

18.255

58.853

自然资源综合研究文集

第二集

数学模型在自然资源 研究中的应用

中国科学院自然资源综合考察委员会

58.181
144

前 言

自然资源的研究对象是大生态系统，而自然资源的合理利用问题，又是一个更为复杂的经济—生态系统。系统中为数更多的因子之间存在着直接或间接的相互依存、相互制约的关系。为揭示系统的本质——它们的内部运动规律，以合理地开发利用自然资源，既需要做生态系统各因子之间关系描述性的研究工作，又需要进行对生态开发利用后果预测的综合研究工作。实践已经证明，一般性的定性的描述方法已经不能满足对自然资源及其合理利用的研究要求了。近年来国内许多有关研究工作和发表的论文，都不同程度的采用了数量化方法，因而深化了人们对一些系统规律性的认识，并在改造自然的过程中起到了重要作用。特别是系统论观点和方法的发展和运用，越来越多的深入到资源研究领域，把这一研究工作逐步地提高到一个新的水平。当然，系统方法并不等于数量化方法，前者具有更为广泛和深刻的含意。但应用系统分析往往需要建立系统的数学模型，在某种意义上讲，数学模型往往是用系统方法解决实际问题的核心。由于大生态系统，特别是经济—生态系统的复杂性，它不仅考虑的因子数量大，而且为了研究系统的规律，更需要大量的基础数据，进行繁重的计算工作，因此借助于电子计算机才能使数量化的研究成为可能。

从1978年开始我会就开始将系统的方法应用于自然资源的研究工作，并建立了专门的研究组织，经过几年来的探索，已经取得了一些成果，尽管这些成果还不很成熟和完善，但已受到许多单位专业的科学工作者和从事自然资源及其开发利用的实际工作者的重视。为了更广泛的与从事自然资源研究工作的同行们进行交流，我们编了这个论文集，限于篇幅，我们仅选了部分论文。这些论文的内容包括生态系统基本规律的研究，也包括运用系统论解决自然资源合理利用的方法探讨。尽管题材涉及面很广，但是都含有数学模型作为其主要内容，因此我们将这本文集的名字取为《数学模型在自然资源研究中的应用》。

应当提出在我们这一方面的研究工作中，我会计算机组全体同志做了大量工作。限于我们的水平，错误和不妥之处在所难免，希望读者提出批评、指正。

183550

中科院植物所图书馆



S0042792

目 录

前言

- 生态学家在系统分析中的任务……………阳含熙 (1)
- 系统分析在自然资源综合考察研究中的应用……………齐文虎、李立贤 (8)
- 计算机制图与自然资源考察研究……………孙九林、杨志荣 (16)
- 电子计算机符号图在生态学和自然资源研究中的应用……………李文华、王德才 (22)
- 植物群落的取样问题……………阳含熙 (34)
- 植物群落数量分类研究……………阳含熙 (47)
- 相似系数的探讨……………阳含熙 (79)
- 地理数学模型与计算机编图——计算机自动编制我国太阳能幅射资源分布图的研究
……………陈宝雯 (92)
- 土地资源遥感最佳波段选择数理统计法……………戴昌达、陈宝雯、倪建华、刘勇卫 (101)
- 应用突变模型研究沙漠化过程的演变——以东北地区为例……………
……………郭绍礼、齐文虎、李立贤 (112)
- 应用线性规则选择地区农作物配置最优方案……………齐文虎、李立贤、冷允法 (121)
- 应用系统理论方法建立套作玉米系统的数学模型……………齐文虎、李立贤、倪建华 (131)
- 草地资源数据库方法—SOCRATE数据库系统的应用……………苏大学、廖国藩 (142)
- 回归分析在家畜生态学研究中的应用……………王素芳 (152)
- 709机符号组合自动成图系统的研究及应用……………齐文虎、李立贤、王素芳、倪建华 (159)

生态学家在系统分析中的任务

阳 含 熙

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

系统分析科学研究，从历史上讲是一种新的研究方式，把系统看作一个整体，它的结构，功能以及功能结构间的关系。首先要把整体定义下来，是怎样一个单位，即境界问题。

整体研究的重点是主要部分的相互关系之间的研究。这是一种综合的多学科的研究。作为生态系统研究来讲牵涉到的主要部分是生物，与其周围环境之间的相互关系的研究。对于整体的各个部分的相互关系采取多学科，多兵种的途径，建立一个数学的模型。到底怎样建立数学模型，下面来谈谈这个问题。生态学家作为主要组织者必须在专业知识之外还要具备一定的数学知识，才能参与建立数学模型，并了解这个数学模型能否达到研究目的。而这点国内外都认为是一项困难的工作。

生态学家从广义上讲生物学家，对数学知识的应用时间是很长的。数理统计研究最先是生物科学开始的。统计学科发展的历史可分为几个阶段：

1890年—1940年大约五十年时间是统计学科的形成阶段。这个时期统计学研究主要在英国与生物学科有关的研究机构进行的。最著名的两个人，一个是这五十年中的前二十五年，大约1890年到1915年以前的阶段，卡尔·皮尔生 (KARL·PEARSON) 提出了最有名的“相关系数”的公式，现在人人都知道了。从性质上决定两个实体或性质相互间的关系，而且通过这个公式可以找出两种实体或性质上的关系。并且通过“相关系数”的研究从一种实体（性质）来估量另一种实体（性质），这就是所谓“回归” (REGRESSION) 的研究。它最大的功用是可以从一个容易观测的实体（性质）来估量另外一个难以观测或研究的实体（性质）。这个发现对当时来讲是一个很大的促进。

在后二十五年有一个最重要的代表人物是阿·爱·费雪 (R·A·FISHER)，工作地点在英国最古老有名的ROTHEMSTED农业实验研究站，当初实验站成立已好几十年了，积累了大量的数据，无法处理和进一步解释，就找了这样一个数学家，建立了数理统计这个学科，包括现在大家都知道的几个部分，其中一个就是取样的原理和知识。有随机取样，机械取样等等，现在这些老的方法还在应用，原理是正确的。另一方面，他们建立了许多实验设计方法即：随机区组、拉丁方、裂区实验等等。五十年代开始出现的比上边的方法更进步的方法，即析因试验。这一系列的许许多多的实验方法。第三部分是他们提出了一系列分析数据的方法，其中最完整的是“方差分析”（老的翻译名称叫“变量分析”）。以上这些部分组合起来之后，对当时的农业科学研究，包括栽培试

验，肥料试验，育种试验起了很大推动作用，也取得了许多成果。许多新兴的推广品种都是在以上一整套试验设计数据分析方法中取得的，包括中国的小麦2905，水稻的中农28，以及解放后西北的碧码小麦，这一系列都是他们创造的方法取得的成果。

数理统计的发展这两个阶段，在今天看起来有局限性，在那些方面呢？我们试图来分析一下：

1. 统计科学规定的从取样到分析的总过程中的许多方法，有一些基本的理论假设是很不容易满足的。比如用得最多最普遍的“方差分析”假定了必须具备以下五个条件：
<1>数据要随机取得；这在小规模的实验室，小面积农作物按规定设计易作到，在大面积的资源调查中经常碰到一些问题，不易在野外随机取得数据。
<2>必须假定数据是独立的不相互干扰的；如肥料实验，用四种肥料看对作物的效应，用四种肥料就有四种处理，如果把一种处理都排在一块地块上，把另外一种处理放在另外一块地块上，这显然就犯了错误。因为，地块与地块之间有差异性，这个差异就要干扰到你所研究的处理。因为你想找出不同肥料的效应，而地块本身的差异性就影响了结果。因而这个数据得出来是不可靠的。有一个英国的生态学家举过一个例子，他是在1936年写这篇文章的。他说象现在这样调查一个植物对土壤PH的反应的方法是不可靠的。如果你找到一个植物，在植物下边挖它的土壤，测这土壤的PH值，就说这个植物最适于在哪种PH值中生长。如果这样做，就变成电杆也能找出它的最宜PH值。错误在那里呢？首先，没有先找到地块之中PH值的频率分布，如果知道了地块的原来PH值的频率分布，而后找出植物生活生长的土壤PH值频率分布，这两个分布互相比拟之后才能找出植物最适于生活在哪种PH值。我很同意杰弗斯的意见，同志们反映意见时讲，不要再讲取样了，不要再讲实验设计了，杰弗斯讲：“那不行！包括美国在内，在这方面犯的错误很多，很多，我一定要讲。”这是他的一种看法，同志们可有保留意见。不过，我是同意杰弗斯的意见的。因为，好的数学方法对坏的数据起不到任何作用，唯一作用是给了它一个漂亮形式而已，而这种结果实际上是“欺骗”。任何高级数学方法不可能增加数据本身任何性质，而对数据本身的设计取样有错误的话，得出来的结论肯定是错误的。不能因为数学方法得出任何改进。
<2>所有的数据必须是独立的，用数学语言来讲，同一类数据它的方差应该是零的，如果不是同一类数据它们的协方差应该是零。这一条做起来是不容易的。这是第二个条件。
<3>方差分析数据要求方差是齐性的 (HOMOGENEITY of VARIANCE) 这一点是不容易的。有许多数据，方差是不一样的，方差的齐性，数据处理专门有一些方法，叫转换 (TRANSFORMATION)，方差差异比较大，经过数据处理改进它的缺点，如果不能达到这个目的，就不能用这个方法。有许多检验的方法，最简单的方法是检验它的变异系数，这是粗略的检验方法。
<4>数据要求正态分布，数据表现出一个钟形曲线，如果数据不是这种情况，要用转换方式法。
<5>数据必须是可加性的。什么叫可加性，数据是同一个测量单位测定的，就叫可公度性 (COMMEASURABILITY)。数据是可公度的，而且又是独立的，这些数据就叫具有可加性，必须满足这么几个条件，否则方差分析得出结果有偏差。而这些条件有时是不能都满足的。

2. 早期的数理统计方法的计算工具是台式计算机。这样的台式计算机与电子计算机无法比拟，计算量是有限的，金陵大学一百台以上台式计算机天天计算数据，每年用做全国农作物情报报告。今天，只用一台电子计算机就行了。任何科学的发展必须先改进

工具，在方法上，工具上都要有所突破之后，随后才是理论上的突破。

3. 早期的试验设计面积小，每一小区一个平方米到几个平方米，面积都很狭小，这样小的面积取得的结果，要在大面积上来应用是有限制的。

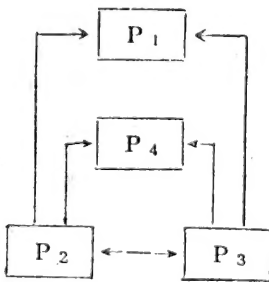
4. 时间过长。一个试验，从做实验到生产中推广应用，中间经过这样几个阶段：田间实验，区域实验，常常十几年以上时间。

5. 试验因子有限，如超过四个因子，拉丁方实验就要有许多排列，有很多困难。尽管早期数理统计方面取得了许许多多成果，但不是令人十分满意的。解放后，有许多人把数理统计抛弃掉，因数理统计有局限性。这些不但反应在数理统计上，也反映在许多其它数学方法上。如早期的聚类分析的八种方法，有许多现在不再用了。又如主分量方法，在1930年代这方法提出来应用在心理学上和人类学上，计算非常费时。现在，用电子计算机通常就只需半小时左右，许许多多计算方法，没有先进工具就没办法推广。尽管数理统计学首先是从生物学发展起来的，而且应用在生物科学中，有一个时期生物统计学BIOMETRY与统计学STATISTICS几乎是同义语，现在分开了。但从四十年代之后，数理统计大量的应用在物理学和化学上。特别是物理学在这方面应用的越来越多，因为它不象生命现象那样复杂，六五年后出现了一个时代，有人把统计学的这一阶段定为1965—1990年。电子计算机最早于1945年发明，用在生物学上是1960年，大量应用是1965年以后，现在是稳定性发展。许多国家，为了适应这种情况，把六十年代之前毕业的大学生重新回炉进行数学训练，学习电子计算机。英国朋友讲生物学家对数学感到非常困难，在一些国际会议上，数学家坐在一起，生态学家或生物学家坐在一起，双方找不出一个共同语言。但是，这种情况逐步有改进，生态学家要应用数学这个工具，自己也要走一段路程，走三分之一或一半以上的路程，了解一些数学方法的特点，它的理论根据和应用范围。

在生物学上常用到的曲线方程就有下面几种，我们还可以举出一些线性代数应用的例子，也并不十分复杂。

<1>生态系统

这里：



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

<2>曲线方程的拟合

$$(0, 1), (1, 3), (2, 4), (3, 4); M = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$M^*M = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$(M'M)^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$V = (M'M)^{-1}M'Y = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = 1.5 + X$$

< 3 > 森林演替的马尔柯夫过程:

转移矩阵

杨树 桦树

$$P = \begin{bmatrix} .8 & .3 \\ .2 & .7 \end{bmatrix}$$

活80%
死20%

初始向量

$$X^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$X^1 = PX^0 = \begin{bmatrix} .8 & .3 \\ .2 & .7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .3 \\ .7 \end{bmatrix}$$

$$X^2 = PX^1 = \begin{bmatrix} .8 & .3 \\ .2 & .7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .3 \\ .7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .45 \\ .55 \end{bmatrix}$$

$$X^3 = PX^2 = \begin{bmatrix} .8 & .3 \\ .2 & .7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .45 \\ .55 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .525 \\ .475 \end{bmatrix}$$

$$X^4 = \begin{bmatrix} .563 \\ .438 \end{bmatrix}$$

$$X^5 = \begin{bmatrix} .581 \\ .419 \end{bmatrix}$$

$$X^6 = \begin{bmatrix} .591 \\ .409 \end{bmatrix}$$

$$X^7 = \begin{bmatrix} .595 \\ .405 \end{bmatrix}$$

$$X^8 = \begin{bmatrix} .598 \\ .402 \end{bmatrix}$$

$$X^9 = \begin{bmatrix} .599 \\ .401 \end{bmatrix}$$

$$X^{10} = \begin{bmatrix} 0.599 \\ 0.401 \end{bmatrix}$$

$$X^{11} = \begin{bmatrix} 0.600 \\ 0.400 \end{bmatrix}$$

<4> 生态学常用的曲线 (曲线③略)

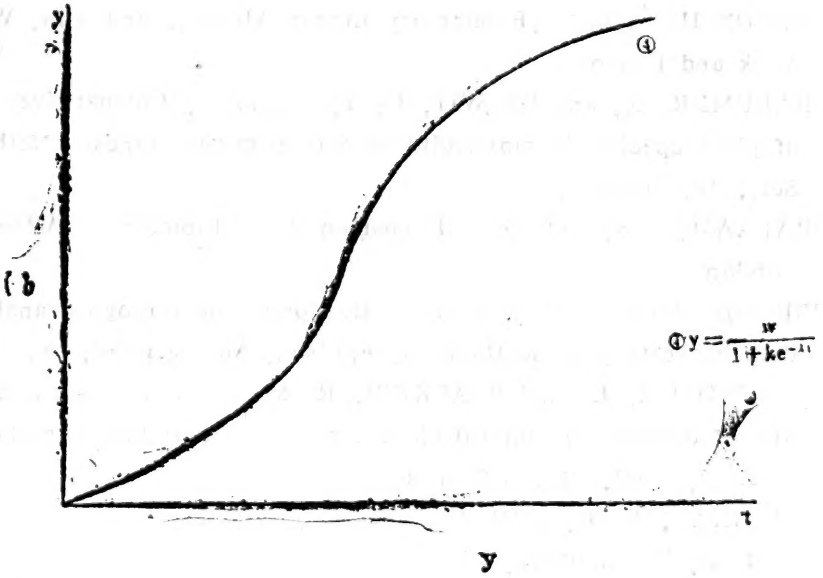
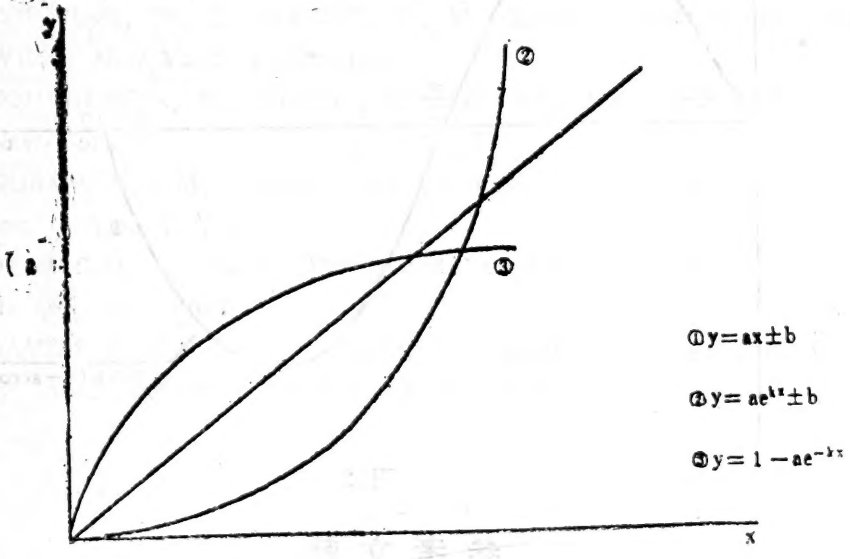


图 1

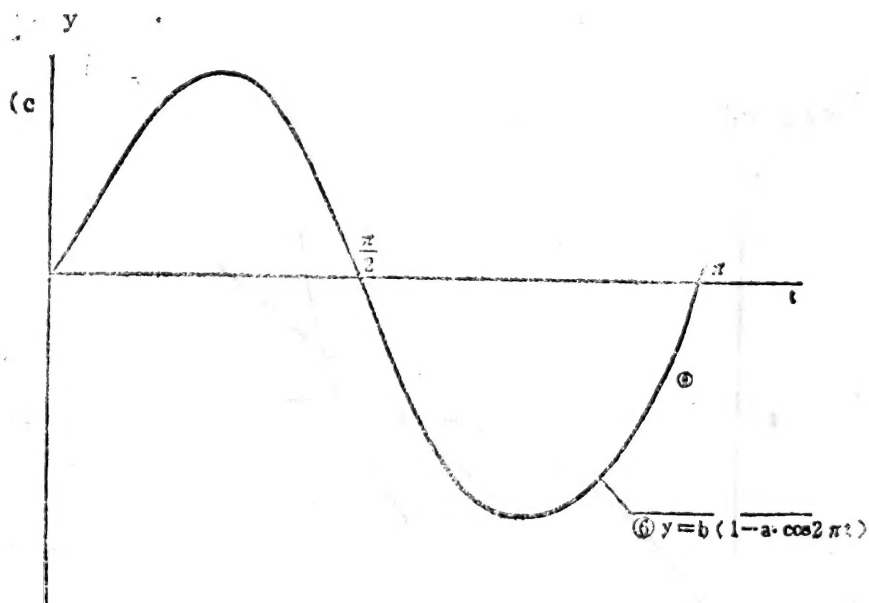


图 2

参 考 文 献

- [1] ANSCONBE, F. J. (1950). Sampling theory of the negative binomial and logarithmic series distributions. *Biometrika*, 37, 358—82.
- [2] ANTON, H. (1977). *Elementary Linear Algebra*, 2nd edn. Wiley, New York and London.
- [3] BAEUMER, K. and DE WIT, C. T. (1968). Competitive interference of plant species in monocultures and in mixed stands. *Neth. J. agric Sci.*, 16, 103—22.
- [4] BALAAM, L. N. (1972). *Fundamentals of Biometry*. Allen & Unwin, London.
- [5] BEDDINGTON, J. R. (1975). Economic and ecological analysis of red deer harvesting in Scotland. *J. environ. Management*, 3, 91—103.
- [6] BLACKITH, R. E. and BLACKITH, R. M. (1969). Variation of shape and of discrete anatomical characters in the morabine grasshoppers. *Aust. J. Zool.*, 17, 697—718.
- [7] BRENNAN, R. D., DE WIT, C. T., WILLIAMS, W. A. and QUATT-RIN, E. V. (1970).
The utility of a digital simulation language for ecological modelling. *Oecologia*, 4, 113—32.
- [8] BROSS, I. D. J. (1971). Comment. *J. Am. statist. Ass.*, 66, 562.
- [9] BUZAN, A. (1974). *Use your Head*. BBC, London.
- [10] CHASTON, I. (1971). *Mathematics for Ecologists*. Butterworths, Lo-

ndon.

- [11]CHRISTIE,J, M. (1972) . The characterization of the relationships between basic crop parameters in yield table construction, proc. 3rd Conf. Adv. Crp. Forest Sttisticians, Jouy-en-Josas, IUFRO, 37—54.
- [12]COCHRAN, W. G. and COX, G. M. (1957) . Experimental Designs, Wiley, New York and London.
- [13]CONVERSE,A. O. (1970) . Optimization, Holt, Rinehart & Winston, New York.
- [14]CORMACK,R.M. (1971) . A review of classification, J. R. statist. Soc. (A) , 134, 321-67.
- [15]DAVIES,O. L. (1960) .Design and Analysis of Industrial Experiments, Hafner, New York.
- [16]DAVIES,R. G. (1971) . Computer Programming in Quantitative Biology, Academic Press, London and New York.

系统分析在自然资源综合 考察研究中的应用*

齐文虎 李立贤

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

我们从1978年将系统分析的方法,应用于自然资源综合考察研究工作,经过两年的探索,建立了几个系统的数学模型。本文仅就各个具体系统,叙述其系统的建立,数学解法及实际应用的初步结果。

一、套作玉米系统的数学模型

1. 模型的建立

我们的目的是研究两茬玉米的光能利用及其相互影响。首先,将玉米的生长过程看成是一个在一定长时间过程中的物质转换过程,而自然光能、叶面积系数、玉米的干物重,以及二(三)茬玉米使三(二)茬玉米接受光能的减少量都是随时间变化的量。根据研究的对象和农作物生长条件,我们把系统简化为单输入、单输出的系统,如图1。

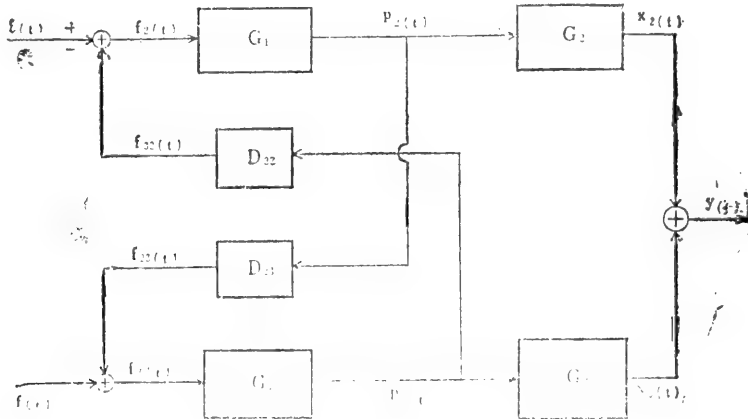


图1 套作玉米系统框图

其中, $f(t)$ —— 自然光日总辐射值, $p_2(t)$ —— 二茬玉米叶面积系数, $p_3(t)$ —— 三茬玉米叶面积系数, $x_2(t)$ —— 二茬玉米干物重, $x_3(t)$ —— 三茬玉米干物重, $f_{32}(t)$ —— 二茬玉米由于三茬玉米的叶子的影响,使二茬玉米接受光辐射的减少量, $f_{23}(t)$ —— 三茬玉

*这些研究工作是在阳含熙先生指导下进行的。第一部分用到的计算程序,是由倪建华同志写的,并且进行计算。

米由于二茬玉米叶子的影响,使三茬玉米接受光辐射的减少量。实际上, $f_{32}(t)$ 及 $f_{23}(t)$ 包括了株高影响的因素。 $f_2(t)$ —— 二茬玉米的实际的光辐射输入量, $f_3(t)$ —— 三茬玉米的实际的光辐射输入量。整个系统的输入为 $f(t)$, 输出为 $y(t)$ —— 单位面积的干物总重量。 $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 为系统的状态函数。

假定系统是线性、非时变的, 我们就是要建立如下的函数关系, 即

$$\begin{aligned}x_2(t) &= x_2(f(t), t) \\x_3(t) &= x_3(f(t), t) \\y(t) &= y(x_2(t), x_3(t), t)\end{aligned}$$

2. 模型的数学解法

我们测定了 $f(t)$ 、 $p(t)$ 和 $x(t)$ 。首先, 将 $f(t)$ 展富成立叶级数 (只取五项)

$$\text{令 } f(t) = \alpha_0 + \sum_{n=1}^4 (\alpha_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

$$\text{其中 } \omega = \frac{2\pi}{T}, \alpha_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt,$$

$$\left. \begin{aligned}a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt \\b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt\end{aligned} \right\} n = 1, 2, 3, 4$$

根据1978年房山县的观测资料, 得到如表1的结果

表 1

a_0	384,5431		
a_1	25,0445	b_1	49,4407
a_2	54,7793	b_2	70,1572
a_3	-6,6146	b_3	11,7456
a_4	-0,4673	b_4	-2,4087

对 $f(t)$ 进行拉普拉斯变换。由于系统是线性的, 利用叠加原理可以求得。

$$L[f(t)] = L\left[\alpha_0 + \sum_{n=1}^4 (\alpha_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)\right] = \frac{\alpha_0}{s} + \sum_{n=1}^4 \frac{\alpha_n s + b_n(n\omega)}{(n\omega)^2 + s^2}$$

其次, 将 $p(t)$ 和 $x(t)$ 表示为多项式函数

$$\text{令 } P(t) = P_0 + P_1 t + P_2 t^2$$

$$x(t) = v_0 + v_1 t + v_2 t^2 + v_3 t^3$$

根据观测资料, 利用多元回归方法, 可求得 p_0 , p_1 , p_2 及 v_0 , v_1 , v_2 和 v_3 。

对 $P(t)$ 和 $x(t)$ 进行拉普拉斯变换, 得到

$$\begin{aligned}P(s) &= \frac{p_0}{s} + \frac{p_1}{s^2} + \frac{2p_2}{s^3} \\X(s) &= \frac{v_0}{s} + \frac{v_1}{s^2} + \frac{2v_2}{s^3} + \frac{6v_3}{s^4}\end{aligned}$$

因此可以求出系统的传递函数:

$$G_1(s) = \frac{P(s)}{F(s)} = \frac{\frac{p_0}{s} + \frac{p_1}{s^2} + \frac{2p_2}{s^3}}{\frac{a_0}{s} + \sum_{n=1}^4 \frac{a_n s + b_n(n\omega)}{(n\omega)^2 + s^2}}$$

$$G_2(s) = \frac{X(s)}{P(s)} = \frac{\nu_0 s^3 + \nu_1 s^2 + 2\nu_2 s + 6\nu_3}{s(p_0 s^2 + p_1 s + 2p_2)}$$

因为 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 组成串联系统, 所以

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{X(s)}{P(s)} \cdot \frac{P(s)}{F(s)} = G_2(s) \cdot G_1(s)$$

3. 两茬作物接受光能的相互影响

我们可以用下述方法直接求出反映两茬作物的争光关系的 $D_{32}(s)$ 及 $D_{23}(s)$

因为 $f_{32}(t) = f(t) - f_2(t)$

所以 $F_{32}(s) = F(s) - F_2(s)$

$$D_{32}(s) = \frac{F_{32}(s)}{P_3(s)} = \frac{F(s) - F_2(s)}{P_3(s)} = \frac{F(s) - \frac{P_2(s)}{G_1(s)}}{P_3(s)} = \frac{F(s)G_1(s) - P_2(s)}{P_3(s) \cdot G_1(s)}$$

同理, $D_{23}(s) = \frac{F(s)G_1(s) - P_3(s)}{P_2(s) \cdot G_1(s)}$

只要测定 $p_2(t)$ 和 $p_3(t)$ 就可以用上式来分析两茬作物之间的争光关系。在实际工作中, 往往要求知道套作玉米系统中二茬(或三茬)玉米对三茬(或二茬)玉米接受光能的影响, 也就是要知道 $f_{32}(t)$ 和 $f_{23}(t)$, 再由 $f_2(t) = f(t) - f_{32}(t)$ 及 $f_3(t) = f(t) - f_{23}(t)$, 就可以知道二茬及三茬玉米实际接受辐射量, 而这些是很难直接测定的。

由上述求出的传递函数可以有两种办法求出 $f_2(t)$ 及 $f_3(t)$ 。

第一种办法, 利用

$$\begin{aligned}\widehat{F}_{32}(s) &= \widehat{P}_3(s) D_{32}(s) * \\ \widehat{F}_{23}(s) &= \widehat{P}_2(s) D_{23}(s) *\end{aligned}$$

算出 $\widehat{F}_{32}(t)$ 和 $\widehat{F}_{23}(s)$ 对其进行拉普拉斯反变换就可以求出 $\widehat{f}_{32}(t)$ 和 $\widehat{f}_{23}(t)$, 从而求出 $\widehat{f}_2(t)$ 及 $\widehat{f}_3(t)$ 。

第二种办法是利用

$$\begin{aligned}\frac{\widehat{P}_2(s)}{\widehat{F}_2(s)} &= G_1(s), \\ \frac{\widehat{P}_2(s)}{\widehat{G}_1(s)} &= \widehat{F}_2(s),\end{aligned}$$

求出 $\widehat{F}_2(s)$, 再进行拉普拉斯反变换得到 $\widehat{f}_2(t) = L^{-1}[\widehat{F}_2(s)]$ 。

4. 套作玉米系统整体的传递函数。

套作玉米系统整体的传递函数, 反映了套作玉米系统整体的特性, 是研究套作工作的一个重点, 可由下述办法求出。我们用 $y(t)$ 表示单位面积上二茬及三茬作物的总干物重, 则

* $\widehat{P}_2(s)$ 表示具体观测值或计算的结果, 区别于建立系统所用的 $P_2(s)$, 余类同。

$$y(t) = K_2 x_2(t) + K_3 x_3(t)$$

其中 $K_2 + K_3 = 1$

进行拉普拉斯变换, 得

$$Y(s) = K_2 X_2(s) + K_3 X_3(s)$$

所以, 套作玉米系统整体的传递函数即可求出。

5. 小结

将实测数据, 拟合为相应的函数, 代入上述公式, 可以明显地看出, 反映玉米系统从光辐射到干物重转换的本质是传递函数。对于不同套作方式, 系统的传递函数是不同的, 而不同套作方式的差别决定于 $D_{23}(s)$ 和 $D_{32}(s)$, 以及 K_2 和 K_3 。

因此, 若已知系统的输入函数 $f(t)$, 展开成富里叶级数, 然后进行拉普拉斯变换就得到 $F(s)$, 再利用公式便得到 $Y(s) = F(s) \cdot G(s)$; 再对其进行拉普拉斯反变换, 便可得到 $y(t) = L^{-1}[Y(s)]$ 。这样根据不同的光辐射输入, 可以计算不同地区的套作玉米的产量。

更重要的是, 就我们建立的这个数学模型本身来说, 由于不同系统总收获量 $y(t)$ 的差别取决于 $D_{23}(s)$ 和 $D_{32}(s)$ 。因此, 可以通过对 $D_{23}(s)$ 和 $D_{32}(s)$ 的分析, 得到最佳套作方式的玉米系统。

二、农作物生长过程的数学模型

在任意时刻 t , 农作物干物质变化率可表示为 $\frac{dN}{dt} = bN - \alpha N = N(b - \alpha) = Nr$ 。其中 b 代表农作物光合作用的效率, N 代表某一时刻的干物重, α 代表农作物的呼吸作用的效率。

1. 描述农作物干物质增长的状态方程

如果我们把 r 看作常数, 则可以作下述推导:

$$\frac{dN}{dt} = Nr, \text{ 则 } N = N_0 e^{rt}$$

这样推导出来的农作物干物质增长过程是一条指数曲线, 可看做是农作物干物质增长的简化方程, 可用于描述某一短时间农作物干物质增长。但用上述公式描述农作物干物质增长过程, 有两点不足:

- (1) 随着时间 t 的增大, 干物质 $N(t)$ 也可无限增大, 与实际情况不符。
- (2) 干物质增长速率在生长后期仍保持很大, 与实际情况不符。

因此, 建议采用 $r = r(t)$ 的动态描述, 即

$$N = N_0 e^{\int_0^t r(t) dt}$$

令

$$r(t) = f(N(t)) = 1 - \alpha N(t)$$

即 $f(N)$ 是 N 的线性函数。为简化, 取常数项为 1 (只要适当地选取时间尺度比例系数就可以做到)。这时方程变为

$$\frac{dN}{N(1 - \alpha N)} = dt$$

将方程两边积分

$$\int \left(\frac{1}{N} + \frac{\alpha}{1 - \alpha N} \right) dN = \int dt$$

得到

$$N = \frac{ee^t}{1 + cae^t}$$

令 $c = 1/b$, 得到 N 的表达式

$$N = \frac{1}{\alpha + be^{-t}}$$

是一条S型曲线, 与根据实际观测资料绘制的曲线一致。式中的常数可以按下述方法确定

当 $t = 0$ 时, $N = N(0) = \frac{1}{\alpha + b}$

当 $t = \infty$ 时, $N(\infty) = \frac{1}{\alpha}$

只要根据测得的作物干物质的初始值和终值就可以计算出常数 α 和 b , 从而得出数学模型。

表 2 列出不同套作制度的玉米的干物质累积过程数学模式的常数 α 和 b 及比值 b/α 。

表 2

方式 常数	4.5 尺	7.5 尺	10 尺	15 尺
a	7.8×10^{-4}	1.08×10^{-3}	1.36×10^{-3}	2.0×10^{-3}
b	0.052	0.0759	0.0653	0.089
b/a	66.67	70.28	48.01	44.5

2. 净增长率的动态描述

因为 $N = \frac{1}{\alpha + be^{-t}}$, 而 $r(t) = 1 - \alpha N(t)$

所以 $r(t) = \frac{d}{b + \alpha e^t}$

这就是 $r(t)$ 的函数表达式, 表明净增长率 $r(t)$ 随农作物生长期处于不同的生长发育阶段, 而有不同的取值。

当 $t = 0$ 时, $r(0) = \frac{b}{\alpha + b}$ 反映在农作物干物质增长的初始时刻的净增长率。

当 $t = \infty$ 时, $r(\infty) = 0$ 反映在农作物生长的后期, 净增长率逐渐降低而趋近于 0。

3. 小结

(1) 延长生长期是一条公认的增产途径, 但随着生长期的增加, 干物质的积累并不成比例地增加, 某一农作物系统的干物质最大总量最终总是趋于一个常数

$$N(t) \Big|_{t=\infty} = \frac{1}{\alpha}$$

(2) 从净增长率 $r(t)$ 的表达式, 也可以看出 $r(t)$ 是一条迅速衰减的S型曲线。因此,

在农作物生长后期，净增长率已减至很低。我们定量地计算一下干物质从达到其终值的98%增加到终值的99.9%，所需要的生长时间。以二茬玉米，4.5尺畦情况为例

$$y = \frac{t_{99.9} - t_{98}}{t_{98}} = \frac{\ln\left(99.9\frac{b}{\alpha}\right) - \ln\left(49\frac{b}{\alpha}\right)}{\ln\left(49\frac{b}{\alpha}\right)} = 0.37$$

从上式可以看出，一味地以延长生长期来寻求增加产量的方法是不足取的。

(3) 净增长率的讨论

我们关心农作物“加速生长”的阶段，即 $N(t)$ 的斜率不断增加的阶段。我们可以求出这个界限点的 t 值，记作 t_m 。

$$\text{由 } \frac{dN}{dt} = N(1 - \alpha N)$$

$$\text{所以 } \frac{d^2N}{dt^2} = N(1 - \alpha N)(1 - 2\alpha N)$$

$$\text{令 } \frac{d^2N}{dt^2} = 0, \text{ 取 } 1 - 2\alpha N = 0$$

$$\text{得 } N = \frac{1}{2\alpha}$$

$$\text{因而求得 } t_m = \ln \frac{b}{\alpha}$$

这就是 $N(t)$ 曲线的“拐点”。显然， t_m 的取值决定于 b/α 。表2给出了二茬玉米的不同耕作制的 b/α 值，以4.5尺畦和7.5尺畦比较接近，而且这种耕作方法的二茬玉米，加速生长时间最长，因而产量最高。详见

$$4.5\text{尺畦}, t_m = 10 \ln \frac{b}{\alpha} = 10 \ln(66.67) = 42\text{天}$$

$$7.5\text{尺畦}, t_m = 10 \ln(70.28) = 42\text{天}$$

$$10\text{尺畦}, t_m = 10 \ln(48.01) = 39\text{天}$$

$$15\text{尺畦}, t_m = 10 \ln(44.5) = 38\text{天}$$

因而可以定量地确定玉米生长的三个时期。 $t = 0$ 至 t_m 是加速增长时期， t_m 至 t_{98} 为增长速度逐渐减慢的时期， t_{98} 至 $t_{99.9}$ 逐步停止增长的时期。例如，对于二茬、4.5尺畦玉米的情况是 $t_m = 42$ 天， $t_{98} = 10 \ln\left(49\frac{b}{\alpha}\right) = 81$ 天。与实际情况相符。

(4) 系统 α 、 b 的大小，主要是由农作物本身的特性决定的。我们所列举的二茬玉米，它们的 α 、 b 值都比较接近。它们的差别是由耕作方式不同引起的。耕作方式不同，使得光合作用效率产生了差别，这一点与前述的套作玉米系统分析的结论相同。系数 α 反映了农作物呼吸作用的效率， α 越小则呼吸作用越小，使得最终的干物质量增加。因此，为了增加农作物的产量，应当选择 α 值小的品种。

三、几种农作物合理配置的数学模型

在某一地区多种作物的合理配置，需要我们建立一个最优化的模型。这里用的是线性规划方法。线性规划实际上就是求一个或多个变量的线性函数(称为目标函数)在一些

线性约束条件下的极大值或极小值的问题。这个函数必须是能够反映某个系统的决策特性的数量化的目标。而那些约束条件，也就是变量之间的关系所受的一些限制也必须是数量化的。我们通过对三江平原一个典型管理局的剖析，为某一地区农作物合理配置的研究，提供一种可行的规划方法。

1. 目标函数的确定

三江平原作为我国的重要粮豆产区，要求粮豆高产、稳产。所谓合理配置，就是根据当地自然条件的规律、农业技术水平等条件的限制，找出各种作物种植面积之间的最佳比例，使粮豆总产高而且稳定。

用X, Y, Z分别代表小麦、玉米和大豆种植面积占耕地面积的百分数，则目标函数为

$$f(X, Y, Z) = 176X + 294Y + 146Z \quad (1)$$

式中X、Y和Z的系数分别为小麦、玉米和大豆的单位面积历年平均产量。

2. 约束条件

从当地大部分地区的种植制度，得出第一个约束条件为

$$X + Y + Z \leq 100 \quad (2)$$

从当地大豆在轮作制中的地位，可以得出第二个约束条件为

$$X + Y \leq 65 \quad (3)$$

第三个约束条件，是稳产的要求，通过合理搭配，使农作物平均产量的年变化不超过其平均单产的1/3

$$60X + 110Y + 50Z \leq 7000 \quad (4)$$

各种农作物的种植比例，只能为正值，所以有

$$X \geq 0, Y \geq 0, Z \geq 0 \quad (5)$$

这就是合理配置的数学模型，也就是在满足约束(2)、(3)、(4)、(5)的条件下，求f(X, Y, Z)的极大值。

3. 解法

采用Simplex算法，根据具体资料列出初始表

1	1	1	1	0	0	100
60	110	50	0	1	0	7000
1	1	0	0	0	1	65
-176	-294	-146	0	0	0	0

将第一行各项减去第三行对应各项，第二行各项减去第三行各项的60倍，第四行各项加上第三行各项的176倍，得

0	0	1	1	0	-1	35
0	50	50	0	1	-60	3100
1	1	0	0	0	1	65
0	-118	-146	0	0	176	11440

将上表中的第二行各项被50除，然后第三行各项减去第二行对应各项，第四行各项加上第二行对应各项的118倍，得

0	0	1	1	0	-1	35
0	1	1	0	0.02	-1.2	62
1	0	-1	0	-0.02	2.2	3
0	0	-28	0	2.36	34.4	18756

用类似的方法，将左上角的矩阵化成了单位矩阵，同时将最后一行全部变成非负值，于是得到

0	0	1	1	0	-1	35	第三个变量
0	1	0	-1	0.02	-0.2	27	第二个变量
1	0	0	1	-0.02	1.2	38	第一个变量
0	0	0	28	2.34	6.4	19736	

右下角的值——19736就是 $f(X, Y, Z)$ 的极大值。

4. 小结

(1) 根据计算结果，小麦、玉米、大豆的种植面积的比例，分别为38%、27%和35%，目标函数，也就是每亩的平均产量达到极大值，即197斤/亩。而照原来比例配置，则单位面积平均产量为 $(43.76 \times 176 + 12.43 \times 294 + 35.2 \times 146) \div 100 = 180$ 斤/亩。因此，若按照最优方案，则可使平均单产增加10%，全管理局的种植面积（按现有种植面积计算）每年可增产56100吨。

(2) 由约束条件 $60X + 110Y + 50Z \leq 7000$ 可知，按照上述最佳方案比例配置，可以保证产量的平均绝对变率不超过70斤/亩。

(3) 最优方案是基于原有的自然条件和农业技术水平得到的。因此，可在不增加成本的条件下，只改变种植比例，就达到高而稳产的目的。实际工作中人们往往是根据经验来分析比较各种配置的方案以提高产量，但使用最优化模型，只通过一些简单的计算，就可以得到在一些约束条件下的最佳方案。如果我们考虑更多的变量及相应的一些约束条件，同样可以用单纯形法解决，并且借助于电子计算机进行计算。在一些情况下，还应当引进灵敏度分析，以得出当一些参数改变对目标函数值的影响。

计算机制图与自然资源考察研究

孙九林 杨志荣

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

在自然资源考察研究中应用最新科学成就,采用最先进的技术手段,有计划、有步骤地实现自然资源考察研究的现代化是摆在我们面前一项刻不容缓的任务。

本文就自然资源考察可以引进的先进技术手段之一——计算机制图做一概略介绍。

一、计算机制图的基本过程

计算机制图大致可分为三个阶段,即原始资料的数字化,计算机处理以及绘图与注记。

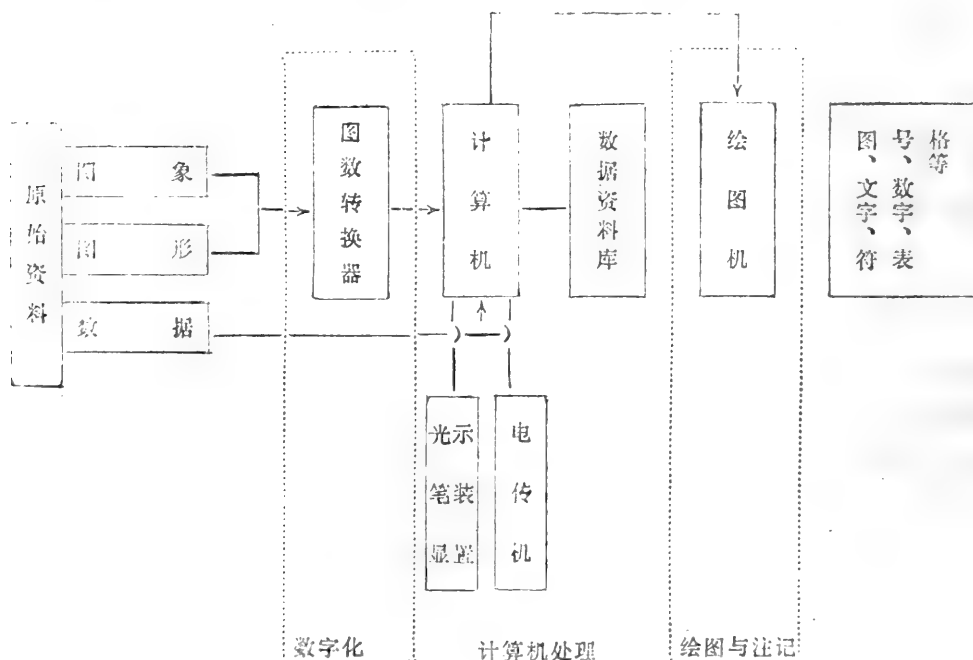


图1 计算机制图流程

1. 原始资料的数字化

做为制图的原始资料有图象(航空或卫星象片),图形(地图或专业图)和数据(测试或统计数字)三种形式。数据资料可直接输入计算机处理。因为计算机只能识别数字化信息,所以大量的图象和图形资料计算机是无法直接接受的,这就要求把图象和图形

资料转换成计算机能够识别和处理的数字形式，即图象和图形的数字转换。将图象、图形转换为数字信息并存储在纸带、磁带、磁盘上或直接输入计算机的图——数转换过程称之为数字化。

在数字化前要对图象和图形资料进行技术加工和处理。例如对图象资料的定性、定量分析，影象的几何纠正、增强和变换，对影象的信息进行模式识别等等；对图形资料可根据成图的要求进行分析选择，确定综合概括的原则，特别是需要对不同的要素进行特征编码等。在数字化过程中以及随后的计算机处理和图形输出阶段，进行要素分选、分色、拼接、比例变换、资料纠正、更新和增补等。这样，就把各种图象或图形的信息变成了所要求的数字化了的点、线、面信息。点转换成一对X、Y座标，线转换成连续的X、Y座标系列，面则记录成一条闭合曲线，实际上是一个封闭的X、Y座标串。反映不同要素的点、线、面的一组X、Y座标系列分别以各自的特征码来标志，以备计算机处理时选用。数字化后的资料存储于纸带、磁带、磁鼓或磁盘上，形成数据资料库。资料库中的数字化资料可多次调用，避免数字化的重复工作，大大地提高了自动化制图效率。

图数转换器，又称数字化器，是实现图——数转换的设备。手扶跟踪图数转换器与自动扫描图数转换器是其中的两种型式。

手扶跟踪图数转换器由标示器、随动系统、控制系统、显示系统、工作台、输出装置（快速纸带穿孔机或数字记录磁带）等基本部分组成。使用时，把需要数字化的原图平放在数字化器的工作台面上，确定数字化时的假定座标系统后，便可按照事先选择好的图象或图形要素，如河川、山脉、森林、草场、境界等等分别予以数字化，它的作业过程是，首先输入被数字化要素的特征码，随后将标示器沿图上该要素的图形进行跟踪，同时利用标示器开关连续取图上的特征点，最后就通过读出装置把图上跟踪点所在位置转成以X、Y座标表示的数字信息并把它记录在穿孔纸带或磁带上，从而完成了数字化，手扶跟踪数字化器使用方便，在图数转换过程中对图中要素可随意选取，灵活性强。但由于它是手扶跟踪的人工作业，所以工效较低，而精度与操作数字化器的技术熟练程度密切相关。

扫描图数转换器是一种自动化程度较高的数字化仪。滚筒式扫描数字化器是其中的一种，它由扫描滚筒、采样头、记录装置、测量机构及电子控制部件等组成。由于它采用扫描方法，所以数字化速度快，通常把数字输出记录在磁带上或直接送进计算机。使用时，把需要数字化的原图贴在扫描滚筒上，采样头上的光源照亮原图上的一点，当滚筒旋转时采样头以恒定的速度沿水平方向进给，将原图按螺旋线展开变成电讯号。若原图滚筒以一定的并且相对主脉冲频率来说是恒定的转速旋转时，由主脉冲进行采样，从零标志开始的主脉冲个数就代表原图在X方向的数字量度。由于采样头进给速度相对滚筒的转速是恒定的，因此从Y方向零标志计算的滚筒转数，即为原图在Y方向的数字量度。这样，就把原图上的特征点的所在位置转换成了以X、Y座标表示的数字信息并记录到磁带上，从而实现了图数的转换。如果原图是彩色的多要素图象或图形，还可以进行分色处理。由于自动扫描数字化器取消了人工描绘，代之以操作过程的自动化就大大加快了数字化速度，它可以在几十分钟内完成一张地图或照片的数字化。但它在数字化过程中对图象或图形的取舍筛选比较困难，处理量比较大。

自动化制图的第一步是图象、图形的数字化。数字化后的资料是计算机处理的对

象。

2. 计算机处理

数字化阶段把选定的编图资料进行图数转换,以数字的形式结合特征码技术如实地记录下所选择的地图要素,这仅仅是计算机可以识别,因而有可能应用计算机进行处理的,供编图用的一些数字资料。一般而论,我们往往是利用大比例尺图编制小比例尺地图,使用普通地图作基础线编辑各种专门地图,这便要求对上述已数字化的信息进行几何精确性的改进,地图投影的转换,比例尺的缩放,内容的增减以及要素的综合概括等,这些都需要运用计算机进行处理。

计算机与数字化器、绘图机的联接方式有三种:

(1) 联机方式,是由计算机通过中间接口与数字化器和绘图机联接起来的整体系统,实现计算机对数字化器与绘图机的实时控制与管理。这种联机方式实际上是给计算机增加了两个外围设备——输入设备与输出设备,它适合处理批量大,要求连续作业的计算机。

(2) 脱机方式,是计算机不直接与数字化器与绘图机相联,而是通过纸带、磁带等转接的分立系统。这种方式采用的较多,因为数字化器和绘图速度通常远远小于计算机的处理速度,限制了计算机的功效。分立系统可以使计算机在处理工作后的闲余时间做更多其它的工作,特别是在处理批量小,断续性强时效果尤著。

(3) 终端方式,是计算机与数字化器、绘图机通过终端装置联接,把终端装置作为人机联系通讯的工具。一种是近距终端,即近距离的与计算机直接相连。另一种是远程终端,它必须与数据传输的调制解调器结合,常用的通信方式是利用普通的电话机,当呼叫接通后,就改用音频移频制仍然利用电话的送受话器以传输数据,实际应用上是把它们通过远距离传输线接到计算机网路上去,以共享计算机资源,发挥计算机潜力。终端的类型主要有控制打字机、键盘、显示屏、光笔或感应板等。光笔——键盘——显示屏在自动化制图是人机对话的一种极为方便的工具。显示器作为计算机一般文字、数据和表格输出时,速度比控打快,它本身只起显示作用可供临时阅读,如要记录还必须加添附加设备,它还可以显示各种曲线和图形,让图形活化便于阅视。显示器若配上光笔或感应板又可作为文字、数据、图形等输入的工具。这是对自动化制图特别有用的地方,便于检查和校正数字化的结果资料,对图形信息进行修改、删减和补充。一般显示器都配有一个键盘作为文字和命令的输入手段。从颜色来讲大都是单色的,个别的地方如地球资源普查等工作也用彩色显示器,以增加显示效果。显示器在专门的程序系统控制下,配一些附加设备,利用左眼和右眼分别观察的原理,还可获得单色或彩色立体显示的功能。

3. 绘图与注记

自动绘图机是一种根据计算机输出数据进行绘图的装置。常用的数控绘图机就是经计算机处理和加工所得到的图形或图象信息,转换成绘图机的控制信号控制X、Y方向的执行机构和拾落笔、换笔等动作,从而绘制出图形以及表格、文字、符号等等。这种平台笔式绘图机由绘图台和控制器两大部分组成。绘图台由绘图板,在平台上安装于导轨上作水平运动的横梁及在横梁上相对其运动方向作垂直移动的绘图头组成。控制器是接受由计算机输出的数据纸带、磁带或由计算机直接输入的信息后,发出相应的控制脉冲使绘

图机进行各种动作而成图。这种绘图机的步距很小，有0.005毫米，0.01毫米，0.05毫米等，可在八个方向进给。任何曲线的绘制都是通过把曲线细微分割用直线予以逼近，直线又由阶梯线逼近的方法来获得，微观分析虽为阶梯式直线，宏观反映却为曲线，而且分割越细，步距越小，曲线也越光滑，精度也越高。还有一种是扫描绘图机，它类似于扫描图数转换器的一种滚筒式的绘图机，只是将采样头换成记录头，滚筒上的原图换成感光胶片，由计算机输入的绘图信息控制记录头上的辉光管对胶片曝光，按螺旋线将绘图信息恢复成图象，实际上是扫描数字化的逆过程。扫描绘图机与数控绘图机不同在于，后者是由绘图笔在绘图纸上移动去完成某一图形动作，前者则是一行行的并同时将该行上的全部图形或图象信息输出，最后获得的是一张感光胶片。扫描绘图机的成图速度比数控绘图机快的多。

图上用来说明各种要素，如山川、城镇、铁路、森林、土地等名称的文字以及表示各种要素的数字，如山高水深、面积、长度等叫注记。在手工制图中，注记工作量约占三分之一。用自动注记机可自动把它们注到图的一定位置上，以代替人工植字和剪贴工艺，提高工效。它比数控绘图机进行注记的速度快，质量高。它可以是计算机控制的自动定位照像排字机，得到的是一张图的注记胶片。也有一种全电子式的自动排字机，文字讯号的发生采用飞点扫描，磁芯存储和专门信号发生器等组成。还有一种光机式的注记机，它根据纸带指令，检字系统在字模库中找出预约文字，通过光路联结，经过变形，变倍、变向后照在胶片的一定位置上，最后获得的是注记胶片。工作原理是，纸带根据原图上的资料，在配有文字键盘的图形数字化器上穿孔，其位置座标码由数字化器给出，文字、符号码及特征码由专门的键盘给出，两种码穿在同一条纸带上，纸带的信息通过输入机进入主机，完成自动注记。

经过数字化，计算机处理和绘图与注记之后将获得所需要的各种图，如平面图、地形图、主体图、影象图、符号图等以及各种文字、符号、数字、表格等。

二、计算机制图在自然资源考察中的应用

计算机制图亦称自动化制图，已应用到工业、农业、国防和科学技术的各个领域。如在电子工业中绘制精密的逻辑电路和大面积集成电路的印刷版线路图，然后照像微缩制成高密度的产品；在造船工业中用来绘制船体图形和船体放样、等角投影图等；在土木建筑设计中绘制工程图、主体投影图、结构分析图；在机械制造中的各种零件及组装图；在地质勘探中绘制地层分布图、矿藏图；在医学上绘制心电图；在航天与航空工程中绘制卫星轨道图及导弹木模、飞机模线、机翼外形、导弹轨迹图等；在科研中绘制等高线，等温线，波形图，原子与分子结构图等等不胜枚举。总之，凡是需要成图的地方，都可使绘图自动化。计算机制图已成为实现制图自动化的先进技术手段。

各种图在自然资源综合考察中占有很大分量，制图自动化早已成为国外先进国家致力实现的一大目标。发展到当今主要用于航测图片成图，七十年代初开始使用在地球资源卫星（亦称大地卫星）遥感图片的信息处理中，并有了长足的进展。大地卫星遥感技术在资源考察中有开始转向主要的技术手段的明显趋向。

现在，美国、英国、加拿大的数字制图，专题制图基本上完成了自动化，地形图的

生产有30—40%工作量实现了自动化。

加拿大土地利用局为了研究土地资源的合理利用和加快土地利用规划的步伐，在1967年开始建立了采用扫描数字化器配合手持跟踪数字化器进行图数转换的专门自动化制图系统。

澳大利亚自然资源综合考察中的土地系统图、地貌系统图、土壤类型图、植被群落图、水资源图和土地利用现状图等大都是用自动化制图来完成的。

巴西设有一个除美国外最大的永久性大地卫星地面站。当地卫星每隔十八天在巴西上空通过时，它直接接收卫星发出的信息，它与地面考察相结合获得了大量有价值的资料。在农业方面获取了世界上最大的亚马逊荒地的第一批地图，查明了土壤与森林资源以及农业发展的潜力。他们还把遥感资料用于测绘土壤图和作物的估产等方面。所有这些任务的完成，都离不开自动化制图系统这一重要的技术环节。

美国1972年与1974—1975年相继发射了两颗地球资源卫星，取得了大量的资源资料。

国外在资源考察中，特别是近几年来大地卫星遥感资料的图象处理占有日益增强的地位，因此很注意发挥自动化制图的作用。

我国在这方面还处于研制阶段，估计离资源考察的实际应用尚有数年之遥。就自动化制图本身来说，也还处于发展阶段，其中大量的是用于转绘复制方面。尽管如此，在自然资源综合考察中自动化制图仍然可以发挥先进技术手段的积极作用，并为不久的将来实现自然资源综合考察现代化奠定必要的基础。

譬如，在数字制图方面。资源综合考察中获得的大量的社会、技术、经济等数字统计资料，经研究加工与综合分析后，有的需要成图以作为资源现状、预测、开发、利用等的科研成果。如某个地区的农作物类型分布图、土地利用现状图、草场资源配置图、水利资源图、气候资源分布图、各种地貌图、各种土壤类型图、人口资源分布图、各种能源分布与利用图等等专业专题图。还有各种各样的曲线图，比如，各种技术、经济、技术经济参变量曲线图、等温线、等高线、闭合线、水位流量过程线、土壤与水质等样品测试分析的静态与动态曲线等等，以及各种表格均可通过自动化制图来完成。

又如，在面积和长度的量算方面。在资源综合考察中不但通过各种各样图使语言直观化，而且往往需求出其数量值以获得必要的的数据或阐明各种参变量间内在联系的客观规律性。如某个地区各种类型的土地面积，荒地面积，可垦面积以及各种土地上的各种作物产量；草场面积，草场资源及利用情况；河川流域面积，水库各种尾水高程的水表面积，各种频率洪水的土地淹没，各种调节流量土地灌溉面积；农村机械化的机耕、人耕面积，农村电气化的动力供应范围；各种土壤类型的分布面积；各种森林面积等等。在长度量算方面亦属不少，比如，河川长度和深度，树木、山脉、地址高度，供电供热半径等。还有植被、境界、区间、各种要素的数量值都可在自动化制图时在计算机处理阶段一并解决。

再如，编制各种考察图方面。应用自动化制图可进行各种规格与要求的综合性专业专题考察图的编制。如将某种比例尺的底图缩小若干倍后转绘出来，若需复制，可用光学绘图头进行底片输出以供直接制作印刷版；根据不同比例尺的底图资料编出一幅所需大小的图；从不同的专业专题图上编绘一幅综合图；在某种底图上取出所需要要素转绘到

另一张图上去；对已有底图上的要素进行修改、补充、删减加以更新等。

计算机制图在自然资源综合考察中的效果是肯定的。采用传统的手工制图的工作量大，周期长，往往不能使科学考察的成果得到及时反映，制图的自动化将大大提高成图的速度与工作效率。譬如，图2是一幅经比例缩小而转绘出来的图形，在脱机方式下包括数字化，计算机处理和绘图仅花费18分钟。又如，用手扶跟踪数字化器，用1:25000地图作为基本资料编一张1:50000的地形图，与手工方法相比效率提高60%，若附有数据库一次数字化的资料可被反复使用，效率将提高数倍。在面积量算时，过去采用求积仪或方格法等已在已有的一定比例的底图上进行人工量算，既繁琐又不精确，尤其在需要量算图幅很多，图形复杂，精度要求较高的情况下，往往感到难于进行。采用计算机制图的量算速度快，质量高，如一幅20×70厘米的图形，外围曲线形状复杂，用手扶跟踪数字化器只要15分钟就能完成图数转换，计算机处理只要3—5分钟即可输出计算结果，计算精度可达1/1000。自动化制图的精度很高，普通精度为0.1%，高精度为0.01—0.001%，如一个最大幅面为43×59吋的自动化绘图仪，静态定位精度可达1/1000吋，

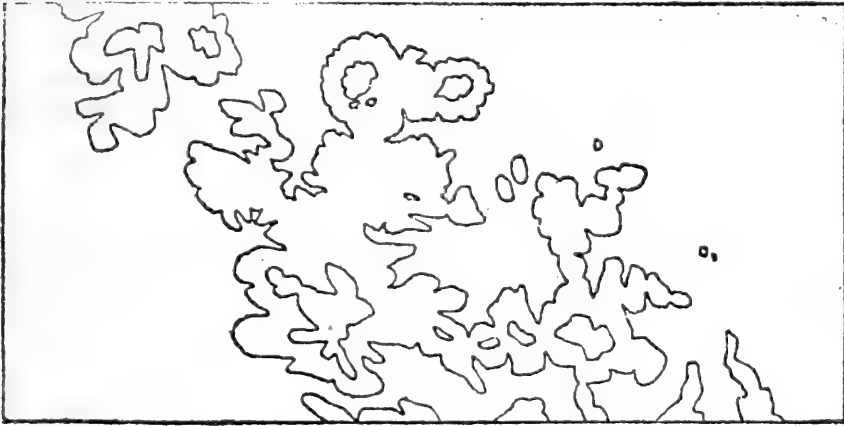


图2 比底图缩小一倍的转绘图

清晰度和分辨力达0.0001—0.0002吋，有效的保证了成图的质量。

另外，计算机制图在帮助科学考察工作者在理论探索方面找出直观的某种属性和规律，根据绘图与计算结果印证科学设想，促进深入某些环节的研究等方面都将是一个有力的助手。因之，从某种意义上来说，掌握和利用计算机制图的技术手段，无疑地增加了资源考察工作者的科学潜力。

电子计算机符号图在生态学和 自然资源研究中的应用

李文华 王德才

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

六十年代以来,随着全球性的粮食、人口、能源、环境等一系列社会问题的日趋尖锐,相对古老并一度发展迟缓的生态学,在当代的社会背景和新的科学技术的渗透下,又获得了新生,成为当前生物科学中的宠儿,并愈来愈具备边缘学科的特点。近代的生态学不仅在学科的理论 and 概念方面有一些新的发展,同时在研究的方法和手段方面也有着一些突破和革新。其中,利用电子计算机自动编绘各种生态因子和自然资源分布图,就是一个突出的代表。

利用电子计算机自动计算并打印的电子计算机符号图,不仅具有快速、客观和自动的特点,同时能把制图、运算、模拟、预报等几个方面综合成一体,从而为宏观范围的制图提供了一个新的技术手段,并在生态地理和自然资源制图方面展现出广阔的前途和蓬勃的生命力。

本文的目的在于对电子计算机符号图在当前国际范围的应用情况加以综述;同时介绍编制电子计算机符号图的基本步骤;并以西藏地区的资料为例,实际探讨其在编制植被分布模拟图和生物生产量模拟图的方法。

电子计算机符号图是国际上新近发展起来的一门制图技术,在我国生态学和自然资源研究中更是首次试用。由于我们缺乏国外详尽的技术资料,因此,除了这项工作的基本步骤有所依循外,具体的工作方法以及全部计算程序都是在这次工作过程中自己设计的。

在研制过程中,我们曾收到美国北卡罗来纳大学 Box 博士寄来的一些有关这一方法的应用的论文,对我们的工作有一定帮助。综考会有关领导以及技术室和生物资源室的同志,对这项工作给予大力支持和协助,特在此致以谢意。

一、 综 述

电子计算机符号图在生态学中的应用是七十年代以后开展起来的。最初见到的是利用它来绘制全球生物生产量分布图,并进行全球生物生产量模拟。第一张全球生物生产量模拟图是由西德学者 Lieth¹ 等人于1972年编制而成的,称为威斯布鲁克生产量图

(Innsbruck productivity Map), 这是一张根据不同生物群落的平均生产量, 利用电子计算机对全球生物生产量进行的模拟。在工作过程中, 作者利用了均匀分布于全球的960个点的资料, 根据七个生产力等级的平均值, 推算出整个陆地生态系统所能提供的第一性生物生产量为 104.9×10^9 吨干物质, 平均每平方公里的第一性生物生产量为747.7吨。此数值大约相当于一个生长较好的草地或灌丛以及生长较差的温带森林的生产量。

此后, Lieth 又与美国的 Whittaker、Golley 以及 Box 等人不断发展和改进世界生物生产量模拟图^{②③④}, 根据生产量与气候变量(如年平均温度、年降水量、蒸发蒸腾量等)之间的相互关系, 以及各种气候变量在地球上的实际分布资料, 通过计算机进行生物生产量的模拟和计算。工作中采用的台站的数量地逐渐增加。例如在1978年改进的模型中, 利用的资料点的数量已增加到1230个。目前已发表的全球性的生物生产量图逐渐增加, 它们多以第一次发表该项工作的国际学术会议的地点命名, 如米亚迈生产力模拟图(Miami Model Productivity Map) 蒙特利尔生产力模拟图(Montreal Model Productivity Map) 以及西雅图海洋生产力模拟图(Seattle Productivity Map) 等就是其中比较著名的代表。这些图的原始资料和所采用的计算方法尽管各有区别, 但所得的结果都是比较接近的, 例如陆地生态系统的第一性生物生产量变动于 $90-130 \times 10^9$ 吨干物质, 海洋生态系统的生物生产量为 $50-60 \times 10^9$ 吨干物质。

由于电子计算机符号图具有便于运算的特点, 最近一些研究者开始估算全球的粗生物生产量以及呼吸作用量, 并分别不同的纬度地带, 不同的洲和不同的国家进行计算和比较, 获得了许多有价值的结论^⑤。

通过计算得知, 陆地生物生产量在靠近赤道附近有一高值带, 向两极逐渐降低, 在接近两极的寒冷地方出现低值带。在赤道两侧各 20° 的范围内, 所能提供的第一性生物生产量为整个陆地净第一性生物生产量的一半左右。

以大陆为单位进行对比, 发现单位面积的生物生产量以南美为最高, 而欧亚大陆和澳大利亚最低。但是从各洲所能提供的第一性生物生产量的总数来看, 则面积最大的欧亚大陆仍是提供生物生产量最多的地区, 而面积最小的澳洲提供的第一性生物生产量也最小。

通过利用电子计算机对海洋的生物生产量进行统计和制图, 发现海洋的净第一性生物生产量以亚极为最大, 那里的全年水温接近一个常数; 南半球 $50^\circ-70^\circ$ 的地带内所提供的产量约占整个海洋产量的 $1/3$, 几乎与整个北半球海洋的产量相当。海洋中生物生产量的高峰出现在赤道附近。

要进行上述全球性的生物生产量统计, 须要大量繁重的计算工作。这在手工计算的条件下几乎是不可能的, 但是应用电子计算机制图技术却能很容易得到上述地理性的规律。

当前电子计算机制图在生态和自然资源研究中的应用日益广泛。例如在美国已用来为个别的州编制大比例尺的生物生产量图。在欧洲许多国家用来编制土地类型图, 植被类型图以及环境污染图等。有些国家把数量分类与制图自动化联结起来, 使生态学的研究从定性的描述向定量化、自动化的发展进入到一个新的阶段。

但是正如任何新生事物一样, 在其发展的最初阶段, 总是不可避免的带有这样或那

样的缺点以及不足之处。例如，目前在绘制电子计算机符号图时，很少考虑到地形变化引起的生态因子在空间的变异。这个问题从理论上来说是可以解决的，但为此就要加大图的比例尺，加密资料点的布设，这在实际工作中就会增加工作量。此外，利用电子计算机自动打印的黑白符号图，在等级过多时，等级间的界限难以区分。所有这些都还有待进一步的改进和提高。

二、利用电子计算机编制生态因子和自然资源分布图的基本步骤

本节中我们准备就国际范围内编制生物生产量符号图的步骤加以介绍，它可能对于编制其它类型的生态因子和生物资源分布图时也有着普遍的参考意义。

1. 建立生产量与生态因素之间的相关模型

为了研究生物生产量在全球或局部地区范围内的分布规律，并绘制计算机模拟图，首先须要研究生物生产量与重要的生态因子之间的关系，通过分析和计算，建立起它们之间相关的模型。在选用生态因子时，要尽可能地采用在常规条件下便于取得的资料。这种模型既可以是数学模型，也可以用方框图的形式反映出来。在制图技术过关后，计算机模拟图的质量在相当大的程度上取决于相关模型是否能真实反映变量之间的内在联系。因此，不断探索并改进生物生产量与生态因子之间的相关模型，成为当前研究世界生物生产力模拟与制图的主攻方向之一。

例如在编制米亚迈生物生产力模拟图时就是首先研究第一性生物生产量与年平均温度和年平均降水量之间的相关关系，通过对地球上不同地带大量的实际资料，计算出下列两个回归方程。

$$NPP(T) = \frac{3000}{1 + e^{(1.915 + 0.119T)}} \quad (1)$$

$$NPP(P) = 3000(1 - e^{-0.000884P}) \quad (2)$$

式中 $NPP(T)$ ——按照年平均气温计算的生物生产量 (公斤/米²·年)；

$NPP(P)$ ——按照年降水量计算的生物生产量 (公斤/米²·年)；

T ——年平均气温 (°C)；

P ——年降水量 (毫米)；

e ——自然对数的底。

根据Liebig的限制因子定律，选取二者中的最小值作为各计算点的生物生产量数值。

蒙特利尔生产力模型图则是根据生物生产量与蒸发蒸腾量间的相关计算出来的。即

$$NPP = 3000[1 - e^{-0.000884(E-20)}] \quad (3)$$

式中 E 为每年实际的蒸发蒸腾量 (毫米)。

上述两个模型都有一个共同的特点是它们采用的生态因子都比较容易从一般的气象资料中取得。从而能获得大量的资料，并得以提高计算的精度。

2. 绘制辅助用的生态因子分布图

当确定了生产量与生态因子的相关模型后，进一步就需要编制有关生态因子在研究

地区分布的电子计算机图，为此需要经过选择底图、准备数据，进行插补计算，再分级打印等步骤，这种生态因子分布图既是为最后编制生物生产力服务的，同时本身也是生物生产量制图的中间产物。

3. 编制生物生产量图

根据生物生产量与一个或多个生态因子之间的相关关系，利用已经内插计算的生态因子分布图，通过计算逐点转换成相应的生物生产量的数值，再按照一定的等级编制出生物生产量图。

4. 统计

为了对生物生产量进行统计，需要设计专门的程序，称为“Mapcount”。上面介绍的一些生物量的统计结果，就是根据此程序计算出来的。

三、繪制电子计算机符号图程序系统

绘制电子计算机符号图一般要经过以下几个步骤：

1. 准备数据

首先，确定研究地区，并选择此地区适当比例尺的地图作为底图。从理论上来说电子计算机底图可以采取任意的比例尺，但是根据国际上的惯例一般底图多采用 60×90 厘米，这样既不致使计算量过大，又可包括足够数量的计算点（9万个）。经过电子计算机计算、打印后制成符号图，最后再缩小制成所需比例尺的图形，在底图上要包括研究地区的周界和特征点。周界和特征点的地理位置信息都要通过图形数字转换器进行数字化，分别得出它们的X、Y座标值数据纸带。然后，再将各特征点的特征值穿成数据纸带。以上两种数据纸带作为电子计算机符号图自动制图的原始数据。

2. 图形识别

利用电子计算机打印图形，首先要对图形进行识别。图形识别的目的在于判断那些点在图形内部，那些点在图形外部。在图形内部的点要进行插补计算，并求得它的特征值。在图形外部的点，只需赋给一定的特征码。根据图形识别程序确定在各个Y座标值下的限界点（图1）。在图1中1、2、3、4、5、和6点为限界点。经研究得出，限界点的个数是偶数。图形识别时，每次按顺序取出两个限界点，用这两个限界点的X座标值组成一个区间，在此区间内的点就是图形内部的点，否则就是图形外部的点。在图1中，1与2，3与4，5与6点之间的点都属于图形内部的点。图形识别程序简略框图（图2）。在编制图形识别程序时利用标识码M，并考虑连续点，极点和曲线上升及下降的影响，最后确定出偶数个限界点。

3. 插补计算

在研究地区的图形内部，以一定数量特征点的特征值通过插补计算，求得所有点的特征值。插补计算是采用空间三角法。以特征点地理位置的X、Y座标值和其特征值组成三维空间。在这个空间的X、Y平面上，以被插补点为中心，以L为半径作一个搜索圆。假定在这个圆内收集了K个特征点，由不在一条直线上的三个点组成一个三角形，可以建立 C_R^3 个三角形。在这些三角形中，选取一个面积最小，而被插补点又落在其中

的三角形(图3)。为了提高计算精度,三角形不宜过于狭长,底与高之比最好不大于6%。这个被选中的三角形称为有效三角形。由有效三角形ABC三顶点的特征值建立的

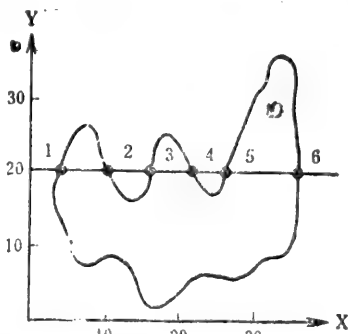


图1 y=20的图形限界点

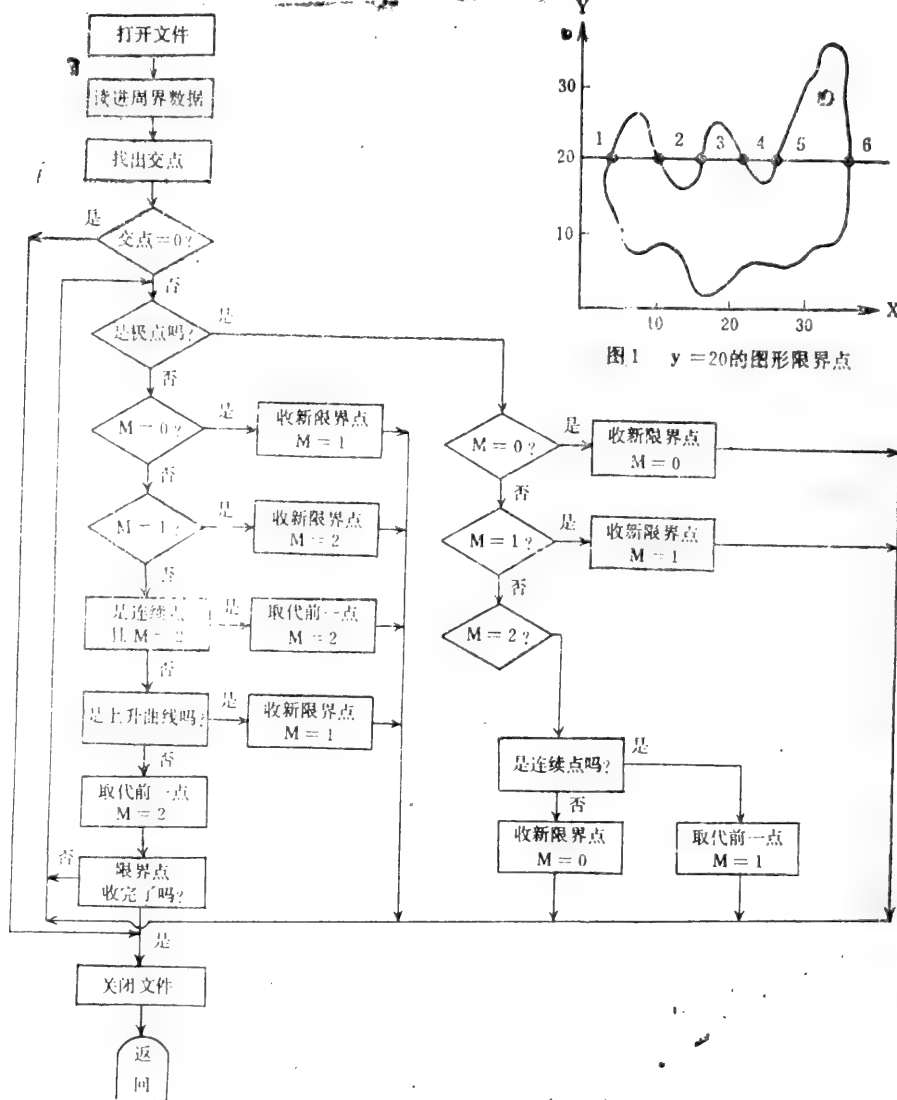


图2 图形识别程序简略框图

三角形 $A'B'C'$ 就是空间三角形(图4)。通过被插补点 P 作 Z 轴平行线,与含有空间三角形的平面相交于 P' ,这个交点的 Z 座标值 PP' 就是被插补点的特征值(图4)。

$$PP' = -(A \cdot LX + B \cdot LY + D) / C$$

式中 A, B, C, D ——平面 $A'B'C'$ 的方程式系数。

LX, LY —— P 点的 X, Y 座标值。

如果在以 L 为半径的搜索圆内,没有有效三角形,插补计算程序能自动扩大搜索圆半径 L ,重新进行搜索,直到产生一个有效三角形为止。插补计算程序简略框图(图5),

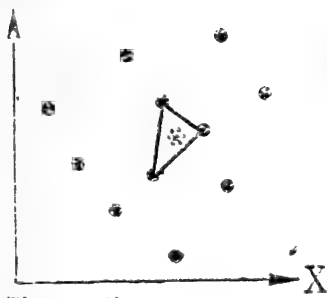


图 3 有效三角形确定方法

图 3 有效三角形确定方法

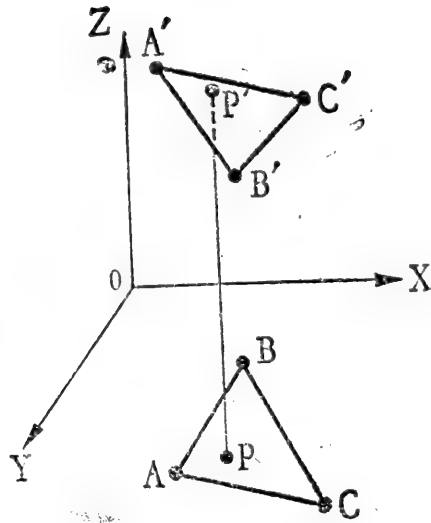


图 4 空间三角形确定方法

图 4 空间三角形确定方法

4. 黑白电子计算机符号图

通过特征点的插补计算，我们可以求得研究地区图形内部所有点的特征值，这些数

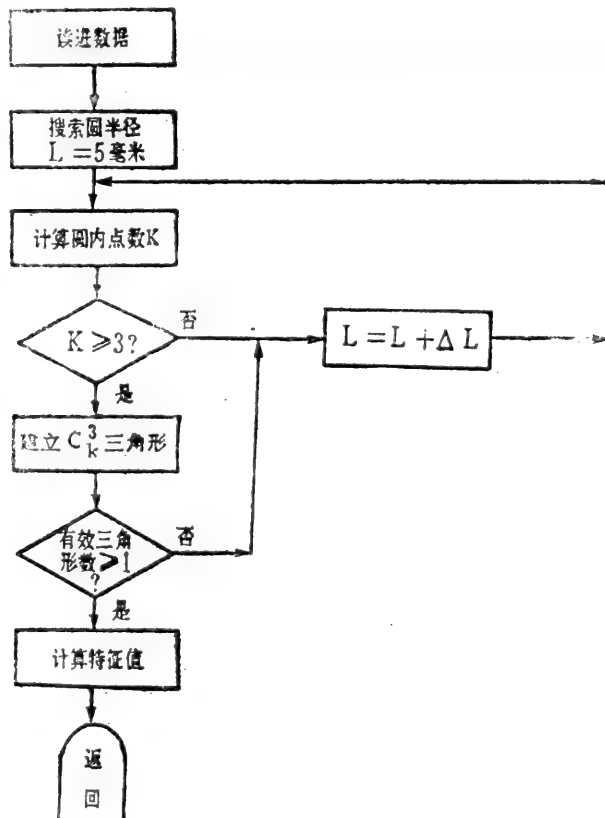


图 5 插补计算程序简略框图

值就是研究地区电子计算机符号图的基本绘图数据。绘图数据生成系统简略框图(图6)。研究地区内部各点的特征值不同，如果不同的数值，用不同的字符块打印，在数值小的地方，用灰度小的字符块打印，在数值大的地方，用灰度大的字符块打印。根据灰度—数值换算标准，我们能够得到以不同灰度等级的字符块表现出来的电子计算机符号图。由一定的字符组合进行多次重复打印，做成一条不同灰度等级的系列，称为灰度标准尺，而这些重复打印的字符列，称为字符重复打印标准。经多次试验，我们通过四次字符重复打印建立起九级灰度等级标准(表1)。

表1 九级四次字符重复打印标准

级	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	•	”	!	X	X	O	N	O	M
2					-	+	/	X	W
3							-	H	•
4									I

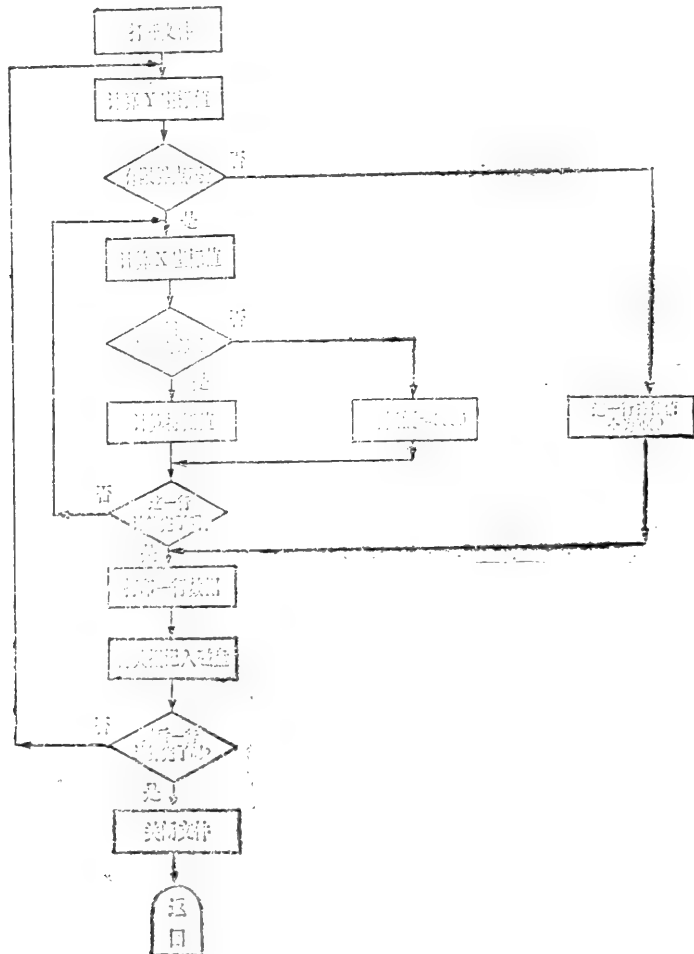


图6 电子计算机符号图绘图数据生成系统简略框图

根据绘图数据，灰度—数值换算标准，和灰度标准尺利用电子计算机符号图打印程序便能自动绘制黑白电子计算机符号图。符号图打印程序简略框图（图7）。

5. 彩色电子计算机符号图的制印

通过字符笔划多少和字符的重复打印制成的灰度级别不宜太多，否则等级界限很难划分清楚。灰度等级不多，是黑白电子计算机符号图的不足之处。为了弥补这个缺点，我们用不同颜色来区分不同的灰度等级，制印彩色电子计算机符号图。制印彩色电子计算机符号图有二种方法：第一种方法是密度分割法。将黑白电子计算机符号图或它的照相底片放在密度分割仪上，由于图象的密度不同，在密度分割仪的屏幕上就会出现彩色的图象。将它拍摄下来，再制印彩色电子计算机符号图。用这种方法制成的彩色图比黑白图稍有改进，但灰度等级也不能很多，特别是在实践过程中无法避免由于机械的技术问

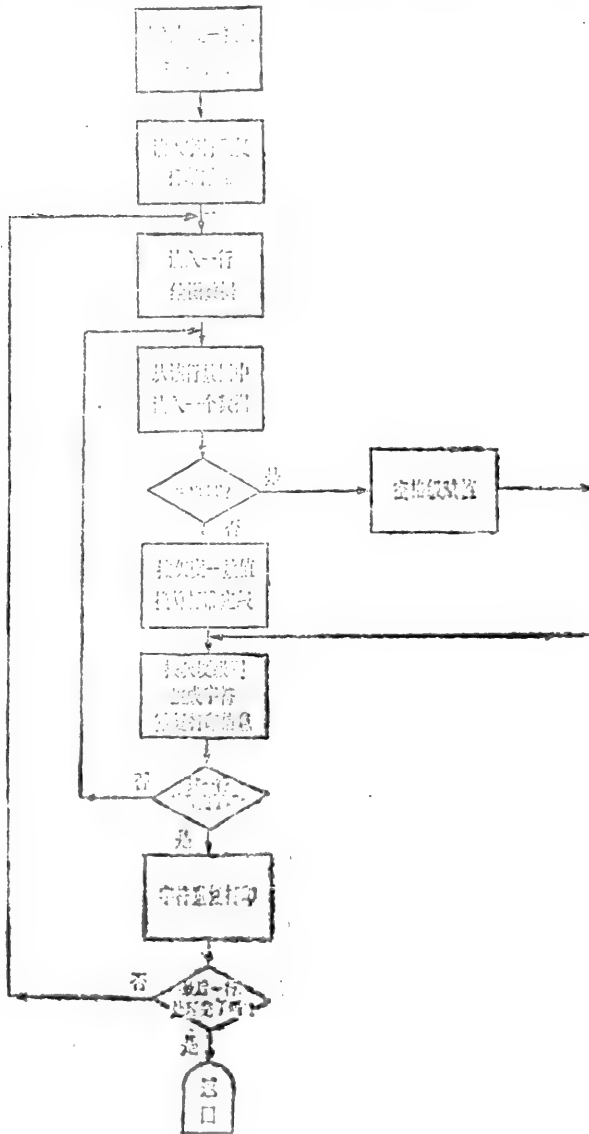


图7 电子计算机符号图打印程序简略框图

题造成的误差。第二种方法是分级打印，然后套印成彩色图。即首先将图形按所划分的等级，分别打印出来，然后再将分级打印的各种图形照像制版，最后套印成彩色图。用这种方法制成的彩色图不仅等级界限清楚，而且能区分出较多级别，取得了较为理想的效果。分级打印程序简略框图（图8）。

四、利用电子计算机编制西藏生物生产量和植被分布模拟图的初步尝试

为了探索电子计算机制图的技术和方法，我们以西藏的资料为例，实际进行了生物生产量和植被分布模拟图的编制。下面将具体作法简介如下：

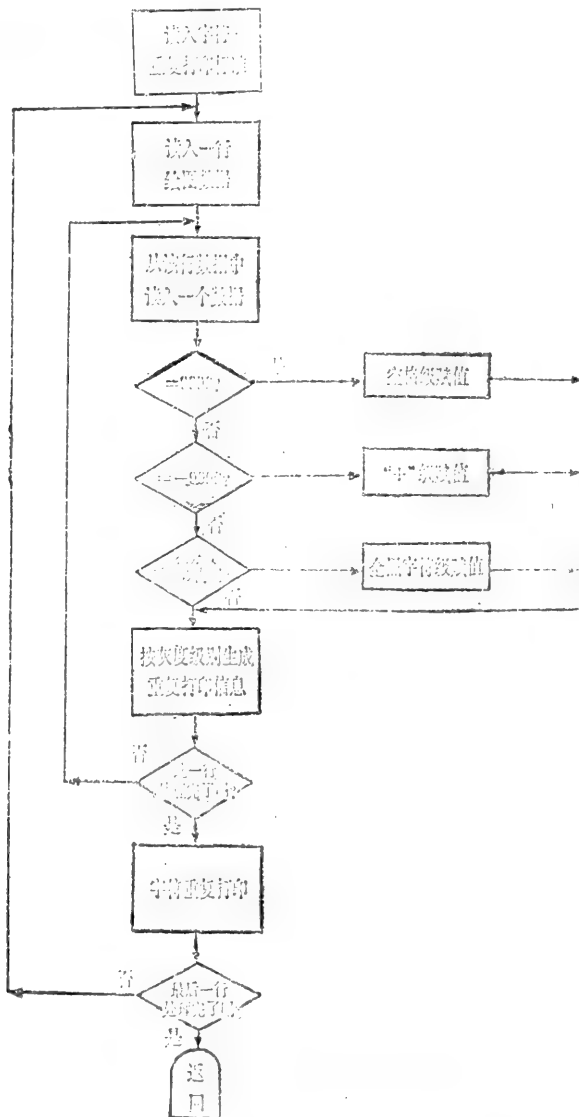


图8 分级打印程序简略框图

1.准备电子计算机底图：首先采用1:600万的西藏地图布设资料点，对其边界线及资料点的位置进行数字化。此底图经补插后共包含6144个计算点。

2.编制环境因子底图：需分别编制年平均温度、年平均相对湿度和年平均降水量的电子计算机图。由于西藏地区气象台站的数量过少，因此又补充部分资料点。

年平均气温的补点方法是根据温度与海拔高度、经度、纬度的相关规律，利用下列公式确定出待补充点的年平均气温：

$$T = -11.48 + 1.098 - 0.01223x^2 + 0.31188y^2 - 0.03447xy + 0.00021x^2y + 110.6 \left(\frac{1}{y-20} \right) - 3.746 \left(\frac{x}{y-20} \right) + 0.02248 \left(\frac{x^2}{y-20} \right) - 0.0054H \quad (4)$$

式中， T ——补充点的年平均气温（℃）；

x ——补充点的经度；

y ——补充点的纬度。

年平均相对湿度和年平均降水量的补点方法是从西藏气候图的等值线上查出的。

3.生物生产力与生态因子的相关采用了米亚迈模型的公式，即分别根据年平均气温和年平均降水量，利用公式（1）、（2）计算每个测点的生物生产力，通过比较，选择二者中的最低值作为该点的生物生产量。

4.为编制植被的潜在分布图，我们采用了下列植被类型的分布与年平均气温和相对湿度的相关模型（表2）。

表2 植被类型分布与年平均气温和相对湿度的相关模型

年平均气温 (℃)	相 对 湿 度 (%)			
	<35	35—50	50—60	>60
<-7°	荒 漠 ②	草 原 灌 丛 ③	冰 雪 带 ①	
-7—2°			草 甸 灌 丛 ④	
2—7°			暗 针 叶 林 ⑤	
7—11°			针 阔 混 交 林 ⑦	
11—19°			干热河谷植被⑥ 亚热带常绿阔叶林⑧	
>19°			热 带 雨 林 ⑨	

5.分级打印和制图：根据生态因子与生物生产力和植被分布的关系将年平均气温分成六级，相对湿度分成五级，生物生产量和植被类型分成九等级，利用不同的字符块和不同的颜色分别制成黑白和彩色的电子计算机符号图（彩色图见插页），图中所用灰度-数值换算标准（表3）。

表3 灰度-数值换算标准

图名 \ 级别	1	2	3	4	5	6	7	8	9
年平均温度(℃)	25		19		12		7	2	-7
相对湿度(%)	80		70		60		45		35
年平均降水量(毫米)	5500		2500		1000	600	500	200	100
生物生产量 公斤/米 ² ·年	3000	1500	800	620	480	400	250	150	100
潜在森林植被	1	2	3	4	5	6	7	8	9

五、讨论与展望

从取得的结果来分析, 尽管由于原始资料的局限性, 使得我们所编出的几张图还达不到理想的标准, 但是通过这次实地练兵, 我们认为, 这次工作中采取的制图的步骤及计算机程序设计基本上是成功的。这表现在:

1. 西藏地区的轮廓和各个特征点的位置能够准确地反映在计算机符号图上。
2. 每个插补点的计算数据, 符合于原设计的预期结果。
3. 利用气象站的实际资料, 并补充了一部分等值线上的资料点后所绘出的年平均降水量和年平均相对湿度电子计算机符号图与手工绘制的结果完全符合。
4. 利用气象站的实际年平均气温资料, 并补充了一部分根据海拔、经纬度计算出的气温资料, 绘制成的年平均气温电子计算机图, 比利用少数台站资料手工绘制的能更好地反映出气温在空间变异的复杂性。但是由于这种气温图中包括部分利用回归方程计算出的值, 从而包含了一定的误差。

5. 森林植被潜在分布图与实际的森林分布图在绝大部分地方是吻合的。在那曲和昌都北部地区有局部森林分布未能反映出来, 有的地方(如陈塘)森林分布的面积比实际分布的多了些, 经分析有的属于相关模型中的水热指标须作少量调整, 有一处属于人为的误差, 而不是由于制图的技术本身所造成的。

6. 生物生产量分布图的总的趋势与西藏的实际情况相符合。但是由于缺乏实际的资料, 无法给予确切的鉴定和评价。

7. 电子计算机编制的黑白符号图, 能达到国际上成图的效果, 但在等级过多时, 等级之间的界限, 往往难以清晰地展现。在这次工作中利用分级打印印制的彩色图获得了较好的质量, 其效果远较国际上通用的电子计算机黑白符号图为佳。

在肯定电子计算机制图方法基本上是成功的同时还必须指出这次制成的几张电子计算机符号图也存在着一些缺点和问题, 有待今后改进。其中有些是与西藏地区气象台站过少这一先天不足的缺陷密切地联系着。在计算第一性生物生产量时借用了米亚迈模型中用来估算全球生物生产量的两个公式, 对我国西藏地区的适用程度尚待今后进一步检验。此外, 在制图的具体技术方面, 采用的电子计算机底图的比例尺如能加大, 对反映各种生态因子在空间的复杂变化可能会更加确切, 并显著提高制图的质量。

总之, 尽管由于资料和人为因素的限制, 在一定程度上影响到制图的效果, 但是通过这次工作实践, 初步肯定了制图方法是基本正确的, 同时也明确了今后继续研究和改进的方向。

电子计算机符号图对于连续变量的制图可能具有普遍的意义, 例如绘制各种气象因子在大范围中分布的等值线图; 各种污染物质的空间分布图及环境质量评价图, 植被分布图, 生物生产力模拟图等都能发挥有力的作用。由于这一方法在我国还是第一次试用, 因此存在的缺点和问题必然很多, 希望同志们提出指正的意见, 以期不断完善这一方法, 使电子计算机制图技术在生态和自然资源研究中发挥其应有的作用。

参 考 文 献

- [1] Lie th, H., Primary production of terrestrial ecosystems, *Human Ecol.* 1303—332, 1973.
- [2] Lieth and E. Box.: Evapotranspiration and primary productivity, C. W. Thornthwaite Memorial Model. In paper on selected Topics in Climatology, J. R. Mather, ed, Thornthwaite memorial Vol. 2, 1972.
- [3] Box, E., Lieth, H., Wolaver, T. Miami Model Productivity map. In, Primary production of Terrestrial ecosystems (Lieth, H.) . *Human Ecology* 1, 303—332, 1973.
- [4] Whittaker, R. H., and G. E. Likers, Primary production, The biosphere and man. *Human of Ecol.* 1, 357—369, 1973.
- [5] Box, E., Quantitative Evaluation of Global Primary productivity Models generated by computers, In: Primary Productivity of the Biosphere, 1975.
- [6] Box, E., Geographical Dimensions of Terrestrial Net and Gross Primary productivity, Radiation and Environmental Biophysics, 1978.

植物群落研究的取样问题

阳含熙

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

植物群落的研究工作，也和其他研究工作一样，在大多数的情况下，我们都不可能将全部对象进行研究。有些研究对象的总数是无法确知的，有些总数虽然知道，可是数目很多，并由于时间空间和人力物力的限制，或者其他原因（例如需要把研究对象破坏）我们也只能抽取其中一部分来研究。抽取出来的一部分，要能代表整体，而抽取数量如能尽可能少些，就可减少付出的代价。怎样同时较好地满足这两个要求，这就是取样要解决的问题。抽取的这一部分叫样品，被研究的整体叫总体。总体可分为二类：一类是我们知道其数量的，叫做有限总体；一类是我们无法确知其数量的，叫做无限总体。取样所用的单位称样品单位，它又可分为二类，一类是不连续的数值（如植物的密度、频度等）；另一类是连续的数值（如植物的高度、直径和土壤PH值等测定）总体的特性的数值叫参数，而样品对总体的参数的估计值叫估量。当估量的平均值相等于总体的参数时，这个估量就叫做无偏倚的估量，所用的取样方法有无偏倚，就是这个方法的可靠性，一般取样方法是否有偏倚是事先知道的。另一方面，样品的估量和总体的参数之间总有或大或小的误差，这种误差的程度就叫做取样方法的准确性。准确性是由总体本身的变异程度和取样数目所决定的。我们在设计取样方法时，通常目标是要得出无偏倚和准确的估量，如果取样方法事先已知是有偏倚的，那么就要求得到一个有偏倚但准确性高的估量。植物群落研究对象比较复杂，有些迄今未找到一个满意的取样方法，有些需要比较繁复的取样方法，但是大多数研究对象已经有了合用的取样的方法，而许多植物群落学者对这些方法未加应用。本文特就取样有关的一些问题加以介绍和讨论。

一、取 样 的 方 法

在我们取样的时候，可以有两种做法。一种是根据主观的判断有意识地选出某些“典型”的样品，叫主观的选样方法，许多植物群落学派一直采用这种方法。这种方法迅速、简便，在有经验的人做来有时可以得到很有价值的结果，甚至不同的人能取得大致符合的结果。但是它有一个很大的缺点，我们无法对其估量进行显著性测验，因而也就无法确定其置信区间。在应用时它的可靠程度就无法事先预测。

另外一种叫客观取样方法，或者叫概率取样方法。因为每一个取样单位被抽取的概

率是已知的，它不但可以得出一个估量，而且能计算估量的置信区间。有了这些客观的数量指标，就可以明确知道样品代表性的可靠程度。所以可能的话，我们尽量采用客观取样方法。在植物群落的研究工作中，客观取样方法的采用越来越多。进行数量特征的测定和应用数量方法的研究，更是脱离不了客观取样方法。

近三四十年来，数理统计的发展，提出了很多种客观取样方法。每种取样方法各具特性，各有不同的优缺点。在具体进行取样时，必须了解这些方法的特点，根据研究目的不同，选择不同的取样方法。植物群落调查有三个主要目的：（1）将不同的群落或样地加以比较，或将不同时期同一群落或样地进行比较；（2）对于同一植物群落加以研究，找出它的均匀程度；（3）将植物群落的变异和生境条件的变异加以比较。当然一个研究工作可以同时兼具二种以上目的，这就需要权衡轻重找一个尽可能照顾二种以上目的的方法。

一般常用的客观取样方法，有以下几种：

1. 随机取样法

随机取样法要求每一个样品单位被抽取到的机会（概率）是相等的和独立的（互不相关的）。保证做到这一点并不容易，文献上很多所谓“随机取样”实际上都没有真正做到（参阅第四节）。在随机取样前，首先要决定样品单位。不管是连续的或不连续的样品单位，凡是理想的样品单位，应该具备下面几个条件：（1）能够得到足够的变值，可以保证取得足够数目的样品单位，从而经过统计分析来反映现实存在的显著差别；（2）易于具体掌握和野外识别；（3）必须十分明确，而且尽可能与研究体系独立，从而可以比较容易建立一个阵列；（4）必须和研究体系以外的其他事物可以互相比较，以便分析说明。象物种这样一个样品单位，就基本上符合了这四个条件。

在样品单位决定后，就需加以编号，编成一个按大小顺序排列的系列，叫做阵列。然后利用费雪氏（Fisher）的随机数字表，进行随机取样（费雪氏随机数字表及其用法可以查任何数理统计书籍）。至于在野外操作时，具体决定每个样品单位的位置，对于较小面积可用两种方法：（1）可在调查样地外选一点，然后作X轴和Y轴座标，选用两组随机字分别代表x和y，而从座标线上决定样品单位的位置；（2）先作一个调查地区的平面图，室内用一张划好方格的透明纸，在纸上用二对随机数字决定样方位置（如图1）

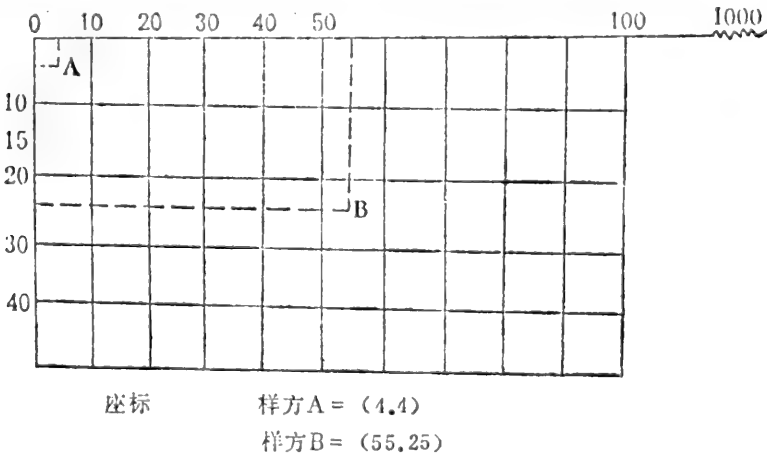


图1 *样方位置决定方法（由两组随机数值）

然后把方格纸重迭放在平面图上,找出样方位置,再在野外找出相应的地点。野外决定距离可用实测或步计,一般植物群落调查步计即可。

如为大面积调查,最好有图,可在图上决定一条基线(如道路)然后作平行线,再用罗盘仪,在每条线上随机取样。

对于土壤、树叶等类分析样品,有一个简便可靠的办法,就是把样品均匀混和一起,不断重复分成二等分,一直达到所需取样单位的重量为止。

随机取样的优点是:(1)只要一个阵列即足;(2)对于平均数、总和以及它们的变量都可得到无偏倚的估计值,而且计算公式较简,在取样不足时,也易于增添补充。

它的缺点是:(1)总体变异太大时,可靠度减少;(2)取样费时,在野外不易检查实行;特别在地形复杂的山区,要设置和达到样方地点的时间有时比测定样方内的项目,所费时与困难还要大得多;(3)面积太大时,决定样品单位位置和境界不易,而引起偏倚;(4)有的取样单位可能不易达到;(5)如需作图,也增加费用。

通常总体数目不多,其变异也不很大,事件出现概率在20—81%之间时,宜于采用随机取样法。研究植物群落种属组成时也常用此法,对于总体缺乏知识,在进行初步调查时,这也是一种常用方法。

2.系统取样法(规则取样法)

系统取样法就是先随机决定一个样品单位,然后每隔一定取样单位数目取一样品单位。例如,我们决定每15个样品单位算是一个组,随机决定从第一组的13个单位选起,那末以后选定的单位即28、43、58、73等等。这种只有一个随机值决定其余取样单位的方法,称系统(或规则)取样法。

系统取样时,第一个样品单位的决定有两种方法:

(1)从总体中随机取一个单位,然后每 r 个单位选一样品,可从两个方向进行。倘若总体有 N 个样品,则选出结果为 r 除 N 得出一个余数 J ,全部样品单位为:

$$J, J+r, J+2r, \dots$$

(2)从第一组 r 个单位中随机取一单位,然后每 r 个单位取一个。

两种方法的不同之处在于样品被选的概率不同,特别是在取样数目较少时,相差悬殊。第二种方法所得总体平均值偏倚较大,一般以采用第一种方法为宜。另一方面,第二种方法方便省工,可以节省费用。我们可举一例说明选择那种方法合宜。假定我们调查栽植成行的人工林,我们可以沿行而走,找出每行株数,用第一种方法选取第一株样品,然后每隔一定株数系统取样。我们也可用第二法采第一株样品,然后边数边采样,一次完成。这时我们就要考虑,如果第二种方法节省很多时间,我们就忽略其偏倚。如果节省时间不多,我们就用第一种方法。

此外,还有一种称为余数法,譬如苗床有20行,随机从第一行开始,每第三行取一样品,最后剩下两行。到第二个苗床工作时,就连续数下去,即把其第一行作为第三行。

在采用系统取样时,要注意到样品是否存在周期性的变化(因土壤、地形或生物原因引起)如图2所示,在用B方式系统取样结果最佳,而用A法则最差,这种情况在野外仔细观察是可以发现的。

系统取样法简单,样品分布普遍,代表性强,减少决定取样位置与境界的困难,也

能减少跋涉的困难。还有一个主要的优点就是系统取样的方差比随机取样要小。可以下面一个简例说明：

样品数值 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14，上面这样 15 个样品，如用单纯随机取样法，每次取 5 个样品，则 $C_{15}^5 = 3003$ ，即一共有 3003 个组，其平均值计算结果从 2 到 12 都有，平均值的方差为 $8/3$ 。

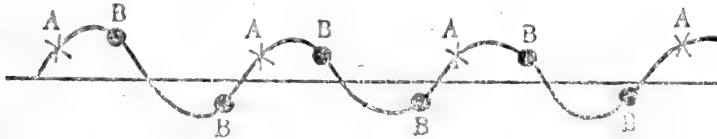


图 2 周期性的变化

如用系统取样法，每次也取 5 个样品，假定每第 3 个取一样品，则有三组样品，其平均值分别为 6、7、8，其方差为 $2/3$ 。比上面随机取样要小多了。不过我们还要记住一点，总体性质不同，二者方差的变化可能很大。

系统取样法的缺点是不能计算样品平均数的标准误差的显著程度。但是，在总体基本上是随机分布，变异又不大的情况下，系统取样可以获得偏倚不大的估量。如果总体变异很大，可以分层，每层之中用二个随机数值，抽取二个系统取样的样品，可以获得无偏倚的估量，并进行显著性测验。

总之，系统取样法是植物群落和生境因素调查（特别是在无图时）很常用的一种方法。但是如何确保方差较小，那就要根据具体情况来判断，有时应用不当，就没有做到这点。例如 Brown (1954) 提到一种近于系统取样的植物群落调查方法，在标地内沿对角线，以及边与边中间联线，沿一定距离取样（如图 3）。

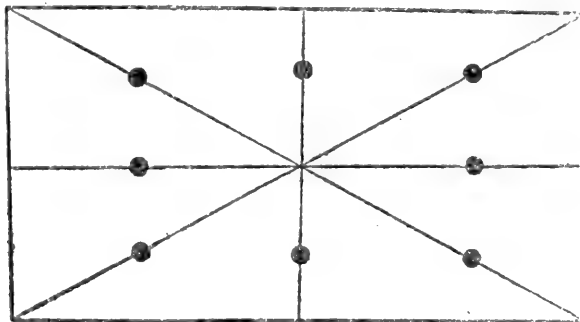


图 3 取样单位的位置

这种方法样方集中在中部四分之一的面积以内，显然不合理，不能得到均匀的结果。

3. 分层取样法

这是用得最多的一种方法，即根据对总体特性的了解，而将总体分成不同区组，在

区组内随机取样。总体分成区组的原则，根据总体的特性和调查目的而决定，通常应注意以下各点：

(1) 每个区组内部愈均匀，区组间差异愈大，则可靠性愈大。

(2) 植物群落研究，可依气候、土壤、植物群落数量特征（如频度、密度等）或人为影响而分区组。

(3) 每区组调查 6—10 个样品单位，即能保证可靠地估计区组内部平均值的方差。但在例外情况下，10 个以上也不能保证平均值的可靠性。

(4) 有时在调查时不分区组，而在室内整理材料时才分（如森林调查按地位级估算蓄积量）。

在森林调查时，通常采用以下几个标准分层：

(1) 树种，(2) 树高（如每 3 米一级），(3) 地位级（3—5 级），(4) 年龄（寒、温带森林 5—20 年为一级），(5) 郁闭度（每 20% 为一级）。或者用以上二个或三个因素的组合。

分层取样法的优点是：(1) 分层比不分层要节省得多，可以较少的样品得到较大的可靠性而且弹性很大，对于不重要的层次，就可以大大减少抽样数目；(2) 当层的大小已知时，可在层内随机取样，则总体平均值及其方差可得无偏倚的估量；(3) 层与层之间可进行比较。但这些优点必须建立在恰当的分层之上，要做到分层恰当必须事先对总体有一定的知识，能够作出正确的判断。它的缺点是估值的可靠性不易计算，特别在层内变异大时，就需要复杂的数学公式，不过这一点我们事先可以估计的。

在分层后，每个区组内部所需取样数目，可以有两种方法：

(1) 各个区组取样数目相等。如果各区组内部方差相等时，此法很可靠；如方差很大，则此法误差大。在变异情况不知时，一般也用此法。

(2) 根据每个区组内部变异大小，而采取不同的样品数目。变异大的，可多取样。如果同一样品调查两个特性（例如乔木同时调查直径和树高）二者方差不同，则取其平均值或最大值，可以根据目的而作出判断决定，如二者同样重要，则以用平均值为宜。这种方法叫做最宜分配法。我们可以举下面一个牧草产量为例，可以看出这种方法的效率。

层 次	取 样 数 目	甲 种 牧 草 的 平 均 方 差	样 品 最 宜 分 配 比 例	乙 种 牧 草 的 平 均 方 差	样 品 最 宜 分 配 比 例	平 均 最 宜 分 配
1	35	20.90	0.8(1)	79.16	2.6(3)	2
2	124	1039.67	19.5(19)	148.38	12.5(12)	16
3	151	793.93	20.8(21)	305.06	21.9(22)	21
4	69	2543.74	17.0(17)	1345.27	21.0(21)	19
	379		(58)		(58)	58

对甲种牧草最宜分配：1、19、21、17

对乙种牧草最宜分配：3、12、22、21

平均最宜分配：2、16、21、19

全部面积的估计方差

对甲种牧草	对乙种牧草
2016331 (100) *	764970 (89)
231517 (87)	683543 (100)
2086300 (97)	699341 (98)

对于分层取样方法，在估算总体平均值时有下列三种方法：

- (1) 总体平均值 = $\frac{\text{每层平均值之和}}{\text{层次数目}}$
- (2) 总体平均值 = $\frac{\text{每层平均值分别乘以每层取样单位数目之和}}{\text{每层取样单位数目之和}}$
- (3) 总体平均值 = $\frac{\text{每层平均值分别乘以每层取样单位数目之和}}{\text{层次数目乘各层取样数目平均数}}$

在各层之间取样数目相差不大时，三种方法计算平均值相差不大，通常用第一种方法计算较多。它的偏倚较大，但方差较小。我们可从下面例子证明：

层次	取样单位数目	每层总值	平均值
A	6	9	1.50
B	7	14	2.00
C	8	14	1.75
D	9	18	2.00
E	10	25	2.50
合计	40	80	
平均	8	16	2.00

假定我们取ABC三层，在计算总体平均值时，如用第一法计算：

$$\text{总体平均值} = \frac{1.50 + 2.00 + 1.75}{3} = 1.750$$

如用第二法计算：

$$\text{总体平均值} = \frac{1.50 \times 6 + 2.00 \times 7 + 1.75 \times 8}{6 + 7 + 8} = 1.762$$

如用第三法计算：

$$\text{总体平均值} = \frac{1.50 \times 6 + 2.00 \times 7 + 1.75 \times 8}{3 \times 8} = 1.542$$

再分别计算各种方法的方差：

$$\text{第一法方差} = \frac{1 - 3/5}{3} \left(\frac{(1.50 - 1.75)^2 + (2.00 - 1.75)^2 + (1.75 - 1.75)^2}{3 - 1} \right)$$

* 对每种牧草最宜取样量的相对效率

$$= \frac{1-3/5}{3} \left(\frac{0.0625+0.0625}{2} \right) = 0.0033$$

$$\begin{aligned} \text{第二法方差} &= \frac{1-3/5}{3} \times \left(\frac{6}{8} \right)^2 + \left(\frac{7}{8} \right)^2 + \left(\frac{8}{8} \right)^2 \\ &+ \frac{(1.50-1.762)^2 + (2.00-1.762)^2 + (1.75-1.762)^2}{3-1} = 0.0055 \end{aligned}$$

$$\text{第三法方差} = \frac{1-3/5}{3 \times 8^2} \times \frac{(9-12.33)^2 + (14-12.33)^2 + (14-12.33)^2}{3-1} = 0.0174$$

我们再每次取三层，并将全部取样组合列成一表：

样品层次	平均值			方差		
	第一法	第二法	第三法	第一法	第二法	第三法
ABC	1.750	1.762	1.542	0.083	0.0055	0.0174
ABD	1.833	1.864	1.708	0.0111	0.0075	0.0424
.....
10个组合平均	1.950	1.992	2000	0.0183	0.0206	0.0470
真 值		2.00		0.0183	0.0206	0.074

二、怎样决定取样数目

在决定取样方法后，进一步就应考虑取样数目。取样过多，增加工作时间与费用，造成不必要的浪费。取样数目过少，不能找到一个可靠的估计数值，那就会引向谬误结论，更不容许。同时，我们要注意取样误差与取样数目的平方成反比。因此，如需减少 $\frac{1}{2}$ 的取样误差，就可能要增加九倍取样数目。

取样数目的多寡决定于研究对象的变异大小，我们通常用方差来表示变异大小，那就是说取决于方差大小了。倘若方差很小，取样数目就可以少，方差很大，取样数目就需多。如果总体很均匀，数量虽大，取样也可以少。举一个极端的例子：如我们选择了100个身高不相上下的人，那末取样也许一两个人就足以代表了。

在一般情况下，总体的方差我们是不知道的，用什么方法来估测呢？这是以后要讨论的一个问题。

在随机取样时，我们一般采用下列公式来估计取样数目。

$$\text{就不连续函数讲： } n_0 = \frac{t^2 PQ}{L^2}$$

公式中P为某一事物出现的概率， $Q = 1 - P$ 。就二项分布讲，方差（我们用 S^2 的符号表示）= PQ，这是数学上已经证明了的。L为我们认为可以容许的误差，这是已知数。例如，我们测定树高，事先确定容许误差范围在 $\pm 5\%$ 以内，即平均树高20米时， 20 ± 1 米的影响不大。一般材种表，材积表和很多林木测定，通常精确度要求变异系数在 $\pm 10\%$ 以内。在95%的置信概率时，t值=1.96（一般简化为2），因此上面公式可以写成：

$$n_0 = \frac{4S^2}{L^2}$$

当取样数目达到总体的5%（或10%）以上时，我们计算上述公式时，还需加上一个校正系数：

$$n = \frac{n_0}{1 + \left(\frac{n_0}{N}\right)}$$

在上面估计取样数目的公式中，我们所要知道的未知数就只剩下总体方差了。

关于总体方差的估计可以用下面几个方法：

(1) 根据过去资料，在同一或类似的总体中 S^2 或 P 之值来估计。例如我们调查一个植物群落，过去如果作过调查，那末所得数据还是可以参考的，当然应该作一些调整。

(2) 根据少量样品的调查，找出变异的极大值和极小值的幅度，查表1可以得出一个估计的方差数值。例如，我们先调查了10株林木，平均树高10米，最小值6.4米，最大值10.4米。那末变动范围=10.4-6.4=4米，查表1得标准离差=0.2677×4=1.0708，即方差=1.0708²=1.145。

(3) 预备调查，预备调查的总体，需具备两个条件：(a) 代表性强，变异程度较大，在必要时，可以分层进行；(b) 交通方便、调查容易、费用较低。

森林群落预备调查可用下列方法，从顶角按对角线设置样地，以每0.02公顷为一级，逐步扩大样方，取得方差数据（如图4）。

当总体分成几个部分时，每一部分计算取样数目，而取其和。如只要总体的估计值，而各部分之间方差变化不大，则取样数目可大为减少。如果各部分之间方差变化很大，则各部分分别决定取样数目。

如果调查项目不止一种，各个项目要求的可靠性不同，则必需取样数目能兼顾各个目的，或把重点放在某一主要目的。我们可以举出下面一例：

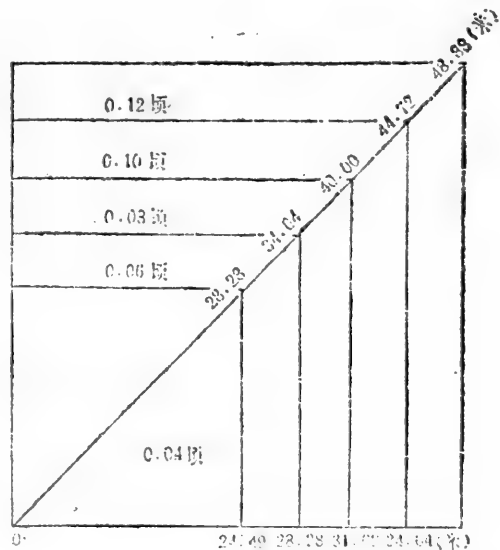


图4 森林群落调查样方

取样方法和数目

- | | |
|---|---|
| <p>(1) 全区广泛分布，并都有相当数量的出现概率；</p> <p>(2) 全区广泛分布，但出现概率低；</p> <p>(3) 大部分地区有相当数量的出现概率；但某部分不存在，某部分高度集中；</p> <p>(4) 分布零星，或集中于一小地区。</p> | <p>(1) 取样比例小，普遍调查；</p> <p>(2) 取样比例大，普遍调查；</p> <p>(3) 不同取样比例，分层取样；</p> <p>(4) 根据分布取样，不作普遍调查。</p> |
|---|---|

最后，再根据人力，时间和经费决定取样数目。在通常情况，取样数目在50个以上，即属大样品，其分布就近似正态了，而可以进行统计分析。如果离正态的偏倚很大，即将数值转换（参阅六）。

三、样方的形状和大小

植物群落学中经常应用的一种面积取样单位，就是样方。样方的种类和形式很多，包括点样方、样线和样带等，不属本文讨论的范围。现在只就样方形状和大小对取样的影响进行讨论。样方如用方形，则边对面积的比例小，因而边际影响的误差小。圆形的面积最大，而边际影响的误差更小。长方形边际影响的误差较大，当样方愈小，则此误差比例愈大；可是便于周围工作，对于成丛植物和土壤的小块变异可以减少。长方形的长边方向也要注意，如有小地形（如坡度）变化，则与地形垂直时变异大，而平行时则变异小。在实际情况下，植物分布成丛的较多，故长方形样方比方形的变异为小。

样方的大小，就理论讲，以面积小而数目多，较面积大而数目少为宜。但小则费时，工作量增加，边际影响增大。同时，在实际工作时，样方的最小面积，必需植物株数不出现的样方的数目超出株数为1的样方的数目，才能使个体数目的分布曲线接近正态分布。

我们随机选择200个1米²的小样方，如与10个20米²的大样方，每个大样方中选20个1米²相比较，两种方法的样方数目与大小相等，但是前者称单层取样，后者称二重取样。后者方差较大，但工作方便。所以权衡得失，就要研究者自己判断了。一般人工栽植的群落呈规则分布，两种方法的方差就相差不大。

样方大小的写法，英国学派用6米²或36平方米，而大陆学派则用36米²，两种写法不同，而面积相同，这一小问题在阅读文献时应注意，最好写成6 × 6米²，就不会有误解了。

四、取样偏倚的原因

根据样品统计量来估计总体的参数，如果统计量的平均数等于这个总体参数，这个统计数值就称为无偏倚的估值，否则就是产生了偏倚。事实上，我们通常都只能得到一个偏倚的估值，不过偏倚程度一定要知道，以便根据研究目的来决定可以容许的偏倚程度。通常有以下几种引起偏倚的原因：

1. 个人的主观选择，这种选择有时是无意的，有时是有意的。在植物群落野外调查时经常产生。例如早期Raunkjar建议的，将小样方从肩上随意掷出取样，以及许多文献中所说“随意选择”，经过研究证明都因无意而造成偏倚。

2. 样方选择依赖某一特性，而此特性对于研究对象有影响，以致引起偏倚。例如，在植物群落调查时，我们选择交通沿线，易于达到之处，而很可能这种地点的群落和其他地点大不相同。

3. 整理调查资料时引起偏倚。例如，一个植物群落研究得很仔细，而另一个群落研究得比较粗略。在室内整理资料时未估计这种情况，同样处理，特别是室内整理和野外

工作不是同一人，就更易于引起这种偏倚了。

五、植被和生境因素相关研究的取样方法

生境因素本身取样方法，有关学科专门书籍都有讨论，在这里我们只限于讨论二者取样的位置问题。在文献中，往往采用了一些不正确的方法。例如，有些学者研究土壤pH值与种的分布，在植物个体的根际采取土样进行测定，从而可以取得一个测定数据的分布曲线，找到曲线的顶点（一个或二个）而把顶点指为某种植物的最宜pH值。这种方法只能指出种的适应范围，并不能反映在范围之内何者最宜。正确的方法应将同一生境中有这种植物生长的地点，和没有这种植物生长的地点都加调查。先找到生境中土壤pH值的频率分布，然后与生长这种植物地点的土壤pH值频率分布加以比较，才能决定这种植物的最宜土壤pH值。所以Ashby（1936）曾经取笑地说，如果应用前述错误的方法，那么电线杆也可以找出它的最宜土壤pH值。

通常植被和生境因素的相关研究，不外以下四种情况：

1. 植被和生境因素都是质的描述。
2. 植被调查是质的描述如某种植物存在或不存在；而生境因素则进行数量测定。
3. 植被调查用数量测定，而生境因素用质的描述（如地下水位分高、中、低三级）。
4. 二者都是数量方法。

第一种情况可用随机取样或系统取样，如果只有一个生境因素可用二格表方法分析。如生境因素两个以上可用多格表，但是这样就不易说明其意义了。

第二种的情况，如果生境因素只一种，可取平均值，而进行t值测验。如果植被分级在两种以上，可用方差分析，进行级间与级内的比较。不过我们要注意一点，数据的方差不齐，不能混杂一起比较其平均值。在取样时要分别下面两种情况：（1）两个不同群落内同一生境因素的差异比较，在这种情况下，两个群落内分别用随机取样或分层随机取样方法（2）同一群落内两个种与生境因素差异的比较，则需注意保证种和生境因素都是随机取样。

第三种的情况和第二种基本相同。

第四种的情况可用系统取样。如果生境因素决定了植物的数量特征，可用回归方程式分析。如果二者都由第三个因素来决定，则以计算相关系数为宜。近年计算工具的改进，可以计算多重回归，如Frith（1960）用电子计算机计算大叶山毛榉（*Fagus grandifolia*）每日直径生长与19个生境因素的多重回归方程式。倘若将两个群落的生境因素和植被的回归系数进行比较，为了能够计算方差，则不能用系统取样，而必需用随机取样。

六、取样数值的转换

当取样数值取得后，可以按大小排列成一个阵列。如果数值很多，可以分级。对于连续函数分级时应注意两点：（1）级距应在标准误差的1/3—1/2之间。（2）分级数目在10—20之间，分级太少，引起误差；分级太多，则计算繁冗。每级计算其频率，然后作成组织图，检查一下其大体分布情况。如果其分布与正态分布相差很大，即偏倚很大，

那末就需要进行转换。转换的方法有好几种，可以根据数值变动范围与平均值的差异来判断。因为正态分布时方差和平均值是相等的。在两组数据进行方差分析，t值检验等情况，如方差不相等时以及因素水平是不可加性时，也需要转换。

1. 角度转换

当数值是%的形式，其分布有二项分布的趋势（如P在30—70%之间不需转换），可以用 $\sin^{-1}\sqrt{\%}$ 表(附表2)进行转换，例如种子发芽，植物频度、密度和受害株数等数值转换。

2. 对数转换

当变动范围与平均值成正比例时，可用对数转换，如每个样方中株数和生物量等。在数值中有零值时，则每一数值加一个一，以免出现零的对数，而对结果也无多大影响。当数值中有负值时，则加一个常数，一律改成正值（附表可查高等数学手册）。

3. 平方根转换

蒲松分布或P极小的二项分布时，当变动范围和平均值之间成正比例，可以用平方根转换。如果数值中有零，或大部分数值小于20时应用 $\sqrt{X + \frac{1}{2}}$ 或 $\sqrt{X + \frac{3}{8}}$ 来转换（附表可查高等数学手册）。

4. 倒数转换

当变动范围与平均值之四次方成比例时，可用倒数转换，在植物群落与林业上用得较少（附表可查高等数学手册）。

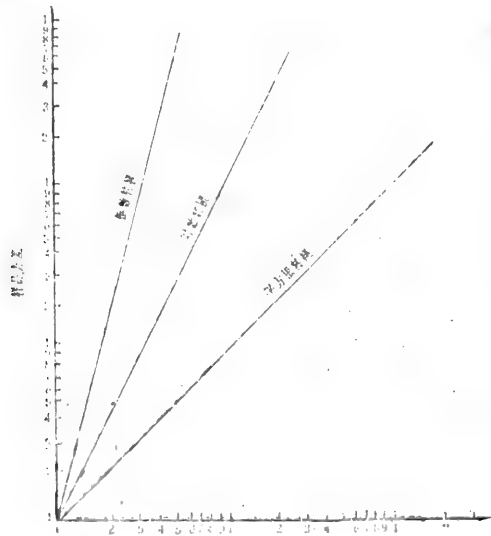


图5 三种转换直线图

转换方法的选择问题，一般%数值用角度转换。其他三种方法除前述条件外，还可下面一个方法加以检验。即在双对数纸上，将方差与平均值作直线，根据其坡度决定。

如直线之坡度为一，可用平方根转换。如直线之坡度为二，可用对数转换。如直线之坡度为四，可用倒数转换。

$$n_0 = \frac{4PQ}{L^2}$$

就连续函数讲

在进行转换后，作显著性测验。最后说明问题时，则需将转换还原。当还原时，角度转换变化不大，其他转换方法则有很大差别，因极值转换减少了。在对数转换时，每一数值乘以1.15。

七、数理统计在植物群落研究中的应用

我们上面讨论的取样方法是以数理统计为基础的。下一步如何分析取样数值，也要应用到数理统计方法。近数十年来，数理统计的迅速发展，计算工具的日益改善，对于各门学科起了很大的促进作用。在植物群落学领域中，研究种的相关，种的分布格局，群落分类以及群落生态问题时，数理统计的应用越来越多。最近大型植被概查只作质的描述时，都有人应用取得了很好的成果。

在应用数理统计的过程中，出现了两种不正确的做法。一种是单纯追求形式，在数学模型的外衣下，进行一些目的不明确的研究。例如，将明显来自两个群落的变异很大的数值，进行平均值的显著性测验。或者将植物分布强行纳入一些已有的数学模型。这种“为统计而统计”的做法肯定是错误的。数理统计只是一种工具，它决不能代替其他学科本身的目的和任务。经过统计分析，可以充分发掘数据的资料，但是决不能为这些数据添加一些本来没有的新东西。每项研究工作中，诸如问题的提出、研究目的确定、参数选择、成果估价等等，都要依借本部门科学知识，才能得到正确的判断。在选择应用数理统计方法时，还必须注意以下几点：（1）根据所需参数特性和数量，而选择效率最高的方法。所谓效率最高就是人力物力最经济，而结果最正确的方法。（2）统计方法需要有健全的数学基础，倘有局限性，必须充分理解，以免作出不恰当的估价。（3）研究的问题必需十分明确，有些综合概念如频度、重要值等就嫌不够明确。因而在应用过分复杂的统计方法时，应取得数理统计学者的协作以免发生谬误。

另一方面，有些植物群落学者至今仍反对应用数理统计方法，例如Braun—Blanquet（1964）还引述“统计和欺骗手段往往只是一回事”的说法。毫无疑问，植物和植物以及植物和环境之间的关系非常复杂，很多问题数理统计还末能够帮助得到解决，但是这并不能作为摒弃的充分理由。从大量貌似混乱的数据中，找出偶然现象所反映的必然规律，数理统计是一个很有效率的工具。设计和制定一个研究项目，数理统计可以避免走许多弯路，而最后又能为研究结论和假说提供一个客观的检验标准。尤其电子计算机的不断改进，在短时期内能完成大量计算，为数理统计的应用开辟了广阔的前景。例如，有人用Ellioft803计算机，对于352个标地中317个种进行正分析（以种为主）和逆分析（以标地为主），在40小时内完成，这样高的速率远非一般方法可以比拟的。

附表1 根据范围估计标准差和标准误

样品数目	an	$\frac{an}{\sqrt{n}}$
2	0.8862	0.6263
3	0.5908	0.3411
4	0.4857	0.2428

5	0.4299	0.1922
6	0.3946	0.1611
7	0.3698	0.1397
8	0.3512	0.1241
9	0.3367	0.1122
10	0.3249	0.1027
11	0.3152	0.0951
12	0.3069	0.0886
13	0.2998	0.0832
14	0.2935	0.0789
15	0.2880	0.0744
16	0.2831	0.0708
17	0.2787	0.0676
18	0.2747	0.0647
19	0.2711	0.0623
20	0.2677	0.0598
30	0.245	—
40	0.231	—
50	0.222	—

标准差 = $an \times \text{范围}$

$$\text{标准误} = \frac{an}{\sqrt{n}} \times \text{范围}$$

附表2

百分率转换为角度

$$\text{角度} = \sin^{-1} \sqrt{\%}$$

%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	5.74	8.13	9.97	11.54	12.92	14.18	15.34	16.43	17.46
10	18.43	19.37	20.27	21.13	21.97	22.79	23.58	24.35	25.10	25.84
20	26.57	27.27	27.97	28.66	29.33	30.00	30.66	31.31	31.95	32.58
30	33.21	33.83	34.45	35.06	35.67	36.27	36.87	37.46	38.07	38.65
40	39.23	39.82	40.40	40.98	41.55	42.13	42.71	43.28	43.85	44.43
50	45.00	45.57	46.15	46.72	47.29	47.87	48.45	49.02	49.60	50.18
60	50.77	51.35	51.94	52.54	53.13	53.73	54.33	54.94	55.55	56.17
70	56.79	57.42	58.05	58.69	59.34	60.00	60.67	61.35	62.03	62.73
80	63.43	64.16	64.90	65.65	66.42	67.21	68.03	68.87	69.73	70.63
90	71.57	72.54	73.57	74.66	75.82	77.08	78.46	80.03	81.87	84.26

植物群落数量分类的研究

阳含熙

卢泽愚 杨周南

(中国科学院综合考察委员会)

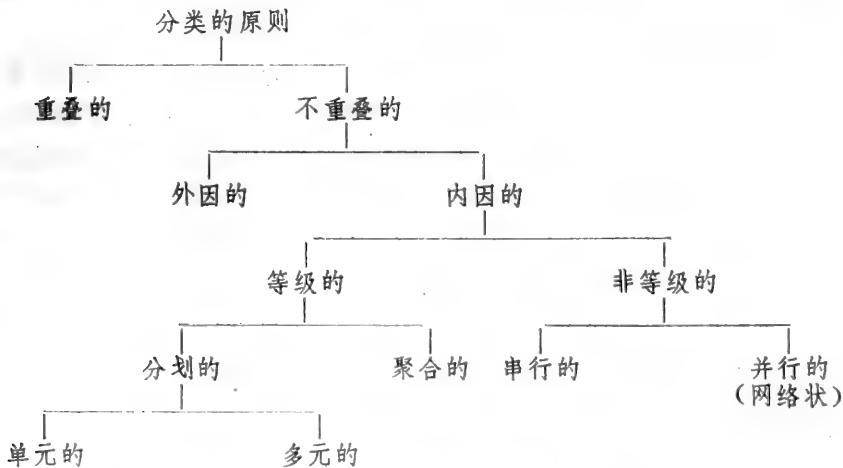
(北京市计算中心)

(一)、关联分析和主分量分析

一、前 言

植物群落数量分类的研究是从五十年代开始的，到六十年代电子计算机普遍应用，生物学与地学很多分支都采用了数量分类以后，才迅速地向前发展。许多原来具有不同传统分类观点的学派（如法瑞学派、英美学派、苏联学派等）都进行了数量分类方法的研究，并用这些数量方法去验证他们原来采用分类的结果。现在植物生态学文献中，每年都发表大量数量分类的文章，不断涌现新的方法和技术。

植物群落的数量分类，无论采用那种方法，所遵循的原则大体如下图所示：



迄今为止，植物群落分类都采用不重叠的原则，即一个实体只能属于一类，而不能同时属于两类以上，非此即彼，不能含糊。近年来，很多学者认为，在自然界内，中间类型是很多的，人为地加以割裂会损失许多信息。有些实体只能说在多大程度上属于一

类，而又在多大程度上属于另一类，亦此亦彼，界限是模糊的。如在植物分类学中，Bor (1960) 研究印缅禾本科分类就将9个种同时放在两个不同的属：芒属(*Erianthus*)和甘蔗属(*Saccharum*)之中。数学方面出现模糊数学(Fuzzy mathematics)这一新的领域，就与重叠分类的原则有关。

内因和外因的原则，传统植物群落分类就已存在，植物群落分类用生境因素(如气候、土壤等因素)的很多，但多数人是着重内因的。

等级分类的原则是低级分类从属于高一级的分类，组内的成员要求尽可能相似。而不同组的成员则尽可能不相似。这种等级的分类用数学的术语来表示，需满足如下两个条件：

1. 对任意两个下级组 A_i 和 A_j ，必存在一个上级组 A_k ，满足 $(A_i \subset A_k) \wedge (A_j \subset A_k)$ 。
2. 若 A_i 从属于两个不同的上级组 A_j 和 A_k ，则 A_j 和 A_k 也必有上下级的关系，即：

$$(A_i \subset A_k) \wedge (A_i \subset A_j) \rightarrow (A_j \subset A_k) \vee (A_k \subset A_j)$$

等级分类的原则用得最多，大家最熟悉、也最简单，许多传统的植被分类系统都采用这一原则。这种分类最后都是用树状图(dendrogram)表示的；而非等级分类则是用串行或并行的图式表示，如群落的星云状图就是。

分划的原则是从总体的一组实体出发，逐步细分下去；而聚合的原则是从每个实体出发，逐步聚合最后并成整个总体。分划的根据是相异系数，聚合的根据是相似系数。分划可以人为地在任一水平下停止，而聚合则必须全部完成才能停止。因此，聚合的计算量大，如 N 个实体就需要计算 $(N-1)^2$ 次。聚合还有一个困难，在合并过程的初期很可能把一部分实体放错了位置，而对以后的工作带来麻烦。分划还可以对每个实体进行不同处理以反映它们在分析过程中不同的重要性，也就是“内部加权”的问题，而聚合的方法则不能这样做。

单元分类的原则是根据单项属性而分成有无此属性的两类。它的优点是简单、明确，计算较快，而缺点是如采用了一个无关紧要的属性，就会造成无意义的分划。多元分类是根据全部或多数属性，因而信息多，结果稳定，但计算量大。

单元、聚合的分类很少有人做过，多元、分划的分类计算量太大，至今只有少数尝试。因此，目前绝大多数分类的方法都是单元、分划的，或者是多元、聚合的。

对于植物群落的数据还可采用另一种分析途径，就是以一种或多种属性数据为依据，在属性空间(并非通常的地理位置空间)中排列出实体。这种方法叫做排序(ordination)。我们可以根据外因(如生境因素)、内因(植被的数量特征)或样方的距离来排序。从1957年开始，这方面已有大量研究。

本文对两种原始数据应用一个等级分类的方法——关联分析，和一个排序的方法——主分量分析。为清楚起见，先简明地介绍方法，然后讨论分析的结果。

我们采用的原始资料，一种是福建三明光叶红椎(*Castanopsis kawakamii* Hayata)林的调查结果(阳含熙等, 1978)，立木株数达全林株数的40.1%，胸高断面积达全林断面积的62.2%，从传统的分类来看是很均匀的单一群落。另一种是内蒙古呼伦贝尔羊草(*Aneurolepidium chinensis* (Trins.) Kitagawa)草原的调查结果(李博等, 1978)。原作者将它分为三个群丛组(半湿润草甸草原, 半干旱草原和盐化草原)，以及这三者之间的一些过渡类型。我们有意用这两个均匀度相差很大的数据来检验数量分类方法的效果。

(二)、方 法

①关联分析 (Association analysis)

这是一种单元、分划的群落等级分类的方法，即根据一个属性（例如种）将整个样方集合逐次细分而得到不同样方组的方法。它的基本原理是在一个均匀群落中，不同样方中的种是不关联的，因而我们最终将样方分成这样的组，组内各样方中的种间不存在显著的关联，每个组就可以算做一个群落。

这个方法在植物群落分类方面的应用，最早是Goodall (1953) 研究澳州的桉树灌木林。Williams和Lambert(1959,1960) 加以进一步改进，并在电子计算机上应用。嗣后，这种方法在热带稀树草原 (Kershaw, 1968)、热带雨林 (Austin和Greig-Smith, 1968)、温带草地 (Gittins,1965)、温带灌丛 (Harrison, 1970, Goldsmith,1973)广泛应用并与其它方法作过比较研究。Proctor (1967) 还用此方法将英伦三岛的苔类分类。一般认为这种方法野外收集数据简便，宜于做初步概查；它可以客观地分成类型，并在野外具体找到，而进行植被制图；进一步又可粗略地与生境因素进行比较分析。在应用过程中也发现一些问题：Hopkins (1968) 指出关联分析每次只用一个指标，对于草本群落有时只反映季相变化；Noy-meir et al. (1970) 指出种数太少时可能会夸大偶见种的重要性。所以Goldsmith (1973) 建议淘汰罕见种和含种数过少的样方，以免引起错误的分划。Kershaw (1968) 建议存在度在98%以上和2%以下的种都不计算，而John et al. (1977) 则建议存在度在95%以上和5%以下的种均淘汰。

Williams和Lambert (1960) 把用种来区分样方的方法称为正分析 (normal analysis)；他们 (1961) 又用样方去区分种组，并称为逆分析 (inverse analysis)。在多变量分析的书籍中正分析和逆分析又被称为R分析和Q分析 (Cattell, 1952)。正分析的结果可以与法瑞学派的群丛来比较，Beefink (1972) 用此方法整理了世界盐性沼泽 (Saltmarsh) 的数据。逆分析可以用来和生态种组比较 (Ellenberg, 1956)。

假若我们在抽样植被时，对 N 个样方分别记录了 p 个种的量，得到如下形式的观察数据：

	样方	1	2	3	...N	
种	1	x_{11}	x_{12}	x_{13} ...	x_{1N}	
	2	x_{21}	x_{22}	x_{23} ...	x_{2N}	①
	3	x_{31}	x_{32}	x_{33} ...	x_{3N}	
	⋮				
	p	x_{p1}	x_{p2}	x_{p3} ...	x_{pN}	

其中 x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, N$) 代表第 j 个样方中第 i 种的量。一般关联分析都用某个种存在 (记为1) 和不存在 (记为0) 的二元数据。

从原始数据 (1) 出发，关联分析 (正分析) 的步骤如下：

(1) 计算关联矩阵 V ：首先对 N 个样方的集合，计算 p 个种中两两之间的关联指标，它有各种不同的定义，这里我们采用的指标 V_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, p$) 是这样计算的：

对 N 个样方，列出种 i 和种 j 的 2×2 列联表。

样方数	有种 j(i)	无种 j(i)	合 计
有 种 i(1)	a	b	a + b
无 种 i(i)	c	d	c + d
合 计	a + c	b + d	N = a + b + c + d

则

$$V_{ji} = x^2_{\text{修正}}(i, j) / N = \frac{(|ad - bc| - N/2)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \quad (i, j = 1, 2, \dots, p, i \neq j)$$

一个种自身的关联指标 V_{ii} , 我们规定为 0, 就得如下形式的 $p \times p$ 关联矩阵:

$$V = (V_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & V_{12} & V_{13} & \dots & V_{1p} \\ V_{21} & 0 & V_{23} & \dots & V_{2p} \\ V_{31} & V_{32} & 0 & \dots & V_{3p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{p1} & V_{p2} & V_{p3} & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

这个矩阵是对称的, $V_{ij} = V_{ji}$ ($i \neq j$), 同时主对角线上元素都为 0, 因此总共 $p \times p$ 个元素中只有 $p(p-1)/2$ 个需要计算。另外, 若 $x^2_{\text{修正}}$ 的值小于某显著性水平下自由度为 1 的 x^2 值, 或者种 i 或种 j 在所有样方中的数据全为 0 或全为 1, 则相应的 V_{ij} 都定义为 0。显著性水平可以人为地取不同值, 如 0.10, 0.05, 0.02, 0.01 等, 显著性水平太高将损失一部分信息, 太低则无必要, 会增加工作量, 一般多用 0.05。

(2) 决定临界种并据此进行一次分划: 在算出的关联矩阵 V 中, 对 p 个列(或行)求和, 得到:

$$V_{\cdot j} = \sum_{i=1}^p V_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, p)$$

并从中决定使 p 个和达到最大值的种, 比如 j_0 , 即:

$$V_{\cdot j_0} = \max(V_{\cdot 1}, V_{\cdot 2}, \dots, V_{\cdot p})$$

我们称种 j_0 为临界种。在样本集合中, 它比所有别的种表现出最大的关联。我们可把它当做样本集合分划的标准属性, 而将 N 个样方分成含有种 j_0 的(J_0)组和不含种 j_0 的(j_0)组。令(J_0)组有 N_1 个样方, (j_0)组有 N_2 个样方, 显然 $N_1 + N_2 = N$ 。

(3) 再分划: 对上述分划得到的两个样方组, 分别重复上述两步进行再分组, 这样反复分划下去直到分得的每个子组其内部的种间关联 V_{ij} 全部为 0 (即均低于显著性水平)时为止。这就将原 N 个样方分成了种间均不关联的样方组, 达到了分成若干个均匀群落的目的。

(4) 结果表示: 最后将上述逐次进行的组分划过程用树状图表示出来(如图 1 和图 2), 其中每个节点表示一个中间组分成两个子组, 该节点的水平高度(纵坐标)表示此次分划所依据的 X^2/N 值。

② 主分量分析(Principal component analysis, 简作 PCA)

它是一种群落的排序方法。对每个样方, 以其中 p 个种的量做为坐标, 就可看成 p 维

空间中的一个点。 N 个样方就构成 p 维空间中的 N 个点。主分量分析就是要在较低维的空间中，特别是在直观的二、三维空间中排列出这 N 个点，而尽量少损失一些信息，即尽量保持它在原 p 维空间中的重要特性。

Goodall (1954) 第一次将PCA用于植物群落的排序研究。因为PCA有比较严格的数学基础，在电子计算机应用普遍之后，它就很快取得广泛的应用，并经常用来与其它方法进行比较(Jeffers 1972; Kershaw 1973; Chapman 1976; Gauch Jr. et al. 1977)。

大量的研究证明PCA是一个非常有效的方法，最先三个主分量通常可反映原来数据的方差达40—90%。但是也有两个不足之处：一是当数据的方差非常接近，相关又很小时，就找不出明显的主分量；二是当数据的分布不是超椭球体，而是诸如马蹄形等非线性情况，则无法应用PCA。对于非线性数据，解决的办法是缩小数据范围使数据在小范围内大致是线性的，或者进行平方根变换(Kershaw, 1968)。

PCA可作为一种统计方法。对于随机抽样、正态分布的属性进行排序，找出不同属性的输入量>Loading)，然后对输入量大的属性与实体作单回归分析，其效果与计算步骤要比逐步回归好而简便。

假若我们已有形如(1)的抽样数据，它表示在每个种为坐标轴(分别记为 x_1, x_2, \dots, x_p)的 p 维空间中的 N 个样本点。本文所用的PCA步骤如下：

(1)调整坐标原点：对(1)的原始数据每一行(种)求平均值；

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, p)$$

如果 p 个平均值不全为0，表示 N 个样本点对坐标原点是偏离的，首先需将坐标原点平移到形心($\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_p$)，即将(1)的每一行 N 个数据分别减去该行平均值，得到如下数据矩阵：

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & x_{12} - \bar{x}_1 & x_{13} - \bar{x}_1 & \dots & x_{1N} - \bar{x}_1 \\ x_{21} - \bar{x}_2 & x_{22} - \bar{x}_2 & x_{23} - \bar{x}_2 & \dots & x_{2N} - \bar{x}_2 \\ x_{31} - \bar{x}_3 & x_{32} - \bar{x}_3 & x_{33} - \bar{x}_3 & \dots & x_{3N} - \bar{x}_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{p1} - \bar{x}_p & x_{p2} - \bar{x}_p & x_{p3} - \bar{x}_p & \dots & x_{pN} - \bar{x}_p \end{pmatrix} \quad (3)$$

下面将 X 矩阵的数据当做 N 个样本点的坐标进行分析。

(2)计算离差指标的矩阵 S ：我们用 S_{ij} 表示第 i 种与第 j 种的离差指标，

$$S_{ij} = \sum_{R=1}^N (x_{iR} - \bar{x}_i)(x_{jR} - \bar{x}_j) \quad (i, j = 1, 2, \dots, p)$$

当 $i = j$ 时，它是 N 个样本值对 x_i 轴的离差平方和，有 $S_{ii} = NV_{ar}(x_i)$ (我们是将 N 个样本值当总体看待)；当 $i \neq j$ 时，它是对 x_i 和 x_j 两个轴的交叉积之和，有 $S_{ij} = NCov(x_i, x_j)$ 。显然 $S_{ij} = S_{ji}$ ，于是得到一个对称的离差指标矩阵：

$$S = XX' = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \cdots S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \cdots S_{2p} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \cdots S_{3p} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{p1} & S_{p2} & S_{p3} \cdots S_{pp} \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中 X' 是 X 的转置矩阵。

PCA除了用 S 矩阵以外，也可用方差—协方差矩阵 $\left(\frac{1}{n}\right)S$ ，它们都是没有标准化的原始数据；还可用相关矩阵 R ，就相当于标准化了原始数据。无论用什么形式的矩阵，分析方法都是相同的。

(3) 求出坐标刚性旋转的矩阵 U ；现在要找出原坐标轴的一个刚性旋转，即原变量 x 的线性组合：

$$y_{ii} = \sum_{k=1}^p u_{ik} (x_{kj} - \bar{x}_k) \quad (i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, N)$$

其中 y_{ii} 是第 i 个样本点在坐标旋转后新坐标轴 y_i 上的坐标。或者写成矩阵的形式：

$$Y = (y_{ij}) = UX \quad (5)$$

这里

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1p} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2p} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3p} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{p1} & u_{p2} & u_{p3} & \cdots & u_{pp} \end{pmatrix} \quad (6)$$

是在直角坐标系下刚性旋转的变换矩阵，因而它是酉矩阵，满足于 $U' = U^{-1}$ (U 的逆矩阵)。

我们要求这样的刚性旋转：变换后的 N 个点在新的第一坐标轴 y_1 上有最大的离差平方和，在第二轴 y_2 上有次大的离差平方和，……，在第 p 轴有最小的离差平方和，即有 $NVar(y_1) \geq NVar(y_2) \geq \dots \geq NVar(y_p)$ ，我们称这 p 个轴分别为第一主分量、第二主分量、……、和第 p 主分量。同时， N 个点对 y_i 和 y_j ($i \neq j$) 两个轴的交叉积之和均为0。也就是说，要求

$$YY' = \begin{pmatrix} NVar(y_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & NVar(y_2) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & NVar(y_p) \end{pmatrix} = A \quad (7)$$

其中 A 是对角线矩阵。对于这样的旋转就保证了将 N 个点投影到较低维空间中去，将保留最多的信息，即发生的畸变最小。

现在的问题归结到求出满足(7)的变换矩阵 U 。这是容易的，因为 S 是对称的，故存在着酉矩阵 U 将 S 变换成对角线矩阵 A ，即：

$$A = USU' = UXX'U' = YY'$$

或者，

$$US = VU$$

这说明 A 矩阵的 p 个对角线元素正是 S 的 p 个按大小次序的特征根： $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ ；而 U 的每一行向量就是相应的特征向量。因此，求出了 S 的特征值和特征向量就得到了 A 及变换矩阵 U 。

(4) 排列 N 个样方：知道了变换矩阵 U ，由 (5) 求出 Y 就得到 N 个点在新坐标系下的坐标。我们希望选取较少的主分量个数，在较低维空间中排出 N 个样方。如果只选前 k ($< p$) 个主分量，而忽略后面 $p - k$ 个分量，那末上述 Y 的前 k 行就是 N 个样方在这 k 个轴上的坐标，它保留原 p 维空间的信息的百分比为：

$$\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i}$$

选择多少轴需权衡简单与准确两个方面。因为 λ_i 值是依大小次序排列的，取前二、三轴就可能占总信息的 40% 以上。选取二、三轴就能在平面上或立体中画出 N 个样方的排序位置，如图 3 和图 4 是二维排序的图象表示。

(5) 种对主分量的输入量 (Loading)：上述 k ($< p$) 个主分量虽然在较低维的空间中排序了样方，但由 $Y = UX$ 可知，每个主分量都是 p 个种的线性组合，不能解释单个种对主分量，从而对整个排序所起的作用。

因为， $A = UXX'U' = UXY'$ ，所以 $XYA^{-\frac{1}{2}} = U'V^{\frac{1}{2}}$ ，我们令：

$$L = (l_{ij}) = U'V^{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_{1n11}} & \sqrt{\lambda_{2n21}} & \cdots & \sqrt{\lambda_{pnp1}} \\ \sqrt{\lambda_{1n12}} & \sqrt{\lambda_{2n22}} & \cdots & \sqrt{\lambda_{pnp2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\lambda_{1n1p}} & \sqrt{\lambda_{2n2p}} & \cdots & \sqrt{\lambda_{pnpp}} \end{pmatrix} \quad (8)$$

由于 $Y'A^{-\frac{1}{2}}$ 实际上是标准化的主分量，可见 L 是原始的种向量 (X_i) 与标准化主分量的离差矩阵。如果 X 也是标准化的 (即用相关矩阵 R 做主分量分析)，那末 L 就是种与主分量间的相关系数矩阵。因此 l_{ij} 的符号及数据大小反映了第 i 种对第 j 主分量的相关正负及作用大小，一般称 L 为种对主分量的输入量矩阵。

我们可对选择的前 k 个主分量，将 L 的前 k 列数值按种次序和分量次序列出表格形式 (如表 1 和表 2)。不仅表中 l_{ij} 值反映了 i 种对 j 分量的作用，而且还可看出每列 l_{ij} 的平方和：

$$\sum_{i=1}^n l_{ij}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_{jn^2ji} = \lambda_j \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

也就是说，每个主分量的各输入量之平方和正好是该分量的方差 (特征值)。同时表中元素每行 (种) 的平方和：

$$h^2_i = \sum_{j=1}^k l_{ij}^2 = \sum_{j=1}^k \lambda_j u_{ji}^2, \quad (i = 1, 2, \dots, p)$$

反映了第 i 种对所考虑 k 个主分量的作用大小。

(三)、结果和讨论

光叶红椎林的关联分析结果如图 1 所示。在采用 5% 的临界值水平时，仅能按甜橘的出现与否分为两组。这一结果和我们过去对光叶红椎和甜橘的关联系数研究是符合的。光叶红椎和甜橘的 λ^2 值是 4.469，在 $p = 0.05$ 水平上显著，这两个种的出现是相关的 (阳含熙等，1978)。从野外观察来看，甜橘多数出现在山顶、风势较大、土层浅石

砾多的立地。如果用 1% 的水平，则一次也不能分划，这正与光叶红椎基本上是一片纯林的结论一致，它不能显著地再分成异质的群落。

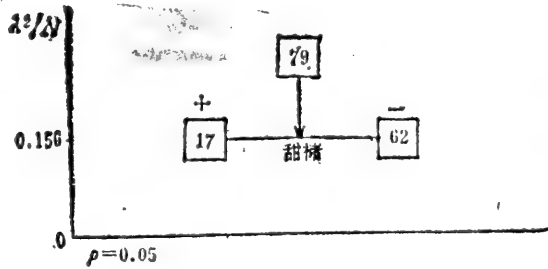


图 1 福建三明光叶红椎林的关联分析分类 (11种79个样方)

羊草草原的关联分析结果如图 2，显然可见分划的等级比光叶红椎林多得多，在 $p=0.05$ 水平下分划的次数竟有 9 次之多，异质情况是很明显的，羊草草原 40 个样方记

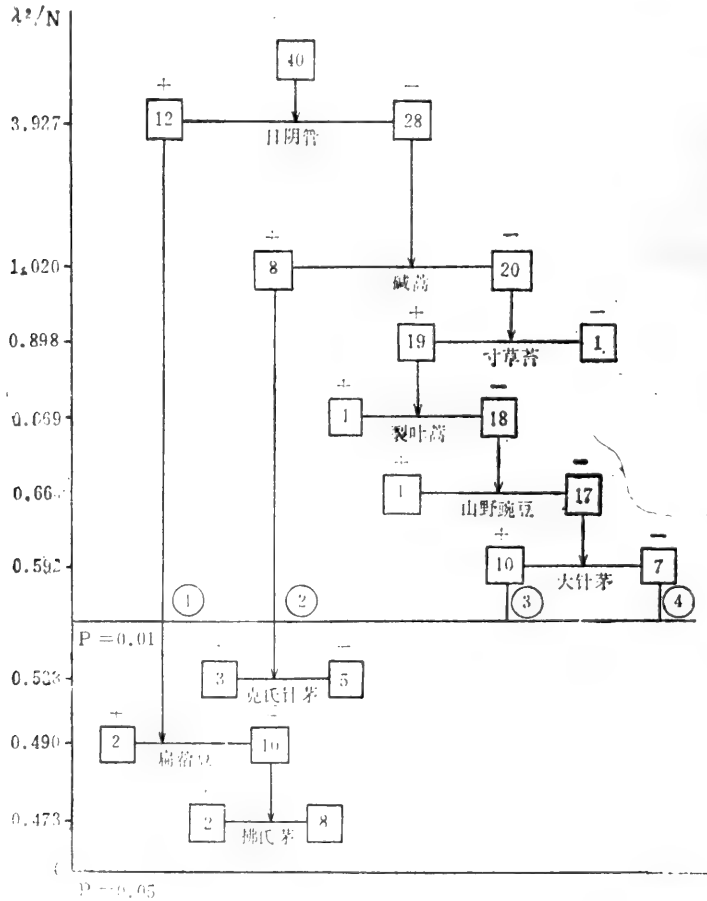


图 2 内蒙古呼盟羊草草原的关联分析分类 (40个样方32个种)

录了32种，原作者用传统方法将样方分成群丛组：第1—10个样方是半湿润草甸草原群丛组，第16—25个样方是半干旱草原群丛组，11—15个样方是两者的过渡类型，第31—40个样方是耐盐植物的群丛组，第26—30个样方是后两个群丛组的过渡类型。

图2中就1%水平而言，大致可分成四个组：①组12个样方是以含有日阴菅种为依据的，它包括了原作者半湿润性草甸草原群丛组的全部10个样方和两个过渡类型的样方；②组8个样方是由不含日阴菅的样方中以包含碱蒿种分出来的，它们全属于原耐盐植物群丛组，原组中的另外两个样方被分到了④组；③组的10个样方中有8个样方属于原半干旱群丛组，另两个样方属过渡类型，原半干旱组中的另两个样方也分到了④组；④组共7个样方，除上述混入的4个样方外，其余3个是过渡类型，分划中还有几个零星样方均属过渡类型。

由此可知，关联分析分类的结果与原来定性分析分类的结果基本上是吻合的，少数样方的例外分划可能是由于过渡样方或个别偶见种所致。倘若用0.05显著性水平，将引起进一步的分划，目前还没有野外观察和其它分析来验证其生态意义。

对光叶红椎林进行主分量分析，图3表出了79个样方在前两个主分量上的二维排序。图中可见样方是相当均匀地排列的，不形成任何较明显的集团。

表1是11个种对前三个主分量的输入量表。从中可以看出毛相桐、茜草树、中华鼠刺和木荷对这三个主分量的作用较大。三维主分量只占全部信息的44.4%，二维只占31.3%，从计算机算出的结果可知，考虑了前七维才占总信息的81.1%。在只考虑11个种的十一维空间中得到这样的排序效率是相当低的，加之，个别种对前几维排序的作用不是特别突出，二、三维的排序看不出明显的样方集团，这些结果都进一步印证了光叶红椎林是相当均匀的一片纯林。

对羊草草原主分量分析的一个二维排序图形如图4所示。图中40个样方明显地分成三个集团，与原作者的三个群丛组及关联分析的分组都非常吻合。右边用虚线框出的11个样方，包括了半湿润草甸草原群丛组中全部1—10个样方，另外还包括了本来属于干草原与盐化草原过渡型的第26号样方，这是因为日阴菅偶然出现的缘故。在关联分析中，第①组也同样包含了该样方，这是一个颇有趣味的现象。左上方框出的8个样方均属于半干旱草原群丛组，原组中第20和22两个样方稍远离这一样方集团，而混杂于其它的过渡样方中。左下方框出的样方，包括了耐盐植物群丛组的10个样方。其余没有框出的样方均属于三个集团之间的过渡类型。

表2给出了32个种中输入量较大的13个种对前三个主分量的输入量表，其余次要的种只算总和值而不一一列出。从表中可见，日阴菅是对前三个主分量作用最大的种。在

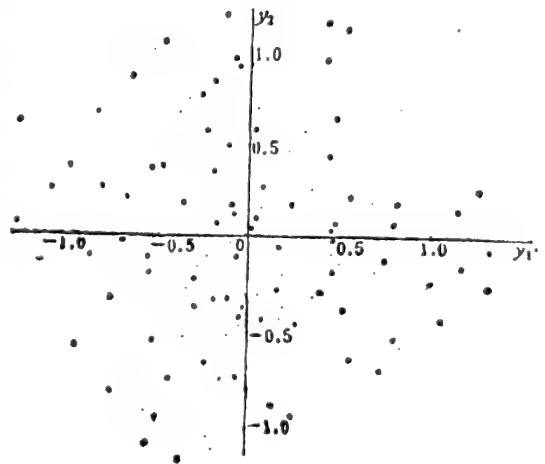


图3 光叶红椎林79个样方PCA的二维排序(占总信息的31.3%)

我们共考虑32个种的32维空间中，前三个主分量占了总信息的50.7%，比起光叶红椎林来排序效率要高得多，也反映羊草草原的40个样方具有较强的异质性。

表1 光叶红椎林PCA的输入量表

种	第一主分量	第二主分量	第三主分量	h^2
卡氏乌饭 <i>Vaccinium carlesii</i>	-2.13	1.23	-0.64	6.46
毛相桐 <i>Adinandra milletti</i>	1.76	-2.91	0.75	12.12
木荷 <i>Schima superba</i>	2.83	1.03	-0.56	9.37
茜草树 <i>Randia densiflora</i>	-0.30	-1.10	3.23	11.72
中华鼠刺 <i>Itea chinensis</i>	2.23	1.94	1.76	11.82
中华杜英 <i>Eaeocarpus chinensis</i>	-1.87	-1.42	0.65	5.94
豹皮樟 <i>Litsea chinensis</i>	-0.37	1.60	0.59	3.05
甜槠 <i>Castanopsis eyrei</i>	-1.31	1.85	0.38	5.28
钩骨 <i>Tricalysia viridiflora</i>	-1.49	0.64	2.12	7.12
马尾松 <i>Pinus massoniana</i>	-0.80	-0.92	-1.86	4.94
栲 <i>Castanopsis hystrix</i>	1.50	0.49	-0.31	2.58
特征值 (λ)	31.16	25.47	23.77	80.40
占总信息百分比	17.20	14.10	13.10	44.40

另外，从排序图4还可看出：半湿润草甸草原群丛组全在第一主轴的右边，而半干旱草原群丛组和耐盐植物群丛组几乎全在左边，说明它们间的分划主要是第一主分量的

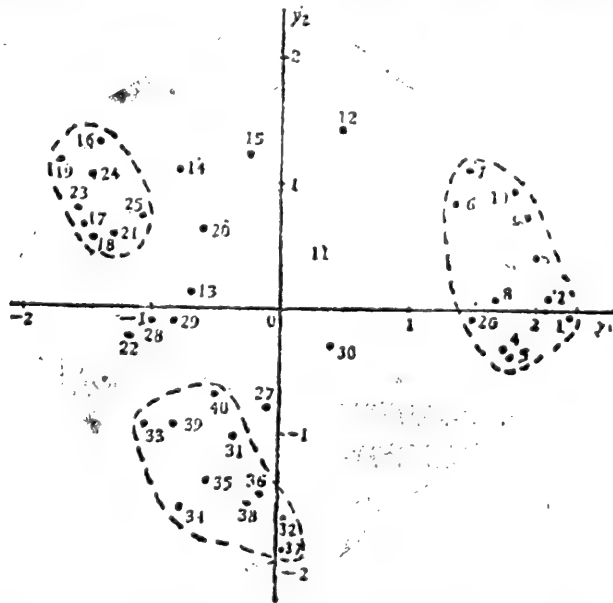


图4 羊草草原40个样方PCA的二维排序(占总信息的44.3%)作用；由表2可知对第一主分量作用最大的种是日阴菅(输入量为2.60)，正与关联分

表2

羊草草原PCA的载入量表

种	第一主分量	第二主分量	第三主分量	h^2
贝加尔针茅 <i>Stipa baicalensis</i>	2.17	1.36	0.01	6.56
大 针 茅 <i>S. grandis</i>	-1.66	0.93	-0.84	4.33
糙 隐 子 草 <i>Cleistogenes squarrosa</i>	-1.92	1.43	1.12	6.99
日 阴 菅 <i>Carex Pediformis</i>	2.60	0.80	-0.09	7.41
寸 草 台 <i>C. duriuscula</i>	-2.24	-0.05	-0.13	5.04
裂 叶 蒿 <i>Artemisia laciniata</i>	2.31	0.42	-0.30	5.61
山 野 豌豆 <i>Vicia lamoena</i>	1.89	0.66	-0.08	4.02
细叶白头翁 <i>Pursatilla turczaninovii</i>	2.24	0.84	0.04	5.73
展枝唐松草 <i>Thalictrum squarrosom</i>	2.27	-0.39	-0.05	5.30
冷 蒿 <i>Artemisia frigida</i>	-1.65	0.90	0.74	4.08
阿尔太狗娃花 <i>Heteropoppus altaicus</i>	-1.69	1.52	0.77	5.76
柴 胡 <i>Bupleurum scorzonerifolium</i>	0.33	1.90	0.50	3.97
碱 蒿 <i>Artemisiaanethifolia</i>	-0.42	-1.81	0.80	4.10
∴	∴	∴	∴	∴
特 征 值 (λ)	61.85	34.35	14.10	110.30
占 总 信 息 百 分 比	28.4	15.9	6.4	50.7

析中相应分划的临界种是日阴菅(看图2)一致。同时,半干旱草原群丛组与耐盐植物群丛组一个在第二主轴上半部,一个在下半部,它们的分划主要依据第二主分量(看图4);由表2知对第二主分量成正相关的是柴胡(输入量为1.90),而最大负相关的是碱蒿(输入量为-1.81),这两个种通常不同时出现,碱蒿只在盐化生境出现,而柴胡则在半干旱组出现。这在第二轴样方的排列清楚地表现出来,同时与关联分析中相应分划的临界种碱蒿也比较一致。由此可知,判别半湿润草甸草原群丛组的一个重要依据是日阴菅,判别耐盐植物群丛组的重要依据是碱蒿。

综上所述,对于两个均匀程度相差悬殊的植物群落,两种不同方法所得结果是一致的,与传统定性分类的结果也是基本吻合的。过去有些学者认为植被的连续或不连续问题与研究的方法有关;排序容易得出连续的结果,分类则容易得到不连续的结果。我们这次研究再次说明这种意见是不妥当的,植被形成连续或不连续并不是方法引起的假象。

本文所用的两种数量分类方法,都是在电子计算机上实现的,应用的程序保存在北京市计算中心,可供其他同志使用。

二、信息分析和主坐标分析

在关联分析和主分量分析中,我们对福建三明光叶红椎林和黑龙江呼盟羊草草原的调查数据,分别用关联分析和主分量分析进行了分类和排序。本文仍对上述两种原始数

据再用信息分析的方法进行分类，用主坐标分析的方法进行排序。同样为清楚起见，先概述方法，再讨论分析的结果。

(一)、方 法

1. 信息分析 (Information analysis)

这是一种多元、聚合的群落分类方法。它根据群落的全部属性(种)用一种特定的信息增量计算去衡量样方组间的相似性，聚合过程是从单个样方开始逐次将彼此最相似的样方小组聚合成较大的组，直至将全部样方都聚合成一个组时为止。逐次聚合的过程就反映了整个样方集合的分类情况。

Williams和Lambert(1966)首先设计此方法并用于二元数据,Orlochi(1968, 1969)又将它修改用于草原和森林植被的定量数据。Williams和Lambert(1966)还将信息分析和关联分析作过比较,关联分析是一种单元分划方法,从高信息水平开始,而信息分析是多元聚合方法,必须舍弃部分信息,从低信息水平开始,采用了全部信息。但关联分析速度快,所需存贮量小,错误分划的机会也大一些,大到何种程度,则视具体情况不同。

假设我们已对 N 个样方分别记录了 P 个种的量,得到如下形式的原始数据:

样方	1	2	3	N
种 1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{1N}
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{2N}
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{3N}
.....
p	x_{p1}	x_{p2}	x_{p3}	x_{pN}

其中 x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, N$) 表示第 j 个样方中第 i 种的量,这里 x_{ij} 只为0 (表 j 样方没有 i 种) 或1 (有 i 种), 对方法稍加修正即可用于定量数据。

在讲述聚合的具体步骤之前,先介绍一下衡量一个样方组内各样方间多样性的信息量公式。假若一个样方组包括 n 个样方 ($n \leq N$ ——全部样方数);共包含 s 个种 ($s \leq p$ —— N 个样方中的全部种数);并假设有 a_j ($j = 1, 2, \dots, p$) 个样方包含有种 j ,则定义该样方组对所有种的总信息量为

$$I = pn \log n - \sum_{j=1}^p [a_j \log a_j + (n - a_j) \log (n - a_j)] \quad (2)$$

它是Shannon公式的推广,实际测量了该样方组内各样方对所有种而言的多样性。

信息公式(2)有如下几个在分类过程中要用到的值得注意的性质:

①如果该组样方所含种数 $S < p$,则(2)等价于其中将 p 变成 s 的公式。因为此时必有 $p - s$ 个种在 n 个样方中都不出现,对这些种而言,有 $a_j = 0$, $n - a_j = n$ (设 $j = s + 1, s + 2, \dots, p$), 所以

$$I = pn \log n - \sum_{j=1}^p [a_j \log a_j + (n - a_j) \log (n - a_j)]$$

$$\begin{aligned}
 &= p n \log n - \sum_{j=1}^s [a_j \log a_j + (n - a_j) \log (n - a_j)] - \sum_{j=s+1}^p n \log n \\
 &= s n \log n - \sum_{j=1}^s [a_j \log a_j + (n - a_j) \log (n - a_j)].
 \end{aligned}$$

由于这一性质,对所有样方组,不必考虑它们所含的不同种数,而统一按总种数 p 计算。

②如果样方组由单个样方组成,则 $I = 0$ 。因为此时 a_j 只能为0或1,因而 $(n - a_j)$ 就为1或0,由(2)显见 $I = 0$ 。

③如果样方中 n 个样方组的种组成均相同,则该组的信息量为0。因为此时 n 个样方同时包含 s 个种,且同时不含有 $p - s$ 个种,也就是说,对 $j = 1, 2, \dots, s$,有 $a_j = n$ 和 $n - a_j = 0$;而对 $j = s + 1, s + 2, \dots, p$,有 $a_j = 0, n - a_j = n$;所以

$$I = p n \log n - \sum_{j=1}^s n \log n - \sum_{j=s+1}^p n \log n = 0.$$

④当样方组只有两个样方时($n = 2$),假若有 u 个种只出现在其中一个样方中,则公式(2)可简化为

$$I = 2u \log 2. \quad (3)$$

因为可令前 u 个种只出现于一个样方,即 $a_j = n - a_j = 1$ ($j = 1, 2, \dots, u$)以后 $s - u$ 个种同时出现在两个样方,即 $a_j = 2, n - a_j = 0$ ($j = u + 1, u + 2, \dots, s$)再后 $p - s$ 个种两个样方都不出现,即 $a_j = 0, n - a_j = 2$ ($j = s + 1, s + 2, \dots, p$);于是

$$I = p 2 \log 2 - 0 - \sum_{j=u+1}^s 2 \log 2 - \sum_{j=s+1}^p 2 \log 2 = 2u \log 2.$$

现在来考虑从单个样方出发的全部聚合过程,其步骤如下:

1) 计算所有可能并组的信息量

假设当前有 m 个样方组(最先是 N 个单样方组),我们需用公式(2)计算 $m(m - 1)/2$ 个可能的两组相并后的并组信息量 $I(k + l)$,其中 $k, l = 1, 2, \dots, m, k \neq l$,代表 m 组中任两个不同的组。

注意第一次聚合有 N 个单样方组,可用简化公式(3)算出 $N(N - 1)/2$ 个可能并组的信息量;第二次是 $N - 1$ 个组,所有可能并组的信息量有的上次已算过就不必重算,只需补算 $N - 2$ 个即可,……整个聚合过程共需计算 $(N - 1)^2$ 次。

2) 决定聚合的样方组

为了选取两个差异最小的组进行合并,我们的原则是合并后的信息增量最小,因而需对上面算出的所有可能并组的信息量,再计算

$$\Delta I(k + l) = I(k + l) - I(k) - I(l) \quad (4)$$

$$(k, l = 1, 2, \dots, m, k \neq l).$$

其中 $I(k), I(l)$ 和 $I(k + l)$ 分别代表第 k 组,第 l 组和 k 与 l 并组的信息量。 $\Delta I(k + l)$ 代表 k 与 l 组合并后的信息增量。可以证明, $I(k + l)$ 总是大于或等于 $I(k) + I(l)$,所以

$\Delta I(k+l) \geq 0$, 从中选出 k 和 l , 使 $\Delta I(k+l)$ 最小, 合并 k 和 l 就实现了一次聚合。

3) 聚合过程的继续与结束

每次聚合后, 样方组数少1, 再重复上述两步进行下次聚合, 直到原有 N 个样方共聚合了 $N-1$ 次而最终聚成一个样方组时才结束。

4) 结果表示

将全部聚合过程用树状图表示(如图1和图2), 其中每个节点表示一次聚合, 该节点的高度(纵坐标)表示信息的增量。

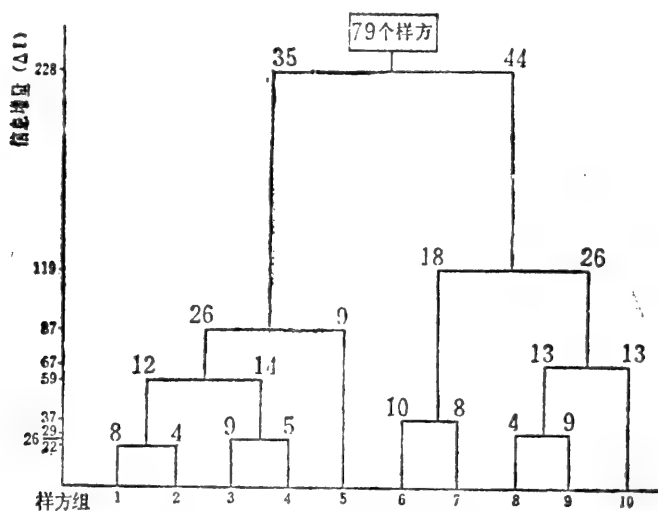


图5 福建三明光叶红椎林信息聚合过程树状图

2. 主坐标分析 (Principal coordinate analysis)

这是一种排序方法。假设我们对 N 个样方有了衡量它们之间差异即距离的数据, 就可以用此方法找出一个直角坐标系(最多 $N-1$ 维), 使 N 个样方表示成 N 个点, 而使点间的欧氏距离的平方正好等于原来的差异数据。

主坐标分析是GoWer (1966) 建立的。因为样方间差异数据可用各种各样的办法给出, 这种方法用得很普遍。例如原来只知样本属甲型、乙型、丙型……等名称的区别, 只要对不同型间的差异给以适当的数量描述, 就可以用此方法求出各样方的数量坐标, 从而实现定性数据的定量转换。

主坐标方法简单、明确、效率很高。它与主分量分析一样, 最后找出的坐标系不仅正交, 而且第一轴、第二轴……依次按 N 个点在该轴上的方差大小顺序排列, N 个点对不同两个轴都不相关。所以也可用较少的维数, 特别是直观的二、三维空间去排列样方, 而使信息的损失最少。它与主分量分析不同之处在于: 不是先给出 N 个点的坐标, 去找出刚性旋转的坐标; 而是只知其间的距离要去重新建立各点的坐标。因此可以不限于度量(metric)的相似系数公式, Prentice (1977) 采用数量数据对于寒温带森林和草地进行主坐标分析, 他认为非度量(non-metric)相似系数比度量相似系数效果更佳。倘若有一

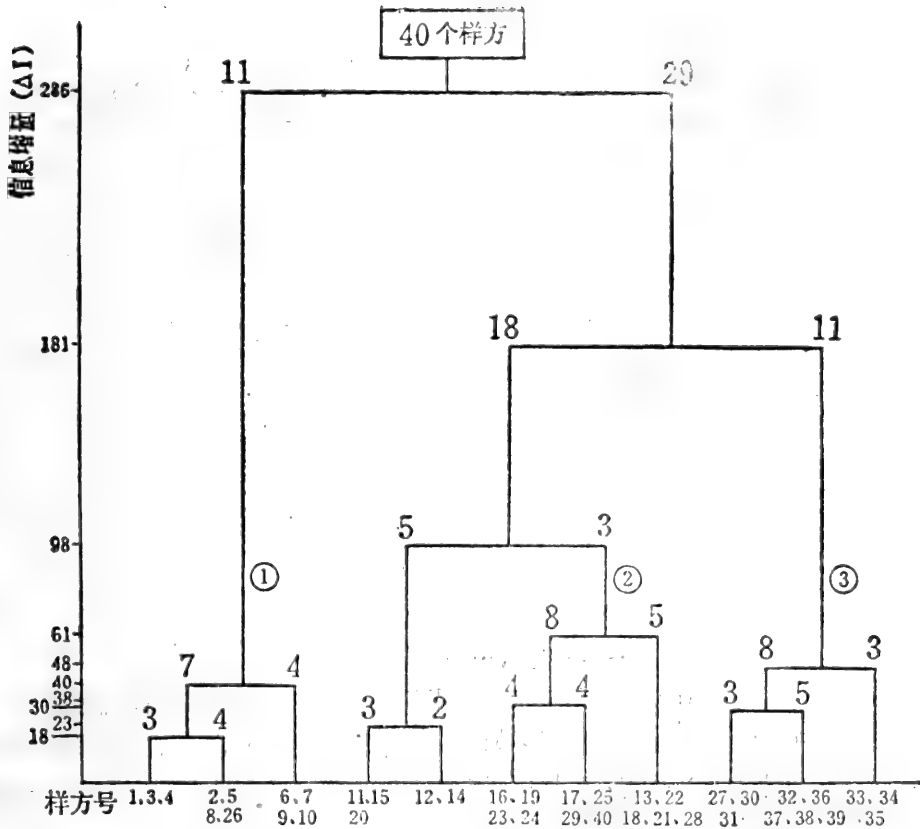


图6 黑龙江呼盟羊草草原信息聚合过程树状图

新数据还有一种可以不全部重新计算，而添加进去的方法 (Gower 1968, Wikinson 1970)。

主坐标分析的步骤如下：

(1) 构成样本间差异的数据矩阵 M

主坐标分析的原始数据是已知衡量 N 个样本间差异的数值，它构成 $N \times N$ 的矩阵：

$$M = \begin{pmatrix} m^2_{11} & m^2_{12} & m^2_{13} & \dots & m^2_{1N} \\ m^2_{21} & m^2_{22} & m^2_{23} & \dots & m^2_{2N} \\ m^2_{31} & m^2_{32} & m^2_{33} & \dots & m^2_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m^2_{N1} & m^2_{N2} & m^2_{N3} & \dots & m^2_{NN} \end{pmatrix} \quad (5)$$

其中 m^2_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) 表示样方 i 和 j 的差异，这里写成平方的形式是因为它正好是最后表出的第 i 和第 j 两样本点的欧氏距离的平方。显然 M 矩阵的全部元素都大于等于 0，并满足两个条件：① 因为一个样方自身的差异为 0，所以主对角线上的元素 m^2_{ii} ($i = 1, 2, \dots, N$) 均为 0；② 样方 i 与 j 的差异应等同于样方 j 与 i 的差异，既 $m^2_{ij} = m^2_{ji}$ ($i = 1, 2, \dots, N; i \neq j$)，所以 M 是对称的。由此可知只需知道 $N(N-1)/2$ 个差异数据， M 就确定了。

M 的数据一般不是生态工作者观察群落的原始记录，而是由原始记录推导出来的，它有各种推导方法。本文用的是 N 个样方 P 个种的二元数据 (1)，我们取在样方 i 和 j 中

只出现于一个样方的种数为 m^2_{ij} ，显然，它符合上述两个条件，并且容易由原始数据(1)推出 M 。

(2) 构成离差矩阵 A

现在用 M 的元素来构成离差矩阵 $A = (a_{ij}) (i, j = 1, 2, \dots, N)$ ，其方法是：首先求出 M 各行之和

$$M_{i.} = \sum_{j=1}^N m^2_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

各列之和

$$M_{.j} = \sum_{i=1}^N m^2_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, N),$$

全部元素之和

$$M = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N m^2_{ij}$$

然后令

$$a_{ij} = -\frac{1}{2}m^2_{ij} + \frac{1}{2N}M_{i.} + \frac{1}{2N}M_{.j} - \frac{1}{2N^2}M \dots \quad (6)$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, N)$$

就求出 A 矩阵的元素。以后可知，它是最后求出的 N 个样方点坐标矩阵的离差矩阵。这里不必证明而列出 A 具有的三个性质：① A 是对称的，即 $a_{ij} = a_{ji}$ ， $(i, j = 1, 2, \dots, N)$ ；② A 的行和及列和均等于0，即 $A_{i.} = A_{.i} = 0$ ；③ $m^2_{ij} = m^2_{ji} = a_{ii} + a_{jj} - 2a_{ij}$ ， $(i, j = 1, 2, \dots, N)$ 。

(3) 求出 N 个样方点的坐标矩阵 C

因为 A 是 $N \times N$ 的对称实矩阵，所以必存在着酉矩阵（正交矩阵） U 将 A 变换成对角矩阵 Λ ，即

$UAU' = \Lambda$ ，或 $A = U' \Lambda U$ 。其中 Λ 的主对角线元素为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ ，分别是 A 的 N 个

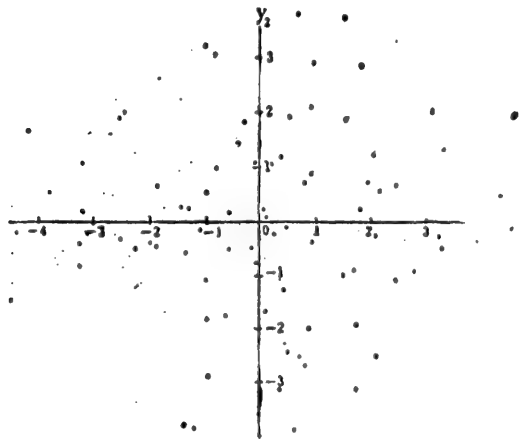


图7 光叶红椎林79样方主坐标分析二维排序（占总信息32.7%）

依大小排列的特征根，而 U 的每一行向量是相应的特征向量。

我们令

$$C = A \frac{1}{\sqrt{\lambda}} U = (ij) = \begin{pmatrix} u_{11}\sqrt{\lambda_1} & u_{12}\sqrt{\lambda_1} & u_{13}\sqrt{\lambda_1} & \cdots & u_{1N}\sqrt{\lambda_1} \\ u_{21}\sqrt{\lambda_2} & u_{22}\sqrt{\lambda_2} & u_{23}\sqrt{\lambda_2} & \cdots & u_{2N}\sqrt{\lambda_2} \\ u_{31}\sqrt{\lambda_3} & u_{32}\sqrt{\lambda_3} & u_{33}\sqrt{\lambda_3} & \cdots & u_{3N}\sqrt{\lambda_3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{N1}\sqrt{\lambda_N} & u_{N2}\sqrt{\lambda_N} & u_{N3}\sqrt{\lambda_N} & \cdots & u_{NN}\sqrt{\lambda_N} \end{pmatrix} \quad (7)$$

就是所求的 N 个样方点的坐标矩阵，其中第 j 列就是第 j 样方的 N 个坐标值。若 A 只有 s 个特征根不为0 ($s \leq N-1$)，则每个样方的 N 个坐标的后 $N-s$ 个值全为0，可以不算在内。

此坐标矩阵有如下性质(不加证明)：①它的离差矩阵为 A ， $C'C = A$ 。②第 i 点与 j 点的欧氏距离平方 $d^2_{ij} = m^2_{ij}$ ($i, j = 1, 2, \dots, N$)。③此坐标系的原点处于 N 个样方点的形心，即 C 的行和均为0。于是坐标 C 就达到了主坐标分析的全部目的。

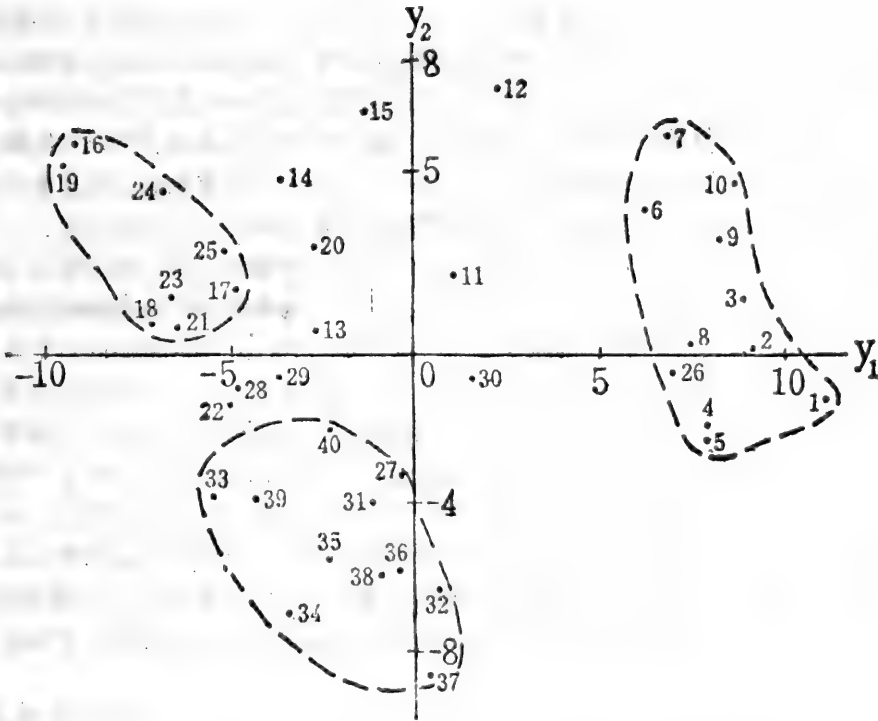


图8 羊草草原40个样方主坐标分析的二维排序(占总信息的59%)

(4) 排列 N 个样方

根据 C 给出的 N 个样方的坐标值，可以在 s 维空间中排列样方，而不损失信息。与主分量分析一样，可以在较低的 K ($K < s$) 维空间中排列样方，则保留的信息百分比为：

$$\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^s \lambda_i}$$

特别是只选择二、三维主坐标就可直观地画出它们的排序图形(如图3和图4)。

(二)结果和讨论

对光叶红椎林的信息聚合过程如图1所示。因为79个样方总共进行78次聚合，图形很杂乱，因此，图中对合并的信息增量在20以下者已省略，此时79个样方已合并成了10个组，图1只画出这以后的9次聚合过程。

聚合方法总是要将单个样方最终合并成一个组，聚合的树状图就反映了群落的分类情况。不过对于基本上是一片纯林的光叶红椎林的这种分类，其生态意义如何，只有在我们对这个森林各个样方情况的进一步研究后才能验证。

对羊草草原的信息聚合过程的树状图如图2所示，同样，已略去信息增量在18以下的分类。由图2可知，①组11个样方，除26号样方外，其余10个样方是原作者定性分类的半湿润草甸草原群丛组；②组13个样方，有9个属半干旱草原群丛组，其余3个是过渡类型的样方，1个是属于耐盐植物群丛组的样方（第40号）；③组11个样方有9个属于耐盐植物群丛组的样方和2个过渡型的样方。可见用信息分析分类的结果与我们用关联分析和主分量分析的结果，以及作者用传统定性分析的结果基本上是一致的〔1〕。

光叶红椎林主坐标分析的一个二维排序图形在图3给出。从中可见样方的排列基本上是均匀的，不构成任何明显的集团。主坐标分析二维排序占总信息32.7%，三维排序占46.2%，与我们前篇文章用主分量分析时二维信息31.3%，三维信息44.4%基本一致。对11维种空间来说，这种排序效率相当低，同样印证光叶红椎林是相当均匀的。

图4给出羊草草原40个样方主坐标分析的一个二维排序图形。图中40个样方大体可以分成3个集团。右边用虚线框出的11个样方，包括原作者的半湿润群丛组和例外的第26号样方。左上方框出的8个样方全部属于半干旱草原群丛组，右下方框出的11个样方，包括耐盐植物群丛组的全部10个样方和一个过渡型的27号样方。这一结果不仅与原作者的定性分类吻合，特别有意义的是它与我们前篇文章用主分量分析的二维排序图形几乎完全一样，读者将图4与前文图4比较即很清楚。这是因为我们在主坐标分析中用的样方差异指标正好是以种为坐标时的欧氏距离的平方，PCA的坐标旋转保持它不变，而主坐标分析建立的新坐标具有这相同的距离，所以两者是一致的。同时说明这两种方法反映了同一事物的内部关系，这两种方法都是有效的。主坐标的二维信息占59%，三维占67%，这以PCA所占的44.3%和50.7%要高得多，这说明对异质情况严重的群落，主坐标分析更为效率高。

本文所用的数量分类方法也是在电子计算机上实现的，程序保存在北京市计算中心，其它同志可以应用。

三、相互平均法和指示种分析

下面介绍两种近年来发展起来的数量分类方法：相互平均的排序方法（Hill, 1973）和指示种分析的分类方法（Hill, Bunce & Shaw, 1975），并把它们用于全国32个杉木林区的气候因素数据和内蒙古自治区呼盟的羊草草原的植物种数据。从这些应用中可以揭示出一些调查数据所反映的有明显生态意义的规律。为清楚起见，我们先概述分析的方法，然后再讨论分析的结果。

(一)、方 法

1. 相互平均 (Reciprocal averaging) 法

这是一种用迭代法求矩阵特征值及特征向量的排序方法。它可以同时求出样方与属性两者的排序坐标，亦即在一次分析中同时完成了正分析和逆分析，这是此方法最主要的优点。另外，相互平均法计算比较简单，在数据较少时，甚至可以在台式计算机上进行分析。

这种方法被法国学者Benzecri(1969, 1973)称为对应分析(correspondence analysis)，我们只介绍Hill(1973)建立的一种称为相互平均的算法。Bouxin(1976)，Werger et al(1978)和Maarel(1979)等都曾用过此方法。Gauch, Whittakar & Wentworth(1977)将相互平均法与其它排序方法做过比较研究，发现它较能克服非线性数据的影响，在10个半变程（一种衡量在环境梯度上样方差异的指标）以内不致引起很大的歪曲，这比主分量分析、主座标分析等其它排序方法要好得多。

假若我们对N个样方调查了p个属性的量，所得的原始数据构成 $p \times N$ 的矩阵：

$$X = (X_{ij}), (i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

其中 x_{ij} 表示第j个样方中第i个属性的量，它可以是定性的二元数据（只有0或1），也可以是定量的一般数值数据。

相互平均排序方法（以下简称RA）的分析步骤如下。

(1) 属性与样方排序坐标间的相互平均关系

我们首先求出原始数据矩阵X的行和

$$r_i = \sum_{j=1}^N x_{ij}, (i = 1, 2, \dots, p)$$

及列和

$$C_j = \sum_{i=1}^p x_{ij}, (j = 1, 2, \dots, N)$$

并令p个属性在某一排序轴上的排序坐标为列向量 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_p)^T$ ，N个样方在相应轴上的排序坐标为 $Z = (z_1, z_2, \dots, z_N)^T$ ，则属性排序Y与样方排序Z之间有如下相互平均的关系：

$$y_i = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij} z_j}{r_i}, (i = 1, 2, \dots, p) \quad (2)$$

$$z_j = \frac{\sum_{i=1}^p x_{ij} y_i}{C_j}, (j = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

这种关系写成矩阵的形式即为

$$\begin{aligned} Y &= R^{-1} X Z, \\ Z &= C^{-1} X^T Y. \end{aligned}$$

其中矩阵 R 和 C 分别是由 p 个行和 r 与 N 个列和 C_j 构成的 p 阶与 N 阶对角线矩阵, R^{-1} 和 C^{-1} 分别是它们的逆矩阵。

(2) 用迭代法求出第一轴上的 Y 和 Z

我们可以任给一组其最小值为0, 最大值为100的属性排序初值

$$Y^{(0)} = (y_1^{(0)}, y_2^{(0)}, \dots, y_p^{(0)})^T,$$

代入(3)式可以求出样方排序值

$$Z^{(0')} = (z_1^{(0')}, z_2^{(0')}, \dots, z_N^{(0')})^T$$

因为它的每个分量是 $Y^{(0)}$ 中 p 个值通过(3)式加权平均而来的, 其数值也必在0与100之间, 但最小值可能大于0, 最大值可能小于100。

为了其后计算方便, 我们需要调整算出的 $Z^{(0')}$ 之值。令

$$z_j^{(0')} = 100 \times \frac{z_j^{(0')} - \min \{z_j^{(0')}\}}{\max \{z_j^{(0')}\} - \min \{z_j^{(0')}\}}, (j=1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

就得到 $Z^{(0)} = (z_1^{(0)}, z_2^{(0)}, \dots, z_N^{(0)})$, 其中最小值必为0, 最大值也确实为100。

以下再将 $Z^{(0)}$ 之值代入(2)式去求出属性排序

$$Y^{(1')} = (y_1^{(1')}, y_2^{(1')}, \dots, y_p^{(1')})^T,$$

再通过类似(4)式的计算进行调整, 而得出最小值为0, 最大值为100的属性排序

$$Y^{(1)} = (y_1^{(1)}, y_2^{(1)}, \dots, y_p^{(1)})^T.$$

重复上述迭代并调整的过程, 从最初随意给出的 $Y^{(0)}$ 出发, 可逐次得到

$$Z^{(0)}, Y^{(1)}, Z^{(1)}, Y^{(2)}, \dots, Y^{(l)}, Z^{(l)}, Y^{(l+1)}, Z^{(l+1)}, \dots$$

在所有这些列向量中, 其最小分量均为0, 最大分量均为100。

无论初始值 $Y^{(0)}$ 给得如何, 这样迭代下去必然是收敛的。当迭代了若干步, 比如 l 步之后, 必有 $Y^{(l)} \approx Y^{(l+1)}$, $Z^{(l)} \approx Z^{(l+1)}$, 这最后的稳定向量就是我们要求的在第一轴上的 p 个属性的排序 Y , 和 N 个样方的排序 Z 。

迭代过程的收敛性可做如下说明。如果不考虑调整, 则对 Y 而言, 由(2)、(3)两式有

$$Y^{(l+1)} = R^{-1}XZ^{(l)} = R^{-1}XC^{-1}X^TY^{(l)},$$

因为 $Y^{(l+1)} = Y^{(l)} = Y$, 说明 Y 是矩阵 $L = R^{-1}XC^{-1}X^T$ 的特征向量, 所以迭代过程必收敛到确定的解, 初值的好坏只影响收敛的速度。

(3) 求其它轴上的排序座标

上面只求出了第一轴上的属性排序 Y 和样方排序 Z 。现在要求出第二轴上的 Y' 和 Z' , 必须给出第二轴上属性排序初值

$$Y'^{(0)} = (y'_1{}^{(0)}, y'_2{}^{(0)}, \dots, y'_p{}^{(0)})^T,$$

再重用上述迭代加调整的过程去求到解。现在初值 $Y'^{(0)}$ 不能随意给出, 必须用Schmidt的正交化方法构成与第一轴 Y 正交的初值, 才能保证从它开始迭代而得到第二轴上的 Y' 和 Z' 。其处理步骤如下:

①首先求出

$$RY = (r_1y_1 \ r_2y_2 \ \dots \ r_p y_p)^T,$$

这里 R 是原始数据 p 个行和的对角线矩阵, Y 是上面求出的第一轴的属性排序。

② 计算 Y 中各分量的加权平均

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^p r_i y_i}{\sum_{i=1}^p r_i}$$

并以此为分量构成列向量 $\bar{Y} = (\bar{y}_1 \bar{y}_2 \cdots \bar{y}_p)^T$ 。然后算出

$$R\bar{Y} = (r_1 \bar{y}_1 \quad r_2 \bar{y}_2 \cdots r_p \bar{y}_p)^T$$

③ 计算列向量

$$e = RY - R\bar{Y} = (e_1 \quad e_2 \cdots e_p)^T$$

注意 e 中 p 个分量之和必为 0。

④ 从求第一轴 Y 的迭代过程中, 选出接近于得到最终解时前几步的任一近似解, 比如第 k 步 ($k < l$) 时的解, 记为

$$Y^* = y^{(k)} = (y_1^* \quad y_2^* \cdots y_p^*)$$

再从此算出系数

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^p e_i y_i^*}{\sum_{i=1}^p e_i y_i}$$

⑤ 求出第二轴的迭代初值 $Y'(0)$

首先算出

$$Y'(0) = (y_1^* - \mu y_1 y_2^* - \mu y_2 \cdots g_p^* - \mu y_p)^T$$

它的 p 个分量均在 0 与 100 之间。同样用类似 (4) 式的调整换算, 把它变成最小值为 0, 最大值为 100 的列向量 $Y'(0')$, 就得到第二轴迭代的初值。

由此 $Y'(0')$ 出发开始第 2 步的迭代, 最后就得出第二轴上的属性排序 Y' 和样方排序 Z' 。这个 Y' 就是矩阵 L 的第二个特征向量。

如果还需求第三、四……轴的排序坐标, 每次都需用 Schmidt 正交化方法去求出下一轴的迭代初值, 然后开始迭代而得到其它轴上的属性排序与样方排序。

(4) 特征值的估计

每求出一属性排序 Y , 因它是矩阵 L 的特征向量, 有 $LY = \lambda Y$, 所以相应的特征值为

$$\lambda = |LY|/|Y|$$

其中分子和分母分别表示向量 LY 和 Y 的长度。它的估计值实际上是最后一次迭代求出的 $Y^{(l+1)'}$ 中最大值与最小值 (未经调整时) 之差。

如果求出 p 个 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ 值, 则取前 K 轴排序所表现的信息比例为

$$\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i}$$

但因此法是一个轴一个轴地求出特征向量的，一般只求出需要的前 K 轴，其后的特征值还不知道，所以很少用上述公式去衡量排序效果。

(5) 排序属性及样方

这个方法一般只适于求出前面较少轴的排序坐标。对于二、三轴的排序坐标可以同时画出属性排序和样方排序的图形，以形象地表现出排序的结果。

2 指示种分析 (Indicator species analysis)

这是一种多元分划的等级分类方法，只适用二元数据。它实际上是对关联分析^②的改进，每次分划均考虑多个种（属性），以尽量减少因单元分划引起的错分类，此方法是以相互平均法，或主分量分析等其它排序方法，所得的在第一轴上的样方排序为基础，先进行预分类；然后考虑若干个指示种去调整预分组而确定一次分划，因此可以说，指示种分析是一种带调整的划分方法。

我们仍用(1)的原始数据矩阵，现在所有 x_{ij} 只能取1或0，分别表示种的存在或不存在。对于数量数据，此方法要做一定修正才能应用。

指示种分析的计算步骤如下：

(1) 按排序座标预分样方成两组

先引用相互平均法（或别的排序方法）所求出的 N 个样方在第一轴上的排序座标 $Z = (z_1, z_2, \dots, z_N)$ ，其 $0 \leq z_j \leq 100$ ， $(j = 1, 2, \dots, N)$ 。

算出 N 个排序座标的平均值 $\bar{z} = \sum_{j=1}^N z_j / N$ ，并此为界，将 N 个样方预分成排序值小于等于 \bar{z} 的“负”组，和大于 \bar{z} 的“正”组，假设这两组中各有 N_1 和 N_2 个样方， $N_1 + N_2 = N$ 。

(2) 选出指示种

现在考察每个种（属性），假设 N_{i1} 和 N_{i2} 分别是第 i 种出现在负组和正组中的样方数。显然，如果某个种出现于负组（或正组）的所有样方中，即 $N_{i1} = N_1$ ；而在正组（或负组）的样方中全不出现，亦即 $N_{i2} = 0$ 则按此种的有无来分划样方组就与按排序值的预分组完全一致，这样的种为完全指示种。反之，如果某个种同比例地分布在负组和正组的样方中，即 $N_{i1}/N_1 = N_{i2}/N_2$ ，则此种对预分组来说完全没有指示意义。

因此，我们可以对每个种定义一个指示值：

$$I_i = |N_{i1}/N_1 - N_{i2}/N_2| \quad (i = 1, 2, \dots, P)$$

其数值在0（毫无指示意义）和1（完全指示）之间，值愈大对预分的指示意义愈大。

现在我们依 I_i 的大小，可以选出几个值最大的指示种。选取指示种的个数可依具体情况而定，如选取太少，比如一个种，就无异于单元分划；如选取太多，计算又麻烦。一般以选取5个以内的指示种为宜。

(3) 构成每样方的指示分

对选出的每个指示种，根据它在正组或负组的哪一边占优势，即根据 $N_{i2}/N_2 > N_{i1}/N_1$ 或相反，而分别称为正指示种和负指示种。一个样方包含了一个正指示种记+1分，包含一个负指示种记-1分。对每个样方来说，将它包含的指示种分加起来，就是该样方的指示分。比如某样方包含2个正指示种，1个负指示种，则它的指示分为+1；如包含1个正种，4个负种，则指示分为-3。

注意，在只选5个指示种的情况下，各个样方的指示分最多分为六个等级。比如，当5个都是正种时，样方指示分可以为0、1、2、3、4、5共六级；当4个负种1个正种时，可为-4—-1六级；当5个全为负种时，可分-5—0六级。

(4) 按指示分再分组样方

N个样方可按指示分排列。现在要从各指示分中确定一个界线，称为阈值，并将样方按其指示分小于或等于阈值和大于阈值，而又分成负、正两组。这样分出的组显然与原先按排序的预分组一般不是一致的。

我们比较以不同的指示分为阈值时，新分组与原预分组有多少个不一致的“错分类”样方，从中选出使错分类最少的指示分为阈值。以此阈值的分组就尽量与原预分组吻合。

(5) 调整边界确定一次分划

按指示分的分组与原来按排序座标的预分组，终究难免有错分类的样方，现在我们调整原预分组使错分类进一步减少。

如果某个错分类样方的排序值接近于平均值 \bar{Z} ，则可稍为调动边界将此样方划到另一组去，于是就改变了此样方的错分。对于那些其排序值远离 \bar{Z} 的样方则不予调整。由于与 \bar{Z} 接近的数量大小是使用者自己决定的，所以这种调整带有人为的因素。

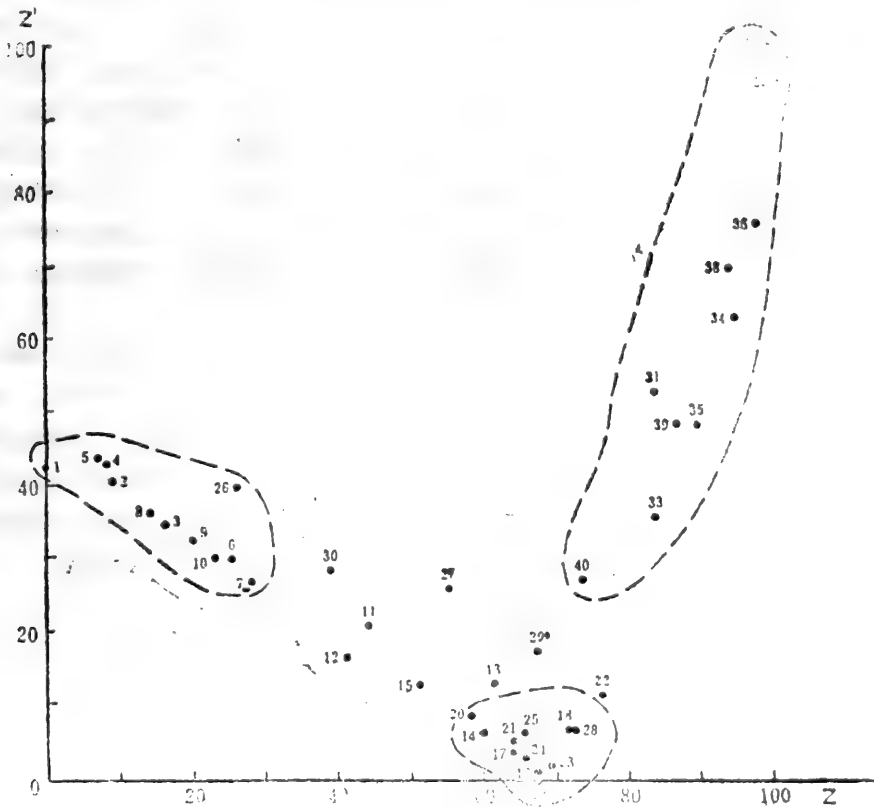


图9 内蒙呼盟羊草草原40个样方的相互平均二维排序

调整后的预分组被确认为一次分划。

(6) 继续分划

上述过程只得到了原 N 个样方的一次分划，对分得的两组再重复上述过程继续分下去。一般并不要求分到单个样方，而达到使用者认为合适的最终组数即可停止继续分划。

因为每次再分、都需重用排序方法得到该组样方的排序座标，这方法是麻烦的。调整预分的人为划线也不便于计算机上自动调整。

(二) 结果与讨论

我们对内蒙呼盟羊草草原40个样方32个种的原始数据（只记种存在不存在），用相互平均的排序方法求出前两个排序轴上的样方排序和种排序。40个样方的前二维排序（图1）。

根据原调查者用传统方法将样方分成的群丛组，其组成是：第1—10个样方是半湿润草甸草原群丛组，第16—25个样方是半干旱草原群丛组，11—15个样方是这两者的过渡类型，第31—40个样方是耐盐植物的群丛组，26—30个样方是后两种群丛组间的过渡类型。在图中用虚线括成的三组样方基本上是三种不同类型的群丛组，但其分界不甚明确，耐盐植物组也显得很分散，远远不如同一数据用主分量分析〔2〕和主座标分析〔3〕所得图形那样分辨清晰。因为相互平均法的样方排序相当于不中心化的主分量分析，所以效果不如中心化的主分量及主座标分析好。但是从三种方法的分析结果看，它们是一致的，比如样方26，因出现偶见的日阴菅种而总是与半湿润草甸草原群丛组很接近。

相互平均法的优点是同时得到了32个种的排序，其二维种排序如图2。在某轴上的种排序也表明了它们对相应轴样方排序所起的作用，处于极端位置0和100附近的种对样方排序的作用更突出，这一点与主分量分析时用负载量（Loading）来衡量种的作用，显然要更直观一些。而且种排序本身还可能反映各个种对样方而言的聚集规律，这也是很有意义的事情。

从图2可以看出，对第一轴排序作用较大的有其排序值近于0的日阴菅（种10），山野豌豆（种13）、裂叶蒿（种12），以及排序值近于100的独行菜（种30）、多根葱（种28）和碱蒿（种29）等。对第二轴排序作用较大的有大针茅（种4）木樨黄芪（种19）、独行菜（种30）、多根葱（种28）和碱蒿等。这些结果与同一数据用主分量分析的负载量比较，可以看见大致相同，但也有不一致的地方。比如在主分量分析中柴胡（种24）对第二轴有较大的贡献，现在就反映不明显，种30在主分量中对一、二轴的贡献均不突出，而现在表现出它有突出的作用。但是日阴菅、碱蒿等种的作用，两种分析都是一致的。

我们还用阳含熙（1960）对全国32个杉木林区的气候因素数据，进行了相互平均法的排序。我们以地名代表杉木林区，共32个；每林区调查了八个与气候有关因素，计有纬度，海拔高度，年平均气温，相对湿度，一月份平均气温，年日照时数，平均风速和年降雨量，全是数量数据。

用相互平均法得到的林区二维排序（图3）。这个排序图形比较清楚地反映了杉木林区气候的真实类型。烟台和卢氏都是解放后在局部地区种植杉木的地方，河山纬度已稍北，海拔已达1070米，所以它们的排序位置都偏在一隅。其余29个地区都是杉木林

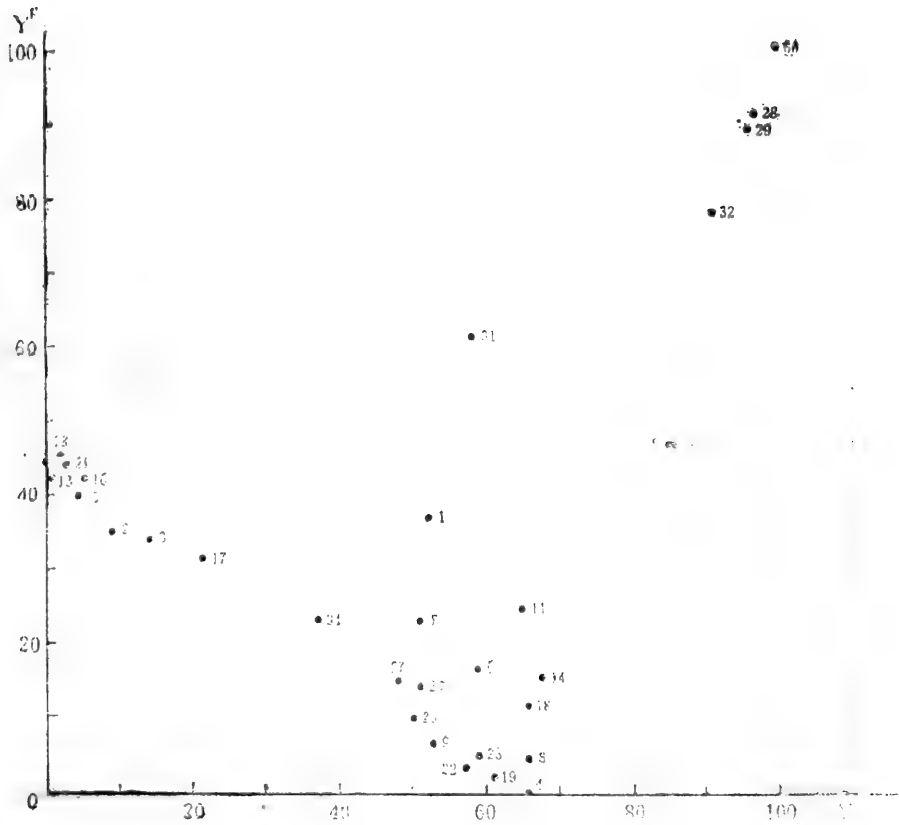


图10 内蒙呼盟羊草草原32个种的相互平均二维排序

区，安康属杉木林的分布北缘，也有较突出的位置。

同一数据用主分量分析，其二维排序如图4所示，它能更清楚地反映杉木林区的气候类型。此时，不仅烟台、卢氏和庐山更突出地偏于一隅，而且其余29个林区中属于分布北缘的安康、金寨，以及属于分布南缘的信宜、龙津都有较显著的位置。别的25个地区都属中亚热带气候，是杉木林区生长最宜的中心地区，它们的排序位置更为集中。图3和图4比较，再一次说明了相互平均法的样地排序相当于非中心化的主分量分析，其排序效果不如主分量分析（已中心化），后者更能明确地反映样地间的相互关系，而非中心化的排序总会有所歪曲，模糊了样地间的关系。

以上两例的实践说明相互平均的样地排序不如中心化的主分量分析，这是与Bonxin (1976) 和Werger et al (1978) 的应用结论是一致的。但是Whittaker et al (1978) 和Maarel (1979) 的实践则说明相互平均的效果比主分量的效果还要好。这可能是因为他们使用的数据有较强的非线性结构，因而主分量分析不宜处理，反而不如对非线性数据有较强适应能力的相互平均法。对于线性数据而言，中心化的效果一般应比非中心化的效果好一些。

对八个与气候有关因素用相互平均法同时得到的二维排序，因属性较少这里不给出图形。从中可以看出对第一轴起主要作用的是一月份平均温度和年平均温度两个属性，

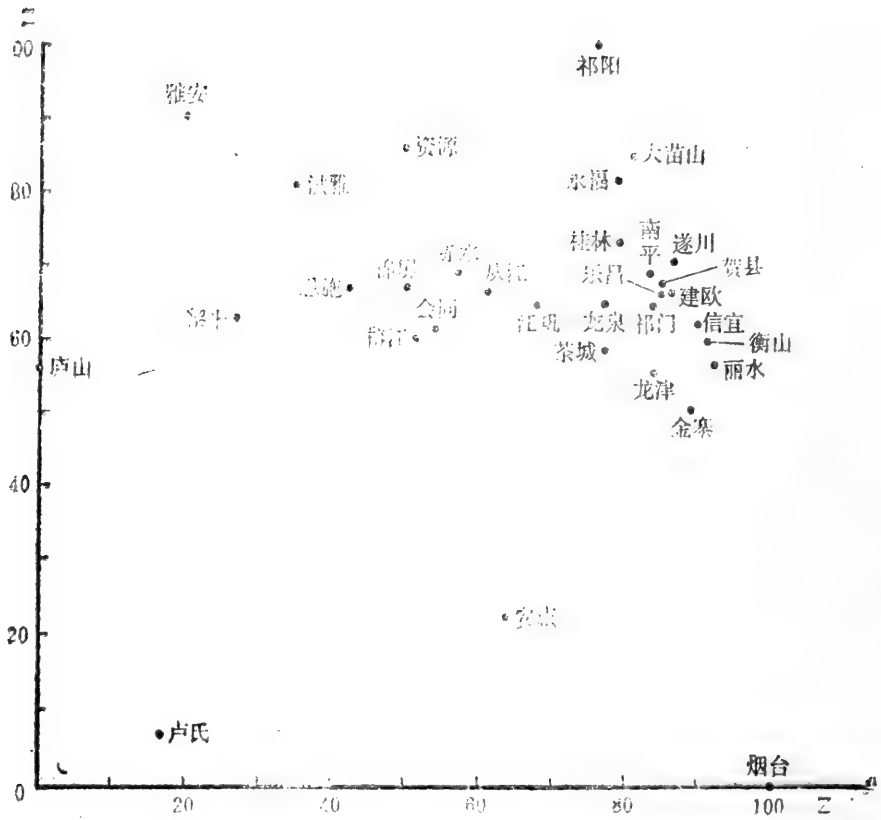


图11 全国32个杉木林区相互平均二维排序

这与植物分布的主导因素是气温这一论断是一致的。

我们对内蒙古自治区呼盟羊草草原的40个样方，还用指示种分析进行了分类。首先借用相互平均法对样方的第一轴排序值，即40个样方在图1中的横座标值，它们的平均值为 $\bar{Z} = 56$ 。以此平均值为界将40个样方分成了负组16个样方（图5中虚线的左侧），和正组24个样方（图5中虚线的右侧），这就构成了按排序的预分组。

再求32个种对预分组的指示值，并从中选取5个值最大者为指示种，它们依指示值大小的顺序，依次是日阴菅（种10），细叶白头翁（种15），展枝唐松草（种16），贝加尔针茅（种8）和裂叶蒿（种12）。它们都是正指示种。以此来决定40个样方的指示分，分成从0到5共六个等级，如图5中每样方的纵座标值。由图中可见，以1为指示分阈值，则分成大于1的正组15个样方，小于或等于1的负组25个样方。这种分组与按排序的预分组只有一个错分类的样方27。因它的排序值为55，与平均值 $\bar{Z} = 56$ 很接近，于是可将样方27从预分的负组调整到正组，用图中竖的实线进行分类。

因此，最后确认的第一次分划，负组包括15个样方，有1—10号半湿润草甸草原群丛组的全部样方和几个中间过渡型的样方，以及26号出现日阴菅的样方；正组包括25个样方，有半干旱草原和耐盐植物两个群丛组和一些过渡型的样方。这第一次分划是以日阴菅、细叶白头翁等5个指示种来分的，相当于同一数据用关联分析〔2〕第一次只用日阴菅

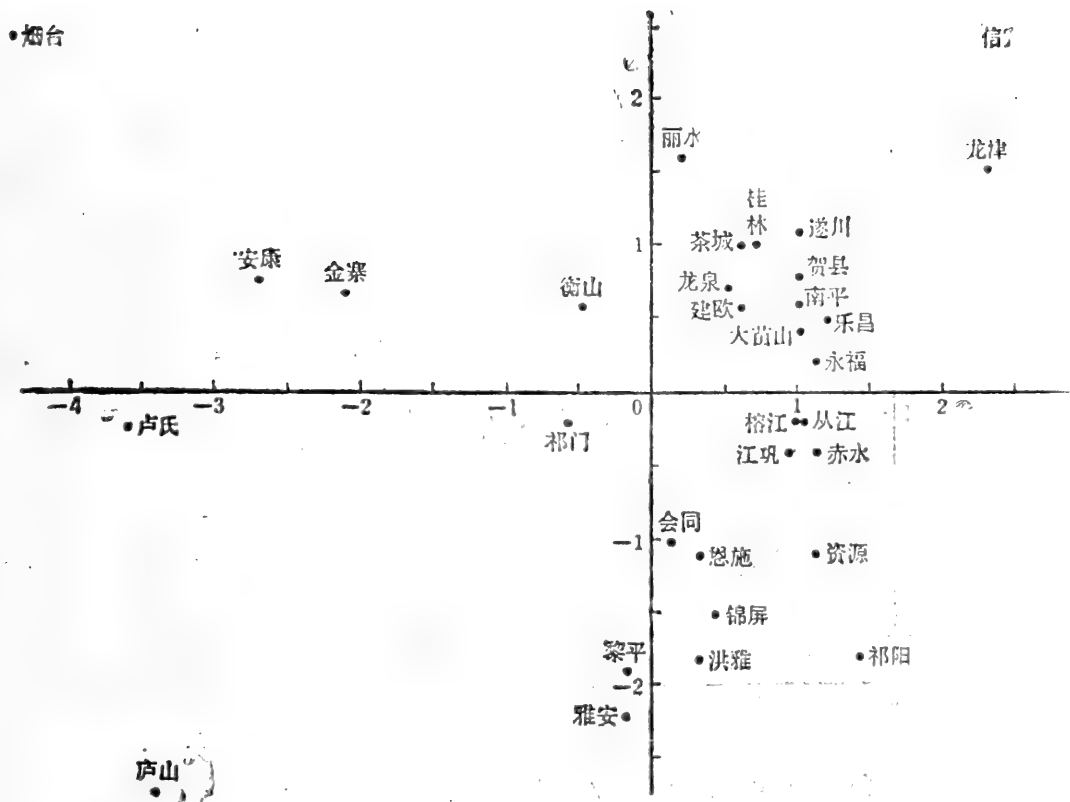


图12 全国32个杉木林区主分量分析的二维排序

的单元分划，但是避免了那里出现的错分。

对上面分得的两组，又重复用此方法细分。上次15个样方组的再分如图6所示，此时找出的指示种是寸草苔(种11)，裂叶蒿(种12)，日阴菅(种10)，山野豌豆(种13)和糙隐子草(种6)。最后分成的正组11个样方，包括半湿润组的1—10号共10个样方和样方26；另一个负组共4个样方，都是中间过渡类型的。

上次分得25个样方组的再分如图7所示。此时所用的指示种是碱蒿(种29)，阿尔太狗娃花(种23)，大针茅(种4)，硬质早熟禾(种9)和多根葱(种28)。这次分划分得负组15个样方，它包括了16—25全部10个半干旱草原组的样方和其它5个过渡型样方；另一正组是31—40号10个耐盐植物群丛组的样方。

对这次分出的负组15个样方，再进行一次细分，其指示种是大针茅(种4)、糙隐子草(种6)等5个种，最后将15个样方又分成两组：其一是样方16—25，完整地保留了半干旱组的10个样方；另一组是5个过渡型的样方。

上述各级分划可列为图8的树状图。每次分划所用的指示种只列出第一个。读者可把它与用关联分析时的图2(参看[2])进行比较。两者的分划步骤大体是一致的，那里只用一个临界种，这里用5个指示种，相应每次分划的指示种中，指示分最大者正好都是临界种。可以看到，指示种分析的分类结果比关联分析要好，它确实改进了因单元分划而引

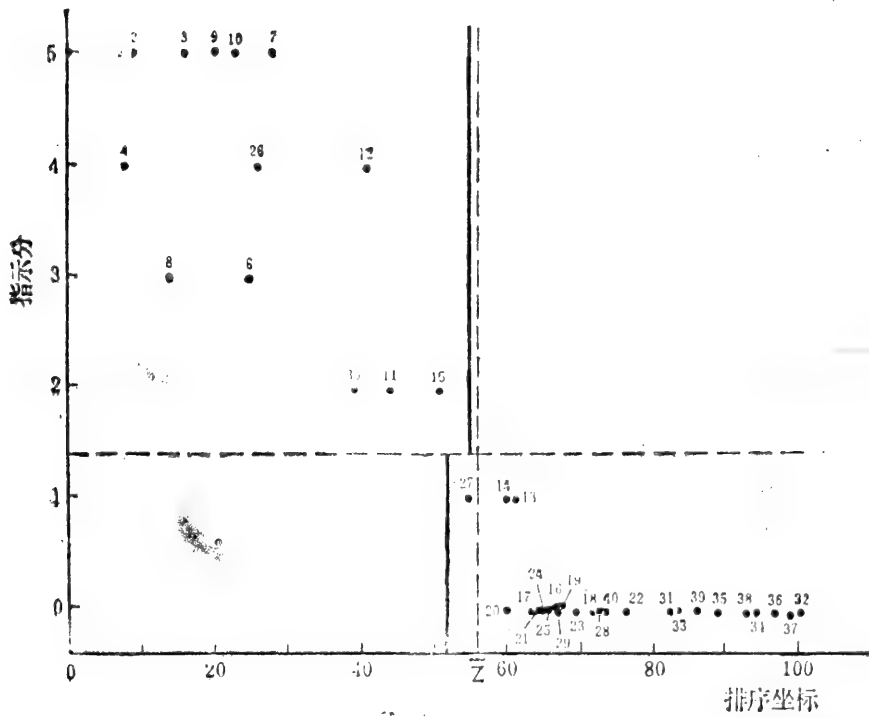


图13 内蒙呼盟羊草草原40个样方用指示种分析的第一次分划

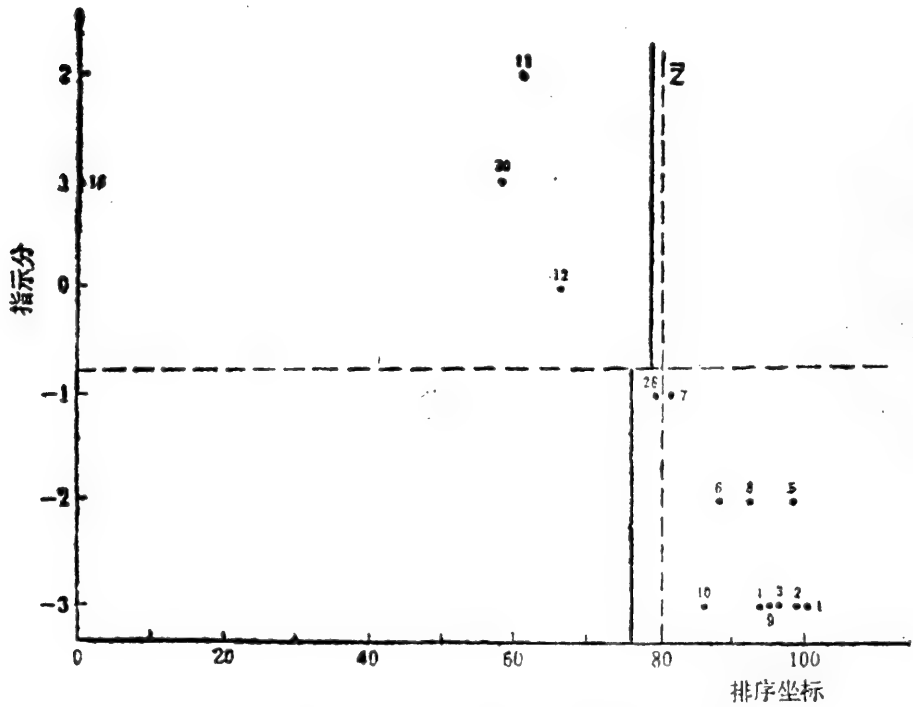


图14 第一次分得15个样方的再分划

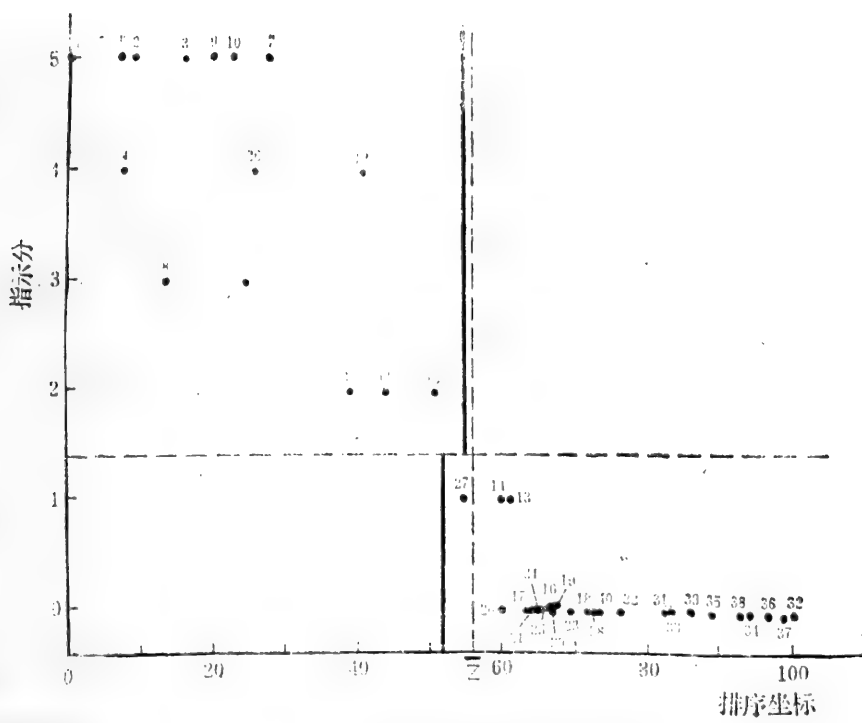


图15 第一次分得25个样方的再分划

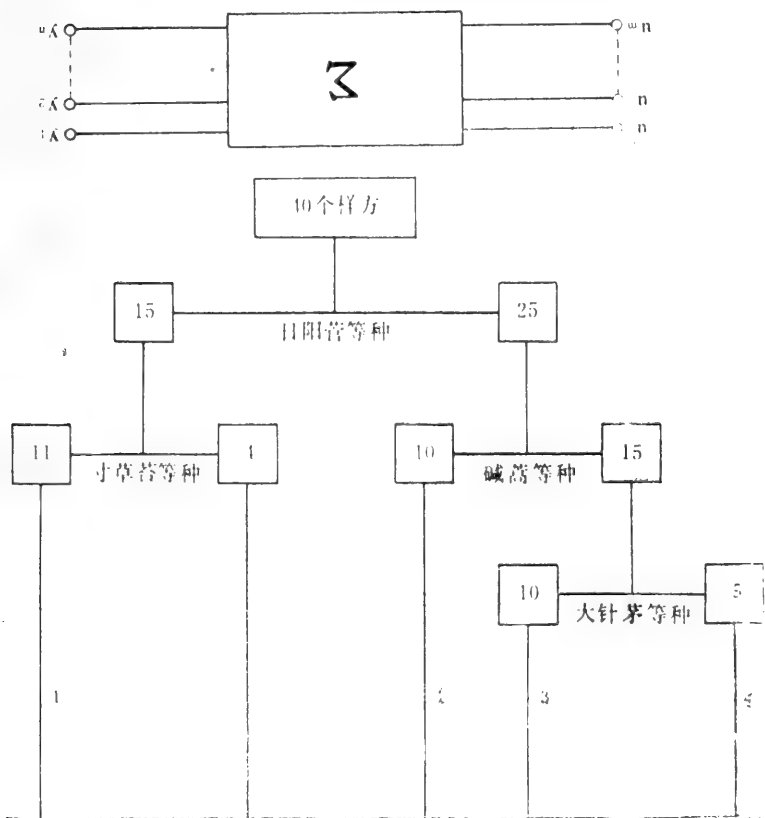


图 16 羊草草原40个样方指示种分析的分类树状图

起的较多的错分类。在我们例中，现在分出的①组是1—10号半湿润组的样方加上出现日阴营的样方26，共11个样方；②组和③组各有10个样方，均完整地保存了原耐盐植物组和半干旱草原组的样方组。这比关联分析时的①、②和③组要明确得多，那里的组虽然都基本上属于同一类型，但包括了过渡型的个别样方，或者遗漏了本类型的个别样方，分类都不如指示种分析那样明确。另一方面，关联分析还引起许多杂乱的划分，多次分出一些单个的样方，远不如这里仅三级划分就迅速明确地分出了类型。

这一实例充分说明，指示种分析是关联分析的改进，效果更好。这与Horrill et al (1975)，Werger et al (1978) 和Maarel (1979) 等人的应用结果是一致的。可惜指示种分析在计算上要麻烦得多，加上有人为的调整，编制计算机程序也较困难。

参 考 文 献

- [1] Austin, M. P. and P. Greig-smith, 1968: The application of quantitative methods to vegetation survey II: Some methodological problems of data from rain forest, *J. Ecol.* 56 (3): 827—844.
- [2] Beefink, W. G., 1972: Übersicht über die Anzahl der Ausnahmen Europäischer und Nordafrikanischer Salzpflanzengesellschaften für das Projekt der Arbeitsgruppe für Datenverarbeitung, Grundfragen und Methoden in der Pflanzensoziologie: 371—396.
- [3] Benz'ecri, J. P. Statistical analysis as a tool to make patterns emerge from data. In: S. Watanabe (ed), *Methodologies of pattern Recognition*, 35—74. New York, Academic press, 1969
- [4] Benz'ecri, J. P. et al. L'analyse des données Vol. 2, L'analyse de correspondances, 1973.
- [5] Bor, N. L. , 1966: Grasses of Burma, Ceylon, India and Pakistan.
- [6] Bouxin, G. Ordination and Classification in the upland Rugege Forest. *Veg-etatio* 32, 97—115, 1976.
- [7] Cattell, R. B. , 1952: Factor analysis: An introduction to essentials *Biometrics*. 21: 190—251.
- [8] Chapman, S. B. ed. , 1976: *Methods in plant ecology*.
- [9] Ellenberg, H. , 1956: *Aufgaben und Methoden der Vegetationskunde*.
- [10] Gauch, H. G. Jr. et al. , 1977: Comparative study of reciprocal averaging and other ordination techniques, *J. Ecol.* 65: 157—174.
- [11] Gauch, H. G., R. H. Whittaker & T. R. Wertwoth. A comparative study of reciprocal averaging and other ordination techniques. *J. Ecol.* 65, 157—174, 1977.
- [12] Gittins, R. 1965: Multivariate approaches to a limestone grassland community: I. A stand ordination, *J. Ecol.* 53: 335—401.
- [13] Goldsmith, F. B. , 1972: The vegetation on exposed sea cliffs at South.

- Stank, Anglessey I. The multivariate approach, *J. Ecol.* 61 (3), 755—818.
- [14] Goodall, D. W., 1953: Objective methods for the classification of vegetation, I. The use of positive interspecific correlation, *Aust. J. Bot.* 1: 39—63.
- [15] Goodall, D. W., 1954: Objective methods for the classification of vegetation: III. An essay in the use of factor analysis, *Aust. J. Bot.* 2: 304—324.
- [16] Gower, J. C., 1966, Some distance properties of latent root and vector methods used in multivariate analysis. *Biometrika* 53, 325—338.
- [17] Gower, J. C., 1968, Adding a point to vector diagram in multivariate analysis. *Biometrika* 55, 582—585.
- [18] Harrison, C. M., 1970: The phytosociology of certain English heathland communities. *J. Ecol.* 58: 573—589.
- [19] Hill, M. O. Reciprocal averaging, an eigenvector method of ordination. *J. Ecol.* 61, 237—249, 1973.
- [20] Hill, M. O, R. G. H. Bunce & M. W. Shaw. Indicator species analysis, a divisive polythetic method of classification, and its application to a survey of native pinewood in Scotland. *J. Ecol.* 63, 597—613, 1975.
- [21] Hopkins, B., 1958: Vegetation of the Olokemeji forest reserve, Nigeria. V. The vegetation on the svanna site With special reference to its seasonal changes *J. Ecol.* 56: 97—115.
- [22] Horrill, A. D. et al. The woodland vegetation of Iuchcaelloch Loch Lomond. *Trans. Bot. Soc. Edinb.* 42, 307—334, 1975.
- [23] Jeffers, J. N. R., 1972: Plotting of multidimensional data, Merlewood Research and Development, pap. 35.
- [24] John, D. M. et al., 1977: A quantitative study of the structure and dynamics of benthic subtidal algal vegetation in Ghana (tropical West Africa), *J. Ecol.* 65, 497—521.
- [25] Kershaw, K. A., 1968: Classification and ordination of Nigerian savanna vegetation, *J. Ecol.* 56: 467—482.
- [26] Kershaw, K. A., 1973: Quantitative and dynamic plant ecology.
- [27] Maarel, E. van der. Multivariate methods in phytosociology, With reference to the Netherlands, 1979.
- [28] Noy-meir, I., 1970: Association analysis of desert vegetation, *Israel J. Bot.* 19: 561—597.
- [29] Noy-meir, I., and Austin, M. P., 1970: Principal component ordination and simulated vegetation data, *Ecology*, 61, 551—552.
- [30] Orloci, L., 1968, Information analysis in phytosociology classification and pre-

- diction *J. Theor. Biol.* 20, 271—284.
- [31] Orloci, L., 1969, Information analysis of structure in biological collection, *Nature*, 223, 481—483.
- [32] Prentice, J. C., 1977, Non-metric ordination methods in ecology, *J. Ecol.* 65, 85—94.
- [33] Proctor, M. C. F., 1967: The distribution of British liverworts—a statistical analysis, *J. Ecol.* 55 (1) : 119—136.
- [34] Werger, M. J. A., et al. vegetation structure and substrate of the northern part of the Great Pyke Rhodesia: Gradient analysis and dominance diversity relationships. *Vegetatio* 37, 151—161, 1978.
- [35] Whittaker, R. H. & H. G. Gauch (1978). Evaluation of ordination techniques. In: *Ordination of plant Communities*, 277—336, 1978.
- [36] Williams, W. T. and Lambert, J. M., 1966, Multi-variate methods in plant ecology V: Similarity analysis and information analysis, *J. Ecol.* 54, 427—445.
- [37] Williams, W. T., and J. M. Lambert, 1959: Multivariate methods in plant ecology: in plant communities. *J. Ecol.* 47. 83—101.
- [38] Williams, W. T., and J. M. Lambert, 1960: Multivariate methods in plant ecology; II. The use of an electronic digital computer of association analysis, *J. Ecol.* 48. 689—710.
- [39] Wilkerson, C., 1970, Adding a point to a principal coordinate analysis *Syst. Zool.* 19, 258—263.

相似系数的探讨

阳 含 熙

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

在植物数量生态研究工作中,对于两个物种,样方、地段或群落进行分类或排序(Ordination)的研究,通常是用相似系数作为二者相似(或相异)程度的数量指标。在电子计算机普遍应用的情况下,相异系数(即 $1 - \text{相似系数}$ 或 $\frac{1 - \text{相似系数}}{2}$)用得更多,事实上,现代的用法相似系数就包括相异系数。相似程度的比较应用于两个实体,一个实体和一组实体,以及两组实体等三种情况。Lorentz早在1858年就提出这种概念。Jaccard在1908年第一次提出一个公式。六十年代中,数量分类学兴起之后,为了在空间座标上进行排序的方便起见,又提出了一些测定距离的公式,得到广泛的应用。信息论渗透各门学科之后,申农(Shannon)公式也用得很多。

文献之中已有大量的相似系数,例如Moore(1972)就列举过40个,其中应用二元数据的27个,应用数量数据的13个,许多公式形式略异,而实质相同。有的缺点较多,已经淘汰,还有些根据特殊假定而提出,只在特殊场合下应用。在这里我们打算将大量的相似系数分为五种类型,在每种类型之中,选择一些应用较普遍的公式,加以介绍,并用一些简单的人工数据为例来进行计算。这样不仅有助于这些公式的应用,而且可以类推到其他类似的本文未能列举的其它公式的应用。最后我们将谈谈选择相似系数公式应该注意的一些重要原则。

一、关联系数 (Association Coefficients)

早期提出的相似系数,大都属于这一类,一般都应用于二元数据(例如在样方调查中,一个种的出现或不出现),用得最多的有下面几个公式(公式中的符号都按 2×2 列联表规定):

$$a/(a+b+c) \quad (1) \text{ Jaccard}(1901)$$

$$2a/(2a+b+c) \quad (2) \text{ Dice}(1945)$$

Czechanowski(1913)

Srenson(1948)

$$(a+d)/(a+b+c+d) \quad (3) \text{ Sokal和Michener}(1958)$$

$$(ad-bc)/[(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)]^{1/2} \quad (4) \text{ Dagnelie}(1962)$$

$$\log_2 \frac{N}{a_1 b_1 c_1 d_1}$$

(5) Godron(1966)

这些公式计算比较简单,也用得较多,我们就不举例说明了。其中公式(4)实际就很接近 χ^2 测验,因此有时也采用Yates校正系数和Fisher的更准确的计算公式。对于这类公式仔细观察一下,我们可以发现其中一类是考虑了 $d[(0,0)$ 即二者都不出现的情况]的,另一类是忽略了 d 的。取值范围也大不相同:有的包括了从 $-1 \sim 0 \sim +1$ 。通常就称为包括中心(Centred)的公式,而有些公式数值只在 $0 \sim +1$ 之间,通常就称为不包括中心(Non-Centred)的公式。比如公式(3),这是在植物数量分类学用得最多的一个公式,原来的名称是简单匹配系数(Simple Matching Coefficient)。这是一个不包括中心的公式,在解释时,把两种植物不具备某一特性(例如有毛或无毛)可以划成同一类型。可是这一公式在植物生态学上就不宜应用了,因为某一个种的不出现,情况非常复杂,不能简单解释为相似特点。所以在植物生态学中,公式(1)和公式(2)就用得最多,公式(1)和公式(2)都是属于不包括中心的公式。当两种植物不具备某一特性 $[(0,0)]$ 解释为相似时,数据就是对称的,而把它解释不相似时,那就是属于不对称的情况了。

从来对这类公式很少作过比较研究。Goodall(1978)选择了几个公式用10~100个样方作过比较。他的结果是公式(1)和(4)偏倚不大,即使样方个数低到10个,结果也是如此,而(2)则偏低。

对于数量数据,如果要采用这一类公式,就必须转换为二元数据,而在这样一个转换过程中,必然损失一部分信息。同时分界线的数量水平不同,所得结果肯定不同,理由很明显,两种属性的数量关系,并非整个过程都是线性的。

二、相关系数 (Correlation Coefficients)

为了避免名词上的混乱,我们同意这种建议将二元数据相似系数称为关联系数,而将数量数据的相似系数称为相关系数,在植物生态学上用得较多的相关系数,例如:

$$\text{相似百分率: } \frac{2 \sum_i \min(x_i, y_i)}{\sum_i (x_i + y_i)}$$

$$\text{或: } \sum_i \min(x_i, y_i) = 1 - 0.5 \sum_i |x_i - y_i|$$

最近Janssen(1975)还提出一个公式,他称为相似比例 (Similarity ratio)

$$\text{相似比例} = \frac{\sum_i x_i \cdot y_i}{\sum_i x_i^2 + \sum_i y_i^2 - \sum_i x_i \cdot y_i}$$

以上三个公式中, x_i 和 y_i 分别代表 i 种在 x 和 y 样地的数量数据。

长期以来用的最多的还有皮尔生的相关系数，Sokal和Michener(1958)第一次用于数量分类学，它的公式是：

$$r_{ab} = \frac{\sum_h (x_{ah} - \bar{x}_a)(x_{bh} - \bar{x}_b)}{\sqrt{\sum_h (x_{ah} - \bar{x}_a)^2 \sum_h (x_{bh} - \bar{x}_b)^2}} \quad (h = 1, 2, \dots, p)$$

这是大家熟悉的公式，并且可以进行显著性的测验。但是近年以来分类上渐少应用了。我们可以举一个虚拟的例子来说明这点。象图1中a, b和c三个实体的数据，它们的相关系数是 $r_{ab} = r_{ac} = -1$ 和 $r_{bc} = 1$ ，这里就不能把-1解释为最小相关，1解释为最大相关，因为相关系数只反映了三个实体彼此之间的形状变化关系，而没有反映它们之间的数值大小的差别。

对于非参数数据，我们就不能用相关系数而改用Kendall的秩相关系数 (Rank Correlation Coefficients) 这个公式计算简单，而且不受极值的影响。我们可用下列实例说明：

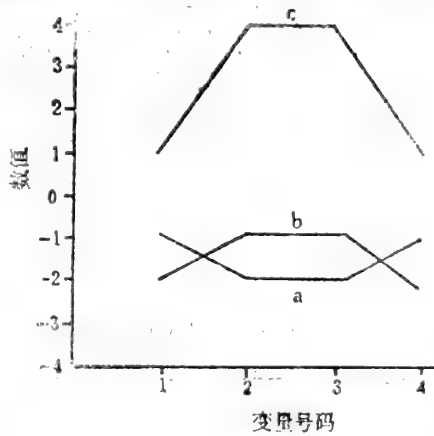


图1 三个实体的虚拟数据

A种的盖度 99 95 83 82 68 64 62 49 46

B种的相应盖度 10 4 22 13 35 26 21 36 37

(按A种的盖度大小秩序排列)

它们的秩号依次排列为：

A种盖度	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B种盖度	8	9	5	7	3	4	6	2	1
P	1	0	2	0	2	1	0	0	-6
Q	7	7	4	5	2	2	2	1	-30
S	-6	-7	-2	-5	0	-1	-2	-1	-24

(P = 在每项B种盖度后面比它大的数目)

(Q = 在每项B种盖度后面比它小的数目)

(S = P - Q)

对比数目总计 $\frac{1}{2}n(n-1) = 36$

(秩相关系数) = $\frac{-24}{36} = -0.67$

A和B两个种的盖度相关是负相关，显著度可以进行测定 (参阅Greig-smith 1964附表8)，而且当 $n \geq 10$ 时S的分布是接近正态的。

三、距离函数 (Distance Functions)

在植物生态学方面, Dice (1952) 开始采用距离方法, 两个实体的相似 (或相异) 程度可用空间位置的形式来表现。目前这方面出现了很多的距离函数, 通常可以分为两类, 一类称为可度量的 (metric) 距离函数, 它必须满足以下四个公理:

公理 1 若 $A = B$, 则 $d(A, B) = 0$

公理 2 若 $A \neq B$, 则 $d(A, B) > 0$

公理 3 $d(A, B) = d(B, A)$

公理 4 $d(A, B) \leq d(A, C) + d(B, C)$

公理 1 就是说相同属性的实体是等同的, 它们之间的距离为零。公理 2 就是说当 A 和 B 不属同时, 它们之间的距离必须是正数 (但不包括零), 公理 3 就是说 A 和 B 是对称的, 它们的距离与方向无关。公理 4 就是三角形不等式的定律。凡是不能同时满足上述四个公理的距离函数就称为不可度量的 (Non-metric) 或半可度量 (Semi-metric) 的。最近的实践证明, 由于生态学数据常常是非线性的, 因此不可度量的或半可度量的距离函数有时更能符合实际情况。

现在我们介绍一些主要的距离函数

1. 欧氏距离 (Euclidian Distance)

这是 Sokal (1961) 首先提出, 一般在植物数量分类学上常用的, 故有时称“分类学距离”, 公式如次:

$$E(a, b) = \left[\sum_h (x_{ha} - x_{hb})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (h = 1, 2, \dots, p)$$

通常情况下, $E^2(a, b)$ 用得更多, 因为它是可加性的。为了避免数值过大, 或者中间有缺失数据, 一般都用 h 相除。不同量纲 (如重量与长度数据相比较) 以及大小悬殊的数据则用标准差相除, 而称为“标准化的欧氏距离”, 有人也有用极差相除的, 但没有前者普遍, 所以在不加说明的情况下, 所谓标准化的欧氏距离都是指用标准差相除的。

这个公式有三个特点: (1) 没有上限, 不象有些距离函数是以 1 为上限的, (2) 用的是绝对数据 (例如种的多度), (3) 在研究两个种时, 受到种的相关影响。这样有时会得出一些不合理的结果。例如我们下面三个样方中三个种的多度数据:

$$x_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x_b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad x_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

则 $E(a, b) = 1.732$, $E(a, c) = 4.243$, 即 a 和 b (二者种全部不同) 反比 a 和 c (二者种全部相同) 更为相似。

假定我们对向量的每项用各元之和的平方根相除, 则上述三个样方中矩阵向量变为:

$$x'_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix} \quad x'_b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad x'_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix}$$

故 $E(a', b') = E(b', c') = \sqrt{2}$, 而且 $E(a', c') = 0$, 结果就和未正态化前完全不同了。欧氏距离可以用于二元数据和数量数据, 排序数据就只有把秩号当作等距的

实数，才能勉强应用。

2. 弦距离 (Chord Distance)

上一节所述正态化的方法，实际上就是把两个点的距离改用它们在以 1 为半径的圆周上投影的弦距离来表示，弦距离可以用下列公式直接计算：

$$C(a, b) = \left[2 \left(1 - Q_a^b / \sqrt{Q_{aa} \times Q_{bb}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

式中， $Q_{ab} = \sum_h x_{ha} x_{hb}$ ， $Q_{aa} = \sum_h x_{ha}^2$ ， $Q_{bb} = \sum_h x_{hb}^2$ ， $(h = 1, 2, \dots, p)$ ，

例：种	样方		$x_{ha} x_{hb}$	x_{ha}^2	x_{hb}^2
	a	b			
1	2	5	10	4	25
2	0	1	0	0	1
3	3	4	12	9	16
			22	13	42

$$\text{故 } C(a, b) = \left[2 \left(1 - 22 / \sqrt{13 \cdot 42} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 0.342$$

弦距离的值在 $0 - \sqrt{2}$ 之间，而且如果同一种在两个样地的数量是同一比例，则弦距离为零，倘其中一个样方中种的数值为零，则弦距离必等于 $\sqrt{2}$ 。

还有一种与弦距离近似的距离函数，称为测地距离 (Geodesic distance) 它是两点在以 1 为半径的圆周上的最短弧距，因此它与弦距离的关系式为

$$G(a, b) = \text{Arccos} \left[1 - c^2(a, b) / 2 \right]$$

它的值为 0° 到 90° ，这是一种最简单的非线性距离。

3. 斜距离 (Oblique Distance)

种与种的相关要影响到样方距离的比较，如果想抵消种与种相关的影响。可以采用斜坐标，使它们的斜度与两个种的相关系数成比例，如图 2。

相关系数

$$S_{hi} = \sum_a (x_{ha} - \bar{x}_h) (x_{ia} - \bar{x}_i) / \left[\sum_a (x_{ha} - \bar{x}_h)^2 (x_{ia} - \bar{x}_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$(\alpha = 1, 2, \dots, n)$$

$$(h, i = 1, 2, \dots, p)$$

斜距离计算公式：

$$O(a, b) = \left[\sum_h (x_{ha} - x_{hb})^2 + 2 \sum_h \sum_i (x_{ha} - x_{hb}) (x_{ia} - x_{ib}) S_{hi} \right]^{\frac{1}{2}}$$

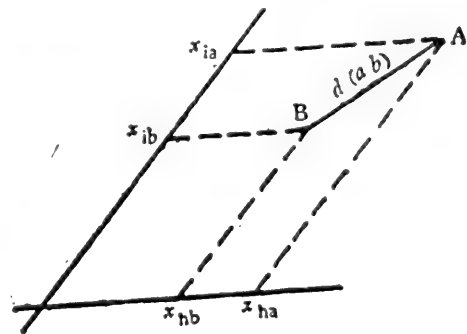


图 2

例:

植物种的多度数据:

种	样方					总计	平均
	1	2	3	4	5		
1	2	5	2	1	0	10	2.0
2	0	1	4	3	1	9	1.8
3	3	4	1	0	0	8	1.6

上述数据的相关系数矩阵为

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & -0.163 & 0.883 \\ -0.163 & 1.000 & -0.536 \\ 0.883 & -0.536 & 1.000 \end{pmatrix},$$

则:

$$\begin{aligned} O(1, 2) &= [(2-5)^2 + (0-1)^2 + (3-4)^2 \\ &\quad + 2(2-5)(0-1)(-0.163) \\ &\quad + 2(2-5)(3-4)(0.883) \\ &\quad + 2(0-1)(3-4)(-0.536)]^{\frac{1}{2}} = 3.775. \end{aligned}$$

4. 广义平均距离 (Generalized Distance)

这是最早的一个距离公式 (Rao 1952), 也可达到消除种和种相关的影响, 其公式如次

$$M(a, b) = [(x_a - x_b)' (S^{-1} (x_a - x_b))]^{\frac{1}{2}}$$

广义平均距离在分类学上和生态学上普遍应用, 特别是用来作为两个组的比较, 以及在判别一个实体属于那一类型时, 用得更多, 在两个组的比较时, 则采用组的平均值和平均方差。

例: 仍用前一例数据, 则

$$(x_1 - x_2) = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

方差-协方差矩阵计算用下式

$$S_{hi} = \sum_a (x_{ha} - \bar{x}_h)(x_{ia} - \bar{x}_i) / (n-1), \quad (a = 1, 2, \dots, n)$$

计算结果

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & 3.0 \\ -0.5 & 2.7 & -1.6 \\ 3.0 & -1.6 & 3.3 \end{pmatrix}$$

再计算S的逆矩阵S⁻¹

$$S^{-1} = \begin{pmatrix} 3.342 & -1.658 & -3.842 \\ -1.658 & 1.342 & 2.158 \\ -3.842 & 2.158 & 4.842 \end{pmatrix}$$

$$\text{故 } m^2(1, 2) = (-3 - 1 - 1) \begin{pmatrix} 3.342 & -1.658 & -3.842 \\ -1.658 & 1.342 & 2.158 \\ -3.842 & 2.158 & 4.842 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$M(1, 2) = 2.752.$$

5. Gower距离

这是一个用绝对值计算的公式:

$$W(a, b) = \sum_h |x_{ha} - x_{hb}| / \text{极差} \quad (h = 1, 2, \dots, p)$$

这是一个在分类学用得较多, 而在生态学上不常见的公式, 由于极差和方差近似, 它在性质上与欧氏距离是相差不远的。

6. Bray和Curtis距离

计算公式:

$$B(a, b) = \frac{\sum_h |x_{ha} - x_{hb}|}{\sum_h (x_{ha} + x_{hb})} \quad (h = 1, 2, \dots, p)$$

7. Canberra距离

$$C(a, b) = \sum_h \frac{|x_{ha} - x_{hb}|}{(x_{ha} + x_{hb})} \quad (h = 1, 2, \dots, p)$$

现在我们把这三种都以绝对值为基础的距离函数合在一起讨论。

6和7的数据必须不含负数, 如果用P相除, 则三种函数之值都在0与1之间。当采用二元数据时, 5的结果和简单匹配系数相等。6和Czechanowshi系数相等, 7和Jaccard系数相等。

我们再注意一下极端数值(过大或过小)以及零值的影响, 这可以用下列实例说明:

样方	植物种的多度数据			
	种	3	4	5
a	2	3	4	5
b	3	4	6	12
c	3	40	6	12

上述数据b和c几乎相等, 只有第二个种在样方c中出现极大数值, 三种绝对值距离函数计算方法结果如次:

距离	Gower函数	Bray和Curtis函数	Canberra函数
a, b	0.751	0.317	0.296
a, c	1.000	0.636	0.475
b, c	0.243	0.400	0.205

在这三方法中, Bray和Curtis函数是a和b样方最相似, 而且其它两种方法的结果是b和c样方最相似。假设我们把c(2)的值由40改为400, 上述结果便为:

距离	Gower距离	Bray和Curtis距离	Canberra距离
a, b	0.751	0.317	0.296
a, c	1.000	0.936	0.506
b, c	0.249	0.880	0.245

c (2) 增加10倍后, 样方 c 对 a 和 b 的距离增大, 显然Bray和Curtis法受到极端数据影响最大, 而其他二法受影响不大, 特别是Canberra法受到影响最小。

零值对Canberra距离影响最大, 假定 $x_{ha} = 0$ 则不管 x_{hb} 取任何数值, $C(a, b)$ 为1, 因此可把零值改为一个很小的正值 (如0.1) 以免发生这种情况。

四、信息函数 (Information Function)

申农的著名信息函数, 最近也越来越多用作实体之间相似性的数量指标, 通常可以分成两种情况, 一种是不对称的情况, 例如, 一个样方的 N 个个体分属于若干不同的种, 其中 a_j 个体是 J 种, 则随机取一个个体时, J 种出现的概率为 a_j/N , 如取 a_j 个体时, 其概率应为 $(a_j/N)^{a_j}$, 就 N 个个体讲, a_j 个体属于 J 种 ($J=1, 2, \dots, s$) 的概率为:

$$P = \sum_{j=1}^s (a_j/N)^{a_j}, \text{ 则 } N \text{ 个个体的信息量应为}$$

$$I = -\ln P = \sum_{j=1}^s (a_j \ln N - a_j \ln a_j).$$

但 $\sum_{j=1}^s a_j$ 代表了总体, 可以等于 N , 上式可变为:

$$I = N \ln N - \sum_{j=1}^s a_j \ln a_j.$$

它是申农公式的推广, 可以用来测度总体的非均匀性, 总体越庞杂, 信息量愈大; 总体由一个种组成, 其信息量将为零, 总体每一个体是一个种, 则信息量最大。两个总体合在一起, 总信息量大于两个总体原有信息量之和。假定总体 A 的信息量为 I_A , 总体 B 的信息量为 I_B , 混合总体 ($A+B$) 的信息量为 $I_{(A+B)}$, 它将不会小于 $I_A + I_B$, 通常要大一些其信息增量 ΔI 为:

$$\Delta I = I_{(A+B)} - I_A - I_B.$$

ΔI 可以作为总体 A 和总体 B 的相似程度的量度标准; 增量愈小, 二者的相似程度愈大, 我们可以将它归为一类。 $2\Delta I$ 的分布被证明基本上近于 χ^2 的分布。

例一:

假定一个样方中有10个个体, 其中一个为 A 种, 一个是 B 种, 三个是 C 种, 还有五个是 D 种, 其信息量为:

$$I = 10 \ln 10 - (1 \ln 1 + 1 \ln 1 + 3 \ln 3 + 5 \ln 5) = 11.68.$$

还有一种是对称的情况，假定 N 个样方中一共出现过 S 个种，其中 a_j 个样方中出现 j 种，倘使我们随机抽取一个样方，则 j 种的出现概率为 a_j/N ， j 种不出现的概率为 $(N - a_j)/N$ 。对于 a_j 个样方的出现概率为 $(a_j/N)^{a_j}$ ，不含 j 种的样方的出现概率为 $[(N - a_j)/N]^{N - a_j}$ 。 j 种在全部样方出现的概率为 $(a_j/N)^{a_j} \cdot [(N - a_j)/N]^{N - a_j}$ 。以上只是就

某一个种讲，对于所有 S 个种，则应为 $\prod_{j=1}^S (a_j/N)^{a_j} \cdot [(N - a_j)/N]^{N - a_j}$ 。那末 N 个样方对于 S 个种的总信息就是：

$$I = - \sum_{j=1}^S \left[a_j \ln(a_j/N) + (N - a_j) \ln \left(\frac{N - a_j}{N} \right) \right]$$

$$= SN \ln N - \sum_{j=1}^S [a_j \ln a_j + (n - a_j) \ln(n - a_j)].$$

例二：

设 A 组有 20 个样方，10 个含有种 1，20 个含种 2，1 个含种 3； B 组有 50 个样方，其中 50 个含种 1，5 个含种 2，零个含种 3。

种	样 方 组	
	A	B
1	10	50
2	20	5
3	1	0

$$I = 3 \times 20 \ln 20 - [(10 \ln 10 + 10 \ln 10) + (20 \ln 20 + 0 \ln 0) + (1 \ln 1 + 19 \ln 19)]$$

$$= 179.75 - [23 + 23 + 59.92 + 55.86]$$

$$= 17.834,$$

$$I = 150 \ln 50 - [(50 \ln 50 + 0 \ln 0) + (5 \ln 5 + 45 \ln 45) + (0 \ln 0 + 50 \ln 50)]$$

$$= 586.80 - [(195.60 + 0) + (8.047 + 171.30) + (0 + 195.60)]$$

$$= 16.254,$$

$$I_{(A+B)} = 70 \times 3 \ln 70 - [(60 \ln 60 + 10 \ln 10) + (25 \ln 25 + 45 \ln 45) + (1 \ln 1 + 69 \ln 69)]$$

$$= 79.573,$$

$$\Delta I = I_{(A+B)} - I_A - I_B = 45.485.$$

五、概率相似指数 (Probability Similarity Index)

前面介绍的都是将两个实体比较的相似函数，现在介绍一种考虑到在比较两个实体时还需考虑这一组中全部实体的相似函数，这是Goodall (1964, 1966) 提出的,它的性质最好以下列实例来说明:

假定有下列十个样方中五个种的多度数据

种名	样方									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	45	2	9	26	3	5	2	90	31	16
B	18	92	32	48	73	80	95	13	92	78
C	3	40	5	83	68	27	2	17	1	23
D	10	61	11	3	32	2	39	2	8	6
E	9	53	9	21	49	81	72	6	90	22

其计算步骤如下:

1. 我们采用每个种的多度绝对值为基础，计算所有样方两两之间的距离。例如对A种来讲，第一和第二个样方的距离为 $45 - 2 = 43$ ，其余44个数值分别为(36, 19, 42, 40, 43, 45, 14, 29, 7, 24, 1, 3, 0, 88, 29, 14, 17, 6, 4, 7, 81, 22, 7, 23, 21, 24, 64, 5, 10, 2, 1, 87, 28, 13, 3, 85, 26, 11, 83, 29, 14, 59, 74, 15。)这44个数值中小于43的共为36个，故所占比例为 $P_{JKA} = 36/45 = 0.8$

2. 同样地计算其余四个种得:

$$P_{JKB} = 0.911, \quad P_{JKC} = 0.622,$$

$$P_{JKD} = 0.889, \quad P_{JKE} = 0.622.$$

3. 采用下列公式

$$X_{JK}^2 = -2 \sum \ln P_{JKS} \quad (S = 1, 2, \dots, 5)$$

$$= -2 \ln[(0.8)(0.911)(0.622)(0.889)(0.622)]$$

$$= 2.766.$$

4. 查 X^2 表，当自由度 $2' = 10$ 时，

$$P(X^2 \geq 2.766) \approx 0.986.$$

5. 概率相似指数 S 为

$S(1, 2) = 1 - 0.986 = 0.014$ 或1.4%，即样方1和2之间的相似程度是很低的。

6. 还有一个计算 S 的方法是，先计算样方与样方之间概率的连乘积，而依次排列，在本例中样方1和样方2之间 $\Pi P_2 = 0.8 \times 0.911 \times 0.622 \times 0.889 \times 0.622 = 0.251$ ，同样地计算其他45个数值，其中43个值 ≤ 0.251 ，因此

$$P(\Pi \geq 0.251) = S(1, 2) = 0.04 \text{或} 4\%.$$

即样方1和样方2之间的相似程度是很低的。

概率相似指数的数值在0和1之间，它是由合并每两个样方的概率而得，因此组合中样方数目不同，指数之值也不同；而且必须假定每个种的概率是独立的。

六、选择的原则

综上所述，这些公式各有特点，不同的公式得出不同或甚至相反的结果；所以在选择时，应该根据研究的目的，数据的特性和公式的特点，而作出正确的选择。一般说来，下面一些原则可供参考：

1. 数学与生态学的意义

从理论上讲，一个公式必须数学上有严格基础，而又有生态学的理论意义；实际上不能完全做到这种标准，而需有所权衡轻重。例如用得很多的Bray和Curtis公式，是一个不可度量的公式，有时不符合三角形不等式的公理（即三角形二边之和大于第三边），但实际上很少三个样方之间会出现这种情况；另一方面，欧氏距离在数学上没有问题，可是用绝对数据计算，则如前面所举的例，反而会出现不合实际的情况。

2. 相似系数的上下限，以及包括不包括中心的问题

在讨论关联系数时，我们曾讨论这个问题，对于其他类型相似系数来讲，也同样有这个问题，三个绝对值的公式都是不包括中心的相似系数，而相关系数和信息函数则是包括中心的。早期的植物生态学者都喜欢采用不包括中心的公式，因为他们认为 $[0, 0]$ 值不能对互相比较起到作用，六十年代以来大家趋于采用包括中心的公式，或者经过转换而将中心移动，但是最近对于热带雨林的研究，树种太多，为了避免夸大偶见种的作用，而把两个种同时不出现的数据淘汰。在种类贫乏的情况下，将两个种同时不出现的数据舍弃，就可能分得很零碎，甚至把一些不应合并的样方合并成一组了。

3. 统计函数与定向函数

我们应事先决定相似系数是作为统计函数还是定向函数而应用的问题，如果作为一个统计函数，我们就必须考虑数据的分布函数，以及样本对总体的代表性问题，换句话说，这就有一个显著性测定的问题。关联系数（4）和相关系数是可以进行显著性测验的，而其他多数相似系数是不能进行显著性测定的。例如信息函数的分布接近 χ^2 分布，可是许多人尝试找出显著性测定方法，而未成功。对大多数排序和分类研究来讲，我们只是把相似系数作为一种数量形式来反映二个样方、地段和群落的关系，这是定向性问题，不需作显著性测验。

4. 计算工作量的大小

信息函数和平均距离函数都是计算量很大的，特别牵涉样品较多的情况下，因为 N 个样本，每次取两个比较，就有 $N(N-1)/2$ 次，即使用电子计算机，也要考虑电子计算机的效率和存贮量的问题。所以在其他条件相同时，应该选择计算最简便的公式。像广义平均距离和信息函数计算就较费事。

5. 数据的性质和标准化

数据量纲不同，例如土壤深度用厘米为单位，土壤反应用PH值，养分含量用毫克，植物盖度用%等等，如果不加标准化，取消量纲，就不能把这些数据合在一起处理。原始数据大小悬殊，在标准化后，可使数值大的数据作用削弱，因此对于许多大小悬殊的

数据,有时我们也需加以标准化。通常我们可以用标准差、极差或平方和等方法进行标准化处理。

我们将种的数据标准化,就会引起下列三个影响:(1)常见种和偶见种的重要性几乎视同一样,(2)也就是说在相对来讲加重了偶见种的重要性,(3)种数多的样方的重要性随之也增大了。在某种意义上讲,就接近主观分类的法瑞学派的做法,实际上 Goodall(1954)早期数量分类目的就在把法瑞学派方法使之数量化客观化。一般群落分类总要把一定数量的偶见种加以淘汰,可是最近热带雨林的研究偶见种多,就不采用将种标准化,另一方面,盐碱地群落,种类很少,数据加以标准化,就可以反映出它们的较大影响。

我们前面举例时指出,在计算欧氏距离时,将原来的多度数据转换成相对数据,结果就完全相反了。如将数据加一常数,原点中心就发生了改变,但相对距离不变,而在乘以一个常数时,距离就会发生伸缩,常数愈大,加权效果愈大,对于欧氏距离来讲,它的有效加权就是 $2/(N-1)$ 倍总平方和,或者说 $2/(N-1)$ 倍类型之间的平方和。总之,标准化的方法是很多的,数据一旦经过处理,它的特性就可能发生变化,因此对于标准化处理的数据,它的相似系数是反映处理后数值的特性,这一点必须注意。

6. 种的相关

如果利用相似系数来研究种的相关时,就必须注意样方大小引起的以下一些复杂问题:

(1) 如果样方只有个体大小一般大,那么负相关只是样方过小引起的结果。

(2) 如果某一个种数目远远超过其他几个种,那么样方比这一个种的成片分布的面积小时,就会得出其他几个种正相关的结果,在成片分布的禾本科草丛中,其他草本植物就会表现这种情况。倘若把样方增大到超过成片的禾本科草丛时,这种正相关现象又会消失了。

如果两个种的分布都由某一生境因素所控制,则当样方大小与生境因素的变化范围一致时,两个种表现正相关,而当样方大小超过这一生境因素变化范围时,则正相关就不存在。同样地,对于负相关也有此现象。

有时两个以上的生境因素决定了两个种的分布,两个种表现了两种分布格局,则样方大小不同时,相关将表现不同。例如在下面图 3 所表示的,两个种都受同一生境因素影响而在某些部分数量较多,而在这一部分内又有另一生境控制因素,使它们形成更小的分布格局,在这样比较复杂的情况下,如果所用样方由小逐渐增大,则两个种的相关将由负相关变为正相关,而最后不相关。

基于种间根分泌物或水分养分吸收的影响,而产生的正相关或负相关,当样方小到只包括一个种,或大到超过了影响

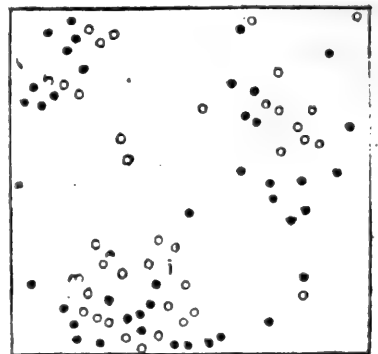


图 3 两个种的个体分布格局图
(○和●代表两个种)

的范围,都会使正相关或负相关不能反映出来。

因此,从理论上看起来,样方必须具有一定大小的幅度,小到对于大植株至少有两株以上,可是也不能大到大植株在每一样方中出现。超越上述幅度就会使列联表中边和一栏出现零值,而无法计算关联系数。

为了解决这个困难Greig-Smith(1964)建议用相连样方(即棋盘式样方或垂直相交的二列样方),使小样方可以合并成大样方,进行规则取样,就可以得到一系列大小不同的样方反映出来种的相关。Pielou(1975)对此提出批评,她认为这种做法混淆了样方之间的距离与样方大小两种不同的影响,而样方之间的距离与样方大小的平方根是线性相关的,其结果是无从加以解释。不过, Greig-Smith的方法通过大量野外工作,证明是可以解释种的分布格局与生境因素之间的关系的。

主要参考文献

- [1] Dagnelie, P., Etude statistique d'une pelouse à *Brachypodium ramosum*, v. Les liaisons interspécifique Deuxième partie, *Serv. Carte Phytogéogr. Sér. B.* 7, 149—160, 1962
- [2] Godron, M., Application de la théorie de l'information à l'étude de l'homogénéité et de la structure de la végétation, *Oecol. Pl.* 1, 187—197, 1966.
- [3] Goodall, D. W., A new similarity index based on probability, *Biometrics*, 22, 883—907, 1966.
- [4] Goodall, D. W., Sample similarity and species correlation. In ordination of communities. (R. H. Whitaker ed.) 101~56, 1978
- [5] Greig-Smith, P., *Quantitative Plant Ecology*. 2nd. Butterworths. London, 1964
- [6] Moore, J. J., An outline of computer based methods for the analysis of phytosociological data. In *Grundfragen und Methoden in der pflanzensoziologischen techniques*. *Vegetio*, 20, 1~20, 1972.
- [7] Orloci, L., *Multivariate Analysis in vegetation research*. 2nd ed. 1978.
- [8] Pielou, E. C., *Mathematical Ecology*. 1977.

地理数字模型与计算机编图

—计算机自动编绘我国 太阳辐射资源分布图的研究

陈 宝 雯

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

前 言

地形数字模型的概念, C. L. Millev教授在六十年代初首先提出。1972年国际摄影测量专业会议中, 尤其是第V委员会内, 成为人们感兴趣的课题。C·H舒特论述了一些扞补方法。1974年西德《制图和测量通报》介绍了一个水平脱离为50米, 高程由等值线导出来的数字化地形模型的方法。苏联, B·H·npacoB0B1978年在图形逼近方法的研究中, 提及了地貌数字模型, 是自动编图的先决条件。近年来国内外也有一些文献介绍了利用方格列陈、三角网绘制等值线的方法。但是, 建立大面积范围的可执行的数字模型, 实现计算机自动编图的方法, 仍是人们探索研究、急待解决的课题。在数字模型“理论, 至少在每个点除记录高程外, 还能记录其它地形属性, 诸如土地类型, 土地价值等, 但在实际中, 这个概念从来没有实现过”。本文, 在利用三角网绘制等值线的基础上, 力求建立一个全国范围的, 附以地性注记的地理数字模型。来探讨地理信息的规格化、数字化实现计算机自动编制地理专业用图及气候用图等。并从我国太阳辐射年总量分布图为试验图例来验证数字模型及方法的正确性和实用性。为进一步研究地理信息处理的数学方法和计算方法建立基础。

一、概 述

建立地理综合要素的数字模型, 是实现地理信息自动绘制图形的先决条件。而在地理诸要素中, 地形要素(经度、纬度、高度)是表现地理特征的最基本最主要的要素。因此, 地形数字模型是建立地理综合要素数字模型的基础。

地形数字模型的特点是, 它不仅具有高度的几何精确性, 而且还考虑到地貌结构和各地貌形态之间的联系。如山脊、谷底等, 在计算机编图中, 必须加以识别。我们在建立地形数字模型中, 把这些山脊线等含有特殊意义的地形要素, 用我们总称之为地性

线》加以标志。使该数字模型具有在地学中更广泛的实用意义。

计算机编制地图的过程，主要是以建立地形数字模型为基础，然后加以演变，进行原始资料的予处理，建立目的（具体用途和内容）要素的数字模型，再把地图图形的大多数过程规格化，用计算机方法加以实现。

需要指出的是，我们这里所建立的地形数字模型的概念，是将地形，以经纬度座标和高程所表示的点的集合。模型首先是建立为近似于地表形态的三角形平面棱体。组成棱体的三角形平面，在空间组成各边互不相交的三角形网系。每一个三角形平面，它将表征局部地表形态的趋势面。然后用相适应的数学方法，逐步向地表形态逼近。最后将此模型还原为以等值线形式（或其它形式）所表示的地形图。

二、地理数字模型及建立方法

1. 地形数字模型的一般表达式

为了表达大量地形类型及其结构的特点，本文使用了表达为等值点 $T_i (X_i, Y_i, H_i)$ 的集合 $M[J]$ 的数字模型——称之为地形数字模型。它的经典形式为：

$$M[J] = \{T_i (X_i, Y_i, H_i)\} \quad (1)$$

其中： T —地面上的点

i —点的序号 ($i = 1, 2, 3, \dots$)

X, Y —经纬度座标

H —高程

M —等值线

J —等值线序号 ($J = 1, 2, 3, \dots$)

一个平面图形，可以认为是一系列线的集合，而线又可以看作某一属性的点集。所以只要按照不同应用的要求，概括、归纳为能够表征某一属性的点集，即可转换为目的要素的数字模型。

例如：本文所绘制的我国太阳辐射年总量分布图。它即是把地形数字模型经过简单的变换，把我国太阳辐射年总量 Q_i ，直接代替原模型中的高程参数 H_i 而得到的。其方法是：

$$M[J] = \{T_i (X_i, Y_i, Q_i)\} \quad (2)$$

其中： Q_i —第 i 个点的年总辐射量

$$Q_i = Q_a (\alpha + bs^1/s)$$

Q_a —大气上界的太阳辐射

α, b —系数

s^1/s —日照百分率

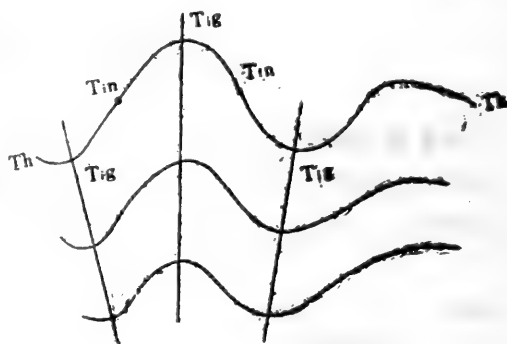
2. 三角网式地形数字模型建立的方法和步骤

我们可以把地表看成由足够多个大小不等的任意平面几何图形所组成的集合体。为了使模型规格化，采用同一种几何图形，如三角形、正方形或矩形是较为适宜的。这可以大大地简化数据处理过程，也容易实现。我们采用了三角形法（三角网）。这是根据一般地形大地测量所选择的特征点往往是随机分布的。建立三角网式地形数字模型的方法

法步骤可分为选择地形特征点，联三角网和地性线注记等，其方法简述如下：

(1)、选地形特征点

由①式可知，表征地形特征点的选取，它的数量和质量是将来地理成图质量的决定因素。它不仅要保证几何形状的精度，而且还要体现地貌类型、地貌结构及其地表形态之间的相互联系。因此，选取的特征点，必须具有地貌特征的代表性，它不仅要体现出地貌的局部特性，而且还要能通过一定数量的特征点，建立起地貌类型之间的过渡关系。这样，假若我们把一些特征点，反映到成图以后的等值线上，如图1所示，所选的特征点应包括：等值线的局部极值点 T_{θ} ，拐点 T_{in} （成共轭点）起点 T_H 和终点 T_K 。若把等值线分成若干段，其中每一段由三点组成，则三个点应包括两个局部极值点和一个拐点（或共轭点）。



由图可知，特征点与地貌结构有关。因此，特征点应沿地貌结构线选取，这样才能较准确的解析地表形态。不难看出，如果特征点选取的数量和质量不合理，是很难得到高质量的图形的。

在进行地理要素模型转换的时候，目的要素特征点的选取，同样按照上述原则。

特征点的选取分规则（指点的布局）、半规则和随机选取。所谓规则选取，如特征点分布在正方形（或矩形）网格的结点上。随机选取即没有一定的几何分布规律。半规则介于两者之间。本文是按分布在我国各地的气象台站选取的，属于随机选取的范畴。

(2) 自动扫描联结三角网

联结地形数字三角网，是根据以下三个原则进行的，①三角形不能相交，②不能互相包含，③不能互相重叠。按以上原则，联网方法如下：

假设原如特征点的个数为 i ，联结这些点的可能线数为 J ，则：

$$J = i(i-1)/2 \quad (3)$$

则可能联结的三角形数为：

$$Ci^3 = i(i-1)(i-2)/6 \quad (4)$$

④式给出了可能联结的三角形总集合，但根据模型联网的原则，则必须从这个总集合中，选择一个符合条件的子集合。由④可知，当 i 的个数增加到一定数值时，三角形的组合数是相当可观的。这样进行人工联网是比较困难的，特别是在总集合中选取一个最优子集合来，几乎是不可能的。所谓最优子集合是指建立的三角网（边介三角形除外），最好是由锐角三角形组成的。尽可能减小钝角三角形的钝角度数。为了选取最优子集合，我们设计了自动联网的计算方法。

自动扫描联网时，第一个三角形可以任意选取，但这样联结的三角网不一定为最优子集。根据上述联网原则、首三角形（不在一条直线上的三点）选取采用如下方法：

$$|L|_{min} = [(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2]^{1/2} \quad (5)$$

$$x_c = \frac{x_{i+1} + \lambda x_i}{1 + \lambda} \quad (6)$$

$$|h|_{\min} = [(x_{i+2} - x_c)^2 + (y_{i+2} - y_c)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$y_c = \frac{y_{i+1} + \lambda y_i}{1 + \lambda} \quad (8)$$

其中: $|L|_{\min}$ ——最小的两个特征点之间距离绝对值

i ——特征点序号

x, y ——坐标

x_c, y_c ——中点坐标

$|h|_{\min}$ ——特征点到线段中点长度最小绝对值

λ ——比例系数 ($\lambda = 1$)

⑤~⑧式给出了首三角形联接的方法和条件, 然后以此三角形为基础, 按照下述方法向外扩展。根据结束条件标志, 判断联网是否结束。

扩展三角形的方法如图<2>

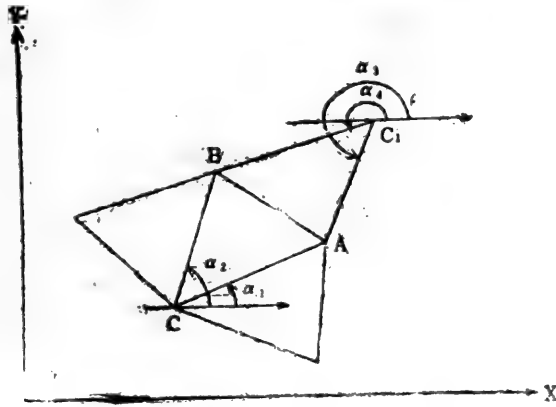


图2

设: $\triangle ABC$ 为网的第一个三角形, $\triangle ABC_1$ 为扩展三角形, 则其面积分别为:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CA \cdot CB \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (9)$$

$$S_{\triangle ABC_1} = \frac{1}{2} C_1A \cdot C_1B \sin(\alpha_4 - \alpha_3) \quad (10)$$

其中: S ——面积, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 分别表示 $\vec{CA}, \vec{CB}, \vec{C_1A}, \vec{C_1B}$ 与X轴所成的方向角。所以求得的面积是带有符号的, 且顺序相连的两个三角形, 面积的符号总是相反的。根据这个规律, 扩展三角形采用如下判别式:

假设: 三角形的面积以顶点坐标的行列式表示

$$\text{则: } S_n = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_{n1} - x_{n3} & y_{n1} - y_{n3} \\ x_{n2} - x_{n3} & y_{n2} - y_{n3} \end{vmatrix} \quad (11)$$

其中: S ——表示第 n 个三角形的面积, n_1, n_2, n_3 为三角形三个顶点。其判别式为:

当 $S_n/S_{n+1} < 0$ 时, 表示为扩展方向

$S_n/S_{n+1} > 0$ 时, 为非扩展方向 (等于0不存在)

为了监督自动扫描三角网的进程, 在程序编制时, 设置了两个计数器, 一个是已联

三角形计数器 N_1 ，另一个是扩展三角形计数器 N_2 。一般说来， N_1 开始时变化较快， N_2 较慢。到后来因符合条件的三角形逐渐减少，以至达到没有符合条件的三角网。此时，两个计数器数值相等， $N_1 = N_2$ 。所以将此作为联网结束的判别条件。

(3) 地性线注记

需要指出的是，实际应用上只记录经纬度和高程的三角网，往往是不够的，甚至有时会出现原则错误，只有同时记录诸如地形属性，土地价值等，才能形成可执行的数字模型，才有可能实现大面积范围的地理自动编图。如前面所指出的地形图中的山脊和图幅中的边界等这些特征必须在建立三角网式地形数字模型时，与其它特征点一起联网，并加以注记区分。用来控制等值线的走向和起止。根据地性属性确定相应的数学处理方法，以满足地理自动编图的要求。

三、计算机制图方法

建立起数字模型以后，必须根据本模型的规则，选择数学模式和计算方法，设计管理程序和执行程序，把地理信息进行予处理，转换成各种类型的图形数字信息，以供绘制目的图。这里仅以本试验图例所涉及到的计算机制图方法加以介绍。

1. 数据变换

无论如何，一般所获得的数据很少是直接能应用的形式，都需要经过计算机的全面予处理，按适当的格式去组合这些数据。本图例是根据建立的近似地表形态的数字模型，以等值线的方式绘制成平面图形的。因此，需要把原地理座标系下的点集，转换成新绘图机座标系下的点集，这称谓座标转换。它包括平移和按比例线性变换。在绘图时尚需变换成绘图机行进的步数，我们称谓生长变换。根据情况，有时还必须进行投影变换等。其变换的数学方法是：

座标变换方法：

$$\begin{cases} X_i - X_0 = K_x(x_i - x_0) \\ Y_i - Y_0 = K_y(y_i - y_0) \end{cases} \quad (12)$$

其中： X, Y ——绘图机座标系座标

x, y ——原座标系座标

$i = 1, 2, 3, \dots$ 为点的序号。0表示座标系原点

设：绘图机图幅为 $L \times S$ ， L 为 x 轴长， S 为 y 轴长度。

则： $K_x = L / (X_{max} - X_{min})$ (13)

$$K_y = S / (Y_{max} - Y_{min}) \quad (14)$$

显然， K_x, K_y 为绘图机幅面能容纳下的 x 和 y 方向的最大比例尺。经过变换，不难得出新座标系下所表示的原座标系下的点集。

$$\{T_i\} = K\{t_i\} \quad (15)$$

步长变换方法：

假设绘图机是步进的，步距为 μ ，

则： $\begin{cases} X_i - X_0 = \mu K_x(x_i - x_0) \\ Y_i - Y_0 = \mu K_y(y_i - y_0) \end{cases}$ (16)

由⑩所求得绘图机单位，可能会出现非整数，这是绘图机无法执行的，因为绘图

机幅面上的点，只能表示绘图机的整数单位。四舍五入，显然会带来积累误差，这是计算机绘图中特别注意的问题。根据文献〔 〕方法，绘制点集 $\{Ti\}$ 中的 $\{(x_{i+1}, y_{i+1})\}$ 列阵：

$$\begin{aligned} \sum_{i+1} &= \Delta + \sum_i \\ &= [|(x_{i+1} - \sum_i)| + \frac{1}{2} \sin i(x_{i+1} + \sum_i)|] \cdot \sin i(x_{i+1} - \sum_i) + \sum_i \quad (17) \end{aligned}$$

其中： $i=0, 1, 2, \dots, i-1, \sum_0=0, X_0=0, | |$ 表示绝对值， $[]$ 表示取整数部分。

⑰式表示，当绘图时， X_i 被标在 \sum_i 的位置时，下一个点 x_{i+1} 就应该标在 \sum_{i+1} 的位置（⑰给定）。即从 \sum_{i+1} 出发，绘图机笔走 Δ 步， Δ 的符号，决定笔走的方向。这样便解决了积累误差问题，提高了绘图精度。对于 y 方向，有同样的公式。

2. 地形逼近

为了利用数字模型提高绘图质量，采用等值扞补的方法向地表形态逼近，是行之有效的。其方法是：

在扞补等值点时， ΔH （等高距）是作为参数给定的。在扞补等值点之前，首先要检索出最高点 H_{max} 和最低点 H_{min} ，然后再计算出等值线的条数：

$$N_c = (H_{max} - H_{min}) / \Delta H \quad (18)$$

等值线可以由低向高顺序处理，也可以由高向低处理。本试验为了编辑方便，采用了间隔循环处理法，直到处理完为止。但在实际应用中，为节省内存，或受内存容量的限制，往往在扞补等值点的同时，利用拟合程序将等值线输出出去。

在扫描扞补等值点时，根据下式进行取舍判断。

$$\begin{cases} (H - H_c(I_1)) \cdot (H - H_c(I_2)) \geq 0 \\ (H - H_c(I_2)) \cdot (H - H_c(I_3)) \geq 0 \\ (H - H_c(I_3)) \cdot (H - H_c(I_1)) \geq 0 \end{cases} \quad (19)$$

其中： H ——所要的等高线高程
 H_c ——三角网顶点高程
 I_i ——三角形顶点标号

在进行扞补运算时，把求得的扞补点，以二维数组的方式记录下来：

$$\begin{cases} X_B(M \cdot L) \\ Y_B(M \cdot L) \end{cases} \quad (20)$$

其中： $M=1, 2$ 表示扞补点的序号， L 表示那个三角形。

由⑲可知，扫描扞补点，是根据三角形顶点高程所决定的趋势面进行的。

3. 数字模型数据转换为平面图形

平面图形的等值线，是由数字模型的等值点，经计算机数学处理得到的。处理时，首先要面表示的数学函数，通过面拟合的数学技术可以确定这种函数的参数。

绘制等直线时，需要的是一条光滑曲线，它通过平面上所有的已知点，我们用分段多项式来实现这一点，即在两个节点之间配制一个多项式：

$$\begin{cases} X = p_0 + p_1 E + p_2 E^2 + p_3 E^3 \\ Y = q_0 + q_1 E + q_2 E^2 + q_3 E^3 \end{cases} \quad (21)$$

其中： $p_0 = x_1, q_0 = y_1$
 $p_1 = r \cos \theta$

$$p_2 = 3(x_2 - x_1) - r(\cos\theta_2 + 2\cos\theta_1)$$

$$p_3 = -2(x_2 - x_1) + r(\cos\theta_2 + \cos\theta_1)$$

$$q_1 = r\sin\theta$$

$$q_2 = 3(y_2 - y_1) - r(\sin\theta_2 + 2\sin\theta_1)$$

$$q_3 = -2(y_2 - y_1) + r(\sin\theta_2 + \sin\theta_1)$$

$$r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

E ——在 0 ~ 1 之间变化

θ ——方向角

如果我们知道每个节点上的导数，则通过两个节点和在这两个节点上的斜率值，即可确定唯一的三次多项式。而且这样的曲线是光滑的，因为在节点两边曲线在这个点上的斜率是相等的。

四、程序系统

为实现地理信息自动编图的目的，我们根据上述建立数字模型和计算机制图的方法，设计了相应的程序系统和支援建立太阳辐射数字模型工作的基本气象资料数据库。

程序系统包括：

1. 建立地理数字模型程序部分：它由自动联网程序和相应的子程序组成。其职能是建立三角网式数字模型，地形分类和地性注记等，子程序部分是根据地性注记和分类标法，进行不同处理的各程序线。

2. 模型的扫描程序部分：其主要职能是完成插补等值点，整理等值线。

3. 光滑线条的曲线拟合程序

4. 绘图机驱动程序部分：它包括绘图机执行各种功能的子程序外，写字所串和数码程序以及写汉字的调用程序，画常用地理符号的程序等。

5. 服务性程序：服务性程序的主要职能是完成建立目的要素的数字模型及其绘图的一切予处理，以及所需要的科学计算，结果处理等。

6. 基本气象资料数据库部分：它包括库管理程序及图形数字信息的压缩和恢复程序，数据库的整体逻辑结构，采用了层次式管理方式，为适应建立不同地理要素的数字模型，建立相应的资料数据库是十分重要的。

程序系统各部分的子程序，采用了模块结构形式。这样的结构形式，调用方便，灵活性大，且便于调整。

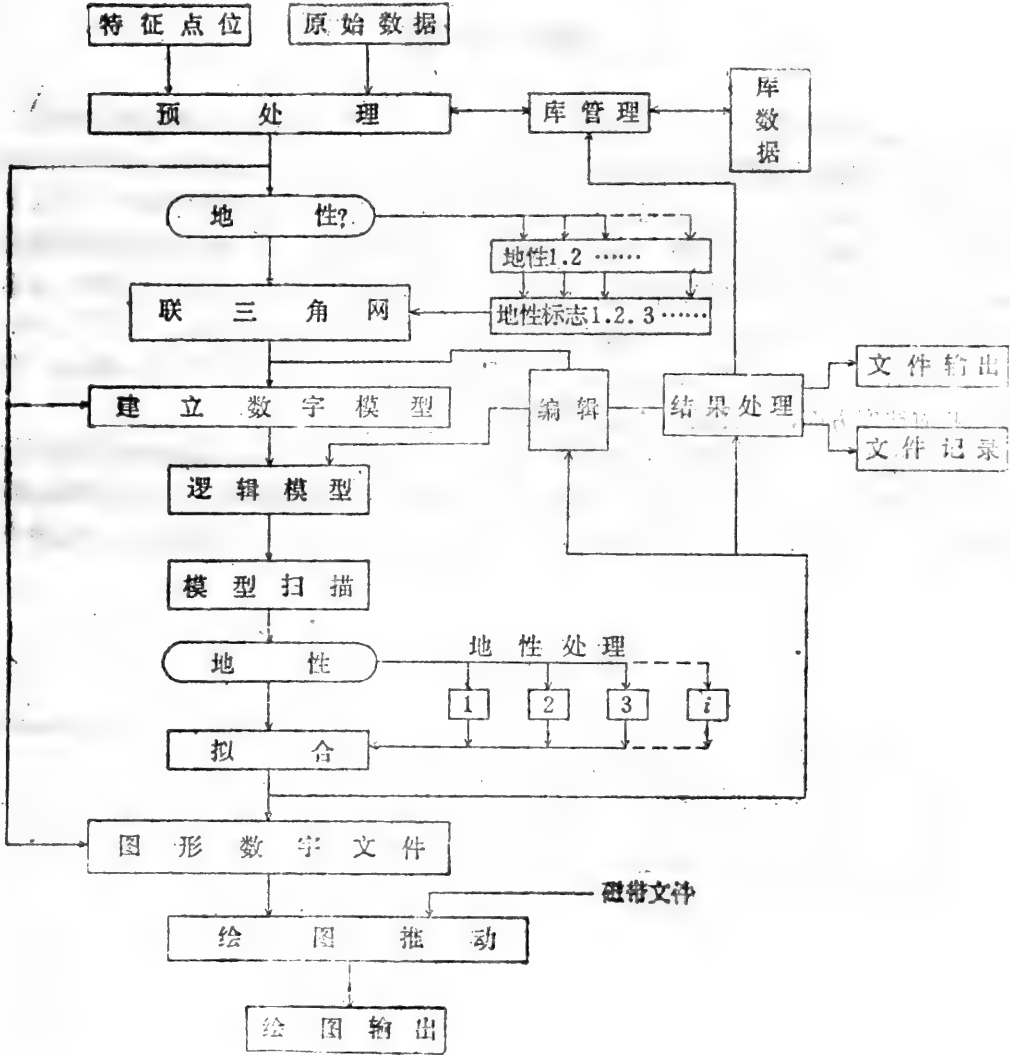
程序系统的执行，一般情况下，只要编图的区域范围相同，三角网可供编制多种目的图共享，不需要另行建网。只更新逻辑数字模型即可。但必须指出，模型更新时，应特别注意地性属性的处理方法的适应性，这样才能建立成新的可执行的数字模型。数据库可以作为公共资源，它可以随时扩充和更新，为等种任务服务。其它系统程序的执行，视其目的任务，通过编辑，人机对话来确定。系统程序工作流程如下图。

五、图例分析

首先指出，在试验图例中，我们根据辐射量价值，假设了绘图的取舍条件，规定了

等值线闭合圈的范围应包含两个特征点以上。但是，如果一个特征点的数值，与它周围的相比，相差在一个等值线量级的61.8%以上时，根据优选法则，也不应舍去。以10千卡量级图例为例，华阴一带相对的高值闭合圈包含了三个特征点。新疆塔里木盆地南部

系统程序工作流程图



相对低值闭合圈，包含了特征点且末、于田与和田。五台山的高值闭合圈，虽然只包含五台一个特征点，但与周围特征点相比，量值上却高出一个量级以上。

由实验图例可知，我国年总辐射量大致在82—236千卡/厘米²·年之间。140千卡/米²·年的等值线，大致由大兴安岭西鹿向西南至云南西藏交界处，将全国分为西北东南两部分。130、150千卡/厘米²·年的等值线和140的走向基本一致，明显的呈现出东北—西南走向。东径105°以东，北纬25°—35°之间的广大地区，年总辐射量都在120千卡/厘米²·年以下。在成都和重庆东部各有一个相对低值(90以下)中心。我国东部

北纬 35° 以北和 25° 以南及相对逐渐增高。但到我国东北却又随着纬度的增高而减小。台湾由东向西逐渐增高可达 139 千卡/厘米 2 ·年左右。海南岛中部有一个相对低值(120 以下)中心,西部可达 145 千卡/厘米 2 ·年以上。我国西北部,新疆塔里木盆地的广大地区年总辐射量为 150 千卡/厘米 2 ·年左右。向北逐渐降低到 130 千卡/厘米 2 ·年左右。向南除且末,于田、和田一个狭窄的低值带外逐渐增高,西藏南部可高达 236 千卡/厘米 2 ·年以上。

六、结 束 语

本文以我国 600 个气象台站为三角网点,建立了一个全国范围的太阳辐射数字模型。文中着重讨论了建立模型及计算机制图的方法和步骤,对一些地性属性数字处理方法和程序系统仅作了概括介绍。图例完全依据原始数据和地性特点建立的数字模型,引入了虚拟处理方法形成逻辑数字模型,利用计算机自动编绘成图的。其中建立模型需机时约 2 小时。处理 10 千卡量级等值线图约 30 分钟,绘制约 15 分钟。 5 千卡量级,处理约 1.5 小时,绘制约 30 分钟。处理 2 千卡量级约 $2-2.5$ 小时,绘制约 45 分钟左右。(CPU NO-VA-3 XYNET-1200 图幅 6 百万分之一全国地图计算)。利用计算机自动编图,在速度和几何精度方面,其优越性是显然可见的。

由图例分析可知,利用建立数字模型的方法,实现计算机自动编制地理图是可行的。诸如地形属性、土地价值等地性处理,是大面范围自动编图质量,甚至是成败的重要影响因素。利用数据库资源将是建立数字模型进行地理信息自动编图的一个发展方向。

参 考 文 献

- [1] A. D. Mavde: "interpqlation—mainly for graph plotters" The computer journal 1973, Vol: 16, No: 1,
- [2] F. J. Doyle, 数字化地形模型综述, 测绘科技通讯, 1980, No: 1,
曾威等译自美“摄影测量工程程遥感”1978, No12
- [3] 杨学平 计算机绘图的数学方法(内部)

土壤资源遥感

最佳波段选择的数理统计法^{*}

戴昌达 陈宝雯 倪健华 刘勇卫

(中国科学院南京土壤研究所) (中国科学院自然资源综合考察委员会)

一、引言

应用遥感技术研究土壤资源已日益引起广泛注意。为了使传感器获得的遥感资料, 包含有关土壤资源方面的信息量最丰富, 信息之间的重迭干扰量最少, 从而具有最佳的分析判读性能, 必须选择出各类土壤之间光谱特性差异最大, 而同一类土壤不同个体之间其离散性最小的光谱段(称之为最佳波段)作为传感器的工作波段。在这样获得的遥感图象上, 所要探测的各类地物影象反差较大, 而同类地物内各个体间的影象密度比较一致, 才能从根本上提高遥感资料的分析判读水平和应用价值。所以正确选择最佳波段是发展土壤资源遥感的关键之一, 也是研制资源卫星及航空遥感设备必须认真解决的问题。

如何论证土壤资源等地物光谱特性在各波段的类间差异性与类内离散性, 从而择优选出最佳遥感波段? 早期主要根据室内、外测得的光谱反射曲线, 肉眼进行估计比较作出判断。这当然不会精确, 而且当测得的光谱数据多了就很难下结论。后来引进数理统计的许多方法, C. M. Соловьев (1962) ^①把成对目标光谱反射率在各波段或波长点的比值累加起来(即 Σr), 其数值最大的波段即认为是航空摄影测量最有效的波段。C. J. Tucker (1978) ^②按现有传感器通道(或胶片感光范围)计算地物在这些波段的反射积分能量或平均反射率, 然后进行相关分析, 凡反射能量与待测地物特性关系最为密切的波段被认为是最佳波段。Causman 等 (1977) ^③运用 Duncan 氏多范围检验法, 检验两组共 6 个处理的土地, 在相当于美国资源卫星多光谱扫描仪 4 个通道光谱反射能量差异的显著程度。检验结果认为相当于 MSS—5, MSS—7 的两个波段较佳, Longshaw 等 (1975) ^④在南非研究多光谱航空遥感探矿时, 根据矿区植物、土壤、岩矿三类主要地物的反射光谱特性测定数据, 运用成对数据比较的 t 检验法, 统计出上述三类地物两两

* 参加本项工作的尚有冷允法、李爽(中国科学院自然资源综合考察委员会); 徐庚庆(中国科学院遥感应用研究所); 郑纪慈(浙江农科院); 徐彬彬(中国科学院南京土壤研究所)等, 仅此致谢。

相比,达到具有统计学意义差异的最佳波段作为确定滤光片型号的依据。 t 检验法还受到和达清夫(1976)^⑤等人的重视。我国腾冲航空遥感综合试验中土壤组尝试了这种方法(1979)^⑥。由于受光谱测定仪器及计算工具等限制,论证工作比较粗略,不过结果仍能说明一些问题。1980年使用西德制DMR—22型分光光度计测得0.36—2.5微米土壤资源光谱反射曲线后,在图数转换仪上进行数字化,然后运用电子计算机对数据进行各种数理统计、处理,进行了 t 检验,还探索了暂称“类内与类间离散性比值”的经验算式等检验计算方法,获得较好结果,整理于后,供有关方面参考。

二、方法与步骤

1.选择腾冲地区(包括腾冲试验区及保山、德宏州地区)三大类主要土壤(红壤、火山灰土、水稻土)的代表性剖面表土(耕作土壤采耕作层,自然土壤采表层5厘米),经风干磨碎,过一百目筛(筛孔直径0.15毫米),然后压成平滑面,在附积分球的DMR—22型分光光度计上测得自动记录的光谱曲线共29条。其中红壤8条、火山灰土8条、水稻土13条,根据这些曲线的均值点绘成三条综合曲线(图1)。

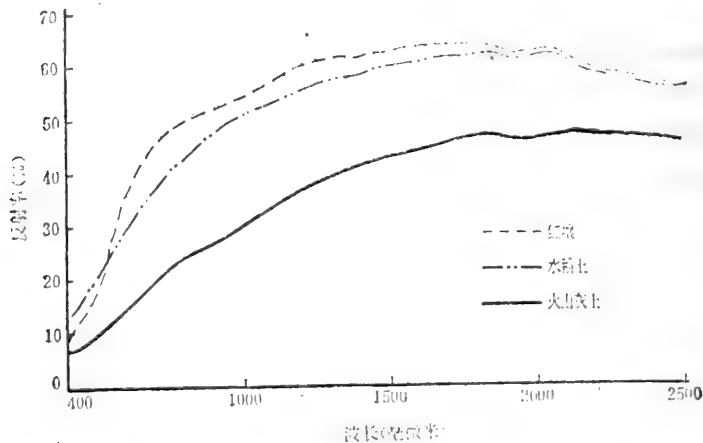


图1 三类土壤的综合光谱曲线

2.在资料处理系统中利用程序控制图数转换仪(简称数字化器),按20毫微米间隔进行光谱曲线数字化采样。每条曲线自400毫微米处开始采样,取数至2500毫微米处,共得106个波长点的反射率数据。29条曲线共3074个数据作为磁盘文件记入磁盘。

3.编制计算机程序,对各类土壤光谱反射率数据进行处理,获取类内与类间离散性的检验数据指标。采用 t 检验法对每两类土壤样本平均值差异性数量指标进行计算。打印出算得的 t 值318个,经换算的自由度318个,检验类内离散度的变异系数318个,类内与类间离散度比值106个,类间平均值差异与其中一类均值的百分比318个。

4.查 t 值表,凡达显著性水平为0.05、0.01、0.005、0.0014级 t 值的波段即视为有统计意义差异的波段。分别以+、++、+++、####表之。

5.将上述运算与检验结果整理、绘制成图、表。

6.综合分析上述图表资料,择优选出最佳波段。

7.以选出的最佳波长点的反射率数据进行聚类与主成分分析、验证选出的波段是否确能清楚区分各类土壤。

三、计算原理与程序设计

根据土壤光谱反射率测定数据选择最佳遥感波段,其分析论证的中心问题是评价各波段土壤类间差异性与类内离散性的对比状况。可是类间的差异性总是通过类内各个体间的离散性反映出来的,两者常纠缠在一起,不易分辨,需借助于数理统计才能进行客观和定量的判别。现有统计检验方法很多。其中关于 t 检验是评价两类样本均值差异显著性的常用方法之一。统计量 t 按下式计算:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} \quad (1)$$

式中 \bar{x}_1 、 \bar{x}_2 为两类样本(即两类土壤样品)在某波长点的反射率均值。

$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$ 为两类样本的平均机误,即两类样本均值的差数的标准差,也可称之为综合标准差。在一般 t 检验计算中^⑦:

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_{1+2}^2}{n_1} + \frac{S_{1+2}^2}{n_2}} \quad (2)$$

式中 S_{1+2}^2 为两类样本的合并均方值或称混合变异量,以它作为对总体方差 σ^2 的估计。

n_1 、 n_2 为两类样本的容量(即两类土壤参与分析计算的样品数)。

由于各类土壤的样品数不一定相等,其变异量的绝对数值也不能相等,在互比过程中容易产生估计过高或过低的偏向,故必须运用加权法的原理计算混合变异量,即:

$$S_{1+2}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum_{j=1}^{n_2} (x_j - \bar{x}_2)^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \quad (3)$$

式中 x_i, x_j 为两类样本中每个样品在某一波长点的反射率。

这样按(3)式算得 S_{1+2}^2 ,代入(2)式得 $S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$,再代入(1)式即得 t 值。

但应指出:上述算式是假定两类总体方差 σ_1^2 和 σ_2^2 相等的条件下才成立,实际上各类土壤内各样品间反射率的离散度绝不可能一致,因此 $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 。在这种情况下不能以合并均方值 S_{1+2}^2 作为对总体方差的估计,而应该用 S_1^2 和 S_2^2 分别估计 σ_1^2 和 σ_2^2 ,代入(2)式,即有:

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

据文献介绍^⑧,将上式代入(1)算得 t 值,不再做成准确的 t 分布,仅能进行近似的 t 检验。这时自由度需进行换算,然后以换算出的自由度查 t 值表,才能获得较精确的检验效果。自由度换算的算式为:

$$k = \frac{S_{x_1}^2}{S_{x_1}^2 + S_{x_2}^2}$$

$$\nu' = \frac{1}{\frac{k^2}{\nu_1} + \frac{(1-k)^2}{\nu_2}}$$

式中 ν' 为换算后的自由度

$$S_{x_1}^2 = \frac{S_1^2}{n_1}, \quad S_{x_2}^2 = \frac{S_2^2}{n_2}$$

$$\nu = n_1 - 1, \quad \nu_2 = n_2 - 1$$

按上述数学模型设计了计算机程序, 算得三组(三类土壤两两相比构成三组)自波长400至2500毫微米每间隔20毫微米取一波长点的 t 值共318个, 及经换算的自由度318个。

为了分析 t 检验结果与类间差异性及类内离散性的关系, 分别计算了三类土壤光谱反射率的变异系数及两类土壤光谱反射率均值之差与其中一类均值之比。变异系数

$CV = \frac{S}{\bar{X}}$ (100) 用以分辨类内的离散度。两类均值之差与其中一类均值之比按算式

$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|/\bar{x}_1$ (100) 进行计算, 用以衡量类间光谱反射率的差异程度。

考虑到 t 检验虽然也反映了类内的离散性, 但重点还是反映进行比较的两类样本之间的差异性, 而且 t 值数量随样本类的增加而大量增加, 样本 n 类, t 值就有 $n(n-1)/2$ 组。这样, 最后的结果的整理分析和择优也不很方便。为了寻找一个能充分反映类内与类间离散性数量关系的综合指标, 我们参考数理统计中以极差和标准差度量变异度的算法, 设计了暂称之为类内与类间离散性比值(以 m 表之)的经验算式:

$$m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=i+1}^{n_1} (X_i - X_j)^2}{2n_1(n_1-1)} + \frac{\sum_{i=1}^{n_2} \sum_{j=i+1}^{n_2} (Y_i - Y_j)^2}{2n_2(n_2-1)} + \frac{\sum_{i=2}^{n_3} \sum_{j=i+1}^{n_3} (Z_i - Z_j)^2}{2n_3(n_3-1)}} (100)$$

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} (X_i - Y_j)^2}{n_1 n_2} + \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_3} (X_i - Z_j)^2}{n_1 n_3} + \frac{\sum_{i=1}^{n_2} \sum_{j=1}^{n_3} (Y_i - Z_j)^2}{n_2 n_3}}$$

式中 X 、 Y 、 Z 为3类土壤的光谱反射率, $n_1 n_2 n_3$ 为3类土壤的样品数。

该式的分子项是3类土壤类内各个体间两两相比的差值平方累加除以累加项数, 然后开方再相加起来, 它表示类内各个体间离散性之总和。分母项是3类土壤类间两个体的差值平方累加除以累加项数, 然后再开方相加起来, 它表示类间差异性的总和。106个波长点得106个 m 值。显然, m 值愈小意味着类内的离散性小或类间的差异性大, 对遥感来说就愈有利。

四、结果讨论

从表1所列 t 检验结果可看出: 腾冲地区的火山灰土具有很独特的光谱反射特性。

在整个测试光谱区（400—2500毫微米），它与水稻土的差异显著性均达到最高一级（即在0.001的水平上显著或者说仅可能冒0.001概率的差错，以 \equiv 符号表示）；它与红壤之间的差异自400—2360毫微米也达到最高水平，仅在紫光与近红外波段的末端，显著性水平有所降低，但也分别达到0.005（以 \equiv 表之）和0.05（以+表之）的概率，已经具有统计学意义。红壤和水稻土之间的差异则较小，仅紫光端达到 \equiv 或 \equiv 级。在500—560、840—1120和1220—2500毫微米甚至不存在具有统计学意义的差异。水稻土与红壤的光谱反射性如此接近，这与当地的特殊成土条件有关。当地干湿季节分明，冬季暖和干旱，夏季凉爽多雨。在这种自然条件下进行的土壤过程与典型红壤有所区别，我们定之为黄红壤，作为红壤的一个亚类。而当地的水稻土除少数分布于平坝，地下水位较高，大多系由缓坡地开垦成的排田，冬春季脱水时与旱地、荒地相似；夏秋季灌水植稻，则与常受丰沛雨水淋洗的旱、荒地也不是没有共同之处。因此，两者光谱反射特性的差异就远不如火山灰土（这类土壤受特殊母质影响）那么大。不过仍然在某些波段有所不同。说明只要波段选择合适，仍能从遥感图象的光学特性上区分它们。

分析表1三组t值还可进一步看出：在波长580—820、1140—1200、400—440毫微米光谱区，三类土壤彼此都能明显分开，其中尤以580—820毫微米差异极为显著。再与两类均值之差与其中一类均值之比的谱分布资料（图2）对比，可以看出：t值的高低

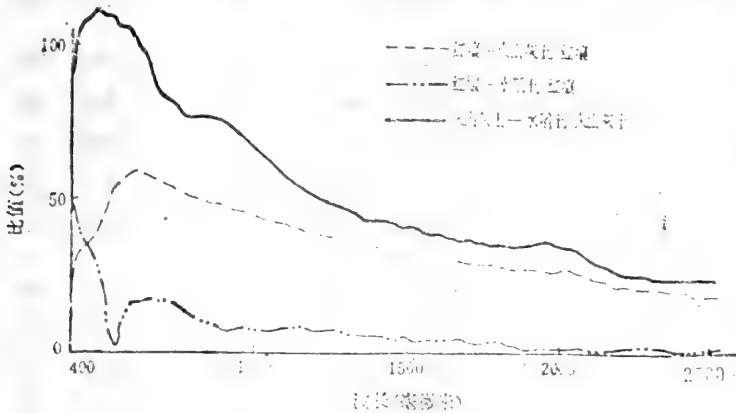


图2 两类均值之差与一类均值之比谱分布图

基本上随此比值的升降而变化，两者相当吻合，表明以t值来衡量两类均值之差异程度是可取的。不过它同时也包含了类内离散度的影响，这从三类土壤光谱反射率变异系数的谱分布资料（图3）与t值变化也相当一致可以证明。就是说，凡t值大的波段，两类均值之差固然大，但反映类内离散性的变异系数一般也较大，这两者对于最佳波段的优选是互相矛盾的，因此使上述较好波段的进一步优选发生了困难。图4的类内与类间离散性比值的统计数据在一定程度上反映了参与分析计算的各样品其类内的离散性与类间的差异性之数量对比关系，参照此数据可以认为在580—820毫微米的光谱区中600—680毫微米波段m值最小，遥感效果将最佳，700—760毫微米为其次。

综合上述分析，以经过自由度换算的t检验为基础，以类内类间离散性比值为综合指标，再参照变异系数及两类均值差等资料，可以排列出最适于遥感的光谱段。就腾冲地区土壤资源遥感而言，最佳波段首推600—680毫微米，其次为700—760毫微米，其它如880—920、1140—1200、1460—1520、1900—1980、2200—2260、2320—2380毫微米等波段

表1 t 检验结果

波 长 (毫微米)	红壤/火山灰土			红壤/水稻土			火山灰土/水稻土		
	t 值	自由度*	差异显著性	t 值	自由度	差异显著性	t 值	自由度	差异显著性
400	2.276	14	+	5.295	17	###	6.814	18	###
20	3.930	14	##	4.097	17	###	7.031	18	###
40	4.503	14	###	3.967	16	##	7.199	18	###
60	4.966	13	###	3.858	16	##	7.322	18	###
80	5.544	14	###	3.339	17	+	7.670	18	###
500	6.338	14	###	2.486	18	+	7.744	18	###
20	7.508	14	###	1.208	18	/**	7.910	19	###
40	8.235	14	###	0.304	19	/	8.187	19	###
60	9.223	14	###	1.587	19	/	8.299	19	###
80	9.612	13	###	2.422	18	+	8.430	19	###
600	9.693	13	###	2.823	17	+	8.429	19	###
20	9.549	13	###	2.950	16	+	8.352	18	###
40	9.540	14	###	3.103	16	++	8.168	18	###
60	9.373	14	###	3.188	16	++	7.936	18	###
80	9.317	14	###	3.182	16	++	7.921	17	###
700	9.260	14	###	3.187	16	++	7.768	18	###
20	9.207	14	###	3.202	16	++	7.697	17	###
40	9.161	14	###	3.109	16	++	7.739	17	###
60	8.959	14	###	2.926	16	++	7.710	17	###
80	8.816	14	###	2.715	16	+	7.730	17	###
800	8.655	14	###	2.418	16	+	7.716	17	###
20	8.695	14	###	2.193	17	+	7.894	17	###
40	8.733	14	###	2.059	17	/	8.011	17	###
60	8.721	14	###	1.925	17	/	8.084	16	###
80	8.706	14	###	1.747	17	/	8.239	16	###
900	8.527	14	###	1.614	17	/	8.170	16	###
20	8.534	14	###	1.628	17	/	8.159	16	###
40	8.437	14	###	1.620	17	/	8.067	15	###
60	8.348	14	###	1.634	17	/	7.957	15	###
80	8.294	14	###	1.665	17	/	7.884	15	###

续表 1

波 长 (毫微米)	红壤/火山灰土			红壤/水稻土			火山灰土/水稻土		
	t值	自由度*	差异显著性	t 值	自由度	差异显著性	t 值	自由度	差异显著性
1000	8.168	14	###	1.707	17	/	7.733	14	###
20	8.085	13	###	1.735	17	/	7.605	14	###
40	8.116	13	###	1.793	17	/	7.568	14	###
60	8.156	13	###	1.884	17	/	7.525	14	###
80	8.013	13	###	1.976	17	/	7.314	13	###
1100	8.001	13	###	2.028	17	/	7.260	13	###
20	7.965	13	###	2.078	16	/	7.200	13	###
40	7.973	13	###	2.142	16	+	7.198	13	###
60	7.931	13	###	2.138	16	+	7.150	13	###
80	7.831	13	###	2.134	16	+	7.070	12	###
1200	7.788	13	###	2.115	16	+	7.082	12	###
20	7.729	13	###	2.062	15	/	7.142	12	###
40	7.629	13	###	2.024	15	/	7.088	12	###
60	7.590	13	###	2.005	15	/	7.060	12	###
80	7.504	13	###	1.992	15	/	7.000	12	###
1300	7.386	13	###	1.908	14	/	6.962	12	###
20	7.226	13	###	1.776	14	/	6.948	11	###
40	7.040	13	###	1.633	14	/	6.916	11	###
60	6.903	13	###	1.516	13	/	6.885	11	###
80	6.900	13	###	1.452	13	/	6.926	11	###
1400	6.778	13	###	1.443	13	/	6.988	11	###
20	7.021	13	###	1.441	14	/	6.971	11	###
40	7.081	13	###	1.482	14	/	6.959	11	###
60	7.138	13	###	1.502	14	/	6.989	11	###
80	7.113	13	###	1.529	14	/	6.954	11	###
1500	7.090	13	###	1.518	14	/	6.945	11	###
20	7.036	13	###	1.501	14	/	6.899	11	###
40	6.931	13	###	1.462	14	/	6.862	11	###
60	6.878	13	###	1.431	14	/	6.797	10	###
80	6.861	13	###	1.425	14	/	6.797	10	###

续表 1

波 长 (毫微米)	红壤/火山灰土			红壤/水稻土			火山灰土/水稻土		
	t值	自由度*	差异显著性	t 值	自由度	差异显著性	t 值	自由度	差异显著性
1600	6.819	12	###	1.401	14	/	6.735	10	###
20	6.700	12	###	1.339	14	/	6.661	10	###
40	6.682	12	###	1.313	14	/	6.668	10	###
60	6.635	13	###	1.286	13	/	6.653	10	###
80	6.562	12	###	1.246	14	/	6.575	10	###
1700	6.501	12	###	1.198	13	/	6.548	10	###
20	6.427	12	###	1.178	14	/	6.454	10	###
40	6.390	12	###	1.133	14	/	6.461	10	###
60	6.353	12	###	1.121	14	/	6.405	10	###
80	6.370	12	###	1.079	14	/	6.440	10	###
1800	6.385	12	###	1.003	14	/	6.493	10	###
20	6.353	12	###	0.863	14	/	6.534	11	###
40	6.339	12	###	0.722	15	/	6.572	11	###
60	6.379	12	###	0.504	15	/	6.698	11	###
80	6.413	12	###	0.298	16	/	6.797	11	###
1900	6.499	12	###	0.160	16	/	6.936	11	###
20	6.509	12	###	0.009	17	/	6.986	11	###
40	6.582	12	###	0.030	17	/	6.977	12	###
60	6.553	11	###	0.080	18	/	6.859	12	###
80	6.513	11	###	0.163	17	/	6.802	12	###
2000	6.318	11	###	0.213	17	/	6.587	11	###
20	6.198	11	###	0.264	17	/	6.505	11	###
40	6.130	12	###	0.347	16	/	6.451	11	###
60	6.071	12	###	0.439	15	/	6.359	11	###
80	5.784	11	###	0.315	15	/	6.245	11	###
2100	5.555	12	###	0.244	14	/	6.135	10	###
20	5.334	13	###	0.222	13	/	5.991	10	###
40	5.091	13	###	0.260	13	/	5.784	10	###
60	4.796	13	###	0.214	12	/	5.559	10	###
80	4.699	13	###	0.304	12	/	5.432	10	###

续表1

波 长 (毫微米)	红壤/火山灰土			红壤/水稻土			火山灰土/水稻土		
	t 值	自由度*	差异显著性	t 值	自由度	差异显著性	t 值	自由度	差异显著性
2200	4.639	13	###	0.387	12	/	5.300	10	###
20	4.588	13	###	0.451	12	/	5.204	10	###
40	4.651	13	###	0.461	12	/	5.238	10	###
60	4.560	13	###	0.448	12	/	5.119	10	###
80	4.518	13	###	0.384	12	/	5.133	10	###
2300	4.448	13	###	0.361	12	/	5.074	10	###
20	4.358	13	###	0.291	12	/	5.017	10	###
40	4.299	14	###	0.225	12	/	5.034	10	###
60	4.188	14	###	0.150	12	/	5.019	11	###
80	4.078	14	###	0.057	12	/	4.994	11	###
2400	4.019	14	##	0.011	12	/	4.997	11	###
20	3.923	14	##	0.087	12	/	4.978	11	###
40	3.858	14	##	0.173	12	/	5.038	11	###
60	3.788	14	##	0.246	12	/	5.019	12	###
80	3.695	14	##	0.326	12	/	4.976	12	###
2500	3.645	14	##	0.341	12	/	4.972	12	###

* 自由度是经换算后的数值，换算公式见计算原理。** “/” 指差异显著性没有达到具有统计学意义。

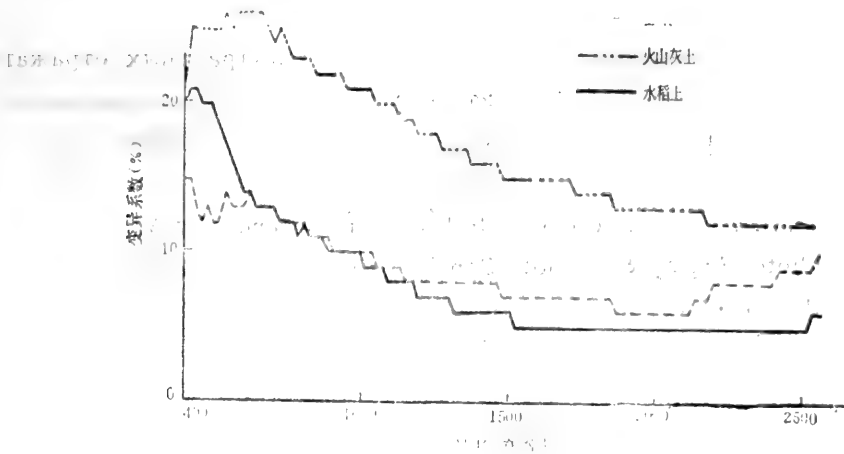


图3 变异系数谱分布图

图 3 变异系数谱分布图

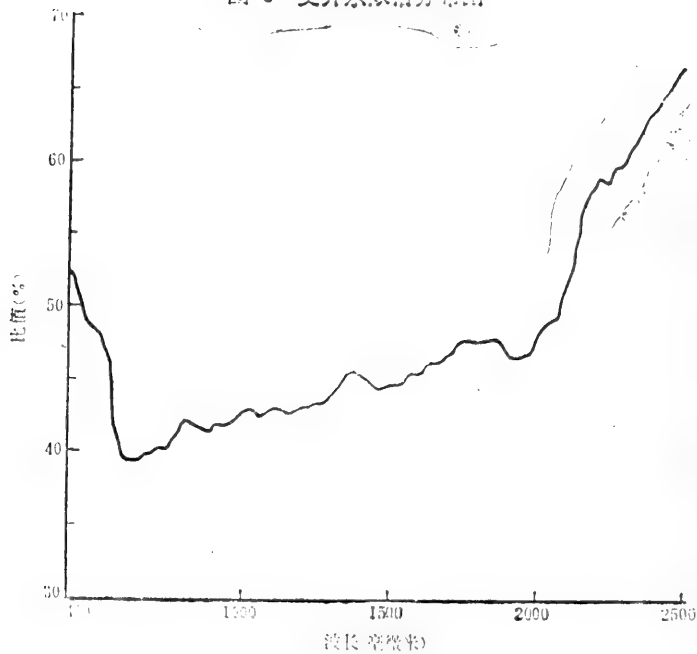


图 4 类内与类间离散性比值 (m) 谱分布图

也有些特色。至于400—440毫微米虽然也有利于土壤探测、考虑到大气衰减强烈,目前航空遥感与卫星遥感都难利用,故暂不列上。

以上初选结果,运用聚类分析与主分量分析方法进行验证,均获得预期效果。可把三类土壤及其间具有过渡性特征的一些土壤都更清楚地区分出来。这进一步表明,上述经改进的t检验法,并配合计算类内与类间离散性比值作为综合指标,来论证、选择最佳遥感波段具有一定的可靠性,不仅适用于土壤资源,看来也适用于其它资源的多目标遥感探测任务。

参 考 文 献

- [1] Соловьев С. М, Старосельский А. Л, Анализ спектральных отражательных свойств естественных образований с целью выбора оптимальных зон сенсбилизации светочувствительных слоев, Труды НИКФИ, Вып. 51, 1962
- [2] Tucker, C. J, A Comparison of Satellite Sensor lands for Vegetation monitoring, Photo Engin. & Remote Sensing, Vol. XL IV, №11 1978.
- [3] Gausman, H. W, Field-measured Spectroradiometric Reflectances of Disked and Nondisked Soil With and Without Wheat Straw, Soil Sci. Soc. of Amer. Journal Vol. 41, №4, 1977.
- [4] Longshaw, T. G and Cilttertson, B, Multispectral Aerial Photography as Exploration Tool— I. An Application in the Bushveld Igneous Complex, South Africa, Remote Sensing of Environment 1975. 4.

- 〔5〕和达清夫，モードヤニジニク，朝仓书店，东京，P120，1976
- 〔6〕780工程指挥部土壤组徐彬彬等整理，滕冲试验区土壤波谱反射特性及最佳遥感波段的选择，滕冲航空遥感试验报告文集，农林分册，第80—87页，1979。
- 〔7〕中国科学院数学研究所统计组，常用数理统计法，科学出版社，第23页，1979。
- 〔8〕南京农学院主编，田间试验与统计方法，农业出版社，第69—70页，1979。

应用突变模型研究沙漠化过程的演变

——以东北地区为例*

郭绍礼 齐文虎 李立贤

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

前 言

沙漠化是在一定的自然条件作用下,由于人类在开发利用自然资源中,违背了自然规律,进行了不合理的经济活动,致使具有绿茵的地区,产生了类似沙漠或沙地的环境变化,同时呈现出了沙漠化土地,这种环境衰变的过程,我们通称为沙漠化过程。近些年来,特别由于气候持续干旱,人们的经济活动日益频繁,造成沙漠化的土地也就不断扩大。因此,在当今世界上,沙漠化已成为一个值得关注的环境保护问题。

我国目前沙漠化土地约有14.7万平方公里,占全国总土地面积的1.53%。虽然所占比例不大,但对农田、牧场、工矿、交通以及人们生活都带来了严重的危害,往往造成农业减产、草场退化、人民生活贫困的局面。因此,许多部门和科学工作者都从不同的角度,采用不同的方法对沙漠化的成因、分布、动态演变、生态平衡以及防治措施等,进行了较为系统的研究。但从研究的内容和方法上看,大多停留在调查和描述阶段,尚缺乏定性和定量的分析。为此本文应用突变模型数学分析方法,来表达和解释沙漠化演变和逆转过程。在研究中首先确定影响沙漠化本质特征的因素,取得刻划此特征的数据,突出主要因素,并运用数学的语言进行表达。在知道沙漠化过程的初始状态和边界条件后,就能导出沙漠化或逆转过程的各个状态,并力求将它的稳定状态与变化过程有机地联系在一起,给予科学的推理,从而得到定性的分析和定量的概念。这不仅提高了研究沙漠化的理论,而且对指导生产实践,都有很重要的现实意义。

由于这项研究工作是初次尝试,错误之处在所难免,请多提出宝贵意见。

一、沙漠化土地的分布

沙漠化是在我国北方地区干旱多风和疏松砂质地表条件下,由于人为过度的土地利用,破坏了脆弱的生态平衡,使原非沙漠地区出现了类似沙漠景观的环境变化过程。这一过程导致生物生产量的急剧降低。土地滋生潜力衰退和可利用土地资源的丧失。

我国北方地区的沙漠化土地主要分布在嫩江、长春一线以西,贺兰山以东,中蒙边

* 本文在编写过程中,蒙阳含熙、李孝芳二位教授提出宝贵意见,在此一并致谢。

界线以南，阴山、燕山以北的广大地区。集中在干旱荒漠草原地带；半干旱干草原地带和半湿润草甸草原地带。由于沙漠化土地发生、发展的自然背景不同，因此，表现在沙漠化土地的景观上也有明显的差异性。处于干旱荒漠草原地带的沙漠化土地，一般都分布在沙漠的外缘，绿洲的边缘或一些河流的下游，多呈现出半固定、半流动的吹扬灌丛沙堆和与其相间分布的流动沙丘景观。在半干旱干草原地带的沙漠化土地，一般都集中连片，呈现出自土壤风蚀到片状流沙，以至成密集沙丘分布的特征。在半湿润草甸草原地带的沙漠化土地，大多沿河床故道成带状分布，出现了低矮沙丘或波状沙地。在湿润地区，虽然没有出现沙漠化土地，但在开垦的土地上已显现出土壤遭受风蚀的现象。

综上所述不难看出，我国北方地区出现的沙漠化土地，具有自西向东有规律的分布。而在东北地区，这种分布特点尤其显著。从而说明，沙漠化土地的分布，有着明显的地域差异。

二、突变模型的数学表达

数学模型大多是用来描述连续的、光滑的变化过程。然而，自然现象的许多变化并非连续的渐变的过程。如火山爆发，地震的发生，虫害的蔓延等，尽管它们都有缓慢的，连续的渐变过程，但是当一定的条件得到满足时，就会发生突变。为描述这类突变现象，法国的 R. Thom 在 1972 年提出了一个突变论模型。这个模型是由数学的一个分支——拓扑学发展起来的。拓扑学的研究对象是多维空间的曲面，他用这个数学模型描述了许多自然现象，特别是由于在生态学和自然地理学中存在的许多复杂的突变现象。因此，这个模型的应用也愈来愈被有关科学工作者所重视。我们对土地沙漠化过程的研究，是按图 1 所示的步骤进行的。

在沙漠化现象的突变模型研究中，选择了我国东北地区，从半干旱的西辽河平原到半湿润的松嫩平原，直至湿润地区的三江平原这一地理环境分异明显的地段，作为研究土地沙化的对象。在这个地段中，我们共选用了代表着不同地区的 19 个取样点的资料，其中有沙化正在发展的西辽河平原地区 6 个点；具有潜在沙化的松嫩平原地区 5 个点；至今没有沙化的三江平原地区 8 个点（表 1）。

影响沙漠化的因素是复杂多样的，我们考虑主要的因素可分为以下两类：

1. **土地复合状况：**用四个变量描述， X_1 ——表示植被覆盖状况； X_2 ——表示开垦面积； X_3 ——表示土层的机械组成； X_4 ——表示沙丘的一般高度。

通过主分量分析，用其第一个主分量 P 表示土地表面的复合状况，作为第一个控制变量（自变量）。 P 与其四个原始变量 X_1, X_2, X_3, X_4 的关系为：

$$P = 0.00224X_1 - 0.009196X_2 - 0.927333X_3 - 0.015319X_4 + 0.297102 \quad (1)$$

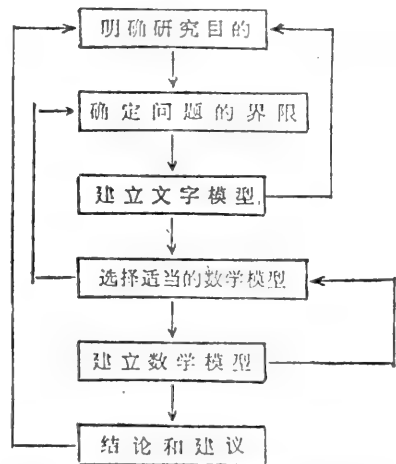


图 1 研究土地沙漠化的步骤

表 1 19个采样地区数据统计

地区	要素 海拔 高度 (米)	年平均 降水量 (毫米)	年平均 均温 度℃	年平均 风速 (米/秒)	地表 湿度 (%)	植被覆 盖率 (%)	开垦 状况 (%)	沙粒机 械组成 (毫米)	沙丘平 均高度 (米)
抚远	48	665	1	4.0	18	60	29	0.001	0.01
同江	50	566	1	4.0	18	50	29	0.001	0.01
萝北	65	594	1	3.5	18	50	29	0.002	0.01
佳木斯	95	600	1	3.7	17	50	30	0.002	0.01
鹤岗	228	646	2	3.5	17	40	31	0.003	0.01
富锦	64	546	2	3.7	16	46	32	0.004	0.01
宝清	83	559	2	4.0	18	65	33	0.005	0.01
桦南	182	586	2	4.1	18	50	34	0.005	0.01
绥化	180	534	3	3.8	15	38	36	0.005	2.00
哈尔滨	172	554	3	3.8	14	30	36	0.026	2.00
安达	170	443	4	4.0	12	38	36	0.040	2.00
长春	237	611	5	4.8	9	28	36	0.045	2.00
前郭尔罗斯	134	466	5	4.0	15	40	36	0.05	2.00
通榆	148	425	5	3.5	10	30	38	0.06	5.00
开鲁	241	363	5	4.1	8	20	38	0.07	5.00
通辽	178	425	5	3.6	9	18	38	0.08	5.00
翁牛特旗(乌丹)	631	374	5	3.4	5	17	38	0.09	5.00
林西	800	397	5	3.1	7	20	38	0.09	5.00
赤峰	570	371	5	4.0	10	30	38	0.09	5.00

复合变量P, 能够反映土地状况变化全部信息的90%, 因此, 已足够使用。

2.湿润复合状况: 包括五个变量。Y₁——表示海拔高度; Y₂——表示年平均降水量; Y₃——表示年平均温度; Y₄——表示年平均风速; Y₅——表示地表湿度。

以同样的方法进行主分量分析, 用Q表示复合湿润状况。第二个控制变量Q与其五个原始变量Y₁、Y₂、Y₃、Y₄、Y₅的关系为:

$$Q = 0.000155Y_1 - 0.000359Y_2 + 0.02086Y_3 - 0.031714Y_4 - 0.008455Y_5 + 0.315266 \quad (2)$$

这个主分量能反映湿润状况变化全部信息的60%。尽管这个百分数不算太高, 但经实际检验, 用这一个主分量已经能够将前述的处于三种不同地理环境地区加以区分。因此, 可以用这个主分量代替湿润状况的五个变量。这样将表示土地状况的四个变量和表示湿润状况的五个变量, 减少为两个变量。这两个变量的综合变化, 就是土地沙漠化的发展程度或其恢复状况的主导因素, 因此, 可以用它们做为影响土地沙漠化这一动态过

程的控制变量（自变量）。再设 X 表示行为或状态变量（因变量）。则状态曲面即由下式决定：

$$X^3 + QX + P = 0 \quad (3)$$

在以 P 、 Q 和 X 轴组成的三维空间，具有一个尖角型褶皱部分的曲面。(3)式为尖角型突变模型的数学表达。

令
$$\Delta = \left(\frac{P}{2}\right)^2 + \left(\frac{Q}{3}\right)^3$$

(i) 当 $\Delta < 0$ 时，对满足该条件的一对 P 、 Q 值有不相等的三个 X 值与之对应。这时的 P 、 Q 值处在尖角型区域内。

(ii) 当 $\Delta > 0$ 时，对满足该条件的一组 P 、 Q 值仅有一个 X 值与之对应，这时 P 、 Q 值在尖角型区域外。

(iii) 当 $\Delta = 0$ 时，若 $P = Q = 0$ ，则 $X = 0$ ，这时对应的是尖角的地方为确定包围尖角区域的边界，只须令

$$\Delta = \left(\frac{P}{2}\right)^2 + \left(\frac{Q}{3}\right)^3 = 0$$

即满足上述条件的所有的 P 、 Q 点都在尖角区域的边界上。

$$\Delta = 0, \text{ 即 } \left(\frac{P}{2}\right)^2 = -\left(\frac{Q}{3}\right)^3$$

$$P = \pm 2 \sqrt{\left(\frac{-Q}{3}\right)^3} \quad (4)$$

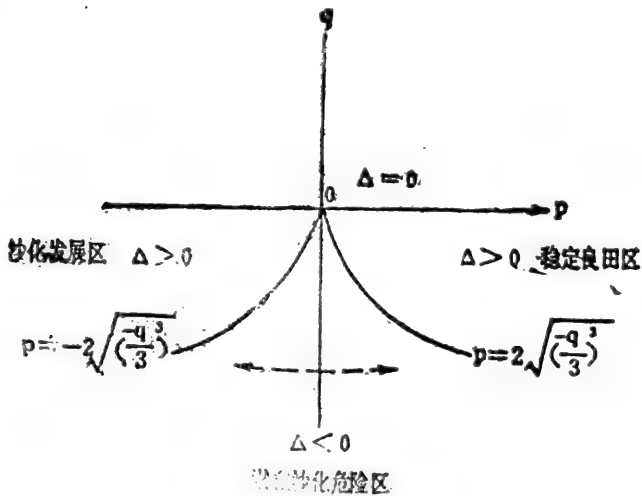


图2 尖角型区域

由表达式(4)可以看出，尖角型的位置是在 P 轴的下方，即当 Q 值为负的时候， P 才有实数值，而且围成尖角型区域的边界线对称于 Q 轴(图2)。

根据实测资料确定尖角型区域，即确定沙漠化的危险区域，也就是说一旦控制变量 P 、 Q 值的点，落在尖角区内，则该地区将面临沙化的危险。反过来，若要将沙化过程逆转，则需要改变控制变量，使 P 、 Q 值朝恢复的方向移动。

三、尖角型突变模型的性质

通过上述内容，已经了解突变模型的基本性质。为了能更直观地了解这个模型的性质和它的应用，再将（1）和（2）式加以分析。

在表示土地状况的第一个主分量 P 的表达式中，它的四个原始变量 X_1, X_2, X_3, X_4 ，除 X_2 表示开垦面积，可能变化迅速以外，其余三个都是缓慢变化的量。而开垦面积是可以人为地控制。因此， X_2 是造成沙化和恢复土地的主要因素。

在表示湿润状况的第二个主分量 Q 的表达式中， Q 值主要决定于年平均降水量 Y_2 。年平均降水量大的地区，不容易引起沙化，一旦土地沙化，它也容易恢复。反之，年平均降水量小的地区，土地开垦后，很容易引起沙化，一旦沙化了，恢复土地也较困难。因此，尖角型区域不应当对称于 Q 轴。这只要将原来的坐标系进行坐标变换，将原来的 P, Q 轴同时进行平移和旋转一个角度即可。新的坐标系记为 P' 和 Q' （图3）。

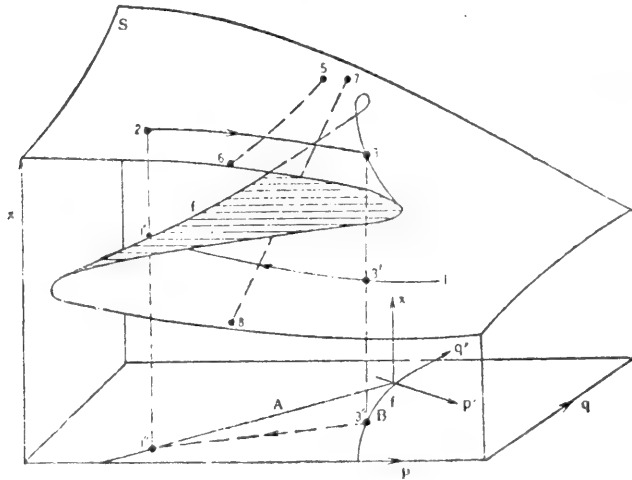


图3 尖角型突变模型

图示的 P' 负方向，表示土地状况变坏的方向， Q' 的正方向，表示湿润状况变坏的方向。这个模型中有一个褶皱的 S 曲面，在 (P, Q) 平面上的投影是尖角型的曲线， (P, Q) 平面上的尖角型区域是研究沙化问题的关键。我们可以根据所需研究的某个地区前述的九个原始变量，按照公式（1）和（2）计算出该地区的 P, Q 值，根据 P, Q 值决定的该点相对于尖角型区域的位置，该尖角型区域是由经过坐标换算后的 P', Q', X 坐标系确定的，待其确定以后，根据坐标变换公式，我们可用 P, Q 值确定待检验点在 (P', Q') 平面上的位置，可以立即判断该地区所处的状态。

使用了这样的方法确定了尖角区域，并按公式（1）和（2）分别计算出19个采样点的 P 和 Q 的值，以 P 和 Q 为两个坐标轴，在 (P, Q) 平面上画出19个采样点的 (P, Q) 位置。从图4看出1—8点是处于稳定的良田状态，所以它们都位于尖角型区域的右侧，一般状态下， (P, Q) 点离尖角区边界线越远（如1、2点），说明该处的状态越好；9—14点位于尖角型区域内，认为处在沙化潜在危险区内；13和14点则接近沙漠化突变边

界；15—19点处于稳定的沙化状态，在尖角型区域的左侧，一般状态离尖角区域越远，反映出沙化程度越严重。据此，画出尖角型区域边界线图(图4)。应指出，图4中各编号点的位置，并不表示每个采样点的地理位置，而是每个点的两个控制变量所处的状态。利用这个尖角型区域图，可判断采样点以外的其它地区各点所处的状态。并可以预示，今后对该地区应采取何种措施以防止沙化。

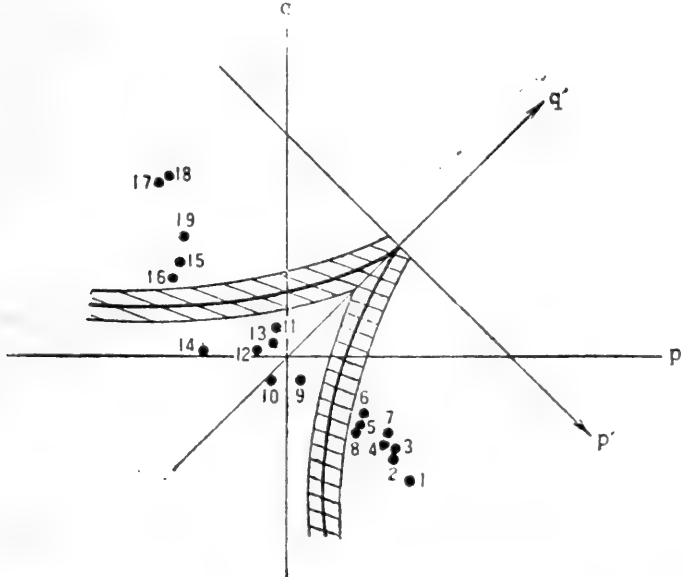


图4 沙化突变区域边界的确定

按照上述分析，我们得到的尖角型突变模型是一个确定性模型，因为沙化及其逆转突变是通过尖角型区域的边界线时发生的。而实际上尖角型区域的边界不应当是一条线，

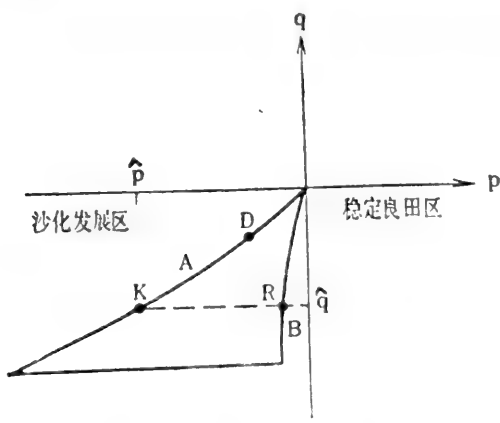


图5 尖角型解析

而是有一定宽度的带状区域(图4画有阴影的部分)。当控制变量确定在带状区域内就会发生突变。为此，使这个模型能更加符合实际，为能清楚地对突变模型的作用进行理论分析，我们再用坐标轴已旋转过的图5的形式加以表示(图5)。

以图 5 上的 K 点为例，它对应的坐标值为 \hat{P} 和 \hat{Q} ，该点的降水量为 380 毫米。该点开始沙化时，对应的开垦面积为 35%。当 K 点向左移动（如由于增加开垦面积所致），表明沙化状况进一步发展，沙丘高度会有所增加，逐步发展到沙化稳定阶段。如在同样的地区，要求沙化向逆转方向发展， K 点应该向右移动，当 K 点开垦面积仍为 35% 时，并不能恢复到原来状态。只有当它继续向右移动至 R 点，到达恢复边界线时，才有可能恢复到原来状态。因为，这一地区的降水量在正常气候下，不会大幅度的变化，土壤中其它各个要素的变化也是缓慢的，所以 R 点与 K 点的 \hat{Q} 值基本一致，显然 R 点的 \hat{P} 值要大于 K 点的 \hat{P} 值，即 R 点的开垦面积小于 K 点的开垦面积。也就是说，控制变量到达 K 点，即由于过度开垦致使出现沙化以后，要恢复到原来的状态，必须增加更大面积的植被，才能使 K 点恢复到原来的状态。从图 5 中的 D 点看出，该地区正处在不稳定状态——潜在沙化危险区。为此，必须增加植被覆盖率，停止再继续开垦土地等措施。这对控制生态环境的改变是有现实意义的。

四、突变论模型显示沙化及其逆转过程的特性

突变论模型（图 3）中的曲面 S ，称为行为或状态曲面，面上的每一点都表示所描述的生态系统的状态。该曲面是以 P 、 Q 、 X 为三个坐标轴的坐标系里。曲面上每个点的 X 值表示生态系统的行为或状态； P 、 Q 表示生态系统的控制变量。（ P 、 Q ）平面上的每一点都确定一组 P 、 Q 值， X 值由它对所对应的一组 P 、 Q 值及其到达该点的过程决定。这些状态的变化反映了沙化和逆转过程的全部特性，主要表现在以下四个方面：

1. 突变性：在自然地理环境中，生物与环境间相互作用以及生物对环境变化的逐渐适应，总是朝着趋向某种稳定状态的方向变化，而自然环境本身的演变，也具有这种性质。当自然环境处于稳定状态，只要外界的影响，或谓输入条件不超过使生态系统保持其稳定的允许范围，则此稳定状态得以保持。如果输入条件超越了稳定的许可边界，生态系统就由稳定状态变成不稳定状态。这个转变过程往往由渐变而到突变，或由量变到质变的转化过程。

因为 S 曲面上每个点的移动，都是系统的行为或状态随时间而缓慢地变化，并可能在一定的条件下发生突变。我们所研究的沙化过程也是缓慢变化，经历较长时间，而达到突变的状态。

我们将曲面 S 分成两部分，曲面下半部表示没有沙化状态；上半部表示已经沙化了的状态， X 值按箭头方向表示沙化程度增加。图 3 所示，如某地区位于 1——没有沙化，当系统的行为或状态沿所画曲线方向在曲面上移动时，表明 P 值减小，而 Q 值基本不变。当其移到曲线 f 上的 $1'$ 时，则表示进入临界状态。如再扩大垦殖面积，使 P 值继续减小，在很短的时间内将形成飞跃的突变——发生沙化，或进一步扩大沙化的范围，此时，生态系统的行为或状态就进入了位于沙化稳定发展区域的 2 点。例如在干旱的西辽河地区，当开垦面积达 30—40% 时，控制变量就会处于尖角型的边界线上，其土地就发生了沙化性质的突变。

2. 二态性：上述过程说明， S 面上的 $1'$ 点和 2 点对应相同的控制变量，即具有近似相等的 P 值和 Q 值，但它们所对应的 X 值不同，有两个 X 值与该组 P 、 Q 值对应，这就是

系统中的二态性。在尖角区内的所有的点，皆具有二态性。因此，必须充分认识到这种特点，有意识地输入一定的能量，控制土地向化沙状态演变和沙化的进一步扩大，达到土地合理利用的目的。

3. 滞后性：当土地沙化后，它的滋生潜力急剧衰退，导致生物生产量的降低。为改变沙化程度，于是人们采用植树造林、封沙育草、调整土地利用等措施来改造沙化土地。以达到增加地面的植被覆盖率，提高土壤的养分含量，使其为人类提供更多的物质财富。

从图 3 还可看出，当控制变量 P 向图示的方向移动，表示植被覆盖面积增加，使系统的行为或状态达到 8 点时，发生逆转，形成突变，转移到 S 曲面下半部的 3' 点，表明已达到稳定的恢复。在 (P, Q) 平面上，对应的 3' 点也表示控制变量仍在发生突变的临界区，而 3' 对应的 P 值远远大于 1' 对应的 P 值。在西辽河地区，开垦面积达 35—40% 时，就会发生沙化突变，并出现植被覆盖率急骤降低，使系统的行为或状态继续恶化。但是，为了使系统行为或状态发生逆转需增加植被覆盖率，使其相当于开垦面积减少至 35—40%，还不能恢复成良田，只能在开垦面积减少为 20% 时，才能恢复到稳定的良田状况。也就是在实际恢复逆转的过程中，绿化的面积要大于发生沙化突变时的植被覆盖面积，或者说输入的能量要大于造成沙化扰动的能量，这时沙化逆转才可能出现。逆转相对于沙化所具有的这种特性，称为滞后性。

4. 分支性：在 S 曲面上的位置很相近的 5 和 7 点，表示它们的初始状态很相似。但由于输入的外力不同，受到不同的扰动，因而使它们产生了不同的行迹。图 3 中表明 5—6 点的行迹在 S 面上半部；7—8 点的行迹已达 S 面下半部。两条行迹的 P 值相差很小，5—6 和 7—8 的行迹方向，都是 Q 值减少的方向。7—8 点的行迹表明，尽管湿润状况较坏，如维持少量的开垦，仍能保持良田为稳定的状态。然而，由 5—6 点的行迹看出，此处土地仍为沙化状态，表明开垦状况超过 7—8 点的情况。在 (P, Q) 面上，以 f' 所围成的三角区域，是控制变量的一个危险区，表现为系统的状态对外界的干扰很敏感，或是处在很脆弱的状态。因此，应当成为研究沙化问题集中注意的部分。

表2 不同类型区域的P和Q值*

指标 \ 分区	稳定区	潜在区	沙化区
P值	0.090—0.160	-0.043—0.0158	-0.200—-0.110
Q值	-0.170—-0.08	-0.033—0.019	0.040—0.250

*P, Q值均为坐标转换前的数值。

五、结 论

1. 通过上述分析，我们认为土地沙化及其逆转过程，完全符合尖角型突变数学模型

的性质。从而用突变论对土地沙化现象给予科学解释和分析，达到了良好的效果。

2. 在同一地区中，从稳定的良田状况发展到沙化，或从沙化状况恢复到稳定的良田状况，它可有一个临界的时间，空间和状态。而在数个不同的地区中，则存在着一个临界的区域。根据尖角型突变模型分析，我们可将东北的西辽河地区划为发展的沙化区；松嫩平原地区划为潜在的沙化区；三江平原地区划为稳定的良田区。当前，在土地利用中，影响自然环境失调，最危险的地区是潜在沙化区。突变模型显示出在这种地区内，只要土地利用不当，超越界线时，土地沙化便从渐变到突变，演变成发展中的沙化危害区。因此，此种应作沙化治理和自然保护的重点地区。特别在此区内，选择开垦宜农土地时，更需持慎重态度。

3. 尖角型突变模型，反映了沙化及其逆转过程的四种特性，其中，滞后性尤其引起重视。土地一旦遭受沙化，如果要恢复到原来的状态，必须使输入的能量大于开垦时扰动的能量，或者说为了暂时的利益而盲目地开垦脆弱地区，要得以恢复，就必须接受更多的惩罚。

4. 突变模型的理论，在认识自然，发现自然环境的演变规律方面，有着普遍的意义。因此，运用这种方法去探索研究生态系统的平衡、环境污染、自然资源的评价、生态系统结构及其功能的发展，转化等方面，都会有积极的作用。

参 考 文 献

- [1] Zeeman, E. C., Catastrophe Theory, Scientific American, Vol. 234, No. 1, p. 65—83, 1976.
- [2] 朱震达、吴正、刘恕等著，中国沙漠概论（修订版），1—7页，56—62页，科学出版社，1980。

应用线性规划选择地区 农作物配置最优方案*

齐文虎 李立贤 冷允法

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

最优化理论用严谨的数学分析给我们指出了一套在大量复杂的因果关系中,确定最优决策的方法。而且已经使我们有可能利用它作为研究生态系统、生态经济系统或自然资源的合理开发利用所面临的复杂决策或分配问题的有力的工具。

在我们以往的工作中,往往注意的是那些定性的资料或对系统作定性的、描述性的分析。为了做出定量的分析,我们越来越感兴趣的是那些数量化的资料,以及定性资料的数量化。显然,反映系统的本质或其内在规律的决不可能是这些资料或数据的堆砌,只有通过对这些数据的系统分析,找出那些变量之间的数量关系,才能真正反映系统的内在联系,这就是使用系统分析方法建立系统的物理的或数学的模型的必要性之所在。我们利用所掌握的系统的规律用以改造系统,必须选择合理利用的方案。为达到这个目的,使用了最优化方法。

建立系统的数学模型的系统分析方法,可以应用电子计算机模拟所研究的系统,减少以至于避免不必要的损失。解决该问题的过程可以用一个流程图表示(图1)。

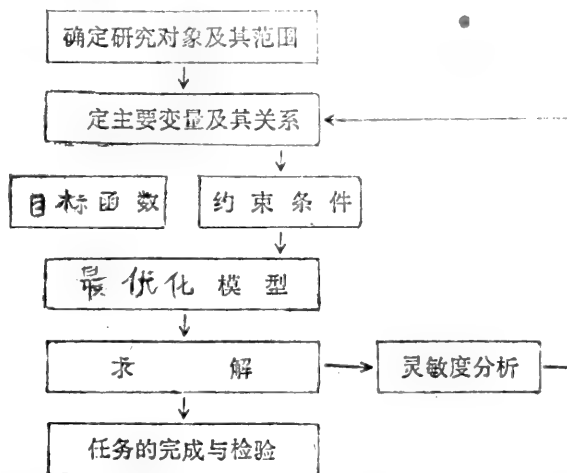


图1 线性规划流程图

本文以东北三江平原的红兴隆农场管理局所辖地区为背景,根据当地的自然条件及

* 此项研究是在阳含熙韩湘玲先生指导下完成的,深表谢意。

农作物栽培的历史情况，通过改变农作物的配置比例以达到可能的最高产量，建立一个最优化数学模型，最后给出一个最优配置方案。

一、研究对象及其范围

黑龙江省三江平原西起汤旺河和牡丹江，东至乌苏里江，北自黑龙江，南抵兴凯湖，总面积达103500多平方公里。这里土地平整，可耕地面积大，农业生产可以大规模地使用机械，是我国重要的粮豆产区。但由于开垦种植历史较短，仅部分农田有排灌设备，大部分地区仍处于靠天吃饭的境地。因此，单产水平低，历年产量极不稳定。为尽快把三江平原建成我国稳产高产的粮豆基地，必须总结过去农业发展的经验教训，揭示各种农作物对当地自然环境的适应的内在规律，并根据当前的农业技术水平，找出各种农作物种植面积的合理比例，即选择并确定保证粮豆稳产高产的最优方案。通过这个典型的剖析，为资源合理利用的研究，提供一种有效的方法。

二、确定主要变量及其关系

根据所确定的研究对象，再进一步分析该对象的主要影响因子及其相互关系。这里主要是分析三江平原农业自然条件的主要特点及农作物对当地自然条件的适应性。

1. 三江平原农业自然条件的主要特点

三江平原总地势由西南向东北缓缓倾斜，松花江、黑龙江、穆稜河等多次改道、变迁，形成了广阔的阶地与河漫滩等地貌类型。绝大部分地面覆盖有2—17米的粘土层。年降水量为500—700毫米，沼泽及沼泽化土地的分布面积较大。从气候条件分析，这里属于温带湿润、半湿润气候，在温带条件下，这里可算得上水热条件配合得最好，有条件建成稳产高产的农区。但由于多低洼地，排水困难，土质粘重，降水后影响机械作业，尤其是秋涝和春涝，对农业生产影响很大。而在农作物生长期内，特别是作物需水关键时期往往缺雨，导致减产。目前，这里旱涝频繁，为减轻旱涝对某一种作物的影响，应选择几种主要作物合理搭配，使本区作物每年的总产量趋于稳定。

三江平原大部分地区， $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 积温为2200—2600 $^{\circ}\text{C}$ ，不仅能种植小麦等喜凉作物，而且能种植玉米、大豆、水稻、高粱、谷子等喜温作物。由于三江平原 $\geq 10^{\circ}\text{C}$ 积温偏低，对于喜温的玉米、大豆、高粱等早熟品种可保证年年成熟，而中熟、晚熟品种的种植则在有的年份会遇到冷害低温问题。三江平原地区无霜期120—140天，生长期短，因此播种、收获季节紧张，这不仅使本区大面积使用机械成为发展农业的关键，而且也使作物合理搭配，种植一定比例的夏收作物，适当错开播种收获季节成为必须解决的问题。

三江平原大部分土壤为黑土，土层深厚，有机质含量高，开垦后的头几年作物产量较高，但由于耕地面积大，施肥水平不高，用地与养地的矛盾很突出，开垦后土壤肥力有下降的趋势，据合江地区1964—1974年肥料试验资料，土壤有机质平均减少0.94%，含氮平均减少0.06%。因此，采用合理的轮作制度，种植一定比例的大豆，是提高土壤肥力保持本区作物稳产高产的必要条件。

2. 主要农作物对当地自然条件的适应性

一个地区可以种植多种作物，但不同作物对同一地区的适应性并不一样，农作物的单产反映了各种人为因素和自然环境条件综合影响，因此不同年代作物的单产，反映了各种作物对当地条件的总的适应性。

红兴隆管理局是三江平原地区开垦较早的地区之一，大部分农场都有二、三十年的历史。整个管理局的面积为1700万亩，种植的农作物主要有小麦、水稻、玉米、高粱、谷子、大豆等。

对于各种作物历年产量的变动，我们可作出如下产量相关矩阵(表1)

表1 主要作物历年产量相关矩阵

	水稻	小麦	玉米	谷子	高粱	大豆
水稻	1.00	0.45	0.63	0.03	0.48	0.53
小麦	0.45	1.00	0.54	0.06	0.30	0.46
玉米	0.63	0.54	1.00	0.24	0.64	0.81
谷子	0.03	0.06	0.24	1.00	0.54	0.50
高粱	0.48	0.30	0.64	0.54	1.00	0.79
大豆	0.53	0.46	0.81	0.50	0.79	1.00

从上述相关矩阵可以看出，大豆、高粱、玉米历年产量的变动情况较为一致，其相关系数皆较高，属于对当地自然条件适应性相近的作物。

3. 各种农作物多年平均产量水平及其变动

从红兴隆管理局1949—1978年平均产量来看，以玉米单产最高，达294斤/亩，其次是水稻为221斤/亩，高粱214斤/亩，小麦176斤/亩，大豆146斤/亩，谷子124斤/亩。因此从提高作物单产来考虑，玉米的种植的比例可以提高一些。但由于农业技术水平和当地气候条件的限制，红兴隆管理局各种农作物历年单产产量变动很大，而以玉米的变动为最大，其多年平均绝对变率为111斤/亩，相对变率为38%；大豆的变动最小，其多年平均绝对变率为44斤/亩，相对变率为30%。如扩大玉米种植面积，将会使历年稳产水平下降。

4. 当地的种植制度

红兴隆管理局大部分地区采用小麦+玉米+大豆(意思是第一年种小麦、第二年种玉米、第三年种大豆……，以下同)。西部岗地多采用小麦+玉米+玉米+大豆。部分低洼地区采用小麦+小麦+大豆。上述几种方式有一个共同的特点，即把大豆作为恢复地力的重要作物，反映了保持种植一定比例的大豆的重要性。

5. 历年主要作物的种植比例^①

^①指每种作物面积占各种作物总面积的比例，当地除讨论的几种作物外，尚有部分其他作物。

历年种植水稻的比例，大多保持在1%左右，变动不大，由于种植水稻需要一定的排灌条件，不容易很快扩大种植。谷子的比例，多年平均为3%。其变幅从1—8%，高粱的比例，多年平均为1.76%，其变幅从1—4%。以上两种作物在各种作物的总比例中，总计不到5%。小麦的比例，多年平均为43.76%，其变幅从21—62%。玉米的比例，多年平均为12.43%，其变幅从2—26%，而且近年来逐渐增加。大豆的比例，多年平均为35.2%，其变幅从26—62%。后三种作物占粮豆作物总比例的95%，而且历年种植比例变动较大，可以认为小麦、玉米、大豆的种植比例是本区农作物合理配置的关键。

三、用线性规划的方法建立分析农作物合理配置的数学模型

三江平原作为我国的重要粮食产区，不仅要求粮食年产量高，而且历年产量要稳定。为此要找出当地各种作物种植的比例，使粮食总产能最高，而历年产量比较稳定。以达到农作物合理配置的目的。

1. 目标函数的确定

如果我们用 x 、 y 、 z 分别表示小麦、玉米、大豆种植面积占三者总面积的百分数。

则可以把上述对红兴隆管理局农作物合理配置的要求，即总产量最高作为目标函数：

$$f(x, y, z) = 176x\% + 294y\% + 146z\%$$

问题便化成在一组约束条件下求 f 的极大值问题。

在上述函数中第一项 $176x\%$ 是小麦的多年平均单产与小麦占小麦、玉米、大豆三者总耕地面积的百分数之乘积。第二项，第三项的意义与第一项类似。因此三项总和即为平均粮豆单产。为叙述和计算方便，我们将 $x\%$ 、 $y\%$ 、 $z\%$ 换成 x 、 y 、 z ，这样函数 f 就成为每100亩的粮豆总产量。

2. 约束条件

根据当地大部地区的种植制度的分析，我们可以得出第一个约束条件为

$$x + y + z \leq 100$$

从当地大豆在轮作制中的地位分析，可以得出第二个必要的约束条件为

$$x + y \leq 65$$

再一个约束条件，就是要求各种作物的合理搭配，使得在当地的自然条件和原有农业技术水平下，农作物历年产量的变化不超过某一限度，也就是要求合理搭配农作物达到稳产的要求。小麦、玉米、大豆三者合起来的多年平均单产为210多斤。如果我们要求三者合起来的单产的变率不超过其平均单产的1/3，即不超过70斤，作为对稳产的要求。为简化，取小麦的标准差为60、玉米的标准差110、大豆的标准差为50，这就得出第三个约束条件。

$$60x + 110y + 50z \leq 7000$$

当然，我们要求各种作物的种植比例，仅能为正值，故有

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$z \geq 0$$

综上所述, 我们的问题可以归纳为求目标函数

$$f(x, y, z) = 176x + 294y + 146z$$

在约束

$$x + y + z \leq 100$$

$$60x + 110y + 50z \leq 7000$$

$$x + y \leq 65$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$z \geq 0$$

的条件下的极大值的问题。

将上述问题写成一般形式, 即线性规划问题等价于求函数

$$f = C_1x_1 + C_2x_2 + \dots + C_nx_n \quad (1)$$

满足约束条件

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m \end{cases} \quad (2)$$

的极大值

四、问题的求解

下面我们对线性规划问题的一般形式(1)、(2)阐明解法及其步骤。满足所有约束条件的一个解称为一个可行解; 使目标函数达到其最优值的可行解定义为最优解。

如果我们能把求最优解的问题变为求线性方程组的一组基本解, 那么就可以借助于线性代数的理论完成求解工作。将每个约束不等式加上一个变量(引入新的变量), 就可以把不等式变成方程式。我们称这些新加入的变量为松弛变量, 于是约束条件(2)就可写成

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + x_{n+2} = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + x_{n+m} = b_m \end{cases} \quad (3)$$

显然 $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$, $x_{n+1} = b_1$, $x_{n+2} = b_2 \dots$, $x_{n+m} = b_m$ 是方程组(3)的一组可行解, 可用它作为初始基本可行解, 但它不是最优解。单纯形法提供了这样的一种搜索途径, 使我们可以从一个初始基本可行解, 变换到另一个基本可行解。而这个解能使目标函数的值增加(求目标函数的最大值)或减小(求目标函数的最小值), 重复使用从一个可行解到另一个可行解的过渡, 则同时使目标函数逐渐增加或减少, 最终达到其最大值或最小值, 这就是问题的最优解。

1. 使用单纯形法的步骤是:

(1) 列表, 将加入松弛变量的方程组(3)和目标函数的系数值列成表格形式

(2) 求出轴心数。表中的最下一行的各元素, 称之为指示数或检验值, 对具有负指示数的每一列, 都可以找出一个轴心数, 若第*j*列有负指示数, 则计算 b_1/a_{1j} ,

a_{11}	a_{12}	a_{1n}	1	0	0	b_1
a_{21}	a_{22}	a_{2n}	0	1	0	b_2
\vdots				\vdots				\vdots
a_{m1}	a_{m2}	a_{mn}	0	0	1	b_m
$-c_1$	$-c_2$	$-c_n$	0	0	0	0

$b_2/a_{2j}, \dots, b_m/a_{mj}$ 。这些数中的最小的一个正数便是该列的轴心数。

(3) 选定某个轴心数，对表上每行进行初等变换。即每行的各个元均乘以常数 k ，或加上 k 倍另一行的对应元，使与轴心数同列的数除轴心数外均变为零。

p_i					d_1
					d_2
					\vdots
					d_h
			$c_1 c_2 \dots$		e_k
					m

(4) 按照被选定作为轴心数的所在行的先后次序重新排列 d_1, d_2, \dots, d_k ，变成 p_1, p_2, \dots, p_n 。这便是求极大值问题时的最优解，而表的右下角的 m 就是目标函数的最优值。

2. 农作物合理配置最优方案选择问题，可按下述步骤解出：

(1) 列表

1	1	1	1	0	0	100
60	110	50	0	1	0	7000
1	1	0	0	0	1	65
-176	-294	-146	0	0	0	0

(2) 第一列有负指示数，计算比较后确定位于该列第三行位置的元素1为轴心

p_i	0	0	1	1	0	-1	35
	0	50	50	0	1	-60	3100
	1	1	0	0	0	1	65
	0	-118	-146	0	0	176	11440

数，将第一行各项减去第三行对应各项，第二行各项减去第三行各项的60倍，第四行各项加上第三行各项的176倍，得到

(3) 确定位于第二行第三列的元素50为轴心数，将第二行各项被50除得

p_2	0	0	1	1	0	-1	35
	0	1	1	0	0.02	-1.2	62
	1	1	0	0	0	1	65
p_1	0	-118	-146	0	0	176	11440

p_2	0	0	1	1	0	-1	35
	0	1	1	0	0.02	-1.2	62
p_1	1	0	-1	0	-0.02	2.2	3
	0	0	-28	0	2.36	34.4	18756

类似地:

p_3	0	0	1	1	0	-1	35
p_2	0	1	0	-1	0.02	-0.2	27
p_1	1	0	0	1	-0.02	1.2	38
	0	0	0	28	2.36	6.4	19736

3. 根据上述计算结果，可得到如下结论:

(1) 当小麦、玉米、大豆的种植面积所占的比例分别为38%，27%和35%时，目标函数也就是每亩的平均产量达到最大值。

(2) 由约束条件 $60x + 110y + 50z \leq 7000$ 可知，按照上述比例配置的各种作物的种植面积可保证产量的平均变率不超过70斤/亩。

(3) 按原有比例配置则单位面积平均产量为180斤/亩。而按计算比例配置的各种作物的平均亩产可达197斤/亩。

因此，若按照我们计算的各种作物的配置比例安排，则可使平均单产增加近10%，全管理局的种植面积，按现有种植面积660万亩计算，每年可增产56100多吨。

(4) 这个最优方案是基于原来的自然条件和农业技术水平得到的。因此,按照这样的配置,在不增加成本的情况下,只要改变种植面积的比例,就可以达到增加产量的目的。在实际工作中,人们往往是根据经验来分析比较各种种植配置的方案以提高总产量。但使用最优化模型,通过一些简单的计算,就可以得到在一些约束条件下的最佳方案。

五、灵敏度分析

在变量个数较少的情况下,用表算法很容易得出计算结果。如果变量很多,而且为了使问题的解决能更好地指导实际工作,往往要求对问题作灵敏度分析。在这种情况下,使用表算法就要作很多重复性的数字计算,不仅花费时间长,而且容易造成计算差错。我们可以根据改进的单纯形法,编制计算机程序,借助于电子计算机求出目标函数的最优值,同时作出灵敏度分析。

所谓灵敏度,是指目标函数的最优值对于约束条件的单位变化的反应的灵敏性的度量。第*i*个约束条件值为 b_i ,若 b_i 有一个变化量 Δb_i ,而引起目标函数 f 的最优值变化了某个值 Δf ,则 $\lambda_i = \frac{\Delta f}{\Delta b_i}$ 就是第*i*个约束的灵敏度。

在实际问题中,我们应当考虑每个约束条件的灵敏度问题。特别应当注意那些灵敏度大的约束。由于它们的微小变化将会导致目标函数的最优值的较大的变化,因此在为确定这些约束条件所作的实验、观测、调查以及数据处理都应当比那些灵敏度不高的约束有更高的精度。在作灵敏度分析以前,我们往往不知道对各种数据的精度的要求,而且我们也没有必要按同样的精度取得所有数据。往往有这种情况,经过灵敏度分析,可能我们要重新以更高的精度搜集某些资料,并修改最优化模型(图1),所以灵敏度分析在指导实验和观测工作上也具有明显的重要性。

将我们原来的问题增加至六个变量。令 x_4 、 x_5 、 x_6 分别表示谷子、高粱和水稻耕地面积的百分数,可作出下述最优化模型。

目标函数	$f = 176x_1 + 294x_2 + 146x_3 + 124x_4 + 214x_5 + 221x_6$	
约束条件	$x_1 + x_2 + x_3 = 95$	(1)
	$x_1 + x_2 \leq 62$	(2)
	$57.95x_1 + 105.45x_2 + 47.5x_3 \leq 6650$	(3)
	$x_4 + x_5 + x_6 = 5$	(4)
	$x_4 \leq 2$	(5)
	$x_5 \leq 2$	(6)
	$x_6 \leq 2$	(7)
	$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$	

最优解和对应于各个约束条件的灵敏度(这里是按照约束值增加1%时计算的)的计算结果,分别列于表2和表3。表3中的 λ_1 表示第一个约束条件的灵敏度,余类推。

表 2 最优解

变 量	最 优 解 (%)
x_1	30.64
x_2	31.36
x_3	33.00
x_4	2.00
x_5	2.00
x_6	1.00
目标函数值	20327.00

表 3 灵 敏 度

灵 敏 度	灵 敏 度 值
λ_1	0.400
λ_2	0.037
λ_3	2.484
λ_4	0.166
λ_5	-0.029
λ_6	-0.002
λ_7	0.000

计算结果指出, 由于增加了单产高于小麦和大豆单产的高粱和水稻的耕地面积, 使单位面积的平均产量的最优值比仅考虑三种作物的情况有所增加, 从197斤/亩增加到203斤/亩。

根据灵敏度分析的结果, 我们应当特别注意第三个约束条件, 它的灵敏度 λ_3 为2.484, 是七个灵敏度值的最大者。这个约束条件是用来控制单位面积产量的年平均变率的, 它的灵敏度的值是正的, 若年平均变率增加, 则使单位面积的平均产量增加, 这个结论是与实际情况相符合的。显然, 上述六种作物中, 玉米的单产最高, 但年平均变率亦最大, 增加第三个约束条件的值, 就能允许增加玉米的播种面积, 使单位面积平均产量增加, 但是将导致稳产水平下降。因此, 在允许的范围内, 确定单产的年平均变率是必须精心考虑的。其次我们要考虑的是第一个约束条件, 它的灵敏度是0.4, 增加该约束条件值, 亦会使平均单产增加, 这也是显然的。因为第一个约束条件包括单产最高的玉米的播种面积。第五个约束条件的灵敏度是负的, 说明当该约束条件值增加时, 会使单位面积平均产量下降。第五个约束条件是对谷子耕种面积的限制, 增加其约束值, 即允许扩大这种低产作物的耕种面积会使单位面积平均产量下降。

在最优化问题的讨论和解决过程中, 固然求最优解是重要的, 但人们往往忽略了灵敏度分析, 上面的分析表明, 灵敏度分析确实能使我们对最优化问题中的各个变量与目

标函数值之间的关系, 以及这些变量之间的相互关系有更深入的了解, 从而能指导我们对模型进行修改, 提高模型的精度, 使之更加符合实际情况。所以灵敏度分析应当成为最优化方法的不可分割的一部分。

参 考 文 献

- [1] J.N. R. Jeffers, An Introduction to Systems Analysis, with ecological application, Edward Arnold Ltd. London, P. 140—147, 1978.

应用系统理论的方法

建立套作玉米系统的数学模型*

齐文虎 李立贤 倪建华

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

一、前言

目前,系统理论越来越广泛地深入地应用到各个科学研究和生产领域,甚至社会科学的范围。通常我们最简单地用一个方框图表示一个系统(图1)。

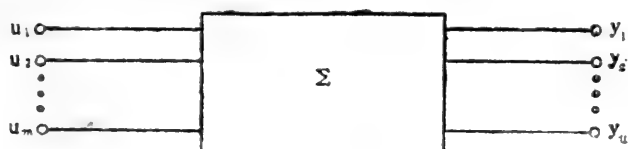


图1 一般的系统框图

系统是由一些按一定的关系联系起来的“元件”组成并实现某种功能的一个整体。我们有时把物理实体 Σ 视为“暗箱”。(u_1, u_2, \dots, u_m)是加到系统上的 m 个输入量, (y_1, y_2, \dots, y_n)是系统的 n 个输出量。严格地说,系统是指物理实体连同其输入和输出而言。我们之所以视为“暗箱”,是因为有时系统理论所要研究的或者说我们主要关心的是由输入量到输出量的变换,也就是说系统的作用是由输入量加工处理后变为输出量。至于各个“元件”的结构则不是我们关心的。

最初,“系统”是人们为了实现在生产或生活中的某种要求而创造的一种装置,我们可以把它叫作“人造”的系统。随着工业生产的发展,人们对工业产品的要求越来越高,这就逐渐形成和逐步完善了一套用于分析和综合各种类型的系统的概念和方法。特别应当提出的是,只是由于近代数学的高度发展,才使得这些研究的迅速进展成为可能。从这个意义来说,系统理论就是用数学分析的手段研究系统规律的方法。

由于近代数学不断提供丰富的营养,使得运用系统理论或系统方法解决复杂系统的问题的成果大量涌现。所以越来越多的科学工作者逐步认识到,现代科学技术革命最重要的特征之一是把系统方法广泛地应用于各个科研领域。

*本文承阳含熙、楼格、韩湘玲先生指导,深表谢意。

生态系统，它不同于上述的“人造系统”。它是由多个“元件”或“分室”组成的复杂的“自然”系统，它的每个“元件”的内部结构往往是未知的，或者是短期内还难于揭示的。因此，用一些传统的方法研究，特别是定量地研究生态系统的内在规律，面临着极大的困难。而系统理论允许对那些内部机理还不清楚，而通过实际观测能确定它们的输入和输出关系的可观测系统进行研究。因此，使我们运用为研究“人造”系统而发展起来的系统理论来解决“自然”系统的问题成为可能。

本文的目的是利用系统理论的方法建立套作玉米系统的一组数学模型。我们对套作玉米系统作了一些假定后，得到一个单输入、单输出，具有反馈的线性非时变的连续系统的模型。利用这个模型，可以根据太阳辐射值计算套作玉米的产量及研究套作的各茬作物之间互相的遮光效应，使我们可以定量地分析、比较各种套作方式的效果。

二、套作玉米生态系统

我国地大物博，人口众多，但是可耕地对人口数量的比例很小。因此，提高农作物单位面积产量是提高粮食产量的一条重要途径。农作物的生长过程实际上是一种在一定长的时间过程中物质转换过程，农作物吸收肥料、水、空气，通过光合作用转换成根、杆、叶、果实等等。在完成这种转换过程中，光能是必不可少的，而且是不需成本的能源。所以充分利用光能这种自然资源，是提高农作物单位面积产量的经济实惠的办法。在这种意义上来说，提高单位面积土地上的复种指数是提高农作物单位面积产量的一种有效措施。但提高复种指数，或者说是实行间套作，势必造成各茬作物之间的争光、争水、争肥等问题。为解决这些问题就产生了各种不同的套作方式（如4.5尺畦，7.5尺畦）。因此，研究不同套作方式及其效果成为农业科研的重要问题。

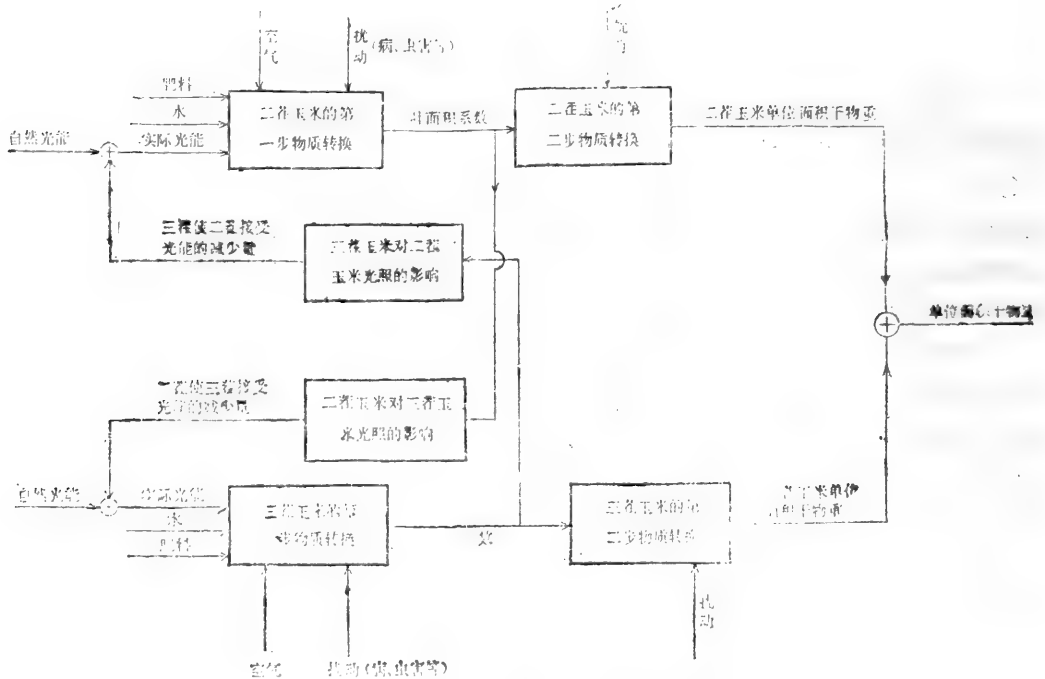


图2 套作玉米系统框图

本文讨论的对象是房山县的二茬及三茬玉米及其生长环境因素构成的套作玉米生态系统，这个系统的方框图如图 2 所示。

这里的自然光能、叶面积系数、玉米的干物重以及二（三）茬玉米使三（二）茬玉米受光能减少量都是随时间变化的量，即它们都是时间的函数。我们可以看出这是一个多输入（肥料、水、空气、光能等）单输出（单位面积上干物重）的具有反馈（二、三茬之间光能接受量的相互影响）及扰动的动态系统。

因为我们研究的主要问题是两茬作物的光能利用及相互影响，而且在同一块土地上的两茬作物的肥、水条件可以认为是相同地得到充足供给的。因此，将肥料、水、空气等输入及扰动均略去，这样套作生态系统就成为一个具有单输入单输出的系统（见图 3）。

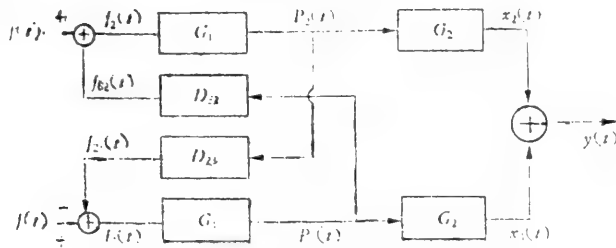


图 3 简化后的套作玉米系统

其中， $f(t)$ ——自然光日总辐射值， $p_2(t)$ ——二茬玉米叶面积系数， $p_3(t)$ ——三茬玉米叶面积系数， $x_2(t)$ ——二茬玉米干物重， $x_3(t)$ ——三茬玉米干物重， $f_{32}(t)$ ——二茬玉米由于三茬玉米的叶子的影响，使二茬玉米接受光辐射的减少量（绝对值）， $f_{23}(t)$ ——三茬玉米由于二茬玉米叶子的影响，使三茬玉米接受光辐射的减少量（绝对值）。实际上， $f_{32}(t)$ 及 $f_{23}(t)$ 包括了株高影响的因素。 $f_2(t)$ ——二茬玉米的实际的光辐射输入量， $f_3(t)$ ——三茬玉米的实际的光辐射输入量。整个系统的输入为 $f(t)$ ，输出为 $y(t)$ ——单位面积的干物总重量。 $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 为系统的状态函数。

三、套作玉米系统的数学模型

为了建立该系统的数学模型，我们作如下两个假定：

1. 为了简便而且在实际上对于研究这样的对象所要求的精确性已足够满足，我们假定系统是线性的。线性系统的最重要的特性是可以使用叠加原理，也就是说几个不同的输入函数作用到线性系统，其输出函数等于各个输入函数单独作用的结果之和。一般，描述单输入、单输出的线性系统的动态特性的微分方程可写成如下形式：

$$a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx}{dt} + a_n x = u(t)$$

对于上述套作玉米系统 $\dot{u}(t) = f(t)$ 。因为系统是线性的，我们可以将 $f(t)$ ，也就是将太阳辐射值随时间变化的函数，分解为几个初等函数之和，从而使我们的问题的解决过程大大简化。

2. 系统的非时变性。这是指系统本身的特性。具体地说是由描述此系统的微分方程的所有系数 (a_0, a_1, \dots, a_n) 表现出来的，在非时变的情况下这些系数不随时间变化。因此，系统的输入函数和状态函数可以在时间坐标轴上同时平移。在我们的实际问题里，这个平移不能很大，因为若平移太大将使后一茬作物不能收获；另外，由于时间平移，作物所经历的气温条件是不同的，所以我们对套作玉米系统所作的非时变化的假设是一种可以接受的近似。在这些假定下，我们就有理由说反映二茬和三茬玉米特征的微分方程是相同的，或者说可以用同一个微分方程描述它们的生长过程。

作了上述假定后，我们就可以利用线性非时变系统的有关理论建立系统的数学模型。对线性非时变系统的微分方程可以施行拉普拉斯变换，其结果是将一个常系数线性微分方程变为一个高次代数方程，从而可以求出系统的传递函数。传递函数是独立于系统的输入函数的反映系统特性的函数。

实函数 $f(t)$ 的拉普拉斯变换的定义为：

$$L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = F(s)$$

$$\text{这里 } s = \sigma + j\omega, j = \sqrt{-1}$$

若一个线性非时变系统的微分方程是：

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y^{(1)} + a_n y = b_0 u^{(m)} + b_1 u^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} u^{(1)} + b_m u \dots \dots (1)$$

$(n \geq m)$

式中 y 是系统的输出函数， u 是系统的输入函数，假定初始条件为零，对方程两边进行拉普拉斯变换得到：

$$(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n) Y(s) = (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m) U(s) \dots \dots (2)$$

由此可得：

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

我们称 $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \dots \dots (3)$ 为系统的传递函数。

当我们知道某系统的特性，即给出系统的传递函数 $G(s)$ 后，若已知加到系统的输入函数 $u(t)$ ，就可以对其进行拉普拉斯变换得到 $U(s)$ 利用 (3) 式求出 $Y(s) = G(s) \cdot U(s)$ ，然后对 $Y(s)$ 进行拉普拉斯反变换，即可求得 $y(t)$ 。理论上，

$$y(t) = L^{-1}[Y(s)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} Y(s) e^{st} ds$$

$(t > 0)$

式中的 c 为实常数，它大于 $Y(s)$ 所有奇点的实部的最大者。

四、数学模型的求解方法

为表达玉米由光辐能量到叶面积及干物重的转换特性，根据上一节的分析，我们可

以利用平作玉米的 $p(t)$ 和 $x(t)$ 与 $f(t)$ 的关系。

首先我们要求出 $f(t)$ 、 $p(t)$ 、 $x(t)$ 的拉普拉斯变换。但是，因为它们的变换结果中包含有参变量 s ，尽管我们可以借助于电子计算机进行数值计算，但是它只能得到以 σ 和 ω 的离散值为参量的大量数字结果，而无法得到 $F(s)$ 的解析表达式，使我们很难甚至无法利用这个结果，故我们采用根据实测的 $f(t)$ 、 $p(t)$ 、 $x(t)$ 的特性用初等函数组合逼近的方法。另外，图 8 所示为 $f(t)$ 到 $p(t)$ 到 $x(t)$ 的能量转换，应当量纲一致，但我们仅考虑它们之间的数量关系，所以对由量纲变换所引起的比例因子，在这里不予考虑。我们从太阳辐射规律知道，表示其辐射值（卡/日）的 $f(t)$ 是个随机函数。一般是测它的离散值，为便于进行变换，我们取其旬平均值并拟合成光滑曲线。并记作 $f(t)$ （见图 4）。

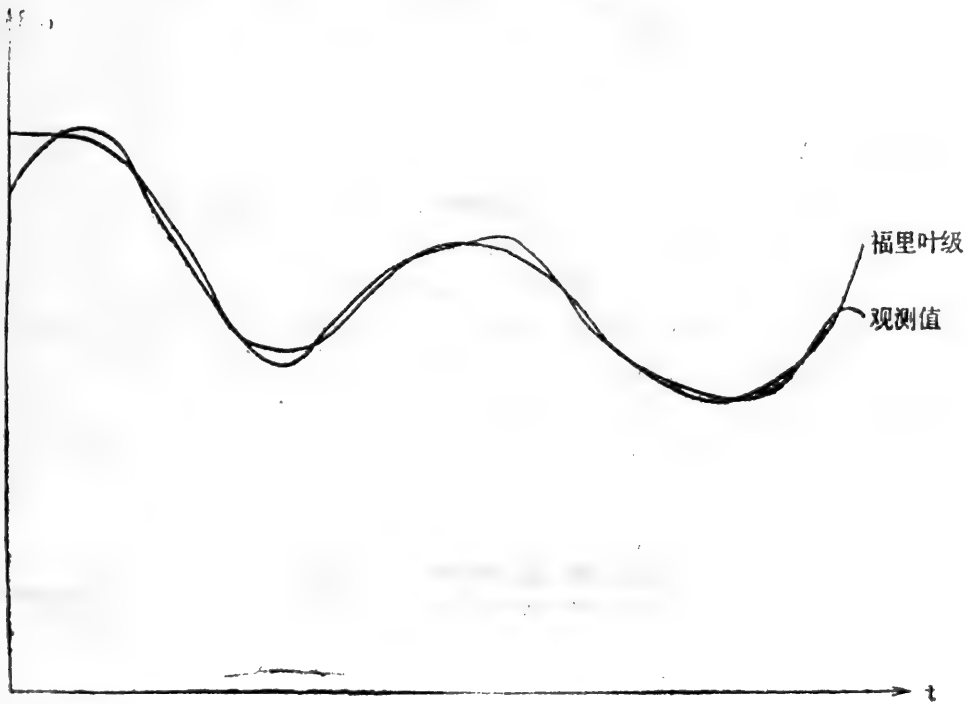


图 4 $f(t)$ 的拟合曲线

时间区间： $t = 0$ 表示 6 月 25 日， $T = 81$ 表示 9 月 13 日。我们可以将 $f(t)$ 展开成富里叶级数：

$$\text{令 } f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^4 (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

$$\text{其中 } \omega = \frac{2\pi}{T}, T = 81 \text{ (日)}$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n \omega t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n \omega t dt$$

计算结果

$$a_0 = 384.5431,$$

$$a_1 = 25.04454,$$

$$a_3 = -6.61459,$$

$$b_1 = 49.44073,$$

$$b_3 = 11.74559,$$

$$a_2 = 54.77932,$$

$$a_4 = -0.46729,$$

$$b_2 = 70.15732,$$

$$b_4 = -2.40872,$$

这里取的 $n = 4$ ，已足够精确，而项数过多，将会使结果的分析表达式变得非常复杂。因为拉普拉斯变换是一种线性变换，可以利用叠加原理求得：

$$\begin{aligned} L[f(t)] &= L\left[a_0 + \sum_{n=1}^4 (a_n \cos n \omega t + b_n \sin n \omega t)\right] \\ &= \frac{a_0}{s} + \sum_{n=1}^4 \frac{a_n s + b_n (n \omega)}{(n \omega)^2 + s^2} \\ &= F(s) \end{aligned}$$

其次，可以认为 $p(t)$ 和 $x(t)$ 是 t 的连续函数，并表成 t 的多项式。

$$\text{令 } p(t) = p_0 + p_1 t + p_2 t^2$$

$$x(t) = v_0 + v_1 t + v_2 t^2 + v_3 t^3$$

根据 6 月 25 日到 9 月 13 日的 81 天的实测值用多元回归方法拟合，仍记作 $p(t)$ 及 $x(t)$ ，其结果如下（实测值引自北京农业大学在房山县调查观测资料）：

$$p_0 = -0.39729$$

$$v_0 = 60.20348$$

$$p_1 = 0.06277$$

$$v_1 = -18.88536$$

$$p_2 = -0.00001$$

$$v_2 = 0.72299$$

$$v_3 = -0.00539$$

表 1 叶面积系数曲线数据

系统序号	系统特性	p_0	p_1	p_2
一	4.5尺畦二茬	-0.13408	0.12920	-0.00144
	4.5尺畦三茬	0	0	0
二	7.5尺畦二茬	-0.20120	0.12339	-0.00155
	7.5尺畦三茬	-0.08449	0.00938	0.00079
三	10尺畦二茬	-0.21316	0.13748	-0.00199
	10尺畦三茬	-0.18415	0.02809	0.00020
四	15尺畦二茬	-0.28270	0.12290	-0.00194
	15尺畦三茬	-0.39533	0.06530	-0.00048

$p(t)$ 的拟合曲线在 t 较小时出现了负值,显然与实际不符,但在 $10 \leq t \leq 81$ 部分拟合曲线与实际观测曲线的接近程度已足够满意。若增加多项式的项数,使得曲线整个的接近程度改善,将会使其结果大大复杂化。况且我们最关心的是其最后状态,所以取三项已经足够用。对 $x(t)$ 也用类似的方法处理(详见表1、2)

表2 干物重曲线数据

系统序号	系统特性	v_0	v_1	v_2	v_3
一	4.5尺二茬	21.76141	2.59264	0.62848	-0.00587
	4.5尺三茬	0	0	0	0
二	7.5尺二茬	16.85846	0.55439	-0.00577	0
	7.5尺三茬	17.57448	-3.56952	0.20238	-0.00131
三	10尺二茬	12.34840	1.78244	0.39406	-0.00387
	10尺三茬	39.13955	-7.72438	0.37219	-0.00269
四	15尺二茬	11.45231	0.33588	0.32774	-0.00324
	15尺三茬	38.36486	-7.84412	0.42941	-0.00300
	平作	60.20348	-13.88536	0.72299	-0.00539

根据多项式函数的拉普拉斯变换公式,得到:

$$P(s) = \frac{p_0}{s} + \frac{p_1}{s^2} + \frac{2p_2}{s^3}$$

$$X(s) = \frac{v_0}{s} + \frac{v_1}{s^2} + \frac{2v_2}{s^3} + \frac{6v_3}{s^4}$$

因此可求出平作玉米系统从光辐射到叶面积和从叶面积到干物质的传递函数为

$$G_1(s) = \frac{P(s)}{F(s)} = \frac{\frac{p_0}{s} + \frac{p_1}{s^2} + \frac{2p_2}{s^3}}{\frac{a_0}{s} + \sum_{n=1}^4 \frac{a_n s + b_n (n\omega)}{(n\omega)^2 + s^2}}$$

$$G_2(s) = \frac{X(s)}{P(s)} = \frac{\frac{v_0}{s} + \frac{v_1}{s^2} + \frac{2v_2}{s^3} + \frac{6v_3}{s^4}}{\frac{p_0}{s} + \frac{p_1}{s^2} + \frac{2p_2}{s^3}}$$

$$= \frac{v_0 s^3 + v_1 s^2 + 2v_2 s + 6v_3}{s(p_0 s^2 + p_1 s + 2p_2)}$$

显然,平作玉米系统是由太阳辐射到叶面积指数到干物质的串联系统,即由 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 组成的串联系统,我们可以将其简化成(图5)

则由太阳辐射能转换成干物质的整个平作玉米系统的传递函数为

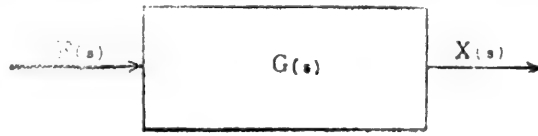


图5 平作玉米系统

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{X(s)}{P(s)} \cdot \frac{P(s)}{F(s)} = G_2(s) \cdot G_1(s)$$

五、两茬玉米接受光能的相互影响

在实际工作中，往往要求知道套作玉米系统中二茬（或三茬）玉米对三茬（或二茬）玉米接受光能的影响，也就是要求知道 $f_{32}(t)$ 和 $f_{23}(t)$ ，或者是二茬及三茬玉米接受光能的实际值， $f_2(t) = f(t) - f_{32}(t)$ 及 $f_3(t) = f(t) - f_{23}(t)$ 。通过实际观测，很容易得到太阳辐射 $f(t)$ 曲线，但是很难直接测量 $f_2(t)$ 和 $f_3(t)$ 。为此，我们需要求出套作玉米系统中反映两茬玉米间争光关系的 $D_{23}(s)$ 及 $D_{32}(s)$ 。由于我们已经求出了平作玉米系统的传递函数，并且我们已经作了玉米系统是非时变的假设，也就是说对于不同播种时间的二茬及三茬玉米系统的特性是相同的，即它们的传递函数是一样的，所以有

$$\frac{P_2(s)}{F_2(s)} = G_1(s), \quad \frac{P_3(s)}{F_3(s)} = G_1(s)$$

（见图2）。

$$\begin{aligned} \text{式中 } P_2(s) &= L[p_2(t)], & P_3(s) &= L[p_3(t)], \\ F_2(s) &= L[f_2(t)], & F_3(s) &= L[f_3(t)]. \end{aligned}$$

$p_2(t)$ 和 $p_3(t)$ 是由实际观测得到的。于是，我们可以用下述方法求得传递函数 $D_{32}(s)$ 和 $D_{23}(s)$ 。

$$\text{因为 } f_{32}(t) = f(t) - f_2(t)$$

$$\text{所以 } F_{32}(s) = F(s) - F_2(s)$$

$$\text{因此 } D_{32}(s) = \frac{F_{32}(s)}{P_3(s)} = \frac{F(s) - F_2(s)}{P_3(s)}$$

$$= \frac{F(s)G_1(s) - P_2(s)}{P_3(s)G_1(s)}$$

$$\text{同理可得 } D_{23}(s) = \frac{F(s)G_1(s) - P_3(s)}{P_2(s)G_1(s)}$$

传递函数 $D_{32}(s)$ 和 $D_{23}(s)$ 也是由系统的特性决定的，当套作玉米系统中各个分室的传递函数 $G_1(s)$ 、 $G_2(s)$ 及 $D_{32}(s)$ 、 $D_{23}(s)$ 求得以后，我们可以用下述两种方法求出两茬玉米实际接受的光辐射值。

记某个待计算的套作玉米系统二茬玉米的叶面积系数为 $p_2(t)$ ，三茬玉米的为 $p_3(t)$ ，即表示某个量的字母上面加一个“^”以区别于建立系统时所用的符号。

第一种方法：首先测量待计算系统的叶面积系数曲线 $\hat{p}_2(t)$ 和 $\hat{p}_3(t)$ 。计算出 $\hat{P}_2(s)$ 和

$\hat{P}_3(s)$, 利用 $\hat{F}_{32}(s) = \hat{P}_3(s) \cdot D_{32}(s)$ 及 $\hat{F}_{23}(s) = \hat{P}_2(s) \cdot D_{23}(s)$ 求得 $\hat{F}_{23}(s)$ 和 $\hat{F}_{32}(s)$, 再对其进行拉普拉斯反变换便可得到:

$$\hat{f}_2(t) = \hat{f}(t) - \hat{f}_{32}(t) \text{ 及 } \hat{f}_3(t) = \hat{f}(t) - \hat{f}_{23}(t).$$

第二种方法可以直接利用关系式

$$\begin{aligned} \hat{F}_2(s) &= \frac{\hat{P}_2(s)}{\hat{G}_1(s)} \\ &= \frac{a_0 (\hat{p}_0 s^2 + \hat{p}_1 s + 2\hat{p}_2)}{s (\hat{p}_0 s^2 + \hat{p}_1 s + 2\hat{p}_2)} + \frac{\hat{p}_0 s^2 + \hat{p}_1 s + 2\hat{p}_2}{\hat{p}_0 s^2 + \hat{p}_1 s + 2\hat{p}_2} \left(\sum_{n=1}^4 \frac{a_n s + (n\omega) b_n}{(n\omega)^2 + s^2} \right) \end{aligned}$$

为其拉普拉斯反变换, 利用部分分式展开法, 亦即令

$$\begin{aligned} &\frac{\hat{p}_0 s^2 + \hat{p}_1 s + 2\hat{p}_2}{\hat{p}_0 s^2 + \hat{p}_1 s + 2\hat{p}_2} \cdot \frac{a_n s + (n\omega) b_n}{(n\omega)^2 + s^2} \\ &= \frac{q_n s + r_n}{(n\omega)^2 + s^2} + \frac{u_n s + v_n}{\hat{p}_0 s^2 + \hat{p}_1 s + 2\hat{p}_2} \quad (n=1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

上式第一项的拉普拉斯反变换为 $q_n \cos n\omega t + r_n \sin n\omega t$ 第二项的分母, 因为 $\Delta = \hat{p}_1 - 8\hat{p}_0 \hat{p}_2 > 0$ (根据我们的几种拟合曲线的数据得知), 所以

$$\hat{p}_0 s^2 + \hat{p}_1 s + 2\hat{p}_2 = \hat{p}_0 (s+a)(s+b)$$

(a, b 为左式的两个根的正值), 故拉普拉斯反变换为如下形式

$$\begin{aligned} L^{-1} \left[\frac{s}{(s+a)(s+b)} \right] &= \frac{1}{b-a} \left[be^{-bt} - ae^{-at} \right], \\ L^{-1} \left[\frac{1}{(s+a)(s+b)} \right] &= \frac{1}{b-a} \left[e^{-at} - e^{-bt} \right] \end{aligned}$$

施行上述运算后, $\hat{F}_2(t)$ 可以表达成一些初等函数之和, 很容易算得其结果, 基于上述两种方法, 只要测得 $\hat{p}_2(t)$ 和 $\hat{p}_3(t)$, 根据系统的传递函数就可以计算出各茬玉米实际接受的光辐射值, 而避免了对各茬作物的实际接受光辐射值的复杂的直接测量。而且通过对其实际接受光辐射曲线的分析, 可以为我们选择较好的套作方式提供理论上的依据。

六、套作玉米系统整体的传递函数

根据已求得的各分室的传递函数 $G_1(s)$ 、 $G_2(s)$ 、 $D_{32}(s)$ 、 $D_{23}(s)$, 可以求出整体的传递函数, 即由 $F(s) \rightarrow Y(s)$ 的传递。

$y(t)$ 表示单位面积上二茬及三茬作物的总平均干物质重量, 因为在单位面积上两茬作物占有的面积随套作方式的不同而不同, 例如 4.5 尺畦和 7.5 尺畦的套作玉米系统的二茬和三茬玉米各占有的面积显然是不同的, 所以设:

$$y(t) = k_2 x_2(t) + k_3 x_3(t)$$

其中 $k_2 + k_3 = 1$ ，进行拉普拉斯变换，得到：

$$Y(s) = k_2 X_2(s) + k_3 X_3(s)$$

而 $X_2(s) = P_2(s)G_2(s)$

及 $P_2(s) = F(s)G_1(s)$

$$F_2(s) = F(s) - F_{32}(s) = F(s) - P_3(s) \cdot D_{32}(s),$$

同理可得 $P_3(s) = [F(s) - P_2(s) \cdot D_{23}(s)] \cdot G_1(s)$,

因此 $P_2(s) = [F(s) - P_3(s) \cdot D_{32}(s)] \cdot G_1(s)$ ，将 $P_3(s)$ 代入 $P_2(s)$ 的上述表达式，得

$$P_2(s) = \frac{F(s) \cdot G_1(s) \cdot [G_1(s) \cdot D_{32}(s) - 1]}{G_1^2(s) \cdot D_{23}(s) \cdot D_{32}(s) - 1}$$

同样可以得出

$$P_3(s) = \frac{F(s) \cdot G_1(s) [G_1(s) D_{23}(s) - 1]}{G_1^2(s) \cdot D_{32}(s) \cdot D_{23}(s) - 1}$$

因此

$$Y(s) = \frac{G_1(s) [k_2 D_{32}(s) + k_3 D_{23}(s)] - 1}{D_{32}(s) D_{23}(s) G_1^2(s) - 1} \cdot G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot F(s)$$

整个套作系统的，即从 $F(s)$ 到 $Y(s)$ 的传递函数为

$$T(s) = \frac{G_1(s) [k_2 D_{32}(s) + k_3 D_{23}(s)] - 1}{D_{32}(s) \cdot D_{23}(s) G_1^2(s) - 1} \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)$$

七、结 论

1. 我们对四种不同的套作方式的玉米系统作了计算，将表 1 和表 2 的数据分别代入 $T(s)$ 中，我们可以看到，对于不同的套作方式，系统的传递函数 $T(s)$ 是不同的。但是其中的 $G_1(s)$ 和 $G_2(s)$ 对不同的套作玉米系统都是相同的，它们的差别只反映在不同的套作系统的 $D_{32}(s)$ 和 $D_{23}(s)$ 的差异上。这是由于不同套作制的两茬作物间的争光特性不同所致，这个结论与实际情况相符合。因此，反映套作玉米系统的太阳辐射到干物重的转换的本质的是传递函数 $T(s)$ ，而各种不同的套作方式的区别则决定于 $D_{23}(s)$ 和 $D_{32}(s)$ 以及 k_2 和 k_3 ，这就为我们提供了一种选择最佳的套作方式的理论分析方法，从而使实验设计避免了盲目性。

2. 如已知系统的输入函数 $\hat{f}(t)$ ，采用富里叶变换，然后对其进行拉普拉斯变换就得到 $\hat{F}(s)$ ，利用 $\hat{Y}(s) = T(s) \cdot \hat{F}(s)$ 求得 $\hat{Y}(s)$ ，再对其进行拉普拉斯反变换，便可得到 $\hat{y}(t)$ 。

因此，可以根据不同年份光辐射输入值 $\hat{f}(t)$ ，计算不同年份的产量。当然，在更为理想的情况下，即若能预报下一年的光辐射量，我们就可以利用这个数学模型预报下一年的玉米产量。尽管目前我们还很难准确地达到这个程度，但是至少可以对在不同地区若种植相同品种的玉米，采用同样的套作系统而在相近的水、肥、温度等条件下，我们就可以用这个数学模型，根据当地的光辐射输入，计算作物产量。

3. 我们可以从 $\hat{Y}(s) = T(s) \hat{F}(s)$ ，根据拉普拉斯变换的性质，得到一个 $y(t)$ 的常系数微

分方程。因此也可以利用常微分方程的理论与方法，对套作玉米系统进行分析。

4. 本文所叙述的用系统理论建立套作玉米系统的数学模型的过程，提供了一种用数学工具研究生态系统的方法。至于根据实际观测资料所做的数值计算，不在这里赘述。

参 考 文 献

Faure, P., and M. Depeyrot 1977 Elements of system theory, North-Holland pub. Corp.

草地资源数据库方法

——SOCRATE数据库系统的应用

苏大学 廖国藩

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

草地资源数据库是以一定方式贮存在计算机磁介质上的互相联系,并具有一定功能的草地资源数据的集合。它应用计算机科学提供的数据库系统,来编排、组织、存贮各种草地资源数据,建立数据之间的有机联系,使其能按照人们的需要进行数据的传送、分析、检索、统计、计算、修改、更新。草地资源数据库技术是草地资源数据处理的最新方法,也是目前最为有效的数据管理方法。

应用SOCRATE数据库系统建立我国草地资源数据库的研究工作,已做过报导。^④本文着重讨论建立草地资源数据库(以下简称草地资源库)的方法、步骤和某些技巧。

一、草地资源库的建库准备

1. 确定草地资源库的应用目的和主要用户,规定收集、存贮资料的范围

任何一个用户数据库的内容,绝非包罗万象,应有尽有。它仅具有服务于一定应用目标的数据和功能,供一定业务范围内的用户查询。草地资源包含的范围很广,只有首先确定待建草地资源库的应用目标,才能从众多的草地资源数据中,选取服务于这一目标的数据进行存贮。例如,对于面向草地营养研究的数据库而言,各种牧草营养成分分析表,草地植被,海拔、降水、土壤等自然生态条件要素是必不可少的数据。草地经营管理和草地建设方面的资料则不一定收集。面向全国,为草地资源开发利用、计划管理服务的数据库,除上面已提到的资料外,还需要收集全国范围内的,人工草地和天然草场(包括割草场、放牧场、季节牧场)的类型、等级、面积、产草量、载畜量,各种调查样方,草场退化、开垦和还牧情况;优良牧草和有毒有害植物;草地利用经济效益和草地区划资料等等。而面向某省(自治区)的数据库,不言而喻,仅需收集该省范围内的资料。

2. 收集必要的数据库,加以整理使其规格化

①首先按资源数据的项目内容进行资料的分类、登记,凡项目内容相同的资料归并成一类。同一类数据以后赋以一个实体特征进行描述。例如,牧草常规营养成分分析包括:样品名称、营养期、水分、粗灰分、粗蛋白、粗脂肪、粗纤维、无氮浸出物、钙、磷、钾、胡萝卜素等项。那么,牧草常规营养成分分析资料都应按此规格进行登记、整

理。那些增加了氨基酸、微量元素分析项目的样品，或采用代谢能形式的样品，不要混在常规化学营养成分一类数据中，应另行设立氨基酸、微量元素或代谢能数据类。这样整理出来的数据，将有利于数据逻辑结构的设计，减少数据冗余度。

②统一数据的计量、计算单位。最原始的资料来源于四面八方，其计量单位可能不尽一致。例如，对草场类型可利用面积项的描述，分布范围较窄的类型可能用亩或公顷为单位，分布范围广的类型可能用百亩、千亩或平方公里为单位。为保证数据的可比性，在计量单位混乱的情况下，将不得不为每一种草场类型在数据库中，设立一个描述计量单位的特征值。这样，势必要浪费存贮空间。因此，数据准备阶段，要将采用不同计量单位的同类数据换算成统一的计量单位。

③采用字母、字符描述的文字资料，要规定其描述标准。例如牧草名称的描述，一旦规定用拉丁文描述，则不允许出现用汉语拼音文字、英文或其他文字来描述牧草的科、属、种名。否则，字母、字符数据将混乱不清，无法识别。

④估算数字数据，包括通过统计、计算产生的派生数字数据的最大值，确定其精确度。数据库系统都规定了允许存贮、运算数字的最大值。用户数字超过规定的上限值，引起计算机溢出错。SOCRATE数据库系统允许处理的数字最大值为 $2^{31}-1$ ，相当于十进制数2147483647。假如以亩为单位的全国草场面积汇总数引入SOCRATE数据库系统，将引起计算机溢出。因此，凡原始数字或派生数字超过数据库系统允许的最大值，则应选取合适的比例因子，在资料整理过程中将待存数字按比例因子缩小一定的倍数再输入计算机，以后在查询或结果表报输出时再乘以相同的比例因子，恢复数字的原来面貌。SOCRATE数据库系统不能处理小数，因此当数字精确度确定后，要按比例因子将小数扩大成整数，再输入计算机，在结果输出时再指出小数点位置或用COBOL主语言按原比例因子恢复其小数点。

3. 统一计算方法和计算公式，确定一些必要的常数

原始资料的整理计算，因资料的来源不同，会出现不同的整理计算方法。即使象平均产草量这样最简单的计算项目，也可能出现简单平均数和加权平均数两种算法。载畜量的计算法则可能多达7、8种。因此，在资料准备阶段，要统一计算方法和计算公式，规定牧草采食比例、再生草产量比例、家畜日采食量、安全系数等必要的常数，以便在上机建库时，按统一规定进行计算处理。未按统一规定计算整理的数据要加以纠正，以期获得数据的一致性和可比性。

4. 初步估算出待建草地资源库的规模

对数据库的存取、查询操作均在磁盘上进行。计算机系统提供的磁盘空间大小，决定着用户数据库的规模。建库前大致计算出用户数据库的规模，才能确定向计算机租用的磁盘容量。SOCRATE数据库系统规定：

用户数据库所需磁盘总空间 = DBMS空间 + 数据空间 + 字典空间 + 程序空间

DBMS空间：存放SOCRATE管理系统的系统程序

数据空间：存放用户的各种数据

字典空间：存放地址表、杂凑函数索引表、健值

程序空间：存放各种用户程序。但用户COBOL主语言程序可不存放在用户数据库盘上的程序空间。

DBMS空间是个固定值,在400个柱面,容量为50兆字节的磁盘上约占22个柱面。数据空间、字典空间、程序空间三者占用磁盘空间的大小,由用户根据自己的数据量、健值量和程序量的多寡进行分配。一般情况下,数据空间约占整个用户库磁盘空间的一半,其估算法很简单:数据空间(字节数) = $A_1 \times B_1 + A_2 \times B_2 + \dots + A_n \times B_n$

A = 描述某一类数据所需的字节数

B = 待存的该类数据的总数

n = 待存数据类的个数

用户库还应留1—2%的备用空间或备用特征,以供数据库补充、扩充用。

5. 选定供使用的数据库系统和计算机

用户库磁盘空间估算出来后,即可据此磁盘容量选择供使用的通用数据库系统和计算机。近年来我国引进的大、中型计算机都配有通用数据库系统,引入较早、已经投入使用的系统有IRIS—60和FELIXC—512机上的SOCRATE, UNIVAC机上的DMS 1100, IBM370/138机上的IMS/VIS等。在磁盘容量满足要求的情况下,应就近选择用户比较熟悉的通用数据库系统来建立草地资源库。

二、应用SOCRATE数据库系统建立草地资源库的方法和过程

草地资源数据收集、整理、准备完毕,并选好计算机后,还需要对所选用的数据库系

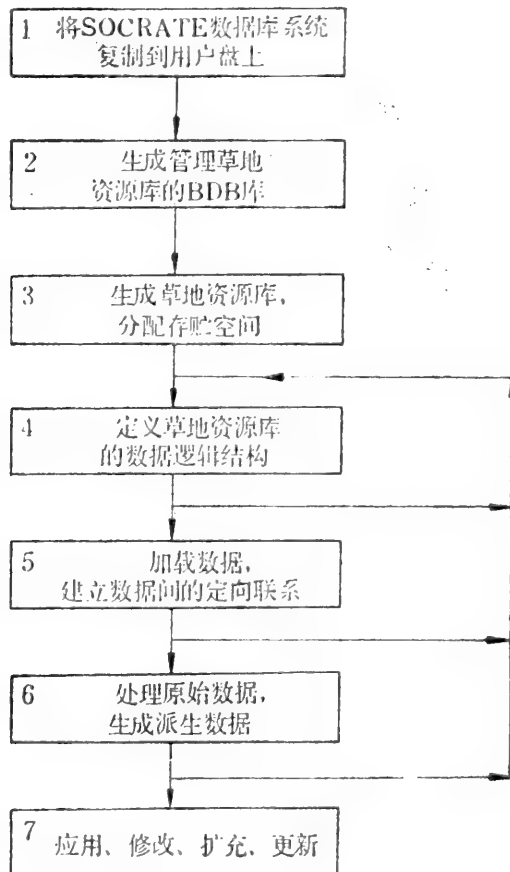


图 1 草地资源数据库的建库流程

统有深入的了解,方可上机建库。应用SOCRATE数据库系统建立草地资源库的过程如图1所示。有关SOCRATE数据库系统的概况,请参阅已有的文献资料。^{①②③}本文尽量避免重复。

1.建立和使用用户库的操作在磁盘上进行。SOCRATE数据库系统以交货磁带的形式提供给用户。故建库时,首先要将SOCRATE系统复制到用户磁盘上。

2.输入用户库管理信息——用户库个数、用户库名、库介质、数据库管理员权利、每个用户库的用户数等,然后在用户盘上生成管理用户库的BDB库。SOCRATE系统通过BDB库可以管理1—5个用户库,允许每个用户库最多可有10个用户。草地资源库只是其中的一个用户库。

3.输入草资源库的管理信息

通过SOC卡确定草地资源库的库名、帐号、用户名和用户口令字;通过VOL卡确定草地资源库占用的磁盘类型和空间大小;通过UTI卡规定用户宏存取权利、语言存取权利和程序口令字;通过ALLOC卡进一步将占用的磁盘空间划分成数据空间、字典空间和程序空间,并按预先计算的结果,确定这三个空间的比例。

上述三个过程通过执行SOCRATE系统提供的三个带参标准过程来实现。其中前二个过程起草地资源库向SOCRATE系统申请、报到的作用,第三过程给草地资源库分配磁盘空间并初始化。

4.定义草地资源库的结构

草地资源数据存入已经初始化的磁盘空间以前,要用数据库描述语言(DDL)定义它们的名称、描述它们的属性及相互间的联系,确定它们在库中的逻辑存放方式。这就是定义用户库的数据逻辑结构。

①用户库的结构要准确地反映所有数据的层次、隶属关系。例如,按行政区域划分来组织、编排草地资源数据,一定要从大到小,分级、逐级存放。原始数据存放于县级或公社级,汇总数据存放于专区、省、大区级。上级实体安排环型特征,下级实体安排带环引用型特征,以此实现两级实体的链接。如图2:

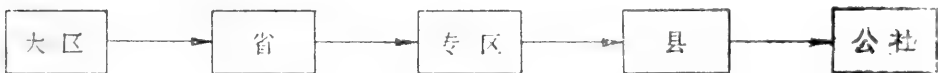


图 2

按各种自然区域(如根据地貌、气候、水系、土壤等划分的区域)来组织、编排数据,同样要从大到小分级组织。图3是内蒙古自治区及其东西部毗邻地区天然草场类型和样方资料采用的结构。

②用户库结构要客观地反映数据信息的流向、传送路途。例如,天然草场类型、人工草地、野生优良牧草、牧草常规营养成分是属于县一级的四个同级实体(如图4)。牧草常规营养成分表,有些选自天然草场某些类型的混合牧草样品,有些取自人工草地的栽培牧草样品,有些取自野生优良牧草样品。因此,牧草常规营养成分实体的子集,要通过天然草场类型实体、人工草地实体和野生优良牧草实体中的各个实现来进行区分。图4指明了牧草常规化学成分数据信息的传送、查询路径。

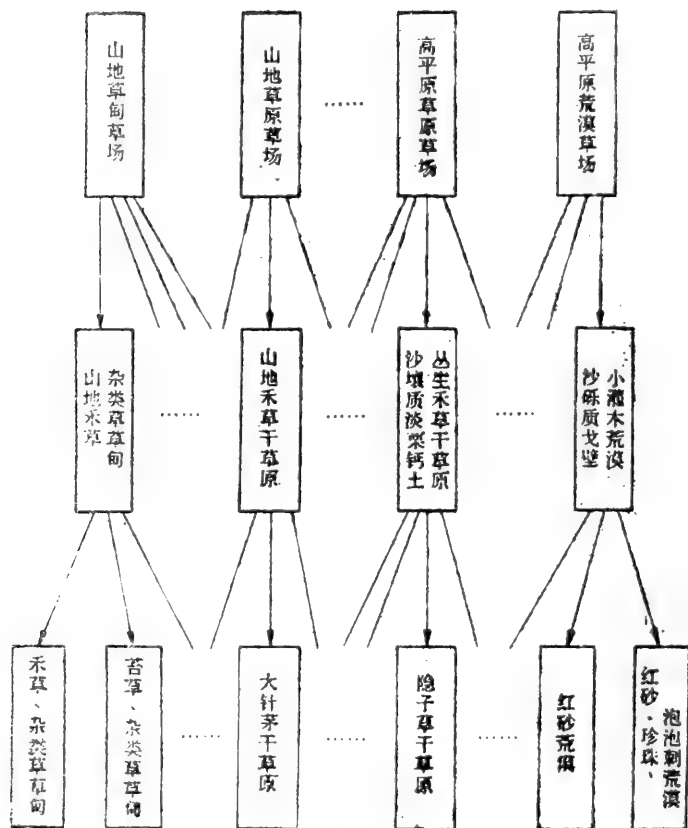


图 3

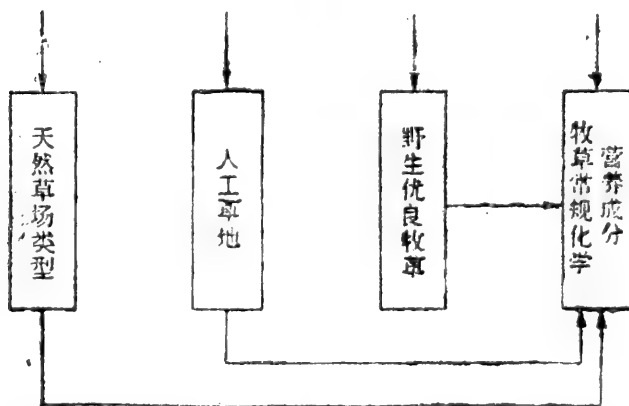


图 4

③实体内各特征的排列顺序应依次为：环型及带环引用型特征——带键特征——查询频率较低的其他特征——倒排型特征。以充分利用存储空间。

④用户库结构要力求简洁，避免过多的层次、嵌套。层次过多，尤其是嵌套层次过多，不仅大大降低数据的传送速度，而且给程序编制和查询、使用数据库带来不便。但是，层次太少又往往使数据的组织条理不清，增加数据的冗余度。因此，要获得一个最佳数据逻辑结构，常常需要经过反复多次的上机检验和修改。草地资源数据庞大，相互之间关系复杂，而数据逻辑结构的好坏又直接影响资源数据库的成败和功能。所以，定

义草地资源库的结构是建库工作中最为重要的环节。

5. 输入数据，建立数据之间的定向联系

数据的加载分二步进行。先用DDL描述待输入数据在数据库外的逻辑格式（又称FORMAL格式），然后用数据操作语言（DML），按照已定义好的FORMAL格式，将数据输入库中。加载一个实体的数据只需要编一个请求程序，该实体所含全部实现的信息，不论何时输入，都用同一个程序。因此，实际应用中，往往将数据加载程序定义为宏指令或予编译程序的形式而加以调用，既简便又节省机时。最好按需要将全部待输入数据整理准备停当，尔后按实体顺序逐个加载。分段加载数据有时会带来不便。数据输入过程中，抄写错误、卡片穿孔错、偏孔、错位、读卡机错误都可能发生，很难做到数据一次加载成功。因此，每加载一部分数据，应立即组织该数据输出，以检查加载是否正确，发现错误和遗漏，随时纠正。

基本数据输入后，即可建立他们之间的定向拉链关系。生成环型特征和带环引用型特征联系链的同时，应检索该链所联系的实体中的信息，以验证该链的功能是否已实现。

6. 编制统计、计算应用程序，处理原始数据，生成、加载派生数据

草地资源数据库的应用目的决定了它应具备的功能和应取的算法。建库过程中，必须根据这些算法选用所需的计算公式，并编制相应的统计、计算程序。用已输入库中的原始资源数据和规定好的常数，经统计、计算产生我们所需要的派生数据。下面是一个县的草场总载畜量的计算过程。

确定计算公式：

$$\text{一种草场类型的平均载畜量 (亩/羊单位·年)} = \frac{\text{一个羊单位日食草量 (斤)} \times \text{全年放牧天数}}{\text{鲜草产量 (斤/亩)} \times \text{可食率 (\%)} \times \text{安全系数 (\%)}}$$

$$\text{一种草场类型的总载畜量 (羊单位/年)} = \frac{\text{一种草场类型的可利用面积 (亩)}}{\text{该类型草场的平均载畜量 (亩/羊单位·年)}}$$

一个县的草场总载畜量 (羊单位/年) = 该县各种草场类型总载畜量之和

所需数据：计算中要用到的基本数据——鲜草产量、可利用草场面积和可食率，已作为每种草场类型的下属特征值存入库中。常数——一个羊单位的日食草量、全年放牧天数和安全系数，不随草场类型变化而变化，不必存入库中，只须在计算草场类型的平均载畜量时在程序中给出。

计算过程：载畜量的算法很简单，不必调用COBOL主语言的计算功能，直接用系统提供的DML编制计算程序。先算出每种草场类型的平均载畜量，并作为该类型的下属特征值存于库中。再利用派生数据——草场类型的平均载畜量算出每种草场类型的总载畜量并存于库中。最后将所有草场类型的总载畜量累加起来就得到一个县的总载畜量。县总载畜量可根据需要存入上级实体中，或仅提供给用户使用。

还有一类派生数据是通过检索原始数据，选取其中所需要的部分，经传送、重新组合、计算而得。下面是一个县的季节牧场的计算实例。

类型编号	类型代号	毛面积	可利用面积	鲜草产量	利用型	放牧季节
03060401	040102	190	153	604	RA	S—A

03060402	050103	40608	30960	2606	RA	S—A
03060403	080704	33600	20160	2150	CU	S—A
03060404	080701	19995	11997	3050	RA	W—SP
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

上表是存于库中的某县草场类型实体中的部分有关信息。顺序地检索每种草场类型的“利用型”特征和“放牧季节”特征,把利用型属于放牧场(RA)且放牧季节属于夏秋场(S—A)的类型检索出来,然后将该类型的毛面积和可利用面积分别累加起来,存于 Y_1 和 Y_2 两个中间单元。把利用型属于放牧场且放牧季节属于冬春场(W—SP)的草场类型检索出来,将该类型的毛面积和可利用面积分别累加起来,存于 Y_3 和 Y_4 两个中间单元。这样就在 Y_1 单元中得到了该县夏秋场的毛面积(180+40608);在 Y_2 单元中得到了该县夏秋场的可利用面积(153+30960);在 Y_3 单元中得到了该县冬春场的毛面积(19995);在 Y_4 单元中得到了该县冬春场的可利用面积(11997)。属于刈草场(CU)的第03060403号类型则排斥在季节放牧场之外。同理可以检索得到夏场、冬场、春秋场和四季牧场的毛面积和可利用面积。然后,取出上述Y工作单元中的数值,传送给该县季节牧场实体下属的相应特征,存于库中。通过上述操作,用草场类型基本数据,经检索、传送、计算得到了这个县的各季节牧场的毛面积和可利用面积。检索、查询基本数据,重新组合新的派生数据,是数据库的重要应用目的之一。

计算机可能出现偶然性错误。因此,派生数据存入数据库以前,应检查其结果是否正确。确认结果无误才能存入库中。计算量大或计算过程复杂的派生数据,可上机计算二次,二次计算结果重合,即可认为无误。计算量少或计算过程简单的派生数据,可另用微处理机或袖珍计算机抽查复核。

受派生数据影响,原始数据输入后尚未建立的拉链关系,应在派生数据产生后建立起来。

原始数据和派生数据全部贮存完毕,环与带环引用链全部生成,草地资源库即告初步建成。在上述第4、5、6三个过程的进行中,一旦发现数据结构不能实现草地资源库的功能,应立即停止后续工作,抹去库中已有的内容,返回到第3过程,从新定义草地资源库的逻辑结构。

7.应用、修改、扩充、更新

草地资源库初步建成后,即可投入使用,供用户查询。如果数据不能一次准备齐全,亦可边使用,边积累数据。使用阶段要编制各种表报输出程序和用COBOL主语言编写的调用草地资源库的应用程序。应用程序可不断完善,常用应用程序应定义为宏指令和子编译程序形式,而其中常用的COBOL程序,可存入COBOL程序库供调用。草地资源库在使用中发现错误要随时修改。经一段时间的使用,可根据需要用最新数据进行部分更新或全部更新。定期更新,或半年一次或一年一次,就可获得不同时期的草地资源数据库版本。已建立的草地资源库,若事先在结构上留有空白存贮空间或未用的特征,还可根据需要进行扩充。

三、草地资源数据库技巧

1.数据项的命名

凡存入数据库的数据都要根据它们的性质委以各种特征来进行描述。每个特征都应

有自己的名称，才能识别、查询。特征的名称称为标识符。标识符最好互不相同。已经出现的同名标识符，在数据操作过程中，要严格加以限定，说明它们的层次隶属关系，避免产生同名错。这种限定给程序编写、数据操作带来很多不便、出错机率大。因此标识符最好是唯一的。草地资源数据项比较多，标识符数量也就多。试验阶段的我国草地资源库，有近400个特征，也就是说必需取400个互不相同的标识符。标识符长度不能超过数据库系统的规定。标识符长能反映数据项的含义，但占空间多，书写、穿孔、操作不便，容易出错。标识符短，节省空间、书写操作方便、不易出错，但容易重名，含义表达不够确切。标识符的命名技巧就是要解决，标识符数量多、应反映数据项含义与标识符应短、不重名这种矛盾。环型和引用型以外的特征，我们采用下述标识符命名法：标识符名为 $D_1D_2D_3D_4$ 。

其中： D_1 取自一级实体名的一个字母

D_2 取自二级实体名或一级实体下属一级块名中的一个字母

D_3 取自三级实体名或二级块名或数据项名中的一个字母

D_4 取自四级实体名或三级块名或数据项名中的一个字母

例如有标识符GU4S。 G 取自一级实体“等级”（grade）， U 取自一级“可利用面积”块（Utilized）， 4 取自“可利用面积”块的嵌套二级块“4等草场”， S 取自有界数字型特征“合计”（sum）。这种命名规定能使我们很快判断出，GU4S所标识的数据项是属于等级草场实体的可利用面积块，它代表4等草场的可利用面积合计这个数据项。

环型特征标识符为： $A_1A_2-B_1B_2$ ：

其中： A_1A_2 为该环型特征所在实体名中的二个字母

B_1B_2 为该环型特征所指向的实体名中的二个字母

例如标识符TY—QU，表示草场类型实体（TYPE）指向样方实体（QUADAT）的一个环。

带环引用型特征的标识符为 $R-A_1A_2-B_1B_2$ 其中 R 表示该特征为带环引用型特征（REFERE）， $A_1A_2-B_1B_2$ 是该引用特征引用的环名（环标识符）。这样命名，既不重名，标识符又短，又能反映出这条链所链接的实体。例如有标识符 $R-TY-QU$ ，能很快判断出它是“样方”实体里的一个带环引用型特征，它引用的 $TY-QU$ 环是从“类型”实体指向“样方”实体的一条联系链。如果无规律地随便命名，一旦拉链较多，便不得不费劲地从结构表中查找链的所在位置和它的指向。

2. 编码技巧和检索优化

这里所说的编码是指数据项代码或数据项的顺序号。数据项的名称，例如草场类型名、牧草名、行政区域名等，都是比较长的字母串。书写、检索都不方便，其中某一个字母顺序写错，立即出错。在数据输入过程中，SOCRATE系统将所有数据按自然数顺序进行编号。补充数据的编号只能后续不能插入。系统自动建立起来的这种数据序号不能反映数据的归属，需要用户给数据项委以用户顺序号和代码。

草地资源数据顺序号最好采用分段连续编码。也就是视数据量的多寡，给定某一行政区域或自然区域顺序编号的起始号和结束号，实有的数据量应小于起始号与结束号之差，保留一定数量的空缺编号，供以后扩充、插入用。按县组织的草地资源数据顺序号的组成为： $P_1P_2 + R_1R_2 + C_1C_2 + T_1T_2 (Q_1Q_2, N_1N_2 \dots)$

其中： P_1P_2 是数据所属省在全国行政区划中的序号

R_1R_2 是数据所属专区在其省内的序号

C_1C_2 是数据所属县在其专区内的序号

T_1T_2 一个县的草地类型数据序号

Q_1Q_2 一个县的样方登记表序号

N_1N_2 一个县的化学营养成分分析表序号

每个编号由8位数字组成，其前六位取自该数据项所属省、专区、县的序号，最后二位为数据项的序号。假如江西省在全国的行政排序为12，宜春专区是江西省的第02专区，高安县是宜春专区的第04个县。那么，12020413号数据就是江西省宜春专区高安县的第13号草场类型数据（或第13号样方登记表，或第13号营养成分分析表……）。照此编码法编出来的编号，既是序号又便于今后数据补充插入，还反映了数据的属性。即使在库中不设立省、专区、县的结构，取消它们的拉链关系，也仍然可以从数据的编号反映出它们的归属关系。例如大于12019999小于1230000号的数据一定是宜春地区的数据，大于12020399小于12020500号的数据一定是来自江西省宜春专区高安县的数据。由此可见，应用编码窍门，还可以精炼数据结构，节省存贮空间。

草场类型代号由 $T_1T_2G_1G_2M_1M_2$ 六位数字组成。 T_1T_2 是第一级类（TYPE）的代码， G_1G_2 是第二级组（GROP）的代码， M_1M_2 是第三级型（MOULD）的代码。

例如Ⅵ低湿草甸类

2 河漫滩高大禾草组

（1）斑茅草场型

记作070201。值得提醒的是，代码数字应采用字符型。若采用数字型，输出结果时，前零丢失，六位编码070201变成为70201五位编码，容易引起混乱。

实际应用中，还给数据项的用户序号和代码赋以带键特征或唯一键，常常是按数据项的序号顺序检索，或按键索引检索，或按唯一键直接检索。检索速度取决于用户库的层次和嵌套的多寡以及被检索的字符链的长短。相同层次结构的用户库，其检索速度唯一键最快，带键特征次之，顺序检索最慢。也就是说带键特征安排得多，检索速度快。但带键特征要占存贮空间，因此，只能选择检索频率最高的数据项设置带键特征。草地资源库检索频率最高的数据项是各类数据的序号——草场类型、样方、营养成分分析、季节牧场、等级牧场、面积、行政单位的序号，草地类型代号和牧草种名代号。这些用户序号和数据项代号很短，检索速度快。草地资源库的用户不必了解库的建立过程，但必须了解它的数据结构和各项数据的名称，才能选择最快的检索路径，达到检索优化的目的。

3. 系统功能的选择

①接口语言。SOCRATE系统提供了请求语言（DML）与COBOL主语言的接口模块。复杂的计算处理和表报输出可调用COBOL的功能，SOCRATE的使用过程相当于执行一个COBOL文件过程。但调用COBOL的过程比较复杂，需要进行复杂的描述，需要准确无误地在SOCRATE系统与COBOL主程序间交换用户库管理信息、数据和错误返回码。草地资源库如不用于生态模型、数量分类等研究，一般统计、计算过程较简单。利用DML的功能和SOCRATE系统提供的10个地址变量单元、25个数字工作单元、10个字母数字工作单元，即可满足一般的计算要求。DML的表报输出宽度可达120列，可以

利用带格式打印编辑表头，并在表头中指明小数点的位置。例如有表头字符串“CA·2”，其中“CA”表示化学成分钙，“·2”表示钙这项数据的精确度为1%（小数点后取二位有效位）。因此，在草地资源库的实际应用中，往往省去使用COBOL主语言的麻烦。

②、工作方式。SOCRATE系统具有二种工作方式，一种是会话方式，一种是批处理方式。会话过程中，SOCRATE系统在内存工作区一直处于工作状态，比较费机时。另一方面，目前从事草地资源库研究和使用的单位，一般不具备带有通用数据库管理系统(DBMS)的计算机，只能在计算站用机建库，国内的计算站一般不给用户提供终端或远程终端。因此，草地资源库基本上以批处理方式进行工作。本文介绍的也完全是批处理方式。

SOCRATE系统提供的稿文编辑功能只能通过终端会话实现，而且稿文型特征采用长字符链，占空间大。建议草地资源库尽量不用稿文型特征。有些要用长字符串描述的文字数据，如草场类型名称、生态环境条件等，应尽可能采用代码，压缩在30个字符以内，然后用字型特征描述。

③、安全保密措施。SOCRATE系统提供了防止数据库数据被窃取或窜改的功能模块。系统通过检查核对用户的数据库口令字、用户管理信息——用户名、用户帐号、允许使用的用户名来限制非数据库用户使用数据库。通过检查用户使用数据库的语言存取权利和应用程序存取权利来限制非建库单位随意修改用户库。上述这些用于草地资源库的保密和安全方面的信息，在建库过程中通过UTI卡给出，用户应防止这些信息被非用户窃取。

数据库操作过程中掉电，磁带、磁盘机硬件故障，操作系统或DBMS故障，操作员误操作，草地资源库磁盘的卷标、卷号与别的用户库重名都可能破坏建库工作或已建成的库。为此，SOCRATE系统提供了一个安全过程模块和安全磁带进行保护。当偶然事故发生，草地资源库一旦遭受破坏，可以根据安全磁带上记录的日记信息，使草地资源库恢复到某一参巧点或控制点以前的状况。但是使用不甚方便。实际应用中，最简单易行的办法是采用拷贝磁带保护。最好用二盘磁带保护，一盘磁带拷贝已经通过逻辑和物理检查，确认无误的库信息。一旦库破坏，用其还原库中原信息。另一盘磁带记录当天操作数据库得到的正确信息。二盘磁带不断更新，直到草地库建成。必要时还可以增加一盘备用保护磁带，以防止还原过程中再次遭到破坏。

参 考 文 献

- [1] SOCRATE, LA BANDE DE LIVRAISON, Institut Central Pour La Gestion Et L'informatique.
- [2] SOCRATE, Manuel D'utilisation, Institut Central Pour La Gestion Et L'informatique.
- [3] 唐敏, 马应章, SOCRATE数据库系统及应用, 《计算机工程与应用》, 1981年第2期(国内发行)
- [4] 苏大学, 廖国藩, 关于我国草地资源数据库的研究(内部)
- [5] N. M. Dawson, Collection, Storage And Retrieval of Rangeland Resource Data, The 4th workshop of the United States/Australia Rangeland Panel, Australian Rangeland Society, 1979.

回归分析在家畜生态学研究中的应用

王 素 芳

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

宇宙间一切客观事物都是互相联系和互相制约着的,且具有内部规律。在日常的生产和科研工作中,共同处在一个统一体内的各种现象与因素都有着各种联系与变化规律,例如林业工作中地域性的某一树种的材积量就与该树种的树高和胸径有关,农作物的产量与水、肥、热量条件有关系;高等动物的品种形成、生物学特性及其地理分布都与自然环境中各因素有着某种程度的相关性,也就是家畜的某种性状与环境中的某一因素存在着一定的依存关系。要判断某两种或两种以上的自然现象有无关系?关系的性质是什么?关系的密切程度及其关系的表现形式又是什么?生态工作者往往采取直观的描述和自然条件分类及地理比较法,研究两种或两种以上不同现象和因素间的关系。为了能够定量地研究两种现象或因素间的相互关系、关系的性质、关系的程度和关系的形式,我们在西藏家畜生态学的研究中应用了回归分析方法。

诚然,回归分析方法是一种研究两种或两种以上变量间关系的方法,它是把 x 作为独立变量(自变量), y 作为依靠变量(因变量), y 的数值随 x 数值的变化而变化,由 x 的数值变化而估计出 y 的数值来。它在许多科学领域和工农业生产中得到广泛应用,但在大面积范围内研究家畜各种性状与生态环境的关系中,应用回归分析方法却是个开端。其中家畜的数量分布受着热量条件的制约,由于热量条件(x)的变化,而引起家畜数量分布(y)的有规律的变化,就是家畜数量分布向热量条件回归的一例。

家畜生态学是一个广阔的研究领域,需要研究的内容与问题很多,在新的课题面前如何选择合适的研究内容,是我们首先考虑的。根据青藏高原多年考察所知,西藏高原地域广大,境内地形错综复杂,气候千差万别,生态环境十分丰富多样。各种家畜的地理分布随着生态条件的变化呈现的地域性差异与规律是一个有意义的课题。且考察资料较多,容易数字化,为我们的研究提供了有利条件。

1. 研究变量间的相关性

首先把影响家畜分布状况的生态条件做为自变量(x),家畜分布状况(在畜种结构中的百分比)做为因变量(y),然后确定这两个变量之间的关系,即看这两个变量之间是否相关,计算它们之间的相关系数。据参加野外考察工作者提供:西藏的牦牛、绵羊、山羊、马的生态分布与海拔、降水、温度、天然草场植被性质是相关的,故先全面的对这些因素进行相关系数(R)的计算。

通过相关系数的计算所得结论,与野外工作者提供的情况基本一致,各种家畜的分布与草场植被性质的相关系数检验均为极显著,与气候条件绝大部分为极显著,与海拔

西藏家畜与生态因子的相关系数

要素种	海拔高度	气候		天然草场植被类型		
		年均温	年降水	高山草甸	高山草原	山地荒漠
牦牛		
	0.7256	0.9326	0.7964	0.9098		
绵羊		**	
	0.7491	0.9640	0.9107		0.7807	
山羊	-0.2011	.	..			*
		0.5584	0.8319			0.8854
马		
	-0.5266	0.8246	0.9573	0.7134		

·: 显著 ($2 \leq 0.05$); ··: 极显著 ($2 \leq 0.01$)

高度的相关系数, 除山羊外, 都为显著或极显著。显然, 相关系数R可以表示自变量x与因变量y之间线性相关的密切程度, R愈接近0, x与y之间的线性相关程度愈小; 反之, R愈大, 愈接近1, x与y之间的线性相关就愈密切。但是, 当R很小时, x与y也可能存在其他非线性关系, 所以还需要进一步确定二变量间的关系性质。

2. 关系的性质

如上所述, 影响家畜分布规律的生态因素很多, 除了草场植被类型、地貌条件、气候因子, 还有经济因素等等。由于这些因素的不同, 会使各种家畜在品种选择和畜群结构上的地理分布有很大的变化, 但依据自然界的实际情况, 和野外考察的实测资料分析, 影响家畜分布的生态因素有主、有次, 有直接的、有间接的。所以, 为了简化研究程序, 减少计算因子, 必须对影响家畜分布的诸因子进行综合研究与分析, 找出其主导因子。根据野外考察和生态学研究, 草场植被性质虽是影响家畜分布的直接因素, 但进一步分析, 决定草场植被性质的大自然因素又是气候条件中的水热状况及其组合。海拔高度对家畜分布的主要影响, 是由于高度的上升引起气候条件的变化对家畜作用的综合反应。可见影响家畜分布的主导因子是水分和热量两个气候因子。而热量和水分中我们选用了年平均温度和年降水量为自变量进行研究。

根据实地考察资料绘制散点图的结果分析, 水热条件与家畜分布的线型有两种类型, 一为直线关系, 二为曲线关系。

属于直线关系 $y = a + bx$ 的有:

- ① 牦牛生态分布与年降水量。
- ② 山羊的生态分布与年均温。
- ③ 马的生态分布与年均温。
- ④ 马的生态分布与年降水量。

曲线关系又分两种曲线: 一种是抛物线, 一种是幂函数曲线。属抛物线

$$y = b_0 + b_1x + b_2x^2 \quad \text{的有:}$$

- ① 牦牛的生态分布与年均温。
- ② 绵羊的生态分布与年均温。

③绵羊的生态分布与年降水量。

属幂函数曲线 $y = ax^b$ 的只有一个：①山羊的生态分布与年降水量。

3.关系的程度

当把变量之间关系的性质即是直线还是曲线？如是曲线又是什么样的曲线？定下来之后，就要进一步研究变量之间关系的密切程度，把它们予以定量化，不论是曲线或直线都要确定变量之间的变化程度，即因变量 y 随自变量 x 的变化是在多大程度上的变化，也就是说水热状况变化一个单位，家畜分布状况有多大程度的变化，所以就要计算出回归系数 b ， b 值就是当自变量（独立变量） x 增（或减）一个单位时，因变量（依靠变量） y 平均增（或减） b 个单位。另外还要计算一个常数项 a 。

计算所得常数项及变量系数列表如下

		$a (b_0)$	$b (b_1)$	b_2
直 线	牦牛分布与年降水	4.1981	0.0662	
	山羊分布与年均温	26.0708	1.0677	
	马的分布与年均温	1.1271	0.2014	
	马的分布与年降水	-0.3589	0.0040	
曲 抛物线	牦牛分布与年均温	42.7156	-3.1614	-0.0227
	绵羊分布与年均温	58.4440	-2.0303	-0.1617
线 幂函数	绵羊分布与年降水	46.3350	0.0812	-0.0001
	山羊分布与年降水	265.8644	0.4184	

4.关系形式

经过上述三步工作，把变量关系、关系的性质、关系的程度确定之后，便有了定量的计算结果，即可以把各个自变量 x 与因变量 y 的关系形式列出来，这样便可写出数学模型，提供专业人员使用（可将自变量 x 回代，得出理论上因变量 y ，划出线型）。（计算程序附后）

牦牛：与年均温的数学模型为 $y = 42.7156 - 3.1614x - 0.0227x^2$ ①

$$y = 4.1981 + 0.0662x \quad (\text{与年降水量}) \text{ ②}$$

$$\text{绵羊： } y = 58.4440 - 2.0303x - 0.1617x^2 \quad (\text{与年均温}) \text{ ③}$$

$$y = 46.3350 + 0.0812x - 0.0001x^2 \quad (\text{与年降水}) \text{ ④}$$

$$\text{山羊： } y = 26.0708 + 1.0677x \quad (\text{与年均温}) \text{ ⑤}$$

$$y = 265.8644x^{0.4184} \quad (\text{与年降水量}) \text{ ⑥}$$

$$\text{马： } y = 1.1271 + 0.2014x \quad (\text{与年均温}) \text{ ⑦}$$

$$y = -0.3589 + 0.0040x \quad (\text{与年降水量}) \text{ ⑧}$$

现以绵羊的模型为例，说明数学模型的意义。绵羊在西藏高原各地的数量分布规律，在畜种结构中的比重随年平均温度的降低而呈曲线上升。以58.44%为基数，如果年

平均温度由 0°C 降低到 -1°C 的地方，绵羊在畜种结构中的比重增加的理论值由数学式③算出为 1.86% ，如由 0°C 的地方过渡到 -2°C 的地方，则增加的理论值为 3.31% 。又从④式中看出，绵羊在畜种结构中的比重，随年降水量的改变也呈曲线变化规律，以 46.33% 为基础，当某地的降水量为 600 毫米时，绵羊在畜种结构中比重增加的理论值由数学式④算出为 12.72% ，当降水量为 50 毫米时，增加的理论值反而缩小为 3.81% ，其余家畜类推，此不赘述。

上述那些数学模型是否都有效，就是要看他们的精确度如何，需要用相关系数的显著性来检验，经过检验分别在 5% 、 1% 的水准上都显著，即有效。

5. 回归分析在西藏家畜生态分布研究中的意义

(1) 它能够确定各种家畜分布在青藏高原与各种生态因子的关系（我们这里只计算了两个主要因素）以及分布规律和地区间的差异。可作为计划生产、合理区划畜牧业生产和配置家畜种类的科学依据。

(2) 根据这一数学模型来预测某一地区（县）某一种家畜的数量比例，同时可以评价这个地区该畜种的数量比例是否合理。这样可以人为的控制某种家畜发展与否，以及发展规模。

(3) 在青藏高原范围内，从开发资源着眼，可以根据某地气候因素来估计当地发展畜牧业的可能性与畜牧业生产类型，以及经营方式。

另外，还可以用多元回归及逐步回归法，分析主要和次要因素，这项工作有待深入研究。

附计算程序：（DJS—21机程序）

Ⅰ 直线方程：

```
'begin'
'real' a, b, r, f;
'integ' i, j, t, n;
ni = readi;
'begin'
'array' xy[1 : n, 1 : 2], m[1 : 2], l[1 : 3], c[1 : n];
read (xy); push (n, 2); jump (1, l1);
push (11111, 1);
'for' i := 1, 2 'do'
'begin' 'for' j := 1 'step' 1 'until' n 'do'
c[j] := xy[j, i];
a print (c) 'end'
'for' i := 1, 2 'do'
m[i] := l[i] := 0; l[3] := 0;
'for' i := 1, 2 'do'
'for' t := 1 'step' 1 'until' n 'do'
m[i] := m[i] + xy[t, i];
'for' i := 1, 2 'do'
```

```

m[i] := m[i]/n
'for't := 1 'step' 1 'until' n 'do'
'for'i := 1, 2 'do'
'for'j := 1 'step' 1 'until' i 'do'
l[i+j-1] := l[i+j-1] + xy[t, i] * xy[t, j],
'for'i := 1, 2 'do'
'for'j := 1 'step' 1 'until' i 'do'
l[i+j-1] := l[i+j-1] - n * m[i] * m[j],
push (0, -2) ; push (22222, 2) ; a print[l, ],
b := l[2]/l[1],
a := m[2] - b * m[1],
r := gn2 (b * l[2]/l[3]) ;
f := b * l[2]/[l[3] - b * l[2]] / (n - 2),
'end',
push (33333, 2) ;
print r (4, b, a, r, f) ;
'end'

```

Ⅰ、曲线方程程序:

1. 幂函数 $y = ax^b$

```

'begin'
'real'a, b, r, f,
'integ'i, j, t, n,
n := read i,
'begin'
'array'xy[1 : n, 1 : 2], m[1 : 2], l[1 : 3], yx[1 : n, 1 : 2],
read (yx) ;
'for't := 1 'step' 1 'until' n 'do'
'for'i := 1, 2 'do'
xy[t, i] := ln (yx[t, i]) ;
'for'i := 1 'step' 1 'until' 10 'do'
'begin'
print (xy[i, 1], print (xy[i, 2]) ;
'end',
'for'i := 1, 2 'do'
m[i] := l[i] := 0, l[3] := 0 ;
'for'i := 1, 2 'do'
'for't := 1 'step' 1 'until' n 'do'
m[i] := m[i] + xy[t, i],
'for'i := 1, 2 'do'

```



```

m[i] := m[i]/n;
'for' i := 1, 2 'do'
m[i] := m[i]/n
'for' t := 1 'step' 1 'until' n 'do'
'for' i := 1, 2 'do'
'for' j := 1 'step' 1 'until' i 'do'
l[i+j-1] := l[i+j-1] + xy[t, i] * xy[t, j];
'for' i := 1, 2 'do'
'for' j := 1 'step' 1 'until' i 'do'
l[i+j-1] := l[i+j-1] - n * m[i] * m[j];
push (0, -2); push (22222, 1);
a print (l); push (0, -2);
b := l[2]/l[1];
a := exp (m[2] - b * m[1]);
r := gn2 (b * l[2]/l[3]);
f := b * l[2]/( (l[3] - b * l[2]) / (n-2) );
push (33333, 2);
print r (4, b, a, r, f);
push (44444, 1);
'for' t := 1 'step' 1 'until' n 'do'
'begin'
yx[t, 2] := a * yx[t, 1] * * b;
print (yx[t, 2]);
'end';
'end';
'end'
2、二次抛物线:  $y = a + bx + cx^2$ 
'begin'
'integ' i, j, k, t, n, m;
'real' a, b, c, r, f, do, r1, s;
n := readi;
'begin' 'array' xy[1:n, 1:3], m[1:3] l[1:2, 1:3], yx[1:n,
1:2]);
read (yx); push (11111, 1); a print (yx); push (0, -2);
'for' i := 1, 2, 3 'do'
m[i] := 0;
'for' i := 1, 2 'do'
'for' j := 1, 2, 3 'do'
l[i, j] := 0;

```

```

'for' i := 1 'step' 1 'until' n 'do'
  'begin'
  xy[i, 1] := yx[i, 1],
  xy[i, 2] := yx[i, 1] * * 2,
  xy[i, 3] := yx[i, 2]
  'end',
  'for' i := 1, 2, 3 'do'
  'begin'
  'for' t := 1 'step' 1 'until' n 'do'
  m[i] := m[i] + xy[t, i],
  m[i] := m[i] / n
  'end'
  'for' i := 1, 2 'do'
  'for' j := 1, 2, 3 'do'
  'for' t := 1 'step' 1 'until' n 'do'
  l[i, j] := l[i, j] + (xy[t, i] - m[i]) * (xy[t, j] - m[j]);
  push (22222, 1); a print (l);
  push (0, -2);
  do := l[1, 1] * l[2, 2] - l[1, 2] * * 2;
  b := (l[1, 3] * l[2, 2] - l[2, 3] * l[1, 2]) / do;
  c := (l[2, 3] * l[1, 1] - l[1, 3] * l[1, 2]) / do;
  a := m[3] - b * m[1] - c * m[2];
  push (33333, 2); print r (4, do, b, c, a);
  push (0, -2);
  r := 0;
  do := b * l[1, 3] + c * l[2, 3];
  'for' i := 1 'step' 1 'until' n 'do'
  r := (xy[i, 3] - m[3]) * * 2 + r;
  r1 := r - do;
  s := gn2 (r / (n - 3));
  f := do / (2 * s * * 2);
  r := gn2 (do / r);
  push (0, -2); push (44444, 2);
  print r (3, s, f, r); push (0, -2);
  'end';
'end'

```

709机符号组合自动制图 系统的研究及应用

齐文虎 李立贤 王素芳 倪建华

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

计算机符号制图系统,首先是由美国哈弗大学计算机制图和空间分析研究室发展起来的。这个系统使用计算机及其外围设备标准行式打印机,直接制作空间分布专业地图,如等值线、等值面等概略地图。由于它的成图速度快和简单易行的优点,使该系统在许多国家得到迅速推广。尤其是用数量方法研究地学、生物学、生态学的科学工作者,用这种符号图可以直观地表达某些特征因子地域分布的研究成果。

利用电子计算机直接制作符号图的研究及其应用,在我国尚处初始阶段。我们根据本单位地学和生态学研究工作的需要,在国产CJ—709机上配制了从数值计算到符号成图的完整系统。该系统使用ALGOL—60语言和汇编程序,可以编制土地、草场、森林、气候等各种资源分布图和多项式及调和趋势面图。

一、709机符号组合成图系统的功能

本系统的目的是用符号图直观地在二维平面上表现三维空间的曲面。这个系统可以根据用户的要求,用行式打印机输出各种比例尺的专业地图。输出图形的宽度可以达到1.2米或更宽,最小可缩到0.1米宽,视用户要求而定。其长度则根据图形宽度按比例改变。

709机配的行式打印机为80行,纸宽0.2米,因此可以使用分成几次打印的方法,拼合成完整地图。该系统可以按顺序输出拼合图的各张图形,也可以控制专门打印其中的某一张。这样就可以避免因为机器故障引起中途停机,使得必须从头开始全部计算的弊病,节约机器时间。

该系统可以输出1—30种不同符号,每种符号表示输出特征因子数值的一定范围。如果要输出更多的符号(最多63种)只要稍加修改程序即可实现。

该系统的数值计算包括插值(采用按距离加权平均法),多项式趋势分析和调和趋势面分析三种。

输出图形分为考虑图形的边界和无边界两种,对于不考虑边界的情况,可以省去采集边界坐标数据的时间和节省机器运算的时间。

系统考虑了输出行距控制，使得输出图形的长度和宽度总是成比例放大或缩小。

系统可以根据用户的要求，打印出已计算好的某一张图形，或者计算完一张打印一张，而不必待全部计算完再一起打印。使用户可以及时检查输出结果。

本系统的程序是在CJ—709机上实现的，若使用其它计算机，或者除上述功能外另有其它的要求，需要对程序加以修改。

二、输出图形控制点的选择

输出图形内的符号种类取决于该点坐标为 (x, y) 的特征因子数值 Z 。图形的已知其 Z 值的点 (x, y, z) ，称为控制点。为了使计算机输出合乎要求的地图，必须适当地考虑控制点在图形内的分布，因为它直接关系到打印图形的合理性。如果控制点按图1所示之分布，即它们都集中在图形内的一边，而另一边没有或很少控制点，这就可能使输出图形在控制点密集区域精度较高，比较合乎实际，而控制点很少的区域精度很低。

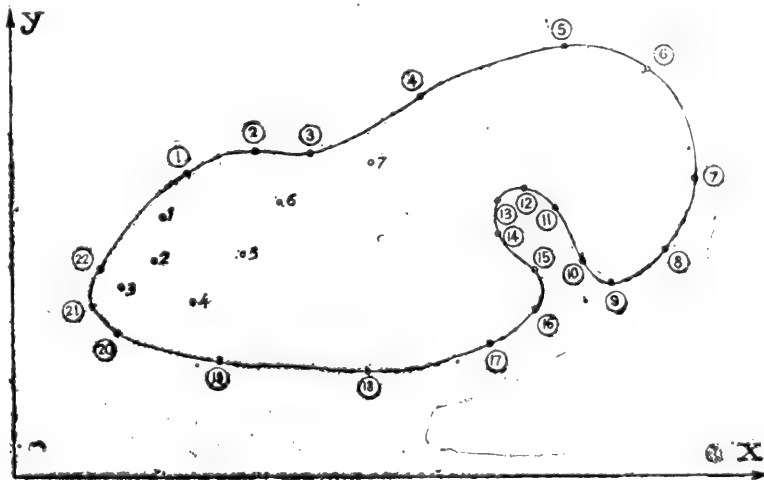


图1 控制点和边界点

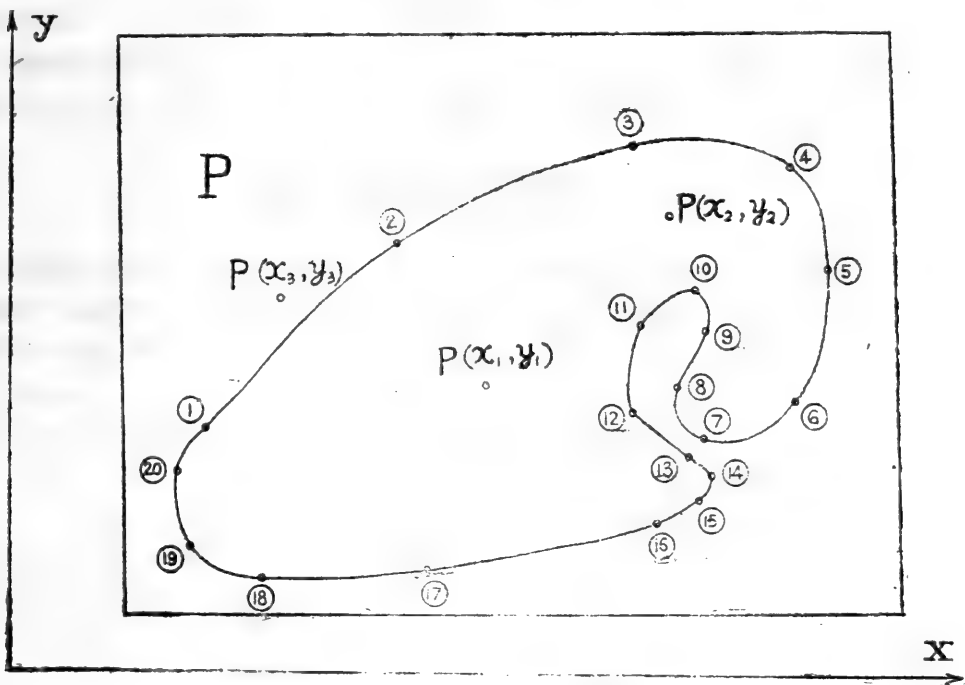
为了全面提高输出地图的精度，应该尽可能使控制点在图内的分布均匀。这一点有时是很难做到的，因为这些控制点在图中的位置是根据我们采集样品地点的坐标得到的，所以对于已知采集样品后需要作图的情况，应该适当选择采样地点使它们尽可能在图内分布均匀一些。当然，更为合理的方法是，在采样以前做好采样设计，避免不均匀的情况出现。

还有一点需要注意的，就是控制点的数量问题。显而易见，控制点的数量越多越好，这样输出的地图也越接近于实际的分布。因为计算机在计算图内除控制点以外的其它地点的 Z 值时，是利用内插方法，该点的 Z 值取决于其邻近几个控制点 Z 值。

究竟用多少个控制点最合适。这一点还有待于今后经验的积累和研究。我们认为，在考虑到计算机速度和容量的前提下应尽可能多设一些控制点。

三、图形边界的形成

为了输出一张完整的图形必须考虑到边界问题。这在人工绘图时可能比较容易解决,只要沿着边界连续描一遍就完成了。而计算机符号组合成图系统对边界的处理就大不相同了。首先,必须在底图的边界上采集一定数量的坐标,采集坐标数量的多少,可根据图形所要求的精度确定。采集坐标时应注意,图形边界的弯曲变化比较大的地方,采集的坐标也应该相应密一些。当底图与输出图形大小相同时,取边界上距事小于两个输出字符之间距离的相邻两点是没有意义的。输出图形的边界与地图对应点的水平和垂直方向的误差,小于半个字符的长度(或宽度)是可以做到的。



计算机根据这些已知边界坐标来形成图形边界。如图 2 共采集了 20 个图形边界点坐标即: $(x_3, y_3), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ 。假定 P 是包括待输出图形在内的一个平面,而 Tu 是表示包含在 P 内的图形。现在要做的事情是要判断在 P 内的任意一点 $P(x, y)$, 是在 Tu 之内还是在 Tu 之外。例如,判断 $P(x_2, y_2)$ 在 Tu 内还是在 Tu 外的步骤是:

(1) 首先判断 x_2 是在哪两个连接的已知边界点的 x 坐标之间, 即要搜寻 X_i , 使得 $x_i \leq x_2 < x_{i+1}$ (或 $x_i < x_2 \leq x_{i+1}$), 其中 x_i 和 x_{i+1} 分别为第 i 个和第 $i+1$ 个已知边界点的 x 坐标值结果是 x_2 分别在 ③ 及 ④ 点, ⑩ 及 ⑪ 点, ⑮ 和 ⑯ 点的 x 坐标之间。

(2) 判断 y_2 值大于还是小于这几对点的 y 值, 结果为 y_2 小于 ③ 和 ④ 点的 y 值, 大于 ⑩ 和 ⑪ 点、⑮ 和 ⑯ 点的 y 值。这时记 $KM = 1$ 、 $KN = 3$ (它们分别表示小

于和大于的次数)。

(3) 由于KM和KN均为奇数、所以 $P(x_2, y_2)$ 在Tu内。

又例如欲判断 $P(x_3, y_3)$ 点是否在Tu内, 则按如下步骤:

(1) 首先判断出 x_3 分别在①和②点, ⑰和⑱点的x坐标之间;

(2) y_2 大于⑰和⑱点的y值, 此时 $KM = 1$ 。而对于①和②这对边界点, y_3 大于①点的y值小于②点的y值。这时需要根据①和②的坐标值, 用直线插值法, 计算出 $y(x_3)$ 。结果 $y_3 > y(x_3)$, 则令 $KM = KM + 1 = 2$, 因为这两对边界点中没有大于 y_3 的情况, 所以 $KN = 0$ 。

(3) KM为偶数, $KN = 0$ 。所以 $P(x_3, y_3)$ 在边界外。

经过以上判别就可以知道P中任意一点是在图内还是在图形外了。这种判别图形内外的方法是一种运算速度快而且可以大大减少边界坐标个数的方法, 这就为没有图形数字化转换装置的单位提供了使用本系统的可能性, 图形边界的坐标可以直接从坐标纸上取到。系统在某些情况下用到了非线性插值的方法, 所以取较少个数的边界坐标, 仍能达到较高的边界精度, 为了加快判别的速度, 本系统还采用了先粗判后细判的方法。

四、图内符号的选择问题

符号组合成图的符号都是从标准的行式打印机中63个字符中选出来的。也就是说, 出现在图内的符号种类, 最多也只能达到63种, 而不能超出这个数字。图内每一种符号代表着一定范围的Z值, 而一种符号与另一种符号之间的空白就可以认为是Z值的等值线。图内所用的符号越多等值线就越密。

本系统为了使用户得到满意的图形, 图内每一种符号所表示的Z值范围可以由用户自由控制。图内每种符号所代表Z值的范围如下:

$$\text{令 } CHA = (\text{MAX}\{Z\} - \text{MIN}\{Z\}) / H$$

$$\text{MIN}\{Z\} + CHA \times (I + 1) > Z \geq \text{MIN}\{Z\} + CHA \times I$$

式中Z是根据图内控制点用按距离加数平均法计算出来的Z值, H是Z值的间隔数, 它是由用户控制的。

当 $I = 1$ 式子成立时图内相应的位置印“.”

当 $I = 2$ 式子成立时图内相应的位置印“:”

当 $I = 3$ 式子成立时图内相应的位置印“-”

当 $I = 4$ 式子成立时图内相应的位置印“*”

当 $I = 5$ 式子成立时图内相应的位置印“5”

当 $I = 6$ 式子成立时图内相应的位置印“≡”

当 $I = 7$ 式子成立时图内相应的位置印“7”

当 $I = 8$ 式子成立时图内相应的位置印“8”

当 $I = 9$ 式子成立时图内相应的位置印“=”

当 $I = 10$ 式子成立时图内相应的位置印“φ”

当 $I = 11$ 式子成立时图内相应的位置印“+”

当 $I = 12$ 式子成立时图内相应的位置印“⊕”

当 $I = 13$ 式子成立时图内相应的位置印“X”

当 $I = 14$ 式子成立时图内相应的位置印“§”

以上就是图内 Z 值与符号转换的具体方法。当然，按用户的要求，可输出更多种符号，或选用其它符号。这样，一个光滑的曲面转换为同一平面上的类似台阶形的多组平面图形，每一个平面图形用一种符号输出。

由于行式打印机的机械性能的原因，计算机输出的符号，有时可能发生行距变化。这就可能导致组合符号成图系统输出一张粗糙的和无用的地图，为了克服这一缺点，可以在打印地图时尽可能放大些尺寸，然后用照像的方法把图形缩小，这样可以大大地提高地图的精度。

五、图内各点 Z 值的插值计算

前面已经提到， Z 表示特征因子数值。例如要计算气温等值线分布图，则 Z 值为气温值。对于 Z 值的计算是符号制图系统的关键问题，所以选择一种能够较精确的计算方法来确定图内每一点的 Z 值是十分重要的。本系统采用了目前国外普遍使用的按距离加权平均法，这种方法可以较准确地计算出图内每一点的 Z 值使之组成一幅连续而光滑的曲面。

在制图以前必须提供一定的数据，这些数据包括前面提到的图形边界坐标数据以及图内控制点的坐标及其 Z 值。我们把每个控制点看成三维空间中的一个点，这样，就得到一个已知的空间数据点集 $\{x_i, y_i, z_i\}^N$ ，我们的目的是要构造一张通过全部数据点的光滑曲面：

$$Z = f(x, y)。$$

为了叙述方便起见，先把点 $\{x_i, y_i, z_i\}$ 在 $x-y$ 平面上的投影 $\{x_i, y_i\}$ 称为 D_i 。这里假定图内任意一点 $P(x, y)$ 的 Z 值是受 D_i 高值 Z_i 影响的结果，这种影响的大小是根据 D_i 到 $P(x, y)$ 点距离的远近来确定的。即 D_i 距 $P(x, y)$ 距离越近则 Z_i 对 Z 的影响就越大，反之则越小。如果把数据点集 $\{x_i, y_i, z_i\}^N$ 的所有 Z_i 值对 $P(x, y)$ 点 Z 值的影响都加到一起就得到了 $P(x, y)$ 点的 Z 值。这样按距离化分对 Z 值的影响程度，也就反映了 D_i 权数大小。根据这种要求得出的曲面，满足光滑性的要求。

为了使曲面更加合理，本方法还考虑到了每一数据点 D_i 的 x 方向和 y 方向的偏导数，同时又考虑到了每一个 D_i 在方向上对 $P(x, y)$ 点的影响。

本系统选用的加权函数为距离倒数的二次幂。 Z_i 是 D_i 上的 Z 值， $d(P, D_i)$ 为 $P(x, y)$ 点与 D_i 之间的距离。当 $P(x, y)$ 点确定之后可以把 $d(P, D_i)$ 简写为 d_i 。

为了减少计算量，同时又不影响计算精度，只让 $P(x, y)$ 附近的 D_i 点参加运算。因为距离较远的 D_i 点对 $P(x, y)$ 的影响非常小，可忽略不计。取点的原则是至少4个点，最多10个点。既要考虑到点的分布状态情况又要考虑到点的分布范围。这里以半径 r 为搜索附近点的开始，按图内平均包含7个数据点来决定 r 的大小：

$$r = \left[7 \times \left(\frac{A}{N\pi} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

式中A为数据点集 D_i 围成的最小多边形面积，N为数据点个数。如在以 r 为半径的圆内不足4个数据点，则令 $r+r \rightarrow r$ ，再一次选附近点。如在以 r 为半径的圆内多于10个点则只选取靠近 $P(x, y)$ 点的那10个点，附近点的定义为：

$$C'P = \begin{cases} C^4 & \text{若 } 0 \leq n(CP) \leq 4 \\ C^P & \text{若 } 4 \leq n(CP) \leq 10 \\ C^{10}P & \text{若 } 10 \leq n(CP) \end{cases}$$

这时权数因子程如下形式：

$$S(d) = \begin{cases} \frac{1}{d} & \text{若 } 0 < d \leq \frac{r}{3} \\ \frac{27}{4r} \left(\frac{d}{r} - 1\right)^2 & \text{若 } \frac{r}{3} < d \leq r \\ 0 & \text{若 } r < d \end{cases}$$

加上考虑方向的影响，偏导数约束及 $P(x, y)$ 在 D_i 点邻域时减少误差可用如下公式计算 P 点的 Z 值：

$$f(P) = \begin{cases} \frac{\sum_{D_i \in C'} W_i (Z_i + \Delta Z_i)}{\sum_{D_i \in C'} W_i} & \text{对所有的 } D_i, d_i > e \\ \frac{\sum_{D_i \in n(P)} Z_i}{\sum_{D_i \in n(P)} 1} & \text{对某些 } D_i, d_i \leq e \end{cases} \quad (5-1)$$

其中 $W_i = (S_i)^2 (1 + T_i)$ ，为考虑方向及距离影响的权数。

$$T_i = \frac{\sum_{D_j \in C'} S_j [1 - \cos(D_i P D_j)]}{\sum_{D_j \in C'} S_j}$$

$$\cos(D_i P D_j) = \frac{(x-x_i)(x-x_j) + (y-y_i)(y-y_j)}{d_i d_j}$$

作为布局的一种测度。由于 $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ ，可见 $0 \leq T_i \leq 2$ ，如果 D_i 和其余的数据点大约都在 P 的同一方向，这时 $(1 - \cos)$ 约等于0，即 T_i 为0时表确此时 D_i 对 $P(x, y)$ 点 Z 值的影响完全由距离来决定，而与方向无关。如果 D_i 和其它数据点大约都在 $P(x, y)$ 相反的方向上这时 T_i 的值为2，这表明方向因素达到最大。(5-1)式里：

$$\Delta Z_i = [A_i(x-x_i) + B(y-y_i)] \frac{v}{v+d_j} \quad (5-2)$$

是给函数在每个数据点附近加的增量，这种增量可使形成的曲面更加合理，因为加进增

量使得函数在每一个 D_i 都具有一个合理的偏导数。这里用一阶差商的加权平均作为 D_i x方向与y方向的偏导数近似值。

$$\text{令 } c''_i = C' - D_i$$

(5-2) 式中

$$A_i = \frac{\sum_{j \in c''_i} w_j \frac{(Z_j - Z_i)(x_j - x_i)}{(d[D_j, D_i])^2}}{\sum_{j \in c''_i} w_j}$$

为 D_i 处x方向的偏导数

$$B_i = \frac{\sum_{j \in c''_i} w_j \frac{(Z_j - Z_i)(y_j - y_i)}{(d[D_j, D_i])^2}}{\sum_{j \in c''_i} w_j}$$

为 D_i 处y方向的偏导数。

在(5-2)式中 $\frac{v}{v+d_i}$ 是控制远距离点对偏导数影响程度的。

其中

$$v = \frac{0.1[\max\{Z_i\} - \min\{Z_i\}]}{[\max\{(A_i^2 + B_i^2)\}]^{\frac{1}{2}}}$$

为了减少计算误差(5-1)式要求在 D_i 附近确定一个邻域,一旦 $P(x, y)$ 进入这个邻域之内就认为 $f(P) = Z_i$,因为邻域很小,所以这种近似也是可行的。如果某一点 $P(x, y)$ 同时落入几个 D_i 的邻域内,则将它们的Z值加以平均后作为 $P(x, y)$ 点的Z值。

利用(5-1)式我们可以计算出图内任何位置的Z值,这些Z值的集合即是我们所需要的曲面图。

六、多项式及调和趋势面图

前述的等值线方法,特征因子Z值的计算仅仅取决于该点最邻近的原始资料值,常常不能充分反映区域性趋势变化。特别是对于大范围的区域性规律,需要考虑所有已知资料点之间的相互关系所包含的信息。趋势面分析在研究地层构造及其演变过程,生态环境的描述及其它一些专业性研究等方面有着广泛的应用。

本系统包括多项式和调和趋势分析两种方法。

1. 多项式趋势面之形成。

假设在待输出图形内有几个已知资料点 $P(x_i, y_i)$ 其相应的特征因子值为 $Z_i = 1, 2, \dots, n$,一次,二次,三次趋势面表达式分别为:

$$z(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y$$

$$z(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2$$

$$z(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3$$



利用最小二乘法,使趋势面在 n 个已知观测点上最好地逼近观测数据,分别求出上述三个表达式的系数 a_i 值。再根据待输出区域内的网格点上的 (x, y) 坐标及上述公式,计算出该点的特征因子之趋势值,然后形成趋势面图。

2. 调和趋势面的形成

当我们研究的区域内的特征因子 Z 值,明显地显现出周期性的变化时,利用调和趋势分析可以收到比多项式分析更好的效果。调和趋势面的计算公式为:

$$Z(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n [a_{ij} \cos\left(\frac{2\pi ix}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi jy}{H}\right) + b_{ij} \cos\left(\frac{2\pi ix}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi jy}{H}\right) + c_{ij} \sin\left(\frac{2\pi ix}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi jy}{H}\right) + d_{ij} \sin\left(\frac{2\pi ix}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi jy}{H}\right)]$$

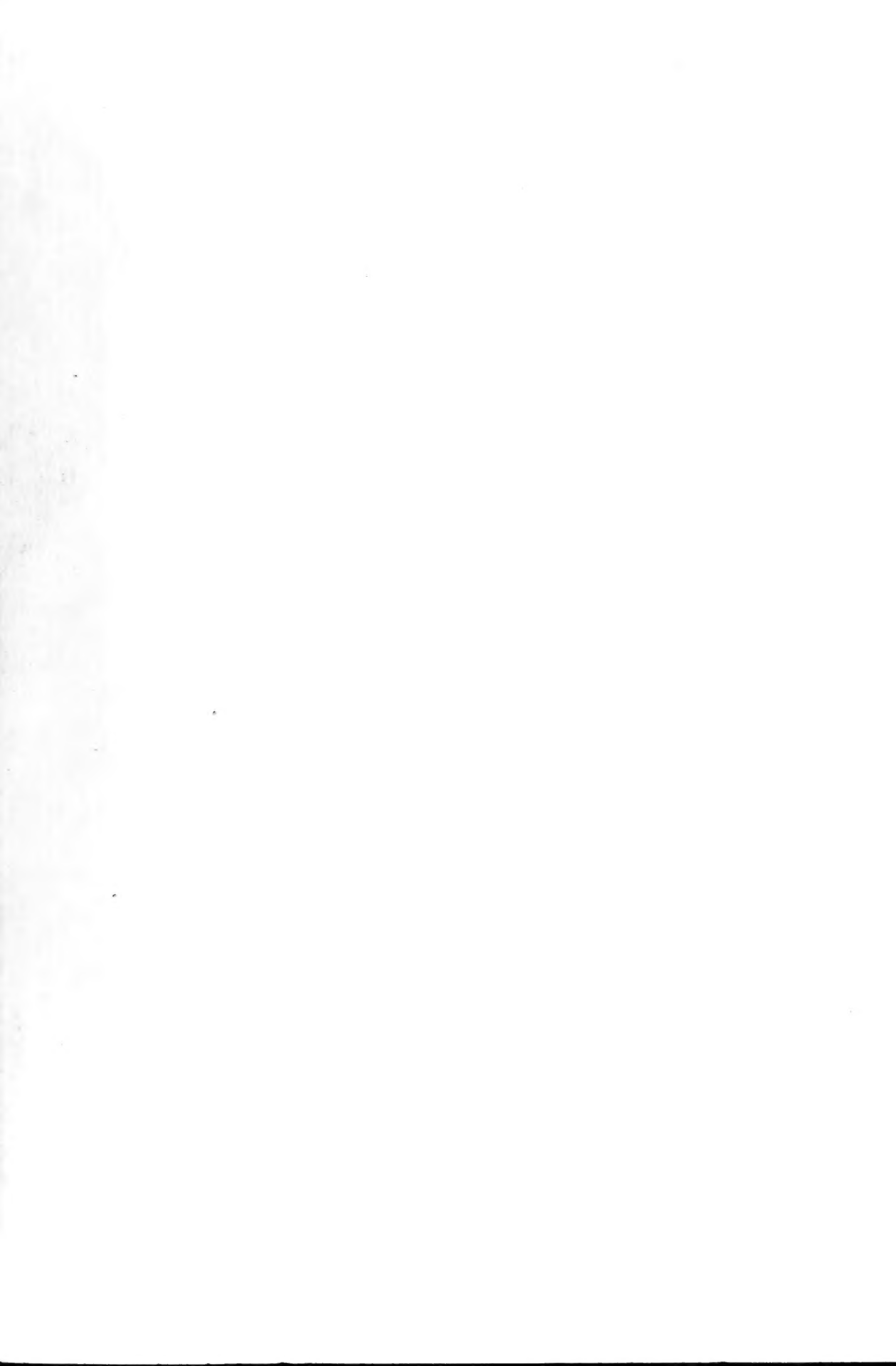
其中, m 和 n 分别为 x 和 y 方向上项的次数, a_{ij} 、 b_{ij} 、 c_{ij} 、 d_{ij} 分别为待定系数; L 和 H 分别为 x 方向和 y 方向上的基波长度。一般已知数据点的分布是非网格状,仍可用最小二乘法确定待定系数,然后成图。

参 考 文 献

计算机绘图,杨学平编著,电力工业出版社,1980。

组合符号制图系统的应用和滥用。田德森等译,南京大学地理科技资料14期,1979。

数学地质引论,中国科学院地质研究所编著,地质出版社。1977年4月。



本期印刷：内蒙古科技印刷厂

