

FOR THE PEOPLE
FOR EDUCATION
FOR SCIENCE

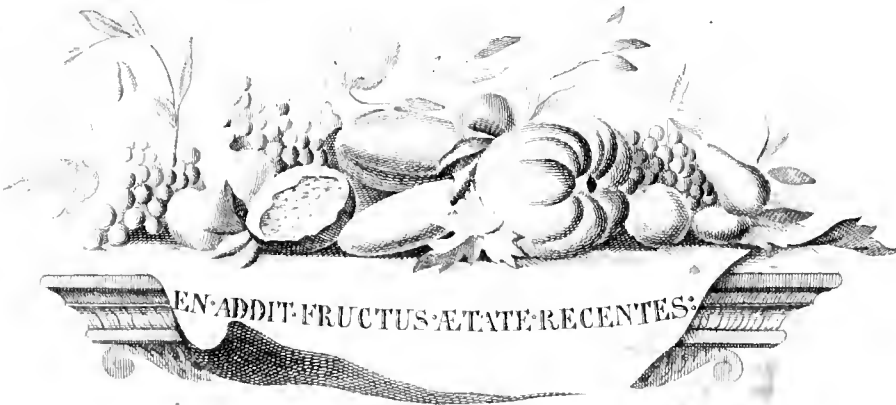
LIBRARY
of
THE AMERICAN MUSEUM
of
NATURAL HISTORY

300
A. 4

NOVI
COMMENTARII
ACADEMIAE SCIENTIARVM
IMPERIALIS
PETROPOLITANAE

TOM. II.

ad Annum MDCCXLIX.



PETROPOLI

TYPIS ACADEMIAE SCIENTIARVM

MDCCLI.



SVMMARIVM
DISSERTATIONVM
QVAS CONTINET
NOVORVM COMMENTARIORVM
TOMVS II.

Imprimatur

Cyrillus Comes de Rasumowsky.

Duobus abhinc annis primitias laborum suorum Academia Scientiarum sub auspiciis ELISABETAE AVGVSTAE inflaurata eruditis praebuit. Secundum hoc Novorum Commentariorum volumen orbis eruditi lumen adspiciens tibi, candide lector, novos sistit nec minus secundos laborum Academiae Imperatoriae fructus, in omnes quidem quibus constat Academia classes distributos. *Mathematica* enim classis quinque iam continet dissertationes. *Physico-Mathematica* decem. *Physica* quatuor et *Astronomica* duas. Intelliges quoque, benevole lector, de nominibus Cl. Auctorum Academiam Imperialem aequae benigne facere extraneis sociis et praesentibus, neque minus ex vna parte splendere quam ex altera. Haec autem munificentia debetur AVGVSTO huius corporis Fundatori PETRO MAGNO, cuius gloria splendido hoc instituto, quod ad eruditorum reipublicae fructum redundat, in omnem prominet memoriam atque posteritatem.

MATHEMATICA.

L. EULERI DE REDVCTIONE LINEARVM CVRVARVM
AD ARCVS CIRCVLARES.

Celeberrimus Eulerus in hac *de reductione linearum curvarum ad arcus circulares* dissertatione sublimioris geometriae amatores sibi deuinxisse censendus est, dum iis novam, facilem elegantemque methodum offert, lineas curvas dimetiendi, docendo quomodo data quacunque curva arcus circuli exhiberi possit ipsi proxime aequalis, et ille ipse quidem qui a Celeberrimo quondam Iohanne Bernoullio per motum rectorium determinatus erat, quae quidem methodus Bernoulliana, tametsi magni olim a summo Leibnitio aestimata est, et merito semper aestimabitur, aliquanto tamen difficilior, ne dicam inferior nostra Euleriana censenda videtur, dum non parum sollicitos tenere solet eruditos, qua ratione motus rectorius adornari debeat et insuper non adeo late pateat.

Solvit autem in hac dissertatione Celeberrimus Auctor sex problemata, quorum titulos adferre iuvat.

1. Data curvae amplitudine vna cum normalibus, inuenire limites intra quos longitudo arcus amplitudini aequipollens contineatur.
2. Inuenire omnes curvas $A M$. huius indolis ut ductis ad eam normalibus $A N$. $M N$ curva $A M$. aequalis sit arcui circuli N . radio $\frac{1}{2} (A N + M N)$ intra rectas $A N$ et $M N$ descripto.

3. Proposita linea curua quacunque $AMB.$ quae vbiq; ad eandem partem sit concaua, inuenire arcum circuli ab ipsi proxime aequalem.
4. Proposita ellipsi quacunque inuenire radium circuli cuius peripheria sit aequalis proxime perimetro ellipsis.
5. Longitudinem arcus parabolici per arcum circuli proxime exhibere.
6. Si curua proposita fuerit cyclois, inuenire radium circuli, cuius quarta pars peripheriae proxime sit aequalis arcui cycloidis.

Qui horum problematum solutiones elegantes, nonnullorumque Theorematum demonstrationes rigorosas cognoscere gestiunt, in sitim suam in lectione dissertationis ipsius abunde restinguere poterunt.

G. W. KRAFFTII INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS CVRVIS POSSIBILIBVS,

Hodierni Geometrae non aequae ac veteres in sola consideratione Geometrica curuarum subsistere solent, sed etiam relationem earum Physicam indagare student, hinc factum est, vt Cl. Krafftius, qui perspectum habebat in ellipsi et parabola ordinaria dari focum et Mathematicum et Physicum, sibi inquirendum duxit, an etiam in parabolis et ellipsis ceteris superioribus, de quibus pariter foci affirmari solent, reuera quoque ambodentur foci, Mathematicus scilicet et Physicus.

Dum ergo huic inquisitioni a priori methodum tangentium inuersam applicat, inuenit tandem solam ellipsin

ordinariam, nec non parabolam Apollonianam focus Physicis instructas esse, reliquas omnes vero superiores tali foco Physico destitui. Hinc asserit ex proprietate Geometrica quae in ellipsi et parabola infima solum obtineat, male concludi ad superiores hasce curvas. Et quamvis non neget imaginarium aliquem focum ipsis tribui posse, hoc tamen nomen illas non mereri contendit, quoniam ad errorem inducendum inferuire possit, quasi superiores ellipses et parabolae etiam focus veris et physicis sint praeditae.

L. EVLERI SOLVITIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI A FERMATIO PROPOSITI.

Cum Fermatius proximo elapso seculo, Galliae decus, plurimum studii et operae in problematibus ad methodum Diophanti pertinentibus felicissimo successu consumsisset, et haec analysicos pars post eius tempora non eadem cura ac reliquae praedictae disciplinae partes promota, imo a geometris qui eum secuti, fere neglecta sit, ideo Cel. Eulerus partem hanc analysicos, quae circa numeros est occupata, et ad problemata indeterminata solvenda adhiberi solet, vel ideo colendam sibi sumsit, quoniam plerumque summa ingenii vis in talibus huius doctrinae problematibus, quae olim solutu difficilia sunt habita, cernatur, atque ab analysita non mediocris ad ea solvenda requiratur sagacitas.

Problema autem, quod sibi in hac dissertatione inveniendum sumsit Cel. Eulerus et quod a Fermatio, qui id in annotationibus suis ad Diophantum Bachetii proposuerat, idque solutu difficillimum iudicauerat, est sequens.

„In-

„Inuenire triangulum rectangulum in numeris rationalibus expressum, cuius vterque cathetus area ipsius trianguli minutus producat numerum quadratum.

Postquam igitur Cel. Auctor praeparationem ad solutionem praemississet, tres huius problematis solutiones particulares, ceteris, quas elicere potuisset, omissis, exhibet, simulque viam monstrat, quomodo ex praeparatione ad solutiones supra traditas solutio quaedam generalis et concinna, quam in diff. ipsa vberius exemplis illustrat, deducta sit.

C. N. de WINSHEIM DE NUMERIS PERFECTIS.

Tamet si in Commentariis Academicis non vno in loco de numeris perfectis actum sit, ita vt materiam hanc denuo in medium producere, idem videri potuisset ac actum agere velle, quoniam tamen viri Ill. Mich. Gott. Hansch S. Caes. et Cath. Maicstatis Consiliarii Theoria Arithmetica nouis a se inuentis aucta Ao. 1739. Cal. Sept. Vindebonae ad Mathematicos omnes data Epistola, non solum assertis in Commentariis nostris aperte contradiceret, sed et ipsissima epistola post nouem annos Mensè Sept. 1748. cum Academicis, vt iudicium de ea ferrent, communicata esset, idcirco auctor harum recensio- num iussu Academiae in hanc materiam data opera inquirens, deprehendere sibi visus est, totam hanc dissertationem, quam Cel. Auctor speciminis loco emulgauit, vt constet quae circa genesin analysis etc. tentauerit et quatenam numerorum detegere

valeat mysteria , non admodum firmo niti fundamento, serio dolendo iacturam temporis et laboris in hac de numeris perfectis disquisitione collocatorum.

G. W. KRAFFTII DISSERTATIO DE NUMERIS AMICABILIBUS.

Proprietates certas numerorum vel mediocriter in Mathesi versatus casu inuenire , easdem autem demonstrare non aequè facile valebat , quoniam haud vulgaris saepe numero ad id efficiendum requiritur sagacitas. In hanc classè referendum est problema quod sibi solvendum sumisit Cl. Krafftius *de Numeris Amicabilibus* , quod Algebrae regulis subiici posse haud putant , qui primus horum numerorum mentionem iniecit , Celeberrimus olim Arithmeticus Stiefelius. Superatum a Cartesio difficillimum hoc esse problema ostendit vir Cl. quidem , sed et notat , nimis angustos terminos ipsi positos esse , quoniam solutio eiusdem intra potentias binarii conclusa sit , cuius tamen restrictionis minime indigeat. Haec omnia rite et eleganter in dissertatione ipsa , quae praeterea plurima alia ad hanc doctrinam spectantia continet , exposita sunt. Omnibus ergo , nostro quidem iudicio , qui hanc Mathematicos partem aestimare valent , solutionibusque problematum diaphantaeorum delectantur , dissertatio haec mirum quantum placebit , praesertim si , quae Celeberrimus Eulerus de his numeris in *notis Actis Eruditorum Mense Maio 1747 p. 269* exposuit , conferantur.

PHYSICO - MATHEMATICA.

G. W. RICHMANNI CONSTRUCTIO ATMOMETRI SIVE
MACHINAE HYDROSTATICAE AD EVAPORATIONEM
AQVAE MENSVRANDAM APTAE.

De Cl. Richmanni descriptione Atmometri , siue
Machinae Hydrostaticae , ad euaporationem aquae
certae temperiei mensurandam aptae, tali constructione, vt
ope illius decrementum paucorum granorum obseruari et
lex euaporationis confirmari possit , hic fusius exponere,
idem esset ac doctissimas Cl. Auctoris meditationes descri-
bere ; quare Lectores ad dissertationem ipsam ablegatos
volumus.

M. LOMONOSOWII DESCRIPTIO ANEMOMETRI.

Quoniam descriptio Anemometri vix breuius et concin-
nuius exponi potest , quam a Celeberrimo Auctore
in dissertatione ipsa factum, ea propter illi quibus constru-
ctionem huius machinae propius cognoscere volupe est
dissertationem ipsam consulere haud grauabuntur.

G. W. RICHMANNI INQUISITIO IN RATIONEM PHAENOME-
NI, CVR AQVA PROFVNDATA IN VASIS HOMOGENEAE
MATERIAE PLUS EVAPORET, QVAM AQVA MINVS
PROFVNDATA ET CONFIRMATIO EXPERIMENTO NO-
VA RATIONE INSTITVTO.

Cum fuerint qui affirmauerint, aquam minus profundam plus
euaporare, et etiam alii, qui aquam minus profundam mi-
nus euaporare contenderint , auctor supradictae inquisitionis
experimento confirmavit in vasis in aëre pendulis et te-

nium parietum homogeneaeque materiae aquam minus profundam minus evaporare.

§. 3. Quomodo instituerit experimentum refert §. 4 et 5 rationes affert, cur experimentum exposita ratione instituerit §. 7. Observationes vulgares recenset, ex quibus concludit, 1.) Minorem massam citius temperiem aëris obtinere debere, quam maiorem massam; si maioris massae superficies integra habeat ad minoris massae superficiem integram rationem, minorem quam massa maior ad massam minorem. 2.) Contrarium obtinere si contraria conditio adsit. Describit simul vasa, quibus adhibitis accuratiora experimenta institui possint. §. 9 et 10. Adplicat conclusiones §. 7. ad experimentum descriptum, hinc ostendit conditionem evaporationis, si ponatur differentia inter temperiem aquae et aëris maior citius cessare in massa minori, quam in massa maiori, consequenter mutatio aëris resp. temperiei facta, quavis vice diutius durare debere evaporationem insignem in massa maiori quam in massa minori §. 11. affert, quid contingat, si aër frigidior est quam aqua, vel calidior quam aqua. §. 12. quid probabiliter evenire debeat, si aër humidior redditur quam antea et simul frigidior aqua. §. 13. quid eveniat probabiliter, si aër redditur humidior quam antea et simul calidior quam aqua. §. 15. tandem monet, licet evaporationes aquarum in vasis in aëre pendulis etc. sint sic comparatae, ut maior et profundior massa plus aquae evaporet, quam minus profunda, hoc tamen ad maiores massas, maria, lacus, fluvia, adplicari difficulter posse, alium enim calorem adplicari

massis probabiliter in minori a centro telluris distantia ,
 alium in maiori , alium in hoc alueo , alium in alio he-
 terogeneo , aquas etiam ipsas ob diuersam grauitatem spe-
 cificam et diuersitatem particularum , quas continent ,
 magis vel minus euaporationi aptas esse.

G. W. RICHMANNI DE EVAPORATIONE EX AQUA FRI-
 GIDIORI AERE OBSERVATIONES ET CONSECTARIA.

Auctor antea in doctrina de euaporatione inquisiuit in
 euaporationem ex aqua calidiori aëre et inuenit
 euaporationem , differentia inter temperiem aquae et aëris
 decrescente , decrescere ita , vt quantitates euaporatae ab
 initio obseruationis sint vti differentiae differentiarum in-
 ter temperiem aquae calidioris et aëris frigidioris , e. g.
 si initio differentia , inter temperiem aquae et aëris fuit
 30 gr. Therm. Fahr. et post 30. min. pr. 15. graduum
 et post 60. min. pr. 7. grad- euaporatioque post 30.
 min. prima ab initio obseruationis vnus vnciae , post
 60. min. pr. fuit ferme vnus vnciae et $\frac{1}{5}$ partium vn-
 ciae.

Ab hac lege parum vidit abluere euaporationem ,
 et quidem initio calculus requirebat minorem euaporatio-
 nem ac experimenta ostenderunt. Causam credidit co-
 haesionem particularum aquearum minorem. Sub finem
 obseruationum aqua frigidiori reddita , calculus exhibebat
 maiorem euaporationem et obseruationes exhibebant mino-
 rem , causam huius phaenomeni credidit cohaesionem par-
 ticularum aquearum maiorem. In medio obseruationum
 calculus respondebat obseruationibus

His peractis naturali via inquisitionem evaporationis ex aqua frigidiori aëre delatus per duos menses, repetitis facpius observationibus, edoctus est

I. Differentia magna existente inter temperiem aëris et aquae colligi vapores et nullam evaporationem apparere. e. g. Si temperies aëris inter 60. et 70^{mum} gradum subsistat, colligi vapores, si differentia inter temperiem aëris et aquae superet 15 gradus, et si temperies aëris inter 75 et 87^{mum} gradum subsistat, colligi vapores, si differentia inter temperiem aëris et aquae superet 20. gr.

II. Quo maior est calor aeris

1. Eo calidiorem reddi debere aquam, donec collectio vaporum non observetur amplius, sed evaporatio solum.

2. Eo largiorem fieri evaporationem.

III. Initio evaporationem esse minorem, deinde augeri, tandem iterum minui. Haec imprimis per sex experimenta confirmata sunt, quorum 1. duravit per 9. horas et 20 m. p; alterum per 10. horas et 52 m. pr. tertium per 13. horas; quartum per 9. horas et 1; quintum per 4. horas et 45. m. p; sextum per 3. horas et 34 m. pr. Continuo ferre adesse debuit massae evaporandae ne aviculae, praesertim hirundines, quarum vicinitas admodum molesta fuit, aliquid aquae auferrent et sic experimentanti illuderent.

IV. In rationes phaenomenorum inquisivit.

V. Ex experimentis consecutaria aliquem usum in meteorologia habentia deduxit.

Nimirum 1. Si temperies aëris sole supra horizontem morante 65. graduum circiter est, et aquae in superficie

cie telluris stagnantis e. g. fluvii , lacus, vel maris temperies 50. graduum , quod vere et autumnno contingere solet , collectionem vaporum largius fieri debere ac euaporationem per exp. I. II. III.

2. Si temperies aëris superat 75. gr. et temperies aquae in superficie telluris stagnantis e. g. fluvii, lacus , vel maris est minor 60. gradibus , quod aestate saepius contingere solet , rursus plus vaporum ex aëre colligi debere ac euaporatione in atmosphaeram abit per Exp. V. et VI.

3. Si differentia inter temperiem aëris calidioris et aquae frigidioris in superficie telluris stagnantis , e. g. fluvii , lacus , vel maris , paucorum tantum graduum , e. g. 1. ad 10. quod ordinario sole supra horizontem morante obtinere solet , euaporationem praeualere prae collectione vaporum per Exp. I. II. III. IV. V. VI.

VI. Confirmavit etiam quaedam ex his obseruationibus , quae ex obseruationibus parum definitis iam antea feliciter deducta sunt a naturalis scientiae cultoribus.

G. W. RICHMANNI EXPERIMENTA DE COMPRESSIONE
AERIS IN PRIMIS PER AQVAM IN BOMBIS CONGLACIATAM DESCRIPTA.

Celeberrimus Halesius in statica Vegetabilium experimentum quoddam adduxerat, mediante quo in densitatem aëris inquirere conatus fuerat, scil. tubulum vitreum globo quodam excavato ferreo Bomba dicto includens, hunc globum aqua repletum rigori hiemis exposuerat, et postquam is ab aqua gelascente disruptus esset, ex eius firmitate vim supputauerat, qua aër tubulo praedicto contentus compressus fuisset.

Putauit Cl. Richmannus nonnullis hanc argumentandi methodum nonnihil ambiguum videri posse, idcirco animum induxit, adiutus a viro Cl. Kratzensteinio experimentum denuo repetendo, omnia ita instituire, ut spatium aëris compressi cum spatio quod initio in tubulo vitreo erat, comparari commode posset.

Quae hac occasione expertus est, huc fere redeunt.

1. Aërem, nos ambientem, quo communiter vtimur, per pressionem mediante validissimo prelo in spatium centies vigesies minus quam ante occupauerat, redigi posse.

2. Hunc ipsum aërem ope aquae gelascentis spatium trecenties minus quam ante compressionem obtinuerat, occupare.

3. Insimul notatum fuit nonnulla frustra Bombae, vi frigoris ex aqua gelascente orti, disrupta, per aliquot passus proiecta esse.

Optandum fuisset ut per tempus, ceterasque circumstantias indagare licuisset, an maiori pressione aër in minus coarctari possit spatium an secus, si enim prius obtinuisset hoc indicio fuisset limites compressionis nondum detectos esse, sin posterius hi limites eo ipso fuissent inuenti.

G. W. RICHMANNI VSUS LEGIS DECREMENTI CALORIS
AD DEFINIENDAM MEDIAM CERTO TEMPORIS INTER-
VALLO TEMPERIEM AERIS OSTENSUS ET INSTRV-
MENTVM METEOROLOGICVM NOVVM MEDIAE TEM-
PERIEI AERIS INVENIENDAE INSERVIENS.

Auctor ostendere tentauit, quomodo media temperies aëris inueniatur, siue ea, quae si constans esset per totum

totum diem vel longius interuallum eundem effectum produceret in refrigerandis et calificandis per idem tempus corporibus ac omnes gradus diuersi caloris sibi per totum diem vel longius interuallum succedentes. Eum in finem ex legi decrementi caloris antea data, data temperie fluidi initiali et data temperie eiusdem diminuta post definitum temporis interuallum, dictam temperiem aëris mediam eruere docuit. Et deinde ostendit, quomodo aquae calidae pingens moles, vel feliciori cum successu machina ex ferro et argento viuo parata huic fini aptari debeat si de media temperie aëris per longius temporis interuallum iudicium ferendum est.

G. W. RICHMANNI. DE MEDIA BAROMETRI ALTITVDINE DEFINITO TEMPORIS INTERVALLO INVENIENDA ET MACHINAE HVIC VSVI APTANDAE. CONSTRUCTIONE. COGITATIONES.

Quid sibi de studio meteorologico perficiendo promittant Physici id neminem latet, qui eorum molimina tam proxime elapso quam hodierno, quo viuimus, saeculo, cognita habet ac perspecta. Cl. Richmannus, qui inter alia et hoc studiorum genus sibi excolendum sumsit, variisque, quid hac in re humeri sui valeant, erudito orbi iam dudum testatum dedit experimentis, propositionibus aut cogitatis, in semel coepto studio decurrere pergens, nouam methodum proponit, quomodo omnes aëris pressiones sibi certo temporis interuallum succedentes in vnam summam colligi, sicque mediae barometri altitudines, longe exactius quam antea factum, definiri possint.

Propo-

Proponit hunc in finem machinam quandam ad cuius constructionem magna quidem copia mercurii requiritur, quam tamen accurate satis construere, et diuidere docet, ut omnibus, quae hucusque praecuidere potuit, occurratur dubiis.

Descriptionem huius machinae vberiore lectores in dissertatione ipsa inuenient, id nobis saltem adiciendum, cogitationes has haud indignas esse, ut experimento comprobentur, quoniam, si vel maxime euentus non in omnibus exacte respondeat, aut natura calculis ipsis se plane subiici forte recuset, vnaquaeque tamen veritas per experimenta stabilita reipublicae utilis censenda est literariae, siquidem haud leuiter conducit ad limites cognitionis nostrae amplificandos.

C. G. KRATZENSTEINI DE STATERA GEOGRAPHICA ET NAUTICA DISSERTATIO.

Autor iam perficiendae arti nauticae, quatenus hoc ex foro mechanico fieri potest, intentus de methodo quadam meditatus est, qua eleuatio poli absque vlla obseruatione astronomica inueniri posset. Cum enim nautae saepius per integras hebdomades propter coelum nubilum obseruationes latitudinis instituire nequeant, adeoque ex sola directione et aestimatione itineris interea temporis ad duos pluresue gradus interdum falli possint, praesertim cursu maris concurrente; magno nautis solatio fore iudicauit autor, si sub eiusmodi circumstantiis commo-
uatione

uatione poli et rhombo formare possint. Post varias deum meditationes incidit in modum quendam, ex theoria grauitatis corporum petiit, de quo non dubitat, eum huic intentioni posse satisfacere. Quoniam scilicet nostro tempore per indubias rationes et obseruationes compertum habemus, grauitatem corporum in diuersis terrae locis non eandem esse, sed recedendo ab aequatore versus polos in constanti quadam proportione crescere, facile patet, si nobis de isto incremento per obseruationem constiterit, distantiam loci ab aequatore inde statim haberi. Consueta bilance vero ad hoc incrementum indicandum plane non conueniente, auctor describit stateram quandam, quae ope elateris pondus corporum, vt et eius incrementum vel decrementum sub diuersis ab aequatore distantis accuratissime indicare valet. Cum enim frictio in stateris absque singulari labore in tantum imminui possit, vt sesquilibra circiter onustae differentiae vnus grani sensibiliter satis notare possint, stateram ita disposuit, vt in ea differentia vnus grani etiam differentiae vnus gradus latitudinis circiter respondeat, si ea sesquilibra fuerit onusta. Ostendit praeterea, quibus modis frictio magis adhuc possit imminui, vt huius gradus etiam aliquot subdivisiones haberi possint, vt adeo vix vitium quinque milliarium in diiudicanda latitudine committere liceat, id quod pro scopo nautarum sufficit, instrumentis enim suis etiam in obseruatione astronomica tale vitium euitare nequeunt. Adhibebit quoque hanc inuentionem combinatis aliis simul subsidiis ad nouum modum monstrandum, quo longitudo maris absque vlla obseruatione astronomica ad quoduis momentum, tutiori, quam hactenus licuit, modo, reperiri possit.

C. G. KRATZENSTEINII REMIGII NOVITER INVENTI AD
NAVES ONERARIAS PROMOVENDAS DESCRIPTIO.

Nautis non minus fatales sunt malaciae quam procellae. Praesertim hoc experiuntur naues zonam torridam transcentes. Consistunt interdum immobiles per biduum, immo per triduum, praesertim diurno tempore et sole in vertice constituto. Asseres arescunt, contignationes desiccant, pix colliquefcit et defluit. Aqua pro potu inferuens putrescit, aer quietus exhalationibus nociuis inquinatur et nautici otiosi morbos incurrunt. Praeterea navis exsiccata deinde a vento inclinata, aquam copiose sorbet et operarios defatigat, donec rimae iterum clausae fuerint. Interdum nautae portum ante oculos habentes a vento derelinquuntur aut contrarium experiuntur, ita ut per plures hebdomades in conspectu portus in libero morari debeant. Consideratis haecc incommodis permulti ingeniosa excogitauerunt subsidia in haecc casibus adhibenda. Quidam per resistantiam aquae in altum eleuatae per canales in puppi effluentis nauem promouere voluerunt. Alii per pondus eleuatum penduli instar velum quoddam elasticum percuciens ex vi huius viua motum nauis inducere conati sunt. Nuperrime Lutetiae Parisiorum Abbas Masson Comiti de Saxe obtulit typum remigii cuiusdam in nauibus onerariis adplicandi, cuius ope quadruplo maior vis obtinetur consueto remigio. Quia vero hoc inuentum sine non inutile non vltius divulgatum est, Autor huius dissertationis ex suis meditationibus sistere voluit similem machinam remigatoriam, qua mediante non quadruplo sed quintuplo fere maiorem vim exercere licet ac consueto remigandi modo. Adco ut 8 homines mediocrem

ocrem nauem ouerariam 2 horarum spatio fere per vnum milliare germanicum promouere valeant, id quod subiuncto calculo monstrauit. Et vix quisquam de effectu huius machinae dubitabit, si considerauerit hominem pondere suo simul adiutum fere quintuplo maiorem vim superare posse, ac solis brachiis. Optandum quoque esset, vt talis adplicatio vis humanae in pluribus machinis adhiberetur, vbi ex inueterata consuetudine cum magno dispendio solam brachiorum vim adplicare solemus.

EIVSDEM DE HOROLOGIO PERPETVO MOBILI DISSERTATIO.

Nemo facile datur mechanicus, vel horologipocus, vel etiam faber ferarius ingenio aliquantum audaci praeditus, qui non aliquo modo de perpetuo mobili construendo cogitet, vel saltim sibi persuadeat se illud inuenire et construere posse, si ipsi otium et sumtus suppetant, adeo vt autor affirmet, se vel librum conscribere posse, si omnes illas ideas varias et ridiculas colligere vellet, quae secum vniquam ab eiusmodi artificibus, quibuscum paulo confidentior consuetudo ipsi fuit, communicata sunt. Adnotauit quoque saepius, iam istud pro inuento et reposito rum praedicari, imo in nouellis publicis significari, vbi artifex ipse tamen adhuc de illo construendo meditatatur, adeoque eiusmodi relationibus, nisi certiora documenta existent, plane non fidendum esse iudicat. Vt plurimum reperit, illos tantum artifices talia somniare, qui machinas ad calculum renocare ignorant. Interim tamen facundia sua saepius etiam eruditos, harum rerum ignaros, in admirationem sui trahere solent, adeo vt hi maiorem scientiam et peritiam in rebus mechanicis tali-

bus artificibus tribuant ; quam ipsis mathematicis mechanicam scientifice callentibus. Qui itaque mirum , eiusmodi artifices prae scientia sua intumescere et remonstraciones mathematicorum audire nolle. Hisce principiis innixus autor plane non dubitat eodem modo rem se habere circa horologium istud perpetuum mobile , de quo fama in nouellis publicis superiori anno multa praedicabat. Relatum simul erat , artificem istum variscum , horologium hocce tali cum praecautione composuisse , quod nemo artificium absque quod tota machinatio corruat , perspicere possit , cum tamen non nemo facillime hoc praecauere possit , si aqua impletam machinam frigori exponeret , et congelata demum aqua compagem dissolueret. Nul- lum praeterea foret dubium , quod si horologium sequentibus temporibus verum perpetuum mobile esset repertum famam hoc non reticuisse , sed altum ex eo tempore hac de re fuit silentium. Interim licet autor desperet , vniquam tale perpetuum mobile posse constitui , cuius vis motrix ex interno principio dependens sit constans et continua , tamen publico non ingratum fore duxit , si horologium hac occasione a se excogitatum describeret , quod quidem non ex principio interno , sed tamen ex externo continuo motum suum in perpetuum , quam diu scilicet eadem rerum natura manebit , continuet. Inge- nue quoque fatetur , se plane non exhibuisse perpetuum illud mobile a pluribus mathematicis tam anxie quaesitum , sed tantum naturale , cuius ad usum publicum vix vlla erit applicatio , nisi quatenus curiosi ingenium delectare valet. Cum enim hodie horologia , quae per annum motum suum absque noua ponderis elevatione continuant ,

eadem

eadem facilitate construantur, exiguum tantum inde redundabit leuamen, si in tali horologio hac eleuatione ponderis superfedere possumus. Maioris vero vtilitatis cenfet inuentionem istam, qua horologia pendula cylindrigera ad vsus astronomicos ita construi possunt, vt sub eleuatione ponderis motum suum continent, quia talia cylindrigera merito praeferenda iudicat istis, vbi artificio hugeniano idem consueto modo efficitur.

PHYSICA.

G. W. KRAFFTHI DE VEGETATIONE PLANTARVM EXPERIMENTA ET CONSECTARIA.

Varia experimenta Cl. huius dissertationis Auctor circa vegetationem phaseolorum, pisorum vulgarium, raphani minoris seminum etc, more suo, id est summa cum circumspectione et cautione instituit, fideliterque exhibuit, quae hic referre ab instituto nostro alienum esset, contenti erimus hac vice nonnulla adducere consectaria quae ex praemissis experimentis legitime deriuari posse ipsi videntur.

Afferit scilicet Cl. Auctor contra Cel. Fontenelle diuersitatem inter grana seminis et oua et hac occasione loca quaedam de vegetatione plantarum in libro cui titulus: *Spēctacle de la nature*, emendantur. Deinde contra Cel. Muschenbroekium demonstrat, phaseolos Turcicos ab insectis haud manere intactos. Quae porro celebrem Angliae Physicum Bacone de Verulamio credidisse refert Antonius Le Grand in Historia naturae: cucumeres et rapha-

phanos teneros et delicatiores fieri si ante fationem aut melle aut lacte praemacerarentur refellit. Porro evincit contra eundem le Grand, quod scobs ferrea nihil ad vegetationem conferat.

Dum autem idem le Grand materiam animalem e. g. carnem, cornua etc plantarum vegetationem excitare posse, adserit in hoc ipsi (auctoritate Gassendi et Keyseri adductus) adstipulatur experimenta actu autem non instituit Cl. dissertationis huius Auctor.

Admirandum illud in omnibus plantis conspicuum phaenomenon, quod in hunc usque diem eruditorum torfit ingenia, cur scilicet radices semper deorsum deprimantur et germina sursum eleuantur, postquam sententias variorum eruditorum adductas sibi haud satisfacere affirmaverat, tandem explicare conatur per vires quas animales vocare amat et quas forte praeter ceteras gravitatis elasticitatis et attractionis vires in natura rerum dari suspicatur, explicationem autem illam, suspicionis loco saltim haberi vult, donec successu temporis clara cognitio Physices ad maiorem evehatur gradum. Certiora autem de locis granorum, de germine et plumula, nec non de radicum proprietatibus asserit, quas mechanice vix ac ne vix quidem explicari posse Cl. Auctor asserit, quae omnia lector harum rerum cupidus maxima cum voluptate uberius in dissertatione relata inveniet.

Porro aquam puram nullo vel minimo sale infectam, optimum plantarum esse nutrimentum, spiritum autem vini nihil illi prodesse contra Regnaultii Entretiens Physiques probat.

An autem oleum aut vinum maluaticum ex sententia Cardani aut Bacon's de Verulamio vegetationem promoveat, de hoc iudicium suum suspendit et tandem occasione vegetationis vnguium et capillorum tres dari plantarum species 1.) Quae crescunt ex terra 2.) Quae crescunt ex plantis prioribus 3.) Quae crescunt in animalibus cum Honor. Fabry statuens eruditae huic dissertationi finem imponit.

In additamento demum exponit, experimentum circa cepam in aëre suspensam sponte germinantem propositum a Verulamio art. 9. Cent. 1. *Silvae Siluarum J. Histor. Natural.* et invenit pondus eiusdem semper decrevisse a die 26. Ian. ad 16. Maii, quo die experimentis finem imposuit, quia germinum omnium summi apices corrupti non solum, sed arefacti etiam fuerunt. De cetero sollicitè curavit Cel. Auctor, ne minimum aquae aut humiditatis ad cepam hanc toto hoc tempore perveniret.

ABR. KAAV BOERHAAVE OBSERVATIO ANATOMICA
MUSCULI IN PECTORE PRAETERNATURALIS ET VARI
RII IN DIVERSIS CADAVERIBVS, INVENTI.

Musculus praeter naturam supra pectus extensus, in variis autem cadaveribus diversum inuentum, Auctor ex propria observatione describit atque figuris, naturaliter delineatis, exhibet. In vna cernitur musculus Rectus abdominis, extremo suo longissimo cartilagini dextrae quintae costae insertus, peculiari d inde modo a latere externo procedere elongatus ad costam tertiam

usque : in aliis plane a Recto apparet distinctus et inter se iterum diuersus , musculus. Narrat hac occasione Auctor , sibi bis , praemonstrante Cl. B. S. Albino , notatam musculi Recti abdominis per pectus continuationem , uti ludentis hoc naturae exemplum Praeceptor eius postea in Hist. Muscul. Hom. Libr. III. Cap. 78. descripsit , simulque tangit Vesalii in Galenum repraehensionem , atque in tabulis , quae magnitudine et colore naturali partes repraesentant , a D. Gautier Parisiis impressis , vitia notando , tabulas Eustachianas , perperam hoc in opere repraehensas , defendit,

ST. KRASCHENINNIKOW DE ACERE FOLIIS OBLONGE
CORDATIS INAEQUALITER SERRATIS

Duas arbusculas quas sub nomine Aceris Tatarici mori folio Gerb. Hortus Petropolitanus alit , dum accurate , secundum caudicem , ramos , folia eorumque petiola , flores , perianthia , corollas , filamenta , germina et capsulas describit Cl. doctus Academiae Adiunctus , id praecipue asserit , vix ullam in tota Aceris familia plantam esse , quae plures distinctionis a congeneribus notas praeseferat , quam ante descripta : quoniam autem corolla patens s. petala patentia et petala laciniis calicis aequalia haecenus pro notis Aceris characteristicis a magni nominis Botanicis habita et in definitione generis assumpta , plantae huic minime conueniant , idcirco statuit ea locum in caractere generis Acerum minime retinere posse.

G. W.

G. W. STELLERI DE BESTIIS MARINIS.

In hac commentatione quatuor bestias marinas, Manatã scilicet seu vaccam marinam, vrsũ marinum, leonem marinum et lutram marinam describit longioris ævi dignissimus Auctor tanto studio, vt vix quidquam desiderari possit, quod ad plenariam animalium historiam spectat. Habitum enim corporis depingit accuratissime, de singulis membris eorumque situ, magnitudine et proportione differit vberime et in id vnice incumbit, vt formae externae claram et distinctam ideam tradat. Sed nec interna intacta relinquit, structuram earum rimatur, quantum per circumstantias loci et temporis licet, conuenientias partium cum aliis et differentias declarat, et exinde mechanismos atque naturam animalium dilucidare curat; vsus partium in cibo, medicina aliisque rebus exponit, denique de motu, natura et moribus bestiarum narrat.

Antequam autem ad rem ipsam accedit, animalia ex vno climate in aliud transportata paene speciem mutare exemplis equorum, ouium et sciurorum demonstrat; tum phocas in tres species ratione magnitudinis distinguit, singularumque et locum natalem determinat, et rationem adducit, cur hoc tantum amphibii genus non in oceano solum, sed et lacubus passim reperiatur, alia autem certis quibusdam regionibus et locis propria sint.

De quatuor bestiis marinis narrat, innotuisse eas ante dimidium saeculum, et Lutrae quidem marinae a Marcgrauio, sed breuiter et obscure, mentionem factam esse affirmat. Leonis et vrsi marini a Dampiero, manati tum a doctis plurimis, tum etiam a Dampiero,
 d
 cuius

cuius relationes maximi facit, et omnium eruditorum descriptionibus praeferre non dubitat.

In descriptione Manati s. vaccae marinae errores auctorum plurimos exponit ac corrigit. Et primo quidem Manati non esse bouem Aristotelis dicit, ut pote quae nunquam in sicco pascatur; tum animal illud non esse pilosum, ut perperam traditur, non habere ungues humanis similes, non ascendere fluuios, non iacere super saxa, non esse sagax, sed potius stupidum et voracissimum affirmat, postea lapides sic dictos Manati ossa masticatoria eiusdem esse, descriptioni Dale in Pharmocologia innixus, paene nullus dubitat. Denique singularis insecti, quo animal hoc infestatur, descriptionem addit.

Vrsum marinum a Dampiero primum omnium visum et sub hoc nomine descriptum esse asserit. Amphibia haec certis anni temporibus instar anserum, cygnorum et aliarum ex auibus, aut truttarum e piscibus, e loco in locum migrare verissime scribit, migrationisque eius causas non contemnendas affert. Tandem postquam de partibus externis, internis, vitae genere et captura eorum abunde commentatus est, insulae Ferdinandi mentionem iniicit, in qua Dampierus litora innumerabilibus gregibus phocarum, leonum et vrsorum marinorum cooperata vidisse se narrat, et duo inde colligit. 1.) Australis orbis bestias marinas easdem esse, quas haemisphaerii borealis sub eadem longitudine, aut non multum differente, deinde credit vrsos marinos Kamtschaticarum terrarum sub eodem gradu in parte boreali hybernare.

Leones marinos tam forma externa, quam partium vsu et structura, ut et viscerum constitutione vrsis simillimos

limos esse dicit ; Differentiam autem externam, quae primo intuitu obseruari potest, consistere. 1.) In magnitudine, quae leonibus duplo maior est. 2.) In pilorum colore. 3.) In iuba, qua leones mares in collo donantur. In moribus etiam haud minorem discrepantiam narrat, quamquam enim, ait, vtrumque animal ferum et paratum ad inuadendos hostes, vrsi tamen tanto maiori audacia, quanto reliqui maiori mole corporis. Vtrique polygami sunt, plures tamen foemellas vrsi, quam leones ducunt. Vrsi vxorum et prolis amantissimi, sed tyrannidem super vxores exercent, leones vxores maximo in honore habent, sed negligunt prolem. Plura in ipsa dissertatione legenda sunt.

Lutram marinam idem esse animal, quod a Marcgrauio sub nomine Lutrae Brasiliensis descriptum, esse affirmat propter notas adductas a Marcgrauio, quae in suo subiecto praesto sunt, magnitudinem scil. mediocris canis, caput subrotundum et quasi felinum, nasum acutiorem, oculos nigros rotundos, aures subrotundas, barbam, pedes in quinque digitos diuisos et vnguibus fuscis acutis armatos, interiori breuiori, pilos molles atros, clamorem iunioris catelli, victum Gammaros. Tandem euictis, quae obiici possent. Lutram marinam non esse Castorem demonstrat. 1.) Quod folliculis castorei receptaculis careat. 2.) Quod caudam pilosam instar Lutrae obtineat. 3.) Quod dentium forma et situ nec non intestinorum constitutione cum castore ei non conueniat. Post absolutam externarum et internarum partium descriptionem addit obseruationes nonnullas ad naturam animalium spectantes, ex iisque asertum quorundam anatomicorum, tanquam

membrana muscutorum communis a panuiculo carnofo ortum habeat, falsum esse euincit. Tandem ad historiam morum accedit, ante omnia autem de pulchritudine formae huius bestiae, de pretio vt auctum aut imminutum sit, et quam ob causam narrat, tum quibus modis et quibus temporibus capiatur, denique astutiam eius, natatum, concubitarum, amorem erga prolem describit, denique quibus vsibus ossa eius et pellis adhibeantur, vt et quomodo praeparentur, exponit.

ASTRONOMICA.

G. HEINSII OBSERVATIO ECLIPSIS LVNAE PARTIALIS d. 8. AVG. st. n. 1748. LIPSIAE HABITA.

Observatio haec caelo maxime sereno mediantibus horologiis oscillatoris correctis, per altitudines solis respondentes, per quadrantem, in antecedenti eius dissertatione descriptum, captas, et quidem duplici modo peracta fuit; partim annotando appulsus umbrae ad praecipuas lunae maculas, partim definiendo phasium conditiones ope machinae parallacticae in obseru. Ecl. ☉. 25. Iul. eiusdem anni descriptae.

Immerfiones et Emerfiones praecipuarum macularum ope tubi Gregoriani sub eo apparatu quo iste obiecta secundum diametrum 52. vicibus amplificat obseruatae §. 2. recensentur.

In sequentibus 3. 4. 5. 6. §. Cl. Auctor exponit posteriori modo per tubum tripedalem machinae parallacticae more consueto obseruatos appulsus limborum

rum lunae praecedentis et sequentis, nec non cuspidum phasis cuiusque ad filum reticuli horarii.

In §. 7. 8 et 9, Schematis constructio exhibetur, et quae ex illo deducta sunt; scil. pro quavis obseruatione § 6. adducta, distantia centri umbrae a loco obscurationis maximae in partibus temporis ope horarii lunae a sole, phasis positione, quantitas obscurationis ac tempus obscurationis maximae, deinde latitudo lunae et distantia centrorum minima, unde quantitas eclipsis prodit, §. autem. 9. momentum obscurationis maximae duplici modo per obs. initii et finis et per immersiones et emersiones macularum Grimaldi et Tychonis definitum et ex his mediam quandam determinat obscurationem.

§. 10. Tempus oppositionis verum et §. 11. quantitatem eclipsis ex immersione et emersione macularum Tychonis et Grimaldi earumque positione in disco lunae eruit.

§. 12. Iouis et 4. Satellitum eius positionem respectu centri et diurni veri lunae ex transitu istorum per fila reticuli determinauit, et §. 13 et 14. comparationem obseruationis suae cum Viennensi a Cl. Marinonio et ea quae in specula Imperiali Petropolitana habita fuit, instituit.

N. POPOW METHODVS OBSERVANDI ECLIPSES LVMINARIVM.

Exposuit clare doctus D. Adiunctus in sua methodo eclipses luminarium obseruandi non solum constructionem sed et usum micrometri ab ipso ad obseruationes Astronomicas commode peragendas magis accommodati,

dati, quae prolixiora sunt quam ut hic locum inuenire possint ab Uraniae amatoribus in dissertatione ipsa legenda. Si non omnia plane noua sunt, quae clare doctus Auctor adducit, aut multa prolixius quam opus fuisset exposita uideri possint, fatendum tamen quoque est, Cl. doctum Auctorem qui cognitionis Astronomiae haud vulgaris specimen hac dissertatione edidit, talia quae hic proponit nullo in libro pertractata legisse, quamuis facile largiatur modum talem obseruandi vni vel alteri Astronomorum cognitum, ab eoque forsan adhibitum fuisse. Accedit quod non omnes aequae in *Roglio* (quam alii culpant prolixitatem) vituperent. Ut breuibus multa complectar Cl. doctus Auctor non laudandus solum sed et exhortandus est ut sua cum publico communicare pergat cogitata, quoniam in ea versatur aetate ubi uenia et spes est et paratus fauor, et audere non dedecet testante Quintiliano.

MATHEMATICA.

Tom. II. Nou. Comment.

A

DE RE-

DE REDVCTIONE
LINEARVM CVRVARVM AD AR-
CVS CIRCVLARES.

AVCTORE
L. EVLERO.

Cum dimensio linearum curvarum in geometria sublimiori maximi semper momenti sit habita, Celeb: Ioannes Bernoulli fines huius scientiae mirifice dilatasse censendus est, dum ex consideratione motus reptonii longitudinem cuiusvis lineae curvae per arcum circuli exprimere docuit. Summus quoque Leibnitius hoc inuentum tanti existimavit, vt cum de primo volumine Miscell. Berol. edendo cogitaret, Bernoullium incitauerit, vt specimen huius methodi inferendum secum communicaret. Tanto maius huic inuento pretium est imponendum, cum sola analysis vix vllum aditum ad istam reductionem concedere videatur. Qui enim sola analysi vsi hoc negotium expedire sunt conati, nihil fere praestiterunt, quod non per se esset obuium. Hanc ob rem methodus, quam hic sum expositurus, non parum utilitatis afferre videtur, cuius beneficio, proposita linea curua quacunque, arcus circuli exhiberi potest ipsi proxime aequalis; et ille quidem ipse quoque, qui per motum reptonium inuenitur.

Definitio.

I. Amplitudinem lineae curuae AM cum Celeb: Tab. I.
Bernoullio vocabo angulum ANM , quem normales AN fig. 1.

A 2

et

4 DE REDUCTIONE LINEARUM CURVARUM

et MN ad curvae extremitates A et M ductae inter se constituunt.

Coroll. 1.

2. Si ergo curva continua curvatura progrediatur, ita ut nusquam habeat punctum flexus contrarii, crescente curvae longitudine simul eius amplitudo crescet. Scilicet quo maior capiatur arcus AM, eo maior euadet angulus ANM.

Coroll. 2.

3. Si curva AM fuerit circulus, erit punctum N eius centrum, atque $AN = MN$. Cum igitur angulus ANM sit ipsi arcui AM proportionalis, in circulo arcus eorumque amplitudines in eadem ratione crescent.

Coroll. 3.

4. In omnibus autem aliis curuis amplitudines vel in maiore vel in minore ratione crescent quam ipsi arcus. Neque in his aequalitas inter normales AN et MN amplius locum inuenit, nisi forte in certis tantum locis.

Scholion.

5. Quod praeter circulum nulla alia detur linea curva, cuius arcus sint ipsorum amplitudinibus proportionales, hoc modo ostendi potest. Consideretur curvae AM euoluta RR, ac ponatur angulus seu amplitudo $ANM = u$, arcus $AM = s$, et radius euolutae puncto M respondens $MR = r$ erit $du = \frac{ds}{r}$, ideoque $r = \frac{ds}{du}$, si ergo arcus AM fuerit proportionalis amplitudini ANM, erit $ds = a du$, hincque $r = a$, vnde cum curueto ubique sit eadem, curva AM erit circulus.

Pro-

Problema 1.

6. Data curvae AM amplitudine ANM vna cum normalibus AN et MN, inuenire limites intra quos longitudo arcus AM contineatur.

Solutio.

Ponatur curvae amplitudo seu angulus ANM = v, et normales AN = p; MN = q; ipseque arcus AM = s. Deinde ducatur subtensa AM, quae ex triangulo ANM reperitur fore = V(pp + qq - 2pq cos. v). Cum ergo arcus AM = s semper sit maior quam sua subtensa, hinc alterum limitem minorem iam habemus quo erit:

$$s > V(pp + qq - 2pq \cos. v)$$

Ducantur deinde in punctis A et M tangentes AT et MT, quarum concursus T intra angulum ANM cadet: eritque

$$AT = \frac{q-p \cos. v}{\sin. v} \text{ et } MT = \frac{p-q \cos. v}{\sin. v}$$

Manifestum autem est summam tangentium AT + MT fore arcu AM maiorem, vnde prodit alter limes maior.

$$s < \frac{(p+q)(1-\cos. v)}{\sin. v}$$

seu cum fit $\frac{1-\cos. v}{\sin. v} = \text{tang. } \frac{1}{2} v$ erit:

$$s < (p+q) \text{ tang. } \frac{1}{2} v$$

Erunt ergo limites, intra quos vera arcus AM longitudo continetur, sequentes:

minor V(pp + qq - 2pq cos. v)

maior (p+q) tang. $\frac{1}{2} v$

Q. E. I.

Coroll. 1.

7. Quia punctum T intra cura anguli ANM producta cadit, si quidem curua continua curuatura progreditur,

9. , rectarum AT et MT valores semper erunt affirmatiui ; eritque ergo $q > p \cos. \psi$ et $p > q \cos. \psi$. Hinc normalis $MN = q$ intra hos limites continebitur

$$q > p \cos. \psi \quad \text{et} \quad q < \frac{p}{\cos. \psi}.$$

Coroll. 2.

8. Si angulus ANM bifariam sectus concipiatur recta NO, erit utique $AO > p \sin. \frac{1}{2}\psi$ et $MO > q \sin. \frac{1}{2}\psi$, vnde addendo alius obtinetur limes minor : scilicet $s > (p + q \sin. \frac{1}{2}\psi)$, qui maiorem habet affinitatem cum altero maiore ante inuento $s < (p + q) \text{ tang. } \frac{1}{2}\psi$.

Coroll. 3.

9. Cum sit $AO > p \sin. \frac{1}{2}\psi$ et $MO > q \sin. \frac{1}{2}\psi$ erit quadratis sumendis : $AO^2 > pp \sin. \frac{1}{2}\psi^2$ et $MO^2 > qq \sin. \frac{1}{2}\psi^2$ ideoque

$$2AO^2 + 2MO^2 > 2(pp + qq) \sin. \frac{1}{2}\psi^2$$

At si partes AO et MO sint aequales erit $2AO^2 + 2MO^2 = S^2$; sin autem sint inaequales , erit semper $2AO^2 + 2MO^2 > ss$, ideoque his casibus expressio $2(pp + qq) \sin. \frac{1}{2}\psi^2$ propius accedet ad ss ; vnde nouus habetur limes minor :

$$s > \sin. \frac{1}{2}\psi. \sqrt{2(pp + qq)}$$

Coroll. 4.

10. Hic autem limes minor est quam ille , quem ante inuenimus $\sqrt{(pp + qq - 2pq \cos. \psi)}$, vnde cum hic sit minor quam s , multo magis ille erit minor. Quod ut appareat ponatur :

fin

$$\sin. \frac{1}{2} v. \sqrt{2} (pp + qq) = P$$

$$\sqrt{(pp + qq - 2pq \cos. v.)} = Q$$

ob $\sin. \frac{1}{2} v^2 = \frac{1 - \cos. v}{2}$ erit $PP = (pp + qq)(1 - \cos. v)$ et $QQ = pp + qq - 2pq \cos. v$, et $QQ - PP = (p - q)^2 \cos. v$; vnde est $Q = P + \frac{(p - q)^2 \cos. v}{2P}$, ideoque

$$s \gtrsim \sin. \frac{1}{2} v \sqrt{2} (pp + qq) + \frac{(p - q)^2 \cos. v}{2 \sin. \frac{1}{2} v \sqrt{2} (pp + qq)}$$

Scholion.

11. Facillimum est alios limites inuenire, qui non tam prope ad se inuicem accedunt. Si enim ex M in A N perpendiculum demittatur, erit id = q sin. v, quod cum sit minus arcu A M, erit: $s \gtrsim q \sin. v$; similique modo ex A in M N perpendiculum, demittenda erit $s \gtrsim p \sin. v$; vnde conficietur $s \gtrsim \frac{1}{2}(p + q) \sin. v$. Deinde si tangens A T vsque ad occursum cum recta M N producta continetur, erit ea = p tang. v, quae cum sit maior arcu s, erit $s \gtrsim p \text{ tang. } v$, similiterque $s \gtrsim q \text{ tang. } v$, vnde obtinebitur $s \gtrsim \frac{1}{2}(p + q) \text{ tang. } v$. Limites autem ante inuenti multo sunt arctiores quam hi, ideoque ad nostrum institutum magis accommodati.

Theorema.

12. Si angulus A N M = v fuerit valde paruus, positus A N = p et M N = q; erit vero proxime arcus A M = s = $\frac{1}{2}(p + q)v$.

Demonstratio.

Si angulus v est valde paruus, erit proxime $\sin. \frac{1}{2} v = \frac{1}{2} v - \frac{1}{48} v^3$, et $\text{tang. } \frac{1}{2} v = \frac{1}{2} v + \frac{1}{24} v^3$ quibus formulis in limitibus superioribus substitutis erit

$s \gtrsim$

$$s > \frac{1}{2}v(p+q) \left(1 - \frac{1}{2}v^2\right) \text{ etc.}$$

$$s < \frac{1}{2}v(p+q) \left(1 + \frac{1}{2}v^2\right)$$

Cum igitur $\frac{1}{2}v(p+q)$ intra hos limites sibi valde propinquos contineatur, erit proxime:

$$s = \frac{1}{2}v(p+q)$$

Q. E. D.

Coroll. 1.

13. Haec expressio $\frac{1}{2}v(p+q)$ eo exactius praebet longitudinem arcus AM , quo minor fuerit angulus $ANM = v$: si enim hic angulus sit infinite parvus, tum nulla omnino aberratio a veritate locum inuenire potest.

Coroll. 2.

14. Etiam si autem angulus $ANM = v$ non sit adeo parvus, tamen expressio $\frac{1}{2}v(p+q)$ non multum a longitudine arcus AM differre potest, cum dentur casus, quibus $\frac{1}{2}v(p+q)$ veram arcus AM longitudinem exhibet; quicumque fuerit angulus v . Hoc scilicet euenit, si curva ANM fuerit circulus, tum enim ob $p = q$ erit arcus $AM = pv = qv = \frac{1}{2}v(p+q)$.

Coroll. 3.

Fig. 1. 15. Non solum autem circulus hac proprietate gaudet, ut sit arcus $AM = \frac{1}{2}v(p+q)$, sed idem quoque contingit in iis curuis, quarum euolutae sunt circuli. Sit enim euoluta BR circulus, cuius radius $= a$, ac ponatur arcus $BR = z$, quoniam eius amplitudo aequalis est amplitudini curuae AM quam ponimus $= v$, erit $z = av$; sit porro $AB = b$, erit $MR = b + av$, et elementum curuae AM ,

AM, $ds = (b + av)dv$, ideoque ipse arcus AM $= bv + \frac{1}{2}avv = \frac{1}{2}v(2b + av) = \frac{1}{2}v(AB + MR)$. Verum ob $BN = RN$ erit $AB + MR = AN + MN = p + q$, ideoque et hoc casu, quo curua AM ex euolutione circuli est nata, erit exacte arcus AM $= \frac{1}{2}v(p + q)$, quantumuis etiam magna fuerit eius amplitudo seu angulus v .

Coroll. 4.

16. Proposita ergo quacunque curua AM, per ter-
minos A et M describi poterit arcus curuae ex euolutione circuli natae, eiusdem amplitudinis ANM, sicque habebuntur duae lineae curuae AM in A et M ad rectas AN et MN normales et continua curuatura procedentes, vnde in angulis non nimis magnis ne fieri quidem poterit, vt discrimen inter istas binas curuas fit notabile.

Coroll. 5.

17. Cum igitur non solum proxime sed quandoque etiam reuera fit $AM = \frac{1}{2}v(p + q)$, curua AM aequabitur arcui circulari centro N et radio $= \frac{AN + MN}{2}$ intra curua AN et MN descripto.

Scholion. 1.

18. Hac autem ratione dimensio curuae AM per arcum circularem multo accuratius instituitur, quam villo modo per lineam rectam fieri potest, Vnde ex hoc fonte longe accuratior methodus deduci potest longitudinem curuarum ad arcus circulares reuocandi, quam vulgo hoc fieri solet ad lineas rectas. Lineae curuae autem, quae in
Tom. II. Nou. Comment. B eandem

eandem plagam vbique sunt concauae, quales hic tantum confidero, ratione curuedinis ad fequentia genera referentur. Primum genus arcus tantum circulares complectitur, qui vbique eandem curuaturam tenent, hisque regula data exacte fatisfacit. Ad fecundum genus eas refero curuas, quarum curuedo ab A ad M continuo vel crefcit vel decrefcit, quo cafu dimenfio inuenta vix fenfibiliter a veritate recedere poteft, fi enim curuedo aquabiliter vel crefcit vel decrefcit, quod in curua ex evolutione circuli nata vfu venit, formula $\frac{1}{2}v(p+q)$ exacte fatisfacit: et nifi angulus N fit fatis magnus, curuedinis incrementa vel decremента ab aquabilitate vix fenfibiliter difcedere poffunt. Tertium genus comprehendit eas curuas AM, quarum curuedo ab A ad punctum aliquod medium O inter A et M crefcit, inde vero ad M vsque iterum decrefcit, quo cafu curua in O gibbum habebit, vnde eam longiorem effe oportet, quam formula nofta indicat. Quarto contra generi adnumeramus eas curuas AM, quarum curuedo ab A ad O decrefcit, ab O vero ad M iterum crefcit, ita vt in O habiturae fint quandam depressionem, Huiusmodi ergo linearum longitudo minor erit, quam regula declarat, quoniam circa O propius ad lineam rectam accedunt. Quodfi ergo curua ad tertium vel quartum genus pertinens in O fecetur, atque vtra portio AO et MO iam ad genus fecundum referenda ope regulae traditae mendifretur, error neceffario fiet minimus, cum non folum regula ad has partes magis fit accommodata, fed etiam amplitudo iftarum partium minor erit.

Scholion. 2.

19. Cum ostendissem formulam $\frac{1}{2}v(p+q)$ non solum longitudinem curvae AM exacte exprimere, si ea fuerit circulus, sed etiam, si euolutam habeat circulem, non abs re erit inquirere, vtrum haec proprietas nullis aliis lineis curuis competat. Quae inuestigatio eo magis erit notatu digna, quod post calculum satis prolixum tandem ad simplicissimam solutionem perducatur, ex quo forte non parum lucis nobis accendetur ad alias quaestiones eiusdem generis, quae alias difficillimae videri queant, expedite soluendas. Vnde sequens problema tam ob praesentem usum, quam ob propriam elegantiam se commendare videtur.

Problema. 2.

20. Inuenire omnes curuas AM huius indolis, vt ^{fig. 3.} ductis ad eam normalibus AN , MN , curua AM aequalis fit arcui circuli centro N radio $= \frac{1}{2}(AN+MN)$ intra rectas AN et MN descripto.

Solutio.

Positis nimirum $AN = p$, $MN = q$; et angulo $ANM = v$, arcuque $AOM = s$, quaeruntur omnes curvae in quibus fit $s = \frac{1}{2}v(p+q)$. Ad quas inneniendas ex puncto ipsi M proximo m ducatur normalis mn , in eamque ex N perpendicularum Nr demittatur, ob $MN = m$ erit $nr = dq$ et $Nn = dp$. Quare cum fit angulus $Anm = v + dv$, erit $nr = dq = dp \operatorname{csc} v$ et $Nr = dp \sin v$. Ducatur deinde $N\mu$ ipsi mn parallela, erit $m\mu = Nr = dp \sin v$: et ob angulum $MN\mu = dv$ habebitur

B 2

M μ

12 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

$M\mu = qdv$: vnde cum fit $Mm = ds$ erit $ds = dp \sin. v + qdv$. Habemus ergo quatuor variables p, q, s et v , quarum relationem definiere oportebit ope trium sequentium aequationum:

$$I. \frac{z}{v} = p + q$$

$$II. dq = dp \cos. v$$

$$III. ds = dp \sin. v + qdv$$

Consultum autem videtur binas variables p et q eliminare: quem in finem ponamus $s = tv$, ut sit:

$$I. 2t = p + q:$$

$$II. dq = dp \cos. v$$

$$III. tdv + vdt = dp \sin. v + qdv$$

quarum prima dat $q = 2t - p$, quae differentiata praebet $dq = 2dt - dp = dp \cos. v$, vnde fit $dp = \frac{2dt}{1 + \cos. v}$ et tertia aequatio abibit in:

$$tdv + vdt = \frac{2dt \sin. v}{1 + \cos. v} + 2tdv - pdv, \text{ seu}$$

$$pdv = tdv - vdt + \frac{2t \sin. v}{1 + \cos. v}.$$

Differentietur haec denuo posito dv constante, et pro dp eius valores $\frac{2dt}{1 + \cos. v}$ substituto habebitur:

$$\frac{2dt \sin. v}{1 + \cos. v} = -vddt + \frac{2d \sin. v}{1 + \cos. v} + \frac{2t \sin. v}{1 + \cos. v}$$

vnde fit $ddt = 0$: $dt = av$, et $t = v + av$. Consequenter $s = tv = bv + avv$: quae est aequatio inter arcum s eiusque amplitudinem v , quam supra (15) naturam curvae ex evolutione circuli natae exprimere vidimus; et quae, si $a = 0$, ad ipsum est circulum. Vnde problemati nullae aliae satisfaciunt lineae praeter circulum et curvas ex evolutione circuli natas. Q. E. I.

Coroll.

Coroll. 1.

21. Quoniam aequatio non mediocriter implicata ad hanc tandem simplicissimam aequationem $ddt=0$ est reducta, dubium est nullum, quin detur methodus alia hoc problema multo expeditius solvendi.

Scholion.

22. Quod aequatio inuenta $s=bv+avv$ fit ad cur-^{fig. 1.}
vam ex evolutione circuli natam, hoc modo facillime ostenditur. Sit radius evolutae $MR=r$, quoniam est $dv=\frac{ds}{r}$, erit $r=\frac{ds}{dv}$; ideoque hoc casu fit $r=b+2av$. Sit arcus evolutae $BR=z$, quia est $z=MR-AB$, erit $z=2av$, huiusque radius osculi $=2a$: ex quo patet evolutam curvae, quae aequatione $s=bv+avv$ exprimi-^{fig. 3.}
tur, esse circulum. Ceterum data aequatione inter s et v aequatio inter coordinatas orthogonales AP et PM facile reperitur. Sit enim $AP=x$, $PM=y$, ob angulum $AMP=v$ erit $dx=ds \sin. v$ et $dy=ds \cos. v$ vnde fit $x=\int ds \sin. v$ et $y=\int ds \cos. v$. Cum igitur praesenti casu fit $ds=b dv+2av dv$ erit $x=b \int dv \sin. v+2a \int v dv \sin. v$, et $y=b \int dv \cos. v+2a \int v dv \cos. v$. At est $\int dv \sin. v=1-\cos. v$; $\int dv \cos. v=\sin. v$, et $\int v dv \sin. v=-v \cos. v+\int dv \cos. v=-v \cos. v+\sin. v$. $\int v dv \cos. v=v \sin. v-\int dv \sin. v=v \sin. v+\cos. v$ Quo circa habebitur:

$$x=b-b \cos. v+2a \sin. v-2av \cos. v$$

$$y=b \sin. v+2a \cos. v+2av \sin. v$$

Hinc fit $yy+(b-x)^2=bb+4abv+4aa+4aavv$

et $b+2av=\sqrt{yy+(b-x)^2-4aa}$

Deinde vero est $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dv(b + 2av)$ et

$dv = \frac{ydy - (b-x)dx}{2a(v + 2av)}$ ideoque :

$$2a\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ydy - (b-x)dx$$

Ex hac autem aequatione natura curvae quaesitae non tam facile perspicitur, quam ex praecedente.

Coroll. 2.

fig. 1. 23. Si fuerit B initium euolutae BR, erit $AB = b$, et ducta recta BM erit $BM = \sqrt{(yy + (b-x)^2)}$ fit $BM = u$, erit $2ads = udu$ et $4as = uu - bb$. ideoque $s = \frac{uu - bb}{4a}$. Vnde curua hanc quoque habebit proprietatem, ut fit diameter euolutae BR ad $BM - AB$ ita $BM + AB$ ad arcum AM.

Theorema. 2.

fig. 4. 24. Si arcus AM amplitudinis ANM in duas partes aequae amplas AM' , $M'M$ diuidatur, atque in normalem $M'N'$ ex N perpendicularum NP' demittatur; longitudo curuae AM proxime aequabitur arcui circuli centro N inter crura NA, NM descripti radio = $\frac{AN + MN + 2M/P'}{4}$.

Demonstratio.

Ponatur amplitudo totius arcus $AM'M$ seu angulus $ANM = 2\psi$, erit arcuum AM' , et $M'M$ amplitudo $= \psi$. Concurrant normales $M'N'$ et MN in V, eruntque anguli $AN'M' = \psi$ et $M'VM = \psi$: ideoque in triangulo VNN' isoscele $NN' = NV$ et $N'P' = VP'$. Per praecedens autem theorema erit

AM'

$$AM' = \frac{1}{2}v(AN' + M'N') \\ M'M = \frac{1}{2}v(M'V + MV) \quad \text{proxime}$$

ideoque addendo :

$$AM = \frac{1}{2}v(AN' + M'N' + M'V + MV) \text{ proxime. Est} \\ \text{vero } AN' = AN - NN' \text{ et } MV = MN + NN' \text{ ergo } A \\ N' + MV = AN + MN : \text{ deinde autem habebimus} \\ M'N' + M'V = 2M'P'. \text{ unde fiet}$$

$$AM = \frac{1}{2}v(AN + MN + 2M'P') \text{ proxime}$$

Sit nunc r radius circuli, cuius arcus amplitudinis eiusdem $2v$ aequalis fit curvae AM , erit $AM = 2vr$, unde istius circuli radius fiet

$$r = \frac{AN + MN + 2M'P'}{4} \text{ proxime} \\ \text{Q. E. D.}$$

Coroll. 1.

25. Hic ergo valor radii circuli, cuius arcus curvae AM aequè amplius eidem simul fit aequalis, propius ad veritatem accedit, quam ille, qui per theorema primum ex angulo integro ANM definitur, et qui prodierat $r = \frac{AN + MN}{2}$; nisi scilicet vterque fit exactus.

Coroll. 2.

26. Si ergo valor $r = \frac{AN + MN}{2}$ fuerit nimis parvus, necesse est, ut fit iste valor $r = M'P'$ nimis magnus, quia medium arithmeticum ad veritatem proxime accedit, simili modo si valor $r = \frac{AN + MN}{2}$ nimis fuerit magnus, tum iste $r = M'P'$ erit nimis paruus, ficque novi habentur limites $\frac{AN + MN}{2}$ et $M'P'$ inter quos verus ipsius r valor contineatur.

Coroll.

Coroll. 3.

27. Multo pluribus autem casibus formula hic exhibita $r = \frac{AN + MN + \frac{1}{2}M^2P^2}{4}$ veritati prorsus est consentanea, quam praecedens $r = \frac{AN + MN}{2}$. Non solum enim ea pro circulo et curvis ex evolutione circuli natis valet, sed etiam ad innumeras alias insuper lineas curvas extenditur.

Coroll. 4.

28. Quo plures ergo sint lineae curvae, quarum longitudo per formulam $\frac{1}{2}\psi(AN + MN + 2M^2P^2)$ sine ullo errore exprimitur, eo minor esse poterit aberratio, etiam si curva AM non ad id genus pertineat.

Theorema. 3.

Fig. 5. 29 Si linea curva AM amplitudinis ANM in partes quotcumque aequae amplas AI; I. II; II. III; III. IV; etc. dividatur, atque in singulas normales ad divisionum puncta ductas ex puncto N perpendiculara demittantur N1, N2, N3, N4, etc. erit radius circuli, cuius arcus aequae amplus ac curva AM simul ipsi longitudini curvae aequalis est $= \frac{AN + MN + \frac{1}{2}I_1^2 + \frac{1}{2}I_2^2 + \frac{1}{2}I_3^2 + \text{etc.}}{n}$ denotante n numerum partium, in quas arcus AM est divisus.

Demonstratio.

Statuatur amplitudo seu angulus ANM $= n\psi$, erunt anguli AN1 $= \psi$; AN''II $= 2\psi$; AN'''III $= 3\psi$; AN''''IV $= 4\psi$ etc. Si iam singulae arcus propositi AM portiones secundum theorema primum exprimantur, erit:
A I

$$A I = \frac{1}{2} v (A N^I + I N^I) = \frac{1}{2} v (A N - N N^I + I I - N^I I)$$

$$I. II = \frac{1}{2} v (I V^I + II V^I) = \frac{1}{2} v (I I + II 2 - V^I I - V^I 2)$$

$$II. III = \frac{1}{2} v (II V^{II} + III V^{II}) = \frac{1}{2} v (II 2 + III 3 - V^{II} 2 + V^{II} 3)$$

$$III. IV = \frac{1}{2} v (III V^{III} + IV V^{III}) = \frac{1}{2} v (III 3 + IV 4 + V^{III} 3 + V^{III} 4)$$

et ultima formula, quia in figura assumitur $n = 5$, erit:

$$IV. M = \frac{1}{2} v (IV V^{IV} + M V^{IV}) = \frac{1}{2} v (IV 4 + MN + V^{IV} 4 + V^{IV} N)$$

His ergo in unam summam collectis prodibit

$$A M = \frac{1}{2} v \left\{ \begin{array}{l} AN + MN + 2 I I + 2 II 2 + 2 III 3 + 2 IV 4 \\ - NN^I - N^I I - V^I 2 + V^{II} 3 + V^{III} 4 + V^{IV} N \\ - V^I I - V^{II} 2 + V^{III} 3 + V^{IV} 4 \end{array} \right\}$$

Omnes autem hos terminos inferiores se mutuo tollere sequenti modo per analysin breuius ostendetur. Ob angulos singulos cognitos erit:

$$N^I V^I = \frac{N^I N^{II} \sin. 2 v}{\sin. v} \quad N^{II} V^I = \frac{N^I N^{II} \sin. v}{\sin. v}$$

$$N^{II} V^{II} = \frac{N^{II} N^{III} \sin. v}{\sin. v}; \quad N^{III} V^{II} = \frac{N^{II} N^{III} \sin. 2 v}{\sin. v}$$

$$N^{III} V^{III} = \frac{N^{III} N^{IV} \sin. 4 v}{\sin. v}; \quad N^{IV} V^{III} = \frac{N^{III} N^{IV} \sin. 3 v}{\sin. v}$$

Hinc formulae ex theoremate primo ortae erunt

$$A. I = \frac{1}{2} v (A N^I + I. N^I)$$

$$I. II = \frac{1}{2} v (I N^I + II. N^{II} + \frac{N^I N^{II}}{\sin. v} (\sin. v + \sin. 2 v))$$

$$II. III = \frac{1}{2} v (II. N^{II} + III. N^{III} + \frac{N^{II} N^{III}}{\sin. v} (\sin. 2 v + \sin. 3 v))$$

$$III. IV = \frac{1}{2} v (III. N^{III} + IV. N^{IV} + \frac{N^{III} N^{IV}}{\sin. v} (\sin. 3 v + \sin. 4 v))$$

$$IV. M = \frac{1}{2} v (IV. N^{IV} + MN + \frac{N^{IV} N}{\sin. v} (\sin. 4 v + \sin. 5 v))$$

Addantur hae formulae ac substituatur

$$\begin{aligned} N^I N^{II} &= NN^I - NN^{II} \\ N^{II} N^{III} &= NN^{II} - NN^{III} \\ N^{III} N^{IV} &= NN^{III} - NN^{IV} \\ \text{et } AN^I &= AN - NN^I \end{aligned}$$

prodibitque terminis in ordinem redactis :

$$AM = \frac{1}{2}v \left\{ AN + MN + 2I.N^I + 2II.N^{II} + 2III.N^{III} + 2IV.N^{IV} \right. \\ \left. + \frac{NN^I}{\sin.v} \sin.2v + \frac{NN^{II}}{\sin.v} (\sin.3v - \sin.v) + \frac{NN^{III}}{\sin.v} (\sin.4v - \sin.2v) + \text{etc.} \right.$$

Est vero $\frac{\sin.2v}{\sin.v} = 2 \cos.v$; $\frac{\sin.3v - \sin.v}{\sin.v} = 2 \cos.2v$; $\frac{\sin.4v - \sin.2v}{\sin.v} = 2 \cos.3v$ etc. et $NN^I \cos.v = N^I 1$; $NN^{II} \cos.2v = N^{II} 2$; $NN^{III} \cos.3v = N^{III} 3$; etc. quibus valoribus introductis erit :

$$AM = \frac{1}{2}v (AN + MN + 2I_1 + 2II_2 + 2III_3 + 2IV_4 + \text{etc.}$$

vnde , cum amplitudo sit $=nv$, erit radius arcus circuli aequae ampli et aequalis ipsi $AM =$

$$\frac{AN + MN + 2I_1 + 2II_2 + 2III_3 + 2IV_4}{2n} \text{ etc.}$$

Q. E. D.

Coroll. 1.

30. Quod si diuisio haec arcus AM in partes aequae amplas in infinitum continetur , tum formula inuenta , quae in seriem infinitam abibit , longitudinem arcus AM vere exhibebit.

Coroll. 2.

31. Quamuis autem numerus partium sit finitus , tamen plurimi dantur casus , quibus veritas ipsa hoc modo eruitur. Et nisi hoc eueniat , error tamen erit valde par-

parvus eoque minor euadet, quo minoris amplitudinis partes capiantur.

Coroll. 3.

32. Si igitur curua hoc modo per circulum menfuranda proponatur AM , primum ductis ad A et M normalibus AN , MN notetur amplitudo ANM . Tum curua AM diuidatur in quotlibet partes aequae amplas, AB , BC , CD , DE , etc. quarum numerus fit $=n$, et in rectas ad puncta diuisionum normales ex N demittantur perpendiculara Nb , Nc , Nd , etc. positoque angulo $ANM = v$, erit longitudo curuae AM

$$= \frac{v(AN + MN + 2Bb + 2Cc + 2Dd + 2Ee + etc.)}{2n} \text{ proxime.}$$

Coroll. 4.

33. Valores isti Bb , Cc , Dd , etc. etiam inueniuntur, si ad puncta B , C , D , E , etc. tangentes ducantur, in easque ex puncto M perpendiculara demittantur, tum enim haec perpendiculara respectiue aequalia erunt rectis Bb , Cc , Dd , etc.

Problema. 3.

34. Proposita linea curua quacunque AMB , fig. 7. quae vbique ad eandem partem sit concaua, inuenire arcum circuli ab ipsi proxime aequalem.

Solutio.

Ad terminos curuae A et B ducantur normales AC , BC quae sibi mutuo occurrant in C , erit angulus ACB curuae amplitudo. Vocentur $AC = a$, $BC = b$, et an-

C 2

gulus

gulus $ACB = \theta$, tum demisso ex curvae quouis puncto M ad AC perpendicularo MP , positisque coordinatis $AP = x$, $PM = y$ dabitur aequatio inter x et y , ex qua reperietur subnormalis $PN = \frac{y \, dy}{dx}$, ducatur normalis MN , et vocetur angulus $ANM = \psi$, qui erit amplitudo arcus AM , erit $\frac{dx}{dy} = \text{tang. } \psi$, sicque tam abscissa x quam applicata y per angulum ψ poterit definiiri, quibus inuentis erit $MN = \frac{y}{\sin. \psi}$. Deinde in MN , si opus est, productam ex C demittatur perpendicularum CS , ob $CN = a - x - \frac{y \, dy}{dx} = a - x - \frac{y \cos. \psi}{\sin. \psi}$ erit $NS = (a - x) \cos. \psi - \frac{y \cos. \psi^2}{\sin. \psi}$, itaque tota recta $MS = (a - x) \cos. \psi + y \sin. \psi$, ita ut datum quemuis angulum ψ longitudo rectae MS possit definiiri. Indicetur haec recta MS amplitudini ψ respondens hoc signo $[\psi]$, ita ut similes rectae angulis $\frac{\theta}{n}$, $\frac{2\theta}{n}$, $\frac{3\theta}{n}$, etc. respondentes exhibeantur his signis $[\frac{\theta}{n}]$, $[\frac{2\theta}{n}]$, $[\frac{3\theta}{n}]$ etc. quibus inuentis sequentes formulae continuo magis ad valorem arcus AM appropinquabunt:

$$AM = \frac{1}{2} \theta (a + b)$$

$$AM = \frac{1}{4} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{2}])$$

$$AM = \frac{1}{6} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{3}] + 2[\frac{2\theta}{3}])$$

$$AM = \frac{1}{8} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{4}] + 2[\frac{2\theta}{4}] + 2[\frac{3\theta}{4}])$$

$$AM = \frac{1}{10} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{5}] + 2[\frac{2\theta}{5}] + 2[\frac{3\theta}{5}] + 2[\frac{4\theta}{5}])$$

Generaliter autem si n sumatur pro numero diuisionum erit eo exactius, quo maior fuerit numerus n

$$AM = \frac{1}{2n} \theta (a + b + 2[\frac{\theta}{n}] + 2[\frac{2\theta}{n}] + 2[\frac{3\theta}{n} + \dots] + 2[\frac{(n-1)\theta}{n}])$$

Quodsi ergo radius circuli ab , qui intra curva AC et BC constitutus aequalis sit curvae AB vocetur $= r$, erit arcus

ab

$ab = r\theta$, unde istius circuli radius reperietur :

$$r = \frac{1}{2n} (a + b + 2\left[\frac{\theta}{n}\right] + 2\left[\frac{2\theta}{n}\right] + 2\left[\frac{3\theta}{n}\right] + \dots + 2\left[\frac{(n-1)\theta}{n}\right])$$

Q. E. I.

Coroll. 1.

35. Requirit ergo iste modus lineas curvas per arcus circulares dimetiendi diuisionem angulorum in partes quotcunque aequales. Cum igitur non nisi continua bisectio geometricae peragi queat, pro numero n successive assumi conueniet terminos progressionis geometricae duplae 2, 4, 8, 16, 32, etc.

Coroll. 2.

36. His autem numeris pro n successive assumendis id commodi adipiscimur, vt termini iam ante inuenti omnes in expressiones sequentes ingrediantur, sicque calculi labor non mediocriter imminuatur.

Coroll. 3.

37. Valores scilicet radii circuli quaesiti r sequenti modo ex praecedentibus continuo accuratius determinabuntur.

$$\text{I. } r = \frac{a+b}{2} = P$$

$$\text{II. } r = \frac{1}{2} P + \frac{1}{2} [\theta : 2] = Q$$

$$\text{III. } r = \frac{1}{2} Q + \frac{1}{4} \left[\frac{\theta}{4}\right] + \frac{1}{4} \left[\frac{3\theta}{4}\right] = R$$

$$\text{IV. } r = \frac{1}{2} R + \frac{1}{8} \left[\frac{\theta}{8}\right] + \frac{1}{8} \left[\frac{3\theta}{8}\right] + \frac{1}{8} \left[\frac{5\theta}{8}\right] + \frac{1}{8} \left[\frac{7\theta}{8}\right]$$

etc.

C. 3

Coroll.

Coroll. 4.

fig. 8. 38. Si valor secundus Q sit verus, quantum primus P a vero vel deficit vel excedit, tantundem quantitas $[\theta: 2]$ excedet vel superabit, ideoque quantitates P et $[\frac{\theta}{2}]$ constituent limites, intra quos radius r contineatur. Etiam si autem Q non sit verus valor, tamen quia multo minus a veritate differt quam P, eadem quantitates P et $[\frac{\theta}{2}]$ pro limitibus haberi possunt.

Coroll. 5.

39. Simili modo cum valores traditi continuo propius ad veritatem accedant, seriemque valde conuergentem constituent, limites quoque erunt:

$$Q \text{ et } \frac{1}{2} \left[\frac{\theta}{2} \right] + \frac{1}{4} \left[\frac{3\theta}{4} \right]$$

$$R \text{ et } \frac{1}{4} \left[\frac{\theta}{2} \right] + \frac{1}{4} \left[\frac{3\theta}{4} \right] + \frac{1}{8} \left[\frac{5\theta}{8} \right] + \frac{1}{8} \left[\frac{7\theta}{8} \right]$$

hique limites continuo ita multo fiunt arctiores, vt mox differentia fiat insensibilis.

Scholion.

40. Hos eodem autem limites praebet motus rectorius Celeb. Io. Bernoullii: cuiusque ergo admirabilem usum hic ex solo calculo ita eliciimus, vt etiam, si divisio arcus non per continuas bisectiones instituat, tamen semper applicari possit, ideoque multo latius extendatur: neque etiam hoc pacto de ratione, qua motum rectorium adornari conuenit, sollicitos nos esse opus est, quod negotium alias non parum solertiae requirit.

Problema. 4.

41. Proposita ellipsi quacunque inuenire radium circuli, cuius peripheria sit aequalis proxime perimetro ellipsis.

Solutio.

Solutio.

Sit ACB quadrans ellipsis propositae, cuius semiaxes AC et BC, cum sint ad curvam normales, erit AC = a et BC = b, atque amplitudo θ aequalis erit angulo recto. Denotet ϱ angulum rectum, erit $\theta = \varrho$. Quaestio ergo huc redit, ut definiatur quadrans circuli, cuius arcus sit arcui AMB longitudine aequalis. Ponatur itaque abscissa AP = x, PM = y, erit ex natura ellipsis $yy = \frac{bb}{aa}(2ax - xx)$ seu $aa - \frac{aayy}{bb} = (a-x)^2$, unde fit $a-x = \frac{a}{b} \sqrt{bb-yy}$ et $dx = \frac{aydy}{b\sqrt{bb-yy}}$. Ducta nunc normali MN vocetur angulus ANM = v, erit $\frac{dx}{dy} = \frac{ay}{b\sqrt{bb-yy}} = \text{tang. } v$; ideoque $aayy \text{ cof. } v^2 = b^4 \text{ fin. } v^2 - bbyy \text{ fin. } v^2$, unde fit $y = \frac{bb \text{ fin. } v}{\sqrt{(aa \text{ cof. } v^2 + bb \text{ fin. } v^2)}}$ et consequenter $\sqrt{bb-yy} = \frac{ab \text{ cof. } v}{\sqrt{(aa \text{ cof. } v^2 + bb \text{ fin. } v^2)}}$; ita ut fit $a-x = \frac{aa \text{ cof. } v}{\sqrt{(aa \text{ cof. } v^2 + bb \text{ fin. } v^2)}}$. Demisso ergo in MN productam ex C perpendiculari CS, erit recta MS = [v] = (a-x) cof. v + y fin. v = $\sqrt{aa \text{ cof. } v^2 + bb \text{ fin. } v^2}$. Cum igitur sit $\theta = \varrho$, si pro v successive substituantur partes aliquotae anguli recti ϱ , erit:

$$\left[\frac{\theta}{2}\right] = \sqrt{aa \text{ cof. } \frac{\theta^2}{2} + bb \text{ fin. } \frac{\theta^2}{2}}$$

$$\left[\frac{\theta}{3}\right] = \sqrt{aa \text{ cof. } \frac{\theta^2}{3} + bb \text{ fin. } \frac{\theta^2}{3}}$$

$$\left[\frac{2\theta}{3}\right] = \sqrt{aa \text{ fin. } \frac{\theta^2}{3} + bb \text{ cof. } \frac{\theta^2}{3}}$$

etc.

His igitur singulis valoribus inuentis erit radius circuli propositae ellipsi secundum perimetrum aequalis

24 DE REDUCTIONE LINEARVM CURVARVM

$$r = \frac{a+b}{2n} + \frac{1}{n} V(aa \operatorname{cof.} \frac{\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{\rho^2}{n}) + \frac{1}{n} V(aa \operatorname{cof.} \frac{2\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{2\rho^2}{n}) \\ + \frac{1}{n} V(aa \operatorname{cof.} \frac{3\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{3\rho^2}{n}) + \frac{1}{n} V(aa \operatorname{cof.} \frac{4\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{4\rho^2}{n}) \\ + \dots + \frac{1}{n} V(aa \operatorname{cof.} \frac{(n-1)\rho^2}{n} + bb \operatorname{fin.} \frac{(n-1)\rho^2}{n})$$

hicque valor, quo maior accipiatur diuisionum numerus n , eo propius longitudinem radii quaesiti r exhibebit. Q. E. I.

Coroll. 1.

42. Si ponatur femiaxis maior $a = c + d$; femi-axis minor $b = c - d$, fiet $aa \operatorname{cof.} v^2 + bb \operatorname{fin.} v^2 = cc + dd + 2cd(\operatorname{cof.} v^2 - \operatorname{fin.} v^2) = cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} 2v$. His ergo valoribus substitutis habebitur ob $2\varrho = \pi$, denotante π angulum duobus rectis aequalem

$$r = \frac{c}{n} + \frac{1}{n} V(cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{\pi}{n}) + \frac{1}{n} V(cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{2\pi}{n}) \\ + \frac{1}{n} V(cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{3\pi}{n}) + \frac{1}{n} V(cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{4\pi}{n}) \\ + \dots + \frac{1}{n} V(cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{(n-1)\pi}{n})$$

Coroll. 2.

43. Hinc ergo patet, si fit $d = 0$, quo casu ellipsis abit in circulum radii $= c$, ob singulos terminos $= c$ fore, quotcunque diuisiones instituantur, semper $r = c$.

Coroll. 3.

75. 11. 44. Ex formulis in coroll. 1. inuentis elegantissima
 45. 1. sequitur constructio geometrica similis ei, quam Celeb. Bernoullius dedit. Super diametro $AB = a + b = 2c$ constituatur semicirculus, qui in partes quotcunque aequales diuidatur in punctis a, b, c, d , etc. quantum partium numerus fit $= n$. Tum secta diametro AB in C
 ita

ita ut sit $AC = a$, $BC = b$; ex C ad singula diuisionum puncta agantur rectae Ca , Cb , Cc , Cd , etc. eritque, si arcus Ac contineat m partes, recta $Cc = \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} \frac{m\pi}{n}}$. Ducto enim ex centro O radio $Oc = c$, erit angulus $AOC = \frac{m\pi}{n}$, et $CO = AC - AO = d$, ideoque recta $Cc = \sqrt{cc + dd + 2cd \operatorname{cof.} AOC}$. Quamobrem radius circuli ellipsis propositae isoperimetri erit

$$r = \frac{AO + Ca + Cb + Cc + Cd + Ce + Cf + Cg + Ch + Ci + Ck + Cl}{n}$$

Coroll. 4.

45. Cum autem expressiones cosinum pro diuersis valoribus numeri n sint sequentes:

si $n = 2$: $\operatorname{cof.} \frac{\pi}{2} = 0$;

si $n = 3$; $\operatorname{cof.} \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$; $\operatorname{cof.} \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

si $n = 4$ $\operatorname{cof.} \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\operatorname{cof.} \frac{2\pi}{4} = 0$; $\operatorname{cof.} \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$;

si $n = 6$; $\operatorname{cof.} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{cof.} \frac{2\pi}{6} = \frac{1}{2}$; $\operatorname{cof.} \frac{3\pi}{6} = 0$; $\operatorname{cof.} \frac{4\pi}{6} = -\frac{1}{2}$; $\operatorname{cof.} \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

si $n = 12$; $\operatorname{cof.} \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$; $\operatorname{cof.} \frac{2\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{cof.} \frac{3\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{cof.} \frac{4\pi}{12} = \frac{1}{2}$;
 $\operatorname{cof.} \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$; $\operatorname{cof.} \frac{6\pi}{12} = 0$; $\operatorname{cof.} \frac{7\pi}{12} = \frac{-\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$; $\operatorname{cof.} \frac{8\pi}{12} = -\frac{1}{2}$;
 $\operatorname{cof.} \frac{9\pi}{12} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{cof.} \frac{10\pi}{12} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{cof.} \frac{11\pi}{12} = -\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

Sequentes formulae ad valorcm radii circuli quaesiti r proxime inueniendum videntur aptissimae :

I. $r = c$

II. $r = \frac{1}{2}(c + \sqrt{cc + dd})$

III. $r = \frac{1}{3}(c + \sqrt{cc + dd + cd} + \sqrt{cc + dd - cd}) = P$

IV. $r = \frac{1}{2}(c + \sqrt{cc + dd + cd\sqrt{2}} + \sqrt{cc + dd} + \sqrt{cc + dd - cd\sqrt{2}})$

V. $r = \frac{1}{6}(3P + \sqrt{cc + dd + cd\sqrt{3}} + \sqrt{cc + dd} + \sqrt{cc + dd - cd\sqrt{3}}) = Q$

$$\text{VI. } r = \frac{1}{12} \left(6Q + \sqrt{cc + dd + \frac{cd\sqrt{3+1}}{\sqrt{2}}} + \sqrt{cc + dd + cd\sqrt{2}} \right. \\ \left. + \sqrt{cc + dd + \frac{cd\sqrt{3-1}}{\sqrt{2}}} + \sqrt{cc + dd - \frac{cd\sqrt{3-1}}{\sqrt{2}}} \right) \\ \left. + \sqrt{cc + dd - cd\sqrt{2}} + \sqrt{cc + dd - \frac{cd\sqrt{3+1}}{\sqrt{2}}} \right)$$

Exemplum 1.

46. Inuenire circulum, cuius peripheria proxime aequetur perimetro ellipsis, cuius axes teneant inter se rationem 5 : 4.

Sit semiaxis maior $a = 10$ et semiaxis minor $b = 8$, quod est exemplum a Celeb. Bernoullio imprimis pertractatum; erit $c = \frac{a+b}{2} = 9$; $d = \frac{a-b}{2} = 1$; hincque $cc + dd = 82$ et $cd = 9$, ergo in fractionibus decimalibus erit:

$c = 9, 000000$

$\sqrt{cc + dd} = 9, 055386$

$\sqrt{cc + dd + cd} = 9, 539392$

$\sqrt{cc + dd - cd} = 8, 544004$

$\sqrt{cc + dd + cd\sqrt{2}} = 9, 732827$

$\sqrt{cc + dd - cd\sqrt{2}} = 8, 322984$

$\sqrt{cc + dd + cd\sqrt{3}} = 9, 878687$

$\sqrt{cc + dd - cd\sqrt{3}} = 8, 149328$

$\sqrt{cc + dd + \frac{cd\sqrt{3+1}}{\sqrt{2}}} = 9, 969284$

$\sqrt{cc + dd + \frac{cd\sqrt{3-1}}{\sqrt{2}}} = 9, 309069$

$\sqrt{cc + dd - \frac{cd\sqrt{3-1}}{\sqrt{2}}} = 8, 794386$

$\sqrt{cc + dd - \frac{cd\sqrt{3+1}}{\sqrt{2}}} = 8, 038242$

unde

vnde sequentes expressiones radium r continuo accuratius dabunt ;

I. $r = 9,000000$

II. $r = 9,027693$

III. $r = 9,027798$

IV. $r = 9,027799$

V. $r = 9,027799$

VI. $r = 9,027799$

vnde patet formulam sextam ad multo plures adhuc figuras valorem ipsius r exhibituram fuisse, si calculum ulterius produxisssem : et quidem expressio sexta videtur valorem ipsius r ad 24 notas exactum praebitura fuisse.

Exempl. 2.

47. *Ellipsium non multum a circulo abluentium perimetros per circulum proxime exprimere.*

Quando ellipsis non multum a circulo differt, tum d prae c erit quantitas valde parva : ideoque formulae irrationales commode per approximationem exhiberi poterunt. Sit brevitatis gratia $\sqrt{cc+dd} = e$ et angulus $\frac{\pi}{n} = \Phi$ erit $\sqrt{cc+dd+2cd\text{cof.}\frac{\pi}{n}} = \sqrt{ee+2cd\text{cof.}\Phi} = e + \frac{cd}{e}\text{cof.}\Phi - \frac{1 \cdot 1 c^2 d^2}{1 \cdot 2 e^3}\text{cof.}\Phi^2 + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 c^3 d^3}{1 \cdot 1 \cdot 3 e^5}\text{cof.}\Phi^3 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 c^4 d^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 e^7}\text{cof.}\Phi^4 + \text{etc.}$

His ergo formulis loco irrationalium substitutis erit

$$r = e - \frac{1}{n}(e - c)$$

$$+ \frac{cd}{ne} (\text{cof.}\Phi + \text{cof.}2\Phi + \text{cof.}3\Phi + \dots + \text{cof.}(n-1)\Phi)$$

$$- \frac{1 \cdot 1 c^2 d^2}{1 \cdot 2 ne^3} (\text{cof.}\Phi^2 + \text{cof.}2\Phi^2 + \text{cof.}3\Phi^2 + \dots + \text{cof.}(n-1)\Phi^2)$$

$$+ \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 c^3 d^3}{1 \cdot 2 \cdot 3 ne^5} (\text{cof.}\Phi^3 + \text{cof.}2\Phi^3 + \text{cof.}3\Phi^3 + \dots + \text{cof.}(n-1)\Phi^3)$$

$$- \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 c^4 d^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 ne^7} (\text{cof.}\Phi^4 + \text{cof.}2\Phi^4 + \text{cof.}3\Phi^4 + \dots + \text{cof.}(n-1)\Phi^4)$$

etc.

D 2

Est

Est vero $\text{cof. } \Phi + \text{cof. } 2\Phi + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi =$

$$-\frac{1}{2} + \frac{\text{cof. } (n-1)\Phi - \text{cof. } n\Phi}{2(1 - \text{cof. } \Phi)} = \frac{\text{fin. } (n-1)\Phi - \text{fin. } \frac{1}{2}\Phi}{2 \text{fin. } \frac{1}{2}\Phi}$$

At cum sit $n\Phi = \pi$ erit $\text{cof. } n\Phi = -1$, et $\text{cof. } (n-1)\Phi = \text{cof. } (\pi - \Phi = -\text{cof. } \Phi$, ideoque $\text{cof. } \Phi + \text{cof. } 2\Phi + \text{cof. } 3\Phi + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi = 0$. Deinde ob $\text{cof. } \Phi^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{cof. } 2\Phi$, fiet $\text{cof. } \Phi^2 + \text{cof. } 2\Phi^2 + \text{cof. } 3\Phi^2 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^2 = \frac{n-3}{2} + \frac{1}{2}(\text{cof. } 2\Phi + \text{cof. } 4\Phi + \text{cof. } 6\Phi + \dots + \text{cof. } (n-1)2\Phi) = \frac{n-1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{\text{cof. } (n-1)2\Phi - \text{cof. } 2n\Phi}{4(1 - \text{cof. } 2\Phi)} = \frac{n-3}{2}$. Simili modo reliquas series ad angulos simplices $\frac{1}{2}$ reducendo, obtinentur sequentes summationes.

$$\begin{aligned} &\text{cof. } \Phi + \text{cof. } 2\Phi + \text{cof. } 3\Phi + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi = 0 \\ &\text{cof. } \Phi^2 + \text{cof. } 2\Phi^2 + \text{cof. } 3\Phi^2 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^2 = \frac{1}{2}n-1 \\ &\text{cof. } \Phi^3 + \text{cof. } 2\Phi^3 + \text{cof. } 3\Phi^3 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^3 = 0 \\ &\text{cof. } \Phi^4 + \text{cof. } 2\Phi^4 + \text{cof. } 3\Phi^4 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^4 = \frac{1}{3}n-1 \\ &\text{cof. } \Phi^5 + \text{cof. } 2\Phi^5 + \text{cof. } 3\Phi^5 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^5 = 0 \\ &\text{cof. } \Phi^6 + \text{cof. } 2\Phi^6 + \text{cof. } 3\Phi^6 + \dots + \text{cof. } (n-1)\Phi^6 = \frac{1 \cdot 1 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}n-1 \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Quibus valoribus substitutis habebitur :

$$\begin{aligned} r = e - \frac{1}{n}(e-c) - &\frac{1 \cdot 1 \cdot c^2 d^2}{2 \cdot 2 \cdot e^3} + \frac{1 \cdot 1 \cdot c^2 d^2}{1 \cdot 2 n e^3} \\ &- \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot c^4 d^4}{2 \cdot \dots \cdot 2 \cdot e^7} + \frac{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 5 c^4 d^4}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 4 n e^7} \\ &- \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 5 c^6 d^6}{2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 e^{11}} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 c^6 d^6}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 n e^{11}} \end{aligned}$$

quae aequatio hanc formam induit simpliciorē :

$$r = e - \frac{1}{n}(e-c) - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} \cdot \frac{c^2 d^2}{e^3} + \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 2} \cdot \frac{c^2 d^4}{n e^3} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4} \frac{c^4 d^4}{e^7} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{c^4 d^7}{n e^7} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6} \frac{c^6 d^6}{e^{11}} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \cdot \frac{c^6 d^9}{n e^{11}} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8} \frac{c^8 d^8}{e^{15}} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} \frac{c^8 d^{11}}{n e^{15}}$$

etc.

At vltima series $-\frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 2} \frac{c^2 d^2}{n e^3} + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{c^4 d^4}{n e^7} + \text{etc.}$ summam habet $\frac{1}{n}(e - \frac{1}{2} \sqrt{(ee + 2cd)} - \frac{1}{2} \sqrt{(ee - 2cd)}) = \frac{1}{n}(e - c)$ ita vt numerus n prorsus ex calculo euanescat fiatque accurate

$$r = e - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} \cdot \frac{c^2 d^2}{e^3} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4} \cdot \frac{c^4 d^4}{e^7} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6} \cdot \frac{c^6 d^6}{e^{11}} - \text{etc.}$$

quae series eo celerius conuergit, quo minor fuerit valor d ratione ipsius $e = \sqrt{(cc + dd)}$. Est autem, dum ellipsis femiaxes ponuntur a et b , $c = \frac{a+b}{2}$ et $d = \frac{a-b}{2}$.

Exempl. 3.

48. Si axis minor ellipsis prorsus euanescat, tum eius quadrans femiaksi maiori aequabitur, cui ergo quadrantem circuli aequalem inueniri oporteat.

Sit ergo femiaxis maior $= a$, et radius circuli, cuius quarta pars ipsi a aequetur sit $= r$, eritque $r \varrho = a$: ideoque $\varrho = \frac{a}{r}$: ita vt radio r proxime intento periphæria circuli per lineam rectam exprimi possit proxime. Ex formula ergo præcedente erit $c = \frac{a}{2}$; $d = \frac{a}{2}$ et $e = \frac{a}{\sqrt{2}}$: quibus valoribus substitutis in vltima serie prodit:

$$r = \frac{a}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 12} - \text{etc.} \right)$$

Cum autem sit $\varrho = \frac{\pi}{2}$, denotante $1 : \pi$ rationem diametri ad peripheriam, erit $r = \frac{a}{\varrho} = \frac{2a}{\pi}$ vnde sequentis seriei summa habebitur.

$$1 - \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} - \text{etc.} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}.$$

Aliter autem valor ipsius r ex formulis in ipsa solutione problematis inuentis expressus reperietur, namque ob $b = 0$ erit;

$$r = \frac{a}{2n} + \frac{a}{n} \left(\text{cof. } \frac{\rho}{n} + \text{cof. } \frac{2\rho}{n} + \text{cof. } \frac{3\rho}{n} + \text{cof. } \frac{4\rho}{n} \right. \\ \left. + \dots + \text{cof. } \frac{(n-1)\rho}{n} \right)$$

vnde sequentes formulae ad valorem r appropinquabunt:

$$\text{si } n = 1, r = \frac{1}{2} a$$

$$\text{si } n = 2; r = \frac{1}{2} a (1 + 2 \text{cof. } \frac{\rho}{2})$$

$$\text{si } n = 3; r = \frac{1}{2} a (1 + 2 \text{cof. } \frac{\rho}{3} + 2 \text{cof. } \frac{2\rho}{3})$$

etc.

At vero series illa cosinum expressione finita exhiberi potest; erit enim:

$$\text{cof. } \frac{\rho}{n} + \text{cof. } \frac{2\rho}{n} + \text{cof. } \frac{3\rho}{n} + \dots + \text{cof. } \frac{(n-1)\rho}{n} = -\frac{1}{2} \\ + \frac{\text{cof. } \frac{(n-1)\rho}{n} - \text{cof. } \frac{\rho}{n}}{2(1 - \text{cof. } \frac{\rho}{n})}$$

Iam ob ρ angulum rectum, erit $\text{cof. } \rho = 0$, et $\text{cof. } \frac{(n-1)\rho}{n} = \text{cof. } (\rho - \frac{\rho}{n}) = \text{fin. } \frac{\rho}{n}$: vnde praecedens summa abit

$$\text{in } -\frac{1}{2} + \frac{\text{fin. } \frac{\rho}{n}}{2(1 - \text{cof. } \frac{\rho}{n})}. \text{ Est vero } \frac{1 - \text{cof. } \frac{\rho}{n}}{\text{fin. } \frac{\rho}{n}} = \text{tang. } \frac{\rho}{2n};$$

ideoque summa seriei

$$\text{cof. } \frac{\rho}{n} + \text{cof. } \frac{2\rho}{n} + \text{cof. } \frac{3\rho}{n} + \dots + \text{cof. } \frac{(n-1)\rho}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \text{tang. } \frac{\rho}{2n}}.$$

quo valore substituto fiet

$$r =$$

$$r = \frac{a}{2n \operatorname{tang.} \frac{\rho}{2n}}, \text{ hincque } \rho = 2n \operatorname{tang.} \frac{\rho}{2n}$$

Hic autem manifestum est, posito $n = \infty$, aequationem perfecte satisfacere, ceterum vero eo magis ad veritatem accedere, quo maior fuerit n . Est enim $\operatorname{tang.} \frac{\rho}{2n} = \frac{\rho}{2n} + \frac{\rho^3}{24n^3} + \text{etc.}$ ideoque erit quidem $\rho < 2n \operatorname{tang.} \frac{\rho}{2n}$, at defectus circiter erit $= \frac{\rho^3}{12n^3}$. Ex hoc autem casu nihil deducitur, quod non aliunde esset notissimum.

Problema. 5.

49. *Longitudinem arcus parabolici per arcum circuli proxime exhibere.*

Solutio.

Sit AMB parabola ad axem AC relata, cuius natura inter coordinatas $AP = x$ et $PM = y$ hac aequatione contineatur $yy = 2cx$. Ducatur ad M normalis MN , et vocetur angulus $ANM = v$, qui simul amplitudinem arcus AM metietur. Iam ob subnormalem $PN = c$, erit $y = c \operatorname{tang.} v$ et $x = \frac{yy}{2c} = \frac{c \operatorname{tang.} v^2}{2}$ atque $MN = \frac{c}{\operatorname{cof.} v}$ et $AN = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} v^2)$ Sit iam arcus AMB , quem metiri oporteat, amplitudo $= \theta$, erit ducta normali BC angulus $ACB = \theta$, et $AC = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} \theta^2)$ atque $BC = \frac{c}{\operatorname{cof.} \theta}$ Vocetur iam vt in probl. 3. $AC = a = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} \theta^2)$ et $BC = b = \frac{c}{\operatorname{cof.} \theta}$: et demisso ex C in normalem MN productam perpendicularo CS , erit $MS = (a - x) \operatorname{cof.} v + y \sin. v = c(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tang.} \theta^2 - \frac{1}{2} \operatorname{tang.} v^2) \operatorname{cof.} v + c \operatorname{tang.} v \sin. v$ vel succinctius $MS = c \operatorname{cof.} v + \frac{1}{2} c (\operatorname{tang.} \theta^2 + \operatorname{tang.} v^2) \operatorname{cof.} v$. Sit nunc ab arcus circuli

centro

Tab. I.
fig. 7.

32 DE REDUCTIONE LINEARUM CURVARUM

centro C inter normales AC et BC descriptus, ipsique
 arcui parabolico AMB æqualis, voceturque eius radius
 $aC = r$: si pro ν successive substituuntur partes anguli θ
 indeterminatae $\frac{\theta}{n}, \frac{2\theta}{n}, \frac{3\theta}{n} \dots \frac{(n-1)\theta}{n}$ ob $a + b = c$

$$\left(1 + \frac{1}{\cos \theta} + \frac{m \cdot \theta^2}{2 \cos^2 \theta} \right) = \frac{c(1 + \cos \theta)^2}{2 \cos^2 \theta} \text{ prodibit}$$

$$r = \frac{c}{2n} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1 + \cos \theta}{2 \cos^2 \theta} + 2 \left(\cos \frac{\theta}{n} + \cos \frac{2\theta}{n} + \cos \frac{3\theta}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\theta}{n} \right) \\ & + \text{tang. } \theta^2 \left(\cos \frac{\theta}{n} + \cos \frac{2\theta}{n} + \cos \frac{3\theta}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\theta}{n} \right) \\ & + \text{tang. } \frac{\theta}{n} \sin \frac{\theta}{n} + \text{tang. } \frac{2\theta}{n} \sin \frac{2\theta}{n} + \dots + \text{tang. } \frac{(n-1)\theta}{n} \sin \frac{(n-1)\theta}{n} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{At est } \cos \frac{\theta}{n} + \cos \frac{2\theta}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\theta}{n} = -\frac{1}{2} \\ + \frac{\cos \left((1 - \frac{1}{n}) \theta \right) - \cos \theta}{2 \left(1 - \cos \frac{\theta}{n} \right)}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{\cos \theta}{2} + \frac{\sin \theta \sin \frac{\theta}{n}}{2 \left(1 - \cos \frac{\theta}{n} \right)} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \cot \frac{\theta}{2n}$$

quo valore substituto habebitur:

$$r = \frac{c}{2n} \left\{ \begin{aligned} & \text{tang. } \theta \sin \theta + \sin \theta \cot \frac{\theta}{2n} + \frac{1}{2} \text{tang. } \theta^2 \sin \theta \cot \frac{\theta}{2n} \\ & + \text{tang. } \frac{\theta}{n} \sin \frac{\theta}{n} + \text{tang. } \frac{2\theta}{n} \sin \frac{2\theta}{n} + \text{tang. } \frac{3\theta}{n} \sin \frac{3\theta}{n} + \dots + \text{tang. } \frac{(n-1)\theta}{n} \sin \frac{(n-1)\theta}{n} \end{aligned} \right\}$$

Ponamus nunc amplitudinem arcus parabolici AMB esse
 60° , ut sit $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \theta = \frac{1}{2}$; $\text{tang. } \theta = \sqrt{3}$ at-
 que $\sin \frac{1}{2} \theta = \frac{1}{2}$; $\cos \frac{1}{2} \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\text{tang. } \frac{1}{2} \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\sin \frac{1}{4} \theta =$
 $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$, $\cos \frac{1}{4} \theta = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$; $\text{tang. } \frac{1}{4} \theta = 2 - \sqrt{3}$; $\sin \frac{3}{4} \theta = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}-1}{4\sqrt{2}}}$; $\cos \frac{3}{4} \theta = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}{4\sqrt{2}}}$; $\text{tang. } \frac{3}{4} \theta = (\sqrt{2}-1)$
 $(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \sin \frac{5}{4} \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos \frac{5}{4} \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\text{tang. } \frac{5}{4} \theta = 1$ ex
 quibus valoribus oritur:

$$r =$$

$$r = \frac{c}{2n} \left(\frac{1}{4} + \frac{5\sqrt{3}}{4} \cot. \frac{\theta}{2n} + \text{tang.} \frac{\theta}{n} \sin. \frac{\theta}{n} + \text{tang.} \frac{\theta}{n} \sin. \frac{2\theta}{n} + \text{tang.} \frac{\theta}{n} \sin. \frac{3\theta}{n} \right. \\ \left. + \dots + \text{tang.} \frac{(n-1)\theta}{n} \sin. \frac{(n-1)\theta}{n} \right)$$

Substituantur nunc pro n valores 1, 2, 4, et prodibunt sequentes expressiones ad r appropinquantes :

I. $r = \frac{2}{4} c$

II. $r = \frac{2}{8} c + \frac{2}{\sqrt{3}} c$

III. $r = \frac{2}{16} c + \frac{1}{\sqrt{3}} c + \frac{3\sqrt{2}}{8} c + \frac{\sqrt{6}}{4} c$

Posita ergo ratione diametri ad peripheriam = 1 : π ob angulum $60^\circ = \frac{1}{3}\pi$, sequentes expressiones arcum parabolicum AMB, cuius amplitudo ACB est 60° , proxime exhibebunt :

I. $AMB = \frac{\pi c}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{4} \pi c$

II. $AMB = \frac{\pi c}{3} \left(\frac{2}{8} + \frac{2}{\sqrt{3}} \right)$

III. $AMB = \frac{\pi c}{3} \left(\frac{2}{16} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{6}}{4} \right)$

Constat autem rectificationem parabolae a logarithmis pendere, vnde arcus AMB veram longitudinem inuestigemus. Cum igitur sit $AC = c \left(1 + \frac{1}{3} \right)$ erit abscissa arcui AMB respondens = $\frac{2}{3} c$, qui valor ipsi x in aequatione $yy = 2cx$ tribuatur, eritque $yy = 3cc$ Iam ob $x = \frac{yy}{2c}$ erit $dx = \frac{ydy}{c}$, et elementum arcus AMB = $\frac{dy}{c} \sqrt{cc + yy}$, cuius integrale est = $\frac{2}{2c} \sqrt{cc + yy} + \frac{c}{2} \log \frac{y + \sqrt{cc + yy}}{c}$ Ponatur nunc $y = c\sqrt{3}$, fietque arcus AMB = $c\sqrt{3} + \frac{c}{2} \log(2 + \sqrt{3})$; vnde sequentes aequationes proximae inter quadraturam circuli et logarithmos obtinebuntur;

I. $3\sqrt{3} + \frac{1}{2} \log(2 + \sqrt{3}) = \frac{2}{4} \pi$

II. $3\sqrt{3} + \frac{1}{2} \log(2 + \sqrt{3}) = \left(\frac{2}{8} + \frac{2}{\sqrt{3}} \right) \pi$

III. $3\sqrt{3} + \frac{1}{2} \log(2 + \sqrt{3}) = \left(\frac{2}{16} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{6}}{4} \right) \pi$

etc. Q. E. I.

Scholion.

Tab. I.
fig. 8.

50. Quemadmodum ex parabola logarithmi ad quadraturam circuli reuocantur, ita, si pro curva AMB linea rectificabilis accipitur, linea recta ad arcum circulem reducet, sicque vicissim linea recta exhiberi poterit, quae arcui circuli proxime sit aequalis. Ita si curva AMB hac aequatione exprimat $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}x\sqrt{x}}$: erit ipse curuae arcus $AM = \sqrt{x + \frac{1}{2}x\sqrt{x}}$; et sumta $x = 1 = AC$, erit applicata $BC = \frac{2}{3}$, normalis ad curuam, ideoque arcus AMB amplitudo angulus rectus ACB; et curva AMB $= \frac{4}{3}$. Quod si iam capiatur arcus AM amplitudinis ANM $= \psi$, atque in MN demittatur perpendiculum CS reperietur $MS = \frac{2}{3} \left(\cos. \psi + \frac{1}{1 + \cos. \psi} \right)$ vnde posito radio circuli, $= r$ cuius quadrans $= AMB = \frac{4}{3}$ ob $a = 1$ et $b = \frac{2}{3}$ erit:

$$r = \frac{1}{\frac{2}{3}n} \left(\frac{4}{3} + \frac{4}{3} \left(\cos. \frac{\psi}{n} + \cos. \frac{2\psi}{n} + \cos. \frac{3\psi}{n} + \dots + \cos. \frac{(n-1)\psi}{n} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{\frac{2}{3}n} \left(\frac{1}{1 + \cos. \frac{\psi}{n}} + \frac{1}{1 + \cos. \frac{2\psi}{n}} + \frac{1}{1 + \cos. \frac{3\psi}{n}} + \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{1 + \cos. \frac{(n-1)\psi}{n}} \right) \right)$$

seu priorem seriem summando:

$$r = \frac{1}{\frac{2}{3}n} + \frac{1}{3n \text{ tang. } \frac{\psi}{2n}} + \frac{2}{\frac{2}{3}n} \left(\frac{1}{1 + \cos. \frac{\psi}{n}} + \frac{1}{1 + \cos. \frac{2\psi}{n}} + \dots \right. \\ \left. + \frac{1}{1 + \cos. \frac{(n-1)\psi}{n}} \right)$$

At posito $\pi = 2\psi$, seu $1 : \pi$, ratione diametri ad peripheriam, erit $\frac{4}{3} = \frac{\pi r}{\frac{1}{2}}$, ideoque $r = \frac{8}{3\pi}$, vnde peripheria π per seriem algebraicam exprimitur.

Prob-

Problema. 6.

51. Si curva proposita fuerit cyclois AMB , inveni- Tab. II.
 re radium circuli, cuius quarta peripheriae pars proxime fig. 2.
 sit aequalis arcui cycloidico AMB .

Solutio.

Sit BQC semicirculi generatoris eiusque centrum
 in O ; vocetur radius $OB = OC = c$, et posita ratione
 diametri ad peripheriam $= 1 : \pi$ erit semicircumferentia
 $BQC = \pi c$, cui aequalis est basis AC , ita ut sit AC
 $= a = \pi c$ et $BC = b = 2c$. Ducatur iam recta quaecun-
 que PM basi AC parallela, iunctaeque cordae CQ per
 M parallela ducatur MN , erit haec ad cycloidem norma-
 lis, ac propterea angulus ANM mensurabit amplitudinem
 arcus AM . Sit angulus $ANM = v$, erit ducta chorda
 BQ angulus $CBQ = v$, ideoque chorda $CQ = 2c \sin. v$
 $= MN$. Deinde ob angulum ad centrum $COQ = 2v$
 erit arcus $CQ = 2cv$ et arcus $BQ = \pi c - 2cv$, cui aequalis
 est recta QM huicque CN , ita ut sit $CN = \pi c - 2c$
 v . Quare si in MN productam ex C demittatur per-
 pendiculum CS erit $NS = \pi c \cos. v - 2cv \cos. v$; ideo-
 que $MS = [v] = 2c \sin. v + \pi c \cos. v - 2cv \cos. v$; sub-
 stituamus iam pro v partes anguli $ACB = \rho$, denotante
 ρ angulum rectum, ita ut sit $\rho = \frac{1}{2} \pi$, erit

$$\left[\frac{\rho}{n} \right] = 2c \sin. \frac{\rho}{n} + \pi c \cos. \frac{\rho}{n} - \frac{2c\rho}{n} \cos. \frac{\rho}{n}$$

$$\left[\frac{2\rho}{n} \right] = 2c \sin. \frac{2\rho}{n} + \pi c \cos. \frac{2\rho}{n} - \frac{4c\rho}{n} \cos. \frac{2\rho}{n}$$

etc.

Vnde si r sit radius circuli quaesiti, erit :

E 2

$r =$

$$r = \frac{c}{2n} (\pi + 2 + 4 (\sin. \frac{\rho}{n} + \sin. \frac{2\rho}{n} + \dots + \sin. \frac{(n-1)\rho}{n}) + 2\pi (\cos. \frac{\rho}{n} + \cos. \frac{2\rho}{n} + \dots + \cos. \frac{(n-1)\rho}{n}) - \frac{3\pi}{n} (\cos. \frac{\rho}{n} + 2 \cos. \frac{2\rho}{n} + 3 \cos. \frac{3\rho}{n} + \dots + (n-1) \cos. \frac{(n-1)\rho}{n}))$$

At iam supra ostendimus esse :

$$\cos. \frac{\rho}{n} + \cos. \frac{2\rho}{n} + \cos. \frac{3\rho}{n} + \dots + \cos. \frac{(n-1)\rho}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{\cos. (\rho - \frac{\rho}{n}) - \cos. \rho}{2(1 - \cos. \frac{\rho}{n})} \text{ ob } \rho \text{ angu-}$$

gulum rectum. Simili modo reperietur fore :

$$\sin. \frac{\rho}{n} + \sin. \frac{2\rho}{n} + \sin. \frac{3\rho}{n} + \dots + \sin. \frac{(n-1)\rho}{n} = \frac{\sin. \frac{\rho}{n} + \sin. \frac{(n-1)\rho}{n} \rho - \sin. \rho}{2(1 - \cos. \frac{\rho}{n})} : \text{differentietur vtrinque, confi-}$$

$$\text{derata } \rho \text{ tamquam variabili : erit } \frac{1}{n} (\cos. \frac{\rho}{n} + 2 \cos. \frac{2\rho}{n} + 3 \cos. \frac{3\rho}{n} + \dots + (n-1) \cos. \frac{(n-1)\rho}{n}) = \frac{\cos. \frac{\rho}{n} + (n-1) \cos. \frac{(n-1)\rho}{n} - n \cos. \rho}{2n(1 - \cos. \frac{\rho}{n})} - \frac{\sin. \frac{\rho}{n}}{2n(1 - \cos. \frac{\rho}{n})^2}$$

$$(\sin. \frac{\rho}{n} + \sin. \frac{(n-1)\rho}{n} - \sin. \rho)$$

Cum iam sit ρ angulus rectus erit :

$$\sin. \frac{\rho}{n} + \sin. \frac{2\rho}{n} + \dots + \sin. \frac{(n-1)\rho}{n} = -\frac{1}{2} + \frac{\sin. \frac{\rho}{n}}{2(1 - \cos. \frac{\rho}{n})} \text{ etc.}$$

$$\cos. \frac{\rho}{n} + 2 \cos. \frac{2\rho}{n} + 3 \cos. \frac{3\rho}{n} + \dots + (n-1) \cos. \frac{(n-1)\rho}{n} = \frac{\cos. \frac{\rho}{n} + n \sin. \frac{\rho}{n} - \sin. \rho}{2(1 - \cos. \frac{\rho}{n})} - \frac{\sin. \frac{\rho}{n}}{2(1 - \cos. \frac{\rho}{n})^2} (\sin. \frac{\rho}{n} + \cos. \frac{\rho}{n})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{e}{n} - 1\right) &= \frac{\text{cof. } \frac{e}{n} + n \sin \frac{e}{n} - \sin \frac{e}{n} - 1 - \text{cof. } \frac{e}{n} + \sin \frac{e}{n}}{2(1 - \text{cof. } \frac{e}{n})} \\ &= \frac{-1 + n \sin \frac{e}{n}}{2(1 - \text{cof. } \frac{e}{n})} \end{aligned}$$

His valoribus substitutis proueniet :

$$\begin{aligned} r &= \frac{c}{2n} \left(\pi + 2 - 2 + \frac{2 \sin \frac{e}{n}}{1 - \text{cof. } \frac{e}{n}} - \pi + \frac{\pi \sin \frac{e}{n}}{1 - \text{cof. } \frac{e}{n}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\pi}{n(1 - \text{cof. } \frac{e}{n})} - \frac{\pi \sin \frac{e}{n}}{1 - \text{cof. } \frac{e}{n}} \right) \text{ seu } r = \frac{c}{2n} \left(\frac{2 \sin \frac{e}{n}}{1 - \text{cof. } \frac{e}{n}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\pi}{n(1 - \text{cof. } \frac{e}{n})} \right). \end{aligned}$$

In qua formula, quo maior accipitur numerus n , eo propius valor ipsius r inuenietur. Q. E. I.

Coroll. 1.

52. Inuento radio r erit arcus cycloidalis $AMB = r\varrho = \frac{\pi r}{2}$: ideoque habebitur arcus

$$AMB = \frac{\pi c}{2n} \cdot \frac{2n \sin \frac{e}{n} + \pi}{n(1 - \text{cof. } \frac{e}{n})} = \frac{\pi c(2n \sin \frac{e}{n} + \pi)}{4nn(1 - \text{cof. } \frac{e}{n})}$$

qui valor erit exactus, si n statuatur numerus infinitus. Hoc autem casu erit $2n \sin \frac{e}{n} = 2\varrho = \pi$ et $1 - \text{cof. } \frac{e}{n} = \frac{e\varrho}{2n\pi} = \frac{\pi\pi}{8n\pi}$. vnde fit $AMB = 4c = 2BC$, vti ex natura cycloidis constat.

Coroll. 2.

53. Cum igitur sit arcus cycloidis AMB reuera $= 4c$, habebitur sequens aequatio eo propius vera, quo maior fuerit numerus n

$$4 = \frac{\pi(\pi + 2n \sin. \frac{\xi}{n})}{4nn(1 - \cos. \frac{\xi}{n})}$$

feu $\pi\pi + 2n\pi \sin. \frac{\xi}{n} = 16nn(1 - \cos. \frac{\xi}{n})$ vnde fit
 $\pi = -n \sin. \frac{\xi}{n} + n\sqrt{(16 - 16 \cos. \frac{\xi}{n} + \sin. \frac{\xi}{n}^2)}$ feu
 $\pi = -n \sin. \frac{\xi}{n} + n\sqrt{(1 - \cos. \frac{\xi}{n})(17 + \cos. \frac{\xi}{n})}$

Coroll. 3.

54. Cum fit $1 - \cos. \frac{\xi}{n} = 2 \sin. \frac{\xi}{2n}$ et $\sin. \frac{\xi}{n} = 2 \sin. \frac{\xi}{2n} \cos. \frac{\xi}{2n}$
 erit $\pi = -2n \sin. \frac{\xi}{2n} \cos. \frac{\xi}{2n} + 2n \sin. \frac{\xi}{2n} \sqrt{(9 - \sin. \frac{\xi}{2n}^2)}$
 fit nunc $2n = m$ et $\frac{\xi}{2n} = \frac{\xi}{m} = \Phi$, feu $\Phi = \frac{\xi}{m}$
 erit $\pi = -m \sin. \Phi \cos. \Phi + m \sin. \Phi \sqrt{(9 - \sin. \Phi^2)}$

Coroll. 4.

55. Si ergo circulus describatur radio = 1, erit in eo
 quadrans = $\frac{1}{2}\pi = m\Phi$; denotante Φ partem quam-
 cunque, vnde ipse arcus Φ sequenti modo proxime de-
 finiatur

$$\Phi = - \frac{\sin. \Phi \cos. \Phi + \sin. \Phi \sqrt{(9 - \sin. \Phi^2)}}{2}$$

Tab. II. feu $\Phi = \sin. \Phi (\sqrt{(2 + \frac{1}{2} \cos. \Phi^2)} - \frac{1}{2} \cos. \Phi)$

fig. 3. Proposito ergo in quadrante ACB arcu AM, cuius sinus
 PM, capiatur CD = chordae quadrantis AB, et bisecta
 CP in O iungatur DO, vnde refecetur OI = CO et
 in radio CM producto capiatur CL = DI, demissumque
 in AC perpendiculum LQ eo propius aequabitur arcui
 AM, quo minor fuerit iste arcus.



INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS CVRVIS POSSIBILIBVS.

AVCTORE

G. W. KRAFFT

§. I.

Veteres geometrae intra solam geometricam considerationem sectionum conicarum aut aliarum linearum curvarum, ab ipsis examinatarum, sublitterunt, neque ad vsus physicos illas adoptare conati sunt. Factum hinc est, vt *Apollonius Pergaeus*, diligentissimus inter antiquos sectionum conicarum scrutator, de foco parabolae, quem hodie vocamus, plane taceat; focos ellipseos autem et hyperbolae appellet non focos, sed *puncta ex comparatione facta*, ex comparatione scilicet aliqua mathematica facta, sine omni respectu ad vsum quendam physicum exinde hauriendum, qui nempe ex natura lucis utilissime hodie potest exinde deriuari. Solus *Euclides* in tractatu de catoptrici, qui ipsi tribuitur, Propos. III. docet, quo modo radii solares, statutis geometricis obedientes, ignem aliquem excitare possunt, dum in focum colliguntur illapsi omnes. Sed, vt felicissimus fuit in ratiociniis geometricis, ita infelix fuit in applicatione hac physica, cum nempe inconsueta illorum seculorum vestigia ingrederetur. Falsum enim speculo circulari focum non assignauit quidem, sed potius ex falsa hypothese physica illum legitima tamen consequentia deduxit. Sed memoratur etiam *Archimedes* edidisse tractatum de *Speculis vsteriis*, de quo videatur *Fabricius* in bibliothecae graecae lib. III. c. 22.

Verum

Verum hic videtur esse supposititius ex rationibus in I. c. allegatis; ut itaque proxime sit vero, veteres geometris soli geometriae attentos fuisse, physicae autem eandem, vbi facile etiam fieri id potuisset, non applicuisse.

§. 2. Subsequentium deinde seculorum perspicacia, demum maior exorta, oculorum diuisit officia, iussitque ut alter geometriae legibus sit intentus, alter vero physicae simul iussis studeat. Vnde circa medium seculi decimi quinti *Ioannes Regiomontanus* magnum speculum annulare parabolicum causticum ex metallo confectum produxit, quod primum fuit omnium in Germania visorum, testante *Celeberr. Doppelmaiero, de mathematicis norinbergensibus*, in vita Regiomontani, p. 23. nec non *bibliotheque germanique* ad 1736. p. 7. Postea etiam *Vittellio*, in *perspectiua*, edita Norinbergae anno 1535, libro IX, theor. 43, luculenter ostendit, qua ratione a superficie speculorum parabolicorum ignem possibile sit accendi.

§. 3. Constat igitur hodie, focus actualem et physicum, hoc est, tale punctum geometricum, in quod radii lucis illapsi et a natura curuae collecti ignem excitare possint, dari in duabus sectionibus conicis, parabola nempe ac ellipsi; cumque punctum hoc, ex concinnitate geometrica, ibi positum sit in axe, vbi applicata orthogonalis parametro curuae est aequalis: hinc factum est, ut auctores aliqui ex hac proprietate focus definiuerint per punctum axeos, in quo ordinatim applicata aequatur parametro, geometricè potius quam physice; atque dein statuerint, parabolas et ellipses superiores quoque suos habere focos; quia nimirum in omnibus earum generibus
summis

summis semper fieri potest, vt alicubi ad axem applicetur ordinata, quae parametro sit aequalis. Cupido itaque animum incessit meum sciendi, an curuae hae etiam superiores habeant focus verum et physicum; an vero solum aliquem geometricum, ex proprietate parametris conceptum et fictum, qui caetera frigidus sit. Quod vt obtinerem, conuenientissimum esse duxi inuestigare a priori per methodum tangentium inuersam omnes curuas possibiles, quae focus teneant physicum; adducta sic ad geometriam physica, quae angulum incidentiae angulo reflexionis esse vbiuis aequalem experimentis et rationibus docet et confirmat.

§. 4 Sit igitur problema hoc: assumtis in recta punctis duobus F et f fixis, inuenire curuam MD , quae Tab. II
fig. 4. radios omnes, ex vno puncto F illapfos, sub aequali angulo reflectat in alterum punctum fixum et immutabile f . Ducantur ergo tangens MT , et semiapplicata orthogonalis MP puncti M , distantiaeque punctorum datorum Ff bifecetur in C ; quibus factis sint $CF = Cf = m$, $CP = x$, $PM = y$, subtangens $PT = S$, tangens $MT = t$, atque erunt $fP = x - m$, $FP = x + m$, $FT = x + m + S$; tum vero ex theoremate pythagorico $MF = \sqrt{(x^2 + 2mx + m^2 + y^2)} = v$, et $Mf = \sqrt{(x^2 - 2mx + m^2 + y^2)} = u$.

§. 5. Iam vero ex trigonometricis erit, posito sinu toto $= 1$, $\angle T M P$ sinus $\frac{y}{t}$, cosinus $\frac{x}{t}$; $\angle P M f$ sinus $\frac{x-m}{u}$, cosinus $\frac{y}{u}$, vnde, ex noto theoremate summae angulorum eruitur sinus summae praecedentium angulorum, hoc est, sinus anguli $T M f$, vel sinus anguli reflexionis,

42 INDAGATIO FOCORVM IN OMNIBVS

$$= \frac{s+x-m}{t u}$$
. Est autem porro, demissa ex F in tangentem perpendiculari FR, ob triangula similia MTP et FTR, $MT(t) : PM(y) = FT(x+m+s) : RF$

$$\left(\frac{y \cdot x + m + s}{t} \right)$$
; vnde deducitur sinus anguli RMF $= \frac{RF}{MP}$

$$= \frac{y \cdot x + m + s}{t u}$$
, qui erit sinus anguli incidentiae.

§. 6. Ob aequalitatem igitur vtriusque huius anguli ex physicis desumptam aequales etiam erunt eorum sinus, ex quo haec obtinetur aequatio:

$$\frac{s \cdot y + x - m \cdot y}{t u} = \frac{y \cdot x + m + s}{t u}$$

Vnde deducitur, facta vtriusque diuisione per $\frac{y}{t}$, $\frac{s+x-m}{u}$

$$= \frac{s+x+m}{y}$$
, vel, mutatis hisce symbolis in lineas figurae,
 $\frac{Tf}{Mf} = \frac{TF}{MF}$, quae proprietas aliqua generalis est, quam curva haec quaesita tenere debet.

§. 7. Vt autem calculus, prolixissimus alias, ad compendium reducatur: pono iam $s+x = P$, atque $x^2 + m^2 + y^2 = Q^2$, vnde habebimus ex proprietate praecedentis paragraphi hanc aequationem,

$$\frac{P-m}{\sqrt{(Q^2 - 2mx)}} = \frac{P+m}{\sqrt{(Q^2 + 2nx)}}$$

ex qua, membris quadratis, facta multiplicatione in rucem, deletis terminis se destruentibus, facta diuisione per $4m$, et demum extracta radice, prodit

$$P = \frac{Q^2 + \sqrt{(Q^4 - 4m^2 x^2)}}{2x}$$

Est autem ex methodo tangentium *leibnitiana* $s = -\frac{y dx}{dy}$; substitutis igitur in hac praecedenti aequatione terminis legitimis, ab initio assumtis, oritur haec aequatio:

$$x - \frac{y dx}{dy} = \frac{x^2 + m^2 + y^2 + \sqrt{(x^4 - 2m^2 x^2 + m^4 + 4x^2 y^2 + m^2 y^2 + y^4)}}{2x}$$

et

et deinceps haec :

$$\frac{2x^2 - \frac{2yx dx}{dy}}{dx} = x^2 + m^2 + y^2 \pm \sqrt{(xx - mm^2 + 2y^2 \cdot$$

$xx + mm + y^4)$, quae deinde, porro facta reductione, tandem abit in hanc,

$$\frac{x^2 dy - y^2 dy - m^2 dy - 2yx dx}{\sqrt{(xx - mm^2 + 2y^2 \cdot xx + mm + y^4)}} = \pm dy.$$

§. 8. Quae difficilis aequatio differentialis vt ad integrationem praeparetur, pono primum $x^2 - m^2 = py$, vnde est $x^2 = m^2 + py$, et $2x dx = p dy + y dp$, quibus substitutis habeo

$$\frac{-dy - dp}{\sqrt{(p^2 + 2py + m^2 + y^2)}} = \pm \frac{dy}{y},$$

aut vero $\frac{-dy - dp}{\sqrt{(y + p^2 + m^2)}} = \pm \frac{dy}{y}$. Accipiatur iam denuo

$y + p = z$, vnde $dy + dp = dz$, et aequatio praecedens

mutatur in hanc, $\frac{dz}{\sqrt{(m^2 + z^2)}} = \pm \frac{dy}{y}$. Cuius alterum

membrum vt ab irrationalitate liberetur, assumo rursus

$\sqrt{(m^2 + z^2)} = 2m + qz$, ex quo descendit $z = \frac{mq}{1 - q^2}$;

$dz = \frac{mq dq + m q^2 dq}{(1 - q^2)^2}$; atque factis his substitutionibus emer-

git tandem $\frac{dz}{\sqrt{(m^2 + z^2)}} = \frac{2dq}{1 - qq}$, vnde obtinetur $\frac{2dq}{1 - qq} = \pm$

$\frac{dy}{y}$.

§. 9. Haec vltima aequatio differentialis ad mera differentialia logarithmica sic reducitur, si consideretur, esse

$\frac{2dq}{1 - q^2} = \frac{dq}{1 + q} + \frac{dq}{1 - q}$; erit enim ex hac consideratione iam

aequatio data in differentialibus logarithmicis talis, $\frac{dq}{1 + q}$

$+ \frac{dq}{1 - q} = \pm \frac{dy}{y}$, quorum logarithmi sumti efficiunt,

$l(1 + q) - l(1 - q) = lE \pm ly$, assumta E pro quantitate constante postea determinanda. Et si deinde horum

logarithmorum fumantur quantitates absolutae, orientur duo casus, quorum *primus* est $\frac{1+q}{1-q} = Ey$; *secundus* autem

$$\frac{1+q}{1-q} = \frac{E}{y}.$$

§. 10. Est autem (§. 8.) $q = \frac{\sqrt{(4m^2+z^2)}-2m}{z}$, et proinde $1+q = \frac{z+\sqrt{(4m^2+z^2)}-m}{z}$; $1-q = \frac{z-\sqrt{(4m^2+z^2)}+m}{z}$, quibus substitutis in aequatione vltima (§. 9.) pro casu primo prodit, $\frac{z-2m+\sqrt{(4m^2+z^2)}}{z+2m-\sqrt{(4m^2+z^2)}} = Ey$; aut vero, coniungatis membris homogeneis, haec $\frac{Ey-1}{Ey+1} z + 2m = \sqrt{(4m^2+z^2)}$. Aut, si membra huius aequationis quadrentur, exsurgit $mE^2y^2 - m = Eyz$. Sed est (§. 8.) $z = y + p$, et $p = \frac{x^2-m^2}{y}$, ergo $z = \frac{y^2+x^2-m^2}{y}$, quo valore inducto, emergit aequatio ad curuam quaesitam haec, $Ey^2 - \frac{Ex^2}{mE-1} + m = 0$

§. 11. Restat iam indagandus valor quantitatis constantis, sed indeterminatae adhuc, E , qui ita eruitur. Ex puncto medio C erigatur perpendicularis ad axem CD , eaque vocetur a ; manifestum itaque est, si fiat $x = 0$, esse $y = a$; vnde eruitur $E = \frac{m}{a^2}$, et aequatio completa curuae euadit talis, $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{m^2+a^2} - 1 = 0$. Ponatur $m^2 + a^2 = A^2$, erit aequatio quaesita haec, $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{A^2} - 1 = 0$, vel $A^2y^2 + a^2x^2 = A^2a^2$, aut vero haec, $A^2y^2 = A^2a^2 - a^2x^2$, quae resoluitur in hanc analogiam, $y^2 : a^2 = \frac{A+x}{A-x} : A^2$. Sed haec est aequatio ad solam ellipsin apollonianam, in qua est semiaxis maior $A = \sqrt{(m^2+a^2)} = Dj$; semiaxis minor autem $= a = CD$.
Ergo

Ergo casui huic primo fatistacit sola ellipsis apolloniana, in qua ex proprietatibus eiusdem aliunde cognitis est, assumtis libere $Cf = m$, $CD = a$, axis maior $= 2Df$, axis minor $= 2CD$; et puncta F et f sunt eiusdem ellipseos foci physici.

§. 12. Si tractetur similiter casus secundus supra allegatus (§. 9.) in quo est $\frac{1+q}{1-q} = \frac{E}{y}$: habebitur rursus, substituto valore ipsius q , (§. 8.) $\frac{z - m + \sqrt{(+m^2 + z^2)}}{z + m - \sqrt{(+m^2 + z^2)}} = \frac{E}{y}$, quae aequatio, si sumantur quadrata et ordinentur membra, deducitur facile ad hanc, $\overline{E + y^2} \cdot z = \overline{E - y^2} \cdot z + 4m(E^2 - y^2)$, vel deinde ad hanc simpliciolem, $Ey z = mE^2 - my^2$, vnde deducitur, substituto valore ipsius z (§. 8.), $y^2 + \frac{Ex^2}{E+m} - mE = 0$. Ad determinandam autem constantem E iterum obseruatur, si fiat $x = 0$, abire y in a , vnde deducitur ista $E = \frac{a^2}{m}$; et aequatio completa prodit haec, $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{m^2 + a^2} - 1 = 0$, eadem plane, quae prius, (§. 11.) Vnde intelligitur, in vtroque casu non fundari nisi vnā eandemque curuam, ellipsin scilicet apollonianam.

§. 13. Indicauimus supra (§. 6.) curuae quaesitae proprietatem generalem esse, vt habeatur in illa $\frac{Tf}{M} = \frac{TF}{MF}$; cum autem sciamus nunc, nullam aliam esse curuam quaesitam quam ellipsin ordinariam, habebit etiam haec dictam proprietatem; vnde oritur *theorema conicum* tale: sit Fig. 5. ellipseos tangens MT , secans axem productum in T , atque in punctum contingentiae M ex vtroque foco ducantur rectae Mf , MF , erit sic $Tf : Mf = TF : MF$. Ex quo porro consequitur etiam hoc confectarium;

rium : nempe si ex F ducatur in tangentem recta FN , parallela ipsi fM : erunt aequales ipsae FN et FM , hoc est, triangulum MFN erit aequicurum. Nam ob parallelas fM et FN erit $Tf : Mf = TF : NF$; sed ob proprietatem theorematis erit etiam $Tf : Mf = TF : MF$; ergo ex combinata hac proportione erit quoque $MF = NF$. Quod idem vero facilius etiam sic probaturo : ob parallelismum linearum Mf , NF est ang. $TMf = \text{ang. } MNF$; sed, ob reflexionem radii, est $TMf = \text{ang. } NMF$; ergo anguli MNF et NMF sunt aequales.

§. 14. Sed ut iam regrediamur ad propositum nostrum, evidens est ex iis, quae hucusque ostendimus, solam ellipsin ordinariam esse praeditam focus duobus physicis, reliquas omnes vero superiores destitui tali foco physico, quamvis imaginarius aliquis focus tribui ipsis possit ex consideratione parametri (§. 3.) quod tamen punctum ex parametro definitum in omnibus superioribus ellipsis foci nomen non meretur adeoque male his curvis tribuitur, quia facile ad errorem inducendum potest inservire, quasi nempe hae superiores ellipses etiam focus veris et physicis essent praeditae.

§. 15. Ita ergo etiam in sola illa *ellipsi* ordinaria, in qua focorum alteruter ab altero in infinitum distat, dabitur focus physicus et realis, nimirum in parabola sola apolloniana, in quam radii ab infinita distantia, hoc est, paralleli inter se, incidunt. Ergo excluduntur a foci physici proprietate omnes parabolae superiores, quae solum geometricum aut imaginarium assumere possunt. De hyperbolis vero nihil opus est ut moneam, illas focum habere

habere non collectionis, sed dispersionis radiorum, qualis focus in opticis vocari solet focus virtualis.

§. 16. Parabolas superiores nullum habere, focum physicum, hoc quoque modo ostenditur. Sit aequatio ad tales parabolas generalis haec: $a^m x^n = y^{m+n}$, aut vero $a^{\frac{m}{m+n}} x^{\frac{n}{m+n}} = y$, vbi $AP = x$, $PM = y$. Ex methodo tangentium cognoscitur, esse huius parabolae subtangentem $PT = \frac{m+n}{n} x$, adeoque $AT = \frac{m}{n} x$. Ponatur itaque focus talis parabolae in f , et $Af = u$, erit sic $Pf = x - u$, et $Tf = u + \frac{m}{n} x$. Si igitur FM fuerit radius incidens, est angulus a radio reflexo factus $TMf = RMF$, ob rationes opticas. Est vero simul etiam ob parallelas Tf et MF angulus $MTf = RMF$, ergo anguli TMf et MTf aequales, et consequentur triangulum MfT aequicrurum, in quo $Mf = Tf$, vel $Mf^2 = Tf^2$; est autem $Mf^2 = Pf^2 + PM^2$, itaque $x^2 - 2ux + u^2 + a^{\frac{2m}{m+n}} x^{\frac{2n}{m+n}} = u^2 + \frac{2m}{n} ux + \frac{m^2}{n^2} x^2$; ex qua aequatione, abiecto vtrinque u^2 et reductis terminis reliquis, resultat $u = \frac{n}{2m+2n} a^{\frac{2m}{m+n}} x^{\frac{n-m}{m+n}} - \frac{m-n}{2n} x$. Ex hoc valore ipsius u seu Af statim apparet, requiri vt sit $m = n$, si punctum f debeat esse stabile ac fixum, hoc est, si talis parabola debeat habere focum realem et physicum. Erit enim in hoc solo casu tum $u = \frac{n}{2m+2n} a^{\frac{2m}{m+n}}$, siue aequalis quantitati constanti $\frac{1}{4} a$. Sed si statuatur $m = n$, tum aequatio parabolae generalis assumpta $a^m x^n = y^{m+n}$ abit in hanc: $a^m x^m = y^{2m}$, siue extracta

tracta vtrunque radice exponentis m , mutatur ea in hanc, $ax = y^2$, quae est ad parabolam apollonii. Ergo in hac sola haeret focus physicus, neque in vlla alia parabolarum superiorum. Falsum itaque est focum physicum in parabolis superioribus dari illic, vbi $y = 1$; $a =$ semi parametro; et male ex hac proprietate geometrica, quae in parabola infima solum obtinet, concluditur ad superiores haec curuas.

SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICIL- LIMI A FERMATIO PROPOSITI.

AVCTORE

L. EULERO.

§. I.

Quamquam problemata, quae olim solutu difficilia sunt habita, hodie plerumque ob fines analyticos tantopere promotos nihil vel parum difficultatis habere solent; tamen hoc in eo problematum genere, quae ad methodum Diophanti pertinent, non vsu venit. In hac enim analyticos parte post Fermatii tempora, qui plurimum studii et operae in ea felicissimo cum successu consumsit, non solum nihil ultra praestitum esse videtur, sed etiam hoc studium a geometris, qui eum sunt secuti, fere penitus est neglectum. Et si autem ea analyticos pars, in qua mathematici hodie potissimum versantur, ob summam utilitatem, quam ad reliquas scientias atque artes copiosissime affert, omni laude maxime digna est habenda: tamen altera quoque pars, quae in numeris est occupata, et ad problemata indeterminata soluenda adhiberi solet, idcirco minime est contemnenda, cum in ea plerumque summa ingenii vis cernatur atque ab analysta non mediocri sagacitas requiratur.

§. 2 Quae cum ita sint comparata, ea huius generis problemata, quae a Fermatio summopere difficilia sunt iudicata, eadem et hodie non magis facta sunt facilia; hincque studium, quod in eorum solutione ponitur, non male collocatur. Proponit autem Fermatius in anno-

50 SOLVTIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

tationibus suis ad Diophantum Bacheti sequens problema tanquam solutu difficillimum

Inuenire triangulum rectangulum in numeris rationalibus expressum, cuius uterque cathetus area ipsius trianguli minutus producat numerum quadratum.

Huius ergo problematis sequentes, quas mihi quidem elicere contigit, solutiones in medium afferre visum est,
 Praeparatio ad solutionem.

§. 3. Notum est triangulum rectangulum in numeris rationalibus exprimi, si ponatur cathetorum alter $= 2ab$, et alter $= aa - bb$, tum enim prodibit hypotenu-
 sa $= aa + bb$. Generalius catheti ambo poni possunt $\frac{2ab}{z}$
 et $\frac{aa - bb}{z}$, prodeunte hypotenu-
 sa $= \frac{aa + bb}{z}$. Ponam au-
 tem, quoniam naturam trianguli rectanguli ultimo loco in
 computum vocare expedit,

$$\text{vnum cathetum} = \frac{2x}{z}$$

$$\text{alterum cathetum} = \frac{y}{z}$$

$$\text{eritque area} = \frac{xy}{z}$$

Ac primo per conditionem problematis haec quantitates

$$\left. \begin{array}{l} \text{I. } \frac{2x}{z} - \frac{xy}{z} \text{ seu } 2xz - xy \\ \text{II. } \frac{y}{z} - \frac{xy}{z} \text{ seu } yz - xy \end{array} \right\} \text{ quadrata effici debent.}$$

Tum vero, quia hypotenu-
 sa fit $= \frac{\sqrt{(xx + yy)}}{z}$, haec quan-
 titas

$$\text{III. } 4xx + yy \text{ reddi debet quadratum.}$$

§. 4. Quoniam haec ambae quantitas $2xz - xy$ et
 $yz - xy$ esse debent quadrata, earum productum pariter
 erit quadratum. Ordior ergo a producto,

$$2xy$$

$$2xyzs - 2xxyz - xyjz + xxyj$$

quod quadratum reddi debet, ponoque eius radicem = $xy - \frac{p}{q}yz$, vt ex euolutione valor ipsius z commode defini queat, fiet autem

$$2xyzs - 2xxyz - xyjz + xxyj = xxyj - \frac{2p}{q}xyjz + \frac{pp}{qq}jyz$$

Ac deleto vtrinque termino communi $xxyj$ et reliqua aequatione per jz diuisa obtinebitur

$$2xz - 2xx - xy = \frac{-2p}{q}xy + \frac{pp}{qq}yz$$

$$\text{vnde fit } z = \frac{2qqxx + qqxy - 2pqxy}{2qqx - ppy}$$

§. 5. Inuento iam valore ipsius z , fiet

$$2z - y = \frac{4qqxx - 4pqxy + ppjy}{2qqx - ppy} = \frac{(2qx - py)^2}{2qqx - ppy}$$

$$z - x = \frac{ppxy + qqxy - 2pqxy}{2qqx - ppy} = \frac{xy(p - q)^2}{2qqx - ppy}$$

hincque porro habebitur:

$$2xz - xy = \frac{x(2qx - py)^2}{2qqx - ppy} = \frac{xx(2qx - py)^2}{2qqxx - ppxy}$$

$$jz - xy = \frac{xy(p - q)^2}{2qx - ppy} = \frac{xyj(p - q)^2}{2qqxx - ppxy}$$

Quarum quantitatum cum vtraque esse debeat quadratum, hoc efficietur, dummodo communis denominator: $2qqxx - ppxy$ fiat quadratum. Ponatur in hunc finem $2qqxx - ppxy = rrx$, ac diuisione facta per x erit $(2qq - rr)$

$$x = ppy, \text{ et } \frac{x}{y} = \frac{pp}{2qq - rr}$$

§. 6. Sufficiet autem ad nostram solutionem nosse relationem inter x et y , quia in calculum iam introductus est communis denominator z , quare ponere licebit:

$$x = pp \text{ et } y = 2qq - rr$$

$$\text{vnde fiet } z - x = \frac{pp(2qq - rr)(p - q)^2}{pprr} \text{ ideoque}$$

$$z = pp + \frac{(2qq - rr)(p - q)^2}{rr}$$

ideoque superest tantum, ut $+xx - +yy$ reddatur quadratum, unde sequens expressio debet esse quadratum

$$+p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$$

unde sequentes solutiones particulares adornabuntur.

Solutio prima.

§. 7. Quoniam igitur questio huc est reducta, ut pro litteris p, q, r eiusmodi valores assignentur, qui hanc expressionem

$$+p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$$

reddant quadratum, solutio generalis, quae omnes omnino valores idoneos harum litterarum complectatur, tradi nequit. Cum igitur solutionibus specialibus acquiescere debeamus, ponam primo radicem huius expressionis esse $= 2pp + rr$, ut termini $+p^4$ et r^4 utrinque se destruant, ac prodibit haec aequatio

$$4q^4 - 4qqrr = +4pprr$$

unde fit $pp = +\frac{qq}{rr}(qq - rr)$, et habebimus

$$\text{vel } p = \frac{q}{r} \sqrt{(qq - rr)} \text{ vel } p = \frac{q}{r} \sqrt{(rr - qq)}$$

§. 8. Priori formulae $p = \frac{q}{r} \sqrt{(qq - rr)}$ satis fit ponendo $q = cc + dd$, et $r = 2cd$, unde fit $p = \frac{(c + d)\sqrt{cc - dd}}{2cd}$

Ex his ergo valoribus:

$$p = (cc + dd)\sqrt{cc - dd}$$

$$\text{seu } q = 2cd\sqrt{cc + dd}$$

$$r = 4ccdd$$

$$q =$$

$$\begin{array}{l}
 q = cc + dd \\
 r = 2cd \\
 p = \frac{(cc+dd)(cc-dd)}{2cd}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 \text{erit } x = pp \\
 y = 2qq - rr \\
 \sqrt{(4xx + yy)} = 2pp + rr \\
 z = x + \frac{y(-q)^2}{rr}
 \end{array} \right.$$

quibus inuentis erit pro triangulo rectangulo quaesito :

I. cathetus = $\frac{2x}{z}$, II. cathetus = $\frac{y}{z}$

Exemplum. 1.

§ 9. Sit $c = 2$, et $d = 1$, ac prodibunt hi valores :

$p = 5 \cdot 3 = 15$; $x = 2 \cdot 2 \cdot 5$

$q = 4 \cdot 5 = 20$; $y = 5 \cdot 4 \cdot 4$

$r = 4 \cdot 4 = 16$; $z = 2 \cdot 2 \cdot 5 + \frac{5+4+2 \cdot 5}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{25+8 \cdot 5}{8} = \frac{22 \cdot 5}{8}$

atque $\sqrt{(4xx + yy)} = 2pp + rr = 706$

ex quibus conficitur hoc triangulum rectangulum in numeris :

I. cath. $\frac{2x}{z} = \frac{144}{89}$; II. cath. $\frac{y}{z} = \frac{47 \cdot 52}{25 \cdot 89}$; III. hypot. = $\frac{5648}{25 \cdot 89}$

area ergo erit = $\frac{72 \cdot 47 \cdot 52}{25 \cdot 89^2}$; et problemati ita fatisfit.

I. cath. - area = $\frac{144}{25 \cdot 89^2} (25 \cdot 89 - 2176) = \frac{144+9}{25 \cdot 89^2} = \left(\frac{12+7}{5 \cdot 89}\right)^2$

II. cath. - area = $\frac{47 \cdot 52}{25 \cdot 89^2} (89 - 72) = \frac{1 \cdot 7 \cdot 17 + 25 \cdot 6}{25 \cdot 89^2} = \left(\frac{16+17}{5 \cdot 89}\right)^2$

Exemplum. 2.

§ 10. Sit $c = 3$, et $d = 1$, ac sequentes prodibunt valores

$p = 10 \cdot 8$

$p = 20$

$q = 6 \cdot 10$ qui per 4 diuisi ad minores

$q = 15$

$r = 6 \cdot 6$ terminos hos reducuntur

$r = 9$

ex his fit $x=400$; $y=369$; et $z = \frac{4625}{9}$; $\sqrt{(4xx+yy)} = 881$; unde triangulum rectangulum erit

I. cath. $\frac{z}{x} = \frac{11.9}{1.5}$; II. cath. $\frac{y}{z} = \frac{81.41}{25.185}$; III. hyp. $= \frac{50.881}{25.185}$

atque area $= \frac{16.0.81.41}{25.185^2}$; quare problemati ita fatifit :

I. cath. — area $= \frac{16.0.81.41}{25.185^2} = \frac{16.0.5020}{25.185^2} = \left(\frac{41.77}{5.185}\right)^2$

II. cath. — area $= \frac{81.41.41}{25.185^2} = \frac{81.41.41}{25.185^2} = \left(\frac{5.41}{5.185}\right)^2$

Solutio secunda.

§. 11. Sumatur ex solutione praecedente casus posterior $p = \frac{z}{r} \sqrt{(rr-qq)}$, qui requirit hos valores :

$$\left. \begin{aligned} r &= cc+dd \\ q &= 2cd \\ p &= \frac{2cd(cc-dd)}{cc+dd} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} r &= (cc+dd)^2 ; & x &= pp \\ \text{feu } q &= 2cd(cc+dd) ; & y &= 2qq-rr \\ p &= 2cd(cc-dd) ; & \sqrt{(4xx+yy)} &= 2pp-rr \end{aligned}$$

et vt ante $z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr}$

Quia autem esse debet $2qq > rr$ erit $8ccdd > (cc+dd)^2$ et $2cd\sqrt{2} > cc+dd$, feu $0 > cc-2cd\sqrt{2}+dd$, quod huc redit, vt fit $dd > (c-d\sqrt{2})^2$; ergo vel $d > c-d\sqrt{2}$ feu $\frac{d}{c} > \frac{1}{1+\sqrt{2}}$

vel $d > d\sqrt{2}-c$ feu $\frac{d}{c} < \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

Ergo si $d = 1$ necesse est vt fit vel $c < \sqrt{2} + 1$ vel $c > \sqrt{2} - 1$. At est $c > 1$, unde semper erit $c > \sqrt{2} - 1$, et $2qq-rr$ fiet quantitas positua. Erit itaque

I. cath. $= \frac{z}{x}$; II. cath. $= \frac{y}{z}$ et III. hypot. $= \frac{\sqrt{(4xx+yy)}}{z}$.

Exemplum. 1.

§. 12. Sit $c=2$, et $d=1$, ac prouenient hi valores ;

$$\left. \begin{array}{l} r = 5.5 = 25 \\ q = 4.5 = 20 \\ p = 4.3 = 12 \end{array} \right\} \text{hincque} \left\{ \begin{array}{l} x = 144 \\ y = 175 \\ \sqrt{(4xx + yy)} = 337 \end{array} \right.$$

$$\text{atque } z = 144 + \frac{175 \cdot 64}{625} = \frac{4048}{25}.$$

Vnde trianguli quaesiti erit

$$\text{I. cath.} = \frac{2x}{z} = \frac{288 \cdot 25}{4048} = \frac{18 \cdot 25}{253} = \frac{450}{253}$$

$$\text{II. cath.} = \frac{y}{z} = \frac{25 \cdot 175}{4048} = \frac{4375}{4048}$$

$$\text{III. hypot.} = \frac{\sqrt{(4xx + yy)}}{z} = \frac{25 \cdot 337}{4048} = \frac{8425}{4048}$$

$$\text{Area itaque erit} = \frac{225 \cdot 4375}{253 \cdot 4048} = \frac{225 \cdot 4375}{16 \cdot 253^2}$$

Vnde problemati hoc modo satisfit, vt fit :

$$\text{I. cath.} - \text{area} = \frac{225(32 \cdot 253 - 4375)}{16 \cdot 253^2} = \frac{225 \cdot 61^2}{16 \cdot 253^2} = \left(\frac{15 \cdot 61}{4 \cdot 253} \right)^2$$

$$\text{II. cath.} - \text{area} = \frac{25(175 \cdot 253 - 9 \cdot 4375)}{253 \cdot 4048} = \frac{25 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 28}{16 \cdot 253^2} = \left(\frac{25 \cdot 14}{4 \cdot 253} \right)^2$$

Exemplum. 2.

§. 13. Sit $c = 3$ et $d = 1$, ac prodibunt hi valores :

$$\left. \begin{array}{l} r = 10.10 \\ q = 6.10 \\ p = 6.8 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} r = 25 \\ q = 15 \\ p = 8 \end{array} \right\} \text{hincque} \left\{ \begin{array}{l} x = 144 \\ y = 175 \\ \sqrt{(4xx + yy)} = 337 \end{array} \right.$$

qui valores cum sint iidem, qui in exemplo praecedente, hinc nulla noua oritur solutio. Maiores autem numeros pro c et d non substituo, quod inde nimis complicati valores pro x , y et z procedunt; praecipua enim cura in hoc debet poni, vt triangula in minimis, quantum fieri potest, numeris expressa reperiantur.

Solutio

Solutio tertia.

§. 14. Cum $4xx + yy = 4p^4 + 4q^4 - 4qqrr + r^4$ esse debeat quadratum, eius radicem ponamus hic $= 2pp + 2qq$, ut sit $\sqrt{4xx + yy} = 2pp + 2qq$; atque prodibit haec aequatio $r^4 - 4qqrr = \pm 8ppqq$; unde fit $pp = \pm \frac{2rr(rr - 2q^2)}{16q^2}$ et vel $p = \frac{r}{4q} \sqrt{2rr - 8qq}$ vel $p = \frac{r}{4q} \sqrt{8qq - 2rr}$ Quia vero ob $y = 2qq - rr$ esse oportet $2qq > rr$, prior valor erit inutilis, habebimusque

$$p = \frac{r}{4q} \sqrt{8qq - 2rr}; \quad x = pp; \quad y = 2qq - rr;$$

$$\text{et } \sqrt{4xx + yy} = 2pp - 2qq$$

atque ut ante $z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr}$. Erit ergo

$$\text{I cathetus} = \frac{2x}{z}; \quad \text{II cath.} = \frac{y}{z}; \quad \text{hypot.} = \frac{\sqrt{4xx + yy}}{z}$$

Nunc ergo huc devenimus, ut $8qq - 2rr$ reddatur quadratum: fit eius radix $= \frac{c}{a}(2q + r)$ eritque $4q - 2r = \frac{c}{a}(2q + r)$ seu $4ddq - 2ddr = 2ccq + ccr$, hincque $q = cc + 2dd$ et $r = 4dd - 2cc$; $2q + r = 8dd$ atque $\sqrt{8qq - 2rr} = 8cd$, hincque $p = \frac{4cd(2dd - cc)}{2dd + cc}$ Quare in integris multiplicando per $2dd + cc$ fiet

$$\left. \begin{array}{l} p = 4cd(2dd - cc) \\ q = (2dd + cc)^2 \\ r = 2(2dd - cc)(2dd + cc) \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = pp \\ y = 2qq - rr \\ \sqrt{4xx + yy} = 2pp - 2qq \\ z = x + \frac{y(p-q)^2}{rr} \end{array}$$

Exemplum. I.

§. 15. Sit $c = 1$; $a = 1$, erit:

$$p =$$

$$p = 4; x = 16$$

$$q = 9; y = 126 \quad \text{et} \quad z = 16 + \frac{126 \cdot 25}{36} = \frac{207}{2} = \frac{9 \cdot 23}{2}$$

$$r = 6; \sqrt{(4xx + yy)} = 130$$

$$\text{I cath.} = \frac{64}{207}; \text{II cath.} = \frac{252}{207}; \text{III hypot.} = \frac{263}{207}$$

$$\text{Area vero crit} = \frac{64 \cdot 126}{207 \cdot 207} = \frac{64 \cdot 14}{9 \cdot 23^2}; \text{ sicque fiet}$$

$$\text{I. cath.} - \text{area} = \frac{64}{9 \cdot 23^2} (23 - 14) = \frac{64}{23^2} = \left(\frac{8}{23}\right)^2$$

$$\text{II. cath.} - \text{area} = \frac{252 \cdot 27 - 64 \cdot 14}{9 \cdot 23^2} = \frac{28 \cdot 125}{9 \cdot 23^2} = \frac{4 \cdot 7^2 \cdot 5^2}{9 \cdot 23^2} = \left(\frac{2 \cdot 5 \cdot 7}{9 \cdot 23}\right)^2$$

Hocque exemplum sine dubio in numeris minimis existit, vti deinceps ostendam.

Exemplum. 2.

§. 16. Quia debet esse $2qq > rr$, oportet vt sit $\frac{c}{d} > 2 - \sqrt{2}$; nihilque refert, siue sit $2dd > cc$ siue minus, quia nihil obstat, quo minus p, q, r , esse queant numeri negativi.

Sit igitur $d = 2; c = 3$; erit $2dd - cc = -1$; $2dd + cc = 17$ atque

$$\begin{array}{l|l} p = -24. & 1 = -24 \\ q = 17. & 17 = 289 \\ r = -2. & 17 = -34 \end{array} \left| \begin{array}{l} x = 576 \\ y = 2 \cdot 7 \cdot 41 \cdot 17^2 \\ \sqrt{(4xx + yy)} = 2 \cdot 5 \cdot 53 \cdot 313 \end{array} \right.$$

$$z = \frac{90983}{2}$$

$$\text{I. cath.} = \frac{2704}{90983}; \text{II. cath.} = \frac{28 \cdot 41 \cdot 17^2}{9 \cdot 983}; \text{III. hyp.} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 57 \cdot 313}{90983}$$

§. 17. In his omnibus exemplis notari meretur, perinde esse, siue litterarum c et d valores capiantur affirmatiui, siue negatiui, inde enim tantum valores p , vel q , vel r prodeunt negatiui; neque propterea valores x et

58 SOLVITIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

y alterantur. Verum valor ipsius z variationem subit ex quo pro z semper duplex valor assignari poterit, alter qui iam est exhibitus $z = x + \frac{2(p-q)^2}{rr}$ alter vero $z = x + \frac{2(p+q)^2}{rr}$: sicque ob duplicem valorem ipsius z singula exempla allata duplicabuntur.

§. 18. Huiusmodi solutiones particulares plures adhuc elicere licet, dum aliae idoneae quantitates pro radice quadrata huius formae $4p^2 + 4q^2 - 4qqr - r^2$ assumuntur. Veluti si haec radix ponatur $rr + 2qq + 2pp$, obtinebitur haec aequatio $-4qqr = 4qqr + 4pp(2qq + rr)$, seu $pp(2qq + rr) = -2qqr$; unde patet signum inferius valere, esseque $V(4xx + yy) = rr + 2qq - 2pp$, existente vel $p = \frac{2qr}{\sqrt{2(2q+rr)}}$ vel $q = \frac{pr}{\sqrt{2(rr-pp)}}$ quae formulae iam facile rationales redduntur. Hic ergo si ponatur $r = 3$, $p = 1$, erit $q = \frac{1}{2}$, et in integris

$$\begin{array}{l|l} p = 4 & x = 16 \text{ qui casus ob } y \text{ negativum} \\ q = 3 & y = -126 \text{ non convenit quaestioni} \\ r = 12 & V(4xx + yy) = 130 \end{array}$$

§. 19. Quoniam cardo quaestionis in hoc versatur, ut haec expressio reddatur quadratum, $4p^2 + (2qq - rr)^2$, potest hoc generaliter ita effici, ut eius radix ponatur $= 2qq - rr + \frac{m}{n}pp$, unde fiet $pp = \frac{m}{n}(2qq - rr) + \frac{m^2}{n^2}pp$ seu $(nn - mm)pp = mn(2qq - rr)$, et $p = \sqrt{\frac{m^2(2qq - rr)}{nn - mm}}$ $= mn \sqrt{\frac{2qq - rr}{mn}}$, cui conditioni satisfiet eiusmodi numeros pro m et n quaerendo, ut sit $mn(nn - mm)$ numerus huius formae $2ff - gg$. Verum haec solutio facilis obtinetur ex ipsa praeparatione ad solutionem tradita, quae, si recte tractetur, omnes solutiones non solum in-

in se complectitur; sed etiam solutiones in minoribus numeris omnes commode exhibet. Eam data opera euoluam.

Solutio generalis.

§. 20. Assumtis cathetis trianguli quaesiti $\frac{2x}{z}$ et $\frac{y}{z}$ ponatur statim, ut anguli recti ratio habeatur:

$$x = ab; y = aa - bb; \text{ critque trianguli}$$

$$\text{I. cath.} = \frac{2ab}{z}; \text{ II. cath.} = \frac{aa - bb}{z}. \text{ hypot.} = \frac{aa + bb}{z}$$

$$\text{et area huius trianguli erit} = \frac{ab(aa - bb)}{z^2}$$

Inuenimus autem primo (§. 4.)

$$z = \frac{2qqxx + qqxy - 2pqxy}{2qqx - ppy}$$

$$\text{seu } z = x + \frac{xy(p - q)^2}{2qqx - ppy}$$

Vel, quia q tam negative quam affirmative accipere licet, erit

$$z = x + \frac{xy(p \pm q)^2}{2qqx - ppy}$$

existente $x = ab$ et $y = aa - bb$.

§. 21. Tum vero (§. 5.) hanc quantitatum x et y indolem inuenimus, ut sit $2qqxx - ppxy = rrx$, unde fit

$$z = x + \frac{y(p \pm q)^2}{rr} = ab + \frac{(aa - bb)(p \pm q)^2}{rr}$$

Nihil aliud ergo efficiendum restat, nisi ut haec aequatio $2qqxx - ppxy = rrx$, seu haec:

$$xy = \frac{rx}{pp} (2qq - rr) \text{ conficiatur.}$$

Vbi cum sit $xy = ab(aa - bb)$, eiusmodi numeros pro a et b inuestigari oportet, ut fiat $ab(aa - bb)$ numerus huius formae $2ff - gg$, seu $(2ff - gg)bb$.

H 2

§. 22.

68 SOLVITIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

§. 22. Ponamus igitur pro a et b iam huiusmodi valores esse erutos, ut sit

$$ab(aa-bb) = (2ff - gg)bb$$

Cum igitur ob $x = ab$ sit :

$$(2ff - gg)bb \frac{aabb}{pp} = (2qq - rr)$$

hinc statim sponte se prodit

$$\frac{abq}{p} = fb \text{ et } \frac{abr}{p} = gb$$

fit ergo $p = ab$ erit $q = fb$ et $r = gb$

$$\text{atque } z = ab + \frac{(aa-bb)(ab+fb)^2}{ggbb}$$

Eruntque trianguli rectanguli quaesiti latera :

$$\text{I. cath.} = \frac{z^{ab}}{z} = \frac{2abggbb}{2abggbb + (aa-bb)(ab+fb)^2}$$

$$\text{II. cath.} = \frac{a^{ab-bb}}{z} = \frac{(aa-bb)ggbb}{2aoggb + (aa-bb)(ab+fb)^2}$$

$$\text{III. hypot.} = \frac{aa+bb}{z} = \frac{(aa+bb)ggbb}{2abggbb + (aa-bb)(ab+fb)^2}$$

§. 23. Possunt etiam ex huiusmodi valoribus ipsarum a et b quibusvis innumerabilia triangula rectangula, quae quaesito satisficiant, erui. Posito enim $p = ab$, si sit $ab(aa-bb) = (2ff - gg)bb$, erit

$$(ff - gg)bb = 2q - rr$$

$$\text{seu } 2(ffbb - qq) = ggbb - rr$$

$$\text{Ponit it } 2(fb+q) \frac{m}{n} (gb+r) \text{ eritque } fb-q = \frac{n}{m}(gb-r)$$

et hinc reperietur :

$$(2ff$$

$$q = \frac{2mngb - (2nn + mm)fb}{2nn - mm}$$

$$r = \frac{(2nn + mm)gb - 4mnfb}{2nn - mm}$$

Vel in numeris integris erit

$$p = (2nn - mm)ab$$

$$q = 2mngb - (2nn + mm)fb$$

$$r = (2nn + mm)gb - 4mnfb$$

§. 24. Inuentis sic valoribus his p , q , et r , erit

$$z = \frac{abrr + (aa - bb)(p + q)^2}{rr}$$

atque trianguli quaesiti latera erunt :

I. cath. $= \frac{zab}{z}$; II. cath. $= \frac{aa - bb}{z}$ et III. hyp. $\frac{aa + bb}{z}$

vnde pro singulis idoneis valoribus ipsarum a et b , vt sit $ab(aa - bb) = (2ff - gg)bb$, ob m et r numeros pro arbitrio assumendos, innumerabilia triangula exhiberi poterunt.

§. 25. Quoniam igitur totum negotium huc redit, vt pro a et b eiusmodi numeri assumantur, vt productum $ab(aa - bb)$ siue $ab(a + b)(a - b)$ fiat numerus huius formae $(2ff - gg)bb$. Quo hoc facilius effici possit, indolem numerorum, qui in hac forma generali $(2ff - gg)bb$ seu hac $2tt - uu$ continentur, attentius considerari conueniet. Ac primo quidem perspicuum est, in forma $2tt -$

62 SOLVITIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

— uu contineri omnes numeros quadratos, quippe qui procedunt, si $u=t$; tum vero etiam in hac forma continentur omnes numeri quadrati duplicati, ponendo $u=0$. Praeterea vero infiniti alii occurrunt numeri, qui vsque ad 200 sunt sequentes:

1, 2, 4, 7, 8, 9, 14, 16, 17, 18, 23, 25, 28, 31, 32, 34, 36, 41, 46, 47, 49, 50, 56, 62, 63, 64, 68, 71, 72, 73, 79, 81, 82, 89, 92, 94, 97, 98, 100, 103, 112, 113, 119, 121, 124, 126, 127, 128, 136, 137, 142, 144, 146, 151, 153, 158, 161, 162, 164, 167, 169, 175, 178, 184, 188, 191, 193, 194, 196, 199, 200.

§. 26. Si numeri primi considerentur, qui occurrunt, ii non solum omnes in hac forma $8m + 1$ continentur, sed etiam vicissim omnes numeri primi in hac gemina forma $8m + 1$ contenti ibi occurrunt, ideoque in forma $2tt - uu$ comprehenduntur. Praeterea vero horum numerorum primorum dupla adsunt, item eorum producta, tam per quosvis numeros quadratos, quam per se ipsos; nec non horum productorum dupla. Qua proprietate animadverta non difficile erit hos numeros quosque libuerit continuare.

§. 27. Hinc porro colligitur numeros non primos in forma $2tt - uu$ contentos alios divisores, qui quidem inter se sint primi, non admittere, nisi qui ipsi sint numeri in eadem forma $2tt - uu$ contenti. Quare cum productum $gb(a+b)(a-b)$ esse debeat numerus formae $2tt - uu$,

$=uu$, hique factores $a, b, a+b, a-b$, sint vel primi inter se vel ad summum binarium pro communi diuisore habeant, qui ipsi in forma $2tt-uu$ continentur, necesse est, vt hi singuli factores $a, b, a+b, a-b$ sint numeri eiusdem formae $2tt-uu$. Quo cognito ex tabula tradita non erit difficile idoneos valores pro a et b excerpere, vt non solum a et b sed etiam $a+b$ et $a-b$ in eadem tabula existant.

§. 28. Quod si autem a, b , et $a+b, a-b$ singuli sint numeri formae $2tt-uu$, tum quoque eorum productum $ab(a+b)(a-b)$ in eadem forma continebitur, quod generatim ita ostendi potest: sint propositi duo numeri huius formae, velut $2\alpha\alpha-\beta\beta$ et $2\gamma\gamma-\delta\delta$ erit eorum productum $(2\alpha\alpha-\beta\beta)(2\gamma\gamma-\delta\delta) = (2\alpha\gamma + \beta\delta)^2 - 2(\beta\gamma + \alpha\delta)^2 = 2(2\alpha\gamma + \beta\gamma + \alpha\delta + \beta\delta)^2 - (2\alpha\gamma + 2\beta\gamma + 2\alpha\delta + \beta\delta)^2$. Est enim generaliter

$$xx - 2yy = 2(x+y)^2 - (x+2y)^2$$

ita vt hae duae formae $2tt-uu$ et $tt-2uu$ inter se congruant. Cum igitur productum ex duobus numeris formae $2tt-uu$ facile ad eandem formam reuocetur, etiam si quocumque numeri huius formae in se inuicem multiplicentur, eorum productum in eadem forma comprehendi reperietur

§. 29. Tribuatur ergo primo ipsi b valor quidam ex tabula numerorum allata (§. 25), et in eadem tabula facile dispicietur, vtrum insint tres numeri $a-b, a, a+b$, qui differant illo numero b . Verum hanc tabulam inspicienti mox patet pro b vel numeros impares, vel per 8 diuisi-

64 SOLVITIO PROBLEMATIS DIFFICILIMI

divisibiles tantum assumi posse, siquidem a et b numeri debent esse inter se primi. Huiusmodi igitur valoribus pro b substitutis, pro a sequentes prodibunt valores

b	valores ipsius a
1	8, 17, 63, 72, 127,
7	9, 16, 25, 144,
8	9, 17, 71, 81, 89, 161,
9	16, 23, 25, 32, 41, 73, 103, 112, 128, 137, 184,
16	25, 47, 63, 97, 137, 153,
17	64, 81, 144, 161,
23	41, 121, 144,
25	56, 72, 119, 128, 137, 144, 153, 169,
31	32, 63, 72, 81, 113, 144,
32	41, 49, 81, 121,
41	72, 103, 112, 153,
47	56, 72, 79, 81, 97, 128, 144,
49	72, 113, 146,
56	81, 97, 137,
63	64, 79, 136,
71	73,
72	79, 89, 97, 103, 119, 121
73	39
79	—
81	97, 112, 113

Exemplum. 1.

§. 30. Quo vsus huius tabulae ad solutionem problematis clarius appareat, fit $b=1$; $a=8$, eritque: $ab=8$; $aa-bb=63$; $ab(aa-bb)=8.9.7=4.9.14$ Fiet ergo $4.9.14=bb(2ff-gg)$, ideoque $b=6$ et $2ff-gg=14$, vnde colligitur $f=3$, $g=2$, et ex §. 23 obtinebimus.

$p=8(2mn-nm)$; $q=24mn-18(2m+nm)$; $r=12(2m+nm)-72mn$ qui sublato communi diuifore 2, erit

$$p = 8nn - 4mm$$

$$q = 12mn - 18nn - 9mm; \quad r = 12nn + 6mm - 36mn$$

$$p + q = 12mn - 10nn - 13mm$$

$$-p + q = 12mn - 26nn - 5mm$$

$$\text{et } z = 8 + \frac{6z(p+q)^2}{rr}$$

Hinc ergo innumerabiles prodeunt valores ipsius z , ex quorum quouis conficitur triangulum rectangulum.

I. cath. $= \frac{16}{z}$; II. cath. $= \frac{6z}{z}$; III. hypot. $= \frac{6z}{z}$

Casusque omnium simplicissimus oritur ponendo $n=0$ et $m=1$, vnde fit $r=6$, $p+q = \frac{5}{13}$, et $z = 8 + \frac{7}{4} \cdot \frac{25}{169}$ ergo vel $z = \frac{207}{4}$ vel $z = \frac{1215}{4}$, quorum valorum prior est pro casu simplicissimo iam §. 15. exposito.

Exemplum. 2.

§. 31. Cum pro quibusque valoribus litterarum a et b infiniti exhiberi possint valores idonei ipsius z , quorum inuentio nulla difficultate laborat per ea, quae §. §. 23 & 24 sunt tradita, hic tantum valorem §. 22 datum, $z =$

66 SOLVITIO PROBLEMATIS DIFFICILLIMI

$ab + \frac{(aa-bb)(ab+fb)^2}{ggbb}$ adhibere sufficiet, ob $ab(aa-bb) = (2ff-gg)bb$; vnde erunt trianguli catheti, $I = \frac{2ab}{z}$; $II = \frac{aa-bb}{z}$ et hypoth. $= \frac{aa+bb}{z}$. Sit igitur $b=7$ et $a=9$ erit $ab=63$; $aa-bb=32$, et $ab(aa-bb) = 63 \cdot 32 = 16 \cdot 9 \cdot 14 = (2ff-gg)bb$, vnde fiet $b=12$; $f=3$ et $g=2$; ergo $z = 63 + \frac{32(63+12 \cdot 6)^2}{2 \cdot 24}$ seu $z = 63 + \frac{2(2+12)^2}{2}$; ideoque vel $z = \frac{227}{2}$ vel $z = \frac{1215}{2}$ consequenter triangulum quaesitum erit vt ante:

I cath. $= \frac{126}{207}$; II cath. $= \frac{64}{207}$ III hypot. $= \frac{260}{207}$.

Exemplum. 3.

§. 32. Quo vsus tabulae §. 29. exhibitae clarius perspiciatur, sumamus pro a et b maiores numeros, sitque $b=41$ et $a=112$, vt sit $ab=7 \cdot 16 \cdot 41$; $aa-bb=71 \cdot 9 \cdot 17$ erit $ab(aa-bb) = 16 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = (2ff-gg)bb$, et $b=12$ atque $7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = 2ff-gg$. At est $7=3^2-2 \cdot 1^2$; $17=2 \cdot 3^2-1^2$; $41=7^2-2 \cdot 2^2$; $71=2 \cdot 6^2-1^2$, vnde fit $7 \cdot 41 = (2 \cdot 1 + 2 \cdot 2)^2 - 2(6+7)^2 = 17^2 - 2 \cdot 1^2 = 2 \cdot 16^2 - 15^2$; $17 \cdot 71 = (2 \cdot 18 + 1)^2 - 2(6+3)^2 = 35^2 - 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 32^2 - 29^2$. Atque $7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = (17 \cdot 35 - 2 \cdot 3)^2 - 2(51 - 35)^2 = 589^2 - 2 \cdot 16^2$; ergo $7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = 2 \cdot 573^2 - 557^2$. Haec autem reductio ad formam $2tt-uu$ infinitis aliis modis fieri potest, quorum simplicissimus est hic:

$7 \cdot 17 \cdot 41 \cdot 71 = 2 \cdot 417^2 - 37^2$ vt sit $f=417$ et $g=37$.

Ergo

Ergo ob $b=12$ erit $fb=12.3.139$ et $gb=12.37$.

$$\text{ideoque } z = 16.7.41 + \frac{6.17.21(16.7.41 \pm 4.6.139)^2}{10.5.37.17}$$

$$\text{feu } z = 16.7.41 + \frac{17.21(4.7.41 - 6.1.9)^2}{37.37}$$

$$\text{vel } z = 16.7.41 + \frac{17.21.103.103}{37.37} = \frac{1909.1511}{13.69}$$

Ex quo obtinebitur triangulum rectangulum :

$$\text{I. cath.} = \underline{9184.1369}$$

$$19091511$$

$$\text{II. cath.} = \underline{10863.1369}$$

$$19091511$$

$$\text{III. hyp.} = \underline{14225.1369}$$

$$19091511$$



DE NVMERIS PERFECTIS.

AVCTORE

C. N. de Winsheim.

§. 1.

Qui numeros perfectos vel ipsi inuenire, aut ab aliis iam inuentos examini subiicere gestiunt, ii ante omnia probe perspecta habere debent, quid per *numeros primos*, *perfectos*, *abundantes* aut *diminutos* intelligant mathematici, modumque ab iis praescriptum, mediante quo numeri determinandi sunt perfecti, scire tenentur.

§. 2. Numerus primus per 11. def. VII. est, quem sola vnitas metitur, contra distinguitur composito, quem praeter vnitatem alius numerus metitur.

Exinde sequitur, si numerus quidam impar, speciem primi mentiatur aut pro tali habitus sit ab aliis, statim cessare esse primum, simulac demonstrari potest illum per alium quemcumque numerum imparem, esse diuisibilem.

§ 3. Numerus *perfectus* per 22. def. VII. est qui suis ipsius partibus est aequalis.

Scilicet, illi numeri, quorum diuisores partes scilicet aliquotae, omnes (haud neglecta vnitatem, quae et hic in computum venit) sibi inuicem additi, eos exacte restitunt, perfecti appellantur, quales sunt v. c. 6. et 28. quippe quorum partes aliquotae huius 1 et illius 1 eos

	2	2
	4	3
	7	6
	14	6
	<hr style="width: 50px; margin: 0 auto;"/>	
iterum producant	28	

§. 4.

§. 4. Numerus, qui suis ipsius partibus minor est, sicuti 12. cuius partes seu diuisores 1 sibi additi maio-

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \\ \hline 16 \end{array}$$

rem numerum producant, *abundans* appellatur, quoniam abundat diuisoribus et eorum plures habet, quam ad eum restituendum requiruntur.

Diminitus autem, qui maior est suis partibus aliquoties in vnam summam collectis, qualis est numerus 15. cuius diuisores seu partes ipsum metientes, quales sunt 1 ipsum

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ \hline 9 \end{array}$$

restituere non valent.

§. 5. Exinde sequitur, tametsi numeri cuiusdam diuisores per binarium producti, et haud neglecta vnitatem in vnam summam collecti, illum exacte restituant, eum tamen tamdiu pro perfecto haberi non posse, donec probetur, illum non alios, praeter adductos, agnoscere diuisores.

Sit e. g. datus numerus 120. si diuidatur per potestates binarii

1	120	omnes hi diuisores
2	60	
4	30	
8	15	

60 + 30 + 15 + 8 + 4 + 2 + 1 cum exacte restituere

1 3

stituere videntur et sic speciem perfecti producere, at quoniam insuper alios admittit diuisores $3 + 5 + 6 + 10 + 12 + 20 + 24 + 40$ qui ipsum pariter restitunt, ergo non perfectis sed abundantibus accensendus erit.

Scilicet numerus semper erit abundans, quando numerus impar, productor numeri perfecti, non est primus sed compositus, tunc enim *ad minimum* praeter partes aliquotas e progressionem dyadica oriundas, tot adhuc alteras admittit partes, quot indicantur per duplum potentiae binarii, ad quam numerus hic compositus est eleuatus. Sic in praecedenti exemplo $2^4 - 1$. Seu $1 + 2 + 4 + 8 = 15$. quoniam binarius hic ad quartam potentiam eleuatus erat, ideo adhuc bis quatuor admittit partes aliquotas sc.

3	40
6	20
12	10
24	5

tur casus in quibus etiam haec partes aliquotae abundant, prouti videre est in numero $2016 = (2^6 - 1)2^5$ seu $63 \cdot 32$ scilicet quoniam $63 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32$ non est primus, sed diuisibilis per 7 et 9 hinc habet non solum sequentes e potentiis binarii productas partes

1	2016	fed et bis	7	228	nec non	3	672
—	—	sex sequen-			alios		
2	1008	tes:	14	144	bis sex	6	336
4	504		28	72		12	168
8	252		56	36		24	84
16	126		112	18		48	42
32	63		224	9		96	21

§. 6. Tales ut euentur scopuli, sollicitè attendendum est ad methodum numeros inueniendi perfectos qualis extat (36. prop. IX.)

1. A 2. B 4. C 8. D 16.

E 31. G 62. H 124. L 248. F 496.

„ Si ab unitate quocunque numeri A, B, C, D,
 „ deinceps exponantur in dupla proportione quoad
 „ totus compositus E, fiat primus et totus hic E,
 „ in ultimum D, multiplicatus, faciat aliquem F,
 „ factus F, erit perfectus.

§. 7. His docet Euclides: non omnes numeros impares, per additionem terminorum potestatis binarii, adiecta unitate, conflatos, quales sunt

$$3. 1 + 2$$

$$7. 1 + 2 + 4$$

$$15. 1 + 2 + 4 + 8$$

$$31. 1 + 2 + 4 + 8 + 16$$

$$63. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32$$

$$127. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$$

$$255. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128$$

$$511. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256$$

$$1023. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512$$

$$2047. 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024$$

pro numeris primis habendos, sed potius per diuisionem per omnes numeros primos, minores numero proposito, examinandos esse, autequam constet, primine sint an compositi. Suppeditarunt hunc in finem catalogos numerorum

rarum primorum Ozanamus, (*) Poctius, (** Harris; (***) et Krugerus (****). His mediantibus si sequens series potestatum binarii, quam hic certas ob causas ad octogesimam dignitatem eleuatam subiicimus

	I	
	2	— 2
	4	— 2
	8	— 3
	16	— 4
	32	— 5
	64	— 6
	128	— 7
	256	— 8
	512	— 9
	1024	— 10
	2048	— 11
	4096	— 12
	8192	— 13
	16384	— 14
	32768	— 15
	65536	— 16
	131072	— 17
	131072	

(*) Recr. Math. T. I. p. 47. ad 10000.

(**) In Anat. numerorum adiecta introductione ad Arithmetica, germanico idiomate impressam 82 1728. ad 10000. Conf. Lex. Math. T. II.

(***) Vniuersal English Dictionary, voce Incompositis 1704. fol. ad 100000. in quo tamen 30. sphalmata emendauit Wallisius, prouti videre est T. II. operum, p. 511. Tr. de combinationibus, alternationibus et partibus aliquotis.

(****) In cognitatis de Algeb a prod. 1746. 82 ad 101000.

DE NUMERIS PERFECTIS.

73

131072	—	17
262144	—	18
524288	—	19
1048576	—	20
2097152	—	21
4194304	—	22
8388608	—	23
16777216	—	24
33554432	—	25
67108864	—	26
134217728	—	27
268435456	—	28
536870912	—	29
1073741824	—	30
2147483648	—	31
4294967296	—	32
8589934592	—	33
17179869184	—	34
34359738368	—	35
68719476736	—	36
137438953472	—	37
274877909644	—	38
549755813888	—	39
1099511627776	—	40
2199023255552	—	41
4398046511104	—	42
8796093022208	—	43
17592186044416	—	44
35184372088832	—	45
70368744177664	—	46
140737488355328	—	47

140737488355328	—	47
281474976710656	—	48
562949953+21312	—	49
1125899906842624	—	50
2251799813685248	—	51
4503599627370496	—	52
9007199254740992	—	53
18014398509481984	—	54
36028797018963968	—	55
72057594037927936	—	56
144115188075855872	—	57
288230376151711744	—	58
576460752303+23488	—	59
1152921504606846976	—	60
2305843009213693952	—	61
4611686018427387904	—	62
922337203685+775808	—	63
18446744073709551616	—	64
36893488147+19103232	—	65
73786976294838206464	—	66
147573952589676412928	—	67
295147905179352825856	—	68
590295810358705651712	—	69
1180591620717411303424	—	70
2361183241434822606848	—	71
4722366482869645213696	—	72
9444732965739290427392	—	73
18889465931478580854784	—	74
37778931862957161709568	—	75
75557863725914323419136	—	76

75557863725914323419136	—	76
151115727451828646838272	—	77
302231454903657293676544	—	78
604462909807314587353088	—	79
1208925819614629174706176	—	80

Si inquam haec series mediante diuisione per numeros primos vsque ad quadragesimam et octauam potestatem examinatur, prouti in subsequenti tabula factum

2	3 Primus
—	
4	7 Primus
—	
8	15 div. per 5.
16	31 Primus
—	
32	63 div. per 7.
64	127 Primus
—	
128	255 div. per 5.
256	511 div. per 7.
512	1023 div. per 3.
1024	2047 div. per 23.
2048	4095 div. per 5.
4096	8191 Primus
—	
8192	16383 div. per 3.
16384	32767 div. per 7.
32768	65535 div. per 5.
65536	131071 Primus
—	
131072	262143 div. per 3.
262144	524287 Primus
—	

524288	1048575 div. per 5.
1048576	2097151 div. per 7.
2097152	4194303 div. per 3.
4194304	8388607 div. per 47.
8388608	16777215 div. per 3.
16777216	33554431 div. per 31.
33554432	67108863 div. per 3.
67108864	134217727 div. per 7.
134217728	268435455 div. per 5.
268435456	536870911 div. per 233.
536870912	1073741823 div. per 3.
1073741824	2147483647 Primus
<hr/>	<hr/>
2147483648	4294967295 div. per 5.
4294967296	8589934591 div. per 7.
8589934592	17179869183 div. per 3.
17179869184	34359738367 div. per 127.
34359738368	68719476735 div. per 5.
68719476736	137438953471 div. per 223.
137438953472	274877906943 div. per 3.
274877906944	549755813887 div. per 7.
549755813888	1099511627775 div. per 5.
1099511627776	2199023255551 Prim. dub.
<hr/>	<hr/>
2199023255552	4398046511103 div. per 3.
4398046511104	8796093022207 div. per 431.
8796093022208	17592186044415 div. per 5.
17592186044416	35184372088831 div. per 7.
35184372088832	70368744177663 div. per 3.
70368744177664	140737485355327 div. per 2351.
140737485355328	281474976710655 div. per 5.

Patebit ex additione (ab Euclide praescripta ;) unitatis ab ordine se excipientes potestates binarii non nisi novem sequentes promanasse numeros primos , reliquos 39. autem omnes numeros esse compositos, praedictos quoque primos esse totidem perfectorum productores :

a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.
3.	7.	31.	127.	8191.	131071.	524287.
	h.				i.	
214783647.			2199023255551.			

Scilicet , si in antecedentem potestatem binarii methodo Euclidea ducantur, dabunt sequentes novem numeros perfectos,

<i>a.</i> $(2^2-1)2$	— — — — —	6. N ^o .I.
<i>b.</i> $(2^3-1)2^2$	— — — — —	28. N ^o .II.
<i>c.</i> $(2^5-1)2^4$	— — — — —	496. N ^o .III.
<i>d.</i> $(2^7-1)2^6$	— — — — —	8128. N ^o .IV.
<i>e.</i> $(2^{13}-1)2^{12}$	— — — — —	33550336. N ^o .V.
<i>f.</i> $(2^{17}-1)2^{16}$	— — — — —	8589869056. N ^o .VI.
<i>g.</i> $(2^{19}-1)2^{18}$	— — — — —	137438691328. N ^o .VII.
<i>h.</i> $(2^{31}-1)2^{30}$	— — — — —	2305843008139952128. N ^o .VIII.
<i>i.</i> $(2^{41}-1)2^{40}$	— — — — —	2417851639228158837784576 N ^o .IX.

qui pro talibus cum Cel. Eulero Tom. VI. et Cl. Krafftio Tom. VII. Commentt. Petrop. haberi possunt, donec probetur contrarium. (*)

K 3 §. 8.

(*) Suspicio enim adesse videtur, virum numerus novus, perfecti locum tueri possit, quoniam ab acutissimo Merfeno exclusus reperitur, qui eius in locum potestatem binarii $(2^{67}-1)2^{66}$ siue numerum decimum nonum perfectum Hanschii;

§. 8. Hos autem numeros suis partibus aliquotis
aema-

147573952589670412527. substituit: digna certe mihi vix sunt verba viri perspicacissimi, vt hic integra exhibeantur.

„Vbi fuerit operae pretium aduertere xxviii. numeros a Petro Bungo pro perfectis exhibitos capite xxviii. libri de Numeris, non esse omnes perfectos, quippe 70. sunt imperfecti, adeo vt solos octo perfectos habeat, videlicet 6. 28. 496. 8128. 33550336. 8589869056. 137438691328. et 2105843008139952128. qui sunt e regione tabulae Bungi t. 2. 3. 4. 8. 10. 12. et 19. quique soli perfecti sunt, vt qui Bungum habuerint, errori medicinam faciant.

„Potro numeri perfecti adeo rari sunt, vt undecim dumtaxat potuerint hactenus inueniri: hoc est, alii tres a Bungianis differentes: neque enim vllus est alius perfectus ab illis octo, nisi superiores exponentem rurem 62 progressionis duplae ab 1. incipientis Notus enim perfectus est potestas exponentis 68. minus 1. Decimus, potestas exponentis 128. minus 1. Undecimus denique potestas 258. minus 1. hoc est potestas 257. vnitatem decurtata multiplicata per potestatem 256.

„Qui undecim alios repererit, nouerit se analysim omnem, quae fuerit hactenus operasse: neniueritque interca nullum esse perfectum a 17000. potestate ad 32000. et nullum potestatum intervalum tantum assignari posse, quin deat illud absque perfectis Verbi gratia, si fuerit exponent 105000. nullus erit numerus progressionis duplae vsque ad 2090000 qui perfectus numerus seruet, hoc est qui minor vnitatem, primus existat.

„Vnde clarum est quam rari sint perfecti numeri, et quam merito vitis perfectis comparentur, esseque vnam ex maximis totius matheos difficultatibus, praescriptam numerorum perfectorum multitudinem exhibere; quemadmodum et agnoscere num dati numeri 15. aut 20. caracteribus constantes, sint primi nec ne, cum e quidem saeculum integrum laice examini, quocumque modo, haec us cognito, sufficiat, Vid. Merfenni Cogit. Phys. Math. Praef. gen. §. XIX

Fundamentum huius asserti, dubio procul in stupendo Merfenni ingenio quaerendum, quod forsitan plura agnouit veritates quam demonstrare potuit, id enim quodammodo innuere videntur ver-

aequales esse, sequens docebit abacus

A

ba praefationis particularis libro de Gallicis, Romanis, Hebraicis aliorumque mensuris praemissae, quae sequuntur:

„Decimum quartum referet stupendum in numeris ingenium, tam in inveniendis numeris, quae praescriptum partium aliquotarum numerum habeant, iisque, si cupias, minimis, vel infinitis, quam in numeris perfectis dignoscendis, et in numeris problematicis, in quibus analysis haecenus agnita caecutit: nec vllum in orbe credidero qui tanta facilitate definiat num numerus aliquis licet 12. 15. 20. litteris seu characteribus constans, sit primus nec ne. Liber mihi scribendus fuerit, si quae proprio Marte absque analysi reperit, enumerem. Sufficiat exemplum partium aliquotarum, velique scire quispiam quis numerus omnium minimus 59 partes aliquotas exhibeat; huic numero 59. adde 1. ut habeas 60. compositum ex his numeris 2. 2. 3. 5; sese multiplicantibus, ex quorum vnoquoque ablata vnitare, supersunt 1. 1. 2. 4. quibus analogae sunt potestates 9, 16. 7. 5. quae se invicem multiplicantes generant numerum quaesitum 5040, quem Plato tantopere laudavit, 5. de legibus.

„Ne vero quis de hac methodo dubitet, illas 59. partes aliquotas subiicio, quae simul additae summam 29344. conficiunt, cum eis numerus 5040. additur, quo dempto supersunt 24304.

Quinquaginta novem partes aliquotae numeri
Platonici 5040.

1	3	9	5	15	45	7	21	63	35	105	315
2	6	18	10	30	90	14	42	126	70	210	630
4	12	36	20	60	180	28	84	252	140	420	1260
8	24	72	40	120	360	56	168	504	280	840	2520
16	48	144	80	240	720	112	336	1008	560	1680	5040

„Nec difficilius si quaeras numerum, habentem numerum partium aliquotarum vrcumque magnum, verbi gratia si mille partes volueris, hic enim numerus 5779136000000, illas exhibebit:

A	B	C
1	1	1
2	2	2
3	4	4
<u>6</u>	7	8
	14	16
	<u>28</u>	31
		62
		124
		248
		<u>496</u>

D

„quanquam nullus numerus possit habere centum aliquotas, qui se-
 „quente minor sit, 126765666228229401496763205376. si vero
 „perfectus undecima cubicubi numeri istius multiplicetur per quadra-
 „to quadratum numeri 84728860943, exurget numerus omnium
 „minimus qui millorem partium aliquotarum habeat. „

DE NUMERIS PERFECTIS.

D	E	F
1	1	1
2	2	2
4	4	4
8	8	8
16	16	16
32	32	32
64	64	64
127	128	128
254	256	256
508	512	512
1016	1024	1024
2032	2048	2048
4064	4096	4096
<hr/>	8191	8192
8128	16382	16384
	32764	32768
	65528	65536
	131056	131071
	262112	262142
	524224	524284
	1048448	1048568
	2096896	2097136
	4193792	4194272
	8387584	8388544
	16775168	16777088
	<hr/>	33554176
	33550336	67108352
		134216704
		268433408
		536866816
		1073733632
		2147467264
		4294934528
		<hr/>
		8589869056

G	1
	2
	4
	8
	16
	32
	64
	128
	256
	512
	1024
	2048
	4096
	8192
	16384
	32768
	65536
	131072
	262144
	524287
	1048574
	2097148
	4194296
	8388592
	16777184
	33554368
	67108736
	134217472
268434944	
536869888	
1073739776	
2147479552	
4294959104	
8589918208	
17179836416	
34359672832	
68719345664	
<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/>	
137438691328	

H	1	—	2305843008132952128
	2	—	1152921504069976064
	4	—	576460752034988032
	8	—	288230376017494016
	16	—	144115188008747008
	32	—	72057594004373504
	64	—	36028797002186752
	128	—	18014398501093376
	256	—	9007199250546688
	512	—	4503599625273344
	1024	—	2251799812636672
	2048	—	1125899906318336
	4096	—	562949953159168
	8192	—	281474976579584
	16384	—	140737488289792
	32768	—	70368744144896
	65536	—	35184372072448
	131072	—	17592186036224
	262144	—	8796093018112
	524288	—	4398046509056
	1048576	—	2199023254528
	2097152	—	1099511627264
	4194304	—	549755813632
	8388608	—	274877906816
	16777216	—	137438953408
	33554432	—	68719476704
	67108864	—	34359738352
	134217728	—	17179869176
	268435456	—	8589934588
	536870912	—	4294967294
	1073741824	—	2147483647

2305772639395807232
 70366596661240
 2147481647

2305843008132952128

L 2

1

I

1	—	2417851639228158837784576
2	—	120892581961407941889288
4	—	604462029507039709446144
8	—	3022314549051985472372
16	—	151115727451759927361536
32	—	75557563725579963680768
64	—	37778931862939951840384
128	—	1888946593146999792192
256	—	9444732965734995460096
512	—	472236648256749773048
1024	—	236118321143374556524
2048	—	118591620716571432512
4096	—	59295810358437216256
8192	—	295147905179218605128
16384	—	147573952559609304064
32768	—	7378976294804652032
65536	—	3689345514742326016
131072	—	18446744071701163008
262144	—	9223172368555154
524288	—	461168618425290752
1048576	—	230584309212645376
2097152	—	11529154606322688
4194304	—	576460752303161344
8388608	—	28823037615180672
16777216	—	144115155075790336
33554432	—	72057594037595168
67108864	—	36028797018947584
134217728	—	1801439850973792
268435456	—	9007199254736896
536870912	—	4503599627368448
1073741824	—	2251799813684224
2147483648	—	11258996542112
4294967296	—	56294995340156
8589934592	—	28147497671528
17179869184	—	140737453355264
34359738368	—	70368744177632
68719476736	—	3518437288816
137438953472	—	175921864448
27487796944	—	87960932224
54975593888	—	43980465112
1099511627776	—	219902325551
23422937755	—	22755741355
7319665	—	45446214815744
2355773984	—	24536219648
2338912	—	939961152
22196	—	79428673
2199	—	2345551
<hr/>		
2417851639228158837784576		

§. 9. His praemissis haud difficile est pronuntiare, quid statuendum sit de Michaëlis Gottlieb Heuschii S. Caes. et Cath. Maj. Consilarii, Theoria Arithmeticae nouis a se inuentis aucta, quam in epistola quadam ante nouem annos, scil. Calend. Sept. 1739. Vindobonae ad Mathematicos data exposuit, quae non nisi Ao. 1748. mense septembri nobiscum communicata est.

§. 10. Continet autem praedicta epistola triadem *προβλημάτων περι των τελειων αριθμων*, quam speciminis loco examini intelligentium submittit vir Cel. vt exinde constet quale iudicium de iis ferendum sit, quae Cl. Autore circa genesin, analysin, partes atque summam numerorum integrorum rationalium tentauerit et quae noua sua Arithmeticae theoria vberius declarabit, quae veram continebit methodum detegendi numerorum mysteria.

Sunt autem problemata sequentia:

1^{um} Inuenire numeros primos perfectorum productores ex data eorum a numerorum primorum in ordine primo distantia.

2^{dum} Inuenire numeros perfectos in infinitum ex data eorum a perfecto primo distantia.

3^{um} Inuenire seriem numerorum parium, quae continent terminos, qui, per terminum seriei primum diuisi, dent numeros perfectos omnes. excepto perfecto primo.

His tribus problematibus tabulas tres adiecit sequentes:

1^{ma} Numeros primos 20. perfectorum productores exhibet p. 8.

2^{da} Numeros perfectos ipsos a numeris primis antecedentibus productos sistit. Quibus p. 10. Numerorum perfectorum antecedentium notas, partes aliquotas et differentiam

tiam utriusque; it. p. 11. Numeri perfecti in ordine duodecimi examini seu partes aliquotas per potestates binarii productas subiunxit.

3^o Demum tabula p. 12. seriem exhibet numerorum parium, continentem terminos, qui per primum divisi, dant perfectos omnes, excepto perfecto primo. Cui p. 13. seriei praecedentis examen adiecit, haecque tabula omnes numeros (praetermissis exclusis, qui Asterisco ab auctore notati inveniuntur, a nobis notis numericis Romanis indigitati,) indicat, qui per quaternarium divisi numerum sunt perfectum.

Tandem numerum 22. perfectum tanquam duplum perfectorum a Merfennus pro talibus non habitorum addit, quoniam praedictus Merfennus (*) assuevit, cum qui undecim alios perfectos reperit, nouerit se analysin omnem, quae fuerit haecenus superasse.

Et ut euincat hunc numerum a se examinatum fuisse, addit eum non solum esse notarum 48. sed etiam partium 157.

Et sic demonstrasse se credit ab 1. ad septilliones numeros dari saltem 22. perfectos.

§. 11. Nobis animus est ante omnia in naturam harum tabularum inquirere, et inde quid de solutione problematum statui possit, subiicere

Prima ergo tabula metodo Euclidea examinata, ex potestatibus constat binarii ad numeros primos elevatis, prouti ex sequenti videre est abaco.

$$(2^p - 1)2$$

(*) Vt supra §. 7. in notis.

$(2^2 - 1)2^1$	-	-	-	4-1.	-	-	-	2
$(2^3 - 1)2^2$	-	-	-	8-1.	-	-	-	4
$(2^5 - 1)2^4$	-	-	-	32-1.	-	-	-	16
$(2^7 - 1)2^6$	-	-	-	128-1.	-	-	-	64
$(2^{11} - 1)2^{10}$	-	-	-	2048-1.	-	-	-	1024
$(2^{13} - 1)2^{12}$	-	-	-	8192-1.	-	-	-	4096
$(2^{17} - 1)2^{16}$	-	-	-	131072-1.	-	-	-	65536
$(2^{19} - 1)2^{18}$	-	-	-	524288-1.	-	-	-	262144
$(2^{23} - 1)2^{22}$	-	-	-	8388608-1.	-	-	-	4194304
$(2^{29} - 1)2^{28}$	-	-	-	536870912-1.	-	-	-	268435456
$(2^{31} - 1)2^{30}$	-	-	-	2147483648-1.	-	-	-	1073741824
$(2^{39} - 1)2^{38}$	-	-	-	137438953472-1.	-	-	-	68719476736
$(2^{41} - 1)2^{40}$	-	-	-	2199023255552-1.	-	-	-	1099511627776
$(2^{43} - 1)2^{42}$	-	-	-	8796093022208-1.	-	-	-	4398046511104
$(2^{47} - 1)2^{46}$	-	-	-	140737488355328-1.	-	-	-	70368744177664
$(2^{53} - 1)2^{52}$	-	-	-	9007199254740992-1.	-	-	-	4503599627370496
$(2^{59} - 1)2^{58}$	-	-	-	576460752303423488-1.	-	-	-	288230376151711744
$(2^{61} - 1)2^{60}$	-	-	-	2305843009213693952-1.	-	-	-	1152921504606846976
$(2^{67} - 1)2^{66}$	-	-	-	147573952589676412928-1.	-	-	-	73786976294838206464
$(2^{71} - 1)2^{70}$	-	-	-	2361183241434822606848-1.	-	-	-	1180591620717411303+24
$(2^{73} - 1)2^{72}$	-	-	-	9444732965739290424792-1.	-	-	-	47223664828696+5213696
$(2^{79} - 1)2^{78}$	-	-	-	604462909807314587353088-1.	-	-	-	3022314549036572936765+4

§. 12. Scilicet Cel. Autor sibi persuasit potestatem binarii, ad numerum primum eleuatam, demta vnitate, necessario numerum producere primum, hinc illum sub examen §. 7. indicatum vocare minus duxit necessarium, de qua re Cel. Eulerus Tom. VI. Comment. Petrop. p. 105. sic pronuntiat „ Si n fit numerus primus, videri „, possit etiam $2^n - 1$ semper talem exhibere: hoc tamen „, affe-

„asserere nemo est ausus, quantum scio, cum tam facile potuisset refelli. Namque $2^{11} - 1$. i. e. 2047. diuisores habet 23. et 89. et $2^{22} - 1$ diuidi potest per 47.

Instituto ergo actu examine a viro Ccl. in praedicto Tom. VI. Comm. nec non a Cl. Krafftio Tom VII. exclusi inueniuntur N^o 5. N^o 9. N^o 10. N^o 12. N^o 14. N^o 15. quoniam diuisibiles sunt per sequentes numeros alios primos.

$$\begin{array}{r} \text{N}^{\circ} 5. \quad 23. \quad 2047 \quad \div \quad 89 \\ \quad \quad \quad 184 \\ \hline \quad \quad \quad 207 \\ \quad \quad \quad 207 \\ \hline \quad \quad \quad 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{N}^{\circ} 9. \quad 47. \quad 8388607 \quad \div \quad 178481 \\ \quad \quad \quad 47 \\ \hline \quad \quad \quad 368 \\ \quad \quad \quad 329 \\ \hline \quad \quad \quad 398 \\ \quad \quad \quad 376 \\ \hline \quad \quad \quad 226 \\ \quad \quad \quad 188 \\ \hline \quad \quad \quad 380 \\ \quad \quad \quad 376 \\ \hline \quad \quad \quad 47 \\ \quad \quad \quad 47 \\ \hline \quad \quad \quad 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{N}^{\circ} 10. 233. 536870911 + 2304167 \\
 \hline
 466 \\
 \hline
 708 \\
 699 \\
 \hline
 970 \\
 932 \\
 \hline
 389 \\
 233 \\
 \hline
 1561 \\
 1398 \\
 \hline
 1631 \\
 1631 \\
 \hline
 0000
 \end{array}$$

$$\text{N}^{\circ} 12. 223. 137438953471 + 616318177.$$

 1338

363

223

 1408

1338

 709

669

 405

223

 1823

1784

 394

223

 1717

1561

 1561

1561

 6000

N° 14, 431. 8796093022207 + 20408568497.
 862

1760
1724
<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/>
3093
3448
<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/>
2450
2155
<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/>
2952
2586
<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/>
3662
3448
<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/>
2142
1724
<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/>
4180
3879
<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/>
3017
3017
<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/>
0000

$$\begin{array}{r}
 \text{N}^\circ 15. \quad 2351. \quad 140737488355327 \quad + \quad 59862819377 \\
 \quad \quad \quad 11755 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 23187 \\
 \quad \quad \quad 21159 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 20284 \\
 \quad \quad \quad 18808 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 14708 \\
 \quad \quad \quad 14106 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 6628 \\
 \quad \quad \quad 4702 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 19263 \\
 \quad \quad \quad 18808 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 4555 \\
 \quad \quad \quad 2351 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 22045 \\
 \quad \quad \quad 21159 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 8863 \\
 \quad \quad \quad 7053 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 18102 \\
 \quad \quad \quad 16457 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 16457 \\
 \quad \quad \quad 16457 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 00000
 \end{array}$$

§. 13. Ad secundam tabulam quod attinet, ea se amplius tueri non valet, quoniam priori superstructa est, et necessario corruiere debet fundamento sublato, scilicet ob numeros ante citatos N^o 5. 9. 10. 12. 14. 15. non primos sed compositos, iidem numeri non amplius erunt perfecti, sed potius abundantes. Ex numero ergo 20. perfectorum actu 6. excluduntur, reliqui autem sunt perfecti, aut ad minimum dubii, si quidem admodum est difficile, nec vnus hominis vita suppetet ad demonstrandum illos aut perfectis, aut abundantibus accensendos esse.

§. 14. Numerorum perfectorum notas et partes aliquotas quod concernit, quae p. 10. recensentur, illae amplius valere non possunt, quoniam supra §. 5. demonstravimus in numeris abundantibus, quales hic sunt N^o 5. 9. 10. 12. 14. 15 numerum partium aliquotarum ad minimum totidem aliis augendum esse. Illa autem auctori inseruit, vt in limine huius epistolae assereret contra Mersennum (nil tale cogitantem sed de numeris primis loquentem) „ numerum perfectam 20. notarum esse impossibilem, quoniam „ e sua serie aut 19. aut 22. notis constare debebat.

§. 15. Hoc vt probemus nobis sufficiat circa examen numeri perfecti in ordine duodecimi p. 11. 74. alias partes aliquotas addere, quae euincunt numerum hunc duodecimum, quem se primum inuenisse, aut ad minimum demonstrasse eum esse perfectum, Cel. Auctor sibi persuadere videtur, adiciendo circa finem pag. huius 11. hoc Epiphonema: *En numerum primum perfecti duodecimi productorem!* nil minus esse quam perfectum, sed potius abundantem.

42353062626325430272	223
21176531313162715136	446
10588265656581357568	892
5294132828290678784	1784
2647066414145339392	3508
1323533207072669696	7136
661766603536334848	14272
330883301768167424	28544
165441650884083712	57088
82720825442041856	114176
41360412721020928	228352
20680206360510464	456704
10340103180255232	913408
5170051590127616	1826816
2585025795063808	3653632
1292512897531904	7307264
646256448765952	14614528
323128224382976	29229056
161564112181488	58458112
80782056095744	116916224
40391028047872	233832448
20195514023936	467664896
10097757011968	935329792
5048878505984	1870659584
2524439252992	3741319168
1262219626496	7482638336
631109813248	14965276672
315554906624	29930553344
157777453312	59861106688
78888726656	119722213376
	3944-

39444363328	239444426752
19722181664	478888853504
9861090832	957777707008
4930545416	1915555414016
2465272708	3831110828032
1232636354	7662221656064
616318177	15324443312128.

§. 16. Ad tabulam tertiam quod spectat, quae seriem numerorum parium terminosque continet, qui per primum diuisi, perfectos dant omnes excepto primo, ea duplici nititur fundamento: 1.) numerus primus perfecti productor ducitur NB. in potestatem *subsequentem*. 2.) At quoniam tabula haec in vna serie omnes potestates binarii in se ductas continet; non autem quouis numerus impar ex additione potestatum binarii ad vnitatem necessario dat primum, sequitur quam plurimos numeros excludendos esse, hi ergo asterisco notati, et illi qui sine asterisco inueniuntur perfectos continere dicuntur. Nos eum in finem non quidem numeros ipsos omnes, qui per quaternarium diuisi dent numeros perfectos, exhibemus, sed saltem eorum factores e quibus patet nonnulla vitia typographica irrepisse, in dissertatione Hanschiana scilicet N^o 5. et 10.

	4 -	-	-	4	I.
	112 -	7	-	16	2.
	1984 -	31	-	64	3.
	32512 -	127	-	256	4.
leg. 523264	523776 -	511	-	1024	V.
	83 ⁶ 4512 -	2047	-	4096	6.
	13+201344 -	8191	-	16384	7.
	2147418112 -	32767	-	65536	VIII.
	34359476224 -	13 071	-	262144	9.
leg. 765	549754365312 -	524287	-	1048576	10.
	8796079719004 -	2097151	-	4194304	XI.
	140737471577112 -	838 ⁶ 607	-	16777216	12.
etc. etc. etc.	33554431	-	-	67108864	XIII.
	134217727	-	-	268435406	XIV.
	536870911	-	-	1073741824	15.
	2147483647	-	-	4294967296	16.
	8589934591	-	-	1717969184	XVII.
	34359736367	-	-	68719476736	XVIII.
	137438953471	-	-	274877906944	19.
	549755813887	-	-	1099511627776	XX.
	2199013255551	-	-	4398046511104	21.
	8796093022207	-	-	17592186044416	22.
	35184372098801	-	-	70368744177664	XXIII.
	10737486355337	-	-	28147497670656	24.
	562949953421311	-	-	112589906842624	XXV.
	2251799413685247	-	-	45359927370496	XXVI.
	9007199 54740291	-	-	15014398509481984	27.
	360 8-9-018963967	-	-	72057594037977936	XXVIII.
	141115155075855571	-	-	288210376151711744	XXIX.
	576460752303423457	-	-	1152921504606846976	30.
	2305443009113693951	-	-	4611686018427387904	31.
	9223172036854775807	-	-	18446744073709551616	XXXII.
	36893468147419103231	-	-	73786976294838206464	XXXIII.
	147571952582676112927	-	-	29514790579152825856	34
	590295510355705651711	-	-	11805912007174113 3414	XXXV.
	2361183241434422606847	-	-	4722366442869635213696	36.
	9444712965739290427391	-	-	18489465931475580854784	37.
	37774931862957161709567	-	-	75557863725914323419136	XXXVIII.
	15111572745152564683271	-	-	3223145490365129 676544	XXXVIII.
	60446299807314587353087-12089258196146.2174706176	-	-	40.	

Tabulam tamen hanc fallere iam nemo dubitabit, qui supra animadvertit N° 5. 9. 10. 12. 14. 15. falso perfectis adnumeratos fuisse.

§ 17. Numerum 22. quod attinet, illum e potestate $(2^{79} - 1)2^8$ ortum esse subiecti demonstrant factores, qui numerum ipsum exacte sistunt.

604462909807314587353087
 302231454903657293676544

 2417851639229258349412348
 2417851639229258349412348
 3022314549036572936765435
 3626777458843887524118522
 4231240368651202111471609
 3626777458843887524118522
 1813388729421943762059261
 5440166188265831286177783
 1208925819914629174706174
 4231240368651202111471609
 3022314549036572936765435
 3626777458843887524118522
 1813388729421943762059261
 54401661882658312861777830
 2417851639229258349412348
 3022314549036572936765435
 2417851639229258349412348
 604462909807314587353087
 1813388729421943762059261
 1208925819914629174706174
 1208925819914629174706174
 18133887294219437620592610

 182687704666362864775460301858080473799697891328

Nec non numerus e serie parium perfecti huius index $(2^{79} - 1)2^{10}$, qui per 4. diuisus eundem numerum pariter exhibet.

604462909807314587353087	
1208925819614629174706176	
<hr/>	
3626777458843887524118522	
4231240368651202111471609	
604462909807314587353087	
3626777458843887524118522	
4231240368651202111471609	
2417851639229258349412348	
4231240368651202111471609	
604462909807314587353087	
5440166188265831286177783	
1208925819614629174706174	
3626777458843887524118522	
2417851639229258349412348	
604462909807314587353087	
3626777458843887524118522	
5440166188265831286177783	
604462909807314587353087	
4835703278458510698824696	
3022314549036572936765435	
1208925819614629174706174	
5440166188265831286177783	
4835703278458510698824696	
1208925819614629174706174	
604462909807314587353087	
<hr/>	
730750818665451459101841207432321895198791565312	

§. 18. Quibus confirmatur, omnes ceteras potestates binarii, non eleuatas ad numerum primum, non dare primos perfectorum productores, sed et simul monstrat numerum 21. perfectum, quem non indicauit Cel. Auctor nullum alium esse, quam potestatem $(2^{71} - 1)2^{71}$. Hunc tamen numerum

merum non esse primum, sed per 439. diuisibilem, demonstrauit Cel. Eulerus supra allegato Tom. VI. Comment.

§. 19. Nunc quae circa solutionem trium problematum monenda sunt, paucis exponamus.

Primum e mente Auctoris ita soluitur: Quaere potestatem binarii eleuatam ad numerum primum, haec unitate multiplicata, dabit tibi numerum primum perfecti productorem.

Secundum. Inuento numero primo perfecti productore, duc eum in potestatem NB. *antecedentem* binarii, secundum (36. prop. IX.) productum sistit numerum perfectum.

Tertium. Inuenta supra series numerorum parium ita est adhibenda, ut solummodo inuenti ordine numeri primi, perfectorum productores, in potestatem binarii NB. *subsequentem* ducantur, reliqui autem asterisco, vel notis numericis Romanis notentur, quoniam e mente auctoris nullos producere valent numeros perfectos, id quod e supra adducta Tabula δ melius colligere, quam pluribus verbis hic describere licet.

§. 20. Quoniam autem tria haec problemata vno eodemque nituntur fundamento, eoque non satis firmo, prouti supra monstratum esse nobis persuademus, seruo dolemus iacturam temporis improbique laboris Cl. auctoris, quem alias magni fecimus hucusque et faciemus semper, licet magnis his ausis nobis plane excidisse videatur. Quod reliquum est, viro haud vulgariter docto meliorem successum in aliis eruditis meditationibus et conaminibus ex animo adprecamur.



DE NUMERIS AMICABILIBVS,
ATQVE ALIIS AD HANC DOCTRINAM SPE-
CTANTIBVS.

AVCTORE

G. W. KRAFFT.

§. I.

Numeri amicabiles vocantur duo numeri tales, quorum partes aliquotae, cum adduntur, eos ipsos vice versa componunt; quales nimirum et minimi quidem sunt, 200 et 284, quorum illius partes aliquotae 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 constituunt summa hac sua alterum 284; et vice versa hic per suas partes aliquotas additas 1 + 2 + 4 + 71 + 142 efficit illum 220. De horum numerorum, quorum infinite multi sunt possibiles, inuentione primus cogitauit celebris ille arithmeticus, *Mich. Stifelius*, in commentariis suis super algebrae *Christoph. Rudolphi*; sed tractationem huius problematis algebrae regulis subici non posse arbitratus est. Ab hoc deriuata est quaestio haec ad *Dan. Schwenkerum*, qui meminit huius problematis in *Deliciis physico-mathem. P. I. pag. 110*; deinde ad *Cartesium*, post mortem demum *Stifelii* natum, qui difficile hoc problema algebrae subsidio non superauit tantum, sed et inuenit regulam aliquam, cuius ope quaesiti tales numeri reperiri possunt. Hanc regulam exhibet *Franciscus a Schooten*, *Exercitationum mathem. lib. V. pag. 423*, his verbis: *Si sumatur binarius, vel quilibet alius numerus, ex solius binarii multiplicatione productus, modo sit talis, et*

fz

si tollatur unitas ab eius triplo, fiat numerus primus; itemque si tollatur unitas ab eius sextuplo, fiat numerus primus; et denique si tollatur ab eius quadrati octodecuplo; ducaturque hic ultimus numerus primus per duplum numeri assumti: fiet numerus, cuius partes aliquotae dabunt alium numerum, qui vice versa partes aliquotas habebit aequales primo numero praecedenti. Talis numerus est 2, qui memoratas has condiciones explet, et cuius duplum in ultimum primum numerum, quem praescripta ratione producit, ductum, efficit numerum amicabilem 284, ex quo deinde alter, socius huius, 220, sponte sequitur. Hanc regulam tradidit *Cartesius*, sed eius demonstrationem nusquam, quantum ego quidem scio, exposuit. *Schootenius* autem, premens hanc viam, quam ab ipso *Cartesio* didicisse se testatur, in l. c. Lect. IX, per potentias binarii numeros amicales analyticè eruere docet; ita ut singula numerorum paria inuenienda ponat ab initio $4x$ et $4yz$; deinde $8x$ et $8yz$; demum $16x$ et $16yz$; tandem $128x$ et $128yz$; positis x, y, z , numeris primis; quas indeterminatas quantitates algebrae beneficio sic deinceps definit, ut tria horum numerorum paria producat, nempe I. 220 et 284; vel $2^2.5.11$ et $2^2.71$; II. 17296 et 18416, vel $2^4.23.47$ et $2^4.1151$; III. 9363584 et 9437056, vel $2^7.191.383$ et $2^7.73727$; spernque fecerit, fore, ut ex monumentis *Cartesii* tractatus de partibus aliquotis; et *Freniclii* de numeris figuratis, primis, compositis, huic materiae ulteriorem lucem sint adspersuri; qui vero, an publice alicubi existent, nescio. Mentionem porro etiam horum numerorum faciunt *les Recreations mathematiques*, editae 1669, pag. 147; ubi

allegantur foli 220 et 254; diciturque haec proprietas rara et difficilis inuentu in aliis numeris.

§. 2. Nouissime vero Celeberr. *Eulerus* humanissimis et plane amicabilibus litteris me edocuit, multo plura numerorum amicabilium se inuenisse paria; immo aliquot etiam, quae numeris exprimenda sint imparibus, cum praecedentia, a *Schootenio* reperta, contineantur omnia numeris paribus. Excitatus itaque hoc inuento Viri incomparabilis, cui, quicquid Musae, matheseos praesides, reuelare humano possunt ingenio, vix vnquam denegant, vires meas qualescunque in hoc problemate experiri volui, illudque extendere ultra potentias binarii, a *Cartesio* ipsi praescriptas. Propositum igitur mihi est, ostendere causam, cur *Cartesius*, atque post hunc *Schootenius*, methodum huius problematis resolnendi ad potentias binarii restrinxerint; postea vero exponere, quod problema huius restrictionis non egeat, sed ad multos alios numeros extendi se patiatur, ex quo plures alii numeri amicabiles orientur, methodo *cartesiana* non inueniendi.

§. 3. Quoniam vero totus hic discursus instituendus est de partibus aliquotis numeri cuiuscunque et earum summa: praemitti debet methodus generalis partium harum summam in quolibet casu exprimendi. Pendet autem haec summa partium aliquotarum cuiuscunque numeri a summa diuisorum ipsius omnium. Diuisores numeri alicuius omnes ita sunt intelligendi, vt etiam includant vnitatem, et numerum ipsum; veluti numeri 20 diuisores omnes sunt 1, 2, 4, 5, 10, 20, et summa horum diuisorum est 42. Summa igitur diuisorum numerum ipsum semper excedit. Sed quoniam ad partes aliquotas

non

non refertur numerus ipse, qui repugnat ideae partis: hinc pro efficienda summa partium aliquotarum debet tantum numerus ipse subtrahi a summa diuisorum; veluti, si ab indicata summa diuisorum 42 subtrahatur numerus ipse 20, remanebunt 22 pro summa partium aliquotarum numeri 20; hinc si obtinuerimus regulam pro exprimenda generaliter summa diuisorum alicuius numeri: pronum erit exinde concludere, quaenam sit summa partium aliquotarum eiusdem illius numeri.

§. 4. In sequentibus itaque ponam semper litteras maiusculas A, B, C, etc. exprimere numeros vtcunque compositos, integros scil. sed inter se primos. Eorum vero respectiuas summas diuisorum omnium indigitabo litteris iisdem minusculis a, b, c, etc. Ita e. gr. numeri A summa diuisorum erit a; et summa partium aliquotarum erit $a - A$. (§. 3.) Numeros autem primos designent litterae P, Q, R, S, T, etc. Atque cum numerus primus nullum admittat alium diuisorem, quam vnitatem et seipsum: patet, summam diuisorum numeri primi semper esse numerum illum ipsum auctum vnitatem. Igitur summae diuisorum pro allegatis numeris primis erunt respectiue $P + 1$, $Q + 1$, $R + 1$, etc. et summae partium aliquotarum omnes aequales vnitati, scil. $P + 1 - P = 1$.

§. 5. Sit numerus aliquis compositus ex meris primis, diuersis, veluti e. gr. 3. 5. 7, aut 105, vel generaliter PQR S: quaeritur summa diuisorum huius numeri ita compositi. Ex methodo Newtoni, Arithm. vniuersalis pag. 37, edit. 1732, de inuentione diuisorum, erunt huius numeri compositi diuisores simplices P, Q, R, S; eorundem

dem singuli bini, PQ, PR, PS, QR, QS, RS ; singuli terni, PQR, PQS, PRS, QRS , et singuli quaterni $PQRS$, unde summa diuisorum omnium habebitur $1 + P + Q + R + S + PQ + PR + PS + QR + QS + RS + PQR + PQS + PRS + QRS + PQRS$; sed haec summa resoluitur in hos factores $(P + 1)(Q + 1)(R + 1)(S + 1)$; itaque numerus compositus ex primis diuersis $PQRS$ habet summam diuisorum $(P + 1)(Q + 1)(R + 1)(S + 1)$, et summam partium aliquotarum $(P + 1)(Q + 1)(R + 1)(S + 1) - PQRS$. Simili modo numeri compositi PQ summa diuisorum habebitur $(P + 1)(Q + 1)$, et summa partium aliquotarum $(P + 1)(Q + 1) - PQ$. Summa diuisorum numeri $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ erit $4 \cdot 6 \cdot 8 = 192$, et summa partium aliquotarum $= 192 - 105 = 87$.

§. 6. Sit potentia numeri alicuius primi quacuis, veluti P^m , quaeritur summa diuisorum huius numeri potentialis. Diuisores hi sunt $1, P, P^2, P^3, P^4$ etc. vsque ad includendum P^m ; igitur summa horum diuisorum erit $1 + P + P^2 + P^3 + p p$ etc. $+ P^m$; sed haec summa constituit progressionem geometricam, cuius primus terminus est 1 , exponens est P , et terminus vltimus P^m , itaque haec summa erit $\frac{P^{m+1} - 1}{P - 1}$; consequenter numeri talis P^m sum-

ma diuisorum est haec sequens, $\frac{P^{m+1} - 1}{P - 1}$; et summa partium aliquotarum est $\frac{P^{m+1} - 1}{P - 1} - P^m$. sit ex. gr. $81 =$

3^4 , crit summa diuisorum $= \frac{3^5 - 1}{3 - 1} = \frac{243}{2} = 121$, et summa partium aliquotarum $= 121 - 81 = 40$.

§. 7. Sit numerus aliquis compositus ex aliis compositis, sed inter se primis, talis, ABC, quaeritur summa diuisorum huius numeri. Quoniam igitur quilibet numerus compositus resolui potest in aliquot factores primos, ponam $A = PQ$; $B = RST$; $C = VX$; accipietque numerus propositus hanc formam PQRSTVX, cuius summa diuisorum est hoc productum, $(P + 1)(Q + 1)(R + 1)(S + 1)(T + 1)(V + 1)(X + 1)$ (§. 5.) Sed $(P + 1)(Q + 1)$ est summa diuisorum ipsius PQ, vel ipsius A, consequenter est $(P + 1)(Q + 1) = a$, (§. 4.) et pari ratione est etiam $(R + 1)(S + 1)(T + 1) = b$; $(V + 1)(X + 1) = c$; consequenter summa diuisorum numeri ABC est abc , et summa partium aliquotarum $= abc - ABC$.

§. 8. Ex his omnibus patet, summam diuisorum numeri alicuius ita compositi $ABP^m Q^n RS$ futuram esse hanc sequentem, $a. b. \frac{P^{m+1} - 1}{P - 1} \cdot \frac{Q^{n+1} - 1}{Q - 1} (R + 1)$.

$S + 1$). Cum igitur omnes numeri possibiles ad similem huius formam redigi possint, etiam non quaerendo omnes diuisores simplices et primos, intelligitur, qua ratione quoruncunque numerorum summa diuisorum et summa partium aliquotarum analytice et facile exprimi possint. Sit ex. gr. numerus $120 = 15 \cdot 2^3$, erit summa diuisorum ipsius $15 = 24$; et ipsius $2^3 = 15$, quae duae summae in se ductae efficiunt $24 \cdot 15 = 360$, pro summa diuisorum numeri propositi 120.

§ 9. Illustrationi et præcedentium expressionum algebraicarum et sequentium problematum inferuet et necessãria plane est tabula sequens, quæ in priori sua columna continet numeros naturali serie progredientes; altera vero monstrat summam diuisorum illius numeri, cum adiecta ratione vtriusque, sicubi ea minoribus terminis exprimi potuit.

Num. S. diuis.	Num. S. diuis.	Num. S. diuis.	Num. S. diuis.
1 - 2	30 - 72 5 : 12	59 - 60	88 - 180 22 : 45
2 - 3	31 - 32	60 - 168 5 : 14	89 - 90
3 - 4	32 - 63	61 - 62	90 - 234 5 : 13
4 - 7	33 - 48 11 : 16	62 - 96 31 : 48	91 - 112 13 : 16
5 - 6	34 - 54 17 : 27	63 - 104	92 - 168 23 : 42
6 - 12 1 : 2	35 - 48	64 - 127	93 - 128
7 - 8	36 - 91	65 - 84	94 - 144 47 : 72
8 - 15	37 - 38	66 - 144 11 : 24	95 - 120 19 : 24
9 - 13	38 - 60 19 : 30	67 - 68	96 - 252 8 : 21
10 - 18 5 : 9	39 - 56	68 - 126 34 : 63	97 - 98
11 - 12	40 - 90 4 : 9	69 - 96 23 : 32	98 - 171
12 - 28 3 : 7	41 - 42	70 - 144 35 : 72	99 - 156 33 : 52
13 - 14	42 - 96 7 : 16	71 - 72	100 - 217
14 - 24 7 : 12	43 - 44	72 - 195 24 : 65	101 - 102
15 - 24 5 : 8	44 - 84 11 : 21	73 - 74	102 - 216 17 : 36
16 - 31	45 - 78 15 : 26	74 - 114 37 : 57	103 - 104
17 - 18	46 - 72 23 : 36	75 - 124	104 - 210 52 : 105
18 - 39 6 : 13	47 - 48	76 - 140 19 : 35	105 - 192 35 : 64
19 - 20	48 - 124 12 : 31	77 - 96	106 - 162 53 : 81
20 - 42 10 : 21	49 - 57	78 - 168 13 : 28	107 - 108
21 - 32	50 - 93	79 - 80	108 - 280 27 : 70
22 - 36 11 : 18	51 - 72 17 : 24	80 - 186 40 : 93	109 - 110
23 - 24	52 - 98 26 : 49	81 - 121	110 - 216 55 : 108
24 - 60 2 : 5	53 - 54	82 - 126 41 : 63	111 - 152
25 - 31	54 - 120 9 : 20	83 - 84	112 - 248 14 : 31
26 - 42 13 : 21	55 - 72	84 - 224 3 : 8	113 - 114
27 - 40	56 - 120 7 : 15	85 - 103	114 - 240 19 : 40
28 - 56 1 : 2	57 - 80	86 - 132 43 : 66	115 - 144
29 - 30	58 - 90 29 : 45	87 - 120 29 : 40	116 - 210 55 : 105

Num. S. diuis.	Num. S. diuis.	Num. S. diuis.	Num. S. diuis.
117 - 182 9 : 14	126 - 312 21 : 52	135 - 240 9 : 16	144 - 403
118 - 180 59 : 90	127 - 128	136 - 270 68 : 135	145 - 180 29 : 36
119 - 144	128 - 255	137 - 138	146 - 222 73 : 111
120 - 360 1 : 3	129 - 176	138 - 288 23 : 48	147 - 228 49 : 76
121 - 133	130 - 252 65 : 126	139 - 140	148 - 266 74 : 133
122 - 186 61 : 93	131 - 132	140 - 336 5 : 12	149 - 150
123 - 168	132 - 336 33 : 84	141 - 192 47 : 64	150 - 372 25 : 62
124 - 224 31 : 56	133 - 160	142 - 216 71 : 108	
125 - 156	134 - 204 67 : 102	143 - 168	

§. 10. Si a numero primo fiat quadratus, biquadratus, aut potentia quaeuis alia exponentis paris: summa diuisorum erit numerus impar. Sit enim talis potentia P^m , atque m numerus par: erit summa diuisorum huius numeri $1 + P + P^2 + P^3 \dots P^m$; (§ 6.) ergo ex natura huius progressionis erit numerus terminorum $m + 1$, hoc est, numerus impar. Sed quilibet huius progressionis terminus est numerus impar; hinc summa constat ex imparibus impariter sumtis, adeoque ipsa etiam est impar. Summa autem partium aliquotarum in hoc casu est numerus par. Patet ex eo, quia numerus impar ab impari ablatu, relinquit parem. Si autem a numero primo fiat cubus, surdefolidus, vel alius quouis cum exponente impari: summa diuisorum erit numerus par; et consequenter summa partium aliquotaram numerus impar. Huius demonstrationis eadem est ratio, quae praecedentis; cui igitur non immorabor. At ab vniuersalitate huius theorematism subducunt se quasi potentiae omnes binarii; quae sub exponentibus et paribus, et imparibus, reddunt summam diuisorum imparem; sed minus bene binarius refertur ad numeros primos; deficit enim a natura omnium reliquorum primorum, quod par est.

§. 11. Si numerus primus ducatur in compositum, impari aut pari, ad se primum: compositus exinde habebit summam diuisorum parem. Sit enim talis numerus compositus ex hypothese PA; atque erit summa diuisorum $(P+1)a$; sed, ob P primum, est $P+1$ par; siue igitur a par fuerit, siue impar, semper erit factum $(P+1)a$ par. Quin etiam, si quotcumque primi ducantur in se; erit summa diuisorum numerus par; veluti PQR; ubi summa diuisorum est $(P+1)(Q+1)(R+1)$, factum ex meris numeris paribus; adeoque par. Ex his itaque regulis, hucusque expositis, facile animo poterimus praeuidere, num dati cuiuscunque numeri summa diuisorum debeat esse numerus par vel impar. Neque minus proclive est, soluere problema hoc: exhibere numerum, cuius summa diuisorum sit par, aut impar.

§. 12. Inuenire numerum, cuius summa diuisorum efficiat numerum quadratum. Sit talis quaesitus numerus AP, atque sic, ut A. et P sint inter se primi, quod semper intelligi debet. Erit itaque summa diuisorum $= a(P+1)$. Ponatur ergo $a(P+1) = (P+1)^2 \cdot B^2$; atque eruetur $\frac{a}{B^2} - 1 = P$. Quoniam igitur ex. gr. in tabula superiori numerorum, (§. 9.) posito $A = 14$, est $a = 24$, qui diuisus per quadratum 4 reddit 6, qui minutus unitate est primus $5 = P$; erit numerus quaesitus $AP = 14 \cdot 5 = 70$. Similes numeri, eodem modo inueniendi, sunt 3. 22; 5. 23; 5. 34; 5. 53; 7. 30; 7. 31; 7. 46; 7. 51; 7. 55; 11. 47; 13. 28; 17. 46; 17. 55 cet.

§. 13. Numerus $3P^2$ talis est, et summam partium suarum aliquotarum semper aequalem habeat quadrato. Habet.

bet enim hanc summam aequalem $1 + 3 + P + 3P + P^2 = 4 + 4P + P^2 = (2 + P)^2$. Sed debet numerus P non solum primus esse in se, sed etiam habere quadratum, qui sit primus ad 3; unde excluditur $P^2 = 9$, siue numerus 27. Sunt vero numerorum quaesitorum aliqui 75; 147; 363; 507 cet.

§. 14. *Inuenire duos numeros, qui habeant eandem summam diuisorum.* Sint tales AP , et BPQ ; debebit esse $a(P + 1) = b(P + 1)(Q + 1)$, vel $\frac{a}{b} - 1 = Q$. Sit ex. gr. ex tabula superiori $a = 24$; $b = 6$; erit $\frac{a}{b} - 1 = 3 = Q$, qui primus esse debet; hinc ex eadem tabula erit $A = 14$, $B = 5$, unde duo numeri quaesiti 14 P et 15 P ; in quibus pro P quilibet primus substitui potest, modo is sit etiam primus ad 14 et 15. Erunt ergo tales numeri quaesiti 14 et 15; 14. 11 et 15. 11; 14. 13 et 15. 13; et infiniti alii. Non vero praestant hoc idem numeri 14. 7 et 15. 7; quoniam primus 7 non est simul primus ad 14. Simili artificio aliae etiam praeterea formulae generales, huic problemati satisficientes, poterunt reperiri. Idem hoc problema solutum iam, sed alia methodo, legitur in *Perihyltris L. B. de Wölff. Elem. Analyseos cap. 2. probl. 87*, sub hoc titulo: *Inuenire duos numeros eius conditionis, et unusquisque cum suis partibus aliquotis (quod nihil aliud est, quam summa diuisorum) efficiat summam eandem*; atque ubi haec duo paria 11 et 6; 116 et 104. exempli loco allegantur. Alium etiam adhuc modum idem hoc problema soluendi ex pluribus aliis seligam, nempe sequentem. Sint ex tabula superiori duo numeri, eandem summam diuisorum habentes, A et B , quales plures dantur;

C et D ; atque iterum duo alii E et F ; habebunt etiam hi numeri compositi ex prioribus ACE et BDF ; vel ADE et BCF ; aut ADF et BCE ; eandem summam diuisorum, quod facile patet. Sunt ex. gr. tales numeri 6 et 11 ; 16. et 25 ; 35 et 47 ; ergo etiam tales sunt 6. 25. 47 et 11. 16. 35, dummodo tales factores constituent quemlibet horum ultimorum numerorum, qui inter se sunt primi.

§. 15. *Potentia binarii quaecunque summam diuisorum suorum habet aequalem duplo potentiae unitate minuto.* Ex. gr. $2^5 = 32$ habet summam diuisorum $63 = 2 \cdot 2^5 - 1$. Sit enim talis potentia 2^m ; erit ipsius diuisorum summa haec $1 + 2 + 2^2 + 2^3 \dots 2^m$, quae ex legibus progressionis geometricae eadem est cum $2^{m+1} - 1$, vel $2 \cdot 2^m - 1$, vnde constat propositum.

§. 16. Paulo difficilius est problema hoc, quod habet sine solutione *Dan. Schwenterus*, in *Deliciis Physico-Mathem. P. I. pag. 110*, cuiusque exemplum adducit 27 et 35 ; *inuenire duos numeros, qui habeant eandem summam partium aliquotarum.* Sint illi A et RS ; atque debeat esse $a - A = (R + 1)(S + 1) - RS$; vnde deducitur $a - A - R - 1 = S$, qui debet esse numerus primus, uti etiam R. Sit ex. gr. $A = 27$, $R = 5$, erit $a = 40$, adeoque $S = 7$; vnde procedunt numeri iam indicati. Sint pariter $A = 45$, et hinc $a = 78$, $R = 3$, erit $S = 29$; aut $R = 13$, erit $S = 19$, vnde duo alii numeri quaesiti sunt 45 et 87 ; nec non 45 et 247. Similes porro sequenti etiam modo reperiuntur. Sint illi PQ et RS ; atque erit $(P + 1)(Q + 1) - PQ = (R + 1)(S + 1) - RS$, aut, multiplicatione ipsa instituta, habebitur haec aequatio $P + Q = R + S$. Igitur quae-

rantur quatuor numeri primi, ita inter se comparati, ut unius bigae summa aequalis sit summae alterius bigae; tum numeri utriusque bigae ducantur in se, et habebuntur numeri quaesiti. Ex. gr. $3 + 13 = 11 + 5$, ergo duo numeri quaesiti sunt 3.13 et 5.11, siue 39 et 55. Similes numeri primi sunt $3 + 31 = 29 + 5$; nec non $5 + 23 = 11 + 17$, ergo alii numeri quaesiti sunt 115 et 187; 93 et 145.

§. 17. *Inuenire numerum, qui cum summa partium suarum aliquotarum habeat datum communem maximum diuisorem; veluti 6.* Ostendendum primo est, eundem numerum ita inuentum habiturum esse etiam datum hunc numerum 6, communem diuisorem maximum inter se et summam suorum diuisorum; adeoque vnum idemque esse problema propositum cum hoc: *inuenire numerum, qui cum summa diuisorum suorum habeat communem maximum diuisorem 6.* Sit enim talis numerus A, eius summa diuisorum a, et communis mensura maxima sit m; erit ergo $A = mB$, et $a = mC$; sed B et C inter se primi erunt; porro erit summa partium aliquotarum $a - A$, hoc est, erit eadem $mC - mB = m.(C - B)$, cuius, et numeri ipsius mB iterum erit maximus communis diuisor m; ob C et B inter se primos, per hyp. Vnde constat propositum. Sit igitur numerorum quaesitorum aliquis 2. 3. A, vbi A sit primus ad 2 et 3; atque erit summa diuisorum 3. 4. a; erit igitur iam 6 communis diuisor et numeri ipsius, et summae diuisorum; qui, ut simul fiat maximus, debent, perfecta diuisione per 6, quoti A et 2a esse inter se primi; quibus obseruatis facile est infinite multos eiusmodi numeros reperire. Sunt enim

A · 2 a - 6 A quael	A - 2 a - 6 A quael	A - 2 a 6 A quael.
1 - 4 - 6	17 - 36 - 102	269 - 540 - 1614
5 - 12 - 30	19 - 40 - 114	271 - 544 - 1626
7 - 16 - 42	23 - 48 - 138	277 - 556 - 1662
11 - 24 - 66	25 - 62 - 150	293 - 588 - 1758
13 - 28 - 78		

Deinde alio modo eruntur similes numeri ; nempe statuendo eorum formam hanc , $2 \cdot 3^2 \cdot A$; ubi denovo A , primus ad 2 et 3 , erit summa diuisorum $3 \cdot 13 \cdot a$; quaerantur itaque tales a , qui sint numeri pares ; quales a praebent omnes numeri primi , aut solitarii , aut ducti in alios primos. (§. 11) Si enim fuerit a numerus par $\equiv 2 m$, erit numerus ipse $18 A$, et summa diuisorum $6 \cdot 13 m$, quibus diuisis per 6 , erunt $3 A$ et $13 m$ inter se primi. Hac lege eruntur sequentes numeri 126 ; 1746 ; cet.

§. 18. Duo habentur problemata maxime celebria in hoc negotio diuisorum et partium aliquotarum alicuius numeri. Vnum versatur circa inuentionem *numeri perfecti* , qui omnibus partibus suis , quibus numeratur , est aequalis ; *abundantis* , qui omnibus partibus suis minor est ; et *diminuti* , qui omnibus partibus suis est maior ; quorum definitiones iam *Euclides* tradit , Elem. IX ; et perfectum inuenire docet in fine Elem. cit. de quo ulterius ego etiam egi in Commentar. Academiae Scient. Petropolitanae tomo VII. pag. 7. Alterum vero recentiorum industria adiectum est , nempe de indagacione numerorum *amicabilium* , de quorum historia supra dictum fuit. Problema perfectorum numerorum reducit ad hoc alterum : *inuenire numerum , qui ad summam diuisorum suo-*

rum habeat datam rationem. Sit enim numerus perfectus AP ; atque erit $a(P+1) - AP = AP$; hoc est $a(P+1) = 2AP$, vel $A : a = P+1 : 2P$; inueniantur ergo tot, quot possunt, numeri A tales, ut ii sint ad a , uti primus aliquis, unitate auctus, ad duplum huius ipsius primi; atque erit AP perfectus. Talis numerus A est 2, in quo est $A : a = 2 : 3 = 4 : 6 = 3 + 1 : 2 \cdot 3$; unde $A = 2$, $P = 3$, et perfectus $AP = 6$. Quoniam vero aequale difficile est utrumque hoc problema, inhaerebimus prioris solutioni directae; et quia pro numero perfecto AP requiritur, ut sit $a(P+1) = 2AP$; oriatur exinde $P = \frac{a}{2A-a}$. Ponamus $2A - a = 1$; erit $2A - 1 = a$; sed haec proprietas competit potentiis binariis; (§. 15.) fit ergo $A = 2^m$, erit $a = 2^{m+1} - 1$; $2A = 2^{m+1}$; adeoque $2A - a = 2^{m+1} - 2^{m+1} + 1 = 1$; nec non $P = 2^{m+1} - 1$; et perfectus ipse $AP = 2^m(2^{m+1} - 1)$; si modo $2^{m+1} - 1$, hoc est P , fuerit primus, quae est ipsa methodus euclidea l. c.

§. 19. Ut viam praeparemus ad numeros amicabilem inueniendos: inquirendum ante omnia est in theoriam eorum generalem, quod sequenti modo absoluitur. Sint duo numeri amicabilem A et B ; requiritur primo, ut sit $a - A = B$, vel $a = A + B$; secundo, ut sit etiam $b - B = A$, hoc est $b = A + B$. Erit igitur $a = b$, quae est prima conditio numerorum amicabilium: ut summa diuisorum in vno aequalis sit summae diuisorum in altero. Deinde est etiam $a = A + B$, vel $b = A + B$, quod efficit secundam conditionem, quae exigit, ut haec summa diuisorum, in utroque numero eadem, aequalis sit summae duorum numerorum amicabilium. Quotcunque igitur tales numeri poterunt reperiri, qui utramque harum conditionum ex-

pleant: tot habebuntur numerorum amicabilium paria; ita ex. gr. in duobus numeris 4. 5. 11 et 4. 71 est vtrinque summa diuisorum eadem videlicet 7. 6. 12 = 7. 72; deinde haec summa diuisorum, in vtroque eadem, 7. 6. 12; aequalis est summae numerorum; est enim 7. 6. 12 = 4 (55 + 71) = 4. 126.

§. 20. Pro eruenda et demonstranda methodo *Cartesii* producendi numeros amicabiles, superius in medium allata, ponamus esse eos AP et AQ; requiritur ergo per conditionem I. vt fit $a(P+1) = a(Q+1)$, hoc est $P=Q$; quare duo numeri quaesiti essent aequales, et iidem, quod est contra hypothesin; neque adeo hac ratione tales numeri possunt indagari. Ponamus ergo eos esse AP et AQR; requirit conditio I, vt fit $P+1 = (Q+1)(R+1)$, vnde $P=QR+Q+R$. Postulat conditio II, vt fit $a(P+1) = A(P+QR)$; ex quo fit $P = \frac{AQR-a}{a-A}$; hi duo valores ipsius P, aequati inter se, reddunt $QR+Q+R = \frac{AQR-a}{a-A}$, ex quo deducitur $R = \frac{(a-A)Q+1}{(2A-a)Q-(a-A)}$; qualis valor ipsius R, primi, vt eo facilius reperiat, ponatur $2A-a=1$, quae proprietas binario competit; (§ 15.) erit itaque $A=2^m$; $2A=2^{m+1}$; $a=2^{m+1}-1$; atque ob $2A-a=1$, erit $a-A=A-1=2^m-1$; et valor ipsius R abibit in hunc alterum $\frac{(a-A)+a}{Q-(a-A)}$; vel, diuisione actu instituta, $R = a - A + \frac{a+(1-A)^2}{Q-(a-A)}$, et substitutis valoribus ipsorum A, a, modo inuentis, deducitur tandem $R = 2^m - 1 +$

$\frac{2^{2m}}{Q+1-2^m}$. Si ex. gr. assumatur $m=2$, ita vt fit $A=2^m=4$; erit $R=3+\frac{16}{Q-3}$; vnde, assumto quouis primo

primo numero Q, tentari debent hi valores inuenti ipsorum R et P, an etiam praebeant primos; quodsi fiat, praesto erunt elementa A, P, Q, R, numerorum amicabilium eruendorum ea lege, qua id praestitit *Schootenius* l. c. qui vero vir eximius non longe progressus est ob restrictionem non necessariam factam, $2A - a = 1$; neque plura quam tria numerorum talium paria produxit.

§. 21. Ex methodo autem *Cartesii*, supra (§. 1.) exposita, sequitur, numeros duos amicabiles generaliter sic posse exprimi. Sit A potentia talis binarii, ut $3A - 1 = P$; $6A - 1 = Q$; $18A^2 - 1 = R$; erunt duo amicabiles numeri $2AR$ et $2APQ$; vel quod eodem recidit, erunt amicabiles $2A(18A^2 - 1)$ et $2A(3A - 1)(6A - 1)$, quos etiam ita exprimit, ponendo 2^m loco ipsius A. *Ozanamus*, recreations mathem. pag 17. Nam ex regulis hucusque traditis obtinet in his duabus expressionibus generalibus conditio superior prima; est enim, ob $A = 2^m$, $2A = 2^{m+1}$, cuius summa diuisorum est $2^{m+2} - 1$; ergo $(2^{m+2} - 1)18A^2 = (2^{m+2} - 1)3A.6A$. Deinde in actum quoque deducta est in illis conditio secunda; scilicet est $(2^{m+2} - 1)18A^2 = 2A(18A^2 - 1 + 3A - 1.6A - 1) = 2A(18A^2 + 18A^2 - 9A) = 18A^2(4A - 1)$; vel $2^{m+2} - 1 = 4A - 1$; aut $2^{m+2} = 2^2.2^m$; quae certe inuentio *cartesiana* ingenium sapit excellentissimum et theorematum ad hoc institutum pertinentium scientissimum; si modo non ad solas binarii potentias eam adaptauisset.

§. 22. Ut igitur hanc restrictionem et *Cartesii* et *Schootenii* non necessariam effugerem, sequenti consilio numeros amicabiles et pares et impares reperiendos esse

deprehendi, quae quidem noua methodus vniuersalis est, et priorem sub se comprehendit. Sit numerorum amicabilium vnus PQA , alter $(P+1) \cdot (Q+1-1)A$. In his numeris conditionum superius requisitarum prima iam erit impleta, si modo fuerit $(P+1) \cdot (Q+1-1) = R$ numero primo. Est ergo in his numeris ita positis summa diuisorum vnus $(P+1)(Q+1)a =$ summae diuisorum alterius $(P+1)(Q+1)a$, ob $P+1 \cdot Q+1-1$ primum, per hyp. Vt vero etiam adsit in iisdem conditio secunda, requiritur vt sit $(P+1)(Q+1)a = PQA + (P+1) \cdot (Q+1-1)A = (PQ+R)A$; hoc est, debet inter hos numeros exstare haec proprietas, vt sit $A : a = P+1 \cdot Q+1 : PQ+R$, vel $A : a = R+1 : PQ+R$. Ex quo patet, etiam hoc problema numerorum amicabilium reduci ad illud supra (§. 18.) iam memoratum; adeoque vtrumque horum problematum reduci ad hoc commune.

§. 23. Quoniam itaque vtrumque hoc problema numerorum et perfectorum et amicabilium reducitur ad vnicum aliquod commune, nempe: *inuenire numerum, qui ad summam diuisorum suorum habeat rationem datam*; optandum certe esset, vt in quolibet casu problematis huius generalis ostendere possemus aut possibilitatem solutionis, aut impossibilitatem. Puto tamen plurimum huc conducere methodum hanc sequentem, particularem quidem, sed idcirco non minus vtilem, quam aliquot exemplis illustratam dabo. Sit inueniendus numerus, qui se habeat ad summam diuisorum vti 3 ad 8. Ponatur numerus A , et summa

summa diuiforum = a eritque $A : a = 3 : 8$, vel $3a = 8A$; ftatuatur $A = 3B$; eritque $a = 4b$, quibus fubftitutis emergit $3 \cdot 4b = 8 \cdot 3B$, vel $b = 2B$; hoc eft, debet eſſe $B : b = 1 : 2$; verum hoc nullus praeftat numerus niſi perfectus; ergo B debet eſſe perfectus, ſed talis, qui fimul fit primus ad 3, ob $A = 3B$, ad excluſionem diuiforum euitandam; non poteſt igitur hic adhiberi, ob allegatam hanc rationem, perfectus 6; ſed faciunt huc perfecti 28, et 496, qui per 3 diuiſibiles non ſunt. Erit ergo $B = 28$, et $A = 3B = 84$; aut $B = 496$, et $A = 3B = 1488$. Sit reperiendus numerus, qui ſe habeat ad ſummam diuiforum vti 1 ad 3; erit ergo $a = 3A$; ponatur $A = 5B$, vt fit $a = 6b$; atque erit $6b = 3 \cdot 5B$, vel $2b = 5B$; ponatur porro $B = 8C$, vt fit $b = 15c$; habebitur $2 \cdot 15c = 5 \cdot 8C$, aut vero $3c = 4C$, vel $C : c = 3 : 4$, vnde patet eſſe $C = 3$, $B = 24$, et numerum quaefitum $A = 5 \cdot B = 120$. Inueniri debeat numerus, qui fit ad ſummam diuiforum vti 5 ad 12; atque erit $5a = 12A$; fit $A = 5B$, vel $a = 6b$; orietur ex inde $5 \cdot 6b = 12 \cdot 5B$, aut $b = 2B$, vel $B : b = 1 : 2$; vnde B iterum debet eſſe perfectus; et quidem primus ad 5, ob $A = 5B$; quales quidem ſunt omnes hucusque cogniti, atque hinc fiunt numeri quaefiti 30, 140; 2480; cet.

§. 24. Ad eruendos nunc aliquot numeros amicabiles, quibus datam regulam illuſtrare poſſim, aſſumamus $P = 3$, $Q = 11$, atque erit $R = 47$; conſequenter $A : a = 48 : 80 = 3 : 5$. Si iam poſſet inueniri numerus, qui ad ſummam diuiforum ſuorum ſe haberet vti 3 : 5, eſſet is numerus A requiſitus ad efficiendos amicabiles;

sed in tabula superiori nullus talis datur; daretur autem forsan, si ad maiores numeros eadem esset extensa. Confugiamus igitur ad praxin paulo ante (§ 23.) descriptam, cuius ductu si ponam esse $A = 3B$; $A = 3^2B$; $A = 3^3B$, etc. nusquam inuenio numerum aliquem, qui quaesito satisfaciat; unde probabiliter concludo, nullum numerum A talem dari, qualis ad constituendos amicabilem in hoc casu est necessarius.

Exempl. II. Sit $P = 5$, $Q = 11$, ut euadat $R = 71$, eritque $A : a = 72 : 126 = 4 : 7$, quae ratio ex tabula superiori obtinet in numero 4; est igitur $A = 4$, et quaesiti duo sunt $PQA = 5.11.4 = 220$, et $RA = 71.4 = 284$; qui a *Schootenio* sunt reperti.

Exempl. III. Sit $P = 5$, $Q = 137$, erit $R = 827$, adeoque $A : a = 828 : 1512 = 23 : 42$; sed talis nun. erit ex tabula superiori deprehenditur 92; ergo $A = 92$, et quaesiti amicabilem sunt sequentes, a *Celeberr. Eulero* etiam inter plures alios reperti 5.137.92 et 827.92 quales sunt etiam sequentes, quos adhuc addo, eidem auctori debiti, et impares quidem.

Exempl. IV. Sit $P = 5$, $Q = 41$; erit $R = 251$; unde $A : a = 252 : 456 = 21 : 38$, aut $21a = 38A$. Ponatur $A = 49B$, ut sit $a = 57b$, atque erit $21.57b = 38.49B$, vel $3.57b = 38.7B$; sit porro $B = 9C$, ut habeatur $b = 13c$, et $3.57.13c = 38.7.9C$, vel $13c = 14C$, siue $C : c = 13 : 14$. Igitur $C = 13$, $B = 9C = 9.13 = 117$, et $A = 5733$; ex quibus elementis prodeunt numeri *amicabiles impares* hi, 5.41.5733 et 251.5733. Idem numerus prodit etiam, si in aequatione $21a = 38A$ substituatur $A = 21^2B$, ut sit $a = 741b$; ex quibus oritur $21.741b = 38.21^2.B$, vel $21.19.3.13b = 2.19.21^2.B$, aut $13b = 14B$, unde $B = 13$; et $A = 21^2.B = 21^2.13 = 5733$.

**PHYSICO-
MATHEMATICA.**

ATMOMETRI SIVE
MACHINAE HYDROSTATICAE
AD EVAPORATIONEM AQVAE CERTAE TEM-
PERIEI MENSVRANDAM APTAE CONSTRVCTIO
TALIS , VT OPE ILLIVS DECREMENTVM PAV-
CORVM GRANORVM OBSERVARI ET LEX
EVAPORATIONIS CONFIRMARI POSSIT.

AV CTORE

G. W. Richmann.

Hypotheses sancire , ex iis conclusiones deriuare phae- Tab. III
nomenaque naturalia explicare secundum recen-
tiores scientiae naturalis cultores ad ingenii osten-
dationem magis facit , quam ad scientiam naturalem am-
plificandam. Idem ad experimenta potius pertinaci et
indefesso studio instituenda adhortantur. Monito hoc ex-
citus , in doctrina de euaporatione , in qua multa ad-
huc industria scientiae naturalis studiosorum indigent , vt
maiolem lucem adipiscantur , varia tentamina suscepi. Vt
viam mihi pararem in propiorem rei inquisitionem le-
gem decrementi et incrementi caloris et frigoris aquae
in constanti aëris temperie inuestigauit et detectam cum
Societate communicauit. Probabile enim est visum , eua-
porationem quandam cum hac lege connexionem habere.
Diuersis hinc methodis postea euaporationem aquae
mensurare tentauit. Silentio praeterire liceat tentamina fru-
stra suscepta , quae nihilominus effecerunt , vt in meliorem
propositum exequendi rationem inciderim. Hanc , quia sic
comparata est , vt fini conuenientissima videatur proponere volo.

Tom. II. Nou. Comment.

Q

§. 2.

§. 2. Cum ex inquisitione mea in legem, secundum quam calor fluidi crescit vel decrescit in constanti aëris temperie, pateat, eo minus esse decrementum, quo maior est massa aquae et quo minor est eius superficies insignem massam aquae, exiguae superficiei, ad euaporationem exponere constitui, ut temperiem aquae seruare possim constantem per modicum temporis interuallum.

§. 2. Ex experimentis saepius institutis innotuit parcio-rem esse euaporationem et longo temporis interuallo non iuperare pauca grana, si temperies aquae euaporandae adpropinquat temperiei aëris, machinam igitur euaporationi aquae mensurandae inseruientem ita construendam putavi ut paucorum granorum decrementum obseruari possit.

§. 3. Cum denique difficillimum sit, simul obseruare et simul experimento perfequendo intentum esse, praesertim si plura peragenda sunt, machinam sic instruere volvi, ut obseruationi vnice vacare possim.

Tab. III.

§. 4. Has leges machinam constructurus mihi praescribens concepi,

1) Vas cylindricum GIKH, et circa parietes vasis tres vel quatuor regulas verticales in aequali a se mutuo et axi vasis distantia firmatas *aa*, *bb*, etc. et in diuersis a fundo vasis distantis foraminibus praeditas, rotulas circa axes mobiles *cc*, *dd*, *ee*, *ff* etc recipientibus,

2) Vas cylindricum CEDF clausum ab vtraque extremitate ex tenui lamina metallica fabricatum, e. g. cuius digitus quadratus Lond. non excedat pondus 60 granorum,

3) Superiori superficiēi CD vasis CDEF tres virgas cylindricas gg , bb , ii ex metallo in aequali a se mutuo et axi vasis continuato distantia verticali situ firmatas,

4) Aqua vasi GIKH infusa vas inane CDEF eidem inter rotulas circa axes volubiles cc , dd , ee , ff etc. submersum,

5) Operculum metallicum GH foraminibus praeditum, quae transitum facillimum concedant virgis cylindricis gg , bb , ii , vasi GIKH impositum, ne aqua ex vase evaporare possit,

6) Aliud vas prismaticum AABB ex tenui lamina metallica constructum et in fundo prominentiis g , b , i , in aequali a se mutuo et medio fundi puncto distantia praeditum, simulque prominentias istas foraminibus instructas,

7) Vas AABB virgis metallicis impositum extremitatibus earum a foraminulis fundi vasis rite receptis,

8) Totum apparatus ita constructum, vt vase AA BB tot libris aquae onusto, quot requiruntur, vt temperies per modicum temporis interuallum non sensibilibiter mutetur (§. 1.) simulque thermometro, quod temperiem aquae prodat, vas CDEF ita aquae submergatur, vt fundus vasis AABB tantum digitorum distet vel inuis a superficie aquae in vase GHIK stagnantis.

§. 5. Facile patet ex prin ipsiis hydrostaticis.

1) Summam ponderum vasis AABB, aquae in eo stagnantis, thermometri, virgarum gg , bb , ii et pro-

minentiarum vasis A A B B , item vasis inanis C E F D æqualem esse debere ponderi aquae , quae idem spacium occupare valet , quod occupat pars machinae aquae submersa.

2) decremento aquae ad euaporationem in vase A A B B expositae factò , totum apparatus eleuari debere , et quidem decremента esse in ratione altitudinum , per quas eleuatur machina , propter virgas *g g* , *b b* , *i i* eiusdem vbi-que sectionis normalis ad axin.

§. 6. His consideratis vt ad propiorem machinae constructionem accedam , supponam ,

1) Decrementum trium granorum esse obseruandum.

2) Decremento trium granorum factò machinam eleuatam esse per duas lineas Lond.

3) pondus aquae , quae spacium vasis C E F D et partium virgarum aquae submersarum occupare valet esse 42. librarum.

4) Volumen vnus pedis cubici Lond. aquae obtinere pondus 60. librarum.

5) Libram vnã constare ex 7680. granis med.

6) Altitudinem C E esse 24. digit. Lond.

7) digitum quadratum laminae metallicae , ex qua vas C E F D et A A B B constructum , esse 60. granorum.

8) Latus fundi quadrati vasis A A B B esse 12. digit Lond. et altitudinem vasis $6\frac{1}{2}$ digit.

erit 1) Volumen C E F D 1209375''' Q

2) Sectio vasis C E F D ad axin normalis 5040''' Q
ferme.

3) Diameter C F 801'' + . area totius superficiei
vasis

vasis C E F D erit 4) $70440'''$ □ ferme hinc.

5) Pondus vasis C E F D erit 42264. gran. fiat paulo maioris ponderis e. g. vt 6. libras, ponderet.

6) pondus vasis A A B B erit 27360 gran. fiat vas A A B B paulo maioris ponderis e. g. quatuor librarum.

7) Summa ponderum thermometri, virgarum *gg*, *hh*, *ii*, et prominentiarum fundi vasis A A B B vt duas libras excedat, non est necesse.

8) Cum capacitas vasis tanta sit, vt sub altitudine 6 digit. Lond. 30 libras aquae continere possit, erit vase ad altitudinem sex digitorum aqua pleno summa omnium ponderum aequalis 42 libris, et hinc submergetur machina ita, vt fundus vasis A A B B digitum distet a superficie aquae in vase G I K H stagnantis.

9) Secundum hyp. 2 et 3 coll. §. 4. n. 3. virgae portio sub altitudine duarum linearum granum capere debet, hinc per calculum diameter sectionis virgae normalis ad axin erit $1 \frac{6}{16}$ lin. Lond. ferme.

§ 7. Cum in iusta virgarum crassitie totum artificium consistat et difficillimum sit artifici mensuram assignatam exactissime obseruare, vt virgae cylindricae iustam acquirant crassitiem, iurabit eas $1 \frac{6}{10}$ lin. crassiores et quinque digitos longas parare et dein cuiuslibet virgae ponderis decrementum in aqua inquirere, quodsi superet 25 grana, eas tenuiores reddere debet artifex et hoc continuare, vsque dum obtineatur crassities ea, sub qua virga quaelibet decrementum 25 granorum in aqua patitur.

§ 8. Si machina notatis cautelis constructa per duas lineas eleuatur decrementum trium granorum, si per li-

neam tantum, decrementum $\frac{3}{8}$ gr., si per dimidiam lineam, $\frac{3}{4}$ gr. si per quartam partem lineae eleuatur, decrementum $\frac{3}{8}$ gr. indicatur etc.

§. 9. Descripti partes proprias machinae satis, addere tantum liceat ad aptam constructionem multam circumspeditionem et exactissimam fabriam requiri. Inprimis

1) Parietes vasis *CEFD*, ac rotularum *cc*, *dd*, *ee*, *ff* etc. frontes politissimae et

2) Regulae *aa*, *bb*, etc. parietibus vasis exacte parallelae esse debent.

3) Vas *GIKH* situm exactissime verticalem habere debet, qui obtinetur, si machina cochleis *k*, *l*, etc. insistens auxilio cochlearum sic collocatur, ut ponduscula *m*, *n*, etc. ex filis *om*, *pn*, etc. pendentia ex diuersis vasis partibus procumbentibus *oq*, *pr* etc. filis directionem permittant parietibus vasis *GIKH* parallelam. His cautelis obseruatis euitatur affricus, qui machinae actionem prorsus impedire valeret.

4) Aquae altitudo in vase *GIKH* eadem semper seruari debet, quare affundenda est aqua, si decreuit altitudo, ut cognoscatur decrementum tubus vitreus incuruatus *Stv*. communicare debet cum vase

5) Aquae in vase *GIKH* temperies etiam cognita esse debet, quia mutata temperie etiam densitas aliquantum mutatur, thermometer igitur etiam immergi debet aquae: tubus hinc vitreus *Stv*. tantae amplitudinis esse debet, ut thermometer bulbum recipere possit.

6) Ut iudicari statim possit, quanta sit elevatio machinae et hinc, quantum sit decrementum. Scala *wy* adplicari debet parieti vasis *AABB* in lineas Lond. et quartas

quartas partes lineae diuisa et index *w Z* ex obuerso firmari.

7) Notandum porro est, decremento tanto factò, vt machina eleuari amplius nequeat, ponduscula decrementis aequalia vasi iniicienda esse, vt machina in pristinum situm redeat. Attamen si euaporatio celerrime fit calore aquae insigniter discrepante a temperie aëris, frequenter machina in pristinum situm est restituenda, quod cum molestiam creare possit haud paruam, haud incongruum esset, machinam sic instruere, vt virgae facillime mutari et loco virgarum solidarum tubi cylindrici eiusdem longitudinis et ponderis adhiberi possint. Amplitudo tuborum tanta fieri potest, vt decremento 60 granorum factò machina per linem eleuetur, i. e. diameter tuborum potest fieri $9 \frac{7}{8}$ lin. + Si aqua calida euaporationi exponitur decrementa initialia sunt maiora, tubi ergo initio machinae sunt adplicandi, et obseruanda eleuatio. Deinde appropinquante temperie aquae ad temperiem aëris, decrementa euaporatione facta aequali tempore erunt minora, hinc virgae solidae sunt aptandae machinae, vt decrementa minora exactius cognoscantur.

Haec sufficere ad intelligentiam machinae euaporationi mensurandae inferuentis credo, quare superfluum censeo plura addere.

ANEMOMETRVM
 SVMMAM
 CELERITATVM CVIVSVIS VENTI
 ET SIMVL
 VARIATIONES DIRECTIONVM ILLIVS
 INDICANS.

AVCTORE

Michaële Lomonosow.

CONSTRUCTIO

I.

Tab. IV.
 fig. 1.

fig. 2.

Conficiatur rota alata A, cuius singulae alae *a*, numero 16, sint fagineae 24 pollices longae, 2 latae, crassitiae vero lineam unicam haud superantes, atque axi *b* infixae ita, ut situ suo ad axem conuergente efficiant angulos $22\frac{1}{2}$ graduum. Maioris vero firmitatis gratia constringantur filo ferreo duplicato in *c* et *g* per ipsas traiecto.

II.

Axis *b* per foramina in summo margine capsulae lignae BCDE, cui dimidium dictae rotae includitur, traiectus, cumque rota motus, dente *d* rotam aliam F duos pedes in diametro habentem et 800 dentibus instructam moveat, quae tympano *b* axi suo affixo circumagat rotam tertiam M, dimidii diametri et dentibus 400 praeditam, cum axe *p* diametri semipedalis, longitudine vero $\frac{1}{2}$ seu $\frac{1}{2}$ pollicis adaequante.

III.

III.

Sint duo elateres e et m , ad tabulas laterales firmati. Prior, qui fortior est, rotam M ad tympanum b apprimet; pro lubitu funiculo pqr ab illo remouendam; posterior erit flexibilior, et motum retrogradum rotae F prohibebit.

IV.

Rotae F et M tegantur tabula lignea tenui, lateri capsulae $BCDE$ aequali, et ab omni parte probe muniantur contra humorum impressiorem. Ad latus capsulae illius angustius BD firmetur perpendiculariter tabula Q , quinque pedes longa, latitudinea vero capsam adaequans, cum incisuris pro lubitu ad machinam ornandam factis.

V,

Integra machina firmetur ad vectem CK , cuius pars inferior perforata est secundum longitudinem instar tubi ad funiculos recipiendos. Ex L vsque ad K sit vectis figurae prismatice tetragonae, nempe quantum erit infra fornicem TT ; reliquum erit figurae cylindricae, longitudinis et crassitiei, ad machinam sustinendam et ventorum impetum ferendum sufficientis.

VI.

In fornice TT fiat foramen rotundum, aptumque ad vectem cylindricum capiendum; muniatur cono perforato GG ad fornicem firmato, et cono altero concauo RR , priorem tegente, atque vecti affixo ita, vt vectis in foramine libere moueri possit circa suum axem, et pluuia atque nix cono concauo RR a foramine arceatur.

VII.

Axi *p* alligandus est funiculus *p'lt*, cera vel pice infectus, circa eundem ipsum axem voluendus, cuius altera extremitas circumuoluenda erit rotæ H cum gradibus in limbo eius descriptis, quorum magnitudo, vt et rotæ ipsius, praxi erit determinanda, quemadmodum infra docebimus. Index *n* ad vectem fixus pro diuerso situ rotæ gradus ostendet.

VIII.

Rota H in capsula lignea N profunda et angusta sit mobilis. Peripheriæ eius affigatur tubus vitreus aequalis, circulari figura incuruus, cuius lumen sit vnicam circiter lineam amplum; atque impleatur Mercurio ad vtramque vsque aperturam *u* et *y*, cum erunt in eadem linea horizontali. Capsula N habebit foramen in *k*.

IX.

Fig. 3.

Circa vectis inferiorem extremitatem K collocetur receptaculum ligneum circulare X in 32 loculos lamellis ligneis tenuissimis discretum aequaliter, ita vt loculo N spectante septentrionem, oppositus S meridiem versus dirigatur, atque singuli versus 32 ventorum regiones vergant. Partes loculorum *o* in angulum acutum versus peripheriam exeuntes sint opertæ; reliquum quod ad foramen X extendetur et opertum erit, distinguatur pictis in modum amussii singulis ventis.

X.

Omnia denique industria artificis ita aptentur et coniungantur, vt et ad motum sint prompta et ad impetum
aëris

aëris sustinendum satis firma. Magnitudo alarum et rotarum pro cuiuslibet arbitrio et commoditate augeri aut minor eligi poterit. Rotae F et M vt et tympanum conficiantur ex aurichalco.

XI.

Antequam in situ debito inter fornicem firmata fuerit, collocetur haec machina primum in loco, vbi ventus quilibet libere spiret, et rotam alata A aequabili rotatione moueat. In distantia centum orgyiarum ponatur meta in ea regione, versus quam ventus a machina dirigitur, et aëri moto committatur pluma, quae dum per spatium centum orgyiarum fertur, notetur interea numerus gyrationum rotae alatae per numerum dentium rotae F quam fieri potest accurate; Et hac ratione inuento numero rotationum illius pro 100 orgyis, quas aër percurrit, numerandae sunt rotationes pro 500 orgyiis, vt aër nempe percurrat integram Werstam. His rotationibus absolutis, notetur locus indicis *n*, et distantia eius a puncto, in quo fuit initio primae rotationis, sumatur pro gradu primo scalae in limbo rotae H describendae, iuxta quem reliqui determinari poterunt; ad eiusmodi gradus certius determinandos, possunt etiam datae rotationes pro milliaribus numerari, atque designari.

VSVS.

Haec machina posita in summo speculae astronomicae, vel cuiuscunque aedificii editioris 1) implebit vices Tritonis, indicando directionem cuiuslibet venti, ita vt tabula Q et integra superiore parte machinae, cum dire-

ctione moti aeris congruente, angusta capsula NN spectabit eam, vnde ventus spirat, plagam, quae illico ex subiecto amufio innotescet; 2) Rota alata A vento mota, rotas F et M, ad inuolutionem funiculi *p l t* retardandam comparatas, mouebit simul cum axe *p*, ope dicti funiculi rotam H in capsula NN, circumuolente. Quo fiet, vt pro diuersa quantitate aeris praeterlapsi diuersus quoque numerus graduum supra indicem *n* ascendet. Hac ratione, absente obseruatore, notari poterit summa celeritatum venti cuiuslibet. Absoluta scala in limbo rotae H descripta, deducatur elater e funiculo *p q r*, vt rota M cum axe *p* moueri possit extra contactum tympani *b*; et rota H reuoluatur in eum situm, in quo index *n* ostendit rursus in scala initium primi gradus; tandem vero funiculus remittatur; quo facto, rota M cum tympano *b* in contactu posita ab eo rursus moueri poterit. 3) Spirante vento, et rota H ex *u* versus *y* vergente, deprimetur lumen *y* tubi *u y*, perque id Mercurius ex tubo in capsulam angustam NN, et ex illa per foramen *k* defluet in amufii loculum, qui respondebit regioni, vnde ventus spirat. Et vento variante, Mercurius pro ratione depressionis luminis *y* effluet in loculos amufii, regionibus, vnde ventus variabilis spirabit, correspondentes. Scala absoluta et mercurio in tubulo iamiam deficiente, fiat rotae H reuolutio modo superius praescripto, et tubulus *u y* ope conuenientis infundibuli impleatur denuo Mercurio et foramen K statim obturetur. Ex loculis amufii singulis Mercurius seorsim effundatur per epistomia *z*, in tubulum eiusdem luminis cum tubulo *u y*, et per diuersam altitudinem Mercurii in aequales gradus distributam, notetur

tetur eius diuersa quantitas. Vltimo foramen *k* aperiatur, vt Mercurius per capsulam NN in loculos amufii denuo ex tubulo vitreo defluere possit. Quoniam autem quantitas Mercurii in tubulo *u y* gradibus singulis in scala descriptis in singulis partibus proportionalis est, quod ex constructione patet; ex diuersa igitur quantitate Mercurii in loculis contenti constabit, quantum aeris ex quauis regione dato tempore praeterfluxerit, atque adeo pro singulis diebus et mensibus, proque integro anno a sedulo obseruatore sine incommodo obseruari et determinari poterunt directiones et quantitates aeris praeterlabentis, quod maximum emolumentum meteorologiam colentibus afferre posse nemo inficiabitur.



* INQVISITIO IN RATIONEM PHAE-
NOMENI, CVR AQVA PROFVNDATA IN VASIS
HOMOGENEAE MATERIAE PLVS EVAPO-
RET, QVAM AQVA MINVS PROFVNDATA
ET CONFIRMATIO EXPERIMENTO NO-
VA RATIONE INSTITVTO.

AVCTORE

G. W. Richmann.

§ 1.

Aquae caeteris paribus euaporationem esse in ratione superficieum aëri expositarum, nemo facile negabit, sic ut experimentis propositionem confirmando superfedere possim. Si vero profunditates aquarum discrepant et massae, superficies vero aëri expositae sunt aequales, quid tunc obtineat, difficile dictu videtur.

§. 2. Euaporationem aquae magis profundae Cl. Krafftius maiorem affirmavit cum Edm. Halleyo et veritatem rei experimentis saepius repetitis confirmavit. Fuerunt etiam, qui contrarium asseruerunt. Repugnantes sententiae effecerunt, ut officii mei esse putauerim inquisitionem nouam rei suscipere, quod cum fecerim Cl. Krafftii assertum semper confirmatum vidi, quoties-cumque Experimentum institui. Quomodo instituerim nunc exponam.

§ 3.

(*) Licet autor haec cognata antea tradiderit, quam quae de decremento et incremento caloris et de euaporatione cum societate communicauit, et quae Tomo I inserta sunt; tamen conuenienter iudicauit haec referre Tom. II. Comm. N. quia ista lucem hinc affundere possunt.

§ 3. Die 28. Iulii, per totam diem temperie aëris non superante gr. 126. Therm. De l'Isle neque infra 120. existente, duo vasa A et B vitrea, aqua impleta et in balance aequilibrata exposui aëri quieto vmbroso sic, vt superficies aëri expositae essent in eodem plano horizontali.

Tab. V.
fig. 1.

Vas A erat cylindricum et diameter luminis ab $2\frac{1}{2}$ poll. Lond. altitudo vasis erat vnus poll. +, crassities parietum vero quarta pars lineae circiter.

Vas B coni truncati figuram referebat, diameter luminis cd erat $= ab = 2\frac{1}{2}$ poll. Lond. altitudo vero paululum maior quam trium pollicum Londinensium: crassities parietum erat, vt crassities parietum vasis A. Bases diameter vix quinta parte lineae minor erat diametro orificii, vt figura coni truncati a figura cylindrica vix recesserit.

Vasi A infudi tantum aquae vt altitudinem vnus pollicis in vase acquireret, vasi B vero tantum vt altitudinem trium pollicum obtineret. Superficies hinc aquae in vase B erat minor, quam superficies aquae in vase A, ob gb minorem quam cd consequ. minorem quam ab et ef . Erat simul superficies aquae in vase B magis depressa, in vase A vero minus depressa infra orificium vasis. Euaporatione vero fiente, superficies aquae in vase B semper minui debebat, in vase A vero constanter eadem manebat: at nihilominus vasis per duodecim horas in aëre tranquillo pendulis, obseruavi profundius vas plus euaporasse quam minus profundam. Die 29. et 30. continuauit euaporatio, die 31. qui humidus erat nullam lancis inclinationem obseruauit. Experimentum postea saepius repetii semper cum eodem euentu. Notauit quidem etiam quantum exacte qualibet vice euaporatio ex vase profundiori

diori superauerit euaporationem ex vase minus profundo, sed cum euentus in experimentis diuerso tempore captis dissimillimi essent, sine ratione, quid notauerim, addere nolui. Silentio autem non praeterire possum, superficies aquae post vnum alterumque diem cuticula interdum obductas fuisse, quae euaporationem impediuit, vt vix sensibilis esset.

§ 4. Rationem cur vasa dicto modo comparata et dicto modo impleta adhibuerim vt afferam e re esse videtur: suspicio mihi subnafebatur, facile eligi posse vasa talia, quae licet ad sensum vnus diametri essent, nihilominus ratione diametrorum discreparent, quo casu, si diameter profundioris vasis esset maior, euaporatio ob superficiem maiorem maior esse deberet ex profundiori vase, et si diameter vasis minus profundi esset maior, euaporatio ob superficiem maiorem ex vase minus profundo maior esse deberet: elegi hinc maius vas tale, de quo certus eram superficiem aquae aëri expositam esse minorem in eo, quam superficiem aquae in vase minori. Deinde etiam dubitavi, an exacte vasa sic implere possem, vt aqua in vtroque vase in eadem distantia ab orificio vasis stagnaret, et cum ex hac circumstantia disparitatem metuerem, sic impleui aqua profundius vas vt ad sensum profundior esset superficies aquae aëri exposita in profundiori vase infra orificium vasis, quam in vase minus profundo. Curavi simul vt superficies aquae aëri expositae essent in eodem horizontali plano, ne diuersa pressio aëris diuersitatem gignere videretur. Pressione enim aëris minori minus euaporasse obseruatum est. (*)

§. 5.

(*) Philos. Trans. (n. 171.)

§ 5. Cum ex profundiori vase non solum ob minorem superficiem, sed etiam ob profunditatem maiorem superficiei infra orificium vasis minus euaporare deberet, quam ex vase minus profundo, et nihilominus ex profundiori vase plus euaporet, legitime concludi posse iudico, ex vase profundiore eo magis plus euaporare debere, si superficies aquae aëri expositae sunt aequales et superficierum profunditates infra orifica vasorum pariter aequales.

§ 6. Nunc restat, vt etiam in rationem phaenomeni inquiram; vbi statim considero euaporationem fieri in atmosphaera, medio quodam raro, multis et frequentibus vicissitudinibus obnoxio. Illa enim licet Thermometra, Barometra, Manoscopia et hygros copia et anemometra nostra variationes eius minimas non indicent, modo est frigidior modo calidior, modo magis premens, modo minus premens, modo densior modo rarior, modo humidior modo siccior, modo vehementer agitata modo lenius, modo tranquilla. Si igitur atmosphaera talis superficibus aquae aequalibus imminet et vasorum parietes ambit, in quibus aqua stagnat, etiam mutationem in illa producat necesse est, qualiscunque illa demum sit.

§. 7. Indubiae veritatis et facilis obseruationis est

1) Duabus massis aqueis aequalibus aequae calidis et earundem superficierum eidem aëri frigidiori vel calidiori, quam massae aquae sunt, expositis, vtramque massam temperiem aëris aequali tempore obtenturam.

2) Duabus aequalibus massis aquae aequae calidis, sed diuersarum superficierum eidem aëri frigidiori vel calidiori, quam ipsa sunt, expositis, massam superficiei maioris

temperiem aëris citius obtenturam, quam massam minoris superficiem.

3) Duabus massis aqueis, aequè calidis, earundem superficierum, eidem aëri frigidiori vel calidiori expositis, quam ipsae massae aquae sunt, massam minorem citius temperiem aëris acquirituram, quam maiorem massam. Hinc videtur concludi posse,

4) Si maioris massae superficies habeat ad minoris massae superficiem rationem minorem, quam massa maior ad massam minorem, minorem massam temperiem aëris citius obtenturam, quam maiorem massam, et

5) Si maioris massae superficies habeat ad minoris massae superficiem rationem multo maiorem, quam volumen massae maioris habet ad volumen massae minoris, maiorem massam citius temperiem aëris consecuturam, quam minorem massam. Haec omnia observationibus vulgaribus et exinde elicitis conclusionibus probabilia redduntur, possent tamen etiam experimentis, si vasa apte parata ad manus essent, indubia reddi.

1) Ad propositionem (n 2) confirmandam enim posset parari vas cubicum A cuius latus esset 6. pol. et aliud vas parallelepipedae B. cuius bases latus alterum esset 18. poll. alterum 6. poll. et altitudo 2. poll. Erunt enim sic superficies capacitarum, vt 216 : 312. volumina vero aequalia, quae continere possunt. Vel posset etiam adhiberi vas sphaericum C et conicum D. vasis conici altitudo sit aequalis radio sphaerae, basis coni vero aequalis superficiei sphaerae. Talia enim vasa capient aequalia volumina, superficies vero sphaerae erit ad superficiem Coni vt 31400 ad 66506.

II) Ad propositionem (*n* 3) confirmandam eligatur vas cubicum (A) et paretur aliud vas parallelepipedale, (E) cuius latus basæ alterum sit 18. poll. alterum 3. poll. altitudo vel $2\frac{1}{3}$ poll. Capacitates vasorum enim hic erunt vt 216. ad 139 ferme, superficies vero aequales.

III) Ad propositionem (*n*. 4) confirmandam vas conicum (F) et vas cylindricum (G) vtrumque eiusdem altitudinis adhiberi posset. Diameter vasis conici maxima sit aequalis diametro cylindrici vasis. Erit enim talis conus ad talem cylindrum vt 1 ad 3. superficies vero coniad superficiem cylindri erit vt $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \sqrt{5}$ ad $\frac{6}{4} = 1223 : 2400$. Est $2400 : 1223 < 3 : 1$.

IV) Ad propositionem *n*. 5. confirmandam fiat vas prismaticum basæ quadratae, latus basæ sit 10. poll. altitudo vnus poll. et vas alterum cubicum, cuius latus sit quatuor pollicum. Erunt hic superficies = 240:96; capacitates = 100:64. Est vero $240:96 > 100:64$.

Vel ad propositionem (*n* 4) confirmandam parari potest cubicum vas, cuius latus 4. poll. et alterum vas pariter cubicum cuius latus 10. poll. Erit enim hinc superficies capacitatis minoris vasis ad superficiem capacitatis maioris vasis vt 4. ad 25. capacitas vero minoris vasis ad capacitatem maioris vt 8. ad 125. Et $25:4 < 125:8$.

V) E re etiam esset adhibere vasa, quorum capacitates sint in ratione superficierum capacitarum e. g. vas sphaericum (C) diametri 4. poll. vel vas cubicum (H) cuius latus 4. poll. et vas cylindricum (G) eiusdem diametri et altitudinis cum vase sphaerico vel vase cubico, vt pateat, an tempora refrigerationis hoc casu sint aequa-

lia, vel in qua ratione praecise sint; Notandum vasa debere habere aperturas aquae et thermometris excipiendis aptas.

§ 8. Licet accurata experimenta non habeamus quibus dicta §. 7. probentur, vulgares tamen experientiae et observationes aliqua ex parte de veritate propositionum testantur. Globus ferrens magnus candefactus tardius frigescit, quam globus parvus ferrens, quia superficies globi maioris habet ad superficiem globi minoris minorem rationem, quam globus maior ad globum minorem. Filum ferreum tenuissimum et longum cito in aëre frigescit post candefactionem, globus vero ferrens, si sextam (c. g.) partem ponderis sili habet, similiter candefactus tardius frigescit. Hic enim superficies maioris habet ad superficiem minoris massae maiorem rationem, quam massa maior ad massam minorem. Dum potum Thee bibimus, ex vasculo parum potus infundimus alii vasculo, in quo maiorem aqua superficiem acquirit, quin flatu oris superficiem excauimus, ut adhuc maior reddatur superficies, ad refrigerationem accelerandam.

§. 9. Ad vasa in experimento nostro adhibita si reflectimus, superficies aquae aëri expositae sunt aequales et omnes sectiones superficiei aquae parallelae tantum non aequales. Ponatur superficies aëri exposita $= aa$, profunditas profundioris $= b$, alterius $= b - c$, erit volumen profundioris $= a^2 b$, sit diameter ad peripheriam $d : p$, erit diameter vasorum $= 2a \sqrt{\frac{d}{p}}$; peripheria $= 2a \sqrt{\frac{p}{d}}$, hinc superficies profundioris aquae $= 2a^2 + 2ab \sqrt{\frac{p}{d}}$, superficies minus profundae $= 2a^2 + 2ab \sqrt{\frac{p}{d}} - 2ac \sqrt{\frac{p}{d}}$, et volumen minus profundae $= aab - aac$. Erit igitur $a^2 b : a^2 b - a^2 c = a^2 + 2ab \sqrt{\frac{p}{d}} : 2a^2 + 2ab \sqrt{\frac{p}{d}}$

$V \frac{p}{d} - 2acV \frac{p}{d} - \frac{2a^2c}{b}$, quae ultima quantitas minor est quam superficies aquae minus profundae $2a^2 + 2abV \frac{p}{d} - 2acV \frac{p}{d}$.

Superficies ergo minoris massae non continetur in superficie maioris massae toties, quoties continetur minor massa in massa maiori, i. e. superficies maioris massae habet ad superficiem minoris massae rationem minorem, quam volumen maius ad volumen minus. Hinc sec. §. 7. n. 4. minor massa citius quam maior massa, aëri certae temperiei exposita, temperiem aeris obtinere debet. Cum diameter vasorum sit 25''' , altitudo maioris vasis 30''' , altitudo minoris 10''' , erit superficies interna maioris vasis 33'' 30''' □, superficies interna minoris vasis 17'' 64''' □; Volumen quod contineri potest minori superficie erit 4'' , 906''' ⊕; Volumen quod contineri potest maiori superficie 14'' , 718''' ⊕. Volumen ergo minoris continetur in volumine maioris ter, superficies vero minoris in superficie maioris nondum bis.

§ 10. Si nunc conditio euaporationis aquae ponitur

1) Superfiei eius expositio aëri, qui diuersam temperiem habet a temperie aquae. Si

2) differentia inter temperiem aëris et aquae maiori existente euaporatio maior statuatur. Si

3) temperie aëris aequali temperiei aquae euaporatio minima fieri ponatur, patet 1) conditionem euaporationis citius cessare in massa minori quam in massa maiori, cum minor massa, positis conditionibus experimenti, temperiem aëris citius consequatur, quam maior massa. Hinc mutatione aëris resp. temperiei facta, (quod frequenter

fit, cum continuac in aëre sint vicissitudines) qualibet vice diutius durare debet euaporatio insignis in massa maiori, quam in massa minori. Hinc mirum non est, plus euaporare ex massa maiori quam massa minori.

2) Patet, cum massae minoris calor celerius decreseat vel creseat, et hinc post certum tempus differentia inter temperiem aëris externi et massae minoris aquae minor sit, quam differentia inter temperiem eandem aëris et temperiem massae maioris post idem tempus, euaporationem massae maioris post quodlibet intervallum maiorem esse debere, quam euaporationem massae minoris.

§. 11. Si aër frigidior est quam aqua, euaporationem fieri eo celerius, quo maior est differentia inter temperiem aëris et aquae nemo dubitabit.

Si aër calidior est, quam aqua euaporanda, calor aëris distribuitur per aquam, et motus intestinus particularum hinc fit maior, hinc aqua aptior fit euaporationi, quemadmodum omnis solutio calore accedente celerius succedit.

§. 12. Si humidior redditur aër quam antea et simul frigidior quam massa euaporanda, euaporatio, si quaedam contingit, minor erit, quam si aër siccus esset. Ex minori tamen massa ob eandem supra allatam rationem minor euaporatio continget, quam ex maiori massa positis conditionibus experimenti.

§. 13. Si vero humidior redditur aër et simul calidior, quam aqua euaporanda, particulae humidae aëris, videntur tendere superficiem frigidiorē aquae versus, et augere diutius massam minorem, quam massam maiorem.

Uinc

Hinc humiditas aëris calidioris , quam massâ aquea euaporanda est contrarium efficere videtur , scil. minorem euaporationem massâe maioris quam massâe minoris. Reuera tamen , cum hoc augmentum non possit esse alicuius momenti , cum paucae particulae per aërem dispersâe superficiem aquae offendere possint , et si etiam ponatur alicuius momenti , non potest dici euaporationem minoris massâe esse maiorem , cum euaporatio nulla hoc casu fiat.

§ 14. Si dicta bene perpendimus ratio profunditatis aquae minas est habenda , quam massarum ad euaporationem expositarum et superficialium earundem , tam earum quibus massâe comprehenduntur , quam earum , quae aëri frigidiori expositae sunt. (§. §. 7. 10. 1.)

§. 15. Licet euaporationes aquarum in vasis in aëre pendulis et tenuium parietum homogeneaeque materiae sint sic comparatae , vt maior et profundior massâ plus euaporet , quam minor et minus profunda massâ , superficiebus aequalibus aquae aëri expositis , et superficie maioris massâe ad superficiem minoris massâe habente rationem minorem , quam volumen maius ad volumen minus. Non tamen asserere audeo , ad maiores massas aqueas e. g. maria , lacus , fluuiosque id adplicari posse. Alius enim calor adplicatur massis in minori a superficie telluris distantia , alius in maiori , alius in hoc alueo , alius in alio heterogeneo. Aquae ipsae sunt diuersarum grauitatum specificarum et diuersis particulis grauidae , hinc magis vel minus euaporationi aptae vt in tanta uarietate nihil certi poni possit ; quemadmodum nonnulli , e. g. Edm. Halley Anglus , fecerunt , licet celeberrimi alias philosophi. Verosimilli-

simillimum tamen est in iis regionibus ubi calor superficiei telluris plus superat calorem atmosphaerae quam in aliis, evaporationem maiorem esse debere caeteris paribus et in iis ubi aër ventis vehementioribus agitatur iterum evaporationem esse maiorem. Verbo infinitas ingenium in rem pertinacius inquirens offendit circumstantias, quae faciunt, ut nihil certi determinare possit. Hinc etiam pedem hic figo, et acrioris acuminis viris investigationem relinquo.

DE EVAPORATIONE

EX AQVA FRIGIDIORI AERE OBSERVATIONES ET CONSECTARIA.

AVCTORE
G. W. Richmann.

De euaporatione ex aqua calidiori aëre quaedam commentariorum nostrorum honorum primo Tomo inserta sunt ; nunc obseruationes de euaporatione ex aqua frigida in aërem calidiorem sequuntur. Hunc in finem mense Iulii et Augusti sequentia institui experimenta.

Experim. I.

quod per 9. horas et 20. m. pr. durauit.

§. 1. Ollam vitreatam lanci imposui , aquam frigidam ei infudi et Thermometrum Fahr. aquae immerfi. Contrapondio deinde alteri lanci imposito ad aequilibrium perduxì bilancem. Diameter superficiè circularis aquae aëri expositae erat 6'' 7''' Lond. Balance ad aequilibrium perducta notauì tempus , temperiem aquae , temperiemque aëris ambientis. Hora VIII. matutina in loco , vbi aër libere accedere potuit incepti obseruare et fuit

Tempus - - -	Temperies aquae - - -	Temperies aëris
initio - - - 40. gr.	Therm. Fahr. - - - 63½ gr.	Th. Fahr.
post 37 m. pr. 44 - - -	- - - - - 63½	

Simul vero lanx , in qua aqua euaporationi exposita erat , descendeat : et cum attentus apparatus omnem contemplerer , superficies externa ollae guttulis minimis instar roris obducta cernebatur vsque ad altitudinem ad quam aqua

in olla stagnabat. Phaenomenon hoc paradoxon videri haud potuit, cum idem per vulgares observationes, licet nondum exacte definitas iam dudum constabat. Reducta deinde ad aequilibrium bilance, observabatur

	Temp. aq.	Temp. aër.	
post 51 m. pr. - - -	46 - - -	63½ - - -	-
- - 63 - - - - -	47 - - -	63½ - - -	-

Hic rursus laux, in qua massa aquea examinanda locata erat, descendebat, aequilibrioque restituto observabatur

- - 72 - - - - -	48 - - -	63½ - - -	- -
- - 95 - - - - -	52 - - -	63½ - - -	- -

Eadem pars bilancis inclinabat, aequilibro tamen restituto mox elevabatur, indicio evaporationem fieri ex massa aquea evaporationi exposita, saltem guttulis parietibus vasis adhaerentes cum aëre ambiente rursus uniri.

- - 140 - - - - -	55 - - -	63½ - - -	- -
-------------------	----------	-----------	-----

Hic tredecim grana observabantur recessisse, pars tamen guttularum rosis emularum cernebatur in superficie ollae residua. Erat

post 290 m. p. - - - 55 - - - 64½ - - - et octuaginta quinque grana recesserant, vasisque superficies sicca apparebat.

post 330 - - -	63 - - -	64½ - - -	105 gr.
- - 358 - - -	63 - - -	64½ - - -	125 - -
- - 375 - - -	63 - - -	64½ - - -	141 - -
- - 405 - - -	63 - - -	65 - - -	161 - -
- - 438 - - -	63 - - -	63 - - -	194 - -
- - 470 - - -	63 - - -	65 - - -	224 - -
- - 500 - - -	63½ - - -	65 - - -	239 - -

- - 535 - - - 63 $\frac{1}{2}$ - - - 65 - - - 259 - -
 - - 560 - - - 63 - - - 65 - - - 277. - -

Experim. II.

duravit 10. horas 52. m. p.

§. 2. In eodem vase eodem modo institui experimentum et incepti hora III. pomeridiana. Erat initio

Temp. aq. Temp. aër - - -

38 - - - . 65 $\frac{1}{2}$ - - -

post 23. m. p. nulla inclinatio bilancis obseruabatur, neque guttulae vllae roris aemulae cernebantur in parietibus ollae, licet in poculi argentei et alius argentei deaurati parietibus, quibus glaciem immisi, largissime collectae adparebant, vt ad parietes vasorum defluerent.

post 37. m. p. - - - 44 - - - 65 - - erat accessus humoris ex aëre trium tantum granorum, et paucae guttulae vix obseruabiles ex vna parte superficiei vasis cernebantur.

Temp. aq. Temp. aër. - -

post 92 m. p. - - 51 - - - - 65 - - - Hic octo grana recesserant, et cum parietes vasis ficci apparerant euaporationem notare incepti. Erat

post 112 m. pr.	- - - 53	- - - 65	- - - 8	evap.
- - 142	- - - 55	- - - 65	- - - 13	- -
- - 172	- - - 56	- - - 64	- - - 25	- -
- - 202	- - - 57 $\frac{1}{2}$	- - - 64	- - - 40	- -
- - 232	- - - 58	- - - 64	- - - 52	- -
- - 267	- - - 58 $\frac{1}{2}$	- - - 63	- - - 68	- -
- - 292	- - - 59	- - - 63	- - - 77	- -
	T 2			322

Temp. aq.		Temp. aër.		
- - 322	- - - - -	59	- - - 63	- - - 92 gr.
- - 427	- - - - -	59	- - - 60	- - - 151 - -
- - 457	- - - - -	59	- - - 60½	- - - 167 - -
- - 497	- - - - -	59	- - - 60	- - - 181 - -
- - 582	- - - - -	59	- - - 60	- - - 227 - -
- - 652	- - - - -	58½	- - - 60	- - - 256 - -

Experim. III.

quod duravit per 13. horas.

§. 3. In eodem vase eodem modo et eodem apparatu tempestate serena hora X antemeridiana incepti observationes, quas sequenti tabella communicabo, in qua quantitatem vaporum collectorum ex aëre ambiente antequam euaporatio inceptit, signo — prefixo, quantitatem aquae euaporatae vero signo + indico.

Tempus	Temp. aq.	Temp. aër.	Evap.
initio	38	64½	— 0 gr.
post 20. m. p.	41	64½	— 6 -
- - 40	44½	64½	— 12 -
- - 144	54	64½	- + 13 -
- - 180	56½	65	- + 23 -
- - 200	57½	65	- + 32 -
- - 230	58½	65	- + 36 -
- - 260	59½	65½	- + 49 -
Parietes ollae hic sicci apparebant; Erantque			
à 260 m. p. ad 280 m. p.			6 grana euaporata.
- - 280	59½	65½	- + 6 gr.
- - 300	60	65½	- + 12 -
- - 320	60½	65½	- + 18 -

- - 460	- -	$62\frac{1}{2}$	- -	$65\frac{1}{2}$	- - +	60	-
- - 580	- -	$62\frac{1}{4}$	- -	64	- - +	96	-
- - 700	- -	$61\frac{1}{2}$	- -	63	- - +	141	-
- - 740	- -	61	- -	63	- - +	159	-
- - 760	- -	61	- -	63	- - +	170	-
- - 780	- -	61	- -	63	- - +	178	-

Experim. IV.

quod duravit 9. horas et 36. m. p.

§. 4. In eodem vase eodem modo et eodem adparatu hora secunda pomeridiana observationes incepti.

Temp.	- - -	Temp. aq.	- - -	Temp. aër	- - -	Euap.
initio	- - -	$58\frac{1}{2}$	- - - -	66	- - -	0
post.	23	- - -	59	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 10 gr.
- -	50	- - -	$59\frac{1}{2}$	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 20 -
- -	73	- - -	$59\frac{2}{3}$	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 30 -
- -	95	- - -	60	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 40 -
- -	117	- - -	$60\frac{1}{2}$	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 50 -
- -	135	- - -	$60\frac{1}{2}$	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 60 -
- -	163	- - -	$60\frac{3}{4}$	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 70 -
- -	194	- - -	61	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 80 -
- -	248	- - -	$61\frac{1}{2}$	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 100 -
- -	303	- - -	$61\frac{3}{4}$	- - - -	$64\frac{1}{2}$	- - + 120 -
- -	370	- - -	62	- - - -	64	- - + 140 -
- -	436	- - -	62	- - - -	64	- - + 160 -
- -	510	- - -	62	- - - -	64	- - + 180 -
- -	576	- - -	61	- - - -	63	- - + 200 -

Experim. V.

quod duravit per 4. horas et 45. m. pr.

§. 5. In eodem vase eodem modo et eodem appa-
ratu hora matutina IX incepti obseruationes.

Tempus	Temp. aq.	Temp. aër.	evaporatio
initio	- - 43	- - - 75	- - - 0
post. 6 m. pr.	48	- - - 75	- - - lanx in qua aqua posita erat descendebat, et superficies ollae externa vsque ad altitudinem, ad quam aqua in vase stagnabat, guttulis minimis roris aemulis obducta cernebatur ita, vt

	Temp. aq.	Temp. aër.	evaporatio
post 9. m. pr.	49	- - - 75	- - - 10 gr.
- - 15	- - - 54 $\frac{1}{2}$	- - - 75 $\frac{1}{2}$	- - - 15 -
- - 21 $\frac{1}{2}$	- - - 57 $\frac{1}{2}$	- - - 76	- - - 17 -
- - 30	- - - 61 $\frac{1}{2}$	- - - 76 $\frac{1}{2}$	- - - 20 -
- - 46	- - - 64 $\frac{1}{2}$	- - - 78.	hic non amplius hu- miditates ex aère accedere, sed septem grana recessisse ob- seruabantur et guttulae superficiei ollae adhaerentes ex par- te euanescere incipiebant.

post 54	- - - 65 $\frac{1}{2}$	- - - 78	- - - + 10 gr.
- - 61	- - - 67 $\frac{1}{2}$	- - - 77 $\frac{1}{2}$	- - - + 12 -
- - 65	- - - 68 $\frac{1}{2}$	- - - 77 $\frac{1}{2}$	- - - + 15 -
- - 70	- - - 69	- - - 77 $\frac{1}{2}$	- - - + 20 -
- - 74	- - - 70 $\frac{1}{2}$	- - - 77 $\frac{1}{2}$	- - - + 22 -
- - 79	- - - 70 $\frac{1}{2}$	- - - 77 $\frac{1}{2}$	- - - + 27 -
- - 83	- - - 72	- - - 77 $\frac{1}{2}$	- - - + 33 -

Guttulae nullae roris aemulae amplius obseruabantur in su-
perficie externa ollae. Quare euaporationem aquae nota-
re coepi quae necessario ex sola aquae superficie fieri de-
bebat.

bebat. Ad aequilibrium perducta bilance, lanci in qua aqua examinanda posita erat, 20. grana imposui, quo aequilibrium tollebat, et expectavi donec aequilibrium restitueretur, eratque.

	Temp. aq.	Temp. aër.	Euaporat.
post 107 m. p.	73 $\frac{1}{2}$	78	+ 20 gr.
- - 144	74	78 $\frac{1}{2}$	+ 50 -
- - 156	74	78 $\frac{2}{3}$	+ 70 -
- - 174	74	79	+ 90 -
- - 188	74	79	+ 110 -
- - 266	73 $\frac{1}{2}$	80	+ 230. -

Massa euaporationi exposita in hoc experimento cum thermometro, quod aëris temperiem notabat, radiis solis-exposita erat.

Experim. VI.

quod duravit per 3. horas et 34. m. pr.

§. 6. In eodem vase eodem modo et adparatu pomeridiano tempore hora secunda observationes inchoavi. Initio massa euaporationi exposita cum thermometro, quod aëris temperiem notabat, radiis solis exposita erat.

Tempus	Temp. aq.	Temp. aër.	Euap.
intio	42 $\frac{1}{2}$	87	0
post. 6. m. pr.	47 $\frac{1}{2}$	85	- 5 gr.
- - 29	57 $\frac{1}{3}$	80	- 11 -
- - 46	62 $\frac{1}{3}$	83	+ 6 -
- - 71	66	83	+ 10. -

Parum humiditatis, quae ex aëre accesserat cernebatur adhuc in superficie ollae. Hinc euaporationem ex superficie aquae hic notare coepi, quo tempore simul massa euaporationi

rationi exposita ab incurfu radiorum solarium liberabatur. Erat intervallo 26. m. pr. nimirum.

			Temp. aq.	Temp. aër.	Evap.
post.	97.	m. p.	68	- - - 79	+ 10 gr.
- -	114	- -	68½	- - - 78	+ 20 -
- -	130	- -	69	- - - 77	+ 30 -
- -	146	- -	69½	- - - 76½	+ 40 -
- -	157	- -	70	- - - 76½	+ 50 -
- -	175	- -	70½	- - - 76	+ 60 -
- -	185	- -	70¾	- - - 75½	+ 70 -
- -	195	- -	71	- - - 74½	+ 80 -
- -	204	- -	71	- - - 75	+ 90 -
- -	214	- -	71	- - - 74	+ 100. -

§. 7. Has observationes in sequentes tabulas redegi, ut statim pateret, quantum singulis temporibus aequalibus evaporaverit. In prima columna exstant Tempora, in secunda columna pondera evaporata.

Experim. I.

	1.	-	-	-	-	-	-	-	11.
hora	1	a	95.	m.	p.	ad	155.	-	15 grana seme.
- -	2	-	-	-	-	-	-	-	32 - - -
- -	3	-	-	-	-	-	-	-	32 - - -
• -	4	-	-	-	-	-	-	-	32 - - -
- -	5	-	-	-	-	-	-	-	46 - - -
• -	6	-	-	-	-	-	-	-	55 - - -
• -	7	-	-	-	-	-	-	-	35 - - -
- -	8	-	-	-	-	-	-	-	31 - - -

Experim. II.

Hora	1	a	92	ad	152	m.	p.	17½	grana	ferme.
-	-	2	-	-	-	-	-	27	-	-
-	-	3	-	-	-	-	-	26	-	-
-	-	4	-	-	-	-	-	28½	-	-
-	-	5	-	-	-	-	-	34	-	-
-	-	6	-	-	-	-	-	32	-	-
-	-	7	-	-	-	-	-	24	-	-

Experim. III.

Horo	1	a	260	ad	320	18	grana	ferme.
-	-	2	-	-	-	18	-	-
-	-	3	-	-	-	18	-	-
-	-	4	-	-	-	18	-	-
-	-	5	-	-	-	18	-	-
-	-	6	-	-	-	22¼	-	-
-	-	7	-	-	-	22¼	-	-
-	-	8	-	-	-	25	-	-
-	-	9	-	-	-	28	gr.	circiter.

Experim. IV.

Hora	1	-	-	-	-	24	gr-
-	-	2	-	-	-	27	-
-	-	3	-	-	-	21	-
-	-	4	-	-	-	22	-
-	-	5	-	-	-	21	-
-	-	6	-	-	-	19	-
-	-	7	-	-	-	18	-
-	-	8	-	-	-	17	-
-	-	9	-	-	-	18	-
-	-	10	-	-	-	17	-

Tom. II. Nou. Comment.

V

Expe-

Experim. V.

Horae	$\frac{1}{3}$	a 46	ad 66	m. pr.	- -	$10\frac{5}{6}$	} summa 46 gr.
- -	$\frac{2}{3}$	-	-	-	- -	$17\frac{2}{3}$	
- -	$\frac{3}{3}$	-	-	-	- -	$17\frac{1}{2}$	
- -	$\frac{4}{3}$	-	-	-	- -	$17\frac{1}{6}$	} - - 62 $\frac{1}{4}$ gr.
- -	$\frac{5}{3}$	-	-	-	- -	$17\frac{5}{6}$	
- -	$\frac{6}{3}$	-	-	-	- -	$27\frac{1}{4}$	
- -	$\frac{7}{3}$	-	-	-	- -	$26\frac{1}{3}$	} - - 77 $\frac{5}{6}$ gr.
- -	$\frac{8}{3}$	-	-	-	- -	26	
- -	$\frac{9}{3}$	-	-	-	- -	$25\frac{1}{2}$	
- -	$\frac{10}{3}$	-	-	-	- -	$25\frac{1}{2}$	} - - 71 gr.
- -	$\frac{11}{3}$	-	-	-	- -	$25\frac{1}{2}$	
- -	$\frac{12}{3}$	-	-	-	- -	20	

Experim. VI.

Horae	$\frac{1}{3}$	-	-	-	- -	8 gr.	} summa 25 gr.
- -	$\frac{2}{3}$	-	-	-	- -	$7\frac{10}{13}$ gr.	
- -	$\frac{3}{3}$	-	-	-	- -	$9\frac{1}{2}$ gr.	
- -	$\frac{4}{3}$	-	-	-	- -	$11\frac{1}{4}$ gr.	} - - 38 gr.
- -	$\frac{5}{3}$	-	-	-	- -	$12\frac{1}{2}$ gr.	
- -	$\frac{6}{3}$	-	-	-	- -	15 gr.	
- -	$\frac{7}{3}$	-	-	-	- -	16 gr.	} - - 57 gr.
- -	$\frac{8}{3}$	-	-	-	- -	21 gr.	
- -	$\frac{9}{3}$	-	-	-	- -	20 gr.	

§. 8 Ad observationes allatas si respicimus et eas comparamus videre est.

1) Initio

1) Initio colligi vapores, si differentia inter temperiem aëris et aquae superat 15. gradus Therm. Fahr. Exp. I. II. III. temperie aëris inter 60. et 70. gradum subsistente; si vero temperies aëris inter 75. et 87. gradum subsistat, colligi vapores si differentia inter temperiem aëris et aquae superet viginti gradus. Exp. VI.

2) Quo maior est calor aëris (1) eo calidiorum reddi debere aquam, donec collectio vaporum non obseruetur amplius, sed euaporatio solum: collatis obseruationibus Exp. I. II. III. cum obseruationibus Exp. V. et VI. (2) eo largiorem fieri euaporationem.

3) Initio euaporationem esse minorem, deinde augeri collatis Tabulis ad Exp. I. II. III. V. VI. et tandem rursus minui collatis tabulis ad Exp. I, III. V.

§. 9. Si in rationes phaenomenorum inquirendum est, reuoco in memoriam ea, quae ad explicandam legem decrementi caloris attuli, vbi in explicatione ratio habita est diuersae elasticitatis aëris frigidi affluentis et aëris calidi recedentis. Incrementa enim caloris fiunt secundum eandem legem secundum quam fiunt decrementa, similis hinc explicatio admittenda videtur.

§. 10. Primum ergo phaenomenon fieri videtur ob allapsum aëris calidioris humidis vaporibus praediti ad superficiem frigidam, cum qua vapores vniuntur, et recessum aëris frigidioris a superficie aquae frigidae magis cohaerentis cum suo homogeneo et hinc euaporationi minus aptae. Quo maior est differentia inter temperiem aëris calidioris et aquae eo celerior videtur esse debere affluxus et recessus continuus aëris, hinc eo largior vaporum collectio, si nimirum aër aequaliter vaporibus vnu-

stus est. Quo minor vero differentia eo magis videtur retardari debere affluxum et recessum aëris, ut tandem non plus vaporum accessu aëris colligatur quam recessu aëris aufugit. Quo casu euaporatio nulla fieri videbitur. Si vero magis adhuc differentia dicta minuitur, magis retardabitur dictus motus, ergo eo pauciores vapores colligentur, et hinc euaporatio praevalere incipiet prae collectione vaporum; Evaporatio vero etiam, aqua sensim calidiori reddita et cohaesione minuta augeri debet. Tali enim ratione particulae aquae euaporationi aptatae partim cum recedente aëre auferri partim agitatione a calore maiori orta expelli poterunt.

§. 11. Secundum vero phaenomenon puto sic generari. Ponatur temperies aëris vno casu minor altero maior, et obtineat aqua in temperie aëris minori certum calorem, decreset simul differentia inter temperiem aëris et aquae. Obtineat aqua in temperie aëris maiori eundem calorem quem priori casu, differentia inter temperiem aëris et aquae quidem similiter decreset, maior tamen erit, quam priori casu; hinc affluxus et recessus etiam aëris celerius fiet quam priori casu, hinc collectio vaporum etiam erit copiosior. Si ergo primo casu aqua tantum incaluit et differentia dicta ita decreuit et consequenter accessus et recessus aëris sic retardatus est, ut non plus vaporum colligatur, ac euaporatione recedit per (§. 10), altero casu, si aqua eundem calorem obtinet, differentia inter temperiem aëris et aquae erit maior, quam priori casu hinc accessus et recessus aëris celerior hinc collectio vaporum largior ac priori casu, hinc altero casu plus vaporum potest colligi ac euaporatione recedit. Si porro primo casu aqua sic incaluit et differentia dicta ita decrevit,

vit, affluxusque et recessus aëris sic retardatus est, ut plus vaporum recedat euaporatione ac affluxu aëris colligitur (per §. 10.), altero casu, si aqua eundem gradum caloris acquisiuit, ob differentiam inter temperiem aëris et aquae maiorem ac primo casu, collectio vaporum maior esse potest quam euaporatio. Ut ergo collectio vaporum non sit maior euaporatione, necesse est, ut aqua calidior fiat altero casu ac priori. Consequenter eo magis calidior debet fieri aqua altero casu, quam priori, si collectio vaporum prorsus euanescere debet.

§. 12. Hinc tertii etiam phaenomeni ratio patefcere videtur.

Quia his experimentis differentia tantum inter quantitatem euaporatam et collectos vapores detegitur; initio 1) ob aliqualem accessum vaporum 2) ob calorem aquae minorem et hinc cohaesionem maiorem; unde ab aëre recedente et ab agitatione a calore minori minus vaporum aufugit, differentia dicta minor obseruari debet: deinde ob accessum vaporum minorem decrefcente differentia inter temperiem aëris et aquae, et calorem maiorem, cohaesionemque minorem, unde ab aëre recedente et agitatione maiori a calore maiori plus vaporum recedit, dicta differentia maior obseruatur. Tandem accessu et recessu aëris admodum retardato, recedente aëre parum vel nihil forte vaporum auferetur; hinc omnis euaporatio soli agitationi a calore, qua particulae expelluntur, adscribenda erit; unde euaporatio minui debet.

§. 13. Ad rationes calculi nullo modo haec phaenomena potui redigere, neque enim ratio calorum et cohaesionis aquae hinc pendens et vis projectionis a diuerso

calore assignari potest. Exhibeo nudas observationes, contentus, si aliqualem utilitatem in naturali scientia habeant.

§. 14. Nonnulla, quae in Meteorologia utilitatem habere possunt ex his observationibus colligi posse videntur. Nimirum

1) Si temperies aëris sole supra horizontem morante 65. gradum est, et aquae in superficie telluris stagnantis, e. g. fluvii, lacus vel maris temperies minor 50. gradibus, quod vere et autumno imprimis obtinere solet, saepius collectio vaporum largius fieri debet quam evaporatio. Exp. I. II. III.

2) Si temperies aëris superat 75. gradus et temperies aquae in superficie telluris stagnantis e. g. fluvii, lacus vel maris est minor 60. gradibus, quod aestate contingere saepius solet, rursus plus vaporum ex aëre colligi debet ac evaporatione in atmosphaeram abit. Exp. V. et VI.

3) Si differentia inter temperiem aëris calidioris et aquae frigidioris in superficie telluris stagnantis e. g. fluvii, lacus vel maris paucorum tantum graduum est, quod ordinario sole supra horizontem morante fieri solet, evaporatio praevalebit praecollectione vaporum secundum observationes Exp. I. II, III. IV. V. VI.

§. 15. Possunt etiam ex observationibus evaporationis aliqua ex parte definitis nonnulla confirmari, quae in scientia naturali ex vulgibus et parum vel prorsus non definitis observationibus a scientiae naturalis cultoribus deducuntur. Nimirum

1) Post solis occasum temperies aëris, quae interdii ordinario maior est temperie aquae in superficie telluris stagnantis decrefcit ita, vt tandem minor euadat temperie aquae, hinc nulla amplius collectio vaporum expectanda est, sed sola euaporatio per tentamen in legem euaporationis ex aqua calidiori aëre. Aqua enim in superficie telluris interdii calefacta et euaporationi praeparata in aërem frigidiorē transmittit vapores, qui, si offendunt corpora a tellure aliquatenus remota, vapores fortius trahentia et magnae respectu quantitatis materiae superficiei, vt aëris temperies facile cum iis communicari possit, iis adhaerent et rorem exhibent. Ex atmosphaera vero non facile descendunt vapores versus superficiem telluris calidiorē, nisi aër vaporibus valde onustus sit, vt coalescentes et uniti inter ascensum vapores propter pondus auctum redire cogantur. Hinc confirmantur ex parte et, quae Clariss. *Gersten* in tentaminibus systematis noui ad mutationes barometricas de ortu roris multis ex obseruationibus deduxit, nimirum rorem ex vaporibus ascendentibus generari. Quod vero ad controuersiam de rore deciduo et non deciduo attinet, in eorum partes abeundum esse obseruationes de euaporatione suadent, qui rorem ex vaporibus ascendentibus et descendentibus simul deriuant, si enim interdii vaporibus valde oneratus fuit aër, (§. 14. n. 3.) vapores ex aëre cum vaporibus post occasum solis largius ex superficie telluris accedentibus coalescere et ob pondus auctum rursus descendere non est dubitandum.

2) Mane, quando sol incipit calefacere atmosphaeram, vapores calefacti, versus tellurem, quae nocte partem caloris amisit, frigidiorē ex atmosphaera praecipitari

tari debent. Et si contigerit, ut magna differentia sit inter temperiem aëris superioris calidioris et temperiem aëris inferioris superficiei telluris vicini frigidioris et corporum prope superficiem telluris sitorum magnaue respectu quantitatis materiae superficiei praedictorum et vapores fortiter trahentium, collectio vaporum largior fieri debet in superficie corporum praedictorum, praesertim si cum vaporibus ex superficie telluris ascendentibus uniantur. Si vero minor est differentia, parciore expectari debet collectio vaporum, si scilicet atmosphaera aequaliter onusta est vaporibus. Hinc etiam, si largior vaporum collectio manere obseruetur, vel magnam inter calorem aëris superioris calidioris et aëris inferioris frigidioris esse differentiam, vel aërem vaporibus esse onustum, vel utramque conditionem adesse, et si contrarium obtinet, minorem esse dictam differentiam, vel aërem vaporibus parcius grauatum esse vel utramque conditionem obtinere iudicandum erit. Si porro post solis occasum largior obseruatur collectio vaporum, magnam inter temperiem aëris superioris frigidioris et temperiem aëris superficiei telluris propinqui et superficiei telluris ipsius calidioris esse differentiam, vel aërem vaporibus esse valde onustum vel utramque conditionem obtinere, dicendum erit. Parciore collectio vaporum contrarium indicabit.

§. 16. Si respicimus ad paragraphi 14. numeros 1. 2. 3. limites evaporationis incipientis et collectionis vaporum euanescentis a me nondum esse exactissime et omnimodo definitos, patet. Requiritur ad hanc rem (1) multorum concurrentium labor, uti rem perpendiculari facile patet, et (2) requiruntur thermometra ad obseruationes, quo-

quorum gradus in minutissimas, quantum possibile, partes diuisi sint. Operaque mihi praetium videtur in eiusmodi res maiori cum solertia inquirere, quia ad meteorologiae perfectionem facere videtur, de qua perficienda omnimodo solliciti esse debemus.

EXPERIMENTA DE COMPRESSIO- NE AERIS INPRIMIS PER AQVAM IN BOMBIS CONGLACIATAM DESCRIPTA.

AVCTORE

G. W. Richmann.

§. 1.

Experimentum Halesii de compressione aëris per congelationem aquae, quod in statica vegetabilium descripsit, repetiturus simul spatium aëris in quod compressum coarctatur observare et inquirere constitui, vitrum coarctatio tandem finiretur ita, vt aër maiori compressioni e. g. duplae triplae sine voluminis decremento sensibili resistat, vel sine fine continuet ita, vt omnem inquisitionem inanem reddat. Quod ad vltimum momentum attinet nihil definire potui, quid ratione primi praestitum sit breuissime enarrabo.

§. 2. Variis bombis Illustr. Praefidis cura comparatis cum Cl. Kratzensteinio sequenti ratione experimenta cepimus.

Experim. I.

Tab. VI.
fig. 1.

1) Factus est cylindrus solidus ligneus *AB*, qui ab vna parte excavatus est ita, vt cavitatis (1) vasculum vitreum *ab* (2) tubulum vitreum gracilem *cd* in *c* hermetice clausum, (3) bulbum vitreum cylindricum *de*, in quem tubulus *cd* abibat et qui ab altera parte iterum in tubulum graciliorum apertum *ef*, fundum vasculi *ab* attingentem desinebat, reciperet.

2) Io

2) In tubulum *fe* adacta est tinctura ex oleo terebintinae et lacca Florentina tritu parata et deinde tubulus vasculo vitreo *ab* mercurio impleto immerfus et totus hiece apparatus cavitati praedictae immiffus est. Quo facto notata est tincturae circa *e* flagnantis altitudo in tubo *cdef*.

3) Cylindrus ligneus *AB* cum tubulo *cdef* et vasculo *ab* dicto modo coniunctus immiffus est bombae diametri 9 dig. Lond. et cuius capacitatis diameter erat 6, 1. dig. L, minima parietum crassities I, 1. dig. L. maxima crassities I, 8 dig. L. et aperturae bombae diameter I, 3 dig. L.

4) Hoc facto, bomba aqua temperiei 32. gr. Therm. Fahr. impleta est, quae per aliquot horarum interuallum aëri libero temperiei 18. gr. Therm. F. exposita fuerat, et obturamento ligneo conico *CD*, cuius basis minor massa fusâ ex colophonio et cera illinebatur, per malleum sat fortiter percussio clausa est.

5) Deinde bomba sub preli validissimi *E F* cochlea Fig. 2. mari collocabatur, cuius cochlea foemina robustissimo ferro *HIKL* incisa erat, quod ex vtraque parte incurvatum cum robustissimo parallelepipedo ferreo *HL* cohaerebat. Cochleae maris diameter erat $4\frac{1}{4}$ dig. L. et distantia helicum unius et dimidii dig. L. haec vecte 4 et $\frac{1}{2}$ pedem longo circumagebatur et ita obturamentum in bombam adigebatur.

6) Cautum tandem est ne cochlea eleuaretur pressione aquae congelascentis, vecte per obicem retento.

Expositus mansit totus apparatus per 4 horas aëri li-

bero temperiei 15 gr. Therm. Fahr. donec bomba cum insigni fonitu disrumpebatur.

In duas partes ferme aequales diuisa erat ; planum rupturae erat verticale : altera pars immobilis persisterat vi preli retenta ; altera vero proiecta erat ex alt. 2 $\frac{1}{2}$ pedum cum apparatu incluso ad distantiam octo ferme pedum L. Celeritate ergo dissiliit , quam acquisiuisset , si per altitudinem 6 $\frac{2}{3}$ pedum lapsa esset. Parum tincturae ipsum verticem tubi illibati *c d* maculauerat simulque aqua aëre et tinctura distincta in tubo *c d* apparebat. Vas vero vitreum , in quo mercurius stagnauerat glacie , quae crassitie $\frac{6}{15}$ Dig. L. internos bombae parietes obduxerat , cinctum et fractum deprehendebatur , mercuriusque dispersus.

§. 3. Hinc ferme idem experti sumus , quod Cel. Hales , vnde tamen de compressione aëris nihil certi stabiliri poterit. Mire paradoxon erat aquae in tubulum receptae phaenomenon. Alias enim aër crassioribus fluidis imprimis in tubulis gracilioribus ita resistit , vt nulla ratione aditum iis permittat , praesertim si superiorem locum occupat. Sique compressione in minus spatium redigitur , pressione cessante sese in volumen pristinum restituens crassius fluidum rursus expellit.

§. 4. Quae hinc potest , an forte vasculum vitreum *ab* ante ruptam bombam glacie , quâ cinctum deprehendebatur , fractum sit ? vt mercurius diffluere aquaeque specificè leuiori locum concedere potuerit , quae cum tinctura pressione aquae congelascentis non porcul à vertice subsisterit et aëre aqua specificè grauiori facto ingenti pressione ad ipsum verticem ascenderit et deinde rupta bomba per aërem compressum et sese restituentem ex parte expulsa

pulsa sit, ex parte vero parietibus cohaerens, aequilibrioque restituto coalescens aëre distincta apparuerit. An vero rupta bomba aër compressus magna vi ultra limites compressionis naturalis erumpens ipso ruptionis momento partem spatii aquae accedenti inanem reliquerit? nisi tantus ultra statum compressionis naturalis saltus, ut etiam tubi supremus vertex maculatus sit tinctura, nouum paradoxum exhibeat. Dicitur etiam posset pressione valida aëris particulas valde diminutas fuisse, ut sese ex vertice tubi subducere et crassiori fluido locum concedere debuerint, aër enim, qui in aquae interstitiis hospitatur, si pressio externa minuitur, sese ex aqua explicare solet, et contra, si augetur pressio, aquae volumine non mutato in poros ipsius recipitur, quod vltimum, quo maior pressio euadit, eo celerius fieri deberet. At non e re nostra est his et similibus suspicionibus inhaerere, quae experientia indubitata stabiliri haud possunt, hinc ad experientia redimus.

Experim. II.

§. 5. Hoc experimento aër sola vi preli compressus est. Bombae, quam adhibuimus diameter erat 7, 8 dig. L. diameter capacitatis bombae 5, 3 dig. L. crassities parietum minima I, 1 dig. L. crassities parietum maxima I, 3 dig. L. Diameter aperturae erat I, 1 dig. L. Simili apparatu ei vsi sumus, quo experimento I. Similique ratione cuncta aptauimus, nisi quod loco vasculi vitrei *a b* elegerimus vasculum ferreum cylindricum. Obturamen *o* vero vi preli in bombam coacto, illud rursus

remouimus, et apparatu ex bomba extracto tinctura ad insignem altitudinem ascendisse, aër vero iterum illibato tubo et toto apparatu per totum tubum *c d* et bulbam expansus cernebatur. Ponderato mercurio, qui idem volumen habebat, quod aër ante compressionem in tubo *c d e* et eo, qui idem habebat, quod aër in ipso compressionis statu in vertice tubi, inueni illud ad hoc ferme vt 30 ad 1. Hinc volumen aëris compressi fuit $\frac{1}{30}$ pars voluminis eiusdem aëris ante compressionem.

Experim. III.

§. 6. Constabat Clariss. Halesium nuda pressione vi preli facta, aërem in partem $\frac{1}{27}$, voluminis redegisse et Halleyum in $\frac{1}{28}$ coarctasse. Subiit animum inquirere, vtrum per nostram machinam maior compressio effici posset. Iterauimus igitur experimentum, et ne pressione aqua per poros lignei obturamenti transudaret et ita compressio aëris minor fieret, quam foret si hoc impediretur, obturamentum in bombam aqua impletam percussionibus mallei coactum, vt aqua spumescens per poros ligni peneraret, et sic totam obturamentum impregnaretur, rursus remouimus aërique frigido exposuimus vt aqua in interstitiis congelaret. Deinde muniuimus bombam aqua impletam et apparatu descripto instructam obturamento et vi preli illud in bombam intrusimus. Deinde remoto obturamento et exerto apparatu illibato vidimus aërem in minus adhuc spatium redactum fuisse ac exper. II. compressione vero cessante idem rursus volumen nactum esse, quod ante compressionem habuerat, spatiique aëris ante et post com-

compressionem simili ratione ac experim. II. definitis, aërem in $\frac{1}{123}$ prioris voluminis partem nuda preli pressione redactum fuisse apparebat. Tinctura enim distinctissime limites aëris compressi notauerat.

§. 7. Ex hoc experimento simul videre licuit, aëris particulas hac pressione nondum minutas fuisse, ut poros mercurii et aquae interuallo isto temporis penetrare potuerint, quo compressio duravit: quod exiguum tamen fuit. Aliter enim spatium aëris compressione cessante minus fuisset spatio aëris ante compressionem. Parum enim probabile est aërem per fluida crassiora dispersum fuisse et compressione cessante subito rursus in tubum *cd* latum fuisse, quemadmodum aër ex fluidis crassioribus sub campana euacuata sese explicat.

§. 8. Vi machinae pressio in obturamentum minimum 4000. librarum erat. Distantia enim helicum erat ad peripheriam loco vectis descriptam, vbi potentia applicata erat uti 1. ad 100. (§. 2. n. 5). Posita hinc potentia aequali 40. tantummodo libris, orietur hinc pressio in obturamentum 4000. libr. Et posito demidiam huius pressionis partem a resistentia parietum bombae ad aequilibrium perducere remanebit nihilominus pressio 2000. librarum, qua aër in tubulo *cde* coarctari poterit. Si igitur atmosphaerae pressio in aream vnus dig. quadrati ponitur 16. libr. et 5. vuc: in aream aperturae bombae sc. 0, 95 dig. \square erit $15\frac{1}{2}$ libr. Haec pressio atmosphaerae ad pressionem prelo factam erit ut $15\frac{1}{2}$: 2000. = 1: 129. circiter. Ab hac pressione parum recedit ea, quae requiritur ad aërem sec. regulam Mariottianam in spatium illud redigendum, in quod experimen-

to

to III. redactum fuit. Secundum enim hanc regulam spatia aëris sunt in ratione inuerfa ponderum vel virium comprimantium, pressio ergo haec centies vigesies pressionem atmosphaerae superare debuit.

Experim. IV.

§. 9. Vt quid, aqua in bomba congelascente fieret, denuo experiremur, toto apparatu bombae immisso obturaculo eam bene clausimus et fime canabino nouo vndi quaque cinximus, vt bomba rupta vi funis contineretur et totus internus apparatus illibatus permaneret; at bomba per 4. horas in temperie aëris 13. gr. Therm. Fahr. libero aëri exposita sub prelo rupta est cum fime, quo cincta erat. In tria frustra inaequalia sec. plana verticalia iterum diuidebatur, et partes ex alt. $2\frac{1}{2}$ pedum vsque ad trium pedum distantiam proiectae sunt sec. diuersas plagas, disiectis simul massis ligneis, quae ex vtraque parte bombae adplicatae erant, vt, si bomba dissiliret, devolutio impediretur. Totus apparatus iterum praeter spem fractus est et suprema tubi extremitas ne quidem inuenta. Fluidum sic dispersum cernebatur, vt basi cochleae maris non solum guttulae aquae, quae in glaciem abierant, sed etiam quam plurimae guttulae minimae mercurii adhaerentes apparent. Crusta glacialis, qua obducti cernebantur parietes bombae obseruabatur crassitie $\frac{1}{5}$ dig. L. circiter. Idem paradoxon obseruatum in portione quadam tubuli *c d* inuenta, ac experim. I. in qua aër tintura et aqua distinctus apparebat.

§. 10. Si dispersionem particularum aquae et mercurii consideramus, vel dici poterit, aërem, qui forte in bomba et in interstitiis aquae continetur et congelatione separatur et colligitur bomba rupta cum impetu expansum fuisse et aquam et mercurium dispersisse; vel aquam et mercurium, quarum prima omni compressioni, quantacunque sit, a plurimis resistere posse creditur, parum comprimi tam ingenti pressione et vim elasticam obtinere, quae sese pressione subito cessante exerat, ita vt particulae, quae pressione ingenti in se mutuo ferebantur illuc latae sint, vbi pressio omnium primo subito minuta est, i. e. illuc, vbi crassities parietum bombae minima est; vel etiam parietes bombae pressione ingenti dilatatos, pressione subito cessante et rima facta, sese restituisse et aquam eiecisse, vbi tamen quomodo mercurius eiectus sit difficulter intelligitur; vel omnia haec concurrere.

Experim. V.

§. 11. Bombam maiorem, A B diametri 12. dig. Fig. 3.
 L. experimento repetendo aptauimus et simili, quo ante apparatu instruximus, cum autem sub prelo locari haud possët ob maiorem diametrum, lapidi molari sub porta quadam E F G H imposuimus et tignum validum I K obturamento L perpendiculariter opposuimus, quod altera sua extremitate attingebat murum magnae molis latéritium M. Obturamentum quod sesqui digitum circiter ultra interiores bombae parietes procedebat sensim pressione aquae gelascentis eleuabatur, partim ob fibras ligni sese parum incuruantes, partim ob cedentem lapidem molarem, forte
 Tom. II. Nou. Comment. Y etiam

etiam ob murum lateritium fissum in *abcd* parum elevatum. Ab una parte obturamenti tumor circa aperturam bombae oriebatur, et portio obturamenti tandem instar lintei fibris incurvatis extrudebatur. Postquam bomba per integram noctem et sequentem diem ita torturae exposita erat, tollebatur tandem et obturaculo remoto igni admouebatur, ut glacies funderetur. Hoc facto apparatus exentus et integer observatus est: tinctura tubulum usque ad insignem altitudinem maculauerat ita, ut limites aëris compressi distincte observari potuerint. Aër vero idem quod antea volumen in tubulo *cde* obtinebat, nisi quod calore aër expansus parum mercurii ex vasculo ferreo eiecerit, quo tamen spatium aëris sensibiliber augeri haud potuit. Hinc nec hac pressione aëris particulis mercurii et aqua peruii euaferè, quae tanta fuit, ut aqua inter fibras obturamenti ex ligno betulae pressa, illas instar fibrarum lini facti molles efficeret. Spatio aëris compressi ut antea cum spatio aëris ante compressionem comparato, aër in partem voluminis minorem quam trecentesimam prioris voluminis redactus fuisse inueniebatur. Si aqua omnis obturamento illibato in bomba contineri potuisset usque ad rupturam, probabiliter in minus adhuc spatium aër in tubulo *cde* coactus fuisset.

§. 12. Limites ergo densitatis aëris detectos esse nondum liquet. Constat solum vi praecedentis experimenti, aërem pressione atmosphaerae condensatum, sine sensibili elasticitatis decremento in trecentesimam voluminis partem redigi posse. Si maiori pressione in minus spatium aër coactari posset, limites compressionis nondum essent detecti.

teſti. Si contrarium obtineret et maiori preſſione aër non in minus ſpatium ſed in idem reduci poſſet, limites compressionis eſſent inuenti. Tentaffemus eadem bomba experimentum repetere, vt quid maior compreſſio valeat (quae oriri deberet, ſi nullus aquae et obturamento exitus concederetur) obſeruare liceret; at quia mitior tempeſtas ingruerat et maior bomba ſub prelo collocari haud poſſet, aliaque remedia fruſtra tentata eſſent, nihil hiſce tentaminibus addere licuit.



VSUS LEGIS DECREMENTI CALORIS AD DEFINIENDAM MEDIAM CERTO TEMPORIS INTERVALLO TEMPERIEM AERIS OSTENSUS ET INSTRUMENTVM METEOROLOGICVM NOVVM MEDIAE TEMPERIEI AERIS INVENIENDAE INSERVIENS.

AVCTORE

G. W. Richmann.

In inquisitione in legem decrementi et incrementi caloris fluidi in certa et constanti temperie aëris Comment. Nou. Tomo I^{mo} inserta sub finem subiunxi problema sequens: *Temperiem aeris inuenire eam, quae, si constans esset, per totum diem vel etiam multorum dierum intervallum, quin totum annum, eundem effectum produceret in refrigerandis et calefaciendis per idem tempus corporibus ac omnes gradus diuersi caloris sibi per totum diem vel longius intervallum e. g. totum annum succedentes.*

Resolutionem ipsam problematis distuli donec apparatus rei necessarium rite instruere possem. Cum in proxime praeterlapso quadrimestri mihi proposuerim in nocturnam et diurnam euaporationem inquirere et hunc in finem mensè Iulii et Augusti multa experimenta instituerim, imprimis in euaporationem ex superficie frigida aquae in aërem calidiorem inquirens, et ex omnibus observationibus propter inconstantiam aëris nihil definire potuerim, clucebat necessitas resolutionis problematis allati.

Neque enim per integram noctem observationes continuare potui, ut comparationem inter euaporationem nocturnam

turnam et diurnam instituire valerem. Cognita vero media temperie aëris speravi ex differentia inter temperiem aquae et aëris diuersis temporum interuallis faltem aliquatenus de euaporationis quantitate iudicium ferri posse. Hinc vt ad propositum perfequendum omnia praepararem, sequens prius vt resoluere tentarem problema, e re mea esse iudicauit.

Problema.

§. 1. Data temperie aquae initiali multo calidiori temperie aëris et data temperie eiusdem fluidi diminuta post definitum temporis interuallum inuenire temperiem mediam aëris siue potius eam, quae si constans fuisset, cum aqua temperiem post datum tempus obseruatum communicasset.

Resolutio.

1) Sit temperies aquae initialis = d , diminuta temperies eiusdem aquae post datum temporis interuallum obseruata = c et tempus = n . Ponatur temperies media aëris, quae inueniri debet = x .

2) Definiatur decrementum initiale b interuallo quinque minutorum primorum, et temperies aëris massam aqueam ambientis obseruationibus exactissimis ope Thermometri cuius gradus in partes minutissimas diuisi sint.

3) Subtrahatur temperies aëris a temperie aquae initiali et ponatur haec differentia = a , erit secundum legem decrementi caloris

$$4) \frac{((d-x) - (\frac{d-x}{a})b)^n}{(d-x)^{n-1}} = c - x. \quad \text{ex hac aequatio-}$$

ne facillime eruitur sequens aequatio : $l(d-x) - l(c-x) = nla - nl(a-b)$ Si ergo $a^n : (a-b)^n$ inuentum est $= A$, erit

$$5) \frac{d-x}{c-x} = A, \text{ conseq.}$$

$$6) x = \frac{\Lambda c - d}{\Lambda - 1}. \text{ Q. E. I.}$$

§. 2. Non inutile erit, si exemplis quibusdam ex obseruationibus meis ex inquisitione citata in legem decem. Cal. petitis hanc formulam illustrauiero.

Ponatur Experimento X.

1) $d = 175$, 0 gr. et decrementam quinque minutis primis scil : $b = 13$, 5, temperies aëris hoc tempore constans $= 22$, 5, erit $a = 152$, 5 et $(a-b) = 139$, 0. obseruatur post 125 min. pr : temperies aquae $c = 40$, 0 erit hinc etiam $n = 25$. Erit ergo $nla - nl(a-b) = 25 l 1525 - 25 l 1390 = 1.0063750$ logarithmus numeri 10, 14. qui est $= A$, erit ergo $x = 25$, 2. Si ergo temperies aëris 25, 2. gr. Therm. Fahr. constans fuisset per 125 min : pr aqua obtinuisset eundem gradum iquadagesimum quem obtinuit in variabili aëris temperie. fit

2) d , b item a vt antea; c ponatur $= 25$ et $n = 56$ erit $x = 25$, 1. ferme. fit

3) d , b et a rursus vt antea $c = 30$ et $n = 33$, erit $x = 24$, 4. gr.

§. 3. Ex experimento X cit. I. videre est, dimidiam circiter libram aquae in temperie aëris 25 gr. quatuor horis et quadraginta minutis primis à temperie 175 gr. ad temperiem 25 gr. peruenisse. Si ergo 5 Centenariū

marii aquae et vas similis figurae eligeretur, volumina aquarum positis capacitatibus vasorum et vasis-cubicis erunt ut 1 : 1000 et superficies ut 1 : 100, hinc decremента aequalibus temporibus initialibus e. g. quinque minutis primis existente eadem aëris temperie 25 gr. et eadem aquae temperie initiali 175 gr. erunt ut 10 : 1 = 1350 : 135; erit hinc $a = 150$, 00 $b = 1$, 35; ponatur porro $f = 40$, 00, habebimus secundum legem decre-

menti caloris aequationem $f = \frac{(a-b)^x}{a^x - 1}$ et hinc $x =$

$\frac{la - lf}{la - l(a-b)}$, i. e. 745 minutorum primorum siue 12 ho-

rarum et 25 min. pr. Hoc tempore igitur 5 Centenarii aquae temperiei initio 175 gr. gradum 65 Therm. Fhar. consequentur in temperie aëris constanti 25 gr.

§. 4. Patet nunc, quomodo Thermometrum meteorologicum ad mediam temperiem aëris inueniendam aptum confici debeat.

Nimirum 1) Fiat vas cylindricum A B ex metallo quod 5 centenarios aquae recipiat, et in a habeat foramen, quod Tab. VI.
Fig. 4.

2) Cistella quadem ab tegatur, quae cochleis c et d cum vase coniuncta et ianuam praedita sit, ut commode apperiri et claudi possit.

3) Cistella contineat Thermometrum eaf , cuius bulbus f a vase recipiatur.

4) Thermometrum eaf sit ita constructum, ut gradus quilibet in decem vel plures partes diuisus sit.

5)

5) Iuxta C fit infundibulum , vt vasi commode aqua infundi possit , et

6) Circa B epistomium , vt eidem etiam exitus concedi possit.

7) Suspendatur vas A B in libero aëre ope catenae A g. h. et infundatur aqua calida , notetur deinde

8) Temperies aquae aperiendo ianuam cistellae et inspiciendo Thermometrum aquae immersum , habebitur *d*

9) Obseruetur temperies aëris ope alterius similis Thermometri in aëre libero pendentis.

10) Post 5 min. pr. idem iterum fiat (vel post longius tempus) quod n. 8 et 9 monitum , et innotescet decrementum *b* per hoc tempus sub definita aëris temperie.

11) Post 12 horas iterum notari potest temperies aquae et habebitur *c*. Hi gradus sufficient temperiei mediae aëris interuallo 12 horarum inueniendae (§. 1. 2. 3.)

12) Si tandem nimis retardatur motus fluidi Thermometrici , dum temperies fluidi ad temperiem aëris sensim magis magisque appropinquat , aliud vas aequale et simili ratione in aëre libero suspensum adsit , et infundatur eadem quantitas aquae calidae et simili modo notetur temperies aëris , temperies aquae initialis et temperies aquae post 5 min. pr. vel longius tempus , vt decrementum caloris istius temporis interuallo innotescat. Post 12 horas similiter potest notari temperies aquae *c*. His factis iterum media temperies aëris inueniri potest , vt §. §. 1. 2 3. ostensum , et si motus fluidi thermometrici rursus nimis retardatus est , vas prius rursus aqua noua calida infusa obseruationi potest aptari et sic porro.

§. 5. Haec rite quidem deriuata videntur ex stabilita lege decrementi caloris, molestissimum tamen est singulis diebus tantum aquae calefacere et instrumentum obseruationi aptare. Hinc non incongruum est, si de alio apparatu saltem minus molesto cogitamus. E re esse videtur vas ferreum aliquot centenariorum eligere, cuius capacitas sit tanta, vt vnam atque aliam libram mercurii et bulbum Thermometri recipere possit. Ceterum instruaturn machina ita, vt mercurius effundi possit, et etiam Thermometrum tolli, vt vas frige factum calefieri et iterum in libero aëre suspendi et cum Thermometro vt antea coniungi queat. Si nunc rursus duo talia vasa adsunt, commodius temperies aëris media inueniri posse videtur. Nam

1) Ferrum tardius frigescit, quam aqua et non ita cito fluidi thermometrici motus desinet in tali machina; hinc forte sufficere poterit, si singulis viginti quatuor horis obseruationes fiant, e. g. quolibet meridie, inprimis tempore aestiuo. Si enim respicio ad Eperim. I. inquisitionis meae in legem decrementi caloris, mercurius Thermometri, cuius bulbi volumen erat $\frac{1}{4}$ dig. cub. 30 minutis primis in temperie aëris 40 gr. a gr. 64 ad temperiem 40 graduum reducebatur, et si comparamus cum bulbo thermometrico vnus pedis cub. erunt volumina bulborum vt 25: 172800 et superficies ferme vt 4: 1440. positis scil. bulbis cubicis. Cum nunc decremента caloris inaequalium bulborum thermometricorum aequae calidorum aequalibus temporibus paruis et in temperie aequali aëris debeant esse in ratione composita directa superficialium et inuersa voluminum bulborum thermometricorum, secundum §. 21. inquisit: 1: c. erunt decremента vt 230: 1. cir-

et cum citato experimento 30 minutis primis decrementum fiat 22 graduum, erit eodem tempore in bulbo maiori decrementum $\frac{1}{10}$ gr. circiter. Est etiam $a = 24,0$ $b = 0,1$. $(a - b) = 23,9$. obtineat in temperie aëris 40 graduum constanti bulbus thermometri vnus pedis cubici gradum quinquagesimum, erit $f = 10$, et tempus quo hoc fit secundum §. 3 $= \frac{1a - 1f}{1a - 1(a - b)} = \frac{1(24) - 1(10)}{1(24) - 1(23,9)} = \frac{14}{1,1}$ $= 210$ circiter dimidarum horarum i. e. quatuor dierum et 9 horarum. Post 4 ergo dies et 9 horas eiusmodi thermometer sub descriptis conditionibus decrementum quatuordecim graduum patietur in temperie aëris 40. gr. Licet vero ferrum lentius frigescere debere videatur ac argentum viuum, positis voluminibus aequalibus et similibus differentia tamen forsitan non erit adeo magna, et si ferrea moles 9 Centenariorum ab initio gr. 500 Therm. Fahr. habeat, per integros forte 7 dies mediae temperie aëris definiendae inferuire poterit praefectum aestiuo tempore.

2) Non metuendum hic, quemadmodam in machina ad quam aqua adhibetur, aquam in magno frigore in glaciem abituram et sic thermometer frangi.

3) Possunt calefaciendis vasis fornaces aptari et machinae adhiberi, quibus haec moles à duobus seruis eleuari et in fornacibus collocari possunt et deinde iterum in libero aëre suspendi.

4) Maior etiam cum ferro et mercurio calor communicari potest, quam cum aqua; hinc hoc etiam respectu apparatus hic posterior fini magis respondebit.

5) Neque aër vaporibus vt ex aqua inquinatur et expansionis maioris capax redditur eodem calore, vt accessus et

et recessus aëris acceleari consequ. decrementum caloris maius fieri possit.

§. 7. Non est, ut hic multis ostendam, fructum, qui ex talibus observationibus expectandus est, esse alicuius momenti et tantum ut molestias cum observationibus coniunctas compenset. Temperies aëris influxum habet in animalia et vegetabilia et omnia corpora tantum, ut sanitas animalium et vegetatio plantarum multam partem a temperie aëris pendeat. Hinc forte fieri potest ut eiusmodi observationibus cum industria continuatis, coniunctis simul aliis huc pertinentibus, multis ulterius definiendis pares reddamur. Quodsi nihilo minus molestia in observando superare videatur utilitatem inde sperandam cogitationes tamen hae occasionem dare poterunt omnibus ita instruendis, ut res expeditu facilius fiat.

§. 8. Cum thermometra, si ex alia temperie in aërem liberum transportantur, temperiem aëris non statim ostendant, sed successiue sese temperiei aëris accommodent, alius adhuc usus legis decrementi caloris fluidi se mihi obtulit, quem resolutione sequentis problematis ob oculos ponere liceat.

Problema.

Data temperie fluidi initiali et cognito decremento quinque minutis primis inuenire temperiem aëris.

Resolutio.

1) Definitum sit omni solertia in temperie aëris quacunque quantitatis aquae calidae in uase stagnantis decre-

mentum b et differentia inter temperiem fluidi et aëris $= a$. Hae quantitates in omnibus casibus occurrentibus adhiberi poterunt.

2) Sit fluidi homogenei eiusdem quantitatis in eodem vase stagnantis temperies data $= d$ et temperies aëris incognita $= x$, erit differentia inter temperiem fluidi et aëris $= d - x$. Sit porro decrementum fluidi observatum sub temperie aëris $x = g$. Cum decrementa sint hoc casu vt differentiae inter temperies fluidiorum et aëris per §. 20. inquisit. in leg. decr. cal. erit.

$$3) a : b = d - x : g, \text{ conseq.}$$

$$a g = b d - b x, \text{ conseq.}$$

$$x = \frac{bd - ag}{b}.$$

Sit ex. gr. $g = 14, 0$, $d = 175, 0$, $a = 152, 5$, $b = 13, 5$
erit $x = 17, 1 \frac{65}{135}$.

DE BAROMETRO, CUIUS SCALA
 VARIATIONIS INSIGNITER AUGERI POTEST,
 ITEM DE LIBRA BAROMETRICA ET BARO-
 METRO HYDRAVLICO COGITATIONES.

AVCTORE

G. W. Richmann.

Solliciti fuerunt scientiae naturalis cultores de scala varia-
 tionis barometricae maiori reddenda, vt ne mutatio-
 nes minimae quidem obseruatorum fugerent oculos, quod
 inprimis ad altitudines exactius dimetiendas multum col-
 laturum sperarunt. Notissima sunt tentamina in hoc ne-
 gotio in scriptis physicis exposita, omnia tamen ita com-
 parata, vt fini prorsus non satisfaciant. Quin nonnulla,
 si maiori solertia examinantur tantum a fine proposito re-
 cedereprehenduntur, vt barometrum simplex melio-
 rem usum praestet. Vix ingeniosius vero et scalae ma-
 iori obtinendae aptius barometrum construi posse videtur
 ac Bernoullianum; nisi

1) Longitudo tubi verticalis et horizontalis machi-
 nam frangendi pariculo exponat, si ex vno loco in aliud
 transferri debet, et

2) In tubo horizontali angustiori frictio augeatur, in-
 primis si aer saepius humidus parietes tubi humectet;

3) In tubo horizontali ampliori vero aer cum mer-
 curio facile misceatur et machinam inutilem reddat. Quod
 facile fieri potest, si tubus a linea horizontali parum re-
 cedat, vt argentum viuum altiorcm locum occupet et
 aer depressiorem; nisi denique.

4) Mercurius a diuersa temperie aeris modo in vo-
 lumine maiori modo minori contineatur. quae vltima im-
 perfectio tamen non est Barometro Bernoulliano propria.

Consideratio horum defectuum barometri Bernoulliani occasione dedit hisce meis, quae sequuntur cogitationibus, quas examini societatis submitto. Ut clarius omnia pateant, in antecessum sequens problema solvere liceat.

Problema.

§. 1. Data pressione atmosphaerae per altitudinem barometricam expressa, et simul columnae cuiusdam mercurialis, cum qua coniunctim atmosphaera aërem comprimit et in dato volumine continet, datoque decremento altitudinis barometricae inuenire incrementum voluminis aëris constantis semper temperiei.

Resolutio.

Tab. VII.
Fig. 1.

- 1) Concipiatur tubus vitreus $ABCDE$: pars AB sit amplior et in vertice A sit apertus, pars BCD sit angustior et AB cum CD faciat angulum rectum. CD vero finiatur bulbo ampliori DE clauso. Concipiatur
- 2) Tubus AB in situ verticali et CD in situ horizontali, et ponatur
- 3) Argentum viuum stagnare a superficie ab ad cd et cum atmosphaera coniunctim comprimere aërem et illum coërcere in spatio $cd DEc$: sit
- 4) Pressio atmosphaerae et mercurii in tubo verticali AB stagnantis coniunctim vt altitudo c columnae cuiusdam mercurialis. Sit
- 5) Sectio horizontalis capacitatis tubi $AB = a$
- 6) Volumen aëris in bulbo ante dilatationem $= V$.
- 7) Decrementum pressionis atmosphaerae vt altitudo
cuius-

cuiusdam columnae mercurialis = n ; mercurius ascendere debet in tubo cylindrico AB et hinc volumen aëris in bulbo DE et tubo $cdDc$ contenti augeri. Sit

8) Voluminis aëris incrementum = x et

9) Volumen aëris post dilatationem = $V + x$ et hinc

10) Altitudo columnae mercurialis aucta erit altitudine $\frac{x}{a}$ (n. 5. et 8); quare

11) Tota pressio in aërem dilatatum erit vt $c - n + \frac{x}{a}$ (n. 4. 7. 10.) et cum pressiones sint in ratione inuerfa voluminum, erit

12) $V + x : V = c : \frac{cV}{V + x}$, erit ergo pressio in aërem eundem dilatatum etiam vt $Vc : (V + x)$; habemus hinc

13) Aequationem, $c - n + x : a = cV : (V + x)$; ex qua aequatione eruitur

$$14) x = V \left((Vna + \left(\frac{V + ca - na}{2} \right)^2 - \left(\frac{V + ca - na}{2} \right) \right).$$

Augmentum ergo voluminis aëris post pressionem aëris diminutam facile elicitur.

§ 2. Assumto incremento voluminis aëris pro cognito ipsum volumen aëris ante dilatationem et propterea capacitas vasis DE et partis tubi $DcdD$ coniunctum inveniri poterit; si reliquis expressionibus retentis, voluminis aëris incrementum ponatur = d et capacitas vasis DE et partis tubi $DcdD$ coniunctum = y , erit enim per aequationem §. praec. n. 13.

$$c - n + d : a = cy : (y + d) \text{ et hinc}$$

$$y = d \left(\frac{d + ca - na}{na - d} \right).$$

§. 3. Pari ratione iisdem expressionibus retentis, æquatio pro decremento voluminis aëris post compressionem a pressione atmosphaeræ aucta formari poterit; inuenitur enim $c + n - x : a = CV : (V - x)$; hinc eruitur $x = \frac{V + ca + an}{2} - \sqrt{\left(\left(\frac{V + ca + an}{2}\right)^2 - Vna\right)}$.

§. 4. Adducam exempla ut quid ex usu eiusmodi machinae speranda sit aliqua ex parte colligi possit. Si ponitur

1) $c = 56''$ et $n = 15'''$, $a = 4'' \square$ et $V = 800''$
 ⊖. inuenitur voluminis aëris incrementum post pressionem atmosphaeræ dimmutam $4''$, $693''' \ominus$, et voluminis aëris decrementum post pressionem atmosphaeræ auctam $4''$, $738''' \ominus$. Limites hinc aëris compressi et aëris dilatati intercipient volumen $9''$, $431''' \ominus$, et dum aër a dilatatione maxima ad compressionem maximam reducitur, simulque mercurius in barometro per tres digitos affendit, volumen 9 , $431'''$ cubicis minus occupare debet ac ante. Si nunc sectio tubi CD ad axin normalis ponitur $\frac{1}{4}$ partium lineae quadratae tubi longitudo longitudinem scalae variationis barometricae exhibens erit $125' 7'' 4''' \frac{1}{4}$. Sit

2) $c = 350'''$ et $n = 15'''$ caeteris pariter ut ante positis, erit incrementum voluminis aëris post dilatationem $= 5111''' \ominus$ et decrementum $5112''' \ominus$. Consequenter longitudo pro scala variationis barometricae, si sectio tubi CD ad axin normalis ponitur $\frac{1}{4}$ partium lineae quadratae $136' 3'' 0'''$. Sit

3) $c = 350'''$ et $a = 100''' \square$ et caetera eadem, erit incrementum voluminis aëris $1, 437''' \ominus$ et decremen-

mentum eiusdem $1, 438'''$, consequenter longitudo pro scala variationis barometricae $38' 3'' 3'''$, si sectio tubi eadem ponitur. Sit

4) $c = 320'''$, $a = 100'''$ □, $V = 800, 000'''$ □, $n = 15'''$ erit incrementum voluminis aëris $1'', 443'''$ □ et decrementum $1, 443'''$ □, et hinc, si rursus eadem sectio tubi CD ponitur, longitudo pro scala variationis barometricae $38' 48'''$. Cum eiusmodi longitudines nulli tubo vitreo tribui possint et hinc absurdae sint, conveniens potius longitudo assumatur pro volumine $d : \xi . 2$. Sit

5) Longitudo $150'''$, consequenter posita sectione tubi $\frac{3}{4}'''$ □ erit $d = 112'''$ □, positisque caeteris vt (n:4) erit vasis capacitas $2''$ et $482'''$ □; hinc decrementum voluminis aëris post gravitatem atmosphaerae auctam erit $112'''$ □ (§. 3). Limites hinc aëris compressi et aëris dilatati intercipere debent in tubo horizontali $224'''$ □. Erit hinc sectione tubi CD semper $\frac{3}{4}'''$ □, longitudo pro scala variationis barometricae $298''' \frac{2}{3}$, et cum linea vna in 4 partes bene distinguibiles diuidi possit, scala variationis in 1192 partes diuisibilis est.

§. 5. Ponatur porro tubus CD inclinatus in quo situ Fig. 2. aër difficulter cum argento viuo miscetur, si etiam tubus CD maioris luminis fuerit. Ponatur longitudo tubi inclinati CD ad altitudinem BC = $f : 1$, et retineantur omnes expressiones (§. 1), ponatur solum sectio tubi inclinati ad axin normalis = b , erit longitudo voluminis $x = \frac{x}{b}$, et erit f ad $1 = x : b$ ad $x : bf$ et hinc altitudo pressionem post dilatationem aëris exprimens oritur, si ad $c - n + x : a$ additur $x . bf$. Mutatur ergo aequatio (§. 1. n. 14) in sequentem

$c - n + \frac{(a + bf)x}{bj a} = V c : (V + x)$ ex qua aequatione eruitur $x = V \left(\left(\frac{bf a n V}{c j + a} + \left(\frac{bf V + a V + a c b f - a b f n}{2 (c j + a)} \right)^2 \right) - \left(\frac{bf V + a V + a b f c - a b f n}{2 (b j + a)} \right) \right)$, siue incrementum voluminis aëris post dilatationem pressione atmosphaerae minuta.

§. 6. Dato etiam incremento voluminis post dilatationem aëris in tubo inclinato, similiter ac (§. 2.) factum, volumen aëris primitiui ante dilatationem et capacitas bulbi DE et tubi D c d D coniunctim inueniri poterit, si ex aequatione $c - n + \frac{(a + bf)d}{a b j} = c y : y + d$ eruitur $y = d \left(\left(\frac{bf + a}{a b j n - (b j + a) d} + \frac{c a b f - n a b f}{2 (b j + a) d} \right) \right)$.

§. 7. Pari ratione, si ex aequationis (§. 3.) primo membro $n + c - x : a$ subtrahitur $x : b f$ et fit aequatio $c + n - \frac{(b f + a)x}{a b j} = c V : V - x$, eruitur $x = V \left(\frac{(b f + a) + a b f (c + n)}{2 (b j + a)} - \sqrt{\left(\left(\frac{b f + a}{2} \right)^2 + \frac{a b f (c + n)}{(b j + a)} \right)^2 - \frac{V n a b f}{b j + a}} \right)$, siue decrementum voluminis aëris post compressionem pressione atmosphaerae aucta.

§ 8. Facile patet, si ad (§. 6.) respicitur $\frac{(a + bf)d}{a b j}$ esse debere $< n$ aliter enim casus repugnantiam habet. Ponatur hinc $\frac{(a + bf)d}{a b j} = \frac{n}{r}$; erit $f = \frac{r a d}{n a b - r b d}$. Ponatur r in casu speciali numerus integer e. g. 2. $a = 400'' \square$ $d = 500'' \square$, $n = 15''$. erit $f : 1 = 26\frac{2}{3} : 1$. Si r ponitur = 4, erit f caeteris manentibus = $66\frac{2}{3}$. et $f : 1 = 26\frac{2}{3} : \frac{2}{3}$. Quo maior ergo r ponitur, eo minor altitudo, quo minor vero, eo maior altitudo tubo inclinato concedi potest: Quia vero maior altitudo requiritur, ne aër misceatur cum mercurio parua inclinatione tubi, eliga-

eligamus $f : 1 = 20 : 1$, inuenietur positis $a = 400''' \square$
 $n = 15'''$, $c = 320'''$, $b = 3''' \square$, $d = 500''' \square$ per §. 6.
 capacitas bulbi D E et tubi D d c D coniunctim $29''$,
 $038''' \square$ et propterea decrementum voluminis aëris post
 pressionem atmosphaerae altitudine $15'''$ auctam erit
 $495''' \square$, hinc limites aëris compressi et aëris dilatati in-
 tercipere debent in tubo inclinato C D volumen . $995'''$
 \square tota ergo longitudo scalae variationis barometricae $331\frac{2}{3}'''$
 esse poterit, quae in 1326 partes diuisibilis est, quae fa-
 tis distingui poterunt. Sint caetera omnia eadem, ponatur
 solum $b = 1''' \square$ et voluminis aëris incrementum post di-
 lationem aëris $= 150''' \square$, erit $\frac{d}{b} = 150'''$ et vasis
 D E capacitas coniunctim cum parte D c d D tubi D C
 $6, 586\frac{40}{57}''' \square$, hincque decrementum voluminis aëris pressio-
 ne atmosphaerae altitudine $16'''$ aucta $146''' \square$, erit ergo
 integra longitudo scalae variationis barometricae $296'''$,
 quae in partes 1184 fatis distinguendas diuisibilis est.

§. 9. Si argentum viuum stagnat in cylindro A B Fig. 3^o
 vsque ad lineam a b et in bulbo D E vsque ad lineam
 c d, et omnes expressiones retinentur sectione c d posita
 $= b$, mutatur aequatio (§. 1.) in sequentem.

$$c - n + \frac{(a+b)x}{ab} = \frac{cv}{v+x} \text{ et hinc erit}$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{bvna}{b+a} + \left(\frac{bv+av+ac-nab}{2a+v} \right)^2 \right)}$$

$$- \left(\frac{v(l+a)+ab(c-n)}{2(a+b)} \right) \text{ et decrementum voluminis aëris post}$$

$$\text{compressionem maiorem} = \frac{(b+a)v+v(c+n)cb}{2(c+v)} - \sqrt{\left(\frac{(c+a)v+ab(c+n)}{2(a+b)} \right)^2}$$

$$- \frac{bvna}{b+a}. \text{ Sique } x \text{ ponitur} = d, \text{ et spatium aëris primi-}$$

tium in recipiente inueniri debet, erit manentibus expressio-
nibus secundum §. 7.

$$y = d \left(\frac{(a+b)d + (c-n)ab}{adn - (c+r)d} \right)$$

§. 10. Praeparatis nunc omnibus ad constructionem
barometrorum scalae maioris describendam progredior.

Constructio primi Barometri scalae maioris.

Fig. 4. Fiat. 1) Cylindrus cauus vitreus A B, cuius sectio ad
axim normalis sit 1" □ Lond. (§ 4. n. 4. 5) et alti-
tudo quinque dig. L. Adplicetur

2) Tubus vitreus a b minoris luminis cum ampliori
A B communicans et

3) Ex altera parte tubus vitreus BCD circa C pau-
lulum sursum incuruatus, deinde ad axim cylindrici vasis
A B normaliter secundum lineam rectam excurrans. Lon-
gitudo tubi CD sit circiter trium pedum et sectio ad ax-
im tubi normalis $\frac{1}{2}$ partium lineae quadratae. (§ 4. n. 5.

4) Finiatur tubus CD bulbo clauso DE, cuius ca-
pacitas sit circiter 2", 482^{mm}. (§ 4. n. 5)

5) Hocce instrumentum A B C D E firmetur ad pa-
rallelepipedum metallicum F G, cuius superior imprimis
superficies exacte plana sit; ita vt tubus A B situm ad
parallelepipedum accurate perpendiculararem et hinc tubus
situm cum parallelepipedo exacte parallelum obtineat.

6) Adplicata sit parallelepipedo simul libella vt
bulla eius aërea parallelepipedo recessum a linea horizonta-
li prodere possit.

7) Instruētum sit parallelepipedum cochleis vt H K
et L M, vt ope earum, si a linea horizontali recedat,
elevatori

eleuari et deprimi possit, donec situm horizontalem indicet.

8) Vasi parallelepipedali NOPQ tota machina immitatur et aqua infundatur, vt tubi *ab* apertura et capita cochlearum LM et HK solum ex aqua promineant.

9) Reducatur parallelepipedum fundo vasis NOPQ incumbens ope cochlearum in situm exacte horizontalem, et notetur thermometro quodam RS aquae temperies.

10) Si altitudo Barometri mediae propinqua obtinet et tempestas serena et ser sicca sit impleatur tubus AB mercurio; donec tres digiti mercurii supra lineam horizontalem stagnet

11) Si mercurius medium tubi nondum attingit; vel etiam bulbo DE plus iusto adpropinquauit, ope antliae paruae cum tubo graciliori instructae, cuius extremitas paulum incuruata sit, machina parum inclinata pars aëris vel educatur vel vi adigatur in bulbum DE, donec mercurius ferme in medio tubi CD finiatur parallelepipedo nempe in situm horizontalem ante reducto. Ibi notetur altitudo Barometri simplicis simul obseruata. Deinde

12) tantum affundatur mercurii, vt ad 4 et $\frac{1}{2}$ digitorum altitudinem in cylindro stagnet, aër comprimetur, tanta vi, quanta comprimeretur, si atmosphaerae pressio in tantum aucta fuisset et nihil mercurii affusum, notetur deinde punctum, quod mercurius in tubo CD attingit et notetur ibi altitudo barometri simplicis obseruata et adhuc durans aucta digito vno et dimidio

13) Subducantur deinde ex cylindro AB tres digiti mercurii et supra lineam *fg* stagnabit adhuc vnus digitus et dimidius, aërque in DE comprimetur tanta vi,

quanta comprimeretur, si pressio atmosphaerae tantum minuta fuisset et nihil mercurii sublatum fuisset. Notetur rursus punctum C, quod mercurius in tubo attingit et notetur ibi altitudo barometri observata et adhuc durans minuta vno digito et dimidio.

14) Affundatur rursus vnus digitus et dimidius mercurii, mercurius in tubo CD rursus punctum, vbi altitudo barometri observata notata est, attingit; nisi pressio atmosphaerae interea mutata fuerit.

15) Temperies aquae et consequenter aëris bulbo DE inclusi conservari debet eadem, quod affusione vel frigidae vel calidae obtineri potest.

16) Si haec definita sunt ex incremento voluminis aëris post dilatationem aëris cognitis a , n , c , exactius capacitatis vasis DE mensura et volumen aëris primitiui definiiri potest, (§ 2) opeque formularum (§ 1. et 3) datarum, pro qualibet pressione vnâ lineam mutata et minus, voluminis aëris incrementum et decrementum inueniri et hinc scala definiiri poterit et parallelepipedo iuxta tubum CD incidi. Quaelibet pars rursus in minores partes aequales diuidi poterit, sicque scala parata et fini accommodata erit.

Si enim periculum facere animus est parallelepipedo FG ad situm horizontalem in vase NOPQ reducto et aqua super infusa ad primitiuam temperiem reducta, observari debet punctum, quod mercurius in tubo BD attingit, vbi altitudo barometrica simul inuenietur notata. Si loco mercurii aqua adhibeatur, accuratior scala fieri poterit, grauitate specifica aquae ad grauitatem specificam mercurii definita.

§ 11. Haec omnia fini admodum respondere videntur, nisi timendum esset

1)

1) Parua inclinatione tubi horizontalis mercurium diuidi et cum aëre misceri, et sic machinam inutilem reddi, et

2) Frictionem in tubo angusto impedituram motum mercurii. Hinc e re esse putavi instrumentum fig. 2. repraesentatum fini aptare.

Constructio secundi Barometri scalae maioris.

§. 12. Fiat 1) Tubus vitreus AB , cuius sectio hori Fig. 5.
zontalis sit $4'' \square$, cum tubo graciliori ab communicans.

2) Adplicetur tubus vitreus KCD , ita vt sit $CD : KC = 20 : 1$. Sit sectio tubi CD ad ax'n normalis $3''' \square$ et longitudo trium pedum et quinque digitorum circiter.

3) Tubus CD finiatur bulbo clauso DE , cuius capacitas cum dimidia capacitate tubi CD coniunctim sit circiter, $29, 038''' \square$.

4) Hoc instrumentum ad planum inclinatum metallicum FGL , cuius altitudo GL ad longitudinem FG sit vt 1 ad 20 , firmetur ita, vt tubi AB axis in plani inclinati basin normaliter incidat.

5) Ex altera extremitate per basin prolongatam plani inclinati cochlea HK transeat, vt ope eius eleuari machina et deprimi possit, donec libella situm horizontalem prodat. Quid porro obseruandum sit ex §. 10, $n : 8$ etc intelligi potest.

Hoc instrumentum id commodi habere videtur, quod tubus inclinatus maioris luminis fieri possit sine me-

tu mixtionis aëris cum mercurio; qua ratione etiam frictio tantum non cessare videtur, cui prior machina obnoxia erat. Potest etiam machina haec commode ex vno loco in aliud transferri, si apertura tubi *ab* clauditur et vas *DE* semper altiozem locum obtinet quam cylindrus *AB*.

Fig. 3. §. 13. Consideratio instrumenti. quod fig. 3. exhibetur occasionem dedit construendae librae barometricae. Putavi si effici possit, ut tubus *AB* axi cuidam firmo incumberet, et circa illum mobilis esset, inter vas *DE* et tubum *AB* potentia quaedam e. g. in *G* adplicaretur, quae aequilibrium faceret tubo *BD* in horizontalem situm reducto, quantitatem mercurii ex *AB* in vas *DE* fluentis et quantitatem ex vase *DE* in vas *AB* recedentis per potentiam quandam in *G* adplicatam, vel ex potentia in *G* adplicata subductam definiri posse. Apparebat, si tubus *AB* amplius fieret et vas *DE* pariter amplum et insignis capacitatis, quantitatem mercurii pressione atmosphaerae aucta in vas *DE* fluentis tubo in horizontali situ conservato insignem esse posse, (per §. 9), et hinc potentiam in *G* insignem requiri quae pondus mercurii in *DE* illapsi, sustentet. Apparebat simul, quo propinquius *G* cylindro *AB* assumeretur, eo maiorem potentiam requiri ad pondus mercurii in *DE* fluentis sustentandum et tubum in horizontali situ conservandum; eo maiorem vero etiam potentiam contra axin directam esse, et hinc affictum in machina augeri debere potentia in *G* crescente, et sic eventum votis minus respondentem praedici. His consideratis et in subsidium vocatis iis, quae §. 9 praemissi, incidi in constructionem quam non dubitavi communicare.

nicare. Si enim effectus machinae spei non responderit, occasionem tamen forte dare poterunt haec qualiacunque cogitata in meliorem incidendi constructionem, et iis evitandis incommodis, quibus vel praevidendis vel abolendis impar fuerim, praesertim si quaedam experimenta ante caperentur.

§. 14. Antequam machinam describam, ad specialem casum antea formulas (§ 9) exhibitas adplicare liceat. Ponatur $d = 4''^{\text{①}}$ $b = 64''^{\text{②}}$, $a = 4''^{\text{③}}$, $n = 15''^{\text{④}}$, $c = 320''^{\text{⑤}}$, erit sec: § 9 volumen aëris primitiui ante dilatationem 288, 571''^⑥ et hinc decrementum voluminis aëris pressione atmosphaerae aucta 3, 992''^⑦ circiter. Erit ergo voluminis aëris incrementum a compressione maxima ad dilatationem maximam pressione aëris tribus digitis minuta 7992''^⑧ vel 8 dig. Cub. ferme. Dum ergo pressio aëris tribus digitis Lond: minuitur ex vase recipiente DE 8 ferme digiti cub. Lond. mercurii qui 3. 63 circiter libras efficiunt scedere debent in cylindrum AB. Si quindecim lineis minuitur pressio 1, $\frac{27}{119}$ librae in tubum AB recedere debent. Si contra augetur pressio atmosphaerae 3 digitis, 3. 63. librae in vas recipiens DE fluere debent et si tantum quindecim lineis augetur pressio, paulo minus quam vna libra et $\frac{27}{119}$ partes librae a vase DE recipi debent. Si nunc potentia quaedam in G inter vas AB et DE adplicatur, quae est ad pondus mercurii à vase DE recepti vt KD ad KG = 5 : 1, potentia in G adplicanda, quae pondus 1, $\frac{27}{119}$ librae in vase DE sustinere valet erit 9 circiter librarum. Et cum ingenere volumina mercurii sint vt ponde-

ra, voluminibus sec. formulam (§ 9) allatam definitis, pro qualibet pressione mutata, potentia in G adplicanda; vel potentia ex potentia in G adplicata subducenda inueniri poterit. Contra potentia in G adplicandi vel ex potentia in G adplicata subtrahenda cognita, volumina innotescunt.

Constructio librae Barometricae primae.

Fig. 6.

§. 15. Fiat 1) cista plumbea parallelepipedalis et ligno obducta $N O P Q$ longitudinis trium pedum et quatuor digitorum, latitudinis decem digitorum et altitudinis 20 digitorum.

2) Sint scissurae verticales duos digitos latae ab utraque parte cistae in latere $N O P Q$ et opposito in distantia unius digiti a pariete cistae $N O$, quae laminis vitreis crassis, muniantur, ut per eas in cavitatem cistae introspicere liceat. Fiat

3) Parallelepipedum aurichalceum $F H$ longitudinis trium pedum et trium digitorum. Sit hocce parallelepipedum cauum et undique clausum eiusdem ferme cum aqua grauitatis specificae. Prope K axin firmum habeat, qui vase $N O P Q$ ex utraque parte convenienti ratione in situ cum fundo vasis $N O P Q$ et latere eiusdem $N O$ parallelo sultus et mobilis sit, ita, ut parallelepiedi superficies superior, quae exacte plana esse debet, fundo vasis parallela fieri possit, si parallelepipedum ad certam altitudinem eleuetur.

4) Fiant parallelepiedo $F H$ in situ ad fundum vasis $N O P Q$ parallelo retento in pariete $Q P$ obices

obices m et l , ita vt parallelepipedum vix lineam a situ cum fundo vasis parallelo recedere possit.

5) Extremitati parallelepipedali FH parallelepipedum aliud orichalceum p q pariter cauum altitudinis vnus pedis et quatuor digitorum ferrumine adaptetur normaliter. Sit hoc parallelepipedum similiter aequalis grauitatis specificae ferme cum aqua.

6) Ex q r pendeat ex filo tenui plumbum conicum secundum cuius directionem situs horizontalis parallelepipedo FH per fenestras (n. 2.) cognoscatur, si apex coni plumbei exacte immineat filo, perpendiculariter ad parallelepipedum FH firmato.

7) Aptetur ad parallelepipedum et firmetur cylindrus vitreus cauus AB et obducatur lamina orichalcea. Sectio cauitatis ad axin normalis sit $4'' \square$ et altitudo quinque digitorum. Desinat in tubum graciliorem a b . Axis cylindri et tubi gracilioris per axin k transeat et ad parallelepipedum FH normalis sit.

8) Coniungatur circa fundum cylindri tubus vitreus pariter lamina orichalcea obductus BD , cuius cauitatis diameter ad axin normalis sit vnus lineae et dimidiae et cuius longitudo finiatur in puncto D , quod a k $30''$ Lond. distet. Excurrat hic tubus secundum directionem parallelam cum parallelepipedo FH .

9) Coniungatur cum extremitate tubi descripti cylindrus cauus ferreus orichalco extus obductus EE , cuius fundus parallelepipedo superficiem superiori exactissime parallelus sit. Sit sectio capacitatis cylindri ad axin normalis $64'' \square$ et altitudo quatuor linearum, margo cylindri habeat incisuram, quae recipere possit oram campanae vitreae EEE ,

cuius capacitas sit circiter 288" ^U. Campana talis vitrea bene lithocolla cum cylindro ferreo coniungatur, ut omni aëri externo aditus denegetur.

10) Infundatur aqua in vas N O P Q ut totus apparatus praeter aperturam tubi gracilioris *a b* tubo A B imminens submersus sit

11) Notetur thermometro R S temperies aquae, ut ad eam qualibet observatione affusione frigidae vel calidae reduci possit aqua.

15) Infundatur in cylindrum A B argentum vivum, donec appareat in recipiente vase D E E E. Examinentur simul altitudo ad quam in tubo A B mercurius stagnat perallelepipedo in horizontali situ retento. Si altitudo Barometri mediae propinqua obtinet, sufficit si altitudo in cylindro A B supra superficiem mercurii in cylindro E E est trium digitorum et in cylindro E E non minor una et dimidia linea, si minores altitudines deprehenduntur affundatur adhuc aliquid mercurii.

16) Inquiratur in potentiam, quae requiritur ad parallelepipedum cum vase E E E et tubo C D adplicato et mercurio, quem tubus cum vase E E continet, ex puncto G, quae distet à *k* una quinta parte lineae KD, in aqua sustentandum in horizontali situ.

17) prope G firmetur vas cauum cylindricum metallicum undiquaque clausum W ad fulcrum *t x* G cum parallelepipedo F H coniunctum ope cochlearum. Exsurgat ex centro vasis W axis chalybeus *ii*, cuius diameter sit unius lineae. Capacitas vasis W sit tanta, ut potentia illud ad fulcrum *t x* parallelepipedo F H in horizontali situ retento submersum sit aequalis summae ex potentia, quae parallelepipedum
cum

cum tubo ferreo et argento vivo in aqua ex puncto G sustentat et ex 10. libris. Notetur etiam peripheria vasis W, *yzon*, vbi aquae superficies finitur.

18) Imponantur axi *i* vasis W, pondera cylindrica plumbea in medio perforata, donec parallelepipedum in situ horizontali quiescat; peripheria *yzon* aquae superficiem finiet. Curetur vt aqua semper ad hanc altitudinem in cista qualibet obseruatione stagnet: notetur simul altitudo Barometri simplicis, quae tunc obtinet.

19) Infundatur cylindro A B argentum viuum, donec altitudo supra superficiem mercurii in recipiente vase parallelepipedo in horizontali situ retento sit 4. dig. L et $\frac{1}{2}$. Quantitas certa mercurii in vas D E E E fluet, et aequilibrium cessabit recedetque parallelepipedum a situ horizontali et deprimetur. Vt rursus in situm horizontalem reducatur ex stilo vasis W pondera tolli debent et notari.

20) Subducatur aliquid mercurii ex vase C B, donec parallelepipedo in situ horizontali retento, mercurius in cylindro A B super superficiem mercurii in vase recipiente E E E ad altitudinem vnus digiti et dimidii stagnet, expelletur mercurius ab aëre sese expandente ex parte ex vase E E E et recipietur cylindro A B, parallelepipedumque sibi relictum eleuabitur et vas W sursum urgebitur ab aqua potentia quadum, vt rursus in situm horizontalem reducatur debent stilo vasis W imponi tot librae, quot requiruntur ad aequilibrium in situ horizontali restituendum. Hoc pondus notetur.

21) Hoc facto mercurius rursus infundatur, donec trium digitorum altitudinem, nimirum quam obtinuerat initio et definita est (n. 15.), obtineat super superficiem mer-

curii in vase E E E stagnantis, parallelepipedo in situ horizontali retento. Deprimetur parallelepipedum F H mercurio, vt in situ horizontali quiescat pondera quaedam a stilo vasis W subtrahi et summa eorum notari debet; pondus residuum aequale erit summae n. 18. impositorum, et eadem rursus, quae ibi notata, altitudo barometrica indicabitur.

§. 16. Tali ratione pro qualibet pressione mutata pondus mercurii vel affluentis in vas D E vel in vas A B recedentis, consequenter volumen eius et hinc altitudo barometrica inueniri possunt. Sit enim pondus additum vel subductum P, sit pondus vnus digiti cubici mercurii p , erit $p : 1 = P : 5$ ad $P : 5 p$, consequenter $P : 5 p$ erit volumen mercurii, positis porro caeteris vt supra §. 9. et $n = x$, erit per aequationem primam $c + \frac{P(a+b)}{5 p a b} - c V : (V + P : 5 p) = x$, si haec quantitas subtrahitur a c et simul tres digiti, oritur altitudo barometrica post pressionem aëris diminutam. Et per aequationem secundam eiusdem §. 9. erit $\frac{V c}{V - P : 5 p} + \frac{P(a+b)}{5 p a b} - c = x$, quae si additur ad c et tres digiti a summa subtrahantur, oritur altitudo barometrica post pressionem atmosphaerae auctam.

§. 17. Notandum est circa constructionem §. 15. datam (1) Vasis W capacitatem non aliter nisi ipsa experientia commode definiri.

2) Affricum oriri ex pressione contra axem, qui si vas W sursum vrgetur semper pendet a potentia quadam, quae est ad potentiam quae vas sursum vrget vt 4 : 5.

De-

Destruitur quidem dicta potentia a pondere mercurii simul deorsum lato. Dum vero saepius mercurii pondus hanc potentiam insigniter superet affriictus a contraria parte oritur.

3) Si vas *W* deorsum vrgetur pariter potentia a qua affriictus pendet est ad potentiam qua vas deorsum vrgetur 4 : 5 ; in hoc vero casu simul mercurii pondus deorsum premit et potentiam a qua affriictus pendet insigniter saepius auget. Qua ratione his obstaculis commode obviam eatur vel frictio minuatur post experientias quasdam prius institutas forte edocebimur.

4) Loco vasis *W* potest funis cum parallelepipedo connexus et circa trochleas ductus vt fig. 7. repraesentatum, ex cuius altera extremitate lanx *G* pendeat adhiberi. Ponderibus lanci impositis potest parallelepipedum in situm horizontalem eleuari et si plus iusto eleuatum est potest ponderibus ablatis iterum in situm horizontalem reduci. Pondera vero haecce indicabunt volumina mercurii ex vase *EEE* in *AB* recedentis et ex *AB* in *EEE* fluentis ; ex quibus altitudines barometricae definiri poterunt sec. §. 16.

§. 18. Si machina, quae §. 15. descripta est, vtendum 1) fundus vasis *NOPQ* in situm horizontalem reducatur.

2) Affundatur aqua, vt apparatus tegatur.

3) Perducatur aqua ad primitiuam temperiem.

4) pondera stilo vasis *W* ea imponantur de quibus (§. 15. n. 18.) dictum.

5) Pa-

5) Parallelepipedum F H in situ horizontali retineatur et obseruetur an aqua incisionem *yzon* in vase W factam attingat. Si nondum attingit, vel subducatur vel affundatur aliquid aquae.

6) Hoc facto parallelepipedum sibi relinquatur, ascendet, vel descendet. Si posterius obtinet pondera sunt adimenda ex stilo, et altitudo barometrica erit maior mediae propinqua (§. 15), si prius, pondera sunt addenda et altitudo barometrica erit minor mediae propinqua notata. Hoc etiam ex barometro simplici adhibito cognoscitur. Ipsa altitudo vero inuenitur sec. §. 16.

Librae barometricae secundae constructio.

Fig. 7.

§. 19. Potest Barometrum simplex A B C D similiter in parallelepipedo super axe aequilibrari ponderibus lanci G impositis et per obices H et K immobili fulcramento affixos retineri, si a linea horizontali parum recedat pondus etiam mercurii in vas D D fluentis et ex vase G D in vas A B recedentis inuestigari ponderibus ex lance G vel subductis vel eidem impositis, hincque altitudo barometrica definiri.

§. 20. Retineantur literae b , a , n , valores eodem exprimentes et ponatur x volumen mercurii ex vase D D in A B recedentis, vel ex A B in vas D D fluentis, et ponatur c altitudinem barometricam primitiuam exprimere, erit

$$c - \frac{x}{a} - \frac{x}{b} = c - n,$$

confc-

consequenter $\frac{na b}{a+b} = x$, item $c + \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c + n$,
 hinc rursus $\frac{na b}{a+b} = x$. Si ergo $a = b$, erit $x = \frac{n}{2}$. Si
 $Cg : Cb = 1 : 5$ et machina ponderibus lanci G impo-
 sitis in situ horizontali, plumbo $r s$ indicato retinetur ;
 pressione aëris mutata non retinebitur amplius, sed vel
 subduçtione ponderum ex lance vel additione in situm ho-
 rizontalem reduci debet. Ex ponderibus vero istis cogni-
 tis volumen et altitudo barometrica inueniri poterit. Po-
 natur enim altitudo barometrica aucta quantitate y et ma-
 neant a, b, c , sit pondus in vas DD recedens $\frac{P}{5}$, et
 pondus vnius digiti cubici $= p$, erit volumen ponde-
 ris $= \frac{P}{5p}$, consequens $y = \frac{P(a+b)}{5pab}$. Consequenter si al-
 titudo barometrica est aucta, erit illa $= c + \frac{P(a+b)}{5pab}$
 et si altitudo barometrica est minuta erit $c - \frac{P(a+b)}{5pab}$
 altitudo barometrica. Sit $a = b$ erit $y = \frac{2P}{5p}$.

Librae barometricae tertiae constructio.

§. 21. Fiat 1) Barometrum simplex $ABCDE$: Tab. VIII. Fig. 8.
 AB sit eiusdem diametri et altitudinis cum tubo DE , tu-
 busque BCD eiusdem vbique sectionis

2) Ad latus tubi DE prope E sit foraminulum, vt
 aër libere possit accedere.

3) Tubus CD sit ad BC perpendicularis.

4) Immineat tubo DE tubus alius gracilior EF
 ab inferiori extremitate clausus, in F vero apertus; sit e-
 iusdem sectionis normalis ad axin cum tubo BC .

5) Stagnet in situ tubi DC perfecte horizontali

mercurius in tubo verticali CA vsque ad mediam sectionem horizontalem tubi AB , et in tubo verticali DE vsque ad eius mediam sectionem, dum media barometri altitudo obtinet, erit gb media altitudo barometri.

6) Impleatur etiam tubus FE in F apertus mercurio.

7) Cingatur tubus $ABCDE$ et EF lamella quadrata excisa metallica $MLKHGIM$, ita vt media sectio lamellae si continuaretur, per axes tuborum transfret, et firmetur ad eam. Latus superius $GIKH$, fit calybeum longiusque opposito latere, ita, vt partes I et K procumbant.

8) Diuidatur HG in duas partes aequales, et in puncto diuisionis concipiatur linea perpendicularis in HG .

9) In quadam distantia in hac perpendiculari a linea externa HG vel IL fiat axis chalybeus immobilis. e. g. prope N , vt tota machina instar bilancis suspendi possit.

10) Iugum chalybeum praedictum $GIKH$ fit tanti ponderis, vt centrum grauitatis machinae a puncto motus N eam distantiam habeat, quae requiritur, vt minima differentia ponderum ex vtraque parte lineae NQ inclinatione lingulae prodatur.

11) Prope G et H fiant obices, vt ne machina lineam quidam a linea horizontali recedere possit, si ex puncto C immobili suspensa sit machina.

12) Erigantur et firmentur stili cylindrici chalybei ab et bd ita vt continuati eorum axes coincidunt cum axibus tuborum AC , DE , EF .

Patet

Patet ex constructione machinae sic suspensae centrum grauitatis commune esse debere sub media Barometri altitudine in linea verticali machinam bifariam diuidente. Si mutatur altitudo et decrefcit pressio aëris, mercurius fluet in vas D E et horizontalis situs cessabit, vt iste restituatur, stilo *ab* imponi debent ponduscula. Si pressio aëris augetur, ascendit mercurius in vas A B et rursus situs horizontalis mutatur, vt restituatur stilo *c d* sunt imponenda pondera, vel ab *ab* remouenda. Sint vasa A B et D E tantae capacitatis vt quatuor librae mercurii vel in vas D E descendant vel in vas A B ascendant, si mercurius per totam scalam variationis barometricae ascendit vel descendit, videntur minimae mutationes aëris hac machina cognosci posse. (Non tamen negandum est artificis summam solertiam requiri in constructione machinae.) Diuidantur librae quatuor in 512. drachmas, vel in 1536. scrupula. Si ergo tantae perfectionis machina construi posset, vt scrupulum vnum situm horizontalem mutaret, scala variationis in 1536. partes diuidi posset. Si cui ad n. 10. huius §. attendenti pondus machinae et sic affricus sine ratione auctus videatur, in medio machinae ferme, iugum situ ad tubos verticales normali conuenienti ratione adplicari et lances ex iugo suspendi possunt. vt fig. 12. videre est, quo casu aequilibrio mutato pondus mercurii in E D^r fluentis crit ad pondus aequilibrium restituens in lance X ponendum = P O : O R et pondus mercurii in A B recendentis est ad pondus aequilibrium restituens in lance Y collocandum = Q O : O S ; = P O : O R.

De Barometro hydraulico.

§. 22. Cum occupatus essem in his meditationibus, incidi etiam in barometrum aliquod hydraulicum, quod aptum visum est, altitudinibus exactius dimentiendis, quam per barometra hucusque cognita fieri potest. Ante vero usus eius cognosci non poterit, quam experimento constet, quantum mercurii ex certo lumine sub certa altitudine certo tempore eiciatur.

Fig. 9.

§. 23. Hunc in finem 1) eligatur tubus A B in A apertus et capacior et in B coniunctus cum vase quodam B B, ope cohleae ut vas B C tolli possit.

2) Vas B C abeat in conum luminis exigui.

3) Orificium C obturetur et totus tubus A B cum vase B C impleatur mercurio vsque ad A.

4) Immineat tubo A B vas E D F immobile, cuius apertura E exigua sit et foramen F bene claudi et contra ingressum aëris defendi possit.

5) Impleatur vas E D F etiam mercurio et immergatur E mercurio in A B stagnanti obtureturque apertura F bene, ut nullus aëri aditus pateat, vasque ipsum E D F fulciatur bene. Deinde

6) ad manus sit vas N O et sub apertura C teneatur.

7) Tempus notetur et simul orificium C aperiatur, mercurius fluere incipiet celeritate altitudini C A debita et fluxum continuabit eadem semper celeritate, quia eadem altitudo mercurii conservatur per vas superius E D F, ex quo mercurius affluit et altitudinem perpetuo restituit. Dum enim altitudo parum decrevit, et apertura E separatur a
super-

superficie mercurii, aër ingreditur vas $E D F$ et mercurius eicitur ex vase $E D F$, hinc altitudo, si apta luminum E et C ratio eligitur subiectu restituitur. Fluat per quartam partem horae vel longius tempus et inquiratur in pondus elapsi; constabit quantum sub altitudine $A C$ ex lumine C vna quarta parte horae vel per longius tempus effluat. Cum nunc quantitates aequalibus temporibus ex aequalibus luminibus elapsae, si altitudines columnarum sunt inaequales sint vti radices altitudinum, quantitate eiecta ex aequali lumine cognita, sub alia altitudine incognita, altitudo ipsa inueniri poterit. Hinc in sequentem Barometri constructionem incidi

Constructio barometri hydraulici.

§. 24. 1) Coniungatur cum barometro simplici BAH Fig. 10. argento viuo pleno et H obturato vas BE , quod sit idem cum vase BC , fig. 9. Apertura C in barometrum hians fit multo minoris luminis, quam tubus KAH et apertura circa E fit amplior, vt recipere possit vasis $E D F$ immobilis canalem EG . Prohibeatur aëris ingressus iuxta B omni solertia

3) Impleatur etiam BE mercurio.

4) Recipiat vas BE canalem EG vasis $E D F$; Prope L sit foraminulum, quod commode claudi et aperiri potest. Clauso foramine L

5) Impleatur etiam vas $E D F$ mercurio, et obturatur orificium F bene.

6) Ad manus fit vas aliquod et collecetur sub orificio H , quod aperiatur, et simul L et descendet mercurius in BAH ad altitudinem barometricam et effluet ex H , mercurio in vase BE vsque ad superficiem $g b$ subsidente.

7) Hoc facto notetur tempus et vase NO mercurius eiectus excipiat, qui perpetuo celeritate altitudini barometricae coniunctae cum altitudine GC debita fluet in vacuum Barometri. Altitudo enim GC semper eadem seruatur, dum ea parum mutata orificium canalis EG separetur a superficie $g b$ et hinc aer subintret vas EDF et portionem mercurii ex illo expellat, vt altitudo CG restituatur.

8) Post quadrantem horae inquiretur in pondus mercurii eiecti, erit quadratum quantitatis elapsae (§. 22.) ad quadratum quantitatis hic eiectae, vt altitudo mercurii (§. 22.), ad altitudinem a qua quantitas elapsa posterior pendet. Si nunc altitudo GC subtrahatur ab hac inuenta, inuenietur altitudo barometrica, si nempe pressio aeris non mutata fuit interea.

§. 25) Quando idem experimentum eodem apparatu repetitur in altiori loco, e. g. altissimo monte vel turri, inuenietur eadem ratione quantitas elapsa in altiori loco consequenter altitudo barometrica.

§. 26. Supponitur tempore experimenti altitudinem barometricam eandem manere. Sed verosimile est, si etiam variet, nihilominus tali apparatu medianam barometri altitudinem inueniri posse. Licet enim altitudo barometri in BA etiam mutetur, et ob hanc rem machina nostra applica-

plicationem ad mediam Barometri altitudinem inueniendam respuere videatur, nihilominus tamen, cum ab hac mutatione quantitas insigni temporis intervallo elapsa non discrepare possit sensibilibiter, spes est machinam ad hunc usum accommodari posse.

§. 27. Si vero etiam huic in commodo obuiam ire velimus, poterit pars Barometri BK tantae amplitudinis fieri, vt omnem mercurium tempore experimenti ex vase B E eiectum recipere possit, et orificium H claudi, experimentoque finito, quantitas mercurii sub altitudine barometri initiali in barometro stagnantis a tota quantitate mercurii, quam barometrum continet subtrahi. Tali ratione innotescet quantitas elapsa ab altitudine barometrica media et altitudine G C coniunctim pendens.

§. 28. Fortassis etiam grauitatis diminutio per diuersam celeritatem fluidorum ex certo foramine effluentium dignosci poterit. Cum enim fluida ex iisdem luminibus sub iisdem altitudinibus minori celeritate effluere debeant, quando vis grauitatis decreuit, et maiori celeritate si vis grauitatis aucta fuerit; tubus AB longitudinis 4. pedum aqua plenus aptari poterit simili ac descripti ratione (§. 23); si modo loco vnus vasis EDF duo talia adhibeantur, quorum canales superficiem aquae in tubo stagnantis attingant, vt si vnus aqua eiecta sit, alterum aptari possit ad fluxum continuandum. Quantitas aquae eiecta diuersis temporibus definiri poterit, nempe illo, quo grauitas decrecere creditur et alio, vbi vis grauitatis aucta asseritur. Si quantitates aquae elapsae semper discrepent assertis philosophorum conuenienter, magna inde probabilitas iis accedet.

cedet. Necessè tamen est vt simul temperiei fluidi ratio habeatur, et grauitatis specificae.

§. 29. Si haec grauitatis discrepantia, de qua (§ 28.) dictum est, praescripta ratione cognosci potuerit, non erit dubitandum grauitatis diuersitatem sub diuersis latitudinibus eadem ratione inuestigari posse, si nempe idem Exirim. (§. 28.) sub eadem altitudine fluidi sub diuersis latitudinibus instituat et temperies fluidi eadem conferuetur.

§. 30. Nisi notissimae anomaliae, quibus fluxus aquarum ex foraminibus vasorum obnoxius est, spem successus diminueret, possèt etiam

1) Tubus amplus, aequalis vbique sectionis aqua impleri et aquae ex lumine definito exitus concedi, notarique.

2) Tempus euacuationis et

3) Idem tubus alio tempore vel alia sub eleuatione poli ad eandem altitudinem sub eadem temperie impleri, vt ex eodem foramine efflueret; parique ratione euacuationis tempus alio tempore vel alia sub eleuatione poli notari. Possèt denique

4) Ex comparatione temporum vis grauitatis diuersitas cognosci.

Si tempus euacuationis in loco vel tempore A ponitur $\equiv T$, et tempus euacuationis in loco vel tempore B $\equiv t$, et decrementum pressionis in loco vel tempore B ad pressionem in loco vel tempore A, vt altitudo x ad altitudinem a , ad quam aqua ab initio in tubo stagnat tam in A quam in B. Pendebit celeritas in A ab altitudine a et in B ab altitudine $a - x$. Cumque massae aqueae

aqueae ponantur aequales, potest (1) columnae aqueae in A altitudo ad altitudinem columnae aqueae in B concipi ut $a : a - x$, et columnae aqueae basis in A ad columnae aqueae basin in B $= a - x : a$; sub hac enim hypothefi maffae aqueae funt aequales: et (2) effectus idem exspectari, qui oriretur, fi pressio conftans maneret, et aequales maffae ftagnarent in tubis diuerfae amplitudinis effluerentque ex foraminibus aequalibus; in quo casu tempora euacuationum funt in ratione composita ex directa sectionum et subduplicata altitudinum. Erit igitur

$$\text{etiam nostro casu } T : t = (a - x) \sqrt{a} : a \sqrt{a - x}$$

$$\text{hinc } t(a - x) \sqrt{a} = T a \sqrt{a - x}$$

$$\text{et } x = a - \frac{T^2 a}{t^2}.$$

Erit hinc pressio in loco vel tempore A ad pressionem in loco vel tempore B $= a : a - a + \frac{T^2 a}{t^2} = a : \frac{T^2 a}{t^2} = t : \frac{T^2}{t^2} = t^2 : T^2$. Si ergo tubus, quod multa dolia aquae contineat, ut non nisi post multos dies euacuari possit, ad experimentum aptetur, et notetur in tempore vel loco A tempus euacuationis, et idem fieret in tempore vel loco B; obseruareturque discrepantia temporum, ut semper maius tempus requireretur euacuationi in loco vel tempore B, quam in loco vel tempore A; pressiones probabiliter forent in ratione inuersa quadratorum temporum euacuationis.

STATERAE GEOGRAPHICAE ET NAVTICAE DESCRIPTIO.

AVCTORE

C. G. Kratzenflein.

§. 1.

Tab. IX. **G**rauitatem corporum recedendo ab aequatore versus polos incrementum capere partim ex vi centrifuga, quam corpora sub aequatore per motum vertiginis terrae accipiunt, partim ex diuersâ celeritate pendulorum sub diuersis ab aequatore distantis extra dubium positum est. Qui iam grauitatem vim corporibus insitam esse contendunt, videant, quomodo hypothesin suam cum hisce experientiis conciliare possint. Mihi inde meditatio subnata est stateram construendi, cuius ope differentias ponderis corporum in diuersis a polo distantis determinare valeamus.

§. 2. Quoniam propter aequalia contrapondiorum decremента et incrementa vulgares staterae huic scopo non conueniunt, de alia methodo fuit cogitandum, vbi vis quaecumque contrapondii vices sustinet, quae illis variationibus non est subiecta. Visum mihi est elaterem chalybeum spiraliter contortum, quo horologia portatilia in motum concitari solent, huic intentioni optime satisfacere posse. Verum quidem est, vim elaterum etiam pro diuerso gradu caloris aliquam variationem pati, sed haec et vix sensibilis et per experientiam facile potest determinari.

§. 3. Fiat itaque capsula cylindrica C, eius magnitudinis, vt in eam elater chalybeus, qualis pro horologiis men-

menfalibus adhiberi solet, consueto modo includi possit. Axis extremitates in summitate fulcrorum perpendicularium K, K , firmentur ita, vt solito modo rotula dentata affixa et cochlea infinita elater ad lubitum intendi possit. Nolo haec singula prolixius describere, quoniam ex constructione horologiorum portatiliū iam satis nota sunt. Ad anteriorem fundum capsulae adfirmetur brachium longius $A E$, in extremitate indicis instar extenuatum et cuspidatum. Brachium hocce gerat segmentum circuli $D L$ hinc inde mobile et in exteriori peripheria sulcatum, vt funem, cui pondus H adnexum est, recipere et in distantia conuenienti a centro ope cochleae firmari possit. Dico brachium $A E$ cum pondere adnexo H in altum eleuatum vel depressum iri, si pondus per quamcunque causam grauitatis suae aliquod incrementum vel decrementum capiat. Grauitate nimirum aucta elater capsulae inclusus magis comprimitur; id quod fieri nequit absque quod brachium simul descendat; imminuta vero eadem vis elateris praepollens brachium altius eleuabit.

§. 4. Vt hae variationes exactius cognosci possint, in F erigatur asserculus perpendicularis, in quo ex centro A radio $A E$ describantur aliquot arcus concentrici, sequenti ratione in suos gradus diuidendi. Addatur scilicet ad pondus H granum vnum et notetur depressio indicis E , habebitur sic gradus primus; et impositis successiue pluribus granis habebuntur et reliqui, ex quibus incrementa vel decremēta ponderis determinari poterunt. Ex axi haereat perpendiculum $A P$, ad cuius normam tota machina ope cochlearum G, G, G, G in situm horizontalem disponi possit. Notetur deinde va-

riatio vis elasticae pro diuerso caloris gradu ; vel tota machina recondatur in capsâ metallica , circa E vitro munita , vt in aqua ope lampadis suppositae aut per alia subsidia semper in certo quodam caloris gradu seruari possit.

§. 5. Quod si ex obseruationibus de motu pendulorum prope aequatorem differentia grauitatis corporum sub diuersis latitudinibus eruatur , ope huius staterae inuerso modo latitudo locorum absque vlla obseruatione astronomica cognosci poterit , id quod praeter geographicum eximium in arte nautica habebit usum , siquidem nautae interdum per hebdomadem coelo obnubilato eleuationem poli obseruare nequeunt. Ad hanc differentiam determinandam selegi obseruationes Cel. Couplet in obseruatorio parisiensi et Paraibae prope aequatorem habitas , secundum quas pendulum in priori loco ad minuta secunda vibrans prope aequatorem intra 24 horas ad 4', 12'', retardatur. Cum iam numerus oscillationum ceteris paribus sit in ratione subduplicata grauitatum , colligitur inde ratio grauitatis sub latitudine parisiensi ad eam quae est prope aequatorem , vt 173 ad 172. Quoniam porro incrementa grauitatis sunt in ratione duplicata sinuum latitudinis , erit ratio grauitatis sub aequatore ad eam sub polis , vt 97 ad 98. Si itaque pondus H sub aequatore aequalis est 1 lb̄ , 6 unc. 1; dr. incrementum eius sub polis erit 90 granorum , vt adeo vni gradui latitudinis vnum circiter granum respondeat. Proportione per adlegatam regulam exactius determinata scala graduum latitudinis ad E designari potest (§. 4.)

§. 6. Cum horologipoei per conchoidem ad elaterem adplicatam efficiant , vt aequae in maiori ac minori intensione
idem

idem pondus in situ horizontali sustentet, id quod appellant; die Feder gleich abwiegen; simili artificio in nostro instrumento effici potest, ut index eius data qualibet differentia ponderis datum quodlibet spatium percurrat, si scilicet segmentum DL similis conchoidis pars sit. Huius constructio vero non theoretice sed practice tentando obtinetur. Licet adeo scalam latitudinis pro lubitu amplificare, in quantum scilicet frictio capsulae circa axin A hoc concedit.

§. 7. Adfunt vero subsidia, quibus haec frictio in tantum imminui potest, ut in instrumento nostro incommodo esse nequeat. Adfigantur scilicet ad utramque basin capsulae C duae auriculae M, N, Fig. 2. quantumvis longae. In harum extremitates inferantur axes radiorum o et p, in altera parte arcus circulares q, r, s, t, gerentium. Hi radii ita sint dispositi, ut iis mediantibus integrum pondus capsulae, elateris, brachii et ponderis H axi A incumbat; et erit ex principiis mechanicis frictio in praesenti dispositione ad priorem ut 1 ad radium a o circiter. Aucta itaque longitudinae radiorum, frictio in eadem ratione imminuitur. Potest etiam aliqua frictionis imminutio obtineri, si axis capsulae instar axis staterae vulgaris acuminatur.

§. 8. Quod si frictio in praxi in tantum imminui possit, ut haec statera partem $\frac{1}{3553333}$ ponderis appensi indicare valeret, nullum foret dubium, eius ope etiam actionem lunae in corpora terrestria cognosci posse. Fateor vero, me prorsus de hac re desperare. Quis enim crederet ad pondus 500 libarum ullam stateram defectum vel excessum unius grani indicare posse.

REMIGII NOVITER INVENTI
AD NAVES ONERARIAS PROMOVENDAS
DESCRIPTIO.

AVCTORE

C. G. Kratzenstein.

§. I.

In nouellis publicis nuper relatum legimus Abbatem Masson , dyonenfis academiae membrum , Comiti de Saxe obtulisse nouum quoddam remigii genus , cuius ope naues maiores per paucos homines filem vento , vel contra ventum promoueri et flumina ascendere possint ; eiusque vim quadruplo maiorem vi remi vulgaris praedicasse. Eo praestantius sane eiusmodi inuentum est habendum , quo magis nautae in eiusmodi casibus desudare vel interdum in ostiis fluminum constituti per aliquot hebdomades expectare coguntur , donec fauens ventus ingruat. Cum vero modo laudatus inuentor constructionem huius remigii lucusque publico occultauerit , procul dubio praemium inuentionis suae expectans , non dubitauit in utilitatem publicam eiusmodi remigium , quod non quadrupla sed quintupla vi respectu vulgaris remi gaudet , hic describere et publici iuris facere ; quod si cum Massonii remigio plus minusue vel plane non congruere imposterum deprehendatur , commodo inde expectando nihil detrahatur , quia neque simplicitati neque vi nostri remigii aliquid deest.

§. 2. Vulgare remigium maiori vi in aquam impigendi donare ex legibus vectium facillima res esset , dummodo pars aquam feriens abrenietur et altera pars elongetur. Sed
hoc

hoc augmentum virium non obtineri potest absque dispendio temporis et impedimento cursus navis, adeoque pro scopo nostro plane nullum inde commodum redundaturum esset. Mutato vero modo adplicationis virium mouentium augmentum vis impingentis obtineri posse reperi, absue vlllo dispendio, immo potius cum compendio temporis. Constituto enim remigandi modo homo in opere diurno vix vltra 28 ℥ per 2 pedes in 1 minuto secundo promouere valet. Si vero homo adultus vires suas ita adplicare potest, vt simul cum pondere suo agat, pondus 140 ℥ per idem spatium eodem tempore promouere valebit. Cum haec vis sit quintupla prioris pro scopo nostro obtinendo nihil desiderabitur, nisi remigium ita construendi modus, vt homo vi ponderis sui in illud commode agere possit, quem statim sumus suppeditaturi.

§. 3. Super fulcimentum scilicet A B C D erigantur Tab. IX.
Fig. 3. et 4. duae columnae perpendiculares E et F, quinquepedalis longitudinis. In summitatibus earum excaventur duo sulci pro excipiendo axe remigii G H. Huic axi, cuius longitudo sit circiter 4 vel 6 pedum, per ligamenta ferrea adfirmetur vectis K L, cuius longitudinem in sequentibus pro numero operariorum determinabimus. In vna extremitate huius vectis adornetur manubrium M N cum scabello adpenso O P, tantae longitudinis, vt pro operariis ad illud constituendis, locus sit. In enique ad alterutram axis extremitatem G adfigatur remus longior, cuius pala R S sit bivaluis, ita, vt valvae sub actione remi sese aquae directe opponant, complicentur vero, dum remus retrorsum trahitur. Sectionem huius palae transversalem ostendit fig. 4. ex qua eius constructio, resistentiae

tiae minuendae gratia adornata, absque ulteriori descriptione intelligitur. Poterit quoque in superiori parte palae, extra aquam constituta, maioris firmitatis gratia brachium adplicari, quod valuis resistat. Dico eiusmodi remo per paucos homines nauem onerariam multo celerius et commodius promoueri posse, quam eodem operariorum numero consuetis alias modis adhibitis fieri licet. Patet hoc partim ex modo dictis, partim ex subiuncto calculo euidentius clucescet.

§. 4. Dum nauis in aqua promouetur, vires mouentes aequales esse debent resistentiae, quam nauis in aqua sub motu patitur. Cum iam haec resistentia aequalis sit vi, quam nauis exciperet immobilis, si flumem eadem celeritate in nauem incurreret, qua nauis promoueri supponitur, vis illa ex legibus hydraulicis poterit determinari. Est enim illa vis proportionalis quadrato celeritas fluminis et aequalis columnae aqueae eius altitudinis ex qua celeritas illa lapsu proficiscitur. Nolumus hic attendere ad discrepantias ab hac regula, quae ex cohaesione aquae oriuntur, cum illae nondum satis determinatae et pro nostro scopo vix considerabiles sint. Cognito iam spatio, quod corpus graue cadendo intra minutum secundum absoluit cognitaque celeritate fluminis altitudo illa columnae aqueae poterit reperiri. Intra exiguum enim tempus corpora cadendo celeritatem adquirunt, qua continuato motu intra idem tempus casus duplum altitudinis spatium percurrere valeant. Adeoque si illam dicamus c , altitudinem columnae aqueae prementis x , spatium casus intra $1'' = a$ erit ex principiis mechanicis $2x : c = c : 2a$ vel $c^2 : 4a = x$. Inuenta sic altitudine columnae aqueae, ex dato plano resisten-

resistente et pondere unius pedis cubici aquae haberi potest pondus aequale resistentiae, quam navis ab aqua incurrente excipit. Planum vero resistens ex data sectione navis media transversali eiusque demersione sub aqua est determinandum, sectionem istam tamquam semicirculum ad diametrum latitudinis navis considerando. Quoniam vero ista resistentia propter prolongationem prorae cuneiformem diminuitur, haec diminutio in maioribus nauigiis octauam circiter partem huius areae pro plano resistente relinquit. Vocabimus illud rr ; et erit resistentia, quam navis patitur = $xrr. 64 \text{ ff}$. Quodsi iam navis motu semper aequabili promoueri debeat, vires hominum promouentes, vel actio remi in aquam huic resistentiae debent esse aequales. Actio vero remi in aquam ex resistentia aquae contra remum data celeritate vibratum modo iam exposito reperitur. Si enim eius superficies in aquam agens dicatur ss et altitudo celeritati vibrationis respondens y , erit actio remi in aquam = $ssy 64 \text{ ff}$. Vocetur porro pars remi in aquam impingens ab axe vsque ad medium palae p et longitudo manubrii m ; et erit momentum huius vis sub motu navis = $ss 64 (\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 p = 140 m$, momento scilicet vis operarii, vel $140 nm$, si datus operariorum numerus fuerit = n . Quia remus in peripheria circuli mouetur, ideoque non semper directe in aquam impingit, respectus quoque effectus habendus ad angulum incidentiae. Sed quoniam in nostra machinatione remus non ultra 5 pedes hinc inde vibratur, sinus incidentiae minimus est ad sinum totum circiter vt 86 ad 100, adeoque haec obliquitas absque sensibili errore poterit negligi. Habemus itaque has duas aequationes: $rrx 64 = ss (\sqrt{y} - \sqrt{x})^2$

64 ; et $140nm = ss(\mathcal{V}y - \mathcal{V}x)^2 64p$; unde resultant $140n\frac{m}{p} = ss(\mathcal{V}y - \mathcal{V}x)^2 64 = rrx64$; ad quarum normam celeritas navis dato operariorum numero determinari potest.

§. 5. Adfunt vero in his aequationibus duo momenta $\frac{m}{p}$ et ss , quorum unum ex altero supposito est definiendum. Cum vero conducat palae superficiem tantam efficere, quantam circumstantiae permittunt, assumatur ea 16 pedum quadratorum, ita, ut longitudo sit 8 , et latitudo 2 pedum, ultra hunc enim terminum, nisi remum intractabilem reddere velimus, ascendere vix licebit. Hac supposita pro $\frac{p}{m}$ prodibunt sequentes aequationes

$$140nm = pss(\mathcal{V}y - \mathcal{V}x)^2 64 (\S. 4.)$$

$$(\mathcal{V}y - \mathcal{V}x)^2 = \frac{140nm}{pss64} \text{ et } \mathcal{V}y - \mathcal{V}x = \mathcal{V} \frac{140nm}{pss64}.$$

$$\mathcal{V}x = \mathcal{V}y - \mathcal{V} \frac{140nm}{pss64} = \mathcal{V} \frac{140nm}{16prr}.$$

$$y = (\mathcal{V} \frac{140nm}{16prr} + \mathcal{V} \frac{16nm}{16pss})^2 = \frac{m}{p} (\mathcal{V} \frac{140n}{16rr} + \mathcal{V} \frac{16n}{16ss})^2$$

$$\text{Adeoque } = \frac{p}{m} = (\mathcal{V} \frac{140n}{16rr} + \mathcal{V} \frac{16n}{16ss})^2 : y$$

Ad impetrandum itaque valorem $\frac{p}{m}$ determinanda prius erit et celeritas vibrationis remi per operarios, numerus operariorum et planum resistentiae navis. Quod attinet ad prius momentum, evidens est; quo maior ea assumatur, eo minorem fore $\frac{p}{m}$ et eo maiorem celeritatem navis esse futuram. Cum vero spatium descensus operariorum 2 pedes vel ad summum $2\frac{1}{2}$ pedes conficiat, tempus, quo illud absolvitur, non commode minus $1''$ assumere licet, unde elicitur altitudo celeritati descensus operariorum respondens

dens $z = \frac{1}{15}$ pedis et $y = \frac{p^2 z}{m m}$. Vnde fir $\frac{p^3}{m^3} = \left(\sqrt{\frac{35 n}{256}} + \sqrt{\frac{35 n}{16 r r}} \right)^2 : \frac{1}{15}$. Ad planum resistentiae navis determinandum supponamus promouendam esse nauem onerariam 100 pedes longam, 24 pedes latam et 11 pedes sub aqua demersam, quemadmodum hic Neua nostriam intrare solent; erit planum resistentiae $r r = 26$ pedibus quadratis circiter. Dentur ad eius promotionem 8 operarii, quot scilicet plerumque in talibus nauibus adhiberi solent. Constituatur in utroque latere navis vnus eiusmodi remigium supra delineatum et circa vtrumque tres operarii ad vnus brachium vectis, vnus vero ad alterum brachium pro retrahendo remo ordinentur. Quoniam iam remus, dum retrorsum trahitur, nauem non impellit, adeoque tantum dimidia circiter temporis pars ad nauem promouendam impenditur, concipiamus duo eiusmodi remigia alternatim ita moueri, vt quouis momento nauis novum impulsam accipiat, idem inde effectus resultabit, ac si vnicum remigium nauem continuo impelleret. Cum vero hoc propter constructionem fieri nequeat, in calculo nostro effectus amborum effectui vnus aequalis est habendus, quod in continuo motu esse supponitur. Si itaque in aequatione $\frac{p^3}{m^3} = \left(\sqrt{\frac{35 n}{256}} + \sqrt{\frac{35 n}{16 r r}} \right)^2 : \frac{1}{15}$ numeros pro exemplo nostro determinatos substituamus, resultabit $\frac{p}{m} = \frac{2}{3}$ quam proxime; et altitudo respondens celeritati navis erit $= \frac{35 \cdot 11 \cdot 24}{16 \cdot 26 \cdot 8} = \frac{1}{15}$ pedis. Vnde prodit celeritas navis ipsa $= 2 \frac{1}{2}$ pedum in vno minuto secundo. Tanta vero celeritas vsitatis alias modis per eundem operariorum numerum nemquam obtinebitur, singulis enim horis nauis dimidium milliare germanicum percurrent.

§. 6. Ad hoc eo certius efficiendum vsitatos istos modos similiter ad calculum reuocabimus, vt comparationem eorum inter se eo facilius instituire liceat. Promouentur naues mercatoriae alias aut sine per homines in littore trahentes, aut sine ex anchora minori eminus proiecta firmato, quem aut manibus aut ergata in nauis ad se trahunt. Cum ex antecedentibus iam constet, hominem tempore $1'' 28 \text{ ff}$ per spatium 2 pedum promouere posse, in primo casu propter duplicem obliquitatem funis tractorii non ultra 10 ff singulis operariis tribui possunt; erit itaque in priori casu $x = \frac{1}{25}'$ et celeritas nauis $1\frac{1}{4}$ pedum. In altero casu poterit quidem initio vis integra 28 ff . adhiberi, sed quia sensim adpropinquante nauis ad anchoram vis continuo propter auctam obliquitatem et frictionem minuitur, ponamus mediam vim esse 20 ff . Cum praeterea hoc in casu actio operariorum interruptis tantum vicibus fieri potest, dum manus semper de nouo applicare coguntur, numerum tantum dimidium operariorum in calculo assumere licebit, quibus suppositis prodit x iterum $= \frac{1}{25}$ et celeritas nauis $= 1\frac{1}{4}$ pedis. Quoniam vero hoc in casu anchora saepius iterum eleuari et de nouo eminus proiici debet, dimidium tantum huius celeritatis pro continua quadam celeritate poterit assumi, scilicet $\frac{1}{2}$ pedis. Hoc idem incommodum adest circa tertium modum, qui alias inter reliquos modos foret praestantissimus, vbi scilicet sine circum ergatam conuoluto operarii nauem motu continuo propellere possunt; posita enim vi vnus vt ante 20 ff , erit $x = \frac{1}{25}$ pedis et celeritas nauis ipsa $2\frac{1}{2}$ pedis. Sed propter allegatas rationes huius celeritatis itidem tantum dimidia pars $1\frac{1}{4}$ pedis pro continua quadam celeri-

celeritate statui poterit. Consideratis hisce circumstantiis praerogatiua modi a nobis iam expositi facile euincitur, cum illo adhibito neque impedimenta trahentibus in litore obuientia, neque reiterata anchorae proiectio nautas remorentur. Insigne quoque emolumentum inde posset expectari, si naues rostratae, galerae dictae, eiusmodi remigio propellerentur. Cum enim ad eas promouendas 200 ad 250 homines adhibeantur, qui illas horae spatio per vnum milliare germanicum promouere valent, nostro remigio adhibito 150 hominibus superfedere et quarta tantum hominum parte eandem celeritatem obtinere possemus. Habet praeterea iste modus adplicationis virium hoc commodum, vt absque defatigatione diutius continuari possit, quam vbi continua inflexione dorsi opus est. Superest quidem adhuc alius modus adplicationis virium, vbi vnus homo 200 libras superare valet; si nimirum vectis ad remum adplicatus sursum eleuatus remum contra aquam impellit, sed propter continuam dorsi inflexionem is sese similiter minus commendat, quam supra descripta methodus. Consideratis hisce circumstantiis vix praestantio remigandi modum reperiri posse spero, nisi quis commodam encheiresin excogitauerit, qua remi rotatum more dispositi per similem vectem et adplicationem virium motu continuo rotatorio circumagi possint. Interim tamen talis methodus hoc laboraret incommodo, quod vento contrario existente exiguam tantum celeritatem illa obtinere possemus.



HOROLOGII PERPETVO MOBILIS
 DESCRIPTIO VNA CVM MODO CONSTRVENDI
 HOROLOGIA PORTATILIA ET CYLINDRIGE-
 RA, VT SVB ELEVATIONE PONDERIS VEL
 INTENSIONE ELATERIS MOTVM SVVM
 CONTINVENT :

AVCTORE

C. G. Kratzenstein

§. I.

Tab. X.

Ne quis voce perpetui mobilis offendatur, in primo statim limine indicandum esse iudicamus, nostrum esse perpetuum mobile naturale, de cuius possibilitate non adeo dubitant mathematici, quam de possibilitate perpetui mobilis ex mechanicis subsidiis construendi. Interim, si distinctionem istam inter perpetuum mobile naturale et artificiale vel mechanicum exactius consideramus, nullum unquam erit possibile, quod non sit naturale; omnium enim vis motrix aut in gravitate corporum, aut in elasticitate, aere, igne vel alia quadam vi naturali ut fundata sit necesse est. Verum tamen si utriusque notio distincta definenda esset, hanc in eo ponendam esse ducerem, quod in perpetuo mobili artificiali vel mechanico vis motrix absolute constans esse debeat, quemadmodum e. g. gravitas et elasticitas corporum; in naturali vero eadem tantum per accidens constans sit, ut motus aeris et caloris. Hisce posterioribus principiis inimituntur perpetuum mobile guerickianum, quod ex praegrandi cupreo thermometro drebbeliano constat; et plurima alia partim a Schotto in magia sua

sua naturali, partim ab aliis auctoribus descripta. Omnium horum effectus vero non maior est, quam ut imaginacula quaedam leuior eo in motum concitari possit; adeoque ad usum mechanicum nullum commodum inde resultat.

§ 2. Cum nostris temporibus de violenta metallorum dilatatione et contractione per calorem et frigus plurima experimenta innotuerint, admodum facile erat in cogitationem incidere de adhibendo tali subsidio ad perpetuum mobile naturale praestantius construendum. Cum enim haec vis expansionis et contractionis fere infinita, saltem vi cohaesionis partium corporis maior sit, nullum erat dubium, machinas ea in motum concitari posse. Ast opus ipsum exequi, vel vim hancce rite adplicare, ut motus omni momento perpetuus et vniformis esset, maioribus difficultatibus premebatur. Primo enim decrementum et incrementum caloris in crassioribus virgibus metallicis non est tam subitaneum, quam in aere; deinde neque dilatatio et contractio metalli tam sensibilis est per eandem minimam caloris variationem, quam ea, quae in aere obseruatur. Denique motus contractionis et dilatationis, utpote sibi inuicem contrarii, maximo erant obstaculo, quo minus machina quaedam e. g. horologium in motu vniformi seruari possset, nisi alterutram harum virium inutiliter perdere velimus. Insuper meditandum erat de nouo quodam artificio, quo effici poterat, ne horologium sub actione alterutrius vis in motu suo impediretur, quemadmodum in omnibus horologiis, excepto hugeniano, et leutmanniano fit, si vel elater intenditur
vel

vel pondus eleuatur. Hugenianum uero artificium cum fine infinito et leutmannianum cum duplici cylindro hic non facile adplicari poterat. Post varias demum meditationes reperi encheiresin quandam, qua omnia requisita obtineri posse nullum mihi dubium relinquebatur. Et quoniam nuper in nouellis publicis de horologio quodam perpetuo mobili, ab artifice varisco constructo, multa praedicabantur, non incongruum fore duxi, hac occasione ostendere, qua ratione eiusmodi horologium praetice constructui queat.

§. 3. Fundantur nimirum ex 3 partibus stanni et una cupri quatuor parallelepipeda g, b, i, k , 4 pedes longa et tantae crassitiei, ut pondus 4 centenariorum absque ruptura vel sensibili dilataatione sustinere queant; facile uero hoc propter duritiem talis mixturae obtinetur. Connectantur haec inter se per 3 uectes inaequalium brachiorum lm, no, pq . Sit uero $l : m = 1 : 3$; $n : o = p : q = 1 : 4$. Tota compages mediantibus axibus firmetur ad brachia cd, ef , virgae ferreae robustioris $A B$, eo circiter modo, quem Fig. I. indicat. Vltimum horum parallelepipedorum i altera sua extremitate excipiat crus breuius uectis $s r$ circa axin in r mobilis. Sit uero $r : s = 1 : 3$. Crus longius s gerat arcum dentatum $t v 60$ circiter dentium, qui inferuit ad elaterem intendendam uel ad pondus horologii mediante rota α eleuandum. Haec rota α infolito et curioso plane modo est constructa. Habet enim hanc proprietatem, ut, licet rotuli x adnexa dextrorsum uel sinistrorsum conuertatur, ipsa rota α nihilominus semper secundum unam eandemque

que directionem circumagatur; id quod primo quidem intuitu vix comprehensibile videtur, sequenti tamen obtinetur modo. Rotula scilicet x affixa est ad axin rotae remorae ferratae y , super quo simul rota maior α mediante arundine volubilis est. Ope obstaculi z vero efficitur, ut, si rotula x dextrorsum conuertatur, rota α simul circumagatur, eam vero relinquat, si sinistrorsum rotetur. Ex hac constructione sequitur, si arcus dentatus $t v$ deprimatur, per rotam α rotulam δ sinistrorsum conuerti, et, quoniam rotula δ ad axin cochleae vel cylindri horologii est affixa, elaterem simul intendi vel pondus eleuari. Axis remorae y per rotam α transiens ex auersa huius rotae parte, quae excauata est, gerit alteram rotulam remoram η Fig. II. contrario modo in respectu ad priorem dispositam. Promouet ea enim rotam connexam ζ simul secum propter obstaculum κ si rotula x sinistrorsum conuertitur. Deserit vero eandem, rotula x dextrorsum conuersa. Rota ζ circumagat rotulam ϵ ; et haec arripiat dentes peripheriae interiori elatae rotae α incisos; sequitur tum ex hac dispositione rotula x sinistrorsum conuersa rotam α iterum dextrorsum promoueri, decurrente iam remora exteriori sub suo obstaculo. Perinde itaque erit vtrum arcus dentatus $t v$ per dilatationem virgarum metallicarum deprimatur, vel an per earum contractionem eleuetur; in vtroque enim casu rota α dextrorsum promouebitur, et elater horologii intendetur vel pondus eleuabitur. Simili artificio quoque obtinetur, ne sub intentione elateris aut eleuatione ponderis motus horologii solito modo interrumpatur. Affigatur scilicet ad axin, intra cochleam vel cylindrum horologii versatilem, rota prio-

ri ζ similis absque remora tamen; axis vero rotulae ϵ firmetur ad radium rotae principalis horologii; ipsa rotula ϵ vero agat in dentes, peripheriae interiori cochleae vel cylindri incisos; et exterioris peripheriae dentes solito modo sint ferrati, ut remorae vices sustinere possint; facile hinc intelligitur, axi cochleae vel cylindri inuerso modo ope clauiculae circumgyrato, cochleam vel cylindrum ipsum contrario motu conuerti et elaterem sic intendi vel pondus eleuari. Per actionem vero rotae ζ in rotulam ϵ et per resistantiam dentium interioris peripheriae contra eandem, rota horologii ipsa in motum concitatur secundum eandem directionem, qua clauicula conuertitur, vel qua ordinarie circumagitur. Si iam horologium minus construatur, portatilis instar, quod per hebdomadem motum suum continuare valet, ad cuius cochleam rotula δ affixa haecque cum tota compage Fig. I. connexa sit, dico, machina hac mutationibus caloris et frigoris naturalibus exposita, elatere semel intento vel pondere semel eleuato, horologium perpetuum mobile esse futurum.

§. 4. Ad hunc effectum demonstrandum ex observationibus meteorologicis plurimum annorum suppono mediam summam singularum variationum caloris et frigoris per diem esse ad minimum 5 graduum thermometri fahrenheitiani, vel per hebdomadem 35 graduum. Plerumque vero multo maior est. Iam virga 4 pedes longa ex praescripta mixtura fusae expanditur ad $\frac{1}{4}$ pollicis magis quam ferrum eiusdem longitudinis, si calor per 5° crescit; et ad $\frac{1}{2}$ pollicis, si calor per 35° crescit. Multiplicatur vero haec expansio per vectes intermedios, quibuscum virgac

gae connectuntur. Scilicet pro virga g spatium expansionis prodit $= \frac{1}{201} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4$; $= \frac{48}{201}''$. Pro virga k erit illud $= \frac{1}{201} \cdot 4 \cdot 4 = \frac{16}{201}''$. Pro virga b erit idem $= \frac{1}{201} \cdot 4 = \frac{4}{201}''$. Denique pro virga $i = \frac{1}{201}''$. Summa singulorum est $= \frac{69}{201}'' = 4'''$, 1^{IV} . Et tantum erit spatium, quod vltima virgarum alterna contractione et expansione absoluit vna hebdomade. Brachio deinde r per $4'''$ promotu arcus dentatus percurrit spatium vnius pollicis; adeoque rotula x , cuius peripheria $\frac{3}{4}''$ aequat, integram et $\frac{1}{4}$ reuolutionis absoluet, vna cum rota maiori α connexa. Rotae huius maioris peripheria toties fit maior peripheria minoris δ , quoties sulcus cochleae vel cylindri horologii circuitum absoluit. Cum hoc plerumque 6 vicibus fiat, rota α poterit instrui 72 dentibus, si rotula δ habuerit 12 dentes. Rota α sic semel conuersa, id quod semper intra hebdomadem fit, catenula ex toto iterum circa cochleam vel cylindrum circumuoluitur, vel potius semel circumuoluta numquam ex toto iterum deuoluitur; adeoque horologium motum suum tam diu continuabit, donec vel eius structura fuerit deprauata, vel per plures hebdomades media variatio caloris et frigoris multo minor fuerit 35 gradibus, id quod procul dubio numquam continget.

§. 5. Rotae ζ peripheria fit $\frac{3}{4}$ partium peripheriae interioris rotae α , vt adeo per superfluam $\frac{1}{4}$ partem conuersionis rotae x rota α nihilominus integram reuolutionem mediante rota ζ facere possit. Deinde brachium s fit elasticum et quidem tantae elasticitatis, vt paullo superet vim, quae requiritur in x ad elaterem horologii in-

tendendum vel pondus eleuandum ; vel alio quodam modo elater adplicetur. Huius ope efficitur , vt elatere horologii ad summum intenso virgarum metallicarum contractioni et dilatationi adhuc locus concedatur haecque mutatio non inutiliter perdatur. Denique ope ponderis λ super trochleam ad extremitatem virgae vltimae adplicati efficiatur , quo minus virgae metallicae sub dilatatione eorundem propter resistantiam brachii r incuruentur , quem in finem etiam ex l , n et p minora pondera suspendere conducit.

§. 6. Cum omnia horologia oscillatoria et portatilia , cochleis vel cylindris simplicibus vim motricem sustentantia , hoc vitium habeant , quod sub intensione elateris vel eleuatione ponderis in motu impediuntur ; immo , quod non nulla praestantissima ceteroquin horologia anglicana plane retrogrado motu interea incedant , huic malo per descriptam §. 3. encheiresin multo melius et facilius mederi poterimus , quam artificio isto leutmanniano , vbi cylindro duplici cum pluribus adiunctis rotis opus est. Quoniam praeterea in hugeniano horologio propter trochleam aculeatam , funem sustentantem ; tanta perfectio , duratio et aequalitas motus plane non obtineri potest , quantam in horologiis anglicanis super cylindro funem gerentibus obtinere licet , multo melius se ad vsus astronomicos commendaturum esset tale horologium anglicanum , quod per modo dictum artificium motum suum sub eleuatione ponderis , similiter vt hugenianum , continuaret , quam ea , quae lucusque in vsu fuerunt.

PHYSICA.

F f 3

DE

DE VEGETATIONE PLANTARVM, EXPERIMENTA ET CONSECTARIA.

AVCTORE
G. W. Krafft.

Experimentum I.

Anno 1737, d. 22. Maii st. v. terrae, libero aëri expositae in cista lignea, commisi plures fabas minores, quae turcae vocantur, eum in finem, ut earum vnam aut alteram quotidie effodere, atque sic examinare possem et ponderis incrementum et reliquam ipsarum conditionem. Pondusculorum loco adhibui pisa vulgaria eiusdem inter se magnitudinis. Fabarum quaelibet, antequam terrae crederetur, arida tenebat pondus circiter 4 pisorum. Igitur *die insequenti* 1 fabarum vna effossa pondus tenebat pisorum 7, apparebat madida et tumida nimis, ita ut iam nunc morbum aliquem contraxisse videretur; altera vero, simul eruta, in aequilibrio erat cum 5 pisis, et fere in pristino statu constituta videbatur, si tenuem aliquam mollitudinem, quam nacta erat, excipias. Succedente *die* 2. duae iterum terris ereptae simul erant ponderis 10 pisorum, quarum vna cuticulam gerebat parum disruptam, cum prodeunte tenui radice apice. *Die* 3 pondus duarum erat 14 pisorum; quarum vna hesternae similis plane erat; altera autem, plurimum remota cuticula, radiculam iam ferebat longam $\frac{3}{4}$ poll. *Die* 4 pondus duarum fuit 12 pisorum; utraque tenebat radicem simplicem 1 $\frac{1}{2}$ poll. longam, cum germine, intra lobos contento, parum adhuc aucto. Sed, quod

quod mirum mihi videbatur, inueniebam hodie, dum microscopio omnia accurate ac attente contuerer, infecta nudo oculo inuisibilia, rotunda, pilosa, mobilia valde, quae foliola germinis, intra lobos adhuc comprehensa, hinc et inde penitus iam perferant; numerus horum infectorum erat circa 10, et cuticula fabae extrema vndique fere adhuc erat clausa. *Die 5* tres elicui fabas putrefactas; ex quo vidi sicciorem hoc plantae genus deponere tellurem, quam ideo posthac parcius irrigaui; quartam vero deprehendi bene constitutam, ponderis 13 pisorum, cum radice 3 pollicum; ex qua fibrillae hinc et inde enascebantur. Cum autem eodem hoc die plures adhuc e terra effoderem fabas, inueni vnā, cuius radícula a lapillo subiacente impedita fuerat rectam deorsum verticaliter viam ingredi; haec itaque, sursum primo lata, superato demum lapillo, incuruata fuit, et postea deorsum reflexa, quod Fig. 3. indicat, in qua est A lobus alter fabae, B germen vel plumula, CDE radícula incuruata. Caeterum lucusque plumulas lobis adhaerentibus semper affixas obseruaui et adhaerentes. *Die 6* in vna effossarum, ponderis 7 pisorum, conspiciebantur iam sex fibrillae, vel radiculae secundariae, enatae a primaria ultra 4 pollices longa; altera autem plena madoris erat, sine radicis aut reliquarum partium incremento, infectis antea memoratis infecta, quorum duo sibi mutuo coniuncta microscopium mihi ostendebat, quae coitum exercere videbantur. *Die 7* plumula longitudinem totius lobi occupabat; radix primaria extenta erat ad 3 $\frac{1}{2}$ poll. secundariae autem ad $\frac{1}{2}$ poll. pondus totius fabae erat 8 pisorum; microscopio infecta priora apparebant. *Die 8* fabae

Tab. X.

bae omnes supra terram emergere incipiebant ; duae effossae tenebant pondus 21 pisorum , et incolis ordinariis erant praeditae. *Die 9* pondus erat vnus 13 pisorum , et plumula copiosis insectis obsita. *Die 10*, qui erat 1 Iunii st. v. vna faba ponderabat 12 pisa , plumulae extra lobos paullo productae tenui terra et insectis erant infectae ; radices aderant plurimae , quarum media longissima , plurimis secundariis praedita. Deprehendi quoque hucusque , caulem , simulac loborum separatione liber ille sit , et terras simul penetrat ; purum tamen ab his seruari semper ; radicibus vero terrestres particulas iungi , atque adhaerescere ita cupide ac pertinaciter , vt difficillime purgari ab his possint ; quod idem in aliis etiam captis experimentis , in diuersis plantarum generibus , constanter obseruauit. *Die 11* pondus duarum fuit 29 pisorum ; hac extra solum iam penitus eruperant , et destituebantur omnibus insectis , quod idem in sequentibus etiam obseruauit. Lobi tunicis plane erant destituti , flaccidi , sed herbae fortiter adhuc adhaerentes. *Die 12* pondus vnus erat 16 pisorum ; foliorum vnum hinc et inde exesum paullisper ; sed nullum aderat insectum , vel optimo microscopio conspicuum. Lobi flaccidi sunt , sed firme adhaerentes , in quorum vno auulso multum adhuc succi conspiciebatur. *Diebus 13 et 14* pondera erant vnus 17 et 20 pisorum lobi adhuc firmi. *Die autem 15* vna ponderabat 19 pisa , et lobi nulla fere opera poterant auferri ; donec *die 16* lobi tenuiores adhuc hesternis apparebant , et fere deserti ab herbulis ; plantula autem pondus aequabat 19 pisorum ; quibus hunc experimentorum et obseruationum cursum finiui ; cum obseruassem , huius fabae radicem crescendo penetrare.

netrafse per corticem ligni alicuius semiputridi , intra terram latentis.

Experimentum. I.

Anno 1737 , mense Iunio , similia institui quoque experimenta quotidiana cum pisis vulgaribus , magno numero telluri , vti prius , libero aëri expositae , mandatis. Vt ne vero minus prolixus sim , horum phaenomena sequentibus breuiter absoluiam , *I.* Post moram vnus diei sub terra vnum effossum , simile penitus alterius pisi , quod per idem tempus aquae submersum iacuerat , ponderauit $1 \frac{1}{2}$ pisum ; quod incrementum ponderis ita deinde auctum fuit , vt post elapsos 5 dies , quo tempore herbula supra terram emerferat , pondus totius plantulae esset $4 \frac{1}{2}$ pisum , *II.* Post moram 3 dierum sub terra iamiam incepit plumula extra lobus se exserere , et terrae committere , quod contrarium accidit in fabis ; haec enim lobos vna cum germine educunt e terra , atque ad lucem iterum proferunt : illae vero infra terram lobos reliquunt , quod adnotauit etiam *Mariotte* in tractatu *de la vegetation des plantes* , operum tomo. I , pag. 129. Radices in hoc statu , $2 \frac{1}{2}$ poll. longas , albas deprehendi , sed virides in extremitate. *III.* In lobis tam infra terram relictis , quam herbulis , extra terram emerfis , deprehendi eadem plane infecta , quae antea descripsi in fabis. *IV.* Ab aliquot radiculis ligni frustum putre , sed bene cohaerens , perfossum nunc etiam vidi. *V.* Cum integram talem plantulam soli libero et calenti exponerem : post 3 horas radices plane erant siccatae

ficcatae et aridae, caules autem succulenti, et in pristino vigore. VI. Radiculas, quamdiu simplices essent, longiores vidi, quam cum multiplicarentur, atque earum partes infimas putredine absumptas, vt his secundariis fierent aequales.

Experimentum III.

Anno 1737. d. 28. Aprilis, st. v. quatuor vasis fictilibus, terra repletis, atque ad fenestras musei mei collocatis, commisi totidem pisa sicca, bene constituta; sed quotidie irrigavi, modice tamen, *primum* vas subfrigida infusione herbarum Theae, qua quolibet mane ad bibendum paullo ante usus eram; *secundum* lacte; *tertium* vrina mea, sana; *quartum* denique aqua pura fluvii Nevae. Haec quatuor pisorum semina diuersam sane ex hac diuersa irrigatione senserunt sortem. Primum enim vas, infusione Theae irrigatum, herbam produxit feliciter crescentem, ex qua d. 10 Augusti eiusdem anni alia matura semina suscepi; sed simul obseruavi, iuxta hanc pisi plantam, ex eadem terra, in eodem vase, varias alias plantulas productas fuisse, quas vero ad promouendum pisi incrementum, semper teneras adhuc euellere consultum scopo meo duxi. Secundum vas, lacte perfusum, ostendit primo terram situ et mucore quodam obductam, postea vermibus repletam, et denique duro cortice obductam, sine vllius herbulae productione. Tertium vas, vrina madefactum, nihil praeter ordinem monstrauit, sed sterile mansit. Quartum denique, quod aquam puram accepit, herbas et semina produxit. Alio tempore sibi maiorem, intra terras sepultam, spiritu vini gallico quotidie

tidie irrigavi ; sed eam , post 13 dies effossam , inueni madidam quidem , sed destitutam omni vegetationis incremento.

Experimentum IV.

Anno 1737 d. 8. Iunii , st. v. mandavi terrae , libero aëri expositae , raphani minoris semina , quae per integrum praecedens triduum in melle sepulta iacuerant. Illas praeterea foueolas , in quibus grana terrae infodi , multo melle conspersi , et deinde terra obtexi. Iuxta vero hunc sulcum feci quoque alium , in quo similia grana melle prius macerata , sed non circumdata melle , sepeliui. Post septem dies haec vltima granorum series supra terram emittebat herbas ; post vndecim vero dies demum aliquot illorum , quae in terra etiam melle conspersa iacebant , supra terram emerferunt. Die demum 1 Augusti , eiusdem anni , horum extraxi tot radices , quot potui ex fertilitate huius horti , atque in confessu ordinario Academiae gustandas eas exhibui , quod protocolum illius confessus testabitur. Sed nihil deprehensum fuit in his raphanorum radicibus , quod vel minimum mellis , aut inconsueti alicuius saporis , indicium ferret.

Experimentum V.

Eodem , quo prius , tempore pisi plantulam optime crescentem et vegetam terris exemi , et subita scissura radicem separavi a caule cum adhaerentibus ipsi herbis ; tum simul horum pondus inueni 16 granorum , illius autem 22 ; quas duas partes separatas cum per 3 horas aëri libero ,

libero, cum aliquo folis aspectu, exposuiffem: deprehendi pondus superffe caulis et herbarum 11 granor. radices autem 3 gran. Adeoque caulis et herba transpiravit $\frac{55}{176}$ sui; radix vero $\frac{152}{176}$ sui; fuit ergo transpiratio caulis ad transpiratioem radices = $55 : 152 = 1 : 3$ quam proxime.

Experimentum VI.

Anno 1738, mense Nouembri, testae optima terra repletae, et in museo meo calefacto collocatae, immisi fabam maiorem. Hanc post aliquot dies exemi iterum, radiculamque iam prominentem inclusi calamo anterino truncato, cuius orificium apertum leniter fabae ad aptavi, et cera muniui; tum vero integram plantulam, cum hoc appendice, iterum defodi, sed nihil iam terrae ad radicem pertingere poterat, impediante calamo. Protrusit ita quidem faba haec germen, sed languidum, debile, nec villo fere successu crescens. Exactis tribus septimanis erui iterum fabam, vt conspicerem quomodo constituta esset, sed corruptissimum eius statum inueni; cuius sectionem mediam, secundum longitudinem factam, repraesentat Fig. II. Radix quippe non expleuit totam longitudinem calami circumdati; sed in parte ima apud A erat exsiccata et demortua. In lobi parte summa, apud C, et infima apud B, duo erant loca plane putrefacta, in quibus infecta eadem penitus cum superioribus, (Exp: I. die 4) detexi, sed ita languida et debilia, vt vix mouerentur; medium autem lobi D statum naturalem adhuc et integrum seruabat sine infectis, qui-

bus etiam carebat terra, quam solite et armato oculo examinaui.

Experimentum VII.

Anno 1741, mense Maio, obseruaui fortuito, cum in subdiali ligneo (*balcon*) aedium mearum sub vesperè versarer aëris mutandi causâ, materiam lactiformem, albam, subito erumpentem, oui columbini magnitudine, in aliquot locis ex trabe abietina, quae ad minimum ante decem iam annos huc adaptata erat. Capta portio huius materiae, et exactè perquisita, apparebat quasi mollis aliqua collectio minimarum fistularum; et postero die relictæ portiones mutabantur in muscum trabi adhaerentem, qui post aliquot dies plenus erat subtilissimi pulueris fusci.

Experimentum VIII.

Anno 1739, mense Iulio, cistulas ligneas repleni materiis sequentibus, et cuilibet earum inserui duo auenae ac totidem cannabis semina, rite postmodum irrigata aquis, vt viderem quo successu vegetatio procederet. Expertus itaque sum horum germina extra terram protrusa fuisse diebus sequentibus. In *terra foecunda*, auena post 5 dies, cannabis post 4. In *arena* siccissima, diuque in accenso clibano excocta, sed legitime postea madefacta auena et cannabis post dies 5. Vnde non mirum est, in lapidibus siccissimis crescere muscos, et in arena pura vites, quod refert *Henckelius* in *Flora saturnizante* pag. 93. In minutissime dissecta copia frustorum *panni rubri lanci*, auena

na post 5 dies, cannabis post 8. In *scobe lignea*, utraque post dies 5. In *carbonibus* ad pulverem tenuem reductis, auena sola post dies 7. In *chartae* copia, tenuissime dissecta, cannabis post dies 8. In *auenae* ipsius congesta copia auena sola post dies 8. In dissecto *foeno*, auena sola post dies 14. Nihil vero plane extra se protruserunt *cineres*, e fornace collecti; *scobes ferreae*; *gossypium*; *arenae* partes tres mistae cum parte vna *salis culinaris*; *arenae* partes duae mistae cum parte *nitri* vna; *cineres clauellati*; *farina* ordinaria, ex qua panis coquitur. Ex piso, *spongiae* bene prius elotae intruso, et legitime irrigato, educaui aliquando integram plantulam, foliis quidem multo tenuioribus, quam in hortis esse solent, quae et flores et fructus proferebat. Tum deinde in conuentu Academiae ordinario, d. 25 Augusti 1738 habito, monstravi pisum, quod cepae arundini superne abruptae inhaerens, flores et herbas extra hanc cavitatem protulit, radices autem suas, cum radice bulbosa cepae coniunctas, terrae immisit.

Experimentum IX.

Anno 1748. mense Aprili, vasculum, quod parallelepipedo formam tenebat, et cuius sectio verticalis representatur in A B D C, Fig. III. repleni terra hortulana. Altitudinem C A tenebat vasculum hoc circa $1 \frac{3}{4}$ poll. superne autem tam apud E, quam inferne apud F, pertusum erat foramine satis amplo, pollicem quippe quadratum occupante. In terrae utriusque huic foramini eminentis medium, exacte captum, G, immisi pisum vulgare d. 12. Aprilis st. n. inter duas superficies terrae
E et

E et **F** in aequilibrio quasi positum; atque his ita praeparatis totum vasculum in museo meo, prope fenestram, imposui duobus fulcris **H** et **I**, ut inferius tam foramen apertum, **E**, quam ad superius **E** liber aëri pateret accessus. Tum vero terram hanc per dicta foramina **E** et **F** quotidie irrigavi modica aqua, sed ipsum vasculum elapsis singulis 24 horis inuerti, ita ut superficies **A B** esset in vno spatio diurno superior: in altero esset inferior, atque in tertio rursus superior, sicque porro; donec die 25. Aprilis, adeoque post 13. dies in foramine superiori appareret germen erumpens, vna cum radiculae extremo simul; sed in illo quidem foramine vasculi, quod primis 24 horis infra positum erat apud **F**. Pisis autem alia, in testas, contiguas vasculo huic, immissa vno eodemque priori tempore, sed relictas in situ constanti, germinare visa sunt post 3 statim dies. Cum deinde plantulam vasculo exemi, eius figuram deprehendi talem, qualem ostendit Fig. IV, in qua apud **A** est pisum defossam, apud **B** sunt radiculae, atque apud **C** est germen.

Experimentum X.

Eodem anno 1748, d. 1 Aprilis st. n. iterum repleui terra vasculum aliquod cubicum, superius apertum, sed inferne pertusum duobus foraminibus. Altitudo vasculi **DC**, Fig. V, erat circiter pedis; sed in altitudine vnus pollicis supra vtrumque foramen **E** et **F** immisi terrae duo pisa **A**, **B**; quibus ita praeparatis apparatus hunc ad fenestram musei mei suspendi ex **C** et **G**, terram vero quotidie irrigavi per dicta foramina **E** et **F** ope
syrin-

syringis, ut nempe, si fieri posset, germina pisorum quasi inuitarem, ut per foramina haec prodirent, adeoque deorsum crescerent, et radicae sursum. Sed omni hoc conatu nihil effeci. Nam elapso triduo in utroque foramine apparuerunt apices radicularum, vegeti primum, sed insequenti die iam marcidi atque demortui. Exempta utraque plantula deprehendi pisa arefacta, et germina sursum versus C G directa pariter exsiccata; utraque insuper radica parum adhaerentis terrae tenebat.

Experimentum XI.

Liceat huc referre vegetationem partium quarundam animalium, veluti unguium et capillorum, quorum incrementa sequenti modo indagavi. Anno 1738, die Aprilis 6, st. v. in digito minimo vel auriculari manus meae sinistrae signavi unguem tenui lima eo loco, quo primum a cute relinquitur; tunc, consueto more unguem illum praecidendo, vidi signum hoc continuo versus anteriora protrudi, donec tandem Iunii die 28, adeoque post 81 dies, ultima huius unguis attingeret et abscinderetur. Longitudo autem huius unguis, quam signum lima factum interea crescendo percurrit, erat $\frac{2}{3}$ pollicis rhenani duodecimalis. Capillum vero humanum, capiti vna cum radice sua euulsam et aquae purae ita impostum, ut radix in aqua esset, alterum autem extremum supra marginem calicis prominere, auctum longitudine sua obseruavi parte decima dicti pollicis, tempore 14 dierum, mense Iunio anni 1743. Absoluit igitur crescendo unguis, in tempore 81 dierum, $\frac{4}{5}$ poll. capillus vero in

eodem tempore fere 5 poll. vnde vterque eadem celeritate crescere censendus hucusque est.

CONSECTARIA.

Expositis ita fideliter experimentis his a me captis, accedam nunc ad consecraria quaedam ex illis deriuanda: in quibus caute et tarde procedendum esse, omnes, qui veritatem inconcussam sectantur, vno mecum ore et corde affirmabunt. Sint itaque ea, quae ex praemissis legitime deriuari posse mihi quidem videntur, sequentia.

I Cuticulam externam seminis, siue corticem, ex irrigatione infra terram reddi primo statim tempore molliorem, apparet in experim. I. die 1, quod ideo fieri necesse est, vt radícula erumpere per hunc corticem possit. Vti enim ex sola auium incubatione oui testa fit tenuior a calore, modico quidem, sed continuato, donec iostro perfodere corticem hunc possit pullus: ita etiam a madore leniter affluente seminis quasi testa euadit mollior, donec perfringere eam queat radícula erumpens et terram petens. In quo quidem seminis, vel grani alicuius, similitudo cum ouo apparet aliqua, non autem perfecta, qualem statuere videtur Celeberr. *Fontenelle*, in „*Histoire de l'Acad. des Sciences* 1701, his verbis: *Toutes les plantes viennent par des oeufs; car les graines sont pour la Physique de veritables oeufs, auxquels la langue a donné un autre nom.* Diuersitas enim aliqua inter granum seminis et ouum manifesta est in eo, quod hoc nihil externi alicuius succi intra se trans corticem attrahit, verum omne id, quodecunque ad pullum nutriendum requi-

requiritur, intra se iam paratum ante continet; illud vero, quanquam aliquid alimenti ad plumulam extendendam in se comprehendat, opus tamen habet, ut externi liquoris quid per cuticulam recipiat, quod bene dictum est in *Journal des Savans*, anno 1666, pag. 400, *les pois ou les fèves, étant mis dans la terre, attirent leur aliment au travers de leur tunique.* Puto igitur, emendanda esse verba, quae occurrunt in *Speçtacle de la Nature*, de vegetatione plantarum, hunc in modum: „*Après que*
 „*la radicule s'est nourrie des sucs, qu'elle tire des lobes,*
 (sed qui succus ab extrorsum influente humore aquae diluendus prius est, et corrigendus,) „*elle trouve dans l'enve-*
 „*loppe, ou dans l'écorce de la graine, une petite ouver-*
 „*ture, qui répond à sa pointe, & qu'on apperçoit avec*
 „*le microscope dans le bois des plus durs noyaux, égale-*
 „*ment comme dans la robe des graines,* (inuenit radicula hoc ostium sibi praeparatum, sed nihil profuturum, nisi ab affluente aqua externa totus cortex prius emolliatur, ut erumpenti radici sine noxa cedere possit.)

II. De origine insectorum, aut pediculorum, quos primum a me repertos in experim. I. descripsi, anceps fere haereo. Aspicio illos eo maiori admiratione, quod iam animum meum subiit assertum illud Celeberr. *Musschenbroekii*, in oratione *de sapientia diuina*, 1744 habita, pag. 23 dicentis: *phaseoli turcici, hominum deliciae, ab insectis manent intacti.* Retuli de hoc phaenomeno ad Per illustrem *L. B. De Wolff*, in epistola ad ipsum data Petropoli d. 3 Nouembris 1738; qui Vir summus sequentia mihi respondit; d. d. *Marburgi Cattorum*, Aprilis 4, 1739. *Animalcula, quibus planities inter se contiguas lo-*

borum fabarum obsitas deprehendisti, vitio cuidam earum tribuenda mihi videntur. Memini enim, si fabae non fuerint recentes, aut propter anni tempestatem vitiosum humorem alant, vermes in terrae commissis gigni; ita ut, si corruptae ob aetatem vegetationi non amplius inseruiant, terrae commissae in putredinem abeant, et a vermibus concretis consumantur; id quod etiam accidit ob humorem vitiosum, quando nondum anni aetatem tulerunt. Quamobrem consultum foret, et accuratius in hoc phaenomenum inquireretur, et coelo fauente in loco liberiore experimenta repeterentur. Ante vero iam, quam acciperem consilium hoc grauisimum, maiorem exactitudinem in eo quaesivi, ut loco terrae adhiberem arenam, optime prius aqua pura elotam, quae ita nihil terrae admixtae teneret; hanc deinde in furno accenso, multo igne, et diu, excoxi, et tum demum ea vas aliquod repleui mense Nouembri 1738, in musco meo collocatum, cui plures fabas commisi, vltra viginti nempe, easdemque folicite irrigaui aqua vehementer prius cocta, sed refrigerata postea; vas ipsum etiam semper tectum seruaui, ut ne quid pulueris arenae super incideret. Quibus ita factis, cum lacte germinarent haec fabae, nullum plane in omnibus deprehendere potui insectum vel animalculum; quae tamen eodem tempore inueni in alia faba terrae imposita, per *experim. VI.* Quae cum ita se habeant, in eam sententiam adducor, ut non credam animalcula haec ex oborta putrefactione succi, aut corruptione, fuisse nata. Primo enim plantulae ipsae, quarum lobos insecta haec obsederunt, feliciter et lacte pleraeque creuerunt, quod fieri non potuisset, si quicquam succi in lobis praeparati et contenti mucorem

et putredinem contraxisset, vti docet experim. VI. Secundo deinde vidimus, in experimento modo allegato, infecta haec male se habere in lobi succo corrupto et stagnante; cum in experimento I. viuacia illa fuerint et valde mobilia; quod igitur indicat, nihil ibi adfuisse putridi. Potiorem igitur hanc sententiam puro, qua creditur, animalcula haec orta fuisse ab ouulis insigni copia terram intra dispersis, et per aquas affusas in lobos ipsos aduectis, in quibus ab exortae fermentationis tam calore, quam reliquis circumstantiis, ab ouulis minutissimis fuerunt exclusa. Ingrediuntur autem haec ouula in lobos, non quidem per tunicam grani ipsam, sed per ianuas ab hac tunica disrupta apertas, quod docet experim. I, die 3 et 4. Hinc enim explicari potest, cur in fabis arenae excoctae insertis nulla conspicua fuerint infecta; quoniam scilicet ouula nulla hic aut adfuerunt, aut remanere potuerunt, per aquas intra lobos aduehenda. Hinc etiam ratio reddi potest, cur haec infecta, simul ac germen e terra emergit; deserant et germen, et lobos, et observatorem ipsum, nescium qua illa se latebra abscondant; et cur hoc fiat; an ab aëris externi accessu, an ab alimentorum defectu, an vero ab alia causa. Interire enim illa ob lorum substantiam iam exsiccatam et exsuccam, probabile plane est.

III. Experimentum IV institui, inductus asserto libri cuiusdam germanici, cuius titulus est: *Entdeckte Grufft natürlicher Geheimnisse*, editi ab anonymo auctore, Lipsiae 1727, in quo pag. 170. legitur, raphanos dulces procreari, si semina per biduum melle praemacerentur. Legi praeterea in *Historia Naturae An-*

tonii *Le Grand*, pag. 306, credidisse olim *Baconem*, celebrem illum Angliae Physicum, cucumeres teneros et delicatiores euadere, si ante sationem eorum semina fuerint paullulum lacte macerata. Docuit me igitur experimentum meum, haec omnia tentari frustra: neque id mirum esse potest, si reputemus nobiscum, omnia, quae mel vel lac constituunt, non posse transire in plantam, vel eius granum aliquod; et si vel maxime transeant omnium ingredientium partes aliquae: vix tamen fieri posse, ut in tali proportione illa ingrediantur, quae requiruntur, ut partes constitutivae eo modo inter se sint collectae et combinatae, quo efficere queant mel, vel lac. Similia, simili cum effectu, tentavit etiam *Halesus*, in *statica vegetabilium*, versionis germanicae pag. 27, et 208, quae omnino huc sunt referenda.

IV. Cum experimentum VIII. ostendit, ex scobe ferrea nihil ad vegetationem adiumenti esse expectandum, fabulosa esse credo, quae recensentur ab *Ant. Le Grand*, in *Historia Naturae*, pag. 297, ubi haec occurrunt: „Qui Iaponiam peragravit, arboris cuiusdam meminere, „adeo ferri amicae, ut, si eius ramus decisus est, clavo „ferreo sit affigendus, et demum agglutinetur; imo si arbor „arescere incipiat, scobe ferri, radici eius admota, „stati priori restituitur.“ Ridicula enim haec sunt tam ab experimentis, quam ab rationibus etiam, quae l. c. adducuntur. An materia animalis, caro, cornu cervi, etc, plantarum vegetationem possint excitare, experimenta instituerem mihi non licuit. Ex illis vero, quae antea experim. VIII. recensui, vix dubitare possum de iis, quae refert *Le Grand*, l. c. pag. 300 et 301; nempe prunellum
suc.

succreuisse ex sterno cuiusdam pastoris, qui in prunellum incidat atque receperat in thoracis regionem spinam eiusdem arboris; cum et *Gassendus* ipse auctor huius historiae ibidem allegetur. Eodem calculo aestimandas esse censeo reliquas historias ibidem relatas, quibus farris spica e mulieris naso; et hederæ ex cerui cornu progenita dicuntur. Faba etiam auri iuuenis intrusa, diutiusque ibi retenta, radices egisse traditur, in *Keyseri Neueste Neuse*, epistola XIV, 121.

V. Non diffiteor, me plurima horum experimentorum meorum illo instituisse fine, ut, si fieri posset, reperirem aliqua, quorum ductu explicatio pateret admirandi illius phaenomeni, in omnibus plantis conspicui, quo radix deorsum semper deprimitur, germen vero sursum eleuatur. Quod certe problema, a natura nobis propositum, inter difficillima et captui humano maxime imperuia est numerandum, nisi supine illud consideretur. Neque defuerunt excellentia ingenia uodum hunc plus quam gordium agnoscantia, et admirantia, et cupidine illius soluendi illecta. Plasticam aliquam vim huc adducere: peccare esset in perspicaciam huius seculi, cuius applausum, et recte quidem, nihil mouet, nisi quod aut distincte explicatur, aut cuius similia alia experimenta allegantur. Videamus igitur, quid profecerint in hoc aenigmate extricando auctores grauissimi hucusque. *Antonius Le Grand*, in *Historia Naturae*, P. VII, art. 8, p. 308, omnibus stirpibus ingenitum esse dicit, germen in sublime emittere; radices uero loca inferiora petere. Addit deinde hanc rationem; „Cum nulla expansio sine calore fiat, euidens est, illud, „quod e plantula erumpit, rudimentum a calore proficisci, „et eius impulsu sursum tendere; nam id caloris est ingenium

„nium , in sublime ferri , et eo obuia corpora propellere ;
 „sicuti ignis in declivi loco accensus , non ad angulos ipsi
 „decliuitati rectos ascendit , sed ad perpendicularum : ita etiam
 „stirpes , quae in collibus nascuntur , sursum semper euehun-
 „tur a calore , qui eo tendit ; quod vero radix in contra-
 „rium pergat , et in terram demergatur , eius alimento tri-
 „buendum est ; nam sicuti funalis flamma sensim deorsum
 „nutat , et ad ceram depascendam inferius deuehitur : ita
 calor intra radices contentus ad imas earum partes pergit. „
 Hucusque citatus auctor ; quem videmus radicis directio-
 nem et generationem ita supponere potius , quam expli-
 care. *Mariotte* , de la *vegetation des plantes* , P. II. p. 128 ,
 phaenomenum hoc recenset quidem , sed nihil de illius expli-
 catione addit ; dum de faba , super aquam germinante , dicit :
 „Dans peu de jours les feuilles se developpent , s' allongent , &
 „s' elargissent ; & la petite pointe , qui doit s' etendre en raci-
 „ne , commence à descendre vers l' eau , quoiqu' au commence-
 „ment elle soit quelquefois tournée en haut , mais elle se courbe
 „peu à peu , pour y arriver. *Regnault* in *Entretiens Physiques* ,
 „Tom. III. pag. 16 , hanc quaestionem format : pourquoi la
 „racine - s' enfonce - t - elle dans la terre , & la tige en
 „sort ? „ respondet postea , la racine tirant le suc le plus
 „grosier , & le plus pesant , doit descendre , & s' enfoncer.
Denis in *Journal des Savans* 1673 , p. 198 , putauit ,
 germen sursum enitendo sequi viam facillimam , quia sic
 minimum resistentiae experiatur , et sequatur ductum par-
 ticularum ignearum et subtilium , quas in se continet. Sed
 quid obstat huic sententiae , profunde docuit *Perillustri*
Dom. Bisingerus , in horum *Commentariorum* Tomo V ,
 pag. 206 , 207 , §. 27. Qui idem Vir , toto literario
 orbe

orbe celeberrimus, et horum etiam naturae myſteriorum diligentiffimus non modo, ſed etiam perſpicaciſſimus ſcrutator, eadem exquisitiſſima ſua diſſertatione efficit, vt nihil neceſſe habeam mentionem facere de *Dodarti*, *la Hirii*, et *Aſtrucci* ſuper hac quaefione ſententiis ibi relatis et ponderatis, quarum vltimae calculum grauiſſimum ſane, et merito quidem, adiicit. *Haleſus* denique, in *ſtica vegetabilium*, experim. CXXIV, pag. 196, verſionis germanicae, hoc anno 1748 editae, explicatiorem breuiſſime in eo ponit, vt dicat plumulam lobis contentam ſuperne et inferne augeri, adeoque illam ſurſum illinc, ac deorſum hinc, protendi, quod ſane nihil aliud eſt, quam idem per idem explicare. *Henkelius* tandem in *Florae ſaturnizantis* p. 95, hac breuitate hoc ſe negotio extricat, vt dicat: germina ſurſum creſcentia eſſe radios totidem prolongatos ſuae peripheriae. Huius itaque phaenomeni, niſi ſempiterna nox illi offuſa ſit, rationem peti debere puto a natura grauitatis, in deprimenda radice verſus centrum terrae, non vero verſus maiorem copiam terrae, id quod experim. X optime docet; et quo etiam probatiſſimorum auctorum ſententia inclinat. Tum vero alteram eiusdem partem explicari aliquantum poſſe arbitror per materiam ignis, quae quidem ita facta eſt, vt e corpore calidiori quoquoerſum exeat communiceturque cum frigidioribus proximis, ſed repellatur forſan et cœrceatur in grano, per fermentationem abortam excitata, a tellure ambiente copioſiore, a cuticula granum ſepiente, ita vt ſurſum verticaliter potius, per aperturam in cuticula factam, quam aliorſum exitum ſibi quaerat, et germen illuc ſecum abducatur. Putaſſem attractionis vim, quae

alias in difficillimis quaestionibus vtiliter in subsidium vocatur, hic auxiliatrices quoque praebere manus posse, nisi plane obitaret huic asylo experimentum modo dictum X, in quo certe, si tellus radicem attrahendo deorsum alliceret; eadem iam hanc sursum trahere debuisset, ob maiorem illuc dispositam copiam; et germen deorsum repellere; cuius tamen contrarium plane accidit. Cum itaque nihil adhuc certi allegari queat, quod phaenomenum hoc constantissimum illustret: dubium esse potest, an non aliae praeter cognitae hucusque grauitatis, elasticitatis, attractionis, in natura rerum dentur vires, et tales quidem etiam, quas *animales* vocare licet? dum phaenomena, quae ab illis dependent, explicare valemus mechanice; quae vero ab his, nondum. Est enim sine dubio plena virium et facultatum natura, quarum paucissimas nouimus adhuc, nec sufficientes explicandis tot rerum varietatibus, quot conspiciamus quotidie. His igitur vim animalem adnumerare, nondum tamquam causam veram quandam, sed tamquam nouam aliquam causarum incognitarum classem, quae superari tandem possit olim, et redigi ad mechanicarum explicationum ditionem, quis est qui vetare possit? praesertim in plantarum republica et oeconomia, quae *Campanella*, de sensu rerum, l. 3, appellat animalia immobilia, vid. *Journal des Savans*, 1737, mense Jul. p. 414; qualem similem vim animalem *Keplerus* quondam telluri tribuit, ad perficiendos cursus suos, ad subeundas mutationes suas. Quis enim iam nunc explicabit, aut demonstrabit mechanice, pullum, recentissime ovo suo exclusum, statim, propria sua Minerva adintum, insistere pedibus et ingredi, nec tentare vnquam dorso prouol-

prouolui et promoueri? vel quaerere eundem aquas vicinas, illisque tuto innatare? et quae sunt alia infinita. Si quis conspiceret, in aëre remotissimo positus, castellum ab hostibus cupidissimis oppugnatum, is certe videret continuas ignium emicationes; obiecti haud infrequentes mutationes; tractus hinc et inde nigros illud ambientes; et reliqua, quae omnia ex causis proximis recte explicaturus esset per vires animales, quarum opera fit, vt tormenta continuo explodantur, incendia oriantur, domus corruant, et cuniculi agantur; minime vero per causas mechanicas remotas, ad quas ne quidem nobis, proxime haec aspicientibus, patet aditus. Quae quidem omnia eo pertinere volo, non vt cum *Andr. Rudigero* statuam, quod recensetur in *Journal des Savans* 1717, p. 23, „*Dieu a imprimé dans les semences de chaque plante les idées des plantes, qu'elles doivent produire; ces idées sont connus de l'ame de la plante, & cette ame se sert alors du sel, du souphre, de l'eau, & de l'air, pour arranger de telle sorte la matiere, que cette matiere preme la forme de la plante.*„ Nihil enim aliud requiro, nisi hoc, vt tantisper, donec explicationum nostrarum physicarum claritas ad maiorem euehatur gradum, supponere liceat greges animalium, anima non rationali quidem, sed sensitua tantum, praeditorum, quae tam abscondita et intellectui, et sensibus nostris, efficiant. Cum vero haec suspicionis tantum loco haberi volo: potius ad illa me enumeranda verto, quae ab experimentis meis ante descriptis prono alueo fluunt. Ex his itaque certum mihi esse videtur de *lobis* granorum, 1. Illos, breui postquam terrae immorantur, emolliri. 2. In iisdem

interdum generari vermiculos aut insecta. 3. Si ab affluente aqua nimis emolliantur; id ipsis nocere. 4. Flaccidos tamen illos succum adhuc largiri plumulae; prouti testatur *Martite* l. c. p. 128, et idem confirmatur *Experim. I*, die 12. Non dubito praeterea de *germine*, vel *plumula* asserere, 1. Illud ab initio vegetationis parum augeri. 2. Illud diutius, quam radices solent, intra lobos grani manere reconditum. 3. Extra lobos externum illud verticaliter sursum niti semper. 4. Nihil illud terrae sibi adhaerescens pati, sed ab huius commixtione manere liberum. 5. Eiusdem admodum lentam et segnem esse evaporationem. *Radicum* denique proprietates haec sunt: radix prius grano exit, quam germen. 2. Eadem celeriter crescit, contra quam germen facit. 3. Radix primaria cito sibi adiungit secundarias, ex se enatas. 4. Radix verticaliter deorsum semper crescit; si vero impediatur in hac directione sua: tum impedimenta haec molliora perterebrat; duriora autem supergreditur, donec liberam crescendi deorsum viam nanciscatur. 5. Radix continuo terram sibi adhaerentem habet quam arctissime. 6. Radiculae virides sunt in extremitate sua, ceterum albae. Viriditas haec ab illa materia viridi, quae in aqua putrescente oritur, deducenda videtur. Ex quo simul manifestum est, quod *Celeberr. Henkelius* in *Flora satur-nizante* p. 86, dicit: plantas magis esse partes, quam partus, terrae. 7. Evaporationem radices habent valde celerem, et triplo quidem maiorem, quam germen; hinc non conservari possunt, cum exponuntur aëri, sed obtegendae sunt terra; ex consilio *Perillustri Dom. Bilfingeri*, in *Commentariis Acad. Petropol.* Tomo V, pag. 200, §. 5.

§. 5. 8. Radix a terra, cingente ipsam, nutritur; quod experim. VI abunde ostendit. 9. Radix deorsum crescit non ab attractione terrae, sed ab alia causa illuc influente, quod in experim. X patet. 10. Effici potest, ut et radícula et germen simul sursum erumpant e terra; quod factum est in Experim. IX; nescio tamen, an in omnibus eiusmodi casibus similiter hoc succedat. Haec itaque iam sunt generalia et praecipua vegetationis plantarum phaenomena, quae, si explicare mechanice quis voluerit, videbit sane, quam haesitura sit ipsi aqua, in eorum unoquoque.

VI. Aquam puram, quae vel nullo, vel minimo sale est infecta, optimum esse plantarum nutrimentum, plane demonstrat experim. III. Illa vero aqua, quae refertissima est particulis acribus, vel sulphureis, pingui- bus, qualis est urinae et lactis et spiritus vini, quibus fluidis aqua non nisi pro vehiculo partium aliarum, et plurium, et heterogenearum, data esse videtur, plantas non solum non promouet, sed etiam enecat.

VII. Cum experimentum III ostendat, spiritum vini, quo irrigata fuit faba maior, hanc perdidisse, neque vllum in ea vegetationis incrementum excitasse: dubito certe de eo, quod docetur in *Regnalti Entretiens Physiques*, tomo III, p. 62, de acceleranda vegetatione per eundem spiritum, his verbis: *Trempez dans de l'eau de vie de la graine de laitue, de chou-fleur, de salade &c melez dans le terreau de la chaux eteinte & morte, reduite en poudre, avec un peu de fiente de pigeon; en deux fois 24 heures vous aurez des laitues. Mettez de la graine de persil, trempez dans du vinaigre, & apres*

l'avoir semée dans de bonne terre jettez dessus beaucoup de cendres de cosses de fèves, ensuite arrosez la terre avec de l'esprit du vin, & couvrez la bien des linges; le persil poussera hors de terre en peu d'heures. Nescio autem, an succedant aliae methodi, qualis est Cardani, qui Lib. XIII, p. 513, de rerum varietate, scripsit: „*Fabam referunt, novem diebus obrutam in oleo, germinare in duabus horis, impositam pani calido.*„ Quod idem paullo mutatum occurrit in *Journal des Savans* 1684, p. 53, vbi dicitur: „*Pour faire lever des fèves, & des pois, dans une heure, il ne faut, que les mettre dans de l'huile chaude pendant 9 jours, puis les faire griller, & les semer ensuite.*„ Suspendo pariter iudicium meum de illo, quod occurrit in diario iam citato 1685, pag. 14, his verbis: *Mr. Edmond Wilde jaisoit pousser de la laitue en moins de 2 heures, dans une terre, qu'il dit avoir été 2 années de temps à préparer.* Quibus vnicum hoc addo, quod scribit Francisc. Baconus, B. de Verulamio, in *historiae naturalis* cent. V, operum pag. 840: *semina macerata in vino maluatice, spirituque vini, profus non excreverunt.*

VIII. Quae in experim. XI adduxi de vegetatione vnguium atque capillorum, haud immerito huc referuntur. Statuendae enim sunt omnino, cum *Hon. Fabry*, tres plantarum species. Prima illarum, quae crescunt ex terra; secunda earum, quae crescunt ex plantis prioribus, quales sunt musci; viscum, quod est frutex in arboribus alienis nascens et vivens; tertia denique harum, quae crescunt in animalibus, uti pili, cornua, plumae, etc. vid. *Journal des Savans* 1666, p. 628. De pilorum vero vegetatione plura tradidit iam *Mariotte*, in *hijl. Acad. scient. parisiacae* ad annum 1677, pag. 219.

ADDI-

Additamentum.

Postquam haec absoluta erant, legere me accidit *Verulamium in sylva sylvarum, sive histor. nat. centuria I, art. 29.* vbi sequentia, ad vegetationem spectantia verba occurrunt: „Cepae suspensae sponte germinant, „nec non pulegium; etc. additur postea: sed est nobile „experimentum, et quod consequenter ad plura innuat; „si exploretur, an haec, dum germinant, pondere auge- „antur; quod inquirito, iis, antequam suspendantur, libra- „tis, et postquam germina emiserunt. Si pondere non „augefcant, nihil aliud conficitur inde, quam aliis parti- „bus decedere, quod in germinatione aliis accedit. Si „pondere autem crescant; tum ex magnalibus naturae „vnum est. „ Experturus itaque, vtrum horum futurum sit, suspendi in musco meo, anno 1749 d. 26 Ianuarii ex aliquot filis ad fenestram cepam bene constitutam, cuius vix aliqua germinum initia apparebant, et quae pondus tenebat 296 granorum talium, quorum 7680 efficiunt libram hollandicam. Haec ab initio, statim post aliquot dies, egregie germinavit, sed pondere semper diminuta fuit, vti sequens tabula docet. Erat enim eiusdem pondus, granorum modo dictorum.

Februarii	7	-	-	272.	germina altitudinis 1½ poll.
					rheland.
-	-	-	21	-	255.
					germinum altitudo 2 ad
					3 poll. eademque pal-
					chre viridia.

Martii

Martii 12 • - 233. quo die germen longissimum 5. poll.

- - - 28 - - 213. vbi breviorum germinum apices summi aliquantum corrupti erant.

Aprilis 8 - - 196.

- - - 16 - - 187.

Maii 16 - - 145. quo die experimentis hęc suem imposui, quia germinum omnium summi apices corrupti non solum, sed arefacti etiam, erant. Ne minimum vero aque aut humiditatis toto hoc tempore ad cepam hanc perveniret, sollicito semper curavi.

OBSERVATIO ANATOMICA
 MVSCVLI IN PECTORE PRAETER NATVRALIS
 ET VARIJ IN DIVERSIS CORPORIBVS
 INVENTI.

AVCTORE

Abr. Kaau Boerhaave.

Vesalius, castigans Galenum enumerantem musculorum thoracem mouentium quintum, asserit, illum esse muscoli recti abdominis partem in canibus, in fimiis caudatis, semper inueniendam, ad primam siue supremam thoracis costam ascendentem, quam in hominibus sibi nunquam obseruatam, fatetur (a). Galeni tamen intelligendi gratia, muscoli huius propaginem exhibet supra humani corporis pectus exporrecti, vt caeterum in animalibus inuenerat (b): monens simul, sese eiusdem in homine naturales limites dedisse tabula proxime antecedente (c). Est autem huius ibidem vnica, lata, crassa, eaque tota carnea, insertio cartilaginis costae sextae parti anteriori, ad marginem eiusdem supremum, ab initio ex costa ossa ad extremum vsque, quo ossis pectoris laterali sinui inarticulata insistit; quam his verbis ipse describit (d). *Ad pectus vsque feruntur [musculi recti abdominis] cui supra mucronatam cartilaginem, ad ossis pectoris latera, illique connexas cartilagineas, lati carnosique*

TOMI. II Nou. Comment. K k in-

(a) De Corp. Hum. Fabric. L. II. C. 31.
 (b) Ib d. musc. Tab V. Δ 1 - s.
 (c) Ibid. Tab IV. n.
 (d) Lcc. cit. C. 51.

implantantur. Alias autem (a) dicit. *Recta fibras sursum ducens a pubis ossè ad pectus conscendit.* Generalem hanc descriptionem, et imprimis delineationem, postea emendavit Bartholomaeus Eustachius, tabula anatomica trigesima secunda in dextro (b), tabula autem trigesima tertia in sinistro musculo (c), exhibens accuratissime delineata tria extrema, quibus in tendines prius extenuatis, ad totidem costarum verarum inferiorum cartilagine, septimam scilicet, sextam, et quintam, pertinet. Et facies illa in optimis corporibus fere semper constat (d). In Tabulis autem, quae ex dissectione et partium praeparatione Domini Duverney Chirurgi Parisini et in horto Regio Anatomiae Demonstratoris nuper a Gautier singulari arte impressae sunt, partes scilicet colore et magnitudine naturali exprimentes (e), Musculus Rectus abdominis describitur oriri (ortum enim ex Galeni aliorumque placitis ponit Auctor, quo nos insertionem) a tribus inferiorum verarum costarum cartilaginibus, quandoquidem a duabus solum (f). Posterior casus, ut naturalis, in caeterum rite formato corpore mihi nondum apparuit, neque observasse hunc videtur Celeberrimus B. S. Albinus, saltem ante editam

(a) Eptomes cap. II, vide ibid, III. musc. Fig. m. a. b. & Fig. IV. f.

(b) Explic. Albinianae Q

(c) Ibid. α. β. γ.

(d) Confer B. S. Albini. Hist. musc. L. III. c. 78. et Tab. Anat. musc. secund. a. b. c.

(e) *Myologie complete en couleur et grandeur naturelle à Paris 1746.*

(f) *Le Muscle Droit prend son origine des cartilages des trois dernieres vraes cotes, quelquefois de deux seulement. Et paulo supra sa partie superieure auere la partie superieure des trois dernieres cotes, elle ne couvre quelquefois, que le deux dernieres & les premieres de jausses cotes.*

tam musculorum hominis historiam (a), quin ex connato sibi candore et hanc varietatem indicasset. Vidi tamen in foetu, vbi pars corporis inferior plane monstrosa, cuius historiam concinno, costam septimam ad sternum, in latere dextro, non pertinere, sed, vt solet octaua septimae, sic iam haec sextae cartilagine[m] infra tangebatur, illi iuncta. Musculus rectus vero findebatur in duo modo extrema, quorum sterno proximum gracilius cartilagini costae sextae, externum latius quintae eidem inferebatur ad tertiam circiter longitudinis partem, atque inde ad initium, quo ex ossa costa continuatur, vsque, iuxta latus et insertionem prioris ascendens. Vidi idem in caduere viri robusti, cuius ossa ob plura peculiaria notanda seruo (b). Ibi autem musculus Rectus naturaliter findebatur in tria extrema, sed primum horum pertingebat ad sextae, secundum ad quintae costae cartilagine[m], tertium ad quartam costam, partim ossam, partim, vbi ex hac cartilago vterius ad sternum procedit; dum iuxta marginem superiorem, quam solet, altius pectoralis procedebat. Sunt hi casus rariores, nec modum Naturae sequuntur, etsi in mox citato opere, vt passim obuui describuntur, et, quod magis miror, in binis diuersis figuris soli deli-

K k 2

nean-

(a) Leidae Batavorum 1734. et Celeb. Douglassius in descript. muscul. §. 5. *Inferitur Rectus tendineo carneus cartilagineus costarum septimae, sextae, quintae, prae os pectoris.*

(b) Vbi, praeterquam quod in latere sinistro costa septima sua cartilagine non ad sternum pertingit, in dextro latere costa duodecima deest, et in infima dorsi vertebra sinus lateralis ad costae huius caput recipiendum desideratur; atque insuper vertebra lumborum ab inferioribus secunda cum tertia ita per anchylosin concreuit in vnicum os continuum, vt de substantia cartilagineo-ligamentosa, quae peculiaris fa-

neantur, etsi ex corpore diuerso (a), idque valde confu-
se. In priori etenim tabula (b) tria musculi extre-
ma ne quidem ad duas veras inferiores costas pertinent.
Caput etenim (vt cum Auctore loquar) breuissimum,
iuxta lineam albam adscendens, se sub costae octauae vl-
tima cartilagine, quae et hic praeter naturam sterno in-
articulatur, abscondit, atque inde oriri, vel huic potius
inferi, videtur. Iuxta hoc alia bina adscendant, atque, co-
stae nonae et octauae prius cartilaginibus superatis, etiam
septimae cartilagine tegunt, et longitudine inter se aequa-
lia, parumque a se inuicem diducta, intermediam hanc
transparere permittunt: deinde ad marginem huius supe-
riorem vel truncata apponuntur, vel eidem carnea infe-
runtur, quod non euidens distinguitur. In altera autem
tabula (c) iterum in tria extrema musculus definit, quae
non

bricae vertebrae supra se inuicem mobiles iungit, nihil superfit, nisi tantil-
lum, quod vtrunque ad vnā vel alteram lineam, sulcum in latere adhuc
distinguentem implet.

(a) Diuersa corpora fuisse, ex quibus **Figurae** binae desumptae
sunt, patet, quia reliquis in ossibus et musculis habitus valde discre-
pat. Tabula etenim decima thorax naturali longior delineatur, vtpote
vbi costa octaua sua cartilagine etiam ad sternum inferius pertingit,
recta a duobus extremis musculi recti abdominis, sed sine suo emer-
gens et regens extremum eiusdem musculi minimum. Tabula vero
vndecima pectus naturale est, vbi septima costa vltima stemi laus infra
attingit. Praeterea in vtraque figura ipsius musculi recti habitus di-
uersus est. Tabula etenim decima, linea tendinosa, quae musculum,
vbi pectus conscendit, transversum distinguit, obliqua, dimidia, mecha-
ta et imperfecta est. In altera autem Tabula eadem undulata, integra et
absoluta totam musculi latitudinem secat. Vti diuersam hanc faciem,
in aliis, et rite formatis, corporibus saepius obseruare solemus. Vide
praeterea, quae de Serrato Antico siue Pectorali minori supra notamus.

(b) *Planche X.*

(c) *Planche XI.*

non ad tres duasue veras costas, sed omnia ad vnam, sextam solam, pertinent. Caput quippe breuissimum, costae septimae cartilagine non modo tegit, sed, superato insuper intercostali spatio costam septimam inter et sextam, huius margini inferiori sterno proxime, atque inde extrorsum, inseritur. Bina reliqua extrema, iterum aequae longa, plus, quam in priori tabula, disiuncta, nudam transperere sinunt septimam et sextam costam, et iuxta latus prioris deinde pari gradu ascendente, ultimo huius margini superiori vel inseruntur, vel truncata eidem apponuntur, quod neque in hac figura satis liquido apparet. Deficit ergo in priori figura, in extremo musculi recti abdominis minimo ea longitudinis pars, qua supra cartilagine costae octavae ad septimam exporrigi solet. In altera contra cauda musculi extremi minima tanto longior est, quanta datur distantia inter limbum inferiorem cartilagine costae sextae et marginem inferiorem eiusdem costae septimae, cui foret naturaliter inferenda. In reliquis binis extremis, in utroque musculo id praeternaturale obseruatur, quod ambo inter se sint aequalia, cum externum medio tanto longius sit naturaliter, quanta est insertio altior inter binas costas. Ergo in priori tabula extremum medium musculi recti tanto breuius est, quanta distantia intercostalis a margine superiore costae septimae ad inferiorem sextae intercedit; extremum externum abreuiatur, quantum ab eodem loco distat margo inferior costae quintae. In altera autem tabula cauda eiusdem media tanto altius extenditur, quanta est latitudo cartilagine costae sextae. Tertia autem, siue externa, rursus breuior, quan-

tum est spatium intercostale inter costae sextae marginem superiorem et quintae inferiorem. In utraque ergo tabula musculus vitiose delineatur, nec convenit vlla ratione cum data descriptione. Si quid tale interim observaverit Auctor, inconstitutum monuisset, quia supponitur ex optimis corporibus concinnata figura Anatomica, quae partes naturales exhibet, caeterum negligentiae culpandus est, qui praeternaturale pro solito offert; neque opus superbo titulo respondet, imprimis cum reliquorum musculorum fors non multo melius laudanda. Multis recensendis ne obruar, in iisdem Figuris diversis, quaeso? notetur habitus musculi Serrati antici, in priori praeternaturalis, utpote ubi quatuor capitibus, supremo minimo, oritur carnosus a totidem costis superioribus, secunda nempe tertia, quarta, et quinta: in altera autem iuxta Auctoris descriptionem (a) ad priorem tabulam datam, sed non delineatam, naturaliter tribus exurgit initiis a secunda, tertia, et quarta costa superiori. Et de hac differentia altissimum silentium est. Necessitatem ergo et utilitatem, qua opus hoc vnicum Anatomes Studiosis et Amatoribus commendatione sui obtruditur (b) cum contemptu aliorum (c) nondum video; metuo contra, ut falsis rerum ideis

(a) Scribit Auctor ad tabulam decimam, ubi musculus serratus quatuor capitibus oritur a quatuor costis. *iple: le petit Pectoral prend son origine par des principes charnus de la partie anterieure de la deuxieme troisieme et quatrieme cote superieure. Planché X 82.*

(b) *Ouvrage unique utile & nécessaire aux Etudiens & Amateurs de cette science*

(c) *L'essentiel manquant aux Estampes noires, il étoit inutile de le faire à l'usage. Dans l'avertissement.* Comparat Auctor sine cum Bidionianis et videt, an ars de Larelle nigris habitum peiorem, quam ille coloribus, expresserit.

idacis semel imbuti confundantur! Laudes meretur summas nobile inuentum. Encomio dignus est Auctoris conatus: nec iniusticias ibit aliquis, artem, quae viuis coloribus partes impressas vera magnitudine representat, proxime ad Naturam accedere, atque alias delineatione expressas figuras demonstrandi methodos longe superare, dummodo simul verum situm, fabricam, habitum, et partium limites exprimens scopo et instituto praecipuo satisfaciat. Caeterum pretiosis indutam vestibus spectamus simiam, frons prima quidem allicit, sed sub specie latet informe decipiens: hoc est, quod in artificiose his impressis tabulis dolemus. Tutior fides datur, etsi nigris solum adumbratis lineis, Albinianis musculorum Tabulis et Historiae, quas ex triginta et pluribus cadaueribus, attentissima cura et patientia incredibili, ope artificis incomparabilis, concinnauit atque repetito per decem et ultra annos toties examine ita confirmauit celeberrimus Auctor, vt forsitan vix litera in descriptione, aut in figuris linea peccet. Inuentas, postquam centum et quinquaginta annos latentes anxie desiderauerat bono fortunato, gaudet Anatome Eustachianas Tabulas omnium, qui scientia corporis humani fabricae delectantur, summa admiratione perspectas, laetoque applausu exceptas, atque sincero testimonio probatas, excepto, quod miror, Parisino Auctore, qui, siue incius rerum in his imagines plus ad mathematicae veritatis simplicitatem, quam artificiosas adumbrationes exhiberi, siue proprii operis amore obcaecatus, nimis humilem et praecipitem de his sententiam profert (a). Quem noto praeterea,

omnium

(a) De Musculis capitis, colli etc. dicitur, scribit: *En achi en a donné dans une seule Planche, plusieurs petites (Figures sur les Muscles*

omnium fere, qui ante et post Eustachium scripserunt, Anatomicorum, erroris affectam, muscoli nempe huius extremum superius (non disputo de ortu vel insertione, quamvis haec prae illo placeret propter mobilitatem thoracis, quam pelvis, maiorem, muscoli directionem et actionem) pertinere ad sternum, ad cartilagineam mucronatam et ad costas spurias (a). De qua re inter ipsos vix constat. Dicit Columbus terminari in sternum et cartilagineas ultimarum costarum verarum (b). Ponit Bartholinus initium cum Galeno in pectore carnosum ab utroque latere cartilagineae ensiformis, a sterno, et

de la Tete) sans proportion, tronquées. Dans l'Avertissement. Est illa Tabula XLI, quam celeberrimus Winslow in explicandis capitulis et colli musculis Tom. II. Expos. Anat. praeposuit: et de qua quam longe aliter sentit Clarissimus Morgagni, videri potest in epistola ad Illustrissimum Lancisium, editioni Romanae praefixa, in qua pagina XVII haec leguntur. Sed ad Tabulas XLI et XLII transeamus, in quarum plerisque figuris inspicendis, dicere non possum, Lanci si ornatissime, quantum ceperim voluptatem, dum... et ibidem, ut recensione meritis laudibus extollit, ita cum Praestantissimo hoc Auctore passim in editis suis scriptis, encomio digno reliquas Tabulas Eustachianas prosequuntur subinde celebres Anatomici. Vnicum sufficit prae caeteris testimonium, quo non alud magis firmum, non aliud Eustachio dignius, quod dedit par Anatomicorum nobile Boerhaavius et Albinus in vita Vesalii, eius operibus praefixa, cuius haec graeva verba sonant. Sed unus omnium insar, uno civis superans, Romae caput extulit Bartholomaeus Eustachius Saviosuervas oratione anatomica atque exercitatione artis caeteros vincens omnes, naturam corporis humani per pictas effingendi tabulas felicitatis et iudei incomparabilis. Videturque ab imaginibus geometricae severitatem coninuassee idem, et Galeni et Vesalii scripta cum sua natura compararet. Quod si praeter colorem et magnitudinem naturalem D. Gantier observasset, omne perituum tulisset.

(a) Le muscle Droit prend son origine des cartilages des trois dernières trais côtes, quelquefois de deux seulement, de la partie intérieure du sternon, du cartilage xiphoidé & celui de la première des fausses côtes, par des pignons d'armes, qui peuvent se dresser. Plaque XI. 85.

(b) De te Anat. Lib. V. Cap. XXII.

et quatuor costarum notharum cartilaginibus (a): cui fere iisdem verbis consentit Diemerbroeckius (b), Palfyn (c), atque Heisterus (d). Keilius vero ex sterno et extremitate duarum verarum inferiorum costarum (e), Veslingius ad mucronatam pectoris costarumque cartilagines ortum carnosum (f), Boerhaavius cum Cowpero (g) a cartilagine Xiphoïde, binarum costarum infimarum verarum, et binarum costarum superiorum spuriarum ponit (h): ad hunc Hallerus ex Eustachio insertionem tribus cartilaginibus verarum costarum inferiorum, additque ex Cowpero quartam cartilagini ensiformi (i). Bidlous autem originem ex duabus cartilaginibus verarum et ab vna costarum spuriarum (k), et Spigelius extremum superius ad ossis pectoris latera ab ultimarum verarum costarum cartilaginibus describit (l). Platerus (m), Bauhinus (n), et Steno (o) ad ossis pectoris latera ultimis verarum costarum cartilaginibus carnosio sine: Winslow ad sternum inferius, tres veras, et primam costam spuriam adnatum, dicit (p). Douglassius autem veram insertionem tendineo-carneam cartilaginibus costarum septimae, sextae, quintae, prope os pectoris (q), et postea ac-

Tom. II. Nou. Comment.

L 1

cura-

(a) Anat. Lib. I. Cap. VI.

(b) Anat. C. H. Lib. I. Cap. V.

(c) *Heelkoudfige ontleding 11. verband. 1111. hoofdstuk.*

(d) Compend. Anatom. §. 105.

(e) *The Anatomy of the Humaine Body. chap. 11. lect. 11.*

(f) Syntagm. Anat. Cap. II.

(g) Anat. Reform.

(h) Instit. Medic. §. 5. 5.

(i) In notis ad loc. cit.

(k) Anatom. Tab. XXXII.

(l) Lib. IV.

(m) De Corp. Hum. struct.

(n) Theatr. Anat. Lib. I. Cap. VIII.

(o) Tract. de ventr. et intest. Cap. XIII.

(p) *Exposition Anatom. Tom. II. p. 34. N. 98.*

(q) Descript. Muscul. Comparat. §. 5. 11.

curatius tradidit Albinus (a). Repetito in vtriusque sexus cadaueribus quamplurimis examine accuratissimo, quod eo magis commodum, quia in omni apertura corporis hoc extremum facillime denudatur, semper deprehendi solam insertionem per tria dentata extrema tribus inferiorum costarum verarum cartilaginibus, quandoquidem, sed rarius, etiam quintae costae ossae parti extremae, vbi in cartilagineum continuatur. Extrema autem bina maiora prius abeunt in tendines extenuata, maxime longissimum. Breuissimum autem costae septimae cartilagini inseritur plerumque carneum, quandoque sterno proxime carneum, atque inde remotius tendineum sensim latius, quo magis a sterno distat. Est in aliis corporibus insertio omnium extremitatum margini inferiori exteriori suae cartilaginis cuiusque acuta et tenuis. Est in aliis iterum eadem ad partem earundem mediam anteriorem. Obtinet hoc imprimis in extremo medio, ut quandoquidem recto termino definens a latere interiore, id est sternum versus, inferiorem partem cartilaginis costae sextae tangat et tegat, inde vero sensim ad latus externum, vbi tertium siue longissimum extremum iuxta hoc adscendit, eiusdem cartilaginis margini superiori implantetur, regens eandem sub se declinam. Et hoc iterum iam videtur annotasse Eustachius, tabula etenim trigesima secunda exhibet musculi recti extrema pertingere tendinea ad partem anteriorem simul et inferiorem, tabula autem trigesima tertia ad partem quidem anteriorem, sed et simul mediam trium cartilaginum dictarum costarum, septimae scilicet, sextae et quintae.

Vbi autem musculi recti abdominis pars superior thoracem adscendit, a parte interiore iuxta lineam albam partem suam fere semper tangit, (obtinente in cadauere statu expira-

tio-

(a) *Histor. Muscul. Lib. III. Cap. LXXVIII.*

tionis validissimo.) Simulque plus, quam dimidiam, eamque inferiorem et mediam, partem cartilaginis sterni tegit, sub actu musculi utriusque absconditam: inde autem ad insertionem suam ductu lunato connexas, deinde obliquus utrimque ascendens, partem superiorem dictae cartilaginis sterni continuam, liberam relinquit, atque fibris, quae limbum inferiorem constituunt, magis contractis inseritur cartilaginis costae septimae extremo proxime, ubi hoc cum sterni sulcato, per leue mobile articulum, iungitur, atque inde extrorsum ad continuationem extremi medii iuxta se ascendentis; neque unquam vidi vel unicam fibram lateraliter infigi cartilagini mucronatae, multo minus ipsi ossi pectoris, sed observo fibras graciles, tenues et planas, splendentes, oriri ex media et superiore parte eiusdem, quae decursu inter se parallelae ligamentum formant tenue, sed robustum (1), non valde latum, quod oblique versus cartilagine costae septimae super musculosas fibras extensum, supra harum insertionem internam, illi infigitur (a). Retinet hoc ligamentum cartilagine dictam ad sternum in situ depressam, quae, eodem descisso, profilit; an vero aliquid etiam efficiat in musculi validissime agentis extremo angulo, quem tegit, coercendo, vix affirmo. Neque reliqua musculi supra pectus extensio partibus subiectis per fibras musculares carnosas, vel tendinosas, affigitur, aut ab iisdem per has ortum ducit, sed molliter his annectitur superficie sua inferiori per tegmen tenue cellulosum, quod in obesis pinguescit. Sic, antequam funditur, tegit latitudinem pectoris inferioris, quae inter lineam albam et finem cartilaginis costae nonae est; atque externo suo latere ascendens, huius extremum, deinde finem cartilaginis costae octavae, et septimae circiter quartam mediam extremam, sextae mediam, longitudinis partem, atque

(1) Tab. XI.
Fig. 1. α. β.

(a) Wembrecht Syndesmologiae Tab. XIV. ff.

inter has intercostales musculos, extremo suo medio etiam illam partem operiens, quae in septima costa ab infertione extremi minimi libera est, una cum suo intercostali ad sextae cartilagineum (a). Ludit interim et hic musculus quandoquidem, ut caeteri in optimis corporibus. Praeter iam notatas varietates, vidit Celeberrimus Albinus in quodam, cui cartilago costae octavae ad os pectoris pertinebat, Rectum etiam extremae illi cartilagini inferi (b). Praemonstrante eodem, bis mihi contigit notare casum, quem in historia muscoli Recti abdominis postea ipse enarrat, huius scilicet continuationem per pectus ad summam sterni partem, ubi tenuis et tendinosa inferebatur sub lunulam, quae in eius summo est (c). Nec multum differt ab hac, quem beatus Antecessor meus Weitbrechtus describit, musculus in summo pectore ortus, qui iuxta sternum descendens obliterabatur maximam partem in inscriptione tendinea muscoli recti abdominis (d). Alia ratione ludere vidi hunc musculum in corpore iuvenili giganteo, in quo extremum tertium longissimum parte sua interiore, ubi iuxta extremum medium, costae sextae cartilagini adnatum, ascendit, inferebatur quidem tendineum parti inferiori cartilaginei costae quintae (1), at
 (1) Tab. XI
 Fig. 1 V. vero parte sua exteriori, ubi caeterum initio cartilagineo
 2, Ibid. W. ex costa orienti proximum finitur (2), fibrae carnosae
 continuatae, nec in tendines versae, ascendere pergebant
 obli-

(a) Vide Tabulam Eustachii XXXII. Explicatam Albino ad Q. O. P. Tabulam XXXIII. α β γ 1. h. h. h. h. Accuratius in Albiniana musculorum Tabula II. a. b. c. L. L. L. In dextro T. Y. a. b. c. in sinistro T. W. L. a. b. c.

(b) Hist. Muscul. Lib. III. Cap. LXXVII t.

(c) Ibidem.

(d) Comment. Petropol. Tom IV. pag. 259

oblique extrorsum, cartilaginis partem costae ossae proximam tegebant (3), atque fasciculum musculosum constituebant (4), qui digitum latus, superatis intercostalibus (5) et costa quarta (6), in tenuem tendinem abeundo inferebatur margini inferiori, anteriori, costae tertiae, partim ubi ossa finitur, partim ubi cartilaginea incipit (7), oppositus initio capitis musculi Serrati antici, quo in hoc corpore a costa tertia ille oriebatur supremo (8). Erat in transitu fasciculus liber, nisi inferne per cellulosum tenue tegmen cum subiectis, a latere externo et medio per idem (9) cum capite Serrati antici medio, quo tendineus a costa quarta eiusque initio cartilagineo oriebatur (10), iunctus. Praeterea inveni in corpore viri robustissimi musculum in pectore peculiarem, supra rectum quidem ortum atque inde supremum pectus versus tendentem, at vero ab eo plane distinctum. Erat in hoc toroso cadavere musculus uterque pectoralis validissimus, atque ex utroque sterni latere ortus (1) relinquebat hoc latum, planum, liberum, neque fibrae se inuicem in eo attingebant, multo minus decussabant (2). Ad latus vero finistrum, iuxta ortum musculi pectoralis ex sterno et pone illum (3) decurrebat musculus oblongus, pollicem latus, crassus, carneus, infra et supra tendineus et tenuis, inferne fissus, per totam ossis pectoris longitudinem (4). Oriebatur quippe duplici principio lato, sed tenui, tendineo, externo maiori, interno minori, quod utrimque coeuns musculi corpus carnosum constituebat (5). Tendo exterior, longior, planus, oriebatur tenui, et lato initio, a parte superiori exteriori cartilaginis costae septimae, illi loco proximus, quo haec cum infimo sinu laterali sterni articulatur (6), pone principia tendinea fibrarum, quae

(3) Ibid. W
X

(4) Ibid. W
XYZ

(5) Ibid. 5
R 4 R

(6) Ibid. 4
(7) Ibid. Z

(8) Ibid. M

(9) Ibid. Y

(10) Ibid. N

(1) Tab. XI.
Fig. 2. H.

H. IIIIKK

(2) Ibid. 3.
4. 5.

(3) Ibid. I I

(4) Ibid. α
β γ δ ε

(5) Ibid.

(6) Ibid.

- ex eadem cartilagine ortae quandoque fasciculum distinctum
- (7) Ibid. N ad musciculum pectoralem mittunt (7). Tendo interior, minor, itidem tenuis, oriebatur rotundiori et magis tereti initio ex ipsa sterni parte infima media laterali sinistra proxime articulationi costae septimae cum sterno,
- (8) Ibid. β supra eiusdem cartilagine mucronatam (8). Ambo tendines ad se inuicem accedebant, deinde confluebant,
- (9) Ibid. γ carnei fiebant (9), atque musciculum constituebant, qui
- (10) Ibid. γ δ crassus, planus, oblongus, fere rectus (10), iuxta exortum musculi pectoralis supremum sternum versus adscendebat, a latere eiusdem externo, id est brachium versus, leniter incurvus, ut initia pectoralis musculi ab eodem libera iuxta
- (11) Ibid. κ illum apparerent in latere sterni (11). Parte autem superiore leniter inclinabat os pectoris versus, atque in tendinem aequè
- (12) Ibid. δ ε latum extenuatus (12) inferebatur parti superiori, dimidia
- (13) ε et laterali sinistrae ossis (13), quod in sterno supremo triangulare vocant, infra initium musculi sterno-mastoidei
- (14) Ibid. A sinistri (14). Vbi autem tendo exterior ortum capiebat ex margine anteriore superiore cartilaginis costae septimae, ibidem margini anteriori et inferiori, ex opposito, inferebantur vltimae fibrae caudae primae musculi recti abdominis (15).
- (15) Ibid. O Inter utrasque autem fibras, superioris nempe et
- (16) Ibid. 7 inferioris musculi, libera erat ipsa cartilago (16), neque hae illas attingebant, multo minus inter se communicabant, vel se inuicem decussabant, adeoque commercium hunc musciculum inter et Rectum nullum erat. Si quis putat, potius musculi singularis ortum ibi describendum, vbi ego insertionem pono, nihil opponam: ideo illum inferne scripsi, ut libertas a recto manifestior foret, utque appareret non huius esse continuationem; ad actionem etenim si respiciamus, plus videtur valere in eleuando costae cartilagine, quam
- in

in mouendo sterni partem supremam. Cum autem inferne et superne inferatur offi pectoris, an aliquid egit in eodem adducendo, adeoque incuruando? Si summa vi trahebam abdomen versus fibrarum directionem, mouebat partem offis pectoris, in homine trigenario adhuc distincti (17), (17) *Ibid.* 3. supremam extrorsum et leniter deorsum atque eiusdem officuli partem infimam simul retro et intro trudebat. Tensae autem fibrae e directo eleuabant, non solum leniter costae cartilagine (18), sed et sterni partem (18) *Ibid.* 7. infimam disiunctam (19). Tale vero robur, ac ego tractio- (19) *Ibid.* 5. ne obseruauit, illi in vita adscribere non audeo.

In alio cadauere iuuenili longe aliam faciem vidi musculi in pectore peculiaris, in quo ante incisionem iam notaueram hoc gracile valde et acutum. Dissectis autem atque eleuatis integumentis (1) primo apparebat in utroque (1) *Tab.* XII. sterno-mastoideo principium tendinosum extendi ad dimidiam musculi longitudinem, qui ad latera utrimque carnosus in utroque erat (2). Musculus autem pectoralis uter- (2) *Ibid.* 44. que ex sterni latere ortus (3), os pectoris itidem nudum re- (3) *Ibid.* 9. 9. linquebat (4). Inferne autem fasciculus ex superiore par- (4) *Ibid.* 22. te musculi oblique externi ad pectoralem tendens valde 22. erat extensus ad costas infimas vsque, atque inde tenuis, mox tendinosus, antrorsum et sursum oblique versus pectus ascendebat; vnde musculus pectoralis solito longior et extenuatus erat (5). Iuxta initium autem pectoralis dex- (5) *Ibid.* 13. tri, vbi ille a quintae costae cartilagine (6) ad susten- (6) *Ibid.* 10. taculum clauiculae (7) iuxta sterni latus oritur, decurre- (7) *idid.* 9. bat musculus valde peculiaris, vel potius musculi duo, quorum haec est historia.

Ortus horum musculorum tenuis, tenuis, late expansus, fasciculis tendinosis distinctus, communi fuit principio. Et quidem primum tenui lunato initio a margine priori sterni, iuxta latus oppositum ortus musculi pectoralis sinistri, ad plagam, qua cartilago quintae costae ossi pectori inferitur, fibris distinctis, tenuissimis, tendi-

(8) Ibid. A neis (8). Deinde retro dextrorsum, et magis inferiora versus, ubi sternum recipit cartilaginem sextam costae

(9) Ibid. B dextrae, atque a ligamento hunc articulum firmante (9). Tertio a tota ista distantia, quae inter costae sextae inarticulationem, cartilaginis sterni mucronatae partem supremam, atque cartilaginis costae septimae insertae anteriorem et inferiorem partem, in dextro latere, est, per fibras ten-

(10) Ibid. BC. dineas, magis exporrectas, tenues (10). Et quidem fuerunt ortus huius distincti fasciculi a parte anteriore inferiore sterni ad cartilaginis costae sextae inarticulationem, late expansi, sed tenues; fibrae etenim tendinosae lunato ductu, quo inferiores, eo longiores, ab ortu suo sparsae, ascendendo arctius iunctae coibant (11).

(11) Ibid. C Quarto altero fasciculo distincto, graciliori, sed robustiori, a margine priori inferiori cartilaginis costae septimae mox ubi illa ascendens extremo suo iuxta et supra cartilaginem mucronatam sterno inferitur (12). Erat autem principium hoc latum fibris tenuissimis radiatum sparsis, quae post ortum oblique ascendendo coibant, deinde arctius iungebantur, atque iunctae fasciculum robustiorem in medio suo compactissimum constituebant (13), qui superne, sensim magis et magis dispersis

(14) Ibid. F fibris, latior factus iterum divergebat (14). Quinto lato,

(15) Ibid. DG to, tenui, et longe expanso, principio (15) ab aponeuroseos musculi oblique externi parte superiore, ad locum quo illa

illa supra muscūlum Rectum supremum et crepidinem cartilagineam a costa septima, octaua, quandoque et nona perfectam, extenditur, huic leniter per cellulosam annexa. Erat ortus hic itidem fibris sparsis, sed lunato ductu extrorsum conuexis, adscendentibus, et distinctis (16.) Tendinea haec expansio principio suo, quo supra marginem inferiorem costae septimae ex aponeurosi muscūli obliqui externi ortum ducebat, cum hac confluebat (17), in adscensu autem ab eadem lunato ductu et parte teriore conuexa atque fibrarum ductu magis arcuato distincta manebat (19).

(16) Ibid. D
G H I M
(17) Ibid DG
(18) Ibid. 14
(19) Ibid. GH

Hic fuit muscūli, vel potius musculorum, ortus tendineus communis, in quo praeterea notamus, quod ab ortu suo distincti fasciculi descripti tendinei, vbi deinde confluebant, firmiter inter se cohaerebant (20). Fasciculus autem, qui ex costae septimae cartilagine anteriore et inferiore oriebatur, diu distinctus mansit, imprimis a latere externo, vbi respiciebat fasciculum ortum ex aponeurosi muscūli abdominis obliqui externi (22): adeo quidem, vt vterque in medio, quasi ab altero distractus (23), figuram formaret oualem (24), antequam in parte superiore iterum coiret (25). Idem fasciculus a parte sua interiore, id est, pe- ctus versus, solitarius (26), a margine inferiore cartilagin- nis costae septimae (27) ad marginem inferiorem cartilagin- is costae sextae (28) adscendens, distinctus manet, leuiter modo accretus margini externo aponeuroseos tenuis, prius descriptae, quae oritur ab ipso sterno ad plagam, vbi dextra costae sextae cartilago illi inseritur (29); vterius vero pergens plane cum eadem oblitterata concreuit (30).

(20) Ibid. H
M F L
(21) Ibid. D
(22) Ibid. G
(23) Ibid. I
et E
(24) Ibid. K
(25) Ibid. M
F
(26) Ibid. C
E F
(27) Ibid. DC
(28) Ibid. B
(29) Ibid. B
(30) Ibid. F

Descriptio ortus tendinei huius musculi comparata cum illa, quam dedit Celeberrimus Albinus de Recti continuatione per pectus (licet ipse autumat ab eodem distinctam) etsi in quibusdam conueniat, tamen multum ab eadem discrepare, facile apparet.

Tendo communis ex concursu fasciculorum descriptorum crassior, latus sed planus, superiora versus contractior, obliquus ad sternum abit in carnem crassam, robustam, latam, quae in ipso ortu ex aponeurosi dividitur in duplicem musculum, non ventre modo, sed et cauda, siue insertione, distinctissimum. Et quidem ho-

(31) Ibid. a
bc defg
(32) Ibid. N
OPQRS dit.

rum alter maior, inferior, rectus (31), alter minor, superior, obliquus (32), supra priorem, versus pectus ascendit.

Superior lato principio carneo ex sine tendineo ortus (33), pyramidalis, obliquus versus sternum ascendit, in tres validos fasciculos distinctus (34), qui superne in splendentem tendineam expansionem itidem distinctam conflunt (35), subius diu carneam, quae sine suo angustatur in tendinem crassum, fere rotundum, sed infra et supra leniter complanatum (36). Sic ortus tendo statim dissilit in tres caudas notabiles (37), quarum duae breviores sinistrorsum lunato ductu inflexae latecebant, atque extensae, hinc complanatae et extenuatae, inferebantur primo per fibras inferiores ossi sterno medio inter secundae et tertiae costae cartilaginum insertionem, deinde extremo suo, fibris superioribus in radios tenues dispersis, atque inter principia tendinosa, quibus musculus pectoralis sinister hoc loco ex sterni latere ortum ducit, insinuatis, lateri eiusdem sultro. Tertia exterior eiusdem tendinis cauda

MUSCULI IN PECTORE PRAETER NATURAL. 275

ex ortu communi (38) recte sursum ascendebat iuxta et (38) ^W Ibid.
 pone exortum musculi pectoralis dextri a margine prio-
 ri sterni (39) leniter gracilescens ad sustentaculum vsque, (39) ^{IO} Ibid.
 quod claviculae caput recipit (40): ibidem autem leniter (40) ^{IO} Ibid.
 dextrorsum flexa, sub tendine musculi inferioris (41), mox (41) ⁹ Ibid. g
 describendi, pergebat magis magisque extenuata iuxta
 latus externum tendinis musculi mastoidei (42), quo hic a (42) ^{IO} Ibid. y
 parte priori ossis pectoris eademque superiori, capiti cla-
 viculae proximus, exoritur. Ab eodem libera, sed proxi-
 me per cellulosam iuncta, decurrebat obliqua per spatium
 fere bipollicare, atque deinde sine suo magis extenuata
 cum eodem, fibris tendineis quasi intermixtione et eua-
 nescentia distinctionis disparentibus, conglutinabatur (43). (43) ^{IO} Ibid. z
 Parte autem inferiore cauda tendinis peculiaris cohaerebat
 firmissime cum carne musculi sterno-mastoidei supposita,
 perfecte ut principium huius diu tendineum manens et per
 exteriora carnis decurrens, cum eadem iungitur, vel in
 hanc abit.

Actionem huius musculi talem inueni. Si extensae
 fibrae musculosae trahebantur versus principium suum,
 caudae inferiores tendineae breuiores sterno insertae (44) (44) ^{U. V} Ibid.
 explicabantur, neque tamen aliquid mouebant fibrarum
 musculi pectoralis oppositi, quo loco se inter has insinua-
 bant. Cauda autem tertia longior sterno-mastoideo a
 latere inserta (45) magis dextrorsum, id est, deorsum (45) ^{W V Z} Ibid.
 et extrorsum trahebatur, simulque tendinem musculi ex-
 plicabat leniter atque eiusdem carnem suppositam depri-
 mebat, sicque totum musculum leuissime mouebat eo versus.

Musculus alter maior inferior (46) communi prin- (46) ^{abc def} Ibid.
 cipio tendineo oriebatur ita cum superiore nexo, ut fi-

brae inter se quasi digitis insertis decussantes cohaerereut, atque conglutinatae, sine dilaceratione et dissectione, separari haud potuerint: carneus autem fiebat infra, ubi minor supra, fibris tendinosi itidem in carneas versis; inde adscendebat decursu, quam minor siue superior, magis rectus, ab illo rectus ad initium suum et latus sinistrum siue internum, quo hic oblique ad pectus adscendebat atque ab inferiore sensim sinistrorsum remotus hunc liberum relinquebat (47).

(47) Ibid.

a b

Musculus autem inferior, fibris rectis adscendenti-
bus carneus, excurrebat extra initium tendinis minoris,

(48) Ibid. a.

b. c

ut hic in ortu suo latus, oblongo quadratus (48), supra autem magis contrahebatur et abibat in expansionem ten-

(49) Ibid. d

dineam splendens (49), qualem fere iam in minore
siue superiore musculo (50) descripsimus. Fibrae autem.

(50) Ibid.

R S

carneae citius in tendineas abibant a latere externo siue
dextro, tardius, quo plus in medio adscendebant.

A latere autem interno siue sinistro tendo oblongus,
planus, crassus, oriebatur iam ad medium ventris muscoli,
principio tenui, fibris ex carne sensim tendineis factis,
quae deinde compactae confluebant, atque crassum di-

(51) Ibid. e

stinctum tendinem constituebant (51), qui iuxta latus a-
ponenrosos adscendens distinctus circa medium huius-

(52) Ibid.

a d

cum eadem concresecbat (52), atque simul abibat in ten-
dinem crassum oblongo-rotundum angustatum, infra et

(53) Ibid. g

supra complanatum (53), qui iuxta caudam tertiam ten-

(54) Ibid. w

dineam muscoli minoris adscendens (54), hanc
tegebat, leniterque deinde expansus inferebatur tendini

(55) Ibid. h

sterno-mastoidei muscoli (55) mox supra ortum eiusdem.

(56) Ibid. m

ex anteriore et superiore parte ossis pectoris (56), id est

respectu ortus huius, ad angulum acutum, fibris tendineis utriusque musculi hoc loco firmiter concretis. Spargebat autem hic tendo ad suam insertionem oblique sursum atque extrorsum, sine dextrorsum, quosdam fasciculos tendineos, iterum ex fibris distinctis constantes, qui sensim graciliores facti pollicare spatium circiter emensi, tendini musculi sterno-mastoidei, ubi ille supra carnem suam decurrebat, inferebantur, vel potius in eundem abeuntes disparebant (57).

(57) Ibid. R

Latus autem eiusdem tendinis interius, ubi ad sternomastoidei initium accedebat et cum eo concrefcebat, reflexum in arcum (58), atque deinde oblique deorsum, (58) Ibid. L evanescebat ad principium tendineum sternomastoidei, quod hoc loco peculiare, in lunulam excissum (59) cor- (59) Ibid. m nua sua longissime extendebat sensim extenuata, quorum superius in fibras sparsum (60) brevius, inferius solitarium (60) Ibid. n. et longius (61) latere suo interno sterni parti, qua hoc (61) Ibid. o. tangunt, annectuntur, atque deinde extremo su^o sub pe- ctoralis sinistri initia sese abscondentia, illi inseruntur.

Musculus hic maior, siue inferior, tractus versus principium suum, id est, deorsum, movebat tendinem musculi sternomastoidei deorsum et leniter extrorsum humerum versus, atque eo totum tendebat musculum, maxime, si simul ageret cum musculo minori, tum quippe parum plenius caro eius explicabatur.

Uterque musculus, tractus claviculam versus, tendebat commune principium tendineum, movebat, leniter extollendo, cartilaginem costae septimae atque tendebat finem aponeuroseos musculi abdominis obliqui externi: tum vero fasciculis tendineis magis extensis,

M m 3

proxi

- proximeque ad se inuicem accedentibus, distantia ovalis
 (62) ^{Ibid.} (62) descripta in tendine communi, inter fasciculum or-
 tum ex aponeurossi musculi oblique externi abdominis
 et illum, qui oriebatur ex cartilagine costae septimae,
 arctabatur ad latitudinem, ad longitudinem vero extende-
 batur. In sterno vero, ubi oriebatur tendineum principi-
 pium fibris tenuissimis distinctis, ad ortum musculi pe-
 (63) ^{Ibid.} (63) thoracis sinistri, nullum omnino motum percepi. At
 vero iam ita extenso musculo, apparebat principium sub-
 tilissimum fibris sparsis, leniter quasi dentatis, sensim in
 arctius coeuntibus, oriri ex ipso sterno interfertis inter
 tenuissima tendinea initia fibrarum, quibus pectoralis ea
 plaga ex latere sterni ortum ducit.

Quinam ergo in vivo fuisset huius musculi usus et actio? an, firmato collo, aliquid tribuisset ad facilitandam inspirationem? Sic quidem videtur probare eius directio.

Firmato autem pectore, et tenso musculo abdominis externo, an mouit musculum mastoideum effectu in vivo patulo?

- In eodem cadauere in latere sinistro apparuit supra pectoralem musculus parvus, rotundus, elegans, peculiaris: oriebatur hic fibris dispersis (1) supra ortum tendineum musculi prioris, quo hic ex sterno iuxta plagam musculi pectoralis sinistri ad costae quintae insertionem, exsurgit (2). Deinde ab aponeurossi fasciculo, ubi ortum ducit ad articulationem costae sextae dextrae (3) fibris longioribus (3). Tertio iisdem magis et magis elongatis ex aponeurossi musculi obliqui abdominis externi sinistra, ubi illa supra Recti caput secundum, cartilagineum mu-
 4) ^{Ibid.} cronatam, atque sterni extremum extenditur (4). Fibrillae

haec

hae tenuissimae ex late extenso ambitu exsurgentes, ascendendo ad se inuicem accedebant, conuinebant (5), atque (5) Ibid. 8. & deinde iunctae vtriusque constituiebant tendinem oblongo-rotundum, gracilem, elegantissimum (6), qui ad alterum (6) Ibid. 9. & inclinando inter se iungebantur, sed ita, ut linea intermedia distinctionem coalitus indicaret, formantes vnicum tamen principium tendinosum (7), quod abibat in muscu- (7) Ibid. 8. lum teretem, sensim incrassatum (8), qui, sinistrorsum obli- (8) Ibid. 6. que axillam versus ascendendo, superabat fere dimidiam partem altitudinis musculi pectoralis, atque extremo suo iterum extenuato (9) expandebatur in tenues fibrillas tendi- (9) Ibid. 10. nosas (10), quae dispersae per membranam pectoralem muscu- (10) Ibid. 11. & lum inuestientem, illi ea plaga inferebantur (11). Quo au- (11) Ibid. 10. tem loco inferiori tendines graciles limites expansionis describentes, ex latiori basi ad se inuicem accedentes triangulum describebant, adeoque spatium intermedium relinquebant, ibidem fibrillae tenuissimae ex obliqui externi aponeurosi emergentes, reticulum formabant tendinosum. tenuissimum, pellucidissimum, elegantissimum (12), parallele iunctae. (12) Ibid. 13. & 14.

De actione huius musculi vix aliquid apparuit, nisi quod extensus versus inferiora leniter tendebat istam membranae musculum pectoralem inuestientis plagam, cui inferebatur. Tractus vero versus axillam, extendebat tegmen tendinosum proprium, atque leniter extensam mouebat portionem istam aponeurosis musculi obliqui externi, a qua fibrillis distinctis ortum capiebat.

Observauit etiam Celeberrimus Wildius musculum insolitum ad latera sterni supra pectus expansum (a), qui a descritto nostro similis fuit, non satis apparet; dubitat interim, an non Platysma-myoidis propago (b), quo cum no-

bis

(a) Comment. Petropol. Tom. XII. Tab. VIII. (b) Ibid. pag. 326.

bis descriptus et plane distinctus musculus nullum omnino commercium habebat. Vera ergo scripsit quidem Vesalius, musculum thoracem mouentium quintum Galeni esse Recti continuationem per pectus, in canibus, simiis, aliisque animalibus, quibus, quam in homine, magis procerum pectus datur, semper inueniendum. Et fidem damus candide fatenti, sibi nihil simile in homine apparuisse, quia casus rarior: in quo tamen testatur Riolanus (a) saepius sibi visam musculi Recti productionem membranofam ad primam thoracis costam, circa primae et secundae costae interuallum, carnem acquirere, quam pro singulari musculo Galenus habuit: et mihi (praeter ea, quae in Albinianis demonstrationibus vidi bis, et scio, non vidi, postea in theatro Anatomico adhuc semel publice demonstratum.) inter centena et plura propria manu dissecta cadauera, contigit in diuersis diuersam obseruare, et Auditoribus aliisque scientiae Anatomicae cultoribus demonstrare ludentis naturae datas varietates. In primis veram recti abdominis musculi extensionem, in aliis musculos superstratos peculiare. Affirmatur insuper fide dignorum testimonio obseruatio. Tale quid potuit videre etiam Galenus, (dummodo contra Vesalium (b) vniquam humana corpora dissecterit.) culpandus, qui naturalem et semper ponit nomine hunc pectoris in corpore humano musculum insignem.

(a) Antropegr. Lib. II. Cap. VIII.

(b) Lib. III. Cap. VIII. pag. 329.

Explicatio Figurarum Tabulae XI.

Figura Prima.

Ablato a clauicula inferiore et a sterno laterali, Pectoris musculo, ab inferiore pectoris et superiore abdominis parte, aponeurosi musculi obliqui externi, apparent

MUSCULI IN PECTORE PRAETERNATURALI. 281

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. Septem cartilagine costarum verarum totidem sinibus sterni a latere dextro inarticulatae.

8. Cartilaginis costae octavae dextrae pars prior.

9. 10. 11. 12. 13. 14. Clavicula dextra, pars sterni dextra dimidia, iuxta longitudinem secta, cum cartilagine mucronata. Articulatio claviculae, qua nititur, intermedia cartilagine 10. sustentaculo 11. ossis sterni triangularis 12. distincti a reliquo sterno 13. inferne continuo in cartilagine mucronatam 14.

15. Aspera arteria.

A Pars inferior musculi sterno - thyreoidei.

B - - - - - hyoidei.

C - - - - - mastoidei.

D - - - - - cleido - mastoidei.

E - - - - - coraco - hyoidei.

F - - - - - levatoris scapulae.

G - - - - - subclavii.

H - - - - - subscapularis.

ILLL Musculus ferratus magnus. I caput primum a secunda, LLL quartum a quinta, quintum a sexta, sextum a septima costa, ortum.

MNOP Serratus anticus. M primum, N secundum, O tertium caput, quibus tendineis, mox carnis, oritur a tertiae superiore, quartae latitudine tota, quintae iterum costae superiore margine. P Pars superior, qua contractus ad processum scapulae coracoideum tendit.

QQQQQQQ Septem musculi intercostales superiores, externi.

RRRR Musculi intercostales interni.

S s TUVWXYZ Musculus, rectus abdominis dexter. S Linea tendinosa suprema. s linea tendinosa priorem inter et umbilicum media musculus secans, ubi pectus conscendit. T extremum primum seu brevissimum, costae septimae, U medium costae sextae, V tertium siue longissimum parte sua interiori costae quintae cartilagini insertum. W eiusdem pars exterior continuata in fibras carneas, fasciculum praeternaturalem XYZ constituentes, qui ad X transgressus cartilagine costae quintae, ad Y cartilagine costae quartae atque intercostalia, inseritur costae tertiae partim ossae extremae, partim initio eiusdem cartilagineo Z.

$\alpha \beta$ Ligamentum ex cartilagine mucronata media oblique sursum tendens supra extremum musculi recti minimum a latere interno ad cartilagine costae septimae, eidem insertum. Confer Weitbrechti Synonymologiae TAB: XIV. ff.

Figura secunda.

Ablata in latere sinistro ea portione tendinea, qua musculus pectoralis ab extrema cartilagine costae septimae, prope os pectoris, oritur vna cum aponeurossi obliqui externi abdominis, atque cum hac portione tendinea, in aliis quandoquidem carnea, quae ab illa ad pectoralem accedere solet, deinde ligamento in priori tabula α . β . notato, Hic apparet ortu carneo procedere a tota cartilagine costae sextae superiori. In latere autem dextro omnia integra sunt. Supra autem ablatas est utrimque musculus colli latissimus: hinc apparent.

1. Clavicula sinistra.

2. Clavicula dextra.

3. 4. 5. 6. Sernum cum appendice cartilaginea ad latera rectum pectorali, infra ab extremo recti. 3. Officulum triangulare dictum supra distinctum a reliquo sterno 4. infra iterum diuisum 5, cui contra est cartilago mucronata 6.

7. Cartilago costae sextae.

8. Cartilago costae septimae.

9. Aspera arteria.

A. A. Ortus vtriusque musculi sterno - mastoidei.

B B Pars sterno - hyoidei.

C C - - - thyreoidei.

D - - - cleido - mastoidei.

E - - - coraco - hyoidei.

F - - - leuatoris scapulae.

G H I I I I K K L L L M Musculus vterque pectoralis. G ortus sinistri a clavicula. H H vtriusque a radice sustentaculi eiusdem. I I I I a latere anteriore sterni. K K ad cartilagineam extremam costae quintae. L L L a cartilagine costae sextae tota. M in latere dextro a costa septima per portionem tendineam.

N. O. Aponeurossis musculi obliqui externi abdominis dextri. N portio tendinea eius tendens ad pectoralem.

P Q R S Musculus rectus abdominis sinister nudus. P inclinatio ad partem suam regens extremam cartilagineam mucronatam. Q Extremum brevissimum cartilagini costae septimae, R medium sextae, S Longissimum septimae, insertum.

tertius iuxta infertionem cartilaginis costae septimae. **D. E. F.** Fasciculus distinctus a margine cartilaginis costae septimae infra articulationem cum sterno ortus, qui in medio **E** contractus, supra **F** iterum expanditur. **D. G.** Fasciculus tendineus ex aponeurosi obliqui externi abdominis ortus. latere externo **G. H.** illi adiunctus fibris lunatis ad medium in latere interno **I** contractis.

K Distantia ovalis a contractione utriusque fasciculi in medio **E. I.** orta

L. F. M. H. Ex fasciculorum confluentia tendinis communis pars superior, in carnem continua.

N. O. P. Q. R. S. T. U. V. W. X. Y. Z. Musculus peculiaris superior seu minor. **N. O. P.** distinctio in fasciculis tres maiores carnes **Q. R. S.** tendineos. **T.** Tendo vincis plano - rotundus. **U. V. W.** eiu-dem tres caudae. **U** minima **V** maior et latior, sterno insertae. **W. X. Y. Z.** maxima. **W** adscensus eius ad latus musculi pectoralis sub tendine **g** musculi inferioris seu maioris. **X** eius ex eodem emissio. **Y** applicatio et agglutinatio ad tendinem musculi sterno - mastoidei 4. **Z** coniunctio et in vnum coactus.

a. b. c. d. e. f. g. h. i. j. l. m. n. o. Musculus peculiaris inferior seu maior. **a. b.** caro, qua oblique nudus sub minori emergit. **b. c.** pars superior, ubi contrahi incipit abeuns in tendinem **d** communem, cui a latere interno tendo distinctus **e** accedit, qui deinde in vnum **f** conluit, atque supra priorem tendinem **W. X.** flexatur extortum **g**, ibidemque iungitur cum tendine sterno - mastoidei, diu in tenues fasciculos distinctus **h**, tandem plane confluens **i.** A latere autem interno **l** reflexus, cum tendine mastoidei abit in lunulam **m**, cuius cornu superius **n.** minus, sed latus, iterum fissum, inferius **o** integrum, ambo inseruntur sterno, sub initis fibrarum musculi pectoralis sinistri.

a. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. ι. κ. λ. μ. Musculus parvus singularis in latere sinistro supra pectoralem decurrens. **a.** ortus tendineus fasciculo alterius musculi **A** continuus. **β. γ.** ex suprema parte portio tendineae ex costa septima tendentis ad pectoralem, quae cum aponeurosi musculi obliqui externi 17. cohaeret. **δ. ε.** contractio in duos tendines laterales, qui distincti coeuntes **ζ. η.** abeunt in carnem rotundam sensim latiore **θ.** ad mediam suae longitudinis, vnde planior extenuatur iterum in tendinem **ι.** qui, fibris dispersis **κ. λ.** inseritur membranae musculum pectoralem inuoluenti, vel cum eiusdem fibris disparet **μ.**

DE ACERE
 FOLIIS OBLONGE CORDATIS INAEQUALITER
 SERRATIS.

AVCTORE

Stephano Krajscheninnikow.

Vix vlla in tota Aceris familia planta est, quae magis eui-^{Tab. XIII.}
 dentes distinctionis a congeneribus notas prae se ferat,
 quam nostra. Nam plerarumque omnium praecipua differentia
 consistit in foliis, corolla autem, quanquam in nonnullis ma-
 ior, in quibusdam minor et magis aut minus a calice
 distincta est, sola tamen ad determinandam speciem non
 sufficit, ut pote quae in omnibus id commune habet,
 quod patens sit, maior autem aut minor, et magis aut
 minus distincta eius a calice facies, cum ad cognoscen-
 dam plantam vix aliquid conferat, pro naturali distin-
 ctionis nota sumi non potest. Nostra praeter alia
 et foliis et corolla tam peculiaribus donata est,
 ut alterutro a congeneribus facile distingui possit,
 id quod ex sequenti descriptione patebit.

Quatuor arbusculas sub nomine Aceris Tatarici Mori fo-
 lio Gerb. hortus noster alit, quarum duae subdio, et to-
 tidem in ollis crescunt. Posteriorum vna 4 circ: pedes alta est,
 altera paullo procerior, ambae pollice non multum cras-
 siores sunt, et in ramos ab imo ad summum diffundi amant.

Caudex rectus, cortice cinereo, striis quibusdam emi-
 nentibus albidis exasperato, tectus.

Rami crebri, coniugati, cruciati, qui in alios mino-
 res eandem dispositionem seruantes, rursus diuiduntur; iunio-

res virides sunt cum tinctura rubri coloris et striis albis longitudinalibus et eminentibus, adultiores eiusdem cum caudice coloris.

Folia coniugata pariter et crutiata, semipendula, duas et tres uncias longa, vnum et duos pollices lata, plerumque cordato oblonga, acuta, saepe etiam subrotunda, imo non raro, minora praesertim, ovalia, inferiori extremo integerrima, margine vt plurimum sinuata, aut leuiter angulata, non raro etiam biloba quasi aut et triloba, omnia acute et inaequaliter serrata, tenera, vtrinque glabra, adulta lacte viridia, iuniora rubentia, pro more venosa, venis raras albas cum aetate euanescentis lanuginis specie obductis, quae in maioribus praesertim circa insertionem petiolorum, et copiosior est et diutius durat.

Petioli foliorum fere longitudine, tenues, infra convexi, supra leui sulco exarati, purpurei, in iunioribus ramis pilosi, ad angulum firmirectum exstantes, in aetate prouectioribus glabri, horizonti paralleli.

Flores racemosi in summis ramis. Pedunculi vniuersales inter unciam et tres pollices longitudine variant, petiolis tenuiores sunt, teretes, glabri et viridi colore insignes; partiales in ramos variae longitudinis diuisi, quorum singulis singulae ligulae lineares exsuccae, rubentes subiectae sunt, pro ratione altioris aut humilioris eorum situs longiores aut breuiores. Maximae, quae infimis petiolis subiacent, 2 longitudine et 1 lin. latitudine vix superant.

Perianthium quinquesidum, laciniis ouatis, concavis, margine pilosis, erectis et fere conniuentibus, albis cum pauca viridi tinctura.

Corolla

Corolla alba, pentapetala, petalis lingulatis, apice obtusis, conuolutis et intra calicis laciniis delitescens, quae si extenduntur, tertia parte perianthio longiores sunt.

Filamenta octo, longitudine expansae corollae, filiformia, alba per interstitia petalorum erumpentia, plerumque erecta. Antherae ochroleucae ex rotundo non nihil depressae, quatuor sulcis longitudinalibus exaratae, quorum duo oppositi profundiores sunt.

Germen pilosum hirsutia cum aetate euanescente. Stylus filiformis, per dies altius excrecens, uti recte Cel. Linnaeus obseruauit, in floribus enim recens explicatis, stigma duntaxat sine ullo styli vestigio apparet, qui tamen procedente tempore longitudinem staminum fere asequitur. Stigmata duo, tenuia, acuta, alba, cornuum instar reflexa. Receptaculum crassum, luteum, in ambitu, si ope lentis aspicias, sinuatum, germen intra se abscondens.

Capsulae duae ouales, compressae, basi coalitae, ala sesquialtera parte longiori, apice subrotunda, terminatae, quae tamen minus diuergunt, quam in aliis congeneribus fieri solet. Semina in singulis capsulis singula ex atro rubentia videntur.

Ex data descriptione apparet corollam patentem seu, quod idem est, petala patentia, et petala laciniis calicis aequalia, quae tanquam notae characteristicae Aceris adhuc habitae sunt, et prima a Cel. Linnaeo, altera a Cel. Hallero in definitione generis assumpta est, locum in characterе generis iam retinere non posse: in characterе enim generico naturali, (omnis autem rite constructus respectu cognitarum

rum specierum pro naturali habendus est) ipso Cel. Linnaeo Auctore, notae omnibus speciebus non conuenientes excludi et solae conuenientes retineri debent.

Prodiit e feminibus a b. Gerbero olim missis et Martio mensē huius anni primum floruit.

Icon ramum ex iunioribus sistit, in qua tamen error a pictore commissus est, quod foliorum cruciata dispositio non expressa sit, a. est flos in calice delitescens, b. corolla e calice exempta. c. fructus maturus, quem e feminibus Gerberianis, quae asservantur, delineari curavi, cum nostra non maturauerit.

Inter descriptas plantas et sub dio crescentes nulla notabilis differentia est, si altitudinem, quae in posterioribus dimidio minor, excipias.

DE
BESTIIS MARINIS.

AVCTORE

Georg. Wilhelm. Stellero.

Multa animalia immensum Oceanum alere, quae hodie-
num incognita sunt, nemo dubitat, qui perpendit per-
multas terras, permulta Oceani loca esse, quo Europaeo-
rum curiosa audax que industria nondum peruenerit, adeoque
nec contenta eorum lustrare potuerit. Est autem res cum
animalibus marinis ita, quam cum terrestribus comparata:
Quaedam ubiuis locorum habentur, pro Climatis alimen-
torumque diuersitate vel solam magnitudinem, vel co-
lorem, vel pilorum mollitiem aut prolixitatem et per
consuetudinem longam speciem mutant, translata in aliud
clima longo interuallo specificam differentiam rursus exuunt
et ad primam redeunt. Ita Equi Europaei in Sibiriam
translati sensim minores et duriores, in Indiam vel Chi-
nam aduecti denuo gracilitate et paruitate tantum augen-
tur, vt successu temporis peculiarem speciem constituent.
Iacutica iumenta in terras Kamtschaticas translata non tan-
tum mole insigniter augentur, verum fertiliores euadunt,
quod et ad portum St. Archangeli missis eo iumentis con-
tingit. Oues Anglici in Sueciam aduecti ob lanac nobi-
litem post breue tempus non tantum pilos, sed et magni-
tudinem mutarunt. Si quis hoc non aduerteret, in sola Si-
biria Animalium species immense augetur: exemplo sint
sciuri ad Obium grandes longo albide cinerascete pilo ve-
stiti, Obdorici tertia parte minores densò breuiorique pi-
lo, Bargusinenses nigro, Werchoianenses e nigro et ci-
nereo varii, quae vero differentia omnis, quod magnitu-

dinem concernit, pilorum densitatem a climate, quod pilorum colorem a victu proficiscitur: vbi Larices folio non deciduo seu Cedri vulgo dicti et Pini, ibi pilus cinereus albicans, vbi larices folio deciduo, abietes, ibi nigro pilo occurrunt. Inter animalia marina sola Phoca est, quae non tantum vbiuis terrarum in Oceano, verum in mari Balthico, Caspio et lacubus nullam cum mari communicationem habentibus, vt in lacu Baikal et Oron, quouis tempore inuenitur, intercedit nihilo tamen minus haec differentia, vt Phoca Oceanica communissima a reliquis omnibus specificè colore distincta sit, gaudet nempe pilo lutescente ac in posteriori corporis medietate maculam maximam castaneas colore aemulantem obtinet, quae tertiam partem integri corii occupat.

Distinguo autem phocas ratione magnitudinis in tres species, in maximam, quae magnitudinè Taurum superat, ac solummodo in oceano Orientali a gradu latitudinis 56. ad 59. occurrit, ac in colis Kamtschaticis Lachtak vocatur. Mediae magnitudinis, quae omnes Tigrisum instar, multis exiguis maculis variae sunt, 3. infimae magnitudinis, vt Oceanica, quae tam in mari Balthico, quam circa portum Sti Archangeli, in Suecia, Norwegia, America et Kamtschatka capitur, et lacustris dulcium aquarum monochroa seu unicolor, vt Baikali, ea coloris argentei. Si vero quaeratur, quare hoc solum amphibii genus vbiuis terrarum in Oceano et lacubus degat, causam reddo, quod vniformi et vbiuis terrarum reperiundo victu vtatur scilicet piscibus et carnibus, aliter se res habet cum Manati, quod certis solummodo fucis marinis vescitur non vbiuis obuiis et ob structuram corporis in locis vadosis non vbiuis viuere possit. Lutra marina cancris et conchyliis victitans,

ob

ob clausum foramen ouale non vbiuis et sub quacunq̄ profunditate maris hunc cibum nanciſſi poteſt , hinc faxoſa , ruinoſa et vadoſa litora Americana et inſularum in canali et terrae Kamtſchaticae frequentat. Leo et vrſus marinus animalia migrantia eadem ratione vt anſeres , cygni , reſſus maris et incultas inſulas quaerunt , quo ibi a pinguedine ſe liberare , veneri indulgere et partum edere poſſint , quibus peractis auium more domum redeunt. Amphibium Bieluga voraciſſimum animal ea eligit loca , vbi ſinus longi nec adeo ſpaſioſi reſſus maris , quo piſcibus in anguſtias coactis liberalius et citius paſci poſſint , qualia ſunt loca , ad oſtium Vd fluuii , Ochoti , et ſinus maris ad oſtium Olutorae fluuii. Roſmarus ob dulce otium loca inculta vel minus habitata et ob pinguedinem nimiam refrigerium in glacie quaerit , quod cum ad oſtium Obii , Ieniſae , Lenae , Kolymae et circa promontorium Tſchuk-tſchicum quouis anni tempore ſit , ea loca amant.

Balaena otium amans maria petit minus nauibus frequentata , cum vero loca ſeptentrionalia talia potiſſimum ſint , ea frequentant , ſomno capiendo , partui enitendo et luſibus venereis exercendis deſtinant.

Rationes igitur , quare reliqua animalia amphibia non omnia , ſed certa ſolummodo Oceani loca inhabitent , e natura animalium petenda ſunt , quibusdam victus , aliis otii dulcedo , aliis aliae proprietates limites ponunt ac habitacula determinant.

Habent vero animalia marina omnia vel figurae vel morum quidpiam cum animalibus terreſtribus commune , ob quam ſimilitudinem vel a plebeiis primo intuitu cum certis quibusdam animalibus comparantur , et inde nomen

fortiuntur. Sic turba philosophorum meminit Taurorum, Equorum, Luporum et allegoriis inhiantes hominum monachorum aliorumque. Memorata dignum visum fuit, quod Rutheni veritae vel prima vice conspecto Manati illam Korova Morskaja (Корова морская) tam apte, quam Angli et Belgae Vaccam marinam vocarint: Sibutſcha (Сивуча) Leonem, Kot (Комб) Urſum marinum. Lutiani criteria naturae non attendentes minus adaequatè Bobr Morskoi. (Бобръ морской).

Innotuerunt autem animalia haec omnia ante dimidium saeculum demum, et quidem Lutrae marinae Marc-gravius, sed admodum breuiter et obscure meminit, leonis et vrſi marini curiosissimus nauigator Dampierus, Manati tam docti multi, quam Dampierus: vt autem verum fatear, doctorum descriptiones mutilae et imperfectae et plurimam partem fabulosae et falsae sunt, Dampierus contra, quantum ab illiterato desiderari potest, verissima descriptione doctos multis parasangis superauit.

Non autem credendum quasi plura ignota, stupenda et miranda animalia hic locorum non essent nisi haec, quorum descriptiones dabo: nam si animo tempestas, locus et tempus fauissent, eiusmodi curiositatum diuitiis historiam naturalem forte auxissem, qualibus optaram, cum discrimen iter tam longinquum et ignotum aggrediendi adirem. Ita vero vestigia saltim animalis ignoti cuiusdam in Schumagini insula visa narro, ac imperfectam finiae marinae sciagraphiam infero, harumque mutila mentione meae aliorumque voluptati parento.

Quali cum successu litora maris circa kolymae fluvii ostium sequenti anno lustratus sum, dies docebit; animum meum incenderunt scelebra mammontea, traditiones de his minus sufficientes, nec dubito, si Americana nobis litora notiora euadent et hoc mirabile subiectum forte innotescet; nec mirum est talia lucusque ignota et incognita esse, a quorum indagazione vasto interiecto mari prohibemur, quani potius ea nos fugere, nostraque culpa in tenebris perire, nostroque silentio inter fabulosa reponi, quae in ea terra absque multo labore haberi possunt, quana nos curiosi incolimus: in postremis Asiae et Rossiaci Imperii terminis cognoui dari Scytharum Suhac inter fabulas repositum, etiamnum sub eodem nomine in deserto Aso-wiensi et illo, quod Saporozkientes Casaci inhabitant, esseque capram monocrotem Colaccis vulgatissimum animal mensisque illorum notissimum; dari Lupum Scythicum Aristotelis ibidem colore nigrum, vulgari longiorem, brevioribus pedibus instructum, valde rapacem et crudelem; dari animal circa Woronesch et Astracanum similitudine canis latrans, dolosum, crudele, somno sopitos invadens, omnia e domiciliis clam rapiens, quod forte Hyaena veterum: nec magis in votis habeo, quam quod perlustrata Sibiria desertorum lustrationem, si nemo hanc in se suscipit spartam, mihi commendare, meque si mea conamina placent, eo muneris ergo in exilium ad aliquot annos mittere dignentur, quo acuum ibi longum trahere possim, quod nimis breue futurum hiarior.

	Poll.	Dec.
Extrema caudae pinnae cornua a se inuicem distant : - - - - -	78	
haec est pinnae latitudo.		
Pinna alta - - - - -	8	8
Labium interius totum scoparum instar villosum, asperum, longum - - - - -	5	2
- - - - - latum - - - - -	2	5
Labii superioris et exterioris versus mandibulam inferiorem obliquata area fetis longioribus candidis vndique hirta, lata - - - - -	14	
- - - - - alta - - - - -	10	
Labium inferius fetis orbem, nigrum, glabrum versus sternum decliue, cordiforme latum; - - - - -	7	4
- - - - - altum - - - - -	6	8
Alabio inferiori vsque ad sternum - - - - -	54	
Diameter oris ad oris froenum - - - - -	20	4
A gula vsque ad Oesophagum - - - - -	32	
Ventriculus latus seu longus potius - - - - -	44	
Totus intestiorum tractus a gula vsque ad anum - - - - -	5968	
Adeoque 20½ vicibus integro animante longiora		
A pudendo ad ani sphincterem - - - - -	8	
Diameter asperae arteriae infra glottidem - - - - -	4	2
Altitudo cordis - - - - -	22	
Latitudo cordis - - - - -	25	
Longitudo renum - - - - -	32	
Latitudo renum - - - - -	18	
Longitudo linguae - - - - -	12	
Latitudo linguae - - - - -	2	5

Lon-

	Poll.	dec.
Longitudo papillarum - - - - -	4	
Longitudo ossis humeri - - - - -	14	5
Longitudo vlnae - - - - -	12	2
Longitudo capitis a naribus vsque ad occiput in sceleto . - - - - -	27	
Latitudo occipitis. - - - - -	10	5.

DESCRPTIO PARTIVM EXTERNARVM.

Animal hoc fere marinum nec amphibium, perperam illud tradentibus autoribus nonnullis, relationibus nauigantium fuisse acceptis, tradentium, quod circa litora et fluvios gramina depascatur, quod non de graminibus terrestribus sed fucis submarinis prope litora crescentibus intelligendum erat, vt foedum valde et turpe Ccl. Clusio, qui corium integrum stramine suffarcinatum viderat, visum fuerat, tale et viuum reuera, verum insuper et mirabile est, si formam, motum et vsum spectes. Corio tegitur crassissimo, cortici potius annosae quercus, quam corio animalis simili, nigro, scabro, rugoso, seruposo, duro ac tenaci, pilis orbo, vix securis aut vnci aciei obnoxio, pollicem I. crasso, at cum transuersim inciditur, ligno Ebena tam glabritie, quam colore simillimo, haec vero cortex exterior non cutis, sed cuticula est in dorso glabra. A nucha vsque ad caudae pinnam non nisi rugis circularibus tantisper superficietim inaequalis, latera autem valde seruposa sunt, ac multis acetabulis prominentibus, pezizas referentibus, horrida, praecipue circa caput. Cuticula haec totum corpus crustae inflat ambiens, crassitie pollicem non raro attingit, e meris tubulis conflatur eadem ratione, ac in arundine videmus Hispanicoe Mambu Indorum et Sinen-

neusium : Compages horum tubulorum ad perpendicularum cuti insistant, secundum longitudinem a se inuicem fudi et dinelli possunt, tubuli singuli inferiori parte, qua cuti implantantur, subrotundi, connexi, bulbosi sunt, hinc cuticulae frustum anulum corii Hispanici instar tuberculosum, cutis autem subiacens netricum digitalis instar totidem minutissimis ac copiosissimis foveolis excavaata, quae antea cuticulae tubulorum bulbosorum receptacula fuerunt. Inde vero quod tubuli hi arctissime sibi inuicem accumbunt, tenaces, humidi et tumidi sunt, cuticula horizontaliter dissecta non apparent, sed superficies glabra se offert, qualis unguulae animalis cuiusdam incisae, quam primum vero frustum suspenditur, soli exponitur et siccat, fissuras agit perpendiculares et corticis instar frangi potest, ac tubulosam haec structura clare in conspectum venit. Per hos tubos tenuis saltem serosus mucus excernitur, in lateribus et circa caput largior, in dorso parior. Dum animal per aliquot horas in sicco litore iacet, dorsum siccum euadit, caput autem et latera continue madent. Data autem videtur haec crassa cuticula potissimum ob duas causas. 1. Ne cum in locis saxosis, asperis et hyeme inter glaciem continuo viuere debeant ob victum cutem abradant, vel fluctibus acrioribus agitati lapidibusque, ut saepe vidi, allisi pereant, hac lorica muniantur. 2. Ne calor vitalis nimium transpirando dissipetur aestate, vel plane opprimatur hyemis frigore. Etenim non in profundo maris, ut alia animalia et pisces delitescere, sed semper dimidium corpus frigori pabulando exponere tenentur.

Observabam in multis a mari in litus eliminatis mortuis cuticulam in faxis hinc inde abrasam mortis causam extitisse, quod potissimum a glacie hyberno tempore accidit.

Observabam multoties in captis et vincto ad litus tractis animalibus non tantum a fortissima vibratione corporis et caudae ac renitentia cum pedibus anterioribus defuisse ingentia frustra cuticulae, fractam fuisse angulae similem cuticulam brachia praefinientem et caudae pinnam, quae omnia meam opinionem certiore reddunt.

Eiu-modi cuticula in nulla prorsus re mutata Balaenam ambit, licet eiusdem nulla apud auctores fiat mentio, eaque fere tota in Balaena calendis Aug. in insula nostra eliminata mortua abradebatur, dum per aliquot dies ab undis hinc inde iactata et saxis illisa fuerat donec ad litus veniret.

Cuticula haec dum madet, nigro fusca est veluti corium pernae fumo ficcatae, dum vero siccefcit tota nigra evadit.

In aliquibus cuticula haec candidis maiusculis maculis et zonis variegata, qui color ad cutem vsque continuat.

Cuticula haec circa caput, oculos, aures, mammas et sub brachiis, vbi seruposa, undique insectis obsidetur et infestatur; contigit autem saepenumero, vt cuticulam omnino perforent et ipsam cutem faucient, quo casu ab extravasata Lympha vel corrosis glandulis pinguedinem velut in cellulis servantibus, verrucae grandes et crassae oriuntur eadem ratione ac in Balaenis, dictaque loca saepe pessima foedant.

Sub cuticula cutis delitescit, totum corpus ambiens; haec 2. lineas crassa, mollis, alba, Firmissima, structura et robore plane talis, qualis in Balaena, iisdemque vibus destinari potest.

Caput

Caput comparate ad reliquam vasti corporis molem paruum, breue, ac indiscretum, figura oblongum, quadratum, a vertice versus maxillam inferiorem subinde latius. Vertex ipse planus, cuticula nigra valde scruposa veluti lacera ac tertia parte reliqua cuticula tenuiori ac cito abscessibili tectum. Caput ab occipite versus nares decliue, a naribus versus labia itidem decliue, extremum rostrum 8. pollices altum, ac repente a naribus versus occiput crassescit.

Rictus oris quidem non supinus, sed lateribus contiguus, labium autem superius et exterius adeo magnum, planum, ad froenum oris obliquum et super mandibulam inferiorem tantum elongatur, vt solum caput intuenti rictus veluti supinus seu inferius locatus appareat.

Rictus oris ipse pro magnitudine animalis non adeo magnus, nec vero ob victum a fucis marinis maior necessarius.

Labia tam superiora, quam inferiora geminata sunt, ac in externa et interna diuisa.

Labium superius externum extremum rostrum oblique praefiniens, dimidium circulum refert, planum, tumidum, crassum, 14. pollices latum, 10. pollices altum, colore album glabrum, permultis colliculis seu tuberculis obfitum, e quorum singulorum centris setae candidae diaphanae 4. 5. pollices longae exeunt.

Labium superius internum 5. poll. longum, 2½ latum, ab externo quaquauesum discretum, basi externo tantum labio adnatum, palato imminct, linguae vitulinae instar, totum villosum, ac scoparum instar asperum. Os a parte superiori firmiter claudit, mobile est, auerrun-

candis et ori ingerendis fucis motu suo inferuit, eadem enim ratione ut equi et boues diductis ac quodammodo foras flexis labiis pabulantur.

Labium inferius itidem geminatum, externum nigrum, glabrum, setis orbem, rudi cordis figura ac veluti mentum, si ita nominare licebit, latum 7. pollices, altum $6\frac{1}{3}$.

Labium inferius internum ab externo tantisper separatum villosum, clauso ore non apparet, quia externum arcuatum huic imminet, ac labio superiori interno oppositum os firmiter claudit.

Vbi mandibula inferior superiori applicatur, spatium illud, quod utramque clausam intercedit, congerie densa setarum valde crassarum sesquipollices longarum candidarum, impletur, quae faciunt, ne quid inter masticandum ex ore excidat vel aquis simul eluatur, quae constanter una in os irruunt, et clauso ore per hos hiatus denuo expelluntur.

Setae autem hae crassitie calamos columbinos aequant, candidae sunt, intus fistulosae, subtus byllosae, structuramque pilorum nostrorum sine microscopii ope pulcherrime oculis offerunt.

Si animal primum in ventre iacet, extremum rostrum in perpendiculo a naribus ad labia 8. poll. altum, tam a naribus versus labia extrema, quam versus oras mandibulae superioris laterales trochi more anterieus rotundatur, crassius euadit, ac ambitu suo repente augetur. Labia externa valde tumida, crassa et inflata sunt, ut in catis crebris ac amplis poris pertusa, e quibus singulis setae robustae albae prodeunt, sensim crassiores, quo propiores rictui ipsi

ipsi euadunt : inter omnes sctas crassitie eae eminent , quae intra labia vtriusque mandibulae prodeunt , in auellendis fucis dentium vices subeunt , et ne quid inter masticandum ex ore excidat prohibent. Inferior maxilla superiori breuior , sola mobilis , labia autem vtriusque maxillae vt in iumentis mouentur. His plantas submarinas , quas brachiis auerraucarunt a faxis , rigidis , et esui minus aptis radicibus et caulibus ita detondent , vt veluti cultri obtusa acie abscissa appareant. Quae ab vndis aucto aestu in litus eliminatur , ac igentibus aceruis ad littus iacentes hospitum horum praefens hospitium litus obambulanti indicent , hunc in finem cum caules marinarum plantarum tenaciores ac crassiores quam terrestrium plantarum , labia etiam multo robustiora ac duriora structa sunt , quam reliquorum animalium terrestrium omnium , hinc et labia esui inepta , nec elixatione , nec alio quocunq; modo emolliri possunt , interna labiorum structura ita comparata est , vt discissae velut tabulam Schachariam eminentissimis areolis constantem referant , sunt scilicet innumeri minutissimi , crassi , rubri , rhomboidei vel trapezoidei muscoli , quibus aequali numero alii albi tendinosi reticuli instar cellulosi pinguedinem fluxilem continentes interseminati sunt. Haec labia mediante aqua elixata pinguedinem omnem facillime largiuntur , qua exhausta cellulae albae velut tot reticula tendinosa apparent. Ratio huius structurae triplex mihi videtur.

1. Vt robur labiorum ac densitas augeantur nec noxae cuidam externae facile obnoxia sint.

2. Cum caput et caudae horum musculorum ita disposita sint , vt caput , rictum oblique , caudae scil. musculorum oblique verticem spectent , ac ita finibus et ini-

tiis suis labia veluti sertum efficiant , vt pondere grauia labia facilius attoili et moueri possint.

3. Vt ope huius structurae labia spiraliter quodam modo moueri possint , nec opus habeant , cum caput difficulter mobile ob continuam crassam crustam , vt quoties sicum tenacem auellere velint totum corpus mouere necessum habeant.

Masticationem absoluunt praeter normam omnium animalium , non dentibus , quibus in vniuersum carent , sed duobus ossibus validis , candidis , seu dentium integris massis , quarum vna palato , altera maxillae inferiori infixae et huic apposita est.

Inserio ipsa seu connexio prorsus insolita , nec vlllo noto nomine exprimi potest , Gomphosin vocare non licet ob id , quod ossa non insiguntur maxillis , sed multis papillis et poris , poris et papillis reciprocis palati et mandibulae inferioris recipitur. Praeterea a parte anteriori membranae papillari labii superioris interni , ad litora vero oris striatis ossis , a parte posteriori duplici apophysi palato et mandibulae inferiori inseritur , et hac ratione firmatur.

Ossa haec molaria subtus multis foraminulis pertusa , velut netricum digitale vel spongia , quibus arteriae et nervuli eodem modo vt dentibus animalium inseruntur , superna parte glabra et multis canalibus tortuosis et vudulatis excavata ac eminentiis intra hos elata , quae eminentiae sub masticatione a canalibus appositi ossis ita excipiuntur , vt fuci intra haec veluti intra sillonum asseres seu molas manuaras comminuantur ac subigantur. Ossa haec , quae clarius docebunt , quae descriptione minus intelligibilia sunt , delineari curauit.

Tab. XIV.
fig. 1.

Nares in summa ac extrema parte capitis sitae sunt, ut in equis, duplices sunt, columna crassa cartilaginea $1\frac{1}{2}$ pollicem lata interseptae. Nares ipsae 2. pollices longae et totidem diametraliter latae, patulae, introrsum vero multis curvaturis seu labyrinthis tendentes, nares intus validissimae rugosae ac multis nigris poris pertusa neruea membrana obnervatae. E singulis poris setae prodeunt filii factorii crassitie $\frac{1}{2}$ unciam longi, euulsu faciles, illudque praestant, quod vibrissae in aliis animalibus.

Oculi exacte in medio inter extremum rostrum et aures siti, summis naribus paralleli, vel tantillum saltem altiores, in tam vasto corpore minutissimi sunt, nec ouillis majores, foris neque ciliis, neque villo alio externo apparatu instructi, sed e cute, foramine peruoio rotundo $\frac{1}{2}$ pollicem vix in diametro patente, cernui. Iris oculorum nigra, bulbus liuidus, canthi oculorum non apparent, nisi discissa cute circa foramen oculi, ad maiorem oculi canthum eadem prorsus ratione, ac in lutra marina crista cartilaginea erigitur, quae exigente necessitate totum oculum cooperit et nictitantis membranae munere fungitur abstergendis et eliminandis forte inter pascendum illapsis iniuriis peridonea. Crista haec cartilaginea auersa parte facci lacrymalis vnum parietem constituit, cum quo communi neruea membrana coniungitur, sacco lacrymali discisso multus mucus tenax in eius cauitate repertus, saccus ipse facile castaneum capit, intus glandulosa membrana obducitur.

Aures exterius exiguo saltem foramine, ut in Phoca, patent, ne minimo auris externi vestigio, foramina autem nec nisi solertissime rimanti in conspectum veniunt, fora-

foramen scilicet aurium a reliquis seruposis poris discerni nequit, vix stylum calami gallinacei crassitie admittit, canalis aurium internus glaber est et politissima nigra cute obducitur, hinc facile separatis musculis occipitis colore suo se prodit et in conspectum venit.

Lingua 12. pollices longa 2 $\frac{1}{2}$ lata, bubulae par, apice acuminata, in superficie limae instar villis brevibus aspera, ac ita intra fauces reconditur, ut multis lingua carere visum fuerit animal, utcumque enim manu protenditur, frenura tamen oris non attingit, sed 1 $\frac{1}{2}$ pollices ab illo deficit, quae si longior esset, ut in aliis animalibus, masticationem ossibus perficiendam impediret.

Caput indifferetum pariter ac collum, ita reliquo corpori iungitur, ut nullatenus discerni possit, ea prorsus ratione, ac in in piscibus omnibus, quod tamen collum obscure refert, ipso capite dimidio brevius, teres ac ambitu occipite gracilius est. Nihilominus tamen non tantum vertebrae instruitur mobilibus, verum actu ipso movetur, isque motus solummodo inter pasendum vivo animali observabilis, inclinatur enim caput eadem ratione ac boues in sicco, crassa saltim et deformis cuticula quietum aut occisum animal, velut immobili collo praeditum esset, oculis offert, nullis omnino vertebrarum vestigiis extantibus.

A scapulis usque ad umbilicum corpus subito latius se diffundit, et abhinc versus anum denuo subito gracilescit, latera subrotunda ventricosa sunt pariter ac venter, qui ab immensa intestinorum mole tumidus, elasticus, ac veluti vter inflatus, ab umbilico versus anum sensim declivius, pariter ac a mammis versus collum.

Dor-

Dorsum in pinguibus, quales vere et aestate sunt, e plano modice conuexum, hyeme vero, quando macilenta sunt, planum et ad spinam dorsi vtrisque veluti fossa excavatum, quo tempore omnes vertebrae cum spina dorsi apparent.

Costae vtrisque ad dorsum in arcum eleuantur et vbi vertebris dorsi per amphiatrosin, vt in homine, iunguntur, denuo arcus more deorsum tendunt, et in eo loco vtrisque, vbi vertebris iunguntur, fossam duplicem secundum dorsi longitudinem efformant.

A vertebra 26. cauda incipit et 35. vertebris continuatur. Cauda ab ano versus pinnam sensim attenuatur, non tam plana, quam potius leuiter quadrangula est, omnes scilicet caudae vertebrae duas epiphyses et 4. processus habent, inter quos processus laterales lati, plani et apice refirmi sunt, superior vero in dorso seu spina acuminata est, inferior, os est latum planum figura Lamdae Graecorum, hoc coniungitur corpori costae per lineam, ac robustissimis ligamentis et tendinibus cum illo confirmatur. Musculi caudae quadruplici posito cauitates has vertebrarum et angulos inter processus implent, vnde cauda ipsa quadrati oblongi, obtusanguli formam nanciscitur.

Cauda reliquum crassa, validissima, pinna nigra durissima, rigida praefinitur, non in radios diuisa, sed continua, substantia costis balenarum factoriis similis, adeoque ex meris lamellis sibi inuicem incumbentibus, veluti vnico continuo asserere constat. Pinna haec ad vnam dordrantem ab extremitate lacera est et radioribus aristis aristatas quodammodo piscium pinnas obscure refert. Pinna ipsa caudam praefiniens 78. pollices lata seu longa $7\frac{5}{16}$.

Tom. II. Nou. Comment.

Q q polli-

pollices alta, sesqui pollices crassa est, musculus caudae veluti per Gomphosin inseritur seu canalem triangularem.

Caudae pinna leuiter forcipata est, ac ambo cornua eiusdem magnitudinis, aliter ac in piscibus marinis grandioribus, vt Galeis et similibus, in quo cum Balaena conuenit, ita et caudae pinnae vt in Phocaena et Baleana lateribus, non vt in pierisque piscibus, dorso parallela existit, motu caudae placido, versus latera placide antrorsum natat, versus dorsum et ventrem corpus impetuositissime propellit et trahentium inimicorum manus subducere tentat.

Curiosissimum omnium in quo animal hoc ab omnibus tam terrestribus quam marinis amphibis et animalibus discrepat, brachia sunt seu si manus pedes anteriores, scapulis scilicet statim a collo duo brachia iunguntur 26 $\frac{1}{2}$ poll. longa, binis articulationibus constantia, superius os humeri cum scapulis per arthrodiam articulatur.

Cum vlna et radio sicut in homine: vlna et radius praefiniuntur cum metatarso et tarso, digitorum aut nulla vestigia adsunt aeque ac vnguium et vngularum, verum tarsus et metatarsus solida pinguedine, multis tendinibus et ligamentis cute ac cuticula ita ambiuntur, vt amputatum membrum humanum cum cute obductum: tam vero cutis, quam praecipue cuticula ibi multum crassior, durior ac ficior, adeoque brachia extrema chelas potius aut vngulam caballinam obscure referunt, verum vngula caballina acutior et magis acuminata adeoque fodiendo aptior est, supine chelae hae glabrae et conuexae sunt, inferius planae, quodammodo excavae ac innumeris densissime positis fetis; vnciam longis veluti scopae asperae.

Vidi

Vidi in quodam animali chelas has in duas partes velut vngulam bouillam diuisas, diuisura autem haec rudis admodum et in cuticula saltim erat, casu potius, quam naturae industria facta, eo facilior ac possibilior, quo magis cuticula chelas obtegens ob ariditatem suam ad fissuras disposita.

Exequitur autem homo hic Platonicus, vt Clariss. Ioh. Raio iocari placuit, brachiis his varia munia, his natat veluti branchialibus pinnis, his graditur in vadoso litore ceu cum pedibus, his firmat et continet se inter lubrica saxa, his fodit et auerruncat fucos et gramina marina a saxis, vt equus pedibus anterioribus, his innititur et validissime restitit, dum vnco petitus ex aquis in siccum trahitur adeo vt cuticula haec brachia circumdans fissa frustim desiliat, denique oestro libidinis percita foemella supina in dorso natans superuenientem amasium his amplextur et tenet, seque vicissim amplecti patitur.

Mammae duae in pectore sitae sunt praeter normam aliorum animalium, eo prorsus loco et forma vt in homine sub vno quoque brachio, mamma vna in diametro sesqui-pedes longa, conuexa, multis spiralibus rugis rugosa, glandulosa, praedura, vaccinis durior, absque vlla intermixta pinguedine, panniculus autem adiposus, totum corpus ambiens, solum incumbit eadem, eadem qua alibi crassitie, cuticula vero ibidem tenuior, mollior, rugosior, papilla pariter cuticula nigra in orbem rugosa, sed molli circumdata, sub ipso brachio seu axilla vtrimque pendet, ac in lactantibus 4. pollices longa sesqui crassa, in reliquis autem, qui ablacarunt aut non dum pepererunt, ita contractae intro et breues sunt, vt verruculae saltim

fortuitae videantur, nec mammae adeo turgescunt. Lac praepingue ac dulce, consistentia ouillo simile ut et sapore, ac saepius e mortuis eadem ratione ac e vaccis solet a me largiter emulsum. Areola circa mammas rugosa valde et parum reliqua mamma elatior, glandulae discissae idem lac fundunt, quod ex papilla compressa collegi, tubuli lactiferi 10. aut 12. in vnamquamque papillam patent. Mammae elixatae vaccinis parum duriores erant, ferinumque leuem odorem spargebant.

Coeunt more humano ita, ut mas incubus foemella succuba sit. Penis maris 32. pollices longus ac vna cum vagina sua abdomini firmissime antroorsum alligatur, ac ad umbilicum vsque pertingit, reliquum valde crassius ac aspectu obscenus est, equino simillimus, ac simili, maiori saltim, glande praefinitus.

Pudendum foemininum 8. pollices supra anum. Ostium vulvae ferme trigonum, superius scilicet, ubi clitoris imminet, latius, versus anum angustius, rima ipsa 5. digitos compositos non aegre admittit. Clitoris sesqui pollices longa fere cartilaginea, cute valida dura laeuigata circumdata, et multis rugis breuibus in orbem corrugandis inaequalis. Cutis e fusco et albo variegatur, pariter ac vulua ipsa. Labia vulvae valde rigida ac dura sunt, vrethra 5. poll. circiter ab ostio vulvae introrsum in vuluam exoneratur, infra hanc membrana valida, partim musculosa, partim neruea semilunaris, obtensa, vuluam a proprie sic dicta vagina vteri separat veluti vestibulum quoddam, et hymenis speciem offert, tanta autem est apertura intra cornua huius membranae, ut penis masculi absque vlla difficultate vaginam subire possit. Vagina ipsa 9. pollicem longa, neruea validissima

lidissima membrana obuefitur, quae secundum longitudinem striata, ac multis sulcis superficiei excavata est: intra hos sulcos glandulae permultae aciculae capitellum non superantesprehenduntur, mucum excernentes, quo vagina undique oblinia erat. Abhinc uterus ipse mole felini capitis sphaericus apparebat, qui discissus eodem modo ac vagina mucosus erat ac permultis plicis $\frac{1}{2}$ pollicem latis rugosus. Vaginae substantia adeo dura est, ut aegre transversim cultro diffecare potuerim. Ligamenta uteri et tubae prorsus eadem, ac in equis, structura occurrebant.

Anus $8\frac{1}{2}$ pollicem infra pudendum situs, sphinctere non adeo arcte clausus, in diametro 4. pollices latus. Sphincter candidus est, interior autem intestini recti tunica glabra, laevigata, efusco oliuacea, eadem ac in equis ratione, ubi interdum nigra, interdum alba et maculosa est.

DESCRIPTIO INTERNARVM PARTIVM.

Capita quatuor animalium aperui ac maxima adhibita industria quaesivi lapides perperam sic dictos manati, tantum autem abest, ut vel minimum quidpiam lapidi aut ossi simile inuenire potuerim, ut exinde iudicauerim vel ossa illa non in omnibus inueniri, vel inueniri saltim sub certis climatibus, vel quod vero similis Schröderum et alios ossa haec pilae manariae forma describentes ut parum curiosi et solidi compilatores formam hanc analogia lapidis Bezoardici finxisse rotundam, nec unquam quae descripserint ossa seu lapides manati oculis vidisse: hinc intelligenda potius esse ossa masticatoria seu dentium massas illas candidas in palato et maxilla inferiori reperiundas, idque eo verisimilius, quo magis Clariss. viri Sam. von Da-

le descriptio in pharmacologia sua his ossibus masticatoriis aptata competit, describit enim forte ex *αὐλοφία* et, quod mechanismum horum ossium nescierit, sequentibus: lapis marnati est os crustaceum album, ebori simile ex capite exemptum, idque variforme, quo sine dubio flexus et macandros variformes in utriusque ossis superficie obuios indicare voluit.

Cranium robustissimum est, cerebri parum habet, cerebrum a cerebello nullo osseo sepimento discriminatur, reliquum nihil singulare inuenire potui.

Oesophagus seu gula valde capax, intus neruca membrana validissima candida circumdatur multisque perpendicularibus rugis et plicis vsque ad ventriculum pergit, ibique antequam deficit permultis appendiculis triangularibus 1. lineam longis praefinitur, sursum Oesophagum versus tantisper reflexis, quarum usum hunc esse puto, ut regurgitationem ciborum in gulam impediunt, ac opinionem praeposteram primo intuitu de ruminatione conceptam refellant.

Oesophagus ventriculo circa medium inseritur, ut in equo et lepore.

Ventriculus stupendae molis est, 6. pedes longus, 5. latus, ac adeo cibus ac fucis repletus, ut 4 robusti viri funi alligatum magno labore acgre e suo loco mouerent ac foras traherent.

Tunicae ventriculi nullo negotio discerni possunt, coniunctim 3. lineas crassitie aequant. Ventriculum pingue, 2. lineas crassum, prorsus singulare omentum ambit, superiori parte tunicae membranosae ventriculi circa medium firmiter adnatum, reliquum quaquaversum liberum

rum ac ventriculorum potius calore suo fouere, quam continere videtur. Interior ventriculi tunica candida, glabra nec rugosa nec villosa est, quod vero maxime singulare et forte multis incredibile illud est, quod glandulam humani capitis magnitudine oualem non procul ab insertione Oesophagi in ventriculorum inueni in ipso ventriculo contentam, illique veluti grande aneurisma quoddam adnatum inter tunicam musculosam et nervosam: haec glandula per tunicam villosam multis poris et ostiis patebat, liquorem albidum, consistentia ac colore pancreatico similem in ventriculi cauum copiose fundebat, adhibui huic insolitae rei testem sub-Chirurgum Bettge. Cuius indolis hic succus sit, duplici fortuito experimento cognoui; Nam cum per poros tunicae interioris tubulum argenteum immitterem, ut flatu immisso vias excretorias cognoscerem, tubulus niger euasit, ut argento ab acido sulphuris contingere solet, idem obseruavi cum sub-Chirurgi discipulo Archippo Konowalow imperassem, quo manibus ventriculi contenta eiceret, quo labore finito annulus argenteus digitum cingens eodem colore infectus fuit.

Interior ventriculi tunica a lumbricis candidis $\frac{1}{2}$ pedem longis, quibus totus ventriculus, pylorum et duodenum sca-tebat, perforata erat, et lumbrici in glandulae cauum usque penetrauerant, glandula discissa copiosum succum fundebat. Non licuit posthac plures ventriculos examinare ob id, quod necessario auxilio carebam, nec cum paucis animal semel inuenire iacens in dorsum vertere possem, propterea dubito, an haec glandula res constans, vel potius morbidum quid fuerit.

Pylorus

Pylorus ita amplus et tumidus erat, ut primo intuitu pro ventriculi secundario seu Echino haberem, ac de duobus reliquis inueniendis sollicitus essem, ob id quod animal ruminari crederem, discisso autem pyloro aliter edoctus fui, et ex eius structura ventriculo simili pylorum esse cognoui, meo autem infortunio accidit, ut cum ventriculus cum hepate ob nimiam molem eximi integre nequiret, adiuncti insuper mei ad vnam horam saltim Tabacco, quod loco pecuniarum erat, conducti, laboris peracti fierent, pancreas vna cum ductu suo in duodenum pariter ac ductus cholidochi discinderentur, cognoui tamen pancreas in duos lobos diuisum e multis aliis grandiusculis glandulis conflatum, ac pro mole animalis comparate exiguum esse, quippe ultra 4. pollices longitudine non extendebatur.

Intestina in hoc animali plura sunt, quam in vlllo alio animali, et forte solis balaenae intestinis, quae hucusque inspicere non dum licuit, minora, cauum abdominis vsque adeo replent, ut vtris instar tumidum et inflatum abdomen sit, hinc quando separatis integumentis communibus et musculis abdominis peritoneum vel laeui vulnere affligitur, ventus cum tali sibilo et modulatione exit, quali ex aeolipila solet, ob eandem etiam rationem totum abdomen peritoneo duplici validissimo, membranoso, uerueo ad intestina coercenda obducitur: peritoneum ab osse pubis vsque ad sternum pertingit, costis spuris vtrinque adnatum, a quibus singulis singuli robusti tendines in multos rectilineos ramos diffusi ab vtroque latere vsque ad lineam albam excurrunt, ac in superficie peritonaci remotis musculis abdominis sibi inuicem occurrentes et se secan-

tes peritonaei superficiem veluti tessellatam tabulam Schachariam iucundo spectaculo oculis offerant, ab interiori latere costarum alii similes tendines oriuntur, ac peritonaeo ab interiori parte impexi ac subtenfi cernuntur veluti horizontalia fulcra tegminis huius firmitatem augentes, ambae membranae in medio circa lineam albam in unam coeunt versus latera autem duplices euadunt.

Discisso peritonaeo intestina maxima vi erumpunt, nec vlllo trahente e pristina sede mouentur, quia constanter ita farcta inueniuntur, vt ab Oesophago vsque ad anum vnum continuum fartum farcimen absque vlllo spatio vacuo referant: intestina tenuia glabra, multa pinguedine obuokata, alba, teretia, 6. pollices in diametro lata sunt. Si cultri acie vel leuissima apertura procuratur, ridiculo spectaculo, excrementa liquida velut sanguis ex aperta vena cum impetu profiliunt, nec raro spectantium facies hoc saliente fonte irrigabantur, dum vnus alteri per iocum ex opposito canalem aperiebat.

Caecum maximum pariter ac colon ope ligamenti per vniuscuiusque lateris longitudinem producti in multas cellulas diuisum, valvulam autem coli vt vt quaesieram reperire non licuit; vt breui dicam, intestina sola saltim magnitudine et capacitate, structura autem nequidquam ab equinis differunt, ita et huius officinae vltima praeparata equinis excrementis adeo similia sunt forma, magnitudine, odore, colore omnibusque attributis, vt vel peritissimo agaloni imponerent ac pro equinis haberentur. Nec diffiteor me primis diebus aduentus nostri in insulam aliquando turpiter deceptum fuisse; pro insigni miraculo habebam, nec quod pueri in faba inuenisse iactabam, cum congelatum

tale cimnelium inuenirem , incius e quo hospitio venerit , argumentabar ex praemissis falsissimis verissima conclusione huic insulae oppositam esse in vicinia Americam [tunc temporis enim nondum nobis visa erat terra continens ob autumnales nebulas] ratio quod cum equi non habeantur in terris Kamtschaticis , verum in Americae partibus , excrementa autem huedum integra allata fuisse nec dissoluta , indubium esse signum vicinae terrae.

Totus intestinorum tractus a gula vsque ad anum solertissime expurgato Augiae stabulo mensuratus 5968. pollices conficiebat , adeoque intestina 20½. vicibus toto animante longiora sunt.

Mesenterium valde crassum ac pingue , multis glandulis iuglandis et glandis mole obsessum. Vasa lactea , aequae ac lymphatica , licet calentibus intestinis , ob mesenterii praepinguis et crassi opacitatem obseruare non licuit , quippe venae auricularis digiti crassitie liuide et obscure saltem transparent.

Pleuram validissima duplex membrana constituit , inter hanc musculus vnus continuus 1. pollicem crassus interiectus , vtrisque latera obuexit.

Vesica urinaria 2. lineas crassa , validissima , mole humanum caput non superabat , ac bubula minor erat.

Aspera arteria non ex circulis aut semicirculis cartilagineis conflata , sed insolitae prorsus structurae erat. Cartilago vna continua est in spiram contorta , tam interne , quam externe valida membrana continente obuexit , spirae autem arteriae asperae non vbius latitudine aequales sunt , sed in aliquibus locis superioris circuli excauata ora inferioris circuli oppositam eminentiam gibbosam oram excipit ,

cipit, adeoque cum ope duplicis membranae arteriam asperam cingentis spirae cœrceantur, ne introrsum vel extrorsum luxentur, per hanc reciprocā vero insinuationem prohibentur annuli ne versus latera luxentur. Hac structura spirali arteria aspera infra glottidem in ramos diffusa in branchias pergit, ac in ipsa pulmonum substantia talis cernitur, forte ob nullam aliam rationem, quam quo continuitate horum spiraliū circularum praegrandem et ponderosam pulmonum molem respirando facilius attollere possit, quo minus muscoli aut aliud quidpiam in dorso sitorum pulmonum motum iuuare possunt.

Glottis vt in boue, epiglottide longe tamen arctius et firmiter quam in terrestribus quadrupedibus clauditur, ita et epiglottis comparate longe crassior est. Diameter asperae arteriae infra glottidem est $4\frac{2}{3}$. pollicum.

Glandula Thyroidea praemagna est discissa copiosum succum fundebat duplicis consistentiae et coloris. Is scilicet, qui e glandulis minoribus et exterioribus discissis exsudabat, lactis colore tinctus erat, consistentior autem hucdum lacte ouillo erat, sapore dulcis, qui vero e media discissa glandula seu receptaculo glandulae in peculiari membranoso sacco continebatur, pultis farinacei consistentia glutinosus, cum leuissima amarulentia subdulcis, colore flavide albus erat. Maximopere dolui, quod antequam huius glandulae curiosior inspectio mihi in ultimo, quod aperueram, animali in mentem venerit non cauerim, quo integram asperam arteriam cum gula, corde et reliquis visceribus eximendam curassem; quod vero in tantae molis animante nisi multis hominibus adiuto impossibile est, quo obseruarem, an non succum hunc per ductum aliquem in pe-

culiare viscus exoneraret, siue ventriculum ex mente Ver-
cellonii vel aliorum, ductum quidem iam abscissum ob-
feruam, quorsum vero pergat nec vidi nec hariolaris volo.

Quod ad cor attinet, illud multis nominibus ab omnium
animalium cordibus differt. 1.) Situ apex cordis versus
sternum oblique, basis vero versus dorsum dirigitur. 2.)
Connexione, cor mediastino non adhaeret, sed quaqua-
versum liberum est et mediastino in vniuersum caret. 3.)
Pericardium quidem habet, hoc vero ipsum cor non pro-
xime ambit, et saccum; sed cavitatem potius spatiosam
in thorace efformat ac thoracem obuestit, superius ver-
sus dorsum, basi cordis, pericardium cordi proximius est
quam vllibi alibi. Cor ipsum cum animal pabulatur cum
pericardio a dorso versus sternum non omnino ad perpen-
diculum sed oblique tantillum pendet, adeoque pericar-
dium ibi mediastini vice fungitur, inferius versus abdo-
men pericardium diaphragmatis interiori parieti affigitur,
vnumque cum illo parietem constituit, ita et pleurae ad
latera adhaeret. 4.) Ratione magnitudinis bilanci appen-
sum pendebat 36½ libr. et longum erat a basi ad apices 2
pedes 2. pollices, latum ab vnius auriculae extremitate ad
alteram 2½ pedem adeoque latius, quam longius. 5.) Ra-
tione formae latum et crassum magis quam longum, nec
quae omnium praecipua differentia est, a basi versus api-
cem trochi more in vnum, sed in duos apices definit
pro numero ventriculorum, haec vero fissura apicum cor-
dis ad vnam tertiam cordis pertingit, abhinc ambo api-
ces rursus in vnum coeunt, ac septum cordis efformant,
ventriculos cordis discriminans; apex sinister tantillum dex-
tro longior ac ambitu crassior. Vnus quisque ventriculus
cordis.

cordis infra septum: in apicem suum: ulterius elongatur, contenta cordis trabes scil. sulci: non tantum magnitudine et rebore, sed et numero cordis humani supellecilem vincunt, valvulae eadem: tam in pulmonali quam vena: caua: aorta: et arteria: pulmonali quae in homine. Basis cordis permulta crassa pinguedine veluti farcimine circumposita: cingitur $1\frac{1}{2}$ pollicem lato: quaquauersum aequaliter. Infra hanc venae coronariae cordis amplae cernuntur, intus pariter valvulis obsessae, quas nullibi antea in aliis animalibus obseruaram: Foramen ouale, magna quidem industria: pariter ac ductum arteriosum Botalli peruium, sed frustra quaesivi, discissa cavitae pericardii, dimidiam canitatem liquore pericardii repletam inueni, vt vel hac solae quantitate adducar, quo credam, liquorem hunc praeternaturalem esse sub lenta: et anxia morte animalis: vnde: cumque etiam: stillet in: hanc cavitatem: demum: collectam.

Pulmones duo: praelongi et lati et ad medium abdomen: extensi lobi sunt, in quouis latere ad spinam dorsum: vnus, liberi: tamen: nec vllibi accreti, in quo ab auium: pulmonibus, cum: quibus situ: in dorso: conueniunt, discrepant, quilibet lobe: membrana: exterius validissima obducitur, adeoque si externam structuram et colorem, pulmonum: consideres, vix: pro: pulmonibus: habeas.

Hepar duobus: lobis praemagnis et tertio: plane: peculiaris figurae: constat, tertius: scilicet fere quadratus in eadem: fibrorum ferratiorum refert, in medio: intra: duos maiores: locatur, supra: illos: attollitur ac immediate sterno: subiacet, exterius: hepar: validissima: neruea: membrana obducitur, ita: vt nihil: minus quam: hepar: referat, per: hanc: membranam: in parte gibba: venae celiacae: rami: valde tumentes

R. r 3

instar

instar arbusculi coerulei transparent. Membrana hac discissa substantia epatis apparet, colore fusca magis quam boum, valde tamen mollis et rarissimae structurae, ita ut ad tactum velut putrida sub manibus diffluat.

Cysti fellea caret, ductus autem cholidochus ut in equo quinque compositos digitos facile admittit, adeoque capacissimus, dimidiam lineam crassus, validissimus, foris albidus, intus croceus est, ac ad ostium in duodenum vna cum pancreatico in vnum canalem coalescit.

Renes iuxta spinam dorsi vtrinque in cavitate lumborum reconditi 32. pollices longi et 18. lati, forma renum ordinaria, validissimae membranae inclusi, qua detracta permulti apparebant renunculi eiusdem formae ac in phoca et lutra marina, verum magnitudine hos multum superant 2 pollices in superficie longi et 1½ lati, pyramidati versus interiores apices; quilibet horum renunculorum peculiari vrethere papilla et arteriola singulatim instruitur, vretheres 6. maiores ramos praecipue constituunt, ac tandem per vnum canalem vrinam deferunt in vesicam vrinariam, pelvis autem ut in elephante.

Capsulas atrililarias aequae ac lienem ex obliuione preterii, pariter ac interna generationis organa ac multa alia, quae mihi in mentem deiaceps venerant, cum iam plura obseruandi nec tempus nec occasio amplius supererat.

OSSIVM BREVIS DESCRIPTIO.

Ad ossa Manati quod attinet capitis ossa soliditate et robore equina referunt, reliqua vero et magnitudine et soliditate omnium terrestrium animalium ossa vincunt.

Cranii ossa coniunctim nec equino capite maiora, nec forma, nec osium coniunctione multum differunt.

Cranium absque vlla futura integrum anterius duobus processibus duris versus narium ossa extenditur ac arthro-dia diarthrodes ossibus nasi et maxillaribus iungitur, ossa vero nasi maxillaribus ginglimo diarthrodes iunguntur. Ossa nasi rudi futura iunguntur. Os temporum cranio futura, os accipitis autem harmonia iungitur, durissimum ac fere faxeum est. Maxilla inferior in adultis ex vno, in vitulis duplici osse constat.

Caput a naribus vsque ad occiput 27. pollices longum, ad occiput 13½ pollicem latum.

Vertebrae in vniuersum 60. sunt, 6. colli, 19. dorfi, 35. caudae.

Costarum verarum 5. paria, spuriarum 12.

Vertebrarum colli corpora angusta sunt, generali structura equorum colli vertebris similes, quantum vero differant specialibus quibusdam differentiis, nolo indicare, cum libris et sceleto equino destituar, nec memoriae et phantasiae credam.

Vertebrarum dorfi spinae acutae et latae sunt, ac non obstante crassa cuticula crassoque panniculo adiposo in siccis animalibus valde eminent ac conspicuae sunt.

Vertebrae dorfi e regione ventriculi et hepatis interna parte acuminatae euadunt, reliquae vero omnes rotundae sunt, ac eminentia hac acuminata carent.

Vertebrae caudae singulae processus 4. singulares habent, laterales longae ac latae sunt, exterior processus lateralibus similis latitudine, sed breuior, interiores processus singularia ossa sunt Lamda graecorum exprimentia corpori
verte-

vertebrarum per lineam iunguntur et validissimis ligamentis firmantur. Omnes vertebrae plurimis robustissimis latis tendinibus secundum longitudinem invicem coniunguntur, et quaquaversum ita obteguuntur, ut prae illis nec ossa in conspectum veniant.

Costarum verarum 5. paria sterno iunguntur cartilaginibus, tam verae, quam spuriae omnes solidae sunt, valde ponderosae crassae.

Sternum superiori parte, qua costae iunguntur, cartilagineum est, inferiori versus scrobiculum cordis ad $1\frac{1}{2}$ pedem osseum.

Loco ossis innominati coxae duo ossa, utrimque unum magnitudine et forma vnam sceleti humani referentia, ac fortissimis ligamentis ex vna parte vertebrae 35. ex altera ossi pubis iunguntur. Claviculis caret.

Brachia e 2. ossibus tarso et metatarso constant.

DESCRIPTIO MORVM ET NATVRAE.

Abstinuiffem a proluxa descriptione huius animalis, nisi quae proflent historiae Manati breues, frigidas, fabulosis ac falsis suppositionibus scatentes vidiffem pro more seculi prioris et superioris, vbi rerum naturalium scriptores, quae potuerunt oculis videre tantum per transennam aspexerunt, rimantes occultos animalium mores, amicitias et inimicitias cum aliis animalibus, ingenium et sexcenta alia, nihil omnino ad rem pertinentia, resque clarissimas plusquam cimmeriis tenebris inuoluentia.

Ego potius id egi, ut externae formae claram et succinctam ideam darem, dein internarum partium structuram, convenientiam cum aliis et disconuenientiam scriberer,

tarer, exinde mechanismos ac naturam animalis declararem, denique usus partium in cibo, medicina aliisque rebus, postremo quae de motu, natura et moribus ipse vivente animali observarem, verissime adderem.

Ne vero omnia ex voto cederent, in culpa fuerunt, tempestas circa illud tempus, cum caperentur, fere constanter pluviosa, frigida, observationes subditi instituendae, aestus maris, greges nequissimarum Isatidum improbo dente omnia laceffantes et sub manibus subducentes, quippe lustranti animal chartas, libros, atramentarium abstulerant, scribenti animal laceffarunt, ipsius animalis vastitas et partium moles, ubi solus observator et operarius esse debui, reliqui omnes de fruenda naui et liberatione nostra abhinc solliciti erant, qui circa vesperam meis sumptibus ad unam horam conducebantur ad rudes quosdam labores, inficii et pertaesi omnia discindebant, ac pro suo ingenio egerant, eorumque labes et damnum hucdum ne me prorsus destitnerent laudari debuerunt. Nullum viscus integrum eximere nec exemptum explicare potui, ut solidi quid agerem, ita ut quantum gaudii e quibusdam observatis, decuplo plus tristitiae ac tedium ex iis conciperem, quae utilia intacta praeterire debui, adeoque benevolos lectores, ne perfecta hac manca descriptione de mea voluntate et studio, quam potius de circumstantiis iudicare velint rogo.

Praeparavi sceleton vituli manati, cepi cutem cum cuticula seorsim separatam gramine factam mecum apportare, ac cum haec ob nauigii paruitatem impossibilia viderem, spolia saltim mecum sumere, sed et haec frustra; Ita et cum Leone et vriso ac Lutris marinis in animo

habui, nec in Kamtschatico continente spes superest omnium potiundorum, verum actum egi.

Desistam autem quaerelas et impedimenta narrare et primum moneo. Manati non esse bouem Aristotelis, cum nunquam Manati in sicco pascatur et parum interessè an sit, cum non descripserit, imo quod verius, nec viderit nec fando quicquam de hoc animali audiuerit. Secundo moneo, Lopezius Franciscus Hernandez autoptas, et ex illis Clar. Clus. et Raium seductos multa de hoc animali offerre, quae veritati et autopsiae minus consentanea.

1. Caret hoc animal pilis in vniuersum, quod vero pili vocari possent, setae potius aut calami fistulosi sunt, circa os et sub pedibus solummodo obuii.

2. Caput huius animalis non est vitulinum, vt Cl. Clusio, nec bouillum vt Hernandez placuit, sed quoad integumentis tectum, nulli animalium simile, verum suae et singularis formae.

3. Pedes in vniuersum vnguibus destituuntur, verum cutis eas ambit, ea prorsus ratione, ac amputatum membrum, ita vt super cute incedat eo loco setis hirta.

4. Aeque falsum est, quod Hernandez vngues humanis similes huic animali tribuat, quo Vaccam homini Platonico similiorem redderet, cum digitis in vniuersum careat, simul ac vnguibus, nisi forte vngula equi, cui quodammodo similis, vnguis humani speciei cuidam imponat.

5. Ita et vel ex hoc patet quantum huic studio tenebrarum offundat, si falsa praesupponimus et falsiora conclusione elicimus, vt interim aliquid dicamus. Quod omnes auctores unanimiter affirmant, animal hoc fluvios ascendere et gramina, quae secundum ripas deprehendere possit,
de-

depasci, cum forte a plebeis audiuerint graminihus vesci, verum non in terra crescentibus, sed fucis marinis.

6. Nec speciem veri habet, quod tradant super saxa iacere, in continentem exire, vt taceam disparatam omnino huius animalis structuram esse ad motum in sicco: contigit quidem vna vice, vt somno sopito animali retrocedens mare undas subtraxisset ac animal in sicco relinqueret, sed et inerme et fuga sibi consulere impotens miserime propterea fustibus et securibus oppressum fuit.

Manuescere hoc animal credibilius esset, quam quae de mira eius sagacitate historiulae circumferuntur, cum propter nimiam stupiditatem et vorandi auiditatem, vel non mansuetum mansuetum sit. Contigit mihi infausta occasione per 10. menses horum animalium mores et consuetudines quotidie ante tugurii ostium obseruare, hinc quae mihi verissime obseruata fuerunt, breuibus subiungam.

Amant haec animalia loca vadosa et arenosa circa litus maris, lubentissime autem degunt circa ostia riparum et fluiolorum, aquarum irruentium dulcedine allecti, et quidem semper gregatim; nondum adultos ac tenellos ante se quidem agunt in pastu, verum a tergo et latere sollicitate cingunt et medios semper in grege seruant, aestu aucto tam prope ad litus accedunt, vt non tantum baculo a me et lancea saepe petiti fuerint, sed et manu interdum illorum tergora demulcerem. Illata fortiori iniuria nihil aliud agunt, quam quod a litore longinquius discedant, post breue tempus obliti iniuriae denuo accedant. Degunt communissime in vicinia integrae familiae, mas cum foemella adulto vno et paruula tenella prole: monogami mihi videntur, quouis anni tempore pariunt, communissi-

me autem autumnno, ut ex paruulis recens natis circa illud tempus diuinabam, hinc vero, quod primo vere potissimum generare obseruavi, conclusi ultra annum foetum in utero gestare, non plures vno vitulo parere, ex cornuum breuitate et bino mammarum numero concludo, neque praeterea plures vno vitulo vnquam circa matrem obseruavi.

Vorant autem haec voracissima animalia indefinenter, ac prae nimia auiditate caput semper sub aquis habent, parum sollicita, de vita ac securitate, ita ut cymba vel nudus, medius inter ipsos versari, ac quemcumque e grege vno ferire velis, secure eligere possis, omnis sub passu labor ille est, ut elapsis 4. aut 5. minutis nares ex aquis exferant, aerem et pauillum aquae cum strepitu equorum ruspationi simili essent: inter pascendum autem vnum post alterum pedem lente antrosum mouent, adeoque partim placide natant, partim quasi gradiuntur, ut boues et ones inter pascendum. Dimidia pars corporis, tergus scilicet et latera eminent semper ex aquis: inter pascendum lari dorso insidere solent, ac pediculis illorum intra cuticulam haerentibus recreari, eadem ratione ac cornices porcorum et ouium pediculis solent. Denorant autem non omnes promiscue fucos, sed praecipue Crispum Brassicae Sabaudicae folio, cancellatum 2.) fucum clauae facie, 3) fucum Scuticae antiquae Romanae facie 4.) fucum longissimum limbis ad nervum undulatis: ubi vel per unum diem hospitati fuerint, ingentes radicem et stipitem acerui a fluctibus in litus eliminati cernuntur. Ventribus repletis aliqui inter illos supini in dorso amittunt, retrocedente aestu ne in sicco relinquuntur, retroceduda litore longinquius, hyeme a glacie circa litus natante saepe suffocantur et mortui in litus eiciuntur, quod et fit, si vndis
 impe-

impetuosè circa faxa ventilatis impliciti faxis illiduntur, hyeme adeo macilenta sunt haec animalia, vt praeter spinam dorsi omnes costae appareant. Vernali tempore more humano cœeunt, ac praecipue circa vesperam tranquillo mari, antequam vero congregiuntur, praeludia multa venerea praemittunt, foemella placide natat hinc et inde in mari, mas vero semper sequitur, hunc foemella tam diu multis gyris et maeandris eludit, donec morae vltioris ipsa impatiens velut delassata ac coacta se in dorsum resupinet, quo facto mas furiosè superueniens libidinis tributum soluit, ac ambo in mutuos amplexus ruunt. Captura illorum magno ferreo vncō peragebatur, cuius cuspis ancorae spatulam referebat, altera extremitas mediante ferreo annulo funi praelongo ac valido alligabatur, hunc vncum fūmebat vir robustus, ac vna cum 4. aut 5. aliis cymbam conscendebat, et lente vno tenente gubernaculum 3. aut 4. remigantibus properabat ad gregem. Percussor stabat in prora, vncum manu tenebat, quam primum vero adeo prope erat, vt e cymba ferire possēt, feriit, quo facto 30. viri in litore stantes, altera funis extremitate arrepta animal tenebant, et inter anxios resistendi conatus magno labore ad litus trahebant, qui vero in cymba erant alio fine se firmabant, ac animal continuis ictibus adeo defatigabant, donec lassatum et quietum penitus pugionibus, cultris ac variis armis conficeretur et in continentem traheretur. Quidam e viuo animali ingentia frustra excindebant, omne quod animal agebat illud erat, vt caudam vehementer vibraret, anterioribus brachiis adeo reniteretur, vt saepe ingentia cuticulae frustra desilirent, insuper valide et velut cum gemitu spirabat, e dorso vul-

nerato sanguis salientis fontis instar in altum spargebatur, quam diu caput sub aquis occultaret sanguis non effluebat, quam primum vero elato capite spirabat, sanguis denuo profilibat, ob id quod primum pulmones in dorso iacentes vulnerarentur, qui quoties aëre denuo implerentur, robur sanguinis proficientis auferent, e quo phœnomeno vix non concludebam circulum sanguinis in hoc animali vt in phoca duplici ratione absolui, in libero aëre per pulmones, sub aquis vero per foramen ouale et ductum arteriosum, licet ambo non inuenerim: quod vero simul respirarent aliter ac pisces propter deglutitionem ciborum solidorum potius quam propter circulationem promouendam contingere arbitror.

Facilius autem capiuntur adulta et prægrandia animalia, quam vituli, propterea quod vituli longe impetuosiori motu mouentur, et licet vnus integer maneat, cute tamen rupta libere euadant, quod non semel attentatum.

Quodsi vero animal quoddam vnco captum moueri impetuosius incipit, vicina saltim in grege et propinqui mouentur, et ad auxilium ferendum captiuo incitantur. Qua propter alia dorso cymbae euerfionem moliuntur, alia funi incumbunt eundemque rumpere fatagunt, aut vibratione caudae vncom e vulnerati dorso emouere allaborant, quod aliquot vicibus non infelicitè tentarunt. Curiosissimum ingenii et amoris coniugalis argumentum est, vt masculus captam et vnco tractam foemellam, postquam liberationem eius omnibus viribus sed frustra tentasset, multisque verberibus propterea a nobis affectus fuisset, nihili tamen minus ad lius vsque profecqueretur et aliquot vicibus insperato veluti sagitta emissa ad illam iam defunctam appropinquaret.

Altero

Altero die cum summo mane accederemus , quo carmen in frustra scinderemus , ac domum portaremus , masculum rursus foemellae suae adstantem inuenimus , quod et tertia hucdum die vidi , cum propter lustranda solum intestina solus accederem.

Quantum ad vocem mutum est animal , nec vllam vocem edit , sed fortiter solum spirat , et vulneratum velut suspiria ducit. Oculis quantum valeat et auribus , affirmare non audeo , vel saltim ob id parum vident et audiunt , quod caput subinde sub aquis contineant , imò animal ipsum vsum horum organorum negligere et contemnere videtur.

Inter omnes , qui de Manati scripserunt , nemo plenior et curatiorem curiosissimo ac diligentissimo Capitaneo Dampiero concinnauit in itinerario suo Anglicano idiomate edito 1702. Londini. Nec quidquam perlegenti mihi censura dignum videbatur , licet pauca quaedam in nostrum animal non quadrarent , refert enim dari 2. species Manati , quarum vna plus oculis minus auribus , altera plus auribus minus visu valeat , quae vero affert de venatione huius animalis , quod Americani absque vlllo strepitu et voce accedant , ne fugent manati , citra dubium ita est in locis , vbi crebro capiuntur , ac homines sibi obnoxios esse longo vsu didicerunt , eadem ratione ac Lutrae , Phocae , Isatides , quae in hac deserta insula nunquam antea hominem viderunt , aut securo otio indulgentes turbati fuerunt , a nobi aduenis in insulam Beringii absque vlllo labore occidebantur , cum iam aequae ferae redditae sint , ac in terris Kamtschaticis , ac non tantum viso hoste , sed mare vestigia diuinante , fuga sibi praecipiti consulant.

Acci-

Accidit aliquoties, ut animalia haec circa promontorium Kronozkoi Nos dictum aequè ac circa finem Awatscha a tempestatibus mortua eliminarentur, vocantur a Kamtschadalis ob victum sua lingua Kapustnik, *Kraut Emser* quam rem demum post reditum 1742. cognovi. Quod denique ad usum partium huius animalis attinet, cutis crassa firma ac tenax ab Americanis ad soles calceorum, cingula, prodente Hernandes, adhibentur. Cutem audio a Tschuktchis ad lintres adhiberi, qui eandem baculis distendere et eadem ratione usurpare solent, ac Koraecica gens coria phocarum maximarum Lachtak dictarum.

Pinguedo sub cuticula et cute totum corpus ambiens palmum, in aliquibus locis vix non dodrantem crassa, glandulosa, consistens, candida, soli vero exposita butyri martialis instar flavescens, ut gratissimi odoris ita et saporis est, cum nulla marinorum animalium pinguedine conferenda, quin imo quadrupedum adipi longe anteponenda: praeterquam enim, quod diutissime etiam calidissimis diebus conservari potest, nec rancorem, aut foetorem ullum contrahit, excocta ita dulcis et sapida, ut omne butyri desiderium nobis excusserit, sapore ferme ad oleum amygdalarum dulcium accedit, iisdemque usibus omnibus, quibus butyrum, destinari potest: in lampade clare absque fumo et foetore ardet. Nec forte eius usus in medicina contemnendus est, quippe alium leniter solvit, poculis ebibita neque nauseam, neque appetitus deiectionem procurat, et ut puto calculosis pluris, quam ossa masticatoria seu lapides sic dicti Manati prodesset. Pinguedo caudae durior ac consistentior adeoque cocta delicatior. Caro fibris quodammodo robustioribus ac crassioribus ac bubula constat, rubi-

rubicundior terrestrium animalium carnibus, et quod mirum, etiam calidissimis diebus in libero aere diutissime absque foetore seruat, licet vermibus vndeque obsita sit. Rationem huius rei allego, quod cum animal a solis fucis et herbis marinis sustentetur, fuci autem hi pariori sulphure, largiori portione salis marini et nitri consent, salia haec sulphuris exhalationem, carnis emolliationem et resolutionem, eadem ratione prohibeant, ac salia inspersa carni, aut muria salis, idque eo magis, quo intimius haec salia substantiae carnis immixta ac cum sulphureis partibus fortius cohaereant.

Caro licet diuturniori coctione opus habeat, cocta optimi saporis est, nec facile a bubula discernenda. Adeps vitulorum lardum suillum recens ita refert, ut vix discernas, caro autem nec quicquam a vitulina differt, coctione cito emollitur ac durante ea instar suillae iunioris ita intumescit, ut altero tanto maius in olla sibi vindicet spatium, quam antea.

Pinguedo tendinosa, circa caput et caudam vix elixationi paret; musculi contra, abdominis, dorsi et laterum longe praeferendi sunt, salitorem non tantum, ut multi putarunt, non respuit, sed tantum mansuescit, ut bubulae salinae per omnia similis euadat et sapidissima.

Viscera cor, epar, renes, nimis dura sunt, nec multum nobis expetita erant ob id, quod carniū maxima copia esset.

Pondere animal adultum circiter 8000. libras 80. centenarios seu 200. pud Russica pendet.

Tanta autem est multitudo horum animalium circa hanc vnicam insulam, quae Kamtichatkae incolis alendis constanter sufficit.

Manati peculiari insecto veluti pediculo infestatur, hoc plerumque brachia rugosa, mammas, papillam, pudendum, anum et seruposa acetabula cuticulæ occupare et inhabitare solet magno numero, ac dum cuticulam et cutem perforant, ab extraneato liquore lymphatico verrucæ hinc inde conspicuæ oriuntur, ita et infecta hæc Laros inuitant, ut tergis horum animalium in hærentia rostris suis acutis gratam hanc venentur escam, animalibus autem ab iis vexatis amicum et gratum officium præstent.

Insecta hæc dimidiam plerumque unciam longa, annulosa, hexapoda, candida aut subflava, diaphana sunt. Caput oblongum, acutum, milii semine maius. E fronte antennulæ geniculatæ duæ breves $\frac{1}{2}$ lineam longæ exporriguntur. Loco mandibulæ inferioris duo tenuia, bis articulata brachiola squillæ instar habet, extremitate acutissima et clauata. Reliquum pro numero pedum, senis conflatur annulis, in dorso convexis, $\frac{1}{3}$ lineæ latis, thoracis autem annulus duplo latior, reliqui caudam versus sensim angustiores. Thoracis annulus dimidiam lentem refert: huic ad latera par chelarum crassarum binis articulationibus adnascitur. Chela quævis aculeo flexili præfinitur, quibus firmissime Manati cuticulæ infixis adhaeret, reliqui pedes graciliores, omnes aculeis præfiniti et sensim breuiores. Vltimæ duæ breuissimæ, e caudæ annulo orbiculari egressæ ipsum corpusculum præfinit, ac dum insectum graditur, dirigunt.

DESCRIPTIO BESTIAE MARINAE DAMPIERO

Primum visae et sub nomine Vrfsi marini descriptae. Russis vocatur Kot, gentilibus ad Simum Penschinicum Tarlatschega. Descripta d. 28. Maii 1742. in insula Beringii. Maximae circiter 1820. pud Russica aut 800. libras pendent.

Ad Scalam Anglicanam dimensiones habuit sequentes.

	Poll.	Dec.
Ab apice rostri vsque ad pesteriorum pinnatorum pedum digitos medios extremos	90	2
Ab apice rostri ad apicem caudae - -	79	4
Cauda brevis longa - - - - -	2	
Pes pinnatus posterior longus - - - -	22	8
Pinna posterioris pedis ad exortum lata -	6	1
Ab exortu pedis posterioris ad vnguium radices	12	8
Vnguis maximus, medii digiti, longus -	1	3
Vnguis idem latus - - - - -		4
Pinna ipsa posteriorum pedum extremitatibus expansis lata - - - - -	12	2
Pedes pinnati anteriores longi - - - -	24	
Pes pinnatus anterior ad exortum latus -	8	
Pes pinnatus anterior ab apice exteriori vsque ad pilorum initium, transuersim latus -	12	
Ab initio pinnae, qua pili deficiunt, vsque ad vnguium radices - - - - -	14	2
Vngues quantum prominent, nec sub cute delitescunt, lenticulares, 2. lineas longi et totidem lati.		
Ab apice labii superioris ad nares - - -		8
Altitudo narium oualium - - - - -		8
Columna narium lata - - - - -		4

T t 2

Ab

	Poll.	Dec.
Ab apice labii superioris vsque ad oculi canthum maiorem - - - - -	5	2
Ab oculi cantho maiori ad minorem - -	1	6
Ab apice labii superioris vsque ad auricularum radices - - - - -	8	3
- - - - - ad oris frenum	3	5
Aures longae - - - - -	1	8
Mandibula superior prae inferiori prominens	1	9
Altitudo rictus aperti - - - - -	4	3
Setae mystacis longissimae - - - - -	6	
Peripheria capitis post aures - - - - -	30	4
Peripheria corporis ad humeros - - - - -	60	
Peripheria ad anum - - - - -	20	
Ab apice rostri vsque ad vaginae penis aperturam	60	2
Ab apice rostri vsque ad anum - - - - -	70	3
Totus intestinorum tractus a gula ad anum itaque intestina 15. vicibus toto animali longiora sunt.	144	
A gula vsque ad pylorum. - - - - -	90	
In infantulo recens edito intestina 13. vicibus animali longiora erant.		

FORMAE AC PARTIVM EXTERNARVM DESCRIPTIO.

Animal hoc marinum fere amphibium, vel praegrandi vrsō maius, figura capitis et corporis nulli animalium inter terrestria similius est, quam vrsō, si pedes et posteriorem partem corporis excipis, haec enim peripheria sua subito decrescit, debilis et gracilis euadit, ac in conicam figuram abit.

Caput

Caput vrsinum quidem refert, sed ob cutem crassam et subiacentem panniculum adiposum ibi 8. lineas crassum, vrsino multo crassius est et rotundius, licet musculis, cute et pinguedine spoliatum oblongum et parum ab vrsini sceleti capite differat.

Os paululum vt in vrso et canibus protractum, versus oculos frons subito in gibbum assurgit. Extrema pars capitis, nares, carne dura, nigra, pilis carente, rugosa, cute vt in vrso et canibus praefiniuntur. Nares ouales, duplices, patulae, simili columna cartilaginea interseptae.

Labia extrorsum tumida, barba quadam prolixa, sed rara, e fetis candidis, rigidis, plerumque trigonis varii ordinis, longitudinis atque crassitiei, constante superbit, setae longissimae 6 pollices aequant.

Labia introrsum versus fauces rosei coloris, fuscis maculis varia, laciniata ac serrata sunt prorsus vt in canibus.

Fauces ad rapinam aptae, vtriusque maxillae dentium acutissimorum serie circumseptae sunt, quorum alterius ordinis acies alterius interstitium mutua commissura ita excipit, vt rictum suum ad rapinas aptum eo arctius claudere, et praedam semel arreptam minime excidere sinat.

Dentium numerus, ordo et figura sequens.

In maxilla superiori dentes incisores habet 4
Hi incisores in summitate duplices geminati et, vt ita dicam, bifurcati sunt, hinc dilacerando et firmiter apprehendendo eo aptiores, hi autem incisores extremum rostri occupant.

Iuxta hos vtriusque vnus caninus 4. lineas longus, acutissimus et in fauces recurvus.

2
Hos

Hos denuo in vnoquoque latere caninus 8. lineas longus, acutus, in os recuruus comitatur, quibus ferocissime in pugna sibi inuicem vulnera infligunt, iisque vtuntur eadem prorsus ratione, vt apri inimicum sursum feriendo, praecipue iis, quae in inferiori maxilla habentur. 2

Latera maxillarum denuo 6. in vnoquoque latere acuti canini dentes amant, locumque molarium occupant, quibus in vniuersum carent, e quo colligo rapacissima, crudelia animalia esse, omniaque vix non integre, discerpta saltim, deuocare; hi dentes saltim quantum e gingiuis prominent 2. lineas longi sunt. 12

Adeoq; coniuuētū dentes maxillae superiori insunt 20

Maxilla inferior gaudet incisoribus prioribus 4
similibus caninis 1. pollice longioribus, interna parte, qua fauces spectant cultellatis. - - - - 2

Loco molarium in quouis latere - - - 10

Caninos rectos vt insuperiori maxilla - - 5

Adeoq; dentes in vniuersum - - - 36 habet.

Palatum rugis asperum, in hoc tonsillae paruae loco ordinario suspenduntur.

Lingua instar vitulinae papillis aspera, ipso apice vt in phoca bifida, 5. pollices longa, sesqui lata, sub lingua vtrisque ad frenum duae appendiculae breues conspiciuntur, tres lineas longae, fauces intus albae sunt.

Oculi valde prominentes, amplii, magnitudine fere bovillos attingentes: iris nigra, pupilla Smaragdi instar luces, maioris glandis plumbeae mole: pupilla exempta viscosa est,

est, et veluti e gummi Arabico conflata, coctione ut in piscibus induratur et candida euadit. Oculi externe palpebris instruuntur et ciliis, oculos panniculus carnosus in cantho maiori delitescens ut in noctua, phoca, mauiati, lutra marina exigente necessitate obuelat.

Auriculae externae ut in leone marino et lutra marina se habent, paruae, acutae, conicae, rigidae et erectae sunt, breuissimis pilis tectae, intus glabrae et politae, rima saltem oblonga et angusta patentes, quas, dum sub aquis moratur, contrahere et, ne aqua irruat, claudere potest, post aures sub cute parotides, oui columbini magnitudine iacent, e multis paruis et laxe cohaerentibus glandulis conglobatae.

Collum crassum, pariter ac reliquum corpus, ac satis bona proportione gaudet, circa lumbos vero ad anum usque subito decrescit; curiosissimum et in quo ab omnibus animalibus terrestribus et maritimis, excepto leone marino, primo statim intuitu distinguitur, pedes sunt tam anteriores, quam posteriores.

Pedes 4. quos quadrupedum instar habet, voco pinnatos, ob id quod illis incedat, iisque insistant quadrupedum more, anteriores osse humeri, vlna, radio, carpo et metacarpo imo digitis constant; posteriores osse femoris, tibia, fibula, tarso, metatarso ac digitis: pinnatos vero voco, quod anteriorum pedum digiti, in vnam massam coaliti, pariter ac posteriorum, qui laciniatis et membrana intercedente coniunctis digitis, hucdum clarius palmipedum pedes referunt, pinnarumque usum natando praestant.

Pedes

Pedes anteriores non vt in phoca sub cute latitant, verum integre, vt in quadrupedibus exferuntur et extrorsum apparent, pilis teguntur; carpus, metacarpus et digiti pilis orbi, cute nigra teguntur, superne glabra, inferne sulcis ac rugis vt vola manus incisa, inque vnâ massam coaliti spatulam referunt vel vomerem. Carpus 7. constat ossiculis, ossium tarfi humani figura, ossa metacarpi atque digitorum nihil vere a naturali lege aberrant.

Digitus 5. habentur, pollex tribus ossibus articulis constat ac epiphyssi cartilaginea molli, vt reliqui omnes, reliquis digitis longior est, caeteri sensim breuiores pari ratione ac pollex pedum humanorum. Ob id propter incessum solum fabricati pedes anteriores videntur.

Digitus 2dus tribus pariter articulis ac simili epiphyssi cartilaginea constat, verum tantillum breuior est.

Digitus 3. et 4. quatuor articulis suffulciuntur, verum tertius breuior secundo et 4tus tertio.

Digitus quintus duobus saltim articulis gaudet, ac reliquis omnibus breuior.

Exterius tam in prona, quam supina parte pedum, nec vola, nec vestigium vllum articuli aut digiti cuiusdam conspicitur, sed vna massa vnumque solidum corpus videtur, structuram autem internam duo saltim obscura indicia produnt: nam in exteriori glabra parte pedis regioni articularum extimorum digitorum, vbi epiphysses cartilagineae iunguntur, vnguiculi tenuissimi et minutissimi, vel potius rudimenta vnguiculorum cernuntur, quos natura potius ne quid desit, quam quod profuit, addidisse videtur; hoc enim certo scio nullius vsus et emolumenti esse: alterum indicium est, quod vomeriformis pedis posterior margo

margo quinque obtusis laciniolis veluti undulatus sit, pro numero digitorum. Pinnatorum horum anteriorum pedum usus duplex est 1.) ut illis natet, hisque si velit sese in superficie aquarum contineat, iisque ad latera expansis in aquis ad perpendicularum erectus stet; alter usus est, ut illis incedat, ac erectus iis insistat, eadem enim ratione posterioribus pinnis copori substratis, anterioribus innixus sedet in faxis ac canes. In utroque casu digiti et epiphyse cartilaginei plantae, carpus et metacarpus calcanei vices obeunt. Cum autem corpus grande ac valde ponderosum sit, eundem in finem anteriores pinnati pedes crassiores, latiores et robustiores a natura formati sunt.

Pedes pinnati posteriores natando magis, quam incessui apti sunt, ac exigente necessitate manuum vices supplent: Eadem enim ratione ut canes, posterioribus pedibus caput et aures et quidem frequenter scalpunt, hic enim vere solus otioforum in continente animalium labor est. Enati sunt pedes posteriores in extrema corporis parte post anum, ut in phoca, colymbis, alca, graculo marino et aliis auibis marinis multum natatu, parum incessu valentibus, adeoque proxime adhaerent corpori, ut singuli scorsim quidem moueri, diduci tamen nequeant, hinc incedens animal in continente podici innixum et posterioribus pedibus ad latera expansis, anterioribus saltim graditur, et posteriorem partem corporis vna cum pedibus veluti inutile pondus, post se trahit, quibus fugientes in arena ad litus sulcos et canales veluti vomere ducunt, ac propterea ne arena sub ventre aucta impedimento sit, non recta, sed serpentina linea fugiunt.

Tibia et fibula sub cute delitescunt, nec extrorsum exferuntur, tarsus vero et metatarsus solummodo libere prominent et pilis teguntur, digiti autem 5. simili cute glabra et subtus virgata obducuntur, ut digiti anteriorum pedum: digiti autem multum longiores sunt, quam in anterioribus pedibus: extremus digitus officio pollicis fungens, tertia parte reliquis latior et eiusdem cum sequenti longitudinis, tres reliqui eiusdem latitudinis, infimus vero seu ultimus eiusdem cum pollice latitudinis, at reliquis breuior vno pollice; quatuor reliqui aequaliter longi sunt. Sunt autem pinnati pedes hi tenuiores anterioribus, ac digitorum articuli latiores, planiores et tenuiores; articuli quidem coniunguntur cute glabra, post articulos autem, ubi epiphytes cartilagineae incipiunt, pedes fissi et ut in palmipedibus aibus soluti sunt, adeoque pinna extrema [quantum cartilaginea] in 5. lacinias diuisa, singulaeque cartilagineae ad latera membranae augentur, ut in pedibus colymborum, quod ideo fit, ut exigente necessitate pinnam diducere, vimque corpus propellendi citius in aquis augere, natatumque accelerare possint. Extremitates harum laciniarum subrotundae sunt, pariter ac superiora digitorum interstitia, ubi cutis in lacinias abire incipit, digitorum quisque 3. articulis gaudet, excepto pollice, qui modo 2. fulcitur, tertium vero seu extremum articulum quemque unguis praefinit, oblongus, acutus, superne conexus, inferne excavatus: unguis pollicis et intimi digiti perparui, nullius usus; in tribus mediis digitis vnus eiusdemque longitudinis et latitudinis sunt, inque vna serie secundum latitudinem locantur, apophyses autem cartilagineae ultra tres quatuorue pollices hucdum exporrectae molles et, dum
animal

animal se fricat, deorsum pendent, nulloque impedimento sunt. Multum ab initio dubitavi antequam usum vnguiculorum in vivis animantibus cernerem, quid sibi vngues hi in mediis digitorum laciniis velint, cum nec apprehensioni, nec incessui firmando inferuiant, si autem extremas epiphyfes terminarent, ut in aliis animalibus, nihil omnino prodesse, quia nulli stabili corpori, verum molli saltim cartilagini affixae forent: Sulci autem subtus pedibus insculpti efficiunt, quo firmitus lubricis faxis insistere, ac super iis incedere possint.

Cutis quatenus pilis orba ita firmiter inhaeret ossibus, et mollibus cartilaginibus, ut nullomodo inde separari possit, nisi fervente aqua, aut vsulatione, quae res parando exuvio moram non exiguam imponit.

Cauda curta conica, apice acuminata, 2. pollices longa, post anum depressa, in interstitio pedum haerens, cute pilosa laxè circumdatur, ita ut ossa caudae sub cute veluti vagina recondita sint, ac pro lubitu emitti et reduci possint.

Penis 11. digitos longus, fulcro osseo 5. pollices longo praefinitur, eiusdem formae, ac in lutra marina. Post fulcrum penis osseum corpora spongiosa habentur.

Scrotum infra anum, cutis pilis carens nigra, rugosa, testiculos duos oblongos inuoluit.

Anus in extrema corporis parte intra pedes posteriores. Sphincter ani laxus valde, nigra rugosa cute obducitur.

Cutis crassa, ut in phoca: pili ut in phoca, sed quadruplo altiores ac erecti valdeque dense positi: fundus cutis mollissima lanugine tegitur, quae lanugo spadicei

vel subrufi non nihil coloris est, ut lanugo capreae Plinii. Pili longiores maribus senioribus circa collum, 2. pollices longi, erecti ac rigidi, hinc animal in sicco degens multum crassius videtur, quam in aquis, cum pili madidi sunt, et corpori apprimuntur: pili hi insuper nigri sunt, apices vero in valde senibus canescunt, in foemellis cinerei sunt, in multis pili omnes partim cinerei, partim subrufi sunt. Ob hanc pilorum crassitatem ac rigiditatem, ac cutis pondus, pelles parui penduntur, nec in censum veniunt, sed obducendis cistis, ut phocarum pelles, adhibentur. In terris Kamtschaticis a gentilibus soleis illis praegrandibus ligneis, quibus super nivem hyeme incedunt, sibiiciuntur. Cui usui ob pilorum glabritiem et densitatem in plano, ac rigiditatem in ascensu montium accommodatissimae sunt. Russici in Sibiria fimbrias pelliciorum his obducunt, recens nati autem pilo molliori cuti appresso aterrimo et prae nigrore splendente donantur. E ventribus matrum praegnantium excisorum infantulorum pelles Wiporotki a Russis dicti, his pulchriores, valde aestimantur, integrae vestes ex illis confuuntur, hinc et pretium harum in dies crescit, me 1740. veniente singulae emebantur 25. hastulis, cum vero 1742. ab itinere reuerterer 80. hastularum pretio vendebantur, adulatorum pelles dimidio vel vno rubello constant. Parui in insula Beringii meis manibus vestem e pellibus recens natorum catorum, eamque, memoriae ergo, ferus mecum apportabo.

DESCRIPTIO PARTIVM INTERNARVM.

Sub cute delitescit panniculus adiposus, totum corpus vndeque ambiens, ac peripheriam corporis vt in phoca insigniter augens, hic panniculus in capite 1. ferme pollicem in dorso et reliquo corpore 4. pollices crassus est, candidissimus, in foemellis gracilioribus masculis 2½ pollicem, in infantulis recens natis 8. lineas crassitie aequat.

Adeps horum animalium consistens in cellulis et vesiculis reconditus, non in liquamen abit vt phocarum, sed affando elici debet, seniorum pinguedo refrigerata congelatur, ac snillo adipi similis euadit, iuniorum vero oleaginosus et liquidus manet. Seniorum masculorum adeps et caro ob id negliguntur, quod veratrum respiciat hocque odore cito nauseam excitet, vix enim vnus nostrum ab eius commestione a vomitu et appetitus plenaria deiectione liber euasit: foemellarum autem caro delicatissima est, agnorum carni et pinguedini sapore similis, cito autem rancorem contrahit, nec diu seruari potest. Infantuli assati delicatissimi sunt, nec a porcellis assatis multum differunt, mihiq; obambulanti et lustranti insulam gratissima esca fuerant, vbiuis obuia, nec vel minimum aduersum odorem spirant.

Cerebri multum habet, ac longe plus comparate quam lutra; licet animal longe stupidius et ferius sit. In cerebri structura nihil inueni singulare.

Pharynx valde amplus, intus membrana rugosa alba obuestitus. Oesophagus et ventriculus plane talis, qualis in phoca, in hoc nihil nisi parum fuscae spumae inueni, quamuis vtriculi instar valde inflatus erat, vasa breuia ventriculi ad vnā lineam supra ventriculum elata inflata, sanguis-

sanguine turgida coerulea erant, aspectu iucundissima, arbusculam referebant ramosam. Haec simili ratione in leone marino et lutra marina inueni, in phoca autem saltem graciliora et minus conspicua.

Splen 1 $\frac{1}{2}$; pollicem latum, 1 $\frac{1}{2}$; pedem longum nihil singulare obtulit. Totus intestinorum canalis a gula ad rectum vermibus 2. 3. pollices longis fetiformibus albis obfessus erat, quos cum aqua marina hauriunt.

Intestina 15. vicibus toto animante longiora vbique sibi aequalia sunt, excepto solo recto, et plane talia, qualia in mustelis obseruavi, tenuia digiti auricularis crassitie, minora multum quam in phoca et lutra marina, absque vllis valuulis et rugis, caret insuper valuula coli et appendice vermiformi coeci, ita et intestina prorsus ab omni materia vacua ac collapsa erant, multa pinguedine circumdata, in duodeno parum saburrae flauae inflar meconii, ac in recto feces luteas compactas humanis non absimiles graveolentes reperi.

Peritoneum firmiter ac in aliis terrestribus animalibus, pellucidum et neruosum est.

Omentum tenuissimum breue ad vmbilicalem saltem regionem pertingit, vt in phoca.

Pancreas vtrinque ad duodenum e multis glandulis iuglandis mole conflatum, vltra pedem longum, ductu virlungiano gaudet.

Mesenterium duplex tenuis membrana est multaque pinguedine abundat, glandulam pancreas aselli continet, ac insuper multis aliis minoribus hinc inde disseminatis.

Diaphragma totum musculosum 3. 4. lineas crassum, validius longe, quam in animalibus terrestribus, in vno sal-

faltim loco vt vena caua tranfit, membranofum et tantillum diaphanum eft.

Pulmo colore bubulam refert in 6. lobos diuifus, huius duo maiores lobi cor fupra auriculas vtrimque operiunt, tertius ad apicem cordis pertingit, quartus et 5tus finiftrum cordis latus, fextus dextrum ambit.

Aspera arteria valde capax, imperialem transmittens, epiglottide inftituta, ex integris validis cartilagineis annulis conftituta, antequam pulmones intrat, in duos ramos diuaticatur, quorum quisque denuo in tres alios, annuli ramorum omnium in ipfa pulmonum fubftantia integri funt, graciliores faltim et flexiliores, quod in nullo antea animali obferuauit, inde igitur vox ftentoria, grauis fremitus et fumus ex iratorum faucibus exhalans, facile concipi potefit.

Cor pericardio inuolutum, pericardium autem vltra dimidium liquore pericardii plenum erat. Viuaciffimum enim animal eft, nec cito validiffimis ictibus conficitur. Externa et interna ftructura fua a phocarum corde nihil differt, latius eft quam longius, ac vtrimque compreffum a latere. Vafa coronaria cordis valde tumida, grandia, hinc et diu poft mortem confpicua funt. Flatus immiffus in maximum ramum vaforum coronalium attollit arteriam et auriculas, ramorum autem extrema inflata ipfos ventriculos.

Foramen ouale apertum habet, vt phoca, auriculae magnae tenues, intus multis fibris nerueis intertextae funt. E dextra auricula polypum radiosum exemi. Columnae in ventriculis cordis digiti auricularis craffitie funt, conicae

cae, superiores cum inferioribus fibrarum validarum nerucarum plexibus coniunctae.

Hepar praemagnum in sex grandes et longos lobos diuisum, quorum quisque in tot alios et lacinias subdivisus ut horum numerus, si quis scrupulose computare vellet, facile ultra 40. assurgeret.

Praeter has lacinias viscus hoc ab aliorum animalium epate differt multis profundis sulcis in eius superficie prone et supine ductis, ut et colore, colore enim flauo buxco magis praepinguium asserum, aut epar mustelae fluuicilis refert, quam terrestrium animalium, non autem oleagineum est nec in liquorem abit, sed coctum molliissimum instar cerebri est, odorem autem veratri longe copiosorem spargit, quam reliquae partes omnes. In foemellis contra et infantulis ordinario brunneo colore Epatis gaudet, molle est, verum breuius, neque in tot lacinias diuisum quam in mare.

Renes duplici membrana circumdantur, quarum exterior copiosa sua pinguedine substantiam renum plane occultat, interior neruea candida est. Renes ipsi 6. pollices longi et 4. lati, in hoc ab omnium marinorum animalium renibus abluunt, quod non tantum figura, sed et substantia et fabrica sua humanis similes sint, integri sunt, nec ex renunculis paruis conglobantur, exterius multis sulcis et venulis picti, vrina secernitur in peluim, et inde per vretes in vesicam vrinariam.

Capitula urabiliaria fibae Turcicae magnitudine.

Vesica vrinaria parua et oblonga, in fundo acuminata umbilico adhaeret mediante ligamento pyramidali, quod

quod antea vrachi viçes subiit. Magnitudine aequat vesicam Phocae.

Glandulam thymus non tantum in recens natis et annum vnum adultis, verum in bienni hucdum maiorem inueni, quam in recens natis.

In superficie lienis catulorum ea parte, vbi ventriculo adhaeret, permultas glandulas miliares reperi.

Ita et in catulis obseruaui cystin felleam circa fundum membrana circumdari, cuius ope duobus epatis lobis affigatur, aliter ac in terrestribus animalibus.

Ductus cholidochus 1. pollice a pyloro duodeno inferitur.

Catulorum renes, vt in infantibus solet, in plures renunculos hexagonos diuifos reperi, ac vndique virgatos, membrana altera renes immediate involuens, renibus non adhaerebat, vt in lutra marina, sed illam vbiuis libera ambibat.

Catulorum pariter vterus mihi valde notabilis visus fuit, intestino recto incumbibat, ac duobus suis cornibus vtrimque ad renes tendebat, cornua iam tum temporis adeo ampla erant, vt calamo auferino facilem transitum permetterent. Testes phaseoli magnitudine erant.

Ad anum in catulo foemella glandulas duas, vt in vermineo genere obseruaui, quas in adultis senibus frustra diu quaesui.

Sterni extremitas cartilaginea est ac subrotunda, vt rostrum abardeolae seu plateae.

Plures et curatiores obseruationes ob loci importunitatem et continuas pluuias subditi aliaque innumera impedimenta elaborare non licuit; hinc et sceleti descriptionem prorsus omisi.

HISTORIA
MORVM ET NATVRAE
HVIVS ANIMALIS.

Dedit quidem Dampierus breuem ac mancam saltim descriptionem huius animalis, adeo autem certas et evidentes notas characteribets in hoc animali Kot a Russis dicto primo statim intuitu obuias addidit, vt dubitare non possim esse hoc animal illius vrsium marinum.

Fama inclauit alius a Ruthenis et gentilibus sic dictus vrsus marinus, quantum ex gentiliū relatione habeo; Animal marinum amphibium vrsi similitudine, ferocissimum tam in continente quam in mari: narrarunt pariter illum anno 1736. cymbam euerasse, et duos homines dilacerasse, seque vehementer exhorrescere illius audita voce barritui vrsi simili, relicta venatione lutrarum et phocarum in mari, continentem petere: aiunt pilis albis vestitum, circa Kurillicas insulas versari et versus Iaponiam frequentiore; hic locorum tantum raro videri. Quantum tunc huic credam, ipse nescio; nullus enim vnquam interfectum vel mortuum in litus eliminatum vidit.

Hoc certum est, siue figuram corporis, siue mores contemplerur, nulli terrestrium animalium vicinius et similius esse, quam vrsi.

In sinu maris Penchinici nunquam cernuntur, neque in terris Kamtschaticis, aut insulis kurillicis in siccum exeunt, nisi rarissime, neque ullibi capiuntur, nisi in 3. kurillicis insulis et abhinc ad ostium Kamtschatkae fluvii, in sic dicto Bobrowoie more, a gradu latit 50. ad 56.

Hi vrsi praetereuntes insulas kurillicas primo vere et Septembri, parce capiuntur circa ostium fluvii Dschupanova dicti et inde ad promontorium Kronozki frequentiores, in hoc scilicet loco inter duo promontoria Kronozkiense et Schipunense mare tranquillius, multique sinus ac recessus, hinc et animalia in transitu diutius hic morantur et frequentiora capiuntur. Omnes, qui primo vere capiuntur, vix non foemellae sunt, foetumque vix non absolutum in utero gerant, qui excisi foetus Wiporotki audiunt et ex his locis quotquot habentur apportantur. Ab initio Iunii nullibi amplius apparent vsque ad finem Augusti, ubi cum prole reuertuntur versus meridionalem plagam; a multis annis animalia haec vagabunda mirandi et meditandi causa extiterunt gentilibus, eorum venationi intentis; unde nam haec animalia primo vere venirent? quorsum haec pinguissima, praegnantia animalia innumeris gregibus tenderent? quaeue huius emigrationis causae sint? quare autumno tam macilenta, exsiccata et viribus eueruata cum prole reuertantur? et quorsum?

Dummarunt quidem ex hoc, quod omnia haec animalia primo statim vere pinguissima e meridionali plaga venirent et eo reuerterentur autumno, illa longum iter non absoluerent, neque hybernacula illorum longe abhinc absitura, alias nimiam in itinere emaciarentur, deinde conducerent ex eo, quod omnes versus orientem pergerent, nec

ultra promontorium Kronozkiense aut ostium Kamtschatkae fluvii, neque orientem petentes, neque reuertentes domum nunquam apparerent, necessario sequi terram aliquam siue continentem, siue insulas e regione promontorii Kronozkiensis in propinquo fore terris Kamtschaticis.

Animalia haec inter marina amphibia migrantia sunt, ut anseres, cygni et aliae aues marinae vel ut catanadromae truttae inter pisces; isatides, lepores et mures hic locorum inter quadrupeda: ut vero isatidum migratio propter cibi inopiam, auium et piscium migratio propter excludendum foetum, propter securum veneris otium et ob enervationem virium, plumarum reiectionem et inde conscientiam effugiendi hostes impotentiam, donec novae succrescant, suscipitur et his obtinendis sinibus eliguntur solitudines, a piscibus locus quieti; ita simili ratione ab vrsis marinis eliguntur septentrionalia loca et incultae hae insulae inter Americam et Asiam magno numero a gradu latitudinis 50. ad 56. sitae ob sequentes rationes.

i. 1.) Ut matres Iunio mensè ibidem pariant in continente, ac post partum dulci otio vires reparent, partus autem ibi educatur, nutriatur, adolescat tantum intra tres menses, ut parentes domum autumnò reuertens sequi valeat. Nutriuntur catuli lacte materno per 2. menses: ubera matribus bina sunt, forma, magnitudine et situ cum lustratum mammis convenientia, iuxta pudendum locantur: pariunt unum solummodo catulum, rarissime binos: catulis post partum canum more funiculum umbilicalem dentibus praemordent et lingendo, donec siccescat, ad cohibendum sanguinem demulcent, secundinas avidissime deuorant. Catuli nascuntur oculis apertis, ac iam tum oculi vitulorum oculos

oculos aequant, 32 dentes plenarie ex alueolis exertos, dum in lucem prodeunt, paratos afferunt, canini autem 4 maiores, feroces et ad pugnam concessi in alueolis delitescunt ac 4^{to} post partum die prodeunt: Dum partu enituntur, catuli pilo vbiuis aterrimo splendente donantur, 4^{to} autem vel 5^{to} post partum die pili sub anterioribus pedibus colorem sensim mutant ac caprae Plinii pilorum colorem induunt, elapso vno mense venter et latera eiusmodi coloris pilis intermixtis variegata euadunt. Mares partu multum maiores et nigriores eduntur, nigrioremque pellem in sequentibus annis obtinent, quam foemellae, quae vix non cinereae omnimode euadunt, ac rufas sub anterioribus pedibus maculas obtinent, foemellae tantum magnitudine, crassitie et robore a maribus differunt, vt vix non pro diuersa specie habeantur a minus intentis obseruatoribus, ita et timidae nec adeo feroces sunt. Sobolem vehementer amant; foemellae post partum gregatim cum catulis suis in litore iacent, ac plurimum temporis somno consumunt, catuli autem primis statim diebus varios inter se lusus pueriles exercent, parentes venerem exercentes imitantur, pugnando se exercent, vnus alterum prostermit in terram, quo viso adstans pater cum murmure accurrit, litigantes separat, victorem osculatur, lingua stringit, ore in terram prosternere fatagit, ac reluctantem fortiter intensius amat, ac dignum se filium laetatur, minus contra amant segnes et otiosos, hinc alii catuli circa patrem continue, alii circa matres versantur. Mares polygami sunt, vnus saepe 8. 15. ad 50. foemellas habet, quas anxie aemulabundus custodit et vel alio tantillum appropinquante in furorem agitur. Licet

multa millia in litore vna iaceant, semper tamen in familias distributi greges cernuntur, mas scilicet cum suis foemellis filiis et filabus vna iacent vt et filii annui, nondum gynaeceum adepti. Vna saepe familia ad 120. se extendit, hac ratione etiam in mari cateruatim natant. Omnes vxorati hucdum vegeti sunt, senes vero et veneris militiam emeriti vel impotentia, vel vxorum spontaneo diuortio coacti, monasticam vitam agunt, ac continuo somno ac inedia transigunt. Hi omnium pinguisissimi sunt tanquam hoiaege primum venerunt absque foemellis solitarii, omnes mares et pessime olentes in hanc insulam. Hi senes morosi ferocissimi sunt, per integrum mensem in vno loco absque vlllo cibo et potu viuunt, continuo dormiunt ac in praetereuntes omnes ferocissime faeuunt, vsque adeo feroces ac ambitiosi sunt, vt centies morirentur, quam suo loco cederent; hinc homine conspecto obuiam illi eunt a via prohibentes, reliquorum quisque suum locum interea occupat paratus ad pugnam. Nos propterea necessitate coacti viam prosequendi, certamina cum iisdem iniuimus grandes lapides in illos coniecimus, illi vero in proiectum lapidem canis instar faeuiebant, acrius instabant, ac horrendo barritu aërem implebant, primum quod tentaremus illud erat, vt prominentes oculos excuteremus, dentes lapidibus frangeremus, vt vt vulneratus et excoecatus est, non tamen suo loco cedit, vel cedere audet, quodsi cedit vel ad vnam passum, tot contra illum affurgunt hostes ac fugientem dentibus vrgent, ne locum suum deserat, vt si nostris manibus hucdum euaserit, a suis commilitonibus dilaceretur. Dum vero vno cedente reliqui accurrunt, quo a fuga prohibeant, vnus alterum

terum suspicione fugae inuadit, ac vno aggerſſu tot duella oriuntur, vt ſaepe ad duo triaue ſtadia iuxta litus nihil niſi duella, certamina et inter horrendos fremitus et barritus mille cruenta et ridicula ſpectacula videas: dum enim inuicem pugnant, libere praeterire potuimus, a nobis abſtinebant: ſi duo aduerſus vnum pugnant, alii oppreſſo in auxilium veniunt, indignati imparis certaminis: dum praeliantur, alii in mari natantes capita attollunt diſcrimen certaminis aſpicientes, ipſi denique in furorem rapti in continentem exeunt, ſeſe pugnantium cateruae immiſcent, horrendaque ſpectacula augment. De industria ſaepe vnum cum Caſacco meo aggreſſus ſum, ac ſaltim oculos excuſſi, his excuſſis omiſi et 4. 5. alios lapidibus infeſtabam, ac dum me proſequerentur, ad excoecatum fugi, ille oculis priuatus, audiens proſequentes fratres, neſcius num fugerent, num nos proſequerentur, inuadebat ſuos ſocios, ego vero interea otioſus in loco elato ſedens ſpectabam praelia inter illos per aliquot horas, coecus inuadens et auxilium ferentes et inimicos, propterea ab omnibus vt communis hoſtis petebatur, ſiue in mare fugeret inde extractus, ſiue in continente, continuis ictibus adeo dilacerabatur, donec viribus omnibus orbatus decumberet et inter continuos gemitus iratam animam efflaret, ac famelicis iſatidum gregibus praeda euaderet, qui iacentem et ſpirantem hucdum dentibus aggrediebantur.

Dum pugnant duo per vnam horam ſaepe pugnam continuant, inducias agunt, ambo iacent iuxta ſe, ſpirantes et animam recipientes, qua recepta ambo ſurgunt, ac, vt digladiatores ſolent, locum certum occupant, quem ſub pugna relinquere nolunt; declinant capita ac ſuſum feriunt,
alter

alter alterius iētus declinare fatagit , quamdiu viribus aequales , feriunt solummodo anteriores pedes , qui vero viribus superior , alterum dentibus et faucibus corripit , quatit ac prostermit , hoc viso alii , qui interea temporis saltim spectatores fuerunt , accurrunt oppressio auxilium ferentes , veluti certaminis moderatores.

Vulnera dentibus inferunt adeo grandia ac crudelia , vt acinace inflicta videantur : raro circa finem Iulii versus cernitur , nisi vulnere insignitus : post pugnam primum est , vt aquas petant et corpus abluant.

Praelia autem instruunt ob tres possimum causas :

1. Crudelissimum certamen oritur propter uxores , dum vnus alteri foemellas adimit , vel filias adultas e patris familia rapere cogitat , foemellae autem adstantes eum deinceps sequuntur , qui victor euasit.

2. Propter locum , si quis alterius locum occupat , vel si spatium nimis angustum et alter vicinitatem propter libidinem affectat et suspicionem mouet.

3. Propter aequum et iustum , vt certamina moderarentur.

Prolem et uxores vehementer amant , et ab vtroque valde timentur , crudelissimi in sua viscera faciunt et herile dominium exercent vel ob leuissimam causam. Contigit saepius , vt nos inuaderemus gynaeceum , ac catulos raperemus , quod si in hoc casu mater , cui fuga non interdicta , praec nimio metu catulos reliquit , nec faucibus arreptos secum abstulit , vt nobis praeda euaderent , mas omiffa pugna nobiscum arreptam foemellam dentibus in altum elatam adeo saepe faxis bis terue fremebundus allisit , vt veluti exanimis iaceret , illa vero reparatis viribus re-
pebat

pebat instar vermis supplex ad pedes masculi, exoscubatur ac lacrymas adeo largas profundebat, ut veluti ex alembico in pectus stillarent, illudque totum madefacerent: Ille vero hinc inde spatibatur continue fremendo et oculos horribiliter mouendo, caput ab vno latere in aliud visorum more quatibatur, tandem, cum nos cum catulis abituros videret, simili more ut foemella adeo largiter lacrymabat, ut totum pectus ad pedes usque lacrymis inundaret, quod et post graua inflicta vulnera contingit, vel post grauem illatam iniuriam, quam vlcersi nequit. Obseruauit phocas captas simili ratione lacrymari.

Altera ratio, quare vrsi marini primo vere orientem et has desertas insulas petant, absque vilo dubio haec est, ut otio somno et trimestri inedia sese a nimium molesta pinguedine liberent, eadem ratione ut vrsi terrestres hyeme, mense enim Iunio et Iulio et Augusto nihil in continente agunt, nisi ut dormiant, vel otiose vno loco saxi instar iaceant, se inuicem aspiciant, barriant, oscitent et pandiculentur, nec cibum vllum nec potum capiunt. Obseruauit praecipue vnum vno eodemque loco integram mensem iacentem, et licet fenes hoc diuerso tempore disseuerim, praeter spumam et succum gastricum nihil omnino neque in ventriculo neque intestinis excrementorum inveni. Interea autem notabam panniculum adiposum magis magisque attenuari, peripheriam corporis imminui, ac cutem adeo flaccidam fieri, ut instar sacci vndique moto corpore penderet et moueretur. Iuniores tanta pinguedine non abundantes circa initium Iulij concubitum celebrant, agiles sunt, hinc inde discurrunt, vicissim in mari et con-

tinente viuunt, haec res me magis confirmabat, vt animas hoc vrsō se natura assimilantem vrsūm vocarem.

Concubitum exercent more hominum ita vt mas incubus foemella succuba sit, praecipue autem circa vesperam venereis exercitiis inhiant: horam antea tam mas quam foemella in mare se recipiunt, vna placide natant, dein vna reuertuntur, foemella supina in dorso iacet, mas vero e mari superuenit, anterioribus pedibus innixus, maximo feruore libidinem exercet, et sub hoc lusu foemellam ita premit et pondere suo in arenam demergit, vt nihil nisi caput emineat, ipse vero pedibus anterioribus adeo in arenam descendit, vt tandem toto ventre foemellam premat et contingat. Locum eligunt ipsūm litus arenosum, qua vndis hucdum alluitur, adeo intenti et obliuiosi sui ipsius sunt, vt plusquam per quadrantem horae scortanti adstarem, antequam me obseruaret, nec obseruasset, nisi manu colaphum impegissem, ex quo adeo iratus maximo fremitu me lacessiuit, vt aegre me surriperem, ille vero nihilominus me eminus vidente, quod coeperat, absoluit opus per integram quadrantem horae.

Triplicem haec animalia vocem edunt. Dum ad tempus fallendum in continente iacentes clamant, vox a boatu vaccarum ademptis vitulis nihil differt; in certamine fremunt et bariunt instar vrsi, obtenta victoria stridorem valde sonorum ac saepius repetitum edit instar gryllorum domesticorum, vulneratus et ab inimicis oppressus valide ingemiscit cati aut lutrae marinae instar sibilat.

Dum e mari exeunt quatunt corpus, ac pinnatis posterioribus pedibus pectus demulcent et pilos componunt. Masculus labia extrema apponit labiis foemellae, ac si oscu-

lari vellet, splendente sole in aprico iacentes. posteriores pinnatos pedes in altum erigunt, ac eadem ratione motitant, vt canes blandientes caudam, modo iacent in dorso, modo vt canes in ventre, modo in orbem contorti, modo iacent extensi in vno latere pinnatos anteriores pedes lateri apprimentes, vt vt vero profunde dormiunt et lente homo incedat, praesentiam tamen eius cito praefagiunt et expergiscuntur, quod annarium, an aurium auxilio contingat, nescio.

Senes et praegrandes nunquam hominem fugiunt neque cateruas hominum, sed se statim ad pugnam accingunt, nihilo tamen minus aduerti integras greges in fugam verti, si quis ore fistulae sonum imitetur, foemellae confestim fugiunt, ita et integri greges adultorum multaque millia in mare praecipiti fuga aguntur, si securi ex improviso magno clamore inuaduntur, dum vero multa millia saepe ante nos in mare egimus, illi natantes continuo nos in litore euntes comitabantur, nos intuentes et insolitos hos hospites mirabantur.

Natant adeo impetuose, vt vna hora facile duo miliaria germanica absoluere possint: si vnco in mari vulnerantur, cymbam vna cum venatoribus tam rapide et celeriter post se trahunt, vt cymba volare videatur, nec raro cymba euersa venatores submergunt, nisi nauclerus probe huius cursum dirigendo obseruet: natat dorso supino, pinnati pedes anteriores nunquam conspiciuntur, posteriores vero interdum emergunt e mari, ob apertum foramen diu sub aquis morantur, valde vero exantlati viribus ad hauriendum aerem emergunt, circa litora autem natatu se oblectantes modo proni, modo supini natant, nec profunde sub aquis, vt cursum eorundem semper obseruare potue-

rim, posteriores pinnas saepe ex aquis attollunt, aëre sufficienter inspirato, aut e continente mare petentes primum capite aquis submerso merguntur, instar rotae, ut bestiae marinae grandiores fere omnes lutra, leo imo balaena orca et phocaena ipsa.

Quando saxum ascendunt, phocarum more pinnatis anterioribus pedibus illud apprehendunt, reliquum corpus post se trahunt, dorso arcus more contracto, ac capite demisso, quo corpori elasticitatem conciliant: cursu vix ac ne vix quidem a celeri cursore superantur, praesertim foemellae. Nec dubium multo se nobis occisos futuros fuisse ab illis, si tantum pedibus valerent in continente, quantum in mari, nec consultum est in magna planitie cum illis certare, ibi enim vix quisquam effugiet, ob id autem quod acclivia loca ascendere nequeunt, haec nobis semper salutis fuerunt. Obsiderunt me aliquando plusquam per 6. horas et tandem coegerunt, ut maximo vitae discrimine praecipitium ascenderem, meque hac ratione iratis his bestiis subducere possem.

Si numerum inire debeat, quot viderim in insula Beringii, absque mendacio dicam computum inire non posse, innumerabiles esse, totum litus maris cooperire, me et Casaccum meum obambulantem totam insulam quaquaersum saepius coegisse, relictis litoribus montes petere et in illorum vertice operose viam profequi. Lutrae marinae eos valde reformidant et rarissime inter illos inveniuntur, pariter ac phocae, leones autem marini ingentibus gregibus inter illos habitant ac valde timentur, prima semper loca occupant, nec facile in illorum praesentia lites mouent, ne hos crudeles arbitros experiantur, hi
enim

enim, vt aliquoties vidi, confestim accurrunt, ita et foemellas prohibere non audent, quo minus cum leonibus marinis ludant.

Interea hoc curiosum est, quod vrsi marini non vt manati, phocae, lutrae marinae aut leones marini, vbiuis locorum in litore huius insulae reperiuntur, verum solummodo in meridionali parte huius insulae, quae terris Kamtschaticis obuertitur. Ratio autem in promptu est, hanc nempe partem primum conspiciunt, dum e promontorio Kronozkienfi huc versus orientem pergunt, in boreali parte non nisi aliqui per errorem huc delapsi inveniuntur.

Quod ad venationem horum animalium attinet, a nobis in continente primum lapidibus obcoecati, dein fustibus interfecti fuerunt, absque vlllo artificio, adeo autem viuaces sunt, vt duo tresue homines clavis ligneis capita solum ferientes, ducentis ictibus vix conficerent et saepius bis aut ter quiescere et vires reparare coacti fuerint, cranium in minutas partes diffracto ac cerebro pene omni effuso, dentibus omnibus euerberatis, nihilo tamen minus pedibus insistit ac pugnam continuat, et de industria vni cranium fregi et oculos elisi, dein missum feci, qui abhinc plus quam duas septimanas in vno loco viuus et immotus veluti statua stetit.

In mari circa terras Kamtschaticas rarissime in continentem exeunt, verum a gentilibus in mari hasta ferrea nosok dicta vulnerantur, quae dein a manubrio abscedit et intra corpus manet, nec, quia ad vulnus interne obliquatur, exit hoc hastae ferrum valido loro alligatum, cuius lori alteram extremitatem in cymba sedentes tenent, ani-

mal autem vulneratum sagittae instar velocissime fugit, ac vna cymbam cum hominibus secum rapit, donec lassum et a sanguine exhaustum subsistat: quam primum subsistit illud loro ad se trahunt, hastis transfigunt, et si cymbam euertere velit, securibus ac clavis pinnatos anteriores pedes et caput contundunt, mortuum in cymbam ponunt et domum properant. Interficiunt autem saltim foemellas vere praegnantas et nondum adultos mares, senes autem et praegrandes aggredi non audent, sed visò vno saltim dicunt Sipang (malum) grandem enim vocare peccatum et exitiosum putant. Ita et dicunt si leonem marinum aut praegrandem vrsum in continente fociis et armis destituti vident.

Quotannis permulti vrsi marini sua sponte senio confecti in hac insula pereunt, ita et tot in pugna cadunt et ab insièctis vulneribus pereunt, vt in aliquibus locis totum litus ossibus et caluariis cooperiatur, veluti ingentia praelia ibi commissa fuerint.

Omittere non possum glandulam Thymi permagnam in his animalibus esse, e multis glandulis conflatam et facco membranoso inuolutam, incidi aliquando ramum arteriae pulmonalis ac immisso tubulo et flatu oris obseruavi, non tantum cordis ventriculos, sed et glandulam thymi flatu intumuisse. Quid alii iudicent de hoc attingere nolo, nisi iteratis experimentis in aliis bestiis marinis.

Coronidis loco subiungam, curiosum esse valde, quod curiosus Dampierus tradit de insula Ferdinando sub latitudine Australi graduum 36. scilicet memorat sese ibi in continente simili ratione ac nos in insula Beringii totum litus innumerabilibus phocarum, leonum et vrsorum marinarum

rinorum gregibus coopertum reperisse. Non adducor vt credam animalia haec ex australi parte huic migrare, hoc enim iter nimis longum foret, duo autem inde colligo. Primum Australis orbis bestias marinas easdem esse, quas haemisphaerii borealis sub eadem longitudine aut non multum differente, dein credibile esse nostros vtrosque marinos sub eodem gradu in parte boreali hybernare. Forte dabit aliquando fors, vt cum nos aestiua diuerticula inuenerimus, alii aliquando hybernacula inueniant, quae si non est terra *Compagnie Land* dicta, forte terra non longe abhinc distita et aliquando detegenda.

Icones duplices fieri curavi, quarum prior Fig. 1. marem Tab. XV. sistit saxo insistentem, vt plerumque cernuntur, altera Fig. 2. foemellam supine in dorso iacentem minorem, potissimum obhanc rationem, quo posteriorum pedum figura appareat, quae in sedente ad naturam exprimi non potuit.

Quod attinet ad stylum et ordinem materiarum, multitudo negotiorum non permittit, vt vni rei perpoliendae nimium inhaeream nisi multa sub manibus perire poterer, appono igitur pulterem curiosis, terreis vasis inclusam, cui vas nauseam mouebit, gratissimum mihi et aliis officium praestabit, si totum magma in argenteum aut aureum transfundere velit. Quod vel minutissimas circumstantias annotauerim, propterea egi, vt nihil horum praetermitterem, quae mihi sedulo spectanti innotuerint, reliquum spondeo me nonnisi verissima indicare, breuior descriptio semper fieri potest, non autem longior aut plenior, si ab initio angustioribus terminis inclusa fuit.

Descriptio Bestiae marinae ,

Dampiero Leo marinus, See-Löwe, Kurillis, Kamtschadalis et Russis Kurillico nomine Situtscha dictae. Descriptus in insula Beringii d. 20. Iunii 1742.

Abstini de industria a proluxa descriptione huius bestiae, ob id, quod externa forma, partium usu et structura, pariter ac interna viscerum constitutione, per omnia exactissime cum vrfo marino coincidit. Satis igitur puto, si differentias externas, unicuique primo statim intuitu obuias, indicauero.

Pondere duplum pendet: maximi mares 36. ad 40. pud Russica vel 1600. libras pendent. Magnitudine bis vel maximos et senio confectos vrfos marinos superant. Foemellae maribus breuiores et graciliores sunt, glabro collo donantur, rigidis et crispis pilis, quibus mas gaudet, ibidem destituuntur, ita et catuli recens nati plus duplo maiores sunt vrforum catulis.

Altera potior differentia e pilorum colore enascitur: cutis comparate multum crassior, rigidis densis pilis vestitur, pilorum color rufus est, vt vaccarum, in senibus pallidior, in iunioribus intensior, in foemellis viuidior, vt color ochrae, catuli castaneorum colore inficiuntur, quidam vix non fufci dici merentur.

Caput comparate maius quam in vrfo, nasus exporrectior et sursum parumper curuatus, dentes praegrandes, quadruplo longiores et latiores, numero et ordine conueniunt cum vrfo marini dentibus. Oculi amplissimi canthorum oculorum maiorum carunculae valde extantes, Cinnabris colore infectae, vnde multum viuidiores videntur

tur

tu vrfis marinis. Pupilla fulgentissima Smaragdi instar lu-
cet; reliquum omne oculorum eboris terfo albore nitet,
multisque tenerrimis arteriolarum ramusculis pulchre varie-
gatur. Gaudet ciliis et panniculo carnofo in cantho ma-
iori haerente.

Auriculae conicae, surrectae, fcsqui pollices longae,
vt in vrfso marino.

Quod praeter colorem et magnitudinem animal hoc
praecipue ab vrfis marinis distinguit, et leonis nomen con-
ciliauit, dense positi surrecti vndulati pili sunt, colli peri-
pheriam augentes, nec exiguam formae pulchritudinem affe-
rentes, quales et in leone terrestri mare cernuntur, foe-
mellae autem his carent, graciliori collo ac corpore sunt
mafculis, reliqua omnia tam externa, quam interna vsque
adeo exactissime cum vrfso marino conspirant, vt verbo-
sus saltem euaderet, qui plura addere vellet.

HISTORIA MORVM HVIVS ANIMALIS.

Quamuis haec bestia aspectu horribilis animofa vi-
deatur, viribus, mole, partiumque robore vrfos multis
parafangis antecellat, superatu difficilis, in angustias reda-
cta crudelissime pugnet, leonis ideam oculis et menti
imprimat, hominis tamen aspectum adeo pertimescit, vt
vel elonginquo vrfso homine praecipiti fuga sese a conti-
nente in mare aufferat. Quodsi vero somno profundiori
fopita ab homine vicino baculo suscitatur, vel clamore,
adeo exhorrescit, vt inter profunda suspiria in fuga con-
tinuo cadat, nec trementibus artubus prae nimia anxietate
pro lubitu vti possit. In angustias autem redacta, ac
omni ad fugam via praecclusa, recta in aduersarium ingenti

fremitu ruit, caput irata quatit, fremit, barrit, ac vel animosissimum in fugam agit: hoc experimentum vix non in hunc ipsi primum tentanti exitio fuit. Ob hanc rationem a Kantshaticis gentibus nunquam in mari venatur, quoniam cymbas cum venatoribus submergit et crudelissime necat; nec in continente quisquam aperto Marte pugare audeat, verum dolo e insciae et securae vel somno sopitae opprimantur. Quodsi in continente dormit, ille, qui viribus et pedibus plus fidit, tacite aduerso vento ad illam repit, hastam ferream vel osseam a manubrio abscedibilem *Notok* dictam, ac loro ex huius bestiae corio parato alligatam sub anterioribus pinnatis pedibus adigit, reliqui lorum tenent, quod vel saxo vel palo cuidam infixo in terram aliquoties circumuolutum a reliquis tenetur. Dum vero bestia vulnerata et resuscitata fugam molitur, alii e longinquo vel sagittis petunt, vel aliam hastam loro alligatam insigunt, tandem viribus exhaustam h. t. confodiunt ac clavis ligneis occidunt. Vbi vero insolentis saxi circa litora somno sopitam offendunt, sagittas venenatas euibrant, euibratis abeunt. Bestia a veneno cogitur relictis undis marinis dolorem valde exacerbantibus continentem petere, ibique si locus commodus vel confoditur, vel sibi relicta intra 24. horas e venenato vulnere perit. Omnes, qui bestiam hanc bene ferire audent et callent, multasque occiderunt, in magno honore apud reliquos habentur, heroes et fortes censentur. Hinc et praeter carnis suauedinem, gloriae dulcedo multos ad hanc venationem compellit, ac ad audacissima suscipienda praecipites agit, cymbas saepe usque adeo onerant, 2. imo tribus his bestis, ut cymbae mergantur in mari, quod tamen tranquillo

quillo mari ob illorum peritiam raro contingit, licet orae cymbae vix non maris superficiei parallelae sint, vel maximo dedecori sibi ducunt, potitam semel praedam, mortis timore adacti abiicere, ut si manus non sufficiant aquis euacuandis, saepius mergantur. Ob venationem huius bestiae audacissimi gentiles cymbis suis papyraceis 4. 5. milliaria Germanica in mare abeunt vsque ad inhabitatam insulam Alait dictam, nec raro contingit, ut vento aduerso abrepti 4. 5. ad 8. dies absque pyxide nautica famelici in mari oberrent, nec continentem, nec insulas videant, solis ac lunae ortum et occasum reduces solum in consilium adhibeant.

Tam panniculus adiposus, quam caro praedulcis; sapidus ac expetitus est, pinnae pedum gelatinosae imprimis in deliciis habentur, pinguedo non oleaginea est, ut phocarum et orcarum, sed consistens non multum ab vrforum marinorum colore, odore et sapore differens. Catulorum pinguedo veruecum pinguedinem dulcedine superat medullam tiliarum refert. E cute parant lora, soleas pro calceis, imo calceos et ocreas.

Polygami sunt, vnus mas saepe 2. 3. 4. foemellas habet, pariunt circa initium Iulii mensis in continente, partum solummodo singulae singulum enituntur, matres catulos vberibus lactant. Coeunt August. et Sept. hinc, quod credibile, partum per 9. menses in vtero gestant, congregiuntur more vrforum marinorum. Masculi foemellas in maximo honore habent, nec adeo dure tractant ut vrsi marini, blanditiis foemellarum valde delectantur, ac reciprocis copiosioribus plus illarum affectum demereri fatagunt. Tam mares, quam foemellae prolem fatis negli-

genter amant, somno sopiti prolem verberibus subiectam mole sua opprimunt et necant, ut saepe vidi, nec vel tantillum mouebantur, cum toties catulos in conspectu parentum cultro iugularem et viscera parentibus obiicerem, catuli non adeo viuaces et alacres sunt, ut vrsi marini, sed continue dormiunt, vel segniter saltim ludunt ac veneris praeludia exercent, circa vesperam matres vna cum sobole mare petunt et circa litora natant placide, catuli natando defatigati tergis matrum insidere et quiescere solent, foemella autem rotae instar sese volutat, segnes deturbat et natatui asuefacit. Experimentum feci catulos recens natos aeque ac vrsorum mariuorum vivos in mare proieci, tantum autem abest, ut natare potuerint vel pinnis debite uti, ut confuse saltim undas verberarent ac ad litus properarent. catuli duplo maiores sunt vrsorum catulis.

Quamuis autem haec bestiae hominem vehementer reformident, aduerti tamen asuefieri et mansuescere hominum crebra et innoxia conuersatione, praecipue circa illud tempus, cum catuli nondum prompte natare didicerunt. Vixi vna vice in medio illarum grege, editiore saltim loco per 6. integros dies, ibique e tugurio meo mores illarum intente obseruabam, iacebant quaquaersum circa me, ignem ac quae agerem contemplabantur, nec fugiebant amplius, licet medius inter illos obambularem, catulos arriperem, enecarem ac describerem, ita et lusus venereos exercuerunt, de loco deque vxoribus acmulabundi inter se contendebant, et acerrime pugnabant, eadem prorsus ratione, iisdem gestibus eodemque seruire, ut vrsi marini, vnus, cui foemella adempta erat, cum omnibus
per

per 3. integros dies pugnabat ac plus quam centum vulneribus yndique laceratus erat; Vrsi marini nunquam illorum certaminibus se immiscent, verum orta lite circumspicientes fugiunt, primum locum illis cedunt, foemellis et catulis lusus varios permittunt, nec hiscere audent, et quantum possunt a leonum consortio abstinent, hi vero non inuitati et inuiti sese illorum turbae saepe immiscent. Senes et decrepiti inter illos circa caput canescunt et procul omni dubio bestiae valde longaeuae sunt. Aures et caput posterioribus pedibus pinnatis vt vrsi scalpunt, eadem ratione stant, natant, iacent, incedunt. Boant vt boues, catuli balant vt oues, nec aliter dum inter illas eram mihi videbatur, ac si iumentorum gregibus immixtus pastorem agerem. Senes et decrepiti odorem de se spargunt, sed longe mitiorem nec adeo virosam, vt vrsi marini. Tam vere, quam hyeme et aestate in hac insula, certis solummodo locis, saxosis et circa praecipitia versantur, nihilo tamen minus alii quotannis primo vere vna cum vrsis marinis huc veniunt, vidi illos magno numero circa Americana litora, in terris Kamtschaticis vix non omni tempore habentur, vltra 56. gradus latitudinis non proficiscuntur. Venantur copiose circa promontorium Kronozky, circa Ostrownaia insulam, circa sinum Awatschiensem et abhinc vsque ad promontorium Lapatka, habentur in insulis Kurillicis, et vix non vsque ad insulam Matmej. Capitaneus Spangberg in mappa sua insulam quandam ab harum bestiarum frequentia ac rupium facie urbem adumbrante Siwutschi palati nominauit. In mari Penschinienfi nunquam apparet. Ratio quare hae bestiae huc migrent Iunio Iulio et Augusto, fit propter otium, partum, catulorum educationem

et instructionem ac tandem propter generationem, ante et post hanc periodum frequentiores circa Kamtschatica litora habentur.

Quod attinet ad victum harum bestiarum, pisces praedantur et phocas, forte et lutras marinas aliaque animalia marina: senes autem Iunio et Julio parum vel nihil omnino comedunt, sed otio indulgent, somno, ac interea temporis valde macilentae evadunt.

	Poll.	Dec.
Totius pedis longitudo - - - - -	12	5
Plantae anterioris latitudo maxima - -	2	
Ab apice rostri ad coxam - - - - -	31	
Pedis posterioris longitudo - - - - -	15	4
Digitus maximus externus - - - - -	3	8
Digitus internus breuior reliquis - - -	1	8
Plantae pedis extensi latitudo maxima -	38	
Ab apice rostri ad vaginae penis orificium	1	
Capitis diameter supra nares seu narium dia- meter - - - - -	8	
Capitis diameter ad oculi canthos minores	10	4
- - - - - ad aures - - - - -	16	2
Capitis diameter ad nucham - - - - -	22	2
Colli longitudo a nucha ad scapulas - -	4	4
Diameter corporis ad sternum - - - - -	28	2
- - - - - ad orificium vaginae penis	31	
- - - - - ad anum - - - - -	20	8
Penis longus, corpus scilicet spongiosum cum filcro osseo - - - - -	8	6
Fulcrum penis osseum longum. - - -	6	3

DESCRIPTIO FORMAE ET EXTERNARVM
PARTIVM.

Animal hoc marinum amphibium a Casaccis Sibiri-
cis Bobr fiber seu Castor dictum magis ob pilo-
rum, quam formae et naturae similitudinem, ge-
nuina lutrae species est, et citra omne dubium lu-
tra Brasiliensis Tya et Carigueibeiu Brasiliensibus dicta
et

et Marcgrawio descripta. Etenim notae omnes, quae à Marcgrawio adferuntur, in nostro subiecto praesto sunt, magnitudo mediocris canis, caput subrotundum et quasi felinum, nasus acutior, oculi nigri rotundi, aures subrotundae, barba, pedes in 5. digitos vnguibus fuscis acutis armatos diuisi, quorum interior reliquis breuior, pili molles, atrii, clamor iunioris catelli, victus a Gammariis et piscibus; desideratur autem a Clar. Raio curatior dentium et pedum descriptio, mihi vero tota historia animalis nimium breuis, manca et superficialia videtur. Quae vero ob nimis generalem descriptionem obiici possint, quasi nostrum aliud animal sit, haec sunt. 1.) Clima, cui respondeo, si terrestria animalia in diuersissimis climatibus, vbi naturae aptum pabulum habent, inueniuntur, vt de sciuro volante Quimachpatlan Indorum certum est, hoc eo magis in oceano possibile est et animalibus ibi degentibus, cum praeter victum vbiuis eundem, pisces scilicet et Gammaros, aquae ipsae climatis aestum amphibis minus sensibilem reddunt. 2.) Ob hanc rationem climatis non obstat quod Marcgrawius pilos haud longos dicat, cum omnia terrestria animalia eo breuiore pilos habent, quo calidiores regiones incolunt, licet specie non differant, imo lutra marina in terris Kamtschaticis aestate capta, analogia terrestrium animalium peiores et breuiore pilos habet, earumque pellis ab illis, quae hyeme nactae dignoscuntur primo istuitu a mercatoribus; nec 3.) obstat quod capitis pilos obscure fuscis et maculam flauam sub guttore reperiri dicat, haec arguunt Marcgrawium perfunctorie saltem descriptionem ab vno subiecto concinnasse, nec varia diuersis temporibus et aetatibus in consilium adhibuisse.

Capitis pili in omnibus subiectis diuersissimi sunt a reliquis, in iunioribus praecipue aetate fusci sunt, in adultioribus cani et fere argentei, catuli nondum annum adulti vrsorum fuscos pilos obtinent; guttur vero flauum in pessimae notae lutris saltim reperitur, quae pilos non obtinent, sed lanuginem saltim crispam, fuscam, breuem, mollem: non exportantur a mercatoribus, sed hic locorum 2. 3. rubellis venduntur et e gentilibus ad pelliciorum fimbrias emuntur, quales forte pleraeque pelles lutrarum Brasiliensium ob calidum clima sunt, nec propterea multum gloriosae. 4.) Quod caudam eiusdem cum pedibus longitudinis dicat, indicat obseruatorem Maregrauium fugitiuo saltim oculo aspexisse animal, licet enim multum, $3\frac{1}{2}$ tamen pollices cauda longior est pedibus.

Postquam satis euictum puto lutram marinam Kamtschaticam esse Lutram marinam Brasilicam Maregrauii, duo supersunt. 1.) Animal nostrum non esse castorem hoc satis testatur a.) quod folliculis castorei receptaculis careat, b.) caudam pilosam angustam instar lutrae obtineat c.) dentium forma et situs d.) intestinorum forma. 2.) Esse hoc animal nostrum genuinam lutrae speciem, ex ipsa descriptione clarissime patebit.

Magnitudine lutra marina et lutram aquarum dulcium et castorem multum superat, maximae pondere vna cum interranis 70. ad 80. libras pendent. Forma corporis lutrae similis est, multum autem crassior, imo castorem crassitie propemodum vincit.

Caput lutrino simile, felino productius, canino brevius et rotundius, nares aterrimae, glabrae, rugosae, columna cartilaginea interseptae, protuberantes, vt in canibus
Mopsis.

Mopfis. Maxilla superior inferiori $\frac{1}{2}$ vncia longior et $\frac{1}{2}$ pollicis latior. Labia tumidiuscula, vt in phoca.

Maxillam superiorem mystax vt omnium amphibiorum marinorum ornat: setae mystacis deorsum pendent, versus nares sensum breuiores euadunt, candidae, longissimae triunciales sunt, breuissimae vnciam vnā aequant.

Rictus non adeo magnus, oculi cum palpebris leporinis non maiores, naribus in fronte altiores, oculorum canthi minores, freno oris in perpendiculo contigui. Iris oculorum modo fusca, modo auellanea, in maiori oculi cantho panniculus carnosus, vt in manati, vrsō, lutra dulcium aquarum, phoca et noctuis, ad vnā tertiam semper, exigente vero necessitate vltra dimidium oculos tegit, pupilla nigra est.

Auriculae pilosae, arrectae, conicae, vt in leone et vrsō marino.

Dentes habet in maxilla superiori sub naribus incisores, minutos acutos et acuminatos arcuissime stipatos 2. lineas longos - - - - - 46
 hos excipiunt canini acuti conici 1. vnciam longi introrsum paululum curuati duo, scilicet in vtroque latere vnus - - - - - 2

Molares dentes obtinet 8, in quibusdam 10
 in quouis scilicet latere 4, duo priores inter incisores et molares dentes forma ambigunt, primus enim perpusillus et breuis est, vix lineam vnā longus, acutus, cui succedit alter decuplo latior, et triplo longior, reliqui duo molares amplissimi sunt, horum corona 5. lineas longa, et 4. lata est, firma, confringendis durioribus conchylis aptissima.

Summa dentium 16

A a a 2

Maxilla

Maxilla inferior dentes incisores obtinet quatuor - -	4
Caninos 2. prioribus similes, breuiores tantum tertia parte 2	
molares in quouis latere 5. coniunctim - -	10
ultimi autem molares ultra frenum in-	
tra fauces reconditi sunt - - - -	16
Summa dentium in vniuersum	32 in quibusdam 34.

Lingua ab ossis hyoidis insertione, id est a basi ad apicem $3\frac{1}{2}$ vnciam longa, $\frac{1}{2}$ vnciam lata, vitulinae instar villosa et in ipso apice secundum lineam medianam tantillum bifida, subtus frenulo 1. vnciam ab apice mento alligata, praeter ductum saliuarem Vateri, foramen linguae utrinque terminantem, alium in ipsa linea mediana $\frac{1}{2}$ vnciae ab osse hyoide in os scaturientem inueni.

Palatum intus valida membrana instratum ac duplici serie arcuum, segmenta circuli referentium rugosum, per quos mediana linea discurrit, eosque dirimit.

Collum peripheria non ut in phoca caput excedit, sed angustius est ac manifeste ut in lutra distinctum, ita et reliqua corporis forma ne hilum a terrestribus animalibus deficit, in medio abdomine circa vaginae penis orificium crassius, corpus seu truncus ut in lutris solet productior; potissima differentia a reliquis omnibus tam terrestribus quam marinis amphibis a pedum forma proficiscitur, situ posteriores sicut pedes ano viciniore sunt, quam in terrestribus animalibus, in quo cum lutra et colymbis conuenit.

Pedes tam anteriores, quam posteriores non sub cute clausa latent, sed ut in terrestribus integre exseruntur, et extorsum apparent, hinc et promptissime incedit, ac celerri-

celerrime currit. Pedes anteriores posterioribus breuiores sunt, hinc et animal stans posteriori parte altius est, dorsum in gibbum assurgit, pectus humilius est ac collum extensum rigidum seruat. Pedes anteriores catorum pedibus simillimi superne pilis ad ungues vsque teguntur. Planta pedis extrema circumscriptione semicircularis, subrotunda in 5. digitos sub cute diuisa, nulla omnino ob pilorum densitatem diuisura apparente, digiti duo medii reliquis longiores, internus externo tantillum breuior. Singuli digiti incuruis surrectis nigris, vnam lineam longis unguiculis armantur, secundi et tertii unguis retro flectitur ob hanc rationem, vt iisdem patellas, musculos a faxis auellere ac pilos componere possint. Planta pedes subtus atra, ac tuberculis corii Hispanici instar aspera, ac 4. transversis sulcis incisa, pro articulationum digitorum numero, his celeriter currunt, catorum more faciem et corpus stringunt, sese inuicem veluti brachiis amabiliter amplexantur et contractant, ac conchylia a faxis auerruncant. Differunt igitur pedes a lutrarum pedibus, quod digiti membrana quidem connectantur, verum pilosa crassa, prout in catis et canibus, non expansa, vt in lutra et auibus palmipedibus.

Pedes posteriores tantum differunt ab anterioribus, omniumque animalium pedibus, vt huic animali peculiaris plane haec pedum forma sit.

Pedes integre exseruntur, quo a phocarum posterioribus pedibus differunt, nihilo tamen minus digiti ipsi tarsus et metatarsus phocarum posterioribus pedibus simillimi sunt, vt ita descriptione nulla opus sit: tarsus, metatarsus et digiti quintuplo longiores et latiores sunt, quam in anterioribus pedibus, digiti 5. membrana pilosa intercedente, vt

palmipedum digiti distinguntur. Singuli digiti unguibus nigris aduncis, breuibus praefiniuntur 2. lineas longis: quatuor extimi digiti singuli 4. articulationibus constant, intimus tribus. Extimus digitus praeterea ad latera lata cute augetur, ut in aibus palmipedibus: digitus externus reliquis tantillum longior, subsequentes gradatim breuiores: tarsus, metatarsus et digiti tam prone, quam supine pilis recti, exceptis digitorum apicibus, qui calui nigri asperi sunt, ut planta pedum anteriorum. Quamuis hi pedes pennati, pinnarum vices subeant, plurimumque natanti animali operam praestent, nihilo tamen minus in continente aliter ac in phoca pedum officio strenue funguntur, quod vero cursum quodammodo remoratur, longitudini potius pedum posteriorum, et quod ano viciniore sint, tribuendum.

Penis in masculo offensus, in vagina sub cute reconditus tertiam corporis vbi exseritur inchoat ut in lutra.

In foemella autem pudendum satis amplum infra anum statim situm; anus autem perinaeo piloso ad unum pollicem a pudendo separatus. Testiculi foris non multum prominent, nec peculiari loculo includuntur, sed immediate cute inuoluuntur.

Cauda forma quidem lutrinam exactissime refert, superne et inferne sere plana, lata, latera triplo angustiora habet, ac a radice sensim in acumen definit, breuior tamen multum est, quam in lutra aquarum dulcium. In lutra aquarum dulcium cauda dimidiam totius trunci longitudinem obtinet, in marina 4^{ta} solummodo partem. In lutra fluuiatili posteriores pedes breues, eorumque mensura sexies in trunco continetur, in marina autem 4. saltem vicibus; propterea et cauda breuior multum videtur in

in lutra marina, quam reuera est, quod pedes posteriores multum longiores.

Cute tegitur crassa, pilis dense positis mollissimis hirta, qui pretium huius animalis supra fidem augment. Differunt autem pili longitudine, aetatis, sexus et partium ratione mirum in modum, in vniuersum pilus duplex est. a.) Longior Russis Os. Et lanugo breuis et mollior Puch dictus. Quae multos longos ac nigros pilos alunt, pretiosissimae habentur, longissimos autem pilos obtinent in dorso, cauda et lateribus, caput et artus breviores occupant. Quaedam lutrae in vniuersum pellem obtinent nigram, plurimis caput pilis candidis sericeis intermixtis pulcherrime varium est, pariter ac mentum et gula: Dantur et lutrae pilo candidissimo velut argenteo ornatae, an aetatis vel speciei differentia, aut lusus naturae sit, nescio, mihi ob astutiam et magnitudinem fenes valde tales videbantur, rarissimeque occurrunt in Kurillicis insulis, vnam saltim candidam captam scio ab eo tempore quo Kamtschatka innotuit Russis, in insula Beringii vnam tantum vidi, sed adeo astutam, timidam et cautam, vt omnes in venatione fraudes omnemque diligentiam nostram eluderet. In multis pilorum color fuscus, vt in lutris fluviatilibus, nec illarum pelles magni aestimantur, aliae pilis longis in vniuersum serime carent et sola lanugine gaudent, neque propterea in censum veniunt, vt vt autem nigerrimus pilus et lanugo sit, radices tamen pilorum serici candorem superant, pelliumque aspectum iucundiores efficiunt. Eloqui noui possum pulchritudinem vici huius animalis, currens in continente holoterico nigrior, et praeterlata nigredine resplendere videtur, et ob id, quod cutis laxi

laxe corpori inhaeret, moto animali ea vndeque mo-
vetur et commota nitet.

DESCRIPTIO PARTIVM INTERNARVM.

Cute detracta, quae lutrina crassior, phocae cutem
crassitie aequat, apparebat panniculus carnosus non tantum
caput vt in homine, sed totum corpus fere aequaliter cin-
gens et cuti firmissime vt in cane adhaerens, musculis ve-
ro valde laxe.

Musculi pyramidales, qui in phoca desunt, leone et
urso marino, hic manifeste cernuntur. Omentum duplex
membrana, vt in aliis animalibus valde tenuis.

Ventriculus figura externa et interna multis plicis
rugosus, instar retis, nihil omnino a phocae ventriculo
differt, veluti duplicans est, glandulam continet, vt pho-
cae ventriculus, pancreati similem, in catulis coagulo lactis
semper refertum inueni, in adultis autem semper vacuum
reperi, succo saltem copioso gastrico refertum, e quo con-
clusi animalia haec solummodo ad capiendum somnum exi-
re in sicum et concoctionem cito perficere, vix enim
a pastu in continentem egressos occidi, nunquam autem
quidpiam offendi, licet intestina refertissima erant.

Pancreas vnico tractu magno sub ventriculo versus lie-
nem elongatur, vt in phoca, sed non vnum continuum
efficit, verum in lobulos variae magnitudinis discrimina-
tur, qui omnes vna continua membrana includuntur, co-
lore album est et ductum Virringianum continet.

Lienis figura et color ordinarius. Vasa splenica ea-
dem profus facie, vt in phoca, in superficie concaua, vt
in homine secundum longitudinem excurrunt.

Epar praemagnum, in 5. 6. lobos diuisum, colore vitulino simile, in ea parte, vbi diaphragmati firmo ligamento alligatur, vena caua per amplum faccum veluti stagnum efficit, sanguine repletum, eadem prorsus facie ac in phoca.

Vesicula fellæ debitum locum occupat, oblonga est multaque bile referta.

Renes duplo longiores quam lati, ex 106. renunculis pentagonis adeoque pluribus, quam in phoca, constantur, duplici membrana obuoluuntur, harum interior interna parte reticulata singulos renunculos a se inuicem discriminat, renunculorum interstitiis accreta cernitur, aliter ac vnquam obseruavi in aliorum animalium renibus. Quilibet renunculus peculiarem papillam, arteriam et vreterem habet, pelui destituuntur renes; vreteres autem in 6. ramos maiores, et tandem duos vreteres generales colliguntur. Vena caua iisdem plane macandris eademque facie, vt in phoca, ad renes pergit.

Renes succenturiati nihil a communi lege aberrabant.

Vesica urinaria forma, magnitudine, connexione, nihil a phocæ vesica differt.

Penis in mare in vagina sua sub cute reconditus 31. pollices ab extremo rostro exseritur, vna cum corporibus spongiosis ossæo fulcro penis subiectis $8\frac{6}{10}$ pollices longus, ossæum fulcrum $6\frac{2}{5}$ pollicis longum, anterius rotundum, glabrum et veluti capitello munitum, posterius pariter capitatum, incuruum, fulcrum concava incurua parte sulcatum: in hoc sulco vrethra tendinea iacet et capitello ligamento seu frenulo adnatam ac capitellum ossæum ambit, corpora spongiosa glandulosa potius, quam spongiosa dici merentur.

Vulua est amplissima 1. pollicem infra anum. Magnitudine et forma a phocarum vulua nihil omnino distat, pariter ac uterus, ac eius cornua, vt et vasa spermatica in mire: morem habui, vt toties phocam, quarum maxima copia in insula Beringii habebatur, occiderem et iuxta me haberem, quoties aliud animal describerem, partim vt in quibus animalia marina conuenirent exactius viderem, partim vt cum animal hoc notissimum a Clar. Rajo, Schellhammero, Segero, Kulmo, Hartmanno et Doct. Duvernoi exactissime descriptum scirem, ne in describendo nimis prolixus fierem aliaque obscurius describerem, quae comparatione sola iam euidentissima sunt, partim vt differentias facilius et verius indicarem. imo venia me dignum puto, si multa a doctis hucdum impetrabuntur, solus sui subdio in terra sedens, frigore, pluuia, niue, animalibus impeditus, instrumentis destitutus, desperans, an vnquam labores mei vsui cuidam futuri, indignatus non semel animum nimis distractum, nec vires in hoc tramite exhauriendae materiae sufficere, quam serio vellem et pulcherrimam occasionem haberem in tanta subiectorum copia.

Vbera duo, inter pudendum et umbilicum medio loco sita, oblonga, 8. pollices longa, horum quodvis vna papilla prominet, totam ferme abdominis superficiem dicto loco occupant, horum substantia glandulosa est, vbera discissa vbique lac fundunt candidissimum, dulce, consistens, cum forte fortuna aliquando pellem a lactante matre separarem et veram subclauiam inciderem, lac inde effluebat prorsus tale, quale e mammis, incidi postea de industria arteriam emulgentem, ac quod hariolabar, euenit,

euenit, simili ratione lac effluebat, ob id autem quod in via eram et circa vesperam pluuia me impediēbat, abstinere debui ab ulteriori inquisitione: possunt autem curiosi in Russia hanc viam lacteam ulterius in phocis indagare, similem mammarum situm cum lutris habentibus, quapropter et indicare volui.

Intestina vbiq̄ue sibi aequalia sunt, nec in crassa ac tenuia diuisa, ambitu autem longe maiora sunt, quam in phoca, vrsō et leone marino, pollicem admodum libere admittunt, cancris, mytilis, patellis refertissima. Excrementa siccissima sunt, velut canina, ac congeries sunt aridorum et dentibus confractorum conchyliorum, cancrorum, testa veluti cocta rufescit in intestinis: in intestinis desunt rugae et valuulae coniuēntes, deest pariter valuula coli, destituuntur coeco. Totus intestinorum tractus decem vicibus animali longior. Mesenterium pulcherrimo aspectu omnis generis vasa offert. Vasa lactea in catulis tenerrima et creberrima sunt, vt in phoca, adest glandula pancreas Afelli dicta disciflaque lac fundit.

Diaphragma, trachea, pharynx, vt in phoca, pariter ac pulmo, flaccida caerulefcens, inflata rosei coloris est. Cor conicum, humano similius quam phocae, pinguedine omni caret, multos autem vasorum coronalium ramulos offert. Auricula dextra sinistra maior, sed multum tenuior, interna cordis structura a phocae corde nihil differt. Foramen ouale in hoc animali clausum reperi, ductus arteriosi vestigia nulla. Contigit autem vt Embryonem vivum e matre occisa excinderem, eodem momento, quo mater ad enitendum partum in continentem se contulerat, ac in Embryone inueni sequentia.

Glandula thymus praemagna candida erat, sesqui pollices longa, et vnum lata, oualis, superne conuexa, inferne plana et tantillum concaua, colore pancreati similis, e multis glandulosis lobulis in alios denuo minores paruum aequantes subdivisus conflata, quos membrana tenuis coniunctim ambiebat, glandula hac iustata spuma alba e Laryngis annulis emanabat, ductum autem nullum inuenire potui, ex quo conclusi fecernere hanc glandulam liquorem pro irriganda larynge.

Pulmo embryonis violacei obscuri coloris erat, tabidus et collapsus, inflatus autem rubedinem albidam induebat, et cor simul mouebatur, hac occasione incidi in canalem arteriosum 2. lineas a basi cordis valde conspicuum, patulum, et granuloso sanguine exiguo refertum, foramen ouale apertum quidem erat, sed valvula quadam comminente munitum.

Liquor pericardii in embryone plane aberat, qui in adultis occisis semper inuenitur.

Intestina plurima ex parte vacua erant, et mucosum solum referta, e glandulis intestinalibus exsudante. In ventriculo inueni liquamen gelatinosum, vitellum cui quodammodo referens.

Sulci renuncolorum copiosa interspersa pinguedine obliterabantur, quae in adultis euanesceit. Excrementa recens natorum catulorum infantum meconio non absimilia sunt.

Glandulam thymi, quod me valde mirum habuit, in adultis haecum inueni, solummodo minorem: in quadam foemella praegnanate eandem glandulam in faccum quendam immutatam inueni, qui immisso flatu distendebatur.

Cerebri structura eadem est ac in phoca.

Quod ad ossa attinet, sceleti descriptionem omitto, cum sceleton parare et mittere cogito: in genere ossa manati, leonis, vrsi marini, phocae et lutrae marinae intus omni medulla carent. Catulorum ossa succida sunt praecipue capita et epiphyses, ossium, in quo a terrestribus animalibus praecipue discrepant. Ossa phocarum et lutrarum foemellarum violaceo leui colore tinguntur, ossa seu vertebrae colli et dorsi tam in leone, vrsio, phoca et lutra marina sursum in arcum eleuantur.

Addam hic obseruationes quasdam generales naturam animalium concernentes.

1.) Omnia animalia fetas aut pilos crassiores, rigidiores et breuiores alentia, aut cuticulam valde crassam et tubulis concretis constantem, tam terrestria, vt porcinum genus, echinus, meles, crassum panniculum adiposum immediate cuti subiectum, cuti firmissime, carni laxe adhaerentem habent, inter marina cum his conueniunt balena, orca, leo, vrsus marinus, phoca, ob id quod frigus immoderatum in frigidioribus, aeque ac aestum in calidioribus regionibus melius perferre possint. Panniculum vero carnosum solummodo in capite obtinent, vt homo. Huc referri debent tria non dum descripta animalia marina, phoca maxima Lachtak, Hippopotamus Morsch Russis et Bieluga Russorum.

2.) Omnia animalia tam terrestria, quam marina pilum molliorem, densiorem et longiorem alentia, panniculum carnosum immediate cuti sibiacentem habent, totum corpus aut pleramque eius partem obtegentem, et ob id, quod pilis aduersis frigus tuentur, panniculum adiposum

tenuem obtinent, ac pinguedinem per totum corpus inter musculos disseminatam habent, his et cutis cum panniculo carnosio vndique in corpore mouetur, vt canibus, hinc et alacri et agili motu omnia exsequuntur: inter marina et fluuiatilia animalia huc pertinent lutra marina et fluuiatilis, ac pleraque animalia terrestria.

Inter pisces omnes cartilaginei et squamis carentes cum prioribus, squamosi cum posterioribus conueniunt, inter aues palmipedes cum prioribus conueniunt, praecipue circa eas partes, quas natando aquis immerfas habent, vnde et in illis color monochroos, in reliquis siccoribus regionibus dorsi, colli, capitis color varius; filipedes autem cum posterioribus conueniunt.

Quo frigidius clima, eo minus, comparate cum eiusdem speciei animalibus, pinguedo consistens, hinc balae-nae maris orientalis ac phocae consistentiorem pinguedinem habent, quam quae circa Grönlandiam capiuntur.

Ex his liquet falsum esse quorundam Anatomicorum assertum, quasi membrana muscutorum communis a panniculo carnosio ortum haberet, eo quod in iis animalibus, vt lutra marina, panniculus carnosus totum corpus obtegit, nec vero vllibi arctam connexionem cum musculis habet, nisi in capite; animalia vero panniculum crassum adiposum habentia, licet panniculo carnosio careant, membranam tamen muscutorum communem obtinent.

HISTORIA MORVM HVIVS ANIMALIS.

Animalia haec pulcherrima et ob pulchritudinem pretiosissima sunt, si pellem consideres pili mollissimi et
 1. et
 1; unciam longi sunt, densissime positi; aterrimi, splen-
 den-

dentes, lanugo pariter inter longiores pilos nigra, apices autem solummodo aut pili ultra dimidium nigri sunt, fundi seu radices serici instar candicant, ac velut argentei sunt: pretiosissimae pelles vix non in vniuersum nigrae sunt, aliae pilo argenteo candidissimo splendente in vniuersum donantur, verum rarissimae occurrunt. Licet pili colorem tractu temporis mutent, multum tamen Zebellinis constantiores sunt, nec vnquam Zebellinae pelles tam intenso natiuo nigrore splendent ac lutrinae. Quod desiderari potest, vnicum hoc est, quod cutis nimis crassa et ponderosa sit, adeoque delicatis minus arrideat, pellis adultae lutrae vt plurimum 3½ libr. pendet. Raro lutra omnimode nigra capitur, melioris notae lutrae capita incana argentea, viliores lutrae fusca et incana capita et fuscis pilos obtinent, infimi ordinis sunt, quae longiori pilo carent et sola fusca lanugine gaudent. Est autem res cum his animalibus ita comparata, quorundam animalium pelles rufos et raros longiores pilos semper alunt, animalia illa ipsa stupida, pigra, tristia, somnolenta sunt, continuo in glacie et saxis sopita iacent, lente incedunt, ac absque vlla industria et astutia capiuntur, quasi scirent ea ob pellium ignobilitatem caedibus minus obnoxia esse, eadem autem caudas semper pulcherrimas nigro longo pilo vestitas habent, e quo conclusi duplicia 1.) pelles pigrorum animalium ob id praecipue breuiori solummodo pilo donari, quod longiores aestate, in arena se volutantia attritu crebriori eradicent, hyeme autem dum madida in glacie iacent, pili longiores glaciei adhaerescunt et abeundo relinquuntur, quod meis oculis vidi. 2.) Nigrorem pilorum ab aëre et solis radiis pallefcere et debiliorem fieri, ob id caudae, corpori iacenti

iacenti subiectae attritui et solis radiis minus obnoxiae, natium nigrorem et pilorum longitudinem vnice seruant. Quo alacriora, astutiora et celeriora animalia sunt, eo pulchriori vestiuntur pelle, et vice versa, hinc raro nec nisi insidiis capiuntur. Haec de securitate sua ita sollicita sunt, ut si sola propter somnum capiendum in sicum exeant, admodum sollicite circumspiciant, et cum oculis parum in continente valeant, naribus versus omnes plagas directis, antequam somno indulgeant, an non homines in vicina sint, percontantur, imo quamuis nihil periculi senserint, tamen non longinque a mari recedunt crebro perterrita expergescunt, circumspiciunt, parum nec profunde dormiunt. Quod si vero integri greges in continente una dormiunt, pulchriores semper antesignani excubias agunt, ac imminente periculo reliquos suscitant.

Foemellarum pelles a marium pellibus primo statim intuitu dignosci possunt, ob id, quod minores, pulchriores et graciliores pilos in dorso, et longiores in ventre alant, harum caro tenerior sapidior ac ob interspersam pinguedinem gravior est, contra morem quadrupedum et avium, in quorum classe mares pulchrioribus et colore insignioribus pilis et plumis vestiuntur.

Pilos quidem mutant, ut terrestria animalia et aues, haec tamen duplici differentia, pilos quidam amittunt mense Iulio et Augusto, sed parce admodum, reliqui colorem quodammodo mutant et fusciores evadunt, dicuntur propterea a Russis et mercatoribus Letuae Bobry, minorique pretio veniunt: nobilissimae pelles sunt, quae Martio, Aprili, Maio occisis detrahuntur.

Adulti

Adulti mares Bobry vocantur, foemellae Matka, annui humilem mollem pilum nacti Koschloki, catuli dicuntur Medwiedki, vrsi minuti, ob id quod longos admodum, fuscus, tenues pilos habeant instar vrsorum, a quorum catulorum pellibus vix distinguuntur, pilos autem amittunt post 5. menses et tunc Koschloki audiunt, medii quasi inter catulum et annum sola lanugine vestiuntur.

Ante quindecim annos et quod excurrit nobilissimae pelles in terris Kamtschaticis a gentilibus cum cultro vel ignitabulo permutabantur, et a Russis mercatoribus 5, 6, mediae bonitatis 4 rubelorum pretio vendebantur, Iacutiae 8, 10 rubellis venales erant, ab eo autem tempore quo Sineses hanc mercem aestimare et valde appetere coeperunt, modo in terris Kamtschaticis nobilissimae aduorum pelles 25 et 30 rubelis, mediae 17, annui Koschloki dicti 8 rubelis, catuli Medwiedki vno rubelo veneunt, caudae imprimis permagni aestimantur ac pro 1½ imo 2 rubelis emuntur, et ad mitras et chirothecas appetuntur.

Paucissimae in Russiam exportantur, vix non pleraeque Sinesibus aduchuntur, qui optimas 70, 80 rubelorum pretio emunt. 1735 et 1736 20 volumina Kitai-ka lubentissime pro vna pelle dabant, Russi vero Ircutiam reuersi 100 rubelos rursus accipiebant.

Sinesibus autem hae pelles ponderosiores, Zibellinarum mustelarum et vulpium pellibus eo cariores et aptiores sunt, quod vestimentorum fericeorum nimis leuium

pondus augent, ac praeter pulchritudinem id efficiunt, ut corpus arctius cingant et vento magis resistent, propterea fimbrias ex iis parant palmi latitudine, ac vestimenta quaquaversum iis cingunt, quod et Kalmuccis et Sibiricis gentibus ut et Russis utriusque sexus in more positum est. In terris Kamtschaticis maior ornatus non censetur, quam vestis instar facci conita, Parka dicta, e pellibus candidis vitulorum cernorum rangiferorum Puschiki dictis, quos fimbria e pelle lutrina ambit: chirothecae et mitrae e lutrina pelle piratae. Praeter pondus autem haec pelles hoc incommodi habent, ut parum caloris corpori concilient, humidae emanant licet ab densitate egregie aduersis ventorum importunitatem defendant. Ante paucos annos gentiles haec vestes ex illis consuebant, ut olim e vulpium et Zobelarum pellibus, exolevit autem iam mos ex quo pretium earum adeo impense auctum, nec propterea multum tristatur, cum canina pellicia semper pulchriora, calidiora et diuturniora a gentilibus iudicata fuerunt.

Catulorum pelles hoc praecipuum habent, ut corpus minus quam vulpinae calefaciant.

Capiuntur haec animalia in terris Kamtschaticis solummodo qua Oceanus a gradu 56 ad 50 eam alluit, in Penschinico mari nunquam cernuntur, neque ultra tertiam insulam Kurillicam amplius obseruantur, hinc et ab horum animalium venatione Oceanus a Lapatka fere usque ad promontorium Kronotski nomen obtinuit Bobrowoie more. A multo iam tempore tam a gentilibus, quam Russis creditum et iudicatum fuit, animal hoc non esse Asiaticum, sed hospitem solum et aduenam ab aliis terris in

eo loco Kamtschaticis valde vicinis, vbi capi quotannis soleant: orientali vento hyeme per biduum spirante in glacie iacentia vna cum glacie aduehuntur et capiuntur, quae vero mortem hyeme effugiunt, aestate circa praerupta et saxosa litora Kamtschatica et insulas Kurillicas versantur, pariunt, ibidemque manent, ob id quod natando parum valent, nec ob foramen ouale cordis clausum mare transnantes victum in profundo quaerere, vel inediam per triduum aut quadriduum tolerare possunt; Hinc et venatio illarum talis est, vt si hyems gelida, glacies multa ac saepius aduehatur, lustrarum non tantum copia hyeme, sed et a residuis aestate habeatur, et vice versa ab anno 1740 ad 1743 frigora hic locorum nulla fuerunt, nullaque glacies generari circa litora et huc aduehi potuit, propterea et lutrae paucae et venatio admodum parca fuit.

Loca propter venationem lustrarum celebria sunt ab ostio Kamtschatka vsque ad Tschaschma ante 20 annos magis quam vllibi alibi, iam vero raro et admodum parce, frequentiores iam circa promontorium Kronozki, qui locus post ostium Kamtschatkae fluminis celeberrimus euasit, et ibi iam messis parciore euasit. Circa Ostrownaia, finem maris Awatschiensem, promontorium Lapatka, et tres priores Kurillicas insulas multum iam frequentiores capiuntur quam antea: Penschinicum mare non intrant, quamvis ibidem Gammari et reliqua conchylia si non maiori eodem tamen numero habentur, quam in Kamtschatico litore, quare vero ultra tres insulas anteriores Kurillicas non progrediantur, cum ab vna ad alteram facile vsque ad Iaponiam peruenire possint, triplicem agnoscit rationem.

1.) Leones et vrſi marini deſertas inſulas maximo numero inhabitantes, ob id quod luras deuorant et quouis modo laedunt, has fugant et ab iis valde timentur. 2.) Glacies nunquam eo, adeoque nec lurae aduehuntur. 3.) Diſtantia inter Americam et Kurillicas poſteriores inſulas adeo magna eſt, ac inſulis intermediis caret, adeoque eo animalia haec natatu peruenire nequeunt; ad hoc accedit, quod animalia haec a natura non vagabuuda ſint, ſed ſi commoda loca inuenerint iis veluti affixa, ita et priorum inſularum incolae adeo harum venationi intenti ſunt, vt raro aeſtate euadant, quae hyeme effugerunt.

Venantur luras omni tempore, ſed ratione temporis diuerſiſſimis modis. Hyeme et praecipue menſe Februario, Martio et Aprili copioſiſſime capiuntur, ſed ſtupendo labore, incredibili audacia, multorumque ſaepe hominum interitu: dictis menſibus flante vento Orientali intra biduum vel triduum glacies a continente Americae huc maxima copia aduehitur, vel citius glacies huc peruenit, ſi autumnno inde ablata intra inſulas in canali detenta ſubſtitit; Dum ventus flat, venatores gentiles vbiuis circa litus et inſulas in ſtramineis tuguriolis excubias agunt, glacies tanta copia aduehitur, vt maris ſuperficiem a litore ad aliquot milliaria occupet, circa inſulas Kurillicas promontorium Lapatka ſaepe cum priori inſula coniungit, dum gentiles claua lignea, cultro armati, ſoleis ligneis lapki dictis induti, vel ſoli, vel cum cane ad venationem inſtructi, a litore in glaciem abeunt, quas offendunt luras clauis occidunt ac promptiſſime intra aliquot momenta exoriant, continue pedes mouendo ne mergantur, carnes relin-

relinquunt, si nimis longe a litore recefferint: canes interea alias inquirunt, cane viso et subsistente lutra pariter timore coacta subsistit seque occultare occupatur, donec venator vestigia canis sequens feram assequitur et ferit, adeo intenti sunt huic venationi, ut saepe eo usque in glacie pergant, ut continens extra conspectum sit. Si glacies cum turbine, procella et multa niue, ut plerumque solet, aduehitur, venatio hucdum largior, sed et periculiosior, dum enim venatores nec antrorsum, nec quae ante pedes foramina in glacie sint, videre possunt, canem, aut coecam solummodo fortunam sequuntur: non sine stupore audacissima haec venatio e continente aspici potest, glacies vna cum vndis mox attolitur, modo deprimitur, venatores mox in monte, qui breui conuallis aut fouea fuit, ambulat, mox in altum tolluntur, mox oculis subducuntur ac merguntur. Fit autem saepe hac ratione venatio facillima et largissima, dum glacies in litore diu subsistit: lutrae durante turbine nesciae an in glacie vel continente degant, 5, 10, ad 15 stadia in continentem exeunt, arborum et fruticum strepitu seductae, putantes se versus mare properare et maris strepitum audire, hac ratione vnus saepe 30. 40 et plures occidit, ac pelle vna cum carne potitur. Dum gentiles in glacie venantur ventorum potissimum circumspecte rationem habent, ne vento aduerso in mare auerantur, quod saepe accidit, nec raro cum glacie per 3, 4, 5, 6 dies in mari oberrant, fauente fortuna et vento denuo aduehantur et salui in litus exeunt: vento ex alia plaga spirante glacies aueritur, si iuxta litus, venatores continue glaciem prosequuntur, dum enim glacies per diem aut noctem a litore aueritur, tot denuo

lutrae in illam se conferunt, ut venationes posteriores saepe multum prioribus ditiores euadant: soleas ligneas propterea induunt, ne mergantur, et quo glacies, saepe nimis tenuis, corporis molem sustineat. Solea quacuis 5 ad 6 pedes longa, 8 pollices lata, ac pedibus ope lori alligatur. Dum haec venatio in glacie contingit, vbiuis laeti nuncii habentur, priual seu glacies aduecta, circa Kurillicas insulas, vel circa Lapatka, Kronozky et Awatscha. Adhucuntur autem in glacie vna cum lutris phocae et leones marini.

Venatio autem pro tempestatis hyemalis ratione ita comparata est, quo frigidior et ventis impetuosior hyems, eo maior venatio, quo mitior eo pauperior. Licet annis 1740, 741, 742 multa glacies multaeque lutrae aduectae fuerunt, ob id tamen venatio parcissima, quod glacies nimis tenuis nec venatores sustineret.

Aestate lutrae capiuntur quatuor modis. 1.) Dormientes in mari ac supinae in dorso iacentes e cymbis hasta abscessili confodiuntur. 2.) Vel vigiles duabus cymbis in mari agitantur donec delassatae confodiantur, quippe ultra 2 minuta sub aquis absque respiratione vivere nequeunt, agitati mediocriter natant, et simul ita anhelosi fiunt, ut ulterius fugere nequeant, sed subsistere cogantur. 3.) Aestu maris imminuto saxa e mari extantia petunt, ibique somnum capiunt, ac a venatoribus clavis ligneis occiduntur. In terris Kamtschaticis ante Russorum aduentum in siccum exhibant eadem ratione, ac in terris Kurilicis propter capiendum somnum, ex quo autem propter solam pellem et auaritiam venantur, nunquam, aut rarissime,

me, aut insciae, quod in continente sint, capiuntur. 4.) Capiuntur retibus, retia autem super aquas expanduntur, et alligatis saxis firmantur in locis minus profundis, ubi fuci magna copia nasci solent, hae-dam conchyliâ et gamma-ros inter ficos delitescentes praedantur, retibus implican-tur, vel a venatore in cymba super veniente occiduntur. Solent interdum formas ligneas exsculpere lutram quodam-modo referentes, ac carbonibus denigrare, retibus impo-nerè, lutrae hanc formam videntes adnatant varios mi-rosque lusus cum illis exercent, ac hoc dolo capiuntur. Quando in reti capiuntur adeo anxiae sunt, vt anteriores pe-des sibi desperabundae praemordeant, quod si vero mascu-lus cum foemella vna capiuntur, vehementer ambo sibi pel-lem dilacerant dentibus, oculos eruunt.

A nobis vero in insula Beringii haffis, retibus et clavis somno sopitae, vel lusibus veneris intentae occide-bantur.

In tanta copia ibidem habebantur, vt ab initio iis occidentis manus non sufficerent, integris gregibus litus tegebant, et ob id quod vagabunda animalia non sunt, verum hic nata et educata, tantum abest, vt hominem ti-muerint, vt ad ignem accurrerent, nec loco mouerentur, donec post multam editam stragem noscere nos et fugere didi-cerunt, nihilo tamen minus ultra octingenta a nobis occisa fuerunt, et nisi nauigioli extructi angustia prohibuisset, triplo plura immolata fuissent.

Quan-

Quantum ad pulchritudinem animalis et praecipue pellis, forte haec lutra sola incomparabilis et sine pari nec sine stupore pilorum pulchritudine et mollitie veluti princeps omnes Oceani vasti incolas vincit. Quod ad mores tam in Oceano, quam in continente vivere amat, praecipue autem ob dulce otium incultas Oceani insulas ingentibus gregibus incolunt, propter cibum capiendum, aestu maris imminuto, loca vadosa, saxosa et fucis herbosa petunt, gammaros, musculos, mytilos, cochleas, patellas, polypos, sepias colligunt et deuorant. Fucis marinis non nisi inedia coactae pascuntur, comedunt pisces, aphyas acus et pisciculos Kamtschatico idiomate Uiky dictos, a fluctibus vernali tempore incredibili copia in litus eliminatos, nec abstinent a carnibus. Inueni lutram alterius lutrae excoriatae abiectae carnes comedentem, ita vt pamphagum animal censendum.

Hyeme partim super glacie, partim in litore iacent, aestate fluuios ingrediuntur, imo ad lacus pergunt, ac dulcibus aquis vehementer delectantur, calidis diebus conualles et recessus umbriferos intra montes petunt, ibique more simiarum varios lusus exercent: hilaritate, lusibus, pedum celeritate omnia reliqua amphibia vincunt.

In continente iacent more canum, corpore contorto, antequam e mari egressi somnum capiunt, excutiant more canum aquam omnem, dein anterioribus pedibus more catorum faciem demulcent, corpus stringunt, pilos ordinant, caput ab vno latere in alterum motitant, se intuentur sibi que mire placent. Vidi mares varios lusus
cum

cum genitalibus exercentes morè simiarum, adeo intenti sunt perpoliando corpori, vt dum hoc agunt, secure occidi possunt.

Curſu vix celer curſor aſſequi poteſt, fallaciter admodum et multis ambagibus currit, vbi vero viam ad mare interceptam videt, viribus exhausta et anhelofa ſubſiſtere tenetur, catorum more dorſum in arcum eleuat, ac inimicum ſaltu inuadere minatur, ſtridet inſtar cati ferocis, nos vero animoſitatis ſuae ventofae conſcios non deterruit, vnico forti ictu dum caput petitur conſeſtim exanimis in terram concidit, anteriorum pedum plantis oculos cooperit, etiamſi vices dorſum verberatur, ictus ſtenuè perfert, quod ſi vero cauda inter currendum extenſa verberatur, conſeſtim conuerſo corpore frontem percuffori ſuo admodum ridicule offert, ſaepius contigit vt vno ictu caderent, ac ſe mortuos ſimularent, quam primum vero nos cum aliis occupatos videbant, repente affugiebant, ex quo nobis apparebat dolofum valde animal eſſe, de induſtria ſaepe in anguſtias redegitimus abſque intentione nocendi, deinde paratas tenebamus clauas, iacebant illae blandientes et vndique circumſpicientes, lente admodum et humiliter canum more per nos tranſibant, quam primum vero ſeſe periculo liberatas videbant, ingentibus ſaltibus ad mare properabant.

Stantes collum extenſum ſeruant ad corpus, ac poſteriori parte alteriores ſtant ob pedum longitudinem.

Natant modo in ventre, modo in vno latere, modo in dorſo ſupinae, imo ſtantes ad perpendicularum natant,

vna ludunt et veluti homines anterioribus pedibus sese mutuo amplexantur, osculantur, si clauam effugerunt, quasi venatori illudentes valde ridicule gesticulantur, vno pede supra caput elato hominem continue intuentur, quasi radii solis illis molesti essent, in dorso iacentes pudenda scalpunt, continue intuendo hominem, aquam subeunt vri-
nando eadem ratione, ac vrsi marini et balenae.

Concubitum celebrant omni tempore adeoque et per totum annum matres cum catulis occupatae cernuntur: num bis, num vna saltim vice pariant, decernere non audeo, vidi et aliquoties matres cum duobus catulis occidi, quorum vnus annuus, alter 3, 4 mensium erat, hoc certum est vno catulo plures nunquam vel rarissime saltim parere, primo anno post partum non congregiuntur, sed secundo demum foetum per 8 et 9. menses in utero gestant, hinc et perfecte absolutos edunt catulos, oculis apertis et dentibus omnibus praeditos, 4 canini solito tantum minores sunt, eadem ratione ac in vrsis, phocis et leonibus marinis vidi; catulos vix non per integrum annum vberibus lactant, amorem coniugalem constantissime seruant, nec mas plures vna foemella amplexatur, tam in mari, quam in continente vna semper degunt, catuli annui Koschloki, antequam peculiarem familiam non instituerunt, semper cum parentibus vna degunt, ita et raro foemellae absque catulis bi-trimestribus Medwiedki dictis cernuntur. Foemellae semper in continente pariunt, catulos tam in mari, quam in continente ore semper gestant, dormientes in mari illos intra pedes anteriores eadem ratione seruant ac matres infantulos, proiici-

proiiciunt eos saepe in aquam, ut natatui affuescant, lassos de novo recipiunt, ac more humano osculantur, in altum catulos proiiciunt, proiectos anterioribus pedibus veluti pilam recipiunt, ino omnes lusus exercent, quos mater prolis amantissima iucundos et tenerrimos exercere potest: in continente dormiente matre catuli mammis vel lacertis maternis adhaerentes vigiles custodias agunt, prolem amore vix credibili complectuntur; utcumque percussores urgent, tam in mari, quam in continente, nunquam tamen catulos ore arreptos relinquunt, nisi extrema necessitate et ipsa morte coactae, ac propterea saepius cum saluae euassissent, occiduntur, de industria aliquoties foemellis ademi catulos, illis vero ipsis peperci, haec vero instar hominis afflicti plangebant, me viuos duos catulos portantem veluti canes e longinquo sequebantur, catulos voce singulari vagitui infantum simili aduocabant, cum catuli audita voce materna pariter vagirent, subledi in niue, accurrebant tam prope et paratae stabant catulos e manibus in niue sepositos afferre. Elapsis 8 diebus redii ad eundem locum, maximo moerore affectam vnam foemellam eodem, quo catulos rapui loco, iacentem inueni ac absque vilo fugae edito signo occidi, pelle detracta ita intra octiduum emaciata erat, ut ossa solummodo cum pauca carne superessent, quod deinceps aliquoties contigit. Accidit alio tempore, ut vna cum d. Plenisnero matrem cum filio annuo dormientem e longinquo viderem: mater nobis visis accurrebat ad filium, suscitabat et monebat ut fugeret, cum vero ille dormire nec fugere vellet, inuitum anterioribus pedibus arreptum, veluti iners saxum ad mare voluebat. Coeunt ut homines.

Oculis in continente parum valent, naribus vero admodum sagaces sunt, hinc et aduerso semper vento venari debent, auribus pariter argute audiunt. Clamor lutrarum vagitui infantum prorsus similis est, absque dubio per multos annos viuunt, rixas nunquam inter se alunt, sed amice admodum inuicem viuunt. Leones et vrsos marinos valde pertimescunt, nec phocarum consortium amant, hinc et loca his animalibus frequentata ab iis sedulo vitantur.

Caro lutrarum adularum multum tenerior et sapidior phocarum carne, praestat foemellarum caro, tenerior et pinguior, pinguedo autem inter membranulas continetur, hinc duriuscula, consistens, matres praegnantes, quo propiores partui, eo pinguiores: in quo multum a terrestribus animalibus differunt: catulorum caro delicatissima est, nec a lactantis agnelli carne facile dignoscenda, siue assata siue elixata, iusculum pariter ab elixatione sapidissimum euadit. Lutrarum caro potior cibus noster in insula Beringii erat, imo medicamentum vniuersale, huius commestione a scorbuto liberati, nec nausea quemquam corripuit, licet sine pane quotidie interdum semicrudam comederemus. Epar, cor, renes sapore nihil omnino a vitulinis differunt. Gentiles in Kamtschatka et Kurillicis insulis aquilarum carni primas dant, alterum locum lutrinae assignant; Epar et renes cruda comedunt ac sapidissima iactant: penis fulcri offei rasura tam gentiles, quam Russi vtuntur in febre tertiana, tanquam medicamento idoneo.

Pelles,

Pelles, antequam vsui cedunt sequentes experiuntur labores. 1.) A pelle detracta panniculus musculosus seorsim cultro separatur, hunc laborem Russi Slauonico vocabulo Bolon sniat exprimunt. 2.) Pellis vt vt potest maxime distenditur, etenim praeter hoc, quod magnitudo pretium auget, parata inde pellicia leuiora euadunt, minus autem quod ad pilos speciosa. 3.) Ossibus ex larorum alis pilos coordinant, et nudi per aliquot septimanas super illis dormiunt, quo lucidiores, pulchriores et mundiores euadant, hunc laborem Russi vocant Wyspat Bobr. 4.) Casacci dum a gentilibus nanciscuntur pelles, super niue eas saepius baculis verberant, si pilus fuscus aut alterius quam nigri coloris, colorem inducunt ex alumine et baccis Empetri ad consistentiam coctis cum pinguedine piscium, a quo splendorem et nigrorem nanciscuntur, cognoscitur autem fraus, dum pilus euellitur solitarius, ac triplex color apparet iunctus nigri in summitate et medietate pili natiuus abhinc, et denique fundus pili.

Dum lustrarum pelles praeparantur ad vsum, gentiles sequentia adhuc suscipiunt. Inungunt auersam partem pellis cum ouis piscium exsiccatis et in farinam contusis, vt Rutheni cum attenuato fermento panis, dein pellem conuolutam per aliquot dies reponunt, postea conchyliis et filicibus scalpunt, denique pumice laeuigant, ligneo vncō tam diu auersam partem terunt pariter ac manibus, donec a massa fermentata ouorum mollescat et omnis pinguedo mollis et flexilis euadat. Reliquae lustrarum pelles omnes, quae mercatoribus venduntur, rudes absque vlla praeparatione exportantur, ob id quod obseruatum fuit, has rudes colorem natiuum constantiorem seruare.

Tantum de lutra marina commentari volui, quantum partim oculatus testis ipse vidi, partim a gentilibus harum venationi intentis comperi.

Tab. XVI. Icones duas fieri curavi, quarum vna (fig. 1.) lutram in continente incedentem, altera (fig. 2.) eandem cum catulo natantem silit.

ASTRONOMICA.

OBSER-

OBSERVATIO
ECLIPSIS LVNAE PARTIALIS

d. 8. Augst. st. n. an 1748. Lipsiae habita

s
G. Heinsio.

1. **P**aucis ante Eclipsin horis tempestatem variabilem Tab. XVII. excipiebat coeli serenitas, quae optimam non solum eclipsis obseruationem, verum etiam diebus sequentibus exoptatam temporis duorum horologiorum oscillationum correctionem, ope altitudinum Solis respondentium quadrante consueto captarum, concessit. Obseruationem duplici modo peregi, tum annotando appulsus umbrae ad praecipuas Lunae maculas, tum definiendo phasium conditiones ope machinae parallacticae, cuius descriptionem in obseruatione eclipsis Solaris d. 25. Iulii eiusdem anni exhibui.

2. Secundum methodum priorem sequentia animaduertere licuit.

Tempore vero

- 10^b. 50' Penumbra valde diluta apparet circa regionem Schickardi, per tubum Gregorianum.
55. Penumbra manifesta per Tub. astron. 5. ped.
58 40''. Initium fieri creditur per Tub. astron. 5. ped. Umbra valde diluta cernitur. Initium notatum intra 30''. certum iudico.
59. 50. Initium certe iam contigit, per Tubum Gregorianum.

Tom. II. Nou. Comment.

E e e Omnes

Omnes sequentes observationes habitae sunt ope Tubi Gregoriani sub eo apparatu, quo obiecta secundum diametrum 52. vicibus iste amplificat.

11. 2. 38. Schickardus incipit immergi.
 3. 20. Schickardus totus immerfus. Umbra paulo distinctior apparet ac circa initium eclipsis.
- 11^b. 12'. 48''. Per medium Capuani peripheria Umbrae transit.
16. 32. Tycho incipit immergi.
 17. 44. Umbra per medium Tychonis.
 18. 48. Tycho totus immerfus.
 Umbra nunc bene terminatur, quae conditio in omnibus observationibus sequentibus, excepto fine, locum habuit.
20. 3. Grimaldus incipit occultari.
 24. 8. Umbra tangit Bullialdum.
 24. 48. Umbra per medium Grimaldi.
 25. 18. Medium Bullialdi tegitur.
 30. 38. Totus Grimaldus ad extremum suum acuminatum occultatur. Umbra lente admodum per Grimaldum transit; quapropter observationes circa Grimaldum peractae non satis certae debent censeri.
56. 43. Medium Fracastorii tegitur.
 58. 8. Totus Fracastorius occultatur.
 58. 23. Medium Grimaldi emergit.
12. 1. 49. Totus Grimaldus extra umbram ponitur.
 50. 59. Tycho incipit emergere.
 51. 52. Medium Tychonis.

52. 49. Tycho totus emergit.

Octo circiter minutis ante finem umbrae male terminari incipit.

13. 14. 49. Finis eclipsis dubius.

15. 29. Finis certior iudicatus; quod proinde momentum pro fine pono.

15. 50. Finis certe factus est.

3. Secundum methodum posteriorem per tubum tripedalem machinae parallacticae, qui umbram optime terminatam representabat, modo consueto appulsus limborum Lunae, precedentis et sequentis, nec non cuspidum phasis cuiusque ad filum reticuli horarium notavi, interea dum limbus Lunae vel superior vel inferior directionem fili diurni sequebatur; appulsam autem peripheriam umbrae ad filum horarium attendere conditio positionis eius respectu fili non permisit. Hanc ob causam ad constructionem phasium alia elementa in subsidium erant vocanda, quae ex ordine enumerabo.

4. Ex observationibus copiosis deprehendi moram transitus disci lunaris per filum horarium = $2'. 24'' \frac{1}{2}$ temporis solaris, quae ope diei lunaris in partes diurni conuersa exhibet diametrum lunae in eiusmodi partibus = $34'. 49''$. quibus pro declinatione Lunae visa respondent $33'. 30''$. in partibus circuli maximi. Diameter haec referri debet ad altitudinem 23. graduum circiter, quam per totam eclipsin constantem assumam et *diameter altitudinis* vocabo. Erit ergo diameter Lunae horizontalis = $33'. 16''$. partium circuli maximi, et parallaxis horizontales respondens = $60'. 59''$. posita ratione inter horizontales diametrum et parallaxin = 6 : 11.

E c e 2

5. Si

5. Si dicantur parallaxis horizontalis lunae = P, Solis = p (= 10''), semidiameter Solis = s (= 15'. 51'' ex Tabulis); erit semidiameter horizontalis umbrae = P + p - s + $\frac{1}{2}$ P. (adiicitur $\frac{1}{2}$ P ob augmentum umbrae ex atmosphaera Telluris). Igitur pro casu praesenti fiet semidiameter umbrae horizontalis = 60'. 59'' + 10'' - 15'. 51'' + 42'' = 46' 0''; in altitudine autem 23. graduum = 46'. 19''. quae scilicet in eadem ratione augetur, qua crescit diameter altitudinis lunae. Vocabo hanc *semidiametrum umbrae in altitudine*.

6. Ope huius, factis ob progressum umbrae in disco Lunae debitis correctionibus, nonnullas eclipsis phases construere, earumque et centri umbrae positiones respectu tum diurni visus, tum circuli latitudinis Lunae definire licuit. Cum autem plerique appulsus cornu sequentis phase nimis vicini essent appulsibus limbi Lunae sequentis ad filum horarium, quae conditio exactam positionis centri umbrae determinationem respuebat; in maiorem certitudinem non incongruum esse duxi, ex calculo *Cel. Euleri*, cum quo elementa ex observatione eruta prope conspirabant: in subsidium assumere horarium Lunae a Sole = 35'. 27'', et inclinationem orbitae Lunae ad eclipticam = 5°. 34'; quo facto ex observatis appulsibus alterutrius cornu phase constructum schema sequentes suppeditavit determinationes.

Ordo observ. Tempus verum seu Momentum appulsus cornu phasis praec. ad filum horarium Interuallum tem- poris inter appul- sus limbi ☽. praec. ad filum horarium Distantia centri vm- brae a loco obscurat. maximae in partibus temporis ope hoia- brae a loco obscurat. maximae in partibus temporis ope hoia- deductum. Tempus verum obscurationis maximae inde deductum. Quantitas obscurationis.

1.	11 ^b . 33. 6''.	0'. 58 ^{1/2}	34'. 15''	} add.	12 ^b . 7. 21''.	3 ^{dig.}	40'.
2.	38. 12	0. 49	28. 10		6. 22. 4.	7	
3.	42. 4 ²	0. 42 ^{1/2}	23. 55		6. 37. 4.	25	
4.	12. 8. 40. 0	18. 0	2. 0		6. 40. 5.	6 ^{1/2}	
5.	20. 39	0 13 ^{1/4}	13. 50.		6. 49	4.	53
	appulsus cornu seqv. inter appulsus limbi ☽. seqv. et cornu seqv.			} subtr.			
6.	42. 30. 0.	11	36. 10		6. 20. 3.	30	
7.	57. 21	0. 30.	50. 35		6. 46. 2.	6	
8.	13. 4. 34	0. 45 ^{3/4}	58. 0.		12. 6. 34.	1.	13.

7. Schematis situ erecto delineati sequentes sunt con- ditiones. S D P refert discum Lunae immotum, L eius centrum, L P semidiametrum altitudinis, P limbum praecedentem, S sequentem, D L circulum declinationis, et F L d ad L D perpendicularis diurnum centri lunae verum, L v est diurnus centri Lunae visus ex mutatione declinationis eius dato temporis interuallo facta definitus, existente L d : d v = 1731 : 29, et v d ad L d per- pendiculari, s p parallela ad L v tangit limbum Lunae superiorem et filum diurnum reticuli in machina paral- lactica representat, quod limbus Lunae superior in transitu per tubum machinae strinxit. P p, S s, perpendiculares sunt ad s p, et limbum Lunae in P et S tangunt ita vt s p exponat moram transitus disci lunaris per filum hora- rium (= 2'. 24^{1/2}. §. 2), et, verbi causa, p r inter- vallum temporis inter appulsus limbi Lunae praecedentis

P et cornu praecedentis R in data phasi. LC refert circulum latitudinis lunae inclinatum ad circulum declinationis LD angulo CLD = $17^{\circ} 31'$. = Complementary anguli eclipticae cum meridiano, qui loco Oppositionis ☉ et ☽ in ecliptica $16^{\circ} 37'$. ≈ responder. Angulus CLO aequalis est inclinationi orbitae visae ☽ ad Eclipticam (= $5^{\circ} 34'$.), ut LO exhibeat rectam, ad quam semita visae centri umbrae AB in O perpendicularis est. Hanc autem AB ad tantam distantiam a centro Lunae L remoueri, ut, postquam definita fuerit cuspidis phasis positio pro quavis observatione per interuallum temporis inter appulsus limbi Lunae et cuspidis istius ad filum horarium machinae, factae ex loco cuspidis tanquam centro, ope semidiametri umbrae in altitudine, intersectiones rectae AB in 1, 2, 3 etc. non solum designent loca centri umbrae ad ea temporis momenta, quae eodem caractere in recensione §. 6. insigniuntur; verum etiam interualla intersectionum examinata ad horarium ☽ a ☉ rite conspirent cum interuallis temporis observationum homologarum; quo facto iustam tandem semitae visae centri umbrae positionem in schemate obtinui. Innotuerunt inde pro quavis observatione, distantia centri umbrae a loco obscurationis maximae O in partibus temporis ope horarii ☽ a ☉; phasis positione; quantitas obscurationis, ac denique tempus obscurationis maximae; prouti hae deductiones §. 6. annotatae sunt.

8. Ex eodem schemate inuenta est LC latitudo Lunae borealis in $\vartheta = 49'. 0''$, et distantia centrorum minima LO = $48'. 45''$; vnde prodiit quantitas eclipsis

(=

(= summae semidiametrorum umbrae et Lunae demta distantia centrorum minima) = $46'. 19'' + 16'. 45'' - 48'. 45'' = 14'. 19''$, et in digitis eclipticis = $5. \text{dig} 7 \frac{2}{3} \text{ minut.}$

9. Momentum obscurationis maximae duplici adhuc methodo definire licuit. Primum si ponatur.

Eclipsis finis $13^b. 15'. 30''$. rotunde

Initium $10. 58. 40$

24. 14. 10

prodit tempus obscur. max. $12. 7. 5$

Deinde macularum Grimaldi et Tychois obseruatae immersiones et emersiones idem patefecerunt, postquam situs istarum in disco Lunae exploratus est ope machinae parallacticae paulo ante eclipsin, nempe hor. 10. Sit in T centrum Tychois, in G centrum Crimaldi. Ductis T θ , G γ , ad S s parallelis, ex obseruatione inueni.

p $\theta = 1'. 39''$.

$\theta \tau = 1. 36 \frac{1}{2}$

p $\gamma = 2. 19$.

G $\gamma = 1. 1 \frac{1}{2}$.

in partibus temporis, quarum $2'. 24'' \frac{1}{2}$ ipsi s p seu morae transitus disci Lunaris per filum horarium respondent. Centro O descriptus iam sit arcus umbrae M Q m pro momento obscurationis maximae. Per T, G, L, ductae sint parallelae m M, G N, L l, ad semitam centri umbrae A B, quae prouide perpendicularares sunt ad L O. Cum eadem eclipsis phaenomena locum habeant, siue centrum umbrae moueatur per A B, manente Luna in L; siue centrum umbrae ponatur in O immotum, et centro Lunae tribuatur motus eiusdem celeritatis iuxta l L directio-

directionem oppositam; in casu posteriori centrum Tycho-
nis describet rectam $M m$ ab immersione sua vsque ad
emerfionem, et tempus medium exponet momentum,
quo Tycho fuit in t . Ast tempore obscurationis maxi-
mae, existente centro Lunae in L , centrum Tychonis est
in T ; vnde si ope horarii Lunae a \odot le exploretur tem-
pus per $t T$, idque addatur ad momentum, quo Tycho
fuit in t ; habebitur tempus obscurationis maximae. Simi-
li modo proceditur cum Grimaldo. En deductiones

Emerfio centri Tychonis	12 ^h . 51'. 52''.
Immerfio - - - - -	11. 17. 44
Tempus per $M m$ - -	1. 34. 8
Tempus per $M t$ - -	0. 47. 4
Momentum, quo Tycho fuit in t	12. 4. 48
Tempus per $T t$ ex schemate	0. 2. 25
Momentum obscur. maximae	12. 7. 13.
Emerfio centri Grimaldi	11. 58. 23
Immerfio - - - - -	11. 24. 48
Tempus per $N n$ - - -	0. 33. 35
Tempus per $N g$ - - -	0. 16. 47 rotunde
Moment. , quo Grimaldus fuit in g .	11. 41. 35
Tempus per $g G$ ex schemate	25. 30
Momentum obscur. max.	12. 7. 5

Si iam ex omnibus momentis §. 6. et 9, quae obscu-
rationem maximam concernunt, capiatur medium; habe-
bitur tempus obscurationis maximae 12^h. 6. 45''. 10.
Si huic adiciantur 5'. 3^s., interuallum nempe temporis
inter

inter obscurationem maximam et Oppositionem, quo centrum umbrae per OC progressum est, definitis scilicet OC per LC et CLO , et tempore per OC ex horario Lunae a Sole; innotescit tempus oppositionis verum $12^b. 14'. 51''$.

11. Secundum ea, quae §. 9. exposita sunt; quantitas quoque eclipsis EQ ex immersionibus et emersionibus macularum Tychois et Grimaldi, earumque positione in disco Lunae, potest erui. Sic enim pro Tychone datur tempus per $Mt = 0^b. 47'. 4''$ et inde ope horarii \odot a $\odot Mt = 27'. 49''$. quare cum detur *semidiameter umbrae* $OM = 46'. 19'' (= OQ)$, dabitur $Ot = \sqrt{OM^2 - Mt^2} = 37' 2''$, et denique $tQ = OQ - Ot = 9'. 17''$. Sed ex positione Tychois T respectu LO et limbi lunaris datur ex schemate $Et = 4'. 55''$; unde dabitur $EQ = Et + tQ = 14'. 12''$. in partibus circuli maximi. Simili modo pro Grimaldo ex tempore per $Ng = 0^b. 16'. 47''$. datur $Ng = 9'. 55''$; inde $Og = 44'. 23''$. et $gQ = 1'. 56''$. Ex positione autem centri Grimaldi respectu LO habetur ex schemate $Eg = 12'. 38''$; quare $EQ = 14'. 34''$. Medium ergo inter ea, quae pro EQ nunc et §. 8. inuenta sunt, sistet quantitatem eclipsis $= 14'. 21\frac{2}{3}''$ parum ab ea discrepantem, quae §. 8. definita est.

12. Versus finem Elipsis Iupiter cum Satellitibus suis in vicinia Lunae per Tubum machinae parallacticae erat conspicuus, cuius et Satellitum positionem respectu centri et diurni veri Lunae ex transitu istorum per fila reticuli determinare licuit, prouti istam schemata situ erecto repraesentat. Iupiter orientalisior erat quam Luna seu

Iouis ascensio recta maior ascensione recta centri Lunae; declinatio quoque australis Iouis maior declinatione australi centri Lunae, Ioue I adiurno vero centri Lunae LF versus austrum distante. Figurae numericae 1, 2, 3, 4, stellulis ad I adscriptae designant Iouis Satellites eorundem nominum. Inueni autem.

Differentiam Ascensionum rectarum in partibus diurni vel aequatoris Differentiam declinationum seu intercapedinem diurnorum verorum in partibus circuli maximi.

	ad momentum	12 ^b .	41'.	28''	temp. vero
centri ☾nae et Sat. 2.	1°.	14'.	26''.	43'.	30''
— — — — — Sat. 4.	1.	13.	11. dub.	43.	dub.
— — — — — centri 2/	1.	11.	41 (=LF)	44.	20 (=FI)
— — — — — Sat. 1.	1.	9.	56.	44.	50
— — — — — Sat. 3.	1.	7.	4	45.	52
	ad momentum	12 ^b .	56'.	40''.	
centri ☾nae et centri 2/	1°.	4	52'' (=Lf)	47.	38 (=fi)

13. Denique si comparatio instituat observationis Lipsiensis cum Viennensi a Cel. *Marinonio* facta prodit meridianorum differentia, ut sequitur.

	Viennae	Liepſiae	diff meridian.
Initium Eclipsis	11 ^b .	16'. 0''.	10 ^b . 58'. 40'' 0 ^b . 17'. 20''.
Tycho incipit tegi	32. 0	11. 16.	32. 15. 28
Tycho medius	33. 32.	17. 44.	15. 48
Tycho totus	35. 0	18. 48.	16. 12
Grimaldus tot emer.	12. 18. 0	12. 1.	49. 16. 11
Tycho incipit emer.	13. 7. 26.	50. 59	16. 27
			Tycho

Tycho medius	8. 44	51. 52.	16. 52.
Tycho totus	9. 24	52. 49.	16. 35.
Finis Eclipsis	31. 0	13. 15.	29. 0. 15 31
		Medium	<u>0^b. 16'. 16".</u>

Haec meridianorum differentia bene conspirat cum ea 16'. 30", quae prodiit ex obseruata Emerfione Sat. 1^m 24 d. 20. Iulii 1746, nempe.

Viennae - - -	9 ^b . 16'. 48".	temp. vero
Lipfiae - - -	9. 0. 18	- - - -
	<u>0. 16. 30</u>	

Propius adhuc affentit determinatio differentiae meridianorum ex obseruato fine Elipsis nuperae Solaris d. 25. Iulii.

Erat nempe Finis Lipfiae.	1 ^b . 19'. 38".	horol. Lipfienfis
Correctio ex fchmante	0. 10. 50.	add.

vt habeatur Finis Viennae
obferuatus autem est Finis

Viennae	<u>1. 46. 49.</u>	horol. Viennenfis
---------	-------------------	-------------------

vnde Meridianorum differ. 0^b. 16. 21

14. Cum potestas facta fuerit comparandi Obseruationes Eclipsium vtriusque Luminaris in Specula Imperiali Petropolitana habitas cum nostris; in eclipsis lunari, electis momentis certioribus, fequentem inuenimus meridianorum differentiam.

	Petropoli	Lipfiae	Merid. differ.
Initium	0 ^b . 10'. 34".	10 ^b . 58'. 40".	1 ^b . 11'. 54".
Vmbra ad Tychonem	0. 27. 9.	11. 16. 32.	1. 10. 37.
	F f f 2		Tycho

Tycho totus emergit	2. ¹ 5. 18. 12. 52. 49.	1. 12. 29
Finis	2. 26. 43. 13. 15. 29.	1. 11. 14
		<u> </u>
	Medium	1. 11. 34.
Ex obseruato fine Eclipsis Solaris d. 25. Iulii paulo ma; ior emergit Meridianorum differentia. Est nempe.		
Finis Lipsiae	1. ^b . 19'. 38".	horol. Lips.
Correctio ex schemate	0. 0. 45.	subtr. vt habeatur
	<u> </u>	
Finis Petropoli	1. 18. 53.	horol. Lipsi
ast Finis Petropoli	2. 31. 33.	horol. Petrop.
	<u> </u>	
vnde Meridian. differ.	1. 12. 40.	

chius quidem ad hoc duo sua micrometra duosque observatores requirit, quorum alter distantiam a se invicem cornuum phaëos, alter phasim eclipsæ, seu distantiam maximam limborum disci obscurantis discique eclipsantis eodem momento temporis observare debet: Sed quia observatores non eadem dexteritate rem expediendi polent, punctaque observanda alia facilius difficilius alia per se observari possunt, inde fit, ut dum unus eorum cochleas micrometri ad puncta sua probe direxit, alter dirigit adhuc, et si alter bene direxerit, prior iterum dirigere debet, et sic porro; puncta enim illa, quorum distantiam mensurant, in ictu oculi elocis suis exeunt, statimque aliter tam inter se, quam respectu cochlearum ponuntur: adeo ut maxime difficile sit, multas vel accuratas id genus observationes ope micrometri huius obtinere, praesertim autem in peregrinationibus, ubi nec duo observatores bene exercitati, nec locus ad observationes a duobus observatoribus instituendas commodus facile adesse potest. Ad Hirii micrometron methodumque per illud observandi a Rostio descriptam quod attinet, in illa unicus quidem observator ad observationem hanc instituendam requiritur, sed cui multa, eaque maxime difficilia negotia simul expedienda sunt: debet enim is, dirigendo repetitis vicibus capillum aliquem micrometri immobilem ad limbum alterutrius disci in situ capilli ad cornua phaëos parallelo, sollicite observare temporis momentum, quando alterius disci limbus alterum capillum immobilem simul cum priori stringit, eodemque momento, quo hoc accidit, dirigere tenetur capillum micrometri mobilem ad cornua phaëos, ut eadem simul cum prioribus exacte contingat: id quod

quod describi facilius quam praestari potest. Capillus namque immobilis ad limbum disci difficulter, vel rarissime tantum, ita dirigi potest, ut et limbum tangat, et simul ad cornua phaseos parallelus sit; cornua enim phaseos in omni eclipsi partiali motu angulari, et limbus disci simul cum cornibus motu primi mobilis progressivo continuo et sensibilibus mouentur, adeo, ut capillus micrometri in situm cornibus parallelum ante contactum cum limbo sibi occursuro componi debeat; sed tempore, quod a dispositione capilli in situm cornibus parallelum ad contactum capilli cum limbo sibi occurrente superest, positio cornuum ad capillum parallela prius stabilita mutatur et limbus ad capillum saepe numero in situ capilli ad cornua obliquo non parallelo appellet, totiesque conatus ille observatoris eludetur. Unde alterum negotium difficilium adhuc expeditum est; ut nempe capillus ille micrometri immobilis in contactum limbi situmque ad cornua phaseos parallelum eo ipso temporis momento adducatur, quo distantia eius ab altero capillo immobili quocunque distantiae limborum maximae aequalis est; fieri enim ut supra dictorum saepenumero potest, ut momento illo directio capillorum ad limbos discorum cornibus exacte parallela non succedat, nulliusque usus, vel non accurata observatio phaseos euadat. His ita comparatis tertium requisitum priorum longe difficillimum, et vix effectu possibile erit, ut nempe observator eodem temporis momento, quo limbos discorum capillos immobiles in situ eorundem ad cornua phaseos parallelo simul contingere observat, capillum mobilem ad cornua phaseos admoueat, super eaque exacte ponat. Ad hoc namque ut capillus ad cornua exacte admoueat, tempus aliquod requiritur,

sed

sed cornua phaëos tempore illo e loco suo, quem in contactu limborum cum capillis immobilibus tenebant, motu primi mobilis lata exeunt, et ad capillum, qui ad ea dirigitur, propius accedunt, vel ab eodem longius recedunt; adeo ut distantia eorum a limbo proximo per observationem hanc sumpta necessario maior, vel minor vera, seu ea, quae in contactu limborum cum capillis fuit, esse debeat. Neque sola haec observatio errori obnoxia est, sed eundem in priorem etiam observationem derivat, augetur. Properare enim debet observator cum priori observatione, licet ea id minime patiatur, si accurata esse debeat, ne hanc intermittat, vel non exacte faciat, et dum animum ad utramque eodem momento distendit, neutram debito rigore faciet. Accedit quod per micrometron hoc non omni tempore observationem huiusmodi instituere liceat, sed illo tantum, quo phaëis eclipsicos, seu distantia limborum eclipsantis et obscurantis distantiae duorum capillorum immobilium quorumcumque aequalis est. Fieri ergo potest, ut exercitatissimus observator micrometro huius generis exquisitissimo instructus, eclipsique apparenti observandae diligentissime intentus ob incommoditates observandi supra descriptas nullam prorsus harum observationum instituere possit; praesertim autem si durante eclipsi nubes vel rarissime etiam interueniant aliquodque e quatuor illis punctis ad observationem hanc requisitis momento observationi debito tegant. Numerus enim observationum huiusmodi in micrometro hoc, methodo eius ita ferente, exiguus tantum possibilis est. Cum itaque observatio phaëum eclipsicos chordarumque defectuarum eodem temporis momento instituenda tam magnis difficultatibus praec-

praematur, Astronomi hodierni mutato priori consilio chordas defectivas phasesque eclipses diuersis temporibus seorsim obseruant, et vna obseruatione pro primaria assumpta, alteram obseruationem ad idem cum priori tempus per regulam proportionum reducunt; quod vtique factu facillimum esset, si quantitas alterius quaesiti eclipses per regulam illam ad tempus obseruationis pro primaria assumptae accurata obtineri posset; incrementa enim et decrementa phasium eclipses chordarumque defectiuarum tempori minime proportionalia sunt; quod tamen in determinatione illa assumi necessario debet. Porro certitudo distantiarum per cochleas in micrometris his vsitatas, licet accuratissime mensuratarum, ob constructionem cochlearum applicationemque ad tubum accuratam difficilem, in dubium mihi vocari posse videtur. Non facile enim crediderim reuolutiones cochlearum ab artifice praecise aequales aequabilesque omnino reddi, vel ab vsu iniuriisque aëris tractu temporis inuariatas persistere, aut cochleas ipsas ad axem tubi praecise perpendiculariter applicari posse. Praeterea quantitatem reuolutionis cochleae in partibus circuli maximi accuratissimam, qualis in hoc negotio requiritur, per methodos hucusque vsitatas; nempe per distantias motumque stellarum, et mensurationem obiecti in Terrae superficie assumti per intervallum cognitum ab obseruatore remoti vix haberi posse arbitror. Distantia enim duarum stellarum in partibus circuli maximi accurata non nisi difficulter, et magna ambage inueniri potest, nec eadem omni tempore manet, sed mutatur cum refractione radiorum. Arcus autem aequatoris distantiae duorum capillorum in micrometro extensorum aequalis per motum stellae alicuius

determinandus, motum horologiî et stellae per integram revolutionem stellae aequabilem, et declinationem stellae accurate definitam requirit, quorum unumquodque fallax esse potest. Horologia enim inaequaliter incedere saepenumero observantur, et motum stellae ob diversum in diversis paralleli eius locis statum aëris, diversae aequi tempore celeritatis esse posse veritati consentaneum est. Determinationem autem declinationis stellae accuratam altitudines poli et stellae eandem ingredientiæ, ob refractionum quantitatem incertam, et inaequalem divisionem graduum in limbo quadrantis, prouti hoc saepenumero observatur, et locum primi divisionis graduum puncti in limbo quadrantis, ob refractiones horizontales maxime variabiles, semper fere incertum, incertae impedire possunt. Distantia autem obiecti in Terrae superficie assumpti, ob imperfectionem instrumentorum ad eandem mensurandas adhibendorum, et importunitatem locorum interiectorum, si easdem per perticas mensurare velis, quod alias tutissimum est; nunquam fere sine errore aliquo sensibili determinari potest. Unde incertitudo phaenomenorum eclipsios, et chordarum defectuarum per micrometra Kirchii et Hirii ad idem tempus inveniendarum, et diametrorum Luminarium apparentium partibus circuli maximi expressarum luculenter colligi potest. Concedamus etiam, per micrometra illa methodosque observandi ab auctoribus eorum traditas, phaenomena Luminarium et chordas defectivas iisdem temporis momentis et accuratissimas et quamplurimas obtineri posse, sed quid inde emolumenti in Astronomiam redundabit? Nihil tere. Ex observationibus enim his immediate deduci possunt tantum diameter disci obscurantis, et distantia

tia centrorum vtriusque disci : ex his autem de motu situ-
que in coelis discorum ad se inuicem non nisi paucissimae ,
vel prorsus nullae conclusiones formari possunt. Non da-
tur enim distantiarum illarum positio , neque ad se inui-
cem , neque ad circulos sphaerae coelestis , qua ignota mo-
tus quoque discorum seu Luminarium , et situs eorum ad
se inuicem in coelis , ignoti manent. Quodsi autem per
obseruationes has , inclinatio etiam distantiarum ad se in-
vicem daretur , potuisset inde immediate inueniri motus
Luminarium , vel Lunae et umbrae Terrestris a se inui-
cem in via eorundem visa tempore obseruationum obtinens ,
et inde initium finisque eclipses determinari ; si alteru-
trum eorum vel vtrumque male , vel prorsus non obser-
vatum fuerit , quod pro initio et fine eclipses Lunarum
vero inueniendo commodissime inferre potuisset. Si autem
porro inclinatio distantiarum illarum ad circulos etiam sphae-
rae coelestis haberetur , potuisset ex his obseruationibus de-
duci motus Luminarium a se inuicem in ecliptica vel ae-
quatore visus , cum differentiis declinationum et latitudi-
num , inclinatioque viae mobilium a se inuicem visae ad
eclipticam vel aequatorem , et multa id genus alia ad per-
ficiendam Astronomiam multum facientia. Sed positionem
distantiarum illarum ad se inuicem nullam , ad circulos au-
tem sphaerae coelestis vnicam tantum , ad aequatorem
nempe perpendicularem , per micrometron Huii lucusque
obseruare potuerunt Astronomi. Sed et haec obseruatio
adhibita machina parallactica multis iisque valde operosis
et lubricis circumstantiis , cum in se , tum extra se , la-
borante , non sine magno erroris periculo instituitur. Axis
enim machinae huius , pro hoc casu , axi conuersionis diurnae

nae omnino parallelus, et praecise in plano meridiani locatus esse debet. Sed ad hoc altitudo poli accurata, et pavimentum observatorii horizonti praecise parallelum, et lineis meridianis verticalibusque primariis quam plurimis iisque accuratae ductis refertum requiritur, quorum unum quodque maxime lubricum est: adeo ut momentum temporis, quo cornua Lunae vel Solis aequatori parallala sunt, distantiaeque centrorum Lunae et umbrae, vel Lunae et Solis, ad eundem perpendicularis est, methodo hac nunquam fere sine errore sensibili observari possit. Cum haec sine dubio clarissimus Heinsius, animo perpenderet, methodumque phases eclipsium et chordas detectuum, earumque positiones ad se invicem et ad diurnos Luminarium quascunque eodem tempore prompte et accurate observandi in Astronomia practica merito adhuc desiderari videret, proposuit occasione eclipsios Solaris Anno 1739, Mense Augusto a se hic Petropoli observatae, methodum, qua omnia haec quaesita eclipsios, ope tubi Astronomici reticulo tantum ordinario instructi, absque omni usu cochlearum, capillorumque mobilium ab unico observatore, eodem temporis momento prompte haberi possunt. Verum quia in methodo hac deductiones quaesitorum illorum eclipsios per calculum ex observationibus eadem institutis, motus disci cornuumque phases per discum eclipsantem tempore observationis obtinens, aliunde, non ex ipsa observatione phasium cognitus, et non nisi molestissime, vel cum errore aliquo, ut ipse cl. autor innuit, determinandus a phasibusque observatis semper subtrahendus ingreditur; ne haec quidem methodus quaesita illa eclipsios obtinendi omnino tuta est. Quae cum ita se habeant, proposui mihi hic describere

describere nouam methodum eclipses Luminarium obseruandi, qua tam phases eclipsios vtriusque Luminaris, quam chordae defectuum et positiones earum ad se inuicem diurnosque Luminarium quaecunque eodem momento, ab unico obseruatore, absque omni vsu cochlearum et machinae parallaëticae, vbique locorum, accurate et prompte obseruari mensurarique, et quantitas earum in numeris absque vlla correctione obseruationum, in partibus autem circuli maximi, absque obseruatione stellarum et mensuratione distantiae obiecti in Terrae superficie praecise haberi simulque locus Lunae respectu Aequatoris apparens quocunque tempore deprehendi, et transitus eius per stellas obseruari commode potest. Ea autem sequentem in modum sese habet.

§. 1. E tubo quadrantis portatilis cuiuscunque eximatur annulus metallicus *A C E H*. qui in foco tubi positus Tab. XVII. capillos extensos ordinarie gerit, periferiamque circuli in Fig. 1. margine suo interiore ducti in octo partes aequales punctis *A, B, C, D, E, F, G, H*, diuisum habet, et per puncta diuisionum *A* et *E*, *C* et *G*, extendantur duo capilli tenuissimi *A E* et *C G*, qui ad angulos rectos sese in centro tubi *m* interfecabunt. Item per puncta *B* et *D*, *H* et *F*, extendantur similes capilli *B D* et *H F*, et erunt hi ad capillum *A E*, et inter se paralleli. Deinde distantia capillorum *A E* et *B D* diuidatur in quatuor partes ad sensum aequales, extensis in eadem tribus capillis, *op, qr, st*, inter se et ad capillos *A E, B D, H F*, exacte parallelis. Simili modo diuidatur distantia capillorum, *A E* et *H F* etiam in quatuor partes itidemque inter se, et prioribus ad sensum aequales, ductis capillis *li, uv*, et *xy*, inter se et ad reliquos parallelis, annulusque cum

G g g 3 capillis

capillis hoc modo extensis aptetur in foco tubi ita, vt pro lubitu circumuerti possit cum omni sistemate capillorum. Et constructa erit machina ad phases Luminarium, chordasque defectiuas, et positiones chordarum ad se in vicem diurnosque Luminarium ab vnico obseruatore eodem momento accurate obseruandas requisita.

§. 2. Priusquam ad modum eclipses Luminarium per machinam hanc obseruandas exponendum accedam, conuenit prius describere methodum, qua distantiae capillorum illorum parallelorum in partibus circuli maximi absque mensuratione distantiae in Terrae superficie assumendae, obseruationeque stellarum determinari possint: scilicet: mensurentur repetitis vicibus, circino maiori, radii trium vel quatuor circulorum concentricorum in limbo quadrantis, in cuius foco capilli hi aptati sunt, ductorum, et aperturae circini pro quolibet radio factae applicentur seorsim ad scalam in partes aequales exactissime diuisam, et numerus partium scalae vnicuique radio respondens seorsim notetur. Deinde eligatur inspiciendo per tubum quadrantis nota aliqua distincta in aedificiis vrbis, vel alibi in Terrae superficie sita, ad eamque, posito quadrante et capillo *G C* in situ exacte verticali, dirigatur capillus *B D* ita vt eandem per tubum quadrantis visam exacte tegat, vel stringat. Notentur in hoc situ quadrantis atramento, vel alio quocunque colore, penna vel penicillo, excepto, puncta periferiarum in limbo quadrantis ductarum mensuratorum radiorum, in quibus capillus cum pondusculo e centro quadrantis libere suspensus easdem fecat. His summa circumspeditione peractis dirigatur ad eandem notam in eodem

eodem situ ad horizontem quadrantis et capilli GC , capillus HF , ita, vt ad eandem eodem prorsus modo ponatur, quo antea ponebatur capillus BD , et notentur in hoc etiam situ eodem modo puncta earundem periferiarum, in quibus capillus pondere oneratus et e centro quadrantis pendens easdem interfecat. Mensurentur deinde circino distantiae punctorum in vnaquaque periferia atramento vel colore notatorum, et applicentur aperture circini ad eandem scalam, vt innotescat numerus partium scalae vnicuique distantiae punctorum respondens. Tandem numeri hi distantiarum in periferiis mensuratarum adscribantur radiis periferiarum correspondentibus supra mensuratis et seorsim notatis, et reperta erunt omnia requisita ad distantiam capillorum BD et HF in foco tubi quadrantis extensorum in partibus circuli maximi inueniendam. Quodsi enim concipiamus a centro quadrantis ad vtrumque punctum in eadem periferia notatum ductos esse seorsim duos radios eiu-dem circuli distantes a se inuicem in periferiis suis per chordas supra mensuratas; habebimus hoc modo tria vel quatuor triangula, prouti nempe radii tres vel quatuor mensurati sunt, aequicrura, et similia, in quibus omnia latera, crura nempe radiis, et bases chordis supra mensuratis aequales dantur. Poterit ergo hinc per trigonometriam planam inueniri in quouis triangulo angulus ad centrum quadrantis, mensura distantiae capillorum BD et HF in partibus circuli maximi quaesita, haecque accurata erit, si magnitudo anguli ad centrum ex quolibet triangulo, vel duobus aut tribus deducta, praecise eadem deprehendatur, vel media ex illis, quae parum inter se differunt, sumatur.

Schol.

Schol. In methodo determinandi primum diuisionis graduum punctum in limbo quadrantis notatorum, omnium optima, quae sc. per inuersionem quadrantis fit, requiruntur multae commodae notae in aedificiis vrbis, vel alibi in Terrae superficie sitae, ad quas capillus horizontaliter in tubo extensus dirigi debet, quae tamen non ubique facile, praesertim autem in peregrinationibus adesse possunt, ob quarum defectum primum illud punctum per alias methodos non ita certas determinatur, incertumque prodit, et incertitudinem hanc suam in altitudines etiam stellarum, per quadrantem huiusmodi obseruatas deriuat. Optime autem huic incommodo per methodum supra descriptam succurratur, si nempe in tubo quadrantis loco vnus capilli horizontalis, plures ad capillum verticalem perpendiculares et inter se paralleli extendantur, et loco multarum ad vnam tantum eandemque notam, quae iam vbique facillime dari potest, singuli successiue in vtroque situ quadrantis eodem modo dirigantur. Hinc enim primum illud diuisionis graduum punctum aequae certum, vel adhuc certius determinabitur, quam vbi capillus ad diuersas notas diuersis modis, sed in vtroque situ quadrantis iisdem, dirigitur.

§. 3. His ita praeparatis, dum tempus eclipsos instat, obseruetur repetitis vicibus tempus transitus diametri Luminaris ecliptatori per capillum A E, tempusque transitus limbi antecedentis eiusdem Luminaris per distantias capillorum parallelorum omnium inter se, in situ capilli G C ad diurnum Luminaris parallelum, et tempora transituum limbi per vnamquamque distantiam capillorum, nec
non

non diametri Luminaris per capillum A E seorsim notentur ; et nota erit hoc modo ratio diametri Luminaris et cacterarum distantiarum omnium ad distantiam capillorum B D et H F in partibus circuli maximi datam ; unde diametri etiam et omnium reliquarum distantiarum quantitas in partibus circuli maximi innotescet , illatione instituta : ut se habet tempus transitus limbi antecedentis Luminaris per distantiam capillorum B D et H F , ad tempus transitus eiusdem per quamquamque distantiam binorum capillorum a se inuicem , vel ad tempus transitus diametri Luminaris per capillam A E ; ita partes circuli maximi distantiae illi capillorum B D et H F respondentes supra inuentae , ad partes circuli maximi unicuique distantiae capillorum vel diametro Luminaris eclipsaturi respondentes.

Schol. Eodem modo potest distantia duorum quorumlibet capillorum parallelorum inter se in alio quouis tubo ad filum tubi horizontalem perpendiculariter extensorum in partibus circuli maximi determinari , si transitus eiusdem limbi Luminaris , vel stellae alicuius tam in quadrante , quam in tubo alio in situ capillorum horizontalium ad diurnum Luminatis , vel stellae parallelo per distantias capillorum parallelorum eadem hora obseruetur , similisque illatio instituat.

§. 4. Post haec in eclipsibus Solis , obseruato initio eclipsios , dirigatur capillus *op* , in plaga orientali capilli A E penendus , ad cornua phaeos , ut eadem exacte stringat ; id quod facillime fiet , vertendo intra tubum circum-

Fig. 1

lum cum capillis, et eodem momento, quo capillus ad cornua bene directus est, immoto tubo sistemateque capillorum numerentur oscillationes horologii incipiendo a nullo, quod clara voce pronunciatum socio pro signo erit tempus horologii currens annotandi, continueturque numeratio oscillationum, donec limbus umbrosus Lunae capillum op , eidemque proximum BD attingat, limbus autem luminosus Solis, in hoc casu limbus Solis sequens, ad duos capillos sibi proximos verbi gratia, ad uv , et li , vel loco li , ad alium quemcumque commodius observandum appellat, quorum appulsum tempora a contactu cornuum cum capillo op , numerata seorsim notentur; et data erunt omnia requisita ad phasim eclipsios Solaris, diametrum disci Lunarisi, et positionem chordae defectivae ad diurnum Solis in initio observationis, seu tempore contactus cornuum cum capillo op , determinandas necessario.

Fig. 2.

§. 5. Representet enim circulus $ACEGA$ cum lineis parallelis inter se, et ad lineam GC perpendicularibus, caput tubi cum sistemate capillorum supra descripto, sitque circulus $w d K$, Sol eclipsans, alter vero circulus $w c K$ Luna Solem obscurans, in eo situ ad se invicem capillosque tubi, quem tempore contactus cornuum cum capillo op , seu in initio observationis habent. Ducatur a medio chordae defectivae $w K$, a , linea ad , parallela ad capillum GC ; haec, quia per centra utriusque circuli transit, marginem umbrosum Lunae $w c K$, marginemque luminosum Solis $w d K$ secabit in punctis c , et d , tam a se invicem, quam a chorda defectiva $w K$ in initio

initio obseruationis remotissimis, et in appulsu limborum ad capillos parallelos vltimis, ob lineas $f d$, et $a c$, in segmentis discorum, Solaris $m f n d$, et Lunaribus $w a K c$, omnium linearum similiter ducendarum maximas, maximasque etiam hypotenusas iisdem respondentes, per quas puncta limborum ad chordas $m n$, et $w K$ moueri possunt, quoties diurni Lunae et Solis oblique ad lineam $G C$, vel eidem parallelem $p d$ ponuntur; consequenter linea $c d$ mensuram partis lucidae Solis ab eclipsi liberae, linea autem $a c$, quantitatem segmenti umbrosi Lunae in disco Solari conspicui tempore illo exhibebit: quae si darentur, possent inde, adhibita diametro Solis § 3^{to} in partibus temporis inuenta, phasis eclipsios, et diameter Lunae facile determinari. Hunc in finem concipiamus lineam $d e g$; parallelam diurno centri Solis et ad lineam $G C$ obliquam, esse eam, iuxta quam punctum disci Solaris d in tubo tempore obseruationis spectatum mouetur, lineam autem $c R$ per punctum c ductam diurno Lunae parallelam, et ad $G c$ itidem obliquam, esse eam, per quam punctum disci Lunaribus c , eodem tempore in tubo incedit, et motu suo ad capillum $o p$ in b , ad $B D$ autem in R pro vti punctum d suo motu ad capillum $u v$ in e , et ad $A E$ in g , appellit. Ex obseruatione phasios dantur tempora, seu oscillationes horologii, quibus punctum disci Lunae c , celeritate Lunae in linea diurno eiusdem parallela latum distantias $c b$ et $b R$ emetitur; nec non tempora quibus punctum disci Solaris d , celeritate Solis in linea diurno eiusdem parallela incedendo lineas $c d$, et $e g$ percurrit. Ex obseruatione autem § 3^{to} descripta dantur etiam tempora, quibus centrum disci Solaris in diurno Solis latum distan-

tias rectas, seu breuissimas capillorum parallelorum omnium inter se iuxta lineam GC percurrit, consequenter et tempus, quo idem punctum distantiam cognominem seu breuissimam capillorum uv et AE , op et BD , hoc est lineas bf et aP , oscillationibus horologii ceu partibus aequalibus diuersarum scalarum expressis, ob triangulum bgd simile triangulo fed per constructionem; inferatur primo, vt linea eg se habet ad lineam bf , ita ed , ad fd , distantiam breuissimam puncti d a capillo uv eidem proximo, oscillationibus horologii ad motum centri Solis relatis expressam. Addatur linea haec df ad distantiam capillorum uv et op per § 3^{tium} in iisdem partibus datam, summaque, seu linea ad , subtrahatur a diametro Solis ibidem et eodem modo data, et restabit mensura segmenti Solaris wzK , in initio observationis obscurati. Deinde pro linea ac , in iisdem partibus inuenienda, ob triangula PCR , et acb , itidem similia per constructionem, inferatur. Vt Rb se habet ad aP , ita bc ad ac , mensuram segmenti umbrosi Lunae in initio observationis in Sole conspicui quaesitam. Addatur linea haec ac , ad segmenti Solaris mensuram az supra inuentam, summa dabit quantitatem partis Solis in initio observationis obscuratae oscillationibus horologii ad motum centri Solis relatis, ceu partibus aequalibus scalae expressam. Data hoc modo quantitate phaseos iisdem partibus expressa, in quibus diameter Solis per observationem § 3^{io} descriptam datur; fiat demum illatio; vt diameter Solis Spho citato data se habet ad 12. digitos, ita quantitas phaseos modis inuenta ad digitos sibi respondentes. *Quod erat primum.* Porro pro diametro disci Lunae inuenienda, (Fig 3.) represen-

presentet circulus $w d K$ discum Solis eclipsantis, cuius radius $m d = m w$ per § 3^{ium} datur, $d c$ sit pars disci Solaris ab eclipsi libera, $c a$ sinus versus, seu mensura segmenti umbrosi Lunae in Sole in initio observationis conspicui, $w K$ chorda defectiua, $w c K l$ discus umbrosus Lunae, cuius radius $w l = c l$ quaeritur. Subtrahatur a linea $a d$, supra data radius Solis $d m$, et restabit linea $m a$. Ducatur a centro m , ad verticem chordae defectiuae w radius Solis $m w$, et formabitur inde triangulum rectangulum $m a w$, in quo hypotenusa $m w$, et cathetus $m a$ dantur, unde alter etiam cathetus $w a$, seu semichorda defectiua inuenietur. Vocetur illa a , sinus versus $c a$ sit $= b$, et radius disci umbrosi Lunae $c l = x$. Hinc linea $a l = x - b$. In triangulo itaque rectangulo $w a l$, datis $w a$, $= a$, et $a l = x - b$, inuenietur $w l^2 = w a^2 + a l^2$, siue, $x^2 = a^2 + x^2 - 2 b x + b^2$, hoc est, $x = \frac{a^2 + b^2}{2b}$. Radius itaque disci umbrosi inuenitur, si summa quadratorum semichordae defectiuae, et sinus versi segmenti umbrosi per duplam radicem quadrati posterioris diuidatur. Idem autem in partibus circuli maximi determinabitur illatione instituta: vt distantia capillorum $B D$ et $H F$ § 3^{io} in partibus temporis inuenta, se habet ad partes circuli maximi eidem respondentes § 2^{do} definitas; ita radius disci umbrosi supra in iisdem partibus temporis inuentus, ad partes circuli maximi eidem competentes quaesitas quod erat secundum Tandem 3^{io}. Quoniam Sol in distantia ab aequatore non adeo magna incedit, punctaque disci Solaris omnia, a diurno centri Solis parum tantum, et remotissima etiam solummodo per 16'. gradus distant, motus eorum omnium intra pauca minuta tem-

poris, seu durante obseruatione phaeos factus pro aequali assumi potest motui centri Solis, idque sine ulla errore in corollariis inde deducendis assignando, quippe qui reuera ita se habet, et tempore transitus Solis per campum tubi nulla, vel non nisi prorsus contemnenda differentia in motu eorum obseruari, idque rarissime tantum, et difficillime potest. Quodsi itaque concipiamus lineam dg , a puncto d eadem celeritate percursam esse, qua centrum Solis in diurno suo incedendo distantiam bf ex obseruatione § 3ⁱⁱⁱ percurrit, poterit hoc modo inclinatio etiam chordae defectiuae ad diurnum Solis determinari. In triangulo nempe rectangulo gbd , datis lateribus bd , et gd , summis nempe linearum bf et fd , ge et ed supra datarum, inueniatur angulus bgd , ob parallelismum linearum AE et op , aequalis angulo oad , inclinationi diurni Solis ad chordam defectiuam wk , inferendo se: vt gd se habet ad db , ita sinus totus ad sinum anguli dgb $= doa$, hoc est ad sinum inclinationis chordae defectiuae ad diurnum Solis quaesitae, quo dato datur ex tabulis inclinatio etiam ipsa. *Quod erat tertium et ultimum.*

Schol. 1^{um}. supposuimus in antecedentibus idem punctum limbi Lunaris c (Fig. 2) durante obseruatione phaeos ad capillos parallelos tubi omnium ultimum appellere, quod in initio obseruationis ab iisdem directo capillo op ad cornua phaeos remotissimum erat, idemque praecise segmentum defectiuum Lunae ex obseruationibus illis deduci, quod initio obseruationis obtinebat; Id quod dubium adhuc mouere alicui poterit; cum durante obseruatione phaeos et magnitudo phaeos et positio eius!

eiusdem ad sistema capillorum continuo mutantur, Luna motu diuerso a Sole incedente. Euanescet vero omne hoc dubium, si consideremus Lunam hic solam et quasi lucidam nullo respectu ad Solem habito spectari, et loco cornuum phaseos respectu disci Lunaribus continuo mutabilium puncta in ipso limbo disci Lunaribus respectu eiusdem immobilia cornibus in initio obseruationis subiecta considerari: semitae namque huiusmodi punctorum limbi Lunaribus omnium immotae sunt, et eundem situm ad capillos tubi immotos per integram obseruationum seruant, et partes earum, quas puncta tempore obseruationis vtut exiguo percurrunt, pro lineis rectis, motusque punctorum eodem tempore pro aequabili sine omni errore sensibili haberi possunt, et praeterea linearum bR et bc non magnitudo ipsa, sed ratio tantum ad lineas Pa et ac requiritur, quam vtique supeditat obseruatio. Adeo vt nihil prorsus impediatur, quo minus idem punctum limbi Lunaribus c ad capillos tubi parallelos durante obseruatione omnium vltimum appellat, quod in initio obseruationis ab iisdem remotissimum erat, pro segmentoque defectiuo Lunae in initio obseruationis obtinente hac methodo inueniendo prorsus non opus sit, neque celeritatem ipsam Lunae a Sole diuersam neque phaseos variabilitatem attendere.

Schol. ^{2^{um}} Conuenit in praxi lineam eg satis magnam, et si licet non vniam sed duas obseruare, vt error in obseruatione vnus forte admissus et eo insensibilior in linea fd , et inclinatione chordae defectiuae ad diurnum Solis determinanda, seu angulo bgd inueniendo euadat, et per alteram ambasque simul denuo minuatur, vel prorsus

ſus tollatur. Quoniam autem ſub initium eclipſeos medio-
 cri maioris chorda defectiva ad diurnum Solis parum in-
 clinata eſt, conſequenter diurnus Solis ad capillum $G.C$
 ſitum ſatis obliquum habet, indeque margo luminofus So-
 lis diſtanciam aequalem capillorum parallelorum ſeu quar-
 tam partem diſtanciae capillorum $B.D$ et $A.E$ ſatis cito
 percurrit, unde linea $e.g$ cum eaque $g.d$ non ſatis magna
 euadet, ſi appuſſus limbi luminofi Solaris ad duos tantum
 capillos, limbo Solis luminofò in initio obſervationis pha-
 ſeos proximos obſeruetur, et hinc error, licet ſatis par-
 vus, in obſervatione lineae $e.g$ commiſſus ſenſibilem ra-
 tionem ad lineam $g.d$ habebit, erroremque aliquem in
 inclinatione chordae defectivae et linea $d.f$ producet. In
 hoc itaque caſu, ſub initium nempe eclipſeos mediocri
 maioris appuſſus limbi luminofi Solaris non ad duos capil-
 los in initio obſervationis eadem continue proximos, ſed ad
 tres eodemque per duas intercapedines a ſe inuicem remo-
 tos, ad proximum nempe primum, proximumque tertium,
 et proximum quintum: verbi gratia, ad uv , $A.E$, et qr
 intermiſſis, capillis proximo ſecundo li , et proximo quar-
 to st obſervari debet, vt obtineatur propoſitum. Idem
 define etiam eclipſeos huiusmodi tenendum eſt. In reli-
 quis autem caſibus eclipſum et circa medium earundem,
 chorda defectiva capilliſque parallelis tunc ad ſitum diur-
 no Solis parallelum ſenſim ſenſimque vergentibus, et par-
 te diurni Solaris inter duos capillos proximos interiacente
 eo maiori procedente, motum limbi Solaris pro diſtantiis
 $e.g$, ſuis magnis obtinendis, per ſingulas tantum aequa-
 les diſtancias capillorum parallelorum, poſt eius appuſſum ad
 capillum in initio obſervationis eadem proximum, verbi gra-
 tia

tia per $u l$ et $l A$ vel etiam per alterutram tantum earum obseruare sufficiet.

Schol. 3^{ium} Diximus in antecedentibus motum diurnum vnus cuiuscunque puncti in disco Solari assignabilis intra pauca minuta temporis factum pro aequali assumi posse motui diurno centri Solis, sine vlllo errore sensibili in corollariis inde deducendis assignando, id quod adhuc dubium aliquod mouere alicui forte poterit. Labet itaque veritatem asserti huius exemplo probare, quod eandem omnium casuum in eclipsibus Solaribus possibilium maxime oppugnet. Nimirum proponamus nobis in eclipsi Solari, quae ipso tempore solstitii brumalis contingit, vbi Sol maximam omnium declinationem, puta $23^{\circ} 30'$, maximamque etiam diametrum apparentem, nempe $32' 43''$ habet, obseruatam esse phasim eclipsios, in qua linea $d g$, a puncto d tempore obseruationis percursa, deprehensa est 4 minutorum primorum temporis, ob solitam angustiam camporum in tubis omnium cognominum linearum maxima, eaque tripla lineae $d b$, distantis binorum quorumvis proximorum et interse parallelorum capillorum in tubo extensorum iis existentibus, quarum vnamquamque centrum Solis in linea $G C$ incedendo $30''$ temporis percurrit. His positis inuenietur inclinatio distantiae centrorum vtriusque disci ad diurnum Solis, seu angulus $g d b$, $70^{\circ} 31\frac{1}{2}'$, et distantia a diurno centri Solis versus polum australem puncti d $15' 25''$. Punctum itaque hoc ea celeritate latum, qua in diurno suo mouetur, percurreret diurnum centri Solis $24^b 2' 52''$, hoc est singulis horis $7''$ temporis minus spatium in coelis emetie-

tur quam centrum Solis. Ad distantiam itaque capillorum parallelorum in tubo percurrendam, quam punctum d , 4 minutis primis, seu $240''$ temporis absoluit, centrum Solis $239\frac{1}{3}''$ impendet. (ponamus defectum illum esse rotunde $\frac{1}{3}''$). Quodsi itaque motus puncti d tempore $4'$ factus pro aequali accipiatur motui centri Solis eodem tempore facto, error inde in linea $g d$ committetur $\frac{1}{3}''$ temporis hoc est, linea $d g$, a puncto disci Solaris d tempore $4'$ percursa, non erit $240''$ motus centri Solaris, uti eam assumendum esse supra diximus, sed tantum $239\frac{1}{3}''$. Hoc itaque numero loco $240''$ pro linea $d g$ substituto caeteris manentibus, inuenietur in triangulo $b d g$ inclinatio distantiae centrorum utriusque disci ad diurnum Solis vera, seu angulus $b d g$ verus $70^\circ 29'$, unde differentia, inclinationum distantiae centrorum ad diurnum Solis in utroque casu inuentorum, seu error in determinatione anguli $b d g$, ex suppositione illa proueniens erit $2' 30''$. Ponamus porro distantiam centrorum utriusque disci tempore obseruationis illius deprehensam esse $120''$ temporis, et inuenietur inde (resoluto nempe triangulo aequicruo, cuius utrumque crus est $120''$, et angulus ad centrum Solis, ab iisdem comprehensus, est error ille inclinationis modo inuentus $2' 30''$) differentia locorum Lunae in coelis, seu in via eiusdem a Sole visa $\frac{1}{3}$ secundi temporis, seu $1\frac{1}{3}''$ secundi gradus paralleli centri Solis, differentia autem altitudinum supra diurnum centri Solis locorum illorum Lunae $\frac{1}{35}''$ temporis, seu $\frac{1}{35}''$ gradus eiusdem paralleli, et distantia altitudinum illarum in diurno Solis a se inuicem itidem $1\frac{1}{3}''$ gradus eiusdem paralleli; quorum unumquodque utique nullius est momenti, et nullus

Ius error sensibilis in loco Lunae in coelis inde prodit, consequenter nec in aliis corollariis inde deducendis prodire potest; idque eo minus, quod errores illi loci Lunae in coelis omnium, qui esse possunt, maximi et tantum non prorsus impossibiles sunt. Coeterum si quem forte errores hi sollicitum teneant de vero loco Lunae in coelis inveniendi, et certitudine corollariorum inde deducendorum, is inuenta ad tempus obseruationis phaeseos declinatione Solis poterit angulum bdg verum modo nuper descripto inuestigare, et omnia quaesita eclipsaeos exinde deducenda accuratissima iam obtinebit.

§. 6. Eodem modo phaeseos ulterius obseruentur quotquot libuerit, dirigendo semper capillum op ad cornua phaeseos, appulsusque limborum umbrosi Lunae et luminosi Solis ad duos capillos seorsim notando, donec sagitta segmenti umbrosi Lunae in Sole conspicui distantiae capillorum op et qr aequalis euadat, vel donec phaesis ita comparata fuerit, ut directo capillo op ad cornua phaeseos limbus umbrosus Lunae eodem tempore capillum qr stringat; quod ubi euenerit, eo ipso momento numerentur oscillationes horologii eodem ut supra modo, donec limbus luminosus Solis capillos sibi proximos, puta li et $A E$ vel alios commodius et utilius obseruandos attingat. Ex temporibus appulsuum horum inueniatur ut supra distantia limbi luminosi Solis a capillo sibi proximo li in capillo GC numerata, quae ad distantiam capillorum op et li addita prodet partem luminosam Solis ab eclipsi liberam, in initio obseruationis obtinentem; qua data, phaesis etiam ipsa, et positio chordae defectiuae ad diurnum

num Solis facile inuenietur. Praeterea data quantitate segmenti umbrosi Lunae in disco Solari conspicui, aequali distantiae capillorum op et qr diameter quoque Lunae determinabitur vt supra. Deinde sinu verso segmenti umbrosi Lunae maiori facto distantia capillorum op et qr , in phasibus vltierius obseruandis capillo op ad cornua phaeos semper directo, notandus erit appulsus limbi umbrosi Lunae iam ad capillos qr et op , non vero ad op et BD , vt supra factum, et sic porro ad maximam vsque obscurationem, seu situm chordae defectiuae diurno Solis parallelum. Post haec instituantur iterum obseruationes obscurationum Solis decreescentium cum inclinatione chordae defectiuae ad diurnum Solis, et sinu verso segmenti umbrosi in discum Solis temporibus obseruationum porrecto, notando appulsus, prius limbi luminosi Solis, deinde limbi obscuri Lunae, statu eclipsos tunc ita ferente eodem prorsus modo, quo supra obscurationes crescentes obseruatae sunt, continuenturque vsque ad finem eclipsos, et absoluta erit obseruatio eclipsos Solaris.

Schol. Quoniam in methodo hac circa maximam obscurationem, vbi nempe segmentum lucidum speculaculi ecliptici aut septentrionale aut meridionale est, per quadrantem horae et amplius obseruatio talis institui, et plerumque maxima etiam obscuratio actu determinari non potest. Illo itaque tempore, quod alias recreationi obseruatoris optime concedetur, si lubet, dirigatur capillus tubi transuersus ad cornua phaeos, transitusque limbi Solaris per duos capillos obseruetur modo sequenti; sit sc: (Fig. 5.) circulus $acbbma$, discus Solis, $aibna$, discus

discus Lunae, segmentum lucidum septentrionale *anbba*. Dirigatur capillus tubi transuersus ad cornua phaeos, apteturque spectaculum eclipticum in tubo ita, vt cornu phaeos alterutrum in intersecctionem aliquam capillorum parallelorum cum capillo transuerso, verbi gratia in *a* cadat. A tempore contactus cornu cum intersecctione illa capillorum *a* numerentur oscillationes horologii, donec limbus disci Solaris *c* in diurno suo *c d f* latus per capillos tubi parallelos *o p* et *B D* transeat. Ex temporibus appulsuum limbi ad capillos *o p* et *B D* in *d* et *f*, distantiaque capillorum recta, seu linea *g e* data, inueniatur distantia recta limbi *e c*, a capillo proximo *o p* in initio obseruationis obtinens et angulus *e c d* vt supra § 5^{to} factum. Subtrahatur distantia haec *e c* a distantia capillorum recta *o p* et *q r*, et restabit distantia recta *c l* limbi Solaris a capillo *q r* tempore obseruationis obtinens. Subtrahatur distantia haec *c l* a radio disci Solaris, et restabit semichorda defectiua *at*, tempore obseruationis obtinens, cuius inclinatio ad diurnum Solis aequalis angulo *e c d* per supra dicta datur. Ex semichorda defectiua *at*, et diametro disci Solaris inueniatur linea *t b*, e radio autem disci Lunaris ex antecedente vel sequente obseruatione proxima, methodo superiori instituta dato, et eadem semichorda defectiua, determinetur sagitta defectiua *t n*, qua subtracta a linea *t b* restabit phasis eclipseos *b n* in initio obseruationis obtinens quaesita; et sic porro. Obscuratio autem maxima accuratius et optime semper determinatur ex obseruationibus eidem proximis, immediate autem accurata obseruari nisi rarissime tantum potest: incertum enim est obseruatori temporis momentum quo eadem contingit.

§. 7. Ex observationibus eclipses Solaris hoc modo institutis possunt deduci sequentia. 1^{mo} Motus Lunae a Sole vitus cum directione eiusdem ad diurnum Solis tempore inter duas quascunque observationes intercedenti respondens. Ex qualibet namque observatione phaseos dantur semidiametri Lunae et Solis, quantitasque phaseos partibus aequalibus temporis expressae, nec non inclinatio chordae defectivae ad diurnum Solis; unde distantia etiam centrorum Lunae et Solis, et inclinatio eiusdem ad diurnum Solis tempore observationis phaseos obtinentes facile inveniuntur: si pro prima e summa semidiametrorum utriusque mobilis quantitas eclipses subtrahatur, pro secunda autem inclinationis chordae defectivae ad diurnum Solis complementum ad angulum rectum sumatur. His autem ad tempora duarum quarumlibet observationum datis, postoque Sole tempore inter observationes intercedente in loco prioris observationis immobili, facili negotio inveniuntur propositum. Representet enim linea AB diurnum Solis, circulus $G P g F$ Solem, sitque in vna observatione EP chorda defectiva, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Solis $E P K$, $H I$ radius Lunae, $o K$ radius Solis, $o l$ quantitas eclipses, et erit $H K$ distantia centrorum cum inclinatione eiusdem $H K P$ ad diurnum Solis AB . In secunda observatione chordam defectivam representet linea $G T$, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Solis $G t K$, sitque radius Lunae $I n$, magnitudo eclipses $o n$, et erit distantia centrorum $I K$, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Solis $I K P$. Excessus huius inclinationis supra priorem inclinationem, seu differentia earundem, erit angulus $I K H$. Per extrema distantiarum $K H$ et $K I$, seu puncta

Fig. 4.

puncta H et I ducatur linea HI, et formabitur inde triangulum HKI, in quo per observationes, deductionesque superiores dantur duo latera HK et IK cum angulo intercepto HKI. Quare resolvendo hoc triangulum dabitur etiam latus HI, motus Lunae a Sole visus tempore inter observationes assumptas intercedente in via Lunae a Sole visa HID factus, et angulus KHA inclinatio eiusdem ad HK positione ad diurnum Solis datam, unde ad ipsum etiam diurnum inclinatio eius facile deducetur, si nempe angulorum datorum KHI et HKA differentia sumatur. Hinc 2^{do} potest facile determinari tempus initii aut finis eclipses ob rationes quascunque non observatum, itemque tempus et quantitas maximae obscurationis: si nempe duae observationes phasium phaenomeno inveniendo proximae assumantur, ad earumque tempora distantiae centrorum cum inclinatione earundem ad se inuicem inveniuntur, et inde motus mobilium a se inuicem visus in via eorundem visa tempore inter observationes intercedente factus, cum inclinatione eiusdem ad distantiam centrorum phaenomeno quaesito proximam determinetur ut supra, distantiaque phaenomeni in linea motus mobilium a se inuicem visi a distantia centrorum phaenomeno quaesito proxima inde deducatur; reliqua vero eodem modo fiant ut in computo eclipsium Solarum iuxta methodum Kepleri in iisdem casibus fieri assolet. Quodsi 3^{tio} meridiis eclipsi spectatae proximis altitudines meridianae Solis observentur, ex differentia earum et meridierum illorum determinabitur inclinatio diurni Solis ad parallelum aequatoris, quem Sol in meridie eclipsi proximo tenuit, simulque ad ipsum etiam aequatorem, et motus Solis in declina-

declinationem diurnus. Si autem porro in loco observationis altitudo etiam aequatoris cognita fuerit, ex altitudinibus illis Solis poterit facili negotio deduci declinatio Solis in utroque meridie. His autem cognitis declinatio Solis ad quodlibet etiam diei tempus, seu ad tempus cuiuslibet observationis phaëos inuenietur. Ex ea vero et obliquitate eclipticae ad aequatorem datis inclinatio quoque eclipticae ad diurnum Solis pro quolibet diei tempore determinabitur. Et quia inclinationes ad diurnum Solis distantiae centrorum Lunae et Solis, nec non viae Lunae a Sole visae tempore inter duas quascunque observationes praesens intercedente obtinentis per *nrum* *1^{um}* sphaerae huius dantur, et per haecenus dicta inclinatio diurni Solis ad eclipticam et aequatorem determinata est, inclinationes earundem ad eclipticam quoque et aequatorem eiusque parallelas omnes nullo negotio dabuntur. *Denique* 4^{to} datis per supra dicta ad tempora diurnarum quarumlibet observationum phaëos distantis centrorum Lunae et Solis, cum inclinationibus earundem ad eclipticam parallelasque, aequatoris per centrum Solis temporibus observationum transeuntes, positoque Sole in loco primae observationum assumptarum, quo ad motum eius diurnum in longitudinem, immobili, possunt inueniri ad tempus utriusque observationis differentiae declinationum ascensionumque rectarum nec non latitudinum et longitudinum Lunae et Solis, et motus Lunae a Sole tempore inter observationes assumptas intercedente in ecliptica et parallelo aequatoris per centrum Solis in prima illa observatione transeunte factus, indeque momentum coniunctionis mobilium in ecliptica et aequatore visae determinari; si nempe observationes ta-

les affumantur, in quarum altera inclinatio distantiae centrorum Lunae et Solis ad eclipticam et parallelum Aequatoris angulo recto proxime minor, in altera proxime maior est.

§. 8. Quoniam in corollariis ex obseruatione eclipséos Lunaris hoc loco describendae decucendis motu Lunae proprio ad aequatorem relato durante eclipsi facto opus erit, conuenit prius, antequam modum obseruationem hanc instituendi exponam, describere methodum, qua motus ille Lunae respectu aequatoris obseruari debeat, vt idem pro omni tempore eclipséos cognitus habeatur. Nimirum in sistemate capillorum § 1^{mo} descripto extendantur a punctis *H* et *B* per centrum tubi ad puncta *D* et *F* duo capilli obliqui *DH* et *BE* ad angulos rectos sese in centro tubi *c* secantes, ad capillos autem *AE* et *CG* sub angulis semirectis itidem in tubi centro inclinati, et aptetur sistema capillorum in foco tubi cuiuscunque ita, vt idem in tubo pro lubitu circumuerti possit. His praemissis dirigatur 1^{mo} tubus ad Lunam plenam horis aliquot ante eclipsin ita, vt limbus eius apparens inferior in capillo *GC* promoueatur per integram eius apparitionem in tubo, obserueturque in hoc situ Lunae ad capillum *GC* transitus disci Lunaris per capillum *AE*, et temporis momentum quando margo Lunae antecedens capillum sistematis vltimum verbi gratia *BD*, vel alium quemcunque commodius obseruandum attingit, et immoto tubo sistemateque capillorum expectetur, donec stella aliqua fixa tubum ingrediatur (quod ob multitudinem stellarum post quadrantem vel dimidium horae facile fiet) ingressaque ad

duos capillos parallelos a se inuicem satis remotos verb. gr HF et A E , capillumque obliquum alterutrum appellat, quorum appulsum tempora a contactu limbi antecedentis Lunae cum papillo sistematis ultimo, vel quocunque alio numerata seorsim notentur. Deinde 2^{do} obseruetur transitus stellae huius per distantias capillorum tubi parallelorum inter se omnes in situ capilli G C ad diurnum stellae parallelo, et tempora transituum per vnamquamque distantiam seorsim etiam notentur. Et dabitur ex his obseruationibus 1^{mo} Diameter Lunae oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressa; Nec non 2^{do} Inclinatio diurni Lunae ad parallelum stellae, et denique 3^{tio} Differentia declinationum et ascensionum rectorum Lunae et stellae, seu locus Lunae respectu aequatoris tempore contactus marginis Lunae antecedentis cum capillo sistematis ultimo B D, vel alio quocunque assumpto obseruationi commodius inferuiente obtinens.

§ 9. Quoniam enim per obseruationem 1^{mam} datur transitus marginis Lunae antecedentis per distantiam capillorum parallelorum A E et B D, et transitus disci Lunarum per capillum A E vtrumque in situ capilli G C ad diurnum Lunae parallelo, et per obseruationem 2^{dum} transitus stellae per eandem distantiam capillorum in situ capilli G C ad diurnum stellae parallelo, fiat itaque illatio: vt tempus transitus marginis Lunae per distantiam capillorum A E et B D ex obseruatione illa 1^{ma} datum, se ha et ad tempus transitus stellae per eandem distantiam ex obseruatione 2^{da} cognitum, ita tempus transitus disci Lunarum per capillum A E ex prima itidem obseruatione notum

notum ad oscillationes horologii motum stellae exprimentes, eidem transitui, vel disco Lunae respondentes quaesitas. *Quod erat primum* Pro 2^{do} autem et 3^{tio}, fit circulus maior cum lineis parallelis inter se et ad lineam G C perpendicularibus campus tubi cum sistemate capillorum, § 8. descripto, in eo situ respectu coeli, qui in obseruatione 1^{ma} §phi antecedentis requirebatur, hoc est in situ capilli G C ad diurnum Lunae parallelo, circulus minor Luna plena, quae, margine suo inferiore in linea G C progrediendo, contingat limbo antecedente capillum tubi vltimum B D in M, prouti in obseruatione illa 1^{ma} requiritur. Et eodem momento, quo appulsus hic celebratur, ponatur stella tubum postea ingressura in S, ab eaque per campum tubi ducatur linea S a parallelum stellae representans, per quam stella incedendo ad capillum tubi parallelorum primum H F appellat in e, ad secundum priori parallelum A E in f, et ad tertium obliquum in a. His positis demittatur a centro Lunae L in parallelum stellae S a perpendicularis L d, et erit ea differentia declinationum; linea autem d S inter perpendicularem illam, et stellam S intercepta, erit differentia ascensionum rectarum Lunae et stellae tempore contactus limbi Lunae M cum capillo B D obtinentes, quas ex obseruationibus §phi antecedente institutis, in partibus aequalibus temporis ad motum stellae relatis hoc loco determinare volo. Hunc in finem agatur 1^{mo} per punctum a, linea a g parallela lineae G C, et orientur inde duo triangula f l a, et e g a rectangula et similia per constructionem, in quibus per obseruationem primam §phi antecedentis dantur lineae a f, et f e, tempora nempe transi-

Fig. 6.

tuum stellae S tubum iam ingressae a capillo H F ad capillum A E , et ab hoc ad capillum obliquum H D , oscillationibus horologii definita , et per observationem secundam eiusdem \S phi linea $l g = c b$ iisdem partibus , oscillationibus nempe eiusdem horologii expressa , quibus durantibus eadem stella S ab eodem capillo H F ad eundem A E , in situ capilli G C ad diurnum stellae parallelo transit , vnde linea etiam $a l$ in iisdem partibus inuenietur , inferendo , vt linea $f e$ se habet ad lineam $l g$; ita $a f$, ad $a l$, quaesitam , aequalem lineae $c m$ eidem parallelae et inter easdem parallelas $l c$ et $a m$ interceptae.

2^{do} Data autem hac linea $a l$, et ex supra dictis linea $a f$, in triangulo $a l f$ rectangulo ad l , inuenietur linea $f l$, et angulus $a f l$, cuius complementum ad rectum erit angulus $f a l$, inclinatio diurni stellae ad diurnum Lunae tempore contactus limbi antecedentis Lunae M cum capillo B D obtinens ;

quaesitorum secundum. 3^{tio} Subtrahatur semidiameter Lunae V o supra ex observatione 1^{ma} \S phi antecedentis in oscillationibus horologii ad motum stellae relatis deducta , a distantia capillorum V c , ibidem et in iisdem partibus data , et restabit linea o c , cuius differentia a linea m c , aequali lineae a l , numero 1^{mo} inuentae , dabit lineam m o = a n , eidem parallelae et inter easdem parallelas a m et n o interceptae. Qua data 4^{to} inuenientur latera n i et a i trianguli a n i , similis triangulo a l f , inferendo sc. pro primo , vt $a l : l f = a n : n i$; pro secundo autem vt $a l : a f = a n : a i$. Deinde 5^{to} subtrahatur linea n i nuper inuenta , a linea a m , aequali m c (ob angulos ad a et c , trianguli c m a semirectos et aequales) aequali a l , numero primo datae , et restabit linea o i , qua porro ad radium Lunae L o addita ,

dita, habebitur linea $L i$, hypotenusâ trianguli $L d i$.
 6^{to} Quodsi iam trianguum hoc rectangulum $L d i$, da-
 tis in eo, praeter rectum ad d , angulo $L i d$, aequali
 suo alterno $a f l$, supra per numerum secundum inuento, et
 latere $L i$ numero quinto definito, resoluatur, inuenietur inde
 latus $L d$, differentia declinationum Lunae et stellae, tem-
 pore contactus limbi antecedentis Lunae M cum capillo
 $B D$ obtinens oscillationibus horologii ad motum stellae
 relatis expressa, *quaesitorum* §pho antecedente numero tertio *pro-*
positorum primum, et praeterea latus $d i$. Componatur tandem
 latus hoc $d i$ cum linea $a i$ supra numero quarto inuen-
 ta, summaque subtrahatur a tempore, quod a contactu
 limbi antecedentis Lunae M cum capillo $B D$ ad appul-
 sum stellae ad capillum obliquum $H D$ in a praeterlapsum
 est, residuum dabit lineam $d S$, differentiam ascensionum
 rectarum Lunae et stellae iisdem partibus expressam, et
 eodem tempore obtinentem, in numero tertio §phi ante-
 cedentis *ultimo quaesitam*. 7^{mo} Inuentis hoc modo diffe-
 rentiis declinationum et ascensionum rectarum Lunae et stel-
 lae in partibus temporis ad motum stellae relatis, partes
 etiam circuli maximi iisdem differentiis competentes in-
 ueniuntur, illatione instituta, ut tempus transitus stellae
 per distantiam capillorum $B D$ et $H F$ in situ capilli $G C$
 ad diurnum stellae parallelo per obseruationem 2^{am} §phi
 antecedentis datum, se habet ad partes circuli maximi ei-
 dem distantiae capillorum respondentes per § 2^{dum} inuen-
 tas; ita differentia declinationum, vel ascensionum recta-
 rum Lunae et stellae in partibus temporis numero 6^{to} da-
 ta ad partes circuli maximi eidem respondentes, pro diffe-
 rentia declinationum, quae arcus circuli maximi est, ve-

ras. 8^o Quoniam autem stella non in circulo maximo, vel non in aequatore ipso, sed in circulo eidem parallelo, eodemque minori moueri supponitur, numerus partium circuli maximi pro differentia ascensionum rectorum supra inuentus, numero partium paralleli stellae eidem competenti minor erit, idque in ratione diametri paralleli stellae ad diametrum aequatoris vti notum est. Quare pro numero partium paralleli stellae differentiae illi ascensionum rectorum respondente inueniendo, denuo illatio institui debet; vt sc: se habet cosinus declinationis stellae seu radius paralleli stellae ad sinum totum, vel radium aequatoris; ita partes circuli maximi differentiae ascensionum rectorum respondentes supra inuentae, ad partes paralleli stellae eidem differentiae ascensionum competentes. 9^o Datis hoc modo differentiis declinationum et ascensionum rectorum centri Lunae et stellae, nec non declinatione et ascensione rectorum stellae, quae aliunde datae supponuntur, declinatio quoque et ascensio rectorum centri Lunae ad tempus observationis per se innotescunt. Quodsi loca Lunae ad stellam hunc in modum repetendo observationem primam Spho antecedente descriptam, posteriori eadem semper manente, aliquot vicibus ante initium eclipsos et durante eclipsi definiantur, datur inde motus Lunae apparens iuxta aequatorem et ab aequatore quolibet tempore eclipsos obtinens, et ex eo locus centri Lunae respectu aequatoris ad quodcunque eclipsos momentum quaerendus.

Schol. Quodsi posito, margine Lunae inferiori supra capillum G C, in situ eiusdem ad diurnum Lunae parallelo, per quadrantem vel dimidium horae nulla stella
ad

ad obseruationem modo supra descripto instituendam idonea appareat, poterit margo Lunae superior ad capillum G C ceteris paribus admoueri, et in hoc situ stella desiderata expectari, cum qua iisdem obseruationibus institutis, quae in § pho describuntur, positio Lunae ad eam simulque respectu aequatoris, eodem modo vt in § pho hoc factum est, determinabitur.

§. 10. Fieri autem fortassis potest, vt nulla stella Lunam sequens, in sitibus Lunae ad capillum G C supra descriptis post dimidium etiam horae tubum ingrediatur, per sistemaque capillorum transeat. In eo casu quaeratur in coelis inspiciendo per tubum ante Lunam in vicinia eiusdem stella, eandem circiter cum Luna declinationem habens, vel ita ad Lunam posita, vt si per medium tubi transeat, tubusque immotus relinquatur, Luna quoque tubum ante dimidium horae ingredi, capillosque sistematibus attingere possit. Quod vbi euenerit; eligatur in disco Lunae, dum eadem tubum primo post stellam transgreditur, punctum satis distinctum et medio tubi proximum, obserueturque 1^{mo} transitus puncti huius per distantias inter se capillorum omnes, in situ capilli G C ad diurnum puncti parallelo, et tempora transituum per vnquamque distantiam seorsim notentur, simulque inueniatur puncti huius locus in disco Lunae, seu positio eiusdem in coelis respectu centri Lunae, eodem modo quo positiones macularum Solarium in disco Solis vulgo obseruantur, vt sc. perpendicularis e puncto illo in diurnum centri Lunae demissa, et distantia perpendiculi huius a centro Lunae in eodem diurno, nec non diameter disci Lunae oscillationibus horologii ad motum Lunae relatis expressae

pressae innotescant, et notetur tempus huius observationis. Similiter observentur 2^{do} transitus stellae per unamquamque etiam distantiam capillorum in situ capilli G C ad diurnum stellae parallelo. Inveniaturque 3^{to} diameter Lunae in partibus temporis ad motum stellae relatis, eodem modo, quo idem §9no factum est. His praemissis 4^{to} dirigatur tubus cum sistemate capillorum ad stellam ita, ut eadem in capillo G C per integram eius apparitionem in tubo immoto promoveatur, noteturque temporis momentum quando ea modo descripto lata ad capillum tubi ultimum verb. gr. B D appellit; et 5^{to} immoto tubo sistemateque capillorum expectetur, donec punctum illud in disco Lunae supra definitum, tubum ingrediatur, ad capillumque obliquum alterutrum, et praeter unum capillorum parallelorum quemcunque ad capillum etiam B C appellat, quorum appulsuum omnium tempora scorsim notentur: Et dabitur ex his observationibus positio centri Lunae ad stellam, tempore appulsus puncti illius in disco Lunae assumpti ad capillum B D obtinens.

Fig. 7.

§. 11. Representet enim circulus ACEG cum lineis parallelis inter se et ad lineam GC perpendicularibus, lineaque obliqua BF ad angulos semirectos intersectis campum tubi cum sistemate capillorum §8^{vo} descripto, sitque circulus XNtL, cuius centrum L, Luna, M punctum pro observatione in disco Lunae assumptum, linea q r diurnus eius, in quo idem incedendo ad capillum parallelorum primum AE in r, ad obliquum BF in d, et ad parallelum ultimum BD in M appellit, linea autem SG diurnus stellae cum capillo G C congruens, et stella in S: omnia in eo situ ad se inuicem capillosque tubi,

tubi, quem tempore contactus puncti M cum capillo BD habuerunt. Demittatur a centro Lunae L in diurnum vel parallelum stellae SG perpendicularis Le , et sistet ea differentiam declinationum, linea autem Se inter perpendicularem illam et stellam S intercepta, differentiam ascensionum rectorum centri Lunae et stellae, tempore appulsus puncti M ad capillum BD exhibebit; quae nunc in partibus temporis ad motum stellae relatis determinandae sunt. Hunc in finem ducatur 1^{mo} a puncto M ad lineam obliquam BF recta Mb parallela ad capillum GC , a puncto quoque d , demittatur in eandem perpendicularis da , et formabuntur inde duo triangula rectorangula et similia per constructionem Mrg et Mda , in quibus per observationem 5^{tam} \Sphi antecedentis, latera Mr , Md , et per observationem 1^{mam} eiusdem \Sphi latus Mg oscillationibus horologii ad motum puncti M relatis expressa dantur; unde linea quoque Ma , cum angulis amd , et mda et perpendicularum da , (ob angulos aab et abd semirectos et aequales per construct:) aequale lineae ab etiam dabuntur, et summa laterum Ma , da , exprimet lineam Mb aequalem lineae nf , a perpendiculari bf ex linea nc reflectae. Quoniam autem 2^{do} linea nc per observationem 1^{mam} \Sphi antecedentis in iisdem cum linea Mb partibus datur, dabitur quoque differentia earum $fc = fb$, ob angulos fbc et $fc b$ semirectos et aequales per constructionem. Data autem bf datur etiam Mn eidem parallela et aequalis, ob parallelas inter se, Mb et nc eandem intercipientes. Porro 3^{tio} ducatur per centrum Lunae L linea tu , parallela lineae qr diurnum centri Lunae representans, et in eam e puncto

M demittatur perpendicularis $M p$, iunganturque puncta M et L recta $M L$, et formabitur inde triangulum $M p L$, in quo perpendicularum $M p$ et distantia eius a centro Lunae $p L$ per observationem 1^{mam} \S phi antecedentis dantur, unde linea quoque L et angulus $p L M$ inuenientur. 4^{to} Subtrahatur angulus $p L M$ nuper inuentus ab angulo $p L e \equiv M d a$ *nro* primo dato (ob lineas nempe $t u$ et $q r$ parallelas interfecit, lineamque $L e$ eandem secantem lineae $M d$ parallelam) et restabit angulus $M L o$. 5^{to} In triangulo rectangulo $M o L$ datis per *nrum* 3^{tium} hypotenusa $M L$ et per *nrum* 4^{tum} angulo $M L o$ inuenientur latera $L o$ et $M o \equiv n e$ partibus temporis ad motum puncti M relatis expressa. 6^{to} Addatur linea $L o$ ad lineam $o e \equiv M n$ *nro* 2^{do} datae, et prodibit linea $L e$ differentia declinationum centri Lunae et stellae motu puncti M expressa. 7^{mo} Vt autem lineae hae $L e$ et $n e$ in partibus temporis ad motum stellae relatis habeantur, fiat illatio: vti se habet tempus transitus puncti M per lineam $n e$, supra ex observatione 1^{ma} \S phi antecedentis datum, ad tempus transitus stellae per eandem lineam ibidem ex observatione 2^{da} cognitum, ita linea $L e$ *nro* 6^{to} , vel $n e$ *nro* 5^{to} , in oscillationibus horologii ad motum puncti M relatis data, ad oscillationes horologii motum stellae exprimentes eidem competentes quaesitas; et dabitur hoc modo differentia declinationum centri Lunae et stellae seu linea $L e$ motu stellae expressa; *quaesitorum primum*, nec non linea $n e$. Tandem 8^{zo} addantur oscillationes horologii lineam $n e$ exprimentes nuper inuentae ad oscillationes horologii a contactu stellae S cum capillo $B D$ ad occursum puncti M eidem capillo

capillo intercedentes lineam $S n$ componentes, et prohibet linea $S e$, differentia ascensionum rectarum centri Lunae et stellae motu stellae expressa tempore contactus puncti M cum capillo $B D$ obtinens, *quaesitorum alterum et ultimum*; quibus datis datur positio centri Lunae ad stellam simulque locus eius respectu aequatoris tempore proposito obtines. Ad partes autem circuli maximi lineae hae eodem prorsus modo reducentur, quo idem in §9no *nris* 8^{zo} et 9^{no} factum est. Quodsi loca Lunae ad stellam repetendo observationes *nro* 4^{to} et 5^{to} in § pho antecedente descriptas, tribus prioribus iisdem semper manentibus, hunc in modum durante eclipsi Lunae aliquot vicibus definiantur, poterit inde facili negotio inueniri locus centri Lunae respectu aequatoris ad quodlibet tempus eclipsios; vt prius.

§. 12. Quodsi autem posito capillo $G C$ in diurno stellae, Luna tubum post dimidium horae non ingrediat, vel capillos sistematis ad locum eius determinandum requisitos non attingat, in eo casu, institutis prius observationibus in §pho 10^{mo} *nris* 1^{mo}, 2^{do} et 3^{tio} descriptis, demittatur stella prope capillum $A E$, quoad saluis re-
Fig. I.
 quisitis fieri potest, infra capillum $G C$ in quocunque eius ad diurnum stellae situ, vel attollatur cacteris paribus supra eundem, et loco observationis 4^{tae} §pho citato descriptae obseruetur eius appulsus ad tres capillos sistematis, vnum nempe obliquum et duos parallelos a se inuicem satis remotos, inter quos ad capillum $B D$, iisdemque observationibus cum puncto, seu macula, Lunae assumpta institutis, quae *nro* 5^{to} §phi citati ecribuntur, et momento appulsus maculae ad capillum $B D$ pro mo-

Fig. 8.

mento obseruationis, vt prius, assumpto, positio centri Lunae ad stellam vel eius locus respectu aequatoris momento obseruationis obtinens ad modum praecedentium solutionum facile determinari poterit. Sc: fit circulus ACEG cum lineis parallelis et transuersis campus tubi cum sistemate capillorum §5^{to} descripto, in quo circulus minor NtL est Luna, cuius centri L positio ad capillum GC seu lineae Le et ne oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressae momento obseruationis obtinens ad modum in §11^{mo} descriptum ex iisdem datis inueniendae dantur, linea So diurnus seu parallelus stellae S, in quo eadem incedendo ad capillum parallelorum primum AE in o, ad obliquum HD in r, et ad BD in a appellit. Dueta a puncto a, linea abg, parallela ad GC lineae obliquae HD in b occurrente, demissoque in eam a puncto r perpendicularo rd, formabuntur inde duo triangula rectangula et similia aoq, et ard per constructionem; in quibus per obseruationes superiores dantur lineae ao, or, et aq, oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressae, vnde linea quoque ad, in iisdem partibus, et anguli dar et ard cum iisque perpendicularis rd=db, (ob angulos drb, et dbr semirectos per construct: et aequales) inueniuntur. Summa linearum modo inuentarum ad et dr seu db, dabit lineam ab, cuius differentia a linea ne per obseruationem 1^{dam} data, lineam an, vt prius manifestabit. Porro in triangulo rectungulo atp, a linea Le ad diurnum vsque stellae producta lineamque ag in t ad angulos rectos secante formato, latere eius at=ne, et angulo tap=dar datis, latera tp et ap inueniuntur. Addatur latustp,
ad

ad lineam $an = te$, et prodibit linea ep , quae porro ad lineam Le addita lineam Lp producet. His innentis demittatur a puncto L ad parallelum stellae perpendicularis Lg , et formabitur inde triangulum rectangulum Lgp , in quo praeter rectum ad g dantur per praemissas determinationes hypotenusa Lp , et angulus Lpg aequalis suo alterno ard , unde latus quoque Lg , differentia declinationum centri Lunae et stellae tempore appulsus maculae M ad capillum BD obtinens, et linea pg partibus temporis ad motum stellae relatis expressae dabuntur. Tandem addantur oscillationes horologii lineam ap supra datam exprimentes ad similes oscillationes a contactu stellae S cum capillo BD ad occursum maculae M eidem capillo intercedentes lineam Sa componentes, et prodibit linea Sp , a qua subtracto latere pg nuper inuento, restabit linea Sg , differentia ascensionum rectarum centri Lunae et stellae momento observationis obtinens eodem motu stellae expressa: quibus datis datur positio centri Lunae ad stellam quaesita. Eodem modo loca Lunae ad stellam ulterius determinabuntur, si duae observationes posteriores *nr*is nempe 4^{to} et 5^{to} \S phi huius memoratae repetantur, tres enim priores constantes sunt, et semel definitae per integram durationem eclipseos eadem obtinent, et poterit hinc locus Lunae respectu aequatoris per regulam proportionum ad quodlibet tempus eclipseos inter observationes huiusmodi intermedium definiiri vt prius.

Schol. 1^{um} Quodsi posito margine Lunae inferiori supra capillum GC in situ eiusdem ad diurnum Lunae parallelo, prouti in Scholio \S 9ni describitur, stella Lu-

nam sequens tubum ante quadrantem vel dimidium horae ingrediatur quidem, sed in parte eius inferiori, capillosque sistematis ad locum Lunae respectu stellae determinandum requisitos non attingat, in eo casu poterit margo ille Lunae supra capillum $G C$, quoad salvis requisitis fieri potest, elevari, et positio ad stellam maculae alicuius exiguae in disco Lunae assumptae limboque inferiori proximae, modo supra descripto, observari. Huius enim positione ad centrum Lunae cognita, quod facillime semper fiet, positio quoque centri Lunae ad stellam inveniatur ut supra. Idem de simili apparitione stellae in parte tubi superiore, margine superiori Lunae infra capillum $G C$ similiter posito, tenendum est.

Schol. 2^{d-m} Iisdem modis possunt observari transitus Lunae per stellas quocunque alio tempore, vel in quacunque Lunae phasi, si observationem diametri Lunae excipias, quae tunc ob phasim non omnis apparet, et consequenter modo in §8^{vo} *mo* 1^{mo} descripto observari nequit. In illis itaque casibus pro diametro Lunae observanda, dirigatur capillus $G C$ ad cornua phaeos, vel in situm iisdem proxime parallelum, et immotis in hoc situ capillis et tubo observetur appulsus alterutrius cornu, exempli gratia S , ad duos capillos proximos, puta qr , et op , in f et d , et alterius cornu I ad unum capillum verb. gr. xv , tempore contactus primi cornu S cum capillo primo qr , eidem proximum, et poterit hinc diameter Lunae eodem modo, in iisdem que partibus determinari, quo eandem supra §9^{no} in plenilunio definiimus, inferendo sc. ob triangula $d n f$, et $g m I$ ad n et m rectangula et similia per constr: ut tempus transitus cornu

Fig. 9.

cornu S a capillo qr ad capillum op , iuxta diurnum Lunae Sd , seu linea df , se habet ad lineam dn , per observationem 2^{dam} § 8^{vi} inueniendam; ita tempus a contactu cornu S cum capillo qr , ad occursum cornu alterius I in diurno Lunae gI lati, capillo sibi proximo xy praeter lapsum, seu linea verb. gr. Ig , ad distantiam breuissimam cornu I a capillo xy , seu lineam Im , tempore contactus cornu S cum capillo qr obtinentem: quae ad distantiam rectam capillorum qr et xy per observationem 2^{dam} § 8^{vi} inueniendam addita, si cornu S ad capillum qr prius, quam cornu I appullerit, vel ab eodem subtracta, si idem hoc serius fecerit, prodet diametrum Lunae oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressam et quaesitam; quae tamen in partes temporis ad motum Lunae relatis reduci debet, quotiescunque positio puncti alicuius in disco Lunae quaerenda veniet. Coeterum, quoniam in his casibus ubi sc: Luna per stellam transit, diurnus quoque stellae per Lunam necessario transire debet, vnde differentia declinationum et ascensionum rectarum Lunae et stellae ex observationibus § 8^{vo} descriptis paulo aliter deducendae venient, quam idem § 9^{no} factum est. Labet itaque hic modum describere, quo in his casibus positio illa centri Lunae ad diurnum stellae, seu differentiae declinationum et ascensionum rectarum Lunae et stellae determinari debeat, antequam ad observationem eclipsis Lunarium exponendam accedam. Nimirum sit in Fig. 10. positio Lunae oML et diurni stellae Se ad capillos tubi ea, quae ante propositam occultationem stellae a Luna tempore contactus limbi Lunae M , margine suo o , in capillo GC inceden-

Fig. 10.

tis,

tis, cum capillo HF obtinet, appellatque stella S in diurno suo Se incedendo ad capillum obliquum BF in a , ad primum parallelorum AE in f et ad secundum UV in e , sit praeterea linea Ld , a centro Lunae L in diurnum stellae Se perpendiculariter demissa, differentia declinationum, et Sd differentia ascensionum rectarum Lunae et stellae tempore contactus limbi Lunae M cum capillo HF obtinentes quaerendae. Quare ducta linea eg parallela ad GC , demissaque a centro Lunae L ad eandem GC perpendiculari Lo , quaeratur primo, in triangulis elf , et ega hinc formatis reſtangularibus et similibus per conſtr. [datis per obſervationes modo in §§^{vo} *uris* 1^{mo} et 2^{do} deſcripto inſtituendas lateribus eorum ef , fa , et $el = bc$] linea am , inferendo vt $ef : el = fa : lg = cm = am$, ob angulos mca et mac ſemi-rectos et aequales per conſtructionem: Deinde 2^{do} reſoluetur triangulum reſtangularum ega , lateribus eius eg , et ea , datis, per compositionem nempe linearum el , et lg , ef et fa *no* 1^{mo} datatum deducendis, et inueniuntur inde anguli eag , aeg , et latus ag . Porro 3^{io} datis ex obſervationibus §§^{vi} ſaepe citatis, diſtantia capillorum HF et uv , ſeu linea Vb et per obſervationem Scholii huius radio Lunae Vo , dabitur earum diſſerentia, ſeu linea $bo = en$ eidem parallelae et inter eaſdem parallelas eb et LO interceptae. Qua data 4^{to} lineae quoque ei et ni , ob triangula eni , et ega ſimilia per conſtruct: lineasque eg et ga per *num* 2^o *er* datas inueniuntur, inferendo ſc: pro prima, vt $eg : ea = en : ei$; pro ſecunda autem vt $eg : ag = en : ni$. 5^{to} Datitis per numeros 1^{um} et 2^{um} lineis am , et ag , et per *num*

nrum 4^{tum} linea *ni*, deducatur linea *io*, subtrahendo sc: in hoc casu, lineam *ag* a linea *am*, ad residuumque $gm = no$ addendo lineam *ni*. Quodsi 6^{to} linea haec *io* a radio Lunae *Lo* subtrahatur, restabit linea *Li*. Qua data 7^{mo}, in triangulo *Ldi* rectangulo ad *d*, datis latere *Li*, et angulo *Lid*, suo alterno *eag* per *nrum* 2^{dum} inuento aequali, determinabitur latus *Ld*, differentia declinationum Lunae et stellae oscillationibus horologii ad motum stellae relatis expressa, tempore contactus limbi Lunae *M* cum capillo *HF* quaesita, nec non latus alterum *di*. Addatur tandem 8^{vo} latus hoc *di* ad lineam *ei*, *nro* 4^{to} inuentam, summaque seu linea *de*, subtrahatur a linea *es*, seu tempore, quod a contactu limbi Lunae *M* cum capillo *HF* ad appulsus stellae ad capillum *uv* in *e* intercedit, residuum vel linea *dS* erit differentia ascensionum rectarum Lunae et stellae quaesita, seu eodem tempore obtinens iisdemque partibus cum linea *Ld* expressa; quibus datis locus Lunae ad stellam per se patet. Quodsi instante occultatione stellae a Luna, vel statim post emersionem stellae loca Lunae ad stellam methodis haecenus expositis aliquot vicibus inueniantur, poterit inde positio viae Lunae a stella visae ad diurnum stellae, motusque Lunae ad stellam horarius in via illa et tempus minimae distantiae centri Lunae a stella, vel appulsus Lunae ad stellam, seu emersio stellae determinari, si alterutrum eorum obseruari non potuerit.

Schol. 3^{tum} Quoniam in methodis loca Lunae laudata obseruandi supra §§phis 8^{vo} et 10^{mo} descriptis pro qualibet obseruatione positio capilli *GC* ad diurnum Lunae vel stellae parallela requiritur, quae simplici tractatio-

ne tubi nonnisi taediosissime obtineri potest, necessario itaque ad huiusmodi observationes machina parallaxica opus erit. Cum autem in methodo §12^{mo} descripta ad easdem observationes instituendas repetita directione capilli G C ad diurnum Lunae vel stellae opus non sit, poterunt eadem methodo hac absque omni usu machinae parallaxicae absolui facillime, licet calculus inde prolixior aliquantulum prodeat, et deficiente machina omnes observationes locorum Lunae hac methodo institui, quocumque ex supra descriptis modo stella ad Lunam ponatur.

Schol. 4^{ta} Praeterea quoniam diameter Lunae motusque eius in diurno, Luna diuersas altitudines supra horizontem tenente, ob variationem parallaxeos eiusdem inde oriundam mutantur aliquantulum, et maiores vel minores euadunt; conuenit in praxi post absolutas observationes locorum Lunae ad stellam, diametrum Lunae motumque eiusdem in diurno, et situm maculae in disco eius demum obseruare, modis in §§^{vo} et §10^{mo} descriptis, tempusque observationis uti prius annotare, ut innotescant, si quae sunt, differentiae eorum tempore inter observationes eorundem intercedente factae, et inde verae quantitates priorum, versusque situs posterioris ad tempus cuiuslibet observationis loci Lunae ad stellam definiantur.

§. 13. Descriptis haecenus methodis loca Lunae respectu aequatoris determinandi in corollariis ex eclipsi Lunae obseruata deducendis necessaria, ad ipsas eclipses Lunae accedo. Pro iis itaque obseruandis attendatur in primis diligenter ad ea, quae §3^{tio} dicta sunt. D. inde obseruato initio eclipsios dirigatur, vertendo intra tubum circu-

circulum cum sistemate capillorum modo §1^{mo} descripto, capillus HF in plaga occidentali capilli AE ponendus ad cornua phaeos, vt eadem axacte stringat; et eodem momento, quo capillus ad cornua bene directus est, immoto tubo sistemateque capillorum numerentur oscillationes horologii, eodem prorsus modo, quo idem §4^{to} factum est, donec limbus vmbrae Terrestris capillos *xy* et *uv* sibi proximos attingat, limbus autem luminosus Lunae ad capillos *qr* et BD, proximum nempe primum et proximum tertium appellat, quorum appulsuum tempora a contactu cornuum cum capillo HF numerata seorsim notentur. Et data erunt omnia requisita ad phasin eclipsios Lunaris, diametrum vmbrae Terrestris, et positionem chordae defectivae ad diurnum Lunae tempore contactus cornuum cum capillo HF determinandis necessaria.

§. 14. Representet enim circulus ADEG cum lineis parallelis inter se et ad lineam GC perpendicularibus campum tubi cum sistemate capillorum §1^{mo} descripto, sitque circulus *dWK* Luna eclipsans, alter vero circulus *WnK* vmbra Terrestris Lunam obscurans, in eo situ ad se invicem capillosque tubi, quem tempore contactus cornuum phaeos cum capillo HF habent. Ducatur a medio chordae defectivae *m*, linea *md*, parallela ad capillum GC, quae, quia per centra vtriusque circuli transit, marginem vmbrae *WnK*, marginemque luminosum Lunae *WdK* secabit in punctis *n*, et *d*, a chorda defectiva *WK* in initio obseruationis remotissimis, eritque linea *nd* mensura partis lucidae Lunae ab eclipsi adhuc liberae, linea autem *mn* quantitatem segmenti vmbrae in disco Lunae eodem tempore conspicui exhibebit. Vt autem lineae hae in

partibus diametri Lunae per §3^{ti}um datis determinari possint, concipiamus per punctum d , ductam esse lineam $d e b$ diurno Lunae parallelam, eam, per quam punctum disci Lunaris d in tubo tempore observationis spectatum moveretur, motuque suo ad capillos $q r$ et $B D$ in punctis e et b appellit, lineam autem $n R$ per punctum n ductam diurno umbrae parallelam, et ad lineam $d e b$ obliquam esse eam, per quam punctum disci umbrae n eodem tempore in tubo movetur, motuque suo lineas sibi proximas $x y$ et $u v$ in punctis b et R attingit. Ex observatione superiori phasos dantur tempora, seu oscillationes horologii, quibus durantibus punctum disci umbrasi n , motu diurno umbrae in circulo eius diurno latum, distantias $n b$ et $b R$ percurrit, nec non tempora, quibus punctum disci Lunaris d , motu diurno Lunae in circulo eius diurno incedendo, lineas $e d$, $e b$, emittitur. Ex observatione autem §3^{ti}o descripta dantur etiam tempora, quibus centrum Lunae in diurno suo latum distantias rectas capillorum omnium inter se in linea $G C$ incedendo traicit, consequenter et tempora, quibus idem distantiam rectam capillorum $q r$ et $B D$ seu lineam $g f$, nec non similem distantiam capillorum $x y$ et $u v$, seu lineam $a P$ emittitur. Lineis itaque $e d$, $e b$, itemque $b R$, $b n$ nec non $g f$, et $a P$ oscillationibus horologii, seu partibus aequalibus diversarum scalarum expressis, ob triangulum $b d g$ simile triangulo $e d f$ per constructionem, inferatur primo, ut $e b$, se habet ad $g f$, ita $e d$, ad $d f$, distantiam puncti d , a capillo $q r$ eodem proximo, oscillationibus horologii ad motum centri Lunae relatis expressam. Subtrahatur linea haec $d f$ a distantia recta capillorum $H F$ et $q r$ §3^{ti}o in iisdem partibus data, differentiaque seu linea $m d$, subtrahatur a diametro Lunae

Lunae ibidem et eodem modo data, et restabit linea mT , mensura segmenti Lunaris in initio observationis obscurati. Deinde pro linea mn in iisdem partibus inuenienda, inferatur porro, ob triangula PnR et anb itidem per constructionem similia, ut Rb se habet ad aP ; ita bn ad an , distantiam puncti n a capillo xy eidem proximo quaesitam. Subtrahatur linea haec an a distantia capillorum HF et xy in iisdem partibus §3^{to} data, et restabit linea mn , mensura segmenti umbrae in disco Lunae, tempore contactus cornuum cum capillo HF , conspicui. Addatur linea haec mn ad lineam mT , segmentum Lunare supra inuentum, summa dabit quantitatem eclipses in initio observationis, seu tempore contactus cornuum cum papillo HF inspectam, oscillationibus horologii ad motum centri Lunae relatis expressam. Eadem autem in partibus duodecimis disci Lunaris nec non inclinatio chordae defectivae ad diurnum Lunae, diameterque umbrae Terrestris per supra data eodem modo inueniuntur, quo easdem §5^{to} similibus datis definiuimus.

§. 15. Eodem modo phases vterius obseruentur, quotquot libuerit, dirigendo sc: semper capillum HF ad cornua phaseos, appulsusque limborum umbrae Terrestris et Lunae ad duos capillos iuxta Schol 1^{um} §5^{ti} eligendos notando, donec cornua phaseos in situm diurnis Lunae vel umbrae Terrestris parallelum peruenerint, tempusque transitus alterutrius limbi per distantiam duorum proximorum capillorum inde nimis longum et ad obseruationes phasium inutile deprehendatur. In quo casu missis his obseruationibus, obseruetur transitus maculae Lunaris cuiuscunque per distantiam capillorum parallelorum a se inuicem in tubo

remotissimorum in situ capilli G C ad diurnum maculae parallelo, ut innotescat celeritas Lunae in diurno eius durante eclipsi obtinens. Post haec ubi cornua phaecos a situ ad diurnos mobilium parallelo sensibili ter declina-verint, incipiantur obseruationes phaesium crescentium, eodem modo quo supra phaecos decrecentes obseruatae sunt, continuenturque ad finem vsque eclipsios, et absoluta erit obseruatio phaesium eclipsios Lunaris chordarumque defectiuam et positionum earundem ad diurnum Lunae *ab obseruatore primo*. Praeterea durantibus his obseruationibus phaesium iubeatur *vnus Socius* tubo cum sistemate capillorum supra §8^{vo} descripto instructus obseruare loca Lunae respectu aequatoris modo in eodem §9^{vo}, seu in §§phis 10^{mo} et 12^{mo} descripto, quotiescunque obseruationem suam repectere potest. *Alter vero Socius* per quadrantem in gradus suos graduumque partes sexagesimas exacte diuisum, et ad altitudines accurate obseruandas compositum, eodem tempore obseruet per singula tria vel quatuor minuta temporis altitudines limbi luminosi Lunae notando semper tempus obseruationis suae. Praesertim autem curet eam altitudinem, si possibilis sit, quam accuratissime sumere, momentumque eiusdem annotare, quam Luna habet cornibus phaecos in situ ad horizontem verticali existentibus, vel quando cornua phaecos a capillo verticali in tubo quadrantis extensio simul tegi possunt. Quodsi autem huiusmodi positio cornuum ad horizontem in eclipsi apprente impossibilis sit, eadem attentione curet eam altitudinem obseruare, momentumque eiusdem annotare: quam Luna habet cornibus phaecos situm horizonti parallelum habentibus, vel quando cornua phaecos a capillo tubi horizontali simul tegi possunt. Si haec omnia probe obseruata fuerint,

rint, et vterque focus observationes suas non interrupto ordine per integram durationem eclipseos instituerit, absoluta erit observatio eclipseos Lunaris in omnibus eius partibus.

§. 16. Quodsi ad tempus vnius cuiuslibet observationis phaseos ex observatione phaseos iuxta § 14. inclinatio chordae defectivae ad diurnum Lunae, quantitasque disci Lunae obscurata, et radius umbrae; hinc autem per *num* 1^{mum} §7^{mi} distantia centrorum Lunae et umbrae in partes circuli maximi per *num* 2^{dum} §5^{ti} reducenda, eiusque inclinatio ad diurnum Lunae deducantur, et ad idem tempus ex observationibus primi Socii differentiae declinationum ascensionumque rectarum Lunae et stellae itidem in partibus circuli maximi, cum iisque declinatio et ascensio recta centri Lunae verae, nec non inclinatio diurni Lunae ad parallelum stellae per *nos* 2^{dum} 6^{com} 7^{mum} 8^{vum} et 9^{num} §9ⁿⁱ inuentae; ex observationibus autem secundi Socii altitudo centri Lunae, per reductionem seu regulam proportionum, si quae simul cum phasi observatae non fuerint, determinentur; poterunt ex his requisitis datis deduci sequentia. 1^{mo} Motus Lunae ab umbra visus in via Lunae ab umbra visa, tempore inter duas quascunque observationes phasium intercedente factus, cum inclinatione eiusdem ad diurnum Lunae et initium vel finis eclipseos Lunaris, si alterutrum eorum vel vtrumque male, ut plerumque fit, aut prorsus non observatum fuerit, nec non tempus et quantitas maximae obscurationis, itemque motus Lunae ab umbra in aequatore quocunque tempore eclipseos obtinens, et denique coniunctio mobilium in aequatore visa; idque eodem prorsus modo quo eadem quaesita similibus datis supra in eclipsibus Solis §7^{mo} *uris* 1^{mo} 2^{do} et

4^{to} determinata sunt. 2^{do} Inclinatio semitae visae centri Lunae tempore inter duas quascunque observationes phasium intercedente a Luna emensae ad semitam centri umbrae visae eodem tempore ab umbra percursum. Dantur enim 1^{mo} in requisitis ϕ huius ad quamlibet observationem phasios declinatio Lunae et differentia ascensionum rectarum Lunae et stellae partibus circuli maximi expressae, cum iisque simul motus Lunae in parallelo stellae itidem partibus circuli maximi expressus, et variatio, seu incrementum vel decrementum declinationis Lunae tempore inter observationes phasium assumptas intercedenti respondentes; unde motus etiam Lunae in parallelo eius per differentiam declinationum minorem transiente, et in semita eiusdem apparente eodem tempore facti iisdemque partibus expressi, cum inclinatione semitae ad parallelum Lunae descriptum dabuntur: si pro primo ex declinatione stellae et declinatione Lunae declinationi stellae, temporibus observationum assumptarum proxima, radii parallelorum stellae et Lunae inveniatur, illatioque instituat, ut radius paralleli stellae se habet ad radium paralleli Lunae modo descripti; ita motus Lunae in parallelo stellae per tempus inter observationes phasium intercedens factus, ad motum Lunae in parallelo eiusdem laudato eodem tempore factum quaesitum. Pro secundo autem triangulum STE rectangulum ad T, lateribus eius ST, motu nempe Lunae in parallelo eiusdem stellae proximo nuper inuento, et ET, variatione declinationis Lunae tempore inter observationes phasium assumptas intercedente facta, ex requisitis ϕ huius datis deducenda, resolvetur, latusque eius tertium SE, et inclinatio eiusdem ad lineam

Fig. 12.

lineam ST , seu angulus EST inueniantur; illud enim est motus Lunae in semita eius, hic autem inclinatio semitae ad parallelum Lunae quaesiti. Praeterea 2^{do} in iisdem requisitis dantur, ad tempus vtriusque obseruationis assumptae, distantiae centrorum Lunae et vmbrae etiam partibus circuli maximi expressae, earumque inclinationes ad diurnum Lunae, et inclinatio diurni Lunae ad parallelum stellae, vel quemcunque parallelum alium, hoc est et ad parallelum Lunae supra descriptum, vnde; si nempe haec data cum supra inuentis componantur, inclinatio etiam illarum ad parallelum Lunae ST supra descriptum, et ad semitam Lunae SE dabitur. Datis autem his, facili negotio consequetur propositum. Representet enim linea ST partem paralleli Lunae temporibus assumptarum obseruationum phasium parallelo stellae proximi a Luna interuallo obseruationum percursum supra *no 1^{mo}* inuentam. **FIG. 13.**

Sitque ET variatio declinationum Lunae, SE motus Lunae in semita eiusdem cum inclinatione semitae ad parallelum Lunae EST , ibidem et ad idem tempus datae, et lineae SM , EI fistant distantias centrorum Lunae et vmbrae a se inuicem ad tempora earundem obseruationum per *num 2^{dum}* inuentas, ad parallelos aequatoris ST , et Ee , quos Luna iisdem temporibus tenuit, sub angulis MST , et IEe , ad semitam autem Lunae SE , sub angulis MSE et IES per eundem *num* datis inclinatas. Linea MI puncta distantiarum extrema M et I coniungens, erit semita centri vmbrae visa, cuius quantitas MI , et inclinatio ad semitam Lunae SE quaeritur. Huuc in finem iungantur puncta M et E linea recta ME ,

et formabitur inde triangulum rectilineum MSE , in quo datis per supra dicta lateribus MS et SE cum angulo intercepto MSE inuenientur anguli SEM et SME , nec non latus ME . Subtrahatur angulus SEM ab angulo IES supra dato, et restabit angulus MEI . Iam in triangulo MEI itidem rectilineo datis lateribus ME et EI cum angulo intercepto MEI inuenietur angulus $E MI$ cum latere MI , quod motum centri umbrae in semita eiusdem apparente, tempore inter observationes assumptas elapso factum et quaesitum prodit. Tandem addatur angulus $E MI$ nuper inuentus ad angulum EMS , ut prodeat angulus IMS , hoc enim ad angulum MSE addito, summaque eorum a 180° subtracta in residuo prodibit inclinatio semitarum visarum SE et MI , centri Lunae et centri umbrae ad se inuicem quaesita. 3^{tio} Quodsi in loco observationis altitudo aequatoris cognita fuerit, poterit hoc requisito cum prioribus datis composito ad tempus cuiuslibet observationis phaseos altitudo etiam centri umbrae supra horizontem apparens, nec non declinatio et ascensio recta eiusdem apparentes inueniri. Dantur enim in requisitis sphaera huius ad quamlibet observationem phaseos altitudo et declinatio centri Lunae L apparentes, quae ad polos mundi et horizontis P et Z productae cum altitudine aequatoris, seu distantia poli mundi a vertice, formabunt triangulum sphaericum ZPL , in quo datis omnibus eius lateribus, angulus ad centrum Lunae PLZ , quem circulus declinationis cum circulo altitudinis format, definitur. Praeterea in iisdem requisitis datur ad quamlibet observationem phaseos distantia centrorum Lunae et

vm.

Fig. 14.

umbrae partibus circuli maximi expressa, et inclinatio distantiae illius ad diurnum Lunae, et diurni Lunae inclinatio ad parallelum stellae, omnesque parallelos alios, consequenter et ad parallelum per centrum Lunae L in obseruatione assumpta transeuntem, vnde inclinatio etiam distantiae illius ad parallelum Lunae descriptum, cum eaque simul ad circulum declinationis per centrum Lunae eodem tempore transeuntem; quippe quae inclinationis illius est complementum ad rectum, innotescet. Quoniam autem per supra dicta inclinatio circuli declinationis ad circulum altitudinis in centro Lunae tempore obseruationis obtinens datur, dabitur etiam inclinatio distantiae illius ad circulum altitudinis cum eaque simul complementum eius ad rectum, seu inclinatio eiusdem distantiae ad almucancharatum per centrum Lunae eodem tempore transeuntem. Data autem hoc modo inclinatione distantiae centrorum ad almucancharatum tempore obser- Fig. 15.

uationis assumptae per centrum Lunae transeuntem, et distantia centrorum ipsa, differentia etiam altitudinum centri Lunae a centro umbrae inuenietur. Quaerendo nempe in triangulo LMV rectangulo ad M , latere eius LV , distantia sc: centrorum Lunae et umbrae, et angulo VLM inclinatione eiusdem ad almucancharatum LM per centrum Lunae tempore obseruationis assumptae transeuntem datis, latus VM eidem aequale. Hac autem et altitudine centri Lunae datis, altitudo quoque centri umbrae ipsa nullo negotio dabitur. Quodsi porro loco inclinationis distantiae centrorum ad almucancharatum inclinatio eiusdem ad parallelum centri Lunae supra inuenta substituatur, si-

mileque triangulum resoluatur, determinabitur inde differentia declinationum VM et ascensionum rectarum LM Lunae et umbrae tempore observationis assumptae obtinentes partibus circuli maximi expressae; quarum prima immediate vera ex resolutione hac prodibit, altera vero in partes circuli paralleli reducenda erit per *num suum* §9ⁿⁱ, antequam pro vera habeatur. Datis autem hoc modo differentiis Declinationum et ascensionum rectarum centri Lunae a centro umbrae; et ex requisitis §phi huius declinatione et ascensione recta centri Lunae, declinatio etiam et ascensio recta centri umbrae per se innotescunt. Quodsi autem ad haec ex theoria Solis ad tempus observationis phaseos ascensio recta Solis et depressio eiusdem infra horizontem dentur, dabitur inde 4^{to} ad idem tempus parallaxis etiam centri umbrae in disco Lunari conspicuae, idque duplici methodo; prima nempe, si a depressione Solis infra horizontem altitudo centri umbrae apparens supra *no* 3^{to} inuenta subtrahatur; secunda autem, si differentia ascensionis rectae centri umbrae, ab ascensione recta puncti centro Solis oppositi inueniatur, ex complementisque altitudinis supra horizontem, et declinationis centri umbrae supra inuentarum, nec non altitudinis poli, angulus ad centrum umbrae, quem circulus declinationis per centrum umbrae transiens cum circulo altitudinis per idem centrum transeunte facit, determinetur; his enim cum complemento declinationis apparentis umbrae cognitis parallaxis quoque centri umbrae, seu differentia altitudinum eiusdem supra horizontem verae et visae dabitur. Representet enim circulus $ZPHO$ meridianum,

Fig. 16.

in quo P polus, Z zenith E Q autem aequatorem, in quo V principium numerationis ascensionis rectae, fitque H O horizon loci, in quo observatio instituta est, et A centri umbrae locus apparens, V verus tempore observationis, quae loca in eodem erant circulo verticali, quoniam parallaxis phaenomenon deprimit tantum. Per A et V traducti intelligantur declinationum circuli P A B, P V D, aequatori in B et D occurrentes, et exprimet linea B D differentiam ascensionum rectarum centri umbrae, verae, seu e centro Terrae visae, aequalis ascensioni rectae puncti Soli oppositi, et apparentis *mo* superiori inuentae, qua data angulus quoque B P D, quem arcus hic B D mensurat, dabitur. In triangulo sphaerico A P Z dantur tria latera, nempe P Z complementum altitudinis poli, A Z complementum altitudinis apparentis centri umbrae per numerum superiorem determinatae, et A P complementum apparentis declinationis eiusdem ibidem datae, dabitur ergo per resolutionem huius trianguli Z A P angulus. Porro in triangulo V A P dantur duo anguli modo inuenti, V A P et V P A, cum latere intercepto A P, inuenietur igitur latus A V, parallaxis altitudinis centri umbrae tempore observationis obtinens quaesita prorsus vt habet D. Gregorius Data autem parallaxia litudinis centri umbrae in disco Lunari conspicuae, et altitudinibus centrorum Lunae et umbrae. 5^{to} Parallaxisquoque centri Lunae ad quamlibet observationem phaeseos inuenietur. Ex parallaxi enim altitudinis umbrae in disco Lunae conspicuae, et altitudine umbrae apparente inuenitur distantia umbrae, cum eaque Lunae etiam a centro Terrae, et radius Terrae vbique constans est, accedit

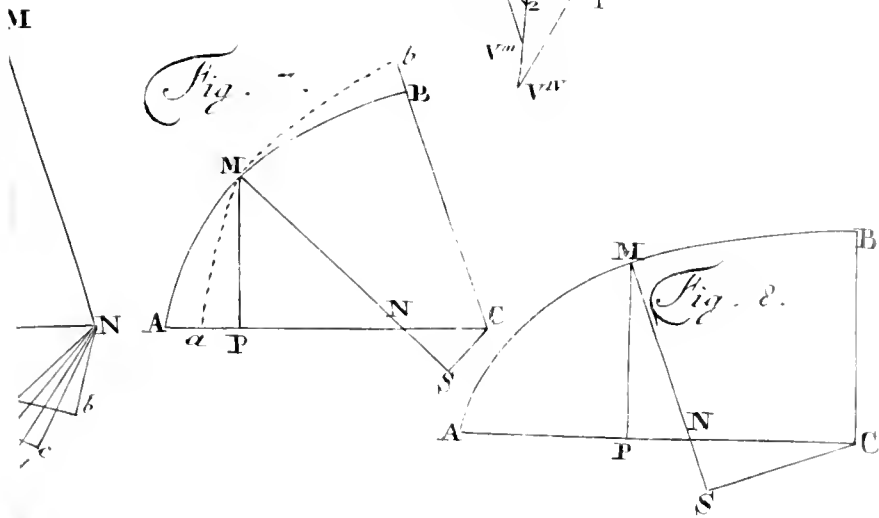
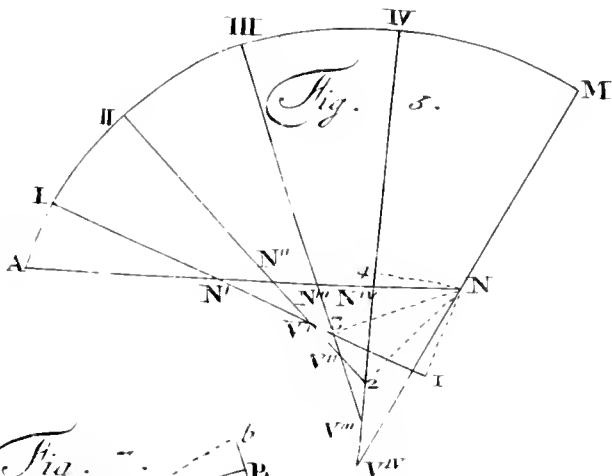
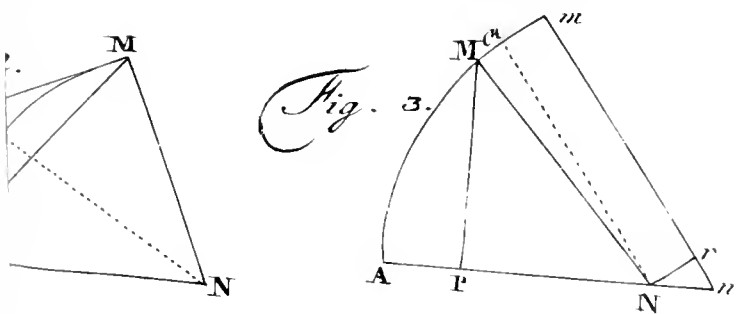
complementum altitudinis centri Lunae supra horizontem ex antecedentibus notum, unde facile conequitur quaesitum. Optime autem et facillime enim determinari potest parallaxis centri Lunae iuxta primam methodum ex observatis altitudinibus centri Lunae supra horizontem, cornibus phaëos situm verticalem, vel parallelum ad horizontem habentibus; in primo enim casu altitudo centri umbrae supra horizontem apparens aequalis est altitudini centri Lunae momento illo observatae, ex eademque data immediate datur; in secundo autem casu ex distantia eorum ad idem tempus per observationem inuenta vel per regulam proportionum deducta altitudineque centri Lunae nullo negotio consequetur. Denique 6^{to} datis ad tempus cuiuslibet observationis phaëos altitudine declinatione et ascensione centri Lunae apparentibus, itemque parallaxi altitudinis Lunae declinatio et ascensio recta centri Lunae verae invenientur. His autem cognitis et obliquitate eclipticae ad aequatorem data, latitudo quoque et longitudo centri Lunae verae facile determinabuntur. Quodsi autem ad tempora duarum quarumlibet observationum phaëos latitudines et longitudes Lunae verae definiantur, determinabitur inde inclinatio orbitae Lunaris ad eclipticam vera, locus nodi orbitae Lunaris verus, et distantia centri Lunae a nodo in utraque observatione phaëos obtinens itidem vera. Quodsi tandem 6^{to} ex qualibet observatione phaëos, quotquot earum durante eclipsi observatae sunt, semidiameter apparens umbrae, et distantia centri Lunae a centro Terrae, ex eaque parallaxis centri Lunae horizontalis invenientur, et ex iis in series

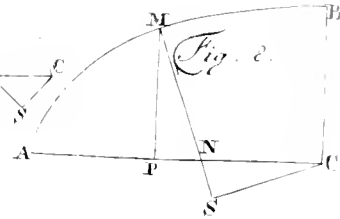
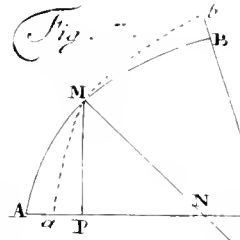
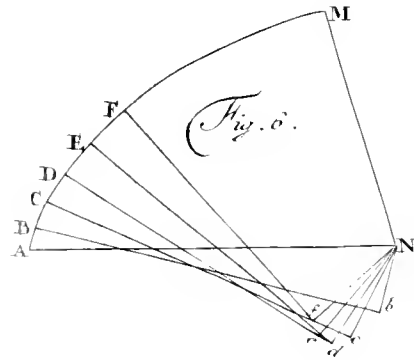
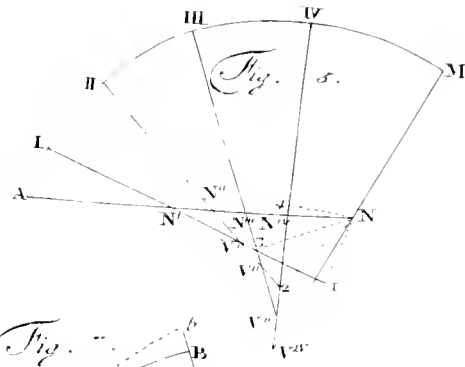
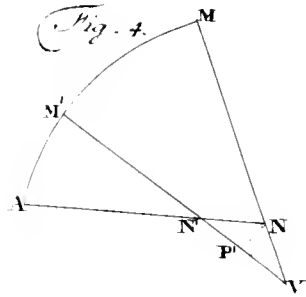
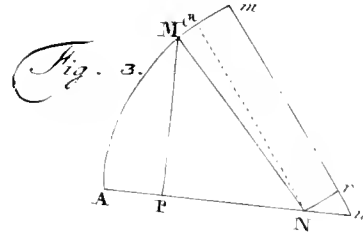
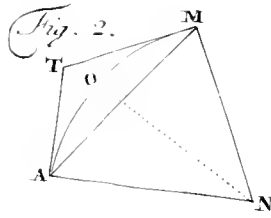
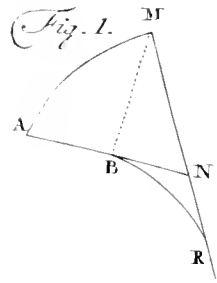
scor-

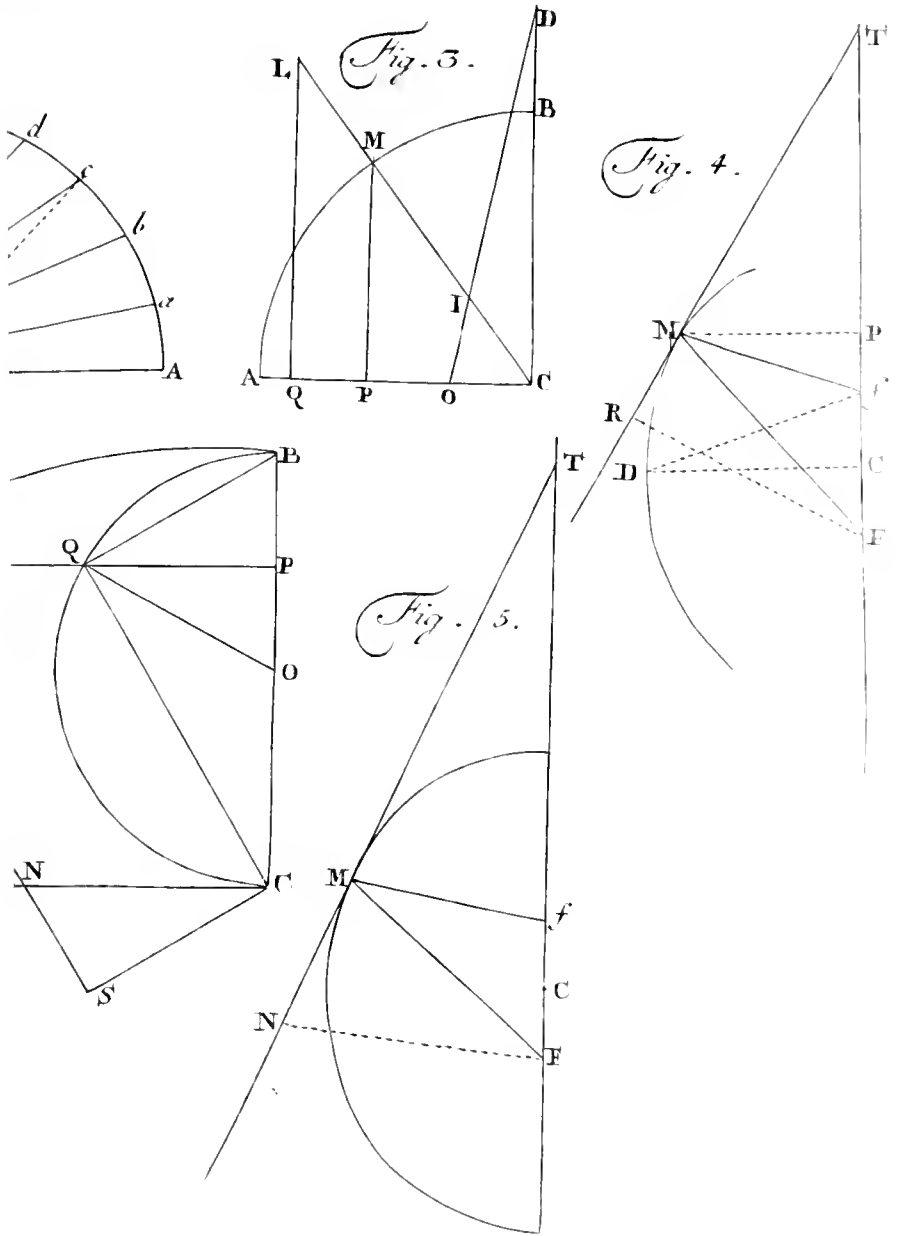
seorsim dispositis, semidiameter apparens vmbrae, et parallaxis horizontalis centri Lunae omnium accuratissimae, ex consensu nempe plurium mutuo cognoscendae, eligantur, ex differentia earum determinabitur semiangulus conii vmbrosi Terrae tempore eclipsæos verus, qui porro ex semidiametro apparente Solis eodem tempore obtinente subductus parallaxin Solis tempore obseruationis eclipsæos obtinentem veram producet. Haec de eclipsibus Lunae.

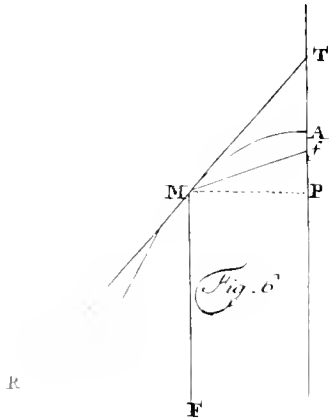
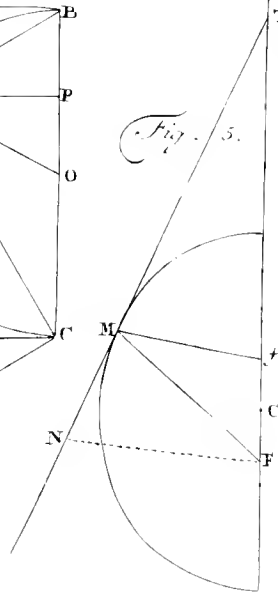
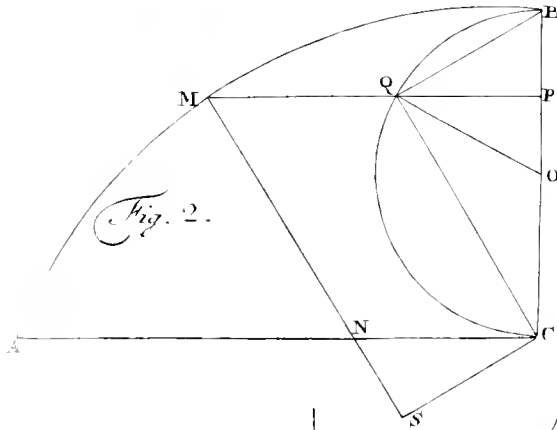
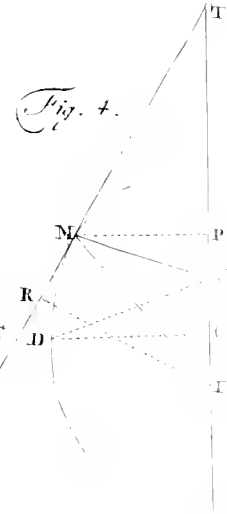
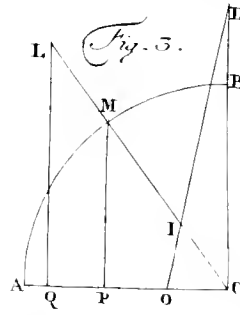
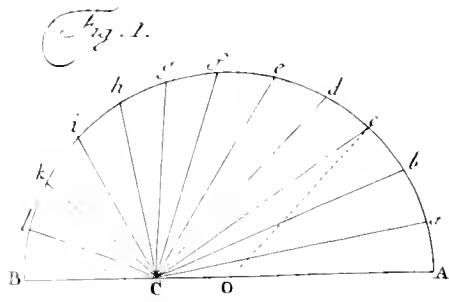
FINIS.

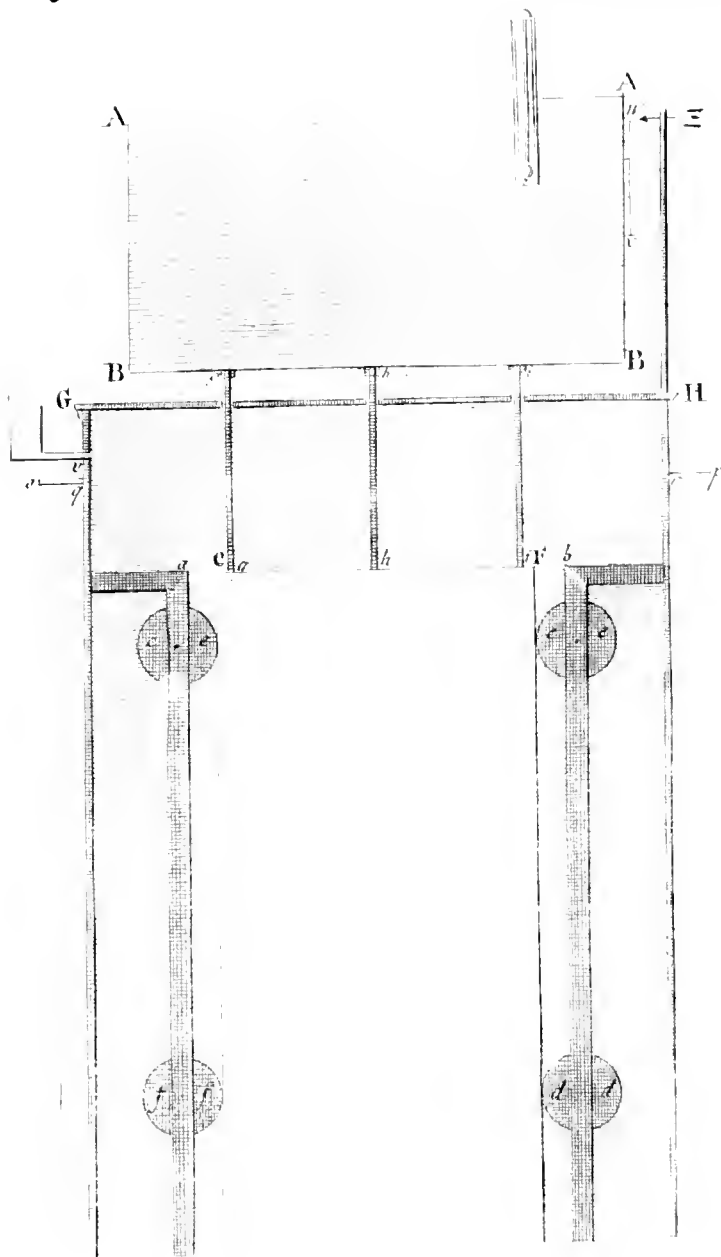
unac
ne 1

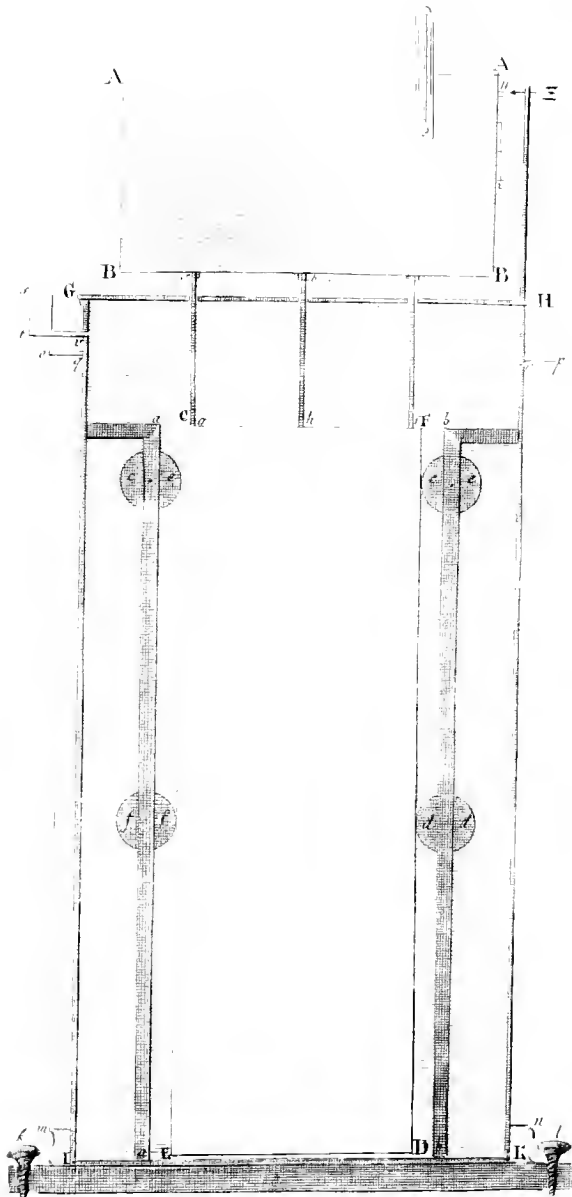




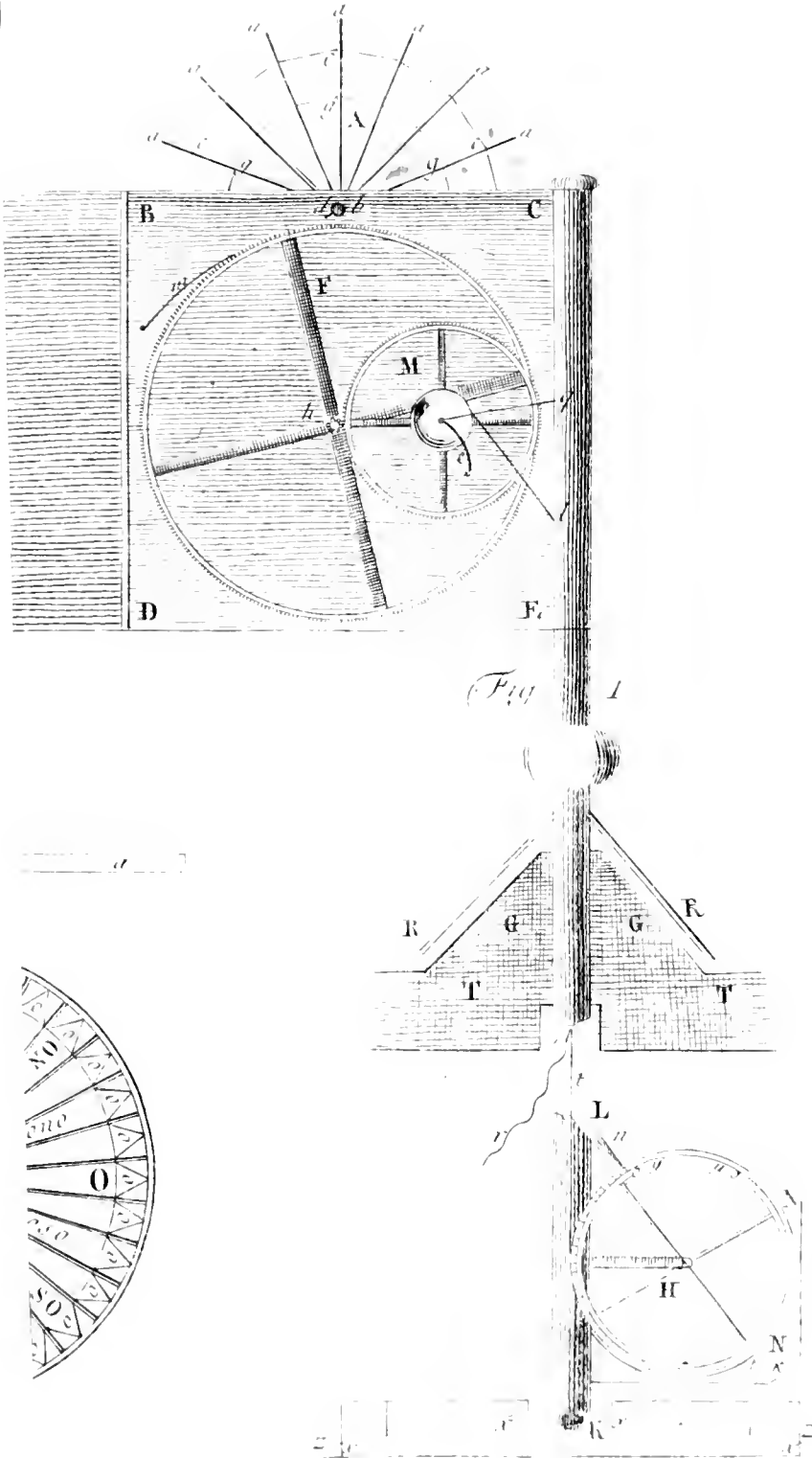








Scala W. de' Condannati



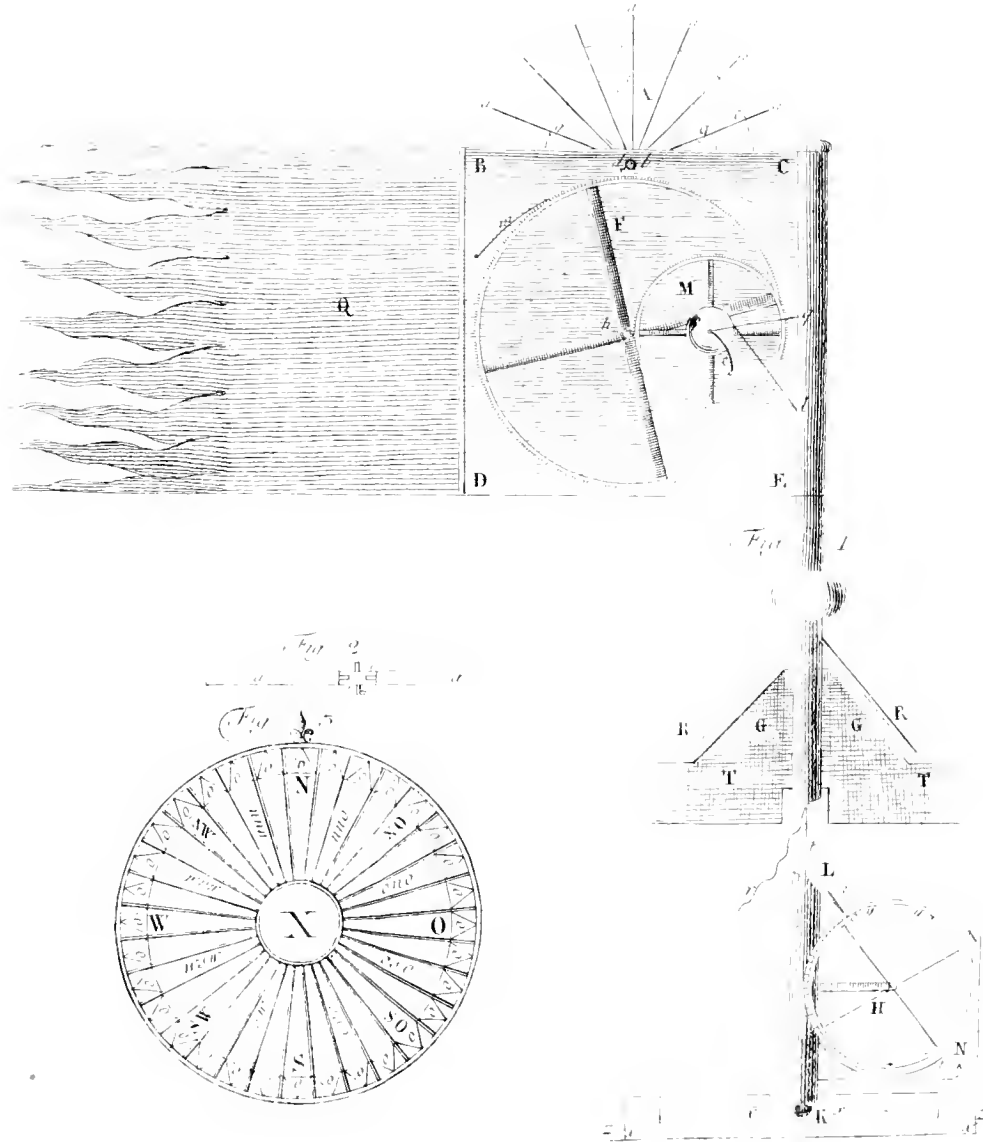
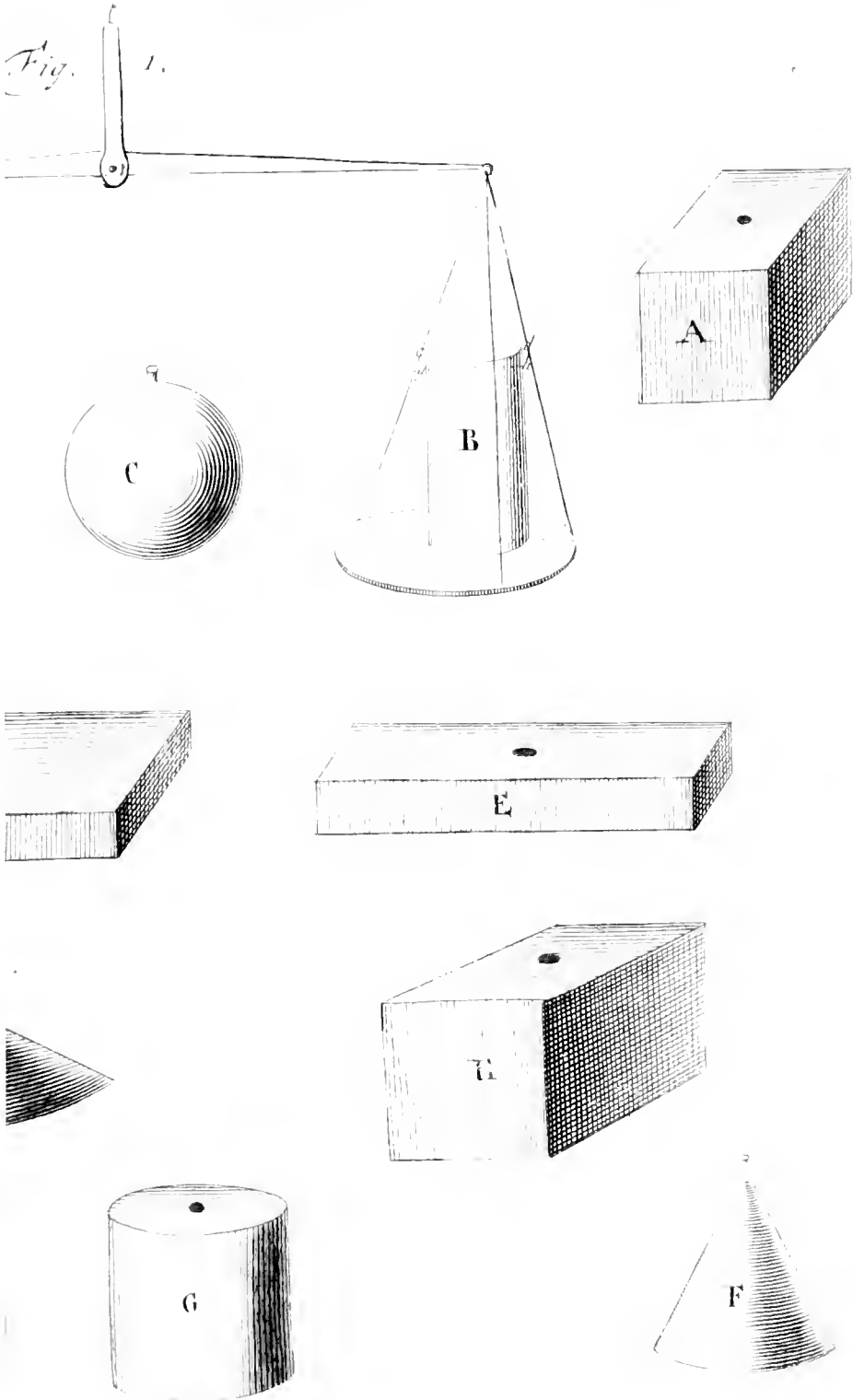
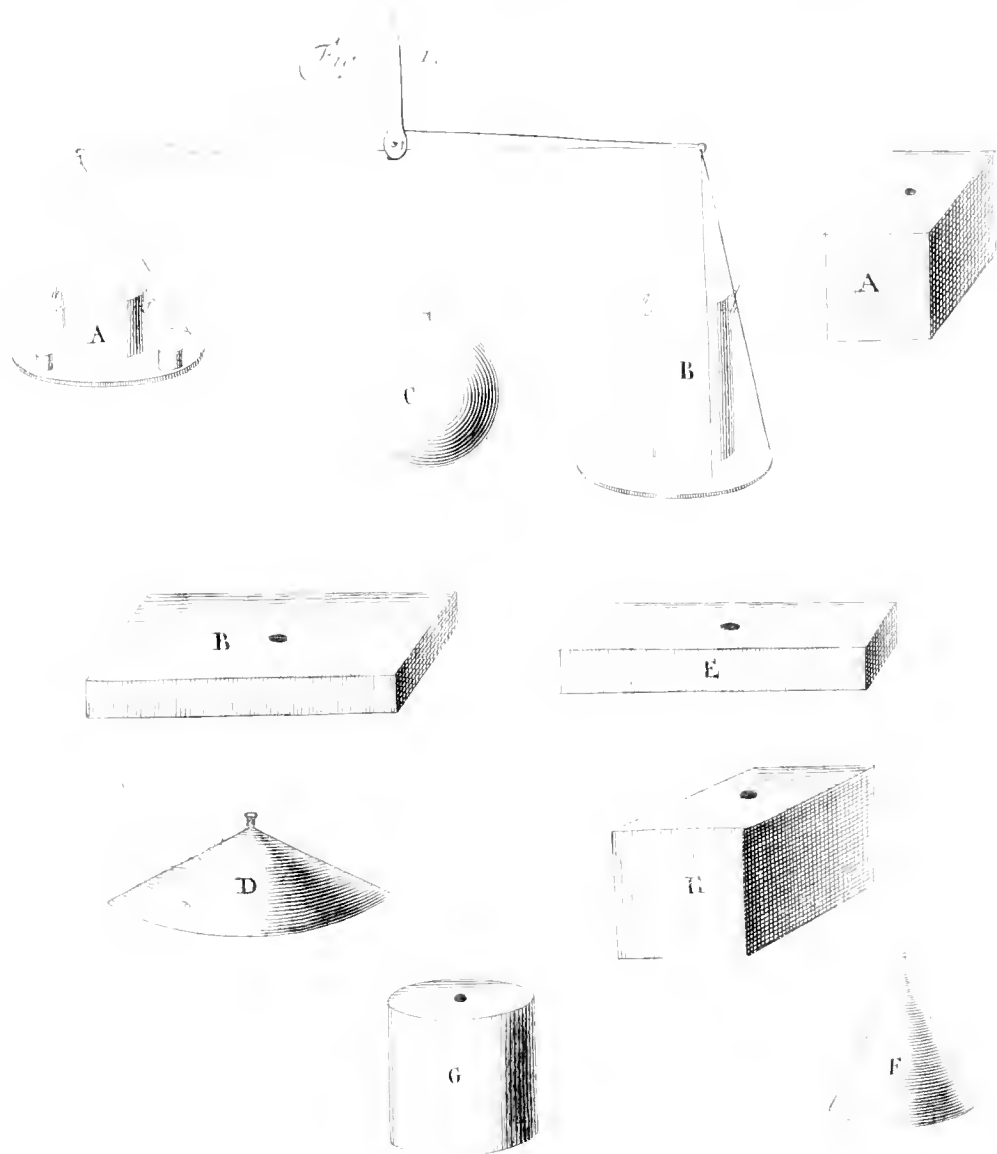
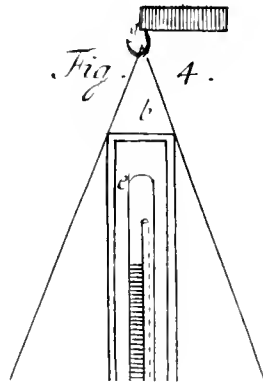
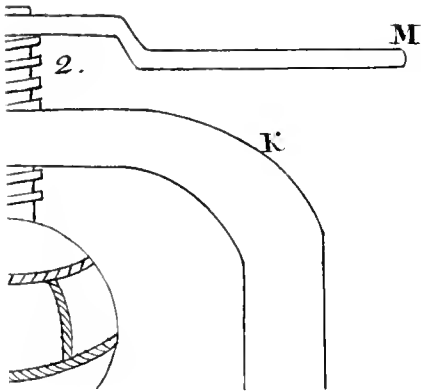
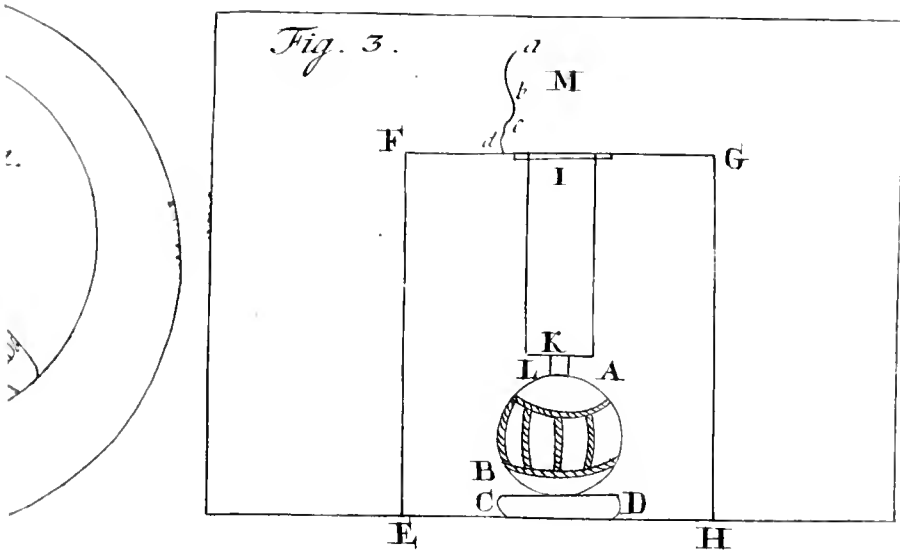
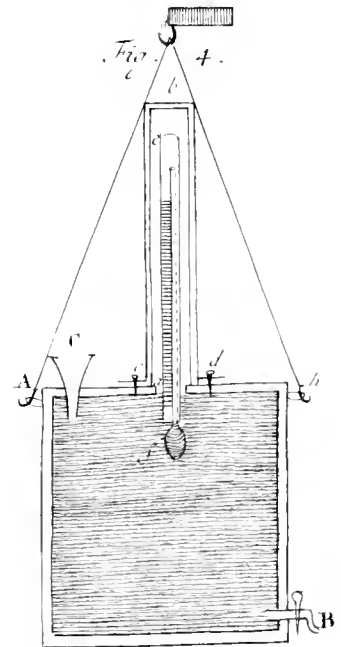
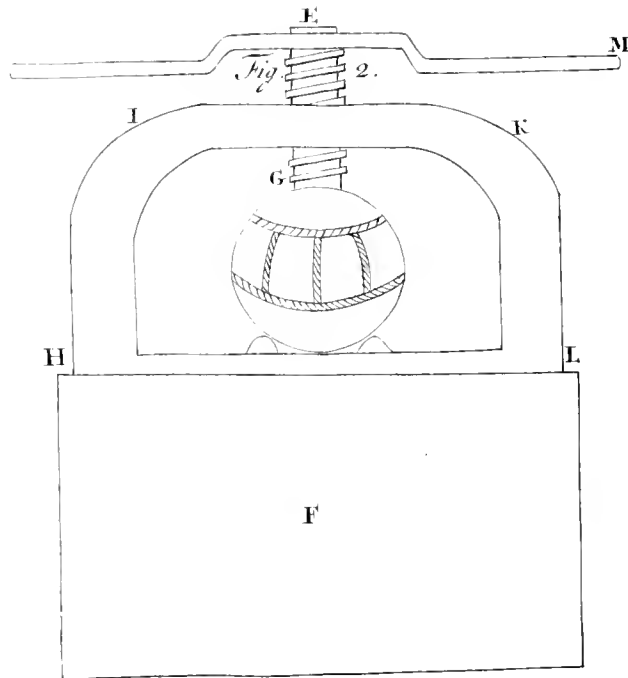
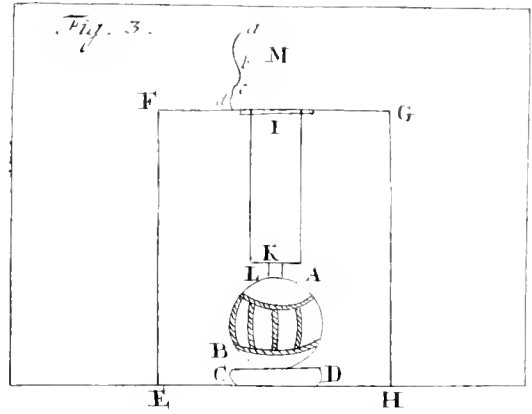
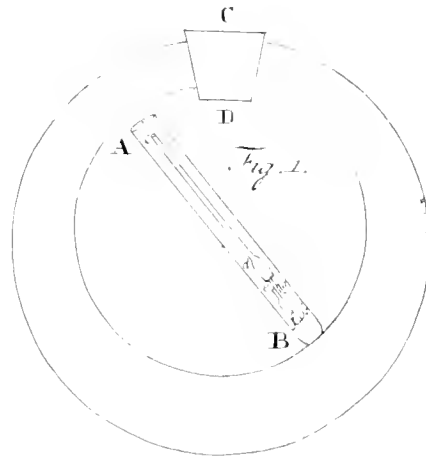


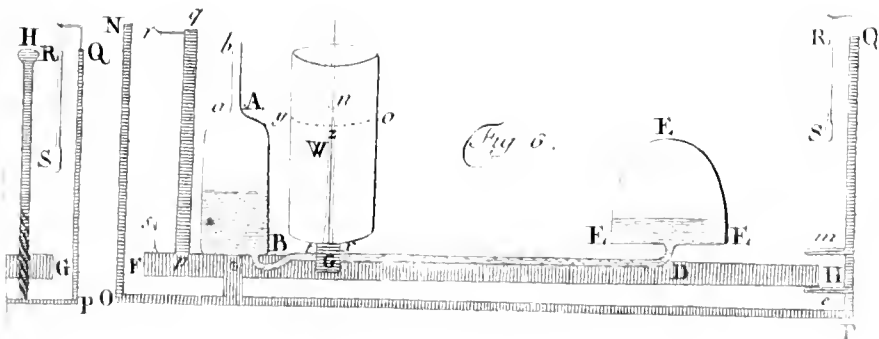
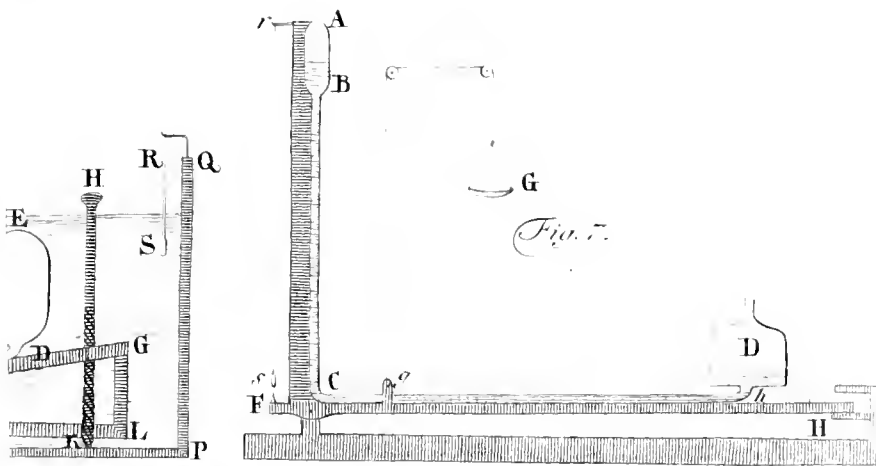
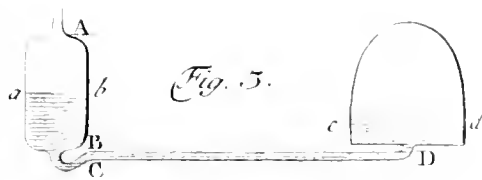
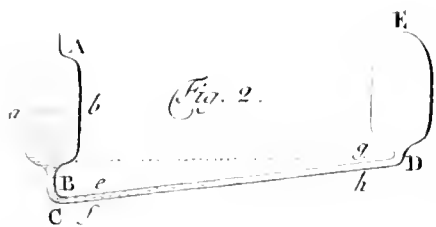
Fig. 1.











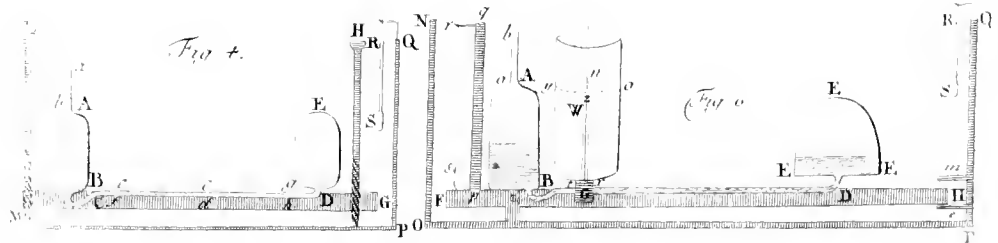
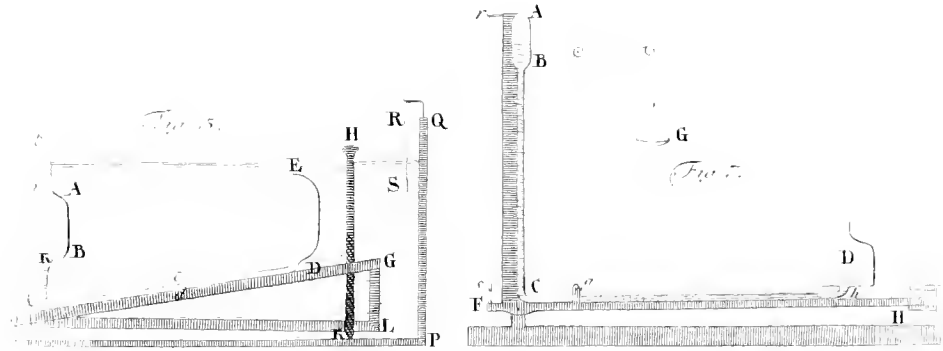
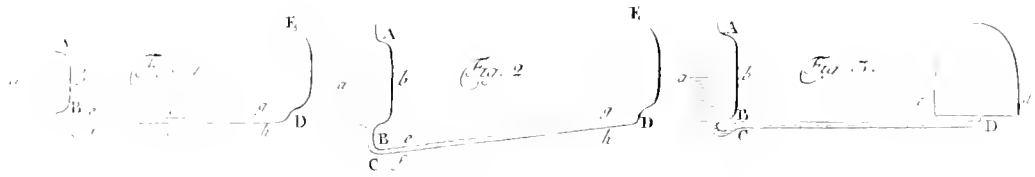


Fig. 9.

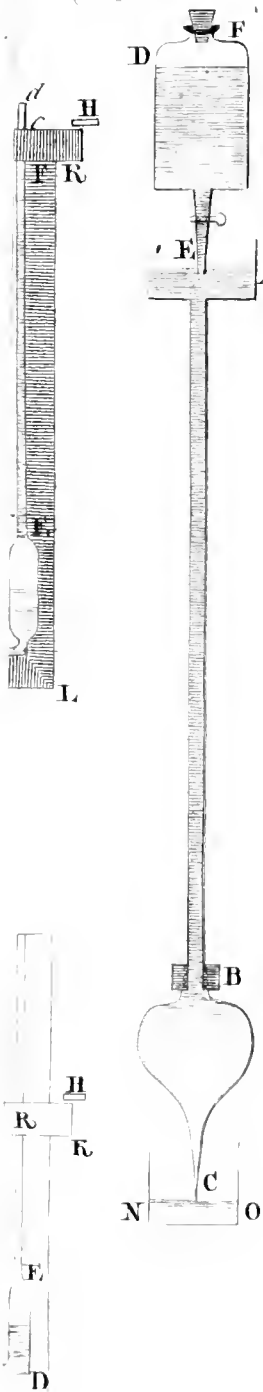


Fig. 10.

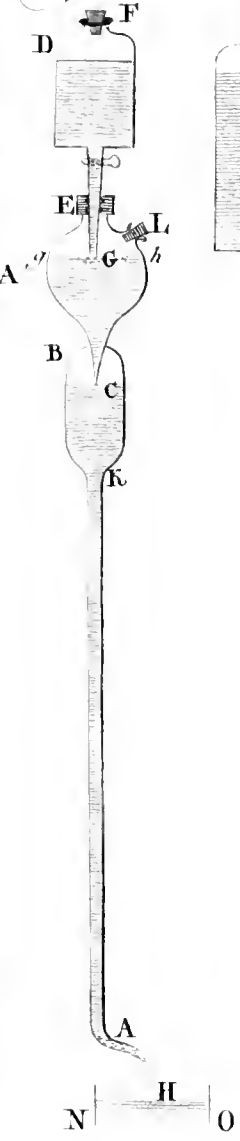


Fig. 11.

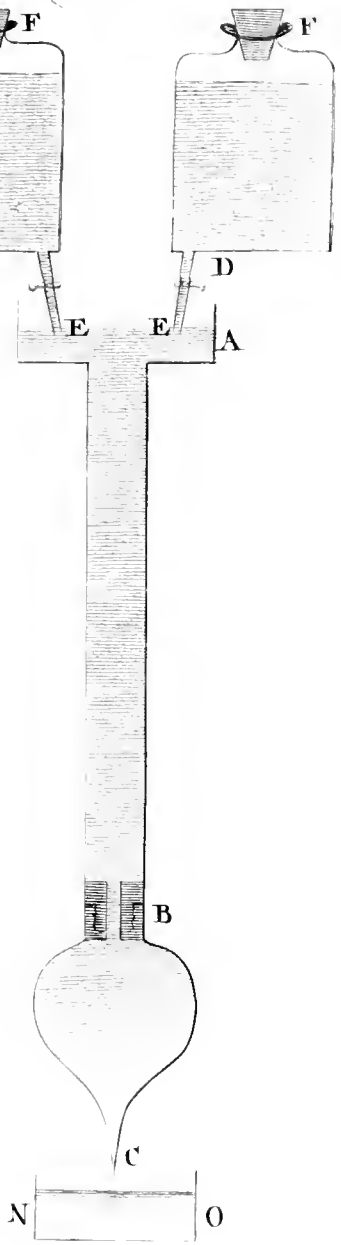


Fig. 8.

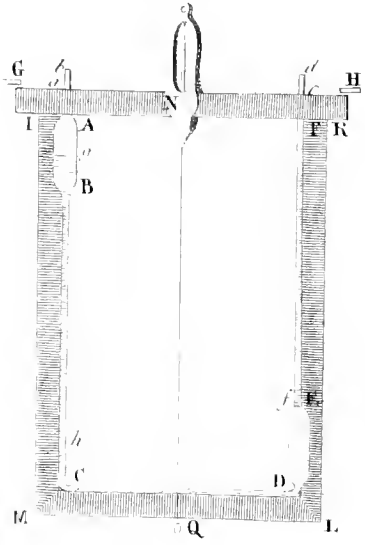


Fig. 9.

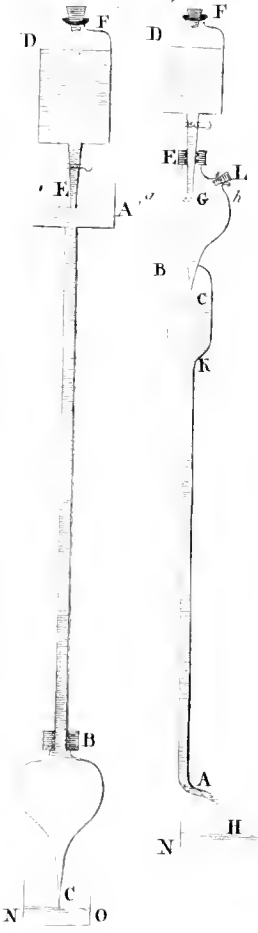


Fig. 10.

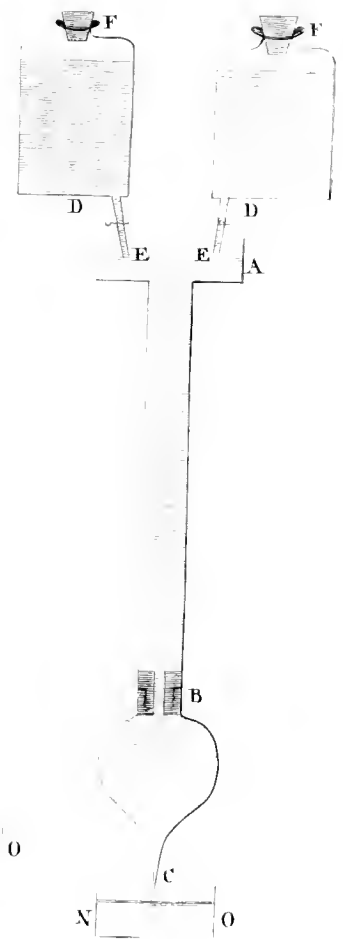
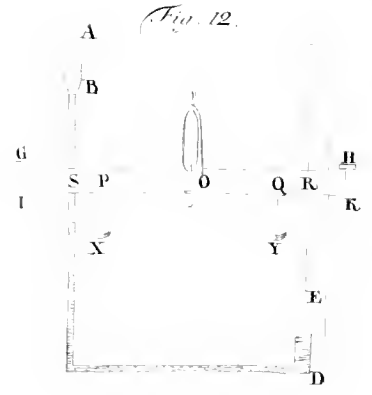
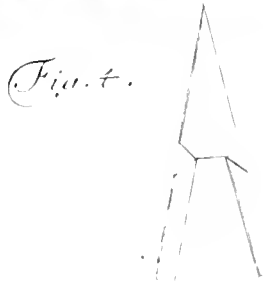
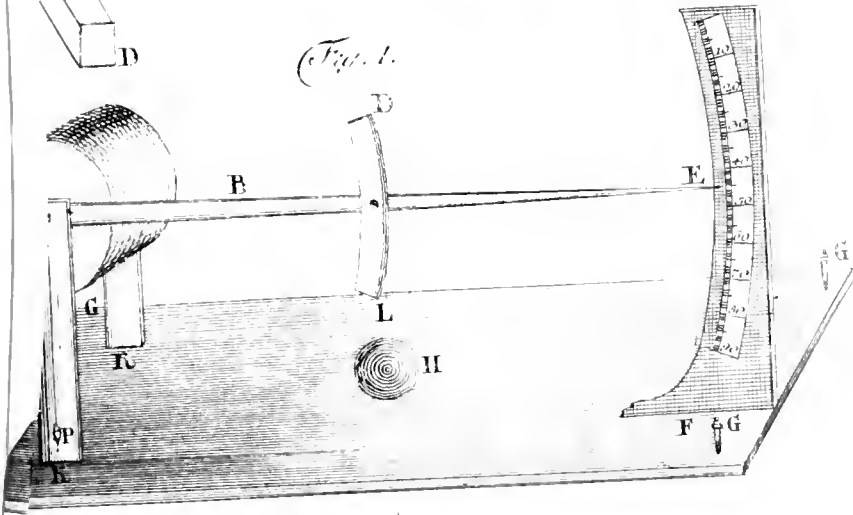
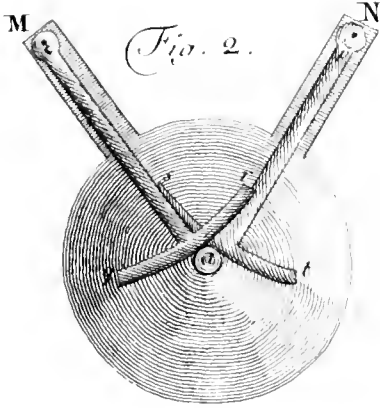
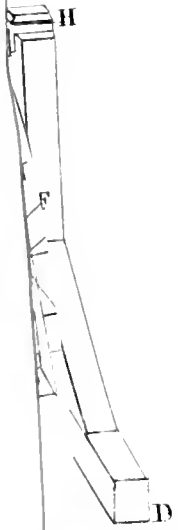


Fig. 11.

Fig. 12.





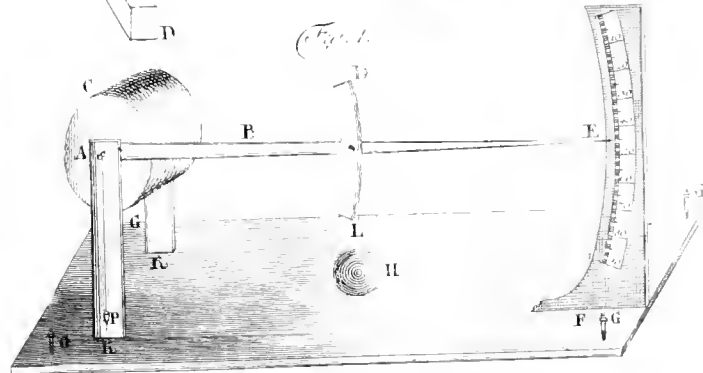
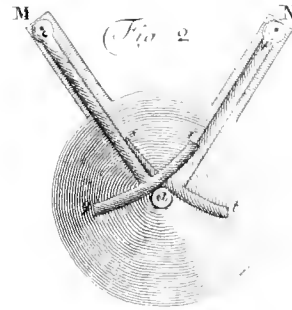
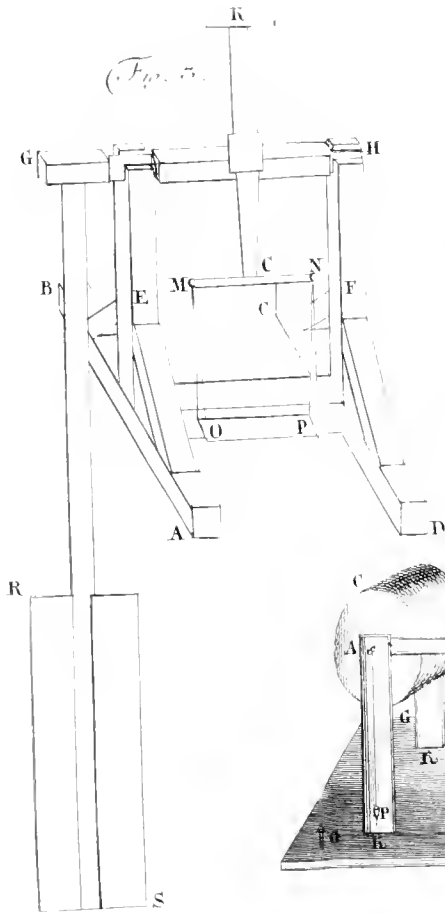


Fig. 1.

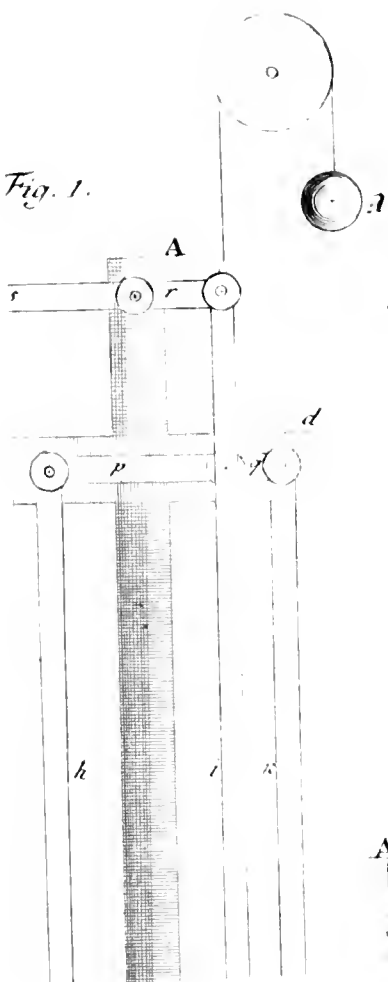


Fig. 3.

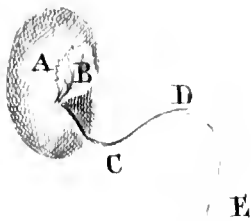


Fig. 4.

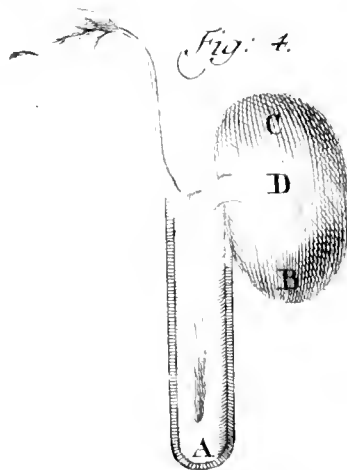
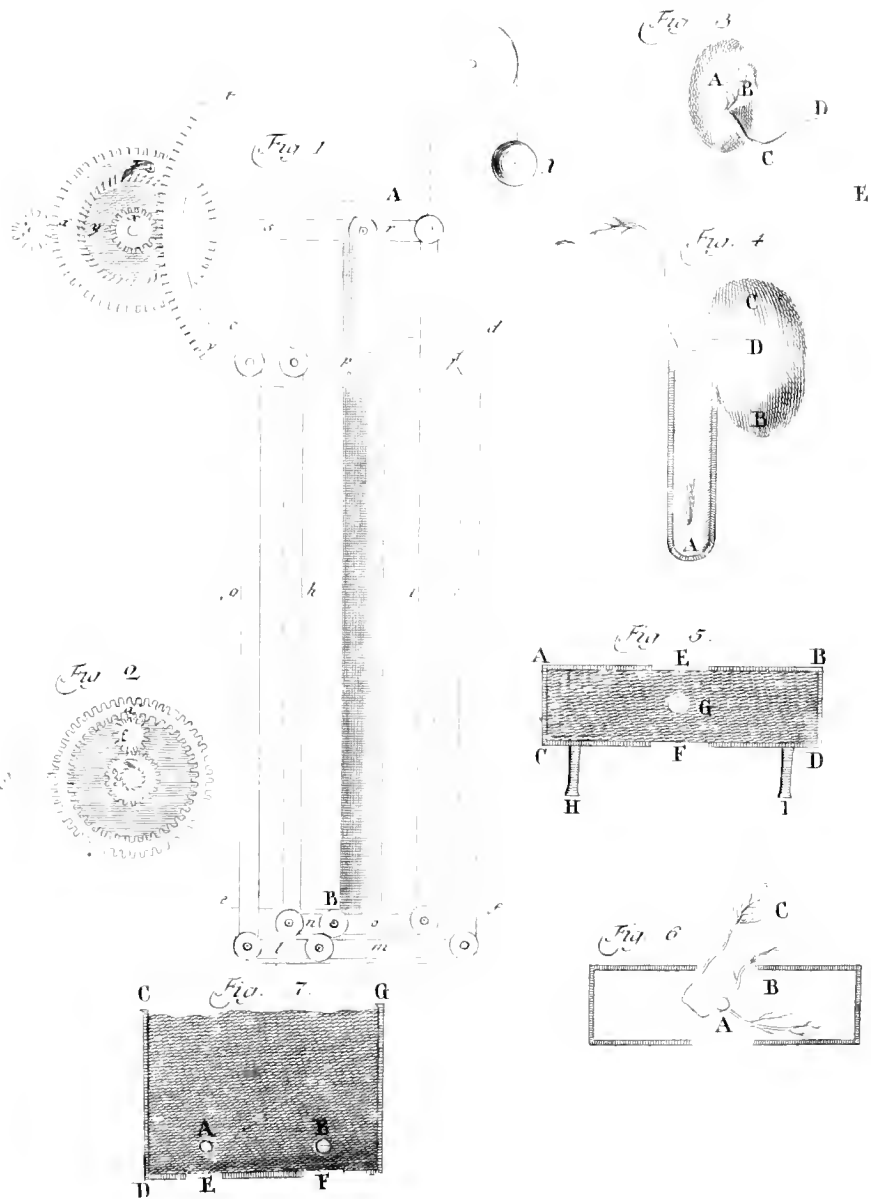


Fig. 5.





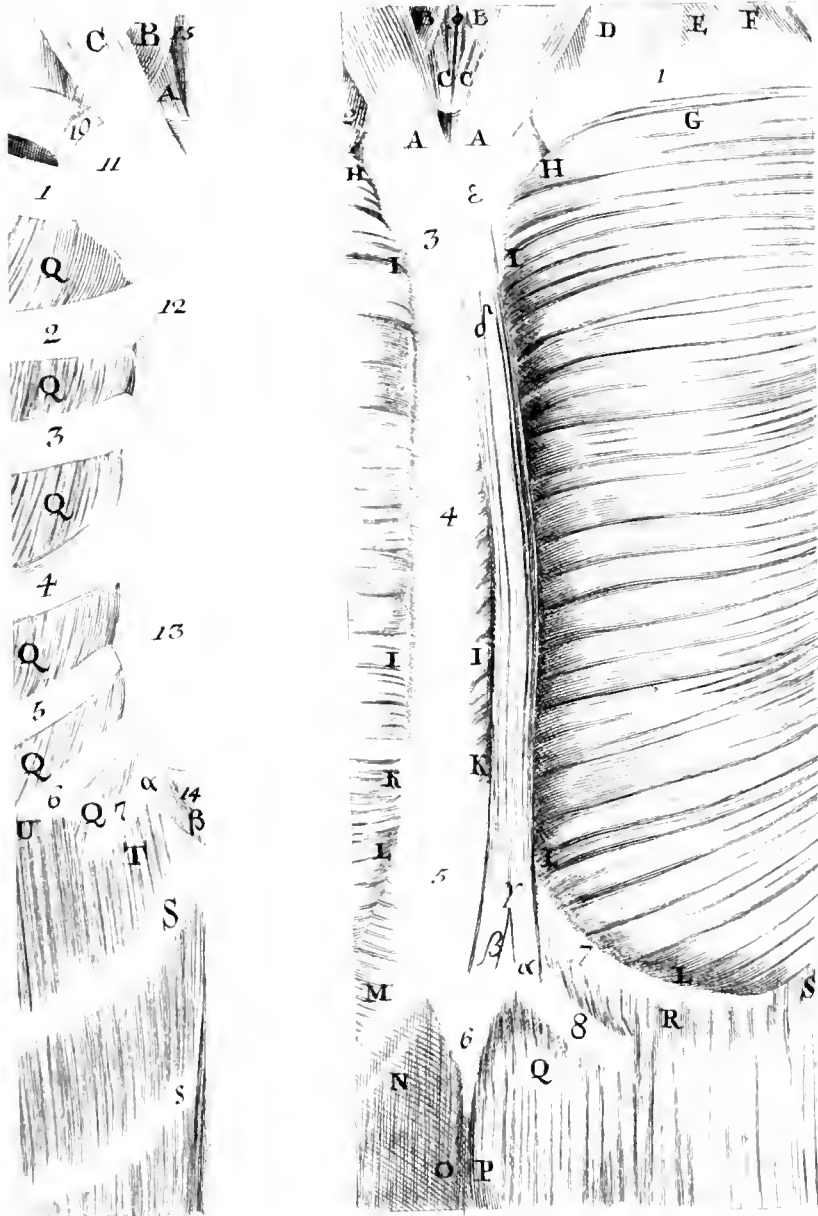


Fig. 2.

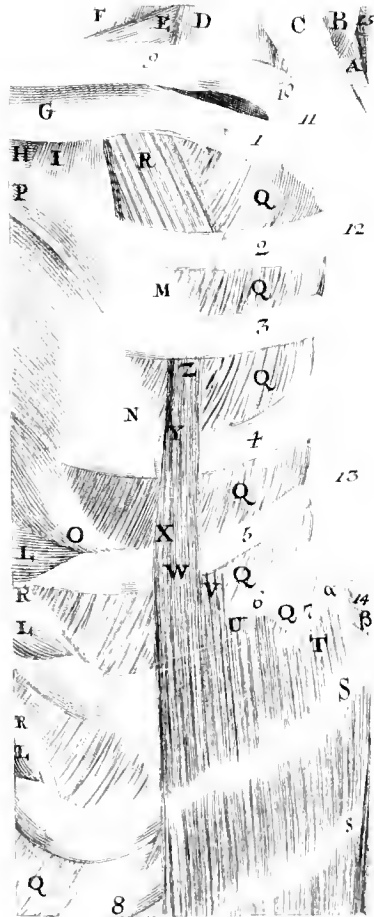


Fig. 1.

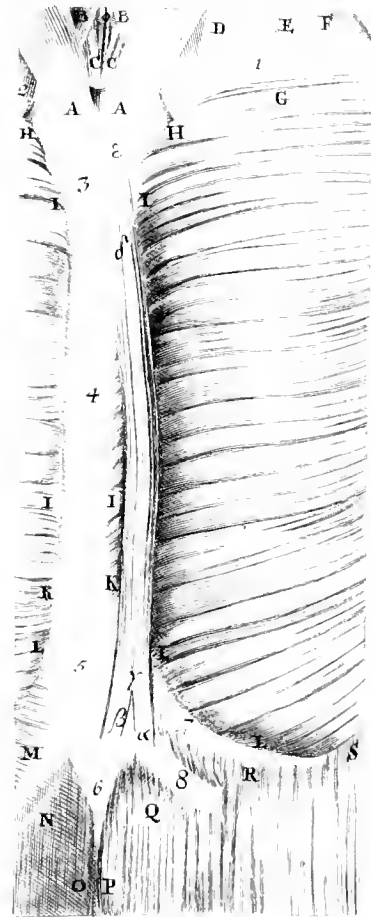
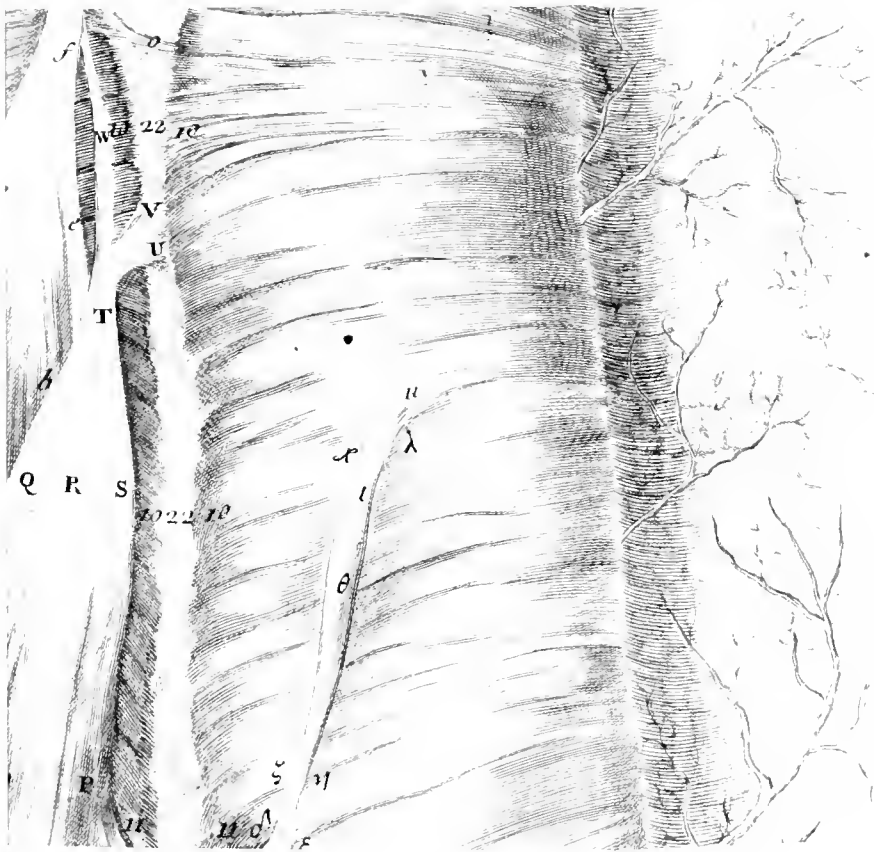
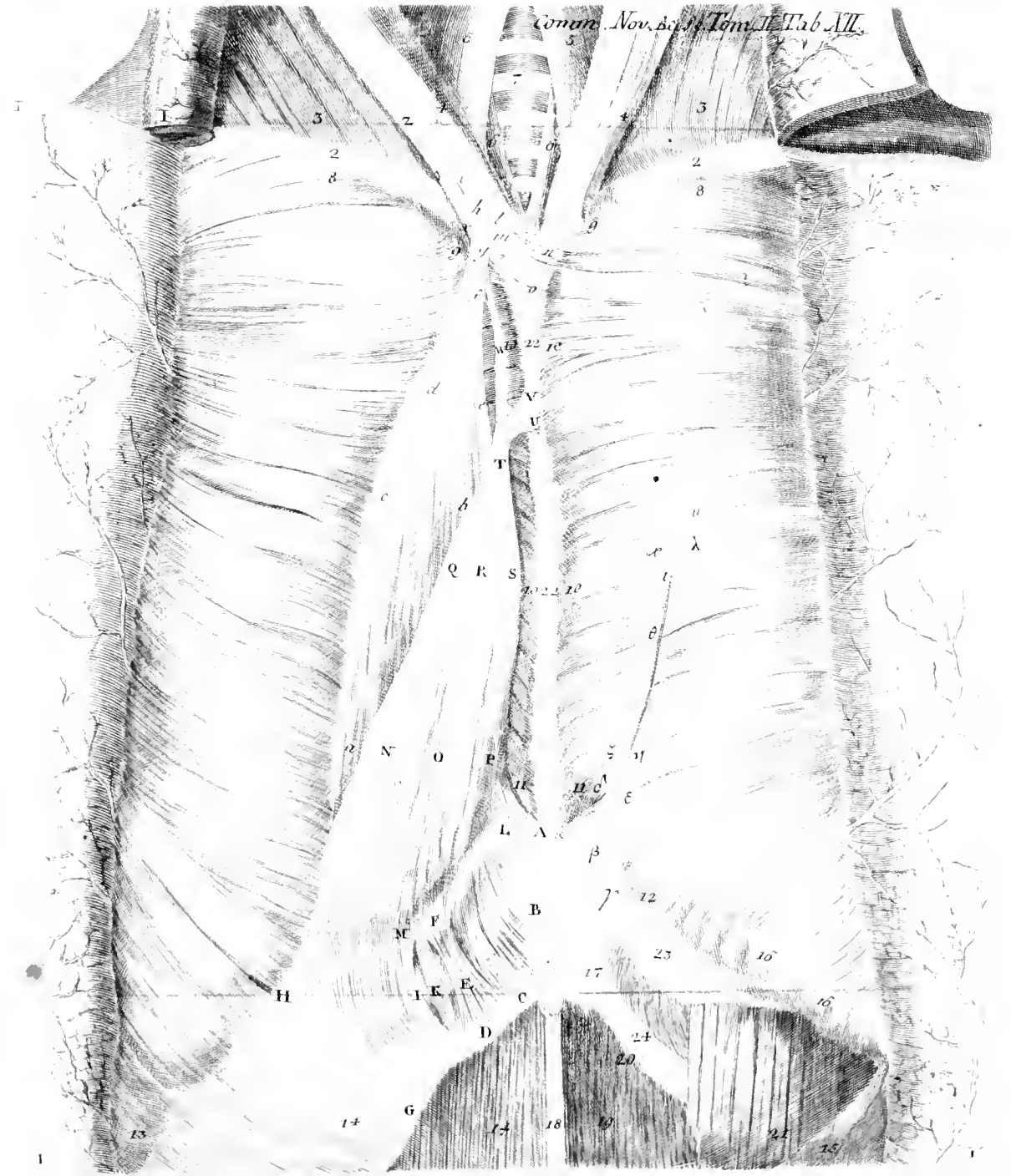


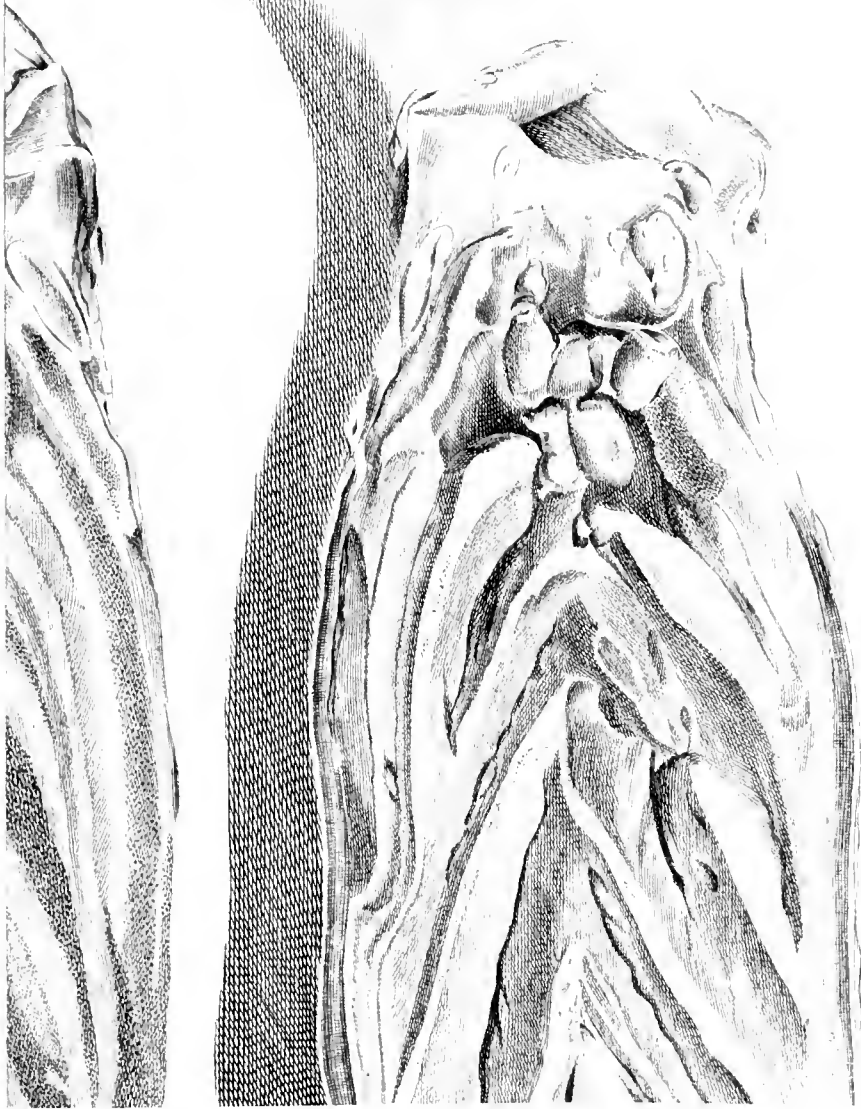
Fig. 2.

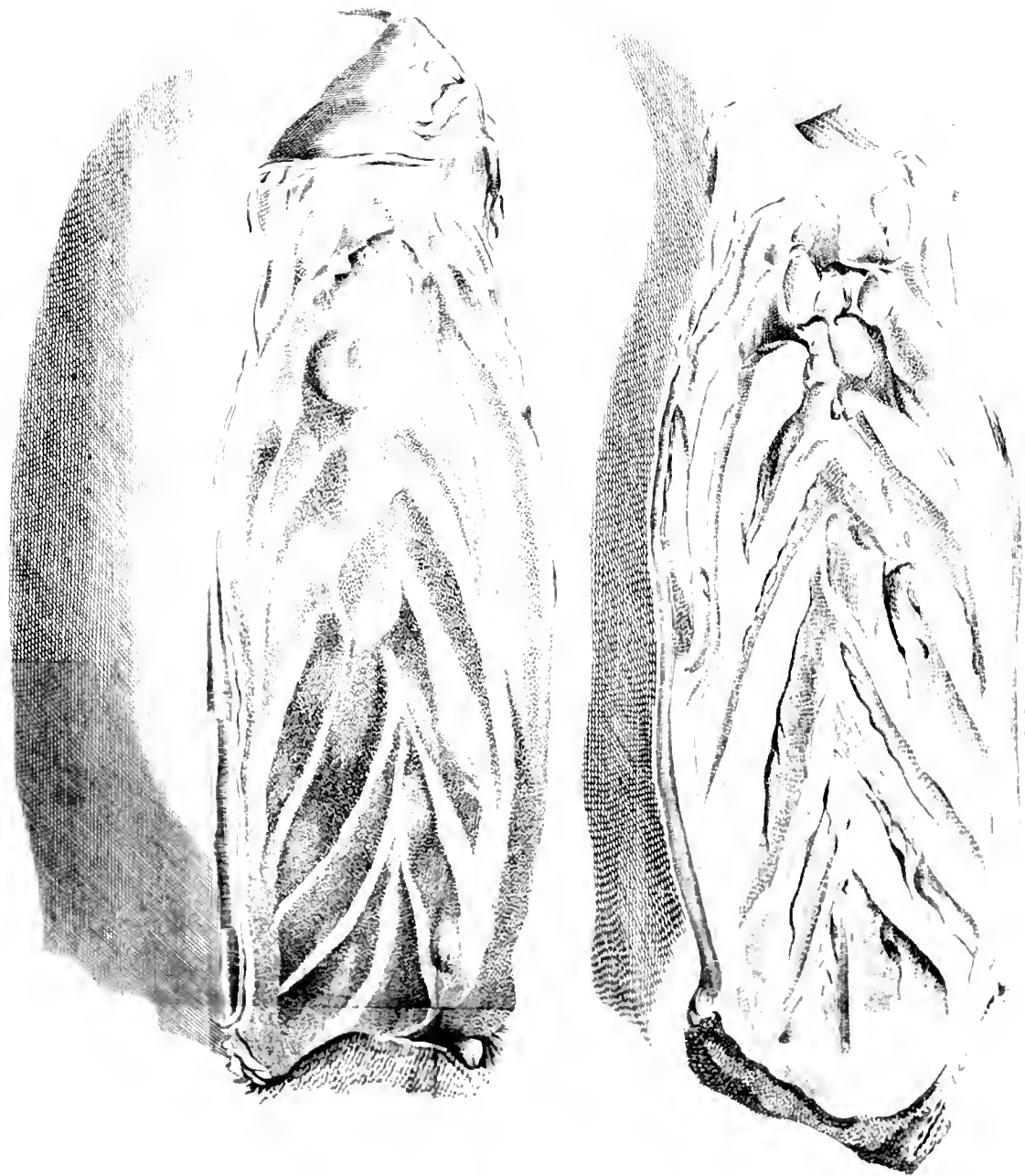












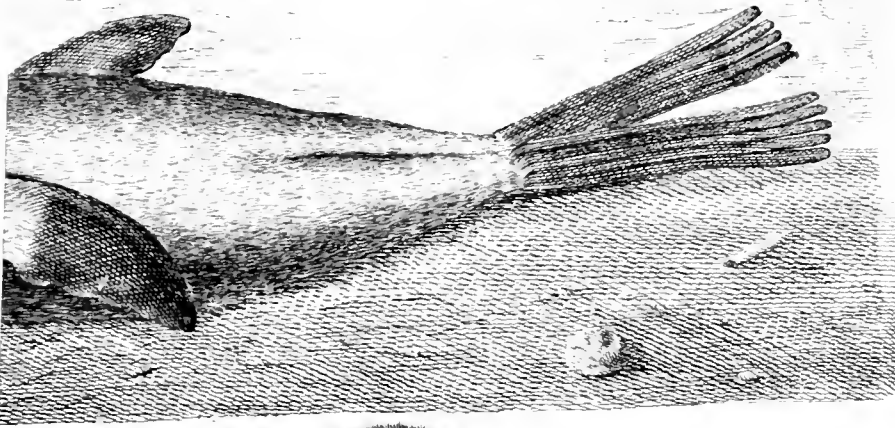
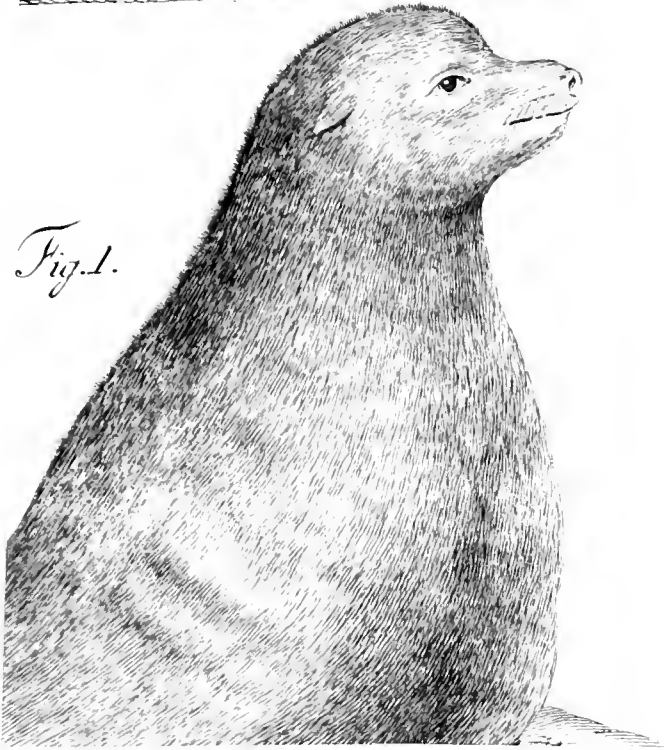
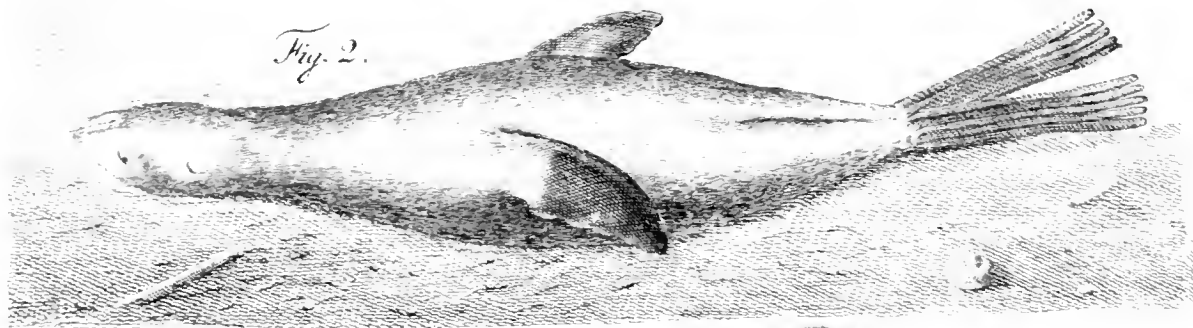


Fig. 1.





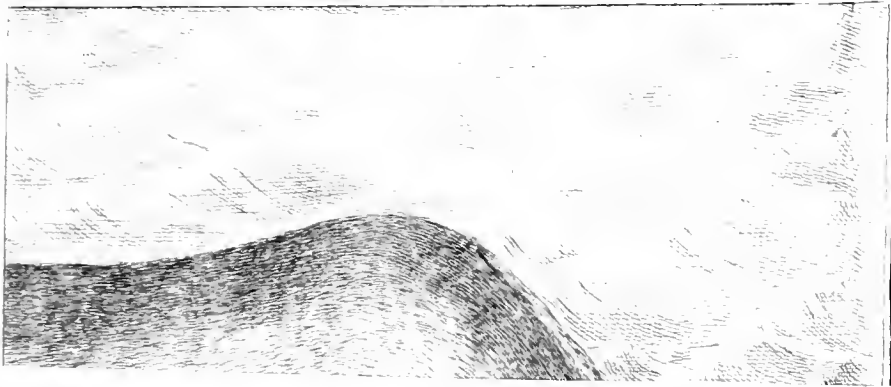
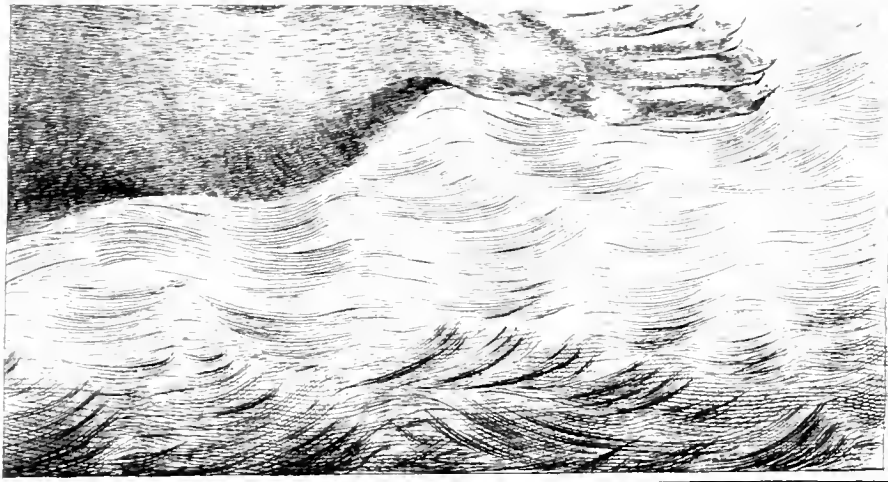


Fig. 2.

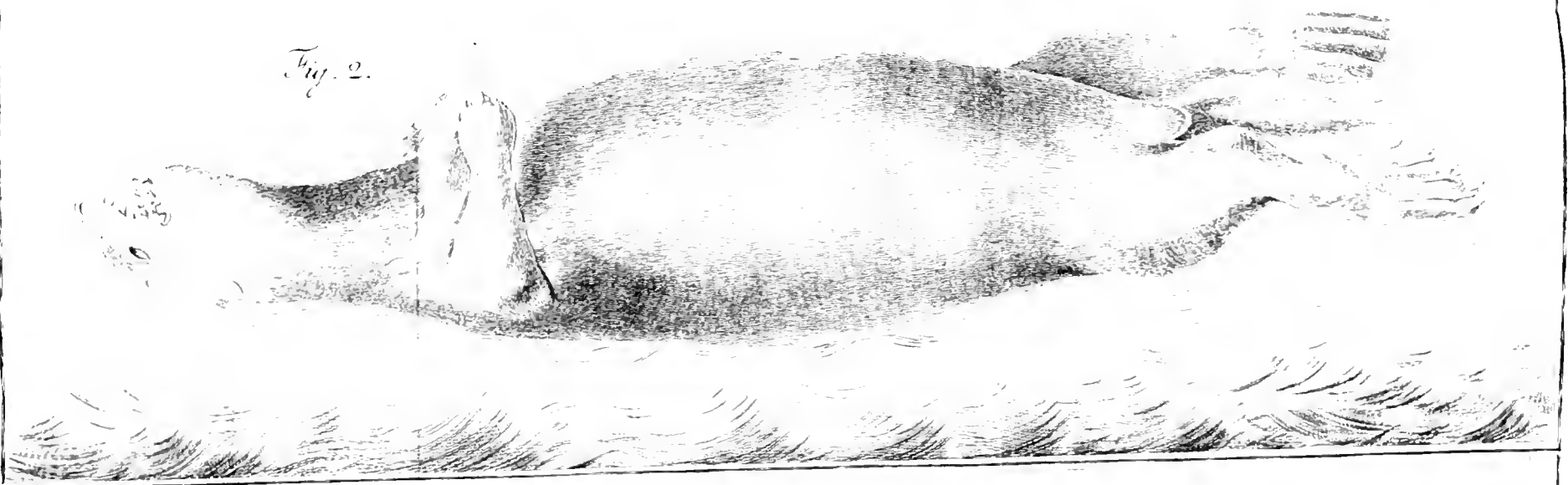
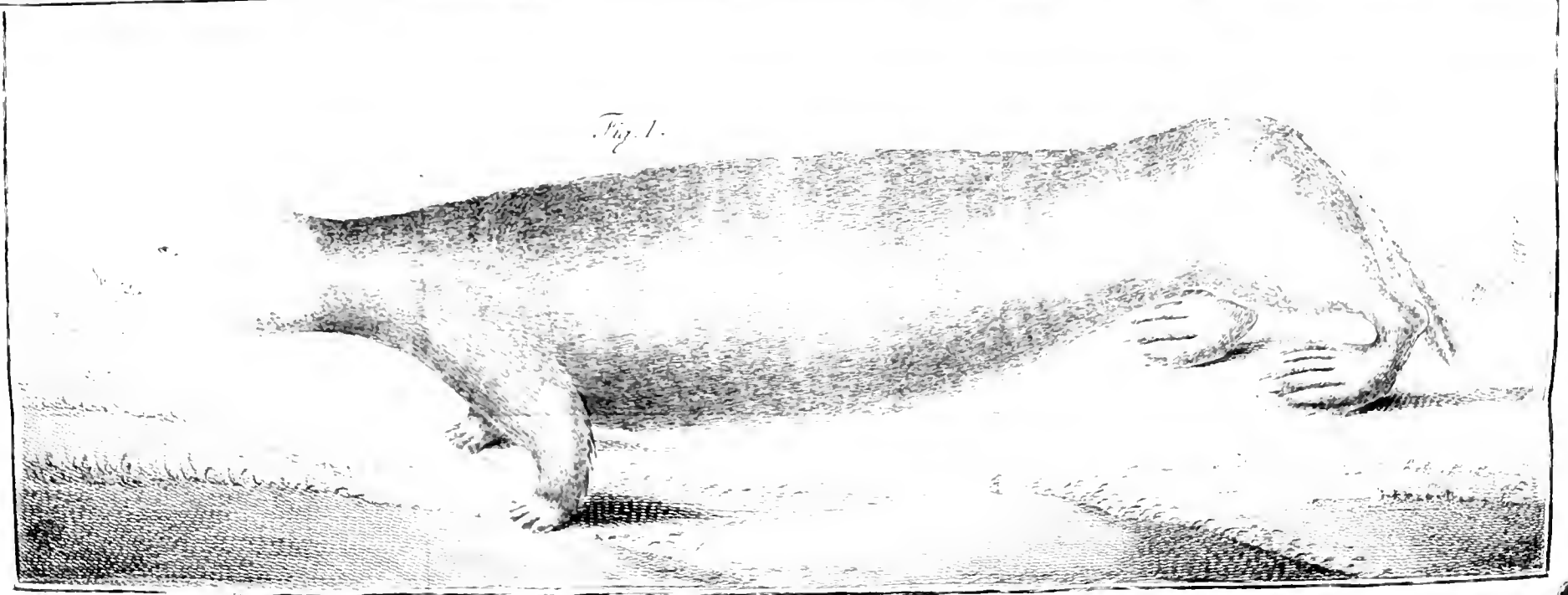
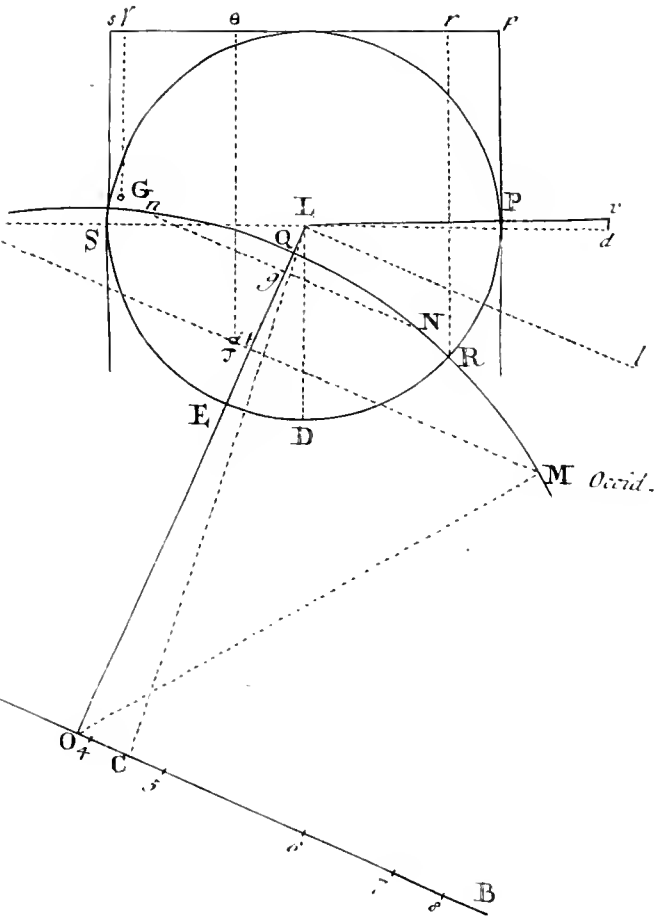


Fig. 1.





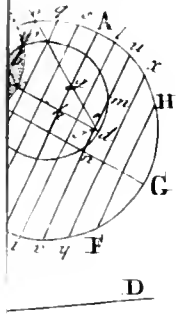
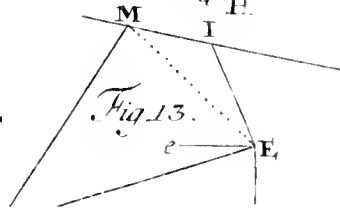
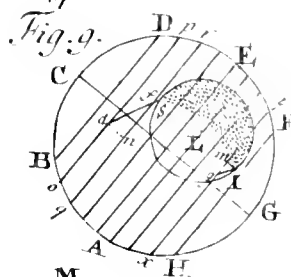
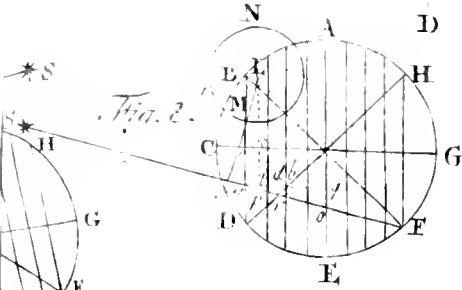
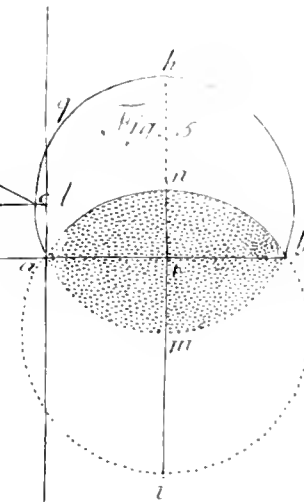
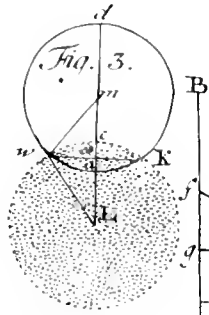
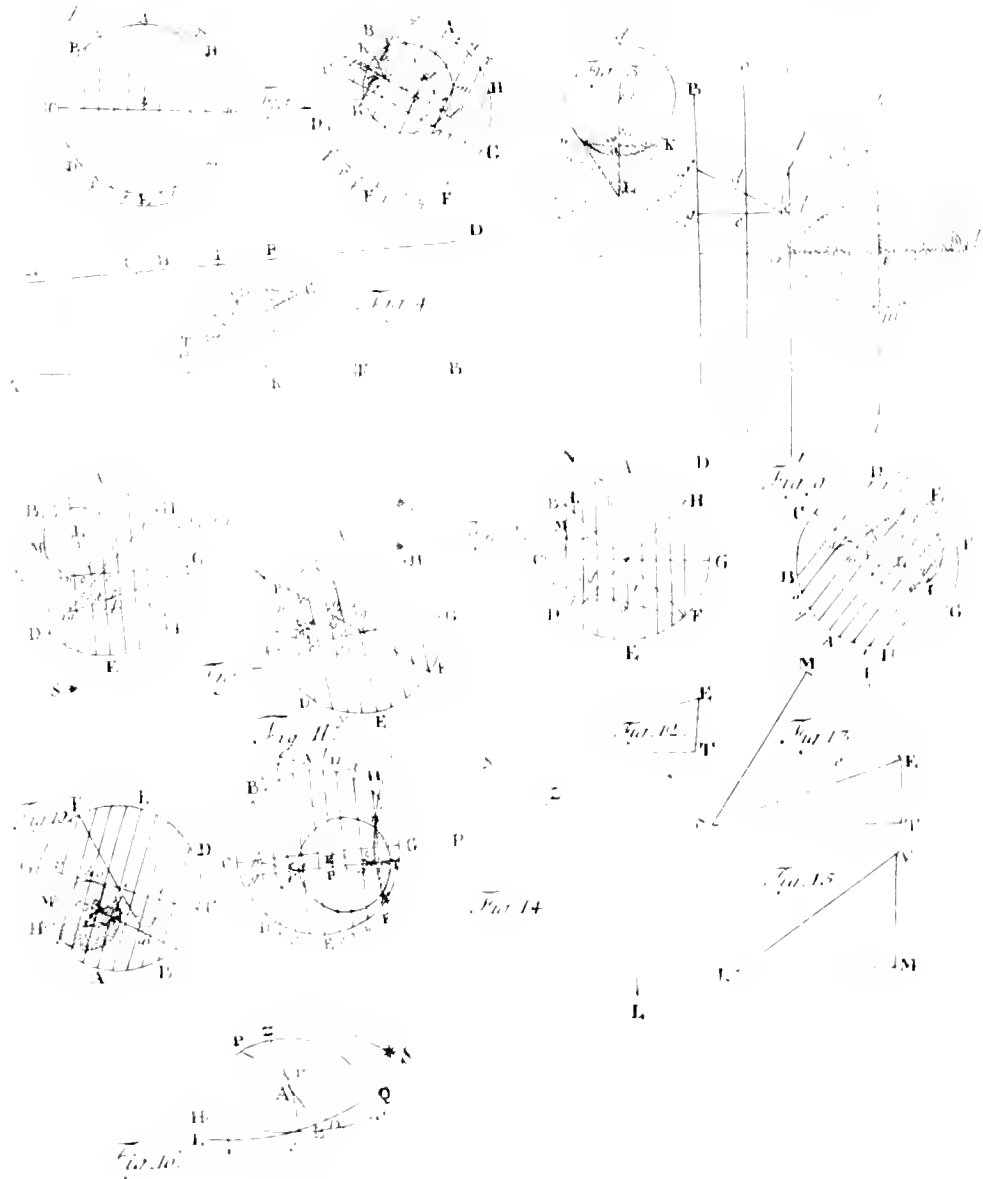
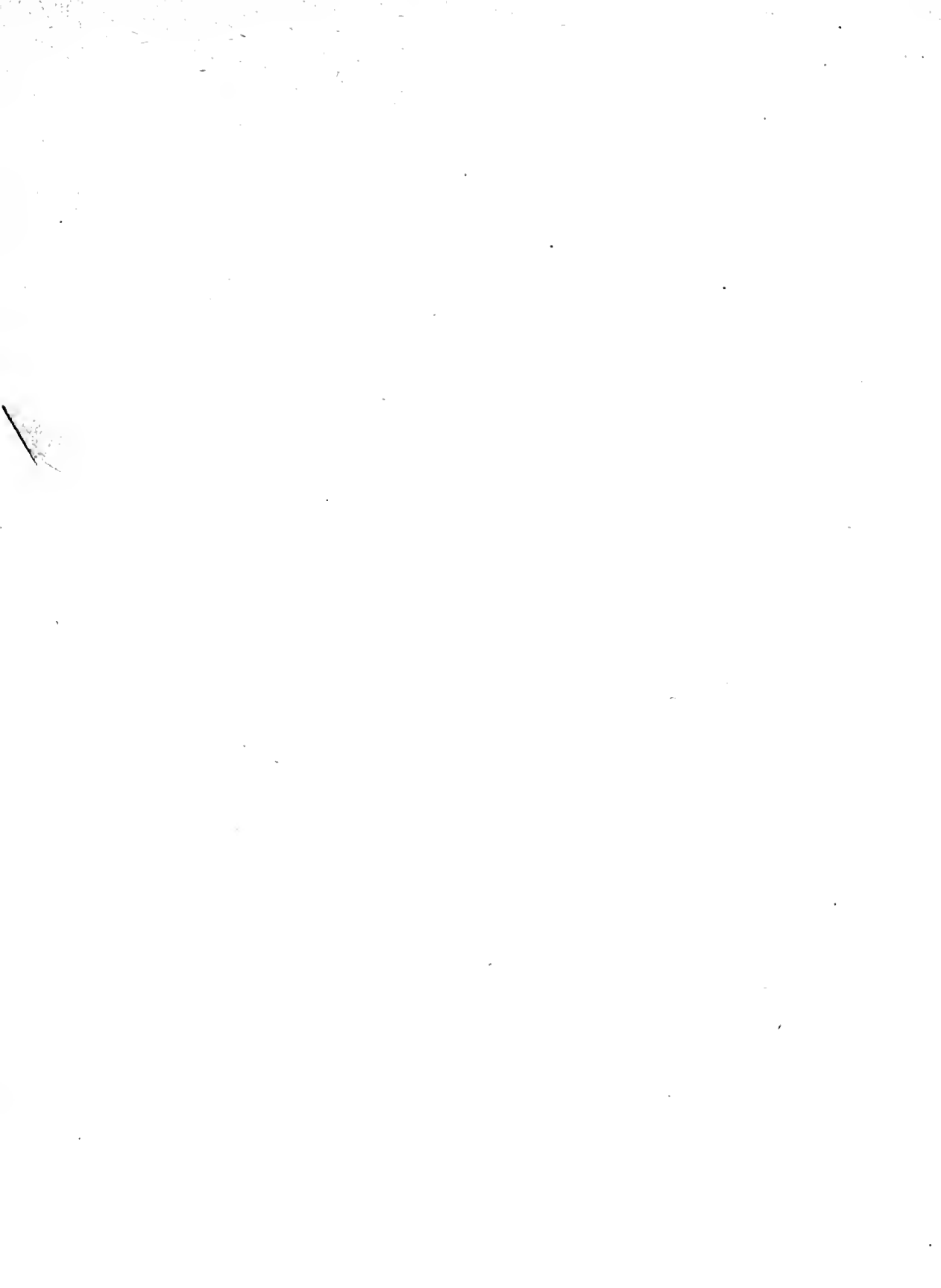


Fig. 4.

— B





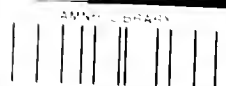


Novi Commentarii Acad. C
1751
Tome II.

1751

SEP 24 1931

JUN 1 2 1942



100125012