naturalistes, il ajoute celle des *cirrhipèdes*, qui comprend les *glands-de-mer* et leurs analogues, et qu'il place entre ses annélides et ses mollusques; celle des vers *épizoaires* ou intestinaux qu'il met parmi ses animaux apathiques, et les *infusoires* ou animaux microscopiques sans bouche ni intestins apparens. Il laisse les échinodermes dans ses radiaires et parmi les apathiques, à un degré de simplicité plus grand que celui où il place les vers intestinaux.

Nous regrettons que l'espace ne nous permette point de faire connaître les autres changemens introduits par M. De la Mark dans ses ordres, ni les nombreuses additions qu'il a faites à la liste des genres; mais les naturalistes ne manqueront pas de les chercher dans l'ouvrage même.

Malgré le succès des recherches anatomiques faites sur les

animaux sans vertèbres, depuis un certain nombre d'années, il restait toujours une de leurs familles, dont les organes fondamentaux n'étaient pas encore bien connus; c'est celle que l'on nomme échinodermes, qui comprend les *étoiles-de-mer* et les genres analogues. La Classe ayant proposé un prix pour le perfectionnement de cette partie de l'anatomie comparée, il vient d'être remporté par M. Tiedeman, professeur à l'université de Landshut. Le mémoire de cet habile anatomiste fait connaître, pour la première fois, avec une exactitude rare, beaucoup de particularités d'organisation propres à ces singuliers animaux. Une espèce de circulation se laisse aisément observer entre leurs organes de la digestion et ceux de la respiration, sans offrir cependant un double cercle complet; d'ailleurs on n'a pu en suivre les branches dans les organes extérieurs, ni dans ceux du mouvement; il paraît même, selon M. Tiedeman, qu'un systême vasculaire tout différent se distribue aux nombreux pédoncules qui, dans ces animaux, servent d'instrumens à la locomotion.

Les organes de la respiration diffèrent beaucoup selon les genres; dans les holothuires, ils représentent des arbres creux dont les branches se remplissent ou se vident de l'eau extérieure, et s'entrelacent avec un réseau vasculaire. Dans les étoiles et les oursins l'eau pénètre immédiatement dans la cavité du corps, et y baigne toutes les parties.

Ce bel ouvrage, accompagné de dessins d'un fini précieux, exécutés par M. Münz, docteur en médecine, a paru à la Classe mériter le prix, par la quantité de faits nouveaux et bien observés qu'il présente, et par les progrès qu'il fait faire à la connaissance intime des échinodermes, quoiqu'il

n'ait pas résolu d'une manière entièrement complète le problême proposé sur leur circulation.

Une famille beaucoup plus simple dans son organisation que les échinodermes, mais beaucoup plus nombreuse en espèces, celle des coraux et des autres animaux composés à base solide, a été particulièrement étudiée par M. Lamouroux, sous le rapport de ses espèces aussi bien que de sa distribution méthodique. Ce naturaliste a fait une grande collection de ceux dont la base n'est point pierreuse, et qui présentent des formes si agréables et souvent si régulières; et comparant avec beaucoup de soin la forme, la position mutuelle des cellules d'où sortent les polypes, et toutes les autres différences apparentes de ces polypiers, il propose d'ajouter vingt-huit nouveaux genres.

C'est encore là un ouvrage important pour le perfectionnement du systême des animaux, mais qui par sa nature ne se prête point à une analyse abrégée. On ne peut qu'en desirer la plus prompte publication.

M. Cuvier, se proposant de commencer bientôt l'impression de la grande anatomie comparée dont il s'occupe depuis tant d'années, a présenté à la Classe le tableau des divisions d'après lesquelles le règne animal doit être distribué dans cet ouvrage. Depuis long-temps les naturalistes étaient frappés des grandes différences qui séparent les animaux invertébrés les uns des autres, tandis que les animaux vertébrés se ressemblent à tant d'égards. Il résultait de là une grande difficulté dans la rédaction des propositions de l'anatomie comparée, qui se laissaient aisément généraliser pour les animaux vertébrés, mais non pas pour les autres; mais cette difficulté même a donné son remède. De la manière

dont les propositions relatives à chaque organe se groupaient toujours, M. Cuvier a conclu qu'il existe parmi les animaux, quatre formes principales; dont la première est celle que nous connaissons sous le nom d'animaux vertébrés, et dont les trois autres sont à-peu-près comparables à celle-là par l'uniformité de leurs plans respectifs. L'auteur les nomme *animaux mollusques, animaux articulés,* et *animaux rayonnés* ou zoophytes, et subdivise chacune de ces formes, ou de ces embranchemens, en quatre classes, d'après des motifs à-peu-près équivalens à ceux sur lesquels reposent les quatre classes généralement adoptées parmi les vertébrés. Il a tiré de cette disposition, en quelque sorte symmétrique, une grande facilité à réduire sous des règles générales les diversités de l'organisation.

La comparaison que le même membre a faite de l'ostéologie dans les animaux vertébrés, lui a donné sur la structure osseuse des têtes dans cet embranchement, des idées qu'il a également présentées à la Classe.

On s'était aperçu depuis un certain temps que les vertébrés ovipares, c'est-à-dire les oiseaux, les reptiles et les poissons, avaient entre eux plusieurs rapports communs d'organisation, qui les différenciaient des vertébrés vivipares ou mammifères; M. Geoffroy-Saint-Hilaire avait même présenté il y a quelques années un grand et beau travail dont nous avons rendu compte en son temps, où il avait fait voir entre autres choses l'identité de structure des têtes des ovipares entre elles, et les rapports des pièces nombreuses qui entrent dans leur composition, avec celles que l'on distingue dans les fœtus des mammifères, où, comme on sait, les os sont beaucoup plus subdivisés que dans les adultes.

M. Cuvier, adoptant les vues de M. Geoffroy, a cherché à déterminer d'une manière constante, à quel os de la tête des mammifères répond chaque groupe d'os de la tête des différens ovipares; et il croit y être parvenu en joignant à l'analogie du fœtus des premiers, la considération de la position et de la fonction des os; c'est-à-dire en examinant quels organes ils garantissent; à quels nerfs et à quels vaisseaux ils donnent passage, et à quels muscles ils fournissent des attaches.

M. Jacobsen, chirurgien-major dans les armées du roi de Danemarck, a fait connaître à la Classe un organe qu'il a découvert dans les narines des quadrupèdes, et dont aucun anatomiste ne paraît avoir eu connaissance. Il consiste en un sac étroit, couché le long de la cloison des narines, garanti par une production cartilagineuse, revêtu intérieurement d'une membrane muqueuse, doublée en partie par un tissu glanduleux, recevant des nerfs très-remarquables qui sont des divisions fort distinctes de la première paire, et s'ouvrant le plus souvent dans le palais, derrière les dents incisives, par un canal qui traverse le trou nommé incisif par les anatomistes. Cet organe n'existe pas dans l'homme, et est plus développé dans la plupart des herbivores que dans les carnivores. On doit supposer qu'il est relatif à quelqu'une des facultés que la nature a accordées aux quadrupèdes, et refusées à notre espèce, comme celle de rejeter les substances vénéneuses, ou de distinguer le sexe et l'état de chaleur, etc.

L'histoire particulière des animaux s'est enrichie d'ouvrages importans et d'observations intéressantes.

M. de Humboldt, associé étranger, a publié le premier volume de ses *Observations sur les Animaux de l'Amérique*,

où il a fait entrer, non-selement ses différentes recherches sur le condor, sur l'anguille électrique, sur les crocodiles, et beaucoup d'autres objets dont nous avons parlé dans nos précédentes analyses, mais où il a encore donné plusieurs nouveaux mémoires, notamment un sur les singes du Nouveau-Monde, dont Buffon et Gmelin n'avaient fait connaître que onze ou douze espèces, et que M. de Humboldt, en réunissant ses observations à celles de MM. d'Azzara et Geoffroy-Saint-Hilaire, porte à quarante-six.

Il a lu récemment à la Classe un autre Mémoire destiné pour son deuxième volume, et où il décrit deux nouvelles espèces de serpens à sonnettes, qu'il a découvertes à la Guyane.

Les tempêtes qui ont agité l'Océan l'hiver dernier, ont fait échouer divers grands cétacées sur plusieurs points de nos côtes : la Classe a fait examiner les renseignemens qui lui sont parvenus, par une commission composée de MM. le comte de Lacépède, Geoffroy-Saint-Hilaire, et Cuvier.

Ces naturalistes ont fait remarquer que plusieurs de ces animaux étaient peu ou point connus, et que ce sujet, qui peut intéresser nos pêcheries et notre commerce, mériterait d'attirer l'attention du gouvernement. Ils ont donné une description de l'espèce échouée en grand nombre près de Saint-Brieux ; M. Lemaout, naturaliste et pharmacien de cette ville, en ayant recueilli avec beaucoup de soin toutes les parties essentielles, il a été aisé d'y reconnaître une espèce de dauphin, qui avait échappé à tous les naturalistes méthodiques, et dont il n'existait qu'une mauvaise figure dans le Traité des Pêches de Duhamel. Elle se distingue à sa tête,

de forme globuleuse, et presque semblable à un casque antique. Sa taille va à près de 20 pieds.

Nous avons dit, l'année précédente, quelques mots des recherches de M. Lamouroux, sur ces innombrables et très-petites anguilles, connues à l'embouchure de quelques-unes de nos rivières sous le nom de *montée*, et nous avons annoncé la probabilité qu'elles pouvaient appartenir à quelqu'une des espèces moins connues de ce genre. M. Lamouroux a vérifié, en effet, par de nouvelles comparaisons, que la *montée* est le frai du *pimpernau*, sorte d'anguille indiquée par M. le comte de Lacépède, dans son Histoire des Poissons, et que l'on distingue des autres à ses nageoires pectorales échancrées comme des ailes de chauve-souris.

M. Risso, naturaliste à Nice, qui a publié, il y a deux ans, un très-bon ouvrage sur les poissons de cette côte, vient d'en adresser un autre à la Classe sur les crustacées, c'est-à-dire, sur les animaux de la famille des écrevisses. M. Risso adopte, pour sa distribution, la méthode de M. Latreille, à laquelle il ajoute seulement quatre genres nouveaux. Il décrit cent espèces, dont environ la moitié lui paraissent nouvelles; seize sont représentées sur des planches coloriées. La Classe, en applaudissant au zèle avec lequel M. Risso, dans une position si peu propice, cherche à faire connaître les animaux encore si mal étudiés de la Méditerranée, aurait cependant desiré plus de précision dans les descriptions, avant de reconnaître la nouveauté d'un si grand nombre d'espèces.

Les anciens parlent beaucoup d'un insecte qu'ils appelaient *bupreste* ou *crève-bœuf*, parce qu'il faisait (disent-ils) crever les bœufs qui le mangeaient avec l'herbe; mais, comme à leur ordinaire, ils n'en ont point donné de description dé-

taillée. Les modernes ont fait de ce nom des applications très-variées, et il paraît qu'aucun d'eux n'a reconnu l'insecte qui le portait véritablement. M. Latreille, d'après une comparaison scrupuleuse des passages où il est question des propriétés qu'on lui attribue, avec ce que nous observons aujourd'hui, a pensé que ce devait très-probablement être le *meloë proscarabæus* de Linnæus, ou quelque espèce voisine. Il n'y a, en effet, que les meloës qui joignent à des propriétés âcres et suspectes l'habitude de vivre dans l'herbe, et assez de lenteur pour y être aisément saisis par le bétail.

Notre confrère M. De la Billardière, qui s'occupe de l'éducation des abeilles, en ayant remarqué une dont l'abdomen était plus gros qu'à l'ordinaire, trouva dans son intérieur un ver blanc, qu'il engagea M. Bosc à examiner. Le corps de ce ver était blanc, divisé en douze anneaux, aplati en-dessous, terminé à une extrémité par deux gros tubercules percés chacun d'un trou ovale, et à l'autre par deux filets ou deux pointes molles. Sous les tubercules est une fente transverse. M. Bosc, considérant cette fente comme la bouche, regarde la partie terminée par deux pointes comme celle où doit être l'anus; et, rangeant cet animal parmi les vers intestinaux, il en fait un genre sous le nom de *dipodium*. Il convient cependant qu'il serait possible que les organes fussent en sens inverse, et alors le ver ressemblerait beaucoup à plusieurs larves de mouches à deux ailes : on a même déja lieu de croire, par des observations de M. Latreille, que la larve d'une de ces mouches (le *conops ferrugineux*) vit dans l'intérieur des bourdons. Il est toujours fort remarquable qu'un si gros ver puisse habiter le corps d'un insecte aussi petit que l'abeille.

Cette première digestion, qui se fait dans l'estomac, a dû être de bonne heure un grand objet de méditations pour les physiologistes; et l'on a eu successivement recours à toutes les forces de la nature pour l'expliquer. On a voulu longtemps l'attribuer à la trituration des parois musculeuses de l'estomac; mais, Réaumur ayant remarqué que des alimens contenus dans des tubes incompressibles, ouverts aux deux bouts, se digéraient comme les autres, l'opinion générale de ces derniers temps a été, d'après ses expériences, que cette fonction est due à une espèce de dissolution opérée par un suc qui découle des parois de l'estomac.

Spallanzani, dans un ouvrage très-célèbre, ayant appliqué le suc stomacal ou gastrique hors de l'estomac, à des substances alimentaires de tout genre, assura lui avoir vu produire, quand il était aidé d'une chaleur suffisante, des effets à-peu-près semblables à ceux qu'il aurait produits dans l'estomac lui-même. Ce physicien alla jusqu'à attribuer à ce suc gastrique, ainsi isolé, la propriété d'arrêter la putréfaction.

Il en tira cette conclusion, adoptée au moins tacitement par la plupart des physiologistes, que le suc gastrique exerce son action digestive et antiseptique par sa propre nature, et en vertu de sa composition et de ses affinités.

M. de Montègre, docteur en médecine, s'étant trouvé une disposition à rejeter sans incommodité ce qu'il a dans l'estomac, a imaginé d'en faire usage pour constater différens points de la doctrine reçue touchant la digestion. Lorsqu'il exerce à jeun cette disposition, il obtient une quantité notable d'un liquide qu'il considère comme un véritable suc gastrique, et qu'il a examiné sous le rapport de ses qualités chimiques, aussi-bien que de son action sur les matières alimentaires.

M. de Montegre a trouvé ce liquide fort semblable à la salive; mais son action lui a paru tres-différente de ce qu'avait observé Spallanzani. En l'exposant à une température semblable à celle du corps humain, dans des phioles placées sous l'aisselle, il l'a vu se putréfier exactement comme la salive : ce suc n'a arrêté la putréfaction dans les autres substances que dans les cas où il se trouvait naturellement acide; mais en ajoutant un peu d'acide acétique à la salive, on lui a donné la même propriété. D'ailleurs cette acidité n'est pas essentielle, et quand M. de Montègre avalait assez de magnésie pour l'absorber, la digestion ne se faisait pas moins bien. Il se reproduisait de l'acidité en peu de temps; lors même que M. de Montègre enveloppait de magnésie la viande qu'il mangeait, elle redevenait acide après un temps suffisant.

Ces expériences répétées un grand nombre de fois, et avec toutes les précautions convenables, ont engagé l'auteur à conclure, que le suc gastrique diffère peu ou point de la salive, qu'il ne peut arrêter la putréfaction, ni opérer la digestion indépendamment de l'action vitale de l'estomac; enfin, que l'acidité qui s'y manifeste, aussi-bien que celle que subissent les alimens lors de la digestion, est un effet de l'action stomacale.

Il est fort à desirer que M. de Montègre continue ses intéressantes recherches, et les fasse aussi sur le suc gastrique des animaux qu'employait Spallanzani, afin que l'on sache exactement ce que l'on doit penser d'une doctrine qui a semblé, pendant long-temps, avoir obtenu l'assentiment général.

Pour assurer aux auteurs la date de leurs observations, nous donnerons ici une indication de quelques mémoires

qui ont été présentés à la Classe, mais dont la vérification n'a pu encore être achevée, nous réservant d'y revenir l'année prochaine, et de faire connaitre alors le jugement qui en aura été porté.

M. de Blainville, professeur-adjoint à la faculté des sciences de Paris, a décrit avec détail les formes de l'articulation de l'avant-bras avec le bras dans les différens animaux et déterminé le mouvement que chacune de ces formes nécessite, principalement sous le rapport du plus ou moins de facilité de la rotation. Ce travail, sur un point important de la mécanique des animaux, n'est pas sans intérêt pour leur classification, attendu que ce plus ou moins de facilité dans la rotation de l'avant-bras influant nécessairement sur le plus ou moins d'adresse des animaux, doit entrer pour beaucoup dans leur degré de perfection générale, et par conséquent dans leurs affinités naturelles.

Le même anatomiste a encore présenté un mémoire sur les formes du sternum dans les oiseaux. Comme cet os, ou plutôt cett grande surface osseuse, résultant (ainsi que l'a fait voir M. Geoffroi) de la réunion de cinq os différens, donne attache aux principaux muscles du vol, plus il est solide et étendu, plus il fournit à ces muscles un point d'appui solide, et plus il doit contribuer à rendre le vol puissant. Il doit donc influer sur l'économie entière des oiseaux, et donner des indications utiles sur leurs rapports de classification.

M. de Blainville tire ces indications des échancrures ou des espaces simplement membraneux, et plus ou moins étendus, qui remplacent la substance osseuse dans une partie du sternum. Il y ajoute la considération de la fourchette et de quelques organes attenans, et dans beaucoup de cas il

trouve un grand accord entre les dispositions de ces parties et les familles naturelles. Cependant il existe aussi des exceptions tellement manifestes, que l'on ne peut s'en rapporter entièrement à ce nouveau moyen de classification.

M. Marcel de Serres, professeur à la faculté des sciences de Montpellier, a fait un très-grand travail sur l'anatomie des insectes, et particulièrement sur leur canal intestinal, qu'il a décrit, avec beaucoup de détail, dans un grand nombre d'espèces. Son but était de déterminer les fonctions propres aux diverses parties de ce canal et à ses annexes; et, outre ses dissections, il a fait des expériences ingénieuses sur des individus vivans. En injectant des liqueurs colorées dans la cavité du péritoine, elles ont été absorbées par les vaisseaux longs et grêles qui adhèrent toujours à quelque partie du canal intestinal, ce qui a bien fait voir que l'emploi de ces vaisseaux est de sécréter de la masse commune des humeurs, et de verser dans le canal des liqueurs digestives. Un examen attentif de certaines poches que l'on a considérées, dans quelques genres, comme des estomacs, dans d'autres comme des cœcums, et la certitude acquise que les alimens n'y entrent point, mais qu'on les trouve au contraire pleines d'humeur biliaire, a fait juger à M. de Serres que c'étaient des réservoirs de cette humeur.

Il dépouille par-là aussi les sauterelles et les genres analogues de la qualité d'animaux ruminans, qu'on leur avait attribuée, et il s'est assuré, en effet, que ces insectes ne font point revenir leurs alimens à la bouche, mais qu'ils rendent seulement, dans des circonstances determinées, ce suc biliaire dont ils ils ont une si grande abondance. Ce Mémoire très-étendu contient beaucoup d'autres observations curieuses

sur les formes du canal intestinal, les proportions de ses parties, et leurs rapports avec le naturel des insectes. Nous en reparlerons avec détail dans notre prochaine analyse.

M. Dutrochet, médecin à Château-Renaud, département de l'Indre, a fait une observation remarquable sur la gestation de la vipère. Il assure que les petits vipéraux ont leurs vaisseaux ombilicaux distribués non-seulement sur le jaune de l'œuf où ils sont d'abord renfermés, mais qu'une partie de ces vaisseaux se distribue aussi sur la surface interne de l'oviductus, et y forme un réseau que l'on peut considérer comme un véritable placenta. Les vipères participeraient donc au mode de nutrition du fœtus propre aux mammifères, et a celui que l'on croyait jusqu'ici exclusif dans toutes les classes ovipares.

MÉDECINE ET CHIRURGIE.

Après douze ans d'expériences faites dans tous les pays civilisés depuis la découverte de la vaccine, la Classe a pensé qu'il était utile de rassembler les résultats de l'observation sur un objet si important pour l'humanité. Un autre motif rendait ce travail nécessaire. Des objections et des doutes avaient été élevés par des hommes instruits, et dont le témoignage était fait pour avoir de l'influence sur l'opinion publique. On a même été jusqu'à mettre en question si l'inoculation de la petite-vérole, considérée et comme préservatif, et, dans quelques cas, comme remède de diverses maladies, n'était pas encore préférable à celle de la vaccine, ou ne méritait pas au moins d'être conservée conjointement avec elle.

MM. Berthollet, Percy et Hallé, commissaires, se sont occupés des recherches nécessaires pour satisfaire aux intentions de la Compagnie, et ont présenté, par l'organe de M. Hallé, un rapport étendu, dont la Classe a ordonné l'impression. Ils y ramènent les divers points de la discussion à six questions principales. Sous leurs différens titres, ils réunissent, d'une part, autant qu'il leur a été possible, tout ce qui a été authentiquement et exactement recueilli sur les effets de la vaccine, en Europe et dans les contrées où les Européens ont pu faire adopter la vaccination.

Ils rapprochent ainsi un grand nombre de faits observés sur-tout en France, en Angleterre, en Italie, dans les Indes-Orientales, et dans les Amériques; et vus sur des individus de classes, de constitution, de genre de vie, d'habitudes et de moeurs très-différens. D'une autre part, ils cherchent à évaluer les faits principaux sur lesquels ont été fondées les objections les plus raisonnables, qu'ils ne cherchent point à éluder ni à dissimuler. Comparant ainsi la somme appréciable et calculable des observations, ils sont conduits nécessairement, et par des conséquences aussi exactes qu'on les peut obtenir dans une matière semblable, aux conclusions par lesquelles ils terminent leur rapport; savoir :

Que l'insertion du virus vaccin n'introduit point dans le corps une matière qui puisse y porter un trouble remarquable, et qui ait besoin d'être expulsée par un mouvement comparable à celui qui résulte de l'inoculation; que les éruptions qui se sont jointes quelquefois, lors des premières vaccinations, aux effets ordinaires de la vaccine, étaient dues, non pas au virus lui-même, mais à des circonstances le plus

souvent connues et déterminables au milieu desquelles ces vaccinations s'étaient faites;

Que les événemens malheureux observés dans quelques cas, ont tenu évidemment à des causes étrangères, qui se sont développées pendant le cours de la vaccine, ou qui déja existantes ont acquis une intensité due, non pas, comme on l'a dit, à l'accession du virus vaccin, mais à l'état particulier des sujets;

Que les désordres consécutifs, quand ils ne se rapportaient pas à des maladies préexistantes, ont évidemment été des cas très-particuliers, tenant à des circonstances individuelles, et que leur nombre n'ayant aucune proportion avec la somme immense des observations exemptes de suites fâcheuses, ils ne peuvent donner lieu à aucune conséquence générale;

Que ces observations malheureuses, en les supposant incontestables, sont plus que compensées par les nombreux exemples de maladies chroniques et rebelles qui ont complétement et inopinément cessé à la suite des vaccinations : exemples qui, comparés à ceux d'effets semblables de l'inoculation ordinaire, et sur-tout si l'on met en ligne de compte la différence d'intensité et de danger des deux maladies, donnent toute supériorité au virus vaccin;

Enfin que la vertu préservative de la vaccine, quand le virus a été pris dans les circonstances aujourd'hui bien déterminées qui en assurent la pureté, et que son développement a été complet, est pour le moins aussi assurée que celle de la petite-vérole elle-meme, et que la vaccine jouit de plus de l'avantage, immense pour la société, de circonscrire les épidémies varioliques, et peut faire raisonnablement

espérer, si sa pratique continue d'etre encouragée, qué l'on verra enfin disparaître l'un des plus déplorables fléaux dont l'humanité ait eu à gémir.

M. Portal a donné encore une nouvelle édition de son Traité sur les asphixies; ouvrage imprimé et répandu par ordre du Gouvernement pour l'instruction du peuple, et qui a probablement sauvé la vie à des milliers de citoyens, depuis qu'il circule en France, et par les nombreuses traductions qu'on en a faites dans tout le reste de l'Europe.

M. Dumas, correspondant et doyen de la faculté de médecine de Montpellier, a publié un ouvrage considérable intitulé : *Doctrine générale des maladies chroniques*, où il embrasse, en effet, ce sujet important sous les points de vue les plus généraux et les plus élevés. Ne se bornant point aux formes extérieures de ces maladies, il remonte aux principes de leurs phénomènes, en déterminant par l'analyse les affections simples dont elles se composent, et qui peuvent être considérées comme leurs élémens. Une comparaison suivie des maladies aiguës et des maladies chroniques lui fait conclure qu'il n'y a point de caractère assez constant pour séparer, d'une manière absolue, ces deux genres d'affections. Dans le tableau des maladies chroniques, il fait voir, entre autres considérations, que le défaut de nutrition et l'amaigrissement sont amenés plus promptement par celles dont le siége est fixé sur les organes de la respiration, que par celles qui affectent les organes de la digestion; il fait connaître des rapports constans entre certaines formes extérieures et les dispositions à diverses maladies chroniques, d'où il déduit le caractère de physionomie propre à chacune d'elles.

L'étude des révolutions naturelles à ces maladies lui a fait

reconnaître une période d'imminence, où il est encore possible de prévenir leur formation; différens genres de crises qui peuvent y survenir, et ce qui peut rendre ces crises avantageuses ou nuisibles; enfin les différentes métamorphoses des maladies aiguës et chroniques, et réciproquement, ainsi que les causes et les effets de ces variations.

La détermination des affections simples dont ces maladies se composent, ou en d'autres termes, de leurs élémens pathologiques, lui a paru de la plus grande importance, puisqu'elle donne en quelque sorte les moyens de les simplifier en attaquant les élémens l'un après l'autre, à commencer par les plus influens; c'est ce point de vue fondamental qui lui a servi pour expliquer leur formation, et déterminer d'une manière solide les principes de leur traitement; mais, pour cet effet, il a dû s'attacher sur-tout à tracer une ligne de démarcation précise entre les affections élémentaires essentielles, et celles qui n'existent que comme symptômes.

Il s'est ainsi élevé par degrés aux phénomènes généraux, et est parvenu à les déduire d'un petit nombre d'affections primitives. Sa théorie de la formation des maladies chroniques se réduit donc aux rapports de leurs affections élémentaires entre elles, et à ceux que ces mêmes affections ont avec les systêmes d'organes qu'elles occupent.

M. Dumas traite, d'une manière qui paraît lui être propre, tout ce qui regarde la disposition générale aux maladies chroniques; il établit une différence entre la constitution et le tempérament, qui sont quelquefois opposés l'un à l'autre, et dont l'opposition est la cause la plus directe d'une tendance à l'état chronique. Il évalue l'influence des âges par ses rapports avec les affections élémentaires, d'où résultent

une disposition de chaque âge à diverses sortes de maladies, des modifications dans les maladies communes à tous les âges, et des changemens avantageux ou nuisibles dans la marche de chaque maladie.

Il traite des passions d'après des vues analogues. Chacune d'elles peut se décomposer en un certain nombre d'affections simples, que l'analyse métaphysique reconnaît et énumère.

Enfin M. Dumas, arrivé à sa dernière partie, qui est celle du traitement, y donne la confirmation de la justesse de sa doctrine, en faisant voir que toutes les grandes méthodes éprouvées de traitement se laissent aisément ramener aux principes qu'il a établis; il termine par des considérations intéressantes sur les maladies héréditaires et sur les maladies incurables.

Dans un appendice, M. Dumas donne plusieurs exemples de la manière dont il croit que pourraient être faites les histoires particulières et détaillées des affections élémentaires. Un second ouvrage qu'il nous promet, établira et éclaircira, par des exemples tirés de sa pratique, tout ce que cette doctrine générale, par sa nature même, peut encore avoir de difficile et d'abstrait.

AGRICULTURE ET TECHNOLOGIE.

M. Tessier nous a présenté le résultat des nombreuses expériences qu'il a faites pour comparer entre elles les farines des diverses sortes de fromens, et les pains qui en ont été fabriqués. Les fromens venus dans le même terrein, moulus dans le même moulin, paîtris par le même boulan-

ger, et cuits dans le même four, ont donné des pains très-différens pour le coup-d'œil, pour la saveur et pour la promptitude du desséchement : différences qui, toutes choses égales d'ailleurs, peuvent influer sur la préférence à donner à chacune de ces variétés.

M. Parmentier, que son âge avancé n'empêche point de se livrer toujours avec la même ardeur à tout ce qui peut intéresser la prospérité de l'agriculture, a donné un aperçu des résultats obtenus de la fabrication des sirops et des conserves de raisin, depuis l'époque où son traité principal sur cette matière y dirigea l'attention des cultivateurs; et il fait voir tout le parti que l'on a tiré de ce moyen supplémentaire, depuis qu'il a été perfectionné par l'expérience.

Le même auteur a donné une nouvelle édition de son *Traité sur la culture du maïs*, couronné en 1784 par l'Académie de Bordeaux, et qui a rendu des services essentiels à nos départemens du midi.

L'art d'assoler la terre consiste à lui faire produire, par la succession des végétaux qu'on lui confie, et par les travaux et amendemens qu'exigent leurs diverses cultures, tout ce qu'il est possible d'obtenir d'elle, sans jamais la détériorer. C'est sur-tout depuis quelques années un des principaux objets de recherches pour ceux qni s'occupent à perfectionner l'agriculture.

M. Yvart, correspondant, qui a entrepris un grand ouvrage sur cette matière, a soumis cette année, à la Classe, *une Notice historique sur l'origine des assolemens raisonnés, suivie de l'exposé des principaux motifs et des moyens adoptés pour les propager en France.* Cette notice semble

destinée à servir d'introduction et de sommaire à son grand ouvrage.

Les recherches auxquelles l'auteur s'est livré, lui ont prouvé que l'assolement triennal, si répandu maintenant en Europe, est d'invention moderne; cet assolement, qui consacre partout la troisième année au repos du sol, la paresse et le défaut de moyens l'ont amené, la routine et l'ignorance le perpétuent. Dans la Notice historique tracée par M. Yvart, on voit que tous les bons agronomes, tant anciens que modernes et de tous les pays, ont reconnu que le véritable repos de la terre était dans la variété successive de ses productions. Virgile, un des premiers, avait consacré ce précepte :

Sic quoque mutatis requiescunt fœtibus arva.

Virg. Georg. Liv. I.

Mais il appartenait aux écrivains de nos jours de le développer et de l'appuyer par des exemples multipliés de bons assolemens pratiqués. M. Yvart, l'un de ceux qui se sont le plus occupés de cet objet, a le mérite d'avoir puisé tous les siens sur le sol même de la France ; ses exemples sont en effet très-nombreux : il en a indiqué pour tous les climats, pour toutes les expositions, pour toutes les variétés de sol; il a montré que par-tout on peut supprimer les jachères, et que par-tout on peut adopter un assolement bien raisonné, productif, et qui conserverait au sol toute sa fécondité.

M. Hassenfratz, inspecteur divisionnaire des mines, chargé par le gouvernement de publier un traité de métallurgie, en a soumis à la Classe la première partie, qu'il a entiérement consacrée à l'art d'extraire le fer de ses mines, à cause de

l'importance de ce métal pour les arts, et des travaux nombreux qu'exigent les diverses modifications dont il est susceptible. On a trouvé que les faits renfermés dans cet ouvrage y sont rangés dans un ordre naturel; que toutes les opérations y sont expliquées d'une façon claire et concordante, et que l'on peut le considérer comme un répertoire général de ce qui est connu sur le fer, soit par les livres, soit par la tradition des ouvriers et des maîtres de forge. Cette première partie a quitté récemment la presse.

MÉMOIRES

DE LA CLASSE

DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

MÉMOIRE

Sur une nouvelle application de la Théorie des Oscillations de la lumière.

PAR M. BIOT.

Lu à l'Institut le 27 décembre 1813.

En étudiant les directions diverses suivant lesquelles les molécules lumineuses tournent leurs axes, lorsqu'elles traversent un grand nombre de corps cristallisés, doués de la double réfraction, j'ai été conduit à reconnaître qu'elles éprouvent, dans l'intérieur même de ces corps, des mouvemens de plusieurs sortes, tantôt oscillant autour de leur centre de gravité, comme le balancier d'une montre, tantôt tournant sur elles-mêmes d'un mouvement continu. Ces résultats une fois établis par des expériences rigoureuses, j'en ai déduit par le calcul une infinité de phénomènes, dont

jusqu'alors il n'avait pas été possible d'assigner la cause, ou même qui étaient tout-à-fait inconnus, et que l'on n'aurait certainement pu découvrir que par un grand hasard, au moyen d'expériences isolées. Mais je n'avais encore appliqué ces recherches qu'à des substances où la double réfraction est très-faible, si faible que les images des points lumineux vues à travers des plaques à surfaces parallèles, et de trois ou quatre centimètres d'épaisseur, ne sont pas sensiblement séparées. Aujourd'hui je les étends même aux substances dont la double réfraction est la plus énergique, telles que l'arragonite et la chaux carbonatée rhomboïdale; et je suis arrivé à voir que, dans ces cristaux, comme dans tous les autres, les molécules lumineuses commencent par osciller autour de leur centre de gravité jusqu'à une certaine profondeur, après quoi, elles acquièrent une polarisation fixe, qui range leurs axes en deux sens rectangulaires. Tel est l'objet du Mémoire que je présente aujourd'hui à la Classe.

J'ai été conduit à cette généralité par l'observation d'une grande plaque de cristal de roche, que M. Rochon m'avait confiée, et qui avait un décimètre d'épaisseur. L'axe de cristallisation était oblique sur ses faces. En faisant passer à travers cette plaque un rayon naturel très-mince, sous l'incidence perpendiculaire, il s'y divisait en deux sens de polarisation fixes et rectangulaires, dont l'un était dirigé suivant la section principale, et l'autre dans une direction perpendiculaire à celle-là. Si l'on croisait cette plaque avec une autre de même nature, et d'une épaisseur à-peu-près égale, chaque faisceau se divisait en deux autres, conformément aux lois accoutumées de la double réfraction, et l'on obtenait quatre faisceaux émergens, comme dans la superposition des

cristaux de spath d'Islande; mais ces faisceaux se réduisaient à deux, quand l'angle des sections principales était droit. Cependant cette même plaque de cristal de roche, partagée en plaques moins épaisses, faisait osciller la lumière, comme je m'en suis assuré par l'expérience, soit en exposant ces plaques directement à un rayon polarisé, et les inclinant de manière à atténuer leur force répulsive, soit en les croisant avec des plaques de chaux sulfatée, d'une épaisseur un peu moindre. Ce résultat me conduisit à penser que si le spath d'Islande paraissait toujours produire la polarisation fixe, cela tenait à la grande énergie de sa force répulsive, et que, si l'on atténuait cette force, on pourrait l'amener aussi à faire seulement osciller la lumière, et à produire des couleurs. Or, d'après ma théorie, il y avait deux choses à faire pour atteindre ce but. Il fallait d'abord amincir les lames, pour diminuer le trajet des molécules lumineuses, et par conséquent le nombre de leurs oscillations à force répulsive égale; il fallait ensuite diriger le rayon réfracté, de manière qu'il s'approchât d'être parallèle à l'axe du cristal. Pour cet objet, je priai M. Cauchoix de me tailler des lames minces de spath d'Islande, parallèles aux faces naturelles du rhomboïde. Je les inclinai sur un rayon polarisé, de manière que le plan d'incidence se trouvât dirigé suivant la petite diagonale des rhomboïdes, et que le rayon réfracté s'approchât de l'axe de cristallisation. Elles produisirent aussitôt des couleurs par réfraction et par réflexion, comme les lames de cristal de roche et de chaux sulfatée. La teinte dépendait également des épaisseurs et de l'incidence, conformément à la théorie. Mais la grande intensité de la force répulsive du spath d'Islande exigeait que l'angle des rayons réfractés avec l'axe

fût très-petit pour que les couleurs pussent se développer, ce qui ne pouvait avoir lieu que sous des incidences très-obliques : c'est pourquoi je priai M. Cauchoix de me tailler d'autres lames perpendiculaires à l'axe des rhomboïdes, parce qu'alors le rayon réfracté pouvant devenir parallèle à cet axe sous des incidences presque perpendiculaires, la force répulsive pouvait être affaiblie à volonté. En effet, de cette manière les couleurs se développèrent sous toutes les incidences. De plus elles étaient encore diverses en divers points des lames, parce que quelque soin que l'on prenne à exécuter celles-ci, leurs surfaces ne sont jamais rigoureusement parallèles, ce qui fait que le trajet de la lumière n'est pas le même dans tous leurs points ; et comme la force répulsive est très-intense, cette petite différence de trajet en produit une sur l'espèce des teintes qui prennent l'une ou l'autre polarisation. J'ai fait des expériences pareilles sur l'arragonite dont la double réfraction est aussi très-forte, et presque égale à celle du spath d'Islande, selon les expériences de Malus. Le succès a été le même. Toutes les lames minces de cette substance ont produit la polarisation mobile, et donné des faisceaux colorés, soit lorsqu'elles étaient taillées presque perpendiculairement à l'axe des aiguilles, soit lorsqu'elles étaient taillées obliquement, et qu'on les inclinait de manière que le rayon réfracté devînt presque parallèle à cet axe ; ce qui montre que l'axe de cristallisation de l'arragonite est en effet parallèle à l'axe des aiguilles, comme Malus l'a reconnu le premier par d'autres moyens.

Je dois faire remarquer que l'observation des couleurs avec ces lames, est une affaire très-délicate, quand l'axe de cristallisation est incliné sur leur surface ; car, à cause de la

grande énergie de la force répulsive, il faut incliner bien exactement l'axe de manière que le rayon réfracté s'approche autant que possible d'être parallèle à sa direction. Cette précaution est tellement indispensable, qu'en prenant par exemple des lames de cristal d'Islande parallèles aux faces naturelles du rhomboïde, et assez minces pour produire des couleurs quand elles sont convenablement inclinées sur un rayon polarisé, on ne les découvrirait probablement pas, si l'on n'était pas prévenu par la théorie de la manière de s'en servir, et c'est ce qui est arrivé à plusieurs personnes fort exercées aux observations d'optique, lorsque je leur ai montré ces expériences pour la première fois.

Quoiqu'un accord si parfait et si exactement prévu semblât montrer avec évidence que la polarisation s'opère dans le cristal d'Islande par les mêmes degrés, et par le même mode que dans le cristal de roche et la chaux sulfatée, cependant je ne le regardais pas encore comme une preuve complette. Car l'inégale épaisseur des lames et la grande intensité de leur force répulsive faisant naître des couleurs différentes en des points très-rapprochés les uns des autres, je ne pouvais y appliquer le sphéromètre, et mesurer le rapport des épaisseurs avec les couleurs, pour m'assurer s'il était conforme à la théorie des oscillations. Mais il me restait encore une épreuve sûre pour constater l'existence de ces dernières, c'était de développer des couleurs dans des plaques de spath d'Islande incapables par elles-mêmes d'en produire, en les croisant avec des plaques de chaux sulfatée. J'essayai de le faire, et le résultat confirma mes espérances.

Mais telle est l'exactitude qu'il faut mettre à ces recherches que mes premières tentatives n'eurent aucun succès, parce

que je m'étais borné à opérer le croisement à la main au lieu d'employer les appareils divisés qui m'avaient servi jusqu'alors. Car la grande énergie du spath d'Islande fait que, si l'on s'écarte le moins du monde des positions indiquées par la théorie, on passe à la polarisation totale, et les couleurs ne peuvent plus se développer. Cette cause faisait aussi qu'il était plus difficile de tomber précisément sur la proportion des épaisseurs de chaux sulfatée, qui pouvait servir à compenser les lames de cristal d'Islande soumises à l'expérience. Il fallait donc trouver une méthode directe et sûre pour opérer graduellement cette compensation, et c'est à quoi je suis parvenu, comme on va le voir.

J'ai pris une lame mince de cristal d'Islande, dont les surfaces étaient à très-peu de chose près parallèles entre elles, et aux faces naturelles du rhomboïde (1). Son épaisseur moyenne, mesurée au sphéromètre, était de 162 parties, ce qui équivaut à $0^{mm},365958$. Pour éviter de la briser pendant les expériences, on l'avait travaillée sur un verre poli, où elle était collée avec de l'essence de térébentine épaissie au feu, ce qui permettait à la lumière réfractée un passage presque aussi libre que si la lame eût été isolée. Pour la présenter dans les situations convenables à un rayon polarisé, je la plaçai sur l'appareil divisé que j'ai décrit dans mes précédens mémoires, et après avoir mis l'axe de cristallisation dans l'azimut de 45° par rapport au plan de polarisation du rayon incident, je l'inclinai dans le sens convenable pour développer des couleurs, et je m'arrêtai à l'instant où elles étaient

(1) Les faces de cette petite lame faisaient entre elles un angle de 8′ sur une longueur de deux centimètres.

sur le point de paraître, ce qui répondait au blanc-rougeâtre et au bleu-verdâtre du septième ordre d'anneaux de la table de Newton. Lorsque j'eus ainsi extrêmement affaibli la force répulsive de ma lame, et que je l'eus amenée tout près des limites de la table de Newton, je la croisai à angles droits par une autre lame de chaux sulfatée, dont l'épaisseur était $0^{mm},517$, et qui seule ne produisait pas de coloration. Aussitôt je vis se développer dans le systême les couleurs les plus vives, et en inclinant plus ou moins la seconde lame, ce qui faisait varier sa force répulsive, elles parurent dans tous les ordres d'anneaux. Ici l'effet du croisement se montrait donc avec évidence. J'ôtai cette lame de chaux sulfatée, et lui en substituai une autre de même nature, mais dont l'épaisseur était $0^{m},94860$. Alors cette épaisseur l'emporta tellement sur l'action de la lame de spath d'Islande, relativement à l'incidence où elle était placée, que la différence sortit des limites de la table de Newton, et il ne se produisit plus de couleurs. Mais elles reparurent quand je rapprochai un peu la lame de cristal d'Islande de l'incidence perpendiculaire, parce qu'alors sa force repulsive augmentait. La différence d'action étant ainsi rentrée dans les limites de la table de Newton, je continuai de faire mouvoir la lame de spath d'Islande, jusqu'à ce qu'elle égalât l'autre lame, qu'elle la surpassât, et même qu'elle fît de nouveau sortir la différence des mêmes limites en sens contraire; alors il ne se produisit plus de couleurs. Mais je les fis reparaître en employant une autre lame de chaux sulfatée plus forte que la précédente, et dont l'épaisseur était $2^{mm},409$. Je trouvai de même les limites des couleurs pour cette dernière, en augmentant progressivement l'action de la lame de cristal

d'Islande, et je fis de même pour une quatrième dont l'épaisseur était $5^{m},940$. Alors la lame de spath d'Islande avait dépassé l'incidence perpendiculaire, et il fallait incliner sa surface en sens contraire de ce que l'on avait fait d'abord, afin d'accroître sa force répulsive, en augmentant l'angle de son axe de cristallisation avec le rayon réfracté. Tous ces phénomènes sont exactement conformes à la théorie des oscillations, mais de plus ils sont tellement déterminés, tellement circonscrits dans leurs limites, qu'il est difficile de croire qu'on les eût aperçus, si cette théorie ne les eût indiqués.

Un autre fait qui résulte encore des mêmes principes, c'est la succession plus ou moins rapide des teintes dans les diverses parties de la lame de spath d'Islande, selon les inclinaisons où elle est placée. En effet, nous avons vu que des lames ainsi obtenues par l'art sont toujours un peu prismatiques. L'inégalité de leur épaisseur doit donc faire naître des couleurs différentes dans leurs diverses parties, et la succession de ces couleurs doit être d'autant plus serrée, que la force répulsive est plus énergique. Aussi observe-t-on que dans les grandes inclinaisons, où le rayon réfracté fait un très-petit angle avec l'axe de la lame, les couleurs sont très-étendues, et chaque image est presque entièrement d'une teinte uniforme, ou du moins ne contient que des teintes voisines. Mais, à mesure que cet angle augmente, l'inégalité des teintes s'accroît aussi, et enfin quand la force répulsive est à son maximum, leur multiplicité est telle qu'il en résulte sur chaque image une foule d'anneaux très-serrés, où l'on ne distingue plus que les teintes dominantes du blanc rougeâtre et du verd, comme dans les anneaux colorés ordinaires, lorsqu'ils sont décomposés par un prisme

très-refringent. Ici le prisme est l'inégalité d'épaisseur des diverses parties de la lame, et cette inégalité qui s'élève à peine à des centièmes de millimètre d'un bout de la lame à l'autre, suffit pour varier à ce point la nature des teintes, qui prennent l'une ou l'autre polarisation.

Afin de pousser encore plus loin cette épreuve, j'ai mesuré les incidences auxquelles il fallait placer la lame de spath d'Islande, pour produire des couleurs, quand elle était croisée avec les diverses lames de chaux sulfatée, que j'ai plus haut spécifiées, et je me suis proposé de chercher, par le calcul, si en effet la différence des deux actions polarisantes à ces diverses incidences, répondait aux limites de la table de Newton. Car j'avais trouvé dans tous les autres cristaux que le nombre des oscillations des molécules lumineuses, dans une lame cristallisée, était proportionnel au trajet qu'elles y parcourent, et au quarré du sinus de l'angle formé par l'axe du cristal avec le rayon réfracté (1). Ce produit était constant pour chaque lame de chaux sulfatée, parce que je les plaçais toujours perpendiculairement au rayon incident, mais il variait pour la lame de spath d'Islande, selon les incidences où j'amenais sa surface. En calculant sa valeur pour chaque cas où j'avais cessé d'apercevoir des couleurs,

(1) Cette loi de proportionnalité suffit pour tous les angles de réfraction que l'on peut produire en plaçant les lames dans l'air. Mais lorsqu'on arrive à des angles de réfraction beaucoup plus grands, comme on peut le faire en plongeant les lames des fluides plus réfringens que l'air, tels par exemple que l'huile de thérébentine ; la simplicité primitive de la loi a besoin d'être modifiée. Je me suis assuré de ce fait par des expériences certaines. Mais il est inutile d'y avoir égard dans l'application qui fait l'objet du présent mémoire, puisque les lames étaient plongées dans l'air. (Note ajoutée pendant le tirage définitif du Mémoire, en novembre 1815.)

je devais, si la théorie était juste, trouver la différence des actions des deux plaques égale à environ 50 parties de la table de Newton, car c'est à ce nombre de parties que répond le blanc-rougeâtre du septième ordre d'anneaux, après lequel la coloration n'est plus sensible. En effet, cette condition s'est trouvée remplie avec une exactitude que je n'aurais jamais osé espérer.

Je rapporterai d'abord comme élémens du calcul le tableau des incidences, telles que je les ai observées par le moyen que j'ai décrit dans mes précédentes recherches. J'y joindrai les épaisseurs des lames de chaux sulfatée, croisées avec la lame de spath d'Islande; et j'exprimerai tout de suite ces épaisseurs en parties de la table de Newton. Pour les y réduire, il faut, comme je l'ai fait voir dans mon premier mémoire, prendre le quart de l'épaisseur, mesurée en parties de mon sphéromètre.

Incidence sur la lame de spath d'Islande, comptée de la perpendiculaire θ.	Epaisseur de la plaque de chaux sulfatée en millimètres.	Epaisseur de la même plaque en parties de la table de Newton.	Limite des teintes observée.
+58° 48′ 50″	0,0000	0	encore un peu de coloration.
+ 55. 41. 30	0,9486	105	commencement de la coloration.
+ 30. 55. 30	*idem.*	*idem.*	fin de la coloration.
+ 21. 42. 30	2,4100	267	commencement de la coloration.
+ 6. 19. 0	*idem.*	*idem.*	fin de la coloration.
— 27. 1. 40	5,8385	657	commencement de la coloration.
— 42. 29. 20	*idem.*	*idem.*	fin de la coloration.

J'ai désigné les incidences par le signe + lorsque la lame était inclinée de manière que le rayon réfracté s'approchât de l'axe plus que sous l'incidence perpendiculaire, et j'ai employé le signe — lorsque le rayon incident a passé de l'autre côté de la normale; ce qui augmentait au contraire l'angle de l'axe de cristallisation avec le rayon réfracté. Pour calculer ces résultats, représentons par e l'épaisseur de la plaque de cristal d'Islande réduite à l'échelle de Newton, au moyen du facteur qui convient au spath d'Islande, et nommons θ' l'angle de réfraction correspondant à l'incidence θ. Alors $\frac{e}{\cos\theta'}$ exprimera la longueur du trajet que la lumière parcourt dans cette plaque. D'après ma théorie, il faut, pour avoir l'expression des teintes, multiplier ce trajet par le quarré du sinus de l'angle formé par le rayon réfracté avec l'axe de cristallisation. Or si l'on nomme a l'inclinaison de l'axe sur le plan de la lame, cet angle sera égal à $90-(a+\theta')$ et par conséquent le quarré de son sinus sera $\cos^2(a+\theta')$, de sorte que l'expression générale des teintes polarisées par la lame sous l'incidence θ sera à très-peu de chose près

$$\frac{e\cos^2(a+\theta')}{\cos\theta'}.$$

C'est la formule que j'ai employée pour les plaques de cristal de roche dans mon second mémoire.

Soit maintenant e' l'épaisseur de la lame de chaux sulfatée, croisée à angle droit avec la précédente, cette épaisseur étant comme ci-dessus réduite à l'échelle de Newton, au moyen du facteur qui convient à la chaux sulfatée, et dont j'ai déterminé la valeur dans mon premier mémoire. Alors, quand l'action de cette lame aura surpassé celle de la

lame de spath d'Islande, la teinte extraordinaire donnée par ce systême sera exprimée par

$$e' - \frac{e \cos^2 (a + \theta')}{\cos \theta'}.$$

Et quand, au contraire, la lame de spath d'Islande l'aura emporté sur l'autre, l'expression de la teinte sera

$$e \cos^2 \frac{(a + \theta')}{\cos \theta'} - e'.$$

les quantités e e' étant toujours les mêmes dans ces deux cas. Maintenant toutes nos observations portent sur des inclinaisons où la coloration n'est pas encore sensible, ou a cessé de l'être. Cela répond au-delà du blanc-rougeâtre du septième ordre d'anneaux, qui dans la table de Newton est représenté par $49\frac{2}{3}$, en sorte que l'on peut prendre le nombre 50 pour la valeur de la limite. Seulement nous devons nous attendre à trouver pour la première expérience un nombre un peu plus faible, parce que l'on y distinguait encore quelque coloration, et d'ailleurs il faut regarder cette limite comme un terme dont on s'approche, ou que l'on dépasse plutôt qu'on ne l'atteint exactement. Pour réduire la formule en nombres, il faut connaître e, c'est-à-dire, la valeur de notre lame de spath d'Islande, réduite à l'échelle de Newton, pour le cas où l'axe de cristallisation serait parallèle à sa surface. J'ai déterminé cette constante par deux des expériences, et en prenant la moyenne entre elles, j'ai eu

$$e = 753,38.$$

J'ai dit d'ailleurs que l'épaisseur de la lame, mesurée au sphéromètre, est 162 parties. De là il suit que le facteur par lequel il faut multiplier les épaisseurs données par le

sphéromètre, pour les réduire à la table de Newton, est, pour le spath d'Islande,

$$\frac{753,38}{162} \text{ ou } 4,6505.$$

Pour la chaux sulfatée, j'ai trouvé, dans mon premier mémoire, que ce facteur est $\frac{1}{4}$, ainsi en prenant pour unité l'action polarisante de cette dernière substance, celle du spath d'Islande sera 18,6020.

Nous verrons tout-à-l'heure une vérification frappante de ce résultat. Pour le moment contentons nous de l'éprouver en calculant les limites des teintes avec la valeur précédente de e. Dans cette recherche, il suffira de déterminer θ' d'après le rapport de réfraction ordinaire du spath d'Islande, qui, selon les expériences de Malus, est 0,604487. De plus l'angle a formé par l'axe de cristallisation avec les faces naturelles du rhomboïde, est suivant le même physicien, 45° 23′ 30″. Avec ces données on trouve les résultats suivants :

1re Expérience. *Lame de spath d'Islande seule.*

$$\theta = 58.48.50\,;\ \theta' = 31^\circ\,8'\,30''\quad a+\theta' = 76^\circ\,32.0\,;\ \frac{e\cos^2(a+\theta')}{\cos\theta'} = 47,73.$$

Cette valeur répond entre le bleu-verdâtre et le blanc-rougeâtre du septième ordre d'anneaux.

2e Expérience. *Croisement avec la lame de chaux sulfatée, dont l'épaisseur est* $e' = 105$.

$$\theta = 55^\circ\,41'\,30''\quad \theta' = 29^\circ\,57'\,20''\quad a+\theta' = 75^\circ\,20'\,50''\,;$$

$$\frac{e\cos^2(a+\theta')}{\cos\theta'} = 55,64\,;\quad 105 - 55,64 = 49,36.$$

$$\theta = 30^\circ\,55.30\quad \theta' = 18.\ 6.\ 0.\quad a+\theta' = 63.\,29\,30\,;$$

$$\frac{e\cos^2(a+\theta')}{\cos\theta'} = 157,89\,;\quad 157,89 - 105 = 52,89.$$

La première valeur répond précisément au blanc-rougeâtre du septième ordre d'anneaux. La lame de chaux sulfatée surpassait alors celle de cristal d'Islande. La seconde valeur répond à l'autre limite, où la lame de cristal d'Islande surpassait celle de chaux sulfatée, et amenait la différence hors des limites de la table de Newton. On verra la même alternative dans les expériences suivantes.

3e Expérience. *Croisement avec la lame de chaux sulfatée, dont l'épaisseur est* $e' = 267$.

$$\theta = 21^\circ 42' 30'' \quad \theta' = 12^\circ 55' 10'' \quad a + \theta' = 58.12.40$$

$$\frac{e \cos^2 (a + \theta')}{\cos \theta'} = 214{,}49 ; \quad 267 - 214{,}49 = 52.51,$$

$$\theta = 6.19.0 \quad \theta' = 3.48.50 \quad a + \theta' = 49.12.20$$

$$\frac{e \cos^2 (a + \theta')}{\cos \theta'} = 322.30 ; \quad 322.30 - 267 = 55.30.$$

Même alternative que dans les expériences précédentes, et à-peu-près mêmes limites.

4e Expérience. *Croisement avec la plaque de chaux sulfatée, dont l'épaisseur est* 657.

$$\theta = -27^\circ 1' 40'' ; \theta' = -15^\circ 56' 40'' ; a + \theta' = 29^\circ 26' 50''$$

$$\frac{e \cos^2 (a + \theta')}{\cos \theta'} = 594.15 ; \quad 657 - 594{,}15 = 62.85,$$

$$\theta = -42^\circ 29' 20'' ; \theta' = -24.5\ 50 \quad a + \theta' = 21^\circ 17' 40''$$

$$\frac{e \cos^2 (a + \theta')}{\cos \theta'} = 716.29 ; \quad 716.29 - 657 = 59.29.$$

Il ne faut pas oublier que dans les expériences multipliées que j'ai faites avec les plaques de cristal de roche, j'ai reconnu la nécessité d'affecter l'expression des teintes d'un facteur variable avec l'incidence, et toujours extrêmement peu différent de l'unité. Ici nous négligeons ce facteur ; de

plus, ne cherchant qu'à fixer les limites des teintes, j'ai dû forcer un peu les incidences, de manière à dépasser certainement les derniers ordres d'anneaux où la coloration est sensible. Voilà sans doute pourquoi la plupart de ces valeurs sont un peu au-delà du septième anneau de la table de Newton, et répondent entre le septième et le huitième.

J'ose croire qu'un pareil accord, qui se soutient jusques dans les nombres, et qui va jusqu'à prédire les limites des teintes, comme nous venons de le faire, paraîtra une preuve suffisante de la justesse de la théorie et de la légitimité de son application au spath d'Islande.

J'en ai encore cherché une autre vérification qui se présentait d'elle-même d'après les résultats précédens, mais qui sans eux n'aurait guères pu être soupçonnée. Nous avons vu plus haut que le nombre 18,602 exprimait le rapport des actions polarisantes du spath d'Islande et de la chaux sulfatée. Si l'on veut appliquer ce résultat à des plaques parallèles aux faces naturelles du rhomboïde, pour l'incidence perpendiculaire, il faut multiplier le nombre 18,602 par le quarré du sinus de l'angle que l'axe de cristallisation fait avec la normale à la surface de ces plaques, angle qui est ici de 44° 36′ 30″. Le nombre 18,602 se trouve ainsi réduit à 9,174, c'est-à-dire que si l'on veut croiser une plaque de chaux sulfatée, parallèle à l'axe, avec une lame de spath d'Islande parallèle aux faces naturelles du rhomboïde, il faut, pour la compensation parfaite, que l'épaisseur de la première soit 9,174, celle de la seconde étant l'unité. J'ai voulu vérifier ce résultat. Pour cela, j'ai détaché d'un morceau de cristal d'Islande un petit rhomboïde naturel, dont l'épaisseur mesurée au sphéromètre s'est trouvée de $0^{mm},621126$; ainsi en multipliant ce nombre par 9,174, on aura $5^{mm},698$ pour l'épais-

seur de la plaque de chaux sulfatée, capable de le compenser sous l'incidence perpendiculaire. Cette épaisseur était à-peu-près celle de la dernière plaque qui m'avait servi dans les expériences précédentes, puisque celle-ci avait pour valeur $5^m,8385$. Aussi, en la croisant avec le petit rhomboïde, et variant tant soit peu l'incidence, elle produisit des couleurs, tandis que ni elle, ni le rhomboïde, n'en donnaient isolément.

Ces couleurs étaient disposées par ondulations qui suivaient les stries dont les surfaces du petit rhomboïde étaient hérissées. Car le poli naturel des surfaces du spath d'Islande est toujours assez imparfait, ce qui est, je crois, un résultat de la fragilité de cette substance, et de sa facilité à se diviser. Je ne sais même si, par cette raison, de très-petits rhomboïdes sont toujours parfaitement plans. Mais, dans tous les cas, ces inégalités ne font, par les variétés de couleurs qu'elles donnent, qu'offrir une nouvelle confirmation de la théorie.

Nous venons de dire que le rapport des forces polarisantes du spath d'Islande et de la chaux sulfatée, donné par ces expériences, était égal à 18,6. Or j'ai depuis long-temps fait voir que le cristal de roche agit comme la chaux sulfatée. Ce même rapport 18,6 sera donc aussi celui du spath d'Islande comparé au cristal de roche. Maintenant, si l'on compare les forces répulsives de ces deux substances, que Malus a conclues de leur double réfraction, on trouve leur rapport égal à 17,7, c'est-à-dire, presque le même que celui des forces polarisantes, et plusieurs autres substances comparées entre elles de la même manière, m'ont offert la même égalité. Ce qui acheverait de montrer, si cela était encore nécessaire, que la théorie des oscillations de la lumière atteint réelle-

ment ces phénomènes dans leur naissance, et les ramène à la considération des véritables forces par lesquelles ils sont produits.

Je suis entré dans tous ces détails relativement au spath d'Islande, parce qu'aucun autre cristal ne possède une double réfraction plus énergique parmi ceux qui ont été jusqu'à-présent observés. J'ai également étudié l'arragonite, dont la double réfraction est aussi très-forte, et j'ai trouvé des résultats pareils. Les lames minces de cette substance taillées parallèlement à l'axe des aiguilles, qui est aussi celui de la double réfraction, n'ont donné de couleurs qu'en inclinant leur surface sur le rayon incident, de manière à diminuer leur force répulsive, et l'art seul, sans cet artifice, n'atteindrait pas le degré de minceur où elles en produiraient naturellement. Mais les lames perpendiculaires à l'axe ont donné des couleurs même sous l'incidence perpendiculaire, lorsqu'elles ont été suffisamment amincies pour que les inégalités d'épaisseur résultantes de leur forme toujours un peu prismatique, ne pussent pas faire sortir les teintes de la table de Newton.

En résumant les expériences que je viens de rapporter, on voit que les cristaux dont la double réfraction est la plus énergique, produisent comme tous les autres la polarisation mobile, et donnent des faisceaux de couleurs diverses, lorsque leur force répulsive est suffisamment atténuée. On voit que leur énergie pour polariser la lumière est proportionnelle au produit de la force répulsive par la longueur du trajet que la lumière parcourt en les traversant, ce qui indique que l'action qu'ils exercent sur les molécules lumineuses est progressive, et conforme à ce que j'ai expliqué

dans la théorie des oscillations de la lumière. Enfin puisqu'au-delà de certaines limites d'épaisseur quelquefois fort considérables, la polarisation devient fixe, et l'immobilité des particules succède aux oscillations, n'est-on pas en droit d'en conclure que la modification éprouvée par les particules lumineuses en traversant des corps cristallisés, ne consiste pas seulement dans un déplacement de leurs axes, mais renferme aussi une certaine impression physique, et comme une sorte d'aimantation que les particules acquièrent progressivement à mesure qu'elles s'enfoncent dans le cristal, et subissent les actions réitérées d'un plus grand nombre de ses molécules intégrantes. Cette conséquence où nous mènent les phénomènes que nous venons d'examiner, est précisément celle à laquelle m'a déja conduit l'analyse des oscillations de la lumière, et de sa rotation continue dans les corps qui produisent ces effets. En sorte que l'on ne peut faire un pas dans l'observation raisonnée de ce genre d'action, sans revenir à cette conséquence générale que tout concourt à établir.

Quand je composais ce Mémoire, je croyais qu'en général lorsque deux plaques cristallisées étaient tournées de manière à donner des couleurs par leur superposition, leurs axes de cristallisation devaient être croisés à angles droits. D'après le Mémoire qui va suivre, on verra que cette condition, quoique vraie pour des plaques de même nature, ne l'est pas nécessairement pour des plaques de nature différente. Par exemple, lorsque l'on obtient des couleurs en combinant le spath d'Islande avec la chaux sulfatée, les axes de ces deux substances sont disposés parallèlement. C'est donc là ce qu'il faut entendre dans le cours du Mémoire précédent quand je parle de croiser ces deux substances. (*Note ajoutée pendant l'impression.*)

MÉMOIRE

Sur la découverte d'une propriété nouvelle dont jouissent les forces polarisantes de certains cristaux.

PAR M. BIOT.

Lu à l'Institut le 25 avril 1814.

LES découvertes de Malus nous ont appris que les cristaux qui divisent les rayons lumineux par une double réfraction, donnent en même temps aux axes des molécules lumineuses certaines directions fixes, dépendantes du sens suivant lequel elles sont réfractées; cette disposition semblable de toutes les molécules d'un même rayon constitue ce qu'il a nommé la polarisation de la lumière. Ce phénomène est tellement attaché à l'action des forces répulsives qui déterminent la réfraction double, qu'il se produit encore quand les deux faisceaux réfractés ne se séparent point en traversant le cristal, comme cela a lieu par exemple quand un rayon lumineux traverse perpendiculairement une plaque taillée parallèlement à l'axe de cristallisation. Car alors le rayon émergent est simple, et cependant les molécules lumineuses

qui doivent composer chaque faisceau tournent déja leurs axes dans les directions que la double réfraction leur assigne. J'ai montré que ce phénomène s'opère, sur chaque espèce de molécules lumineuses, par une suite d'alternatives de polarisation, qui fait comme osciller leurs axes autour des directions définitives sur lesquelles ils doivent enfin se fixer quand le cristal a suffisamment agi sur elles. Les proportions d'épaisseur auxquelles ces alternatives se succèdent pour chaque espèce de molécules lumineuses, sont les mêmes que celles des accès de réflexion et de réfraction que Newton a découverts; mais leur étendue absolue est beaucoup plus grande, et elle varie comme le quarré du sinus de l'angle que l'axe du cristal forme avec le rayon réfracté. J'ai fait voir que cette inégalité d'alternatives est la cause des couleurs que présentent les deux faisceaux dans lesquels un rayon polarisé se divise lorsqu'il traverse des lames minces de mica ou de gypse, phénomène que M. Arago a remarqué le premier. Mais on peut tout aussi bien le produire avec des plaques épaisses de tous les cristaux, doués de la double réfraction, au moyen de la considération suivante.

Lorsque les particules lumineuses ont traversé une plaque cristallisée, où elles ont pris un certain degré d'aimantation, ainsi qu'une certaine direction de polarisation, on peut y détruire ces impressions, et rendre aux particules leurs directions et leurs affections primitives, en leur faisant traverser une autre plaque cristallisée, de même nature, d'une épaisseur convenable, et dont la section principale soit croisée à angles droits sur celle de la première plaque. Alors

les molécules, après avoir traversé ce systême, seront exactement dans le même état que si elles n'avaient traversé qu'une seule plaque dont l'épaisseur fût égale à la différence des deux plaques superposées. Cette compensation s'opère aussi bien avec des prismes qu'avec des plaques à faces parallèles, et l'on peut également l'obtenir, quel que soit le degré d'aimantation et de séparation imprimé aux particules lumineuses par la première plaque. Enfin on peut aussi la produire avec des plaques de nature différente, pourvu que l'on ait égard à l'inégale intensité de leurs actions.

Dans toutes les expériences de ce genre que j'ai exposées dans mes recherches, les forces répulsives des cristaux que je combinais ne différaient les unes des autres que par leurs intensités, c'est-à-dire que, placées dans des circonstances semblables, elles agissaient sur les molécules lumineuses dans le même sens, et leur communiquaient les mêmes impressions. Néanmoins, en étudiant les phénomènes compliqués des lames de mica, dans lesquels j'ai reconnu l'action simultanée de deux forces distinctes, j'avais remarqué que celui des deux axes qui est perpendiculaire au plan des lames, agit sur les molécules lumineuses dans un sens opposé à l'axe du cristal de roche et de la chaux sulfatée, c'est-à-dire, que ces axes et celui du mica étant placés dans les mêmes circonstances relativement aux molécules lumineuses, leurs actions successives se détruisent mutuellement. Cette observation se trouve consignée dans le troisième volume de la société d'Arcueil; mais, comme elle résultait d'une suite de considérations fort délicates, je me contentai de l'employer comme un fait, en me proposant

de chercher si parmi les cristaux qui n'ont qu'un seul axe, et dont par conséquent les phénomènes sont beaucoup plus simples, il ne s'en trouverait pas quelqu'un qui offrît la même propriété. Or je viens de découvrir qu'elle existe dans le béryl, et c'est l'objet du Mémoire que je vais lire aujourd'hui.

On sait que le béryl a pour forme primitive un prisme hexaèdre régulier. L'axe de double réfraction est parallèle aux arêtes de ce prisme. C'est ce que l'on peut conclure des observations rapportées par M. Haüy, dans son traité de Minéralogie. Je m'en suis également assuré en faisant tailler des plaques de béryl perpendiculaires à cette direction, et en observant les phénomènes de polarisation qu'elles produisent.

Maintenant, si l'on prend deux aiguilles de béryl d'épaisseur à-peu-près égale, qu'on les croise à angles droits l'une sur l'autre, et qu'on expose ce systême à un rayon préalablement polarisé, on observera le phénomène de la polarisation mobile, et la coloration des images, qui en est la conséquence. Ceci est, comme je l'ai fait voir, une propriété commune à tous les cristaux doués de la double réfraction. Mais si l'on veut produire des effets pareils en combinant une aiguille de béryl avec un cristal d'une autre nature, par exemple avec une plaque de chaux sulfatée ou une aiguille de cristal de roche, il faudra de plus observer deux conditions : la première concerne les proportions d'épaisseur des plaques superposées, la seconde, le sens dans lequel il faut disposer leurs axes.

La force polarisante du beryl est à celle de la chaux sulfatée comme 1 est à 2; c'est-à-dire que si l'on prend une

plaque de béryl dont l'épaisseur soit 2, et une plaque de chaux sulfatée dont l'épaisseur soit 1, l'une et l'autre étant taillées parallèlement à l'axe de double réfraction, on pourra, en superposant ces plaques, les tourner de manière que la seconde détruise complètement la polarisation imprimée aux molécules lumineuses par la première. J'ai déterminé ce rapport avec assez de soin pour le croire fort approché. Il en résulte que pour obtenir des faisceaux colorés, par la superposition de pareilles plaques, il faut que la différence de leurs épaisseurs ne sorte pas des limites assignées par la table de Newton, c'est-à-dire, n'excède pas $0^{mm},450$, si c'est la chaux sulfatée qui l'emporte, et n'excède pas $0^{mm},90$, si c'est le béryl.

La proportion est la même lorsqu'on combine le béryl avec le cristal de roche, parce que la force polarisante de cette dernière substance est égale à celle de la chaux sulfatée, et, d'après ce que j'ai exposé dans mes précédentes recherches, ce rapport est encore celui des forces répulsives qui produisent la réfraction extraordinaire dans les mêmes cristaux.

Ces proportions étant assignées, il ne reste plus qu'à indiquer le sens suivant lequel on doit tourner les plaques que l'on superpose. Si ces plaques étaient formées de chaux sulfatée, de cristal de roche, de sulfate de baryte, et de beaucoup d'autres cristaux, il faudrait, pour obtenir leur maximum d'opposition, croiser leurs sections principales à angles droits. Mais quand on combine le béryl avec une de ces substances, il faut que les sections principales soient parallèles.

On s'assurera aisément de cette nécessité en prenant une aiguille de béryl et une autre de cristal de roche, comprises dans les rapports d'épaisseur que j'ai assignés, et en essayant de les superposer de manière à obtenir, par la double réfraction, des images colorées. Car, en étudiant l'effet d'un pareil systême sur un rayon polarisé, on trouvera que les actions successives des deux plaques se détruisent si leurs sections principales sont parallèles, et s'ajoutent si elles sont croisées à angles droits, au contraire de ce qui arrive quand on combine ensemble les autres cristaux dont j'ai parlé.

Ces phénomènes nous apprennent que la force polarisante émanée de l'axe du béryl s'exerce sur les molécules lumineuses en sens contraire de celle qui émane de l'axe du cristal de roche ou de la chaux sulfatée. Si l'une commence par faire tourner les molécules lumineuses de droite à gauche, l'autre agissant ensuite sur ces mêmes particules, dans des circonstances de position pareilles, les fera tourner de gauche à droite, ou généralement détruira les impressions que la première leur aura données. Ceci est tout-à-fait analogue à l'opposition des forces de rotation que j'ai découvertes dans les aiguilles de cristal de roche taillées perpendiculairement à l'axe de cristallisation, et exposées à un rayon polarisé, sous l'incidence perpendiculaire. Car dans cette situation où la force répulsive de la double réfraction est nulle, j'ai montré qu'il se manifestait d'autres forces, qui faisaient tourner les molécules lumineuses d'un mouvement continu autour de leur centre de gravité; les unes de droite à gauche, les autres de gauche à droite; de sorte qu'en superposant deux de ces plaques d'une énergie égale mais

opposée, la seconde détruisait complètement toutes les déviations et toutes les impressions que la première avait données au rayon, quoique l'une et l'autre fussent placées relativement à lui dans des circonstances et des situations exactement pareilles. En discutant ces phénomènes indépendamment de toute hypothèse, et même de toute théorie préalable, je fus alors conduit à conclure que les molécules lumineuses, en traversant le cristal de roche dans ce sens, n'éprouvaient pas seulement des déviations géométriques dans la direction de leurs axes, mais recevaient en même temps de véritables impressions ou modifications physiques, et comme une sorte d'aimantation plus ou moins complète qu'elles emportaient ensuite avec elles dans l'espace, et qui les rendait plus ou moins propres à être réfractées ordinairement ou extraordinairement par un autre cristal. Cette espèce d'aimantation était de nature contraire dans les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, qui se compensaient ainsi mutuellement. Les nouveaux phénomènes que je viens de rapporter aujourd'hui montrent qu'il existe une opposition semblable entre les actions polarisantes principales du cristal de roche et du béryl, ce qui ne doit pas paraître plus surprenant que de voir des circonstances diverses engendrer deux sortes de magnétismes, le boréal et l'austral, ou deux sortes d'électricités, la vitrée et la résineuse.

Je mets sous les yeux de la Classe une très-belle aiguille de béryl combinée avec une aiguille de cristal de roche, dans les proportions d'épaisseur convenables pour produire les phénomènes que j'ai décrits; on pourra aisément s'en servir

pour les vérifier. Je dois l'aiguille de béryl à la généreuse complaisance de M. de Drée, qui, possédant une des plus belles collections de minéralogie qui existent, ne veut en être le maître que pour en faire part à tous ceux à qui elle peut être utile.

ADDITION AU MÉMOIRE

Sur les deux genres de polarisation exercés par les cristaux doués de la double réfraction;

PAR M. BIOT.

Lue à l'Institut le lundi 15 mai 1814.

DANS un Mémoire que j'ai eu l'honneur de lire dernièrement à la Classe, j'ai annoncé que l'action des différens corps cristallisés sur la lumière, produit deux genres de polarisation distincts et opposés l'un à l'autre, comme le sont les deux électricités vitrée et résineuse, ou les deux magnétismes boréal et austral, en sorte que ces deux genres de polarisation, exercés successivement sur les mêmes particules lumineuses dans des circonstances exactement semblables, se détruisent mutuellement. J'avais établi ce singulier résultat sur les phénomènes que m'avaient présentés le cristal de roche et le béryl; mais j'ai observé depuis la même opposition entre beaucoup d'autres cristaux, et c'est l'objet de la note que je présente aujourd'hui.

Je dois rappeler d'abord la manière dont se fait l'observation de ces phénomènes. Prenez deux aiguilles de cristal de roche, ou deux plaques de chaux sulfatée, ou deux lames de tout autre cristal, d'épaisseur égale, et taillées parallèlement à l'axe de double réfraction; puis posez ces deux plaques de même nature sur l'autre, de manière que leurs axes se

trouvent croisés à angles droits. Si vous faites traverser un pareil système par un rayon polarisé, en le présentant sous l'incidence perpendiculaire, il n'en résultera aucun dérangement dans les axes des particules lumineuses, la seconde plaque détruisant les déviations que la première leur avait imprimées. Si les plaques ainsi croisées ont des épaisseurs inégales, leur effet combiné sera le même que celui d'une seule plaque égale à la différence de leurs épaisseurs. Mais si au lieu de croiser leurs axes, on les dispose parallèlement, leurs actions s'ajoutent, et l'effet est le même que celui d'une seule plaque égale à leur somme.

Voilà ce qui a lieu pour les plaques de même nature. Quand elles sont de nature différente, ce n'est pas toujours en croisant leurs axes que l'on oppose leurs actions. Il faut croiser les axes du cristal de roche et de la chaux sulfatée; il faut au contraire rendre parallèles les axes du cristal de roche et du béryl; en sorte que ces deux dernières substances, placées de la même manière relativement à un rayon lumineux, exercent sur lui des actions contraires, qui se neutralisent exactement quand les épaisseurs des deux substances ont entre elles un certain rapport qui est de 1 à 2 pour le cristal de roche comparé au béryl. C'est là ce qui m'a fait connaître la nécessité de distinguer deux sortes de forces polarisantes distinctes, analogues aux deux électricités vitrée et résineuse, et que, par analogie, je nommerai la *polarisation quartzeuse* et la *polarisation béryllée*, d'après la nature des cristaux qui m'ont d'abord offert cette opposition.

Ayant montré ces expériences au célèbre physicien M. Wollaston, il m'engagea à examiner si la chaux phosphatée qui

cristallise exactement comme le béryl, exercerait aussi le même genre de polarisation. Je trouvai quelque difficulté à cette épreuve, parce que la chaux phosphatée transparente ne se rencontre d'ordinaire qu'en cristaux très-petits qu'il est difficile de travailler, et auxquels on ne peut donner qu'un poli très-imparfait. Mais je réussis à éluder ce dernier inconvénient en appliquant, sur les faces travaillées du cristal, deux glaces sur lesquelles j'avais laissé tomber une goutte d'huile, dont l'interposition complétait le poli des surfaces. Ce procédé m'a depuis servi dans beaucoup d'autres expériences. En exposant ensuite ce cristal à un rayon polarisé, et observant son action dans divers sens, je trouvai qu'en effet elle était de même genre et de même sens que celle du béryl.

Ce rapport de la cristallisation avec la nature des forces répulsives présentait une analogie séduisante, mais cela même était une raison de plus pour la vérifier; car elle ne se soutient pas dans les autres propriétés physiques des cristaux, par exemple dans les propriétés électriques, qui n'ont avec les formes cristallisées aucune relation fixe et déterminée. Je choisis donc à dessein des substances de cristallisation très-diverses, et je trouvai dans leur manière d'agir la même diversité, comme le montre le tableau suivant, où j'ai placé d'un côté les substances qui exercent la polarisation quartzeuse, et de toutes celles qui exercent la polarisation béryllée.

Polarisation Quartzeuse.	*Polarisation Béryllée.*
Cristal de roche.	Chaux carbonatée rhomboïdale.
Chaux sulfatée.	Aragonite.
Baryte sulfatée.	Chaux phosphatée.
Topaze.	Béryl.
	Tourmaline.

On voit par cette comparaison que des substances cristallisées très-diversement exercent le même genre de polarisation, et que d'autres dont les formes sont beaucoup moins éloignées les unes des autres, exercent des polarisations diverses. C'est ainsi que des circonstances assez légères pour échapper quelquefois à nos sens, déterminent dans des corps semblables le développement de l'une ou de l'autre électricité, et qu'au contraire la même électricité se développe par les mêmes causes dans des substances diverses. Nous sommes encore si peu instruits sur la nature des agens impondérables, tels que la chaleur, l'électricité, le magnétisme, et les autres causes des forces attractives et repulsives, qu'il ne faut pas nous étonner si nous découvrons dans leurs effets de si grandes singularités; et ce n'est qu'en les signalant et les fixant avec soin et précision, que l'on pourra un jour reconnaître les lois générales dont elles doivent dépendre. C'est ce que j'ai tâché de faire pour ce nouveau phénomène de deux genres de polarisation exercés par les cristaux doués de la double réfraction.

Nota. Depuis la lecture de ce Mémoire, j'ai découvert que les cristaux qui exercent des polarisations opposées possèdent aussi des forces de double réfraction dont l'effet est contraire. Dans les uns, tels que le béril, le spath d'Islande, etc., le rayon réfracté extraordinairement s'écarte de l'axe du cristal comme s'il était repoussé; dans les autres, tels que le quartz, la chaux sulfatée, etc., ce rayon se rapproche de l'axe comme s'il était attiré. J'ai distingué ces deux états par les noms de *double réfraction répulsive* et *double réfraction attractive.* J'ai annoncé ce fait à l'Institut le 26 décembre 1814, et je l'ai confirmé par des expériences nouvelles le 2 janvier 1815.

MÉMOIRE

Sur les propriétés physiques que les molécules lumineuses acquièrent en traversant les cristaux doués de la double réfraction.

PAR M. BIOT.

Lu à l'Institut le 22 mai 1814.

DANS l'ouvrage que j'ai publié sur la polarisation de la lumière, j'ai été conduit à conclure que les molécules lumineuses, en traversant les corps cristallisés, n'éprouvent pas seulement des déviations géométriques dans la position de leurs axes, mais acquièrent encore de véritables propriétés physiques, qu'elles emportent ensuite avec elles dans l'espace, et dont les impressions permanentes se manifestent dans les expériences par des affections toutes nouvelles. Les preuves sur lesquelles j'avais établi ce résultat, quoiqu'elles me parussent certaines, dépendaient d'une discussion très-délicate, et exigeaient le rapprochement d'un assez grand nombre d'expériences, ce qui pouvait les rendre moins sensibles pour les personnes qui ne les auraient pas suivies avec une extrême attention. C'est pourquoi j'ai cherché des moyens moins détournés de mettre en évidence une conséquence aussi extraordinaire, et j'ai trouvé dans la théorie même que j'en avais déduite, les procédés les plus simples pour l'établir directement.

Je commence par polariser un rayon par réflexion sur

une glace. Supposons que sa direction de translation soit perpendiculaire au plan de la fig. 1, et soit CZ son plan de polarisation.

Je transmets ce rayon à travers une plaque de chaux sulfatée, dont l'épaisseur *e* excède $\frac{45}{100}$ de millimètre, afin qu'il n'en résulte pas d'images colorées. Je dispose cette plaque de manière qu'elle soit perpendiculaire au rayon polarisé, et que son axe de double réfraction CA fasse un angle de 45° avec le plan primitif de polarisation CZ.

D'après ma théorie, les molécules lumineuses, en entrant dans la plaque cristallisée, commencent par osciller de part et d'autre de son axe; et les limites de leurs oscillations CX et CZ font avec cet axe des angles égaux. Ainsi, en supposant que la plaque ne soit pas assez épaisse pour produire la polarisation fixe, et il serait difficile d'en trouver de telles, lorsque le rayon l'a traversée, une partie de ses molécules prend sa polarisation suivant CX, ce sont celles qui achèvent une oscillation impaire; les autres qui achèvent un nombre d'oscillations paires se trouvent ramenées à leur polarisation primitive CZ. Ici les lignes CX et CZ sont perpendiculaires l'une à l'autre à cause de la direction de 45° que l'on a donnée à l'axe CA; et de plus l'épaisseur de la plaque excédant $\frac{45}{100}$ de millimètre, les oscillations mêlent assez les molécules de couleur diverse pour que les deux faisceaux soient blancs.

Pour pouvoir étudier séparément chacun de ces faisceaux, je les transmets à travers une pile de lames de verre parallèles, composée de dix lames ou davantage, et inclinée sous l'angle qui produit la polarisation complète sur le verre. Lorsqu'on tourne cette pile de manière que le plan d'incidence soit dirigé suivant CZ, le faisceau polarisé dans

le sens CZ est tout entier rejeté par les réflexions successives, et le faisceau CX passe librement, sans éprouver de la part des glaces aucune action. Si au contraire on dirige l'incidence suivant CX, le faisceau polarisé dans le sens CX est complètement rejeté, et il n'y a de transmis que le faisceau CZ, sur lequel la pile n'agit point. On peut donc étudier séparément chacun de ces faisceaux; et en choisissant par exemple CZ, on y découvre les propriétés suivantes :

1° Si vous l'analysez par un prisme de cristal d'Islande, ou par la réflexion sur une glace, vous lui trouvez tous les caractères d'un rayon polarisé suivant CZ, tel que la réflexion sur une lame de verre le produirait naturellement.

2° Si vous lui faites traverser des lames *minces* de chaux sulfatée, dont l'épaisseur soit moindre que $\frac{45}{100}$ de millimètre, il vous donnera des images colorées, tout comme ferait un rayon qui aurait été polarisé par une simple réflexion, et les teintes de ces images seront sensiblement les mêmes.

3° En lui présentant ainsi des lames de chaux sulfatée de plus en plus épaisses, vous trouverez qu'il finit par donner des images blanches. En cela il s'accorde encore avec un rayon polarisé par réflexion.

4° Mais voici une différence capitale entre ces deux espèces de rayons. Quand on est arrivé à la limite d'épaisseur où les images sont blanches, on peut augmenter tant que l'on voudra l'épaisseur de la seconde plaque de chaux sulfatée, le rayon polarisé uniquement par la réflexion ne donnera plus jamais de couleurs, mais le faisceau CZ préparé par une première plaque recommence de nouveau à en produire quand l'épaisseur de la seconde plaque est comprise entre les limites

$e - \frac{45}{100}^{mm}$; $e + \frac{45}{100}^{mm}$; e étant l'épaisseur de la première plaque qu'il a traversée d'abord. Pour que l'expérience réussisse, il faut que la seconde plaque soit placée parallèlement à la première, et que leurs axes soient dirigés à angles droits, conformément aux indications de la théorie.

On voit donc par cette expérience que le rayon transmis à travers une première plaque de chaux sulfatée, a acquis des impressions qu'il ne perd point ensuite, puisqu'avec la même direction d'axes que le rayon polarisé par réflexion sur une glace, il produit dans certains cas des phénomènes différens; et, d'après cela, on peut dire qu'un rayon qui a traversé une certaine épaisseur de cristal n'a reçu que l'espèce d'impression ou d'aimantation que cette épaisseur peut produire, au lieu que celui qui a été polarisé sur une glace est dans le même cas que s'il avait traversé une plaque de cristal d'une épaisseur infinie.

5° Les choses étant disposées comme précédemment, si vous dirigez l'appareil sur une lumière directe, telle que la flamme d'une bougie, le faisceau CZ, qui a traversé la première plaque de chaux sulfatée et la pile de glaces, ne vous offrira plus les propriétés que nous lui avions trouvées tout-à-l'heure; une fois qu'il aura cessé de produire des couleurs en traversant des lames minces de chaux sulfatée, il n'en reproduira jamais pour aucune épaisseur plus forte. Cependant, si on l'analyse, on le trouve de même polarisé tout entier suivant CZ. Mais, dans ce cas, il n'a pas conservé sans altération les propriétés qui lui avaient été imprimées par la plaque. Car lorsqu'il en est sorti ses molécules n'étaient pas polarisées dans une seule direction. Elles l'étaient au con-

traire dans tous les azimuths, comme celles de la lumière directe. C'est pourquoi elles n'ont pas échappé comme la première fois à l'action de la pile de glaces, et c'est cette pile qui a tourné leurs axes dans une direction commune en les réfractant. Ainsi nous devons conclure de ce fait que la polarisation par réfraction communique aux particules lumineuses des impressions aussi complètes que celles que la réflexion sur une glace pourrait leur donner.

6° En revenant au premier mode d'expérience où le rayon incident est préalablement polarisé, on pourrait être étonné que le faisceau blanc CZ donnât des images colorées, quand on le transmet seul à travers une plaque de chaux sulfatée mince, tandis que les deux faisceaux CZ et CX soumis ensemble à cette épreuve sans la présence de la pile ne donneraient que des images blanches. Cette différence est une suite de la théorie. En effet, soit, Fig. 2, i l'azimuth dans lequel on place l'axe Ca de la lame mince, c'est-à-dire, l'angle que forme cet axe avec la polarisation primitive CZ. Le faisceau CZ, après avoir traversé cette lame, se résoudra en deux autres, l'un polarisé dans le sens CZ, l'autre polarisé dans le sens Cz, formant avec Ca un angle i. Soit O la somme des molécules lumineuses qui forment le premier, E celles qui composent le second. Les teintes O, E seront complémentaires l'une de l'autre, puisque leur ensemble forme le faisceau blanc CZ. De même le faisceau blanc CX se résoudra en deux autres, l'un polarisé dans le sens CX, l'autre dans le sens Cx formant avec Ca un angle $90° - i$. De plus, la teinte du premier sera encore exprimée par O, celle du second par E. Or, par cette disposition, les deux faisceaux compo-

sant CZ, CX, dont la teinte est O, sont polarisés à angles droits. Si donc on les transmet simultanément à travers un rhomboïde de spath d'Islande, de quelque manière qu'on tourne la section principale de ce rhomboïde, ils donneront toujours une image ordinaire et une extraordinaire de même teinte et d'une intensité constante. Pareille chose arrivera pour les deux faisceaux Cz, Cx, dont la teinte est E, avec cette différence que E exprimera les teintes des images ordinaires et extraordinaires qui en résultent. Par conséquent, si l'on transmet ces quatre faisceaux ensemble à travers le même rhomboïde, comme, avant de le traverser, leur translation se fait sur la même ligne droite, les images partielles qu'ils donnent se superposeront, deux à deux, dans la réfraction, et formeront deux images résultantes qui seront blanches, puisque O + E fait du blanc. Ce mélange n'a plus lieu quand on commence par exclure complètement un des faisceaux CX ou CZ avant d'interposer la lame mince ; et voilà pourquoi la coloration des images partielles se laisse alors apercevoir.

7° Dans cette dernière expérience, en plaçant toujours la lame mince de la même manière, les deux images données par chaque faisceau, suivant chaque direction CX ou CZ, sont complémentaires l'une de l'autre ; c'est-à-dire, que si on analyse successivement les deux faisceaux avec un même rhomboïde fixement placé, la teinte ordinaire donnée par CZ est la même que la teinte extraordinaire donnée par CX, et réciproquement. Cette inversion n'a pas lieu quand on reproduit de nouveau les couleurs par le croisement d'une seconde plaque épaisse, comme dans le paragraphe 4. On

trouve alors que les images colorées sont les mêmes et distribuées de la même manière, soit que l'on ait rejeté par l'interposition de la pile le faisceau CX ou le faisceau CZ; c'est-à-dire, par exemple, que si l'on analyse la lumière transmise au moyen d'un prisme de spath d'Islande fixe, et que, dans le premier cas, on obtienne une image ordinaire verte et une image extraordinaire rouge, on aura précisément la même chose dans le second cas. Ce résultat est encore tout-à-fait conforme à la théorie. Pour faire voir comment il en dérive, représentons par CA, CB, fig. 3, les axes des deux lames croisées, et supposons que leurs épaisseurs soient e e', ces quantités pouvant être quelconques. D'après ce que j'ai prouvé dans mon ouvrage, lorsque les molécules lumineuses ont traversé une épaisseur égale dans les deux plaques croisées, elles se trouvent toutes complètement ramenées à leur polarisation primitive CZ, et elles partent de là pour continuer leurs oscillations comme elles auraient fait dans une seule plaque dont l'épaisseur aurait été $e'-e$. Si e' surpasse e, cette plaque additionnelle aura son axe dirigé suivant CB; si au contraire e surpasse e', il sera dirigé suivant CA. Dans le premier cas, les limites des oscillations seront CZ et CX', prolongement de CX; dans le second, les limites seront CZ et CX; le sens de la polarisation sera donc le même, aussi bien que le nombre et la nature des particules qui acquerront l'une ou l'autre direction. Il n'y aura de différence qu'en ce qu'elles seront retournées diamétralement sur la ligne XX'. Mais à cause de la symétrie de leur figure autour de leur axe de polarisation, cette inversion ne fait absolument rien sur la manière dont elles se réfractent ensuite dans le rhomboïde.

Maintenant, puisque le croisement des plaques agit ainsi sur *toutes* les particules lumineuses des deux faisceaux CX et CZ, et les ramène *toutes* à la polarisation primitive CZ, d'où elles partent ensemble pour recommencer leurs oscillations et donner de nouveau des couleurs, il importe peu que l'on exclue par la pile de glaces l'un ou l'autre des faisceaux blancs CX ou CZ; la nature des teintes données par le rhomboïde doit toujours rester la même, ce qui est conforme aux observations. On voit aussi que cette identité d'effets est particulière à la position que nous avons donnée aux plaques croisées; car le renversement des particules n'aurait plus lieu si les axes des plaques eussent fait avec la polarisation primitive un angle différent de 45°.

FIN.

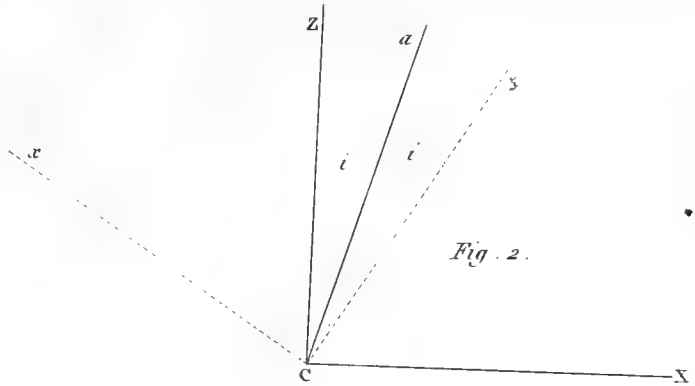


Fig. 2.

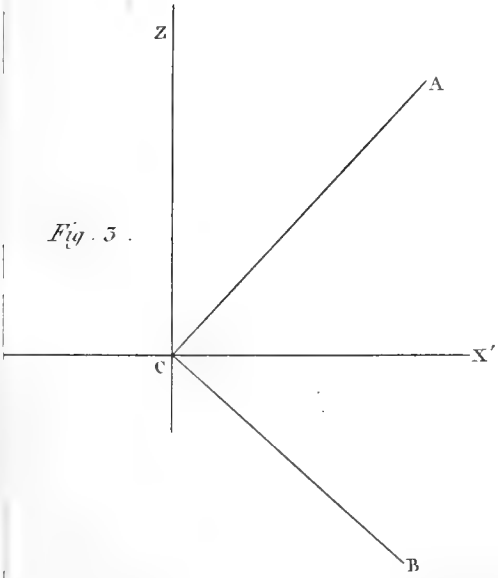
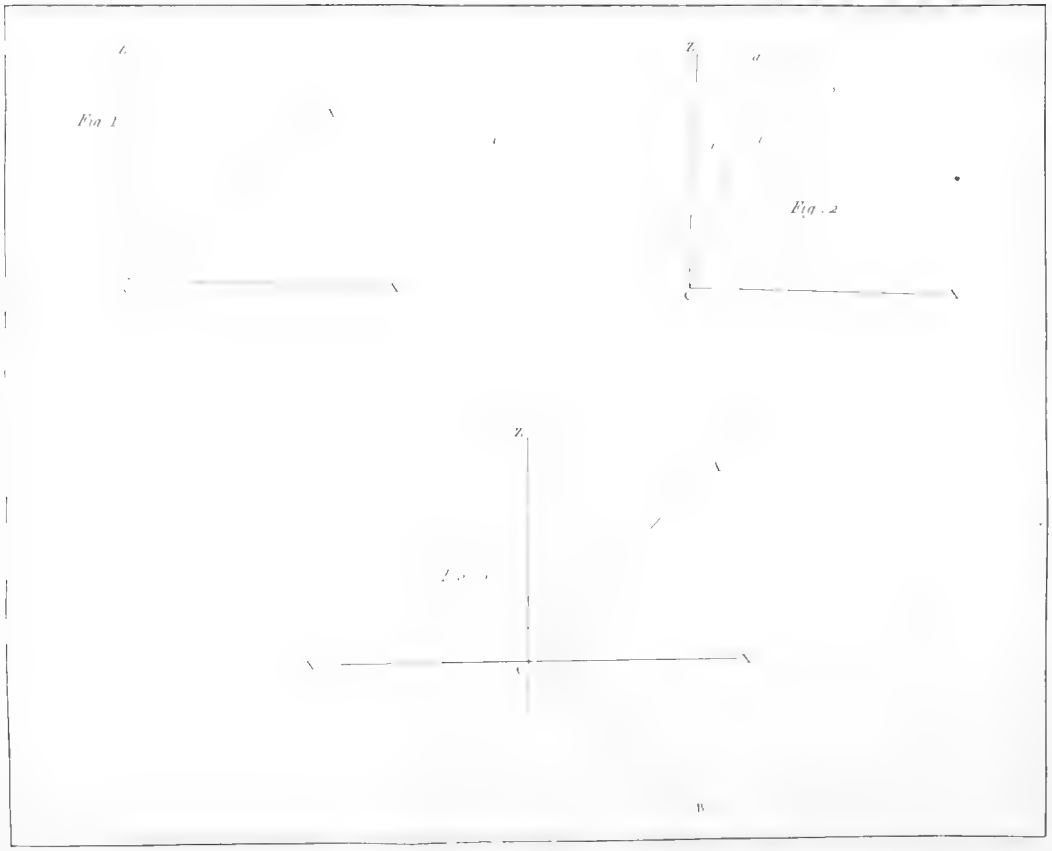


Fig. 3.


Z
Fig. 1
Z
a
Fig. 2
Z
Fig. 3
W

MÉMOIRES

DE LA CLASSE

DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

RÉSULTAT

Des Observations Météorologiques, faites à Clermont-Ferrand, depuis le mois de juin 1806, *jusqu'à la fin de* 1813.

PAR M. LE BARON RAMOND.

Lu le 20 juin 1814.

QUELQUE nombreux que soient déja les tableaux météorologiques dont le zèle et la patience des physiciens ont enrichi la science, il y aurait sans doute encore beaucoup de choses à remarquer dans des suites d'observations, qui seraient faites avec des instrumens plus parfaits et des procédés d'une exactitude plus sévère, surtout si elles étaient subordonnées à un système nouveau, et tendaient à varier les aspects sous lesquels on a coutume de considérer les modifications de l'atmosphère.

Pendant mon séjour à Clermont, j'ai fait un essai en ce genre. Mon travail n'embrasse, il est vrai, que sept années et demie, mais on peut compter, du moins, sur une exactitude qui n'est pas le partage ordinaire des observations météorologiques. J'y ai employé trois baromètres de Fortin, souvent comparés entre eux et avec celui de l'Observatoire. Toutes les hauteurs du Mercure ont été uniformément ramenées à la même température; savoir, celle de douze degrés et demi du thermomètre centigrade. J'ai même poussé le scrupule jusqu'à corriger la dilatation thermométrique de l'échelle des divisions. Enfin j'ai observé non-seulement à midi, temps vrai, mais encore le matin, après midi, et le soir, aux heures critiques des oscillations diurnes: (je crois avoir prouvé ailleurs que cette méthode était la seule qui nous enseignât quelque chose de précis sur les pressions atmosphériques)(1); et je n'ai pourtant pas négligé de noter le *maximum* et le *minimum* du baromètre et du thermomètre, aux heures quelconques où je les ai remarqués.

Les résultats principaux de mes observations sont réduits à la forme la plus concise dans les tableaux que j'ai l'honneur de présenter à la Classe, tableaux qui n'en constituent qu'un seul, divisé en trois parties pour la commodité de l'impression. Je resserrerai de même dans les plus étroites limites, l'explication nécessaire à leur parfaite intelligence.

La première ligne horizontale de chacun des trois tableaux est consacrée aux résultats généraux des sept années d'où

---

(1) Troisième Mémoire, imprimé au nombre de ceux de la Classe, année 1808, second sémestre.

je conclus l'année moyenne. En les suivant colonne à colonne, voici ce qu'ils nous apprennent:

1° La moyenne du baromètre pour l'heure de midi, est de $727^{mm}.92$ à la température de 12° 5 du thermomètre centigrade. Cette détermination est fondée sur deux mille deux cent soixante-sept observations: on remarquera combien peu elle diffère de celle que les deux premières années m'avaient fournie (1).

2° Les cinq colonnes suivantes présentent les oscillations horaires, comparées à l'heure de midi, qui est exprimée par la lettre M à la tête des trois premières colonnes. On y voit que le baromètre est plus haut le matin de trente-huit centièmes de millimètres, plus bas après midi de cinquante-six, plus haut le soir de trente-trois, toujours en prenant la hauteur de midi pour point de comparaison; qu'ainsi l'abaissement moyen du jour est de quatre-vingt-quatorze centièmes, et l'ascension du soir de quatre-vingt-neuf. C'est le résultat définitif de sept mille deux cent quatre-vingt-seize observations : il est absolument conforme à celui que j'avais tiré des deux premières années, car les plus fortes différences partielles ne s'élèvent pas à un vingtième de millimètre (2).

3° Les variations accidentelles du baromètre, notées sans égard aux heures du jour, sont comprises dans les trois dernières colonnes de ce tableau. La plus grande élévation du mercure que j'aie observée en sept années et demie est 743.52; la moindre, 702.58; c'est près de quarante et un mil-

(1) Mémoire cité, page 89.
(2) *Ibid.* page 105.

limètres de différence, mais la variation pour l'année moyenne n'est que de 35.60, comme l'indique la dernière colonne.

Passons au thermomètre.

1° La moyenne pour midi est 13°.6 du thermomètre centigrade : elle diffère encore très-peu de celle que j'avais trouvée pour les deux premières années.

2° Les trois colonnes suivantes indiquent d'abord le *maximum* et le *minimum* des sept années, sans égard aux heures. Le *maximum* est 36°.2 au-dessus du terme de la congélation ; le *minimum* est 17° au-dessous de ce terme, mais pour l'année moyenne, la variation n'atteint pas tout-à-fait à quarante cinq degrés.

Il est presque inutile de parler du troisième tableau, qui s'explique de lui-même. Je dois seulement éclaircir ce qui concerne la direction des vents, en rappelant que je place le méridien météorologique sur la ligne du *N.N.E.* au *S.S.O.* ; qu'en conséquence je nomme *boréaux*, les vents qui soufflent du *N.N.O.* au *N.E.;* méridionaux, ceux qui sont compris entre le *S.S.E.* et le *S.O;* orientaux et occidentaux, les vents intermédiaires (1). Quant à leur nombre, il s'agit de *fois* et non de *jours*, en sorte que si on les additionne, il y en aura plus qu'il n'y a de jours dans l'année : on sait bien qu'il souffle souvent plus d'un vent à-la-fois, et que dans le cours d'une journée, ils passent quelquefois d'un point du ciel à un autre. Quant aux colonnes suivantes, leur titre dit tout : on voit que, année commune, il y a cent trente-deux jours où il pleut, et vingt où il neige ; soixante-un jours de gelée,

(1) Mémoire cité, pages 134 et 135.

vingt-huit d'orage, cinquante-quatre sans soleil, et dix-huit seulement sans nuages.

Ce coup d'œil jeté sur la première ligne des tableaux, suffit à l'intelligence des lignes suivantes, mais celles-ci donnent lieu à des remarques d'une autre espèce.

En effet, les résultats généraux qui s'appliquent à l'année moyenne n'intéressent que le lieu où ils ont été obtenus. Ils indiquent seulement son climat particulier et l'élévation de Clermont au-dessus du niveau de la mer. Mais ces mêmes résultats, répartis entre les quatre saisons de l'année, nous apprennent déja quelque chose de plus, et la marche des instrumens suit des lois où l'on ne peut méconnaître l'action de causes régulières qui soumettent l'atmosphère à des modifications périodiques. Chaque saison a son caractère. C'est en été que la moyenne barométrique est le plus élevée, c'est au printemps qu'elle est au plus bas, et la différence excède deux millimètres. La variation diurne reconnaît de même l'influence des saisons : le printemps est l'époque des plus fortes oscillations, et l'hiver des moindres : il y a un tiers de millimètre de différence. Les variations accidentelles, au contraire, sont au *maximum* en hiver, au *minimum* en été ; leur étendue moyenne surpasse trente-cinq millimètres dans la première de ces saisons, et n'en embrasse pas seize dans la seconde. Enfin, c'est aussi en été que les variations de la température se restreignent dans les plus étroites limites, tandis que c'est au printemps qu'elles sont le plus considérables. Mais ici le caractère des saisons est moins saillant qu'on ne s'y serait attendu : l'automne et l'hiver ont des variations sensiblement égales; celle du printemps ne les surpasse pas de beaucoup, et j'aurais peut-être trouvé pour l'été une

variation plus grande, si le *minimum* du thermomètre était aussi facile à observer dans cette saison que dans les autres.

Ce que les saisons nous ont montré se représente ensuite en détail dans les douze mois de l'année, mais non sans quelques irrégularités que sept années d'observations n'ont pu faire complétement disparaître, car plus les périodes sont courtes, et plus il faut de temps pour dégager l'effet des causes constantes de celui des accidens.

Les oscillations annuelles de la moyenne barométrique se manifestent cependant sans ambiguité, et semblent représenter, dans le cours de l'année, le flux et le reflux journalier des variations horaires. Il y a de même deux marées montantes et descendantes. Le mercure est au plus haut dans le mois de janvier, et descend jusqu'au mois d'avril, où il est le plus bas. Il remonte ensuite jusqu'en juin, se soutient quelque temps, puis redescend jusqu'en novembre, d'où il remonte rapidement à la hauteur de janvier. La similitude entre les deux phénomènes n'est pourtant qu'apparente, et ils n'ont réellement de commun que de suivre l'un et l'autre les mouvemens du soleil. Les oscillations horaires obéissent à sa révolution diurne et aux courans verticaux qu'elle détermine dans l'atmosphère. Les variations mensuelles sont soumises à ses progrès dans le sens de l'écliptique, et à l'échange que les divers climats font de leurs atmosphères respectives, par le ministère des vents horizontaux. J'ai développé ailleurs (1) les considérations qui peuvent servir à l'explication de ce dernier phénomène, et il était aisé de le

(1) Mémoire cité, troisième partie.

prévoir avant même de l'avoir constaté par des observations directes.

La variation diurne a également ses phases annuelles, phénomène compliqué du double effet des deux révolutions du soleil. Nous avons déja vu que l'étendue des oscillations va en diminuant du printemps à l'hiver : on entrevoit quelque chose de plus en poursuivant les circonstances de ce décroissement dans la subdivision des mois. Sa continuité y paraît interrompue, vers la fin de l'été, par un accroissement qui mérite d'être remarqué, car il semble indiquer une seconde marée ; ce qui ramenerait l'oscillation annuelle de la variation diurne, à la loi qui régit à-la-fois et les oscillations horaires et la variation mensuelle de la moyenne barométrique. L'analogie appuie donc cet indice, et je suis persuadé que des observations plus long-temps continuées finiront par lui imprimer le sceau de l'expérience. Mais ici les nombres ne sont pas encore purs de tout mélange, et quelques anomalies troublent la régularité de la progression. La période du mois est trop courte, et la variation est elle-même trop petite pour que sept années aient suffi à l'exclusion des derniers centièmes de millimètre qui appartiennent encore à l'influence des causes perturbatrices.

On trouve, au contraire, la plus parfaite régularité dans l'accroissement et le décroissement des quantités qui expriment l'étendue moyenne des variations accidentelles du baromètre. La plus forte variation répond au mois de décembre, la moindre au mois d'août. Elle diminue graduellement à mesure que la température de l'air augmente ; elle augmente à mesure que la température diminue ; et la gradation est très-sensible parce que la différence totale est fort grande.

Quant aux variations thermométriques, correspondantes aux différens mois, on n'y voit rien qui indique une marche bien réglée, et il serait possible qu'une plus longue suite d'observations, loin de rendre les différences plus tranchantes, ne fît que les effacer de plus en plus, en sorte que l'on arrivât à ce résultat fort probable, savoir que les variations thermométriques de chaque mois ont, à très-peu de chose près, la même étendue.

Mes observations hygrométriques ne figurent point dans ces tableaux, parce qu'elles n'ont pas été continuées avec la même persévérance. Je me suis proposé, dès l'origine, non de faire une suite complète d'observations météorologiques, mais seulement d'examiner plus particulièrement les variations du baromètre, d'en distinguer les diverses sortes et d'en rechercher les causes. Il m'a été facile de reconnaître que les variations d'humidité n'y avaient point d'influence appréciable, et je leur ai donné moins d'attention du moment où elles devenaient indifférentes à l'objet principal de mes recherches. Mes tableaux remplissent leur objet, s'ils mettent dans tout leur jour les phénomènes que mon système d'observations tendait à rendre apparens; et leur intérêt consiste dans la probabilité que sept années d'expériences donnent aux conséquences que j'avais tirées des deux premières. Il est superflu de reproduire ici ces conséquences, mais il ne l'est pas d'insister sur leur utilité pratique, et d'engager les observateurs à tenir compte des faits actuellement établis, soit pour donner plus de précision à l'évaluation des moyennes pressions de l'atmosphère, soit pour employer plus convenablement ces moyennes dans les mesures barométriques. Non-seulement mes dernières observations confirment les principes que j'ai

précédemment posés, mais elles donnent encore de l'extension aux considérations sur lesquelles je les avais fondés. Je regarde donc ces nouveaux résultats comme le complément du travail dont j'ai entretenu la Classe à diverses reprises, et j'ai pensé que sous ce rapport ils n'étaient pas tout-à-fait indignes de lui être présentés.

BAROMÈTRE

A la température de 12° 5 du thermomètre centigrade.

	MOYENNE DE MIDI.	OSCILLATIONS HORAIRES.					VARIATIONS ACCIDENTELLES.		
		Matin. M+	Après-midi. M—	Soir. M+	Abaissement.	Ascension.	EXTRÊMES en sept années.		VARIATION moyenne.
ANNÉE MOYENNE.	c mm 72. 7. 92	mm +0. 38	mm —0. 56	mm +0. 33	mm 0. 94	0. 89	c mm 74. 3. 52	c mm 70. 2. 58	mm 35. 60
PRINTEMPS..	c mm 72. 6. 83	mm +0. 45	mm —0. 67	mm +0. 36	mm 1. 12	mm 1. 03	c mm 74. 2. 64	c mm 70. 5. 44	mm 27. 30
ÉTÉ.....	72. 9. 02	+0. 39	—0. 59	+0. 36	0. 98	0. 95	73. 8. 40	71. 5. 69	16. 00
AUTOMNE.	72. 7. 23	+0. 30	—0. 59	+0. 32	0. 89	0. 91	73. 9. 37	70. 4. 68	29. 80
HIVER.....	72. 8. 59	+0. 39	—0. 40	+0. 29	0. 79	0. 69	74. 3. 52	70. 2. 58	34. 60
JANVIER....	c mm 72. 9. 71	mm +0. 43	mm —0. 30	mm +0. 38	mm 0. 73	mm 0. 68	c mm 74. 2. 02	c mm 70. 2. 58	mm 27. 00
FÉVRIER....	72. 8. 99	+0. 30	—0. 52	+0. 34	0. 82	0. 86	74. 1. 63	71. 0. 79	24. 00
MARS.....	72. 7. 73	+0. 42	—0. 74	+0. 21	1. 16	0. 95	74. 2. 64	70. 5. 44	23. 30
AVRIL.....	72. 5. 85	+0. 47	—0. 66	+0. 43	1. 13	1. 09	73. 7. 18	71. 1. 02	21. 30
MAI.....	72. 6. 92	+0. 46	—0. 60	+0. 43	1. 06	1. 03	73. 7. 68	71. 1. 18	17. 50
JUIN.....	72. 9. 42	+0. 34	—0. 54	+0. 39	0. 88	0. 93	73. 8. 40	72. 1. 23	13. 70
JUILLET....	72. 8. 78	+0. 44	—0. 57	+0. 36	1. 01	0. 93	73. 5. 35	71. 5. 69	12. 70
AOUT.....	72. 8. 85	+0. 39	—0. 67	+0. 32	1. 06	0. 99	73. 5. 64	71. 7. 96	12. 50
SEPTEMBRE.	72. 8. 98	+0. 33	—0. 60	+0. 23	0. 93	0. 83	73. 8. 28	70. 9. 64	18. 90
OCTOBRE...	72. 6. 49	+0. 29	—0. 59	+0. 32	0. 88	0. 91	73. 9. 37	70. 6. 09	23. 70
NOVEMBRE..	72. 6. 23	+0. 27	—0. 39	+0. 41	0. 66	0. 80	73. 8. 88	70. 4. 68	24. 20
DÉCEMBRE..	72. 7. 06	+0. 43	—0. 37	+0. 15	0. 80	0. 52	74. 3. 52	70. 2. 72	30. 00

	MOYENNE DE MIDI.	EXTRÊMES EN SEPT ANNÉES.		VARIATION MOYENNE.
ANNÉE MOYENNE.	+ 13°. 6	+ 36°. 2	— 17°. 0	44°. 6
PRINTEMPS.	+ 13°. 9	+ 31°. 9	— 7°. 3	31°. 7
ÉTÉ.....	+ 21. 6	+ 36. 2	+ 7. 5	23. 1
AUTOMNE..	+ 14. 4	+ 28. 4	— 9. 3	26. 9
HIVER.....	+ 4. 4	+ 20. 0	— 17. 0	28. 1
JANVIER.....	+ 1°. 1	+ 12°. 0	— 17°. 0	20°. 7
FÉVRIER.....	+ 6. 9	+ 20. 0	— 12. 5	23. 4
MARS.....	+ 9. 4	+ 23. 7	— 7. 3	21. 2
AVRIL.....	+ 12. 5	+ 27. 0	— 3. 3	23. 5
MAI.....	+ 19. 7	+ 31. 9	+ 4. 8	20. 3
JUIN.....	+ 20. 2	+ 33. 0	+ 8. 0	19. 8
JUILLET.....	+ 22. 6	+ 36. 2	+ 7. 5	21. 4
AOUT.....	+ 21. 9	+ 34. 2	+ 12. 2	17. 7
SEPTEMBRE..	+ 19. 0	+ 28. 4	+ 4. 5	18. 2
OCTOBRE....	+ 14. 9	+ 26. 3	— 2. 6	20. 0
NOVEMBRE...	+ 9. 2	+ 19. 6	— 9. 3	19. 0
DÉCEMBRE...	+ 5. 2	+ 14. 6	— 12. 3	18. 4

	DIRECTION DES VENTS.				Pluie.	Neige.	Grêle.	Grésil.	Brouillard, brume.	Gelée.	Vents forts.	Tonnerre, éclairs.	Sans soleil.	Sans nuages.
	Bor.	Orient.	Occid.	Mérid.										
ANNÉE MOYENNE.	83.	42.	185.	113.	132.	20.	1.	4.	17.	61.	143.	28.	54.	18.
PRINTEMPS.	25.	14.	43.	32.	34.	6.	....	1.	1.	12.	42.	8.	10.	4.
ÉTÉ.....	19.	10.	51.	26.	35.	....	....	....	....	....	30.	16.	10.	4.
AUTOMNE..	15.	10.	47.	33.	37.	1.	....	....	2.	6.	35.	4.	11.	6.
HIVER.....	24.	8.	44.	22.	26.	13.	....	2.	14.	43.	36.	....	23.	4.
JANVIER.....	9.	4.	12.	5.	5.	6.	....	1.	8.	22.	9.	....	9.	2.
FÉVRIER.....	7.	1.	16.	8.	10.	4.	....	1.	2.	10.	16.	....	5.	1.
MARS.....	11.	4.	14.	8.	9.	4.	....	....	1.	7.	12.	1.	5.	2.
AVRIL.....	11.	5.	13.	10.	9.	2.	....	1.	....	5.	16.	1.	3.	2.
MAI.....	3.	5.	16.	14.	16.	....	....	....	....	....	14.	6.	2.	....
JUIN.....	8.	3.	15.	8.	10.	....	....	....	....	....	11.	4.	4.	1.
JUILLET.....	5.	3.	19.	10.	13.	....	....	....	....	....	10.	7.	3.	2.
AOUT.....	6.	4.	17.	8.	12.	....	....	....	....	....	9.	5.	3.	1.
SEPTEMBRE..	4.	5.	16.	10.	12.	....	....	....	....	....	9.	2.	2.	3.
OCTOBRE....	4.	3.	16.	12.	13.	....	....	....	1.	1.	12.	1.	3.	2.
NOVEMBRE...	7.	2.	15.	11.	12.	1.	....	....	1.	5.	14.	1.	6.	1.
DÉCEMBRE...	8.	3.	16.	9.	11.	3.	....	....	4.	11.	11.	....	9.	1.

MÉMOIRE

Et Observations sur les plantes de la famille des CYPÉRÉES (1).

PAR M. PALISOT DE BEAUVOIS.

Lu le 18 avril 1814.

LA Botanique est, comme toutes les branches de l'Histoire naturelle, une science de faits. C'est de la réunion et de la combinaison de tous les faits qu'ont été créés les méthodes et les systêmes, si nécessaires pour la distinction et l'étude des productions aussi variées que multipliées de la nature; c'est en ajoutant de nouvelles connaissances aux connais-

---

(1) M. de Jussieu a le premier créé cette famille, sous le nom de *Cyperoïdes* en latin, et *Souchets* en français. Avant lui elle était confondue avec les graminées. La dénomination adoptée par ce savant ayant paru peu convenable, on lui a substitué celle de CYPÉRACÉES, beaucoup moins admissible.

En effet, les noms de famille, tirés de celui d'un genre, doivent dériver du GÉNITIF du nom attribué à ce genre. C'est, je pense, un principe que personne ne rejetera. C'est ainsi que l'on a formé JUNCEAE de *juncus*, *ci:* SMILACEAE de *smilax*, *cis*, etc. D'après cette règle incontestable, on doit dire CYPEREAE de *Cyperus*, *ri:* comme on dit gramineæ de *Gramen*, *nis:* ASPHODELEAE des *Asphodelus*, *li:* IRIDEAE de *Iris*, *dis:* HYDROCHARIDEAE de *Hydrocharis*, *dis:* et non pas Graminaceæ, Asphodelaceæ, Iridaceæ, Hydrocharidaceæ, qui, comme CYPERACEAE, Restiaceæ, Proteaceæ, Santolaceæ, Primulaceæ, Acanthaceæ, et une infinité d'autres, sont comme autant de barbarismes contraires aux principes, sans origine étymologique reconnue, régulière et avouée.

sances anciennement et successivement acquises, que les voyageurs, les observateurs, et les savans, font journellement marcher la science vers la perfection.

Le fait le moins saillant en apparence, celui même qu'au premier abord on pourrait croire indifférent, doit être soigneusement recueilli; il peut dans la suite devenir d'une très-haute importance et contribuer à convertir en certitude ce qui précédemment était à-peine soupçonné. Telle est entre autres l'observation qui donne lieu à ce mémoire.

Les Botanistes ont toujours pensé que le nombre des *stigmates* dans les Cypérées ne pouvait pas fournir un caractère constant et propre à distinguer les genres entre eux. De là vient que dans toutes les méthodes on trouve confondues, dans un seul et même genre, des espèces à deux et à trois stigmates. L'unité de style a été le seul caractère auquel on s'est toujours attaché. Schkuhr, membre de presque toutes les sociétés savantes de l'Allemagne, Schkuhr, aussi habile mécanicien qu'il était bon observateur en Botanique, a le premier remarqué, dans le genre *Carex,* cette différence constante et importante. Il a reconnu que les espèces munies seulement de deux stigmates, portent un fruit à deux angles, plane d'un côté et plus ou moins convexe de l'autre, et que le fruit des espèces à trois stigmates, est toujours trigone, à angles plus ou moins égaux et plus ou moins aigus.

A juger de l'attention de Willdenow à décrire le nombre des stigmates de la plupart des Carex, on peut croire qu'il avait été frappé de ces caractères, mais ni lui, ni Schkuhr, ni aucun Botaniste après eux, n'ont cherché à faire la même remarque sur les autres genres de la famille des Cypérées.

Occupé des plantes de cette Famille et de celles qui font

partie de l'Agrostographie, travail entièrement achevé, et qui serait prêt à être publié, sans les circonstances qui en ont empêché la gravure et l'impression, j'ai été naturellement conduit à étendre l'observation de Schkuhr à tous les genres, et j'ai reconnu qu'elle est applicable, non-seulement aux Carex, mais à toutes les Cypérées. Il en résulte qu'on peut proposer, comme principe certain et invariable, qu'en général le nombre des stigmates est en rapport et égal à celui des angles du fruit. C'est ce dont la Classe sera à même de juger par l'exposé des nouveaux faits que je vais mettre sous ses yeux.

Dans le nombre des plantes que M. du Petit-Thouars a rapportées de ses voyages, et qu'il m'a communiquées, en me permettant d'en faire usage, quoiqu'il ne les eût pas encore publiées, il en est une extrêmement remarquable, qu'il a trouvée au cap de Bonne-Espérance. Cette plante, ainsi que M. du Petit-Thouars l'avait remarqué, avant moi, sur les lieux et sur des individus frais, porte dans chaque épi trois sortes de fleurs. Les plus inférieures, munies seulement d'une bractée ou écaille, sans aucun organe de la génération ; les intermédiaires, ayant également une bractée, quatre étamines, un ovaire surmonté d'un style et de quatre stigmates, mais qui avorte pour l'ordinaire; enfin, la dernière terminale, composée d'une bractée, d'une paillette mince et membraneuse, de huit étamines, d'un style bulbeux à sa base, divisé en deux, subdivisé en quatre stigmates, et le fruit à quatre angles très-saillans, entre chacun desquels se trouvent deux étamines geminées, ce qui en porte le nombre à huit, multiple de quatre. Je dois faire remarquer en passant, que cette singulière organisation dans la famille des

Cypérées, a quelque analogie avec celle que M. du Petit-Thouars a remarquée dans la correspondance du nombre des étamines, du style et des stigmates dans les Polygonées, observation très-curieuse qu'il a communiquée à la Classe, dans un mémoire dont M. Desfontaines, notre confrère, lui a dernièrement rendu compte.

Certains caractères de cette plante pourraient la faire prendre pour le *Schœnus compar* des auteurs; mais le nombre des stigmates, celui des angles du fruit, ainsi qu'on peut s'en assurer par la description et la figure de Rottboel, empêcheront toujours de la confondre.

La connaissance de ce nouveau genre, que je propose de de nommer *Tetraria*, à cause de ses étamines, tantôt au nombre de quatre, tantôt de huit, qui est le multiple de quatre, de ses quatre stigmates, et de son fruit à quatre angles, et pour nom spécifique, *Thuarii*, afin de perpétuer le nom du Botaniste à qui la science en est redevable; la connaissance de ce genre, dis-je, prouve évidemment que dans les Cypérées, le nombre des stigmates n'est pas aussi indifférent qu'on l'avait pensé, et que ce nombre étant généralement égal à celui des angles du fruit, fournit un caractère constant, naturel, et d'autant plus avantageux pour la formation des genres, que ceux déja institués, et qui renferment des espèces à deux et à trois stigmates, sont très-nombreux et, par conséquent, très-difficiles pour la détermination et l'étude des espèces.

On connaissait dans les Cypérées, des genres à quatre stigmates; mais personne n'avait imaginé de comparer ce nombre à celui des angles du fruit. Moi-même j'avais pensé, avec les Botanistes, que le nombre 4, si extraordinaire

dans ces sortes de plantes, était le résultat d'un de ces jeux de la nature, d'une sorte de monstruosité dont il est impossible de rendre raison, mais la connaissance du *Tetraria Thuarii* m'a fait naître l'idée d'observer de nouveau le genre *Gahnia* et le *Schoenus Mariscus*, auxquels on avait depuis long-temps reconnu quatre stigmates.

Le *Gahnia psittacorum*, rapporté par M. Labillardière, le seul de ce genre que j'ai été à même d'observer, est d'autant plus favorable à la confirmation du principe ci-dessus, que son fruit paraît presque cylindrique et privé d'angles. Mais en l'observant avec plus d'attention, et en l'examinant par sa base, on reconnaît aisément quatre angles bien formés, entre chacun desquels, comme dans le *Tetraria*, on voit six étamines; savoir, deux étamines géminées sur deux surfaces, et une seule isolée sur deux autres surfaces du fruit. Ces angles sont sensibles jusques vers la moitié de la longueur du fruit, ils s'effacent insensiblement et finissent par disparaître presqu'entièrement avant que d'arriver à son sommet.

Il en est de même du *Schoenus mariscus*, que M. R. Brown a rangé parmi les *Cladium*, mais il doit en être détaché, comme je le prouverai dans mon ouvrage sur les Cypérées. Cette plante porte quatre stigmates aux fleurs fertiles, son fruit est garni de quatre angles, mais au côté opposé. C'est-à-dire, le fruit est surmonté d'une substance spongieuse qui fait corps avec lui; cette substance se termine par le style, elle est quadrangulaire, mais les angles s'effacent en descendant comme ceux du *Gahnia psittacorum*, à mesure qu'ils s'approchent du sommet. Ce fait est d'autant plus remarquable, que le *Beera Kaida* de Rheede, le Diplasia de M. Richard, et

deux plantes nouvelles rapportées par M. du Petit-Thouars, et appartenant au même genre, ont un fruit surmonté d'une substance pareille à celle du *Schœnus mariscus*, mais elle n'a que deux angles, aussi le style ne porte-t-il que deux stigmates. Ces rapprochemens et ces différences constantes semblent prouver évidemment la solidité du principe.

M. Labillardière, notre confrère, a décrit et figuré une autre espèce de Gahnia qu'il nomme. *Gahnia trifida*. M. R. Brown l'a placée dans un autre genre, le *Lampocaria*. Les observations ci-dessus prouvent que le Botaniste anglais a eu raison. Le *Gahnia trifida*, ainsi que le dit M. Labillardière, ne porte constamment que trois stigmates et un fruit triangulaire, il ne peut donc pas entrer dans le même genre avec le *Gahnia psittacorum*, dont le principal caractère est d'avoir quatre stigmates et, comme nous venons de le dire, un fruit tétragone.

Il résulte des observations ci-dessus, que généralement dans les Cypérées, le nombre des stigmates est égal à celui des angles des fruits, et que ces caractères étant constants, naturels et provenant d'une différence remarquable dans l'organisation, peuvent servir à la formation des genres, quand surtout les genres anciennement établis sont si nombreux que l'étude des espèces en devient pénible, difficile, et leur détermination presque toujours incertaine. Tels sont les genres *Schœnus, Cyperus, Scirpus, Carex*, et quelques autres.

Je terminerai ce mémoire par une dernière remarque que les Botanistes ne trouveront peut-être pas sans intérêt. Un des principaux caractères du Gahnia est d'avoir six étamines, mais si l'on fait attention à la disposition de ces organes dans le *Gahnia psittacorum*, si on considère qu'ils sont

comme dans le *Tetraria Thuarii* placés sur chaque face; savoir, deux où ils se trouvent géminés, et deux où ils sont solitaires, ne pourrait-on pas croire que le nombre est originairement de quatre ou de huit. Dans le dernier cas il y aurait multiplication de l'organe, par surabondance de sève, et dans l'autre, avortement par défaut de suc nécessaire à son entier développement. Je n'émettrai aucune opinion sur cette dernière observation, je me borne à la présenter aux Botanistes, parce qu'elle me paraît digne de leurs méditations et de leurs recherches.

FIN.

MÉMOIRE

SUR L'IODE.

PAR M. GAY-LUSSAC.

Lu à l'Institut, le 1er août 1814.

J'AI déja lu à la Classe, dans ses séances du 6 et du 20 décembre 1813 (1), le résultat de mes recherches sur la substance découverte par M. Courtois, et à laquelle j'ai proposé de donner le nom d'iode, à cause de la belle couleur violette de sa vapeur. A ces recherches, qui avaient pour objet de déterminer la nature de l'iode et son rang parmi les autres corps, j'en ai ajouté de nouvelles, que je vais avoir l'honneur de communiquer à la Classe. Si je n'ai pas besoin de m'excuser devant elle, pour le temps qui s'est écoulé depuis que je lui ai présenté mes premières recherches, j'ai à réclamer son indulgence pour les détails dans lesquels je vais entrer. Je regrette que mon travail ait perdu de son intérêt en paraissant après celui de M. Vauquelin, que toutefois je ne connais pas encore; mais ce sera au moins une satisfaction pour moi, si, dans les objets que nous avons traités l'un et l'autre, je me suis rencontré avec lui.

Propriétés de l'Iode.

L'iode à l'état solide est d'un gris-noir; mais sa vapeur est d'un très-beau violet: son odeur est exactement celle du

(1) *Voy.* le Moniteur du 12 décembre 1813, ou les Annales de chimie, tom. LXXXVIII, pag. 311 et 319.

chlore, affaiblie. Il se présente souvent en paillettes semblables à celles du fer micacé, quelquefois en lames rhomboïdales très-larges et très-brillantes; je l'ai obtenu en octaèdres allongés d'environ un centimètre de longueur. Sa cassure, quand il est en masse, est lamelleuse et a un aspect gras : il est très-tendre et friable, et on peut le porphyriser. Sa saveur est très-âcre, quoique sa solubilité soit extrêmement faible : il tache profondément la peau en jaune-brun très-foncé; mais cette couleur se dissipe peu-à-peu. Comme le chlore, il détruit les couleurs végétales, quoique avec beaucoup moins d'intensité. L'eau en dissout environ un septmillième de son poids, et se colore en jaune-orangé. Sa densité à 17° est égale à 4.948; il se fond à 107°, et se volatilise sous la pression de 76 centimètres de mercure à 175 ou 180 degrés. J'ai déterminé ces derniers nombres en mettant l'iode en excès dans l'acide sulfurique concentré qui a peu d'action sur lui, et en observant la température à laquelle ses vapeurs traversaient l'acide. Je fixe son ébullition entre 175 et 180°, parce que c'est le résultat de deux expériences faites dans des circonstances un peu différentes (1). Comme l'iode mêlé à l'eau passe à la distillation avec ce liquide, on a d'abord cru qu'il avait à-peu-près la même volatilité; mais c'est une erreur. A la température de 100°, la vapeur de l'iode se mêle à la vapeur de l'eau en quantité aussi considérable, dans des espaces égaux, que dans le vide, et elle est entraî-

(1) Ces expériences ne sont point sans danger; quoique j'eusse mis des fragmens de verre dans l'acide sulfurique, l'iode se réduisit tout-à-coup en vapeur dans la seconde expérience, et expulsa du vase l'acide qui me brûla très-fortement la main et le pied droits.

née dans les récipiens où elle se condense : on pourrait même distiller l'iode à une température beaucoup plus basse. Le même phénomène a lieu pour les huiles essentielles qui seules ne bouillent qu'à environ 155°, et que l'on distille cependant à 100°, en les mêlant avec l'eau. L'iode ne paraît pas conduire le fluide électrique; j'en ai mis un très-petit fragment dans une chaîne galvanique, et la décomposition de l'eau s'est arrêtée à l'instant.

L'iode n'est point inflammable; on ne peut même le combiner directement avec l'oxigène. Je le considère comme un corps simple, et je le place, d'après les expériences que j'ai déja fait connaître, et celles que je rapporterai plus bas, entre le soufre et le chlore, parce qu'il a des affinités plus fortes que le premier, et plus faibles que le dernier. Comme eux il forme deux acides, l'un en se combinant avec l'oxigène, et l'autre, en se combinant avec l'hydrogène; et, en général, la plupart des combinaisons de l'iode, du soufre, et du chlore, ont entre elles beaucoup de rapports. Les combinaisons que ces trois corps forment avec l'hydrogène, jouissant des propriétés des acides formés par l'oxigène, doivent être comprises dans la même classe sous le même nom d'acide; mais pour les distinguer, je propose de leur donner le nom générique *hydracides*, et pour les désigner chacune en particulier, de faire précéder des deux syllabes *hydro* le nom spécifique de l'acide que l'on considère; de sorte que les combinaisons acides de l'hydrogène avec le chlore, l'iode et le soufre, porteraient les noms d'acide hydrochlorique, d'acide hydriodique et d'acide hydrosulfurique ; et les combinaisons acides de l'oxigène avec les mêmes corps auraient, d'après les principes de la nomenclature adoptée, les noms d'acide chlorique, d'acide iodique, etc. Les noms

chlorure ou iodure désigneraient des combinaisons du chlore et de l'iode avec des combustibles ou des oxides; ainsi le muriate oxigéné de chaux serait désigné par l'expression chlorure de chaux.

De la combinaison de l'iode avec les corps simples, et en particulier de l'acide hydriodique.

L'iode se combine avec la plupart des combustibles; mais je n'ai examiné que quelques-unes de ces combinaisons.

Le phosphore s'unit à l'iode en diverses proportions, avec dégagement de chaleur et sans lumière. Une partie du premier et huit du second, m'ont donné une combinaison d'un rouge-orangé-brun, fusible à environ 100°, et volatile à une température plus élevée. En la mettant en contact avec l'eau, il se dégage du gaz hydrogène phosphuré, il se précipite des flocons de phosphore, et l'eau qui est incolore, contient de l'acide phosphoreux et de l'acide hydriodique.

Une partie de phosphore et seize d'iode produisent une matière d'un gris-noir cristallisée, fusible à 29°: l'acide hydriodique qui en résulte en la mettant dans l'eau est incolore, et il ne se dégage pas de gaz hydrogène phosphuré.

Une partie de phosphore et 24 d'iode m'ont donné une matière noire, fusible en partie à 46°. L'eau l'a dissoute avec une vive chaleur, mais la dissolution avait une couleur brune très-intense, que je n'ai pu parvenir à lui faire perdre en la tenant long-temps exposée à une douce chaleur. La proportion de 1 de phosphore à 16 d'iode, résulte à-peu-près du rapport du phosphore à l'iode, en supposant que le phosphore se change en acide phosphoreux: la suivante de 1 de phosphore à 24 d'iode, m'aurait donné de l'acide hydrio-

dique incolore, en supposant que le phosphore se fût changé en acide phosphorique (1). J'avais en effet constaté que l'acide phosphoreux convertit l'iode en acide hydriodique; mais l'effet s'arrête ou au moins devient très-lent, avant que tout l'acide phosphoreux soit détruit: c'est la raison pour laquelle avec la proportion de 1 de phosphore à 24 d'iode, on obtient un acide très-coloré, parcequ'il tient beaucoup d'iode en dissolution. On voit encore que s'il ne se forme que de l'acide phosphoreux, lorsque le phosphore est en excès, il se forme au contraire de l'acide phosphorique, dès que l'iode est au-dessus de 16 parties pour 1 de phosphore.

Avec 1 de phosphore et 4 d'iode, on obtient deux composés très-différens: l'un a la même couleur que celui obtenu avec 1 de phosphore et 8 d'iode, et paraît identique avec lui: il se fond en effet à 103°, et donne, en se dissolvant dans l'eau, de l'acide hydriodique incolore, de l'hydrogène phosphuré et du phosphore qui se précipite en flocons d'un jaune-orangé. L'autre composé est rouge-brun, infusible à 100°, et même à une température beaucoup plus élevée; l'eau n'agit pas sensiblement sur lui; la potasse le dissout avec dégagement de gaz hydrogène phosphuré, et le chlore versé dans cette dissolution n'y démontre que des traces d'iode. Lorsqu'on élève sa température dans l'air, il s'enflamme et brûle comme le phosphore en donnant des vapeurs blanches sans iode: j'ai condensé en effet ces vapeurs dans une cloche mouillée, et je n'ai pu y reconnaître la nouvelle substance. Cette

(1) J'ai supposé, pour déterminer ces proportions, que 100 parties de phosphore se combinent avec 100 d'oxigène pour former l'acide phosphoreux, et avec 150 pour former l'acide phosphorique.

matière rouge s'obtient toutes les fois que le phosphore est dans la proportion de 1 à 4 d'iode et au-dessus. Je suis porté à la considérer comme identique avec cette matière rouge que donne si souvent le phosphore, et que l'on croit être un oxide; mais je n'ai pas poussé plus loin la comparaison de ces deux corps, n'ayant pas d'oxide de phosphore à ma disposition. Il paraît qu'il faut très-peu d'oxigène pour convertir le phosphore en matière rouge; et comme le phosphore que j'ai employé, quoique bien essuyé, n'était pas exempt d'un peu d'humidité, la formation de cette matière dans mes expériences ne présenterait pas de difficulté. C'est un sujet de recherches qui serait digne de fixer l'attention des chimistes.

Quelles que soient les proportions dans lesquelles l'iodure de phosphore a été fait, il exhale, aussitôt qu'on l'humecte, des vapeurs acides dues au gaz hydriodique qui se forme par la décomposition de l'eau. Pour obtenir ce gaz sans mélange d'hydrogène phosphuré, il est nécessaire de prendre un iodure dans lequel le phosphore entre au plus pour un neuvième. Le procédé que j'emploie consiste à mettre l'iodure dans une petite cornue, et à l'arroser avec un peu d'eau, ou mieux avec de l'eau contenant déja de l'acide hydriodique. On peut encore employer une petite cloche recourbée, dans laquelle on commence par mettre l'iode légèrement humide; après avoir renversé la cloche sur le mercure, on en fait sortir l'air en y introduisant un tube de verre qui en remplit presqu'entièrement la capacité, et l'on porte ensuite le phosphore sur l'iode au travers du mercure. Aussitôt que le contact a lieu, la combinaison s'opère, et on recueille le

gaz qui se dégage en engageant l'extrémité de la petite cloche sous une autre plus grande (1).

A peine le gaz hydriodique est-il en contact avec le mercure qu'il se décompose; la surface du métal se couvre d'une matière d'un jaune-verdâtre, qui est de l'iodure de mercure, et si le contact est prolongé assez de temps, ou si on l'agite, le gaz hydriodique se trouve promptement décomposé; l'iode se combine en totalité avec le métal, et il reste un volume de gaz hydrogène qui est exactement la moitié de celui du gaz hydriodique. J'ai fait passer de ce gaz sur le zinc et le potassium, et le résultat a toujours été de l'hydrogène et un iodure. Ainsi, d'après cette analyse et les phénomènes que pré-

---

(1) En distillant un mélange d'acide hydriodique et un d'iodure de phosphore, fait sans proportions déterminées, dans l'intention d'obtenir du gaz hydriodique, j'ai obtenu, vers la fin de l'opération, dans le col de la cornue, des cristaux cubiques blancs, d'une transparence égale à celle de la cire. Sur des charbons ardens, ils se sont enflammés comme le phosphore; mis dans l'eau, ils s'y sont décomposés à l'instant avec dégagement abondant de gaz hydrogène sous-phosphuré, et en laissant précipiter des flocons de phosphore : l'eau contenait de l'acide hydriodique. L'acide sulfurique concentré, dans lequel on plongeait ces cristaux, devenait brun, comme cela a lieu, quand il décompose l'acide hydriodique; mais bientôt il devenait jaune-rougeâtre et laiteux, probablement à cause du phosphore qui se précipitait. J'avais trop peu de ces cristaux pour les soumettre à des épreuves plus nombreuses, et déterminer exactement leur nature. J'étais porté à les considérer comme étant composés d'acide hydriodique et de phosphore, et d'après cela, j'ai essayé de les obtenir en faisant passer du gaz hydriodique sur du phosphore; mais je dois avouer que, quoique j'aie obtenu le nouveau composé, sa quantité ne correspondait pas à celle du phosphore et du gaz hydriodique. Il est probable que c'est un iodure avec excès de phosphore.

sente l'iode avec l'acide hydrosulfurique, et ceux de l'iodure de phosphore avec l'eau, il ne peut rester aucun doute sur la nature du gaz hydriodique.

Ce gaz est incolore; son odeur ressemble à celle du gaz hydrochlorique; sa saveur est très-acide: il contient la moitié de son volume d'hydrogène, et sature un volume de gaz ammoniacal égal au sien. Le chlore lui enlève à l'instant son hydrogène; il se produit une belle vapeur violette, et il se forme du gaz hydrochlorique. J'en ai pris la densité en le recevant dans un flacon de verre, dont la capacité m'était connue, et en pesant successivement le flacon plein d'air et de gaz (1). J'ai trouvé par ce moyen, dans une première expérience, qu'il est 4.602 fois plus pesant que l'air, et dans une seconde plus exacte que la première, seulement 4.443. Cette densité doit être un peu trop forte; parce que, malgré la précaution que j'avais prise de faire passer le gaz dans un tube de verre refroidi à 20° au-dessous de zéro, on apercevait dans le flacon de légères traces d'humidité, plus à la vérité dans la première expérience que dans la seconde. En comparant le gaz hydriodique avec le gaz hydrochlorique, on parvient à une densité qui diffère peu de la dernière et qui doit être la vraie.

Je rappellerai d'abord que, d'après les expériences que nous

---

(1) Soit p le poids du flacon plein d'air; P le poids du flacon plein d'eau: par une première approximation $P-p$ exprimera le volume d'eau qu'il contient; si δ représente le rapport de la densité de l'air à celle de l'eau, sous une pression et à une température déterminées, $P-p+(P-p)\delta$ sera une seconde expression de la capacité du vase plus exacte que la première, et qui suffit ordinairement; si l'on voulait une plus grande exactitude, on y parviendrait par la formule

$$P-p+(P-p)\delta+(P-p)\delta^2+\text{etc.}$$

avons faites M. Thenard et moi, un volume de chlore, en se combinant avec un volume d'hydrogène, produit exactement deux volumes de gaz hydrochlorique; d'où il s'ensuit que la densité de ce dernier gaz est égale à la moitié de la somme des densités du chlore et de l'hydrogène. Or, puisque un volume de chlore prend un volume d'hydrogène, son rapport avec l'oxigène en volume est celui de 2 à 1, d'où l'on peut déduire immédiatement son rapport en poids. Nous ne connaissons point la densité de la vapeur de l'iode; mais par des expériences que je rapporterai plus bas, j'ai trouvé que le rapport en poids de l'oxigène à l'iode est celui de 1 à 15.621. Maintenant si l'on admet que leur rapport en volume est le même que celui de l'oxigène au chlore, la densité d'un demi-volume d'oxigène étant 0.55179, 0.55179 × 15.621 =8.6195 représentera la densité de l'iode sous le volume pris pour unité; et si à cette densité on ajoute celle de l'hydrogène 0.07321, et que l'on prenne la moitié de la somme, on aura 4.4288 pour la densité du gaz hydriodique, et on le trouvera composé en poids de 100 d'iode et 0.849 d'hydrogène. Il est à remarquer que la densité de la vapeur de l'iode est la plus forte de toutes celles que l'on connaît: elle est 117.71 fois plus forte que celle de l'hydrogène; et comme c'est principalement d'après les volumes de leurs vapeurs que les corps se combinent, cela explique pourquoi l'iode ne prend pas un centième d'hydrogène en poids pour se convertir en acide. Avec une vapeur plus dense, comme le serait sans doute celle du mercure, la proportion de l'hydrogène pourrait être encore plus faible, comme dans la combinaison du mercure avec l'hydrogène et l'ammoniaque. Il ne faut donc point rejeter l'influence d'une très-petite

quantité de matière dans un composé, à moins qu'il ne soit démontré que la densité de sa vapeur est dans un rapport assez grand avec celle des autres élémens du composé, ou, ce qui revient au même, à moins qu'il ne soit démontré qu'elle a une faible capacité de saturation.

Le gaz hydriodique se décompose en partie à une température rouge : la décomposition est complette s'il est mêlé avec l'oxigène; il se forme de l'eau, et l'iode reparaît. J'ai trouvé d'un autre côté qu'en faisant passer de l'eau et de l'iode en vapeur dans un tube de porcelaine, à une température rouge, il n'y avait point de décomposition. C'est là une grande différence qui existe entre l'iode et le chlore, car celui-ci enlève l'hydrogène à l'oxigène; mais aussi c'est un rapprochement de plus entre le soufre et l'iode, puisque l'oxigène enlève l'hydrogène à l'un et à l'autre.

Le gaz hydriodique est très-soluble dans l'eau, il lui communique une grande densité, et la rend fumante lorsqu'il y est dissous en certaine quantité. Il est plus commode pour obtenir l'acide hydriodique liquide de dissoudre l'iodure de phosphore dans l'eau : on le sépare de l'acide phosphoreux au moyen de la chaleur. On prépare l'acide hydriodique avec plus de facilité encore en mettant l'iode dans l'eau, et en y faisant passer un courant de gaz hydrosulfurique, qui cède facilement son hydrogène à l'iode en laissant précipiter son soufre; on chauffe le liquide pour dégager l'excès d'acide hydrosulfurique, et en le filtrant, ou en le laissant en repos pour que le souffre se rassemble, on obtient l'acide hydriodique très-pur et sans couleur. L'acide preparé par ces moyens n'est pas très-concentré, à moins qu'en distillant celui préparé par le phosphore, on n'ait l'attention de ne point mêler les dernières portions avec les premières, qui

ne sont presque que de l'eau pure. Cet acide a de commun avec l'acide sulfurique, la propriété de se concentrer par la chaleur en abandonnant de l'eau. Pendant que sa température est inférieure à 125°, on peut rejeter le liquide qui passe, parce qu'il est peu acide; au-delà de ce degré, l'acide commence à distiller, et la température reste constante à 128°. La densité de l'acide est alors de 1.7, et elle ne varie pas sensiblement. Cette propriété de l'acide hydriodique, de ne bouillir qu'à 128°, en fait un acide puissant, et empêche de le dégager de ses combinaisons par les acides volatils.

L'acide hydriodique se colore toujours plus ou moins par la distillation; il se colore même à une température ordinaire, pourvu qu'il ait le contact de l'air; l'oxigène est absorbé, il se forme de l'eau, et l'iode, au lieu de se précipiter, se dissout dans l'acide, et le colore d'autant plus fortement en rouge-brun, qu'il est en plus grande quantité. J'ai essayé, mais sans succès, de le décolorer en le faisant bouillir. Je conclus de là que l'iode a beaucoup d'affinité pour l'acide hydriodique; car si sa volatilité n'était pas diminuée par la combinaison, il devrait se dégager avec la vapeur de l'eau: néanmoins je ne pense pas qu'on doive regarder cet acide coloré comme un acide particulier.

L'acide sulfurique concentré, l'acide nitrique et le chlore, décomposent à l'instant l'acide hydriodique; ils s'emparent de son hydrogène, se convertissent en acides sulfureux, nitreux, hydrochlorique, et l'iode se précipite ou s'exhale en vapeurs pourpres. Le chlore est un des réactifs les plus sensibles pour reconnaître de très-petites quantités d'acide hydriodique; mais il faut l'ajouter avec précaution; car si on le met en excès, il dissout l'iode avant qu'il ait pu se précipiter, ou au moins colorer la liqueur. De même que l'acide hydrosulfu-

rique, l'acide hydriodique est décomposé par les dissolutions de fer peroxidé; et traité par les oxides qui donnent du chlore avec l'acide hydrochlorique, il donne naissance à de l'iode et à un hydriodate, ou à un iodure. Si, par exemple, on le fait chauffer avec l'oxide noir de manganèse, on obtiendra de l'iode et de l'hydriodate de manganèse; mais avec l'oxide rouge de plomb, on obiendra de l'iode et un iodure. Enfin, l'acide hydriodique forme avec toutes les bases des combinaisons qui ont beaucoup de rapports avec les hydrosulfates et les hydrochlorates.

Résumons les principaux caractères de l'acide hydriodique. A l'état gazeux, il est promptement décomposé par le mercure qui se change en iodure d'un jaune-verdâtre; avec le chlore il produit instantanément une belle vapeur pourpre très-intense; à l'état liquide, il se décompose et se colore promptement à l'air; l'acide sulfurique et l'acide nitrique concentrés et le chlore en séparent l'iode; l'acide sulfureux, l'acide hydrosulfurique ne l'altèrent en aucune manière. Versé dans une dissolution de plomb, il donne un beau précipité orangé, dans une dissolution de mercure peroxidé un précipité rouge, et avec l'argent un précipité blanc insoluble dans l'ammoniaque. J'ai cru devoir présenter ici les propriétés de l'acide hydriodique, parce qu'elles rendront plus facile l'exposé que nous allons faire des combinaisons de l'iode avec les autres corps.

L'iode forme avec le soufre une combinaison faible d'un gris-noir, rayonnée comme le sulfure d'antimoine : on en dégage l'iode en la distillant avec l'eau.

L'hydrogène sec ou humide ne m'a paru avoir aucune action sur l'iode à une température ordinaire; mais si, comme l'a fait M. Clément, dans une expérience pour laquelle

il avait bien voulu m'associer avec lui, on expose le mélange d'hydrogène et d'iode dans un tube, à une température rouge, leur combinaison s'opère, et on obtient de l'acide hydriodique qui colore l'eau en rouge-brun. Nous avions trouvé que cent grammes d'iode absorbaient 1.53 d'hydrogène pour se convertir en acide; mais cette proportion est beaucoup trop forte, car j'ai trouvé depuis que l'acide hydriodique est composé de cent parties d'iode et de 0.849 d'hydrogène.

Le charbon à une température basse ou très-élevée, n'a aucune action sur l'iode. Plusieurs métaux, tels que le zinc, le fer, l'étain, le mercure, et le potassium, l'attaquent au contraire facilement, même à une température peu élevée, pourvu qu'ils soient divisés. Quoique ces combinaisons s'opèrent facilement, elles produisent peu de chaleur et rarement de la lumière. La combinaison de l'iode avec le zinc, que je désigne par le nom d'iodure de zinc, n'est point colorée: elle se fond facilement et se volatilise en beaux prismes quadrangulaires, aciculaires. Elle est très-soluble dans l'eau, et tombe rapidement en déliquescence à l'air. Cette dissolution s'opère sans qu'il se dégage aucun gaz; elle est légèrement acide et incristallisable. Les alcalis en précipitent de l'oxide blanc de zinc, et l'acide sulfurique cencentré en dégage de l'acide hydriodique et de l'iode, parce qu'il se produit de l'acide sulfureux. On peut concevoir que l'eau dissout l'iodure de zinc sans se décomposer; mais comme elle se décomposerait ensuite par la plus légère force, et que d'ailleurs la dissolution a exactement les mêmes caractères que l'hydriodate de zinc obtenu en combinant l'oxide de zinc avec l'acide hydriodique, on a les mêmes motifs pour admettre que l'eau se dé-

compose en dissolvant l'iodure, que pour admettre qu'elle se recompose, quand l'acide hydriodique dissout l'oxide. Au reste, il est indifférent d'adopter l'une ou l'autre de ces suppositions, et ce sera pour plus de simplicité seulement que j'adopterai la dernière pour la détermination du rapport de l'iode à l'oxigène et à l'hydrogène.

En faisant agir ensemble l'iode et le zinc sous l'eau, dans des vases fermés hermétiquement, et en chauffant légèrement, l'eau se colore promptement en rouge-brun foncé, parce que aussitôt qu'il y a de l'hydriodate produit, il dissout abondamment l'iode; mais peu-à-peu le zinc, que je suppose en excès, se combine avec tout l'iode, et la dissolution devient aussi claire que de l'eau. Dans trois expériences qui différaient peu entre elles, et dont j'ai pris la moyenne, j'ai trouvé que 100 d'iode se combinent avec 26.225 de zinc. Or 26.225 de zinc se combinent avec 6.402 d'oxigène, lesquels saturent 0.849 d'hydrogène; par conséquent, le rapport de l'oxigène à l'iode sera de 6.402 à 100, ou de 10 à 156.21; et le rapport de l'hydrogène à l'iode sera de 0.849 à 100, ou de 1.3268 à 156.21. Ainsi en représentant, avec M. Wollaston, l'oxigène par 10, le nombre proportionnel qui représentera l'iode sera 156.21. Le rapport que j'avais donné dans mes premières recherches, de même que celui de M. Davy, sont l'un et l'autre très-inexacts.

Le fer se comporte avec l'iode comme le zinc : l'iodure de ce métal est brun et fusible à la température rouge; il se dissout dans l'eau et la colore en vert-clair, comme le chlorure de fer.

L'iode et le potassium se combinent avec beaucoup de chaleur, et avec dégagement d'une lumière qui paraît violette à

travers la vapeur de l'iode. La combinaison se fond et se volatilise avant la température rouge. Par le refroidissement elle prend une apparence nacrée et cristalline. Sa dissolution dans l'eau est parfaitement neutre. Il est facile de déterminer les proportions de ces iodures, d'après celles de l'iodure de zinc, en remarquant que les quantités d'iode que prend chaque métal sont proportionnelles à la quantité d'oxigène avec laquelle il se combine; c'est ainsi qu'on trouve que 100 de potassium qui prennent 20.425 d'oxigène pour se convertir en potasse, se combinent avec 319.06 d'iode.

L'iodure d'étain est très-fusible; réduit en poussière, sa couleur est un jaune-orangé sale, à-peu-près comme celle du verre d'antimoine. Mis dans une quantité d'eau un peu considérable, il s'y décompose complétement; il se forme de l'acide hydriodique que l'eau retient en dissolution, et il se précipite des flocons blancs d'oxide d'étain. Si l'eau est en quantité moins considérable, l'acide étant plus concentré, reste combiné avec une portion d'oxide d'étain, et forme un sel soyeux orangé, que l'on peut décomposer presque entièrement par l'eau. L'iode et l'étain agissant très-bien l'un sur l'autre, quand ils sont dans l'eau à une température de 100°, on peut, en employant un excès d'étain, obtenir l'acide hydriodique pur, ou au moins ne retenant que des traces de métal; il faut que l'étain soit en grande quantité, parce que l'oxide qui se précipite à sa surface diminue beaucoup son action sur l'iode.

L'antimoine présente avec l'iode les mêmes phénomènes que l'étain; ainsi on pourrait les employer l'un et l'autre pour la préparation de l'acide hydriodique, si on n'avait pas de moyens préférables.

Les iodures de plomb, de cuivre, de bismuth, d'argent, et de mercure, sont insolubles dans l'eau; tandis que les iodures des métaux très-oxidables y sont solubles. En mêlant avec des dissolutions métalliques un hydriodate, tous les métaux qui ne décomposent pas l'eau donneront des précipités; ceux au contraire qui la décomposent n'en donneront pas. C'est au moins ce qui a lieu pour les métaux dont j'ai parlé; et si ce fait que je suppose général n'est pas une preuve suffisante de l'existence des hydriodates, il lui donne au moins quelque probabilité.

Il y a deux iodures de mercure, l'un jaune, et l'autre rouge, tous deux fusibles et volatils. Le jaune, qui correspond au protoxide de mercure, contient moitié moins d'iode que le rouge qui correspond au peroxide. En général, il doit y avoir pour chaque métal autant d'iodures qu'il a de degrés d'oxidation.

Tous les iodures sont décomposés par les acides sulfurique et nitrique concentrés; le métal s'oxide et l'iode se dégage : ils le sont aussi par l'oxigène à une température rouge, à l'exception des iodures de potassium, de sodium, de plomb, et de bismuth. Enfin, le chlore dégage l'iode de tous les iodures; mais à son tour l'iode décompose la plupart des sulfures et des phosphures.

L'azote ne se combine point directement avec l'iode; ce n'est qu'au moyen de l'ammoniaque qu'on obtient cette combinaison, dont on doit la découverte à M. Courtois, et que je désignerai par le nom d'iodure d'azote. Elle a été analysée avec exactitude par M. Colin, et je vais exposer succinctement d'après lui les circonstances de sa formation et sa nature.

Si l'on fait arriver du gaz ammoniacal sec sur l'iode, il se forme sur-le-champ un liquide visqueux très-éclatant, d'un brun-noir, qui à mesure qu'il se sature d'ammoniaque, perd de son éclat et de sa viscosité. Il ne se dégage aucun gaz pendant la formation de ce composé, qu'on doit désigner par le nom d'iodure d'ammoniaque. Il n'est point fulminant, et en le dissolvant dans l'eau, une portion de l'ammoniaque se décompose : son hydrogène donne naissance à de l'acide hydriodique, et son azote se combine avec une portion d'iode, et forme la poudre fulminante. On obtient directement l'iodure d'azote en mettant l'iode en poudre très-fine dans une dissolution d'ammoniaque; c'est même le meilleur moyen de le préparer. Puisque l'eau ne se décompose pas, il paraît qu'elle ne concourt dans la production de cet iodure qu'en déterminant par son affinité la formation de l'hydriodate d'ammoniaque.

L'iodure d'azote est pulvérulent et d'un brun-noir; il détonne par le plus léger choc et par la chaleur, avec une faible lumière violette. Souvent je l'ai vu détonner spontanément, lorsqu'il a été bien préparé. En le mettant dans la potasse, il se dégage aussitôt de l'azote, et l'on obtient dans la dissolution les mêmes produits que donne l'iode avec cet alcali. L'hydriodate d'ammoniaque, qui a la propriété de dissoudre beaucoup d'iode, décompose peu-à-peu la poudre fulminante, et laisse dégager l'azote. L'eau même a cette propriété, quoique à un degré beaucoup plus faible, et M. Courtois l'avait reconnu depuis long-temps. Les élémens de l'iodure d'azote sont donc très-peu condensés; ce n'est qu'avec de grandes précautions qu'on doit le préparer, et il est prudent de n'en point conserver.

Il serait difficile de déterminer directement les proportions

de ses principes constituans; mais on y parvient rigoureusement par les considérations suivantes.

Nous avons vu que le rapport de l'hydrogène à l'iode est de 1.3268 à 152.21; et comme l'ammoniaque est composée de

Hydrogène.	18.4756
Azote	81.5244

il s'ensuit que le rapport de l'azote à l'iode est de 5.8544 à 156.21; tel est donc le rapport des élémens de la poudre fulminante. Si on réduit ces quantités en volume en divisant 5.8544 par 0.96913, densité de l'azote, et 156.21 par 8.6195, densité de la vapeur de l'iode, on trouve que la proportion en volume de ses élémens est de 1 d'azote à 3 d'iode. On parvient directement à ce rapport, en observant que la vapeur d'iode et l'hydrogène se combinent à volumes égaux, et que dans l'ammoniaque le volume de l'hydrogène est à celui de l'azote comme 3 est à 1.

En supposant une partie de gaz ammoniacal décomposée, l'hydrogène qui en résultera sera égal à 1.5, et produira 3 volumes de gaz hydriodique, lesquels satureront 3 volumes de gaz ammoniacal; ainsi sur une quantité donnée d'ammoniaque, $\frac{1}{4}$ se décompose et donne naissance par son azote à la poudre fulminante, et par son hydrogène à l'acide hydriodique qui sature les autres $\frac{3}{4}$ d'ammoniaque.

Si l'on décompose un gramme de poudre fulminante, on obtiendra à la température zéro, et à la pression de $0^{m}.76$, un mélange gazeux égal à $0^{lit}.1152$, et composé de $0^{lit},0864$ de vapeur d'iode et de $0^{lit}.0288$ d'azote. Quoique ce volume soit peu considérable, l'explosion est cependant très-forte, parce qu'elle est instantanée. Il se présente ici la même diffi-

culté qu'avec la détonation du chlorure d'azote, et en général de toutes les poudres fulminantes qui se décomposent en corps simples, en produisant de la chaleur et de la lumière. Je ne prétends pas résoudre cette difficulté; mais ne serait-il pas possible que la lumière et la chaleur qui se manifestent dans ces circonstances, fussent le résultat du choc des gaz qui se produisent contre l'air ou tout autre fluide, comme cela arrive, lorsqu'on comprime l'air ou qu'on l'introduit dans le vide (1)? Est-il, en effet, bien nécessaire de recourir à la chaleur pour communiquer l'élasticité aux substances gazeuzes condensées dans une combinaison, ou pour mieux dire, pour constituer leurs molécules dans un état de répulsion? Ne voit-on pas au contraire une faible électricité détruire des combinaisons qui résisteraient à la force répulsive d'une température très-élevée (2)?

---

(1) Pour mieux faire entendre ma pensée, concevons un volume d'air au milieu duquel se trouve une petite boule métallique renfermant un fluide élastique quelconque, dans un grand degré de condensation, et à la même température que le milieu environnant. Si l'on conçoit que la boule crève tout-à-coup, ce qui représentera une détonation, il y aura de la chaleur et de la lumière produites. Or, dans la détonation de l'iodure ou du chlorure d'azote, le développement des gaz ne me paraît pas différer de celui de l'air fortement comprimé dans notre boule.

(2) Les phénomènes chimiques ne me paraissent pas pouvoir s'expliquer par la chaleur seule, en supposant qu'ils dépendent uniquement des variations de distance qu'elle produit entre les molécules des corps. M. Laplace fait remarquer (*Système du monde*, 3e édit., II, 256) que pour concilier l'attraction planétaire avec l'affinité chimique, « il faut supposer les dimen- « sions des molécules si petites relativement aux distances qui les séparent, « que leur densité soit incomparablement plus grande que la moyenne

Au reste, en supposant que ces conjectures eussent quelque fondement, il resterait à expliquer pourquoi, lorsqu'on

---

« densité de leur ensemble. Une molécule sphérique d'un rayon égal à un « millionnième de mètre, devrait avoir une densité plus de six mille milliards « de fois plus grande que la densité moyenne de la terre, pour exercer à « sa surface une attraction égale à la pesanteur terrestre; or, les forces « attractives des corps surpassent considérablement cette pesanteur, puis- « qu'elles infléchissent visiblement la lumière dont la direction n'est point « changée sensiblement par l'attraction de la terre. La densité des molé- « cules surpasserait donc incomparablement celle des corps, si leurs affi- « nités n'étaient qu'une modification de la pesanteur universelle. »

Une telle supposition paraît exagérée; mais admettons-la pour un moment, et voyons si la diminution de l'affinité dans un corps correspond à l'augmentation de la distance de ses molécules produite par la chaleur. Sans connaître exactement la cohésion du cuivre, par exemple, à l'état solide et à l'état liquide, on peut admettre qu'elle est au moins mille fois plus grande dans le premier état que dans le second. Supposons de plus, pour nous tenir beaucoup au-dessous de la réalité, que le cuivre en fondant augmente huit fois de volume : dans cette supposition exagérée, la distance des molécules du cuivre serait seulement devenue double, et la cohésion n'aurait dû devenir que quatre fois plus petite, si elle suivait la même loi que la pesanteur. Il faut donc que la chaleur en s'accumulant dans les corps ne diminue pas seulement l'affinité en écartant leurs molécules, mais qu'elle la diminue sur-tout en exaltant puissamment leur faculté répulsive, qui est sans doute identique avec leur faculté électrique. La figure, l'arrangement et l'inertie des molécules peuvent avoir de l'influence dans quelques phénomènes chimiques., comme, par exemple, dans la congélation de l'eau et la cristallisation du sulfate de soude; mais il y en a une infinité d'autres qui en sont indépendans, de même que de l'écartement des molécules : telle est la combinaison de l'hydrogène avec l'oxigène, qui n'a lieu qu'à une température rouge, que les gaz soient très-condensés ou très-dilatés.

mêle des volumes égaux d'eau et d'une dissolution concentrée de nitrate d'ammoniaque, à la même température, il se produit, comme je l'ai observé, un abaissement de température de plus de 5°, quoiqu'il y ait une augmentation de densité très-notable. Dans la supposition que la capacité des corps pour le calorique est une fonction de la quantité absolue de calorique qu'ils renferment, ce fait conduirait à admettre que la capacité de la dissolution du nitrate d'ammoniaque est plus grande que celle de ses composans; mais il paraît que cette conséquence n'est point confirmée par l'expérience; et qu'ainsi, la capacité des corps pour le calorique ne dépend pas uniquement de la quantité absolue de calorique qu'ils renferment. Je reviens maintenant aux combinaisons de l'iode avec les combustibles, ou avec les oxides qui, n'étant pas saturés d'oxigène, agissent comme eux; j'ai déja parlé de l'action de l'iode sur l'acide hydrosulfurique et sur l'acide phosphoreux, et il ne me reste qu'à parler de celle qu'il exerce sur l'acide sulfureux. A l'état gazeux, cet acide n'a aucune action sur l'iode; mais en dissolution dans l'eau, il détermine avec lui la décomposition de ce liquide, et l'on obtient de l'acide sulfurique et de l'acide hydriodique. On ne peut séparer ces deux composés par la distillation; car, à la température à laquelle l'acide hydriodique se volatilise, l'acide sulfureux se reproduit : le liquide de la cornue, de même que celui qui se condense dans son col, est fortement coloré par l'iode que l'acide hydriodique tient en dissolution; mais en arrivant dans le récipient où il trouve de l'acide sulfureux en dissolution dans l'eau, il se décolore et régénère de l'acide sulfurique. Les sulfites, les sulfites sulfurés, l'oxide blanc d'arsenic et l'hydrochlorate d'étain protoxidé, déterminent aussi, avec le concours

de l'iode, la décomposition de l'eau et la formation de l'acide hydriodique. Plusieurs substances hydrogénées, et notamment les huiles essentielles, l'alcool et l'éther, cèdent, suivant MM. Colin et Gaultier de Claubry, une portion de leur hydrogène à l'iode, et le convertissent en acide. (Annales de chimie, tom. XC.)

Action de l'iode sur les oxides.

L'action de l'iode sur les oxides pouvant s'exercer avec ou sans le concours de l'eau, et donnant naissance dans ces deux circonstances à des phénomènes différens, j'exposerai en premier lieu ce qui arrive, lorsqu'on fait passer l'iode en vapeur sur des oxides à une température d'un rouge obscur.

L'oxide de potassium, provenant de la combustion du potassium dans le gaz oxigène, est décomposé par l'iode; l'oxigène se dégage, et on obtient de l'iodure de potassium. On peut prouver, en recueillant tous les produits, que le potassium ne conserve pas d'oxigène, quel que fût son état d'oxidation; mais nous donnerons plus bas un moyen facile de le reconnaître : en attendant, je citerai une expérience qui le démontre d'une manière décisive.

J'ai fait passer de la vapeur d'iode à une température d'un rouge obscur, sur du sous-carbonate de potasse fondu, et j'ai obtenu du gaz carbonique et du gaz oxigène dans le rapport en volume de 2 à 1, précisément comme ils existent dans le sous-carbonate. L'oxide de sodium et le sous-carbonate de soude sont aussi complétement décomposés par l'iode. Il semblerait, d'après ces expériences, que cette substance devrait dégager l'oxigène de la plupart des oxides; mais cela n'a lieu que pour un très-petit nombre. Les pro-

toxides de plomb et de bismuth, sont en effet les seuls parmi ceux qui ne se réduisent pas par la chaleur, qui m'aient présenté cette propriété. A la vérité, les protoxides de cuivre et d'étain absorbent l'iode; mais comme les peroxides de ces deux métaux ne se combinent point avec lui, et qu'il ne se dégage point d'oxigène, je conclus que l'oxigène d'une portion du protoxide passe dans l'autre portion, et qu'on obtient un mélange, et peut-être une combinaison, d'iodure métallique et de peroxide : ainsi c'est par le concours de deux forces que ces deux protoxides ont été décomposés par l'iode.

La baryte, la strontiane, et la chaux, se combinent avec l'iode sans donner du gaz oxigène : les oxides de zinc et de fer n'éprouvent aucune altération. Il faut donc conclure de ces faits que la décomposition des oxides par l'iode dépend moins de la condensation dans laquelle l'oxigène s'y trouve, que de l'affinité du métal pour l'iode.

Les iodures de baryte, de strontiane, et de chaux, sont très-alcalins, quand ils sont dissous dans l'eau, et par conséquent on doit les considérer comme des sous-iodures. Ils se rapprochent sous ce rapport de leurs sulfures qui sont également avec excès de base.

Ayant reconnu que les oxides de potassium et de sodium sont décomposés par l'iode, j'ai voulu essayer s'ils le seraient encore quoique combinés avec quelques acides. Le sulfate de potasse n'a point été altéré par l'iode; mais, ce qui peut paraître étonnant, j'ai obtenu de l'oxigène avec le fluate de potasse, et le tube de verre dans lequel l'opération avait été faite était corrodé. En examinant les circonstances de cette expérience, j'ai reconnu que le fluate de potasse devient alcalin, lorsqu'on le fond dans un creuset de platine, et que

celui sur lequel j'avais fait passer l'iode l'était aussi. Il me paraît donc que l'iode agit sur l'alcali en excès et le décompose; la chaleur dégage alors une portion de l'acide ou de son radical qui corrode le verre, et ainsi de proche en proche, le fluate pourrait être décomposé entièrement.

Les expériences que je viens de citer confirment que le chlore est plus puissant que l'iode; car nous avons prouvé M. Thenard et moi, qu'il donne de l'oxigène avec la baryte, la strontiane, la chaux, et même la magnésie. Il en donne encore, d'après mes expériences, avec les sulfates de ces mêmes bases; mais, ce qui est remarquable, on n'en obtient point lorsqu'on fait agir le chlore sur le peroxide de fer, parce qu'il se forme un chlorure de ce peroxide.

Les mêmes expériences fournissent une nouvelle preuve que le soufre est moins puissant que l'iode: en effet, si on obtient des sulfures metalliques avec la plupart des oxides, tandis qu'on n'obtient que peu d'iodures, cela dépend de ce que le soufre a plus d'affinité pour l'oxigène, et de ce que l'acide sulfureux est gazeux. Si l'iode formait avec l'oxigène un acide gazeux et indécomposable à une chaleur élevée, il n'y a pas de doute qu'on ne pût former un plus grand nombre d'iodures métalliques que de sulfures: la décomposition de la potasse, de la soude, de la litharge, et de l'oxide de bismuth, de même que la formation d'iodures avec les protoxides de cuivre et d'étain, en sont la preuve.

Il n'est pas inutile de remarquer que, de même que le soufre, l'iode a peu d'affinité pour les oxides, et que si l'on excepte la baryte, la strontiane, et la chaux, aucun autre oxide ne peut rester combiné avec l'iode à une température rouge.

Les résultats sont entièrement différens de ceux que nous

venons d'indiquer, lorsque l'on fait agir ensemble les oxides, l'iode, et l'eau : c'est alors l'eau qui se décompose ; son hydrogène se combine avec l'iode et produit de l'acide hydriodique, et son oxigène forme avec l'iode un acide particulier que j'ai désigné par le nom d'acide iodique. Cependant tous les oxides ne donnent point de semblables résultats ; on ne les obtient qu'avec la potasse, la soude, la baryte, la strontiane, la chaux, et la magnésie. L'oxide de zinc, précipité par l'ammoniaque de sa dissolution dans l'acide sulfurique, et bien lavé, n'a donné aucune trace d'iodate et d'hydriodate.

Examinons d'une manière plus particulière les résultats qu'offre l'iode avec une dissolution concentrée de potasse. A mesure que cette substance se dissout dans l'alcali, ce qui se fait avec rapidité, on obtient un précipité blanc, sablonneux, qui fuse sur les charbons, comme le nitre, et qui se décompose par la chaleur, en donnant de l'oxigène et de l'iodure de potassium. Ce précipité est de l'iodate de potasse, alcalin. Le liquide contient de l'hydriodate, et par conséquent, l'eau doit avoir été décomposée (1) ; son hydrogène a produit avec l'iode de l'acide hydriodique, et son oxigène, de l'acide iodique.

La dissolution de potasse reste légèrement colorée en jaune-orangé quand l'alcali domine ; elle est au contraire d'un rouge-brun très-foncé, lorsqu'elle est saturée d'iode. Cette coloration est due principalement à la dissolution de l'iode dans l'hydriodate de potasse. J'ai trouvé que lorsqu'une

(1) Je raisonne dans l'hypothèse de l'existence des hydriodates ; mais, en ne l'admettant point, l'oxigène qui se combine avec l'iode et le change en acide, lui serait fourni par une portion de la potasse. *V.* la note A.

dissolution d'une quantité déterminée de potasse, assez affaiblie pour ne point laisser précipiter d'iodate, était entièrement saturée d'iode, il fallait y ajouter une quantité d'alcali égale à la première pour l'amener au point où elle n'est plus colorée qu'en jaune-orangé clair. Lors même que la dissolution est saturée d'iode, elle est toujours alcaline; tandis que lorsqu'on dissout dans l'eau l'iodure de potassium ou même celui de zinc, on obtient des combinaisons neutres. Cette différence, qu'on retrouve dans les combinaisons analogues du soufre et du chlore, est due à ce que les forces qui tendent à décomposer l'eau sont bien moins grandes dans le premier cas que dans le second.

La soude concentrée donne naissance, comme la potasse, à un sel fulminant qui se précipite en partie, et à un hydriodate qui reste dans la liqueur. La baryte, la chaux et la strontiane se comportent encore de même, avec cette différence seulement, que leurs iodates sont très-peu solubles. Cette dernière circonstance permet d'obtenir purs ces sels; mais pour obtenir les iodates de potasse et de soude, exempts d'hydriodate, et sur-tout parfaitement neutres, il faut un grand nombre de cristallisations qui diminuent beaucoup leur quantité : c'est pour éviter cet inconvénient que je vais indiquer le procédé que j'emploie pour les préparer.

Ayant pris une quantité déterminée d'iode, je verse dessus de la dissolution de potasse ou de soude, jusqu'au point où la liqueur cesse d'être colorée; alors j'évapore à siccité et je traite la masse saline par l'alcool à 0.81 ou 0.82 de densité. L'iodate n'étant point soluble dans ce liquide, tandis que l'hydriodate l'est beaucoup, ces sels se séparent l'un de l'autre aisément. Après avoir lavé deux ou trois fois l'iodate

avec de l'alcool que je réunis à celui qui contient l'hydriodate, je dissous l'iodate dans l'eau et je le neutralise par l'acide acétique. J'évapore à siccité, et je traite de nouveau par l'alcool pour enlever l'acétate : après quelques lavages, l'iodate est pur. Quant à l'alcool qui contient l'hydriodate, on commence par le séparer au moyen de la distillation, et on achève de neutraliser l'alcali avec l'acide hydriodique.

Il se présente ici la question de savoir si, au moment où l'alcali agit sur l'iode, l'iodate et l'hydriodate se forment et existent séparément ; mais nous y reviendrons plus tard : nous allons terminer ce qui concerne l'action des oxides sur l'iode, en traitant de ceux dans lesquels l'oxigène est très-peu condensé, comme les oxides de mercure d'or et d'argent.

M. Colin a reconnu, que lorsqu'on expose à une chaleur de 60 à 100° un mélange d'eau, d'iode, et de mercure peroxidé, il se forme de l'iodate acide de mercure que l'eau tient en dissolution, et de l'iodate avec excès de base insoluble, qui reste mêlé avec l'iodure rouge qui se forme en même temps que lui. L'oxide d'or traité de la même manière ne paraît pas former d'iodure, car après un grand nombre de lavages, il reste de l'or métallique, et l'eau tient en dissolution de l'iodate acide. On pourrait supposer que l'eau a été décomposée, et que les oxides de mercure et d'or se comportent avec l'iode comme les alcalis ; mais si l'on considère que l'oxide de zinc ne forme point d'iodate, il deviendra extrêmement probable que l'acide iodique a été formé aux dépens de l'oxigène d'une portion de l'oxide. Ainsi, en résumant les résultats de l'action des oxides sur l'iode, il paraît :

1° Que les oxides alcalins dans lesquels l'oxigène est fortement condensé, et qui neutralisent complétement les

acides, déterminent avec l'iode la décomposition de l'eau, et donnent naissance à des iodates et à des hydriodates;

2° Que les oxides métalliques dans lesquels l'oxigène est encore très-condensé, quoique moins que dans les précédens, et qui ne neutralisent pas complétement les acides, n'exercent point avec l'iode une force assez grande pour décomposer l'eau et produire des iodates;

3° Qu'enfin les oxides dans lesquels l'oxigène est faiblement condensé ne peuvent point concourir avec l'iode à la décomposition de l'eau; mais qu'ils convertissent l'iode en acide, en lui cédant de l'oxigène.

Tels sont les résultats généraux de l'action de l'iode sur les oxides : nous traiterons avec détail de quelques combinaisons salines de l'iode; mais, dans ce moment, nous devons nous proposer de faire connaître l'acide iodique.

On a vu que cet acide ne se forme que par le concours de plusieurs forces, et qu'il se présente toujours combiné avec des bases, dont il s'agit par conséquent de le séparer. Il semble d'abord qu'on pourrait traiter par l'acide hydrosulfurique les iodates des métaux facilement reductibles; mais l'acide iodique serait en même temps décomposé par cet acide, parce que les élémens en sont très-peu condensés (1). Après plusieurs essais, je me suis arrêté au procédé que je vais indiquer. Je verse sur l'iodate de baryte de l'acide sulfurique étendu d'environ deux fois son poids d'eau, et je fais chauffer le mélange. L'acide iodique abandonne promptement une portion de sa base et entre en combinaison avec l'eau;

(1) On pourrait employer l'acide hydrosulfurique pour décomposer le phosphate de plomb, et obtenir l'acide phosphorique.

mais, quoique l'on n'ait employé qu'une quantité d'acide sulfurique inférieure à celle qui aurait été nécessaire pour saturer la baryte de l'iodate, il en reste toujours une petite portion mêlée avec l'acide iodique. Si l'on cherche à le séparer en ajoutant de l'eau de baryte, les deux acides se précipitent en même temps. Je crois que la présence constante d'un peu d'acide sulfurique dans l'acide iodique dépend principalement de la forte affinité de ce dernier pour la baryte, et qu'on ne doit pas regarder ces deux acides comme ayant une tendance à se combiner en vertu de laquelle l'iodate serait décomposé.

L'iodate de chaux et l'acide sulfurique donnent des résultats semblables : avec le même sel et l'acide oxalique, la décomposition m'a paru plus complète.

L'acide iodique n'a été obtenu jusqu'à-présent qu'en combinaison avec l'eau, et il est très-probable qu'elle est aussi nécessaire qu'une base pour tenir ses élémens réunis, comme on le voit pour l'acide sulfurique, l'acide nitrique, etc. (1). Sa saveur est très-aigre quand il est concentré; la lumière ne le décompose pas. On peut l'évaporer jusqu'en consistance sirupeuse; mais si on élève sa température jusqu'à 200° environ, il se décompose entièrement en donnant de l'iode et de l'oxigène. L'acide sulfureux et l'acide hydrosulfurique en séparent l'iode instantanément. Cet acide et l'acide hydriodique se décomposent presque complétement, comme les acides sulfureux et hydrosulfurique; et si on le

(1) L'existence des acides, sans le concours de l'eau, annonce une plus grande affinité réciproque de leurs élémens que dans les acides qui n'existent que par le moyen de ce liquide ou d'une base.

mêle avec l'acide hydrochlorique concentré, il se dégage du chlore. Les acides sulfurique et nitrique n'ont, au contraire, aucune action sur lui. Il donne avec la dissolution d'argent un précipité blanc très-soluble dans l'ammoniaque; il se combine avec toutes les bases, et il reproduit tous les iodates, que l'on obtient en faisant agir les bases alcalines sur l'iode, au moyen de l'eau. Il forme de plus avec l'ammoniaque un sel fulminant par la chaleur dont j'ai depuis long-temps annoncé l'existence.

D'après les expériences que je rapporterai en parlant des iodates, il est composé de

Iode.	100.000
Oxigène.	31.927

Ainsi la première combinaison possible de l'iode avec l'oxigène étant, d'après ce que nous avons dit, de

Iode.	100.0000
Oxigène.	6.4017

la seconde, ou l'acide iodique, est de

Iode.	100.0000
Oxigène $6.4017 \times 5 =$	32.0085;

c'est-à-dire, que dans l'acide iodique il y a cinq proportions d'oxigène.

Combinaison de l'iode avec le chlore.

L'iode sec absorbe rapidement le chlore, en développant une chaleur qui s'élève au moins à 100°. Le composé est d'un jaune-orangé clair dans quelques parties, et d'un rouge-orangé dans d'autres : les parties jaunes contiennent plus de chlore

que les rouges; elles sont aussi plus volatiles. Quoique j'aie fait passer beaucoup de chlore sur l'iode, la plus grande partie n'en était cependant pas saturée : on va voir à quel caractère on peut le reconnaître. En attendant, je donne à la combinaison rouge d'iode et de chlore, le nom de sous-chlorure d'iode, quoiqu'elle ne me paraisse pas avoir de proportions fixes; et à la combinaison jaune, le nom de chlorure.

L'une et l'autre de ces combinaisons tombent promptement en déliquescence à l'air; la dissolution du sous-chlorure est d'autant plus colorée en jaune-orangé, que l'iode y domine davantage; celle du chlorure est incolore quand on a dégagé le chlore qui y est en excès, et il paraît qu'alors la saturation mutuelle des deux substances est complète. Toutes deux sont très-acides et décolorent la dissolution sulfurique d'indigo. La dissolution du chlorure saturée par un alcali se change complétement en iodate et en hydrochlorate. Une trop longue exposition à la lumière la colore; elle dissout une grande quantité d'iode et prend alors tous les caractères du sous-chlorure : la chaleur en dégage du chlore et l'iode s'y trouvant alors en excès, elle se trouve encore ramenée à l'état de sous-chlorure. La dissolution du sous-chlorure se volatilise sans se décomposer; la lumière ne l'altère pas non plus : elle donne bien, quand on la sature par un alcali, de l'iodate et de l'hydrochlorate; mais, si on ajoute l'alcali avec précaution, on obtient un précipité d'iode qui disparaît par l'addition d'une nouvelle quantité d'alcali, et alors il se forme de l'hydriodate et de l'iodate. Ainsi le sous-chlorure a pour caractère de laisser précipiter de l'iode quand on le sature par un alcali, et le chlorure de n'en point laisser précipiter.

On n'obtient, comme je l'ai dit, que peu de chlorure à l'état solide; mais on peut en avoir facilement une grande quantité en dissolution dans l'eau. Il ne s'agit, pour cela, que de saturer avec le chlore une dissolution de sous-chlorure un peu étendue : on l'expose ensuite quelque temps au soleil pour la décolorer, ou on la met dans un grand flacon dont on renouvelle l'air fréquemment. On obtient ainsi un liquide très-acide, incolore, ne conservant qu'une faible odeur de chlore, décolorant, mais lentement, la dissolution d'indigo, et donnant un précipité abondant d'iodate, quand on y verse de l'ammoniaque. On ne peut employer la chaleur pour dégager l'excès du chlore, à moins qu'elle ne soit très-modérée; car je viens d'observer qu'elle le fait passer à l'état de sous-chlorure. Lorsqu'on veut saturer de chlore une dissolution de sous-chlorure, on doit la prendre peu concentrée, parce que dans toutes les circonstances où on devrait obtenir un chlorure concentré, il se dégage du chlore, et on n'obtient qu'un sous-chlorure. Cette dernière combinaison se présente très-fréquemment et a de la stabilité, tandis que l'autre n'a, pour ainsi dire, qu'une existence éphémère.

Lorsqu'on verse un hydrochlorate de potasse ou de baryte dans la dissolution de chlorure ou de sous-chlorure, il cède sa base à une partie de l'acide iodique qu'on peut y concevoir; mais l'acide hydrochlorique venant à dominer, s'oppose à une décomposition complète.

Nous venons de voir que la dissolution de chlorure se changeait en iodate et en hydrochlorate, lorsqu'on la saturait par un alcali : d'après ce fait et les caractères acides de la dissolution, on peut supposer qu'elle est un mélange d'acide iodique et d'acide hydrochlorique. D'un autre côté,

comme elle décolore l'indigo, il semblerait que le chlore et l'iode y conservent leurs propriétés particulières : enfin, on pourrait la considérer comme un acide particulier qui se décomposerait quand on le sature par une base. J'adopte la première supposition, parce que je reproduis exactement la dissolution de chlorure, en faisant un mélange d'acide iodique et d'acide hydrochlorique ; mais je considère leurs élémens comme très-mobiles et pouvant prendre un arrangement nouveau suivant les circonstances. Dans cette supposition, l'eau se décompose quand on y dissout le chlorure ; son oxigène se combine avec l'iode et son hydrogène avec le chlore. Le partage inverse ne pourrait avoir lieu, car les acides iodique et hydrochlorique sont bien plus stables que les acides chlorique et hydriodique, et c'est une loi générale que, toutes choses égales d'ailleurs, les combinaisons fortes se font toujours de préférence aux combinaisons faibles.

Étant donnée une quantité d'iode, si on la traite par un alcali, elle se partage en deux parties très-inégales ; la plus petite concourt à la formation de l'iodate, et la plus grande à la formation de l'hydriodate. Si l'on voulait la convertir entièrement en iodate, il faudrait commencer par en faire un chlorure, et après l'avoir dissous dans l'eau, on le saturerait avec l'alcali que l'on voudrait convertir en iodate. Les iodates de baryte, de chaux et de strontiane, étant très-peu solubles, on les obtiendra purs après quelques lavages : quant aux autres, on les séparera des hydrochlorates par des cristallisations successives, ou par l'alcool.

Des hydriodates.

On prépare, en général, ces sels en combinant l'acide hy-

driodique avec les bases; mais on peut obtenir ceux de potasse, de soude, de baryte, de strontiane, et de chaux, en traitant immédiatement l'iode par ces bases, et en employant les procédés que nous avons indiqués pour les séparer des iodates qui se forment simultanément. Les hydriodates de zinc, de fer, et, en général, de tous les métaux qui décomposent l'eau, s'obtiennent en dissolvant les iodures de ces métaux dans l'eau. On peut mettre ensemble l'eau, l'iode, et le métal; et en favorisant leur action par la chaleur, l'hydriodate se forme promptement. Je ne me propose pas de traiter avec détail de tous les hydriodates, mais seulement de donner leurs caractères génériques et les propriétés des principaux.

Les acides sulfureux, hydrochlorique, et hydrosulfurique, ne produisent aucun changement dans les hydriodates, à une température ordinaire:

Le chlore, l'acide nitrique et l'acide sulfurique concentrés les décomposent instantanément et en séparent l'iode.

Ils donnent avec la dissolution d'argent un précipité blanc insoluble dans l'ammoniaque; avec le nitrate protoxidé de mercure un précipité jaune-verdâtre; avec le sublimé corrosif un précipité d'un beau rouge-orangé, très-soluble dans un excès d'hydriodate; enfin, avec le nitrate de plomb un précipité d'un jaune-orangé.

Ils dissolvent l'iode et se colorent en rouge-brun foncé.

Hydriodate de potasse.

Lorsqu'on fait cristalliser une dissolution d'hydriodate de potasse, l'oxigène et l'hydrogène qu'on peut supposer combinés, l'un avec le métal et l'autre avec l'iode, se réunissent

pour former de l'eau, et on obtient des cristaux d'iodure de potassium semblables à ceux du chlorure de sodium. Ce sel se fond aisément, et se volatilise à la température rouge : chauffé avec le contact de l'air, il n'éprouve aucune altération : il est plus déliquescent que l'hydrochlorate de soude. 100 parties d'eau à 18° en dissolvent 143. On peut le considérer comme un hydriodate, quand il est en dissolution dans l'eau; mais lorsqu'il a été fondu, ou seulement desséché, on doit le considérer comme un iodure de potassium. Je me suis en effet convaincu que, lorsqu'on dissout dans l'eau cette dernière combinaison, et qu'on la dessèche ensuite, elle n'acquiert aucune augmentation de poids.

L'iodure de potassium est composé de { Iode.... 100.000 / Potassium 31.342,

et l'hydriodate de { Acide hydriodique . . . . . 100.000 / Potasse. . . . . 37.426.

Hydriodate de soude.

Je l'ai obtenu en prismes rhomboïdaux, aplatis, assez volumineux: ces prismes, en se réunissant, forment des prismes plus épais, terminés en échelons et striés dans leur longueur, à-peu-près comme ceux du sulfate de soude. Ils contiennent beaucoup d'eau de cristallisation, et néanmoins ils sont très-déliquescens. La chaleur, après avoir dissipé cette eau, fond le sel et le rend un peu alcalin; elle le volatilise plus tard que l'hydriodate de potasse. 100 parties d'eau à la température d'environ 14° en dissolvent 173. On doit

aussi le considérer, quand il a été desséché, comme un iodure de sodium. J'ai trouvé que 100 parties d'iodate de soude donnent, en se décomposant par le feu, 24.45 d'oxigène; et comme, d'après l'analyse de l'iodate de potasse, on trouve que celui de soude doit en donner 24.43, je partirai des données de cette analyse pour déterminer les proportions suivantes :

Iodure de sodium. . .	Iode . . .	100.000
	Sodium .	18.536
Hydriodate de soude.	Acide. . .	100.000
	Soude. . .	24.728.

Les hydriodates de potasse et de soude, convertis en iodures par la dessication, sont les seuls qui n'éprouvent point d'altération, quand on les chauffe au rouge en contact avec l'air, ce qui provient de ce que l'iode décompose les oxides de potassium et de sodium (1).

Hydriodate de baryte.

Ce sel cristallise en prismes très-fins, ayant à-peu-près l'aspect de ceux de l'hydrochlorate de strontiane. Après environ un mois d'exposition à l'air, je l'ai trouvé décomposé en partie; l'eau par laquelle je l'ai traité a dissous de l'hydriodate coloré par l'iode, et il est resté du sous-carbonate de baryte. L'acide hydriodique s'est donc détruit peu-à-peu à l'air; son

(1) L'iode dégageant aussi l'oxigène des oxides de plomb et de bismuth, il est évident que les iodures de ces métaux ne pourront être décomposés par l'air à une température rouge.

hydrogène a formé de l'eau, et l'iode s'est dissipé dans l'atmosphère, ou est resté en dissolution dans l'hydriodate qui n'avait pas encore éprouvé de décomposition. Quoique très-soluble dans l'eau, l'hydriodate de baryte est faiblement déliquescent. Évaporé sans le contact de l'air, et chauffé jusqu'au rouge, sa neutralité n'a pas été changée; il n'éprouve point de fusion à ce degré de chaleur. Si, pendant que sa température est élevée, on dirige de l'air sur sa surface, et mieux encore de l'oxigène, les vapeurs d'iode se manifestent en abondance et le sel devient alcalin. Je n'ai point poussé l'expérience jusqu'au point où il ne se serait plus dégagé d'iode; mais je présume qu'on changerait l'hydriodate en sous-iodure, attendu qu'on a vu précédemment que c'était ce composé que l'on obtenait en faisant passer l'iode en vapeur sur la baryte, à une température rouge. J'ai dit que l'iode ne dégageait point l'oxigène de la baryte; néanmoins je suis convaincu que la chaleur change l'hydriodate de baryte en iodure de baryum. J'ai fait passer du gaz hydriodique refroidi à 20° au-dessous de zéro sur la baryte provenant de la calcination récente de son nitrate, et à l'instant la baryte est devenue incandescente et l'eau a ruisselé dans les appareils. Cependant cette baryte ne donnait point de gaz oxigène, quand on la dissolvait dans l'eau; elle n'a éprouvé également aucune altération, lorsque j'ai fait passer sur sa surface, à une température rouge, un courant de gaz hydrogène desséché. Je me suis encore assuré que le soufre n'en dégageait rien, mais que le gaz hydrosulfurique sec produisait beaucoup d'eau en se combinant avec elle (1). Ainsi, on ne peut douter qu'à une température rouge,

(1) L'action du gaz hydrosulfurique a été accompagnée d'une vive

et même beaucoup au-dessous, l'hydriodate de baryte ne soit converti en iodure de baryum.

Iodure de baryum....	Iode. .	100.000
	Baryum.	54.735
Hydriodate de baryte.	Acide..	100.000
	Baryte. .	60.622.

---

chaleur : le composé qui était en partie fondu ayant été traité par l'acide hydrochlorique, il s'est dégagé du gaz hydrosulfurique, et il s'est précipité un peu de soufre. Il est probable, d'après cela, qu'il se forme un sulfure avec excès de soufre, et qu'il se dégage de l'hydrogène ; mais, comme je me servais d'un sulfure donnant un gaz que les alcalis n'absorbaient pas complétement, je n'ai pu m'en assurer. Cependant l'abondante production d'eau qui accompagne la combinaison du gaz hydrosulfurique avec la baryte et même la strontiane, ne peut s'expliquer qu'en admettant que ces alcalis sont réduits par l'hydrogène, au moyen des affinités réunies de l'oxigène pour l'hydrogène, et du métal pour le soufre. Or, s'il en est ainsi, il est bien probable que beaucoup de précipités métalliques qu'on a pris pour des hydrosulfates (hydrosulfures), ne sont que des sulfures. A une température rouge, tous les oxides qui se combinent avec le soufre donnent de l'eau et se changent en sulfures, quand on fait arriver à leur surface du gaz hydrosulfurique. Ce fait ne prouve rien contre l'existence des hydrosulfates à une basse température ; mais je remarque que, jusqu'à présent, on n'a aucune expérience décisive qui la constate, et l'insolubilité qui les accompagne me semble lui être très-opposée. Pour confirmer ces conjectures, j'ai dissous un poids déterminé de zinc dans l'acide hydrochlorique ; j'ai sursaturé par l'ammoniaque et j'ai précipité par l'acide hydrosulfurique. Le précipité exposé à une température de 60 à 80°, a pris en se desséchant l'apparence de la corne : son poids était trop considérable pour un sulfure, et trop petit pour un hydrosulfate. Je l'ai exposé à une chaleur de 100°, et il a encore abandonné de l'eau : enfin à une température plus élevée, il s'en est dégagé une nouvelle quantité. Cette expé-

Les hydriodates de chaux et de strontiane sont très-solubles, et le premier est extrêmement déliquescent : je n'ai déterminé ni la forme de leurs cristaux, ni la quantité que l'eau peut en dissoudre. L'hydriodate de strontiane se fond au-dessous de la température rouge; celui de chaux se fond au-dessus : s'ils sont privés du contact de l'air, ils deviennent seulement un peu alcalins; mais si, pendant qu'ils sont encore très-chauds, on fait arriver à leur surface de l'oxigène ou de l'air, il s'en exhale à l'instant des vapeurs d'iode très-épaisses. En considérant ces combinaisons comme des iodures, le calcium et le strontium s'oxideraient et abandonneraient une portion d'iode; en les considérant comme des hydriodates, ce serait l'hydrogène de l'acide qui se combinerait avec l'oxigène, et il devrait se dégager de l'eau. J'ai cherché à m'en assurer en faisant passer du gaz oxigène sec sur l'hydriodate de chaux à une température rouge; mais le muriate de chaux qu'il a traversé ensuite, n'a pas augmenté sensiblement de poids. Ainsi tout nous porte à considérer les hydriodates qui ont été fondus ou desséchés, comme des iodures métalliques. L'hydriodate de chaux fait avec l'acide hydriodique, peut être desséché à l'air, sans se décomposer; celui qui a été préparé avec l'iode et la chaux se colore au contraire fortement à mesure qu'il se concentre, quoiqu'on l'évapore à une chaleur très-modérée. Cette différence provient de ce que l'hydriodate préparé avec l'iode et la chaux tient en dissolution une certaine quantité d'iodate, et de ce que ces deux sels

---

rience n'est par entièrement décisive; mais je regarde comme probable, d'après l'apparence du précipité, qu'il était à l'état d'hydrate. Dans tous les cas, elle est plus favorable que contraire à ma conjecture.

ont la propriété de se décomposer, quand ils sont parvenus à un certain degré de concentration; l'hydrogène de l'acide hydriodique et l'oxigène de l'acide iodique forment de l'eau, et l'iode qu'ils abandonnent se dissout dans la portion d'hydriodate qui n'a pas été décomposée, et la colore en rouge-brun. Tout l'hydriodate n'est pas détruit, parce qu'il ne contenait qu'une petite quantité d'iodate; et, en le calcinant à l'abri du contact de l'air, on le décolore complétement (1).

L'hydriodate d'ammoniaque résulte de la combinaison de volumes égaux de gaz ammoniacal et de gaz hydriodique. On le prépare ordinairement en saturant l'acide liquide avec l'ammoniaque. Il est à-peu-près volatil comme l'hydrochlorate d'ammoniaque; mais il est plus soluble et plus déliquescent : je l'ai obtenu cristallisé en cubes. En le chauffant sans le contact de l'air, il n'y en a qu'une petite partie qui se décompose, et celui qui se sublime est d'un gris-blanc; si la sublimation se fait avec le contact de l'air, il y en a beaucoup plus de décomposé et il est plus ou moins coloré : on le décolore en lui ajoutant un peu d'ammoniaque, ou en le laissant exposé à l'air par un temps sec; dans ce dernier cas, l'iode auquel il doit sa coloration s'exhale peu-à-peu dans l'atmosphère.

---

(1) Pour évaporer ou calciner les hydriodates à l'abri du contact de l'air, je les mets dans une cornue au bec de laquelle j'adapte un tube qui, après avoir reçu la forme propre à recueillir les gaz, se relève vers son extrémité, parallèlement à la branche descendante, et présente à-peu-près la forme de la lettre U. Lorsque la vapeur aqueuse a expulsé tout l'air de la cornue, j'engage la branche ascendante du tube sous une cloche remplie d'hydrogène ou d'azote, au-dessus du niveau de l'eau.

L'hydriodate de magnésie, fait de toutes pièces, est déliquescent et cristallise difficilement. En le chauffant jusqu'au rouge, sans le contact de l'air, la magnésie abandonne l'acide de la même manière qu'elle abandonne l'acide hydrochlorique. Ayant chauffé ensemble l'iode, la magnésie et l'eau, pour m'assurer s'il se forme de l'hydriodate et de l'iodate, comme avec les autres bases alcalines, j'ai obtenu un composé floconneux qui avait tout-à-fait l'aspect du kermès bien préparé : le liquide qui le surnageait était à-peine coloré, et j'y ai reconnu la présence de l'hydriodate et de l'iodate de magnésie, mais en quantité peu considérable. En l'évaporant, il dépose sur les parois de la capsule une matière de couleur puce tout-à-fait semblable à celle dont je viens de parler, et il se colore fortement vers la fin de l'opération. Ce phénomène est dû, comme pour la chaux, à ce que l'iodate et l'hydriodate de magnésie se décomposent quand ils sont parvenus à un certain point de concentration; mais il est infiniment plus marqué avec la magnésie.

La matière de couleur puce se décompose lorsqu'on la met sur un charbon ardent; l'iode se dégage, et il reste de la magnésie : la potasse la décompose aussi. En la faisant bouillir avec peu d'eau, elle ne change pas sensiblement de couleur, et l'eau contient un peu d'iodate et d'hydriodate. Si la quantité de ce liquide est considérable, il reste de la magnésie pure, et l'eau contient encore de l'iodate et de l'hydriodate.

Il me paraît résulter de ces faits que la matière puce est un iodure de magnésie, et que son existence dans l'eau dépend de la propriété qu'ont l'iodate et l'hydriodate de magnésie, de se décomposer mutuellement quand ils ont un

certain degré de concentration. Lorsque en effet l'eau est en grande quantité, il ne reste pas d'iodure de magnésie, et à mesure que l'on concentre la dissolution, elle en dépose.

Ce phénomène ne se présente pas avec les iodates et les hydriodates de potasse et de soude : il commence à se manifester avec ceux de strontiane; il devient plus sensible pour l'iodate et l'hydriodate de chaux, et il est très-marqué pour ceux de magnésie. Or, cette dernière base alcaline a moins d'affinité que les autres, et c'est peut-être parce que les oxides de zinc de fer, etc., en ont encore moins, qu'ils ne condensent point assez l'acide hydriodique et l'acide iodique, pour les empêcher d'agir l'un sur l'autre, et qu'en les traitant par l'iode, on ne forme point des iodates et des hydriodates, quoique ces sels puissent être obtenus séparément.

Hydriodate de zinc.

On obtient facilement ce sel, en mettant l'iode dans l'eau avec un excès de zinc, et en favorisant leur action par la chaleur, comme je l'ai déja indiqué. J'ai tenté fréquemment, et toujours sans succès, de le faire cristalliser, parce qu'il est extrêmement déliquescent. La chaleur, après l'avoir desséché, le fait entrer en fusion et le volatilise en beaux cristaux prismatiques, semblables à ceux que l'on obtient en oxidant l'antimoine. Il ne se décompose pas pendant cette opération, s'il n'a pas le contact de l'air; mais si on le lui donne, il se dégage de l'iode, et il reste de l'oxide de zinc. Cet hydriodate desséché ne diffère pas de l'iodure de zinc.

En prenant la moyenne de trois expériences différant fort peu entre elles, j'ai trouvé que l'iodure de zinc est composé de

Iode	100.000
Zinc	26.225.

Par conséquent, l'hydriodate sera composé de

Acide	100.000
Oxide de zinc	32.352.

En mêlant la dissolution d'hydriodate de potasse ou de soude, avec les dissolutions des autres oxides métalliques, je n'ai point obtenu de précipité avec celles de manganèse, de nickel et de cobalt; ce qui prouve que les hydriodates de ces métaux sont solubles. Il me paraît qu'en généralisant, on peut dire que toutes les combinaisons de l'iode avec les métaux qui décomposent l'eau, jouissent de la même propriété.

Au contraire, les métaux qui ne décomposent pas l'eau, m'ont donné des précipités avec l'hydriodate de soude :

Le précipité de cuivre est d'un blanc-gris;

Celui de plomb, est d'un beau jaune-orangé;

Celui de mercure protoxidé, est d'un jaune-verdâtre;

Celui de mercure peroxidé, est d'un rouge-orangé;

Celui d'argent, est blanc;

Et celui de bismuth, marron.

Je considère tous ces précipités comme des iodures métalliques, et avec d'autant plus de raison, qu'on change en iodures les hydriodates des métaux très-oxidables, en les desséchant à une douce chaleur; or, la force qui a déterminé l'insolubilité de tous ces précipités doit être considérée comme étant bien plus énergique qu'une faible variation de température qui suffirait pour convertir un hydriodate en iodure.

Il ne sera pas inutile, pour fixer les opinions sur la nature

des combinaisons des métaux avec le soufre, l'iode, et le chlore, lorsqu'elles sont en contact avec l'eau, de montrer les rapports qu'elles ont les unes avec les autres.

Parmi les sulfures, il n'y a que ceux des métaux qui ont une affinité pour l'oxigène très-supérieure à celle de l'hydrogène, qui se dissolvent dans l'eau, et que l'on puisse regarder alors avec quelque vraisemblance, comme des hydrosulfates. Tels sont ceux de potassium, de sodium, de baryum, etc.

Quoique le zinc et le fer décomposent l'eau, ils n'ont pas pour l'oxigène une affinité assez supérieure à celle de l'hydrogène, pour que les affinités réunies du métal pour l'oxigène, et du soufre pour l'hydrogène, l'emportent sur celles de l'oxigène pour l'hydrogène, et du métal pour le soufre : je néglige ici l'affinité de l'oxide pour l'acide hydrosulfurique, parce qu'elle ne peut être que très-faible relativement aux autres. Les métaux qui cèdent facilement leur oxigène à l'hydrogène formeront à plus forte raison des sulfures qui ne décomposeront pas l'eau, et qui y seront insolubles.

Pour comparer les iodures avec les sulfures, il faut faire attention que l'iode a plus d'affinité que le soufre pour l'hydrogène, et qu'il doit en résulter une augmentation d'intensité dans les forces qui tendent à décomposer l'eau (1). On

---

(1) On pourrait objecter que si les forces qui tendent à décomposer l'eau ont augmenté, parce que l'iode a plus d'affinité que le soufre pour l'hydrogène, celles qui tendent à empêcher sa décomposition ont aussi augmenté, parce que l'iode a plus d'affinité que le soufre pour le potassium et les autres substances métalliques ; mais on peut supposer avec assez de vraisemblance que les premières ont crû dans un plus grand rapport que les secondes.

voit, en effet, que tous les métaux qui donnent avec le soufre des combinaisons solubles, en forment avec l'iode qui le sont également; et de plus, que les iodures des métaux qui décomposent l'eau jouissent de la même propriété. Quant aux iodures des métaux qui ont moins d'affinité pour l'oxigène que l'hydrogène, ils sont insolubles, de même que leurs sulfures.

En poursuivant la même comparaison dans les chlorures, on doit, d'après les mêmes principes, en trouver un plus grand nombre qui soient solubles que de sulfures et d'iodures, parce que le chlore a beaucoup plus d'affinité pour l'hydrogène que le soufre et l'iode; et c'est en effet ce qui arrive. Tous les chlorures des métaux qui forment des iodures solubles sont aussi solubles, et de plus, ceux de plomb, de bismuth, d'or, de platine, les deutochlorures de cuivre et de mercure, jouissent de la même propriété (1). On voit donc, par la comparaison que nous venons de faire, que ce sont les métaux les plus oxidables et les radicaux qui ont le plus d'affinité pour l'hydrogène, qui ont le plus de tendance à former des combinaisons solubles dans l'eau, et qui la décomposent très-probablement.

---

(1) Les protochlorures de cuivre et de mercure sont insolubles, tandis que les deutochlorures sont très-solubles. Quoiqu'on pût expliquer cette différence dans l'hypothèse que les chlorures ne se dissolvent dans l'eau qu'autant qu'ils la décomposent, ces faits me paraissent plus favorables à l'autre hypothèse, que les chlorures peuvent se dissoudre dans l'eau sans la décomposer. J'ai désigné la première combinaison du cuivre et du mercure avec le chlore, par l'expression *protochlorure*, parce qu'elle correspond à leurs protoxides, et la seconde par l'expression *deutochlorure*, parce qu'elle correspond à leur second degré d'oxidation.

J'ai essayé de décomposer plusieurs hydriodates par les acides dans lesquels l'oxigène est très-condensé, mais je n'ai obtenu aucun résultat satisfaisant : l'hydriodate de strontiane et celui de potasse, traités par l'acide phosphorique concentré, m'ont donné de l'acide hydriodique très-coloré. L'acide borique ne produit pas sensiblement de décomposition, parce qu'il est trop faible, tant qu'il y a de l'eau dans le mélange, et que quand il n'y en a plus, l'hydriodate est changé en iodure. L'acide hydrochlorique liquide ne décompose pas non plus les hydriodates, parce qu'il est plus volatil que l'acide hydriodique ; mais, à l'état gazeux, il décompose les iodures, si la température est élevée. J'ai fait passer lentement du gaz hydrochlorique dans un tube de baromètre, sur de l'iodure de potassium qui avait été fondu : à froid il n'y a pas eu de décomposition, et lorsque la température a été élevée à-peu-près jusqu'au rouge obscur, j'ai obtenu du gaz hydriodique ne contenant qu'une petite quantité de gaz hydrochlorique. Avec l'iodure de strontium et celui de calcium, la décomposition s'opère beaucoup mieux. On peut employer ce moyen avec avantage pour obtenir le gaz hydriodique.

Hydriodates iodurés.

Tous les hydriodates ont la propriété de dissoudre abondamment l'iode, et de se colorer fortement en rouge-brun. Ils ne le retiennent cependant qu'avec une force très-faible ; car ils l'abandonnent par l'ébullition et par leur exposition à l'air, quand ils sont desséchés : d'ailleurs, l'iode ne change point la neutralité des hydriodates, et la coloration du liquide en rouge-brun, semblable à celle des autres dissolutions de l'iode, est une nouvelle preuve de la faiblesse de la combi-

naison. On ne peut certainement la comparer aux sulfites sulfurés dans lesquels le soufre paraît jouer le rôle d'un acide, et elle a plutôt les caractères d'une simple dissolution. Je sais bien que la combinaison et la dissolution dépendent de la même force, et qu'il est difficile de tracer une limite entre elles ; mais on pourrait les distinguer l'une de l'autre, en définissant la dissolution une combinaison dans laquelle il n'y a point saturation de propriétés. Au reste, il n'y a aucun inconvénient à adopter l'expression *d'hydriodate ioduré,* pour désigner la combinaison de l'iode avec un hydriodate, pourvu qu'on se fasse une idée exacte de cette combinaison.

Des iodates.

En traitant de l'action des oxides alcalins sur l'iode, au moyen de l'eau, nous avons fait voir qu'il se forme en même temps un hydriodate et un iodate, et nous avons donné le moyen de les séparer exactement. On peut obtenir les iodates des autres oxides, soit par les doubles décompositions, soit en saturant directement l'acide iodique ou la liqueur acide du chlorure d'iode, que nous avons considérée comme un mélange d'acide iodique et d'acide hydrochlorique, et qui du moins se comporte exactement de la même manière.

Parmi les iodates, il n'y en a qu'un très-petit nombre qui fusent sur les charbons ardens : celui d'ammoniaque est fulminant.

Tous sont solubles dans l'acide hydrochlorique avec dégagement de chlore : la dissolution contient du sous-chlorure d'iode.

L'acide sulfureux et l'acide hydrosulfurique les décomposent et en séparent l'iode : le chlore ne les décompose

point. Les acides sulfurique, nitrique, et phosphorique, ne peuvent avoir d'action sur eux, à une température ordinaire, qu'autant qu'ils s'emparent d'une portion de leur base.

A une chaleur d'un rouge obscur, tous les iodates sont décomposés; quelques-uns donnent de l'oxigène seulement; les autres, de l'oxigène et de l'iode.

Tous sont insolubles dans l'alcool, dont la densité est de 0.82.

Iodate de potasse.

Je ne l'ai obtenu qu'en petits cristaux grenus qui se groupent à-peu-près sous la forme cubique : il fuse sur les charbons, comme le nitre; à l'air il est inaltérable. 100 parties d'eau à 14° $\frac{1}{4}$ en dissolvent 7.43. Il se décompose à une chaleur un peu supérieure à celle qu'exigent les chlorates; il se dégage de l'oxigène, et il reste de l'iodure de potassium qui donne avec l'eau une dissolution neutre. Il est aisé de reconnaître que le résidu est effectivement un iodure de potassium; car si le métal était à l'état d'oxide, il se formerait de l'iodate et de l'hydriodate de potasse en le dissolvant dans l'eau, et l'acide sulfureux y produirait un précipité d'iode. Si donc on veut avoir de l'hydriodate pur en traitant l'iode par la potasse, il faudra évaporer la dissolution à siccité, et fondre le résidu : on sera sûr en dissolvant dans l'eau, de n'avoir que de l'hydriodate, mais il sera toujours avec excès de base.

D'après plusieurs expériences sur la décomposition de l'iodate de potasse par la chaleur, j'ai trouvé qu'il est composé de { Oxigène. . . . . 22.59 . Iodure de potassium. . . . 77.41.

Or, d'après la composition que j'ai donnée de l'iodure de zinc, iode 100.000, zinc 26.225, et, en admettant, d'après mes expériences, que 100 de zinc se combinent avec 24.41 d'oxigène, et d'après M. Berzelius, que 100 de potassium en prennent 20.425 pour se convertir en potasse, on trouve que l'iodure de potassium est composé de { Iode . . . . . 100.000 / Potassium . . .31.342 }

D'après cette proportion, les 77.41 d'iodure de potassium sont composés de { Iode . . . . . 58.937 / Potassium. . . . . 18.473 }

Les 18.473 de potassium prennent 3.773 d'oxigène pour se convertir en potasse; il en reste donc 22.59 moins 3.773 pour acidifier les 58.937 d'iode, c'est-à-dire, 18.817. Ainsi l'acide iodique est composé de { Iode. . . . . 100.000 / Oxigène . . . . . 31.927 }

Le rapport de l'oxigène à l'iode est donc de 10 à 31,321 : en multipliant ce dernier nombre par 5, on a le rapport de 10 à 156.605, qui diffère peu du premier rapport 10 à 156.21, que nous avons déterminé par l'hydriodate de zinc.

Si l'on convertit l'iode et l'oxigène en volume, on trouve que l'acide iodique est composé en volume de { Iode . . 1 / Oxigène 2.5 }

Il est facile maintenant de déterminer combien on doit obtenir d'iodure de potassium, relativement à l'iodate de potasse qui se forme en même temps, lorsqu'on dissout l'iode dans la potasse. En effet, puisque 100 d'iodate de potasse contiennent 22.59 d'oxigène, dont 3.773 appartiennent au potassium, il est évident que le reste 18.817, qui appartient à l'iode, lui a été fourni, ou par la potasse qui après l'avoir

perdu a produit l'iodure de potassium, ou, ce qui revient au même, par l'eau dont l'hydrogène aurait produit l'hydriodate de potasse. Or, 18.817 d'oxigène correspondent à 92.127 de potassium, et ce dernier à 293.940 d'iode; il se forme donc pour 100 d'iodate de potasse 386.067 d'iodure de potassium; c'est-à-dire, cinq fois plus que n'en donne l'iodate par sa décomposition. Ce rapport se déduit immédiatement du rapport de l'oxigène de l'iode à celui de potassium; car

$$\frac{18.817}{3.773} = 5 \text{ à-fort-peu-près.}$$

Si l'on veut avoir la quantité d'hydriodate de potasse qui correspond à 100 d'iodate, il faut ajouter à 92.127 de potassium 18.817 d'oxigène, et à 293.940 d'iode 2.497 d'hydrogène qui saturent l'oxigène du potassium, et l'on trouvera 407.381 d'hydriodate.

Iodate de soude.

L'iodate de soude cristallise en petits prismes ordinairement réunis en houppes; je l'ai aussi obtenu en petits grains qui paraissent cubiques. Il fuse sur les charbons comme le nitre; à une température un peu inférieure au rouge obscur, il se décompose, et donne de l'oxigène, mais il se dégage en même temps une très-petite quantité d'iode, et c'est pourquoi la dissolution dans l'eau de l'iodure de sodium qui reste est légèrement alcaline. 100 d'eau à 14° $\frac{1}{4}$ en dissolvent 7.3 : il ne contient pas d'eau de cristallisation et ne s'altère pas à l'air. J'ai trouvé qu'en le décomposant par le feu, il donne 24.45 d'oxigène; résultat qui ne diffère pas sensiblement de 24.43 que l'on déduit des proportions de l'iodate de potasse et du rapport d'oxidation du potassium au sodium. J'adopte-

rai de préférence ce dernier nombre, et j'en conclurai que l'iodate de soude est composé de { Oxigène . . . . . 24.432 / Iodure de sodium 75.568.

En mettant de l'iode dans une dissolution de soude, de manière que la liqueur fût sur le point de se colorer, j'ai obtenu par l'évaporation de beaux cristaux en prismes hexaèdres coupés perpendiculairement à leur axe, très-alcalins, fusant vivement sur les charbons. Ces cristaux sont très-solubles, et contiennent beaucoup d'eau de cristallisation. Comme ils s'étaient formés au milieu d'un liquide contenant de l'hydriodate de soude, le chlore y produisait un précipité d'iode. Je les considère comme étant un sous-iodate de soude. En ajoutant de la soude à une dissolution neutre d'iodate de soude, je l'ai toute convertie en cristaux; mais au lieu d'être volumineux comme les précédens, ils étaient en petites aiguilles soyeuses réunies en houppes; ils ne se sont pas altérés à l'air, quoiqu'ils fussent très-alcalins. La potasse forme aussi un iodate avec excès de base et cristallisable. En général, l'acide iodique et l'acide hydriodique ont une grande tendance à former des sous-sels.

Les iodates de potasse et de soude détonnent, mais bien faiblement, par la percussion, quand ils sont mélangés avec du soufre. On pourrait croire que leur emploi serait avantageux dans la fabrication de la poudre; mais un calcul très-simple va démontrer que le nitre sera toujours préférable. 100 parties de nitre donnent, en les décomposant par le feu, 53.62 de gaz, tandis que 100 d'iodate n'en donnent que 22.59: ainsi, en négligeant ici la différence de densité de l'azote à l'oxigène, et en observant que l'oxigène est principalement employé dans la détonation de la poudre à pro-

duire de l'acide carbonique, dont le volume est égal au sien, le nitre a sur l'iodate, toutes choses égales d'ailleurs, l'avantage de donner 2.3 fois plus de gaz que lui. Il est vrai qu'il serait possible que la détonation de la poudre faite avec l'iodate fût plus rapide que celle faite avec le nitre.

Iodate d'ammoniaque.

On ne peut obtenir ce sel qu'en saturant avec l'ammoniaque l'acide iodique ou la dissolution de chlorure d'iode. Il est en petits cristaux grenus, dont je n'ai pu déterminer la forme. Projeté sur les charbons ardens ou sur un corps chaud, il détonne avec sifflement en donnant une faible lumière violette et des vapeurs d'iode. J'ai cherché à le décomposer dans un tube de verre, au moyen de la chaleur, mais il a brisé l'appareil : j'ai cependant obtenu assez de gaz pour reconnaître que c'était un mélange d'azote et d'oxigène. En calculant sa composition d'après les données précédentes, je trouve qu'elle est { Acide iodique... 100.00 / Ammoniaque... 10.94; or, 100 d'acide iodique contiennent 75.80 d'iode, et si on réduit cette quantité d'iode en volume en divisant 75.80 par 8.6195, densité de l'iode, on trouve 8.794 : si de même on divise 10.944 par 0.59669, densité de l'ammoniaque, on trouve 18.341, qui ne s'éloigne pas beaucoup du double de 8.794; ainsi l'iodate d'ammoniaque est composé en volume de

Gaz ammoniacal.....	2
Vapeur d'iode.....	1
Oxigène.....	2.5

Les 2 volumes de gaz ammoniacal donnent, quand ils

sont décomposés, 1 volume d'azote et 3 d'hydrogène; ces derniers n'exigent pour leur saturation que 1.5 d'oxigène; il en reste donc 1, c'est-à-dire, un volume égal à celui de l'azote. Dans la détonation de l'iodate d'ammoniaque, j'ai obtenu les deux gaz à-peu-près dans cette proportion.

Iodate de baryte.

On l'obtient très-aisément, soit par les doubles affinités, soit en mettant l'iode dans l'eau de baryte : il se précipite en une poudre pesante que l'on obtient pure après quelques lavages. Ce sel, en se desséchant, se pelotonne et devient farineux. Quoique tenu pendant long-temps à une température de 100°, il donne de l'eau avant de se décomposer par le feu; de sorte qu'il me paraît tenir de l'eau en combinaison. Les produits de sa décomposition sont de l'oxigène, de l'iode, et de la baryte sensiblement pure. Cette baryte ne se dissout que très-lentement dans l'eau; et comme elle ne retient point d'iode, quoique celle qui provient de la décomposition du nitrate se combine avec lui, je présume que cette différence vient de l'eau que contenait l'iodate et que la baryte garde en combinaison. L'iodate de baryte est le moins soluble des iodates à base d'oxides alcalins; 100 parties d'eau en dissolvent { seulement . . . . . 0.16 à 100°
et. . . . . 0.03 à 18°.

Il est composé de { Acide iodique. 100.000
Baryte. 46.340

Ce sel ne fuse point sur les charbons; il fait seulement apercevoir quelquefois une légère lueur. La différence qu'il

y a sous ce rapport entre l'iodate de potasse et celui de baryte dépend de deux causes; la première, que la baryte ne se réduisant pas comme la potasse par l'iode, son iodate donne moins d'oxigène que l'iodate de potasse; la seconde et la principale, que l'iodate de baryte et le produit solide de sa décomposition, étant infusibles, il n'y a réellement qu'une très-petite partie d'iodate qui vient en contact avec les charbons, et tout le sel qui est au-dessus se décompose, sans que son oxigène serve à la combustion. L'iodate de potasse, au contraire, étant fusible, de même que l'iodure de potassium, toutes les parties du sel viennent successivement en contact avec les charbons, et alimentent vivement leur combustion. Parmi les sulfates, l'on en trouverait plusieurs de détonnans, si l'on voulait donner ce nom à ceux qui se décomposent par la chaleur, et qui donnent de l'oxigène. Tels seraient l'alun et le sulfate de zinc: ils n'excitent point la combustion par les raisons que je viens d'indiquer pour l'iodate de baryte.

L'iodate de strontiane s'obtient comme le précédent. Il se présente en petits cristaux qui, vus à la loupe, paraissent être des octaèdres. Il donne de l'eau, avant de se décomposer par la chaleur, et les produits qu'il fournit sont parfaitement semblables à ceux de l'iodate de baryte;

100 parties d'eau en dissolvent... 0,73 à 100°
et..... 0.24 à 15°

L'iodate de chaux est ordinairement pulvérulent; mais il est susceptible de cristalliser dans l'hydrochlorate ou dans l'hydriodate de chaux qui augmentent sa solubilité, et il se présente alors en petits prismes quadrangulaires;

100 parties d'eau en dissolvent... 0.98 à 100°
et..... 0.22 à 18°

La quantité d'eau qu'il tient en combinaison, m'a paru s'élever à-peu-près à trois pour cent. Les produits de sa décomposition par le feu sont les mêmes que ceux des iodates de baryte et de strontiane : ces trois sels demandent une température plus élevée pour se décomposer, que l'iodate de potasse.

Pour obtenir les autres iodates, j'ai employé les doubles décompositions. Le nitrate d'argent donne avec l'iodate de potasse, et même avec l'acide iodique, un précipité blanc, très-soluble dans l'ammoniaque. Si on sature l'alcali par l'acide sulfureux, on fait reparaître le précipité; mais il a perdu sa solubilité dans l'ammoniaque, parce qu'il a été changé en iodure d'argent. Cette expérience nous fournit le moyen de reconnaître dans une combinaison les acides hydrochlorique, hydriodique, et iodique, et de les séparer les uns des autres. En traitant en effet par l'ammoniaque les précipités qu'on obtiendra avec le nitrate d'argent, ceux qui auront été formés par l'acide iodique et par l'acide hydrochlorique seront dissous; mais, en saturant la dissolution par l'acide sulfureux, et en traitant de nouveau par l'ammoniaque, le chlorure d'argent sera seul dissous.

En traitant par l'acide iodique l'oxide de zinc récemment précipité et bien lavé, j'ai obtenu un sel pulvérulent peu soluble, qui fuse sur les charbons, mais bien plus faiblement que l'iodate de potasse. On peut obtenir encore ce sel en mêlant la dissolution de sulfate de zinc avec celle d'un iodate soluble : il ne se forme pas d'abord de précipité; ce n'est qu'au bout de plusieurs heures qu'il se dépose de très-petits cristaux, quelquefois en grains parfaitement sphériques, qui sont de l'iodate de zinc. Pour que l'expérience réussisse, il

est nécessaire que le sulfate ne soit pas très-concentré; car sa viscosité s'opposerait au mouvement des molécules, et par suite à la formation et à la séparation de l'iodate de zinc.

Les dissolutions de plomb, de nitrate de mercure protoxidé, de fer peroxidé, de bismuth, et de cuivre, donnent, avec l'iodate de potasse, des précipités blancs solubles dans les acides. Les dissolutions de mercure peroxidé et de manganèse, n'ont point été troublées.

Il n'existe point d'iodates iodurés; du moins je ne suis point parvenu à en former: les iodates et l'acide iodique ne dissolvent même pas plus d'iode que l'eau.

Il me reste, pour compléter l'histoire des combinaisons salines de l'iode, à déterminer si, au moment où une base agit sur cette substance avec le concours de l'eau, les deux sels qu'on peut obtenir ont dans la dissolution une existence isolée, ou s'ils ne se forment qu'au moment où une cause quelconque détermine leur séparation.

Si l'on mêle ensemble les dissolutions d'iodate et d'hydriodate de potasse parfaitement neutres, elles ne se décomposent point mutuellement; mais si l'on ajoute à leur mélange un acide quelconque, même l'acide carbonique, qui est chassé de toutes ses combinaisons par l'acide hydriodique et par l'acide iodique, il se précipite de l'iode provenant de la décomposition mutuelle des deux derniers acides.

Pour rendre la dissolution d'iodate et d'hydriodate entièrement identique avec celle que l'on obtient en faisant agir ensemble l'iode, la potasse et l'eau, et qui est toujours alcaline, il suffit d'ajouter à la première, la quantité de potasse nécessaire pour l'amener au même degré d'alcalinité, et dès-lors on ne pourra plus les distinguer l'une de l'autre. Il

paraîtrait donc que l'iodate et l'hydriodate de potasse se forment au moment où l'iode agit sur l'alcali, avec le concours de l'eau; mais que l'oxigène de l'acide iodique et l'hydrogène de l'acide hydriodique conservent une grande tendance à se combiner, et qu'il suffit de la favoriser pour qu'elle devienne effective. L'acide iodique et l'acide hydriodique, et en général tous les acides produits simultanément par les deux élémens de l'eau, se détruisent lorsqu'on les mêle ensemble (1): c'est la raison pour laquelle un acide très-faible précipite l'iode d'un mélange d'iodate et d'hydriodate; car, quelque faible que soit son action, il décomposera toujours une petite portion de chaque sel, comme l'a fait voir M. Berthollet, et les acides séparés reproduisant aussitôt de l'iode qui se précipite, la décomposition pourra continuer et faire de grands progrès, sans néanmoins devenir complète.

La dissolution d'iodate et d'hydriodate neutres, et la dissolution d'iode dans la potasse, présentent cependant cette différence remarquable, que la première conserve toujours son état neutre, tandis que la seconde est constamment alcaline. Or si les deux sels se forment réellement au moment où l'on mêle l'iode avec la dissolution de potasse, il semble qu'on devrait obtenir une saturation complète de l'alcali, ou que le mélange d'hydriodate et d'iodate neutres devrait devenir alcalin aussitôt qu'il est fait. Si cela n'a pas lieu, c'est

(1) M. Berthollet a observé que l'acide sulfureux et l'acide hydrosulfurique peuvent exister ensemble, quand ils sont dissous dans beaucoup d'eau. Il en est de même des deux acides de l'iode qui, s'ils sont concentrés, donnent un abondant précipité d'iode aussitôt qu'on les mêle, et qui ne se décomposent point quand ils sont très-délayés.

parce que l'on ne peut pas supposer que dans un mélange de plusieurs corps, chaque élément agit rigoureusement, comme s'ils étaient tous simplement mélangés, et comme si la mobilité de leurs molécules était parfaite. On doit plutôt admettre que, pour défaire un composé, il faut en général des forces supérieures à celles qui ont concouru à sa formation : dans cette supposition, on conçoit facilement que l'alcalinité de la dissolution d'iode dans la potasse, et la neutralité constante d'un mélange d'hydriodate et d'iodate neutres, peuvent avoir lieu en même temps, et que par conséquent les deux sels dont nous venons de parler peuvent se former, et exister isolément dans la dissolution d'iode et de potasse.

Éther hydriodique.

Je me suis peu occupé de l'action que l'iode exerce sur les substances végétales et animales ; cependant elle pourrait donner lieu à plusieurs combinaisons nouvelles. MM. Colin et Gaultier ont décrit celle que l'iode forme avec l'amidon, et je vais faire connaître un éther formé par l'acide hydriodique et l'alcool.

J'ai fait un mélange de deux parties en volume d'alcool absolu, et d'une d'acide hydriodique coloré, ayant 1.700 de densité : j'ai ensuite distillé le mélange au bain-marie, et j'ai obtenu un liquide alcoolique parfaitement neutre, incolore et limpide, qui, mêlé avec l'eau, s'est troublé, et a laissé précipiter, sous la forme de petits globules, un liquide d'abord un peu laiteux, mais qui est ensuite devenu transparent; c'est l'éther hydriodique. Ce qui n'a point passé à la distillation était de l'acide hydriodique très-coloré. Ainsi dans cette expé-

rience une portion d'alcool s'est unie à l'acide hydriodique, et a formé un éther qui a passé à la distillation avec l'autre portion d'alcool, et il est resté de l'acide hydriodique très-coloré, parce qu'il tenait en dissolution toute la quantité d'iode qui le colorait primitivement. Il est probable que c'est l'action de l'iode et de l'eau qui a empêché l'acide de se combiner en totalité avec l'alcool.

L'éther hydriodique, après avoir été lavé plusieurs fois avec de l'eau, dans laquelle il est très-peu soluble, est parfaitement neutre; son odeur est forte, et, quoique particulière, elle est analogue à celle des autres éthers. Au bout de quelques jours, il prend une couleur rosée qui n'augmente plus d'intensité; la potasse et le mercure la lui font perdre sur-le-champ, en s'emparant de l'iode auquel elle était due. Sa densité à 22°.3 est de 1.9206 : son ébullition déterminée par sa tension, a lieu à 64°.8; j'ai trouvé 64°.5 en la déterminant directement. Il n'est point inflammable, il exhale seulement des vapeurs pourpres, quand on le met sur des charbons ardens; le potassium s'y conserve sans altération; la potasse ne l'altère pas dans le moment; il en est de même des acides nitrique et sulfureux, et du chlore; l'acide sulfurique concentré le brunit assez promptement. En le faisant passer dans un tube rouge, il se décompose; j'ai obtenu un gaz inflammable carburé, de l'acide hydriodique très-brun et un peu de charbon. Indépendamment de ces produits, j'ai obtenu, en mettant une dissolution de potasse dans le tube où j'avais opéré cette décomposition, une matière en flocons qui a refusé de se dissoudre dans l'alcali et les acides. Cette matière, après plusieurs lavages à l'eau froide, avait conservé une odeur éthérée, moins forte cependant que celle de l'éther liquide; dans l'eau bouillante, les flocons se sont réunis et

fondus en une matière qui, après son refroidissement, avait la transparence de la cire blanche, et à-peu-près sa couleur. Mise sur un charbon ardent, elle donne sans s'enflammer des vapeurs d'iode en plus grande abondance que l'éther hydriodique; elle se volatilise, mais beaucoup plus tard que ce dernier.

D'après ces propriétés, je considère la substance dont je viens de parler comme un éther particulier, formé sans doute par la combinaison de l'acide hydriodique avec une matière végétale différente de l'alcool. Je n'ai pas fait l'analyse de l'éther hydriodique liquide; mais en le comparant à l'éther hydrochlorique, que je trouve composé, d'après l'analyse de M. Thenard, d'un volume de gaz hydrochlorique et d'un demi-volume de vapeur alcoolique pure, je lui attribue une composition analogue. Ainsi l'éther hydriodique serait composé en volume de { Gaz hydriodique 1
— alcoolique ..... $\frac{1}{2}$,

ou en poids { Acide 100.00
Alcool 18.55,

et l'éther hydrochlorique de { Acide 100.00
Alcool ..... 64.67.

D'après cette composition, il est étonnant que l'éther hydriodique ne soit pas inflammable, tandis que l'éther hydrochlorique l'est beaucoup. On ne peut supposer que cette différence dépende des proportions en poids des acides à l'alcool; je crois plutôt que l'éther hydriodique n'est point inflammable, parce que son acide est décomposé par l'oxigène sans produire de flamme, et que celui-ci devient trop rare pour fournir à la combustion de l'alcool. Il serait facile de vérifier cette conjecture en brûlant l'éther dans l'oxigène;

car si elle est fondée, la combustion devrait s'y opérer avec flamme.

En se rappelant les diverses expériences rapportées dans ce Mémoire, on verra qu'il n'y en a aucune qui puisse autoriser à regarder l'iode comme un être composé, et sur-tout comme contenant de l'oxigène : on aura plutôt été frappé de la ressemblance qu'il a tantôt avec le soufre, et tantôt avec le chlore. Comme eux, en effet, il forme deux acides, l'un en se combinant avec l'oxigène, et l'autre en se combinant avec l'hydrogène; et l'on aura pu remarquer que les acides formés simultanément par la combinaison du chlore, de l'iode, et du soufre, avec les élémens de l'eau, présentent cette propriété remarquable que, lorsque l'acide formé par l'oxigène a ses élémens très-condensés, celui formé par l'hydrogène a les siens très-faiblement unis.

Ainsi le soufre enlève l'oxigène à l'iode et l'iode l'enlève au chlore; mais à son tour le chlore enlève l'hydrogène à l'iode, et celui-ci l'enlève au soufre.

En suivant plus loin cette analogie, on voit qu'elle se soutient encore pour le carbone; car le soufre lui enlève l'hydrogène et lui cède l'oxigène. Ainsi, en généralisant, il semblerait que plus un corps condense l'oxigène, moins il condense l'hydrogène (1). C'est sans doute une des causes pour

---

(1) D'après ces considérations, je ne balance pas à classer l'azote avec l'oxigène, l'iode, le chlore, et le soufre. L'acide nitrique ressemble en effet beaucoup à l'acide iodique et à l'acide chlorique par la propriété qu'il a de se décomposer facilement, et parce que l'azote prend aussi comme le chlore et l'iode deux fois et demie son volume d'oxigène. Les nitrates se décomposent par le feu comme les iodates; mais on ne connaît aucun oxide

lesquelles les métaux très-oxidables, comme le fer, le manganèse, etc., ne se dissolvent pas dans l'hydrogène : je dis une des causes, car si elle était la seule, on ne concevrait pas pourquoi le mercure, l'argent, et l'or, ne se combinent pas avec l'hydrogène, quoiqu'ils aient une très-faible affinité pour l'oxigène (1).

Les autres rapports qu'a l'iode avec le soufre et le chlore, sont très-nombreux : quelques iodates se rapprochent entièrement des chlorates; mais la plupart ont plus d'analogie avec les sulfates : les iodures, les sulfures, et les chlorures, se comportent en général de la même manière avec l'eau, et l'action du soufre, de l'iode et du chlore sur les oxides, avec ou sans le concours de l'eau, est entièrement semblable. En un mot, toutes les propriétés de l'iode se classent parmi celles du soufre et du chlore. Je n'ai pas besoin de remarquer que, quoique je me sois borné à comparer l'iode avec

---

d'où l'azote dégage l'oxigène, et on doit en conclure seulement qu'il a beaucoup moins d'énergie que ce dernier corps. L'azote forme d'ailleurs avec le chlore et l'iode des combinaisons qui se décomposent très-facilement; ce qui prouve qu'il a peu d'affinité pour eux, et qu'il s'en rapproche par la nature de son énergie. S'il ne forme pas un acide avec l'hydrogène, c'est sans doute parce que dans l'ammoniaque, il y a trois volumes d'hydrogène contre un d'azote, et qu'il faudrait probablement pour produire un acide qu'il n'y en eût que parties égales. La combinaison acide de l'azote et de l'hydrogène me paraît réalisée dans l'acide prussique, que je suis porté à regarder, d'après quelques expériences que j'ai faites et que je ne tarderai pas à publier, comme un acide analogue aux acides formés par la combinaison du chlore, de l'iode et du soufre avec l'hydrogène : seulement son radical serait un composé d'azote et de carbone. L'acide prussique oxigéné correspondrait aux acides chlorique et iodique.

(1) *Voy.* la note B, à la fin du Mémoire.

le soufre et le chlore, on pourrait lui trouver des rapports, moins nombreux à la vérité, avec le phosphore et plusieurs autres corps; mais j'ai dû me borner à le comparer à ceux dont il se rapproche le plus, et entre lesquels il me paraît qu'on doit le classer. J'ai été conduit par-là à faire voir que le soufre a toutes les propriétés générales du chlore, et qu'on doit, par conséquent, le mettre au rang des corps qui forment des acides en se combinant avec l'hydrogène.

Observations sur le chlore.

L'analogie que j'ai établie entre le chlore, le soufre, et l'iode, peut servir à jeter du jour sur quelques-unes des combinaisons du chlore, et je vais essayer de le faire.

Nous avons établi les premiers, M. Thenard et moi, par une série nombreuse d'expériences qui nous sont propres, que l'on pouvait considérer l'acide muriatique oxigéné comme un corps simple, parce qu'il n'y avait aucun moyen direct d'y démontrer la présence de l'oxigène. Nous avions même développé cette hypothèse dans le Mémoire que nous lûmes à la société d'Arcueil, le 26 février 1809; mais elle parut si extraordinaire, que M. Berthollet nous engagea à l'énoncer avec la plus grande réserve. En effet, quoique M. Davy ait avancé dans son Mémoire sur l'acide muriatique oxigéné que cette hypothèse était celle de Schéele, elle était entièrement nouvelle, et elle ne parut extraordinaire, que parce qu'elle était en opposition avec une manière de voir fortifiée par une longue habitude, et par de très-beaux travaux. C'était avoir fait un grand pas vers la connaissance de l'acide muriatique oxigéné, que d'avoir heurté les opinions reçues sur la nature de cet acide; car c'est ici le cas de dire,

qu'il est bien plus facile de trouver une vérité nouvelle, que de reconnaître une vieille erreur; et nous réclamons comme notre propriété, d'avoir les premiers découvert que l'acide muriatique oxigéné pouvait être considéré comme un corps simple. M. Davy, en adoptant la conclusion que nous avions tirée de nos expériences, n'a rien ajouté à son degré de certitude; mais nous devons avouer qu'il lui a donné des développemens, et que par l'influence de son grand talent, il a beaucoup contribué à la propager. Je dois observer cependant que M. Dulong et M. Ampère l'avaient adoptée long-temps avant M. Davy, et que moi-même, je l'avais toujours présentée comme la plus probable dans les cours de chimie que j'ai faits à l'École polytechnique. Aujourd'hui la découverte de l'iode paraît avoir fixé l'opinion des chimistes français sur la nature de l'acide muriatique oxigéné, et je m'abstiendrai de toute discussion à cet égard.

En admettant donc que l'acide muriatique oxigéné est un corps simple, il devient d'abord nécessaire de porter une modification dans les proportions des muriates; mais comme elle ne découle pas immédiatement de la supposition que l'acide muriatique oxigéné est un corps simple, il s'agit de la justifier. On conçoit, en effet, qu'en admettant qu'un muriate est la combinaison de l'acide muriatique avec un oxide, il serait possible que l'hydrogène de l'acide et l'oxigène de l'oxide ne formassent point d'eau, et qu'ils restassent dans le sel. J'ai exposé successivement de la baryte, de la strontiane, de la chaux, et de l'oxide de zinc, à l'action du gaz hydrochlorique sec dans un tube de verre, à une température peu éloignée du rouge obscur, et j'ai obtenu constamment beaucoup d'eau. Pour vérifier le même fait sur la po-

tasse, j'ai mis environ un gramme de potassium dans un creuset de platine, je l'ai fait fondre, et je l'ai plongé dans un ballon rempli de gaz hydrochlorique. Lorsque la combinaison m'a paru complète, j'ai pesé exactement le creuset, et j'ai versé de l'eau sur le sel; ce qui n'a produit aucune effervescence : le sel, ayant été desséché à une température peu élevée, n'avait nullement augmenté de poids, et, après avoir été fondu, il n'avait également rien perdu. On doit donc admettre, comme un fait certain, que les muriates se changent tous en chlorures métalliques lorsqu'on les fond, ou seulement qu'on les dessèche, et, pour quelques-uns, lorsqu'on les fait cristalliser. On peut supposer, comme nous l'avons fait pour les iodures, que les chlorures se dissolvent dans l'eau sans la décomposer, et que, lorsqu'on unit l'acide hydrochlorique avec un oxide, l'hydrogène de l'acide et l'oxigène de l'oxide forment de l'eau (1). Quoi qu'il en soit, il n'existe que des chlorures à une température rouge, et c'est de ces composés qu'il devient nécessaire de déterminer les proportions.

J'ai trouvé (Mém. d'Arcueil, II, pag. 168) que 100 parties d'argent en prennent 7.6 d'oxigène : M. Berzelius, au lieu de ce nombre, donne 7.44. Quoiqu'il soit difficile de dire lequel des deux est le plus exact, j'adopterai le dernier, et j'admettrai de plus, avec M. Berzelius, en prenant la moyenne de ses résultats, que 100 parties d'acide muriatique sans eau se combinent avec 424.92 d'oxide d'argent (2). Or, ces 424.92 d'oxide sont composées de 395.50 d'argent et 29.42 d'oxigène;

(1) *Voy.* la note A.

(2) J'avais trouvé, même endroit, 418.2.

et, puisque dans le muriate l'argent est à l'état métallique, il faut, pour avoir le poids du chlore, ajouter celui de l'oxigène au poids de l'acide qu'on supposait combiné avec l'oxide : par conséquent, on aura, pour la composition du chlorure d'argent,

Chlore. .	100 + 29.42 =	129.42
Argent.....		395.50,

ou

Chlore.....	100.00
Argent.....	305.59.

Ainsi, étant données les proportions des muriates, il faut, pour obtenir celles des chlorures, ajouter à la quantité d'acide muriatique celle de l'oxigène que l'on supposait combiné avec la base.

D'après le rapport précédent, et les proportions du muriate de potasse trouvées par M. Berzelius, savoir,

Acide muriatique.....	36.566
Potasse.....	63.434,

le chlorure de potassium est composé de

Chlore.....	100.000
Potassium.....	111.310,

et la potasse de

Potassium.....	100.000
Oxigène.....	20.425.

J'ai adopté cette dernière proportion, qui ne diffère d'ailleurs que peu de celle que nous avions obtenue directement M. Thenard et moi.

On trouve encore, d'après les mêmes données, que le rapport de l'oxigène au chlore est de 10 à 43.99, ou, en nombres ronds, de 10 à 44 : il est donc à-peu-près trois fois et

demie plus grand que celui de l'oxigène à l'iode. Si, d'après les rapports de l'oxigène à l'iode et au chlore, on cherche quelle doit être la densité du chlore; en admettant celle de l'iode, 8.6195, que j'ai donnée précédemment, on trouve qu'elle est de 2.427, au lieu de 2.421, que l'on déduit de celle 1.247 du gaz hydrochlorique.

La grande analogie que j'ai reconnue entre l'iode et le chlore devait me porter naturellement à supposer que les sels connus sous le nom de muriates sur-oxigénés étaient analogues aux iodates, c'est-à-dire qu'ils devaient être des combinaisons d'alcali avec un acide formé par l'oxigène et le chlore.

Il m'a été facile de vérifier, dans cette hypothèse, que cet acide ne pouvait être le gaz obtenu par M. Davy, et auquel il a donné le nom d'*euchlorine*. (Annales de chimie, tome LXXIX, page 316.) En effet, les chimistes sont à-peu-près d'accord que 100 parties de muriate sur-oxigéné de potasse donnent, lorsqu'on les décompose par le feu, environ 38.88 d'oxigène, et qu'il reste 61.12 que l'on considérait comme du muriate neutre de potasse, et qui est du chlorure de potassium. D'après les proportions que j'en ai données, les 61.12 contiennent 28.924 de chlore et 32.196 de potassium : or cette quantité de potassium prendrait 6.576 d'oxigène pour se convertir en potasse, et il en resterait par conséquent 38.88 — 6.576, c'est-à-dire 32,304 pour les 28.924 de chlore Ainsi, l'acide que je suppose exister dans le muriate sur-oxigéné de potasse serait composé de

Chlore..... 100.00
Oxigène..... 111.68,

et l'oxigène serait au chlore dans une proportion cinq fois

plus grande que celle que j'ai déja donnée. Il est à remarquer que la proportion en poids du potassium dans le chlorure, l'iodure et le sulfure, est à-fort-peu-près la même que celle de l'oxigène dans les acides chlorique, iodique et sulfurique.

Maintenant, suivant M. Davy, le gaz euchlorine contient un volume de chlore et un demi-volume d'oxigène; et, en prenant 2.421 pour la densité du chlore, on trouve que le gaz euchlorine est composé en poids de

Chlore.....	100.00
Oxigène.....	22.79.

Ce dernier nombre, multiplié par 5, donne 113.95; et, quoiqu'il diffère de 111.68, on peut cependant en conclure que l'acide existant dans les muriates sur-oxigénés, et que j'appellerai dorénavant acide chlorique, contient cinq fois plus d'oxigène que le gaz euchlorine.

Si l'on dissout dans l'eau le chlorure de potassium, qui, comme nous l'avons vu, est composé de 100 de chlore et de 111.31 de potassium, et que l'on suppose que l'eau soit décomposée, on aura de l'hydrochlorate de potasse, en admettant que son oxigène se porte sur le potassium et son hydrogène sur le chlore; mais si l'on conçoit que l'oxigène se porte sur le chlore, on formera précisément le gaz euchlorine. Je regarde ce gaz, qui résulte de la combinaison de deux parties en volume de chlore et une d'oxigène, comme analogue au protoxide d'azote, qui contient deux volumes d'azote et un d'oxigène; et, d'après cela, je propose de le désigner par le nom d'oxide de chlore. On pourrait désigner de même, par les noms d'oxide de soufre et d'oxide d'iode, les

combinaisons du soufre et de l'iode avec l'oxigène dans les mêmes proportions en volume : la première donne le rapport en poids d'environ 10 d'oxigène à 20 de soufre, et la seconde celui de 10 à 156.21. Je regarde comme très-probable qu'il existe des acides chloreux et iodeux analogues aux acides sulfureux et nitreux, et qui doivent être composés d'un volume de chlore ou de vapeur d'iode, et de 1.5 d'oxigène.

Il me paraît démontré, d'après les rapports de l'oxigène au chlore dans l'oxide de chlore, que cet oxide n'existe pas dans les muriates sur-oxigénés. M. Davy a cependant une autre opinion ; car il dit (Annales de chimie, tome LXXIX, page 324) que « l'euchlorine produit les phénomènes que « M. Chenevix, dans son savant Mémoire sur l'acide oximu- « riatique, attribue à l'acide muriatique hyperoxigéné ; » et plus bas, « qu'il est probablement combiné avec le peroxide « de potassium dans l'hyperoximuriate de potasse. » Mais je vais démontrer qu'il n'en est pas ainsi (1).

---

(1) Dans un Mémoire antérieur sur l'acide muriatique oxigéné (Annales de chimie, tom. LXXVI, pag. 132), M. Davy paraît douter de l'existence d'un acide dans les muriates sur-oxigénés ; voici en effet de quelle manière il s'exprime. « Si on médite avec attention sur les faits concernant le sur- « oximuriate de potasse, on doit le regarder comme n'étant autre chose « qu'un composé triple d'acide oximuriatique, de potassium et d'oxigène. « Nous n'avons aucun motif valable pour prononcer sur l'existence d'aucun « acide particulier dans ce corps, ou d'une portion considérable d'eau qui « y serait combinée. Il est peut-être plus conforme à l'analogie chimique « de supposer la grande quantité d'oxigène combinée avec le potassium, « dont nous connaissons la très-grande affinité pour l'oxigène, plutôt que « de considérer cette quantité d'oxigène comme en état de combinaison

On doit admettre, comme principe incontestable établi par M. Berthollet, qu'un acide mis dans une dissolution saline agit sur la base du sel, et qu'il sépare une portion de son acide. Ce principe a sur-tout lieu pour les acides très-forts que l'on met en concurrence avec des acides très-faibles. D'un autre côté, il faut se rappeler que la potasse sur-oxidée ne se combine point avec l'acide sulfurique, et qu'aussitôt qu'on met ces deux corps ensemble, il se dégage du gaz oxigène. Si donc le muriate sur-oxigéné de potasse résulte de la combinaison de l'euchlorine avec la potasse sur-oxidée, il doit nécessairement se dégager de l'oxigène lorsqu'on verse de l'acide sulfurique un peu étendu dans une dissolution de ce sel, parce qu'au moins une portion de l'euchlorine, qui est un oxide gazeux dont les propriétés acides, s'il en a, doivent être très-faibles, sera séparée par l'acide sulfurique, et que celui-ci ne peut dissoudre la potasse sur-oxidée. Or, il ne se dégage point d'oxigène, et, par conséquent, la potasse n'est pas sur-oxidée dans le muriate sur-oxigéné. D'ailleurs, si la potasse était sur-oxidée dans le muriate sur-oxigéné, il faudrait qu'elle contînt cinq fois plus d'oxigène qu'elle n'en contient ordinairement, et il faut avouer qu'il est bien difficile d'accorder une telle supposition. Le fait est que le potassium est au même degré d'oxidation dans le muriate sur-oxigéné que dans le sulfate, et je vais le démontrer en faisant connaître le véritable acide qui forme tous les sels fulminans du chlore.

« avec l'acide oximuriatique qui, autant qu'on a pu le reconnaître, n'a « point d'affinité pour cette substance; et, d'après quelques expériences, « je suis porté à croire que le potassium peut se combiner directement avec « plus d'oxigène qu'il n'en existe dans la potasse. »

D'après les considérations dont je viens de parler, j'ai pensé, puisque le sulfate de baryte est insoluble, et que la baryte n'est point sur-oxidée dans ce sel, qu'en mettant de l'acide sulfurique dans le muriate sur-oxigéné de baryte, il me serait facile de voir s'il se dégage de l'oxigène, et d'obtenir peut-être l'acide chlorique. J'ai donc préparé une certaine quantité de ce sel, en employant le procédé ingénieux donné par M. Chenevix, et je l'ai obtenu facilement en beaux prismes rhomboïdaux, et tout-à-fait exempt de muriate. Dans une dissolution étendue de ce sel, j'ai versé de l'acide sulfurique faible; et quoique n'ayant mis que quelques gouttes d'acide, qui étaient loin d'avoir saturé toute la baryte qui était dans la dissolution, le liquide est devenu très-sensiblement acide, et il ne s'est dégagé aucune bulle d'oxigène. En continuant à ajouter l'acide sulfurique avec précaution, je suis parvenu à avoir un liquide acide entièrement exempt d'acide sulfurique et de baryte, et ne précipitant point le nitrate d'argent : c'était l'acide chlorique en dissolution dans l'eau. Voici ses caractères :

Cet acide n'a pas sensiblement d'odeur; sa dissolution dans l'eau est parfaitement incolore; sa saveur est très-acide, et il rougit fortement le tournesol sans détruire sa couleur; il n'altère pas non plus la dissolution d'indigo dans l'acide sulfurique : la lumière ne le décompose pas; par une douce chaleur, on peut le concentrer sans qu'il se décompose et sans qu'il se volatilise. J'en ai gardé pendant long-temps à l'air, et je ne me suis point aperçu que sa quantité eût diminué sensiblement. Sa fluidité, quand il est concentré, est un peu oléagineuse. Exposé à la chaleur, une partie de cet acide se décompose et donne de l'oxigène et du chlore; l'autre se vo-

latilise sans changer de nature : l'acide hydrochlorique le décompose même à froid ; l'acide sulfureux et l'acide hydrosulfurique ont aussi la même propriété : au contraire, l'acide nitrique ne lui fait point éprouver d'altération. Je l'ai combiné avec l'ammoniaque, et j'ai obtenu un sel très-fulminant qui a été annoncé pour la première fois par M. Chenevix. Avec la potasse, j'ai reproduit le muriate sur-oxigéné avec tous ses caractères. Il ne précipite point le nitrate d'argent, ni aucune autre dissolution métallique ; il dissout promptement le zinc, en dégageant de l'hydrogène ; mais il m'a paru agir lentement sur le mercure (1). Cet acide ne pourra sans doute pas être obtenu à l'état gazeux : comme il renferme cinq fois plus d'oxigène que l'oxide de chlore, qui se décompose si facilement, on ne peut douter que ce ne soit l'eau qui tienne ses élémens réunis, comme on le voit pour l'acide nitrique et l'acide sulfurique. Sous ce rapport, l'eau joue le même rôle que les bases salifiables ; mais comme elle ne neutralise point les corps qu'elle tient en dissolution, à cause de l'équilibre parfait qui existe entre les propriétés acidifiantes de l'oxigène et les propriétés alcalifiantes de l'hydrogène, et que d'ailleurs ses affinités sont beaucoup plus faibles que celles des bases, elle ne sert que de lien aux élémens, et permet d'étudier les caractères des combinaisons qu'ils forment, comme si elles étaient indépendantes de sa présence.

Maintenant la théorie des chlorates ne présentera plus aucune difficulté : ce sont des sels formés par la combinaison

---

(1) Il est composé en volume de 1 de chlore, et de 2.5 d'oxigène, ou en poids de 100 de chlore et de 113.95 d'oxigène, en prenant 2.421 pour la densité du chlore.

de l'acide chlorique avec les bases, et qui sont entièrement analogues aux iodates. Néanmoins, il pourrait rester quelque obscurité sur les circonstances de leur formation, lorsqu'on sature avec le chlore une dissolution alcaline, et je vais essayer d'y répandre quelque jour. Je commencerai, pour cet objet, à déterminer théoriquement le rapport des quantités de chlorure de potassium et de chlorate de potasse qui se forment simultanément, et je chercherai s'il est d'accord avec celui que donne l'expérience.

J'ai déja remarqué que l'on peut retirer de 100 parties de chlorate de potasse 38.88 d'oxigène et 61.12 de chlorure de potassium, et que ce chlorure est composé de 28.924 de chlore, et de 32.196 de métal. De plus, comme j'ai démontré que le potassium est à l'état de potasse dans le chlorate, il faut sur les 38.88 d'oxigène, lui en attribuer 6.576, et il en restera 32.304 pour convertir les 28.924 de chlore en acide chlorique. Or, quelque hypothèse que l'on adopte sur l'existence des hydrochlorates, l'oxigène n'a pu être fourni au chlore que par la potasse ou par l'eau. Dans le premier cas, il se formera évidemment une quantité de chlorure de potassium proportionnelle à la quantité d'oxigène que la potasse aura fournie au chlore; et comme celui que l'on retire de la décomposition du chlorate est neutre, et qu'il est également proportionnel à l'oxigène que prendrait son potassium pour se changer en potasse, on voit que la quantité de chlorure de potassium qui se forme en même temps que le chlorate, sera à celle du chlorure que l'on retire de la décomposition de ce même chlorate, comme 32.304 est à 6.576; ou à-peu-près, comme 5 est à 1; et la quantité du chlorate sera à celle du chlorure qui se forme simultanément, comme 100 est

à 300.2. Dans le second cas, il se décomposera une quantité d'eau telle qu'il en résulte 32.304 d'oxigène pour le chlore, c'est-à-dire 36.59, et l'hydrogène correspondant formera avec le chlore de l'acide hydrochlorique qui saturera la potasse. On aura donc alors pour la proportion du chlorate à l'hydrochlorate, celle de 100 à 300.2 + 36.59, ou de 100 à 336.8 : il faut supposer que l'hydrochlorate reste en dissolution dans l'eau, car j'ai démontré qu'aussitôt qu'on lui enlève l'eau, même par une très-douce évaporation, il se change en chlorure de potassium.

La proportion de 100 de chlorate à 300.2 de chlorure que je viens de déterminer, est très-différente de celle que l'on a trouvée par l'expérience. M. Chenevix, dans son Mémoire sur l'acide muriatique oxigéné (Phil. trans., tom. XCII, pag. 132) trouve qu'il se forme 16 parties de chlorate contre 84 de chlorure : en corrigeant ce rapport d'après les données dont il est parti et les résultats que j'ai établis précédemment, je trouve celui de 14.4 de chlorate à 85.6 de chlorure, ou de 100 à 595.4. M. Berthollet dit avoir obtenu une proportion encore un peu plus faible (Stat. chim., tom. II, pag. 198). Si ces proportions étaient peu éloignées d'être exactes, il faudrait qu'on n'eût pas tenu compte de toutes les circonstances qui accompagnent la formation du chlorate et du chlorure ; car autrement quelque hypothèse qu'on adopte, les proportions du chlorate au chlorure et à l'hydrochlorate ne pourraient être différentes de celles que je viens d'établir, en admettant comme exactes les données d'où je suis parti : c'est pour les vérifier que j'ai fait les expériences suivantes.

J'ai fait passer du chlore dans une dissolution de potasse

un peu concentrée, jusqu'à ce qu'il refusât de s'y dissoudre (1). La liqueur était verdâtre, et avait une forte odeur de chlore que je lui ai fait perdre en la chauffant; j'ai remarqué qu'il s'est dégagé pendant cette opération un peu d'oxigène, et que la dissolution est devenue alcaline. L'ayant évaporée à siccité, j'ai mis une certaine quantité de la masse saline qui est restée, dans une très-petite cornue de verre, au bec de laquelle était adapté un tube recourbé en siphon, s'élevant jusqu'à la partie supérieure de la cloche où devait se rendre le gaz oxigène, et j'ai chauffé graduellement la cornue presque jusqu'au rouge. Lorsqu'il ne s'est plus dégagé d'oxigène, et que l'appareil a eu repris la température qu'il avait avant l'expérience, j'ai ramené le niveau de l'eau de la cloche à celui de l'eau du bain, et j'ai retiré le tube qui avait conduit le gaz dans la cloche : par ce moyen, l'oxigène qui restait dans la cornue et le tube se trouvait remplacé sous la cloche par un volume égal d'air atmosphérique. On conçoit donc que connaissant le volume de l'oxigène dégagé, et le poids du chlorure restant dans la cornue, il était facile, en admettant de plus que 100 parties de chlorate contiennent 38.88 d'oxigène, de déterminer la quantité de chlorate de potasse mélangé primitivement avec le chlorure de potas-

(1) On a cru que la propriété qu'ont les chlorates de se décomposer facilement par le calorique, et de brûler la plupart des combustibles, dépendait de ce que le chlore conservait tout son calorique en se combinant avec la potasse, et on en donnait pour preuve que pendant la combinaison de ces deux corps, la température de la dissolution ne variait pas sensiblement. Cette assertion n'est pas exacte, car dans l'expérience dont je viens de parler, la température s'est élevée dans le commencement de la saturation de 18 à 80 degrés.

sium, et de calculer le rapport de l'un à l'autre. C'est ainsi que j'ai trouvé qu'à 100 parties de chlorate en correspondent 356.5 de chlorure. En saturant de chlore une dissolution de potasse plus concentrée que la précédente, la proportion du chlorate au chlorure a encore été sensiblement la même; mais lorsque la potasse a été dissoute dans environ trente fois son poids d'eau, le rapport du chlorate au chlorure a été de 100 à 512. Il résulte donc de ces expériences, que plus la potasse est concentrée, plus on obtient de chlorate relativement au chlorure; mais que cependant leur rapport diffère toujours de celui de 1 à 3 que donne le calcul. Comme j'ai remarqué que la dissolution de potasse, quoique sur-saturée de chlore, était alcaline quand on en avait dégagé l'excès de chlore par la chaleur, j'ai déterminé la quantité d'alcali en excès en la saturant avec de l'acide hydrochlorique, dont la force m'était connue, et j'ai ainsi réduit le rapport de 100 de chlorate à 356.5 de chlorure, à celui de 100 à 349; j'observe de plus qu'il se dégage de l'oxigène, lorsqu'on fait chauffer la dissolution de potasse saturée de chlore, et même pendant la saturation de la potasse, d'après l'observation de M. Berthollet; mais, comme je n'en ai pas déterminé la quantité, je ne puis affirmer quelle serait la modification qu'il introduirait dans le rapport. Cependant, comme il est évident qu'en décomposant par le feu la masse saline provenant de la saturation de la potasse par le chlore, on doit obtenir une quantité d'oxigène égale à celle contenue dans cet alcali, et qu'il se forme de l'acide chlorique ou tout autre composé de chlore et d'oxigène; on ne peut attribuer à d'autres causes qu'à celles dont je viens de parler, la différence qu'il y a entre la quantité d'oxigène

que j'aurais dû obtenir, et celle que m'a donnée l'expérience.

L'action du chlore sur les oxides est entièrement analogue à celle de l'iode, et l'acide chlorique se produit à-peu-près dans les mêmes circonstances que l'acide iodique. Ainsi on obtient avec le chlore et le peroxide de mercure du chlorure et du chlorate, de la même manière qu'avec l'iode et ce peroxide on forme de l'iodure et de l'iodate de mercure. Ces divers objets exigent de nouvelles recherches, et il est à desirer qu'ils fixent l'attention des chimistes.

Le chlorure d'azote, d'après son analogie avec l'iodure, devrait être composé de 3 parties de chlore et de 1 d'azote; mais M. Davy, au lieu de ce rapport, a trouvé celui de 4 à 1. En voyant l'azote former avec le chlore et l'iode des composés très-fulminans, on peut se demander si l'or et l'argent fulminans, et même le mercure, ne sont point des combinaisons binaires d'azote et de métal. Cela paraîtrait d'autant plus vraisemblable que l'or, l'argent et le mercure ayant très-peu d'affinité pour l'oxigène, semblent par cette propriété se rapprocher du chlore et de l'iode.

D'après les analogies que j'ai établies dans ce Mémoire, on aura pu se convaincre que l'oxigène, le chlore et l'iode ne forment point un groupe isolé, auquel appartiendrait exclusivement la propriété acidifiante. On a vu qu'elle appartient aussi au soufre et à l'azote; on peut dire qu'elle appartient encore à un grand nombre d'autres corps. Néanmoins l'oxigène pourra être toujours considéré comme la principale substance acidifiante, tant par l'énergie de cette propriété et par les nombreux acides qu'il forme, que parce que nous ne pouvons employer comme dissolvans que des liquides, qui

contenant de l'oxigène ou de l'hydrogène, peuvent changer la nature des composés qu'ils dissolvent. Quoique le chlore ne dégage pas l'oxigène de toutes ses combinaisons, il me paraît devoir être placé avant lui pour l'énergie de ses propriétés; mais le fluor qu'on n'a pu cependant obtenir encore isolé serait sans doute placé avant le chlore, parce qu'il dégage l'oxigène de toutes ses combinaisons. C'est à M. Ampère que l'on doit la première idée que l'acide fluorique est analogue à l'acide hydrochlorique, c'est-à-dire, qu'il est composé d'hydrogène et d'un corps particulier analogue au chlore, qu'il avait proposé de nommer fluorine. M. Davy, auquel il avait fait part de la théorie qu'il avait conçue, ne l'adopta et ne chercha à la vérifier que long-temps après, lorsque M. Ampère eut répondu aux objections qu'il lui avait adressées.

Note historique sur la découverte de l'iode.

Il y avait près de deux ans, que M. Courtois avait fait la découverte de l'iode, lorsque M. Clément l'annonça à l'Institut, le 29 novembre 1813. M. Courtois avait observé plusieurs de ses propriétés, et particulièrement celle qu'il a de former une poudre très-fulminante, lorsqu'on le traite par l'ammoniaque. Il s'était proposé d'en faire connaître tous les caractères; mais détourné des travaux de laboratoire par les soins qu'exigeait une fabrication très-active de salpêtre, et de plusieurs autres produits, il engagea M. Clément à continuer ses recherches. M. Clément, par des motifs semblables, ne put y consacrer que quelques momens : néanmoins il obtint un grand nombre de résultats, comme on le voit par la note qui est imprimée (Annal. de chim., tom. LXXXVIII, pag, 304). Il découvrit qu'en mettant l'iode avec

le phosphore, on obtenait une acide gazeux, mais il conclut de ses expériences que ce gaz était composé de $\frac{1}{4}$ d'acide muriatique environ, et de $\frac{3}{4}$ d'iode (1). M. Clément était encore occupé de ses recherches, lorsque M. Davy vint à Paris, et il crut ne pouvoir mieux accueillir un savant aussi distingué qu'en lui montrant la nouvelle substance qu'il n'avait encore montrée qu'à MM. Chaptal et Ampère. Je rapporte ces circonstances pour répondre à l'étrange assertion que l'on trouve dans le journal de MM. Nicholson et Tilloch, n° 189, pag. 69 : « Il paraît que l'iode a été découvert « depuis environ deux ans ; mais tel est l'état déplorable de « ceux qui cultivent les sciences en France, qu'on n'en avait « rien publié jusqu'à l'arrivée de notre philosophe anglais « dans ce pays. (2). » C'est de M. Davy dont on parle. Peu de temps après avoir montré l'iode à M. Davy, et lui avoir communiqué le résultat de ses recherches, M. Clément lut sa note à l'Institut, et la termina en annonçant que j'allais les continuer. Le 6 décembre, je lus en effet à l'Institut, une note qui fut imprimée dans le moniteur du 12 décembre, et qui l'a été ensuite dans les Annales de chimie, tome LXXXVIII, page 311. Je ne rappellerai pas ici que les résultats qu'elle renferme ont déterminé la nature de l'iode, et que j'y ai établi que cette substance est un corps simple analogue au chlore : personne n'a contesté jusqu'à-présent que je n'aie fait connaître le premier la nature de l'iode, et

(1) Moniteur du 2 décembre 1813.

(2) It appears that this gaz (l'iode) was discovered above two years ago; but snch is the deplorable state of scientific men in France, that no account of it was published till the arrival of our english philosopher there.

il est certain que M. Davy n'a publié ses résultats que plus de huit jours après avoir connu les miens (Annal. de chim., tom LXXXVIII, pag. 322.)

Note A.

Lorsqu'on fait agir ensemble l'iode, un oxide alcalin, et l'eau, il se forme en général un iodate et un hydriodate, ou, si l'on veut, un iodure. L'oxigène qui acidifie l'iode peut lui être fourni, ou par l'oxide alcalin ou par l'eau, et il s'agit d'examiner par lequel de ces deux corps il est le plus vraisemblablement fourni. Quand on emploie la potasse, on peut admettre que c'est elle qui fournit l'oxigène à l'iode; car, celui-ci dégageant l'oxigène de la potasse à une température rouge, on peut concevoir que la même chose arrive à une température ordinaire au moyen de l'eau, sur-tout si l'on considère qu'ici il se forme deux produits, de l'iodate et de l'iodure, et qu'il y a par conséquent deux forces qui tendent à décomposer une portion de la potasse. On peut en dire autant de la soude, dont l'iode sépare aussi l'oxigène à une température rouge, et de tous les oxides dans lesquels l'oxigène est très-faiblement condensé; mais en est-il nécessairement ainsi de tous les autres oxides? L'iode ne dégage point l'oxigène de la baryte, de la strontiane, de la chaux, et de la magnésie, même à une température très-élevée, et cette circonstance en rendant plus difficile à concevoir la décomposition d'une partie de ces alcalis, au moyen de l'eau, quoiqu'il y ait alors le concours de deux affinités, rend très-vraisemblable l'existence d'une limite au-delà de laquelle les affinités réunies de l'iode pour le métal et de l'acide iodique pour l'oxide métallique, ne pourraient pas l'emporter sur l'affinité

du métal pour l'oxigène : dans ce cas, l'eau pourrait être décomposée, et je ne doute pas qu'elle ne le soit effectivement. Dans la supposition qu'il n'existe que des iodures en dissolution dans l'eau, et non des hydriodates, c'est une conséquence nécessaire que l'oxigène soit fourni à l'iode par l'oxide métallique; mais s'il existe des hydriodates, alors l'oxigène serait fourni par l'eau dans tous les cas où ils se formeraient. La question se réduit donc maintenant à savoir s'il existe des hydriodates, et nous allons l'examiner; mais, comme elle est la même pour les hydrochlorates qui sont mieux connus, nous porterons plus particulièrement notre attention sur ces derniers.

On peut alléguer d'abord contre l'existence des hydrochlorates, qu'il faut admettre qu'en évaporant l'eau dans laquelle ils sont dissous, ils se changent en chlorures, et qu'en redissolvant ceux-ci on reproduit les hydrochlorates.

Il est très-vrai que l'acte de la cristallisation suffit pour faire passer les hydrochlorates de potasse, de soude et de baryte à l'état de chlorures; mais il ne suffit pas pour les hydrochlorates de chaux et de magnésie. Il faut une température élevée pour dépouiller le premier de toute son eau; et comment affirmer qu'une partie de cette eau n'est pas le résultat de la réunion de l'oxigène et de l'hydrogène, qui constituaient l'hydrochlorate? Celui de magnésie demande également une température élevée pour être décomposé, et le chlore trouve encore assez d'hydrogène pour se changer en acide hydrochlorique.

Voilà donc un cas non équivoque dans lequel l'acide hydrochlorique, et on peut ajouter, l'acide hydriodique, ne peuvent réduire la magnésie, quoique dans les circonstances

les plus favorables à leur action. Or, si on ne peut nier l'existence de l'hydrochlorate et de l'hydriodate de magnésie, à quel caractère certain reconnaîtra-t-on que ceux de chaux ne peuvent exister à une température ordinaire?

Quand on mêle une dissolution de chlorure de calcium avec du sous-carbonate d'ammoniaque, il faut bien que le chlore passe à l'état d'acide hydrochlorique pour se combiner avec l'ammoniaque; et si l'on peut admettre que l'eau se décompose au moment de la précipitation, pour fournir de l'hydrogène au chlore et de l'oxigène au calcium, rien ne s'opposera alors à ce qu'on admette que l'acte de la cristallisation suffit pour convertir un hydrochlorate en chlorure, et que réciproquement, la dissolution du chlorure dans l'eau suffit pour le convertir en hydrochlorate; car c'est la différence de solubilité du sous-carbonate de chaux et de l'hydrochlorate d'ammoniaque qui détermine le double échange des bases et des acides, et ce n'est par conséquent qu'en vertu de cette différence de solubilité que l'eau est décomposée. Si l'on fait un mélange de craie et de muriate d'ammoniaque, on reproduit, en le chauffant, du sous-carbonate d'ammoniaque et du chlorure de calcium. Ainsi, en refusant d'admettre que le chlorure de calcium se change en hydrochlorate en se dissolvant dans l'eau, il faut que l'on convienne que les élémens de l'eau peuvent se séparer ou se réunir par une variation de température peu considérable. Ce que je viens de dire de l'hydrochlorate de chaux s'applique à la plupart des autres hydrochlorates et des hydriodates, et je pourrais citer encore d'autres faits analogues; mais je demande seulement que l'on m'accorde que l'eau, dans certaines circonstances, peut se décomposer et se recomposer par les

mêmes forces qui déterminent les doubles décompositions des sels. Ces forces étant, en général, très-faibles, puisqu'une légère variation de température suffit pour faire varier les doubles décompositions, il deviendra évident que la dissolution dans l'eau, et la cristallisation, peuvent déterminer la décomposition de ce liquide, et sa recomposition; mais alors la raison que j'ai citée en faveur de l'existence des chlorures et des iodures, en dissolution dans l'eau, ne me paraît plus avoir la même force.

On pourrait observer, d'un autre côté, à l'appui de l'existence des chlorures en dissolution dans l'eau, que lorsqu'on les dissout il ne se produit qu'une faible variation de température, tandis que si l'eau se décomposait réellement, la variation serait très-grande.

La température qui se manifeste dans la dissolution d'un corps solide étant le résultat de deux causes opposées, il est difficile de distinguer la chaleur qui est due à la combinaison du solide avec le liquide, de celle qui est due au changement d'état du solide; mais indépendamment de cette considération, il faut remarquer que, parmi les chlorures, les uns produisent du froid en se dissolvant dans l'eau, et les autres de la chaleur; ainsi le chlorure de soude produit un abaissement d'environ deux degrés dans la température de l'eau, et celui de calcium une élévation de plus de soixante. De plus, s'il est démontré que les forces qui déterminent les doubles décompositions salines suffisent pour opérer la séparation des élémens de l'eau, et leur réunion dans les circonstances dont il s'agit, on doit admettre que l'état de condensation de l'hydrogène et de l'oxigène dans l'eau est peu différent de celui qu'ils éprouvent dans l'hydro-

chlorate, et dès-lors les variations de température, dues à la séparation ou à la réunion de ces deux élémens, doivent être peu sensibles. Au surplus, mon objet n'est pas de chercher à prouver qu'il n'existe que des hydrochlorates en dissolution dans l'eau; je crois au contraire que, suivant la nature de la substance avec laquelle le chlore est combiné, les chlorures peuvent se dissoudre dans l'eau sans la décomposer, ou se changer en hydrochlorates en la décomposant.

Pour acquérir encore quelque lumière à cet égard, j'ai supposé qu'en mêlant une dissolution de sulfate d'ammoniaque avec celle de chlorure de calcium ou de baryum, il devait se produire beaucoup de chaleur, si ces métaux n'étaient pas combinés avec l'oxigène; car, devant passer à l'état d'oxide pour se combiner avec l'acide sulfurique, la décomposition de l'eau aurait nécessairement lieu, et, son oxigène éprouvant alors une grande condensation en s'unissant au calcium ou au baryum, il devait y avoir un dégagement de chaleur très-sensible. En mêlant des dissolutions de chlorure de calcium et de sulfate d'ammoniaque, à-peu-près à volume égal, la température s'est à peine élevée de 0.3 degré, quoiqu'il se soit formé une telle quantité de sulfate de chaux que le mélange s'est pris en masse. La dissolution de chlorure de baryum, traitée de la même manière, a produit au contraire une élévation de température d'environ deux degrés. Ainsi, d'après ces faits, il semblerait que, dans la dissolution du chlorure de calcium, le métal est à l'état d'oxide, et que, dans celle du chlorure de baryum, le métal n'est point encore oxidé.

L'analogie à laquelle il ne faut pas se livrer trop aveuglément en chimie, mais que l'on ne doit pas négliger, lors-

qu'elle est fondée sur une série nombreuse de phénomènes, fournit encore, comme on va le voir, quelques probabilités en faveur de l'existence des hydrochlorates.

On ne peut douter, en effet, que le soufre et même le phosphore, ne se rapprochent beaucoup du chlore et de l'iode, et que par conséquent leurs combinaisons n'aient de l'analogie entre elles. Or, si l'on dissout dans l'eau le sulfure de potassium, on obtient une combinaison dont l'odeur annonce la présence de l'acide hydrosulfurique, et qui laisse dégager de cet acide par l'action d'une chaleur modérée. En dissolvant de même du phosphure de potassium, il se dégage du gaz hydrogène phosphuré. L'eau dans ces diverses circonstances est donc décomposée; dans le premier cas, c'est en vertu de l'affinité du potassium pour l'oxigène, et de celle du soufre pour l'hydrogène; et dans le second, c'est en vertu des mêmes forces réunies à l'affinité du phosphore pour l'oxigène, puisqu'il se forme en même temps de l'acide phosphoreux. De plus, j'ai déja fait remarquer que parmi les chlorures, les iodures et les sulfures, ce sont ceux dont l'un des élémens a le plus d'affinité pour l'oxigène, et l'autre pour l'hydrogène, qui sont solubles dans l'eau. Ainsi, d'après l'existence non équivoque de l'hydrochlorate et de l'hydriodate de magnésie; d'après les preuves que j'ai données, que l'eau en dissolvant un chlorure, ou en l'abandonnant, peut se décomposer ou se recomposer par les mêmes forces qui déterminent les doubles décompositions salines; d'après, enfin, les analogies que je viens de citer, je crois pouvoir admettre que la plupart des chlorures, des iodures et des sulfures en dissolution dans l'eau, ceux du moins dont les métaux ont une grande affinité pour l'oxigène, peuvent être

considérés comme des hydrochlorates, des hydriodates, et des hydrosulfates : je ne nie point cependant l'existence des chlorures, etc., en dissolution dans l'eau, et j'admets au contraire en principe que l'on doit avoir un hydrochlorate ou un chlorure dans la dissolution, selon que les forces qui agissent pour décomposer l'eau sont plus grandes ou plus petites que celles qui tendent à la maintenir.

Note B.

Sur l'acidité et sur l'alcalinité.

Toutes les combinaisons que forment les corps peuvent être divisés en deux groupes; dans l'un il y a neutralité parfaite, dans l'autre acidité ou alcalinité.

Non-seulement il peut y avoir neutralité dans toutes les combinaisons salines, mais encore dans une foule d'autres : ainsi, les éthers formés par la combinaison d'un acide avec l'alcool, les savons à base d'alcali et ceux à base d'acide, sont autant de composés dans lesquels les propriétés réciproques des composans disparaissent complétement. Dans les combinaisons acides ou alcalines, au contraire, les propriétés réciproques de l'un des composans se manifestent encore.

D'après l'idée de neutralité dérivée principalement des combinaisons salines, nous regardons, comme faisant fonction d'alcali, tout corps qui sature en totalité, ou en partie seulement, les propriétés acides, et comme faisant fonction d'acide, tout corps qui sature les propriétés alcalines. Nous regardons de plus l'état neutre comme résultant d'un cer-

tain rapport constant entre le corps qui jouit des propriétés acides et celui qui jouit des propriétés alcalines : en prenant tout autre rapport, le composé est acide ou alcalin ; mais dans tous les cas, l'acidité ou l'alcalinité, qui est en excès, est moindre qu'avant la combinaison, et on peut mesurer exactement cet excès par la quantité de la substance qu'il faut ajouter pour obtenir l'état neutre, comparativement avec la quantité totale de la même substance engagée dans la combinaison neutre. Appliquons ces considérations aux acides eux-mêmes et aux alcalis.

La neutralité, ou la saturation complète des propriétés acides par les propriétés alcalines, a lieu aussi bien entre deux corps simples qu'entre deux corps composés ; c'est même dans les premiers que l'acidité et l'alcalinité se montrent dans toute leur énergie. L'eau et l'oxide blanc d'arsenic sont des composés neutres, analogues sous ce rapport aux sels; et comme c'est l'oxigène qui jouit des propriétés acides, l'hydrogène et l'arsenic doivent jouir des propriétés alcalines. Lorsque l'oxigène sera combiné avec le métal en plus grande quantité qu'il n'entre dans l'oxide blanc, alors le composé sera acide. De même le protoxide d'azote doit être considéré comme un composé neutre; mais lorsque l'oxigène sera combiné avec l'azote en quantité trois fois ou cinq fois plus considérable, les propriétés acides de l'oxigène ne seront plus neutralisées par les propriétés alcalines de l'azote, et leur combinaison aura les caractères acides.

Puisque la plupart des oxides sont alcalins, quoique contenant de l'oxigène, les métaux dont les oxides ont cette

propriété doivent l'avoir à un degré beaucoup plus considérable. Il semblerait, d'après cela, que l'oxigène perd ou conserve son caractère dans les combinaisons, selon les proportions dans lesquelles il y entre, et nous allons examiner si ces proportions doivent être constantes ou variables pour produire cet effet. Nous comparerons les corps d'après leurs volumes à l'état élastique, et non d'après leurs quantités pondérales, qui ont beaucoup moins d'influence dans leurs combinaisons.

Dans l'eau, il entre deux volumes d'hydrogène et un d'oxigène : donc, à égalité de volume, l'oxigène est beaucoup plus acidifiant que l'hydrogène n'est alcalifiant. Dans le protoxide d'azote, il y a également deux volumes d'azote contre un d'oxigène, et on en conclurait encore que l'oxigène est plus acidifiant que l'azote n'est alcalifiant, et que des volumes égaux d'azote et d'hydrogène sont alcalifians au même degré, si toutefois l'on peut comparer exactement le protoxide d'azote à l'eau. L'oxide de carbone me paraît résulter de la combinaison de deux volumes de vapeur de carbone contre un de gaz oxigène, et si on pouvait le regarder avec le protoxide d'azote et l'eau, comme des combinaisons également neutres, on pourrait conclure que les propriétés acidifiantes du gaz oxigène sont neutralisées par une proportion double du corps avec lequel il se combine, et il serait très-remarquable que l'azote, l'hydrogène et le carbone eussent les propriétés alcalifiantes au même degré.

Dans l'acide carbonique, on peut supposer avec la plus grande vraisemblance que l'oxigène est combiné avec un volume égal de vapeur de carbone, et dans l'acide sulfureux

qu'il est combiné avec un volume égal de vapeur de soufre : mais, quoiqu'il y ait dans le gaz nitreux des volumes égaux d'oxigène et d'azote, ce gaz ne jouit pas des propriétés acides. Or, comme ces trois composés renferment les mêmes proportions en volume, et qu'il n'y a entre eux d'autre différence qu'en ce que dans les acides carbonique et sulfureux la condensation est de la moitié du volume total, tandis que dans le gaz nitreux elle est nulle, il semblerait que c'est à cause de cette circonstance que le gaz nitreux ne jouit point des propriétés acides, et que par conséquent la combinaison à volume égal de l'oxigène avec une certaine classe de corps, produirait constamment un acide, si la condensation de ses élémens était de la moitié de leur volume total.

L'acide nitreux est composé de 1 d'azote et de 1.5 d'oxigène, et l'acide nitrique de 1 d'azote et de 2.5 d'oxigène, et cependant la propriété acidifiante de ces deux acides est la même; car ils saturent, sous des quantités égales d'azote, la même quantité de base alcaline. Il en est de même de l'acide sulfureux et de l'acide sulfurique, dont le dernier contient une fois et demie plus d'oxigène que le premier, et qui saturent tous deux la même quantité de base. L'acide iodique est composé comme l'acide nitrique d'une partie en volume de vapeur d'iode, et de deux et demie d'oxigène, et l'acide chlorique résulte aussi de la combinaison d'une partie de chlore avec deux et demie d'oxigène.

Ce qu'il y a maintenant de très-remarquable, c'est de voir des acides très-différens, soit par la nature particulière de leur radical, soit par la quantité d'oxigène qu'ils renferment

saturer tous la même quantité d'alcali, sous le même volume gazeux de leur radical : en voici le tableau.

Acide chlorique.....	Radical..... 1 Oxigène..... 2.5	sature 2	de gaz ammoniacal.
Acide iodique.....	Radical..... 1 Oxigène..... 2.5	 2	
Acide nitrique.....	Azote..... 1 Oxigène..... 2.5	 2	
Acide nitreux.....	Azote..... 1 Oxigène..... 1.5	 2	
Acide sulfurique.....	Vapeur de soufre. 1 Oxigène..... 1.5	 2	
Acide sulfureux.....	Vapeur de soufre. 1 Oxigène..... 1	 2	
Acide hydriodique...	Vapeur d'iode... 1 Hydrogène..... 1	2	
Acide hydrochlorique.	Chlore..... 1 Hydrogène..... 1	 2	

Il me parait également très-probable que l'acide hydrosulfurique se comporterait de la même manière.

En voyant des acides aussi différens saturer tous la même quantité de base, eu égard au même volume de leur radical, ne doit-on pas être porté à tirer cette conséquence, que la propriété saturante d'un acide dépend principalement de son radical, puisqu'il n'y a que le rapport de ce radical avec la base alcaline qui reste constant ?

Et en effet, si on ne peut douter que l'oxigène, le chlore et l'iode n'aient des propriétés acidifiantes très-énergiques, comment se fait-il que l'acide chlorique et l'acide iodique ne saturent pas plus que les acides nitrique, nitreux, etc. ? On

pourra répondre que la manière dont je mesure ici l'acidité n'est pas exacte, et qu'il y a une grande différence entre la propriété qu'a un acide de neutraliser une plus ou moins grande quantité de base, et l'énergie de son acidité. Je l'accorde pour un instant, et je supposerai même que l'énergie acide d'un corps dérive de son énergie électrique; n'admet-on pas que l'énergie électrique d'un sel neutre est nulle ou presque nulle? et dans ce cas-là même ne faut-il pas que l'énergie électrique de l'acide soit détruite par l'énergie opposée de la base? S'il en était ainsi, il serait tout aussi remarquable de voir la même quantité de base dont l'énergie électrique est constante, neutraliser l'énergie d'acides très-différens, qui sans doute est variable. D'ailleurs, j'observerai que M. Berthollet a mis hors de doute, depuis long-temps, que l'insolubilité et l'élasticité soit des acides ou des bases, soit des combinaisons dans lesquelles ils entrent, sont les principales causes de leur déplacement mutuel, et que par conséquent les énergies électriques, quoique très-importantes à considérer, ne sont ici que secondaires.

Mais je hasarderai de dire que la neutralisation des acides et des alcalis, dans des rapports simples, et celle de leurs énergies électriques, lorsqu'ils forment des sels neutres, sont subordonnées à la propriété qu'ont tous les corps de se combiner dans des proportions définies; et je concevrais qu'alors ce que nous appelons *neutralité*, n'indique pas un degré uniforme pour toutes les combinaisons. En effet, un composé est neutre pour nous lorsqu'il refuse de prendre des molécules acides ou des molécules alcalines qu'on lui présente; mais si l'énergie du corps acide qui entre dans le composé ne correspondait pas exactement à l'énergie du

corps alcalin; qu'il fallût pour saturer l'excès de l'une ou de l'autre, ajouter une quantité d'acide ou d'alcali qui fût hors des proportions définies dans lesquelles le corps acide et le corps alcalin peuvent se combiner, la combinaison de la portion ajoutée ne serait pas possible, et par conséquent la saturation de l'acidité ou de l'alcalinité ne pourrait être complète, quoique les réactifs indiquassent le contraire. De telles combinaisons devraient conserver une certaine énergie d'affinité, qui serait peut-être la cause de la formation des sels triples, et ces sels devraient plus approcher de la neutralité parfaite, que ceux avec lesquels ils sont formés. On observe, en effet, que la solubilité des sels triples est en général moindre que celle des sels composans, et il est naturel de penser que, toutes choses égales d'ailleurs, une combinaison saline doit être d'autant moins soluble qu'elle approche plus de la neutralité parfaite.

D'après ce que nous venons de dire, on voit que l'oxigène imprime en général à un corps un caractère neutre, acide ou alcalin, suivant les proportions dans lesquelles il se combine avec lui; mais que la condensation de volume qu'éprouvent l'un et l'autre, a sans doute, indépendamment des proportions, une grande influence dans la détermination du caractère du composé qu'ils forment. Ainsi la combinaison de deux parties en volume d'hydrogène, d'azote ou de carbone avec une d'oxigène, et une condensation du tiers du volume total, déterminent le caractère neutre: la combinaison d'une partie en volume de carbone ou de soufre avec une d'oxigène, et une condensation de la moitié du volume total, déterminent déja le caractère acide; mais si la condensation est nulle, comme dans le gaz nitreux, le composé n'est ni acide,

ni alcalin, quoiqu'il contienne des volumes égaux d'azote et d'oxigène, et il semble en résulter que la neutralité entre deux corps peut être obtenue de plusieurs manières, en faisant varier leur proportion et leur condensation de volume. Lorsque la proportion de l'oxigène est au-dessus de la moitié du volume total, il devrait, à plus forte raison, y avoir acidité ; néanmoins en comparant l'acide sulfureux à l'acide sulfurique, l'acide nitreux à l'acide nitrique, l'acide phosphoreux à l'acide phosphorique, on remarque que l'acidité est la même pour chaque couple d'acides, quoiqu'ils contiennent des quantités différentes d'oxigène. Je regarde comme très-vraisemblable que l'oxigène qui s'ajoute à l'acide sulfureux pour le convertir en acide sulfurique, ne change pas son volume, et qu'on a toujours le même nombre de molécules composées qui se combinent avec la même quantité de molécules alcalines. Cette manière de voir expliquerait la permanence de neutralité dans les sels dont l'acide peut se combiner avec une nouvelle quantité d'oxigène, et elle ferait dépendre, en général, la détermination du caractère neutre, acide ou alcalin, et du nombre des molécules hétérogènes qui se combinent, et de leur arrangement. Elle expliquerait aussi pourquoi un oxide sature d'autant plus d'acide qu'il contient plus d'oxigène ; car il suffirait d'admettre que le nombre des molécules de l'oxide augmente, en recevant une nouvelle quantité d'oxigène, dans le même rapport que le nombre des molécules acides qu'il saturait primitivement a augmenté (1). On concevrait encore pourquoi deux corps,

(1) Il est très-remarquable que dans les acides, la propriété saturante paraît dépendre seulement de leur radical, et que dans les oxides, elle dépend au contraire de l'oxigène qu'ils renferment.

comme le chlore et l'oxigène, qui ont des caractères acides si prononcés, forment, en se combinant dans la proportion de 1 à 2.5, un acide qui ne sature pas plus que l'acide hydrochlorique, qui est composé de parties égales de chlore et d'hydrogène, quoique d'ailleurs le caractère de ce dernier soit bien plutôt alcalin qu'acide. On concevrait de même pourquoi les corps gras et l'alcool saturent les acides à la manière des alcalis, et pourquoi ces mêmes corps gras saturent les alcalis à la manière des acides. Enfin, on concevrait la possibilité de former des composés neutres avec des corps qui ont le même caractère acide ou alcalin, et on admettrait sans peine que l'oxide de chlore ou l'*euchlorine*, quoique résultant de la combinaison de deux corps éminemment acidifians, pourrait cependant être neutre.

La neutralité, comme je l'ai déja observé, a lieu tout aussi-bien entre deux corps simples de caractères opposés qu'entre un acide et un alcali; on pourrait même dire mieux, car dans les oxides métalliques, par exemple, l'alcalinité dont ils jouissent est le résultat de deux propriétés opposées, la propriété alcalifiante du métal, et la propriété acidifiante de l'oxigène, modifiées l'une et l'autre par la combinaison et par les proportions. On a des moyens faciles pour reconnaître l'état neutre, acide ou alcalin de quelques combinaisons; mais ces moyens ne s'appliquant point à toutes, je vais essayer d'en indiquer un nouveau.

Si l'on décompose le nitrate d'ammoniaque par le feu, on obtient deux produits; de l'eau qui est neutre, et du protoxide d'azote qui doit l'être aussi : je dis qui doit l'être, 1° parce qu'il n'a aucun caractère acide ou alcalin, et 2° parce

qu'il est formé d'une manière analogue à l'eau, c'est-à-dire de deux volumes d'azote et d'un d'oxigène.

Le chlorure, l'iodure et le sulfure de potassium donnent des composés neutres quand ils sont en dissolution dans l'eau; si la neutralité n'existait pas entre leurs élémens, il n'y a pas de doute qu'elle n'existerait pas non plus dans la dissolution. Si, par exemple, il y avait excès de potassium, il se dégagerait de l'hydrogène; si le chlore, l'iode ou le soufre étaient au contraire en excès, leurs propriétés se feraient reconnaître aisément. Or, l'hydrochlorate de potasse neutre se changeant en chlorure neutre de potassium, parce qu'il se forme de l'eau, on voit que lorsque deux des quatre élémens de ce sel neutre formeront un composé neutre, celui formé par les deux autres élémens le sera également. C'est ce fait que je crois pouvoir généraliser en disant que toutes les fois qu'un composé neutre sera conçu divisé en deux composés dont l'un sera neutre, l'autre le sera nécessairement. Par exemple, dans le sulfate neutre d'ammoniaque, tout l'oxigène de l'acide et tout l'hydrogène de l'ammoniaque formant de l'eau qui est neutre, le soufre et l'azote qui restent, et qui sont dans la proportion de 20 à 17.4, formeraient un sulfure d'azote qui devrait l'être aussi, et qui serait composé de volumes égaux de soufre et d'azote.

En décomposant le chlorate neutre de potasse ou l'iodate par le feu, on obtient du chlorure de potassium et de l'iodure, l'un et l'autre parfaitement neutres: par conséquent, le potassium, en perdant son oxigène qui diminuait nécessairement son énergie alcaline, a autant gagné d'énergie alcaline que le chlore et l'iode ont gagné d'énergie acide en perdant une quantité cinq fois plus considérable d'oxigène : voilà

donc une nouvelle preuve que les propriétés acides d'un corps ne suivent point le rapport des quantités d'oxigène qui se combinent avec lui.

Un autre principe que je crois pouvoir admettre, est qu'un composé parfaitement neutre ne détruit point l'énergie acide ou alcaline d'un autre composé avec lequel on le combine : on le démontre en faisant voir que lorsqu'on mêle des composés parfaitement neutres, leur mélange reste également neutre. D'après ce principe, l'eau dans laquelle on met un acide ou un alcali doit rester toujours acide ou alcaline, quelle que soit sa proportion. Ce liquide, considéré comme un dissolvant, présente donc cette circonstance remarquable, qu'il vainc la cohésion ou l'élasticité des corps avec lesquels on le combine, sans détruire leurs propriétés caractéristiques, ce qui permet souvent d'observer ces propriétés mieux que sur les corps eux-mêmes.

A l'état neutre, les propriétés acides ou alcalines étant en général saturées, on conçoit qu'un corps neutre doit avoir moins de tendance à se combiner avec des acides ou avec des alcalis que ceux qui ne le sont pas, et on peut expliquer aisément pourquoi, toutes choses égales d'ailleurs, l'affinité d'un oxide pour les acides diminue à mesure qu'il se combine avec une proportion plus forte d'oxigène : il approche par-là de plus en plus de la neutralité, et il peut même la dépasser, et prendre les caractères acides, comme cela arrive pour les peroxides d'étain et d'antimoine.

J'ai supposé, dans ce que je viens de dire, que l'oxigène communiquait les propriétés acidifiantes aux autres corps, et je pouvais faire d'autant mieux cette supposition que quoique M. Davy pense que les chlorates et les iodates ne ren-

ferment point d'acide, et qu'ils sont des composés triples d'un métal et de l'oxigène avec le chlore ou avec l'iode, j'ai démontré que ce sont de véritables sels analogues aux sulfates et aux nitrates, et qu'on peut obtenir isolément les acides chlorique et iodique. Je ne refuse cependant pas au chlore et à l'iode la propriété acidifiante; je vais même plus loin, et je l'accorde au soufre qui, suivant moi, en jouit à un haut degré, au phosphore, au carbone, et à plusieurs autres corps. Un acide n'est depuis long-temps pour moi, en considérant ce mot dans sa plus grande généralité, qu'un corps, renfermant de l'oxigène ou non, qui neutralise l'alcalinité, et un alcali n'est également qu'un corps quelconque qui neutralise l'acidité. Ainsi dans les savons, l'huile fait fonction d'acide, puisqu'elle sature les alcalis, et dans certains éthers, l'alcool fait fonction d'alcali, puisqu'il sature les acides. D'après ces faits, et une foule d'autres connus depuis long-temps; d'après sur-tout la connaissance des élémens de l'acide hydrosulfurique et de l'ammoniaque, et les observations de M. Berthollet sur l'acide prussique, on n'a pu se refuser d'admettre qu'un corps peut être acide ou alcalin sans renfermer d'oxigène, et que, par conséquent, l'acidité et l'alcalinité peuvent être communiquées par d'autres corps que l'oxigène. Ces observations, en généralisant l'idée qu'on s'était formée des acides et des alcalis, ont rendu très-imparfaite la définition qu'on en donne; parce que l'acidité et l'alcalinité sont deux propriétés correlatives, et que l'une ne peut être définie sans le secours de l'autre. La difficulté de tracer la limite entre les acides et les alcalis augmente encore si l'on observe qu'un même corps fait tantôt les fonctions d'un acide, et tantôt les fonctions d'un alcali, et on ne peut

la diminuer, même en ayant recours à la belle loi découverte par M. Berzelius, que l'oxigène et les acides vont au pôle positif de la pile, et l'hydrogène, les alcalis et les bases inflammables, au pôle négatif. On ne peut, en effet, donner en général le nom d'acide à tous les corps qui vont au premier de ces pôles, et celui d'alcali à tous ceux qui vont au second; et, si l'on voulait définir les acides en faisant entrer en considération la nature de leur énergie électrique, on verrait qu'il serait nécessaire de la comparer à l'énergie électrique qui lui est opposée. Ainsi on est toujours réduit à définir l'acidité par la propriété qu'elle a de saturer l'alcalinité, parce que l'acidité et l'alcalinité sont deux propriétés correlatives et inséparables.

Quelle que soit la définition des acides à laquelle on s'arrête, il devient nécessaire d'en former plusieurs groupes, parce qu'ils ne tirent pas tous leur caractère acide du même corps. Nous avons d'abord :

1° Les acides proprement dits, dans lesquels on peut considérer l'oxigène comme étant le principe acidifiant, et qui ne renferment que deux élémens : tels sont les acides chlorique, iodique, sulfurique, sulfureux, nitrique, nitreux, phosphorique, phosphoreux, carbonique, arsenique, borique, et probablement un grand nombre d'oxides métalliques qui jouissent réellement des propriétés acides;

2° Les acides formés par l'hydrogène et un autre corps : ce groupe comprend les acides hydrochlorique, hydriodique, et hydrosulfurique. Il est probable que dans ces acides, le chlore, l'iode et le soufre sont les principes acidifians; mais comme l'hydrogène entre dans tous, j'ai cru qu'il était plus convenable d'en dériver leur nom générique, et de les dé-

signer par celui d'*hydracides*. C'est dans ce groupe qu'il me paraît qu'on doit ranger les composés nombreux formés par le carbone et l'hydrogène qui jouissent des propriétés acides : les élémens de quelques-uns de ces composés, et peut-être de tous, sont dans les mêmes proportions en volume que dans les acides précédens, et leurs molécules sont sans doute arrangées d'une manière analogue.

Parmi les acides végétaux, il y en a plusieurs qui tirent leur caractère acide de l'oxigène, parce que ce corps y est dominant : tel est l'acide oxalique ; mais les acides citrique, muqueux et acétique doivent probablement leurs propriétés acides au carbone qui y entre en très-grande proportion. On doit l'admettre sur-tout pour l'acide acétique, que l'on peut concevoir composé de parties égales en poids de carbone et d'eau, ou de trois parties en volume de vapeur de carbone, et de deux de vapeur d'eau (1). Je suis encore convaincu que l'acide benzoïque ne doit point non plus ses propriétés acides à l'oxigène, mais plutôt au carbone et à l'hydrogène, et je regarde la classification des substances végétales que nous avions établies, M. Thenard et moi, (Rech. physico-chimiques, II, 321), comme présentant des exceptions.

---

(1) Cette composition de l'acide acétique ne diffère pas sensiblement de celle de la matière ligneuse qui ne jouit en aucune manière des propriétés acides. Voilà donc deux corps composés de carbone, d'oxigène et d'hydrogène, en mêmes proportions, dont les propriétés sont éminemment différentes. C'est une nouvelle preuve que l'arrangement des molécules dans un composé a la plus grande influence sur le caractère neutre, acide ou alcalin de ce composé. Le sucre, la gomme et l'amidon conduisent encore à la même conclusion ; car ces substances, quoique composées d'élémens identiques et en même proportion, ont aussi des propriétés très-différentes.

L'acide prussique devra sans doute être placé dans un groupe particulier, quoique voisin de celui des *hydracides;* mais il serait prématuré de déterminer sa classification avant de connaître exactement sa nature.

Indépendamment de ces divers acides, le chlore, que l'on avait toujours regardé comme jouissant des propriétés acides quand on le considérait comme composé d'acide muriatique et d'oxigène, doit conserver ces mêmes propriétés, aujourd'hui qu'on le considère comme un corps simple. On peut en dire autant de l'iode et de plusieurs autres corps simples qui ont la propriété de se combiner avec les alcalis; néanmoins il me paraît plus convenable de continuer à les classer parmi les autres corps simples, et de réserver le nom d'acide aux substances acides composées; mais il devient nécessaire de former parmi ces corps autant de groupes qu'ils présentent de propriétés génériques différentes.

Quoique le chlore et l'iode jouissent des propriétés acidifiantes, et qu'ils puissent former des acides en se combinant avec d'autres corps, on ne doit pas encore, vu le petit nombre d'acides qu'ils forment, et dont l'existence n'est même pas suffisamment constatée, se presser de former de ces acides des groupes particuliers. On le doit d'autant moins qu'il y a des corps, par exemple le carbone, qui sont acidifiés par l'oxigène, et qui à leur tour en acidifient d'autres. D'ailleurs les considérations que j'ai présentées sur l'acidité montrant qu'elle n'est pas proportionnelle dans un corps acidifié à la quantité du principe acidifiant, et qu'elle est modifiée puissamment par l'arrangement des molécules, il est nécessaire d'attendre que l'expérience ait fourni de nouvelles lumières avant de prononcer sur ses véritables carac-

tères, et sur les circonstances qui la déterminent. On sait, à la vérité, que les acides et les corps acidifians ont une énergie électrique qui est négative par rapport à celle des alcalis et des corps alcalifians; mais cela ne suffit pas, et on est encore loin de pouvoir assigner, d'après les énergies électriques des composans, si le caractère de leur composé doit être neutre, acide ou alcalin. Ainsi l'argent ayant une très-faible affinité pour l'oxigène, il semblerait qu'il doit s'en rapprocher par la nature de son énergie électrique; et néanmoins l'oxide d'argent auquel j'ai reconnu une légère solubilité, est très-alcalin, car il neutralise complétement les acides, et l'azote qui paraît se rapprocher de l'oxigène, du chlore et de l'iode, forme une combinaison très-faible avec l'hydrogène, quoique celui-ci jouisse d'une très-grande énergie électrique positive. On est donc de plus en plus fondé à admettre que le caractère neutre acide ou alcalin d'un composé ne dépend pas uniquement du caractère de ses composans, mais aussi de leurs proportions et de leur condensation en volume, ou en d'autres termes, de l'arrangement de leurs molécules.

Additions.

J'ai dit, page 68, qu'en faisant passer de l'eau et de l'iode en vapeur dans un tube de porcelaine, à une température rouge, il ne se dégageait point d'oxigène, et que par conséquent l'iode ne décomposait pas l'eau. La même expérience, répétée depuis, une seconde fois, m'a donné le même résultat, c'est-à-dire que je n'ai point obtenu d'oxigène; néanmoins la conséquence que j'en avais tirée n'est pas exacte,

comme on va le voir. M. Ampère ayant exposé, pendant plusieurs mois, à l'action de la lumière solaire, une dissolution d'iode dans l'eau, a observé qu'elle s'était décolorée entièrement, et m'a prié d'examiner qu'elle pouvait être la cause de ce phénomène. Nous avons reconnu que l'eau contenait un mélange d'acide iodique et d'acide hydriodique en très-petite proportion; et, en effet, en y mettant quelques gouttes d'acide sulfurique ou d'une dissolution de chlore, l'eau se colorait en orangé-brun, et exhalait aussitôt l'odeur particulière à l'iode : l'acide sulfureux n'y produisait point cependant de coloration, mais l'acide hydrosulfurique la rendait laiteuse à cause du soufre qui se précipitait. Ces expériences démontrent évidemment la présence de l'acide hydriodique et de l'acide iodique dans la dissolution d'iode dont il s'agit, et d'ailleurs, nous l'avons imitée en mêlant ensemble des dissolutions très-étendues des deux acides : la seule conséquence qu'on puisse en tirer est que l'eau a été décomposée; son oxigène a formé avec l'iode de l'acide iodique, tandis que son hydrogène a produit, avec la même substance, de l'acide hydriodique; mais la quantité des deux acides qui peuvent exister ensemble en dissolution dans l'eau est subordonnée à cette condition, que lorsqu'ils ont un certain degré de concentration ils se décomposent mutuellement.

Comme on peut, en général, suppléer à l'action de la lumière solaire par une certaine élévation de température, j'ai fait passer de nouveau un mélange de vapeur d'iode et de vapeur d'eau dans un tube chauffé jusqu'au rouge, et j'ai examiné attentivement les produits : il ne s'est point dégagé de gaz, et l'eau qui s'est condensée avait la même intensité

de couleur que celle qui a été saturée d'iode à froid. Je l'ai fait chauffer pour essayer de la décolorer, et j'ai parfaitement réussi. Cette eau, qui était inodore, et qui n'avait aucune action sur le tournesol, de même que celle qu'avait obtenue M. Ampère, en avait aussi tous les caractères, et j'y ai reconnu aisément la présence des acides iodique et hydriodique. Comme, avant d'avoir été décolorée par la chaleur, elle avait entièrement l'apparence d'une dissolution d'iode faite à froid, j'ai soupçonné que l'une et l'autre pouvaient être identiques. Pour vérifier ce soupçon, j'ai chauffé légèrement la dissolution d'iode faite à froid pour la décolorer, effet que l'on peut également produire en l'exposant à l'air, et alors elle m'a présenté les mêmes caractères que la dissolution d'iode qui avait été décolorée par une longue exposition à la lumière, et que celle que j'avais obtenue en faisant passer l'eau et l'iode en vapeur dans un tube à une température rouge, et que j'avais décolorée en la faisant bouillir. Aucune de ces dissolutions n'a été colorée par l'acide sulfureux, mais toutes l'ont été par le chlore; ce qui provient, d'une part, de ce que l'acide hydriodique et l'acide iodique y existent en très-petite quantité; et, de l'autre, de ce que dans le premier acide, il y a cinq fois plus d'iode que dans le second. Je suis cependant parvenu à colorer la dissolution des deux acides au moyen de l'acide sulfureux, en la saturant d'abord par l'ammoniaque, et en la concentrant par l'évaporation.

Il résulte de ces observations que, lorsque l'iode est en contact avec l'eau, il la décompose, et produit avec ses élémens de l'acide iodique et de l'acide hydriodique. Cette action de l'iode sur l'eau me paraît entièrement indépendante de la

lumière solaire; et si une dissolution d'iode s'est décolorée, après y avoir été exposée pendant plus de deux mois, comme cela est arrivé dans l'expérience de M. Ampère, j'attribue cet effet à la volatilisation de l'iode qui s'est opérée successivement. Il me paraît probable que l'iode ne se dissout dans l'eau qu'à la faveur de l'acide hydriodique qui se forme en même temps que la dissolution s'opère; mais j'ai déja fait remarquer que l'on ne parvient point à décolorer par l'ébullition l'acide hydriodique dans lequel on a dissous de l'iode, tandis qu'on décolore très-aisément par le même moyen l'eau qui a été en contact avec cette substance. Je présume que dans ce dernier cas, l'acide hydriodique, exerçant une partie de son action sur l'acide iodique, retient l'iode avec moins d'énergie, et par conséquent, le laisse dégager avec plus de facilité. J'ai reconnu qu'en exposant à la lumière une dissolution de chlore dans l'eau, il se produit de l'acide chlorique.

Décomposition mutuelle de l'iodate et de l'hydriodate de zinc.

En parlant de l'action des oxides alcalins sur l'iode, au moyen de l'eau, j'avais été conduit à conclure, que si l'on ne pouvait point former des hydriodates et des iodates avec les oxides de zinc, de fer, etc., c'était parce que ces oxides ne condensaient pas assez l'acide hydriodique et l'acide iodique pour les empêcher d'agir l'un sur l'autre et de se décomposer. J'ai vérifié depuis cette conséquence, en mêlant de l'iodate de potasse avec une dissolution de sulfate et d'hydriodate de zinc. Quoique la dissolution de ces diverses

substances ne fût pas assez concentrée pour qu'il pût s'en séparer du sulfate de potasse, on peut néanmoins admettre, à cause de la facilité des échanges qui a lieu dans une dissolution de plusieurs sels, que les phénomènes doivent être les mêmes que si l'on eût mêlé directement l'hydriodate de zinc avec l'iodate du même métal. Il est en effet arrivé qu'il s'est déposé peu-à-peu dans la dissolution des trois substances citées, de l'oxide de zinc qui m'a paru pur, et de l'iode bien cristallisé, et de plus, que la dissolution qui contenait de l'hydriodate de zinc en excès était assez fortement colorée. Ces résultats ne peuvent s'expliquer qu'en admettant que l'acide de l'hydriodate de zinc, et celui de l'iodate du même métal qu'on pouvait supposer exister dans la dissolution, se sont décomposés mutuellement, et ont produit de l'eau et de l'iode, et que l'oxide de zinc que ces acides tenaient en dissolution a dû se précipiter après leur destruction.

Sur la nomenclature des combinaisons de l'iode et du chlore avec les autres corps.

On peut demander pourquoi, au lieu de désigner par le nom d'*iodure* de potassium, la combinaison de l'iode avec le potassium, on ne la désignerait pas par celui de *potassure* d'iode. J'observe d'abord que les combinaisons du soufre avec les métaux portant le nom de sulfures, celles du chlore et de l'iode doivent, par analogie, porter celui de chlorures et d'iodures; mais pour appliquer, en général, avec certitude la terminaison générique *ure*, j'ai pris pour principe de la donner à celui des élémens d'un composé binaire qui a le plus d'affinité pour l'hydrogène, et qui se combine avec lui

lorsque le composé peut déterminer la décomposition de l'eau. D'après ce principe, je désigne par les noms, *chlorure* de soufre, *chlorure* d'azote, les combinaisons du chlore avec le soufre ou l'azote; je nomme *iodure* d'azote, *iodure* de potassium, les combinaisons de l'iode avec l'azote ou avec le potassium; *chlorure* d'iode, la combinaison du chlore avec l'iode; et enfin *sulfure* de carbone, *iodure* de phosphore, les combinaisons du soufre avec le carbone, et de l'iode avec le phosphore.

Sur l'ammoniaque, considérée comme un oxide.

M. Berzelius a conclu de ses recherches que l'ammoniaque contient de l'oxigène, parce qu'elle suit dans ses combinaisons avec les acides les mêmes lois que les oxides métalliques. Cette conclusion n'est point nécessaire; car d'après les observations que j'ai présentées, un alcali est, en général, une substance qui, par la nature de son énergie et par l'arrangement de ses molécules, peut se combiner avec les acides et le neutraliser. J'ai fait observer de plus que l'on devait considérer l'azote comme se rapprochant, par la nature de ses propriétés, de l'oxigène, du chlore et de l'iode, et que, comme eux, il pouvait acidifier une certaine classe de corps. Or, toute substance acidifiante peut néanmoins, comme l'oxigène, en se combinant avec des substances alcalifiantes, dans des proportions convenables, former des bases salifiables; par conséquent, l'ammoniaque doit être considérée comme un alcali particulier, dans lequel l'azote fait la fonction de l'oxigène dans les autres alcalis. Je considère de même le carbone dans les corps gras, et particulièrement dans la mar-

garine de M. Chevreul, comme faisant les fonctions de l'oxigène dans les acides, et je le considère dans l'alcool, comme faisant les fonctions de l'oxigène dans les oxides. J'observerai que depuis l'impression de l'article où je traite des propriétés de l'éther hydriodique, j'ai déterminé très-exactement la densité de sa vapeur, et qu'elle ne coïncide point avec celle que donne le calcul, en considérant l'éther comme un composé de vapeur d'alcool absolu et de gaz hydriodique. Comme il en est de même de l'éther hydrochlorique, dont la densité trouvée par l'expérience est différente de celle que donne le calcul, en le supposant aussi composé d'alcool absolu et de gaz hydrochlorique, il me paraît très-probable que l'alcool, que l'on peut considérer comme composé de volumes égaux de vapeur d'eau et de gaz oléfiant, condensés en un seul, change de nature en se combinant avec les acides. J'espère éclaircir cet objet dans le Mémoire sur les vapeurs que je me propose de publier bientôt.

FIN.

Errata. J'ai dit, en parlant de l'action de l'iode sur les oxides métalliques, que le chlore ne dégageait point l'oxigène de l'oxide rouge de fer; mais je viens de reconnaître le contraire.

MÉMOIRE

SUR LES SURFACES ÉLASTIQUES;

PAR M. POISSON.

Lu le 1er août 1814.

Les travaux des géomètres du dernier siècle ont porté la mécanique générale à un degré de perfection qui a fait regarder cette science comme terminée, et comme ne laissant plus à vaincre que des difficultés de calcul intégral, dans chaque problême particulier. Cependant il n'en est pas ainsi, et la mécanique présente encore plusieurs questions importantes, que l'on n'a pas su jusqu'ici assujétir au calcul : la théorie des surfaces élastiques, que je me propose de considérer dans ce mémoire, en offre un exemple remarquable. Les équations différentielles de ces surfaces en équilibre, et à plus forte raison celles de leur mouvement, ne sont pas encore connues, si ce n'est dans le cas particulier où il s'agit d'une surface cylindrique, qui rentre alors dans la classe des lames élastiques ordinaires. Jacques Bernouilli est, comme on sait, le premier qui a donné l'équation d'équilibre de la lame élastique, en se fondant sur cette hypothèse, que l'élasticité, en chaque point, est une force normale à la courbe, dont le moment est proportionnel à l'angle de contingence, ou en raison inverse du rayon de courbure en ce point. Depuis ce grand géomètre, plusieurs autres, et principalement Euler et Daniel Bernouilli, ont publié un grand nombre de

Mémoires sur les conditions d'équilibre des lignes élastiques et sur les lois de leurs vibrations; mais il n'a paru que quelques Essais infructueux qui aient pour objet les surfaces élastiques, pliées à-la-fois en deux sens différents. Ainsi, Euler a donné, dans les Mémoires de Pétersbourg, des recherches sur le son des cloches, où il s'est borné à considérer isolément les vibrations de chacun des anneaux circulaires dont une cloche est composée; ce qui réduit la question à celle des simples lignes élastiques, et conduit d'ailleurs à des résultats qui ne sont nullement d'accord avec l'expérience. On trouve encore dans le même Recueil, année 1788, un Mémoire d'un autre Jacques Bernouilli, écrit à l'occasion des expériences de M. Chladny, sur les vibrations des plaques sonores. Ce géomètre considère une plaque rectangulaire comme composée de deux systêmes de lames parallèles aux côtés du rectangle, qui vibrent comme s'ils étaient collés l'un à l'autre, et sans se gêner mutuellement. En partant de cette supposition, qu'Euler avait déja faite relativement aux vibrations des tambours, M. Bernouilli forme l'équation aux différences partielles qui doit servir à déterminer les petites oscillations de la plaque sonore; puis il remarque lui-même que les conséquences qui s'en déduisent ne sont pas entièrement d'accord avec les expériences de M. Chladny; et en effet, on verra dans mon Mémoire que cette équation n'est pas la véritable, et qu'elle manque d'un terme que l'auteur ne pouvait pas trouver d'après son hypothèse.

Il y a environ cinq ans, l'Institut proposa pour sujet de prix, la théorie des vibrations des plaques sonores, vérifiée par la comparaison avec l'expérience; mais depuis cette époque on n'a reçu qu'une seule pièce digne de l'attention de

la Classe. Au commencement de ce mémoire, l'auteur anonyme donne, sans démonstration et sans qu'on puisse savoir comment il y a été conduit, une équation fondamentale qui renferme le terme dont manquait celle de M. Bernouilli. A l'exemple de ce qu'Euler a fait par rapport à l'équation des lames vibrantes, l'auteur de la pièce satisfait à l'équation qu'il a posée, par des intégrales particulières composées d'exponentielles, de sinus et de cosinus. Chacune de ces intégrales détermine une figure particulière de la plaque vibrante, qui présente un certain nombre et une certaine disposition de lignes nodales; le son que la plaque fait entendre dépend, en général, du nombre de ces lignes, et l'intégrale établit un rapport entre ce nombre et le son correspondant. L'auteur calcule, d'après ce rapport, le ton relatif à chaque figure; puis il compare le ton calculé à celui que donne l'expérience pour une figure semblable : il trouve un accord satisfaisant entre ces deux résultats, de sorte que l'équation fondamentale dont il est parti, et à laquelle nous parviendrons directement dans ce Mémoire, peut, dès-à-présent, être regardée comme vérifiée suffisamment par l'expérience. Cette comparaison est la partie de son travail qui a motivé la mention honorable de la Classe : elle porte sur un grand nombre d'expériences de M. Chladny, et sur beaucoup d'autres qui sont propres à l'auteur de la pièce que nous citons. Il y aurait une autre espèce de comparaison bien plus difficile à entreprendre, qui serait relative à la figure produite d'après une manière donnée de mettre la plaque en vibration. On pourrait aussi desirer que les résultats du calcul fussent déduits de l'intégrale générale, et non pas de quelques intégrales particulières de l'équation des

plaques vibrantes : malheureusement cette équation ne peut s'intégrer sous forme finie, que par des intégrales définies qui renferment des imaginaires ; et si on les fait disparaître, ainsi que M. Plana y est parvenu dans le cas des simples lames, on tombe sur une équation si compliquée, qu'il paraît impossible d'en faire aucun usage.

Tels sont les seuls travaux sur les surfaces élastiques qui soient venus jusqu'à présent à ma connaissance. Cette théorie est une de celles qui méritent le plus l'attention des géomètres, puisque d'une part elle se rattache à la mécanique générale, par la recherche des équations différentielles de l'équilibre et du mouvement, et que d'un autre côté elle comprend, comme application, une des branches les plus étendues et les plus curieuses de l'acoustique. C'est uniquement sous le premier de ces deux rapports que j'ai considéré la question dans le Mémoire que je communique aujourd'hui à la Classe, et où mon but principal a été de parvenir, sans aucune hypothèse, aux équations d'équilibre des surfaces élastiques dont tous les points sont sollicités par des forces données.

Ce Mémoire est divisé en deux paragraphes. Le premier est relatif aux surfaces flexibles et non élastiques dont M. Lagrange a déja donné l'équation d'équilibre dans la seconde édition de la Mécanique analytique. Je parviens à la même équation par un moyen différent, qui a l'avantage de montrer à quelle restriction particulière elle est subordonnée : elle suppose en effet chaque élément de la surface également tendu en tous sens ; condition qui n'est pas remplie dans un grand nombre de cas, et qui serait, par exemple, impossible dans le cas d'une surface pesante et inéga-

lement épaisse. Pour résoudre la question complètement, il a fallu avoir égard à la différence des tensions qu'éprouve un même élément dans deux sens différens; on trouve alors des équations d'équilibre qui comprennent celles de la Mécanique analytique, mais qui sont plus générales et aussi beaucoup plus compliquées.

Dans le second paragraphe, je considère les surfaces élastiques, et je détermine, pour chacun de leurs points, l'expression des forces dues à l'élasticité. Cette qualité de la matière peut être attribuée à une force répulsive qui s'exerce entre les molécules des corps, et dont l'action ne s'étend qu'à des distances insensibles; la fonction qui en représente la loi doit donc devenir nulle ou insensible, aussitôt que la variable qui représente les distances a cessé d'être extrêmement petite; or, on sait que de semblables fonctions disparaissent en général dans le calcul, et ne laissent, dans les résultats définitifs, que des intégrales totales ou des constantes arbitraires, qui sont des données de l'observation. C'est ce qui arrive en effet dans la théorie des réfractions, et mieux encore dans la théorie de l'action capillaire, l'une des plus belles applications de l'analyse à la physique qui soit due aux géomètres. Il en est de même dans la question présente, et c'est ce qui a permis d'exprimer les forces dues à l'élasticité de la surface, en quantités dépendantes uniquement de sa figure, tels que ses rayons de courbure et leurs différences partielles. Ces forces étant ainsi déterminées, il m'a été facile de former l'équation d'équilibre de la surface élastique, au moyen des équations trouvées dans le premier paragraphe. La même analyse aurait pu s'appliquer à des

surfaces dont l'épaisseur varie suivant une loi quelconque; mais, pour ne pas compliquer la question, j'ai seulement considéré le cas d'une épaisseur constante. L'équation à laquelle je suis parvenu suppose en outre, que la surface dont il s'agit, est naturellement plane; elle ne convient pas aux surfaces élastiques, telle que les cloches, par exemple, dont la forme naturelle est courbe; la théorie qui m'a guidé ne saurait s'appliquer à ces surfaces, sans quelque modification dont je ne me suis pas occupé.

Par les principes connus de la mécanique, j'ai déduit de l'équation d'équilibre de la surface élastique, l'équation de son mouvement, et en admettant toutes les limitations que les géomètres ont adoptées dans les problêmes des cordes et des lames vibrantes, j'ai trouvé, pour les plaques vibrantes, une équation linéaire à quatre variables, qui ne diffère pas essentiellement de celle du Mémoire anonyme que j'ai cité plus haut.

Dans un autre Mémoire, j'appliquerai les mêmes considérations aux lignes élastiques, à simple ou à double courbure, d'une épaisseur constante ou variable suivant une loi donnée; ce qui me conduira d'une manière directe et exempte d'hypothèse, non-seulement à leurs équations d'équilibre, mais aussi à l'expression des forces qu'on doit appliquer à leurs extrémités, pour les tenir fixes et balancer l'effet de l'élasticité.

§. Ier.

Équation d'équilibre de la surface flexible et non-élastique.

(1) Je considère une surface formée d'une matière parfaitement flexible, dénuée d'élasticité, et dont tous les points sont sollicités par des forces données. Je la suppose aussi inextensible, ou du moins très-peu extensible; de manière que l'extension qu'elle peut subir n'altère pas sensiblement son épaisseur, laquelle peut d'ailleurs être constante ou variable d'un point à un autre de la surface. Les forces qui lui sont appliquées étant données, je me propose de trouver son équation d'équilibre.

Pour cela, soient x, y, z, les coordonnées d'un point quelconque m de cette surface, rapportées à trois axes rectangulaires choisis arbitrairement. Décomposons suivant ces axes, toutes les forces qui sollicitent ce point m, et désignons par X, Y, Z, les composantes dirigées respectivement suivant les coordonnées x, y, z, et tendantes à les augmenter. Si ces composantes proviennent de la pesanteur, ou d'autres forces d'attraction ou de répulsion qui agissent sur tous les points de la matière dont la surface est composée, elles seront alors proportionnelles à son épaisseur, et les quantités X, Y, Z, renfermeront, dans leurs valeurs, un facteur égal à l'épaisseur qui répond au point m; elles en seront au contraire indépendantes, lorsqu'elles proviendront d'une force extérieure, telle que, par exemple, la pression d'un fluide sur la surface.

Partageons la surface en éléments infiniment petits, par

des plans perpendiculaires à celui des x, y, les uns parallèles au plan des x, z, et les autres au plan des y, z: l'élément qui répond au point m sera, comme on sait, exprimé par $k\,dx\,dy$, en faisant, pour abréger,

$$\frac{dz}{dx}=p,\quad \frac{dz}{dy}=q,\quad \sqrt{1+p^2+q^2}=k;$$

et comme dans l'étendue de cet élément les quantités X, Y, Z sont censées constantes, il s'ensuit que les forces motrices qui lui sont appliquées, seront égales à X, Y, Z, multipliées par $k\,dx\,dy$, ou à

$$X\,k\,dx\,dy,\quad Y\,k\,dx\,dy,\quad Z\,k\,dx\,dy.$$

Mais, outre ces forces, il en existe d'autres qui naissent de la liaison de l'élément que l'on considère avec ceux qui lui sont adjacents, et auxquelles il est nécessaire d'avoir égard.

En effet, dans l'état d'équilibre, chacun des éléments dont la surface est composée, est *tendu* par des forces inconnues, dirigées dans le plan même de l'élément, et qui agissent en sens contraires à ses extrémités opposées; ainsi les quatre côtés qui terminent l'élément quelconque $k\,dx\,dy$, sont tirés du dedans au dehors par des forces comprises dans le plan tangent au point m: nous les supposerons, de plus, perpendiculaires à ces côtés; mais, pour embrasser tous les cas qui peuvent se présenter, nous n'établirons aucun rapport particulier entre les forces qui agissent sur deux côtés adjacents, c'est-à-dire, que nous regarderons chaque élément de la surface comme éprouvant deux *tensions* indépendantes l'une de l'autre; et, effectivement, on conçoit qu'un même

élément pourrait, par exemple, n'être aucunement tendu dans un sens, et éprouver, au contraire, une tension considérable dans le sens perpendiculaire.

Cela posé, représentons par T, la force qui tire chaque point du côté parallèle au plan de y, z, et adjacent au point m; la longueur de ce côté est $dy\sqrt{1+q^2}$; la force totale qui le tire de dedans en dehors sera donc $T\,dy\sqrt{1+q^2}$. Soient α, β, γ, les angles que fait sa direction avec les axes des x, y, z; ses composantes parallèles à ces axes seront

$$T\,dy\sqrt{1+q^2}.\cos.\alpha,\quad T\,dy\sqrt{1+q^2}.\cos.\beta,\quad T\,dy\sqrt{1+q^2}.\cos.\gamma;$$

et elles agiront en sens contraire des coordonnées x, y, z, c'est-à-dire, qu'elles tendront à les diminuer. Or, en passant du côté que nous considérons à celui qui lui est opposé dans le même élément, la variable y reste la même, et la variable x se change $x + dx$; ces quantités deviennent donc, relativement à ce second côté,

$$T\,dy\sqrt{1+q^2}.\cos.\alpha + dx\,dy.\frac{d(\sqrt{1+q^2}.\cos.\alpha)}{dx},$$

$$T\,dy\sqrt{1+q^2}.\cos.\beta + dx\,dy.\frac{d(\sqrt{1+q^2}.\cos.\beta)}{dx},$$

$$T\,dy\sqrt{1+q^2}.\cos.\gamma + dx\,dy.\frac{d(\sqrt{1+q^2}.\cos.\gamma)}{dx};$$

et comme ces trois forces agiront en sens contraire des précédentes, il s'ensuit que l'élément $k\,dx\,dy$, sera tiré dans le sens des coordonnées x, y, z, par des forces

$$dx\,dy\,.\,\frac{d\,(\mathrm{T}\sqrt{1+q^2}\,.\,\cos.\,\alpha)}{dx},$$

$$dx\,dy\,.\,\frac{d\,(\mathrm{T}\sqrt{1+q^2}\,.\,\cos.\,\beta)}{dx},$$

$$dx\,dy\,.\,\frac{d\,(\mathrm{T}\sqrt{1+q^2}\,.\,\cos.\,\gamma)}{dx},$$

qui devront s'ajouter respectivement aux forces données

$$\mathrm{X}\,k\,dx\,dy,\quad \mathrm{Y}\,k\,dx\,dy,\quad \mathrm{Z}\,k\,dx\,dy.$$

Représentons de même par T', la force qui tire en chacun de ses points le second côté adjacent au point m, lequel est parallèle au plan des x, z, et égal en longueur à $dx\sqrt{1+p^2}$; désignons aussi par α', β', γ', les angles que fait sa direction avec les axes des coordonnées : nous trouverons, par un raisonnement semblable au précédent, que l'élément $k\,dx\cdot dy$, est encore tiré par des forces agissantes dans le sens des coordonnées x, y, z, et respectivement égales à

$$dx\,dy\,.\,\frac{d\,(\mathrm{T}'\sqrt{1+p^2}\,.\cos.\,\alpha')}{dy},$$

$$dx\,dy\,.\,\frac{d\,(\mathrm{T}'\sqrt{1+p^2}\,.\cos.\,\beta')}{dy},$$

$$dx\,dy\,.\,\frac{d\,(\mathrm{T}'\sqrt{1+p^2}\,.\cos.\,\gamma)}{dy}.$$

Maintenant si l'on ajoute ensemble les forces qui tirent l'élément $k\,dx\,dy$, parallèlement au même axe et dans le même sens, il faudra, pour l'équilibre de cet élément, que les sommes soient égales à zéro ; supprimant de plus le facteur commun $dx\,dy$, on aura les trois équations :

$$X\,k + \frac{d(T\sqrt{1+q^2}\,.\,cos.\,\alpha)}{dx} + \frac{d(T'\sqrt{1+p^2}\,.\,cos.\,\alpha')}{dy} = 0,$$

$$Y\,k + \frac{d(T\sqrt{1+q^2}\,.\,cos.\,\beta)}{dx} + \frac{d(T'\sqrt{1+p^2}\,.\,cos.\,\beta')}{dy} = 0,$$

$$Z\,k + \frac{d(T\sqrt{1+q^2}\,.\,cos.\,\gamma)}{dx} + \frac{d(T'\sqrt{1+p^2}\,.\,cos\,\gamma')}{dy} = 0,$$

qui devront avoir lieu dans toute l'étendue de la surface et qui seront ses équations d'équilibre.

(2) Pour les développer, il faut y substituer à la place de $cos.\,\alpha$, $cos.\,\beta$, $cos.\,\gamma$, leurs valeurs, dont la détermination n'est plus qu'une simple question de géométrie.

Soient donc

$$x' - x = a(z' - z), \quad y' - y = b(z' - z),$$

les deux équations de la droite passant par le point m, suivant laquelle est dirigée la force T : x', y', z', sont les coordonnées variables des points de cette droite, et a et b, deux constantes inconnues qu'il s'agit de déterminer. La direction de la force T est comprise dans le plan tangent au point m, dont l'équation est

$$z' - z = p(x' - x) + q(y' - y);$$

il faut donc que les deux équations précédentes satisfassent à celle-ci, ce qui donne cette première équation de condition

$$1 - ap - bq = 0.$$

De plus, la droite que nous considérons, est supposée perpendiculaire au côté de l'élément $k\,dx\,dy$, parallèle au plan des y, z, et la droite indéfinie qui est le prolongement de ce côté, a pour équations

$$z' - z = q(y' - y), \quad x' - x = 0;$$

or, pour que ces deux côtés soient perpendiculaires l'un à l'autre, il faut qu'on ait

$$1 + \frac{b}{q} = 0.$$

De cette seconde équation de condition, combinée avec la précédente, on tire

$$b = -q, \quad a = \frac{1+q^2}{p};$$

parconséquent les équations de la direction de la force T, deviennent

$$x' - x = \frac{1+q^2}{p}(z' - z), \quad y' - y = -q(z' - z).$$

D'après les formules connues, les cosinus des angles α, β, γ, que cette droite fait avec les axes des coordonnées, sont :

$$\cos.\ \alpha = \frac{a}{\sqrt{1+a^2+b^2}},$$

$$\cos.\ \beta = \frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}},$$

$$\cos.\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1+a^2+b^2}};$$

nous aurons donc, en y substituant pour a et b leurs valeurs et désignant toujours le radical $\sqrt{1+p^2+q^2}$ par k,

$$\cos.\ \alpha = \frac{\sqrt{1+q^2}}{k}, \quad \cos.\ \beta = -\frac{qp}{k\sqrt{1+q^2}}, \quad \cos.\ \gamma = \frac{p}{k\sqrt{1+q^2}}.$$

On trouvera de même pour les angles α', β', γ', qui se rapportent à la direction de la force T,

$$\cos.\ \alpha' = -\frac{pq}{k\sqrt{1+p^2}}, \quad \cos.\ \beta' = \frac{\sqrt{1+p^2}}{k}, \quad \cos.\ \gamma' = \frac{q}{k\sqrt{1+p^2}}.$$

Je substitue ces valeurs dans les équations du numéro précédent; elles deviennent alors

$$X\,k + \frac{d\left(\frac{T(1+q^2)}{k}\right)}{dx} - \frac{d\left(\frac{T'pq}{k}\right)}{dy} = 0,$$

$$Y\,k - \frac{d\left(\frac{T\,pq}{k}\right)}{dx} + \frac{d\left(\frac{T'(1+p^2)}{k}\right)}{dy} = 0,$$

$$Z\,k + \frac{d\left(\frac{T\,p}{k}\right)}{dx} + \frac{d\left(\frac{T'q}{k}\right)}{dy} = 0.$$

Si l'on élimine les deux inconnues T et T′ entre ces trois équations, il en restera une qui ne renfermera plus que les quantités données X, Y, Z, et les différences partielles de z, et qui sera l'équation générale de la surface flexible en équilibre. Ces mêmes équations serviront, en outre, à déterminer les deux tensions T et T′ qu'éprouve un élément quelconque de cette surface, en fonctions des coordonnées qui lui correspondent. Les résultats de ces calculs sont très-compliqués dans le cas général; mais, lorsqu'on suppose les deux tensions égales, on trouve pour la surface une équation fort simple qui mérite une attention particulière.

(3) Soit donc $T = T'$: effectuant les différentiations indiquées, et ajoutant les trois équations d'équilibre, après avoir multiplié la première par $-\frac{p}{k}$, la seconde par $-\frac{q}{k}$, la troisième par $\frac{1}{k}$, il vient

$$Z - pX - qY + \frac{T}{k^2}\left[(1+q^2)\frac{d^2z}{dx^2} - 2pq\frac{d^2z}{dx\,dy} + (1+p^2)\frac{d^2z}{dy^2}\right] = 0, \quad (1)$$

en observant que

$$\frac{dp}{dx}=\frac{d^2z}{dx^2},\quad \frac{dq}{dx}=\frac{dp}{dy}=\frac{d^2z}{dx\,dy},\quad \frac{dq}{dy}=\frac{d^2z}{dy^2}.$$

Si l'on combine ensemble successivement la première et la troisième, la seconde et la cinquième de ces mêmes équations, on trouve aussi

$$X+Zp+\frac{dT}{dx}=0,\quad Y+Zq+\frac{dT}{dy}=0;$$

et comme on a $dz=p\,dx+q\,dy$, celles-ci donnent :

$$X\,dx+Y\,dy+Z\,dz+dT=0; \qquad (2)$$

équation qui, à cause de l'indépendance des deux variables x et y, remplace identiquement les deux précédentes. Or, cette équation présente deux cas distincts à examiner :

1° Si la formule $X\,dx+Y\,dy+Z\,dz$ est la différentielle exacte d'une fonction des trois variables x, y, z, regardées comme indépendantes, de sorte que l'on ait identiquement

$$X\,dx+Y\,dy+Z\,dz=d.f(x,y,z),$$

l'équation (2) donnera alors

$$T=-f(x,y,z)+c,$$

c étant la constante arbitraire. En substituant cette valeur de T dans l'équation (1), elle sera, aux différences partielles du second ordre, l'équation de la surface en équilibre.

2° Si cette formule n'est pas une différentielle à trois variables, il faudra déterminer z de manière qu'elle devienne une différentielle à deux variables, afin qu'on puisse satisfaire à l'équation (2). La valeur de z devra donc remplir la condition exprimée par l'équation

$$\frac{d(X+Zp)}{dy} = \frac{d(Y+Zq)}{dx};$$

par conséquent il faudra que celle-ci s'accorde avec l'équation (1); ce qui n'aura lieu que dans des cas très-particuliers. Donc, en général, il est impossible, dans le second cas, de satisfaire à l'équation (2), par aucune valeur de l'inconnue T; mais il n'en faut pas conclure qu'alors l'équilibre de la surface flexible soit impossible : cela prouve seulement que la supposition $T = T'$ n'est pas permise; car, au moyen de deux tensions différentes, on peut toujours satisfaire complètement aux équations d'équilibre du numéro précédent.

(4) La condition d'intégrabilité de la formule

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz,$$

n'est pas la seule condition nécessaire pour qu'il soit permis de supposer $T = T'$; il faut encore que cette hypothèse s'accorde avec les forces données, qui agissent aux extrémités libres de la surface, et qui déterminent les valeurs extrêmes des tensions T et T' : on devra donc examiner, dans chaque cas particulier, si cet accord a effectivement lieu; mais il en résulte une condition relative à la direction des forces données que l'on peut énoncer d'une manière générale.

En effet, supposons que le point quelconque m appartienne au contour libre de la surface; soit ds, un élément de ce contour aboutissant à ce point; menons par le même point, un plan parallèle au plan des y, z, et par l'autre extrémité de l'élément ds, menons un second plan parallèle à celui des x, z; nous formerons de cette manière, dans le plan

tangent à la surface, un triangle infiniment petit, dont l'un des côtés sera l'élément ds, et les deux autres seront, comme précédemment, $dy\sqrt{1+q^2}$ et $dx\sqrt{1+p^2}$; or, les tensions extrêmes devront faire équilibre à la force donnée, qui tire aussi du dedans au dehors l'élément ds; et par conséquent elles devront être égales et contraires à ses composantes. Représentons donc par $P\,ds$ cette force extérieure; dans l'état d'équilibre, sa direction sera nécessairement comprise dans le plan tangent au point m; mais elle pourra être perpendiculaire ou oblique par rapport au côté ds. Si elle est perpendiculaire, et qu'on la décompose en deux forces, qui soient aussi perpendiculaires aux deux autres côtés de notre triangle, on sait, par les éléments de la statique, que les composantes seront proportionnelles à ces côtés, et représentées par

$$P\,dy\sqrt{1+q^2} \text{ et } P\,dx\sqrt{1+p^2};$$

par conséquent on aura dans ce cas $T = T' = P$. Mais, si la force $P\,ds$ est oblique sur le côté ds, ses composantes, perpendiculaires aux deux autres côtés, ne seront plus proportionnelles à ces côtés, et les tensions extrêmes T et T', ne seront plus égales entre elles; d'où nous pouvons conclure que l'hypothèse de $T = T'$, dans toute l'étendue de la surface, exige que les forces appliquées à son contour libre, soient perpendiculaires en chaque point, à la direction de ce contour.

Il y a un cas particulier dont nous donnerons bientôt un exemple (n° 6), dans lequel la force $P\,ds$ étant perpendiculaire au côté ds, les deux tensions T et T' ne sont cependant pas égales. Ce cas est celui où le côté ds se trouve parallèle à l'un des deux plans des x, z, ou des y, z; la dé-

composition de la force donnée n'a plus lieu comme nous venons de le supposer : cette force est alors égale à celle des deux tensions qui lui est directement opposée, et l'autre, qui lui est perpendiculaire, en est tout-à-fait indépendante.

On doit aussi remarquer que les parties du contour de la surface qui forment des lignes fixes et capables d'une résistance indéfinie, seront tirées en chacun de leurs points par la résultante des deux tensions T et T' qui s'y rapportent, laquelle force se trouvera détruite par ces lignes fixes, sans qu'il en résulte aucune condition particulière, relativement au rapport ou à la grandeur absolue des tensions extrêmes.

(5) L'équation (1) coïncide avec cela que M. Lagrange a trouvée d'une autre manière, dans la nouvelle édition de la Mécanique analytique (*); mais on voit, par notre analyse, qu'elle est subordonnée à des hypothèses particulières qui l'empêchent d'être l'équation générale de la surface flexible en équilibre. Nous allons néanmoins en faire l'application aux cas particuliers les plus remarquables.

1° Supposons qu'on ait $X=0$, $Y=0$, $Z=0$; de sorte que les points de la surface, excepté ceux de son contour, ne soient sollicités par aucune force donnée. L'équation (2) se réduira dans ce cas à $dT=0$; ce qui montre que la tension T sera constante dans toute l'étendue de la surface. Il faudra donc que la force appliquée en chaque point de son contour libre, ne varie pas d'un point à un autre : cela étant, la tension T sera égale à cette force constante, et l'équation (1) de la surface en équilibre deviendra

---

Tom. Ier, pag. 149.

$$(1+q^2)\frac{d^2z}{dx^2}-2pq\frac{d^2z}{dx\,dy}+(1+p^2)\frac{d^2z}{dy^2}=0;$$

équation qui est, comme on sait, celle de la surface dont l'aire est un *minimum* pour un contour donné.

2° Considérons une surface flexible qui recouvre un corps solide de forme quelconque, sur lequel elle s'appuie dans tous ses points. Les forces X, Y, Z, seront alors égales aux composantes de la pression inconnue que la surface exerce sur le corps, au point dont les coordonnées sont x, y, z; soit donc N cette pression; sa direction sera normale à la surface; par conséquent on aura pour ses composantes, suivant les axes des coordonnées,

$$X=-\frac{pN}{k},\quad Y=-\frac{qN}{k},\quad Z=\frac{N}{k}.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation (2), elle se réduit à $dT=0$; la tension est donc constante, et il faut, comme dans le cas précédent, que tous les points du contour libre soient tirés par des forces égales, tangentes à la surface, et perpendiculaires à ce contour.

L'équation (1) devient en même temps

$$N+\frac{T}{k^3}\left[(1+q^2)\frac{d^2z}{dx^2}-2pq\frac{d^2z}{dx\,dy}+(1+p^2)\frac{d^2z}{dy^2}\right]=0;$$

lors donc que la surface du corps solide sera donnée par son équation, celle-ci fera connaître la pression qui a lieu en chaque point, ou plutôt, son rapport à la tension T. Le coëfficient de T n'est autre chose, abstraction faite du signe, que la somme $\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}$, ρ et ρ' désignant les deux rayons de courbure principaux de la surface au point que l'on considère

dère; il s'ensuit donc que cette somme exprime le rapport de la force N à la force T. Ainsi, par exemple, une surface flexible, étendue sur une sphère, exerce en chaque point une pression égale à la tension qu'elle éprouve, divisée par le double du rayon de cette sphère.

3° Si la surface, au lieu d'être posée sur un corps solide, est pressée en tous ses points par un fluide pesant, ce cas sera le même que le précédent, avec cette différence que la pression N, au lieu d'être inconnue, sera donnée et dépendante de la densité et de la hauteur du fluide. Sa valeur sera de cette forme :

$$N = a + bz,$$

en supposant les ordonnées z verticales, et désignant par a et b deux coëfficients constants. L'équation de la surface flexible en équilibre, deviendra donc

$$a + bz + \frac{T}{k^3}\left[(1 + q^2)\frac{d^2z}{dx^2} - 2pq\frac{d^2z}{dx\,dy} + (1 + p^2)\frac{d^2z}{dy^2}\right] = 0;$$

et si l'on observe que T est une quantité constante, on voit que cette équation coïncide avec celle que M. Laplace a trouvée pour la surface *capillaire* concave ou convexe (*); d'où il résulte que quand un liquide pesant s'abaisse ou s'élève dans nn tube capillaire, il prend la même forme qu'une surface flexible, pressée dans tous ses points par un fluide pesant.

4° Considérons enfin la surface pesante, et prenons l'axe des z vertical et dirigé dans le sens de la pesanteur; nous aurons alors $X = 0$, $Y = 0$, $Z = g\varepsilon$, en désignant la gravité

(*) Théorie de l'action capillaire, pag. 19.

par g, et par ε, l'épaisseur de la surface. L'équation (2) deviendra donc

$$g\varepsilon\, dz + dT = 0;$$

or, si ε est variable, cette équation sera impossible, à moins que ε ne soit fonction que de la seule variable z, c'est-à-dire à moins que l'épaisseur ne soit constante dans toute l'étendue de chaque section horizontale de la surface; d'où il résulte que dans le cas des surfaces pesantes inégalement épaisses, l'hypothèse des deux tensions égales que nous avons faite plus haut, n'est pas généralement permise. L'équation d'équilibre d'une pareille surface doit être déduite des formules du numéro 2; mais si ε est constant, on aura, en intégrant l'équation précédente, et désignant par c la constante arbitraire

$$T = c - g\varepsilon\, z;$$

et l'équation (1) deviendra dans ce cas

$$g\varepsilon + \frac{c - g\varepsilon z}{k^2} \cdot \left[(1 + q^2)\frac{d^2z}{dx^2} - 2pq\frac{d^2z}{dx\,dy} + (1 + p^2)\frac{d^2z}{dy^2}\right] = 0.$$

Cette équation d'équilibre de la surface pesante et également épaisse, doit comprendre l'équation ordinaire de la *chaînette*, qui s'en déduit, en effet, en y supposant z indépendante de l'une des deux variables x ou y, de y, par exemple. On a alors $q = 0$, et remettant de plus $\frac{dz}{dx}$ à la place de p, cette équation devient

$$g\varepsilon + (c - g\varepsilon z)\frac{d^2z}{dx^2 + dz^2} = 0;$$

multipliant par dz et divisant par $c - g\varepsilon z$, on a

$$\frac{g\varepsilon\, dz}{c-g\varepsilon z}+\frac{dz\, d^2z}{dx^2+dz^2}=0;$$

l'intégration donne ensuite, c' étant la constante arbitraire,

$$c'\sqrt{dx^2+dz^2}=(c-g\varepsilon z)dx;$$

et cette équation est celle de la chaînette, telle qu'on la trouve directement (*).

(6) Il est bon de remarquer que l'équation de la chaînette est aussi comprise dans les équations d'équilibre du numéro 2, sans qu'on soit obligé, pour l'en déduire, de supposer les deux tensions T et T′ égales entre elles. En effet, si l'on a un rectangle formé, par exemple, d'une toile flexible et d'une épaisseur constante, et qu'on le suspende en l'attachant par deux de ces côtés opposés, à deux droites fixes, horizontales, et parallèles, il est évident que cette toile formera une portion de cylindre horizontal, dont la section perpendiculaire à ses arêtes, sera une chaînette ordinaire. De plus, il est aussi évident que cette surface n'éprouvera aucune tension dans le sens des arêtes horizontales, et que ses éléments en éprouveront seulement une dans le sens des sections perpendiculaires aux arêtes, laquelle variera d'un point à un autre d'une même section, mais sera la même pour tous les points d'une même arête. La toile étant ainsi suspendue, on ne changera rien à sa figure, en appliquant aux extrémités de chaque arête des forces égales et contraires, dont les intensités varieront comme on voudra. Alors la surface sera tendue par ses nouvelles forces dans le sens de ses

(*) Voyez mon Traité mécanique, tom. Ier, pag. 201.

arêtes; de sorte que chacun de ses éléments éprouvera une seconde tension, qui sera la même tout le long de chaque arête, et variable arbitrairement d'une arête à l'autre. D'après cela, si l'on prend le plan des z, x vertical et l'axe des y parallèle aux lignes de suspension de la surface, on devra pouvoir satisfaire aux équations générales du numéro 2, en y supposant l'ordonnée z et la tension T, qui s'exerce parallèlement au plan des x, z, indépendantes de la variable y, et en prenant pour la tension T', parallèle au plan des y, z, une fonction arbitraire de x: ces suppositions devront donner entre z et x, l'équation de la chaînette ordinaire, et pour T, l'expression connue de la tension que cette courbe éprouve en ses différents points.

Soient donc

$$X=0,\ Y=0,\ Z=g\varepsilon,\ q=\frac{dz}{dy}=0,\ \frac{dT}{dy}=0,\ \frac{dT'}{dy}=0;$$

les équations du numéro 2 se réduisent à deux, savoir :

$$\frac{d.\frac{T}{k}}{dx}=0,\quad g\varepsilon k+\frac{d.\frac{Tp}{k}}{dx}=0;$$

on aura donc d'abord

$$T=c'k=c'\sqrt{1+\frac{dz^2}{dx^2}};$$

c' étant une quantité indépendante à la fois de x et de y: substituant cette valeur de T dans la seconde équation, elle devient

$$g\varepsilon+\frac{c'\,d^2z}{dx\sqrt{dx^2+dz^2}}=0;$$

multipliant par dz, intégrant et désignant par c une seconde constante arbitraire, on a

$$c'\sqrt{dx^2+dz^2}=(c-g\varepsilon z)\,dx;$$

équation qui est la même qu'on a trouvée dans le numéro précédent. La valeur de T devient aussi $T=c-g\varepsilon z$, comme plus haut; mais la tension T′ reste une fonction arbitraire de x, dépendante des forces qui tirent le cylindre que nous considérons, aux extrémités de ses arêtes, et nulle quand ces forces n'existent pas.

(7) Lorsque l'on connaît les équations d'équilibre d'un systême de points matériels sollicités par des forces quelconques, on sait, par les principes de la mécanique, en déduire immédiatement les équations du mouvement du même systême. Dans le cas actuel, les points de la surface étaient tirés parallèlement aux axes des coordonnées, par des forces X, Y, Z, il suffira donc, pour avoir les équations générales de son mouvement, de remplacer ces forces, dans les équations du numéro 2, respectivement par

$$X-\varepsilon\frac{du}{dt},\quad Y-\varepsilon\frac{dv}{dt},\quad Z-\varepsilon\frac{dw}{dt};$$

u, v, w, désignant les vîtesses parallèles aux mêmes axes, du point quelconque m; ε l'épaisseur de la surface en ce point, et t la variable qui représente le temps.

Le seul usage que l'on puisse faire de ces équations, est de les employer à déterminer les petites oscillations des surfaces qui s'écartent très-peu d'un plan, ce qui offre un problême analogue à celui des *cordes vibrantes*, que l'on est encore loin d'avoir complètement résolu. Supposons, par exemple, que la surface s'écarte très-peu du plan des x, y; l'ordonnée z et ses différences partielles, seront alors très-petites, et nous négligerons, dans le calcul, leurs quarrés et leurs pro-

duits; faisons aussi abstraction de la pesanteur, de manière que les points de la surface ne soient sollicités par aucune force donnée; enfin, supposons que les vîtesses u et v, parallèles au plan des x, y, soient nulles ou insensibles, ce qui revient à dire, que chaque point de la surface demeure constamment dans une même perpendiculaire à ce plan. Toutes ces restrictions sont semblables à celles que l'on admet dans la théorie des cordes vibrantes; en les adoptant, les équations du mouvement de la surface s'obtiendront en faisant $X=0$, $Y=0$, dans celles du numéro 2, et y remplaçant Z par $-\varepsilon\frac{dw}{dt}$; négligeant en outre les quarrés et le produit de p et q, ces équations se réduisent à

$$\frac{dT}{dx}=0,\quad \frac{dT'}{dy}=0,\quad -\varepsilon\frac{dw}{dt}+\frac{d.Tp}{dx}+\frac{d.T'q}{dy}=0.$$

Les deux premières montrent que T est une fonction de y, et T' une fonction de x; d'ailleurs, à cause que x et y sont regardées comme constantes, on a $\frac{dw}{dt}=\frac{d^2z}{dt^2}$; remettant donc $\frac{dz}{dx}$ et $\frac{dz}{dy}$ à la place de p et q, la troisième équation deviendra

$$\varepsilon\frac{d^2z}{dt^2}=T\frac{d^2z}{dx^2}+T'\frac{d^2z}{dy^2}.$$

Si l'on veut dans ce cas que les deux tensions T et T' soient égales entre elles, il faudra qu'elles soient indépendantes à la fois de x et de y; posant donc $T=T'=a^2$, on aura cette équation

$$\varepsilon\frac{d^2z}{dt^2}=a^2\left(\frac{d^2z}{dx^2}+\frac{d^2z}{dy^2}\right),$$

qui coïncide avec celle de la propagation du son dans un plan. C'est celle dont MM. Biot et Brisson se sont servis pour déterminer différentes propriétés des surfaces vibrantes (*). Elle suppose, comme on voit, la surface également tendue en tous sens et dans tous ses points; ce qui a lieu, par exemple, dans les *tambours*, ensorte que la théorie de leurs vibrations est contenue dans l'équation précédente.

On aurait une équation plus générale, en supposant les deux tensions T et T′ constantes, mais inégales, c'est-à-dire, en posant $T = a^2$, $T' = b^2$; l'on a alors

$$\varepsilon \frac{d^2 z}{dt^2} = a^2 \frac{d^2 z}{dx^2} + b^2 \frac{d^2 z}{dy^2};$$

équation qu'Euler a donnée dans les Mémoires de Pétersbourg (*), pour déterminer les vibrations d'une surface rectangulaire, inégalement tendue dans les deux sens de sa longueur et de sa largeur : les axes des x et des y, sont parallèles aux côtés de ce rectangle; a^2 est la tension parallèle à l'axe des x, et b^2, la tension suivant l'axe des y.

Au reste, ces cas sont les plus simples que l'on puisse considérer, et cependant les équations qui s'y rapportent ne sont pas intégrables sous forme finie. S'il s'agissait d'une surface dont les limites fussent en partie fixes et en partie mobiles et entièrement libres, il faudrait conserver les tensions T et T′, variables et inégales, l'une fonction de x et l'autre de y, et déterminer ces fonctions de manière qu'en tous les

(*) Mémoires de la première Classe de l'Institut, tome IVe, page 91.

(*) *Novi commentarii*, tom. X, pag. 247.

points des limites libres, la tension, dans le sens perpendiculaire au contour, soit égale à zéro. Les valeurs de T et T′ dépendraient alors de la forme de ces courbes, et l'équation qu'on aurait à traiter serait encore beaucoup plus compliquée.

§ II.

Équation de la surface élastique en équilibre.

(8) Ayant trouvé les équations d'équilibre d'une surface flexible et non élastique, dont tous les points sont sollicités par des forces quelconques, il est clair que l'on en déduira les équations de la surface élastique, en comprenant au nombre de ces forces, celles qui résultent de l'élasticité; or, quelle que soit la cause de cette qualité de la matière, elle consiste en une tendance des molécules des corps à se repousser mutuellement, et l'on peut l'attribuer à une force répulsive qui s'exerce entre ces points, suivant une certaine fonction de leurs distances. Il est naturel de penser que cette force, ainsi que toutes les autres actions moléculaires, n'est sensible que pour des distances imperceptibles; nous admettrons donc cette hypothèse, et nous supposerons, en conséquence, que la fonction des distances qui représente la force élastique, n'a de valeur que pour des valeurs extrêmement petites de la variable qui exprime les distances, et qu'elle devient nulle aussitôt que cette variable devient sensible. D'ailleurs cette action répulsive étant censée venir de tous les points de la matière, et agir sur tous les points matériels qui composent la surface, il s'ensuit que, pour des distances égales, la force répulsive entre deux points devra

être proportionnelle au produit des épaisseurs de la surface qui leur correspondent; mais, pour une raison que l'on verra bientôt, nous nous bornerons à considérer les surfaces également épaisses dans toute leur étendue; et alors l'intensité de la force répulsive entre deux points quelconques, devra être exprimée par le quarré de l'épaisseur constante de la surface, multipliée par une fonction de la distance de ces points assujétie à la condition que nous venons de supposer.

Appelons donc, comme précédemment, m le point de la surface qui répond aux coordonnées quelconques x, y, z; considérons un second point m', situé dans la sphère d'activité du premier, et dont les coordonnées soient x', y', z'; désignons par r la distance de m' à m, et par fr, la fonction qui exprime la loi de la force répulsive, par rapport aux distances; enfin, soit ε l'épaisseur de la surface: l'intensité de la répulsion mutuelle de ces deux points m et m', sera égale à $\varepsilon^2 fr$; ainsi le point m sera repoussé par une infinité de forces semblables à celle-ci, et partant de tous les points, tels que m', qui sont compris dans sa sphère d'activité.

Pour avoir la résultante de toutes ces forces, il faudra décomposer chacune d'elles suivant trois axes fixes, et faire ensuite, par le calcul intégral, la somme des composantes dans chaque direction. Or, les composantes de la force $\varepsilon^2 fr$, dirigées suivant les coordonnées x, y, z du point m, et tendantes à les augmenter, sont respectivement égales à

$$\frac{x-x'}{r}\cdot\varepsilon^2 fr, \quad \frac{y-y'}{r}\cdot\varepsilon^2 fr, \quad \frac{z-z'}{r}\cdot\varepsilon^2 fr;$$

si donc on désigne par X', Y', Z' les composantes totales.

suivant les mêmes directions, et par ω l'élément de la surface qui répond au point m', on aura, d'après les principes du calcul intégral,

$$X' = \varepsilon^2 . \iint \frac{x - x'}{r} . fr . \omega,$$

$$Y' = \varepsilon^2 . \iint \frac{y - y'}{r} . fr . \omega,$$

$$Z' = \varepsilon^2 . \iint \frac{z - z'}{r} . fr . \omega :$$

ces intégrales doubles devant s'étendre à tous les points de la surface, situés autour du point m, et compris dans sa sphère d'activité.

Telles sont donc les forces X', Y', Z', qu'on devra ajouter aux autres forces données X, Y, Z, qui agissent sur tous les points de la surface (n° 1). On substituera ces forces, ainsi augmentées, dans les équations du numéro 2, pour avoir les équations d'équilibre de la surface élastique; éliminant ensuite entre ces trois équations, les deux inconnues T et T', on aura l'équation de cette surface elle-même; mais comme les valeurs de X', Y', Z', contiendront, ainsi qu'on va le voir, des différences partielles du quatrième ordre, le résultat de cette élimination conduirait à une équation très-compliquée, qui ne paraît pas devoir être d'aucune utilité : c'est pourquoi nous allons considérer seulement le cas où les deux tensions sont égales entre elles, sauf à prouver que les forces qui proviennent de l'élasticité, satisfont à la condition qu ecette égalité exige, laquelle consiste en ce que la formule $X' dx + Y' dy + Z' dz$ doit être la différentielle exacte d'une fonction de x, y, z.

(9) Dans le cas de $T = T'$, les équations générales de l'équilibre se réduisent aux équations (1) et (2) du numéro 3 : les forces élastiques X', Y', Z', augmentent le premier membre de l'équation (1), de la quantité $Z' - pX' - qY'$, que nous désignerons, pour abréger, par U ; de sorte qu'en substituant à la place de X', Y', Z', les intégrales précédentes, nous aurons

$$U = \varepsilon^2 \iint \frac{(z-z') - p(x-x') - q(y-y')}{r} \cdot fr \,.\, \omega ;$$

et l'équation (1) deviendra

$$Z - pX - qY + U + \frac{T}{k^2} \cdot \left[(1+q^2) \frac{d^2 z}{dx^2} - 2pq \frac{d^2 z}{dx\,dy} + (1+p^2) \frac{d^2 z}{dy^2} \right] = 0. \qquad (1)$$

En même temps on devra ajouter la formule

$$X'\,dx + Y'\,dy + Z'\,dz,$$

au premier membre de l'équation (2). Or, en observant que

$$r^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2,$$

d'où il suit

$$\frac{(x-x')\,dx + (y-y')\,dy + (z-z')\,dz}{r} = dr,$$

nous aurons

$$X'\,dx + Y'\,dy + Z'\,dz = \varepsilon^2 \,.\iint fr \,.\, \omega\, dr :$$

il s'agit donc de faire voir que cette quantité est la différentielle d'une fonction de x, y, z.

Pour cela, si l'on représente par Fr, l'intégrale de $fr.dr$, ou qu'on fasse $fr.dr = d.Fr$, on aura d'abord

$$X' dx + Y' dy + Z' dz = \varepsilon^2 . \iint d . Fr . \omega.$$

Or, par hypothèse, fr est nulle pour toute valeur de r qui n'est pas extrêmement petite; Fr, ou $\int fr . dr$ se réduira donc à une constante arbitraire, pour toute semblable valeur de r; par conséquent, on peut supposer cette intégrale, prise de manière qu'elle s'évanouisse, comme fr, pour les valeurs de r relatives aux limites de la sphère d'activité du point m, qui sont aussi celles de l'intégrale double

$$\iint d . Fr . \omega.$$

Ces limites dépendent implicitement des coordonnées x, y, z du point m; mais la valeur de Fr qui s'y rapporte, étant égale à zéro, il est encore permis de transporter la caractéristique d, qui indique une différentielle relative à x, y, z, en avant de l'intégrale définie; de sorte que l'on a

$$\iint d . Fr . \omega = d . \iint Fr . \omega;$$

et à cause que le facteur ε^2 est constant, il s'ensuit

$$X' dx + Y' dy + Z' dz = d . \varepsilon^2 \iint Fr . \omega.$$

De cette manière l'équation (2) du numéro 3 devient

$$X dx + Y dy + Z dz + d . \varepsilon^2 \iint Fr . \omega + dT = 0;$$

elle ne peut avoir lieu qu'autant que $X dx + Y dy + Z dz$ est aussi une différentielle exacte; désignant donc par Π son intégrale, on aura

$$T = -\varepsilon^2 \iint Fr \,.\, \omega - \Pi;$$

où l'on n'ajoute pas de constante arbitraire, parce qu'elle est censée comprise dans Π. C'est cette valeur de T qu'on devra substituer dans l'équation (1).

(10) Il est bon d'observer que la formule $X' dx + Y' dy + Z' dz$ ne satisferait pas, en général, à la condition d'intégrabilité, si l'épaisseur de la surface n'était pas supposée constante. En effet, en désignant par ε l'épaisseur qui répond au point m, et par ε', celle qui répond à l'un des points circonvoisins, on aurait trouvé

$$X' dx + Y' dy + Z' dz = \varepsilon \,.\, d \,.\, \iint Fr \,.\, \varepsilon' \omega;$$

Fr représentant toujours l'intégrale $\int fr \,.\, dr$, prise de manière qu'elle s'évanouisse aux limites de la sphère d'activité du premier point. Or maintenant ε serait une fonction de x, y, z, ainsi que la quantité $\iint Fr.\varepsilon' \omega$; donc excepté dans le cas très-particulier où ces deux quantités seraient fonctions l'une de l'autre, la valeur de $X' dx + Y' dy + Z' dz$ ne serait pas une différentielle exacte; par conséquent la supposition $T = T'$ n'est pas permise, en général, dans le cas d'une surface élastique inégalement épaisse.

C'est uniquement pour cette raison que nous nous sommes bornés à considérer le cas d'une épaisseur constante; car l'analyse qui va nous servir à déterminer les forces dues à l'élasticité, pourrait également s'appliquer au cas d'une épaisseur variable suivant une loi quelconque.

(11) D'après ce qu'on vient de voir, nous avons à déterminer les valeurs de deux intégrales doubles, savoir : de l'intégrale $\iint \mathrm{F}r \,.\, \omega$, qui entre dans la valeur de la tension T, et de celle qui exprime la quantité U. Pour les obtenir, il est nécessaire de donner aux axes des coordonnées une direction particulière : menons donc par le point m, trois axes rectangulaires, l'un normal à la surface, et les deux autres dirigés dans le plan tangent en ce point; et soient u, s, s', les coordonnées du point m', rapportées à ces axes, u étant celle qui est parallèle à l'axe normal : ces variables u, s, s', seront liées aux autres coordonnées x', y', z', du même point m', et l'on aura, par les formules connues,

$$\begin{aligned} x' &= x + \lambda\, u + \mu\, s + \nu\, s', \\ y' &= y + \lambda'\, u + \mu'\, s + \nu'\, s', \\ z' &= z + \lambda''\, u + \mu''\, s + \nu''\, s'; \end{aligned}$$

équations dans lesquelles les neuf coëfficients λ, μ, etc., sont les cosinus des angles compris entre les axes des u, s, s', et les axes des x, y, z, ou des x', y', z'.

Les trois cosinus λ, λ', λ'' sont ceux des angles que fait l'axe des u, ou la normale au point m, avec les axes des x, y, z; de sorte que l'on a

$$\lambda = -\frac{p}{k}, \quad \lambda' = -\frac{q}{k}, \quad \lambda'' = \frac{1}{k};$$

en faisant, pour abréger,

$$\frac{dz}{dx} = p, \quad \frac{dz}{dy} = q, \quad \sqrt{1 + p^2 + q^2} = k.$$

Quant aux six autres, leurs valeurs dépendent de la direc-

tion des axes des s et s', dans le plan tangent; mais il existe entre eux et les premiers, des relations connues qui nous dispenseront d'employer leurs valeurs. Celles de ces relations dont nous aurons besoin par la suite, sont

$$\begin{aligned}
\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 &= 1,\\
\lambda'^2 + \mu'^2 + \nu'^2 &= 1,\\
\lambda\lambda' + \mu\mu' + \nu\nu' &= 0,\\
\lambda\mu + \lambda'\mu' + \lambda''\mu'' &= 0,\\
\lambda\nu + \lambda'\nu' + \lambda''\nu'' &= 0;
\end{aligned}$$

lesquelles deviennent, en y mettant pour λ, λ', λ'', leurs valeurs précédentes,

$$\begin{aligned}
\mu^2 + \nu^2 &= \frac{1+q^2}{k^2},\\
\mu'^2 + \nu'^2 &= \frac{1+p^2}{k^2},\\
\mu\mu' + \nu\nu' &= \frac{-pq}{k^2},\\
p\mu + q\mu' - \mu'' &= 0,\\
p\nu + q\nu' - \nu'' &= 0.
\end{aligned}$$

Nous citerons encore une autre relation, également connue, et dont nous ferons aussi usage, savoir :

$$(\mu\nu' - \mu'\nu)^2 = \lambda''^2 = \frac{1}{k^2}.$$

(12) Si l'on met à la place de x', y', z', leurs valeurs en u, s, s', dans l'expression de U, on trouve, en vertu des relations précédentes, qu'elle se réduit à

$$U = -\varepsilon^2 k \,.\, \iint fr \,.\, \frac{u\omega}{r};$$

où l'on peut observer que cette quantité divisée par k, est au signe près, la composante normale des forces de répulsion qui agissent sur le point m.

Pour effectuer cette intégration, nous développerons les quantités comprises sous le double signe $\iint$, suivant les puissances de s et s'; puis nous changerons ces variables en d'autres qui soient plus appropriées aux limites de l'intégrale double.

L'ordonnée u est une fonction de s et s', déterminée par l'équation inconnue de la surface; et comme le plan des s, s', est tangent au point m, il s'ensuit que cette fonction et ses différences partielles $\frac{du}{ds}$ et $\frac{du}{ds'}$, deviennent nulles, quand on y fait $s = 0$ et $s' = 0$; par conséquent les trois premiers termes du développement de u, suivant les puissances et les produits de s et s', seront

$$u = As^2 + A's'^2 + A''ss'.$$

Mais en déterminant convenablement la direction des axes des s et s', dans le plan tangent, on pourra faire disparaître le terme $A''ss'$; alors le développement entier sera une série de cette forme :

$$u = As^2 + A's'^2 + Bs^3 + B's^2s' + B''ss'^2 + B'''s'^3 + Cs^4 + C's^3s' \\ + C''s^2s'^2 + C'''ss'^3 + C^{\text{iv}}s'^4 + \text{etc.},$$

dans laquelle les coëfficiens A, A', B, etc., dépendent de la position du point m, et sont par conséquent fonctions de ses coordonnées x, y, z. Les deux premiers peuvent s'exprimer immédiatement au moyen des deux rayons de courbure principaux de la surface, qui répondent à ce point.

En effet, la direction que nous avons donnée aux axes des s et s', revient à les supposer tangents aux deux lignes de courbure principales, qui se coupent au point m; si donc on désigne par ρ, le rayon de courbure de la ligne tangente à l'axe des s, et que l'on demande la valeur de ce rayon, relative au point m, on aura, par la formule ordinaire,

$$\frac{1}{\rho}=\frac{d^2u}{ds^2}\left(1+\frac{du^2}{ds^2}\right)^{-\frac{3}{2}},$$

pourvu que l'on fasse $s=0$, $s'=0$, après avoir différentié: cela donne

$$\frac{1}{\rho}=\frac{d^2u}{ds^2}=2\,\mathrm{A}\,;$$

d'où l'on tire

$$\mathrm{A}=\frac{1}{2\rho};$$

et de même en appelant ρ', le second rayon de courbure principal, relatif au point m, on aura

$$\mathrm{A}'=\frac{1}{2\rho'}.$$

Les autres coëfficients B, B', etc., du développement de u, s'exprimeront au moyen des différences partielles des deux premiers, par rapport à x et y, et nous en donnerons les valeurs à mesure que nous en aurons besoin.

(13) Les variables que je vais substituer aux coordonnées s et s' du point m', sont la projection sur le plan des s, s', du rayon vecteur de ce point, c'est-à-dire, du rayon r, et l'angle que fait cette projection avec l'axe des s. Je désigne cet angle par φ, et par α, le rayon projeté qui lui corres-

pond; j'ai alors

$$s = \alpha \,.\, cos.\,\varphi, \quad s' = \alpha \,.\, sin.\,\varphi;$$

au moyen de quoi la valeur de u devient

$$u = P\alpha^2 + Q\alpha^3 + R\alpha^4 + \text{etc.};$$

où l'on a fait pour abréger,

$$P = A \,.\, cos.^2\varphi + A' \,.\, sin.^2\varphi,$$

$$Q = B \,.\, cos.^3\varphi + B' \,.\, cos.^2\varphi \,.\, sin.\,\varphi + B'' \,.\, cos.\,\varphi \,.\, sin.^2\varphi + B''' \,.\, sin.^3\varphi,$$

$$R = C \,.\, cos.^4\varphi + C' \,.\, cos.^3\varphi \,.\, sin.\,\varphi + C'' \,.\, cos.^2\varphi \,.\, sin.^2\varphi + C''' \,.\, cos.\,\varphi \,.\, sin.^3\varphi + C^{\text{IV}} \,.\, sin.^4\varphi,$$

etc.

Les valeurs de α étant toujours très-petites, puisqu'elles sont limitées par l'étendue de la sphère d'activité du point m, il en résulte que cette série sera très-convergente : dans les calculs suivants, nous n'aurons jamais besoin d'en considérer les termes au-delà du troisième, et généralement nous pouvons négliger la cinquième puissance de cette quantité α.

La projection sur le plan des s, s', de l'élément ω qui répond au point m', sera égale à $\alpha\, d\alpha\, d\varphi$, et cet élément lui-même aura pour expression

$$\omega = \alpha\, d\alpha\, d\varphi \,.\, \sqrt{1 + \frac{du^2}{ds^2} + \frac{du^2}{ds'^2}}.$$

Or, on a

$$\frac{du}{ds} = 2A\,s + \text{etc.} = 2A\,\alpha \,.\, cos.\,\varphi + \text{etc.},$$

$$\frac{du}{ds'} = 2A'\,s' + \text{etc.} = 2A'\,\alpha \,.\, sin.\,\varphi + \text{etc.};$$

d'où l'on conclut

$$\omega = \alpha\, d\alpha\, d\varphi\,(1 + 2P'\alpha^2 + \text{etc.}),$$

en faisant pour abréger

$$P' = A'^2 . \cos.^2 \varphi + A'^2 . \sin.^2 \varphi.$$

Enfin, le rayon r sera égal à $\sqrt{\alpha^2 + u^2}$; en y mettant pour u, sa valeur, et développant suivant les puissances de α, il vient

$$r = \alpha + \frac{P^2 \alpha^3}{2} + P Q \alpha^4 + \text{etc.};$$

et développant de même fr, on a

$$fr = f\alpha + \frac{P^2 \alpha^3}{2} \cdot \frac{df\alpha}{d\alpha} + P Q \alpha^4 \cdot \frac{df\alpha}{d\alpha} + \text{etc.}$$

Je substitue maintenant ces différentes séries dans la valeur de U; j'ordonne, suivant les puissances de α, la quantité comprise sous le signe $\iint$; je néglige la cinquième puissance, en conservant seulement les termes multipliés par $\alpha^5 . \frac{df\alpha}{d\alpha}$, lesquels, après l'intégration relative à α, seront du même ordre que les termes multipliés par $\alpha^4 f\alpha$: tout calcul fait, je trouve

$$U = -\varepsilon^2 k . \iint \Big[P f\alpha + Q \alpha f\alpha + \Big(R + 2PP' - \frac{P^3}{2} \Big) \alpha^2 f\alpha + \frac{P^3 \alpha^3}{2} \cdot \frac{df\alpha}{d\alpha} \Big] \alpha^2 d\alpha \, d\varphi.$$

(14) Les limites de cette intégrale sont différentes, selon que le point m est très-près du contour de la surface, ou qu'il en est à une distance plus grande que le rayon de la sphère d'activité des forces répulsives. Dans le second cas, pour étendre l'intégrale double à tous les points qui agissent sur celui que l'on considère, il faut évidemment intégrer par

rapport à α, depuis $\alpha = 0$ jusqu'à α égal à ce rayon, et par rapport à φ, depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = 400^\circ = 2\pi$; π désignant à l'ordinaire le rapport de la circonférence au diamètre. A la vérité, le rayon de la sphère d'activité n'est pas une quantité déterminée; mais comme $f\alpha$ est nulle ou insensible, pour toute valeur de α qui n'est pas moindre que ce rayon, il s'ensuit qu'on peut, sans erreur, étendre l'intégrale relative à α, jusqu'à une valeur de cette variable, aussi grande que l'on voudra et même infinie.

Si le point m est, au contraire, situé sur le contour de la surface, ou qu'il en soit très-peu éloigné, la sphère d'activité de la force répulsive, autour de ce point, ne sera plus complète, c'est-à-dire, qu'une portion de son étendue ne renfermera pas de points de la surface. Alors les intégrales relatives à α et à φ devront être prises dans d'autres limites; mais pour trouver l'équation différentielle de la surface élastique en équilibre, il suffit de considérer les points intérieurs, situés à une distance quelconque de son contour; et l'on n'a besoin d'examiner ce qui arrive aux points extrêmes, que pour déterminer les forces particulières que l'on doit appliquer aux limites de la surface pour la tenir en équilibre; détermination très-délicate, sur laquelle je me propose de revenir par la suite, mais dont il ne sera pas question dans ce mémoire.

En ne considérant donc que les points qui n'appartiennent pas aux limites de la surface, les intégrations relatives à α et à φ seront indépendantes l'une de l'autre, et comme chacun des termes compris sous le signe $\iint$, est le produit de deux facteurs dans lesquels ces variables sont séparées, rien ne

sera plus facile maintenant que d'achever cette double intégration.

(15) Relativement aux limites $\varphi = 0$ et $\varphi = 2\pi$, on a

$$\int \cos.^{n} \varphi \,.\, \sin.^{n'} \varphi \,.\, d\varphi = 0,$$

excepté quand les exposans n et n' sont deux nombres pairs ou zéro. Cette considération fait disparaître le second terme de U; car, d'après la forme de la quantité Q, il s'ensuit qu'on a $\int Q\, d\varphi = 0$. Désignons de plus par a^2 et b^2, les valeurs des intégrales $\int \alpha^2 f\alpha . d\alpha$, $\int \alpha^4 f\alpha . d\alpha$, prises dans les limites convenables; de sorte que nous ayons

$$\int \alpha^2 f\alpha \,.\, d\alpha = a^2, \quad \int \alpha^4 f\alpha \,.\, d\alpha = b^2,$$

a^2 et b^2 représentant des constantes essentiellement positives. En intégrant par parties, il vient

$$\int \alpha^5 . d . f\alpha = \alpha^5 f\alpha - 5 \int \alpha^4 f\alpha \,.\, d\alpha;$$

mais, aux deux limites, le terme $\alpha^5 f\alpha$, s'évanouit; nous aurons donc simplement

$$\int \alpha^5 \,.\, d \,.\, f\alpha = -5 \int \alpha^4 f\alpha \,.\, d\alpha = -5\, b^2.$$

Cela posé, la valeur de U du numéro 13 se réduit à

$$U = -\varepsilon^2 k\, a^2 . \int P\, d\varphi - \varepsilon^2 k\, b^2 . \int R\, d\varphi + \varepsilon^2 k\, b^2 . \int (3P^2 - 2PP')\, d\varphi,$$

où il ne reste plus à effectuer que des intégrations relatives à la variable φ.

En remettant pour P, R et P′, leurs valeurs et ne conservant sous le signe $\int$, que les puissances paires de *sin.* φ et *cos.* φ, on a

$$\int P\,d\varphi = A\int cos.^2\varphi.d\varphi + A'\int sin.^2\varphi.d\varphi,$$

$$\int R\,d\varphi = C\int cos.^4\varphi.d\varphi + C''\int cos.^2\varphi.sin.^2\varphi.d\varphi + C'''\int sin.^4\varphi.d\varphi,$$

$$\int(3P^3-2PP')\,d\varphi = A^3\left(3\int cos.^6\varphi.d\varphi - 2\int cos.^4\varphi.d\varphi\right)$$

$$+A'^3\left(3\int sin.^6\varphi.d\varphi - 2\int sin.^4\varphi.d\varphi\right)$$

$$+A^2A'\left(9\int cos.^4\varphi.sin.^2\varphi.d\varphi - 2\int cos.^2\varphi\,sin.^2\varphi.d\varphi\right)$$

$$+AA'^2\left(9\int sin.^4\varphi.cos.^2\varphi.d\varphi - 2\int cos.^2\varphi.sin.^2\varphi.d\varphi\right)$$

Si l'on intègre depuis $\varphi = o$ jusqu'à $\varphi = 2\pi$, on trouve

$$\int cos.^2\varphi.d\varphi = \int sin.^2\varphi.d\varphi = \pi,$$

$$\int cos.^2\varphi.sin.^2\varphi.d\varphi = \frac{\pi}{4},$$

$$\int cos.^4\varphi.d\varphi = \int sin.^4\varphi.d\varphi = \frac{3\pi}{4},$$

$$\int cos.^4\varphi.sin.^2\varphi.d\varphi = \int sin.^4\varphi.cos.^2\varphi.d\varphi = \frac{\pi}{8},$$

$$\int cos.^6\varphi.d\varphi = \int sin.^6\varphi.d\varphi = \frac{5\pi}{8};$$

d'où il résulte

$$\int P\,d\varphi = \pi(A + A'),$$

$$\int R\,d\varphi = \frac{\pi}{4}(3C + C'' + 3C^{\text{IV}}),$$

$$\int (3P^3 - 2PP')\,d\varphi = \frac{\pi}{8}(3A^3 + 3A'^3 + 5A^2A' + 5AA'^2);$$

et par conséquent

$$U = -\varepsilon^2 k a^2 \pi (A + A') - \frac{\varepsilon^2 k b^2 \pi}{4}(3C + C'' + 3C^{\text{IV}})$$
$$+ \frac{\varepsilon^2 k b^2 \pi}{8}(3A^3 + 3A'^3 + 5A^2A' + 5AA'^2).$$

(16) Nous pouvons calculer de même la valeur de l'intégrale $\iint F r.\omega$ qui entre dans l'expression de T (n° 9). Nous avons d'abord, comme dans le n° 13,

$$\omega = \alpha\,d\alpha\,d\varphi(1 + 2P'\alpha^2 + \text{etc.}),$$

$$F r = F\alpha + \frac{P^2\alpha^2}{2}\cdot\frac{d.F\alpha}{d\alpha} + \text{etc.};$$

observant que $d.F\alpha = f\alpha.d\alpha$, nous en concluons,

$$\iint F r.\omega = \iint \left[F\alpha + 2P'\alpha^2.F\alpha + \frac{P^2\alpha^3}{2}\cdot f\alpha + \text{etc.}\right]\alpha\,d\alpha\,d\varphi.$$

Si nous considérons les points de la surface qui ne sont pas très-voisins de son contour, les intégrales devront être prises, comme on l'a vu plus haut, depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = 2\pi$, et depuis $\alpha = 0$ jusqu'à une valeur sensible de α. Or, en intégrant par partie, on a

$$\int F\alpha.\alpha\,d\alpha = \frac{\alpha^2}{2}\cdot F\alpha - \frac{1}{2}\cdot\int \alpha^2 f\alpha.d\alpha,$$

$$\int F\alpha.\alpha^3\,d\alpha = \frac{\alpha^4}{4}\cdot F\alpha - \frac{1}{4}\cdot\int \alpha^4 f\alpha.d\alpha;$$

d'ailleurs aux deux limites, les produits $\alpha^2.F\alpha$ et $\alpha^4.F\alpha$ sont nuls : à la première, à cause du facteur α, et à la seconde, parce que $F\alpha$ s'évanouit, par hypothèse (n° 9), pour toute valeur de α qui n'est pas extrêmement petite; nous aurons donc simplement

$$\int F\alpha.\alpha\, d\alpha = -\frac{1}{2}.\int \alpha^2 f\alpha.d\alpha = -\frac{a^2}{2},$$

$$\int F\alpha.\alpha^3\, d\alpha = -\frac{1}{4}.\int \alpha^4 f\alpha.d\alpha = -\frac{b^2}{4}.$$

D'après cela, en négligeant la cinquième puissance de α, la valeur de $\iint Fr.\omega$ deviendra

$$\iint Fr.\omega = -\frac{a^2}{2}.\int d\varphi + \frac{b^2}{2}.\int (P^2 - P')\, d\varphi$$

En intégrant depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = 2\pi$, on a d'abord $\int d\varphi = 2\pi$; de plus

$$\begin{aligned}\int (P^2 - P')\, d\varphi = {} & A^2 \left(\int cos.^4\varphi . d\varphi - \int cos.^2\varphi . d\varphi\right) \\ & + A'^2 \left(\int sin.^4\varphi . d\varphi - \int sin.^2\varphi . d\varphi\right) \\ & + 2AA' \int cos.^2\varphi . sin.^2\varphi . d\varphi;\end{aligned}$$

équation qui est la même chose que

$$\begin{aligned}\int (P^2 - P')\, d\varphi &= (2AA' - A^2 - A'^2).\int cos.^2\varphi . sin.^2\varphi . d\varphi. \\ &= -\frac{\pi}{4}(A - A')^2;\end{aligned}$$

par conséquent

$$\iint Fr.\omega = -a^2\pi - \frac{b^2\pi}{8}.(A - A')^2;$$

ce qui donne, pour la valeur de T du numéro 9,

$$T = \varepsilon^2 a^2 \pi + \frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{8} (A - A')^2 - \Pi.$$

(17) On verra bientôt que nous aurons besoin de connaître la valeur de T, qui se rapporte aux points même du contour de la surface. Cette valeur est différente de celle que nous venons de calculer pour les points intérieurs; mais heureusement elle est, comme celle-ci, indépendante de la loi de la force répulsive, et peut facilement se déterminer. Il n'en serait pas de même si l'on considérait un point, non situé sur le contour même, mais qui n'en fût éloigné que d'une distance moindre que le rayon d'activité de la répulsion: la valeur de T dépendrait alors de la loi de cette force; en sorte qu'elle ne pourrait se déterminer qu'en faisant une hypothèse sur la forme de la fonction fr.

Supposons donc que m est un des points de la courbe qui termine la surface; par ce point menons une tangente à la courbe et un plan tangent à la surface; et pour fixer les idées, supposons que l'axe des s, à partir duquel on compte l'angle φ sur ce plan, soit dirigé du côté même où se trouve la surface. Soit θ l'angle aigu compris entre cet axe et la tangente à la courbe; il est évident que pour étendre l'intégrale $\iint F r . \omega$ à tous les points de la surface qui agissent sur le point m, il faudra la prendre depuis $\alpha = 0$ jusqu'à α égal au rayon d'activité de la force répulsive, et depuis $\varphi = -\theta$ jusqu'à $\varphi = \pi - \theta$, valeurs de cet angle qui répondent aux deux positions extrêmes du rayon α, sur le plan tangent en m.

Les limites relatives à α étant les mêmes que dans le numéro précédent, nous aurons encore

$$\iint \mathrm{F}\, r.\omega = -\frac{a^2}{2}\cdot\int d\varphi + \frac{b^2}{2}\cdot\int(\mathrm{P}^2-\mathrm{P}')\,d\varphi;$$

d'ailleurs, d'après les valeurs de P et P′ (n° 13), on a toujours

$$\iint(\mathrm{P}^2-\mathrm{P}')\,d\varphi = -(\mathrm{A}-\mathrm{A}')^2\cdot\int cos.^2\varphi\,.\,sin.^2\varphi\,.\,d\varphi;$$

intégrant depuis $\varphi = -\theta$ jusqu'à $\varphi = \pi - \theta$, on trouve

$$\int d\varphi = \pi, \quad \int cos.^2\varphi\,.\,sin.^2\varphi\,.\,d\varphi = \frac{\pi}{8};$$

d'où l'on conclut

$$\iint \mathrm{F}\, r\,.\,\omega = -\frac{a^2\pi}{2} - \frac{b^2\pi}{16}\cdot(\mathrm{A}-\mathrm{A}')^2,$$

et pour la valeur de la tension extrême

$$\mathrm{T} = \frac{\varepsilon^2 a^2\pi}{2} + \frac{\varepsilon^3 b^2\pi}{16}(\mathrm{A}-\mathrm{A}')^2 - \Pi.$$

On peut remarquer que, dans cette expression, la partie due aux forces élastiques est précisément la moitié de la même partie, dans la valeur de la tension intérieure que nous avons précédemment déterminée.

(18) Il est nécessaire maintenant d'exprimer en fonctions des coordonnées x, y, z, du point m, les valeurs des quantités A, A′ et $3\,\mathrm{C} + \mathrm{C}'' + 3\,\mathrm{C}'^{\mathrm{v}}$, qui entrent dans les expressions de U et T que nous avons trouvées. Or, relativement aux deux premières, on a déja vu (n° 12) que

$$\mathrm{A} = \frac{1}{2\rho}, \quad \mathrm{A}' = \frac{1}{2\rho'};$$

il ne resterait donc plus qu'à substituer pour ρ et ρ', les ex-

pressions connues des deux rayons de courbure principaux; mais nous préférons déterminer directement les valeurs de A et A′ par la même analyse qui nous servira à trouver la valeur de la quantité $3\,C + C'' + 3\,C^{\text{IV}}$.

Pour cela, considérons un second point m' de la surface, correspondant aux coordonnées x', y', z', et reprenons les formules de la transformation des coordonnées citées dans le numéro 11, savoir :

$$x' = x + \mu\, s + \nu\, s' - \frac{p\,u}{k},$$

$$y' = y + \mu'\, s + \nu'\, s' - \frac{q\,u}{k},$$

$$z' = z + \mu''\, s + \nu''\, s' + \frac{u}{k},$$

dans lesquelles on a substitué pour $\lambda, \lambda', \lambda''$, leurs valeurs.

La variable z est une fonction de x et y, et z' est la même fonction de x' et y'; développant donc, suivant le théorême de Taylor, et observant que $\frac{dz}{dx} = p$, $\frac{dz}{dy} = q$, on aura

$$\begin{aligned} z' = z &+ p\left(\mu\, s + \nu\, s' - \frac{p\,u}{k}\right) + q\left(\mu'\, s + \nu'\, s' - \frac{q\,u}{k}\right) \\ &+ \frac{d^2 z}{2\,dx^2}\left(\mu\, s + \nu\, s' - \frac{p\,u}{k}\right)^2 + \frac{d^2 z}{2\,dy^2}\left(\mu'\, s + \nu'\, s' - \frac{q\,u}{k}\right) \\ &+ \frac{d^2 z}{dx\,dy}\left(\mu\, s + \nu\, s' - \frac{p\,u}{k}\right)\left(\mu'\, s + \nu'\, s' - \frac{q\,u}{k}\right) + \text{etc.} \end{aligned}$$

Egalons cette valeur de z', à la précédente, et faisons passer dans le premier membre de l'équation qui en résultera, tous les termes de première dimension en u, s et s'; nous aurons

$$(1+p^2+q^2)\frac{u}{k}+(\mu''-\mu p-\mu' q)s+(\nu''-\nu p-\nu' q)s'=$$
$$\frac{d^2 z}{2dx^2}\left(\mu s+\nu s'-\frac{pu}{k}\right)^2+\frac{d^2 z}{2dy^2}\left(\mu' s+\nu' s'-\frac{qu}{k}\right)^2$$
$$+\frac{d^2 z}{dx\,dy}\left(\mu s+\nu s'-\frac{pu}{k}\right)\left(\mu' s+\nu' s'-\frac{qu}{k}\right)+\text{etc.}$$

Les coëfficients de s et s' sont nuls en vertu des équations de condition du numéro 11; le premier membre se réduit donc à ku, à ceux que $1+p^2+q^2=k^2$; substituant en outre à la place de u, son développement suivant les puissances de s et s', et ordonnant de même le second membre de cette équation, elle devient

$$kAs^2+kA's'^2+\text{etc.}=\left(\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{\mu^2}{2}+\frac{d^2 z}{dx\,dy}\cdot\mu\mu'+\frac{d^2 z}{dy^2}\cdot\frac{\mu'^2}{2}\right)s^2$$
$$+\left(\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{\nu^2}{2}+\frac{d^2 z}{dx\,dy}\cdot\nu\nu'+\frac{d^2 z}{dy^2}\cdot\frac{\nu'^2}{2}\right)s'^2$$
$$+\left(\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\mu\nu+\frac{d^2 z}{dx\,dy}(\mu\nu'+\mu'\nu)+\frac{d^2 z}{dy^2}\cdot\mu\nu\right)ss'+\text{etc.}$$

Elle doit être identique par rapport à s et s'; égalant donc entre eux les coëfficients des termes de seconde dimension dans les deux membres, nous en concluons ces trois équations :

$$\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{\mu^2}{2}+\frac{d^2 z}{dx\,dy}\cdot\mu\mu'+\frac{d^2 z}{dy^2}\cdot\frac{\mu'^2}{2}=kA,$$
$$\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{\nu^2}{2}+\frac{d^2 z}{dx\,dy}\cdot\nu\nu'+\frac{d^2 z}{dy^2}\cdot\frac{\nu'^2}{2}=kA',$$
$$\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\mu\nu+\frac{d^2 z}{dx\,dy}\cdot(\mu\nu'+\mu'\nu)+\frac{d^2 z}{dy^2}\cdot\mu'\nu'=0.$$

Les deux premières font connaître les valeurs de A et A',

et la troisième détermine la direction des axes des s et s', lesquels ont été supposés tangens aux deux lignes de courbure principales qui se coupent au point m (n° 12). Il est vrai que les quantités μ, μ', ν, ν', entrent dans ces valeurs de A et A'; mais on peut les en faire disparaître de la manière suivante :

1° J'ajoute les deux premières équations; je désigne par H, la somme A + A'; et en ayant égard aux équations de condition du numéro 11, je trouve

$$H = \frac{1+q^2}{2k^3}\cdot\frac{d^2z}{dx^3} - \frac{pq}{k^3}\cdot\frac{d^2z}{dx\,dy} + \frac{1+p^2}{2k^3}\cdot\frac{d^2z}{dy^2}.$$

2° Je multiplie les deux premières équations l'une par l'autre; puis je retranche du produit le carré de la troisième; il vient

$$k^2\,AA' = \frac{1}{4}(\mu\nu' - \mu'\nu)^2\left[\frac{d^2z}{dx^2}\cdot\frac{d^2z}{dy^2} - \left(\frac{d^2z}{dx\,dy}\right)^2\right];$$

mais on a (n° 11)

$$(\mu\nu' - \mu'\nu)^2 = \frac{1}{k^2};$$

désignant donc par G le produit AA', on aura

$$G = \frac{1}{4k^4}\cdot\left[\frac{d^2z}{dx^2}\cdot\frac{d^2z}{dy^2} - \left(\frac{d^2z}{dx\,dy}\right)^2\right].$$

La somme et le produit de A et A' étant ainsi connus, on formera une équation du second degré, dont ces quantités seront les deux racines. Il est aisé de vérifier que ces résultats coïncident avec les formules connues, qui servent à déterminer les deux rayons de courbure principaux d'une surface donnée.

Comme on a

$$(A-A')^2=(A+A')^2-4\,AA'=H^2-4G,$$

il s'ensuit que la tension intérieure, déterminée dans le numéro 16, deviendra

$$T=\varepsilon^2 a^2 \pi+\frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{8}\cdot H^2-\frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{2}\cdot G-\Pi,$$

et la tension extrême (n° 17),

$$T=\frac{\varepsilon^2 a^2 \pi}{2}+\frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{16}\cdot H^2-\frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{4}\cdot G-\Pi.$$

Ainsi ces deux quantités sont maintenant exprimées en fonctions des coordonnées du point m, auquel elles répondent.

(19) Pour exprimer de même la quantité $3\,C+C''+3\,C'''$, qui entre dans la valeur de U, je désigne par H', ce que devient H relativement au point m'; de sorte que H' soit la même fonction de x' et y', que H est de x et y. En développant par le théorême de Taylor, nous aurons

$$\begin{aligned} H'=H&+\frac{dH}{dx}\left(\mu s+\nu s'-\frac{pu}{k}\right)+\frac{dH}{dy}\left(\mu' s+\nu' s'-\frac{qu}{k}\right)\\ &+\frac{d^2H}{2\,dx^2}\left(\mu s+\nu s'-\frac{pu}{k}\right)^2+\frac{d^2H}{2\,dy^2}\left(\mu' s+\nu' s'-\frac{qu}{k}\right)^2\\ &+\frac{d^2H}{dx\,dy}\left(\mu s+\nu s'-\frac{pu}{k}\right)\left(\mu' s+\nu' s'-\frac{qu}{k}\right)+\text{etc.}; \end{aligned}$$

substituant pour u sa valeur en série, et ordonnant, suivant les puissances et les produits de s et s', il vient

$$H' = H + \left(\frac{dH}{dx}\mu + \frac{dH}{dy}\mu'\right)s + \left(\frac{dH}{dx}\nu + \frac{dH}{dy}\nu'\right)s'$$
$$+ \left(\frac{d^2H}{dx^2}\cdot\frac{\mu^2}{2} + \frac{d^2H}{dx\,dy}\cdot\mu\mu' + \frac{d^2H}{dy^2}\cdot\frac{\mu'^2}{2} - \frac{Ap}{k}\cdot\frac{dH}{dx} - \frac{Aq}{k}\cdot\frac{dH}{dy}\right)s^2$$
$$+ \left(\frac{d^2H}{dx^2}\cdot\frac{\nu^2}{2} + \frac{d^2H}{dx\,dy}\cdot\nu\nu' + \frac{d^2H}{dy^2}\cdot\frac{\nu'^2}{2} - \frac{A'p}{k}\cdot\frac{dH}{dx} - \frac{A'q}{k}\cdot\frac{dH}{dy}\right)s'^2$$
$$+ \text{etc.}$$

Mais on peut avoir une autre valeur de H', en remplaçant dans celle de H du numéro précédent, les coordonnées x, y, z du point m, par les coordonnées s, s', u du point m'; ce qui donne

$$H' = \frac{1+q'^2}{2k'^3}\cdot\frac{d^2u}{ds^2} - \frac{p'q'}{k'^3}\cdot\frac{d^2u}{ds\,ds'} + \frac{1+p'^2}{2k'^3}\cdot\frac{d^2u}{ds'^2};$$

en faisant, pour abréger,

$$\frac{du}{ds} = p', \quad \frac{du}{ds'} = q', \quad \sqrt{1+p'^2+q'^2} = k'.$$

Si l'on se borne aux termes de seconde dimension en s et s', la valeur de u en série, donne

$$p'^2 = 4A^2s^2, \quad q'^2 = 4A'^2s'^2, \quad p'q' = 4AA'ss',$$

$$\frac{1}{k'^3} = 1 - 6A^2s^2 - 6A'^2s'^2,$$

$$\frac{d^2u}{ds^2} = 2A + 6Bs + 2B's' + 12Cs^2 + 6C'ss' + 2C''s'^2,$$

$$\frac{d^2u}{ds'^2} = 2A' + 6B'''s' + 2B''s + 12C^{\text{IV}}s'^2 + 6C'''ss' + 2C''s^2;$$

au moyen de quoi, la seconde valeur de H', ordonnée suivant les puissances et les produits de s et s', devient

$$\begin{aligned} H' = {} & A + A' + (3B + B'')s + (3B''' + B')s' \\ & + (6C + C'' - 6A^3 - 2A^2A')s^2 \\ & + (6C'^{\text{v}} + C'' - 6A'^3 - 2AA'^2)s'^2 \\ & + \text{etc.} \end{aligned}$$

Comparant cette valeur à la première, et égalant de part et d'autre, les coëfficients de s^2 et s'^2, on a

$$\begin{aligned} 6C + C'' - 6A^3 - 2A^2A' = {} & \frac{\mu^2}{2}\cdot\frac{d^2H}{dx^2} + \mu\mu'\cdot\frac{d^2H}{dx\,dy} + \frac{\mu'^2}{2}\cdot\frac{d^2H}{dy^2} \\ & - \frac{A}{k}\left(p\frac{dH}{dx} + q\frac{dH}{dy}\right), \\ 6C'^{\text{v}} + C'' - 6A'^3 - 2AA'^2 = {} & \frac{\nu^2}{2}\cdot\frac{d^2H}{dx^2} + \nu\nu'\cdot\frac{d^2H}{dx\,dy} + \frac{\nu'^2}{2}\cdot\frac{d^2H}{dy^2} \\ & - \frac{A'}{k}\left(p\frac{dH}{dx} + q\frac{dH}{dy}\right); \end{aligned}$$

ajoutant ces deux équations, et réduisant comme dans le numéro précédent, on trouve

$$\begin{aligned} 3C + C'' + 3C'^{\text{v}} = {} & \frac{1+q^2}{4k^2}\cdot\frac{d^2H}{dx^2} - \frac{pq}{2k^2}\cdot\frac{d^2H}{dx\,dy} + \frac{1+p^2}{4k^2}\cdot\frac{d^2H}{dy^2} \\ & - \frac{H}{2k}\left(p\frac{dH}{dx} + q\frac{dH}{dy}\right) + 3A^3 + 3A'^3 + (A+A')AA'. \end{aligned}$$

Je substitue présentement cette valeur dans celle de U du numéro 15, et conservant toujours H et G, à la place de $A + A'$ et AA', il vient

$$\begin{aligned} U = {} & -\varepsilon^2 k a^2 \pi H - \frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{8}\left[\frac{1+q^2}{2k}\cdot\frac{d^2H}{dx^2} - \frac{pq}{k}\cdot\frac{d^2H}{dx\,dy} + \frac{1+p^2}{2k}\cdot\frac{d^2H}{dy^2}\right. \\ & \left. - pH\frac{dH}{dx} - qH\frac{dH}{dy} + 3kH^3 - 12kGH\right]. \end{aligned}$$

(20) Reprenons maintenant l'équation (1) du numéro 9. En faisant attention à la valeur de H, on peut l'écrire ainsi:

$$Z - pX - qY + U + 2TkH = 0;$$

et si l'on y substitue pour U sa valeur, et à la place de T, la première des deux expressions du numéro 18, on a alors

$$Z - pX - qY + (\varepsilon^2 a^2 \pi - 2\Pi) kH + \frac{\varepsilon^2 b^2 k\pi}{2} \cdot GH$$
$$- \frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{8} \left[\frac{1+q^2}{2k} \cdot \frac{d^2 H}{dx^2} - \frac{pq}{k} \cdot \frac{d^2 H}{dx\,dy} + \frac{1+p^2}{2k} \cdot \frac{d^2 H}{dy^2} \right.$$
$$\left. - pH \frac{dH}{dx} - qH \frac{dH}{dy} + kH^3 \right] = 0. \qquad (a).$$

Cette équation, dont la recherche faisait l'objet principal de ce Mémoire, est celle de la surface élastique en équilibre. D'après la forme de la quantité H, elle est, comme on voit, aux différences partielles du quatrième ordre et linéaire par rapport aux plus hautes différences. Cependant, si l'on fait attention à la nature des constantes désignées par a^2 et b^2 (n° 15), qui représentent les intégrales définies

$$\int \alpha^2 f\alpha \,.\, d\alpha, \quad \int \alpha^4 f\alpha \,.\, d\alpha,$$

il est évident que la seconde est négligible et comme infiniment petite, par rapport à la première; car b^2 dépend de la quatrième puissance du rayon d'activité de la force répulsive, tandis que a^2 ne dépend que de son carré: il semble donc que l'on devrait négliger, dans notre équation, les termes multipliés par b^2, ce qui l'abaisserait au second ordre; mais on doit observer que le terme multiplié

par a^2 se réunit à la constante arbitraire contenue dans Π; et nous allons prouver qu'il disparaît avec elle, lorsqu'on en détermine la valeur.

En effet, cette constante dépend des forces particulières qui tirent la surface à ses limites, et qui sont égales et directement opposées aux tensions extrêmes, ainsi qu'on l'a vu dans le numéro 4. Supposons donc que m est un des points du contour; désignons par V, la force donnée qui agit sur ce point, tangentiellement à la surface, et dans une direction perpendiculaire à son contour; égalant cette force à la tension extrême qui répond au même point, c'est-à-dire, à la seconde valeur de T du numéro 18, nous aurons

$$V = \frac{\varepsilon^2 a^2 \pi}{2} + \frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{16} \cdot H^2 - \frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{4} \cdot G - \Pi. \qquad (b).$$

Or, si de cette équation, appliquée à un point déterminé du contour, on tire la valeur de la constante arbitraire, renfermée dans Π, et qu'on l'élimine ensuite de l'équation (a), il est évident que le terme multiplié par a^2 disparaîtra en même temps; de sorte qu'il ne restera que des forces données et des termes provenant des forces élastiques qui seront multipliés par b^2.

(21) Dans le cas où les forces X, Y, Z, sont nulles, et où la surface élastique est un cylindre, on doit trouver pour la section perpendiculaire aux arêtes, l'équation ordinaire de la *lame élastique*. Pour le vérifier, prenons l'axe des y parallèle à ces arêtes, auquel cas z sera indépendante de y, et l'on aura

$$q = 0,\ k = \sqrt{1+p^2},\ \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{dp}{dx},\ H = (1+p^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{dp}{2\,dx},\ G = 0.$$

De plus, la quantité Π qui représente l'intégrale de $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$, se réduira à une constante arbitraire; je désigne par c une semblable constante, et je fais, pour simplifier,

$$2\Pi - \varepsilon^2 a^2 \pi = \frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{16} \cdot c :$$

l'équation (a) devient

$$\frac{d^2 \cdot \left[(1+p^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{dp}{dx}\right]}{\sqrt{1+p^2} \cdot dx} - \frac{p\,dp}{(1+p^2)^{\frac{3}{2}} dx} \cdot d \cdot \left[(1+p^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{dp}{dx}\right]$$
$$+ \frac{dp^3}{2(1+p^2)^4 dx^3} + \frac{c\,dp}{1+p^2} = 0.$$

On ne reconnaît pas ici l'équation de la lame élastique; mais il est possible de la ramener à sa forme ordinaire, par une suite de transformations que je vais indiquer.

D'abord, en divisant tous les termes par $\sqrt{1+p^2}$, et observant que

$$\frac{d^2 \cdot \left[(1+p^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{dp}{dx}\right]}{(1+p^2)\,dx} = \frac{d^2 \cdot \left[(1+p^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \frac{dp}{dx}\right]}{dx}$$
$$+ \frac{6p\,dp}{(1+p^2)^2 dx} \cdot d \cdot \left[(1+p^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{dp}{dx}\right] + \frac{2\,dp^3}{(1+p^2)^{\frac{9}{2}} dx^2},$$

notre équation devient

$$\frac{d^2 \cdot \left[(1+p^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \frac{dp}{dx}\right]}{dx} + \frac{5p\,dp}{(1+p^2)^2 dx} \cdot d \cdot \left[(1+p^2)^{-\frac{3}{2}} \frac{dp}{dx}\right]$$
$$+ \frac{5\,dp^3}{2(1+p^2)^{\frac{9}{2}} dx^2} + c.d. \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} = 0;$$

et à cause que

$$\frac{2p\,dp}{(1+p^2)^2\,dx}\cdot d.\left[(1+p^2)^{-\frac{3}{2}}\cdot\frac{dp}{dx}\right]+\frac{dp^3}{(1+p^2)^{\frac{9}{2}}\,dx^2}$$

$$=d.\left[p(1+p^2)^{-\frac{7}{2}}\cdot\frac{dp^2}{dx^2}\right],$$

elle se change en

$$\frac{d^2\cdot\left[(1+p^2)^{-\frac{5}{2}}\cdot\frac{dp}{dx}\right]}{dx}+\frac{5}{2}\cdot d.\left[p\,(1+p^2)^{-\frac{7}{2}}\cdot\frac{dp^2}{dx^2}\right]+c.d.\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}=0.$$

Intégrant et désignant par c', la constante arbitraire, il vient

$$\frac{d.\left[(1+p^2)^{-\frac{5}{2}}\cdot\frac{dp}{dx}\right]}{dx}+\frac{5p\,dp^2}{2(1+p^2)^{\frac{7}{2}}\,dx^2}+\frac{cp}{\sqrt{1+p^2}}=c'.$$

Je multiplie par $2\,dp$, et j'observe que

$$\frac{2\,dp}{dx}\cdot d.\left[(1+p^2)^{-\frac{5}{2}}\cdot\frac{dp}{dx}\right]+\frac{5p\,dp^3}{1(+p^2)^{\frac{7}{2}}\,dx}=d.\left[(1+p^2)^{-\frac{5}{2}}\cdot\frac{dp^2}{dx^2}\right];$$

ce qui réduit l'équation précédente à

$$d.\left[(1+p^2)^{\frac{-5}{2}}\cdot\frac{dp^2}{dx^2}\right]+\frac{2cp\,dp}{\sqrt{1+p^2}}=2c'\,dp.$$

J'intègre une seconde fois, et je désigne par c'' la constante arbitraire; j'ai alors

$$\frac{dp^2}{(1+p^2)^{\frac{5}{2}}\,dx^2}+2c\sqrt{1+p^2}=2c'p+c''.$$

Résolvant cette équation par rapport à dx, on a

$$dx = \frac{(1+p^2)^{\frac{-5}{4}}\,dp}{\sqrt{2c'p+c''-2c\sqrt{1+p^2}}};$$

multipliant par p et remettant dz à la place de $p\,dx$, il vient

$$dz = \frac{(1+p^2)^{\frac{-5}{4}}\,p\,dp}{\sqrt{2c'p+c''-2c\sqrt{1+p^2}}}.$$

Ces deux dernières équations sont effectivement celles de la lame élastique, sous la forme où Euler les a trouvées à la fin de son Traité des isopérimètres (*). Il est facile de les réduire à une seule, entre z et x; mais nous ne nous arrêterons pas à effectuer cette transformation.

(22) Si la surface élastique diffère très-peu d'un plan qui soit celui des x, y, et qu'on néglige, en conséquence, dans son équation, les carrés et les produits des différences partielles de l'ordonnée z, on aura

$$k=1,\quad G=0,\quad H=\frac{1}{2}\left(\frac{d^2z}{dx^2}+\frac{d^2z}{dy^2}\right);$$

ce qui réduira l'équation (a) simplement à

$$Z-pX-qY+\left(\frac{\varepsilon^2a^2\pi}{2}-\Pi\right)\left(\frac{d^2z}{dx^2}+\frac{d^2z}{dy^2}\right)$$
$$-\frac{\varepsilon^2b^2\pi}{32}\cdot\left[\frac{d^4z}{dx^4}+2\frac{d^4z}{dx^2\,dy^2}+\frac{d^4z}{dy^4}\right]=0,$$

et l'équation (b) à

$$V=\frac{\varepsilon^2b^2\pi}{2}-\Pi.$$

(*) *Methodus inveniendi lineas curvas*, etc., pag. 249.

D'après les principes de mécanique que nous avons rappelés dans le numéro 7, nous pouvons déduire immédiatement les équations du mouvement de la surface élastique, de celles de son équilibre; et si nous nous bornons à considérer le cas où la surface fait de très-petites oscillations de part et d'autre d'un plan fixe, il faudra partir des équations réduites que nous venons d'écrire : supposant, en outre, que chaque point oscille dans une droite perpendiculaire à ce plan, et faisant abstraction de la pesanteur de la surface, nous aurons, comme dans le numéro cité,

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = -\varepsilon \frac{d^2 z}{dt^2};$$

t étant la variable qui représente le temps.

La quantité Π désigne l'intégrale de $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$, on aura donc

$$d\Pi = -\varepsilon \frac{d^2 z}{dt^2} dz = -\frac{\varepsilon}{2} \cdot d \cdot \frac{dz^2}{dt^2};$$

valeur qu'on doit regarder comme nulle, puisqu'on néglige les termes de seconde dimension, par rapport à z. Ainsi Π sera une constante arbitraire; et, d'après la valeur précédente de V, cette force, qui agit tangentiellement aux extrémités de la surface, devra être aussi constante ou nulle.

Avec ces différentes restrictions, on aura, pour déterminer les vibrations de la surface, l'équation

$$\varepsilon \frac{d^2 z}{dt^2} - V\left(\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{d^2 z}{dy^2}\right) + \frac{\varepsilon^2 b^2 \pi}{32} \cdot \left(\frac{d^4 z}{dx^4} + 2\frac{d^4 z}{dx^2\,dy^2} + \frac{d^4 z}{dy^4}\right) = 0.$$

Le coëfficient b^2 dépend de l'élasticité naturelle de la surface; il variera avec la matière dont elle est composée, et il est censé donné pour chaque surface en particulier. Si on le suppose nul, on aura l'équation d'une surface non élastique,

mais tendue par une force V (n° 7); si, au contraire, on fait $V=0$, l'équation du mouvement se réduira à la forme la plus simple qu'elle puisse avoir dans le cas de l'élasticité, savoir :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + n^2\left(\frac{d^4 z}{dx^4} + 2\frac{d^4 z}{dx^2\, dy^2} + \frac{d^4 z}{dy^4}\right) = 0;$$

n^2 étant un coëfficient constant, essentiellement positif, proportionnel à l'épaisseur ε et à la quantité b^2. Elle ne contient plus alors l'équation de la surface non-élastique, laquelle, en effet, ne peut faire de vibrations qu'autant qu'elle est tendue par une force appliquée à ses extrémités.

Cette dernière équation est celle que l'on trouve, sans démonstration, dans la pièce anonyme dont j'ai parlé au commencement de ce Mémoire : maintenant qu'elle est déduite d'une théorie rigoureuse, elle pourra fournir une base certaine aux recherches que l'on entreprendra, sur les lois des vibrations des plaques sonores.

(23) Je terminerai ce Mémoire en faisant connaître une propriété curieuse de la surface élastique en équilibre. Celle que je vais considérer est une plaque, également épaisse, pliée par des forces données, qui agissent sur son contour; et, pour simplifier, je fais abstraction de sa pesanteur. Or, je dis que dans l'état d'équilibre, elle est parmi toutes les surfaces de même étendue, la surface dans laquelle l'intégrale

$$\iint\left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}\right)^2 k\, dx\, dy$$

est un *maximum* ou un *minimum* : ρ et ρ' désignent comme plus haut, les deux rayons de courbure principaux qui répondent à un point quelconque; $k\, dx\, dy$ représente l'élément relatif au même point; et cette intégrale double s'étend

à la surface entière. Pour vérifier ce théorême, il suffit de montrer qu'il conduit à l'équation de la surface précédemment trouvée.

En effet, l'intégrale qui représente l'étendue de la surface est $\iint k\,dx\,dy$; d'après les règles du *calcul des variations*, l'équation du *maximum* ou du *minimum* relatif dont il est question, sera donc

$$\delta.\iint\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right)^2 k\;dx\,dy+c\,\delta.\iint k\,dx\,dy=0;$$

c étant une constante arbitraire. De plus, comme on veut seulement connaître l'équation de la surface, sans chercher ce qui arrive à ses limites, on peut regarder dx et dy comme constant; de sorte qu'en faisant passer la caractéristique δ sous le signe $\iint$, réunissant les deux intégrales en une seule, et posant, pour abréger,

$$\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}=\mathrm{R},$$

l'équation précédente devient

$$\iint(\delta.k\mathrm{R}^2+c\,\delta k)\,dx\,dy=0.$$

Mais en faisant toujours $\frac{dz}{dx}=p$, $\frac{dz}{dy}=q$, on a

$$k=\sqrt{1+p^2+q^2}$$

$$\mathrm{R}=\frac{1+q^2}{k^3}\cdot\frac{d^2z}{dx^2}-\frac{2pq}{k^3}\cdot\frac{d^2z}{dx\,dy}+\frac{1+p^2}{k^3}\cdot\frac{d^2z}{dy^2};$$

d'où l'on tire

$$\delta k = \frac{p}{k}\cdot\frac{d.\delta z}{dx} + \frac{q}{k}\cdot\frac{d.\delta z}{dy},$$

$$\delta.kR^2 = 2R\left(\frac{1+q^2}{k^2}\cdot\frac{d^2.\delta z}{dx^2} - \frac{2pq}{k^2}\cdot\frac{d^2.\delta z}{dx\,dy} + \frac{1+p^2}{k^2}\cdot\frac{d^2.\delta z}{dy^2}\right)$$
$$+ 2kR\left(\frac{dR}{dp}\cdot\frac{d.\delta z}{dx} + \frac{dR}{dq}\cdot\frac{d.\delta z}{dy}\right) + R^2\left(\frac{p}{k}\cdot\frac{d.\delta z}{dx} + \frac{q}{k}\cdot\frac{d.\delta z}{dy}\right).$$

Je substitue ces valeurs dans l'équation précédente; en intégrant par parties, je fais disparaître les différentielles premières et secondes de δz; je néglige les termes qui passent hors du double signe $\iint$, et qui se rapportent, comme on sait, aux limites de la surface que nous ne considérons point ici; et observant enfin que

$$\frac{dR}{dp} = -\frac{3p}{k}.R + \frac{2p}{k^3}\cdot\frac{d^2z}{dy^2} - \frac{2q}{k^3}\cdot\frac{d^2z}{dx\,dy},$$
$$\frac{dR}{dq} = -\frac{3q}{k}.R + \frac{2q}{k^3}\cdot\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{2p}{k^3}\cdot\frac{d^2z}{dx\,dy},$$
$$\frac{d.\frac{p}{k}}{dx} + \frac{d.\frac{q}{k}}{dy} = R,$$

je trouve, après quelques réductions,

$$\iint\Big[\frac{2d^2.\left(\frac{1+q^2}{k^2}.R\right)}{dx^2} - \frac{2d^2.\left(\frac{pq}{k^2}.R\right)}{dx\,dy} + \frac{2d^2.\left(\frac{1+p^2}{k^2}.R\right)}{dy^2}$$
$$-\frac{4d\left(\frac{pR}{k^2}\right)}{dx}\cdot\frac{d^2z}{dy^2} - \frac{4d\left(\frac{qR}{k^2}\right)}{dy}\cdot\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{4d\left(\frac{qR}{k^2}\right)}{dx}\cdot\frac{d^2z}{dx\,dy} + \frac{4d\left(\frac{pR}{k^2}\right)}{dy}\cdot\frac{d^2z}{dx\,dy}$$
$$+\frac{10pR}{k}\cdot\frac{dR}{dx} + \frac{10qR}{k}\cdot\frac{dR}{dy} + 5R^3 - cR\Big].\delta z.dx\,dy = 0.$$

En égalant à zéro le coëfficient de δz, c'est-à-dire, la quantité comprise entre les crochets, on aura l'équation de la surface demandée. Elle ne se présente pas sous la même forme que celle de la surface élastique que nous avons trouvée dans le numéro 20; mais si l'on effectue les différentiations des produits qui ne sont qu'indiquées, on trouve, toute réduction faite et en divisant par deux,

$$\frac{1+q^2}{k^2}\cdot\frac{d^2\mathrm{R}}{dx^2}-\frac{2pq}{k^2}\cdot\frac{d^2\mathrm{R}}{dx\,dy}+\frac{1+p^2}{k^2}\cdot\frac{d^2\mathrm{R}}{dy^2}$$

$$-\frac{p\mathrm{R}}{k}\cdot\frac{d\mathrm{R}}{dx}-\frac{q\mathrm{R}}{k}\cdot\frac{d\mathrm{R}}{dy}+\frac{\mathrm{R}}{2}(\mathrm{R}^2-c)-\frac{\mathrm{R}}{2k^4}\left(\frac{d^2z}{dx^2}\cdot\frac{d^2z}{dy^2}-\left(\frac{d^2z}{dx\,dy}\right)^2\right)=0;$$

équation dont il est aisé de reconnaître la coïndence avec celle du numéro 20, quand on supprime dans celle-ci les forces X, Y, Z, et qu'on y remplace la quantité Π par une constante arbitraire.

Au reste, l'intégrale $\iint \mathrm{R}k\,dx\,dy$ n'est pas la seule qui jouisse de la propriété du *maximum* ou du *minimum;* elle appartient aussi aux intégrales

$$\iint\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right)^2 k\,dx\,dy,\quad \iint\left(\frac{1}{\rho^2}+\frac{1}{\rho'^2}\right)k\,dx\,dy,$$

et généralement à toutes celles qui se déduisent de la première, en y ajoutant l'intégrale $\iint\frac{k\,dx\,dy}{\rho\rho'}$, multipliée par un coëfficient constant. Cela tient à ce que l'on a identiquement

$$\delta.\iint\frac{k\,dx\,dy}{\rho\rho'}=\iint\delta\left(\frac{k}{\rho\rho'}\right).dx\,dy=0,$$

lorsque l'on a seulement égard aux termes qui, après les in-

tégrations par parties, restent sous le double signe $\iint$, et que l'on fait abstraction de ceux qui passent en dehors. On vérifiera, sans peine, cette assertion, en partant de la valeur connue de la quantité $\frac{k}{\rho\rho'}$, savoir:

$$\frac{k}{\rho\rho'}=\frac{1}{k^3}\left(\frac{d^2z}{dx^2}\frac{d^2z}{dy^2}-\left(\frac{d^2z}{dx\,dy}\right)^2\right)$$

La propriété de la surface élastique que nous venons de démontrer comprend celle de la lame, qui fut d'abord imaginée par D. Bernouilli, et qu'Euler a ensuite vérifiée à la fin de son Traité des *isopérimètres*, cité plus haut (*). En effet, dans le cas de la lame, l'un des deux rayons de courbure principaux, par exemple, le rayon ρ' devient infini; de plus l'élément de la surface se change dans celui de la courbe élastique, que nous appelerons ds, et l'intégrale double

$$\iint \mathrm{R}\,k\,dx\,dy,$$

devient l'intégrale simple $\int\frac{ds}{\rho^2}$, laquelle doit être effectivement un *minimum*, d'après le principe de D. Bernouilli.

(*) Voyez aussi sur ce point la note qui suit le Mémoire de M. Laplace, snr la *Double réfraction*. Mémoires de l'Institut, année 1809.

FIN.

EXPOSITION

Des faits recueillis jusqu'à présent concernant les effets de la Vaccination, et Examen des objections qu'on a faites en différens temps, et que quelques personnes font encore contre cette pratique.

PAR MM. BERTHOLLET, PERCY, ET HALLÉ.

Lu le 17 août 1812.

L'INSTITUT a entendu en 1803 un Rapport concernant les premières observations faites en France sur les effets immédiats, les conséquences et la propriété préservative de la Vaccine, et la Classe a fait imprimer ce Rapport dans le tome V de ses Mémoires. Elle a fait aussi imprimer dans le tome VIII un Mémoire sur les Vaccinations faites en 1806 à Lucques, au milieu d'une épidémie variolique. Ces Vaccinations avaient présenté des phénomènes remarquables dépendans des circonstances dans lesquelles elles avaient été pratiquées. Aujourd'hui, au bout de douze ans d'expériences, répétées dans différentes contrées, non seulement de l'Europe, mais aussi de tout le monde civilisé, nous lui présentons des résultats déduits de la comparaison d'une multitude de faits observés, même contradictoirement, dans tous les climats et toutes les circonstances possibles, et revêtus des caractères de l'authenticité.

Cependant, quelque général que paraisse aujourd'hui l'as-

sentiment des médecins, du public, et des gouvernemens, concernant les avantages que tant d'expériences ont fait attribuer à la vaccine, il s'est aussi élevé quelques voix contre elles; et lorsque les réclamations qu'elles ont fait entendre ont été faites par des hommes honnêtes et instruits, et qu'elles n'ont pu être dictées par aucun intérêt personnel, il a été juste de les mettre en balance avec l'opinion générale: Quelle que soit notre façon de penser, nous nous garderons bien de blâmer ceux qui ne la partagent pas. Cet esprit d'opposition et d'indépendance a quelque chose de précieux dans les sciences d'observation, quand il est uni à des connaissances et à des talens, et qu'on ne peut l'attribuer, même quand il s'égare, qu'à l'amour de la vérité, et à la crainte de céder à un enthousiasme irréfléchi. C'est pour cela que dans le compte que nous allons rendre à la Classe, nous prendrons nos divisions des observations mêmes sur lesquelles ont été fondés les reproches que des hommes instruits ont cru pouvoir faire à la vaccine.

1° On a comparé les effets sensibles de la vaccine à ceux de l'inoculation de la petite-vérole, et voyant celle-ci, après un mouvement de fièvre plus ou moins fort, se terminer par une éruption, tantôt plus tantôt moins abondante, de boutons, on a pensé que, pour opérer le même effet préservatif, la vaccine ne produisant en général rien de semblable, n'opérait dans le corps qu'une révolution incomplète, ne devait point lui être aussi avantageuse, et pouvait y laisser un levain nuisible, que le travail local des piqûres ne devait enlever qu'imparfaitement.

Cette première objection est de pure théorie. Les objections suivantes ont au contraire paru appuyées sur des faits qui leur semblaient favorables.

2° Dans les temps où la vaccine a été introduite dans différens pays, on a vu des éruptions se développer chez quelques individus; des désordres assez grands et quelques accidens graves ont quelquefois accompagné ces éruptions. On en a conclu que le virus, introduit par la vaccination, était réellement de nature à produire des éruptions; mais que ces éruptions, n'ayant souvent pas lieu, ou étant presque toujours irrégulières et incomplètes, le virus, faute d'être entraîné vers la peau, selon le vœu de la nature, restait dans le corps, devenait la cause de divers accidens, et y pouvait occasionner aussi des altérations préjudiciables.

3° Quelques accidens, et même des malheurs, survenus pendant le développement des effets immédiats de la vaccine, ont été attribués à cette opération, et ont fait prendre l'opinion que le virus vaccin était de nature à produire immédiatement et promptement des maladies funestes.

4° Après des vaccinations heureusement terminées, on a vu quelquefois, dans des termes plus ou moins rapprochés des époques de la vaccination, se développer des maladies, ou des dérangemens notables de santé, qu'on a attribués à la vaccine; et on en a conclu que, même après un succès apparent de la vaccination, la vaccine pouvait être la source de maladies consécutives et chroniques plus ou moins graves, et en laisser le germe dans le corps.

5° Enfin, comparant quelques faits dans lesquels l'inoculation de la petite-vérole a paru être l'époque d'une révolution heureuse dans la santé de quelques individus, et rapprochant ces faits des inconvéniens que l'on avait regardés comme des suites de la vaccine, quelques-uns ont pensé que, même en supposant égale, de part et d'autre, la propriété

préservative, l'inoculation variolique avait sur l'inoculation vaccinale l'avantage de pouvoir devenir souvent un remède efficace contre des affections graves, auxquelles on supposait la vaccine incapable de remédier.

Telles sont les objections les plus fortes qui ont été faites et plusieurs fois renouvelées contre la vaccine; les autres reproches qu'on lui a faits sous le rapport de la faculté préservatrice, sous celui de la distinction entre la vraie et la fausse vaccine, ou relativement à l'espoir conçu de pouvoir par son moyen détruire absolument la petite-vérole, sont moins graves; quelques-uns s'adressent plutôt aux hommes qu'à la chose; nous en parlerons avec moins d'étendue.

La première objection, celle à laquelle nous répondrons d'abord, est à notre sens la plus faible. Elle repose sur la théorie par laquelle les pathologistes ont expliqué les phénomènes de quelques maladies qu'on a désignées par le titre de dépuratoires.

Elle peut être comprise dans la question suivante.

PREMIERE QUESTION.

La fièvre et l'éruption générale qui suivent l'inoculation de la petite-vérole, et qui n'ont pas lieu de même après la vaccine, constituent-elles cependant une dépuration nécessaire, dont l'absence puisse donner lieu à des conséquences dangereuses?

La théorie par laquelle on admet dans un grand nombre de maladies aiguës, et dans quelques maladies chroniques, un mouvement dont la fin est d'opérer des évacuations plus ou moins considérables par quelques voies, et par-là de

porter hors du corps une matière qu'on suppose étrangère, et à laquelle on attribue les désordres qui ont donné lieu à la maladie; cette théorie, dis-je, a été imaginée pour rendre raison des phénomènes qui se présentent successivement dans le cours de quelques maladies aiguës, et de l'ordre plus ou moins régulier et périodique dans lequel ils se succédent assez constamment, et se terminent par la guérison. Il est plusieurs maladies à la marche desquelles cette théorie s'adapte très-bien; et on ne peut disconvenir que les phénomènes de la petite-vérole, soit naturelle, soit produite par l'inoculation du pus variolique, l'une et l'autre absolument inconnues aux anciens, ne se prêtent très-facilement aux principes sur lesquels on a élevé cette théorie, dont l'origine remonte aux premiers âges de la science médicale.

Une parcelle à peine perceptible de pus variolique, recueillie sur la pointe d'une lancette, est introduite sous l'épiderme. Elle y produit bientôt après une inflammation et une éruption locales; au bout de six ou sept jours, les symptômes précurseurs d'une maladie générale se déclarent, une fièvre s'établit, et trois jours après, cette fièvre se termine sur différentes parties du corps par une éruption plus ou moins abondante de boutons pareils à ceux de la petite-vérole naturelle, et semblables à ceux dont on a emprunté le virus. Ces boutons se changent en pustules, propres elles-mêmes à répandre la contagion variolique, et dont l'humeur inoculée est capable de reproduire les mêmes symptômes, les mêmes boutons, et les mêmes pustules, et par conséquent est toujours un véritable pus variolique.

L'inoculation de la vaccine n'est point suivie de phénomènes semblables. Trois jours communément après l'inser-

tion, jamais plus tôt, quand le vaccin est bon, quelquefois plus tard, le bouton s'annonce; dans les cinq jours suivans, il se forme et se complette, et acquiert tous les caractères qui le distinguent. Vers le huitième jour, il s'entoure d'une aréole rouge, un peu douloureuse, et sous laquelle il se forme un engorgement léger dans le tissu de la peau. Le bouton finit par se convertir en une croûte lisse d'un brun-noirâtre, de la même forme que la pustule à laquelle elle succède. Il ne se fait point d'éruption dans le reste du corps; car nous ne parlons pas ici des exceptions qui sortent du caractère le plus commun de la maladie. On observe quelquefois, au moment où se forment l'aréole et l'engorgement qui lui correspond, un mouvement de fièvre presque toujours très-léger, avec un peu d'engorgement des glandes axillaires, quand l'insertion a été faite au bras. La liqueur contenue dans la pustule, prise dans le premier temps de sa formation, étant inoculée, reproduit les mêmes phénomènes, et se représente toujours sous la même forme. Ainsi tout le changement sensible que l'on peut observer à la suite de l'inoculation vaccinale, se passe dans la partie sur laquelle a été faite la piqûre, et cette opération n'entraîne point de maladie générale sensible.

Il est évident, par ce qui vient d'être dit, que l'inoculation de la petite-vérole donne lieu à une petite-vérole véritable, et que celle de la vaccine n'a point le même résultat; que par conséquent les matières insérées ne sont point semblables; ainsi la théorie de l'une de ces maladies, et de son inoculation, ne peut être appliquée à l'autre.

La seule chose commune entre l'inoculation de la petite-vérole et celle de la vaccine, est de mettre l'homme qui les a

subies à l'abri du danger de contracter la petite-vérole, par quelque voie que la contagion de cette maladie puisse l'atteindre. Cette propriété, commune à l'homme qui a eu la petite-vérole naturelle, à celui qui l'a contractée par l'inoculation, et à celui qui a éprouvé la faible maladie locale produite par la vaccine, suppose cependant qu'il s'est opéré dans toute l'habitude du corps un changement général qui, dans tous ces cas, a un résultat semblable; ce résultat établit une différence essentielle entre l'homme qui a subi l'une ou l'autre de ces épreuves, et celui qui n'y a point été soumis; différence qui, dans celui-ci, admet la contagion variolique, et l'exclut au contraire dans l'autre.

Quelle est la nature de cette différence et de ce changement? Personne ne le sait : l'expérience seule en prouve la réalité. C'est donc de même à l'expérience à décider de la nécessité d'une éruption dépuratoire, et des dangers dont on peut être menacé quand cette éruption ne se fait pas; car ce n'est pas d'après des théories qu'il faut juger une pareille question, c'est seulement par la comparaison des faits. Si le vaccin inséré sous l'épiderme, en donnant lieu au changement dont nous venons de parler, introduit en même temps un venin qui peut, étant conservé dans le corps, devenir la cause d'un grand nombre d'accidens et de maladies, l'observation doit le constater. C'est à cela seul que se réduit la question, qui dès-lors n'est plus qu'une question de fait.

Mais, encore qu'on ne s'appuie que sur l'expérience et sur l'observation, la multitude de circonstances souvent inaperçues, qui, en médecine, peuvent concourir à un même résultat, et la difficulté d'apprécier les rapports des causes avec les effets produits, à raison de la différence des sujets

et des dispositions dans lesquelles ils se trouvent, répandent nécessairement une grande incertitude sur les conséquences qu'on déduit des faits observés. Un petit nombre de ces faits ne peut donner naissance qu'à des probabilités; et ce n'est que par leur multiplicité et la constance des phénomènes qu'ils présentent à l'observateur, que les présomptions se changent en certitude. Si donc on veut apprécier la valeur des faits qui ont été allégués contre la vaccine, il faut les comparer à-la-fois à la nature et à la somme des faits constatés qui ont rendu générale l'opinion opposée. C'est de cette manière que nous chercherons à apprécier les autres objections dont nous avons fait connaître l'objet.

Parmi les faits dont on s'est servi pour appuyer ces objections, quelques-uns ont été empruntés de l'ouvrage même du docteur Woodville, intitulé : *Rapport sur le Cow-pox,* publié à Londres en 1799, et traduit la même année en français par M. Aubert. Feu M. Chappon avait réuni, en 1803, dans un ouvrage intitulé : *Traité historique des dangers de la Vaccine,* tout ce qui alors avait été annoncé de contraire à la nouvelle opération. On y trouve quelques faits remarquables que nous examinerons; mais presque tous les autres se réduisent à des allégations sans détails et sans autorités, qui sembleraient avoir été rassemblés avec moins de discernement que de prévention, si l'auteur lui-même, convaincu à la fin de l'insuffisance de ses preuves, n'avait fini par publier une rétractation authentique et motivée de son opinion; rétractation qu'il a adressée aux auteurs du Journal de Médecine, publié par MM. Corvisart, le Roux et Boyer, et qui a été insérée à sa demande dans le N° de septembre 1807, tom. VI,

pag. 238 de ce Recueil. D'autres faits ont été publiés dans divers écrits, dont plusieurs ont été recueillis et discutés par les auteurs de la Bibliothèque Britannique; nous rappellerons ceux qu'il importe de connaître. Plusieurs observations nous ont été communiquées; presque toutes celles que nous avons eu occasion de vérifier étaient dues à des rapports faux ou inexacts; les autres n'offraient que des faits peu remarquables, et dont les conséquences étaient équivoques. Nous n'en citerons point les auteurs; ce serait les appeler à une discussion à laquelle il leur convient peut-être de rester étrangers. Mais, en général, nous dirons que nulle observation ne peut avoir de poids que quand elle est accompagnée des recherches nécessaires sur l'origine du virus, sur les conditions caractéristiques de la vaccine, relativement à ses formes, à son développement, à ses effets immédiats, sur les phénomènes qui l'ont suivie, et sur l'état des sujets vaccinés. Au reste, nous n'avons eu intention de négliger aucun des faits de quelque valeur qui sont venus à notre connaissance.

Nous comparerons avec ces faits, 1° les résultats de la correspondance de la Société établie à Paris, sous les auspices du Gouvernement, en 1804, sous le titre de Société pour l'extinction de la petite-vérole. Cette Société ayant recueilli les papiers du Comité central de Vaccination, qui s'était formé en l'an VIII ou en 1799, lors de l'introduction de la vaccine en France, et y ayant joint une correspondance très-active continuée jusqu'à l'époque actuelle, les connaissances positives qu'elle a acquises sur les effets de la vaccine observés sur toute la surface de la France, forment un des ensembles les plus étendus et les plus complets dont on puisse réunir

les élémens (1). 2° Les faits consignés dans le recueil justement estimé, intitulé Bibliothèque Britannique, et qui, depuis l'année 1798 jusqu'à présent, a présenté aux savans les principales observations recueillies sur le même sujet dans toutes les parties du continent européen, et dans toutes les autres contrées civilisées du globe; nous avons eu aussi à notre disposition l'ouvrage du docteur Sacco, intitulé : *Trattato della Vaccinatione*, *Milano*, 1809, où se trouve l'histoire de ce que ce médecin estimable a fait en Italie pour répandre la pratique de la vaccination. Nous ne donnerons après cela à nos propres observations d'importance qu'autant que, se réunissant aux faits contenus dans ces divers recueils, elles se trouveront confirmer à nos yeux des conséquences déja établies par les autres observateurs; car ce n'est point de quelques faits, vus par un seul homme, quelque instruit qu'on le suppose, que peut résulter l'évidence en pareille matière, mais du concert des observations faites par un grand nombre d'hommes instruits, en différens temps, en différens pays, et dans des circonstances diverses, mais comparables.

---

(1) Les résultats de cette correspondance sont consignés dans un rapport du Comité central, publié en 1803 (an XI); deux rapports faits en séance générale de la Société en 1804 (24 frimaire an XIII) et en 1806 (12 juin); deux autres, l'un pour 1807 et 1808, l'autre pour 1808 et 1809; des notes communiquées, tirées du rapport pour 1810, qu'on imprime actuellement; des bulletins de correspondance publiés jusqu'à ce moment sous divers n^os, depuis 1 jusqu'à 20.

DEUXIEME QUESTION.

Les faits observés démontrent-ils que le vaccin, introduit dans le corps, soit de nature à produire des maladies éruptives, ou des accidens qu'on doive attribuer à la difficulté, à l'imperfection des éruptions, ou à leur défaut?

On a cru trouver la démonstration de cette opinion dans les éruptions qui ont quelquefois suivi la vaccination ; et c'est à l'impuissance d'effectuer complètement ces éruptions qu'on a cru pouvoir dans ces cas attribuer des accidens funestes ou des maladies consécutives.

On trouve en effet des observations semblables dans l'ouvrage publié à Londres, en mai 1799, par le docteur Woodwille, sur les vaccinations pratiquées par lui en 1798, dans l'origine de la découverte de Jenner. Dans ces observations, on remarque des éruptions précédées ou accompagnées d'accidens graves, de fièvre, d'anxiétés, de douleurs d'entrailles, de vomissemens, de diarrhées, de défaillances, de douleur et de rougeur aux yeux, de toux, de convulsions; on remarque aussi des accidens de même nature survenus sans éruptions, et on attribue alors ces accidens à l'impuissance de l'action organique pour produire une éruption nécessaire ; on y trouve encore une éruption accompagnée d'accès réitérés de spasme, et suivie de mort dans un enfant à la mamelle.

Pour apprécier la valeur de ces observations et celle des conséquences qu'on en peut tirer, il faut rappeler l'histoire des observations du docteur Woodwille, et celle des différentes circonstances où l'insertion de la vaccine a eté suivie de différens genres d'éruption.

Le docteur Woodwille était attaché comme médecin en chef à l'Hôpital des inoculés à Londres (*small-pox-hopital.*) Il inoculait, outre cela, et dans la ville et dans les campagnes. La publication de son ouvrage, c'est-à-dire de son rapport sur le *cow-pox*, a été faite en 1799; ce rapport renferme des observations qui presque toutes ont eu lieu en 1798, c'est-à-dire dans le temps où les propriétés du *cow-pox* ou de la vaccine commençaient à être annoncées par le docteur Jenner. Le nombre total des vaccinations rapportées dans l'ouvrage du docteur Woodwille, se monte à cinq cent dix, sur lesquelles il se trouve deux cent soixante-quatorze cas où une éruption plus ou moins abondante s'est manifestée, et cent quarante-sept où il y a eu une fièvre plus ou moins remarquable (1).

Dans le même temps cependant le docteur Jenner annonçait que l'inoculation de la vaccine ne donnait lieu à aucune éruption; il n'en avait point encore observé; et les médecins qui employaient le nouveau virus, tant à Londres que dans d'autres endroits de l'Angleterre, assuraient la même chose (2).

Pour lors le docteur Woodwille, ayant envoyé au docteur

---

(1) Voyez l'ouvrage du docteur Woodwille, traduit par M. Aubert, et la Bibl. Britannique, partie des Sciences, t. XII, pag. 146, 163, 172, 173, 272. Pearson *Observations concerning Eruptions.* Extr. Bibl. Brit., t. XIV, 254. Jenner *an inquiry into causes and effects of the variolæ vaccinæ.* Londres, 1798, Extr. Bibl. Brit. t. IX, p. 367, 394. Ib. Correspondance du docteur De Carro, et Rapport du docteur Woodwille, t. XII, p. 163, 290.

(2) Bibl. Brit. IX, 394; XII, 163, 293, 325.

Jenner du vaccin recueilli dans son hôpital, et en ayant réciproquement reçu de lui, le vaccin envoyé par le docteur Woodwille, et inséré sur plus de cent soixante personnes, tant par le docteur Jenner que par d'autres médecins du comté de Berkley et des environs, ne produisit aucune éruption, tandis que celui que le docteur Woodwille avait reçu du docteur Jenner, et qui entre les mains de celui-ci n'avait point eu cet effet, l'eut de nouveau quand il fut employé par le docteur Woodwille (1).

Ainsi, il semblait que ce phénomène fût comme attaché à la personne de M. Woodwille, puisqu'il ne dépendait assurément point de la nature du vaccin, ni même d'aucune condition générale dépendante du séjour de Londres.

Une nouvelle observation fut bientôt faite par le docteur Woodwille lui-même, et les éruptions qui déja au mois de juin et de juillet ne se montraient plus entre ses mains, cessèrent peu-à-peu de se montrer même dans son hôpital, quand on y eut cessé les inoculations varioliques, et suivant une progression qui en accusait bien l'origine, puisque les éruptions se réduisent sur 310 vaccinés successivement à la proportion de 19 et de 13 sur cent, puis de 7 sur 110; enfin de 3 ou 4 sur cent, dans plus de 2000 vaccinés observés dans son hôpital, tandis que pas une n'avait lieu dans la ville (2).

On remarqua en même temps que dans quelques villages aux environs de Londres, où la petite-vérole était épidémique,

---

(1) Bibl. Brit. t. XII, 293, 325; XV, 367.

(2) *Observations on the Cow-pox. Woodwille.* Lond. 1800. Extr. Bibl. Brit. t. XV, p. 370.

les éruptions se représentaient de nouveau avec la vaccine; elles eurent encore lieu, en grand nombre, à Ketley, en Shropshire, dans une maison où se rencontraient un grand nombre d'inoculés de la petite-vérole (1).

Enfin le docteur Jenner, dans une lettre au docteur Marcet, en date du 23 février 1803, atteste que depuis, en Angleterre, sur 10,000 personnes inoculées, tant par lui que par ses neveux, pas une seule éruption n'avait eu lieu (2).

En 1807, le rapport du collége royal des chirurgiens de Londres annonce que, sur un relevé de 164381 vaccinations, 66 seulement avaient donné lieu à l'observation de quelques éruptions, ce qui donne la proportion d'un seul cas sur 2490,6 (3).

Ces observations, faites en Angleterre, se confirment par des observations analogues faites dans d'autres pays.

A l'introduction de la pratique de la vaccination en Danemark, on observa des éruptions qui n'ont pas reparu depuis (4).

La même chose a été vue en Hanovre et à Genève, et les observations de Genève méritent à cet égard une attention particulière. C'est en 1800 et 1801, au milieu d'une épidémie de petites-véroles, que l'on a observé la première fois des éruptions abondantes pendant le cours de la vaccine; ensuite on a cessé d'en voir; mais en 1808 la contagion variolique

---

(1) Bibl. Brit. ibid. t. XV, p. 371.

(2) Bibl. Brit. t. XXV, p. 182.

(3) Bibl. Brit. t. XXXVI, p. 371.

(4) Lettre du docteur Jenner au docteur Marcet. Bibl. Brit. t. XXV, p. 182.

fut introduite de nouveau, et donna naissance à une épidémie considérable. Alors le phénomène des éruptions a reparu de nouveau, et ne s'est pas représenté depuis (1).

L'un de nous a été témoin de la même chose à Lucques, au mois de juillet 1806. Il y régnait alors une épidémie variolique, et parmi les enfans qui furent vaccinés alors, plusieurs eurent des éruptions qui n'ont point eu lieu depuis (2).

Dans la correspondance, recueillie de toutes les parties de la France par la société formée à Paris, on n'a eu d'exemples que d'éruptions sporadiques, et le nombre de cas où elles ont eu lieu n'est dans aucune proportion remarquable avec la quantité de vaccinations pratiquées dans la France. Cette quantité, depuis les six derniers mois de l'an 1804, où la correspondance a pu s'étendre plus complètement, sous l'autorisation du Gouvernement, jusques et y compris l'année 1810, est évaluée à 2,671,661 vaccinations (3).

La nature des éruptions observées a été très-variable. Les boutons ressemblaient, en général, plus à ceux de la petite-vérole volante, qu'à ceux de la petite-vérole; quelques-uns ont paru avoir le caractère du bouton vaccin, et quelques médecins ont assuré même avoir communiqué la vraie vaccine en se servant de la liqueur qu'ils contenaient (4). Dans

---

(1) *Odier*, Bibl. Brit. t. XX, p. 214, note; t. XXXIX, p. 91, 93, 94; et t. XLV, 64, 65, note.

(2) Mémoire de la Classe des Sciences physiques et mathématiques de l'Institut, t. VIII, premier semestre 1807, p. 21.

(3) Notes communiquées au secrétariat de la Société établie à Paris, pour l'extinction de la petite-vérole.

(4) Bibl. Brit. t. XV, 86, 369; t. XXXIX, 94.

d'autres cas, les boutons ont ressemblé à ceux d'une éruption miliaire; ils étaient cependant durs et non vésiculaires; quelquefois l'éruption a consisté dans de simples rougeurs, des plaques rouges, des ampoules (1). On pourrait mettre encore au nombre des éruptions consécutives, observées pendant la vaccine, les pustules secondaires de vaccine, survenues, soit dans les environs du bouton principal et de l'aréole, soit sur le reste du corps, s'il n'était pas démontré dans beaucoup de cas que les enfans les ont fait naître eux-mêmes en se grattant en différens endroits, après avoir rompu la pustule vaccinale, ce qui ne peut être alors regardé que comme une véritable vaccination. Au reste, les boutons les plus remarquables parmi les véritables éruptions, ceux qui se rapprochaient par leurs caractères extérieurs des boutons ou vaccins ou varioliques, ont toujours été plus fugitifs que ne sont les véritables pustules de la vaccine et les boutons de la vraie petite-vérole (2).

Il résulte du rapprochement que nous venons de faire entre les observations citées et la somme des observations recueillies relativement aux éruptions qui ont accompagné les vaccinations, que les cas dans lesquels ces éruptions, ainsi que les accidens fébriles, ont eu lieu, comparés avec les cas qui en ont été exempts, sont dans une proportion telle, que l'on ne peut attribuer ces éruptions au virus vaccin, et les regarder comme une conséquences de ses propriétés; qu'elles ne peuvent être rapportées qu'à des circonstances accessoires, soit générales, soit individuelles; que

(1) Bibl. Brit. t. XV, 82 à 88, 369, 370, 379; XXXIX, 93.

(2) Bibl. Brit. t. XIV, 258, 260; t. XVI, 203, 297, 299, 300.

ces circonstances, qui ne sont pas toujours appréciables dans plusieurs cas individuels isolés, sont cependant dans la plupart, et sur-tout dans ceux où les phénomènes se sont montrés à-la-fois dans un grand nombre d'individus, évidemment en rapport avec les émanations varioliques réunies dans les lieux où les vaccinations se sont pratiquées, ou avec les contagions de petite-vérole épidémique; que par conséquent elles ne prouvent en aucune façon que le virus vaccin porte dans les corps un levain qui doive être expulsé par un mouvement de fièvre et par une éruption particulière, ou par toute autre évacuation remarquable; et qu'on est en droit de tirer une conséquence directement contraire de la quantité de cas où le vaccin inséré n'a opéré de changement sensible que dans le lieu même de l'insertion, et n'a donné lieu, du reste, à aucun mouvement fébrile durable, et à aucune incommodité appréciable.

TROISIÈME QUESTION.

Le virus introduit par la vaccination est-il de nature à produire immédiatement, c'est-à-dire, pendant le développement des effets naturels de la vaccine, des accidens mortels?

Ici se présente une seconde classe de faits qu'on a allégués comme preuve des inconvéniens et des dangers de la vaccine: ce sont les accidens mortels survenus dans le temps même où se développaient les effets immédiats de l'insertion vaccinale.

Évaluons ces preuves.

On cite une première observation tirée de l'ouvrage de

M. Woodwille. L'enfant était à la mamelle (1). Le neuvième jour de la vaccination il survint une éruption de 80 à 100 boutons, accompagnés de spasmes réitérés à de courts intervalles, et l'enfant mourut le onzième. Si, comme nous l'avons démontré, le phénomène des éruptions est évidemment étranger à la nature du vaccin, et aux effets naturels de son insertion, on doit en conclure que les accidens funestes survenus au milieu de ces éruptions ne lui appartiennent pas davantage. Ainsi l'on ne peut tirer de l'observation dont il est question aucune conséquence favorable aux reproches faits à la vaccine.

Un second cas, digne de remarque, est tiré d'un rapport de M. Moore, que M. Chappon cite aussi comme une preuve des dangers résultant de la vaccination (2); le 8e ou 9e jour après la vaccination, une enfant âgée de trois ans, jusque-là bien portante, est prise de toux; le 12, d'extinction de voix; le 14, d'étouffement; le 15, l'étouffement augmentant, la respiration devient difficile, précipitée, bruyante, le bruit paraissant venir de la trachée-artère; et ce jour même elle mourut. Il nous semble que personne ne méconnaîtra là les symptômes du *croup*. Or, comme cette terrible maladie s'empare des enfans souvent inopinément, et au milieu de la meilleure santé, marche avec une rapidité effrayante, et survient dans toute autre circonstance que celle de la vaccination; pourquoi, lorsqu'elle se rencontrera dans le cours de la vaccine, l'attribuera-t-on à l'insertion du vaccin, quand il est bien connu qu'elle est due à des causes, soit acciden-

(1) Traduction de M. Aubert, Rapport sur le Cow-pox, p. 108.
(2) Chappon, Ouv. cité, p. 104.

telles, soit épidémiques, totalement différentes? On ne doit donc pas mettre ce fait au nombre de ceux qui pourraient démontrer les dangers de la vaccination.

Doit-on compter au nombre des effets de la vaccination les convulsions qui ont enlevé un enfant dont la mort est attribuée encore par M. Chappon à la vaccine, et celles qui en ont enlevé un autre au sixième jour d'une fièvre pernicieuse (1)? Les fièvres et les maladies convulsives funestes sont-elles donc si rares chez les enfans, que, quand elles se rencontrent pendant le développement de la vaccine, ou à sa suite, on doive sans autre preuve les lui attribuer?

On trouve encore dans l'ouvrage de M. Chappon l'exemple de l'enfant de M. Goupy, enfant couverte d'une gourme qui suppurait abondamment (2). La gourme fut mêlée, pendant le cours de la vaccine, de beaucoup de boutons qu'on attribua à l'effet du vaccin. Elle prit alors un caractère d'une âcreté et d'une putridité extrême, causa de vives douleurs, amena les convulsions et la mort.

Quelque équivoques que dussent paraître les conséquences qu'on a voulu tirer de cette observation, nous avons cru devoir nous adresser à M. de Lafisse, médecin dont la réputation est connue et méritée, et sous les yeux duquel l'événement s'est passé; voici ce qu'il nous a répondu :

« La petite fille de M. Goupy, dont vous me parlez, avait été vaccinée à mon insu. Elle avait la tête couverte de gourme, et les humeurs très-viciées. Son père vint me prier

---

(1) Ouvr. cité, p. 108, 109.

(2) Ouvr. cité, p. 102.

de la voir le neuvième ou le onzième jour de sa maladie, qui s'était déclarée peu de jours après l'insertion de la vaccine. Je la trouvai avec une fièvre *ataxique* très-grave, à laquelle elle succomba deux jours après, malgré les vésicatoires et le quinquina que je prescrivis sur-le-champ. Outre les boutons de vaccine qui s'étaient développés aux piqûres, plusieurs autres s'étaient élevés sur la tête et sur différentes parties du corps. Je crois que la fièvre ataxique était indépendante de la vaccine, qui peut-être a contribué à la déterminer, mais à laquelle l'enfant avait *une disposition très-prochaine*. Le seul reproche qui me paraît pouvoir être fait à la vaccine, c'est d'avoir été pratiquée dans des circonstances aussi défavorables. Voilà tout ce que je puis dire sur cet accident, dont j'ai été le triste témoin, etc. »

Nous n'ajouterons rien à ces réflexions de M. de Lafisse, dont la justesse nous paraît évidente. Un exemple analogue, quoique terminé d'une manière moins funeste, nous a été cité par une personne digne de confiance : nous avons cherché à le vérifier, et nous avons trouvé que le fait n'était attesté que sur des rapports évidemment faux, et par lesquels cette personne avait été induite en erreur.

Il est donc évident que dans aucun des cas dont nous venons de parler, les malheurs qui ont eu lieu ne peuvent être attribués aux propriétés du vaccin lui-même. Nous allons maintenant relever les observations qu'a fournies la correspondance de la société de Paris, et ce que les auteurs de la Bibliothèque Britannique ont publié dans leur Recueil au sujet des morts survenues dans le cour de la vaccination.

Les exemples de ce genre, contenus dans la Correspondance de la société de Paris, sont au nombre de onze. Quatre

enfants sont morts de petites-véroles survenues le 2e, le 6e, le 8e et le 9e jour de la vaccination, par conséquent contractées avant elle, ou avant qu'elle eût pu produire d'effet préservatif. Deux autres sont morts de convulsions : l'un d'eux en était attaqué dès sa naissance, et n'avait que trois mois; il est mort le neuvième jour de la vaccination : l'autre était tourmenté de convulsions dues à une affection vermineuse, existante avant qu'on le vaccinât. Enfin, cinq enfants nouveaux-nés, dont deux étaient attaqués d'un vice syphilitique, et les trois autres étaient dans un état de marasme, sont morts peu après leur vaccination. Ce sont là les seuls exemples dont les registres de la Correspondance fassent mention sur deux millions et plus de six cent mille vaccinés, et aucun de ces morts ne peut être regardé comme ayant succombé aux effets de la vaccine, puisqu'ils étaient atteints, indépendamment d'elle, de maladies qui toutes pouvaient par leur nature devenir mortelles, et dont quelques-unes l'étaient nécessairement.

Les extraits insérés dans la Bibliothèque Britannique nous présentent aussi des exemples de morts survenues dans le cours ordinaire des effets de la vaccination. Plusieurs, dans des épidémies de petites-véroles meurtrières, ont été causées par la petite-vérole elle-même, qui s'est déclarée dès les premiers jours qui ont suivi la vaccination, comme on l'a vu à Genève, et dans d'autres lieux (1). D'autres fois on a dû ce malheur à des éruptions particulières compliquées avec la vaccine, dans des circonstances pareilles, et nous avons vu

(1) Bibl. Brit. t. XV, p. 84, 85 ; et t. XLIV, p. 290, et note, p. 291.

ce qu'on devait penser de cette complication. Un accident malheureux, arrivé à Nottingham, en 1801, a été amené par un érysipèle universel, observé sur deux enfants, et qui en enleva un (1).

Si maintenant on compare le nombre des malheurs au nombre des vaccinations exemptes de ces accidents funestes, nous verrons que l'enfant dont parle M. le docteur Woodwille en 1798, était encore le seul en 1799, sur 6000 vaccinés (2), et que, en 1807, selon le rapport des chirurgiens de Londres, on ne comptait encore que trois morts dans de pareilles circonstances sur 164381 vaccinés, ce qui fait un seul sur 54793 $\frac{2}{3}$ (3).

D'après les faits que nous venons de rapporter, les accidens malheureux qui sont survenus pendant le cours de la vaccine, ont eu lieu dans le cas d'éruptions dues à l'influence coïncidente des épidémies varioliques; dans des cas de complication de la petite-vérole elle-même; dans des cas de maladies convulsives, la plupart déja établies antérieurement à la vaccination; dans un cas de croup; dans des complications d'un marasme déja avancé, ou d'un virus syphilitique déclaré; dans le cas d'une complication de gourme d'un mauvais caractère, réunie aux dispositions préliminaires d'une fièvre ataxique. Ainsi aucune de ces morts ne peut être regardée comme due au caractère ni à la nature du virus même; toutes sont ou la conséquence de maladies étrangères bien

(1) Bibl. Brit. t. XVI, p. 298.

(2) Bibl. Brit. t. XII, p. 325; XIV, p. 200.

(3) Bibl. Brit. t. XXXVI, p. 371.

connues, ou causées par des accidens dont les causes, indépendantes de la vaccination, mais coïncidentes avec elle, sont bien appréciées par ce que nous avons dit précédemment.

QUATRIÈME QUESTION.

Le virus introduit par la vaccination est-il de nature, même après l'opération heureusement terminée, à donner naissance à des maladies consécutives plus ou moins graves, et dont l'issue peut être funeste?

La solution de cette question est difficile, en ce que, pour l'obtenir, on est nécessairement arrêté par un assez grand nombre d'incertitudes.

Il est difficile sans doute d'établir qu'un virus introduit dans le corps et capable d'en changer les dispositions, au point de le rendre inaccessible à la contagion variolique, est incapable d'ailleurs d'y opérer aucun autre changement qui puisse intéresser la santé. Une pareille conséquence ne peut être que le résultat d'un nombre d'observations tel, que sa disproportion avec le nombre d'observations contraires ne permette d'attribuer celles-ci qu'à des causes absolument étrangères à l'insertion de ce virus.

Mais aussi les observations dont on pourrait appuyer l'opinion contraire doivent réunir des conditions difficiles à obtenir. En effet, si quelque maladie vient à se développer après la vaccine, pour établir qu'elle ne peut être attribuée à aucune autre cause, il faut connaître quel était l'état du sujet avant la vaccination, et savoir si ses dispositions constitutionnelles ou héréditaires ne le préparaient pas aux maladies qui auront eu lieu depuis; il faut montrer que

depuis la vaccination il n'a point été exposé à des causes capables de les produire; on pourrait demander encore, malgré les expériences propres à inspirer la sécurité à cet égard, si les sources dans lesquelles on a puisé le vaccin ne pouvaient point être infectées aussi d'un levain étranger : enfin, comme, dans tous les âges et dans toutes les circonstances de la vie, plusieurs maladies se développent sans qu'on puisse en assigner les causes sensibles, celles qui surviennent après la vaccine, pour lui être attribuées, doivent, d'une part, montrer entre elles un caractère d'affinité qui accuse une origine commune, de l'autre, offrir dans leur développement une liaison plus ou moins sensible avec les effets primitifs de la vaccination à laquelle elles succèdent.

Il est donc bien juste de n'admettre en opposition avec les avantages attribués à la vaccine que des observations constatées, et dont les détails soient assez complets pour qu'on puisse en apprécier la valeur.

Néanmoins, si le nombre des faits allégués était très-considérable, comme il serait impossible de les rapporter alors à de simples accidents, ou à des circonstances particulières qui ne pourraient être multipliées à ce point; cette condition remplacerait même le défaut d'observations exactes, et ferait naître un ordre de probabilités qui pourrait offrir une certaine force.

C'est en ayant égard à tous ces rapports que nous tâcherons d'arriver à la solution de la question proposée.

Nous commencerons par les observations qui ont été données comme preuves qu'il existe des maladies qui doivent leur origine à la vaccine.

Parmi celles qui ont été publiées ou qui sont venues à

notre connaissance, il en est bien peu qui, considérées isolément, aient le caractère d'observations exactes, et aucune ne réunit toutes les conditions nécessaires pour fixer les rapports de la maladie citée avec la vaccine à laquelle on la rapporte.

Parmi onze observations qui nous ont été spécialement communiquées, et qui, par la précision avec laquelle les faits étaient annoncés, ainsi que par la nature des témoignages avec lesquels elles nous avaient été transmises, semblaient mériter de notre part une attention particulière, nous avons eu des moyens de recourir à la vérification de sept. Ces sept se sont trouvées formellement et authentiquement démenties par les témoins oculaires les plus assidus, et par conséquent les plus instruits des faits, ou par état, ou par devoir, ou par l'intérêt qui les attachait aux enfans qui ont été les sujets de ces observations. Nous n'avons pu supposer alors dans les personnes qui nous ont communiqué ces observations, personnes instruites et dont nous ne pouvons suspecter la bonne foi, que le malheur d'avoir été induites en erreur par de faux rapports sur des choses qu'elles n'avaient pas entièrement pu voir de leurs propres yeux; il était naturel, après cela, que l'authenticité des autres faits qui nous étaient parvenus par la même voie, et qu'il nous était ou trop difficile ou impossible de vérifier, nous parût au moins suspecte.

On a cité un fait rapporté dans un Mémoire lu à une société de médecine de Grenoble, et ce fait est allégué dans l'ouvrage de M. Chappon (1). Un enfant, après la vaccine,

(1) *Voy.* l'ouvrage de M. Chappon, p. 134, 135.

eut le visage couvert de boutons, qui furent remplacés par des croûtes qui lui donnaient un aspect hideux. Il se déclara ensuite de l'oppression, à laquelle succéda une anasarque qui eut une issue funeste. Malgré l'insuffisance des détails, il est bien facile de reconnaître dans cet exposé l'éruption si familière aux enfans, désignée par le nom vulgaire de *croûte laiteuse*. Son développement, à la suite de la vaccine, ne démontre point qu'elle ait rien de commun avec elle; et tous les jours on voit la suppression de ces sortes d'éruptions donner lieu, sans le concours de la vaccine, à des symptômes graves et à des accidens funestes, dont le siége est ou dans la tête, ou dans les organes de la respiration.

Le peu de détails exacts que contiennent les autres observations que nous aurions pu examiner, exclut naturellement l'idée de les admettre au nombre des preuves spéciament admissibles dans une pareille discussion.

Nous avons rencontré des personnes étrangères à l'art, et spécialement des parens, qui nous ont assuré que leurs enfans, vaccinés soigneusement et avec succès quant au cours naturel de l'opération et de ses effets immédiats, avaient depuis la vaccine éprouvé des incommodités, quelques-uns des éruptions vagues, et une faiblesse de santé qu'ils ne connaissaient pas du tout avant la vaccination. Ces accidens avaient même, dans quelques cas, obligé de recourir à l'établissement de vésicatoires, pour éloigner des suites qui paraissaient inquiétantes. Il nous était impossible de remonter assez à l'origine de ces faits pour les apprécier complètement et les juger avec exactitude par nous-mêmes; mais, sans refuser de croire à leur réalité, et sans révoquer entièrement en doute leur origine, nous pouvons dire que

la totalité des enfans, et même des adultes, que nous avons eu occasion ou de vacciner nous-mêmes, ou de faire vacciner sous nos yeux, en prenant le vaccin dans des sources sûres et sur des enfans évidemment purs, ne nous ont, jusqu'à présent, rien offert de semblable.

Il est encore une chose que l'on observe très-fréquemment, et à laquelle on doit faire une attention particulière dans l'examen de la question qui nous occupe. Souvent on voit accidentellement une impression, une émotion, une chûte, être l'occasion du développement d'une maladie à la nature de laquelle cette cause occasionnelle est évidemment étrangère. La petite-vérole elle-même s'est souvent déclarée après de pareils accidens, qui, dans d'autres cas, ont paru donner l'essor à des fièvres graves ou à d'autres maladies, dont il semble que les dispositions préexistassent, et n'attendissent que cette occasion pour s'effectuer. N'est-il pas possible que dans des circonstances qu'il n'est en notre pouvoir ni de déterminer, ni de prévoir, le mouvement qui suit la vaccination devienne ainsi l'occasion d'une maladie sans en être la cause, et fasse ce qu'aurait fait également toute autre révolution survenue dans le même temps? il n'y aurait alors là rien de propre à la vaccine, et qui tînt à la nature du virus introduit par la vaccination.

Puis donc qu'il n'est aucune des observations qu'on a recueillies jusqu'ici qui puisse servir séparément de preuve directe à l'opinion que nous examinons, il nous reste à voir si, prises collectivement, leur nombre est tel, comparé à la somme des faits dont l'histoire nous est connue, qu'il puisse donner aux objections quelque solidité, c'est-à-dire, si ce nombre est hors de proportion avec la probabilité des acci-

dens étrangers à la vaccine, ou des dispositions individuelles qui auraient suffi pour donner lieu aux maladies que l'on veut regarder comme des conséquences de la vaccination.

Les recueils auxquels nous avons déja eu recours pour répondre aux autres questions, nous fourniront encore des faits nombreux pour satisfaire à celle-ci.

La Correspondance de Paris ne fournit, outre les faits que nous avons rapportés dans l'examen des questions antérieures, que les résultats suivans : des érysipèles au bras, dans la proportion *d'un sur dix mille;* des suppurations prolongées dans les boutons de vaccine, dans le rapport *d'un à six mille;* et ce sont là seulement des accidens locaux particuliers aux parties sur lesquelles a été pratiquée la vaccination. Quant aux accidens généraux, on n'en a observé que quand, dans des intentions particulières, on a beaucoup multiplié les piqûres, et qu'on les a portées au nombre de trente, quarante, cinquante, et même soixante; ces accidens ont été des mouvemens de fièvre violens, des mouvemens convulsifs; aucun cas connu n'a été suivi de conséquences funestes. On doit bien supposer que les faits recueillis par la Société de Paris sont toujours ceux où la vaccine a eu son développement, ses périodes, et ses caractères extérieurs tels qu'ils doivent être pour caractériser une véritable vaccine; ce qui n'est pas une distinction aussi futile que quelques personnes ont voulu le faire croire (1).

Les faits fournis par le Recueil de la Bibliothèque Britannique nous présentent les résultats suivans, parmi lesquels nous ne tiendrons compte d'aucune proposition générale

(1) Jenner, *Further Ovservations*. Bibl. Brit. XV, 269, etc.

donnée comme conséquence d'une somme indéterminée de faits. Nous ne parlerons que de ceux qui sont annoncés avec une précision telle qu'il en puisse résulter une idée exacte.

Ainsi, en 1800, M. Odier annonce qu'à Genève, sur quinze cents vaccinations, on n'avait eu connaissance d'aucun accident (1).

Le docteur Anderson écrit, le 13 août 1804, du fort Saint-Georges de Madras, à la Société Jennérienne de Londres, que les vaccinations faites par les médecins anglais et indous de la présidence de Madras, sur un nombre d'Anglais, de Portugais, de Bramines, de Malabares, de Gentous, de Mahométans, de Demicastes, de Pariahs, de Marattes, de Canadiens, et de Raiaputs, s'élevait en tout à 145848 personnes, et qu'on n'avait observé sur ce nombre aucun accident (2). Le compte en a été fait en 1803, et publié en 1804 par le gouvernement de Madras.

En 1806, la Société Jennérienne de Londres, sur des bruits répandus au sujet de la vaccine, à laquelle spécialement on attribuait des maladies particulières, effrayantes, et jusqu'a-

---

(1) Bibl. Brit. t. XVI, p. 99.

(2) Bibl. Brit. t. XXX, p. 279. Les détails du relevé donnent seulement 18 personnes de moins que l'énoncé de la proclamation. Voici ce relevé: Européens (Anglais), 165; Portugais (Créoles), 1092; Bramines, 4141; Malabares, 41806; Gentous, 40022; Mahométans, 10926; Demicastes, 444; Pariahs, 35975; Marattes, 440; Canadiens, 10367; Raiaputs, 462; en tout 145830. Cette énumération ne peut paraître superflue ici, puisqu'elle présente les effets de la vaccine dans toute la diversité possible des rapports dépendant de la différence des hommes, et de la variété des habitudes et des circonstances.

lors, disait-on, inconnues, a fait faire des recherches exactes dont les résultats, réunis sous XXII titres différens, contiennent, au titre XXI, que la maladie produite par la vaccine est en général légère et sans conséquences; et que les cas qui seuls seraient contraires à cette conclusion, en petit nombre relativement au nombre total des vaccinations pratiquées, peuvent être très-naturellement attribués à la constitution et aux dispositions particulières des individus qui ont offert ces exceptions (1).

Depuis ce rapport, et en 1807, la Société des chirurgiens de Londres en a fait un dont les bases sont plus précises, et dont les auteurs montrent une extrême réserve sur les conséquences qu'ils auraient pu déduire des résultats obtenus. Déja nous avons dit, en parlant des éruptions consécutives, que l'on n'en avait eu que 66 exemples sur 164361 vaccinés. Vingt-quatre affections érysipélateuses ont seulement été observées sur le même nombre de 66, et c'est sur celles-ci qu'on doit compter les trois seules morts qui aient eu lieu après la vaccination, et dont nous avons déja fait mention. Tous ces relevés sont le résultat des réponses de 426 correspondans dont le témoignage avait été provoqué par des lettres circulaires (2).

Dans un autre endroit on fait mention des mêmes érysipèles, probablement compris depuis dans les 24 dont il vient d'être question; et on en attribue le développement à la trop grande profondeur des incisions, au moyen desquelles le vaccin avait été porté trop avant au-dessous de la peau,

(1) Bibl. Brit. t. XXXII, p. 75 et 82.
(2) Bibl. Brit. t. XXXVI, p. 371.

au lieu d'être seulement introduit entre elle et l'épiderme. D'autres observations pourraient donner quelque probabilité à cette présomption, que nous ne cherchons pas à apprécier ici (1).

A Alep, M. *Barker,* consul anglais, est parvenu à familiariser les habitans avec la pratique de la vaccination. Six cents ont été vaccinés en 1806, sans qu'on ait observé aucun accident à la suite de ces vaccinations (2).

En 1803, le gouvernement espagnol fit la noble et généreuse entreprise de commander une expédition qui fut terminée en 1806, et dont le but unique était de répandre dans toutes les possessions américaines et asiatiques de l'Espagne les nouveaux moyens de préserver ces colonies du fléau de la petite-vérole.

On embarqua un certain nombre d'enfans qui devaient être successivement vaccinés dans la traversée; la vaccine fut ainsi portée aux Canaries, à Porto-Ricco, aux Caracas, dans la province de Guatimala, dans toute la Nouvelle-Espagne, aux Philippines, à Macao et à Canton, aux îles Visayes, où une

---

(1) Bibl. Brit. t. XVI, p. 298. Cette différence entre l'effet des insertions superficielles sous l'épiderme et celui des insertions profondes dans le tissu même de la peau, est encore plus remarquable dans les animaux, et spécialement dans les moutons, sur lesquels l'inoculation du claveau sous l'épiderme a été trouvée efficace et exempte d'accidens, tandis que, portée profondément sous la peau, elle a été suivie de furoncles, d'anthrax, de gangrènes. Le tissu, les fonctions et les propriétés de l'organe ne sont nullement les mêmes à ces diverses profondeurs. (Annales d'Agricult. obs. de M. Picot la Peyrouse, t. XLVI, p. 281, 286, 293, 294).

(2) Bibl. Brit. t. XXXII, p. 394 et 400.

nation ennemie, frappée de cet acte de générosité de la part des Espagnols, y fut assez sensible pour poser immédiatement les armes. Les colons de Sainte-Hélène, qui jusque-là avaient refusé la vaccine des mains de leurs propres compatriotes, la reçurent des Espagnols; les provinces de Terre-Ferme et de Carthagène, le Pérou, etc., reçurent aussi successivement la vaccine, qui fut même trouvée indigène près de Puebla-de-los-Angeles, non loin de Valladolid, et dans les Caraques; et le vice-roi de la Nouvelle-Espagne a attesté que, sur 50000 individus vaccinés dans son seul gouvernement, aucun accident défavorable n'était parvenu à sa connaissance (1).

A *Echaterinoslaff,* le duc de Richelieu, gouverneur de Crimée, assure que, sur 7065 individus vaccinés dans l'espace de six mois, de 1809 à 1810, pas un n'a éprouvé d'accidens, à l'exception d'un seul chez lequel la petite-vérole se déclara le lendemain de la vaccination (2).

Enfin, en 1810, M. *Curioni,* ministre de l'intérieur à Milan, a écrit à M. *Sacco* que, d'après tous les relevés faits dans ses bureaux, non-seulement nulle petite-vérole ne s'est montrée sur les individus vaccinés, non-seulement des épidémies ont été bornées et arrêtées par la vaccination, mais encore aucune maladie consécutive n'a succédé à la vaccine (3).

---

(1) Bibl. Brit. t. XXXV, p. 239. Le Rapport de cette expédition a été fait au roi d'Espagne, le 7 septembre, par le docteur F. X. Balmis, chirurgien du roi, et l'un des chefs de cette expédition.

(2) Bibl. Brit. t. XLIV, p. 286.

(3) Bibl. Brit. t. XLV, p. 288; et *Trattato della Vaccinazione*, p. 210.

Il nous semble que le petit nombre d'observations contraires qui ont pu être recueillies, et parmi lesquelles on ne doit point compter celles qui n'ont aucune garantie et qui se bornent à des assertions sans preuves et sans détails, disparaît devant une pareille masse de faits; et quand on admettrait, ce qui n'est pas improbable, que dans les observations que nous venons de rassembler, on en eût négligé qui eussent fait exception aux conséquences générales qu'on en doit déduire, et qui eussent présenté des maladies qu'on eût pu regarder comme déterminées par la vaccination, il n'en serait pas moins vrai qu'on devrait les attribuer à des circonstances très-particulières et absolument individuelles, et nullement à la nature du virus introduit et à ses propriétés spéciales.

CINQUIÈME QUESTION.

Si l'inoculation de la petite-vérole a eu l'avantage de favoriser quelquefois la guérison de certaines maladies chroniques, cet avantage lui est-il particulier, et doit-il lui assurer une préférence distinguée sur la vaccination?

Cette cinquième question ne présente pas moins de difficultés que la précédente.

En parlant des maladies dont on a voulu rapporter l'origine à la vaccine, nous aurions pu dire que le même reproche avait quelquefois été fait, non sans quelque fondement, à la petite-vérole et à l'inoculation; et pour mettre de côté les écrits antérieurs suspects de partialité, contentons-nous de citer les auteurs de la Bibliothèque Britannique, qui en ont

rapporté quelques exemples (1). Mais aussi l'on a cité des faits qui semblent opposés et dans lesquels l'inoculation a paru être l'époque d'un changement avantageux, par la cessation de diverses infirmités, par l'affermissement de la santé et de la constitution des individus inoculés.

Ces avantages ont été ou attribués à la perfection de l'éruption et à la régularité du mouvement général qui l'accompagne, ou regardés comme l'effet des suppurations prolongées sur le lieu des piqûres ou des incisions qui avaient servi à l'inoculation, phénomène que l'on a cherché à imiter aussi à l'aide d'une suppuration supplémentaire provoquée par des vésicatoires entretenus à la suite de l'inoculation, quand les circonstances ont paru l'exiger. On a cru que ces évacuations avaient pu épuiser et détruire les causes antérieures des maladies au milieu desquelles la petite-vérole s'était développée.

Les observateurs ne regarderont point comme une contradiction de dire que le mouvement excité par l'insertion d'un virus tel que celui de la petite-vérole, puisse également donner lieu à des résultats qui semblent diamétralement opposés. Ces effets ne paraissent contradictoires que parce qu'ils varient selon la disposition et la force des sujets qui reçoivent le virus, et selon que les phénomènes essentiels de la maladie que ce virus produit s'accomplissent avec plus ou moins de force, de régularité ou de perfection. Le fait existe. La seule conclusion à laquelle il nous paraisse pouvoir donner lieu, est que ces effets tiennent à des lois générales qu'il ne

---

(3) Bibl. Brit. t. IX, p. 395.

s'agit point ici d'expliquer, et qu'il ne faut point les regarder comme les résultats d'une propriété spécifique, qui, si elle existait, ne pourrait donner naissance à des conséquences aussi diverses.

Il faut cependant convenir, quelque frappantes que paraissent les observations à cet égard, qu'elles ne nous conduisent pas à une démonstration rigoureuse. Ainsi, quand on dit que l'inoculation favorise la guérison d'une maladie, il faut d'abord réduire la proposition à la plus simple expression du fait observé. Ainsi une personne était atteinte d'une maladie longue, et d'après le caractère connu de cette maladie et ses progrès, on ne pouvait pas concevoir un espoir prochain de guérison. La personne a été inoculée, et à la suite de l'inoculation, la guérison s'est opérée d'une manière inattendue. Voilà le fait : pour en tirer la conséquence, et établir la liaison de l'inoculation comme cause, et de la guérison comme effet, il faut que le même fait ou ses analogues aient été, sinon constamment, du moins assez souvent observés, pour qu'on ne puisse pas raisonnablement attribuer à une coïncidence fortuite le concours de l'inoculation d'une part, et de la guérison de l'autre.

On cite des exemples de dartres persévérantes, héréditaires même; de cachexies anciennes, scorbutiques, psoriques; de gales ulcéreuses, qui, diminuant peu-à-peu pendant la suppuration des parties inoculées, ont fini par disparaître; la suppuration s'est tarie, et les maladies ne sont pas revenues. La santé alors s'est fortifiée, et les malades ont été parfaitement rétablis. Le caractère des personnes qui ont attesté ces faits ne nous permet pas de les révoquer en doute, et nous les admettons : mais, pour établir que les

avantages dont on les croit une preuve suffisante doivent faire accorder à l'inoculation une préférence décidée sur la vaccine, il faudrait au moins établir que celle-ci n'a point été suivie de phénomènes semblables. Mais le contraire résulte des observations recueillies par la correspondance de Paris, et de plusieurs faits annoncés dans les ouvrages extraits par les auteurs de la Bibliothèque Britannique (1), et le nombre en est considérable. La variété des faits fournis par la correspondance de Paris est même telle, qu'elle serait peut-être faite pour inspirer quelque défiance. Aussi n'indiquerons-nous que ceux sur lesquels le nom et les titres acquis des auteurs peuvent appeler l'attention, ou dont les détails méritent d'exciter quelque intérêt. Sans prétendre en déduire aucune conséquence, nous allons en présenter un résumé succinct.

M. *Richard Dunning*, de Plymouth, dans un ouvrage publié à Londres en 1800, intitulé *Some Observations on Vaccination*, etc., section IV, en parlant des effets de la vaccination sur la santé, dit en général qu'il a vu la santé se fortifier à la suite de la vaccination; mais il cite spécialement deux exemples, l'un d'une jeune fille issue d'un père phthisique, sujette à des vomissemens, ayant habituellement de l'oppression, un teint pâle, et que M. Dunning appelle cadavéreux, le visage parsemé de taches livides; la vaccine fut heureuse et bénigne, et l'enfant ensuite recouvra graduellement en peu de mois la meilleure santé possible; le second

(1) Bibl. Brit. t. IX, p. 396; XV, 382; XXXV, 245; XLV, 168, et la note.

est d'un enfant de deux ans, naturellement délicat, convalescent d'une inflammation de poitrine, pâle encore, très-faible et oppressé; après avoir été vacciné, il recouvra promptement ses forces, de l'embonpoint, une respiration libre et facile, et une excellente santé. M. Maunoir, de Genève, ajoute à cette occasion l'exemple d'un enfant dont le bras était couvert de taches dartreuses, et dans lequel, pendant la vaccine, les taches s'enflammèrent, formèrent chacune un bouton, que M. Maunoir regarda comme semblable à celui de la vaccine, et qui fut suivi de la guérison des dartres. Le même observateur assure avoir vu, même après la fausse vaccine, une amélioration sensible de la santé dans des enfans faibles et délicats (1).

On annonce des résultats semblables de l'expédition espagnole, avec le projet de les publier (2).

Le docteur Sacco, dans son traité *della Vaccinazione* (Milano 1809), assure que, vaccinant des enfans atteints de paralysie ou de faiblesse partielle dans le bras ou dans les extrémités inférieures, d'affections chroniques, de glandes et d'autres genres de cachexies, il leur fit à dessein un grand nombre de piqûres, qu'il porta au nombre de trente à quarante, et que quelques-uns guérirent parfaitement, et d'autres éprouvèrent un soulagement considérable (3).

---

(1) Bibl. Brit. t. XV, p. 383, et la note. MM. de la Mark, et Gaultier de Claubry, nous ont communiqué deux observations dont ils ont été témoins, et qui ont un grand rapport avec celles de M. *Dunning*.

(2) Bibl. Brit. t. XXXV, p. 245.

(3) *Trattato della Vaccinazione*, cap. VI, p. 112, not. *a*; et Bib. Brit. t. XLV, p. 168.

M. *Barrey*, de Besançon, observe que la vaccination avait été pratiquée en 1804 dans trois villages de son département, sur cent quarante-un enfans au-dessous de douze ans, faisant plus de la moitié de tous les enfans de cet âge existans dans ces communes. En 1807, il y avait cent trente-quatre de ces enfans jouissant d'une parfaite santé, sept seulement étant morts de diverses maladies; mais sur les enfans non vaccinés, quoiqu'il n'y eût eu dans le pays, pendant ce temps, aucune atteinte de petite-vérole, il y avait eu au contraire quarante-six morts. Si, dans ce dernier nombre, on ne comprend que les enfans existans lors de la vaccination, et non ceux qui sont nés dans les années de 1804 à 1807, il faudrait alors en conclure que la vaccine aurait rendu les enfans vaccinés moins susceptibles des autres causes de mortalité, et par conséquent aurait diminué pour eux le nombre des maladies; mais on sent qu'il manque ici à l'observation de M. Barrey un degré de précision nécessaire pour en faire apprécier la valeur..... (1)

Les faits contenus dans la Correspondance de Paris se présentent encore en bien plus grand nombre; et si l'on se refuse à admettre toutes les guérisons comme déterminées par le mouvement qu'a excité la vaccine dans les individus atteints de maladies aussi diverses, on admettra du moins le fait de la coïncidence de leur guérison et de leur vaccination; alors de la multiplicité des faits naîtra au moins la présomption d'une influence utile de la vaccine dans ces circon-

---

(1) Bibl. Brit. t. XXXIX, p. 95; et De la Vaccine et de ses effets, par C. A. Barrey; Besançon 1808. Voyez encore une observation semblable, Bibl. Brit. t. XXXVI, 352, 353. Note de M. Odier.

stances, outre la certitude qu'elle n'y a ajouté aucun élément nuisible.

Les noms des observateurs, les lieux où ils ont observé, le genre des observations, sont marqués avec précision dans les notes qui nous ont été remises; et un assez grand nombre d'observations sont rapportées avec détail, tant pour les phénomènes que pour les méthodes employées, et pour le nombre des piqûres faites, dans le dessein de provoquer un mouvement plus considérable, plus général, et, à ce qu'on pouvait espérer, plus efficace (1).

On doit ici remarquer plus particulièrement les maladies qui affectent les organes et les fonctions qui appartiennent spécialement au système lymphatique: c'est aussi par ces maladies que nous commencerons. *Quatorze* observateurs ont donné un grand nombre de faits sur les *croûtes laiteuses*, terminées après la révolution de la vaccine; une entre autres, après une suppuration des boutons-vaccins, prolongés pendant vingt-sept jours. *Sept* observateurs ont envoyé un nombre considérable d'observations, dont deux sont accompagnées de détails, et dont le résultat est la terminaison, sans autre traitement, d'*affections dartreuses étendues* sur tout le corps, et couvrant spécialement les bras; dans l'un des cas, la guérison a été précédée d'une inflammation vive autour des piqûres, et d'une suppuration prolongée pendant un mois. *Dix-huit* observateurs ont rendu compte d'*ophthalmies chroniques et rebelles sur des enfans affectés de dispositions scrophuleuses*, guéries après le développement complet de la vaccine. Huit de ces observations

(1) Voyez les Rapports et les Notes dont nous avons parlé page 9.

sont détaillées. Dans plusieurs cas, les piqûres ont été multipliées et portées à quinze et vingt; quelques-unes ont été faites à la nuque; dans la plupart, les suppurations ont été fort prolongées; quelquefois on les a soutenues par des vésicatoires; mais dans tous les cas, avant la vaccination, ces mêmes moyens et tous les autres précédemment employés étaient restés sans efficacité. *Douze* observateurs ont rapporté des faits nombreux relatifs à la terminaison des *scrophules* après la vaccination. Huit de ces observations sont détaillées. Dans une, les scrophules étaient compliquées d'ophtalmie; seize piqûres furent faites aux jambes; l'enfant, le septième jour, ouvrit les yeux, et supporta la lumière. L'inflammation des piqûres fut forte; les glandes inguinales s'engagèrent; les tumeurs scrophuleuses disparurent, et la guérison fut complète, mais on crut devoir la rendre encore plus sûre, à l'aide d'un cautère pratiqué à une des jambes; dans une autre, les tumeurs scrophuleuses étaient ouvertes; elles donnaient une mauvaise suppuration, les chairs étaient pâles et fongueuses. Pendant le mouvement de la vaccine, les bords des ulcères prirent de la rougeur, de la chaleur, de la dureté; la suppuration devint moins abondante et moins sanieuse; beaucoup d'humeurs se portèrent au bras vacciné; les tumeurs scrophuleuses se cicatrisèrent au bout d'un mois; les boutons de la vaccine suppurèrent pendant trois mois, et la guérison fut complète.

Depuis l'établissement de la vaccine dans le département du Mont-Blanc, M. *Caron*, médecin à Annecy, assure que le nombre des affections scrophuleuses, si communes dans ce pays, est sensiblement diminué; et M. *Bacon*, médecin à Falaise, annonce que dans l'hospice des enfans, qui jadis

était généralement infecté de scrophules, on n'en voit plus actuellement aucun exemple. Quatre observateurs envoient plusieurs observations, dont cinq sont fort détaillées, et ont pour objet des *cas de rachitisme,* non pas certainement guéri, mais modifié d'une manière remarquable, et dont les progrès ont été sensiblement arrêtés ou retardés à la suite de la vaccine. La marche raffermie, les forces augmentées, la solidité de la station rétablie, sont les effets les plus sensibles qui en soient résultés; et, dans ces cas, des piqûres nombreuses et particulièrement disposées le long de la colonne épinière, ont été les moyens par lesquels on se flattait d'obtenir ces succès. *Trois* observateurs ont parlé de la *teigne;* une de leurs observations est détaillée, et a pour sujet une teigne faveuse, fournissant abondamment une humeur jaunâtre de la consistance du miel. On fit les piqûres à la tête même, et au nombre de douze; à la chûte des croûtes vaccinales, les croûtes teigneuses se séchèrent, tombèrent, et la guérison suivit cette chûte. *Cinq* observateurs fournissent plusieurs faits de vaccine pratiquée au milieu *de maladies nerveuses*; cinq sont détaillées. Une *migraine* qui tourmentait habituellement un jeune homme de quatorze ans depuis plusieurs années, a cessé après une suppuration des boutons-vaccins, qui s'est prolongée pendant cinq semaines. Des *convulsions journalières,* durant depuis dix mois, dans un enfant âgé de vingt mois, résistant à tous les traitemens, ont diminué de force pendant le cours de la vaccine, et ensuite ont cessé entièrement. Plusieurs maladies convulsives, dont quelques-unes, et *trois* spécialement, étaient *épileptiques,* sont suspendues pendant le cours de la vaccine; leurs accès ultérieurs sont éloignés

après ce cours accompli; trois enfin, dont une était héréditaire, ont cessé absolument pour ne plus reparaître. Un d'eux dont les accès revenaient tous les jours, fut vacciné pendant son sommeil, parce que la vue de la lancette aurait provoqué un accès; les retours de l'épilepsie cessèrent chez lui, à dater du neuvième jour de la vaccination. Dans celui dont l'épilepsie était héréditaire, et qui a été guéri, la vaccination a été pratiquée par incision, et les pustules ont été converties en cautère. *Dix* observateurs fournissent plusieurs observations, dont quatre sont détaillées, et ont rapport à *des fièvres périodiques et rébelles,* quartes, doubles-tierces, quotidiennes; elles ont cessé après la vaccine. Deux quotidiennes sur des jeunes gens agés de vingt-huit ans, duraient depuis dix mois; une double-tierce, dans un enfant de trois ans, durait depuis trois mois; elles cessent après la vaccination; enfin, sur quatre sujets atteints de fièvre intermittente, et vaccinés, la vaccine ne se développe que sur un seul, et celui-là seul est délivré de la fièvre.

Plusieurs autres observateurs, au nombre de *quatorze,* ont fourni plusieurs faits remarquables sur *diverses autres maladies,* et plusieurs avec des détails assez étendus. Dans un enfant d'un an, une *paralysie du bras gauche,* persistant depuis deux mois, a cessé un mois après la vaccine pratiquée par six piqûres faites sur le membre malade; un grand nombre de *coqueluches,* même avec dévoiement, ont été suspendues, modérées, terminées; les *suites obstinées d'une rougeole supprimée,* avec enflure des pieds, toux sèche, fièvre, diarrhée, ont cessé après une vaccine développée par vingt boutons, dans la suppuration desquels une fièvre forte, une éruption miliaire, se sont montrées, et ont

été immédiatement accompagnées d'une amélioration sensible ; au bout d'un mois et demi la guérison fut parfaite. Une *douleur articulaire profonde, dans l'articulation coxo-fémorale* de la cuisse gauche, survenue dans un enfant de neuf ans, avec une de luxation spontanée, allongement du membre, claudication évidente, douleurs exagérées par la marche, a été traitée par dix-huit piqûres autour de l'articulation affectée ; seize boutons, dont les aréoles étaient confluentes, excitèreet de la fièvre du 8 au 9, suppurèrent; et peu après la douleur articulaire fut dissipée, et la guérison a paru complète. Un *engorgement du genou,* prenant le caractère de *tumeur blanche,* dans un enfant de huit ans; une *dureté de l'ouïe* croissant depuis dix-huit mois dans un enfant de six, disparurent également après la vaccine.

Tels sont les faits que nous avons recueillis concernant les maladies existantes à l'époque de la vaccination, et terminées à la suite des effets consécutifs de cette opération. Nous n'avons cité que ceux qui sont rapportés d'une manière précise. Nous ne pensons pas qu'on doive toujours les regarder comme des guérisons dues à la vaccine; isolément, nous ne verrions dans chacun que la coïncidence de cette guérison et de l'opération : mais, collectivement, il nous semble que le nombre de ces faits, et les circonstances qui ont accompagné ceux que nous avons indiqués spécialement, font naître au moins une présomption qui ne peut être que favorable à la vaccine, et qui nous paraît plus que capable de balancer les faits qui ont été cités en faveur de l'inoculation variolique, suivant quelque méthode qu'elle ait été pratiquée. Nous conviendrons cependant que la comparaison de la vaccine et de l'inoculation, sous ce

rapport, ne peut se faire sous des conditions égales, parce que la manière dont s'est établie la pratique de la vaccine a été bien plus favorable à la réunion de tous les faits qui peuvent en faire apprécier les avantages, que ne pouvait être l'état où se trouvait à la fin du dernier siècle l'inoculation de la petite-vérole. La vaccine, sous la protection spéciale de la puissance publique, est devenue l'objet d'une correspondance régulière et active, dans laquelle peu de faits ont échappé aux observateurs, qui n'ont pu être égarés que par leur zèle. Au lieu que l'inoculation, favorisée moins immédiatement par les gouvernemens, était devenue l'objet d'entreprises où l'esprit de cupidité dominait bien plus que celui d'observation.

On demandera peut-être actuellement, en admettant une balance entre les avantages de la vaccine et de l'inoculation considérées comme remèdes de diverses maladies, s'il ne serait pas important de conserver au moins, dans l'inoculation de la variole, un moyen dont on pourrait encore tirer d'utiles résultats.

En réponse à cette question, nous dirons qu'il faut bien dans cette balance faire entrer les dangers d'une contagion singulièrement subtile, persévérante, comme celle de la petite-vérole, en parallèle avec un virus comme le virus vaccin, dont la transmission ne peut se faire ordinairement que de la manière la plus immédiate, parce que les moindres altérations en font évanouir toutes les propriétés. Il faut aussi compter pour quelque chose l'espérance aujourd'hui fondée d'éteindre les épidémies varioliques. Nous demanderons si l'on croit que des maisons d'inoculation, même établies sous la surveillance de la police, pourraient être sou-

mises à des lois assez sévères, et à une séquestration assez exacte, pour empêcher efficacement la propagation de la contagion variolique; si l'on croit que cette précaution ne serait nécessaire que pour la classe indigente, qui seule pourrait y être aisément contrainte; si, au contraire, quiconque connaît les hommes et la société ne sera pas persuadé de la difficulté d'atteindre ce but, quand il songera combien facilement l'imprudence la plus légère et la plus inaperçue pourra renouveler une contagion funeste, et combien, non-seulement parmi les classes indigentes, mais encore parmi les plus aisées, et peut-être parmi les hommes même chargés d'assurer l'observation des lois, les imprudences, les inattentions, et même l'insouciance, sont malheureusement communes, et, jusqu'à un certain point, inévitables. Nous pensons donc, même en admettant, sous le rapport que nous venons d'examiner, une simple égalité de preuve en faveur de la vaccine et de l'inoculation, que la préférence est tellement due à la vaccine, qu'il ne semble plus possible de balancer entre elle et l'inoculation variolique.

SIXIEME QUESTION.

Dans quelle mesure la faculté préservative de la vaccine est-elle assurée, comparativement avec l'avantage semblable qui résulte et de la petite-vérole naturelle et de la petite-vérole inoculée? quelles conséquences dérivent respectivement de cette propriété, considérée dans l'un et l'autre virus.

On ne dispute plus à la vaccine la propriété de préserver de la petite-vérole; et cette question qui était dans le commencement la plus importante de toutes, est devenue, pour

ainsi dire, accessoire, au milieu de celles qui ont été élevées au sujet de la vaccine, et dont nous croyons avoir résolu les plus importantes. Cependant à la question de la préservation se rallient un assez grand nombre d'autres, telles que celles qui sont relatives à la *vraie* et à la *fausse vaccine;* à la petite-vérole, et aux éruptions qu'on a confondues avec elle; à la population, et aux changemens qui ont pu être apportés à la mortalité depuis l'introduction de la vaccine; enfin, à l'espérance de détruire la petite-vérole, et d'empêcher la naissance ou le renouvellement des épidémies varioliques dans les contrées civilisées du Monde.

L'idée de la faculté préservative de la petite-vérole se partage en deux questions. L'une peut se poser ainsi : *Un individu, une fois vacciné, placé dans les circonstances propres à développer la petite-vérole et qui lui donnent généralement naissance, sera-t-il pour-lors exempt de contracter cette maladie?* La solution de cette question ne peut s'obtenir que de l'expérience multipliée; et cette solution donnera alors, non des certitudes complètes, mais des degrés de probabilité proportionnels au nombre d'expériences tentées pour résoudre la question.

L'autre serait celle-ci : *Est-il impossible que la petite-vérole ait lieu dans un individu vacciné?* L'expérience ne peut point décider affirmativement la question ainsi posée, tandis qu'une seule observation contraire suffit pour la décider négativement. Mais cette observation n'existât-t-elle pas, la question serait encore insoluble, parce qu'alors il faudrait pour la résoudre avoir la connaissance exacte de la nature du virus variolique, de la nature du virus vaccin, de toutes les conditions extérieures qui peuvent établir ou exclure la

contagion, et enfin des dispositions par lesquelles un homme se trouve à l'abri de la contracter; toutes choses qui nous sont encore absolument inconnues.

C'est donc à la première question qu'il faut essentiellement nous attacher, et chercher sur quelle mesure de probabilités se fonde la confiance que l'on doit avoir dans la vertu préservative de la vaccine. Telle est la nature de la question à résoudre. Il nous paraissait nécessaire de la bien fixer avant de recueillir, comme nous l'avons fait pour les autres questions, les élémens positifs de sa solution. Etablissons avant tout la nature des faits qui doivent constituer ces élémens.

D'abord il est évident qu'il faut écarter de ce nombre tous les faits dans lesquels le caractère de la vaccine n'aura pas été bien constaté; et, quoique quelques personnes aient cherché à faire regarder comme une subtilité la distinction entre la vraie et la fausse vaccine, on doit leur répondre, que quand les caractères, pris de l'époque du développement, de la forme et de la structure du bouton, de la nature de l'humeur qui y est contenue, de la manière dont s'en fait la dessication, et du stigmate qui reste après la chûte, sont aussi distincts les uns des autres, que ceux de la vraie et de la fausse vaccine; quand à l'évidence de ces distinctions se joint la détermination exacte des circonstances dont dépend le plus généralement ou le défaut de réussite dans la vaccination, ou la formation de la fausse vaccine; telles sont l'époque trop retardée à laquelle a été pris le virus, les altérations éprouvées par le bouton propres à y faire naître une matière purulente et à la mêler à la liqueur essentiellement limpide du vaccin, celles que le vaccin éprouve si facilement lorsqu'il est trans-

porté et affecté par quelque cause que ce soit (1); il n'y a plus d'équivoque, et la distinction entre les deux genres de boutons est parfaitement établie, et peut être facilement constatée.

C'est d'après l'expérience acquise par les premières erreurs que cette différence a été ainsi déterminée. On a eu à Paris la fausse vaccine, et l'on a mal connu les effets de la vraie, jusqu'au moment où le docteur Woodwille a fait le voyage de France, et a naturalisé parmi nous la vraie vaccine (2). A Genève, la fausse vaccine en a imposé, et, pendant 21 mois,

---

(1) La facilité que le vaccin a à s'altérer par le transport, par l'exposition à l'air, et par le temps, et la difficulté de le conserver pur et efficace, sont connues de tout le monde. Délayé par l'eau, il perd plus facilement ses propriétés. (Bibl. Brit. t. XII, 166, 167; 173, 174). En Russie, un froid de 18 à 20 degrés en anéantit l'effet. (*Correspondance du docteur Rehmann*, ib. t. XXXIV, 297). Dans les expériences du *docteur Sacco*, répétées chaque fois sur six enfans, et par 36 piqûres, le virus délayé dans l'eau à 0 d. a donné 28 boutons; dans l'eau de 5 à 30 d. de température, 30 boutons; dans l'eau à 50 d., 2 seulement; dans l'eau gommée à température moyenne, 30; dans l'eau tenant un peu d'ammoniaque en dissolution, 30 boutons; dans la salive, 32. Tous les autres mélanges ont considérablement diminué ou même anéanti l'efficacité du virus. Sur 24 piqûres, faites sur divers enfans, le vaccin laissé à l'air pendant 5 heures donna 22 boutons; exposé à l'air pendant 24 heures, 20 boutons; exposé pendant 3 jours, 15 boutons. Le contact des autres gaz a affaibli la valeur du vaccin dès les cinq premières heures, mais il a été moins affaibli par les gaz hydrogène, ammoniac, acide carbonique et azote que par les autres. Ses effets ont été immédiatement anéantis par les gaz nitreux, muriatique, et muriatique oxigéné. La lumière contribue à accélérer les altérations que l'air lui fait éprouver. *Trattato della Vaccinazione*, p. 185 et 187.

(2) Rapport du Comité Central pour 1803 (an XI), p. 12.

a trompé les espérances des médecins, jusqu'en mai 1800 (floréal an VIII), époque où le virus envoyé par M. Pearson réussit enfin complètement (1).

Les caractères distinctifs de la vraie et de la fausse vaccine ont déja été indiqués dans le rapport inséré dans le tome V des Mémoires de la Classe des Sciences Physiques et Mathématiques. Ils ont été publiés à diverses époques par le Comité Central de la Société de Paris; ils sont tracés en plusieurs endroits du Recueil de la Bibliothèque Britannique, et dans beaucoup d'autres écrits; le docteur Sacco a donné à la suite de son ouvrage de très-belles planches, ou les effigies de l'une et de l'autre vaccine sont représentées comparativement dans toutes leurs périodes (2).

Outre cela, M. le docteur Sacco, cherchant à fixer les époques où le vaccin peut être pris utilement, a déterminé par des expériences les rapports entre la probabilité du succès, et les jours successifs auxquels on aura recueilli le virus. Ainsi, suivant ses observations, en supposant, ce qui est le plus ordinaire, que le bouton de la vaccine commence à s'annoncer à la fin du 3e jour de l'insertion (3), le succès est en général assuré, si l'on prend le virus du 5 au 8, à dater de l'insertion, ou, pour mieux dire, et d'une manière qui

---

(1) Bibl. Brit. t. XIV, p. 99; t. XV, p. 76; t. XVI, p. 203 et note.

(2) Rapport pour 1803, p. 12, 197, 298. Rapport pour 1806 et 1807, p. 54, 55. Notes communiquées du Rapport pour 1810. Bibl. Brit. t. XV, p. 277; XLV, 70. *Sacco, Trattato della Vaccinazione*, c. IV, p. 84; 86.

(3) Au commencement de ce Rapport (p. 5) nous avons dit que *jamais* le bouton de la vaccine ne s'annonçait avant le troisième jour; il eût été plus exact de dire, *presque jamais*.

réponde à toutes les exceptions, entre le 3 et le 6, à dater de l'apparition des premiers indices du bouton. Il a trouvé ensuite, le vaccin étant pris le 6 de la formation du bouton, que sur cent insertions il y en avait 95 d'efficaces; étant pris le 7, 92; le 8, 88; le 9, 85; le 10, 80; le 11, 50; le 12, enfin, seulement 10 à 15 (1). Outre cela, plus on s'éloigne des premiers jours, plus l'incision faite au bouton, pour en extraire le virus, est sujette à être suivie de suppuration et à s'ulcérer. M. Sacco recommande aussi, pour avoir le vaccin le plus sûr, d'éviter d'ouvrir la vésicule trop près du centre du bouton, point qui répond à la piqûre, et de faire sortir au contraire le vaccin le plus près possible des bords de la vésicule, où il est plus constamment pur et limpide (2). Il n'est pas inutile de rappeler aussi que, quelques moyens qu'on ait heureusement trouvés de conserver et de transporter un vaccin efficace, ou même d'y faire servir les croûtes délayées; le plus sûr, quand on l'a pu, a toujours paru, jusqu'à cette heure, de vacciner immédiatement de bras à bras (3).

Un second ordre de faits qu'on doit exclure de la comparaison, est celui dans lequel entreraient des observations de maladies éruptives désignées sous le nom de petite-vérole,

---

(1) *Trattato della Vaccinazione*, c. V, p. 92, 93. Bibl. Brit. t. XVI, p. 295; t. XLV, p. 161, 163 et note.

(2) *Trattato della Vaccinazione*, c. V, p. 93. Bibl. Brit. t. XLV, p. 162.

(3) M. Voisin, médecin de Versailles, dont le zèle et les talens ont été justement appréciés par le Comité Central de Paris, qui lui a décerné une de ses médailles, s'est assuré par des épreuves comparatives multipliées, que parmi les méthodes connues de conserver le vaccin, la meilleure était celle qui a été imaginée par M. *Bretonneau*, de faire monter le vaccin dans des tubes capillaires que l'on scelle aux deux bouts (Rapport du Comité

mais dont les caractères appartiennent évidemment à la petite-vérole volante, ou à des éruptions anomales qui n'ont qu'une ressemblance imparfaite de forme avec la petite-vérole, et qui n'ont avec elle aucune autre analogie. Elles se montrent en effet journellement sur des enfans qui ont eu la petite-vérole, et quand elles surviennent avant elle, elles n'en préservent pas. Il est aisé à un observateur attentif de les distinguer. En effet, les petites-véroles bénignes ont une marche régulière et constante, qui ne permet aucune méprise; et, lorsqu'elles sont irrégulières, elles ne se confondent pas davantage avec les éruptions qui leur sont étrangères, parce que les premières sont toujours aiguës et dangereuses, tandis que les éruptions anomales dont nous parlons sont communément exemptes d'accidens graves et de dangers. Aussi, toute observation, qui ne contiendra pas les caractères essentiels par lesquels la petite-vérole se distingue des maladies qu'on peut confondre avec elle, et dans laquelle on ne trouvera pas les proportions respectives de la fièvre d'invasion, de l'éruption, de la suppuration, de la fièvre d'intumescence qui l'accompagne, et de la dessiccation, ne pourra être mise en balance avec les observations favorables à la question présente.

Il est un troisième ordre de faits qu'on ne peut pas davantage admettre dans le parallèle dont nous parlons; ce sont

---

fait le 2 juin 1806, pag. 88). Il a réussi aussi avec les croûtes vaccinales, sur-tout avec les croûtes fraîches. Mais quels qu'aient été ses succès avec le vaccin conservé par diverses méthodes, ils n'ont jamais été aussi constans que dans la vaccination de bras à bras. (*Lettre à nous adressée par M. Voisin, le* 13 *octobre* 1812).

ceux dans lesquels une véritable petite-vérole se montre, dans le cours de la vaccine, à une époque qui suppose une contagion contractée antérieurement au temps où la vaccine constituée a pu avoir établi son effet préservatif. Cet objet a été traité dans le premier rapport fait à l'Institut. Nous en avons déja, dans ce Mémoire, rapporté plusieurs exemples, en parlant des éruptions et des maladies attribuées à la vaccine. A cet égard encore, le docteur Sacco a fait des épreuves remarquables pour trouver l'époque précise où la contagion variolique peut encore avoir lieu. En supposant que la formation du bouton s'annonce à la fin du 3e jour après la vaccination, l'inoculation variolique, pratiquée du 1er au 5, donne lieu à une éruption variolique générale du 7 au 11. L'inoculation faite le 6 ou le 7 a donné lieu à une légère inflammation à l'endroit des piqûres sans éruption générale, et sans bouton aux piqûres, ou avec un bouton qui s'est séché promptement. L'inoculation faite du 8 au 11 a donné une légère altération aux piqûres, rarement un bouton, au moins s'est-il séché presque aussitôt qu'il a paru. Enfin, du 11 au 13, l'inoculation variolique ayant été pratiquée sur seize enfans, trois seulement ont eu une légère rougeur à l'endroit des piqûres, et les 13 autres n'ont rien éprouvé du tout. On sent bien que si, comme il arrive quelquefois, la formation du bouton vaccinal est plus tardive, les périodes favorables à la contagion variolique sont renfermées dans des limites moins étroites (1).

Ces détails nous ont paru nécessaires pour montrer à quelle mesure d'exactitude l'observation a été portée sur la

(1) *Trattato della Vaccinazione*, c. III, p. 66. Bibl. Brit. t. XLV, p. 63.

propriété préservative de la vaccine, et combien les distinctions essentielles auxquelles ces recherches ont donné lieu sont loin de ressembler, comme quelques personnes ont voulu le croire, à des subtilités et à des subterfuges inventés pour excuser des défauts de succès.

Maintenant, en appliquant les remarques qui viennent d'être faites aux observations alléguées de petites-véroles survenues postérieurement à une vaccination dont les périodes et les caractères auraient été complets, et si l'on exclut toutes les observations qui manquent des conditions essentielles pour les rendre probatoires, on en trouve bien peu qui puissent entrer dans la balance. Il en est cependant sur lesquelles il est difficile d'élever des doutes raisonnables. La société *Jennérienne* de Londres en admet évidemment l'existence dans les articles IX, X, XI, XIV et XV de son Rapport (1). Le collége des chirurgiens de Londres dit que sur 16438 vaccinations il en a eu 56, c'est-à-dire, 1 sur 3000, qui ont été insuffisantes pour opérer la préservation; mais il n'a pas dit quel avait été l'effet immédiat de ces vaccinations, et à quelles conditions on pouvait rapporter leur insuffisance (2). Les auteurs de la Bibliothèque Britannique ont inséré dans leur Recueil une annonce dans une lettre de Londres en date du 16 août 1811, portant que « l'établis-« sement national de vaccine à Londres venait de publier « deux cas de petite-vérole survenus après la vaccination la « plus parfaite. Ces cas, dit la lettre, sont bien constatés et « avoués dans le rapport de l'établissement. Mais on y publie

(1) Bibl. Brit. t. XXXII, p. 79.
(2) Bibl. Brit. t. XXXVI, p. 371.

« en même temps trois cas de petite-vérole naturelle arrivée « deux fois dans un même sujet, après un intervalle de « onze ans, etc. (1) »

La Correspondance du Comité Central de Paris contient quelques exemples semblables. Six observations lui sont d'abord parvenues de la part d'hommes instruits et exempts de préventions, mais elles n'étaient point accompagnées de détails suffisans pour ne laisser aucune incertitude (2). Deux d'entre elles annonçaient une petite-vérole survenue au milieu d'une épidémie qui se déclara à Beauvais pendant l'automne de 1810; mais la vaccination avait été pratiquée sur ces enfans dans les premiers temps de l'introduction de la vaccine en France; et comme les effets immédiats de l'opération ne sont pas détaillés, rien ne prouve que l'insertion n'ait pas produit une vaccine du nombre de celles qui alors étaient fort répandues par-tout, et qui étaient évidemment fausses. Tous les autres enfans vaccinés dans le même lieu, à des époques postérieures, furent généralement exempts de l'épidémie de 1810. Mais un fait bien constant a été vérifié par plusieurs membres du Comité, et nous avons nous-mêmes vu l'enfant couverte d'une petite-vérole très-abondante, mais très-régulière et fort bénigne, le 7 décembre 1806. Cette enfant, qui se nommait *Emma Kerouenne*, et qui demeurait Vieille-Rue-du-Temple, n° 93, avait été vaccinée avec succès le 24 mars 1804, par M. Lanne, médecin, rue Française, qui avait conservé le journal de cette vaccination. Il est donc bien évident qu'il n'est pas impossible qu'un enfant qui a été vacciné soit

(1) Bibl. Brit. t. XLVIII, p. 168.

(2) Notes communiquées tirées du Rapport pour 1810.

ensuite atteint de petite-vérole; et l'on ne devait assurément pas compter sur une impossibilité absolue à cet égard, puisque plusieurs observations ont prouvé qu'elle n'existait pas même après la petite-vérole, soit naturelle, soit inoculée.

Mais quel est le degré de probabilité que ces observations laissent à l'espoir d'être préservé de la petite-vérole par le moyen de la vaccine? On tirera d'abord cette évaluation de la comparaison faite du nombre des individus qui ont contracté la petite-vérole après la vaccine, avec la somme des individus vaccinés; ce qui donne le rapport des premiers avec ceux qui, sans avoir fui une contagion contre laquelle ils se croyaient suffisamment rassurés, n'ont point contracté la petite-vérole, quoique plusieurs aient été placés au milieu d'épidémies très-répandues et très-générales, et dont le plus grand nombre eût dû naturellement être atteint, sur-tout dant les premières années de la vie. Une autre base de cette évaluation se trouve dans la somme des contre-épreuves faites, soit au moyen de l'inoculation, soit par la position des individus dans les rapprochemens les plus propres à étendre sur eux la contagion, et qui l'ont effectivement transmise autour d'eux aux individus non vaccinés.

Or, si nous prenons les résultats de la Correspondance du Comité Central de Paris, les sept observations dont nous avons fait mention, en les supposant toutes exactes, se trouvent en parallèle avec 2671662 vaccinés; et si l'on objecte que ces sept observations, les seules dont la commission ait eu connaissance, ne sont pas sans doute les seules du même genre qui aient eu lieu en France, on répondra d'abord que ces sept même, comme nous l'avons vu, ne sont pas toutes à beaucoup près exemptes d'incertitudes; ensuite, que

les 2671662 vaccinations, les seules dont le comité ait pu tenir compte d'après sa correspondance, sont loin d'être les seules qui aient été pratiquées jusqu'à ce moment dans toute la France; et, dès-lors, ces deux nombres étant de part et d'autre les seuls obtenus par les mêmes voies, sont par cela même comparables, et donneraient le rapport de 1 à 381666.

A l'égard des contre-épreuves, il en est de trois espèces : celles qui sont faites par inoculation du virus variolique; celles qui consistent dans une cohabitation intime et dans les rapports les plus propres à rendre la contagion efficace; celles que présentent les retours des épidémies varioliques auxquelles peu d'individus échappent, comme il arrive surtout dans les petites villes et dans les communes rurales. Les comptes rendus au comité présentent 640 individus éprouvés par l'inoculation; 600 qui, placés au milieu de familles toutes envahies par la petite-vérole, et en recevant les miasmes par toutes les voies possibles, en sont restés seuls exempts. Enfin 4312, au milieu d'épidémies qui n'épargnaient presque aucun individu, sont restés à l'abri de la la contagion générale; en tout, 5552 individus sont restés exempts de la contagion dans des circonstances, soit artificielles, soit naturelles, dans lesquelles, sans le secours de la vaccine, ils eussent évidemment été atteints presque tous de l'infection variolique (1).

---

(1) Rapport du Comité Central fait en 1803 (an XI), p. 103 à 168; en 1804 (24 frimaire an XIII), p. 26 à 34; en 1806, p. 47 à 60; pour 1806 et 1807, p. 60 à 70; pour 1808 et 1809, p. 60 à 67, et notes communiquées tirées du rapport pour 1810. Ajoutons que les motifs qui ont déterminé M. Chappon à la rétractation dont nous avons parlé page 8, sont

De pareils résultats ont été également constatés dans toutes les autres contrées de l'Europe (1).

De tous ces faits il est impossible de ne pas conclure que la faculté de préserver de la petite-vérole, telle que la possède la vaccine, s'élève à une mesure de probabilité au moins égale à celle qui résulte de la petite-vérole elle-même une fois contractée, soit naturellement, soit par l'inoculation; car il nous semblerait déraisonnable, ou du moins prématuré, de prétendre qu'elle dût s'élever plus haut.

Si à ces observations on joint celles qui en sont les conséquences naturelles, et qui déja ont été attestées par des médecins, des préfets, et des hommes publics, sur beaucoup de points de la France et des pays étrangers; que les épidémies de petite-vérole ont été arrêtées dans leurs progrès par la vaccine; qu'elles ont été exclues des communes où la vaccination a été généralement pratiquée; que les retours des petites-véroles épidémiques qui se reproduisaient régulièrement à des intervalles périodiques, ont cessé de se faire à leurs époques ordinaires, que plusieurs villes et communes ont cessé de connaître la petite-vérole, et qu'elle est devenue bien plus rare dans les grandes villes, même depuis plusieurs années, excepté dans les quartiers où les préjugés du peuple la repoussent encore; enfin, que la mortalité de l'enfance a diminué, et que la population a augmenté en plusieurs endroits dans une proportion remarquable, constatée par des

---

que, pendant trois ans, ayant vu un nombre infini de petites-véroles, et pas une sur les sujets vaccinés, *il a dû céder à l'évidence.* V. lieu cité.

(1) Bibl. Brit. t. XXX, p. 186; XXXVI, p. 354. *Trattato della Vaccinazione, lettera del Ministro*, p. 210.

calculs relevés sur les registres publics, et dans des proportions qui semblent déterminées par le nombre des vaccinations : non-seulement on appréciera les avantages que la société doit retirer de la précieuse découverte de Jenner, mais encore l'espérance de voir disparaître du milieu des sociétés civilisées le fléau de la petite-vérole cessera de paraître chimérique, puisqu'elle s'est depuis réalisée en partie dans les lieux où la confiance du peuple dans ce préservatif a pu être établie d'une manière générale (1).

Ainsi les rapports publiés par le comité central de Paris, en 1803 (an XI), en 1804 (24 frimaire an XIII), en 1806 (12 juin), en 1808 (28 avril), en 1811 (6 juillet); celui qu'il a fait le 9 juin 1812; plusieurs des bulletins de sa Correspondance, qui ont été successivement publiés, contiennent des preuves positives et multipliées de tout ce que nous venons d'avancer, c'est-à-dire d'épidémies terminées, circonscrites, de leurs retours périodiques empêchés et prévenus par des vaccinations multipliées; enfin de la petite-vérole non-seulement rendue rare, mais même absolument inconnue depuis l'introduction de la vaccine (2). Les mêmes phénomènes sont attestés par le ministre de l'intérieur du royaume d'Italie, spécialement dans des épidémies observées à Brescia

---

(1) Voyez ci-après la note 4 de la page 285.

(2) V. Rapport fait en 1803, p. 168; en 1804, p. 32; en 1806, p. 61 à 68; en 1808 pour 1806 et 1807, p. 68; en 1811 pour 1808 et 1809, p. 67, et p. 85 à 91; notes communiquées tirées du rapport fait en 1812 pour l'année 1810; et bulletin n° 5 publié en mars 1811. V. aussi Bibl. Brit. t. XXX, p. 186.

et à Milan (1) : les médecins de Genève attestent l'anéantissement de la petite-vérole dans leur ville (2) : la diminution de la mortalité, et l'augmentation proportionnelle de la population, constatées à Rouen, à Creuznach, à Besançon, dans les départemens de Rhin-et-Moselle, du Haut-Rhin, de la Dordogne, etc., et même dans quelques arrondissemens de Paris, sont des preuves irréfragables des avantages que l'on doit attendre de la découverte de Jenner (3).

Dans le compte que nous venons de rendre à l'Institut, des résultats obtenus depuis l'introduction de la vaccine en

---

(1) *Trattato della Vaccinazione*, p. 210.

(2) Bibl. Brit. t. XXXII, p. 81 note.

(3) V. l'ouvrage de M. Duvillard, sur l'influence de la petite-vérole sur la population ; Paris, 1806. Son extrait dans la Bibl. Brit. t. XXXVI, p. 376 et suivantes.

Un détail sur l'état de la vaccination dans le département de Rhin-et-Moselle, au 1er janvier 1809, d'après M. *Lezay-Marnezia*, préfet de ce département. Bibl. Brit. t. XLII, p. 182.

Les détails donnés par le même préfet, pour 1810, annoncent la disparition totale de la petite-vérole dans son département, l'augmentation de la population par la vaccination de 9911 enfans, comprenant presque tous ceux qui sont nés dans l'année. (*Notes communiquées pour* 1810).

Les détails de l'état civil de *Rouen* attestent une diminution de mortalité de 4354 individus en huit années, c'est-à-dire, de plus de 500 par année. *Ib.*

La comparaison faite à Besançon, par M. *Barrey*, des décès pendant les neuf dernières années, avec les décès des neuf années antérieures à l'établissement de la pratique de la vaccination, donne une diminution de mor-

France, après douze ans d'expériences, nous n'avons recueilli que des faits dont l'authenticité ne pouvait être mise en question; nous avons pensé que, plus les conséquences tirées de quelques observations étaient avantageuses, plus les faits qui les appuyaient devaient être multipliés, et nous avons écarté tous les cas où les avantages obtenus pouvaient tenir à des circonstances particulières. Il n'a été dans notre intention de dissimuler aucun des motifs, et sur-tout aucun des faits sur lesquels ont été fondées les objections faites à la vaccine; nous avons mis de part et d'autre dans la balance, et les faits, et sur tout la somme comparée des faits, et nous avons apporté dans cet examen moins la prétention d'en déduire des conséquences absolues et exclusives, et de faire éclater les avantages de la vaccine, que le desir de mettre dans nos recherches l'exactitude nécessaire pour déterminer autant qu'il est possible la mesure des probabilités, et évaluer en conséquence le prix qu'on doit attacher à cette découverte, et les services qu'elle a rendus et qu'elle peut rendre à l'humanité.

Nous croyons avoir mis hors de doute que l'insertion du virus de la vaccine n'introduit point dans le corps une matière qui soit de nature à porter dans nos organes un trouble

---

talité de 1619 individus, toute comprise dans les dix premières années de la vie. *Ib.*

Dans le département de la Dordogne, en six années, M. le baron Maurice, préfet de ce département, annonce un excès progressif des naissances sur les décès, qui s'élève à 4449 pour 1810, et à 22007 pour la totalité des six années, etc. (*Notes communiquées extraites du rapport fait en* 1812 *pour l'année* 1810.

remarquable, et qui doive être rejetée au-dehors par des mouvemens comparables à celui qui suit nécessairement l'inoculation de la variole.

Que les éruptions qui se sont jointes dans l'origine aux effets ordinaires de la vaccination sont dues, non à la nature du vaccin lui-même, mais à des circonstances le plus souvent connues et déterminables, au milieu desquelles les vaccinations ont été faites.

Que les événemens malheureux qui ont été observés dans quelques cas ont dû évidemment être rapportés à des causes étrangères à la vaccine, qui se sont développées pendant son cours, ou qui, déja existantes, y ont acquis une intensité qu'on doit attribuer, non, comme on l'a dit, au mélange du virus de la vaccine, mais à l'état particulier des sujets vaccinés.

Que les désordres consécutifs qu'on a quelquefois observés après les vaccinations, quand ils ne se rapportent pas à des maladies préexistantes, sont évidemment des cas particuliers dus à des conditions individuelles, et qui n'étant en aucune proportion remarquable avec la somme connue des observations exemptes de toute suite fâcheuse, ne peuvent donner lieu à aucune conséquence générale.

Que ces observations particulières, en les supposant incontestables, sont avantageusement compensées par les nombreux exemples de maladies chroniques et rebelles qui ont complétement et inopinément cessé à la suite des vaccinations; et que ces exemples, si l'on en compare le nombre et les circonstances aux exemples semblables cités en faveur de l'inoculation variolique, si à cela l'on joint la différence essentielle du caractère propre des deux virus et celle de

leurs propriétés contagieuses, donnent au virus vaccin un avantage incomparable sur le virus variolique, considérés l'un et l'autre comme préservatifs de la variole, et comme remède de plusieurs autres maladies.

Enfin, que l'effet préservatif du virus vaccin, quand ce virus a été pris dans des circonstances déterminées qui en assurent la pureté, quand en conséquence il a donné lieu à une véritable vaccine, et quand le développement en a été complet, est pour le moins aussi assuré que l'effet de la petite-vérole elle-même, ou que celui qui résulte de l'inoculation variolique; et que de plus, considérée relativement à la société en général, la vaccine a un avantage que ne peut avoir l'inoculation, celui d'arrêter, de circonscrire, de faire disparaître les épidémies varioliques, de diminuer considérablement la mortalité qui menace les premiers âges de la vie, de conserver en conséquence à la population des proportions plus avantageuses; qu'enfin, les résultats obtenus jusqu'à ce jour motivent d'une manière probable l'espérance de voir enfin disparaître du sein de la société le fléau de la petite-vérole, l'un des plus déplorables dont gémisse l'humanité.

FIN.