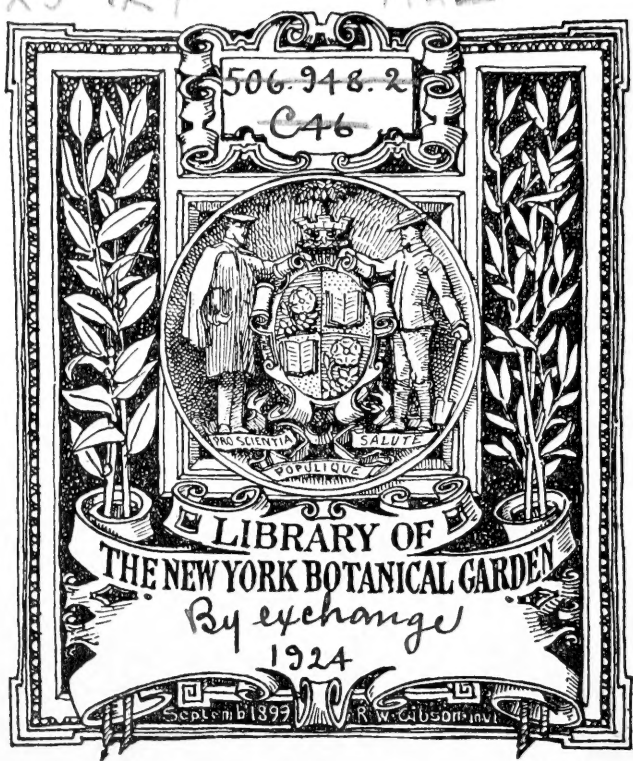
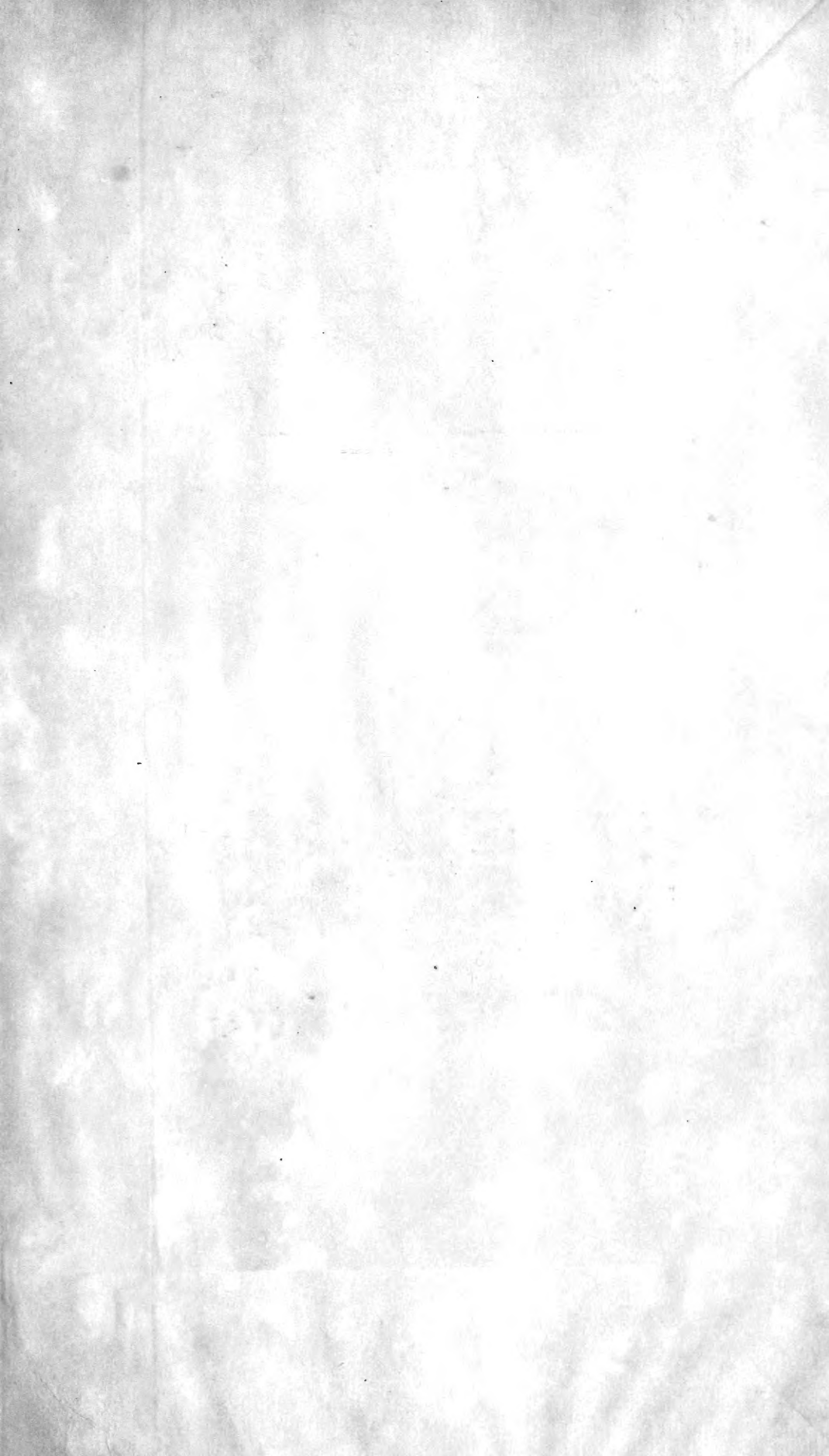


XS K7

1922





SKRIFTER

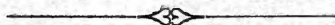
UTGIT AV

VIDENSKAPSSELSKAPET

I KRISTIANIA

1922

I. MATEMATISK-NATURVIDENSKABELIG KLASSE



b

KRISTIANIA

I KOMMISSION HOS JACOB DYBWAD

A. W. BRØGGERS BOKTRYKKERI A/S

1923



SKRIFTER

UTGIT AV

VIDENSKAPSSELSKAPET

I KRISTIANIA

1922

I. MATEMATISK-NATURVIDENSKABELIG KLASSE

LIBRARY
NEW YORK
BOTANICAL
GARDEN



KRISTIANIA
I KOMMISSION HOS JACOB DYBWAD

A. W. BRØGGERS BOKTRYKKERI A/S

1923

XS
K7
1922

Indhold.

		Side
No. 1.	W. C. Brøgger, Th. Vogt, J. Schetelig. Die Mineralien der südnorwegischen Granitpegmatitgänge. II. Silikate der seltenen Erden (Y-Reihe und Ce-Reihe). (Mit 25 Textfiguren und 15 Tafeln)	1—151
" 2.	Edgar B. Schieldrop. Sur une classification des accélérations avec applications aux théorèmes généraux	1— 51
" 3.	L. Vegard. Die Anordnung und Größe der Atome in den wasserfreien Nitraten der Erdalkalimetalle und in damit isomorphen Verbindungen. (Mit 7 Fig. im Text und 1 Tafel)	1— 21
" 4.	S. Holth and O. Berner. Miosis congenita seu Microcoria familiaris — ex aplasia musculi dilatatoris pupillae. (With 8 plates and 3 figures in the text)	1— 28
" 5.	Fridtjof Økland. Arionidae of Norway. (With 46 figures in the text, 5 maps and 1 plate)	1—62
" 6.	Paul Løyning. Nudibranchfaunaen i Drøbakundet. I. Fam. <i>Aeolididae</i> . (Med 69 tekstfig., 1 kart, 4 pl. og English summary)	1—103
" 7.	Henrik Palmstrøm. Om Galtons funktion og korrelationsbegrepet. (Med 6 tekstfigurer)	1— 25
" 8.	L. Vegard. Die Verwandtschaftsverhältnisse der Elemente im Licht moderner Atomtheorie. (Mit 7 Figuren im Text)	1— 24
" 9.	T. Munster. Om nogle Haliplider (<i>Coleoptera</i>). (With an English summary)	1— 16
" 10.	V.M. Goldschmidt. Stammetypen der Eruptivgesteine. (Mit 4 Textfiguren)	1— 12
" 11.	V.M. Goldschmidt. Der Stoffwechsel der Erde. (Mit 2 Textfiguren) .	1— 25
" 12.	Almar Næss. Remarks concerning an invariant property of the notion of a dyadic	1— 7
" 13.	Almar Næss. On a special polyadic of order $n-p$ which can be derived from any p independent vectors in an n -dimensional space and which can be regarded as a generalization of the vector product . .	1— 54
" 14.	Trygve Nagel. Vollständige Lösung einiger unbestimmten Gleichungen dritten Grades	1— 13
" 15.	Rolf Nordhagen. Botaniske notiser I—II. (Med 5 illustrationer i teksten og Deutsches Resumé)	1— 16
" 16.	L. Vegard. Die Lage der Atome in den optisch aktiven Kristallen NaClO_3 und NaBiO_3 . (Mit 8 Textfiguren und 1 Tafel)	1— 16

DIE MINERALIEN DER SÜDNORWEGISCHEN GRANIT- PEGMATITGÄNGE

II. SILIKATE DER SELTENEN ERDEN (Y-REIHE UND Ce-REIHE)

VON
W. C. BRØGGER, TH. VOGT,
J. SCHETELIG

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 1)

UTGIT FOR FRIDTJOF NANSENS FOND

KRISTIANIA
IN KOMMISSION BEI JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i den mat.-naturv. klasses møte den 3dje mars 1922.

INHALT.

	Seite
W. C. BROGGER: Vorwort	V— VI
Hellandit (mit Fig. 1 und Tafeln I—VI).....	1— 16
TH. VOGT: Thalenit (mit Fig. 2—5 und Tafeln VII—IX)	17— 47
J. SCHEDELIG: Thortveitit (mit Fig. 6—11 und Tafeln X—XIII).....	49— 87
— Gadolinit (mit Fig. 12—23 und Tafeln XIV—XV).....	88—123
— Kainosit	124—127
— Orthit.....	128—138
Anhang:	
J. SCHEDELIG: Ergänzungen zum Band I. Niobate, Tantalate, Titanate und Titano- niobate (mit 2 Textfiguren).....	139—148



VORWORT.

Als ich 1906 den ersten Band der Serie: „Die Mineralien der süd-norwegischen Granitpegmatitgänge“ publizierte, hoffte ich eine Fortsetzung derselben mit einem zweiten Band, über die Silikate und Phosphate der seltenen Erdmetalle (der Y-Reihe und der Ce-Reihe), recht bald fertig zu bringen. Unmittelbar nach der Publikation des ersten Bandes der beabsichtigten Serie wurde aber meine Zeit infolge amtlicher Pflichten als Rektor der Universität und nachher als Direktor des mineralogisch-geologischen Museums (infolge der Aufführung eines neuen Gebäudes für seine Sammlungen und des Umziehens in diesen Neubau) durch viele Jahre so stark aufgenommen, daß mir für zeitraubende mineralogische Untersuchungen kein Otium übrig blieb. Und später wurde eine Fortsetzung der genannten Serie während mehrerer Jahre, teils durch stark herabgesetzte Gesundheit, teils durch andere wissenschaftliche Arbeiten erschwert, namentlich aber weil es mir in diesen Jahren notwendig schien, norwegischer Wissenschaft die nötige ökonomische Grundlage zu schaffen.

Ich hatte zwar schon 1913 eine Untersuchung einer größeren Anzahl von neu erworbenen Krystallen des 1903 und 1906 von mir beschriebenen Hellandits von Kragerö ziemlich fertig gemacht und hatte auch eine Untersuchung des Cergadolinites von Fyrisdal angefangen. Ein Abschließen der Durchmusterung der zahlreichen anderen norwegischen Vorkommen von Gadolinit, von Orthit etc. schien mir aber dennoch in absehbarer Zeit nicht leicht zu erreichen, und es schien mir unter diesen Umständen kaum mehr möglich, eine Fortsetzung der Untersuchung des großen, durch viele Jahre eingesammelten Materiales von seltenen Mineralien der norwegischen Granitpegmatitgänge allein durchzuführen.

Um unter diesen Umständen eine Fortsetzung der 1906 angefangenen Publikationsserie zu ermöglichen, hatte ich deshalb schon vor einigen Jahren meinem jüngeren Kollegen und Nachfolger als Direktor des mineralogisch-geologischen Museums, Herrn Professor J. SCHETELIG, das vorliegende bedeutende Material desselben von Gadolinit und Orthit zur Untersuchung übergeben. Selbst hatte er ferner ein großes Material des von ihm beschriebenen merkwürdigen Scandiumminerals: *Thortveitit* eingesammelt und untersucht.

Unterdessen war auch von Herrn Statsgeologen THOROLF VOGT ein neues ausgezeichnetes Vorkommen von Krystallen des früher nur unvollständig bekannten Yttriumsilikates *Thalenit* entdeckt und von ihm bearbeitet.

Um ein weiteres Aufschieben der Fortsetzung der schon 1906 angefangenen Publikationsserie über seltene Mineralien der norwegischen Granitpegmatitgänge zu entgehen, schien es dann zweckmäßig, die oben genannten Untersuchungen über verschiedene Silikate von Scandium, sowie von den Metallen der Y-Reihe und der Ce-Reihe in einem zweiten Band dieser Serie zusammenzufassen. Daß der betreffende Thalenit aus einem nordnorwegischen, nicht aus einem südnorwegischen Granitpegmatit herkommt, schien kein genügender Grund zum Ausschließen desselben, um so mehr da dies Mineral aus südschandinavischen Pegmatitgängen (Österby in Dalarne, Askagen in Värmland) früher bekannt ist.

Den Untersuchungen der oben erwähnten Silikate von Metallen der Y-Reihe hat J. SCHEDELIG auch eine Notiz über den *Kainosit* beigefügt. Da die Y-haltenden Tantalate und Niobate (Yttrotantalit und Samarskit; Euxenit und Polykras; Blomstrandin und Priorit; Fergusonit) schon im ersten Band dieser Serie ausführlich besprochen wurden, sind somit von Y-reichen Mineralien aus den norwegischen Granitpegmatitgängen nur die Y-haltenden Titanite, der Yttrifluorit und der Xenotim übrig; sie sollen in einem dritten Band erwähnt werden.

Als Anhang sind schließlich von J. SCHEDELIG einige ergänzende Bemerkungen über neue Vorkommen etc. der im ersten Band erwähnten Mineralien hinzugefügt.

Kristiania 26. Juni 1922.

W. C. Brögger.

HELLANDIT. BRØGGER

VON

W. C. BRØGGER

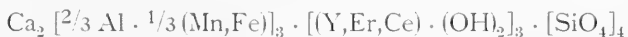
MIT FIG. 1 UND TAFELN I—VI

NEUE BEOBACHTUNGEN ÜBER DIE KRYSTALL- FORMEN DES HELLANDITS

Der Hellandit wurde zuerst 1903 in einer vorläufigen Mitteilung auf Grundlage eines noch ziemlich spärlichen Materials beschrieben.¹ Ausführlichere Untersuchungen an reichlicherem Material wurden in einer vollständigeren Abhandlung im Jahre 1906 publiziert.²

Nach der Publikation dieser Abhandlung gelang es mir doch für die Mineraliensammlung der Universität ein neues, sehr bedeutendes Material von mehr als 200 Einzelkrystallen und Handstücken zu erwerben, die eine wesentliche Ergänzung der Kenntnis des bis jetzt nur aus zwei Pegmatitgängen in der Umgegend von Kragerö bekannten interessanten Minerals erlaubten. Dieses Material wurde durch eine genaue Durchmusterung der Schutthalde, die während des Abbaus des Pegmatitganges von Lindvikskollen unterhalb des Abhanges angehäuft war, eingesammelt; da die Hellandit führende Partie des Ganges angeblich vollständig ausgebeutet ist, dürfte neues Material aus dem Vorkommen kaum mehr zu erwarten sein.

Das Vorkommen und die Paragenesis der mit dem Hellandit zusammen auftretenden Mineralien (außer den Hauptmineralien des Pegmatitganges: *Turmalin*, *Fluorapatit*, große bootförmige Zwillinge von Yttrium haltendem *Titanit*, *Phenakit*, *Thorit*, *Zirkon* und *Orthit*) wurden schon in meiner früheren Abhandlung (1906) näher erwähnt. Auch die physikalischen und chemischen Verhältnisse des Hellandits wurden in dieser näher besprochen. Die unten mitgeteilten neuen Beobachtungen sollen deshalb auf ergänzende Mitteilungen über die Krystallformen, und namentlich über die Zwillingbildungen des Hellandits beschränkt sein. Auf die frühere Abhandlung hinweisend, soll hier nur daran erinnert werden, daß der frische Hellandit wahrscheinlich ungefähr die folgende Zusammensetzung haben dürfte:



Die aus der besten Analyse (nach Reduktion des H₂O-Gehaltes) hervorgehende wahrscheinliche chemische Zusammensetzung wäre wie früher mitgeteilt, etwa:

1 W. C. BRÖGGER. „Über den Hellandit, ein neues Mineral“. *Nyt Mag. f. Naturvid. B.* 41, S. 213—221. (1903).

2 W. C. BRÖGGER. „Hellandit von Lindvikskollen bei Kragerö, Norwegen.“ *Zeitsch. f. Kryst. & Min. B.* XLII, S. 417—439. Mit einer Tafel (1906).

SiO ₂	24.18	
Al ₂ O ₃	10.59	
Fe ₂ O ₃	2.80	} 9.25
Mn ₂ O ₃	6.45	
Ce ₂ O ₃	1.10	} 39.02
Y ₂ O ₃	21.06	
Er ₂ O ₃	16.86	
ThO ₂	0.68	} 11.50
CaO	10.71	
MgO	0.11	
H ₂ O	5.46	
	100.00	

Härte bei dem frischen Hellandit 7.55 *Sp. Gew.* bei dem frischesten Hellandit wenigstens 3.70.

Die Umwandlung des Hellandits in eine amorphe, wasserreichere braune Substanz, und schließlich in eine fast reinweiße oder gelblich weiße, erdige weiche Masse wurde früher ausführlich beschrieben. Durch eine von Herrn Ingeniör L. THOMASSEN im Mineralogischen Institut (Direktor V. M. GOLDSCHMIDT) ausgeführte röntgenspektrographische Analyse des weißen Endprodukts der Hellanditumwandlung wurden die folgenden Metalle der seltenen Erden nachgewiesen: Yttrium, Cassiopeium, Aldebaranium, Erbium, Holmium, Terbium, Gadolinium, Samarium.

In einem ungewöhnlich großen, unten näher beschriebenen Zwilling (Fig. 2, Pl. IV) wurde im Kern desselben eine ganz kleine Partie von wahrscheinlich vollkommen frischem Hellandit entdeckt; dieselbe zeigt *graue* Farbe und *Glasglanz*, und deutliche Spuren einer Spaltbarkeit nach {001}. Die Quantität dieser frischen Substanz ist leider viel zu gering um bei Aufopferung des schönen Krystalls einer Analyse zu genügen.

Im Ganzen sind am Hellandit bis jetzt folgende einzelne Krystallformen bestimmt:

$$\begin{array}{llllll}
 c = \{001\} & l = \{120\} & n = \{320\} & x = \{\bar{1}01\} & k = \{203\} & o = \{011\} \\
 a = \{100\} & m = \{110\} & r = \{\bar{1}03\} & e = \{\bar{2}01\} & h = \{101\} & p = \{\bar{1}22\} \\
 b = \{010\} & g = \{540\} & d = \{\bar{1}02\} & t = \{205\} & q = \{301\} & s = \{\bar{3}22\}
 \end{array}$$

Das Achsenverhältniss wurde schon früher bestimmt; ich habe durch neue Messungen versucht, dasselbe wenn möglich noch genauer zu bestimmen, es zeigte sich aber, daß jeder Versuch einer Verbesserung derselben zu Resultaten führte, welche mit dem vorliegenden gesammten Material von guten Messungen weniger gut übereinstimmend waren. Namentlich zeigte sich größere Annäherung des Winkels { $\bar{1}03$ } : {100} an 90° durch die versuchten neuen Berechnungen wenig wahrscheinlich. Ich führe deshalb das früher gefundene Achsenverhältnis:

$$a : b : c = 2.0646 : 1 : 2.1507; \beta = 109^{\circ} 45'$$

als das wahrscheinlich annähernd richtige unverändert auf.

Die folgende Tabelle giebt die wichtigsten berechneten und gemessenen Winkel an.

	Berechnet	Gemessen
$l : l' = (120) : (\bar{1}20)$	$151^{\circ} 8'$	—
$l : b = (120) : (010)$	$14^{\circ} 26'$	$14^{\circ} 25'$
$l : a = (120) : (100)$	$75^{\circ} 34'$	—
$m : m' = (110) : (\bar{1}\bar{1}0)$	$125^{\circ} 32'$	$125^{\circ} - 126^{\circ}$
$m : m' = (110) : (\bar{1}10)$	$54^{\circ} 28'$	$54^{\circ} 30'$
$m : b = (110) : (010)$	$27^{\circ} 14'$	—
$m : a = (110) : (100)$	$62^{\circ} 46'$	$62^{\circ} 22'$
$g : g = (540) : (\bar{5}\bar{4}0)$	$114^{\circ} 41'$	—
$g : b = (540) : (010)$	$32^{\circ} 39\frac{1}{2}'$	$32^{\circ} 20'$
$g : a = (540) : (100)$	$57^{\circ} 20\frac{1}{2}'$	$57^{\circ} 40'$
$n : n = (320) : (\bar{3}20)$	$104^{\circ} 40'$	$104^{\circ} 40'$
$n : b = (320) : (010)$	$*37^{\circ} 40'$	$*37^{\circ} 40'$
$n : a = (320) : (100)$	$52^{\circ} 20'$	$52^{\circ} 20'$
$q : a = (301) : (100)$	$15^{\circ} 12'$	$15^{\circ} 0' - 15^{\circ} 20'$
$h : a = (101) : (100)$	$34^{\circ} 28'$	$34^{\circ} - 35^{\circ}$
$k : a = (203) : (100)$	$42^{\circ} 24'$	ca. $42\frac{1}{2}^{\circ}$
$t : a = (205) : (100)$	$50^{\circ} 54'$	ca. 51°
$c : a = (001) : (100)$	$70^{\circ} 15'$	$70^{\circ} 25'$
$r : a' = (\bar{1}03) : (\bar{1}00)$	$89^{\circ} 26'$	ca. $89\frac{1}{2}^{\circ}$
$d : a' = (\bar{1}02) : (\bar{1}00)$	$79^{\circ} 0'$	79°
$x : a' = (\bar{1}01) : (\bar{1}00)$	$53^{\circ} 13'$	$53^{\circ} 20'$
$e : a' = (\bar{2}01) : (\bar{1}00)$	$*28^{\circ} 20'$	$*28^{\circ} 20'$
$o : b = (011) : (010)$	$26^{\circ} 13\frac{1}{2}'$	$26^{\circ} 20'$
$o : o = (011) : (0\bar{1}1)$	$127^{\circ} 33'$	$127^{\circ} 30'$
$o : m = (011) : (110)$	$29^{\circ} 58\frac{1}{2}'$	—
$o : m' = (011) : (\bar{1}10)$	$46^{\circ} 12\frac{1}{2}'$	ca. 47°
$o : n = (011) : (320)$	$36^{\circ} 44\frac{1}{2}'$	37°
$o : n' = (011) : (\bar{3}20)$	$51^{\circ} 46'$	$51^{\circ} 40'$
$e : n' = (\bar{2}01) : (\bar{3}20)$	$57^{\circ} 27'$	$57^{\circ} 16'$
$p : b = (\bar{1}22) : (010)$	$24^{\circ} 14\frac{1}{2}'$	ca. $24\frac{1}{2}^{\circ}$
$p : a = (\bar{1}22) : (100)$	$94^{\circ} 31'$	—
$p : d = (\bar{1}22) : (\bar{1}02)$	$65^{\circ} 45\frac{1}{2}'$	—
$p : m' = (\bar{1}22) : (\bar{1}10)$	$33^{\circ} 3'$	ca. 33
$p : n' = (\bar{1}22) : (\bar{3}20)$	$40^{\circ} 44'$	41
$s : b = (\bar{3}22) : (010)$	$37^{\circ} 40'$	ca. 38
$a^I : a^{II} = (\bar{1}00)^I : (\bar{1}00)^{II}$	$*39^{\circ} 30'$	$*39^{\circ} 30'$

Die Form $p = \{\bar{1}22\}$ wurde aus den Zonen $[(011) : (100)]$ und $[(010) : (\bar{1}02)]$ bestimmt.

Die Form $s = \{\bar{3}22\}$ wurde durch die Zonen $[(\bar{1}20) : (\bar{1}01)]$ und $[(011) : (\bar{1}00)]$ bestimmt; sie liegt auch in der Zone $[(001) : \bar{3}20]$.

Der ebene Kantenwinkel $[(\bar{1}02):(\bar{1}01)]:[(\bar{3}22):(\bar{1}01)]$ wurde $\approx 77^{\circ}44'$ berechnet und u. d. M. zu etwa 77° gemessen.

Die Ausbildung der Hellanditkrystalle ist ganz vorherrschend bestimmt durch zwei Hauptzonen: derjenigen der Vertikalachse und derjenigen der Symmetrieachse; eine untergeordnete Rolle spielt außerdem die Zone $[(011):(\bar{1}22)]$.

In der Vertikalzone sind bald die Flächen von $\{320\}$, bald die Flächen der Pinakoide $\{100\}$ und $\{010\}$ oder eines derselben für den Krystalltypus bestimmend; außerdem macht sich in dieser Zone die größere oder geringere Verlängerung der Krystalle nach der Vertikalachse geltend.

In der Zone der Symmetrieachse sind entweder die Flächen von $\{301\}$ und $\{201\}$ vorherrschend, oder die Flächen von $\{\bar{1}03\}$ und $\{\bar{1}02\}$; das Vorherrschen der ersteren, bei Zurücktreten der letzteren, bedingt eine keilförmige Zuschärfung der Krystallenden (siehe Fig. 1, Pl. I); das Vorherrschen von $\{\bar{1}03\}$ (mit oder ohne $\{\bar{1}02\}$), in Verbindung mit Vorherrschen der Pinakoide $\{100\}$ und $\{010\}$ in der Vertikalzone bedingt die Ausbildung kürzerer oder längerer vierseitiger, am Ende ungefähr gerade abgeschnittener Prismen, mit nur unbedeutenden Kantenabstumpfung durch andere Flächen (siehe z. B. Fig. 9, Pl. III).

Zwischen den beiden in Fig. 1, Pl. I und in Fig. 9, Pl. III dargestellten extremen Typen von Einzelkrystallen des Hellandits finden sich nun alle mögliche Übergänge. Einige derartige Zwischentypen, — bei denen in der Vertikalzone außer $\{320\}$ und den Pinakoiden $\{100\}$ und $\{010\}$ auch $\{110\}$ und bisweilen $\{120\}$ (und sehr selten $\{540\}$), und in der Zone der Symmetrieachse außer $\{301\}$ und $\{201\}$ samt $\{\bar{1}03\}$ auch $\{\bar{1}02\}$ und $\{\bar{1}0\bar{1}\}$ auftreten — sind in den Figuren 2, 3, 4 Pl. I, samt in den nach Photographien in natürlicher Größe reproduzierten Figuren 1 bis 3 auf der Tafel II dargestellt. Typen wie Fig. 1, Pl. I sind selten, und nur in kleinen Krystallen beobachtet. Auch der Fig. 9, Pl. III dargestellte Typus ist selten; ein Beispiel ist in dem großen unten in Fig. 1 nach Photographie in natürlicher Größe reproduzierten Krystall dargestellt. Die allgemeinsten Typen sind die Zwischentypen; eine an Fig. 1 Pl. II in natürlicher Größe nach einer Photographie abgebildete Stufe mit einer Anzahl beisammen auftretender Krystalle veranschaulicht ihr Vorkommen. Die in den Figuren 5 und 6 Pl. I dargestellten Typen wurden schon in der früheren Abhandlung eingehend erwähnt.

Einen seltenen Typus zeigt der in Fig. 4, Pl. III (in Projektion auf $\{010\}$) und in Fig. 5, Pl. III (in Projektion auf $\{0\bar{1}0\}$) im Maßstab $\frac{3}{4}$ abgezeichnete dicktafelige Krystall. Vorherrschend sind bei demselben in der Vertikalzone die Flächen $\{010\}$ und $\{100\}$, daneben treten $\{320\}$ und $\{110\}$ auf. In der Zone $[(100):(001)]$ finden sich oben vorn (und unten hinten) die Formen $\{101\}$, $\{203\}$ und $\{001\}$, — oben hinten (und unten vorn): $\{\bar{1}02\}$, $\{\bar{2}01\}$. Als Abstumpfung der Zone $[(010):(\bar{1}02)]$ tritt $\{\bar{1}22\}$ auf, und als Abstumpfung der Zone $[(010):(001)]$ Flächen von $\{011\}$, wobei $\{\bar{1}22\}$ und $\{011\}$ in häufiger Wechselung eine zonare Flächenstreifung

hervorbringen. Auf der Hinterseite des größeren Krystalls (siehe Fig. 5.) ist ein ganz kleines Individuum (mit denselben Flächen als diejenigen des großen) in Zwillingstellung nach $\{100\}$ angewachsen; die Verwachsungsfläche scheint ganz unregelmäßig zu sein.

Die Form $\{101\}$ ist übrigens auch an verschiedenen anderen Krystallen beobachtet, so z. B. an dem Fig. 7, Pl. IV (im Maßstab $\frac{2}{1}$) dargestellten Zwilling nach $\{001\}$, hier doch nicht sicher bestimmt.

Die Basis $\{001\}$ ist zwar verhältnismäßig selten als Krystallfläche auftretend, ist jedoch an einer Anzahl Krystalle beobachtet, gewöhnlich doch in untergeordneter Ausbildung (siehe z. B. Fig. 4 & 5, Pl. III, Fig. 2, Pl. VI). An dem kleinen (in dreifacher Vergrößerung) in Fig. 1, 2 und 3 Pl. III dargestellten, ausgezeichnet scharf ausgebildeten Krystall tritt unten eine sehr große, vollkommen ebene Fläche $(00\bar{1})$ auf, was dem Krystall einen hemimorphen Typus verleiht. Es dürfte jedoch sehr wahrscheinlich sein, daß diese große Basisfläche in der Tat eine Verwachsungsfläche eines Zwillings nach $\{001\}$ darstellt, von dem nur die eine Hälfte erhalten wurde. Die Basisfläche scheint überhaupt bei Zwillingen nach $\{001\}$ auch als Krystallfläche verhältnismäßig häufig (siehe Fig. 1 und 7, Pl. IV und Fig. 2, Pl. VI).

Was die Formen der vertikalen Prismenzone betrifft, dann war das Prisma $\{120\}$ früher nur an einem einzelnen Krystall (von einem zweiten, unbekanntem Gang in der Nähe des Hellanditvorkommens von Lindvikollen) bekannt (siehe Fig. 6, Pl. I); es ist jetzt auch an einer Anzahl Krystalle des Hauptvorkommens als schmale Abstumpfung der Kante $\{010\}:\{110\}$ beobachtet (siehe z. B. Fig. 1 & 2, Pl. VI).

Was die Formen außerhalb der beiden Hauptzonen betrifft, ist namentlich zu bemerken, daß die Flächen von $\{011\}$ nur selten vollständig fehlen, und bisweilen als ganz große ebene Flächen auftreten, die scharfe Messungen erlaubten. Recht häufig sind auch die aus den Zonen: $[(010):\{100\}]$ und $[(010):\{102\}]$ bestimmten Flächen von $\{\bar{1}22\}$. Sehr häufig treten die Flächen von $\{011\}$ und $\{\bar{1}22\}$ in schnellem Wechseln auf, entweder infolge einer Kombinationsstreifung oder z. T. auch infolge rasch wechselnder Zwillinglamellierung nach $\{100\}$. An einem einzigen Krystall wurden in der Zone $[(011):\{100\}]$ auch Flächen der oben erwähnten Form $\{\bar{3}22\}$ beobachtet.



Fig. 1. Großer Hellanditkrystall $\frac{1}{1}$. Links $(\bar{1}00)$, dunkel; rechts $(0\bar{1}0)$ und $(\bar{3}20)$; oben (201) , $(\bar{1}02)$ und $(\bar{1}03)$, (groß).

Die Zwillingsgesetze des Hellandits.

1. Zwillinge nach $\{100\}$.

Dies Zwillingsgesetz ist bei dem Hellandit so allgemein verbreitet, daß Hellanditkrystalle ohne eingelagerte Lamellen in Zwillingstellung nach $\{100\}$ jedenfalls sehr selten sein dürften.

Zwillinge nach diesem Gesetz mit der früher dargestellten, vollkommen symmetrischen Ausbildung beider Individuen, so daß der Zwilling einem rhombischen Einzelkrystall ähnlich ist (siehe Fig. 9, Pl. I, nach der Fig. 5, Tab. V meiner früheren Abhandlung reproduziert) sind nicht selten; das frei ausragende Ende aufgewachsener prismatischer Zwillinge zeigt dann teils die an der Fig. 9, Pl. I, dargestellte Kombination mit den Flächen von $\{\bar{2}01\}$, $\{\bar{1}01\}$ und $\{\bar{1}03\}$ samt $\{011\}$ am freien Ende, teils auch die Kombination $\{301\}$ und $\{\bar{1}03\}$ am Ende vorherrschend. Auch *Durchkreuzungszwillinge* nach $\{100\}$ mit vorherrschenden Flächen von $\{\bar{2}01\}$ und $\{\bar{1}02\}$ etc. an *beiden* Enden sind nicht ganz selten beobachtet (siehe z. B. Fig. 6, Pl. IV eines in Maßstab $\frac{1}{2}$ in Projektion auf $\{010\}$ dargestellten Zwillings).

Bemerkenswert ist nun ferner, daß Krystalle, die ganz vorherrschend als ein Einzelindividuum ausgebildet sind, (mit herrschender Fläche von $\{\bar{1}03\}$ am Ende, neben $\{301\}$ vorn und $\{\bar{1}02\}$, $\{\bar{1}01\}$ und $\{\bar{2}01\}$ hinten), ungewöhnlich häufig als Abstumpfung der Kante $(\bar{1}03):301$ eine Fläche von $\{20\bar{1}\}^{\text{II}}$ einer eingeschalteten dünnen Lamelle eines zweiten Individuums in Zwillingstellung nach $\{100\}$ zeigen. Diese eingeschaltene Zwillinglamelle, durch die Fläche $\{20\bar{1}\}^{\text{II}}$ gekennzeichnet, ist so häufig, daß ich zuerst dazu geneigt war, diese als eine Fläche von $\{302\}$ des Hauptindividuums zu deuten. Der Winkel $(302):(100)$ ist berechnet zu $26^{\circ}21'$, und ist somit nicht allzu verschieden von dem Winkel $(20\bar{1})^{\text{II}}:(100)^{\text{I}} = 28^{\circ}20'$; der Unterschied, etwa 2, ist nicht größer, als daß er bei der notwendiger Weise unvollkommenen Messung mit Handgoniometer vollkommen erklärlich wäre. Die genauere Beobachtung einer größeren Anzahl von Beispielen dieses Vorkommens zeigte nun aber, daß das Auftreten der zuerst angenommenen Form $\{302\}$ fast regelmäßig von der Fläche $\{301\}$ durch eine zwischen denselben eingeschobene Fläche $\{100\}$, und häufig auch durch eine kleine Fläche von $(301)^{\text{II}}$ (die mit $(301)^{\text{I}}$ einen einspringenden Winkel bildet) getrennt ist; häufig konnte auch außer einer Fläche $\{011\}^{\text{I}}$ auch eine Fläche $\{01\bar{1}\}^{\text{II}}$ in Zwillingstellung mit einspringendem Winkel von einer der Zwillinglamelle entsprechenden Breite beobachtet werden. Es ist demnach hier nur eine sehr häufige Zwillinglamellierung nach $\{100\}$ eben an der Kante zwischen $\{\bar{1}03\}$ und $\{100\}$, und nicht eine besondere, sonst nicht beobachtete Form $\{302\}$ anzunehmen. Ein derartiger Zwilling, bei welchem die eingeschaltene Lamelle des Individuums II jedoch ungewöhnlich dick ist, ist in den Figuren 7 und 8, Pl. I (Fig. 8 in Seitenprojektion auf $\{010\}$) dargestellt.

In ähnlicher Weise, wie die zuerst angenommene Form $\{302\}$ in der Tat als eine Fläche von $\{20\bar{1}\}$ einer eingeschalteten Zwillinglamelle nach $\{100\}$ zu erklären ist, lassen sich in anderen Fällen auch Flächen einer Form $\{205\}$ in der Tat als die ordinäre Form $\{10\bar{1}\}$ einer in ähnlicher Weise eingeschalteten dünnen Zwillinglamelle nach $\{100\}$ deuten. Die Winkel $\{100\} : \{205\} = 50^\circ 54'$ und $\{100\}^I : \{10\bar{1}\}^{II} = 53^\circ 13'$ sind nur um $2^\circ 19'$ verschieden, ein Unterschied, welcher bei schmalen nicht spiegelnden Flächen nicht sicher meßbar ist. Das Auftreten einer schmalen Fläche von $\{100\}$ zwischen der zweifelhaften Fläche und $\{301\}$ spricht dann für die Auffassung derselben als $\{10\bar{1}\}$ einer eingeschalteten Zwillinglamelle, eher als für die Annahme der Form $\{205\}$. So ist z. B. der Fall bei dem an Fig. 5, Pl. V dargestellten Zwilling nach $\{305\}$. In anderen Fällen (Fig. 5, Pl. I und Fig. 5, Pl. IV) muß aber eine Form $\{205\}$ angenommen werden.

Bei dem Zwillingsgesetz nach $\{100\}$ ist bei weitem vorherrschend die Zwillingfläche gleichzeitig auch die Verwachsungsfläche. Ausnahmen sind jedoch nicht ganz selten, indem die Verwachsungsfläche teils z. B. annähernd eine Fläche $\{010\}$ sein kann, oder in anderen Fällen ganz unregelmäßig ist. Figur 5, Pl. III zeigt z. B. ein kleines Zwillingindividuum II, seitlich an einem großen Hauptindividuum angewachsen (siehe oben S. 7).

Ein nach der c-Achse ganz kurzer Durchkreuzungszwilling nach $\{100\}$ ist in Fig. 6, Pl. IV in Projektion auf $\{010\}$ dargestellt.

2. Zwillinge nach $\{001\}$.

Im ganzen habe ich etwa ein Dutzend Exemplare von Zwillingen und Zwillingkomplexen nach diesem Gesetz beobachtet. Ihre Ausbildung kann recht verschiedenartig sein. Einige der größten Zwillinge dieser Art zeigen den in Fig. 7 und Fig. 6 (Projektion auf $\{010\}$) Pl. III dargestellten Typus (reproduziert nach den Fig. 7 & 8, Taf. V. l. c.) mit der gewöhnlichen prismatischen Ausbildung der nach der c-Achse verlängerten Einzelindividuen, und somit mit dem Typus knieförmig gebogener Zwillinge, mit vorn auspringenden und hinten einspringenden Winkeln der Flächen von $\{100\}$, $\{110\}$, $\{320\}$ etc.

Häufiger sind jedoch die beiden mit der Zwillingsebene verwachsenen Einzelindividuen *nach der Vertikalachse stark verkürzt*. Die herrschenden Formen sind dabei erstens die Flächen der Symmetrieebene $\{010\}$, nach welcher diese Zwillinge dann meistens dicktafelig ausgebildet sind, (*indem die Flächen $\{010\}$ beider Individuen in einer Ebene liegen*), oben und unten die Flächen von $\{\bar{1}02\}$, die den Zwilling mit einem Winkel von $61^\circ 30'$ ($118^\circ 30'$) keilförmig zuschärfen, während die Flächen von $\{\bar{1}01\}$ und $\{201\}$ gewöhnlich nur wenig ausgebildet sind und stumpfe Winkel bilden: $(\bar{1}01)^I : (10\bar{1})^{II} = 66^\circ 56'$ ($113^\circ 4'$), und $(201)^I : (20\bar{1})^{II} = 17^\circ 10'$ ($162^\circ 50'$). Bisweilen

treten auch Flächen von $\{\bar{1}0\bar{3}\}$ auf. Nach vorn bilden gewöhnlich die Flächen von $\{100\}$ die herrschende Begrenzung, mit dem ausspringenden Winkel $\{100\}^I : \{100\}^{II} = 39^\circ 30' (140^\circ 30')$. In idealer Ausbildung ist ein derartiger Zwilling in Projektion auf $\{010\}$ in Fig. 3, Pl. IV dargestellt. In dem Fig. 7, Pl. IV in Projektion auf $\{010\}$ dargestellten Zwilling (wie auch an einem zweiten Zwilling desselben Gesetzes) tritt eine große Fläche der sonst seltenen Form $\{101\}$, sowie auch eine Fläche $\{00\bar{1}\}$ auf.

Eine interessante Ausbildung dieses Zwillingsgesetzes zeigt der in natürlicher Größe in Fig. 2, Pl. IV (in Projektion auf $\{010\}$) dargestellte schöne Doppelzwilling, nach den beiden Gesetzen: Zwillingsebene $\{100\}$, und Zwillingsebene $\{001\}$. Dies Zwillingskomplex war beim Ausminieren des Gesteins, worin er eingewachsen gewesen war, in zwei Hälften zerteilt geworden, indem die Verwachsungsfläche $\{001\}$ teilweise eine leichte Trennung erlaubt hatte, und ihre Zusammengehörigkeit wurde erst nachträglich entdeckt; eine derartige leichte Zertrennung nach der als Verwachsungsebene dienenden Zwillingsebene $\{001\}$, wurde auch an anderen Hellanditzwillingen beobachtet. (Wahrscheinlich ist, wie oben erwähnt, z. B. auch der in den Figuren 1, 2 und 3, Pl. III (im Maßstab $\frac{3}{4}$) abgezeichnete ausgezeichnete Hellanditkrystall nur die Hälfte eines Zwillinges nach $\{001\}$). Das in Fig. 2, Pl. IV dargestellte Zwillingskomplex zeigt ungewöhnlich scharfe, ebene Krystallflächen, und erlaubte somit seiner Größe wegen ganz genaue Messungen mit dem Handgoniometer; es bildet eine dicke Tafel nach $\{010\}$. Es ist, wie man aus der Figur sieht, ein *Vierling*, wobei I B mit I A einen Zwilling, nach $\{100\}$, und II A mit I A einen Zwilling nach $\{001\}$ bildet; II B, welcher mit II A nach $\{100\}$ verzwillingt ist, ist nun, wie man sieht, über die Grenzen der Fortsetzung von $\{00\bar{1}\}^I$ gewachsen und somit hier gegen I B mit einer Fläche angrenzend, die annähernd die Lage einer Form $\{201\}$ hat. Der spitze wahre Winkel der Orthopinakoiden von I B und von II B ist dabei $= 39^\circ 30'$, und der Winkel $\{10\bar{3}\}$ von II B : $\{10\bar{3}\}$ von I B ist $= 38^\circ 22' (141^\circ 38')$; von einer Zwillingbildung nach $\{201\}$ ist jedoch hier keine Rede, die genannten Winkel würden bei einem derartigen Gesetz auch um 3° abweichende Werte gegeben haben.

Einen etwas verschiedenen Doppelzwilling nach $\{001\}$ und $\{100\}$ bildet das in den Figuren 4 und 5, Pl. IV (in Projektion auf $\{010\}$ und $\{0\bar{1}0\}$) im Maßstab etwa $\frac{5}{2}$ dargestellte Komplex. Ein größeres Individuum I ist hier mit einem Individuum II A in Zwillingstellung nach $\{001\}$ verwachsen; eine stufenweise Einschaltung von einer Fläche $\{10\bar{3}\}$ zwischen zwei Flächen von $\{10\bar{2}\}$ an diesen deuten vielleicht eine Zwillinglamellierung von II A nach $\{100\}$ an; auch das Auftreten einer großen, scharfen Fläche von $\{20\bar{3}\}$ ist an II A bemerkenswert. II A ist nun wieder nach $\{100\}$ mit einem kleineren Individuum II B verwachsen, welches gegen I mit einer ganz unregelmäßigen Verwachsungsfläche angrenzt.

Auch bei mehreren anderen Hellanditzwillingen nach $\{001\}$ fällt die Verwachsungsfläche nur z. T. mit der Zwillingsebene zusammen, und ist

bisweilen eine ganz unregelmäßige Fläche, wobei auch die Größe und die kristallographische Begrenzung der beiden Einzelindividuen sehr verschieden sein können. Es scheint, wie oben erwähnt, charakteristisch, daß die Basisfläche $\{001\}$, welche sonst beim Hellandit nur relativ selten auftritt, bei den Zwillingen nach dieser Fläche recht oft auch als Krystallfläche vorhanden ist.

Eine recht ideale Ausbildung nach diesem Gesetz scheint das in Fig. 8, Pl. IV (in Projektion auf $\{010\}$) und in Fig. 9, Pl. IV (in Projektion auf einer Fläche senkrecht auf $\{001\}$) im Maßstab etwa $2:1$ dargestellte Bruchstück eines Zwillingen nach $\{001\}$ besessen zu haben; die Verwachsungsfläche ist hier die Zwillingsebene. Bei dem in Fig. 1, Pl. IV im Maßstab $2:1$ dargestellten Zwillings ist an I die Fläche $\{\bar{1}02\}$, an II die Fläche $\{\bar{1}03\}$ in der Zone der Symmetrieachse vorherrschend.

3. Zwillinge nach $\{305\}$.

Diese Zwillinge sind schon beim ersten Anblick sehr charakteristisch zu erkennen, indem *erstens* die Flächen der Symmetrieebene derselben: $\{010\}^I$ und $\{0\bar{1}0\}^{II}$ in einer Ebene liegen, und *zweitens* die Flächen ihrer Orthopinakoide: $\{\bar{1}00\}^I$: $\{100\}^{II}$ der beiden Einzelindividuen jedenfalls sehr angenähert einen rechten Winkel bilden.

Es was zuerst versuchend von der Annahme auszugehen, daß dieser Winkel genau $= 90^\circ$ wäre. Das betreffende Zwillingengesetz hätte unter dieser Annahme in folgender Weise gedeutet werden müssen: „Symmetrieebene der beiden Individuen gemeinsam; die in der Symmetrieebene liegenden Zonenachsen der Vertikalzonen beider Individuen sind senkrecht auf einander.“

Bei einer derartigen Deutung würde aber erstens die gemeinsame Zwillingsebene bei hemitroper Ausbildung (wie in Fig. 1 und Fig. 3, Pl. V) keine mögliche Krystallfläche sein; zweitens würde auch die auf die Zwillingsebene senkrechte Richtung (die Zwillingssachse) keine mögliche Zonenachse sein. Nur die zur Symmetrieebene senkrechte Symmetrieachse b , würde beiden Individuen gemeinsam sein.

Derartige Zwillinge sind bis jetzt nicht bekannt, und es scheint eine solche Deutung dieser Zwillinge deshalb nicht annehmbar. Eine sichere Entscheidung dieser Frage wäre auch nur dann möglich gewesen, wenn es gelungen wäre absolut genaue Messungen des Winkels $\{\bar{1}00\}^I$: $\{100\}^{II}$ zu erreichen; solche ließen sich aber nicht erhalten, da die Flächen sämtlicher dieser Zwillinge, obwohl z. T. sehr eben, doch niemals genügend spiegelnd waren.

An dem in Fig. 3, Pl. V dargestellten Zwillings (im Maßstab etwa $5:2$) wurde jedoch der betreffende Winkel $\{\bar{1}00\}^I$: $\{100\}^{II}$ am drehbaren Tisch u. d. M. ziemlich genau zu 88° bis 89° (für den *einspringenden* wahren Winkel)

gemessen, *somit etwas kleiner als 90*. Ebenso wurde an demselben Zwilling der *ausspringende, wahre* Winkel $(20\bar{1})^I : (201)^{II}$ unten links zu ca. 146° gemessen. Diese Zahlen entsprechen recht nahe den Winkeln, welche die Annahme eines Zwillingsgesetzes: *Zwillingsebene* $\{305\}$ erfordern würde:

	Berechnet	Gemessen
$(\bar{1}00)^I : (100)^{II}$	88 42'	88 bis 89
$(20\bar{1})^I : (201)^{II}$	145 22'	ca. 146

Da außerdem bei den beiden in den Figuren 1 und 3 Pl. V dargestellten Zwillingen die Lage der Verwachsungsebene der beiden Einzelindividuen mit einer Fläche $\{305\}$ übereinstimmt, dürfte es wahrscheinlich sein, daß diese Fläche auch tatsächlich die Zwillingsebene ist.

Die Verwachsungsebene beider Individuen dieser Zwillinge ist übrigens ihrer Lage nach nicht immer mit $\{305\}$ übereinstimmend. In den an den Figuren 2 und 6 Pl. V dargestellten Zwillingen sind dieselben *Durchkreuzungszwillinge*; für den Fig. 6 dargestellten Zwilling könnte man deshalb geneigt sein vielleicht eine Zwillingsebene $(\bar{5}04)$ anzunehmen; dies Gesetz fordert aber für den wahren einspringenden Winkel $(100)^I : (\bar{1}00)^{II} = 88 38'$, und für den Winkel $(\bar{5}04) : (\bar{1}00) = 44 19'$. Hinreichend genaue Messungen ließen sich an dem Fig. 6 dargestellten Zwilling nicht erhalten. Nach dem Gesetz: *Zwillingsebene* $\{305\}$ sollte der *wahre einspringende* Winkel $(100)^I : (100)^{II}$ oben links doch hier $91 18'$ betragen. Obwohl diese Frage nicht durch sichere Messungen entschieden werden konnte, halte ich es nach den oben mitgeteilten Beobachtungen für wahrscheinlich, daß sämtliche Zwillinge mit nahezu senkrechten Einzelindividuen, — ob sie als Berührungszwillinge oder als Durchkreuzungszwillinge ausgebildet sind, — in der Tat als Zwillinge nach $\{305\}$ aufzufassen sind.

Die Verwachsungsfläche der beiden Einzelindividuen dieser Zwillinge ist übrigens zum Teil weder mit der Lage einer Fläche $\{305\}$ noch etwa mit einer Fläche $(\bar{5}04)$ übereinstimmend; siehe z. B. Fig. 5, Pl. V, und Fig. 2, Pl. III.

Im letzten Beispiel ist ein kleiner Krystall II offenbar zuerst auskrystallisiert und nachträglich von einem größeren Krystall I eingeschlossen, wobei der letztere in Zwillingstellung nach $\{305\}$ im Verhältnis zu I orientiert ist; ich muß bemerken, daß die Fläche $(0\bar{1}0)^{II}$ hier nicht absolut parallel $(010)^I$ ist, indem sie eine ganz schwache Neigung gegen $(010)^I$ zeigt, was doch durch eine kleine Druckverschiebung von II, die auch im untersten Teil von I die linke Ecke von $(001)^I$ verschoben hat, erklärt werden kann.

Über die Ausbildung dieses Zwillingsgesetzes bei dem in den Figuren 1 und 2 Pl. VI dargestellten Komplex siehe weiter unten. —

Achtling nach den drei Gesetzen: Zwillings Ebenen

 $\{100\}$, $\{001\}$ und $\{305\}$.

In den Figuren 1 und 2, Pl. VI ist in vierfacher Vergrößerung in Projektion auf $(0\bar{1}0)$ und (010) ein dicktafeliges Zwillingskomplex nach allen drei oben erwähnten Zwillingsgesetzen dargestellt. Die Flächen dieses Komplexes sind sehr scharf und ebenflächig und die erhaltenen Messungen erlaubten deshalb eine genügend sichere Deutung des Baues dieses ungewöhnlich glücklich aus seiner Matrix (Quarz) auspräparierten Viellings.

Von dem als I A bezeichneten Individuum ausgehend sehen wir zuerst, daß derselbe aus zwei genau parallel orientierten und innig verwachsenen Subindividuen aufgebaut ist; das kürzeste von diesen zeigt u. a. zwei ungewöhnlich große, ebene Flächen von (011) und $(0\bar{1}0)$, und zeigt außerdem (an Fig. 2) eine kleine scharfe Fläche von (001) ; sonst sind die auftretenden Formen die gewöhnlichen: $\{010\}$, $\{120\}$, $\{110\}$, $\{320\}$, $\{100\}$; $\{\bar{2}01\}$, $\{\bar{1}01\}$, $\{\bar{1}02\}$, $\bar{1}03\}$.

Das Individuum I A ist nun zuerst nach dem ersten Zwillingsgesetz (Zwillings ebene $\{100\}$) mit einem zweiten Individuum I B verwachsen. Zur Kontrolle wurde der wahre Winkel $(\bar{2}01)^{IA} : (20\bar{1})^{IB}$ sehr scharf gemessen zu $56^{\circ}45'$; berechnet = $56^{\circ}40'$.

Ferner ist I A nach dem zweiten Zwillingsgesetz (Zwillings ebene $\{001\}$) mit einem Individuum II A verwachsen; auch II A besteht, wie man sieht aus zwei Subindividuen, das eine nach der Vertikalachse stark verkürzt (und mit einer kleinen scharfen Fläche von $\{001\}$), das zweite nach der Vertikalachse ausgezogen. Dies letztere Subindividuum von II A ist ferner nach dem ersten Zwillingsgesetz (nach $\{100\}$) mit einem Individuum II B verwachsen. Der ausspringende wahre Winkel $(\bar{2}01)^{IA} : (10\bar{2})^{IIA}$ wurde sehr scharf gemessen zu 112° (berechnet $112^{\circ}12'$).

Das Individuum I B ist nun ferner mit III B nach dem dritten Zwillingsgesetz (Zwillings ebene $\{305\}$) verwachsen. Auch dies Gesetz ließ sich durch eine scharfe Messung bestätigen, indem für den Winkel $(20\bar{1})^{IB} : (10\bar{2})^{IIIB}$ der ausspringende wahre Winkel = $163^{1/2^{\circ}}$ gemessen wurde (siehe Fig. 1, Pl. VI); berechnet = $163^{\circ}38'$.

III B bildet wieder mit III A einen *Durchkreuzungs-Zwilling* nach dem ersten Gesetz, was aus dem Auftreten von $\{\bar{2}01\}$ an beiden Enden sowohl von III A als von III B hervorgeht.

III B bildet nun ferner einen *Berührungszwilling* nach dem zweiten Gesetz (Zwillings ebene $\{001\}$) mit IV B (siehe Fig. 1, Pl. VI); der wahre einspringende Winkel $(\bar{1}00)^{IIIB} : (\bar{1}00)^{IVB}$ wurde u. d. M. gemessen zu 140° bis 141° (berechnet $140^{\circ}30'$). Ein ganz kleines Individuum IV A, unten am Rande des Komplexes ist wieder in Zwillingsstellung nach $\{100\}$ mit IV B verwachsen.

Da I A mit II A in Zwillingsverwachsung nach $\{001\}$, und I B mit III B in Zwillingsverwachsung nach $\{305\}$ verbunden ist, folgt daraus daß IV B ebenfalls mit II nach $\{305\}$ verzwillingt ist.

Im Ganzen besteht das Komplex somit aus 8 verschiedenen Individuen, die nach drei verschiedenen Gesetzen mit einander verzwillingt sind. Die Zwillingspaare nach $\{100\}$, sind dabei z. T. Durchkreuzungszwillinge. Die Größe der einzelnen Individuen des Komplexes ist z. T. sehr verschieden, indem z. B. der Zwilling I mehr als die Hälfte des ganzen Komplexes einnimmt.

Bei einigermaßen gleichmäßiger Ausbildung von vier einander kreuzenden Durchkreuzungszwillingen nach $\{100\}$, würde das Komplex ungefähr wie Fig. 4, Pl. V (in Projektion auf $\{010\}$ und mit äußerer Begrenzung sonst nur von $\{100\}$, $\{\bar{2}01\}$ und $\{\bar{1}03\}$) aussehen. Man sieht, daß die Winkel der Zwillingsebenen von $\{100\}$ zwischen I und IV $49^{\circ}12'$, zwischen IV und III samt zwischen I und II $39^{\circ}30'$, und endlich zwischen III und II $51^{\circ}49'$ ausmachen müssten. — —

Als ein gemeinsamer Charakterzug für sämtliche drei bisjetzt nachgewiesene Zwillingsgesetze des Hellandits ergibt sich nach dem Obenstehenden, daß die Zwillingsebenen derselben alle in der Zone der Symmetrieachse liegen, so daß die Symmetrieebene für die Zwillinge nach allen drei Gesetzen eine gemeinsame Lage hat. Ich habe es deshalb in den dieser Abhandlung begleitenden Tafeln vorteilhaft gefunden, die verschiedenen Zwillinge meistens in Projektion auf der zur Zonenachse derselben senkrechten Symmetrieebene $\{010\}$ dazustellen.

Zwillinge nach Gesetzen, für welche die Zwillingsebene nicht in der Zone der Orthoachse (der Symmetrieachse) liegen sollte, habe ich bei dem Hellandit bisjetzt nicht mit Sicherheit nachweisen können.

Tafelerklärung.

Tafel I.

Fig. 1 Extremer prismatischer Typus mit $\{320\}$ und schmaler Abstumpfung von $\{100\}$ in der Vertikalzone, nach den Enden durch Flächen von $\{301\}$ und $\{\bar{2}01\}$ keilförmig zugeschärft.

Fig. 2, 3 und 4. Primatische Zwischentypen mit immer breiteren Flächen von $\{100\}$.

Fig. 5. Eigentümliche Ausbildung mit scheinbar hemimorphem Typus, oben mit $\{301\}$, $\{\bar{1}03\}$, $\{\bar{1}02\}$, $\{\bar{2}01\}$ und $\{011\}$, unten mit $\{\bar{2}0\bar{5}\}$ und $\{00\bar{1}\}$, samt links mit Flächen von $\{540\}$ und $\{0\bar{1}0\}$, rechts mit Flächen von $\{110\}$ und $\{010\}$ in der Vertikalzone.

Fig. 6. Eigentümlicher Typus, tafelförmig nach $\{010\}$, mit $\{110\}$ und $\{120\}$ in der Vertikalzone; am Ende $\{011\}$ und $\{001\}$.

Fig. 7 und 8 (Projektion auf $\{010\}$); Zwilling nach $\{100\}$, mit eingeschaltener Zwillinglamelle; Maßstab etwa $2/1$ (siehe S. 8).

Fig. 9 Normaler Zwilling nach $\{100\}$, in prismatischer Ausbildung.

Tafel II.

Fig. 1 Bruchstück einer größeren Stufe mit zahlreichen (8 scharf ausgebildeten und mehreren weniger guten) Hellanditkrystallen des ordinären prismatischen Zwischentypus, in natürlicher Größe. Die beiden (an der Figur links) deutlichst hervortretenden Krystalle zeigen den gewöhnlichen langprismatischen Typus mit $\{320\}$ und $\{100\}$ ganz vorherrschend in der Vertikalzone, und $\{\bar{2}01\}$, $\{\bar{1}02\}$ sammt $\{\bar{1}01\}$ und $\{\bar{1}03\}$ und (hinten) $\{301\}$ an dem freien Ende. (Reproduktion einer Photographie).

Fig. 2 a und b. Reproduktion nach Photographien eines großen Krystalls vom primatischen Zwischentypus, im Maßstab etwa $\frac{1}{1}$. Fig. 2 a, in Projektion ungefähr auf $(\bar{3}\bar{2}0)$, (der größten Fläche), mit $(\bar{1}00)$ und $(\bar{3}\bar{2}0)$ links, sammt $(0\bar{1}0)$ rechts in der Vertikalzone; oben vorn links $(\bar{2}01)$ und $(\bar{1}01)$ (ganz schmal), samt $(\bar{1}\bar{2}2)$ und $(0\bar{1}1)$ rechts; am Ende ist der Krystall von einer großen Fläche $(\bar{1}03)$ und einer schmalen Fläche $(\bar{1}02)$ abgeschnitten. — Fig. 2 b zeigt denselben Krystall in Projektion auf $(\bar{1}00)$; man sieht hier unten vorn auch die Fläche $(\bar{3}0\bar{1})$.

Fig. 3. Reproduktion einer Photographie eines großen Krystalls des prismatischen Zwischentypus, in natürlicher Größe, in Projektion auf (100) , der größten Fläche; an beiden Seiten derselben große Flächen von $(3\bar{2}0)$ und (320) . Oben ist der Krystall von einer Fläche $(\bar{1}03)$ senkrecht abgeschnitten; unterhalb dieser Kante sieht man zuerst eine schmale Fläche (301) , dann eine ganz schmale Fläche (100) , unterhalb dieser kommt eine etwas breitere Fläche, deren Winkel mit (100) etwa 26° – 28° beträgt; da unterhalb derselben wieder eine Fläche von (301) und dann die große Fläche (100) kommt, *ist es möglich, daß die genannte etwas breitere Fläche das ausgehende Ende einer dünnen Zwillinglamelle nach (100) repräsentiert*, und somit als eine Fläche $(20\bar{1})$ aufzufassen ist, — oder sie könnte eine Fläche (302) des Hauptindividuums repräsentieren. Eine sichere Entscheidung ist hier nicht möglich (siehe oben S. 8). Die Annahme einer Zwillinglamelle wird aber gestützt durch das Auftreten eines kleinen Zwillingindividuums mit $(20\bar{1})$ und (100) , das oben (etwas rechts von der Mittellinie des Krystalls) an der Figur deutlich zu sehen ist. — Unten am großen Krystall $(20\bar{1})$ und (kaum erkennbar) $(10\bar{1})$.

Tafel III.

Fig. 1, 2 und 3. Projektionen auf $(0\bar{1}0)$, (010) und $(\bar{1}00)$ eines kleinen ausgezeichneten Krystalls, in dreifacher Vergrößerung; in Fig. 2 sieht man einen kleinen eingewachsenen Krystall II in Zwillingstellung nach $\{305\}$. Man bemerke die große Fläche von $(00\bar{1})$ unten, die vielleicht dadurch zu erklären ist, daß der Krystall nur die Hälfte eines größeren Zwillings nach $\{001\}$ repräsentiert (siehe S. 12).

Fig. 4 und 5. Projektionen auf (010) und $(0\bar{1}0)$ eines dicktafeligen Krystalls in dreifacher Vergrößerung; eigentümlicher Typus mit den seltenen Formen $\{101\}$, $\{203\}$ und $\{001\}$. Fig. 5 zeigt an dem größeren Krystall ein seitlich angewachsenes kleineres Individuum in Zwillingstellung nach $\{100\}$.

Fig. 6 und 7. Zwilling nach $\{001\}$; (Fig. 6 in Projektion auf (010)).

Fig. 8. Zwilling nach $\{100\}$; Projektion auf $\{010\}$, in zweifacher Vergrößerung. Kurzer Typus mit Flächen von $\{320\}$ vorherrschend in der Vertikalzone; $\{100\}$, schmal, $\{010\}$ fast fehlend. Unten rechts eine recht große Fläche der seltenen Form $\{101\}$.

Fig. 9. Pinakoidaler Typus, mit vorherrschenden Flächen von $\{100\}$, $\{010\}$ und $(\bar{1}03)$; confr. Fig. 1, S. 7.

Tafel IV.

Fig. 1. Kleiner Zwilling nach $\{001\}$, in zweifacher Vergrößerung; Projektion auf $\{010\}$. Kurzer Typus tafelförmig nach $\{010\}$. Man bemerke die kleine Fläche von $\{001\}$.

Fig. 2. Großes, dicktafeliges Zwillingsskomplex nach $\{001\}$ und $\{100\}$ in natürlicher Größe; Projektion auf $\{010\}$. Siehe die Beschreibung S. 10.

Fig. 3. Ideale Darstellung eines nach $\{010\}$ tafelligen Zwillings nach $\{001\}$; kurzer Typus; Projektion auf $\{010\}$.

Fig. 4 und Fig. 5. Zwillingsskomplex nach $\{001\}$ und $\{100\}$, im Maßstab etwa $\sqrt[5]{2}$ der natürlichen Größe; tafelig nach $\{010\}$, Projektion auf $\{010\}$ und $\{0\bar{1}0\}$. Man bemerke das Auftreten der seltenen Form $\{205\}$, Fig. 5 unten. Siehe die Beschreibung S. 10.

Fig. 6. Durchkreuzungszwilling nach $\{100\}$, in Vergrößerung $\sqrt[5]{2}$; tafeliger Typus nach $\{010\}$; Projektion auf $\{010\}$.

Fig. 7. Zwilling nach $\{001\}$; in etwa zweifacher Vergrößerung, kurzer Typus, tafelig nach $\{010\}$. Man bemerke das Auftreten von $\{001\}$ und von $\{101\}$ (?).

Fig. 8 und Fig. 9. Bruchstück eines Zwillings nach $\{001\}$; in zweifacher Vergrößerung; Fig. 8 in Projektion auf $\{010\}$, und Fig. 9 auf einer Fläche der Orthodomenzone, senkrecht auf $\{001\}$.

Tafel V.

Fig. 1. Zwilling nach $\{305\}$; Vergrößerung etwa $\sqrt[5]{2}$; Projektion auf $\{010\}$.

Fig. 2. Durchkreuzungszwilling nach $\{305\}$; dreifache Vergrößerung; Projektion auf $\{010\}$.

Fig. 3. Zwilling nach $\{305\}$; Vergrößerung etwa $\sqrt[5]{2}$; Projektion auf $\{010\}$.

Fig. 4. Ideale Darstellung eines nach $\{010\}$ tafelligen Durchkreuzungsachtlings, nach $\{001\}$, $\{100\}$ und $\{305\}$, in Projektion auf $\{010\}$. Auftretende Formen $\{010\}$, $\{320\}$, $\{201\}$, $\{103\}$ und $\{100\}$. Siehe S. 14.

Fig. 5. Zwilling nach $\{305\}$; Vergrößerung etwa $\sqrt[7]{2}$; Projektion auf $\{010\}$. Man bemerke die Form $\{10\bar{1}\}$; da zwischen $\{10\bar{1}\}$ und $\{301\}$ Spur einer Fläche von $\{100\}$ mit der Lupe sichtbar ist, ist es wahrscheinlich, daß in diesem Fall eine nach unten auskeilende, dünne Zwillingsslamelle nach $\{100\}$ vorhanden ist, und daß die zuerst als $\{205\}$ aufgefaßte Fläche in der Tat eine Fläche von $\{10\bar{1}\}$ dieser Zwillingsslamelle ist; die Lamelle ist der Deutlichkeit wegen etwas zu breit gezeichnet.

Fig. 6. Durchkreuzungszwilling nach $\{305\}$; zweifache Vergrößerung; Projektion auf $\{010\}$.

Tafel VI.

Fig. 1 und 2. Zwillingsskomplex von 8 Individuen, nach den Zwillingsgesetzen $\{001\}$, $\{100\}$ und $\{305\}$ verbunden; in vierfacher Vergrößerung in Projektion auf $\{010\}$ und $\{0\bar{1}0\}$ dargestellt. Siehe die ausführliche Beschreibung S. 13–14.

Fig. 1.

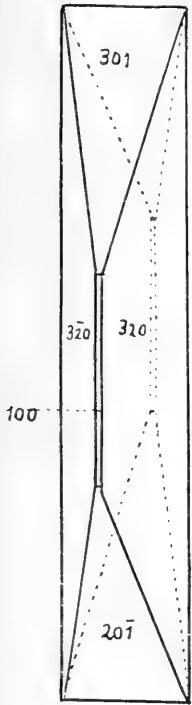


Fig. 2.

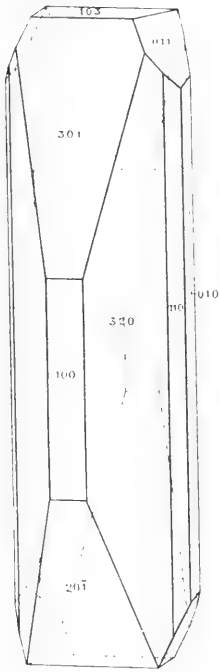


Fig. 3.

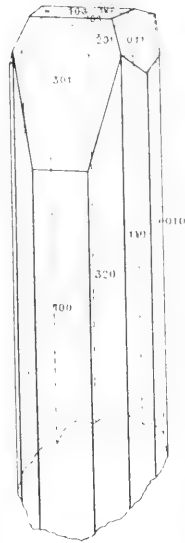


Fig. 4.

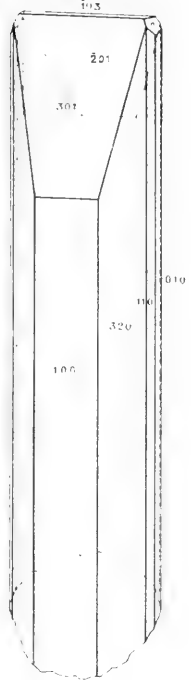


Fig. 5.

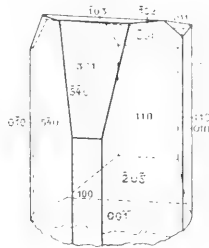


Fig. 6.

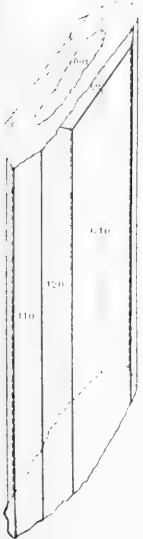


Fig. 7.

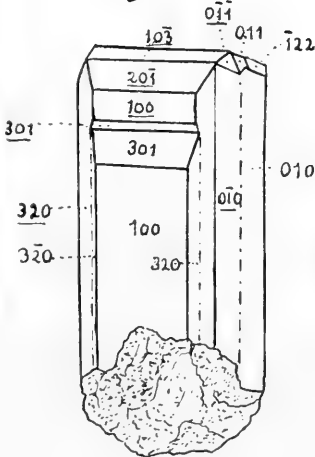


Fig. 8. II I

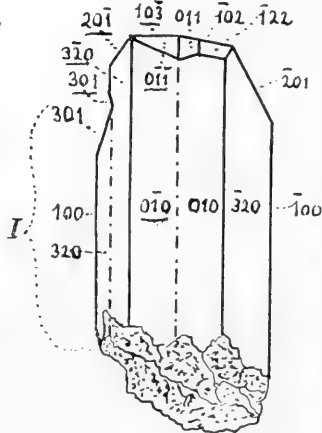


Fig. 9.

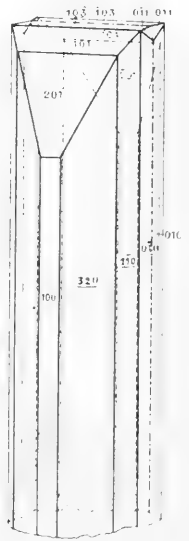




Fig. 1.



Fig. 2 a.



Fig. 2 b.

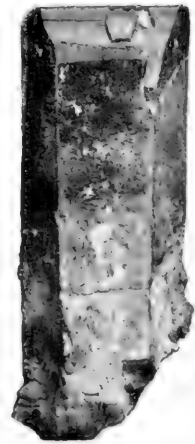


Fig. 3.

Antor del.

Fig. 1.

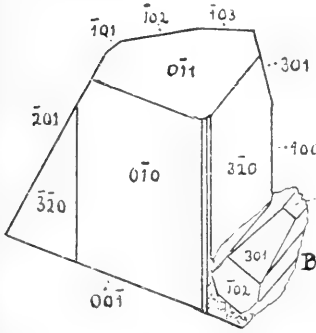


Fig. 2.

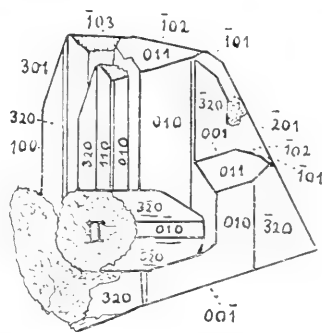


Fig. 3.

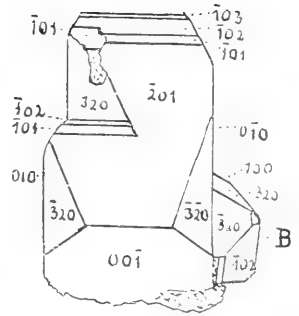


Fig. 4.

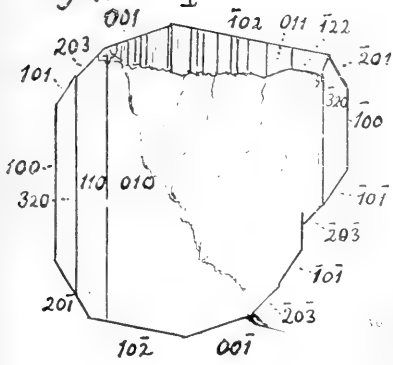


Fig. 5.

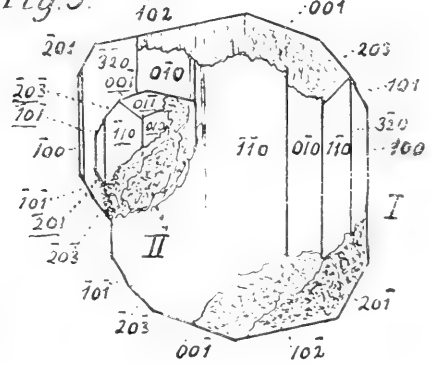


Fig. 6.

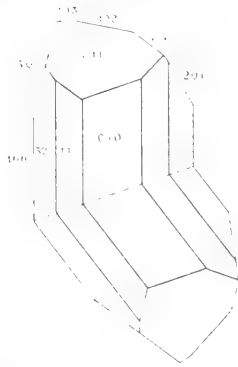


Fig. 7.

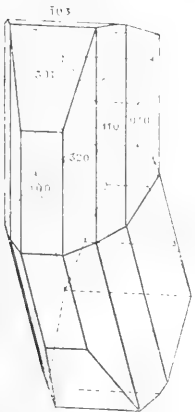


Fig. 8. II

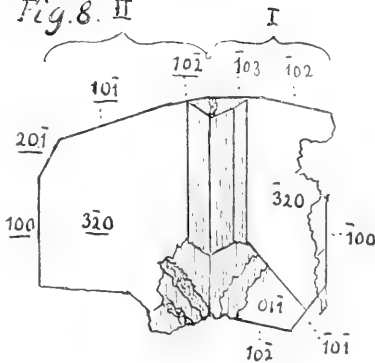
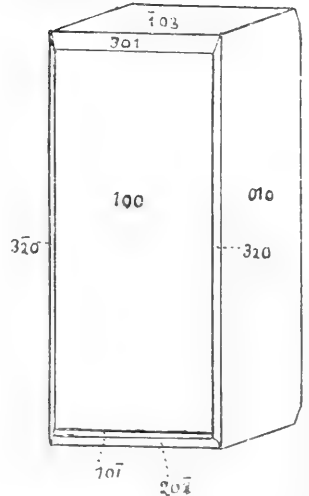
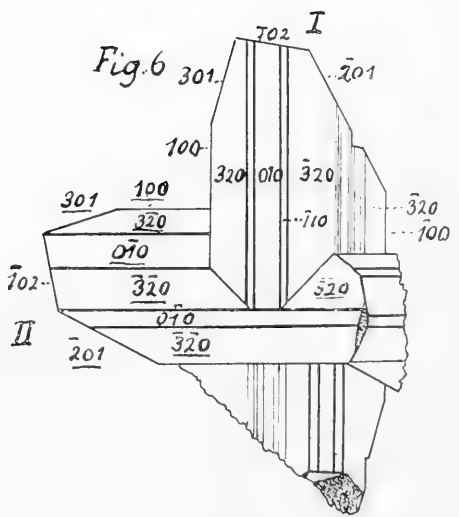
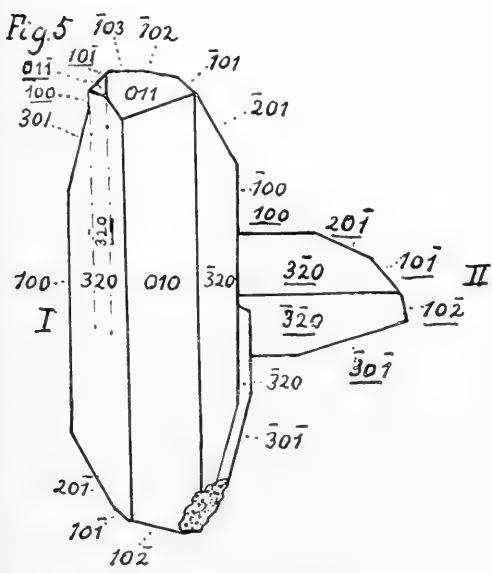
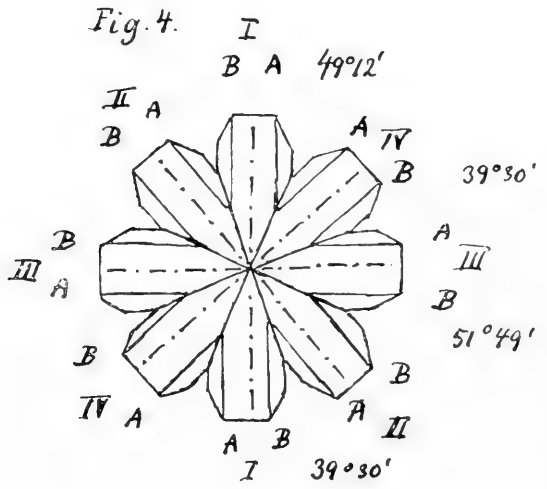
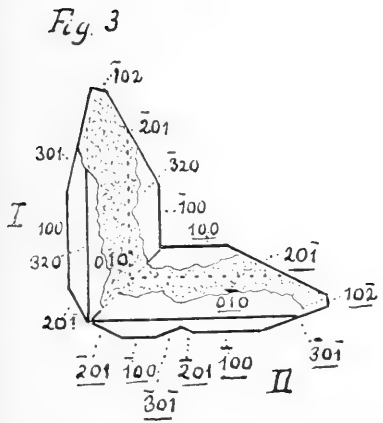
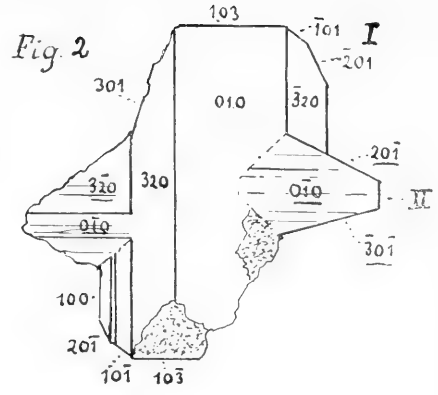
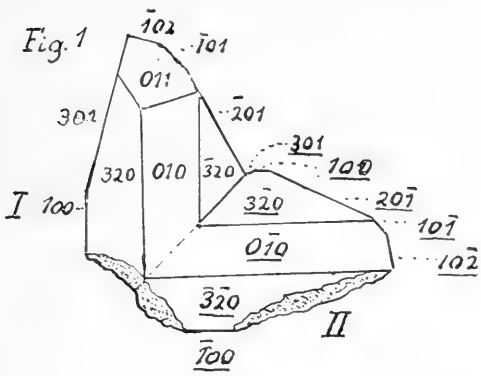
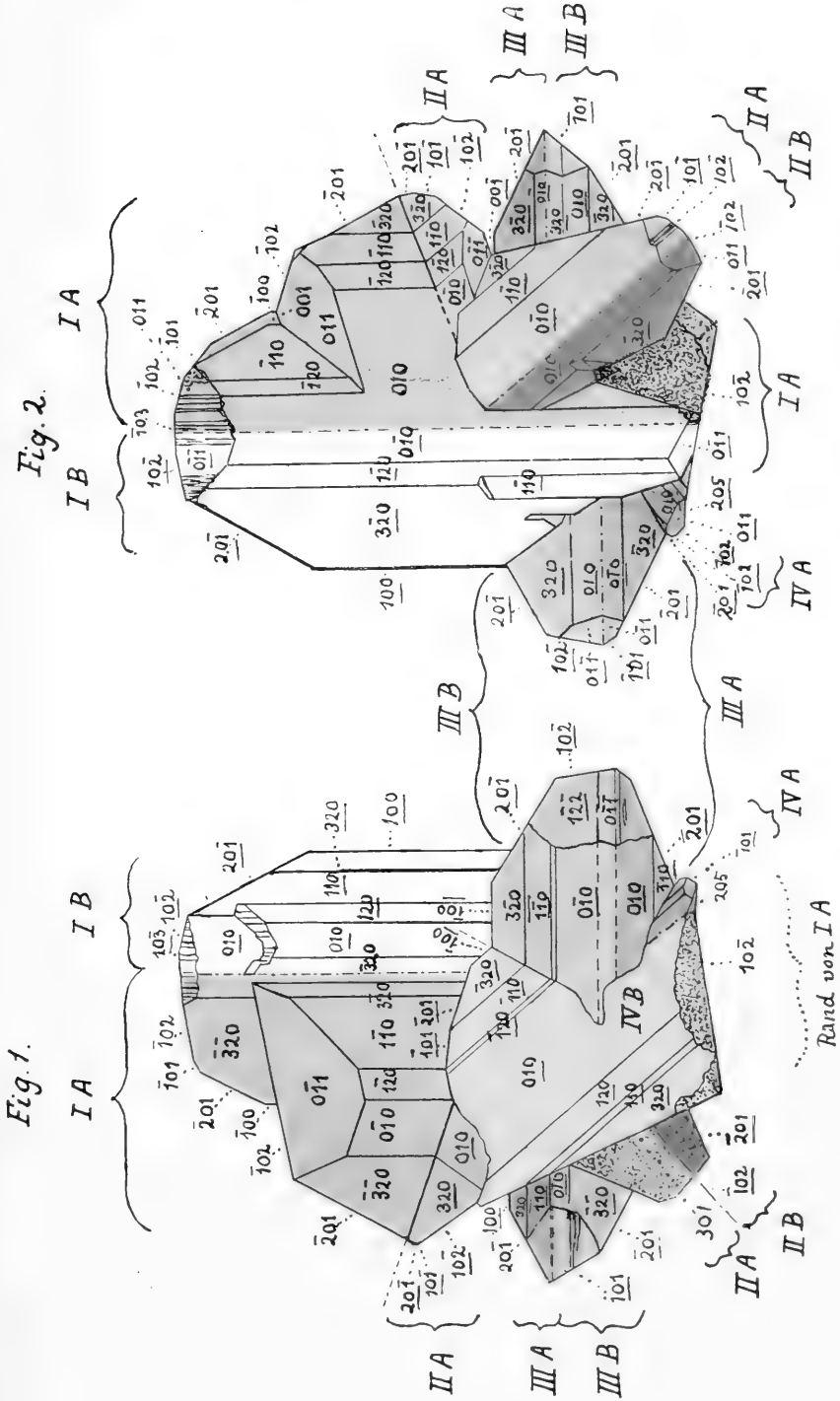


Fig. 9.







THALENIT, BENEDICKS

VON

THOROLF VOGT

(MIT FIG. 2-5 UND TAFELN VII-IX)

ÜBER THALENIT VON HUNDHOLMEN

IM NÖRDLICHEN NORWEGEN

Unter den granitischen Pegmatitgängen des nördlichen Norwegens kennt man bis jetzt die sogenannten seltenen Mineralien von nur einer Lokalität¹, nämlich Hundholmen. Der Handelsort Hundholmen, in dessen unmittelbarer Nähe sich der Pegmatitgang befindet, liegt etwa 20 Km. innerhalb der Mündung des großen und wilden Tysfjords, der von dem inneren Teil des Vestfjords gegen Süden weit in die Felsenmassen hineindringt. Durch einen großartigen Betrieb an Kalifeldspat (Mikroklinperit) ist die Gangmasse vorzüglich aufgeschlossen. Vom Jahre 1906 bis 1921 inklusive wurden nach Angaben des Herrn Direktor SCHATTENSTEIN im ganzen über 40,000 Tonnen Kalifeldspat produziert, und der Bruch scheint bei weitem nicht ausgebeutet zu sein. Vor dem Kriege (1913) war die Jahresproduktion etwa 6000 Tonnen. Die Feldspatmasse wird in offenem Bruch abgebaut und enthält nur geringe Mengen anderer Mineralien. Nebenbei liegt eine große und reine Quarzmasse, die noch nicht angebrochen ist.

Bei dem Durchgehen des von Hundholmen im Sommer 1910 gesammelten Materials entdeckte ich ein in Orthit eingewachsenes kleines Bruchstück eines Krystals, das vorläufig nicht identifiziert werden konnte. Während eines kurzen Aufenthaltes im Bruch im Sommer 1911 wurde dann dieses Mineral nachgesucht, und es gelang mir ein größeres Material von guten Krystallen aufzufinden, die sich als Thalenit herausstellten. Dieses Mineral wurde zuerst von C. BENEDICKS² von dem Granitpegmatitgang bei Österby im Kirchspiel Stora Skedevi, Dalkarlien beschrieben und später auch von Hj. SJÖGREN³ bei Askagen in Wärmland gefunden.

Dieses dritte Vorkommen bei Hundholmen, daß besonders in kristallographischer Hinsicht von Interesse ist, wurde bisher nur in einem Vortrage⁴ am 7. Dezember 1912 in Norsk Geologisk Forening besprochen.

¹ Nach freundlicher Mitteilung von Professor J. Schetelig ist jedoch ein euxenitähnliches Mineral aus dem Bodögebiet nach dem mineralogisch-geologischen Museum in Kristiania eingekommen.

² C. Benedicks: Geol. Fören. Förh. 20, 308, 1898.

— : Bull. of the Geol. Inst. of Upsala 4, 1, 1899.

³ Hj. Sjögren: Geol. Fören. Förh., 28, 93, 1906.

⁴ Th. Vogt: Norsk Geol. Tidsskr. 2, No. 13, s. 41, 1913.

Der Granitpegmatitgang bei Hundholmen und seine Mineralien.

Der Hundholmen-Gang muß zuerst als ein Quarz-Mikroklin-Biotit-Pegmatit bezeichnet werden, indem der Oligoklasalbit vollständig zurücktritt, während sich der Muskovit wohl nur als Drusenmineral mit anderen Mineralien der hydrothermalen Facies zusammen findet. Der Kalifeldspat ist der gewöhnliche groblamellierte Mikroklinperit, welcher beinahe weiß oder doch sehr hell gefärbt ist. Die charakteristischen Mineralien der Plagioklas-Muskovitänge, nämlich Beryll und Topaz, fehlen vollständig, ebenso der Turmalin.

Durch die yttriumreiche Paragenesis Euxenit, Fergusonit, Gadolinit, Xenotim und Orthit schließt sich der Hundholmen-Gang an eine Gruppe von granitischen Pegmatitgänge, die im südlichen Norwegen so reichlich vertreten sind. Solche finden sich nach W. C. BRÖGGER wesentlich auf der Strecke Tvedestrand – Arendal, auf Lister (Hitterö), in Sätersdalen und im Stavanger Amt.

An vier verschiedenen Granitpegmatitgängen in Sätersdalen (Ljosland, Eptevand, Landsvärk und Unneland) hat J. SCHETELIG¹ auch den seltenen Thortveitit, der als ein scandiumreicher Stellvertreter des Thalenits aufgefaßt werden kann, gefunden. Das Mineral kommt hier immer in Paragenesis mit Beryll, Ilmenorutil, Alvit, Monazit und Euxenit vor.

Am meisten unterscheidet sich die Mineraliengesellschaft bei Hundholmen von derjenigen der südnorwegischen Pegmatitgänge durch das reichliche Auftreten von Yttrifluorit, den ich schon früher beschrieben habe². Das Auffinden von Fluoriden der seltenen Erden im südlichen Norwegen wäre wohl doch nicht unerwartet.

Aus einigen schwedischen Granitpegmatitgängen sind dagegen bekanntlich einige solche Mineralien gefunden, wie der Yttrocit und der Fluocerit. Eine große Ähnlichkeit mit unserem Gang zeigt somit der Quarzbruch von Österby in Dalarna, 22 Km. südlich von Falun, wo der Thalenit zuerst entdeckt wurde. Nach A. E. NORDENSKJÖLD³, M. WEIBULL⁴ und C. BENEDICKS (1899) hat man hier einen quarzreichen und mikroklinführenden

¹ J. Schetelig: Norsk Geologisk Tidsskr. 6, 233, 1922.

² Th. Vogt: Centralblatt für Min. etc., 373, 1911.

— : Neues Jahrbuch für Min. etc., 9, 1914 II.

F. Zambonini: Rivista di Min. e Christ. Ital., 45, 1915.

Ref. in Zschr. für Krist. 56, 219, 1921.

Die interessante Untersuchung von Zambonini hat meine Auffassung über den Yttrifluorit als Mischkrystall von CaF_2 und YF_3 vollkommen bestätigt.

³ A. E. Nordenskjöld: Geol. För. Förh. 7, 301, 1884.

⁴ M. Weibull: Geol. För. Förh. 8, 496, 1886.

— : Geol. För. Förh. 12, 535, 1890.

— : Geol. För. Förh. 20, 54, 1898.

Pegmatitgang mit Gadolinit, Orthit, Yttrotantalit, Monazit und die bemerkenswerte Paragenesis von Thalenit mit einem Fluorid der seltenen Erden, wie bei Hundholmen. Allerdings ist das Fluorid bei Österby der Fluocerit.

Nach P. GEIJER¹ gehört der Gang bei Österby demselben geologischen Typus wie die altbekannten Granitpegmatitgänge bei Finnbo, Broddbo, Kårarvet etc. in der Nähe von Falun. Nach demselben Verfasser² sind die gewöhnlichen Gangminerale der Faluner Gänge Quarz, Mikroklinpertit, Oligoklasalit, Muskovit, Biotit und Almandin; außerdem findet sich Wismut, Pyrit, Zinnstein, Zirkon, Gahnit, Flußspat, Fluocerit, Yttrocerit, Monazit, Gadolinit, Spessartin, Beryll, Orthit, Cordierit, Topaz, Tantalit, Yttrotantalit, Fergusonit, Hjelmit und Bergpech. Diese Gänge, die sich u. a. durch das Auftreten von Beryll und Topaz und seine Zinnminerale von Hundholmen unterscheiden, stehen nach P. GEIJER mit den jüngsten, serarhäischen Graniten des Grundgebirges in genetischem Zusammenhang.

Außerhalb den erwähnten Lokalitäten ist Yttrocerit und Fluocerit in Skandinavien nur bei Bastnäs gefunden (P. GEIJER), der jedoch von GEIJER³ als ein metasomatisches Vorkommen gedeutet wird.

Bei Åskagen in Wärrmland kommt der Thalenit nach der Beschreibung von H. SJÖGREN (1906) in einem ultrasauren Granitpegmatitgang mit einem blättrigen Feldspat vor, der sich nach G. FLINK⁴ als ein Mikroklinpertit herausgestellt hat. Außer Quarz, Mikroklinpertit und Thalenit findet sich Wismut, Wismutglanz, Gadolinit, Orthit und außerdem Tengertit als sekundäre Bildung.

Außerhalb Skandinavien kommt der Yttrialit⁵, der als ein thoriumreiches und metamikt umgewandeltes Glied der Thalenitgruppe charakterisiert werden kann, im Granitpegmatitgang bei Baringer Hill, Llano Co. in Texas vor. Dieser Gang ist nach F. L. HESS⁶ mikroklinreich und führt eine Yttriumgesellschaft mit Gadolinit, Polykras, Fergusonit, Orthit, Cyrtolit, Yttrialit und Rowlandit; außerdem gibt es hier auch einige Thorium- und Uranminerale, wie Mackintoshit, Thorogummit, Nivenit und Gummit.

Daß somit der Thalenit in einer yttriumreichen Paragenesis vorkommt, ist ohne weiteres klar. Sowohl der Thalenit wie der Yttrialit wird immer von Gadolinit und Orthit begleitet, während Beryll und Topaz fehlen. Bei allen Vorkommen außer Åskagen kommen auch Niobate und Tantalate der Yttererden vor, während das Mineral bei Hundholmen und Österby von den sonst so sparsamen Fluoriden der seltenen Erden begleitet ist. Die Para-

¹ P. Geijer: Geol. För. Förh. 43, 19, 1921.

² P. Geijer: S. G. U., Ser. C, No. 275, 83, 1917.

³ P. Geijer: S. G. U., Ser. C, No. 304, 23, 1921.

⁴ Gust. Flink: Arkiv för Kemi, Mineralogi och Geologi 5, No. 10, 109, 1914.

⁵ Hidden and Mackintosh: Am. Journ. Sc. 38, 477, 1889.

W. F. Hillebrand: Am. Journ. Sc. 13, 145, 1902.

Hidden: Am. Journ. Sc. 19, 425, 1905.

⁶ F. L. Hess: U. S. Geol. Surv. No. 340 D, 68, 1908.

genesis bei den Thortveititvorkommen ist eine andere, indem hier z. B. Beryll anstatt Gadolinit auftritt.

Über das geologische Alter des Granitgebietes, mit welchem der Granitpegmatitgang bei Hundholmen in genetischer Verbindung steht, habe ich selbst keine Beobachtungen gemacht, indem ich wesentlich nördlich von dem Ofotenfjord geologisch gearbeitet habe. Indessen hat mir S. FOSLIÆ freundlichst mitgeteilt, daß er das Granitgebiet als Grundgebirge auffaßt. Zwar liegt die Lokalität mitten in dem kaledonischen Faltungsgebirge, der Granit bildet aber hier einen Antiklinal, der zwischen meinen ersten und zweiten Hauptsynklinalen liegt¹. An dieser Stelle wurde dann die Unterlage des Faltungsgebirges von der Erosion erreicht, und der Granit ist wohl deshalb als ein Fenster aus älterem Gebirge aufzufassen.

Es wäre insofern recht interessant, wenn sich auch der Hundholmen-Pegmatit als Grundgebirge auffassen ließe. Besonders wird ja dadurch die Analogie mit den oben erwähnten schwedischen wie auch südnorwegischen Pegmatitgängen größer als sonst vermutet.

Der Granit selbst ist bei Hundholmen ein grauer Biotit-Amphibol-Granit, mittelkörnig bis ziemlich grobkörnig und mit deutlicher Parallelstruktur. Er führt Quarz, Mikroklinmikropertit in schöner Entwicklung, daneben auch Oligoklasalbit (10⁰/₀ An, $c:a' = \div 8,5^\circ$ im Schnitt \perp a) in geringere Menge. Es kommt auch zonarstrukturierter Myrmekit vor: Kern 16–22⁰/₀ An, Hülle 0–16⁰/₀ An. Der dunkle Glimmer ist ein eisenoxydreicher Lepidomelan mit sehr starker Lichtabsorption: α = hell gelblich grün oder hell grünlich braun, β und γ = grünschwarz bis braunschwarz, beinahe opak. Der Amphibol besteht aus einem etwa einachsigen und optisch negativen Hastingsit², der auch sehr dunkle Absorptionsfarben aufweist: α = hell gelblich grün, β und γ = sehr dunkel, beinahe opak olivengrün und blaugrün. Sonst gibt es reichlich Titanit, sehr viel Orthit oder Epidotorthit samt etwas Calcit und Apatit. Der Orthit ist gelblich oder schwach braunlich, oft ein wenig zonarstrukturiert und immer deutlich doppelbrechend. Individuen, die in dem Lepidomelan eingewachsen sind, werden von pleochroitischen Höfen umgeben. Dasselbe gilt für einige sehr kleine Körner mit starker Licht- und Doppelbrechung, die wohl aus Zirkon oder Xenotim bestehen.

Bemerkenswert ist der ungewöhnlich große Gehalt an Orthit in diesem Granite; es muß wohl dies in Zusammenhang mit dem reichlichen Auftreten von Mineralien mit seltenen Erden in dem Granitpegmatit gesehen werden.

¹ Th. Vogt: Geol. För. Förh., 43, 678, 1921.

— Norsk Geol. Tidsskr., 1922.

— Geol. För. Förh., 1922.

² Cfr. Th. Vogt: Videnskabselskapets Skrifter, I. Mat.-naturvid. Klasse 1915, No. 8, 11, Kristiania 1916.

Ein sekundärer Unterschied von den meisten skandinavischen Granitpegmatitgängen besteht darin, daß die seltenen Mineralien bei Hundholmen weniger metamikt umgewandelt sind. Der Orthit, der Gadolinit, teilweise auch sogar der Fergusonit ist doppelbrechend, wie schon früher beschrieben wurde (Th. VOGT 1911). Es steht dies vielleicht mit dem Fehlen von den stark radioaktiven Elementen Thorium und Uran in Zusammenhang, Elemente, die wahrscheinlich eine große Rolle bei diesen Umwandlungen spielen. Jedenfalls wurde bis jetzt kein Mineral mit diesen Stoffen bei Hundholmen gefunden, und bei der spektroskopischen Prüfung von dem Yttrifluorit durch Hofrat F. EXNER in Wien (Th. VOGT 1911), wurde keine Spur von Thorium entdeckt.

Früher war ich dazu geneigt, die wenig umgewandelten Charaktere der Hundholmen-Mineralien mit einem möglichen jüngeren (kaledonischen) Alter in Verbindung zu setzen, ohne daß jedoch etwas darüber veröffentlicht wurde. Es läßt sich aber dies auch ohne eine solche Annahme erklären, wie oben dargestellt ist.

Nachdem der Yttrifluorit im Jahre 1911 beschrieben wurde, sind außer dem Thalenit auch einige andere Mineralien bei Hundholmen gefunden. Der Vollständigkeit wegen wird deshalb eine Liste über die bis jetzt gefundenen Mineralien hinzugefügt.

Die primären Gangmineralien sind die folgenden:

Quarz.	Euxenit.
Mikroklinpertit.	Fergusonit.
Oligoklasalbit.	Xenotim.
Biotit.	Yttrifluorit.
Magnetit.	Schwefelkies.
Orthit.	Kupferkies.
Gadolinit.	Bleiglanz.
Thalenit.	Molybdänglanz.

Auf Klüften und in Drüsen sitzen folgende Mineralien, zum Teil schön kristallisiert:

Quarz.	Xenotim.
Albit.	Parisit.
Muskovit.	Chlorit.
Flußspat.	Desmin.

An Rissen und an Krystallflächen finden sich weiter Spuren von:

Calcit.	Tengerit.
---------	-----------

Außerdem enthält der Yttrifluorit Einschlüsse von zwei Mineralien, die wegen der Knappheit des Materials noch nicht identifiziert werden konnten.

Einige Bemerkungen über die anderen Silikate der seltenen Erden, welche in diesen gemeinschaftlichen Publikationen behandelt werden, den

Orthit und den Gadolinit, sind noch zu geben, bevor ich zur Beschreibung des Thalenits übergehe.

Orthit und Epidot-Orthit.

Der Orthit kommt teils in Verbindung mit der Yttrfluoritmasse, teils auch als große isolierte Klumpen im Feldspat oder Quarz vor. Im ersten Fall finden sich oft Krystalle, die zum Teil auch meßbar sind. Im zweiten Fall ist die Orthitmasse massiv und bildet rundliche Klumpen, die eine Größe bis zu etwa 0,5 m. im Durchschnitt erreichen.

Die Krystalle sind klein und wurden optisch und krystallographisch untersucht. Es gibt zwei Varietäten, die für sich allein oder auch im *primären* Zonarbau zusammen auftreten. Die eine Orthitsubstanz ist hell gefärbt und tritt gewöhnlich als Hülle um einen dunkleren Orthit auf, wenn sie sich zusammen finden. Die Ebene der optischen Achsen liegt bei den beiden Varietäten in der Symmetrieebene. Beide sind optisch positiv, der Winkel der optischen Achsen ist indessen verschieden; bei dem dunklen Orthit ist $2V\gamma$ nahe am 90° , bei dem hellen bedeutend kleiner. Ein besonders charakteristischer Dünnschliff nach 010 oder senkrecht auf der optischen Normale zeigt folgendes (Fig. 2): Ein Kern, z. T. mit krystallographischer Begrenzung, zeigt einen starken Pleochroismus, während derjenige für die Hülle nur soeben merkbar ist:

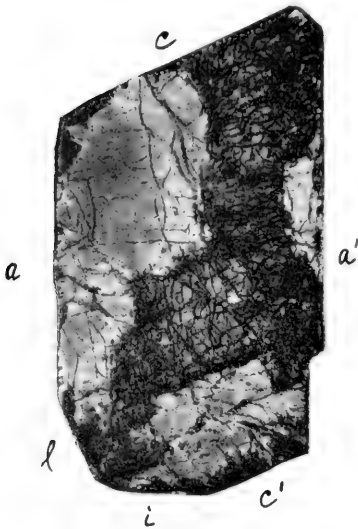


Fig. 2. Epidot-Orthit mit Zonarbau, nach 010 geschnitten. 18/1.

Kern.	Hülle.
a hell gelblichbraun.	hell gelblichbraun.
γ dunkel graubraun.	gelblichbraun.

Die Auslöschung $c : a$ liegt im spitzen Winkel von β und ist bemerkenswert klein:

Kern.	Hülle.
$c : a = 17,5^\circ$	$22,5^\circ$

Die Dispersion der Auslöschung ist nicht merkbar. Am meisten unterscheidet sich Kern und Hülle durch die viel stärkere Doppelbrechung der ersteren; während die Hülle nur die ganz schwache Interferenzfarbe von grauweiß I zeigt, weist der Kern die lebhaften Farben von grün II auf. Mittels des Babinetschen Kompensators konnte festgestellt werden, daß die Doppelbrechung vom Kern 4,57 mal so stark wie diejenige der Hülle war. Die Dispersion der Doppelbrechung ist bemerkenswert schwach, nicht merkbar bei der Hülle und $\rho > \nu$ im Kern.

Andere Schnitte \neq 010 zeigen ähnliche Verhältnisse:

Dunkler Orthit.	Heller Orthit.
$c : a = 18^\circ$	22°
	20°
24°	
	24°

Schnitte senkrecht Bisektrix a und γ zeigen folgenden Pleochroismus:

Dunkler Orthit.	Heller Orthit.
α Sehr hell gelblichbraun.	Sehr hell gelblichbraun.
β Dunkel kastanienbraun.	Rein grün.
γ Graubraun.	Hell gelblichbraun.
$a < \gamma < \beta$	$a < \gamma \leq \beta$

Beim dunklen Orthit im Schnitt $\perp \alpha$ ist es besonders bemerkenswert, daß die Absorptionsfarbe nach β bedeutend dunkler als diejenige nach γ ist. Bisweilen wird außerhalb der dunkel kastanienbraunen Farbe nach β auch eine sehr dunkle grünbraune Hülle beobachtet.

Von dem massiven Orthit, der in großen Klumpen auftritt, ist weniger zu sagen. Er ist optisch positiv mit großem Achsenwinkel und zeigt eine grüne Absorptionsfarbe parallel β , während in den andern Richtungen gelblichbraune Farben auftreten. Die Doppelbrechung ist schwach, etwa wie beim hellen Orthit oben. Bisweilen findet man „isotrope“ Stellen, die im Dünnschliff als zirkelrunde Partien, bisweilen auch mit konzentrischen Andeutungen, auftreten. Es scheint als ob diese Veränderung sich kugelförmig von einem Punkte aus verbreitet. Sie sind eigentlich nicht ganz isotrop, bestehen aber von Aggregaten, die aus sehr kleinen Körnern mit sehr schwacher Doppelbrechung zusammengesetzt sind. Diese Stellen zeigen dann natürlicherweise keinen Pleochroismus.

Wenn man die oben angegebenen optischen Data durchsieht, ist es augenfällig, daß sich diese Orthitminerale in mehreren Richtungen von den üblichen Orthiten unterscheiden. Es betrifft dies u. a. den Auslöschungswinkel $c : \alpha =$ etwa 20° , einem Wert, der diese Mineralien wohl unter den Epidot-Orthit von V. M. GOLDSCHMIDT¹ setzt. Ob auch die großen Klumpen zum Epidot-Orthit gehören, ist nicht sichergestellt, es ist immerhin ziemlich wahrscheinlich. Wenn man die Orthitanalysen aus den granitischen Pegmatitgänge durchsieht, ist es überhaupt bemerkenswert, wie viel Epidot und Klinoisitsilikat diese Orthite enthalten.

Die Krystalle von Epidot-Orthit sind prismatisch nach der b-Achse ausgezogen und etwas nach 100 abgeplattet. Sie sind ziemlich flächenreich und zeigen auch einige für Orthit neue Formen, die jedoch so unsicher sind, daß sie nicht angeführt werden sollen. Es ist die prismatische Zone [100 : 001],

¹ V. M. Goldschmidt: Die Kontaktmetamorphose im Kristianiagebiete. Vid.-Selsk. Skrifter. I. Mat.-Naturvid. Klasse, 1911, No. 11, S. 416.

die so reich entwickelt ist mit den Formen $a\{100\}$, $c\{001\}$, $i\{\bar{1}02\}$, $r\{\bar{1}01\}$, $l\{201\}$, $\sigma\{103\}$ und $s\{203\}$, etwa in Rangfolge nach Größe und Häufigkeit aufgerechnet. Die Endflächen sind $n\{\bar{1}11\}$ und $o\{011\}$, die einander oft in Gleichgewicht halten. Fünf Krystalle von Epidot-Orthit wurden gemessen:

		Zahl der Kanten	Gemessen	Berechnet Orthit (G. vom RATH)	Berechnet Epidot (N. v. KORSCHAROV)
a : c	100 : 001	7	64° 32'	64° 59'	64° 37'
a : l	100 : 20 $\bar{1}$	3	25 28	26 0	25 57
: r	: 10 $\bar{1}$	3	51 45	51 37	51 41
: s	: 203	1	69 58	69 34	69 46
: i	: 102	7	81 15	80 45,5	81 2
: σ	: 103	5	93 25	92 42	93 2
a : n	100 : 11 $\bar{1}$	4	68 34	68 42	69 2
c : n	001 : $\bar{1}11$	1	75 18	74 49	75 11

Zwar sind die Signalbilder gewöhnlich klar und scharf, sie sind aber oft verdoppelt, und überhaupt sind die Flächen in ihrer Entwicklung etwas gestört. Die einzelnen Messungen liegen deshalb oft ziemlich weit voneinander entfernt, sie genügen aber recht gut zur Identifikation der Formen. Wenn man auch nicht allzu großes Gewicht auf den Messungen legen darf, ist es jedoch deutlich, daß sie sich durchgehend viel mehr den berechneten Werten für Epidot als denjenigen für Orthit nähern. Es steht dies wohl mit der chemischen Zusammensetzung, die sich im Auslöschungswinkel $c : a =$ etwa 20° manifestiert, in Verbindung.

Gadolinit.¹

Der Gadolinit kommt nur in Verbindung mit der orthitreichen sahlbandähnlichen Zone am Rand der Yttrifluoritmasse vor, die unter dem Thalenit besprochen wird. Die begleitenden Mineralien sind Quarz, Plagioklas mit 7,5% An, Orthit, Biotit, Yttrifluorit und Xenotim. Die Krystalle sind ganz klein, nur einige mm. groß, und meistens gegen Quarz und Plagioklas idiomorph ausgebildet, während sie als rundliche Körner im Yttrifluorit vorkommen. In den Rand ist bisweilen, aber nur selten, etwas Orthit eingewachsen.

Unter dem Mikroskope zeigt sich dieser Gadolinit als schön doppelbrechend mit lebhaften Interferenzfarben. Die Farbe ist vollkommen gleichförmig und *hell grasgrün*, ohne merkbaren Pleochroismus im Dünnschliff.

Die Doppelbrechung ist nicht ganz gleichmäßig, indem die Krystalle ein klein wenig zonar gebaut sind. Der Kern, der von unregelmäßigen Rissen durchzogen ist, zeigt eine etwas höhere Doppelbrechung als die

¹ Sie auch Anhang S. 44.

Hülle, die am meisten frei von Rissen auftritt. Es gibt aber keine scharfe Grenze, die Partien gehen allmählich ineinander über. Allem Anschein nach ist dies eine primäre Zonarstruktur. Der Kern bildet immer die Hauptmasse, während sich die Hülle meistens nur als eine schmale Umrandung findet. Aber auch in dem Kern ist die Doppelbrechung nicht ganz konstant.

Es findet sich keine Spur von brauner Gadolinitsubstanz, welche aus den übrigen doppelbrechenden Vorkommen (Hitterö, Österby und Ytterby) berichtet sind, und die nach den verschiedenen Verfassern als Umwandlungserscheinungen gedeutet sind. Der vorliegende Gadolinit scheint somit ganz ungewöhnlich frisch zu sein, und es ist wohl überhaupt das frischeste Material, das bisher von Gadolinit gefunden ist. Eine optische Untersuchung schien deshalb wünschenswert; diese mußte den kleinen Dimensionen der Krystalle wegen nach petrographischen Methoden vorgehen.

Ausreichend genaue Schnitte senkrecht auf a , β und γ kommen mehrmals vor, und mittels der Quarzindividuen, die oft senkrecht β getroffen sind, kann man die recht ungenauen Dickebestimmungen umgehen. Die Doppelbrechung wurde dann mittels des Babinetschen Kompensators im Tageslicht gefunden:

Kern.	Hülle.
$\beta - a = 0,0105$	0,0094
$\gamma - \beta = 0,0125$	0,0111
$\gamma - \beta = 0,0126$	0,0109
$\gamma - a = 0,0242$	0,0203

Die Dispersion der Doppelbrechung ist sehr deutlich mit $q < v$, wegen der etwas schwankenden Werte der Doppelbrechung an verschiedenen Stellen habe ich es aber nicht für nötig gehalten, monochromatisches Licht anzuwenden. Wenn man auf der letzten Dezimale verzichtet, kann die Doppelbrechung des Gadolinites wie folgt angegeben werden:

Kern.	Hülle.
$\beta - a = 0,011$	0,010
$\gamma - \beta = 0,013$	0,011
$\gamma - a = 0,024$	0,021

In der Litteratur liegt bis jetzt keine Bestimmung der Doppelbrechung vor, in seiner Bearbeitung der norwegischen Gadolinite liefert aber J. SCHELIG Messungen, die etwas niedriger als die vorliegenden sind.

Der Gadolinit wird als optisch positiv angegeben mit $2V_\gamma = 85^\circ 28'$ (EICHSTÄDT). Schnitte senkrecht einer Achse zeigen optisch positiven Charakter, und nach der Hyperbelkrümmung scheint auch der Achsenwinkel etwa 85° zu sein. Die Achsendispersion ist stark mit $q < v$. Die Messungen der Doppelbrechung in verschiedenen Schnitten zeigen auch einen optisch positiven Charakter.

Die Krystalle von Gadolinit sind sehr schön entwickelt mit glänzenden Flächen, die gute und zum Teil ganz vorzügliche und ungestörte Signalbilder im Reflexionsgoniometer liefern. Zwei kleine Krystalle wurden gemessen:

		Zahl der Kanten	Gemessen	Dif.	Berechnet (EICHSTÄDT)
b : y	010 : 021	2	20' 44'	- 0,5'	20 ⁵ 43,5'
b : q	: 011	3	37 10,5	- 3,5	37 7
b : w	: 012	6	56 27,5	+ 5	56 32,5
m : p	110 : 111	2	21 55	- 4	21 51
m : c	: 001	2	89 23	+ 9	89 32
m' : o	$\bar{1}$ 10 : $\bar{1}$ 11	2	21 57	+ 1	21 58
m' : γ	: $\bar{1}$ 12	1	39 1	- 2	38 59
m' : c	: 001	1	90 23	+ 5	90 28

Die Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Winkeln ist somit ausgezeichnet. Die Entwicklung der Krystalle ist meistens prismatisch mit m und c als die größten Flächen, oder auch mehr pyramidal, indem die positiven und negativen Einheitspyramiden vorherrschen. Meistens sind die Krystalle rings herum frei entwickelt. Die Formen p, o, m, b, w, q, y, c, a und γ sind beobachtet.

Beschreibung des Thalenits.

Das Auftreten des Thalenits.

Der Thalenit kommt in Verbindung mit dem Ytthrofluorit vor. Der Ytthrofluorit erscheint als eine wahrscheinlich linsenförmige Gangmasse im Kalifeldspat; sie ist wenigstens 4 m. lang und erreicht eine Breite von wenigstens 1 bis 1³/₄ m. Die sonst ziemlich reine Ytthrofluoritmasse ist gewöhnlich an ihren Grenzen von einer dunklen, sahlbandähnlichen Zone umgeben, die bisweilen eben Thalenit führt. Die Breite der dunklen Zone wechselt zwischen einige cm. und mehrere dm. Sie ist scharf gegen den Feldspat abgegrenzt, während ein allmählicher Übergang in die Ytthrofluoritmasse mehrmals zu beobachten ist. Die schwarze Masse besteht aus Orthit, Quarz und Albit, indem der Orthit gewöhnlich überwiegt. Bisweilen enthält sie auch Gadolinit, Fergusonit, Xenotim, Pyrit, Molybdänglanz und außerdem auch Ytthrofluorit. Gute Krystalle von Xenotim sitzen bisweilen an den Krystallflächen des Thalenits angewachsen.

In der feinkörnigen Mischung sitzen Thalenitkrystalle mit sehr schlechter Krystallbegrenzung, indem das Krystallisieren von dem Orthit gehindert

wurde. In Periferie der Thalenitkrystalle sind dann zahlreiche sehr kleine Orthitindividuen eingewachsen.

In gewissen Teilen der dunklen Grenzzone finden sich weiter einige Linsen nur mit Quarz und etwas Oligoklasalbit. Die besten Thalenitkrystalle finden sich nun hier; sie sitzen an der Orthitmasse angewachsen und ragen als schöne Krystalle in den Quarz hinein. Man findet deshalb gewöhnlich nur die eine Seite mit Krystallflächen entwickelt, während die andere Seite wegen der gleichzeitigen Krystallisation von Thalenit und Orthit stark deformiert ist. Nur als seltene Ausnahme gibt es ringsherum entwickelte Krystalle. Der Quarz löst sich sehr gut von dem Thalenit, und läßt sich leicht wegpräparieren.

Physikalische Eigenschaften.

Die Farbe des frischen Thalenits ist am Bruch schwach rötlich violett oder gelb mit einem Stich ins rötlich-violette. Das nicht mehr ganz frische Mineral ist hellrot am Bruch. Die Farbe an den Krystallflächen ist wechselnd, rötlich, graublau oder gelblich. Das Mineral ist durchscheinend bis durchsichtig. Der Bruch ist vollkommen muschelig, und ähnelt in den zentralen Teilen der Krystalle bisweilen denjenigen eines stark lichtbrechenden Glases. Keine Spaltbarkeit ist beobachtet; die Krystalle sind aber gewöhnlich von zahlreichen unregelmäßigen Rissen durchsetzt. Die Härte ist 6—6½ und das spezifische Gewicht 4,454¹; das Material war jedoch mit Orthit verunreinigt.

Öfters findet man die Oberfläche von einer weißen Substanz teilweise überzogen, die häufig als radialstrahlige Aggregate entwickelt sind. Dieselbe Substanz kommt auch an Rissen des umgebenden Quarzes vor, sowie an Rissen in der großen Yttrifluoritmasse. Sie löst sich leicht in Säure unter Entwicklung von Kohlensäure. Ein Säureauszug bestand aus Yttriumoxyd nebst etwas Calciumoxyd. Das letztere rührt wahrscheinlich von Calzit her, der ebenso an Rissen vorkommt, und das erstere von dem radialstrahligen Mineral, das wohl aus Yttriumkarbonat besteht. Es ist somit mit Tengerit identisch.

Optische Untersuchung.

Ein durchgemessenes Krystallfragment (Krystall No. 1) wurde zur optischen Untersuchung geopfert, indem ein Schnitt parallel $b\{010\}$ hergestellt wurde.

Der Schnitt zeigte den spitzen Bisektrix a zentral austretend. Die Ebene der optischen Achsen liegt beinahe senkrecht auf der Kante $[010:110]$ oder der c -Achse. Der Krystall war etwas zonar striuert. Der Auslöschungswinkel $c:\beta$ beträgt im Kern nur 1° und in der Hülle 3° . Die beiden Werte sind gegen hinten gerechnet und liegen also im spitzen Winkel von β .

¹ 0,9565 Gr. wurde von Kemiker RODLAND in Benzol gewogen.

Der Bisektrix ist ein klein wenig dispergiert mit $c\beta q < c\beta v$. Das konoskopische Bild zeigte eine ganz schwache gedrehte Dispersion. Einige kleinere Partien im Kern zeigen eine erhebliche Dispersion der Bisektrixen und eine entsprechend starke gedrehte Dispersion des konoskopischen Bildes.

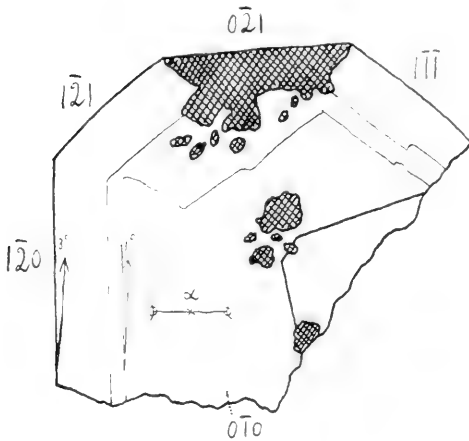
Die optischen Erscheinungen entsprechen vollkommen der monoklinen Symmetrie des Minerals. Mit dem ganz kleinen Auslöschungswinkel ist aber annähernd eine rhombische Symmetrie vorhanden. Die monokline Symmetrie geht aus den Dispersionsverhältnissen hervor.

Die optische Orientierung von Thalenit aus Hundholmen ist somit $b = a$, $c : \beta = 1^\circ$ im Kern, 3° in der Hülle. Es stimmt dies mit der Orientierung des Thalenits von Österby nicht überein. Von C. BENEDICKS wird angegeben: $a \perp a$; Ebene der optischen Achsen $\perp c$. Wenn wir aber die Aufstellung von BENEDICKS 90° um die c -Achse drehen, wird eine Übereinstimmung der optischen Orientierung erreicht:

$$b = a, c : \beta = 0^\circ$$

Von dem Schnitt $\perp a (100) [= b (010)$ von mir] gibt BENEDICKS eine Auslöschungsschiefe von höchstens 3° an. Es entspricht dies der Auslöschungsschiefe $c : \beta = 3^\circ$ in der Hülle des Hundholmenminerals.

Fig. 3. Thalenit von Hundholmen; Schnitt parallel 010 . Orbit ist dunkel schraffiert.



Der Thalenit von Hundholmen ist wie das Mineral von Österby optisch negativ. Den Winkel der optischen Achsen habe ich mit Hilfe des Beckeschen Zeichentisches in Verbindung mit Camera lucida ermittelt. Geeignete Splitter des Minerals, welche sowohl den spitzen Bisektrix a wie eine Achse zeigten, wurden unter dem Mikroskope ausgesucht und gemessen. Drei verschiedene Bestimmungen stimmen sehr gut überein: $V = 36^\circ, 37^\circ, 37^\circ$. $2V_a$ ist somit etwa 73° . Der Achsenwinkel im Kern und in der Hülle scheint etwa der gleiche zu sein. Die Dispersion der Achsen ist sehr schwach mit $q < v$. In Natriumlicht hat BENEDICKS den Achsenwinkel $2V_a$ zu $67^\circ 35'$ ermittelt, ein Wert, der etwa $5^{1/2}^\circ$ von dem unsrigen abweicht.

Die Doppelbrechung wurde mit dem Babinetschen Kompensator in Verbindung mit Dickenbestimmungen ermittelt. Die Dicke des Dünnschliffes ist mit der Mikrometerschraube eines großen neuen Fuess-Mikroskopes gemessen. In dem orientierten Schliff $\perp a$ wurde $\gamma - \beta$ gefunden. Die Hülle ist stärker doppelbrechend als der Kern, welches sich in den abweichenden Polarisationsfarben Ausdruck gibt. Die Resultate sind:

$$\text{Kern } \gamma - \beta = 0,0027$$

$$\text{Hülle } \gamma - \beta = 0,0044$$

Weil dieser Schliff eine ziemlich große Dicke besitzt ($d = 0,156$ bis $0,165$ mm. an verschiedenen Stellen), halte ich diese Bestimmungen für recht genau. Verschiedene Kontrollbestimmungen stimmen auch sehr gut überein. Die Dispersion der Doppelbrechung ist unbedeutend mit $(\gamma - \beta)_o < (\gamma - \beta)_v$ und kleiner im Kern als in der Hülle. Nach derselben Methode wurde $\gamma - a$ ermittelt:

$$\gamma - a = 0,013 \text{ (0,0132)}$$

$$\text{mit } (\gamma - a)_o < (\gamma - a)_v.$$

Die Dicke dieses Schnittes beträgt nur $0,045$ mm., und die Bestimmung beansprucht deshalb keine große Genauigkeit.

Die Doppelbrechung $\gamma - a$ läßt sich zur Kontrolle mit Hilfe der Werte für $\gamma - \beta$ und $2V_a$ berechnen. Die folgenden Werte wurden erhalten:

$$\text{Kern } \gamma - a = 0,0076$$

$$\text{Hülle } \gamma - a = 0,0124.$$

Der oben angegebene Wert für $\gamma - a$ bezieht sich somit an eine Zusammensetzung wie die der Hülle.

Die Doppelbrechung von Kern und Hülle des Thalenits läßt sich somit wie folgt angeben:

Kern	Hülle
$\gamma - a = 0,008$	$0,013$
$\beta - a = 0,005$	$0,008$
$\gamma - \beta = 0,003$	$0,005$

Aus Beobachtungen an zwei Prismen hat BENEDICKS folgende Werte gefunden:

I $\gamma - \beta$	$0,0047$
II $\beta - a$	$0,0048$

Der Wert für $\gamma - \beta$ stimmt mit der Hülle, $\beta - a$ mit dem Kern des unsrigen Thalenits überein. Es läßt sich wohl deshalb vermuten, daß auch der Thalenit von Österby zum Teil einen zonaren Aufbau besitzen konnte.

Auch die Lichtbrechungsindices habe ich mit petrographischen Methoden ermittelt, die sich bei den zonar gebauten Mineralien bewertigen. Es wurde die Immersionsmethode benutzt. Die Lichtbrechung des Metylenjodids kommt derjenigen des Thalenits sehr nahe, und konnte mit Erfolg benutzt werden. Der bedeutenden Dispersion dieser Flüssigkeit wegen geschahen die Bestimmungen in monochromatischem Licht. Zwei gut monochromatische Gläser wurden angewandt, ein rotes Glas mit einer Wellenlänge von $639 \mu\mu$ und ein grünes mit $528 \mu\mu$.

Die Lichtbrechungskoeffizienten des Metylenjodids bei diesen Wellenlängen sind $1,735$ bzw. $1,758$ bei 15° , nach graphischer Interpolation

zwischen den angegebenen Werten in Landholt-Börnstein: Physikalisch-Chemische Tabellen. Sowohl β in der Hülle und γ im Kern in rotes Licht wie γ in der Hülle in grünes Licht konnte ermittelt werden:

	Kern	Hülle
β_r		1,736
γ_{gr}		1,757
γ_r	1,734	

Die Lichtbrechung in der Hülle ist somit entschieden stärker als im Kern. Durch das Verhalten in schräger Beleuchtung geht dies auch an zonarstruierten Individuen unmittelbar hervor.

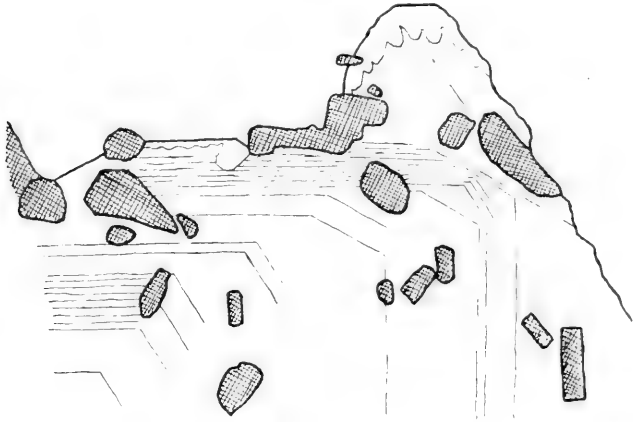


Fig. 4. Schiefer Schnitt von Thalenit von Hundholmen mit Zonarstruktur und Rekurrenzen. Orthit ist dunkel schraffiert. Eine randliche Umwandlung ist oben zu sehen.

Die Lichtbrechung des Thalenits von Österby wurde von BENEDICKS an zwei Prismen ermittelt, von welchen, wie gesagt, wohl die eine Werte für die Hülle, die andere für den Kern gibt:

	α	β	γ
I.		1,7389	1,7436
II.	1,7312	1,7360	

Es ist auch hier die Hülle stärker lichtbrechend als der Kern. Für Natriumlicht gibt BENEDICKS zwei Werte von β an, 1,7360 (dem Kern entsprechend) und 1,7389 (der Hülle entsprechend). Für diese Wellenlänge wäre β des Hundholmenminerals etwa 1,736 bzw. 1,742, welche ganz gut mit den Beobachtungen von BENEDICKS übereinstimmen.

Die Zonarstruktur des Thalenits ist offenbar eine ursprüngliche. Besonders deutlich zeigt sich dies an einem schrägen Schnitte von Thalenit, welcher in Fig. 4 abgebildet ist. Zahlreiche Rekurrenzen geben hier die Kristallflächen während des Wachstums an.

Von sekundärer Natur sind dagegen einige Partien an dem Rand einiger Krystalle; sie breiten sich wulstenartig von der Oberfläche aus, und kommen auch an Rissen in den inneren Teilen vor. Sie sind bedeutend stärker doppelbrechend als die Hülle.

Chemische Untersuchung.

Nur eine ganz unvollständige Analyse von Thalenit von Hundholmen ist bis jetzt ausgeführt. Das Analysematerial war mit ein klein wenig Orthit verunreinigt. Die ausgeführten Bestimmungen zeigen eine genaue Übereinstimmung mit der Analyse von BENEDICKS, wenn man von dem Wassergehalte absieht:

	I.	II.
SiO ₂	29,76 ⁰ / ₀	29,88 ⁰ / ₀
Y ₂ O ₃	} 64,34 —	63,35 —
Fe ₂ O ₃		0,30 —
Al ₂ O ₃ + BeO		0,45 —
H ₂ O	0,75 — ¹	2,08 —

I. Thalenit, Hundholmen, Analytiker TH. VOGT.

II. Thalenit, Österby, Analytiker C. BENEDICKS.

Die Oxydsumme 64,34 besteht ganz überwiegend aus Yttererden; die Cererden treten gänzlich zurück. Von Fe₂O₃ und Al₂O₃ gibt es nur Spuren, die vielleicht von dem Orthit herrühren konnten.

Eine vollständige Analyse soll jetzt von Herrn Kemiker RÖDLAND ausgeführt werden, und es empfiehlt sich deshalb eine nähere Diskussion der chemischen Zusammensetzung aufzuschieben. Nur werde ich darauf hinweisen, daß der Gehalt an Wasser bedeutend kleiner als im Österbymaterial ist, und daß das Mineral wohl als ursprünglich wasserfrei zu deuten ist. Man kommt dann der Hauptsache nach zur Verbindung Y₂Si₂O₇, wie es auch HILLEBRAND (1902) und HJ. SJÖGREN (1906) annehmen, im Gegensatz zu C. BENEDICKS, der die Formel H₂Y₄Si₄O₁₅ behauptet.

Krystallographische Untersuchung.

Die Flächen der Thalenitkrystalle sind gewöhnlich eben und glänzend und eignen sich sehr gut zur Messung mit dem Reflexionsgoniometer. Das krystallographische Material besteht aus etwa 15 gut entwickelten Krystallen. Sie erreichen eine Größe von 1 × 1/2 × 1 cm.; die meisten sind aber kleiner. Einige sehr schön und vollkommen ausgebildeten Krystallen mit glänzenden Flächen sind nur wenige mm. groß. Die besten Krystalle wurden zur

¹ Die Bestimmung des Wassers (+ 110°) wurde an ausgesucht reinem und frischem Material ausgeführt.

Messung ausgesucht und mittels Reflektionsgoniometer gemessen. Die Flächen gaben meistens gute und zum Teil vorzügliche Signalbilder.*

Der Thalenit gehört der prismatischen Klasse des monoklinen Systems. Seine kristallographischen Konstanten sind:

$$0,9190 : 1 : 0,6480 \quad \beta = 82^\circ 54',5.$$

Sämtliche Krystalle sind sehr flächenreich. Insgesamt sind 23 Formen beobachtet:

<i>a</i>	100	<i>d</i>	$\bar{1}01$
<i>b</i>	010	<i>e</i>	$\bar{3}01$
<i>c</i>	001	<i>u</i>	121
<i>n</i>	120	<i>v</i>	232
<i>m</i>	110	<i>x</i>	111
<i>g</i>	210	<i>s</i>	$\bar{1}21$
<i>h</i>	520	<i>w</i>	$\bar{2}32$
<i>l</i>	310	<i>r</i>	$\bar{1}11$
<i>f</i>	021	<i>y</i>	$\bar{2}11$
<i>o</i>	011	<i>t</i>	$\bar{1}12$
<i>k</i>	012	<i>z</i>	112?
<i>i</i>	101		

Die gemessenen und berechneten Winkel sind auf der Tabelle S. 35 zu sehen.

Die Krystalle sind typisch dick tafelförmig nach $b\{010\}$. Oft sind sie ein klein wenig nach der c -Achse ausgezogen, aber ebenso häufig sind die Dimensionen nach der a -Achse und der c -Achse etwa die gleichen. Zwillingsbildungen sind nicht beobachtet worden.

Bezüglich der Flächen ist folgendes zu bemerken. Die b -Fläche $\{010\}$ ist immer groß, beinahe ohne Ausnahme die größte von den vorhandenen Flächen. Die Prismenzone ist besonders reich entwickelt mit den fünf Prismen $n\{120\}$, $m\{110\}$, $g\{210\}$, $h\{520\}$ und $l\{310\}$. Bei den größeren Krystallen ist $m\{110\}$ oder besonders $n\{120\}$ vorherrschend, während $g\{210\}$ und $l\{310\}$ entweder fehlen oder nur als schmale Streifen auftreten. An den kleinen Krystallen können die vier Prismen n , m , g und l etwa gleich entwickelt sein. Die a -Fläche kann entweder als eine breite Fläche oder auch als ein schmaler Streifen auftreten, sie fehlt aber niemals. Die Form $h\{520\}$ ist nur einmal beobachtet; der gemessene Winkel stimmt aber ganz gut mit dem berechneten überein.

Die Zone $[010:001]$ enthält die drei Formen $f\{021\}$, $o\{011\}$ und $k\{012\}$. Von diesen ist $o\{011\}$ immer vorhanden und gewöhnlich breit entwickelt. Die Form $f\{021\}$ ist häufig vorhanden, gewöhnlich aber nur als eine ganz kleine etwa rektanguläre Fläche zwischen o und b . Die Form $k\{012\}$ ist selten; sie ist mehrmals als eine kleine Abstumpfung beobachtet, nur einmal aber gemessen. Die Basis $c\{001\}$ fehlt selten, ist aber gewöhnlich sehr schmal und matt.

		Zahl gemess. Kanten	Gemessen	Dif.	Berechnet
b:n	010:120	7	28 30'	+ 3'	28 33'
:m	:110	10	47 25*	—	—
:g	:210	2	64 59	+ 20	65 19
:h	:520	1	69 56,5	— 7,5	69 49
:l	:310	1	72 53	+ 5	72 58
:a	:100	11	90 1	— 1	90 0
b:f	010:021	4	37 20	+ 1	37 21
:o	:011	9	57 3,5*	—	—
:k	:012	1	71 35	+ 28	72 3
a:i	100:101	3	50 8,5*	—	—
:c	:001	2	82 50	+ 4,5	82 54,5
:d	:10 $\bar{1}$	4	59 35	+ 2,5	59 37,5
:e	:30 $\bar{1}$	6	26 29	0	26 29
b:u	010:121	12	44 50	+ 1	44 51
:v	:232	1	53 33,5	17	53 16,5
:x	:111	8	63 32	+ 1	63 33
:i	:101	8	90 1	— 1	90 0
b:s	010: $\bar{1}$ 21	4	41 15	— 3,5	41 11,5
:w	: $\bar{2}$ 32	1	50 16	— 15	50 1
:r	: $\bar{1}$ 11	7	60 41	+ 6,5	60 47,5
:d	: $\bar{1}$ 01	6	89 57	+ 3	90 0
a:u	100:121	1	63 19,5	— 12	63 7,5
:f	:021	1	85 33	+ 9	85 42
a':s	$\bar{1}$ 00: $\bar{1}$ 21	2	70 23	+ 10	70 33
m:u	110:121	2	35 25	+ 14	35 39
:o	:011	2	63 19,5	+ 17,5	63 37
:t	: $\bar{1}$ 12	1	85 59	+ 76	87 15
m':d	$\bar{1}$ $\bar{1}$ 0: $\bar{1}$ 01	2	68 10	— 1	68 9
i:o	101:011	1	45 20	— 13	45 7
:s	: $\bar{1}$ 21	1	77 11,5	— 3,5	77 8
n:u	120:121	1	32 50	+ 9	32 59

Die Pyramidenzonen $\{010:101\}$ und $\{010:\bar{1}01\}$ sind analog entwickelt mit den Formen $u\{121\}$, $v\{232\}$, $x\{111\}$ und $s\{\bar{1}21\}$, $w\{\bar{2}32\}$, $r\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$. Die Winkel der Flächen in den beiden Zonen sind aber verschieden, wie es aus der Winkeltabelle hervorgeht. Die Formen $u\{121\}$, $x\{111\}$, $s\{\bar{1}21\}$ und $r\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$ sind an beinahe sämtlichen Krystallen gefunden; am meisten hervortretend sind $u\{121\}$ und $r\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$. Die Formen $v\{232\}$ und $w\{\bar{2}32\}$ sind verhältnismäßig selten und schmal.

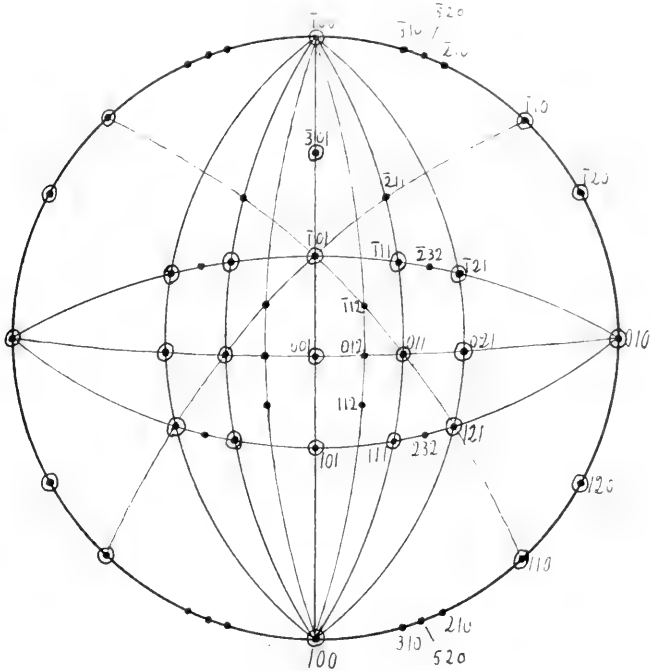


Fig. 5. Stereographische Projektion von Thalenit von Hundholmen.
Die wichtigsten Formen sind durch Ringe hervorgehoben.

Die Formen $i\{101\}$ und $d\{\bar{1}01\}$ fehlen sehr selten; die Fläche i ist gewöhnlich größer als d . Die am besten entwickelte Fläche dieser Zone ist aber bei weitem $e\{301\}$. Sie ist durchgehend breit und groß, nicht selten aber matt.

Die Form $y\{\bar{2}11\}$ ist sehr häufig vorhanden, ist aber immer matt und nicht mittels Reflexionsgoniometer meßbar. Sie wurde durch die Zonen $[011:\bar{1}11:\bar{2}11]$ und $[\bar{3}01:\bar{2}11:\bar{1}21]$ bestimmt.

Die Form $t\{\bar{1}12\}$ kommt mehrmals als eine schmale Fläche zwischen 011 und $\bar{1}01$ vor, ist aber nur einmal gemessen. Die Form $z\{112\}$ tritt als kleine viereckige Flächen zwischen 001 und 111 auf, da sie wegen ihrer Mattheit niemals gemessen ist, muß sie als unsicher bezeichnet werden.

Nach ihrer Häufigkeit und Größe kann man folgende Rangfolge der Formen aufstellen:

$$b e n m o i d u r a f x s c . \\ g y t l w k v z h .$$

Die Formen der ersten Gruppe treten wahrscheinlich immer auf; bei den etwas beschädigten Krystallen sind sie jedoch nicht immer beobachtet. Die Formen der zweiten Gruppe sind zurücktretend oder selten.

Die Kombinationen einiger einzelnen Krystalle werden unten angegeben:

Krystall No. 1. Taf. VIII, Fig. 7.

Abgebrochenes Fragment der linken Seite eines Krystalls mit $b(0\bar{1}0)$, $u(1\bar{2}0)$, $m(1\bar{1}0)$, $f(0\bar{2}1)$, $u(1\bar{2}1)$, $r(\bar{1}\bar{1}1)$. Zur optischen Untersuchung geopfert.

Krystall No. 2.

Ein etwas unregelmäßig ausgebildeter Krystall mit $b(010)$, $o\bar{1}0$, $a(\bar{1}00)$, $u(1\bar{2}0)$, $\bar{1}\bar{2}0$, $m(1\bar{1}0)$, $\bar{1}\bar{1}0$, $f(021)$, $o(011)$, $o\bar{1}1$, $k(012)$, $c(001)$, $u(121)$, $\bar{1}\bar{2}1$, $x(111)$, $\bar{1}\bar{1}1$, $i(101)$, $e(\bar{3}01)$, $30\bar{1}$, $d(\bar{1}01)$, $r(\bar{1}11)$, $w(2\bar{3}2)$, $s(\bar{1}\bar{2}1)$, $t(\bar{1}\bar{1}2)$. Die Flächen 010 , $o\bar{1}0$, $\bar{3}01$, $30\bar{1}$ und 011 sind groß, die übrigen zurücktretend bis ganz klein.

Krystall No. 3. Taf. VII, Fig. 5 und 6, Tafel VIII, Fig. 6. Größe $5 \times 4 \times 8$ mm. (nach der a -, b - und c -Achse gemessen).

Eine Kombination von $a(100)$, $b(010)$, $u(120)$, $\bar{1}\bar{2}0$, $\bar{1}20$, $m(110)$, $\bar{1}\bar{1}0$, $g(210)$, $f(021)$, $o(011)$, $o\bar{1}1$, $u(121)$, $\bar{1}\bar{2}1$, $\bar{1}2\bar{1}$, $v(232)$, $x(1\bar{1}1)$, $i(101)$, $e(30\bar{1})$, $\bar{3}01$, $s(\bar{1}\bar{2}1)$, $\bar{1}2\bar{1}$, $y(21\bar{1})$. Besonders groß sind die Flächen 010 , 100 und $30\bar{1}$. Dieser schöne Krystall sitzt mit seinem linken und hinteren Teil in der Orthit-Quarz-Masse festgewachsen.

Krystall No. 4. Taf. VII, Fig. 7, Taf. VIII, Fig. 4 und 5. Größe $5 \times 3 \times 6$ mm.

Eine Kombination von $a(100)$, $b(010)$, $o\bar{1}0$, $c(00\bar{1})$, $u(120)$, $\bar{1}\bar{2}0$, $\bar{1}20$, $m(110)$, $\bar{1}\bar{1}0$, $g(210)$, $\bar{2}\bar{1}0$, $l(3\bar{1}0)$, $f(021)$, $o(011)$, $o\bar{1}1$, $o\bar{1}\bar{1}$, $d(10\bar{1})$, $e(\bar{3}01)$, $30\bar{1}$, $u(121)$, $s(\bar{1}\bar{2}1)$, $\bar{1}2\bar{1}$, $\bar{1}\bar{2}\bar{1}$, $r(11\bar{1})$, $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$.

Auch dieser Krystall ist hinten links an der Orthit-Quarz-Masse angewachsen.

Krystall No. 5. Taf. VII, Fig. 1, 2, 3 und 4. Größe $3,5 \times 2 \times 3,5$ mm.

Dieser kleine Krystall ist wohl der beste und vollkommenst entwickelte Krystall des ganzen Materials. Die Flächen sind mit wenigen Ausnahmen vorzüglich meßbar. Die Kombination von Flächen ist die folgende: $a(100)$, $\bar{1}00$, $b(010)$, $o\bar{1}0$, $c(001)$, $00\bar{1}$, $u(120)$, $\bar{1}\bar{2}0$, $\bar{1}20$, $\bar{1}\bar{2}0$, $m(110)$, $\bar{1}\bar{1}0$, $\bar{1}\bar{1}0$, $\bar{1}\bar{1}0$, $g(210)$, $\bar{2}\bar{1}0$, $l(310)$, $3\bar{1}0$, $\bar{3}\bar{1}0$, $f(021)$, $o(011)$, $o\bar{1}1$, $o\bar{1}\bar{1}$, $o\bar{1}\bar{1}$, $i(101)$, $\bar{1}0\bar{1}$, $d(\bar{1}01)$, $10\bar{1}$, $e(30\bar{1})$, $\bar{3}01$, $u(121)$, $\bar{1}\bar{2}1$, $\bar{1}\bar{2}\bar{1}$, $x(1\bar{1}1)$, $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$, $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$, $s(\bar{1}\bar{2}1)$, $r(\bar{1}\bar{1}1)$, $11\bar{1}$, $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$, $y(21\bar{1})$, $\bar{2}\bar{1}\bar{1}$.

An diesem Krystall sind somit 17 Formen mit 42 Flächen entwickelt.

Krystall No. 6. Größe $7 \times 4,5 \times 7$ mm.

Der Krystall ist oben rechts an Feldspat und Orthit angewachsen, und links vorn etwas in seiner Entwicklung gestört. Der Typus ist etwa wie Krystall No. 5. Die Flächen sind die folgenden: $a(100)$, $\bar{1}00$, $b(010)$, $o\bar{1}0$

$n(120, 120, \bar{1}20, \bar{1}\bar{2}0)$ $m(110, 110, \bar{1}10, \bar{1}\bar{1}0)$ $g(210)$ $f(021, 0\bar{2}1, 02\bar{1}, 0\bar{2}\bar{1})$ $o(011, 011, 01\bar{1}, 0\bar{1}\bar{1})$ $d(\bar{1}01, 10\bar{1})$ $e(30\bar{1})$ $u(121, 121, 121, 1\bar{2}\bar{1})$ $x(111, 111, \bar{1}\bar{1}\bar{1}, \bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $s(\bar{1}21, \bar{1}\bar{2}1, 121)$ $w(232)$ $r(\bar{1}11, \bar{1}\bar{1}\bar{1}, 111)$ $l(\bar{1}12).$

Krystall No. 7. Größe 6,5 × 4 × 6,5 mm.

Einzelne Partien sind mit der Orthit-Quarz-Masse bedeckt; der Krystall ist im Ganzen gut und ringsherum ausgebildet. Die Kombination der Flächen ist: $a(100, \bar{1}00)$ $b(010, 0\bar{1}0)$ $c(001, 00\bar{1})$ $n(120)$ $m(110, \bar{1}\bar{1}0, \bar{1}10, \bar{1}\bar{1}0)$ $g(210, 2\bar{1}0, 210, 2\bar{1}0)$ $l(310)$ $f(021, 02\bar{1}, 0\bar{2}\bar{1})$ $o(011, 0\bar{1}\bar{1}, 01\bar{1}, 0\bar{1}\bar{1})$ $u(121, 1\bar{2}\bar{1}, 1\bar{2}\bar{1}, 1\bar{2}\bar{1})$ $x(111, 111, \bar{1}\bar{1}\bar{1}, \bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $i(101, 10\bar{1})$ $d(\bar{1}01)$ $e(301, 30\bar{1})$ $s(\bar{1}21, \bar{1}\bar{2}1)$ $r(\bar{1}11, \bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $z(\bar{1}\bar{1}\bar{2}, \bar{1}\bar{1}\bar{2}).$

Krystall No. 8. Pl. VIII, Fig. 1, 2 und 3. Größe 10 × 5 × 11 mm.

Ein großer, tafelförmiger Krystall, der teilweise noch im Quarz und Feldspat steckt. Eine Kombination von $a(100)$ $b(010)$ $u(120, 1\bar{2}0)$ $m(110, \bar{1}\bar{1}0)$ $g(210, 2\bar{1}0)$ $f(021)$ $o(011)$ $i(101)$ $d(10\bar{1})$ $e(30\bar{1})$ $u(121, 1\bar{2}1)$ $x(111, \bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $r(11\bar{1}, 1\bar{1}\bar{1}).$

Die Fläche $e(30\bar{1})$ tritt hier ungewöhnlich viel zurück.

Vergleich mit dem Thalenit von Benedicks.

So lange das Material von Thalenit von Hundholmen nur krystallographisch untersucht worden war, konnte das Mineral nicht mit Sicherheit identifiziert werden. Die chemische Untersuchung erwies aber eine Übereinstimmung mit dem Thalenit von Österby, und die optische Untersuchung gab die zu einem krystallographischen Vergleich notwendige Grundlage.

Es zeigte sich zunächst, daß die Aufstellung von BENEDICKS 90° um die c -Achse gedreht werden mußte. Die optische Orientierung der beiden Mineralien fällt dann völlig zusammen.

Wir werden sehen, daß dadurch auch eine krystallographische Übereinstimmung erreicht wird. Der Prismenwinkel $ab = 100 : 110$ bei BENEDICKS mit $48,7^\circ$ entspricht dann dem Prismenwinkel $bm = 010 : 110$ mit $47^\circ 25'$. Die wichtige Pyramide $e\{111\}$ bei BENEDICKS mit $ae(100 : 111) = 59^\circ$ entspricht der positiven Pyramide $x\{111\}$ und der negativen Pyramide $r\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$ mit $bx(010 : 111) = 63^\circ 33'$ und $br(010 : \bar{1}\bar{1}\bar{1}) = 60' 47,5'$. Der letzte Winkel stimmt mit demjenigen von BENEDICKS gut überein. Die Pyramide $d\{1\bar{1}\bar{1}\}$ von BENEDICKS mit $ad(100 : 1\bar{1}\bar{1}) = 73,0^\circ$ findet sich an dem Material von Hundholmen nicht. Sie würde einer Pyramide $21\bar{2}$ mit $010 : 21\bar{2} = 74^\circ 23'$ entsprechen. Überhaupt habe ich folgende Formen parallelisieren können:

BENEDICKS		VOGT	
<i>a</i>	100	<i>b</i>	010
<i>b</i>	110	<i>m</i>	110
<i>c</i>	010	<i>a</i>	100
<i>d</i>	11̄1		21̄2
<i>e</i>	1̄11	<i>r</i>	1̄11
<i>e</i>	111	<i>x</i>	111
<i>f</i>	021		201
<i>k</i>	3̄11	<i>s</i>	1̄21
<i>k</i>	311	<i>u</i>	121
<i>g</i>	1̄31		?
<i>i</i>	221		?
<i>h</i>	311		?

Die entsprechenden Winkel werden unten angeführt:

BENEDICKS			VOGT		
<i>ab</i>	100 : 110	48,7 ^o	<i>bm</i>	010 : 110	47 25'
<i>ac</i>	100 : 010	90,0	<i>ba</i>	010 : 100	90 0
<i>ad</i>	100 : 1̄1̄1	73,0		010 : 21̄2	74 23
<i>bd</i>	1̄10 : 1̄1̄1	55,7		110 : 21̄2	57,0 ¹
<i>ae</i>	100 : 111	59,0	<i>br</i>	010 : 1̄11	60 47,5
<i>ae</i>	100 : 1̄11	59,0	<i>bx</i>	010 : 111	63 33
<i>be</i>	1̄10 : 1̄11	52,5	<i>mx</i>	110 : 111	43 37,5
<i>ak</i>	100 : 3̄11	35,0	<i>bs</i>	010 : 1̄21	41 11,5
<i>bk</i>	1̄10 : 3̄11	40,5	<i>ms</i>	1̄10 : 1̄21	41 1,5
<i>cf</i>	1̄11 : 021	29,5		111 : 201	31,5 ¹

Mehrere Formen, die an dem Thalenit von Österby vorkommen, sind somit an dem Material von Hundholmen nicht beobachtet. Bei einem so flächenreichen Mineral wie den Thalenit mag dies doch nicht wundern.

Die dicktafelige Entwicklung nach $b\{010\}$ finden wir bei dem Thalenit von Österby wieder. Nach den Zeichnungen von BENEDICKS (vergleiche besonders Fig. 1) scheint überhaupt der Habitus des Minerals von den beiden Vorkommen ein ähnlicher zu sein.

An den Krystallen von Österby fehlt die Form $e\{301\}$, die bei Hundholmen als ein großes Pinakoidflächenpaar vorkommt. Hierdurch, und durch das Fehlen der Zone $[010 : 001]$, erreicht der Thalenit von Österby eine

¹ Mittels des Wulfschen Netzes konstruktiv gefunden.

pseudorhombische Entwicklung. Der Kantenwinkel zwischen den Zonen $[010:101]$ und $[010:100]$ ist 50° , zwischen den Zonen $[010:\bar{1}01]$ und $[010:\bar{1}00]$ $60\frac{1}{2}^\circ$. Wenn die Kanten etwas unscharf entwickelt sind, läßt sich die unsymmetrische Entwicklung derselben nicht leicht beobachten. Der Winkelunterschied der positiven und negativen Pyramiden ist verhältnismäßig klein und läßt sich wohl mit Handgoniometer an kleinen Flächen überschauen.

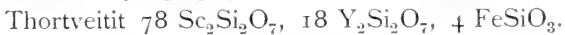
Die Deutung der monoklinen Symmetrie in der unrichtigen Richtung rührt davon her, daß zwei verschiedene Pyramiden ($\bar{1}11$ und $21\bar{2}$) für Pyramiden mit denselben numerischen Indices (111 und $1\bar{1}\bar{1}$) angenommen wurden. Wenn man sich aber das schlechte kristallographische Material von BENEDICKS erinnert (fünf Teile von Krystalle, die nur mittels Handgoniometer gemessen werden konnten, standen zur Verfügung), ist die unrichtige Deutung seiner Krystalle leicht verständlich. Die pseudorhombische optische Orientierung konnte auch wenig Anleitung geben.

Vergleich mit anderen Silikaten der seltenen Erden.

Wenn man von den borhaltigen Silikaten der seltenen Erden absieht, kann man diese Mineralien beiläufig in zwei große Gruppen teilen. Die erste Gruppe besteht aus neutralen oder basischen Ortosilikaten mit den Ytter-Mineralien Gadolinit, Hellandit, Keilhaut und den Cer-Mineralien Orthit, Cerit, Törnebohmit, Beckelit, Cer-Homilit u. a.

Die zweite Gruppe, die uns hier interessiert, besteht hauptsächlich aus Diortosilikaten mit den Yttergruppe-Mineralien Thalenit, Thortveitit, Yttrialit, Rowlandit und Kainosit, während Cer-Mineralien fehlen. Sie kommen alle an granitischen Pegmatitgängen vor; außerdem ist aber der Kainosit merkwürdigerweise in einer ganz anderen Paragenesis bei Kogruvfan, Nordmarken in Schweden, gefunden.

Empirisch läßt sich die chemische Zusammensetzung in folgender Weise angeben:



Der Yttrialit und der Rowlandit, die nur von Baringer Hill, Llano Co. in Texas bekannt sind, finden sich beide nur als isotrope, metamikt um-

¹ Die chemische Formel des Yttrialits kann auch als $63 Y_2Si_2O_7, 32 FeThSi_2O_7, 5 FeSiO_3$ geschrieben werden.

gewandelte Massen ohne Krystallform. Es stehen dann der Thortveitit und der Kainosit zurück, dessen Krystallformen beschrieben sind.

Das interessante Mineral Thortveitit, das im Jahre 1910 von J. SCHETELIG¹ entdeckt wurde, ist wie gesagt chemisch analog mit dem Thalenit zusammengesetzt, insofern die beiden Mineralien Diortosilikate der seltenen Erden darstellen; während aber der Thalenit ein ausgesprochenes Yttriummineral ist, besteht die Hauptmasse der seltenen Erden bei dem Thortveitit aus Scandiumoxyd. Der Durchschnitt der drei von SCHETELIG veröffentlichten Analysen ergibt 39,42 % Sc_2O_3 und 13,77 % Y_2O_3 , Dy_2O_3 , Er_2O_3 etc. Man könnte wohl auch erwarten, daß die beiden Mineralien sich einander auch in krystallographischer Hinsicht nahe stehen würden. Dies ist indessen nicht ohne weiteres der Fall. Es ist ganz auffällig, wie große morphotropische Änderung die Einführung von dem Scandium hervorgebracht hat.

Die beiden Mineralien sind monoklin, die Winkel sind aber ziemlich verschieden. Es zeigt sich, daß die größte Ähnlichkeit erreicht wird, wenn man die zwei Mineralien in der normalen Aufstellung vergleicht. Diejenigen Formen, die einander am nächsten kommen, sind auch mit denselben Indices belegt, und man kann deshalb die krystallographischen Elemente direkt zusammenführen:

Thalenit	0,9190 : 1 : 0,6480	$\beta = 82^\circ 54,5'$
Thortveitit	0,7674 : 1 : 0,5569	$\beta = 77^\circ 28'$

Der Unterschied muß als bemerkenswert groß bezeichnet werden. Eine nähere Betrachtung zeigt indessen, daß die *a*- und *c*-Achsen bei den beiden Mineralien etwa gleich sind, und daß der Unterschied zwischen den Achsenverhältnissen hauptsächlich durch eine Verlängerung von der *b*-Achse des Thortveitits hervorgebracht ist. Eine Umrechnung der krystallographischen Elemente mit der *a*-Achse als Einheitsachse macht dies auffällig:

Thalenit	1 : 1,0881 : 0,7051
Thortveitit	1 : 1,3031 : 0,7257

Eine Ausrechnung der topischen Parametre von BECKE und MUTHMAN läßt sich leider nicht exakt durchführen.

Nur wenige Formen sind gemeinsam, nämlich 110, 001, 111 und $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$. Von den entsprechenden Winkeln können folgende angeführt werden (s. Tab. S. 42).

Die Entwicklung der Zonen und die Ausbildung der Krystalle überhaupt ist verschieden. Die Prismenzone ist reich entwickelt beim Thalenit mit (010), (120), (110), (210), (520), (310) und (100), während nur (110) beim

¹ J. Schetelig: Centralblatt für Min. 1911, 721.

— Norsk Geol. Tidsskr., B. 6, 233, 1921.

— Videnskapsselskapets Skrifter, dieser Band.

	Thalenit	Thortveitit
100 : 110	42 35'	36 49'
100 : 001	82 54,5	77 28
110 : 111	43 37,5	43 6
110 : 111	49 4	53 20
111 : 111	61 12	62 40

Thortveitit zu finden ist. Weiter ist die Zone $[110:001]$ formenreich am Thortveitit entwickelt, während sie bei dem sonst so flächenreichen Thalenit ganz zurücktritt. Auf der anderen Seite sind die Zonen $[010:101]$ und $[010:001]$ am Thalenit schön entwickelt. Die Zone $[010:\bar{1}01]$ ist die einzige, die bei den beiden Mineralien gleichzeitig mit einer Mehrzahl von Flächen hervortritt, die Formen sind aber meistens verschieden.

Gewöhnlich sind die Thortveititkrystalle prismatisch nach der c -Achse ausgezogen, während sich die Thalenitkrystalle entweder dick tafelförmig nach 010 oder etwa gleichförmig in allen drei Richtungen ausbilden. Die Ausbildung macht doch weniger zu der Sache. Wichtiger erscheint es, daß das Zwillinggesetz nach 110 bei Thortveitit so allgemein verbreitet ist, daß beinahe sämtliche Krystalle verzwillingt sind. Bei dem Thalenit habe ich weder an Krystallen noch in Dünnschliffen Zwillingverwachsungen beobachtet. Die langprismatischen Krystalle von Thortveitit sind wohl als gesetzmäßig verzerrte Zwillinge nach der Regel von FR. BECKE anzusehen. Dadurch kann vielleicht der verschiedene Habitus der Krystalle erklärt werden.

Überhaupt kann man feststellen, daß die kristallographischen Beziehungen so wenig hervortreten, daß man wohl in Zweifel kommen kann, ob sie eine wirkliche kristallographische Verwandtschaft verraten. Andere Aufstellungen bringen aber gar keine Erleichterungen. Es ist z. B. recht nahe liegend die optischen Elastizitätsachsen parallel zu orientieren. Die beiden Mineralien haben nicht dieselbe optische Orientierung, indem die Achsenebenen senkrecht aufeinander stehen. Die A. E. ist bei Thalenit normal-symmetrisch mit $a = b$ und bei Thortveitit symmetrisch mit $\beta = b$.

Die Prismenzone bei dem Thortveitit würde dann mit der Domenzone $[100:001]$ bei dem Thalenit zusammenfallen. Um eine kristallographische Übereinstimmung zu erhalten, mußte man aber jetzt neue Formen berechnen; z. B. würden die Domen 201 und $\bar{2}01$, welche beim Thalenit nicht vorkommen, mit den Prismenflächen beim Thortveitit ungefähr zusammenfallen; die betreffenden Winkel sind $70^\circ 36,5'$ bzw. $73^\circ 38'$. Sonst sind aber die Winkel vollkommen verschieden und die optisch gleichartige Aufstellung ist somit ganz unwahrscheinlich.

Man muß sich damit begnügen auf die nicht allzu ausgesprochene Winkelähnlichkeiten hinzuweisen, welche sich in den kristallographischen Elementen und in der angeführten Winkeltabelle Ausdruck geben.

Die morphotropische Wirkung von dem Scandium besteht dann hauptsächlich in einer Verlängerung der b -Achse und in einer Schärfung des Winkels β , während die a - und c -Achsen etwa gleich bleiben. Weiter wird die Lichtbrechung erhöht von $\beta_{Na} = 1,7375$ bei Thalenit bis zu $\beta_{Na} = 1,7926$ beim Thortveitit; zugleich wird die Doppelbrechung stark vergrößert von $\gamma - \alpha_{Na} = 0,0124$ bis zu $\gamma - \alpha_{Na} = 0,0532$. Die optische Orientierung wird geändert, wohl durch eine relativ raschere Zunahme von dem Brechungsexponent parallel der b -Achse. In einem Zwischenstadium konnte man hier eine Mischung erwarten mit $a = \beta$ und der Krystall somit einachsige und optisch positiv.

Gehen wir nun zu dem Kainosit über, wurde dieses Mineral bei Hitterö von A. E. NORDENSKJÖLD¹ entdeckt und später aus Kogruvan von Hj. SJÖGREN² krystallographisch beschrieben. Der Kainosit ist rhombisch mit den Achsenverhältnissen $0,9517 : 1 : 0,8832$, also ziemlich verschieden von dem Thalenit. Es läßt sich wohl eine Übereinstimmung durch Umtausch der Achsen etc. hervorbringen, wie z. B. $c : b : a = 0,8832 : 1 : 0,7137$, wobei die Formen bei dem Kainosit noch ziemlich einfache Indices bekommen. Die entsprechenden Winkel sind dann:

Kainosit		Thalenit	
010 : 021	29° 31'	010 : 120	28° 33'
: 011	48 33	: 110	47 25
: 230	35 0,5	: 021	37 20

Wenn man aber die Kontrolle, die in der optischen Orientierung liegt, entbehren muß, kann man nicht behaupten, daß eine derartige Umstellung berechtigt ist, und ich will deshalb nur darauf hinweisen, daß eine Ähnlichkeit auch zwischen Thalenit und Kainosit möglich ist.

¹ A. E. Nordenskjöld: Geol. För. Förh., 8, 143, 1886.

² Hj. Sjögren: Geol. För. Förh., 19, 54, 1897.

Anhang: Zu den optischen Eigenschaften des Gadolinit.

Das ungewöhnlich frische Material von dem Hundholmen-Gadolinit ladet zu weiteren optischen Untersuchungen ein, indem ein vollkommen frischer Gadolinit bisher nicht untersucht war, und ich werde deshalb einige neue Beobachtungen hinzufügen.

Zuerst einige Bemerkungen über Farbe und Pleochroismus. Die Krystalle sind glänzend schwarz, unter der Lupe aber kantendurchscheinend mit dunkel olivengrüner Farbe; winzig kleine und rißfreie Krystalle sind schön durchscheinend mit demselben Farbenton. In sehr dicken Dünnschliffen, wo Quarz und Feldspat schon längst weiße Interferenzfarben höherer Ordnung zeigen, kann man einen deutlichen Pleochroismus wahrnehmen:

α = Olivengrün

β = Grasgrün

γ = Grasgrün

Die Farben nach den verschiedenen Richtungen besitzen etwa dieselbe Helligkeit mit $\alpha = \beta = \gamma$. In Dünnschliffen gewöhnlicher Dicke ist kein Pleochroismus wahrnehmbar, und die Farbe ist wie früher erwähnt gleichmäßig hell grasgrün.

Eine Bestimmung der Lichtbrechung wurde mittels der Immersionsmethode ausgeführt. In diesem jedenfalls früher etwas unbequemen Abschnitt der Lichtbrechungsskala empfiehlt sich Mischungen von Piperin ($C_{17}H_{19}NO_3$) mit Antimontrijodid (SbJ_3) und Arsen-trijodid (AsJ_3), welche von H. E. MERWIN¹ vorgeschlagen wurde und die neuerdings von E. S. LARSEN² in ausgedehntem Maßstab angewandt worden ist. Die Mischungen schmelzen wenig oberhalb $100^\circ C.$ und erstarren als ein orangebraunes und amorphes Glas. Für Na-Licht wurde γ des Gadolinit gleich $1,824 \pm 0,001$ gefunden, indem die betreffende Mischung mittels eines kleinen Prismas, wo ein Tröpfchen zwischen zwei Deckglasstücken eingeklemmt war, standardisiert wurde. Wenn man mit dem Mittel der zwei S. 27 angegebenen Werte der Doppelbrechung (Kern und Hülle) rechnet, erhält man die folgenden Werte für die Lichtbrechung des vollkommen frischen Gadolinit:

¹ H. E. MERWIN: Washington Acad. Sc. Journ. Vol 3 S. 35—40 1913.

² ESPER S. LARSEN: U. S. Geol. Surv. Bull. 679 1921.

$$\alpha = 1,801$$

$$\beta = 1,812$$

$$\gamma = 1,824$$

Diese Werte liegen nicht unbedeutend höher als frühere Bestimmungen. Die ersten Angaben über die Lichtbrechung des Gadolinitis rühren von N. ZENZÉN¹ her:

$$\text{Kárarfvet, Schweden} \quad n = \text{ca. } 1,76-1,78$$

$$\text{Ytterby, Schweden} \quad n = \text{ca. } 1,76-1,78$$

$$\text{Hitterö, Norwegen} \quad n = > 1,78$$

Weiter liefert ESPER S. LARSEN² eine Reihe von Bestimmungen in seiner so außerordentlich wertvollen Monographie über die optischen Konstanten der Minerale:

$$\text{Hackberry, Arizona} \quad \alpha = 1,780 \quad \gamma = 1,785$$

$$\text{Devils Head mine, Colorado} \quad n = 1,783$$

$$\text{Baringer Hill, Texas} \quad n = 1,780$$

$$\text{Kárarfvet, Schweden} \quad \alpha = 1,772 \quad \gamma = 1,777$$

$$\text{Hooking Hollow, Texas} \quad n = 1,710$$

$$\text{Baringer Hill, Texas} \quad n = 1,710$$

Diese letzteren Gadolinite sind aber entweder isotrop oder sie besitzen jedenfalls eine nur ganz schwache Doppelbrechung ($\gamma - \alpha = 0,005$), während dieselbe bei dem Hundholmen-Gadolinit einen beinahe fünfmal so hohen Wert erreicht ($\gamma - \alpha = 0,023$). Die höheren Licht- und Doppelbrechungen stehen somit untereinander in guter Harmonie.

¹ N. ZENZÉN: Bull. of the Geol. Inst. of Upsala. Vol 15, S. 64 1916.

² E. S. LARSEN: l. c. S. 77.

Erklärung zu den Tafeln.

Tafel VII.

Thalenit von Hundholmen.

- Fig. 1. Krystall No. 5, Idealbild.
- Fig. 2. Krystall No. 5, Projektion auf 010 .
- Fig. 3. Krystall No. 5, Projektion auf $0\bar{1}0$.
- Fig. 4. Krystall No. 5, Projektion auf 100 .
- Fig. 5. Krystall No. 3, Projektion auf 010 .
- Fig. 6. Krystall No. 3, Projektion auf 100 .
- Fig. 7. Krystall No. 4, Idealbild.

Tafel VIII.

Thalenit von Hundholmen.

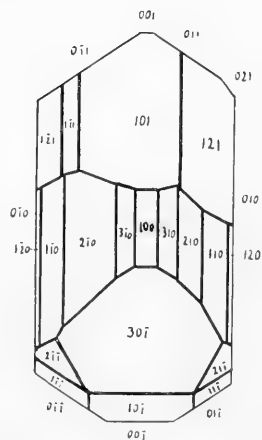
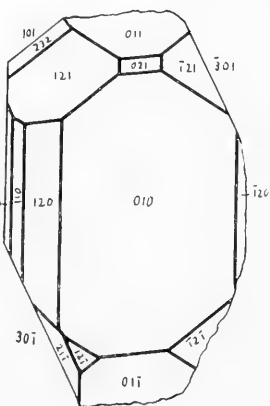
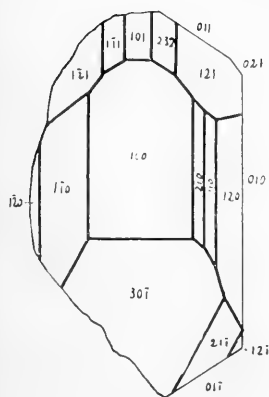
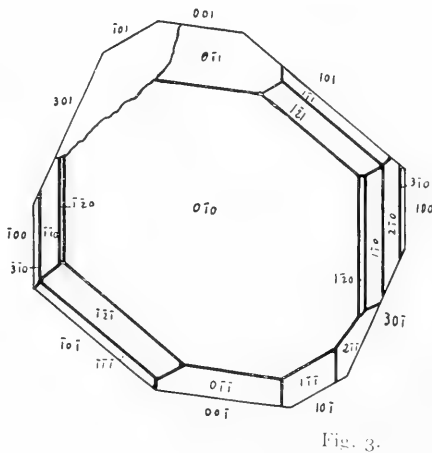
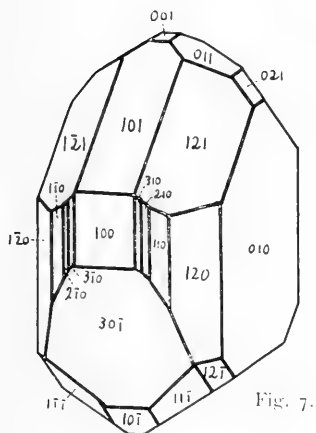
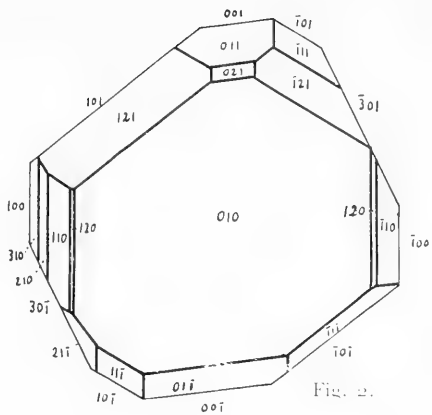
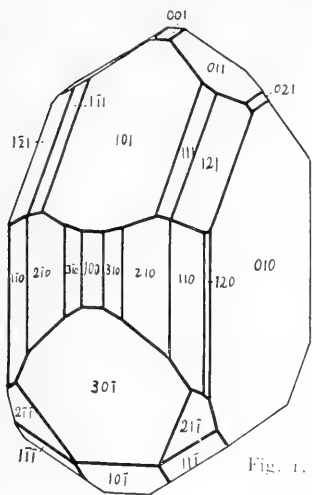
- Fig. 1. Krystall No. 8, Idealbild.
- Fig. 2. Krystall No. 8, Projektion auf 010 .
- Fig. 3. Krystall No. 8, Projektion auf 100 .
- Fig. 4. Krystall No. 4, Projektion auf 010 .
- Fig. 5. Krystall No. 4, Projektion auf 100 .
- Fig. 6. Krystall No. 3, Idealbild.
- Fig. 7. Krystall No. 1, Projektion auf $0\bar{1}0$.

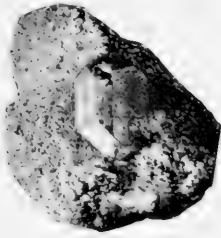
Tafel IX.

Fig. 1–6 Thalenit von Hundholmen. Die Krystalle sitzen auf einer Grundmasse angewachsen, die hauptsächlich aus Quarz und Orthit besteht. $1^{3,4} \times$ Vergrößerung.

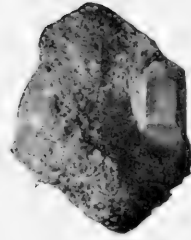
INHALT.

	Seite
Der Granitpegmatitgang bei Hundholmen und seine Mineralien	20
Orthit und Epidot-Orthit	24
Gadolinit	26
Beschreibung des Thalenits	28
Das Auftreten des Thalenits	28
Physikalische Eigenschaften	29
Optische Untersuchung	29
Chemische Untersuchung	33
Krystallographische Untersuchung	33
Vergleich mit dem Thalenit von BENEDICKS	38
Vergleich mit anderen Silikaten der seltenen Erden	40
Anhang: Zu den optischen Eigenschaften des Gadolinit	44

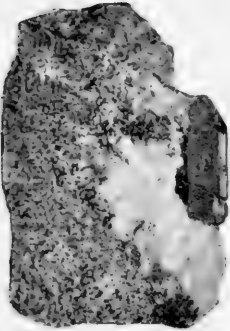




1



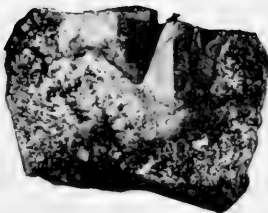
2



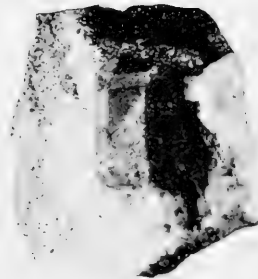
3



4



5



6

THORTVEITIT SCHEDELIG, GADOLINIT KLAPROTH,
KAINOSIT A. E. NORDENSKJÖLD UND
ORTHIT BERZELIUS

VON

JAKOB SCHEDELIG

(MIT FIG. 6--23 UND TAFELN X—XV)

THORTVEITIT; SCHETELIG¹

EIN SCANDIUMSILIKAT, $(\text{Sc}, \text{Y})_2\text{Si}_2\text{O}_7$

Unter den sogenannten „seltenen Erdmetallen“ (Y-Reihe und Ce-Reihe) nimmt Scandium eine besondere Stelle ein. Erstens gehört es zu den spät entdeckten dieser Elemente und wurde nach der Entdeckung noch zwei Dezennien zu den allerseltensten Elementen der Erdkruste gerechnet, eine Ansicht, die erst durch die Arbeiten von G. EBERHARD in Potsdam völlig geändert wurde. Zweitens war bis zu der Entdeckung des Thortveitits keine einzige in der Natur vorkommende, chemische Verbindung mit Scandium als Hauptbestandteil bekannt, trotzdem eine systematische Forschung nach einer solchen Verbindung jahrelang getrieben wurde. Vor der Entdeckung des Thortveitits im Jahre 1910 war Scandium nur als zufälliger Übergemengteil und zwar nur in geringer und wechselnder Menge in einer kleinen Anzahl Mineralien, die weit entfernten Gruppen der Mineralsystematik angehörig waren, bekannt.

Es dürfte auch bemerkt werden, daß Scandium unter den seltenen Erdmetallen das kleinste Atomgewicht besitzt und gewisse Verschiedenheiten in den chemischen Eigenschaften von den übrigen seltenen Erdmetallen aufweist. Z. B. zeigt Scandium eine starke Geneigtheit zur Bildung von Komplexverbindungen, ein Verhältnis, das Schwierigkeiten bei der chemisch-analytischen Untersuchung des Thortveitits hervorgebracht hat. R. J. MEYER, der bekannte Scandiumforscher, schreibt²: „denn der chemische Charakter des Elements, soweit es bis jetzt bekannt ist, weicht sehr erheblich von dem typischen Verhalten der seltenen Erden im engeren Sinne ab“. Die abweichenden Eigenschaften lassen sich von dem Atomgewicht voraussagen. Er hebt den elektro-negativen Charakter des Scandiums hervor und zeigt, daß es näher den Elementen Th, Be und Al als den seltenen Erden im engeren Sinne steht. BRAUNER nennt Scandium „eine Extrapolation in der Reihe der Elemente der seltenen Erden.“

Es scheint mir deshalb berechtigt, wenn hier die vollständige Beschreibung des erst entdeckten, wirklichen Scandiumminerals vorgelegt wird, einen kurzen Abriss der Geschichte der Scandiumforschung vorausszuschicken.

¹ J. Schetelig: „Über Thortveitit, ein neues Mineral. Vorläufige Mitteilung“. Centrbl. f. Min. 1911. S. 721–726, und „Thortveitite, a Silicate of Scandium“. Norsk Geologisk Tidsskrift. B. VI, S. 233–244, 1922.

² „Über das Scandium I.“ Z. f. anorg. Chem. 60, 1908.

MENDELEJEFF¹ verdanken wir die kühne Voraussagung der Existenz des Elements schon zehn Jahre vor der Entdeckung. In seinen Studien über das Gesetz der Periodizität der Elemente hat er, wie bekannt, im Jahre 1869 auf Grundlage einer Lücke im periodischen System zwischen Calcium und Titan die Existenz eines Elements mit dem Atomgewicht 44 und spez. Gew. des Oxydes etwa 3,5 vorausgesagt, und diesem Elemente den Namen „Ekabor“ gegeben.

Zehn Jahre später (1879) entdeckte NILSON² und CLEVE³ in einigen seltenen, yttererdehaltenden Mineralien (Euxenit, Yttrotitanit und Gadolinit) ein neues Element, dessen Eigenschaften mit denen des von MENDELEJEFF vorausgesagten Ekabors übereinstimmten. Die Entdecker nannten das neue Element Scandium.

NILSON entdeckte erst das Element und hat es zusammen mit etwas Ytterbium von Erbinerde, die er von Euxenit, Arendal und Gadolinit, Ytterby gewonnen hatte, isoliert. CLEVE hat später in demselben Jahre Scandinerde von Gadolinit und Yttrotitanit (Keilhaut) isoliert und die Verbindungen und Hauptreaktionen des Elements studiert.

Die in den genannten Mineralien vorhandene Menge von Scandium ist nach NILSON und CLEVE äußerst gering:

Euxenit, Arendal	0,02 ⁰ 0	Sc ₂ O ₃
Gadolinit, Ytterby	0,001—0,0015 ⁰ 0	„
Yttrotitanit, Arendal (?) . . .	0,0005 ⁰ 0	„

Die von NILSON und CLEVE hergestellten Scandiumpräparate waren nicht rein, sondern mit Ytterbium und Thorium gemischt.

Spätere Untersuchungen von G. EBERHARD und anderen haben gezeigt, daß Scandium kein konstanter Gemengteil der obengenannten Mineralien ist; vielmehr gibt es manche Euxenite, Yttrotitanite bzw. Gadolinite, die gar keine Spur von Scandium enthalten.

Nach den Arbeiten von NILSON und CLEVE verlaufen etwa 20 Jahre, in welchen die Scandiumforschung keine eigentlichen Fortschritte aufweisen kann. In diesem Zeitraum hat doch W. CROOKES unter anderen systematisch nach Scandium gesucht unter seinen Studien über Mineralien, die seltene Erden enthalten. Sehr selten aber hat er Scandium nachgewiesen. Es befestigte sich dann die geläufige Ansicht, daß Scandium unter den aller-seltensten und am spärlichsten auftretenden Elementen unserer Erdkruste zu rechnen sein möchte. Dieser Ansicht hat sich auch CROOKES so spät als im Jahre 1908⁴ angeschlossen.

¹ Ann. Chem. Pharm. 1872, Suppl. 8, S. 133.

² B. d. Chem. Ges. 13, 1880, S. 1439.

³ Compt. Rend. Acad. Sc. Paris 89, 1879, S. 419.

⁴ Proc. Roy. Soc. 80, 1908, S. 516.

URBAIN¹ hat auch jahrelang Untersuchungen über seltene Erden (Yttererden) des verschiedenartigsten Ursprungs ausgeführt, nie aber hat er Scandium unter den seltenen Erden erkannt.

Inzwischen hatten die Astrophysiker die sehr wichtige Entdeckung gemacht, daß Scandium eine weite kosmische Verbreitung besaß. Schon ROWLAND konnte nachweisen, daß einige der stärksten Linien im Bogenspektrum des Scandiums als kräftige Fraunhofersche Linien im Absorptionsspektrum der Sonne auftraten. Durch spätere Untersuchungen sind alle — auch die feinsten — Scandiumlinien im Sonnenspektrum gefunden. Auch im Emmissionsspektrum der Sonnenatmosphäre, das nur wenige Sekunden während der totalen Sonnenfinsternis beobachtbar ist, hat man auch die stärksten Linien des Bogenspektrums des Scandiums nachweisen können. Auf Grundlage dieser Tatsachen sagt G. EBERHARD: „es kann keinem Zweifel unterliegen, daß Scandium relativ reichlich in der Sonne vorhanden ist“.

Dank den Untersuchungen von G. EBERHARD wissen wir, daß das gleiche auch von den Sternen gilt. EBERHARD gibt an, daß er im Jahre 1901 bei der Ausmessung von Sternenspektren auf das starke Auftreten von Scandiumlinien aufmerksam wurde. Weil die Scandiumlinien in den Spektren der Sterne verschiedener Stadien (von VOGELS Spektralklasse Ia₃ jedenfalls bis Klasse III a) sichtbar sind, behauptet EBERHARD eine relativ reichliche Verbreitung des Scandiums im Weltall.

Von Anfang an klar über, daß der Unterschied zwischen der Zusammensetzung der Sonne und der Sterne einerseits sowie der Erde andererseits in Bezug auf Scandium aus kosmogonischen Gründen nur scheinbar sein möchte, hat G. EBERHARD zur Lösung der Scandiumfrage in einen neuen Arbeitsweg eingeschlagen: *systematisches Aufsuchen von Scandium auf der Erde mit Hilfe der Spektrographie*. Die Resultate der Untersuchungen sind in zwei Abhandlungen von 1908 und 1910 veröffentlicht: G. EBERHARD: *Über die weite Verbreitung des Scandiums auf der Erde, I und II*.² Im ganzen sind 825 Einzelproben der verschiedensten Mineralien und Gesteine von allen Teilen der Erde spektrographisch auf Scandium geprüft und in etwa zwei Drittel der Proben wurde Scandium positiv nachgewiesen. Ich erlaube mir nach EBERHARD zu zitieren³: „Das Hauptergebnis der in der Tabelle mitgeteilten Einzelresultate ist die überraschende Tatsache *des allgemeinen Vorkommens des Scandiums auf der Erde*. In fast allen Gesteinen, aus denen die Hauptteile der Erdkruste selbst gebildet sind, ist Scandium erkennbar, es ist kein seltenes Element mehr, sondern hat vielmehr die allerweiteste und größte Verbreitung ebenso wie nur eine kleine Zahl der übrigen bekannten Elemente. Durch diesen Nachweis ist es nun nicht

¹ Journ. Chem. Phys. Genève 4, 1906, S. 31.

² Sitzber. d. k. preuß. Akad. d. Wiss. 1908, S. 851 und 1910, S. 404. Die obigen Angaben EBERHARDS sind der ersten Abhandlung entnommen.

³ L. c. 1908, S. 865.

mehr befremdlich, sondern durchaus natürlich, daß Scandium überall in den Sternen und der Sonne zu finden ist". Hiermit war es also festgestellt, daß dem Element Scandium eine extensive Verbreitung, zwar aber in großer Verdünnung, in der Erdkruste zukommt.

Ein eigentliches Scandiummineral mit diesem Element als wesentlicher Bestandteil wurde von EBERHARD nicht gefunden, dagegen hat er nachgewiesen, daß Scandium in recht vielen Mineralien vorkommen kann, wenn auch nicht vorzukommen braucht. Sehr interessant ist, daß Zinnstein und Wolframit von speziellen Fundorten — vor allem von Zinnwald — einen bedeutenden Scandiumgehalt besitzen. Nach Analyse von R. J. MEYER¹ enthält der Wolframit von Zinnwald etwa 0,2⁰0 Sc₂O₃ — eine Menge, die zehnmal größer ist als die Menge im Euxenit von Arendal. Durch diese Entdeckung war die Möglichkeit für Gewinnung größerer Mengen von Scandinerde ohne allzu großes Kosten und Mühe gegeben. R. J. MEYER² greift in Deutschland die weitere Forschung der Chemie des Scandiums an. Es wurde auch ein Versuch gemacht um Scandinerde für industrielle Zwecke herzustellen, indem angeblich etwa 400 gr. Scandinerde aus Wolframitrückständen von Zinnwald für „A. E. G.“ in Berlin hergestellt wurde.

W. CROOKES³ hat 1908 in einer kurzen Notiz die Hauptresultate seiner Forschung über das Scandium veröffentlicht. Er hatte seit einigen Jahren — unabhängig von G. EBERHARD — systematische Untersuchungen nach Scandium in allen ihm zugänglichen Mineralien, die seltene Erden enthielten, angestellt, und in den folgenden Scandium gefunden:

Auerlit	}	Sc ₂ O ₃	unterhalb	0,1 ⁰ 0
Pyrochlor				
Thorianit				
Thorit				
Wiikit		Sc ₂ O ₃		1,17 ⁰ .0

Das Mineral *Wiikit*⁴ — ein Titano-niobo-tantalat von seltenen Erden, in Granitpegmatit bei Impilaks, Finnland, vorkommend — enthält somit nach der Analyse von W. CROOKES über 50 Mal mehr Sc₂O₃ als jedes damals (1908) bekannte scandiumhaltende Mineral. CROOKES hat aus dem Wiikit reines Sc₂O₃ isoliert und eine Reihe von Scandiumverbindungen hergestellt und studiert. Weiter hat er das Bogenspektrum des Scandiums genau durchforscht.

¹ Z. f. anorg. Ch. 60, 1908.

² Vier Abhandlungen von R. J. Meyer und seinen Mitarbeitern sind erschienen: Über das Scandium I, II, III, und IV. I: Z. f. anorg. Chem. 60, S. 134; II: Z. f. anorg. Chem. 67, S. 398. III: Nernst-Festschrift 1912; IV: Z. f. anorg. Chem. 86, S. 257.

³ Proc. Royal Soc. 80, S. 516.

⁴ Leon. H. Borgström. Mineralogische Notizen 7—10. Geol. För. Förh. 1911, 32, S. 1525—1545. (10 Wiikit u. Loranskit von Impilaks.)

Nach EBERHARD¹ zeigt Wiikit einen sehr wechselnden Gehalt an Scandium; eine Probe von Monazit von Impilaks hat starke Sc-Reaktion gegeben und ist nach EBERHARD das eigentliche Sc-Mineral. Außerhalb der obengenannten Mineralien hat auch Orthit von demselben Fundort einen hohen Gehalt an Sc gezeigt.²

VERNADSKY³ hat nach dem Erscheinen der ersten Arbeit von EBERHARD kürzlich auf die große Bedeutung der Resultate aufmerksam gemacht. Er hat weiter auf Grundlage der Untersuchungen EBERHARD's erst die wichtige geologische Schlußfolgerung gezogen, daß *alle Mineralien, die nach EBERHARD einen höheren Scandiumgehalt aufweisen können, zu der Mineraliengesellschaft der Granite oder richtiger der granitischen Pegmatitgänge gehören.*

Scandium ist somit in Bezug auf seinen Auftreten in der Erdkruste ein echtes pneumotolytisches Element wie: Beryllium, Bor, Lithium, Wolfram, Zinn, Molybdän und die seltenen Erdmetalle.

Von G. JAMES ist Sc in den Rückständen nach der Verarbeitung von brasilianischem Zirkon nachgewiesen (1918).

Nach G. EBERHARD⁴ führe ich hier die Mineralien (und Gesteine) an, die einen beträchtlichen — chemisch nachweisbaren — Gehalt an Scandium gezeigt haben:

Zinnstein,	Zinnwald.
„	Sadisdorf (Erzgebirge).
„	Takamaya, Japan.
„	Mccrudy, Swaziland.
Wolframit,	Zinnwald.
Wiikit,	Impilaks, Finnland.
Monazit	„ „
Aeschnit (?)	Embadaan, Swaziland.
Schwarzer Glimmer,	Molaniemi, Finland.
Columbit, ⁵	Moss, Norwegen.
Glimmer,	Ytterby, Schweden.
Glimmerschiefer,	Ytterby, Schweden.
Fe-Li-Glimmer,	Niederpöbel, Sachsen.
Euxenit,	Sætersdal, Norwegen.
Yttrotitanit,	Norwegen.

Die untenstehende Tabelle zeigt den Gehalt an Sc_2O_3 in den wichtigsten Sc-haltigen Mineralien:

¹ L. c. 1910.

² R. I. Meyer. Sitzber. d. k. preuß. Akad. 1911, S. 379.

³ Sur la distribution du Scandium dans l'écorce terrestre. Bull. de l'Acad. Imp. des Sc. de St. Petersburg. 1908, S. 1273.

⁴ L. c. 1910.

⁵ Wahrscheinlich „Råde bei Moss.“

Yttrotitanit	o — 0,0005 ^{0/0}
Gadolinit	o — 0,0015 „
Euxenit	o — 0,06 „ ¹
Auerlit	} unterhalb 0,1 ^{0/0}
Pyroklor	
Thorianit	
Thorit	
Glimmer	
Columbit	
Monazit	
Zinnstein	0,15 ^{0/0}
Wolframit	0,2 „
Wükit	Max. 1,17 „
Thortveitit	ca. 40 ^{0/0} Sc ₂ O ₃ ²

Entdeckung und Vorkommen des Thortveitits.

Als die zweite Abhandlung von G. EBERHARD: „Über die weite Verbreitung des Scandiums auf der Erde II“, in welcher die Resultate von 459 neuen Einzelprüfungen von Mineralien und Gesteinen auf Scandium, die doch nicht zum erwünschten Ziel: das Auffinden eines wirklichen Scandiumminerals geführt hatten, am Ende April 1910 veröffentlicht wurde, hatte schon sieben Jahre hindurch *eine Stufe eines Scandiumsilikats* (Thortveitit), im Mineralogischen Museum der Universität, Kristiania, ruhig hingeliegen, und niemand ahnte, welcher köstliche Schatz in der Stufe steckte.

Die erwähnte Stufe wurde von P. SCHEI³ während einer Stipendienreise nach Sætersdal im Sommer 1903 gesammelt, und er ist somit eigentlich der erste Finder des erstbekannten Scandiumminerals. Der genaue Fundort ist: Beryllbruch am Hofe Landsverk, Evje, Sætersdal. SCHEI hatte vorläufig im Felde auf der Etikette „Epidot (?)“ geschrieben. Beim späteren Messen eines kleinen Krystals am Reflexionsgoniometer war ihm gewiß die Nichtübereinstimmung der Winkel des gefundenen Minerals mit den Winkelwerten des Epidots aufgefallen. Notaten in Betreff des Minerals hat er nicht hinterlassen. Es fehlte ihm doch allerdings an hinreichendem Material um weitere Untersuchungen vorzunehmen. Die Stufe wurde unter seinem Arbeitsmaterial von mir gefunden und vorläufig in der Mineraliensammlung unter Beryllmaterial von Landsverk, Evje, hingesezt.

¹ Hauser und Wirth (B. d. D. Ch. G. 42, 1909) haben auch in einem Euxenit 0,06^{0/0} Sc₂O₃ nachgewiesen.

² Die Menge von Sc₂O₃ in dem Scandiummineral Bazzit von Baveno, Italien, ist nicht bestimmt. (E. Artini: Rend. Acc. Line. 1915).

³ P. SCHEI, als Geologe der zweiten norwegischen Polarexpedition unter OTTO SVERDRUP bekannt, war bis zu seinem allzufrühen Tode 1. Nov. 1905 Amanuensis am Mineralogischen Institute d. Universität, Kristiania.

Im September 1910 wurde mir von Herrn OLAUS THORTVEIT, Iveland in Sætersdal, unter anderem ein Krystallbruchstück eines graulich-grünen Minerals mit starkem Glasglanz zur Bestimmung eingesandt. Das Mineral erinnerte beim ersten Anblick etwas an Epidot. Die vorläufigen Untersuchungen zeigten jedoch sofort, daß die Eigenschaften des Minerals mit keinem bekannten Mineral übereinstimmten, und die Annahme, daß hier ein neues Mineral vorlag, haben spätere Untersuchungen an reichlicherem Material, das Herr O. THORTVEIT mir in liebenswürdiger Weise zur Verfügung gestellt hat, vollständig bestätigt.

Nach meinem Freund OLAUS THORTVEIT († 1917), der ein sehr guter Mineralkenner war und besonders durch eifriges Sammeln und interessierten Opferwillen unsere Kenntnis von den Mineralien der granitischen Pegmatitgänge in Sætersdal befördert hatte, habe ich das neue Mineral *Thortveitit* genannt.

Unter einem Studienaufenthalt in Wien im Wintersemester 1910—1911 habe ich im mineralog-petrographischen Institut d. Universität (Direktor: Prof. Dr. F. Becke) die vorläufigen chemischen und physikalischen Untersuchungen des neuen Minerals ausgeführt. Durch die spektrographische Analyse, von Herrn Hofrat EXNER in liebenswürdiger Weise im physikal. Institut d. Univ. Wien ausgeführt, wurde festgestellt, daß *Scandinerde die Hauptmasse der Basen des Thortveitits* ausmacht. Die Resultate dieser und weiterer Untersuchungen, die ich im chemischen Laboratorium (Vorstand Prof. Th. Hiortdahl) und im mineralogischen Institut (Vorstand Prof. W. C. Brogger) d. Universität Kristiania später ausgeführt hatte, wurden von mir als vorläufige Mitteilung über Thortveitit veröffentlicht.¹

Die von P. SCHEI gesammelte Stufe des Thortveitits von Landsverk, Evje, wurde wiedergefunden, und das Mineral identisch mit dem Thortveitit erkannt.

Der erste — von O. THORTVEIT entdeckte — Fundort des neuen Minerals ist *Ljoslandsknipan* in Iveland, wo das Mineral in einem kleinen Granitpegmatitgang vorkommt. Später hat THORTVEIT auch das Mineral in einem anderen Pegmatitgang am Hofe *Eptevand* in Iveland gefunden.

Zuletzt habe ich gelegentlich einen vierten Fundort entdeckt, indem ich an einer Prachtstufe von Beryll von *Umeland* in Evje, welche das Mineralogische Museum, Kristiania, durch Herrn Bergingenieur A. GULDBERG erworben hatte, Thortveitit erkannt hatte. Auf meine Veranlassung hat O. THORTVEIT den Fundort untersucht und ziemlich viel Thortveitit gefunden.

Ich habe selbst die zwei Fundorte in Iveland: *Ljoslandsknipan* und *Eptevand* besucht, und die betreffenden Pegmatitgänge mit Umgebung studiert. Bei einem Besuch in Evje habe ich vergebens nach Thortveitit in den verschiedenen Feldspatbrüchen am Hofe Landsverk gesucht.

Vorkommen. Wir kennen somit bis jetzt vier verschiedene Fundorte des neuen Scandiumsilikats Thortveitit:

¹ Centr. f. Min. 1911. L. c.

1. „Beryllbruch“, Landsverk, Evje.
2. Ljoslandsknipan, Ljosland, Iveland.
3. Eptevand, Iveland.
4. Unneland, Evje.

Das Mineral ist nur von granitischen Pegmatitgängen bekannt.

1. *Landsverk, Evje.* Von diesem Fundort, den ich nicht näher kenne, liegt nur die einzige, von P. SCHEI 1903 gesammelte Stufe vor. Der Thortveitit ist in gelbweißem Oligoklas eingewachsen. Weiter sieht man auf der Stufe Ilmenorutil, Monazit und Euxenit (?) nebst Biotit und Muscovit. Dieselbe Mineralien kommen immer mit Thortveitit vergesellschaftet vor.

2. *Ljoslandsknipan.* Diesen Fundort habe ich selbst im Sommer 1911 genau studiert und an Ort und Stelle den kleinen Granitpegmatitgang einige Tage auf Thortveitit getrieben. Ich habe dann mit wertvoller Hilfe von Herrn O. THORTVEIT alles, was damals zugänglich war, eingesammelt.

„Ljoslandsknipan“ ist ein kleiner, waldbedeckter Berg nördlich vom Hofe Ljosland im Kirchspiel Iveland, Sætersdal. Der Berg ist von einem schwarz- und weiß- gefleckten Amphibolit (umgewandelten Gabbro), der von Granitpegmatitgängen durchsetzt ist, aufgebaut.

Der Thortveitit kommt in einem kleineren Ausläufer eines größeren Granitpegmatitganges vor, auf welchem früher ein Feldspatbruch getrieben wurde. Im Hauptgang sind von seltenen Mineralien nur *Euxenit* und *Monazit* zusammen mit plattenförmig abgesondertem Magnetit gefunden. Etwa 20 m. westlich vom Hauptgang am Abhang des Berges hat der Ausläufer, der überwiegend aus Schriftgranit besteht, eine Erweiterung, wo Herr Thortveit einen Versuchsbetrieb auf Feldspat angestellt hatte. Der kleine Schurf hat eine Länge von etwa 5 m. und eine Tiefe von 1—2 m. Die Mächtigkeit des schräge durch Amphibolit gehenden Ganges war hier ungefähr etwa 1,5—2 m.

Die Unterseite des Ganges besteht hauptsächlich aus Oligoklasschriftgranit, an welchem sich eine größere Quarzmasse mit eingewachsenen großen Rosetten und Tafeln von Biotit schließt; ringsum am Rande der Quarzmasse finden sich schlecht begrenzte Krystalle von Mikroklinpertit und Oligoklas bis 0,5 m. und mehr im Durchmesser. Die Zwischenräume zwischen den Feldspatindividuen sind mit Quarz und grobstengligem Schriftgranit ausgefüllt. Beryllkrystalle haben beide Feldspäte und den Quarz durchwachsen. Die Ganggrenze nach oben besteht wieder aus Schriftgranit von wechselnder Mächtigkeit, z. T. mit Mikroklinpertit, z. T. mit Oligoklas. Im Schriftgranit finden sich ziemlich reichlich nuf- bis walnufgroße Körner von Magnetit, hie und da auch etwas Biotit und Muscovit.

In der Grenzschicht zwischen grobkörnigem Feldspat und Quarz einerseits und Schriftgranit andererseits sind die seltenen Mineralien hauptsächlich auskrystallisiert; z. T. sind sie auch im Schriftgranit zu finden. Über die Krystallisationsfolge habe ich folgende Beobachtungen gemacht:

Kleine idiomorphe Krystalle von Euxenit, Xenotim-Alvit, Monazit und Ilmenorutil sind im Thortveitit eingewachsen, während Biotit, Oligoklas, Mikroklinperthit und Quarz nur als Einschlüsse ohne Flächenbegrenzung im Thortveitit vorkommen. Die größeren Krystalle von Xenotim und Ilmenorutil sind von stengligem Thortveitit durchwachsen; dasselbe gilt auch Beryll.

Die Beobachtungen können in folgender Weise zusammengestellt werden:

<i>Euxenit</i>	immer älter als Thortveitit.
<i>Monazit</i>	} 1. in kleineren Krystallen älter als Thortveitit. 2. in größeren Massen z. T. jünger —
<i>Alvit</i> ¹	
<i>Xenotim</i>	
<i>Ilmenorutil</i>	
	} 1. kl. Kryst. älter als Thortveitit. 2. gr. Mass. jünger „ —
<i>Beryll</i>	
<i>Magnetit</i>	} im allgemeinen „ „
<i>Biotit</i>	
<i>Muscovit</i>	
<i>Feldspäte</i>	
<i>Quarz</i>	

Thortveitit ist somit ziemlich in der Mitte der Krystallisationsperiode der akzessorischen Gemengteile auskrystallisiert.

Die größeren Krystalle sind oft gebrochen, zeigen auch nicht selten mehrere Brüche, die durch Feldspat oder Quarz oder beide zusammen wieder geheilt sind. (Fig. 6.)

Der Thortveitit ist überwiegend in der oben genannten Grenzschicht und am häufigsten in radialstrahligen Rosetten auskrystallisiert, indem die Krystalle von einem Krystallisationspunkt ausgehend in allen Richtungen weiter wachsen und Oligoklas, Mikroklinperthit und Quarz durchsetzen. Am meisten ist der Thortveitit in Oligoklas, selten in Schriftgranit eingewachsen. Aus sorgfältigen Beobachtungen im Gange selbst und am eingesammelten Material geht hervor, daß Thortveitit ungefähr gleichzeitig mit Monazit, Xenotim, Ilmenorutil und Beryll auskrystallisiert ist.

Die hier etwas ausführlich besprochene Paragenesis des Thortveitits am Fundort Ljoslandsknipan ist die charakteristische für Thortveitit an allen bis jetzt bekannten Fundorten des Minerals. Taf. X—XII zeigen photographischen Aufnahmen von Krystallen und Stufen von Ljosland.

3. *Eptevand*, Iveland. Der Fundort ist ein kleiner Pegmatitgang am Hofe Eptevand in Iveland, einige Km. nördlich von Ljosland. Am Gipfel eines kleinen Amphibolitberges dicht am Hauptwege ostwärts nach Hegrefos war ein kleiner Versuchsbetrieb auf Feldspat angestellt; der Gang war

¹ Alvit z. T. = Cyrtolit.

aber zu klein und lieferte zu wenig Feldspat. Herr THORTVEIT entdeckte in Stufen an der Berghalde Thortveitit. Von diesem Fundort stammen die zwei Krystalle, die zur Feststellung der kristallographischen Konstanten geeignet waren. Diese Krystalle kamen im Oligoklas und Quarz zwischen großen Platten von schwarzem Glimmer eingewachsen vor.

Der kleine Pegmatitgang an dem Hofe Eptevand hat sich reich an Mineralien gezeigt. Die Paragenesis des Thortveitits ist dieselbe: Euxenit, Thortveitit, Xenotim (?), Monazit, Beryll, Ilmenorutil und auch Orthit.

Die Monazitkrystalle von Eptevand sind ganz eigentümlich entwickelt mit der Kombination: $\{111\}$ $\{111\}$ $\{021\}$ $\{010\}$ $\{110\}$. Die Prismenflächen $\{110\}$ sind ganz klein.



Fig. 6.

4. *Unneland* im Kirchspiel Iveland.

Diesen Fundort habe ich selbst — so zu sagen — entdeckt, aber nicht gesehen. Wie gesagt habe ich in einer Prachtstufe von Beryll von Unneland Thortveitit nachgewiesen und auf meiner Veranlassung hat Herr THORTVEIT diesen Feldspatbruch nach Thortveitit mit ziemlich gutem Erfolge abgesucht. In liebenswürdiger Weise hat er mir das gesammelte Material zur Verfügung übergeben.

Die Stufen des Pegmatitganges von Unneland zeigen, daß Thortveitit hier dieselbe Paragenesis hat wie an den übrigen Fundorten. Folgende Mineralien kommen vor: Euxenit, Thortveitit, Ilmenorutil, Monazit, Beryll, Biotit (stark chloritisiert), Mikroklin, etwas zersetzt mit tief rotbrauner Farbe.

Der Thortveitit ist scheinbar nicht ganz frisch; die Farbe ist hellgrau und die Substanz selbst ganz opak. Die spektrographische Untersuchung von G. EBERHARD (siehe unten S. 82) zeigt doch, daß dieser Thortveitit identisch mit dem Scandiummineral der übrigen Fundorte ist.

Der Thortveitit scheint ziemlich verbreitet auf den granitischen Pegmatitgängen im nördlichen Teil von Iveland und im angrenzenden Teil von Evje vorzukommen. Es ist aber bemerkenswert, daß Thortveitit niemals in den größeren Feldspatbrüchen gefunden ist. Sein Vorkommen scheint auf kleinere Gänge, die reich an seltenen Mineralien sind und die eine ziemlich konstante Mineraliengesellschaft aufweisen können, beschränkt. Dieses stimmt mit den Erfahrungen von G. EBERHARD,¹ daß das Auftreten von Scandium in relativ größerer Konzentration stark lokal begrenzt ist.

Die Möglichkeit neue Fundorte des Thortveitits in dieser Gegend zu finden ist doch gar nicht ausgeschlossen. Das Mineral fällt ja nicht in die

¹ L. c.

Augen, wie die schwarzen Niobate und Titanate und die schweren, braunen Phosphate (Monazit und Xenotim). Von den Arbeitern in den Feldspatbrüchen dürfte der Thortveitit mit dem epidotähnlichen Aussehen als wertlos an der Halde mit dem Schrot weggeworfen werden. Die erst gefundenen Krystalle des Thortveitit, die Herrn THORTVEIT von den Feldspatarbeitern gebracht waren, wurden ganz bezeichnend von den Arbeitern für etwas zersetzten Beryll angesehen.

Die unten vorgelegten Untersuchungen über Thortveitit von Iveland waren schon vor mehreren Jahren abgeschlossen und diese Abhandlung im Jahre 1917 fertig geschrieben; verschiedene Umstände aber haben die Drucklegung verspätet. Inzwischen erschien im Jahre 1920 eine Note von A. LACROIX¹ über einen sehr interessanten Fund eines mit dem Thortveitit indentischen Minerals von Madagascar. Da mehrere Angaben in meiner vorläufigen Mitteilung durch Untersuchungen an reichlichem und besserem Material, das ich in der Zwischenzeit zur Verfügung bekommen hatte, sich teils unrichtig gezeigt hatten, teils modifiziert wurden, habe ich es zweckmäßig gefunden eine kurze Zusammenfassung meiner neuen Resultate in englischer Sprache voraus zu veröffentlichen.² Leider wurde die Drucklegung dieser kleinen Abhandlung auch ein Jahr verspätet.

Inzwischen ist neuerdings das schöne Werk von A. LACROIX: „Minéralogie de Madagascar, Tome I.“³ erschienen, worin auch eine ausführliche Beschreibung des Thortveitits von Befanamo, Madagascar, gegeben ist. Leider sind hier die wenig korrekten Angaben in meiner vorläufigen Mitteilung wiedergegeben.

Thortveitit von Befanamo ist in einem Granitpegmatitgang gefunden, und hier mit Beryll, Strüverit, Monazit und Fergusonit vergesellschaftet. Die Mineralassoziation des Thortveitits ist demnach ungefähr dieselbe sowohl in Norwegen als auf Madagascar. Die wesentlichen Eigenschaften stimmen für beide Vorkommnisse überein; die beobachteten Verschiedenheiten zwischen dem norwegischen und madagascarischen Thortveitit werden am besten unten an Ort und Stelle näher erwähnt. Die Krystalle — oder richtiger Krystallgruppen von mehreren polysynthetischen Zwillingskrystallen aufgebaut — von Madagascar sind von derselben Größenordnung wie die norwegischen, indem Fragmente 10 cm. lang und 3 cm. im Durchmesser allgemein sind.

Das allmähliche Zuspitzen der Krystallgruppen, das allgemein bei mehreren Pegmatitmineralien, z. B. Beryll, auftritt und durch gleichzeitiges Wachstum gegen die Nachbarmineralien hervorgerufen ist, ist ein charakteristisches Merkmal gemeinsam für Thortveitit von Madagascar und Norwegen.

¹ Compt. Rend. Ac. Sc. 171. Paris, Aug. 1920.

² Jakob Schetelig. Thortveitite, a Silicate of Scandium. Norsk Geol. Tidsskr. B. VI, 1922.

³ Paris 1921.

Thortveitit ist jedoch nicht mehr das einzig bekannte Mineral, in welchem Scandium als einer der Hauptbestandteile auftritt. Im Jahre 1915 hat E. ARTINI eine Abhandlung über Drusenmineraleien des Granits von Baveno, Italien, publiziert.¹ Das neue Scandiumsilikat, das nur in einer einzigen Druse gefunden ist, hat ARTINI, *Bazzit* genannt. Die kleinen, himmelblauen, hexagonalen Prismen des Bazzits waren auf Quarz und rotem Orthoklas aufgewachsen. Das Mineral ist optisch einachsig, negativ und stark dichroitisch. Nach qualitativer chemischer Untersuchung ist Bazzit ein Silikat von Scandium und anderen seltenen Erden mit Fe und Na. Bazzit hat keine Verwandtschaftsbeziehungen zu Thortveitit.

Krystallographische Untersuchungen.

Die Krystalle — oder richtiger Krystallgruppen — des Thortveitits, die sich im allgemeinen leider wenig geeignet für krystallographische Untersuchungen gezeigt haben, sind als Regel nach einer Richtung, die sich natürlich als Vertikalachse hervorhebt, stark ausgezogen und fast ohne Ausnahme verzwillingt. Die Krystalle sind z. T. von ziemlicher Größe. Bei Ljosland habe ich selbst einen Teil eines Krystalls von etwa 35 cm. Länge mit einem größten Durchmesser von etwa 4—5 cm. *in situ* gemessen; das Krystallbruchstück konnte nicht unbeschädigt herausgenommen werden. Taf. X. Fig. 1. zeigt eine photographische Aufnahme von dem größten Teil des Bruchstückes. Ziemlich häufig sind Krystalle von 10—15 cm. Länge mit einem Durchmesser von 1,5—2 cm. Die zahlreichen Sprünge und die Sprödigkeit bewirken, daß die Krystalle nur ausnahmsweise unbeschädigt herauspräpariert werden können. (Taf. XII.)

Charakteristisch ist ein allmähliches Zuspitzen (Taf. XI. Fig. 3.) der Krystalle von einem Ende her gegen das andere hin. Häufig strahlen von einem Krystallisationspunkt mehrere Krystalle in allen Richtungen aus. (Radialstrahlige Anordnung, Taf. X. Fig. 2). Das Wachsen ist charakteristisch. An einer stark deformierten schmalen Wurzel baut sich rasch so zu sagen ein Stamm, der wie ein Baumstamm die größten Dimensionen unten hat und gegen den Gipfel hin sich allmählich verjüngert. Das wurzelnde Ende zeigt keine Krystallflächen. Dasselbe Verhältnis ist ganz allgemein für eine Reihe von Mineralien der Granitpegmatitgänge, z. B. Beryll und ist durch gleichzeitiges Wachstum gegen die Nachbarmineraleien hervorgerufen.

Die allmähliche Zuspitzung in Verbindung mit allgemein drei- bis fünf-
fach wiederholte Zwillungsbildung von ziemlich unregelmäßiger Anordnung bewirkt, daß die Flächen in der Vertikalzone selten gut ausgebildet sind. Deformationsflächen treten auch allgemein auf.

¹ Rend. Ac. Linc. 1915. 24 (I) S. 313. Ref. Mineralogical Magazine No. 94. Mineralog. Abstracts. S. 204.

Die Begrenzungselemente sind sehr einförmig, indem in der Vertikalzone nur eine Form: ein Prisma, das zum Grundprisma $m\{110\}$ gewählt wurde, beobachtet ist. Pinakoiden kommen nicht vor.

Die Terminalbegrenzung ist im allgemeinen sehr schlecht. Die terminalen Begrenzungselemente sind auch selten identifizierbar, und erlauben wegen der Beschaffenheit der Flächen nicht exakte Messungen. An zwei größeren Krystallen ist die Basisfläche $c\{001\}$ beobachtet. Taf. XI. Fig. 1.

Die nach der c -Achse ausgezogenen Zwillingskrystallkomplexe von Ljosland haben deshalb nur zur sicheren Festlegung des Prismenwinkels $(110):(1\bar{1}0)$ und des Zwillingswinkels $(110):(110)$ gedient. Taf. X. Fig. 2.



Fig. 7.

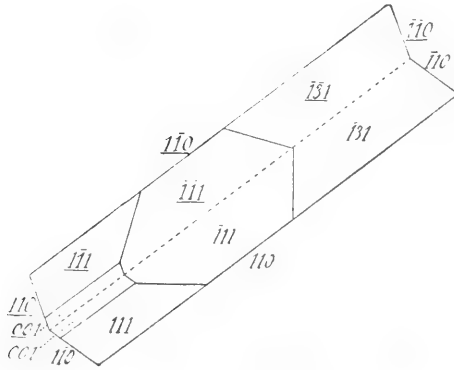


Fig. 8.

Krystalle von einem anderen Typus, die ganz klein als dünne Tafeln nach $\{110\}$ entwickelt sind und in Quarz zwischen großen Tafeln von schwarzem Glimmer eingewachsen vorkommen, sind bei Eptevand gefunden. Zwei von diesen tafeligen Krystallen, die überhaupt die besten bisher gefundenen Thortveititkrystalle mit meßbaren Endflächen sind, haben für die Bestimmung des Krystallsystems und des Achsenverhältnisses gedient. Der eine Krystall ist ein einfacher Zwilling nach $\{110\}$, 15 mm. lang, 6 mm. breit und 1,5 mm. dick und durchsichtig mit tiefgrüner Farbe. (Fig. 7 u. 8). Der andere Krystall ist der einzig bekannte Einzelkrystall, auch tafelig nach $\{110\}$, noch kleiner und nur 0,5 mm. dick. Dieser Krystall ist auch durchsichtig und klar, mit einer etwas heller grünen Farbe (Fig. 9 u. 10). Es sind auch einige anderen tafeligen Krystalle gefunden, die leider bei dem Herausprärieren in Splitter zerfallen sind.¹

¹ An einem Rest eines dritten tafeligen Krystalls von Eptevand, nach $\{110\}$ verzwillingt, wurden außerhalb $\{110\}$ auch zwei andere Flächenpaare: $(1\bar{1}0)$ und (027) beobachtet. Diese Formen sind doch recht zweifelhaft.

Diese zwei Krystalle wurden auf einem Goniometer von FLEISS mit dem Aufsatzvertikalkreis von V. M. GOLDSCHMIDT gemessen. Die Resultate der Messungen wurden in stereographischer Projektion mittels des WULFF'schen Netzes eingetragen. Es geht aus den Messungen unzweideutig hervor, daß der Thortveitit monoklin krystallisiert,¹ und ich führe hier die Beweise der monoklinen Symmetrie an.

1. Eine Fläche, die nur als c $\{001\}$ Basis gedeutet werden kann, ist zum wenigsten an vier Krystallen entwickelt und bildet mit dem Prisma (110) einen Winkel von etwa 80° . $(110):(001) = (1\bar{1}0):(001) = \text{ca. } 80^\circ$.
2. Der Zonenwinkel $[001]:[\bar{1}\bar{1}0] = 82^\circ 30'$, weicht also $7^\circ 30'$ von 90° ab.
3. Der Winkel $m':o = (\bar{1}10):(\bar{1}\bar{1}1)$ ist von dem Winkel $m:p = (110):(\bar{1}\bar{1}1)$ um etwa 10° verschieden.

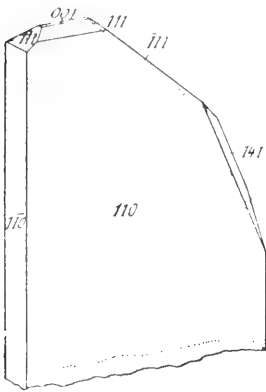


Fig. 9.

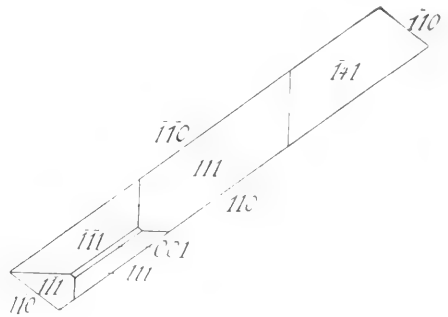


Fig. 10.

4. Die Kanten der konstant auftretenden Vizinalen $\{551\}$ und $\{552\}$ stehen schief zur Kante $(110):(\bar{1}\bar{1}0) =$ der Achse c .
5. Ätzfiguren, auf $\{110\}$ mit Haupttrichtung \parallel die Zonenachse $[110:001]$, die schief zur c -Achse steht.

Die Krystalle des Thortveitits sind formenarm; in allem sind eigentlich nur 6 verschiedene Formen beobachtet:

- | | | |
|---------------------------------|--|---------------------------------------|
| $m = \{110\}$ | : kommt an allen Krystallen vor. | |
| $p = \{111\}$ | } | an beiden Tafelkrystallen beobachtet. |
| $o = \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$ | | |
| $c = \{001\}$ | | |
| $u = \{\bar{1}31\}$ | : an der Zwillings tafel, und auch sonst vereinzelt. | |
| $v = \{\bar{1}41\}$ | : an der Einzeltafel, und auch sonst vereinzelt. | |

¹ Die Angabe in meiner vorläufigen Mitteilung, daß der Thortveitit rhombisch wäre, ist nicht richtig. Mein Material von Krystallen mit Endflächen war damals unzulänglich und die Behauptung der rhombischen Symmetrie stützte sich hauptsächlich auf die optische Orientierung, indem ich in den mir damals zur Verfügung stehenden Dünnschliffen, die auch wahrscheinlich in der Orientierung nicht ganz genau waren, keine Abweichung der Bisektrix α von der Vertikalachse beobachten konnte.

Dazu kommen noch folgende, etwas unsichere Formen, die vereinzelt gefunden sind und zum größten Teil Vizinalflächen sind.

$t = \{211\} :$	gekrümmte Fläche an der Zwillings tafel.	
$\sigma = \{551\} :$	}	allgemein auftretende Vizinalflächen, ¹
$\varrho = \{552\} :$		
$\tau = \{332\} : (?)$	}	unsichere Formen und Vizinalflächen, die nur von der Zwillings tafel bekannt sind.
$q = \{335\} : (?)$		
$r = \{113\} :$		
$s = \{118\} : (?)$		

Auch andere Vizinalflächen wie (998) und vereinzelt auftretende unsichere Formen vierter Art mit komplizierten Symbolen wie (292) (722) (161) (152) (927) und andere sind beobachtet.

Die Winkel, die ich zur Berechnung des Achsenverhältnisses gewählt habe, sind folgende:

			Geschätzte Genauigkeit
1. $m : m'''$	$(110) : (1\bar{1}0)$	$73^\circ 38'$	$(\pm 2')$
2. $m : c$	$(110) : (001)$	80°	$(\pm 20')$
3. $m' : o$	$(\bar{1}10) : (\bar{1}\bar{1}1)$	$53^\circ 20'$	$(\pm 10')$

Was die Bestimmung dieser Winkel anbelangt, ist folgendes zu bemerken:

1. Der Winkel $(110) : (1\bar{1}0) = \text{ca. } 73^\circ 1/2$.

a. Krystalle von Ljosland.

Buchstaben.	Müller.	N. Kr.	Grenzen.	Mittel.	
$m : m'''$	$(110) : (1\bar{1}0)$	10	$73^\circ 8' - 73^\circ 40'$	$73^\circ 26' 1/2$	(1)

b. Zwillings tafel von Eptevand.

$m : m'''$	$(110) : (1\bar{1}0)$		$73^\circ 30' - 73^\circ 43'$	$73^\circ 35' 1/2$	(2)
------------	-----------------------	--	-------------------------------	--------------------	-----

2. Der Winkel $(110) : (1\bar{1}0) = \text{ca. } 106^\circ 1/2$.

$m : m'$	$(110) : (1\bar{1}0)$		$106^\circ 14' - 106^\circ 32'$	$106^\circ 26' 1/2$	
			Supplement	$73^\circ 33' 1/2$	(3)

3. Der Zwilling swinkel $(110) : (1\bar{1}0) = \text{ca. } 33^\circ$.

a. Krystalle von Ljosland.

$m : m'''$	$(110) : (1\bar{1}0)$		$32^\circ 25' - 33^\circ 8'$	$32^\circ 50'$	
------------	-----------------------	--	------------------------------	----------------	--

b. Zwillings tafel von Eptevand.

$m : m'''$	$(110) : (1\bar{1}0)$		$32^\circ 42' - 32^\circ 46'$	$32^\circ 43' 1/2$	
------------	-----------------------	--	-------------------------------	--------------------	--

¹ In der vorläufigen Mitteilung sind diese Flächen, die damals die einzig bekannten Endflächen waren, in der folgenden Weise bezeichnet:

$$\sigma = 551 \text{ damals } s = 221.$$

$$\varrho = 552 \quad \ast \quad o = 111.$$

Der Wert für den Zwillingswinkel $(110):(1\bar{1}0)$ 3 b ist eindeutig.
Der Winkel $(110):(1\bar{1}0)$ aus dem Zwillingswinkel berechnet:

$$\text{a. } (110):(1\bar{1}0) = 90 \div 16' 25'' = 73^{\circ} 35'. \quad (4)$$

$$\text{b. } (110):(1\bar{1}0) = 90 \div 16' 21''^{3/4} = 73^{\circ} 38'^{1/4}. \quad (5)$$

Der unzweifelhaft beste Wert des Prismenwinkels ist (5) abgeleitet von dem Zwillingswinkel $m:m''' = 32^{\circ} 43'^{1/2}$. Diese Messung ist die absolut beste, und die betreffenden Flächen sind tadellos entwickelt. Für die Berechnung des Achsenverhältnisses ist dieser Wert benutzt:

$$m:m''' = (110):(1\bar{1}0) = 73^{\circ} 38' (\pm 2').$$

$$4. \text{ Der Winkel } (110):(001) = m:c = \text{ca. } 80^{\circ}.$$

Dieser Winkelwert beansprucht keine große Genauigkeit. Die Messungen schwanken zwischen 79° und 81° :

$$\begin{array}{l} m : c = (110):(001): \quad 79^{\circ} 36', \quad (79^{\circ}) \quad (80^{\circ} 2'), \quad 80^{\circ} 45', \quad 80^{\circ} 55'. \\ m'' : c = (\bar{1}\bar{1}0):(001): \quad 99^{\circ} 49' \quad 101^{\circ}. \end{array}$$

Diese Schwankungen dürften von dem Auftreten von Vizinalflächen verursacht werden.

Für den gewählten Mittelwert $c:m = 80^{\circ}$ schätze ich die Unsicherheit zu $\pm 20'$.¹

5. Der Winkel $m':o = (\bar{1}\bar{1}0):(\bar{1}\bar{1}1) = 53^{\circ} 20'$ ist Mittel von zwei verschiedenen Messungen an der Einzeltafel mit den Grenzen $53^{\circ} 15' - 53^{\circ} 25'$. Ich möchte die Genauigkeit auf $\pm 10'$ schätzen.

$$\text{Aus: } (110):(1\bar{1}0) = 73^{\circ} 38'$$

$$(110):(001) = 80^{\circ}$$

$$(\bar{1}\bar{1}0):(\bar{1}\bar{1}1) = 53^{\circ} 20'$$

sind das Achsenverhältnis und der Winkel β berechnet:

$$a : b : c = 0,7674 : 1 : 0,5569$$

$$\beta = 77^{\circ} 28', (77^{\circ} 1/2)$$

Eine direkte Messung des Winkels β zwischen der Kante $(110):(1\bar{1}0)$ und (001) hat 78° gegeben.

In der untenstehenden Winkeltabelle sind die aus dem Achsenverhältnis berechneten Winkelwerte neben den gemessenen angeführt.

¹ Aus dem ziemlich genauen Wert der Zonenwinkel $[001]:[1\bar{1}0] = 80^{\circ} 30'$ ist der Winkel $c:m = (001):(110)$ zu $80^{\circ} 6'$ berechnet, und danach $\beta = 77^{\circ} 37'$.

Buchstaben	Miller	Gemessen	Berechnet
m : c	110 : 001	* 80°	—
m : m'''	110 : 110	* 73° 38'	—
m : m'	110 : 110	106° 24'	106° 22'
m : m''''	110 ^I : 110 ^{II}	32° 42' 1/2	32° 44'
m' : o	110 : 111	* 53° 20'	—
m : p	110 : 111	43° 39'	43° 6'
m'' : o	110 : 111	85° 43'	86° 12'
m'' : u	110 : 131	106° 7'	106° 54'
m'' : v	110 : 141	112° 30'	111° 38'
o : o'	111 : 111	—	52° 34'
p : p'	111 : 111	44°	42° 52'
p : o	111 : 111	63° 42'	62° 40'
p : o'	111 : 111	82° 58'	83° 34'
m : t	110 : 211	37°	36° 35'
m : σ	110 : 551	11° 30'	12° 28'
m : ρ	110 : 552	21° 57'	21° 52'
m : π	110 : 332	32° 54'	32° 40'
m : q	110 : 335	55° 30'	54° 30'
m : r	110 : 113	64° 55'	64° 0'
	110 : 998	39° 35'	39° 48'

Die gemessenen Zonenwinkel sind folgende:

$$\begin{aligned}
 [001] : [110] &= 82^\circ 30' \\
 [001] : [110] &= 97^\circ 30' \text{ (Supplement)} \\
 [001] : [112] &= 122^\circ 3' \\
 [001] : [114] &= 148^\circ 39' \\
 [001] : [2.2.11] &= 169^\circ \\
 [001] : [115] &= 153^\circ 23'
 \end{aligned}$$

Die Übereinstimmung der berechneten Winkelwerte mit den direkt beobachteten ist nur eine ziemliche. Es ist doch nicht mehr zu erwarten, weil die Krystalle für exakte Messungen nicht geeignet und auch häufig deformiert sind.

Nach dem charakteristischen Prismenwinkel $m : m''' = 73^\circ 1/2$ gehört der Thortveitit zu den wenigen Substanzen, die in geometrischer Hinsicht durch einen Hauptprisma mit einem Winkel etwa in der Mitte zwischen 60° und 90° (etwa 75°) ausgezeichnet sind.

Zwillingsbildungen. Wie oben gesagt ist nur ein einziger Einzelkrystall beobachtet. Im allgemeinen sind dann die Krystallstücke von mehreren Zwillingskrystallen aufgebaut, die durchgehends nach dem Prisma $m \{110\}$ verzwillingt sind. Das Zwillingsgesetz kann folgenderweise ausgesprochen

werden: *Zwillingsebene* $\{110\}$, *Zwillingsachse*, die *Normale auf* $\{110\}$ mit 180° Drehung, *Verwachsungsebene* $\{110\}$. Verwachsungen sind sowohl nach (110) als nach $(\bar{1}\bar{1}0)$ beobachtet, wodurch die Gleichwertigkeit der Flächenpaare (110) und $(\bar{1}\bar{1}0)$ Bestätigung erfährt; $\{110\}$ ist somit ein Prisma. Das Zwillingsgesetz konnte inzwischen auch in der Weise formuliert werden: *die c-Achse ist Zwillingsachse, um welche das eine Individuum $73^\circ 38'$ oder $106^\circ 22'$ gedreht ist. Verwachsungsebene (110) oder $(\bar{1}\bar{1}0)$.*

Fig. 8. zeigt eine lineare Projektion $\perp c$ des oben erwähnten Zwillingskrystalls von Eptevand, der nur aus zwei Individuen besteht. Indices sind nach der zweiten Formulierung des Gesetzes angeführt.

An dem Thortveitit von Madagascar hat LACROIX auch Zwillinge nach $\{150\}$ beobachtet, die ebenso häufig auftreten als Zwillinge nach $\{110\}$. Diese Zwillinge sind durch breite Furchen mit einem einspringenden Winkel $m:m = 137^\circ 20'$ gekennzeichnet. Zwillinge nach $\{150\}$ habe ich nicht am Thortveitit von Norwegen beobachtet. Ich möchte doch auf das Verhältnis aufmerksam machen, daß in einem Vierling nach $\{110\}$ ein einspringender Winkel von $147^\circ 16'$ zwischen den Prismenflächen m^I und m^{IV} auftreten kann.

Am häufigsten ist die Zwillingsbildung wiederholt, und ein Krystall kann von bis fünf Individuen aufgebaut sein. Taf. XIII. Fig. 1. zeigt eine nur ganz wenig schematisierte Zeichnung nach einem Dünnschliff eines Krystalls, der von fünf verschiedenen Individuen besteht. Wie ersichtlich ist der Krystallstock z. T. in ziemlich verwickelter Weise polysynthetisch von Zwillingslamellen zusammengesetzt. Die Lamellen sind immer parallel einer der Flächen des Prismas m $\{110\}$. In Taf. XIII. Fig. 3. sind in einem Kreis die Richtungen der optischen Achsenebenen der fünf Individuen eingetragen.

Physikalische Eigenschaften.

Spaltbarkeit. Der Thortveitit zeigt eine deutliche prismatische Spaltbarkeit nach dem Prisma $\{110\}$. In einigen Dünnschliffen $\perp c$ sind die Spaltrisse sehr gut wahrnehmbar, in anderen treten sie mehr zurück; immer aber ist es möglich die Spaltrisse von den damit parallelen Grenzen der Zwillingslamellen nach (110) zu unterscheiden. Die Möglichkeit aber, daß das Prisma (110) nicht eine wirkliche Spaltbarkeit, sondern nur eine Teilbarkeitsrichtung repräsentieren dürfte, ist doch nicht ausgeschlossen.¹

¹ LACROIX hat an seinem Material von Madagascar auch eine Teilbarkeit nach einer Fläche $(1 \cdot 0 \cdot 10)$ beobachtet. Die Indices der Fläche sind nach der früher angegebenen rhombischen Symmetrie und meinem älteren, approximativen Achenverhältnis abgeleitet. LACROIX hat im Dünnschliff $\parallel (010)$ den planen Winkel \hat{c} zu Trace $(1 \cdot 0 \cdot 10)$ zu 101° gemessen. Nach meinen neuen Untersuchungen ist der stumpfe Winkel $\beta = 102^\circ 30'$. Die Fläche die von LACROIX als $(1 \cdot 0 \cdot 10)$ bestimmt ist, und nach welcher sekundäre Teilbarkeit und auch polysynthetische Lamellen — gleich mit den bei Pyroxen und Amphibol bekannten — auftreten, dürfte demnach unzweifelhaft c (001) sein.

Bruch ist kleinschuppig. Der Thortveitit ist sehr spröde.

Härte zwischen 6 und 7. Der Thortveitit ritzt den Feldspat, und wird selbst von Quarz geritzt.

Der Thortveitit ist immer von zahlreichen Sprüngen durchsetzt, weshalb die Krystalle beim Handhaben leicht in kleine Splitter zerfallen. Die Ursache des starken Zerspringens dürfte vielleicht in einem starken Unterschied zwischen den Wärmeausdehnungskoeffizienten des Thortveitits einerseits und des Feldspats und des Quarzes andererseits liegen.

Spezifisches Gewicht. Das spez. Gewicht wurde mit dem Pyknometer bei 25° C. bestimmt. Als Material dienten ausgesuchte kleine Splitter von Thortveitit, die vollkommen durchsichtig und homogen waren. Nebst meinen eigenen Bestimmungen führe ich hier auch zwei von STERBA, Prag, ausgeführten Bestimmungen an.

SCHETELIG		STERBA	
Pyknometer 25° C.		Dewar Pyknometer 15° C.	
1.	3,5715	1.	3,557
2.	3,5709	2.	3,574
Mittel	3,5712	Mittel	3,5655

Im Mittel: 3,57.

Spez. Gew. des Thortveitits von Madagascar ist 3,492.

Ätzfiguren. Ein Krystallbruchstück mit tadellosen Prismenflächen wurde mit Flußsäure geätzt. Die Ätzfiguren zeigten die Gestalt von Querschnitten oder gestreckten, stumpfwinkligen Dreiecken mit der längsten Seite // der Kante (110:001). Die Dreiecke waren, wie erwartet, unsymmetrisch. Die Gestalt und Lage der Ätzfiguren auf den Prismenflächen bestätigen somit die aus den Winkelmessungen abgeleitete monokline Symmetrie des Thortveitits.

Strich ist nahezu weiß mit einem schwachen Stich ins Graugrüne. Der äußerst fein gepulverte Thortveitit zeigt eine schwache graulichgrüne Farbe.

Glanz ist starker Glasglanz bis diamantartiger Glasglanz.

Radiaktivität. Nach der Methode von V. M. GOLDSCHMIDT¹ wurde die Radioaktivität des Minerals geprüft. Die Radioaktivität war zu klein um meßbar zu sein. Der durch die spektrographische Untersuchung nachgewiesene Gehalt an ThO₂ ist somit äußerst gering. Zu demselben Resultat ist STERBA, der die Radioaktivität mit einem Elster-Geitel-Apparat gemessen hat, auch gekommen.

¹ Z. f. Kr. 44 1908, S. 545.

Optische Untersuchungen.

Farbe. Die Farbe des Thortveitits ist grün. Die Krystalle, die wenige Sprünge zeigen, sind dunkel wegen der Lichtabsorption in durchsichtiger Substanz. Krystalle mit vielen Sprüngen sind licht graulichgrün. Der kleine, tafelige Zwillingskrystall ist durchsichtig, mit einer rein grünen Farbe. Der Thortveitit von Unneland ist ziemlich rein grau. Der völlig opake Thortveitit ist grauweiß, weiß oder rötlichweiß, zeigt sich aber im Dünnschliff ganz frisch mit denselben optischen Eigenschaften als der durchsichtige grüne Thortveitit; nur entlang Spaltrissen und Sprüngen sind schmale Streifen undurchsichtiger Substanz beobachtet. Dieser nur scheinbar zersetzte Thortveitit zeigt immer zahlreiche Einschlüsse von Körnern

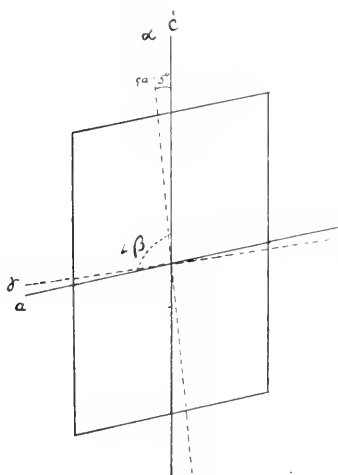


Fig. 11.

der radioaktiven Mineralien: Euxenit, Xenotim und Alvit. Die Ursache der eben angefangenen Zersetzung dürfte in der α -Strahlung von den Einschlüssen radioaktiver Mineralien zu suchen sein. Der Thortveitit ohne Einschlüsse zeigt nie Spuren von Zersetzung. Die ungewöhnliche Frischheit der Thortveititsubstanz dürfte aller Wahrscheinlichkeit nach im Zusammenhang mit der praktisch genommen absoluten Abwesenheit der radioaktiven Elemente Th und U stehen. Der Thortveitit von Madagascar ist nach LACROIX teilweise durchscheinend mit gelbgrüner Farbe, oft doch auch rot von Hämatiteinschlüssen. Die zersetzte Substanz ist weiß und opak.

Durchsichtigkeit und Pleochroismus. Die herauspräparierten, kleineren Krystalle, die tafelig nach (110) sind, haben sich im allgemeinen ganz durchsichtig gezeigt. Die größeren, prismatischen Krystalle sind entweder wegen Absorption des Lichtes oder wegen der zahlreichen Sprünge nur durchscheinend. Die grauen, weißen und rötlichweißen Krystalle sind opak.

In meinem vorläufigen Bericht¹ ist angeführt, daß Pleochroismus nicht wahrnehmbar ist. Das ist nicht richtig. Die nach m (110) tafeligen, schön durchsichtigen Krystalle zeigen einen sehr deutlichen *Pleochroismus* im polarisierten Lichte. Das Absorptionsschema ist: $\alpha > \beta = \gamma$. α (nahezu // c'): tief und rein grün, β und γ : gelb mit Stich ins Braune. Pleochroismus ist doch kaum wahrnehmbar in Dünnschliffen mit gewöhnlicher Dicke (30–50 μ).

Optische Orientierung. In orientierten Dünnschliffen sind folgende Ergebnisse ermittelt: Die Achsenebene liegt symmetrisch // (010), $\beta = b$. a ist nahezu // c' nur ganz schwach vorn geneigt, liegt also im stumpfen Winkel β . Der Winkel $c' : a$ ist ganz klein, etwa $4-6^\circ$, im Mittel 5° .

¹ L. c. S. 724.

Die Auslöschung im Schnitt // (010) ist jedenfalls sehr klein. γ ist nahezu \perp (100). Fig 11.

Für Bestimmung der *Brechungsindices* wurden drei Prismen mit brechenden Kanten resp. // α , β und γ angefertigt. Die Bestimmung geschah mittels der Methode der kleinsten Ablenkung. In der untenstehenden Tabelle sind die Resultate angeführt.

Brechungsindices.

	α	β	γ
Rotes Glas	1,7521	1,7886	1,8055
Na-Licht	1,7561	1,7926	1,8093
Grünes Glas	1,7617	1,7980	1,8151
Blaues Glas	1,7728	—	1,8293

Differenzen.

	$\beta - \alpha$	$\gamma - \beta$	$\gamma - \alpha$
Rot.	0,0365	0,0169	0,0534
Na	0,0365	0,0167	0,0532
Grün	0,0363	0,0171	0,0534
Blau	—	—	0,0565

α ist die spitze Bisectrix und der Thortveitit optisch negativ. Daß der Thortveitit optisch negativ ist, wurde auch in zwei Dünnschliffen 1) $\perp c'$ und 2) \perp der einen opt. Achse ermittelt.

Aus der Tabelle geht hervor, daß die Lichtbrechung und Doppelbrechung des Thortveitits hoch ist.

$$\beta \text{ (für Na-Licht)} = 1,793, \quad \gamma - \alpha = 0,0532.$$

Aus den Werten α_{Na} , β_{Na} und γ_{Na} ist der Achsenwinkel V_α für Na-Licht berechnet.

$$V_\alpha = 32^\circ 45', \quad 2V_\alpha = 65^\circ 30'1, \quad 2E_\alpha = 152^\circ.$$

Der Achsenwinkel wurde auch durch folgendes Verfahren direkt bestimmt. Auf einem prismatischen Zwillingsskristall wurde eine Fläche möglichst \perp zu der einen opt. Achse angeschliffen und poliert. Die Position der Fläche wurde mittels Winkelmessungen am Reflexionsgoniometer er-

¹ Im vorläufigen Bericht steht fehlerhaft $2V_\alpha = \text{ca. } 80^\circ$. LACROIX hat für das Mineral von Madagascar $2V_\alpha = 50^\circ$ gefunden.

mittelt. Im Dünnschliff genau — der angeschliffenen Fläche wurde die genaue Position der Achse gegenüber dem Flächenpole mit dem Schraubenmikrometerokular bestimmt. Die auf diese Weise erhaltenen Daten wurden mit Hilfe des Wulfschen Netzes in der stereographischen Projektion eingetragen. Die Konstruktion hat gegeben $V_a = 33$ in guter Übereinstimmung mit dem aus den Brechungsexponenten berechneten Wert.

Chemische Zusammensetzung.

a. Eigene Untersuchungen.

Im Winter 1910—1911 wurden von mir zwei vorläufige (aber nicht vollständige) Analysen ausgeführt, die erste im mineralogisch-petrographischen Institut d. Universität Wien (Vorstand Prof. Dr. F. BECKE) die andere im chemischen Laboratorium B der Universität Kristiania (Vorstand Prof. Th. HIORTDAL). Für die Analysen wurde absolut reine und möglichst frische Substanz, die für die zwei Analysen von verschiedenen Krystallen stammt, ausgesucht.

Der fein gepulverte Thortveitit zeigt eine schwach graulichgrüne Farbe, die durch starkes Glühen in rötlichgelb übergeht, mutmaßlich durch Oxydation von FeO zu Fe₂O₃ bewirkt.

Gepulvert wird Thortveitit durch Kochen mit konz. HCl teilweise angegriffen, indem etwas FeO in Lösung geht, doch ohne Ausscheidung von gelatinöser SiO₂. Der schwach gelbe HCl-Auszug gibt erst nach Oxydation Rotfärbung mit KCNS.

I. (Wien). Die Substanz wurde mit einem großen Überschuf von KCO₃ und NaCO₃ aufgeschlossen, weil das Aufschließen schwer vor sich geht. Es wurde SiO₂ quantitativ nach der gewöhnlichen Methode bestimmt. Die Gesamtmenge der Oxyde, R₂^{III}O₃, im Bodensatz nach Fällung des Filtrates von SiO₂ mit NH₃ wurde nach Glühen zum konstanten Gewicht gewogen. Ein Versuch der Trennung der Oxyde R₂^{III}O₃ zeigte sofort, daß die Hauptmasse aus seltenen Erden (Edderden) bestehen mußte. Es wurde weiter nachgewiesen, daß eine kleine Menge von Fe₂O₃ zugegen war und außerdem Spuren von Mangan.

Im Filtrate nach Fällung mit NH₃ wurden Spuren von MgO und CaO nachgewiesen.

Um eine vorläufige Orientierung der seltenen Erden zu gewinnen und daneben auch eine Schätzung des Mengenverhältnisses derselben zu bekommen war es wünschenswert eine spektrographische Untersuchung der Gesamtoxyde durchzuführen. Auf liebenswürdiger Veranlassung des Herrn. Prof. Dr. F. BECKE zeigte Herr Hofrat EXNER (Wien) mir die große Freund-

lichkeit, eine solche spektrographische Untersuchung der Oxyde im physikalischen Institut der Universität Wien auszuführen. Das Resultat der Untersuchung war nach schriftlicher Mitteilung des Herrn Hofrat EXNER:

„Vorhanden: *Hauptmasse* : Sc.
 Sehr stark : Y.
 Stark : Dy, Er.
 Deutlich : Ad, Cp, Tm.
 Spuren : Gd, Nh, Th.

Es fehlen:

Be, Eu, Nd, Pr, Sa, La, Ce, Zr.“¹

Dieses Resultat war unerwartet und überraschend, und zwei hochinteressante und bedeutungsvolle Daten waren hiermit festgestellt:

1. daß Scandinerde Sc_2O_3 die Hauptmasse der Oxyde ausmachte, und
2. daß die Ceriummetallreihe gänzlich fehlte, die Yttriummetallreihe aber bis zum äußersten Endglied vorhanden war.

II (Kristiania). SiO_2 wurde nach der Methode mit HNO_3 von V. M. GOLDSCHMIDT, Kristiania, bestimmt.² Die im Filtrate von SiO_2 mit NH_3 gefällte Gesamtmenge der Oxyde ($\text{R}_2^{\text{III}}\text{O}_3$) wurde nach Glühen zum konstanten Gewicht gewogen. Die Oxyde wurden in wasserfreien Sulfaten übergeführt und nach Glühen gewogen.

$$\text{Mol.-Gew. } \text{R}_2^{\text{III}}\text{O}_3 = 157,1 \quad \text{At.-Gew. } \text{R}^{\text{III}} = 54,5.$$

$$\text{R}^{\text{III}} = \text{Sc, Y, Dy, Er etc. und Fe}^{\text{III}}.$$

Eine approximative Bestimmung von Fe_2O_3 hat 3⁰/₀ gegeben. FeO wurde in liebenswürdiger Weise von Bergingenieur S. O. ANDRESEN nach der üblichen Methode durch Behandlung des Thortveitits mit HF und H_2SO_4 und Titration mit Permanganat bestimmt. Als Mittel von 3 Bestimmungen wurde gefunden $\text{FeO} = 0,81$ ⁰/₀.

Sc_2O_3 wurde von mir nach der Methode von R. J. MEYER³ von den übrigen Erden getrennt durch Fällung mit Natriumthiosulfat. Es wurde gefunden 37⁰/₀ Sc_2O_3 .

Das Resultat meiner eigenen Untersuchungen über die chemische Zusammensetzung des Thortveitits ist:

¹ Die spektrographische Untersuchung des Thortveitits von Madagascar hat nach LACROIX gezeigt, daß Sc predominierend und von Y und Ny begleitet ist; dazu treten auch Zr Al und Ti in kleinen Quantitäten auf.

² Pharmazia, Kristiania 1910.

³ L. c.

Mittel von I und II.

SiO ₂	42,86 ⁰ / ₀	(42,78 ¹ u. 42,94 ¹¹)
R ₂ ^{III} O ₃	57,67 ⁰ / ₀	(Mol.-Gew. 157,1)
	100,53	
Glühverlust	0,41	
	100,97	
R ^{III} — Sc, Y, Dy, Er und Fe ^{III} .		

Weiter sind, wie gesagt, Spuren von Mn, Mg und Ca nachgewiesen.

Durch Einführung der verschiedenen Einzelbestimmungen erhält man folgende approximative Zusammensetzung unter Vernachlässigung des kleinen Glühverlustes:

SCHETELIG.

	Mol. Gew.	Quotientzahlen.
SiO ₂	42,9 ⁰ / ₀	(60,4) 0,710
Sc ₂ O ₃	37,0 "	(138,2) ¹ 0,268
(Y, Dy, Er) ₂ O ₃	17,7 "	(270,0) ² 0,066
Fe ₂ O ₃	2,1 "	(160) 0,013
FeO	0,8 "	(72) 0,011
	100,5 ⁰ / ₀	} 0,347

Das Verhältnis SiO₂ : R₂^{III}O₃ ist sehr nahe 2 : 1; wenn man den Thortveitit als ein Diorthosilikat berechnet, erhält man:



Nach dieser Berechnung bleibt ein kleiner Rest von 0,54⁰/₀ SiO₂ übrig. Die Berechnung von FeO als Diorthosilikat ist allerdings fraglich.

Nach meinen chemischen Untersuchungen ist der Thortveitit als ein Diorthosilikat von den dreiwertigen Elementen: Sc, Y, Dy, Er und Fe^{III} zu betrachten, wenn man die kleine Menge FeO vernachlässigen dürfte. Die Formel des Thortveitits ist: (Sc, Y, Dy, Er)₂ Si₂O₇.

b. Analyse von Dr. Fritz Tauchert, München.

Wie gesagt ist die von mir ermittelte Analyse des Thortveitits nur als approximativ zu betrachten, und es war meine Absicht eine genaue Analyse von einem Spezialisten der Chemie der seltenen Erden ausgeführt zu suchen. Auf meine Bitte versprach mir Herr Prof. Dr. W. MUTHMANN,

¹ Das Atomgewicht des Scandiums ist nach einer neuen Bestimmung von O. HÖNIGSCHMID (1918) 45,1. Das Mol.-Gew. von Sc₂O₃ ist demnach 138,2.

² Nach der Bestimmung von Dr. F. TAUCHERT, siehe unten.

München, im Herbst 1912 in liebenswürdiger Weise die Analyse zu unternehmen. Leider erkrankte Prof. MUTHMANN schon im December 1912 schwer und im August 1913 ist er gestorben. Sein Privatassistent, Dr. FRITZ TAUCHERT, hatte inzwischen auf Veranlassung von Prof. MUTHMANN die Analyse des Thortveitits in Arbeit genommen, die aber bei dem Tode von Prof. MUTHMANN abgebrochen wurde. Prof. Dr. HANS HOFER, der Nachfolger von Prof. MUTHMANN hat mir die erhaltenen Resultate der analytischen Arbeit von Dr. TAUCHERT mitgeteilt. Als Material für diese Analyse diente eine relativ größere Menge Substanz, die von mir nur für nötige Vorprüfungen und Experimente mitgesandt war. Das ausgesucht frische und absolut reine Material, das für die eigentliche Analyse beabsichtigt war, wurde mir intakt zurückgeschickt. Alles Material stammt vom Hauptfundort Ljosland.

DR. TAUCHERT, München.

SiO ₂	48,01 ^{0/0}
Sc ₂ O ₃	35,08 „
Y ₂ O ₃	9,51 „ (226)
(Dy, Er) ₂ O ₃	3,87 „ (380)
Fe ₂ O ₃	2,84 „
	<hr/>
	99,31 ^{0/0}
Glühverlust	0,54 „
	<hr/>
	99,85 ^{0/0}

Dr. TAUCHERT hat über 5^{0/0} mehr SiO₂ als ich gefunden. Die Erklärung dieses Unterschiedes liegt wahrscheinlich in einer Verunreinigung mit Quarz in dem Material, das von Dr. TAUCHERT für diese vorläufige Analyse verwendet wurde, und das von mir ausdrücklich nur für Vorprüfungen bezeichnet war. Die Analyse hat doch insofern Bedeutung als die Menge von Fe₂O₃ genauer bestimmt ist und das Verhältnis:

$$\text{Sc}_2\text{O}_3 : \text{Y}_2\text{O}_3 : (\text{Dy, Er})_2\text{O}_3 = 7,02 : 1,90 : 0,77$$

nach den ausgeführten Bestimmungen gute Übereinstimmung mit der spektrographischen Untersuchung von EXNER zeigt.

c. Analyse von Prof. Dr. Jan Sterba, Prag.

Durch Vermittelung des Herrn Prof. Dr. F. SLAVIK in Prag kam ich im Sommer 1914 in brieflicher Verbindung mit Prof. Dr. JAN STERBA-BÖHM in Prag, der eine Zeitlang sich mit der Chemie des Scandiums beschäftigt hatte. Auf meine Anfrage übernahm er gütigst eine Analyse des Thor-

zweits durchzuführen. Ich habe ihm dann eine größere Quantität des Thortveitits für Vorprüfungen und Experimentaluntersuchungen und für die eigentliche Analyse eine genügende Menge von *absolut frischem und sorgfältig ausgesuchten* Thortveitit zur Verfügung gestellt. Verunreinigung mit Quarz in diesem Analysenmaterial ist ausgeschlossen. Der Thortveitit stammt vom Fundort Ljosland.

Von Herrn Prof. STERBA erhielt ich im Frühjahr 1915 brieflich die Resultate seiner chemischen Untersuchungen über Thortveitit, die ich hier nach dem Wunsche des Verfassers *in extenso* mitteilen möchte, indem ich gleichzeitig meinen herzlichsten Dank aussprechen möchte.

Herr Prof. Dr. JAN STERBA schreibt:

„*Physikalische Eigenschaften:* Das ausgesuchte Mineral zeigt in Kathodenstrahlen keine Phosphoreszenz, bloß einige winzige Partien leuchten mit gelblichorangem Licht, in Kanalstrahlen beobachtet man kein Leuchten.

Seine Radioaktivität, (gemessen mit Elster-Geitel-Apparat) in gepulvertem Zustande ist so minimal, daß sie sich *nicht* mehr deutlich messen läßt. Diese Bestimmung wurde mit 1,18 g. ausgeführt.

Dichte-Bestimmung: Dieselbe wurde mit ausgesuchten Stücken in Wasser mit Dewarpyknometer, bei 15° bestimmt, mit einer Menge von 1,80075 g. und ich fand:

3,557 und 3,574, also im Mittel : 3,565.

Chemische Eigenschaften: Das Mineral wird auch in feingepulvertem Zustande durch Salzsäure nicht verändert; am Wasserbad wird es, feingepulvert, nur sehr unvollkommen zersetzt. Dagegen wirkt konzentrierte (etwa 40⁰/0) Flußsäure auch in der Kälte ein, und kleine Stücke des Minerals zerfallen nach 24 Stunden zu weißem Pulver. Mit festem Kali- oder Natriumkarbonat wird sehr feingepulvertes Mineral schwer zersetzt, erst durch anhaltendes Schmelzen mit großem Überschuß dieser Salze tritt eine vollkommene Zersetzung ein.

Bei der *qualitativen* Analyse wurde gefunden:

Scandium, Yttererden, Eisen, etwas Beryllium, deutliche Spuren von Mangan, sehr fragliche Spuren von Magnesium und Calcium. Weiter: Kieselsäure, aber *keine* Titan, Niob- oder Tantal säure, obwohl nach dieser sehr sorgfältig gesucht wurde.

Quantitative Bestimmung: Das Mineral wurde äußerst fein gerieben, und über P₂O₅ bei gewöhnlicher Temperatur getrocknet. Das fein gepulverte Mineral wurde mit 11-facher (elfacher) Menge einer Mischung von gleichen Teilen K₂CO₃ und Na₂CO₃ im Platintiegel geschmolzen, und eine halbe Stunde im Flusse gehalten. Die geschmolzene Masse besaß eine blaugrüne Farbe, wurde in Wasser gelöst, mit Salzsäure bis zur mäßig sauren Reaktion zersetzt, am Wasserbade mehrmals abgedampft. Ausgeschiedene Kieselsäure gewaschen, gegläht, gewogen. Nachher wurde SiO₂ mehrmals mit konz. HF abgedampft, *sehr* mäßig erhitzt, und der Rückstand, welcher aus Scandium-Silicofluorid (Sc₂(SiF₆)₃) besteht, gewogen, auf Sc₂O₃ umgerechnet, und von gefundener SiO₂ abgezogen. Nachher wurde das Silicofluorid mit konz. H₂SO₄ abgeraucht, wiederum mit HF behandelt etc., bis ein vollkommen wasserlösliches Sc-Sulfat zurückblieb. Dasselbe wurde zum Filtrat zugegeben. Das Filtrat wurde am Wasserbade mit H₂S vollkommen gesättigt, ausgeschiedenes Platinsulfid abfiltriert, durch Erhitzen das H₂S zerstört. Klares Filtrat wurde im Silbergefäß in der Kälte mit reichlicher Menge von 10⁰/0 KOH zersetzt, filtriert und gewaschen. Der Niederschlag wiederum in nötiger Menge HCl gelöst, und wiederum mit 10⁰/0 KOH behandelt. Im Filtrate wurde dann durch Neutralisation mit HNO₃ und Niederschlagen mit Ammoniak Beryllium als BeO bestimmt.

Durch eingehende Versuche habe ich mich überzeugt, daß auch stark K₂CO₃-haltiges KOH das Scandiumhydroxyd praktisch *nicht* löst. Der nach Bestimmung gebliebende Nieder-

schlag wurde in Chloride überführt, die Chloride am Wasserbade vollkommen von freier HCl befreit.

In mäßiger Menge Wassers gelöste Chloride wurden unter beständigem Rühren mit absolut reinem Ammoniumfluorid so lange in der Kälte zersetzt, bis sich die Lösung geklärt hat, und ein schleimiger Niederschlag zurück blieb. Die mäßig ammoniakalische Lösung wurde in der Kälte 24 Stunden in Ruhe gelassen. Nachher durch Dekantation filtriert, der schleimige Niederschlag zuerst unter Zugabe von kleiner Menge von Ammoniumfluorid, nachher mit Wasser gründlich gewaschen, und am Gebläse gegläht. In diesem Niederschlage befanden sich *alle* Edelerden, mit Ausnahme von Sc. Der Glührückstand wurde nachher am Wasserbade mit HCl abgedampft, bis er vollkommen wasserlöslich war, die neutrale Lösung der Chloride mit Oxalsäure gefällt, etc., und als R_2O_3 samt Spuren von ThO_2 gewogen. Im Filtrate befand sich Sc als komplexes Ammoniumscandiumfluorid.

Dieses Filtrat wurde mit gerade notwendiger Menge von H_2SO_4 längere Zeit am Wasserbade behandelt, bis HF entwich, nachher mit Wasser stark verdünnt, und Sc als $Sc(OH)_3$ mit Ammoniak gefällt, und als $Sc_2O_3 + Fe_2O_3$ gewogen.

So erhaltenes Scandium-ferrioxyd wurde am Wasserbade mit HCl behandelt, bis ein „neutrales“ Gemisch von $ScCl_3$ und $FeCl_3$ zurückblieb. In rückständigen Chloriden wurde Eisen jodometrisch bestimmt, und die gefundene Menge von Fe_2O_3 von der Gesamtsumme $Sc_2O_3 + Fe_2O_3$ abgezogen.

Die Eisenbestimmung geschah in einer besonderen Probe:

Das Mineral wurde wie oben mit Karbonaten geschmolzen, etc., im Filtrate nach SiO_2 -entfernung wurde Eisen jodometrisch bestimmt. Mangan, dessen Menge nicht über deutliche Spuren reicht, wurde nicht bestimmt.

Die Oxyde der Yttererden samt Thoriumoxyd wurden von 3 Analysen gesammelt, in Sulfate überführt, die Sulfate 2 Mal mit Alkohol niedergeschlagen, Sulfate in Pt-tiegel über Nickeltiegel vorsichtig entwässert, gewogen, nachher bis zur Gewichtskonstanz gegläht und so das Equivalent, resp. Molargewicht der Oxyde bestimmt.

Ich habe auf solche Weise folgende Resultate erhalten:

I

	0,6310 g. des Minerals gaben:
	0,2880 $SiO_2 = 45,64^{0,0}$
	0,00475 BeO = 0,75 „
	0,058 „ Y_2O_3 = 9,19 „
0,2707 $Sc_2O_3 + Fe_2O_3$ enthaltend:	(0,0095 $Fe_2O_3 = 1,50$ „)
	0,2612 $Sc_2O_3 = 41,39$ „

II

	0,5300 g. des Minerals gaben:
	0,24092 $SiO_2 = 45,46^{0,0}$
	0,0015 BeO = 0,28 „
	0,04625 $Y_2O_3 = 8,72$ „
0,23475 $Sc_2O_3 + Fe_2O_3$ enthaltend:	(0,0118 $Fe_2O_3 = 2,22^{0,0}$ Fe_2O_3)
	0,22295 $Sc_2O_3 = 42,96$ „

III

	0,599 g. Minerals gaben:
	0,00325 Glühverlust = 0,54 ^{0,0}
	0,25900 $SiO_2 = 45,27$ „
	0,003 BeO = 0,50 „
	0,0515 „ Y_2O_3 = 8,76 „
0,26775 $Sc_2O_3 + Fe_2O_3$ enthaltend:	(0,0118 Fe_2O_3)
	0,25595 $Sc_2O_3 = 42,73$ „

IV

Eisen- und Kieselsäure-Bestimmung.

0,61625 g. Mineral gaben:

0,28005 $\text{SiO}_2 = 45,44^0/0$

Durch jodometrische Bestimmung wurden gefunden:

0,01745 $\text{Fe}_2\text{O}_3 = 2,83^0/0$

V

Equivalent-Bestimmung der Yttererden samt Th:

0,2625 g. anhydrische Sulfate gaben:

0,13925 g. R_2O_3 (+ ThO_2) und enthielten also0,12325 g. SO_3 ;

folglich ist das Equivalent:

$$\text{R}_3^{\text{III}} = 45,26$$

und das Atomgewicht:

$$\text{R}^{\text{III}} = 135,78$$

und Molekulargewicht:

$$\begin{aligned} \text{R}_2^{\text{III}}\text{O}_3 &= 319,56 \\ (\text{R}_2^{\text{III}}\text{O}_{1\frac{1}{2}}) &= 159,78 \end{aligned}$$

Übersichtstabelle der erhaltenen Resultate:

	I	II	III	IV	Mittel
SiO_2 :	45,64	45,46	45,27	45,44	45,45 ^{0/0}
Sc_2O_3 :	41,39	42,06	42,73	—	42,06 "
Y_2O_3 :	9,19	8,72	8,76	—	8,89 "
Fe_2O_3 :	—	—	—	2,83	2,83 "
BeO :	0,75	0,28	0,50	—	0,51 "
Glühverlust	—	—	0,54	—	0,54 "
Mangan : Spuren					100,28 ^{0/0}

Wie Sie, Herr College, sehen, weichen meine Resultate ein wenig von denen, die Sie erhalten haben, ab. Die Gründe nach meiner Meinung sind folgende:

SiO_2 : Ich fand im Mittel 45,45^{0/0} und Sie 42,86^{0/0}. Dieses Minus erkläre ich mir nach meinen Erfahrungen über Sc folgenderweise: Sc-Hydrat als sehr schwache Base, resp. sehr schwache Säure hat die Tendenz komplexe Säuren zu bilden, in unserem Falle eine Scandikieselsäure. Deswegen sind circa 3^{0/0} von SiO_2 in Ihrem R_2O_3 geblieben.

Bei meinen Bestimmungen sind wieder immer kleine Mengen von Sc in SiO_2 geblieben, aber ich habe dies bei der Analyse, wie Sie oben erfahren, immer sorgfältig in Rücksicht genommen.

Die Menge des Sc_2O_3 , welche ich fand, ist größer als Sie durch Fällung mit $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ erhalten haben; die $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ ist absolut ungenau. Daß wirklich BeO im Thortveitit vorkommt, kann ich Sie versichern, denn ich habe es durch qualitative Reaktionen aufs bestimmteste gefunden. Daß Be bei spektrographischer Prüfung *nicht* gefunden wurde, läßt sich leicht dadurch erklären, daß die ziemlich wenig vorhandenen und wenig charakteristischen Be-Linien sich leicht zwischen vielen Linien der seltenen Erden verlieren.“

Die Analyse STERBAS hat die neue Tatsache gebracht, daß eine kleine Quantität BeO — etwa 0,5^{0/0} — im Thortveitit eingeht, was doch im Wider-

spruch mit den Resultaten der spektrographischen Untersuchungen von EXNER und G. EBERHARD (siehe unten) steht. G. EBERHARD hat, wie unten näher besprochen wird, den Thortveitit von drei verschiedenen Fundorten spektrographisch untersucht, und seine Ergebnisse sind absolut identisch mit denen von EXNER. Eine Verunreinigung des Analysenmaterials, das ich Herrn STERBA geschickt hatte, mit Beryll ist völlig ausgeschlossen.

Übrig ist dann nur die Erklärung STERBAS, daß die Be-Linien sich leicht zwischen den vielen Linien der seltenen Erden verlieren.

Die Erklärung STERBAS von dem Minus in meiner SiO₂-Bestimmung, daß Scandium eine Tendenz komplexe Säuren zu bilden hat — in diesem Falle eine Scandi-kieselsäure — scheint mir Aufmerksamkeit zu verdienen. Es lag ja hier zum ersten Male ein Silikat vor, in welchem Scandium die Hauptmasse der Basen bildet; und die Schwierigkeiten bei der Trennung von SiO₂ und Sc₂O₃ waren ja, mit der unvollkommenen Kenntnis von der Chemie des Scandiums, die noch lange nicht wegen des spärlichen Zuganges von Scandiummaterial durchforscht ist, kaum früher bekannt.

Es möchte hier bemerkt werden, daß der von STERBA gefundene Wert für das Mol.-Gewicht der Yttererden (inklusive ThO₂) 319,56 ungefähr folgendes Verhältnis zwischen Y₂O₃ und (Dy,Er, etc.)₂O₃ verlangt:

$$\begin{array}{lll}
 (Y,Dy,Er)_2O_3 : & 8,89^{0/0} & (319,56) \text{ entspricht:} \\
 \quad \quad \quad Y_2O_3 : & 3,46 \text{ "} & (226) \\
 \text{und } (Dy,Er)_2O_3 : & 5,43 \text{ "} & (380)
 \end{array}$$

Die spektrographische Untersuchungen von EXNER und EBERHARD stehen im Widerspruch mit dieser Verteilung von Y₂O₃ und (Dy, Er)₂O₃, indem die Yttriumlinien viel stärker in den Spektrogrammen als die Dysprosium- und Erbiumlinien hervortreten.

Berechnung der Analysen und die Zusammensetzung des Thortveitits.

Unten habe ich die Analyse von STERBA mit den von ihm gegebenen Mittelzahlen unter Vernachlässigung des kleinen Glühverlustes berechnet.

Analyse von STERBA, Mittelzahlen.

	g		Quotientzahlen
SiO ₂	45,45	(60,4)	0,7525
Sc ₂ O ₃	42,06	(138,2)	0,3044
Σ Y ₂ O ₃	8,89	(319,56)	0,0278
Fe ₂ O ₃	2,83	(160)	0,0177
BeO	0,51	(25,1)	0,0203
Summe	99,74		

Die einzelnen Verbindungen sind als Diortosilikate berechnet:



Sc_2O_3 : 0,3044	Y_2O_3 : 0,0278	Fe_2O_3 0,0177	$3BeO$ 0,0203
$2SiO_2$: 0,6088	$2SiO_2$: 0,0556	$2SiO_2$ 0,0354	$2SiO_2$ 0,0135

Zur Sättigung der Basen genügen $43,62^0$ SiO_2 ; man erhält somit einen Überschuß von $2,35^0$ SiO_2 . Ich möchte deshalb annehmen, daß die von STERBA gefundene SiO_2 -Menge doch etwas zu hoch ist.

Es dürfte deshalb berechtigt sein, aus den Einzelbestimmungen STERBAS die Maximalwerte für Sc_2O_3 , Y_2O_3 und BeO herauszunehmen, und von diesen Zahlen ausgehend die zur Sättigung der Basen nötige Menge SiO_2 für Diortosilikate zu berechnen. Gleichzeitig führe ich die von S. O. ANDRESEN bestimmte Menge $FeO = 0,81^0$ (Mittel von 3 Bestimmungen) ein.

Man erhält dann folgende Zahlen:

	Quotientzahlen	
Sc_2O_3 : $42,73^0$ (138,2)	0,3092	} $0,3501$ $R_2^{III}O_3$
Y_2O_3 : 9,19 „ (319,56)	0,0288	
Fe_2O_3 : 1,93 „ (160)	0,0121	
FeO : 0,81 „ (72)	0,0113	} $0,0412$ $R^{II}O$
BeO : 0,75 „ (25,)	0,0299	

Hieraus ist die nötige Menge SiO_2 für die Diortosilikate berechnet:

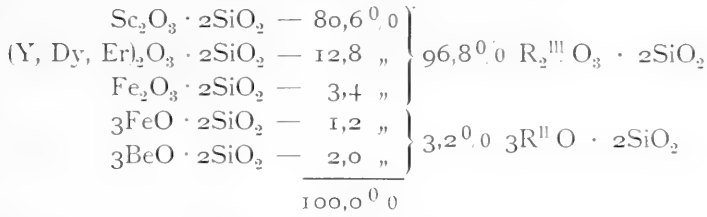
- $R_2^{III}O_3 \cdot 2SiO_2$
 $R_2^{III}O_3$: 0,3501
 $2SiO_2$: 0,7002
- $3R^{II}O \cdot 2SiO_2$
 $3R^{II}O$: 0,0412
 $2SiO_2$: 0,0274

Die nötige Menge SiO_2 ist somit: $0,7276 \cdot 60,4 = 43,94^0$.

Die wahrscheinliche Zusammensetzung des Thortveitits ist nach dieser Berechnung:

	Auf 100 umgerechnet
SiO_2 : 43,94	44,23
Sc_2O_3 : 42,73	43,00
ΣY_2O_3 : 9,19	9,25
Fe_2O_3 : 1,93	1,94
FeO : 0,81	0,82
BeO : 0,75	0,75
99,35	99,99

Aus den Zahlen der letzten Kolonne habe ich die Menge der verschiedenen Verbindungen in Prozenten ausgedrückt berechnet:



Die Formel des Thortveitits wäre demnach:



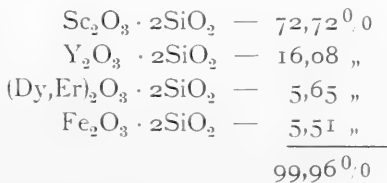
$\text{R}^{\text{II}} = \text{Be, Fe}''$; $\text{R}^{\text{III}} = \text{Sc, Y, Dy, Er etc. und Fe}'''$.

Wie ich oben angedeutet habe, liegt die Möglichkeit vor, daß in der Analyse STERBAS die Menge von Sc_2O_3 zu hoch und die Menge von $(\text{Y, Dy, Er})_2\text{O}_3$ zu niedrig ausgefallen ist; jedenfalls existiert ein Widerspruch zwischen dem hohen Mol.-Gewicht der Yttererden (STREBA), welches $\text{Y} < (\text{Dy} + \text{Er})$ verlangt, und den spektrographischen Untersuchungen von EXNER und EBERHARD, durch welche die Reihenfolge $\text{Y} > (\text{Dy} + \text{Er})$ festgestellt ist. Aus diesem Grunde dürfte vielleicht das durch die Analyse von TAUCHERT erhaltene Verhältnis: $\text{Sc}_2\text{O}_3 : \text{Y}_2\text{O}_3 : (\text{Dy, Er})_2\text{O}_3 = 35,08 : 9,51 : 3,87$ näher der Wahrheit kommen.

Unter der Voraussetzung, daß die hohe Menge von SiO_2 ($48,01^{0,0}$) von zugemischtem Quarz stammt, und mit Vernachlässigung des Glühverlustes, habe ich die zur Sättigung der Basen in Diorthosilikaten nötige Menge SiO_2 in der Analyse von TAUCHERT berechnet, ohne Einsetzung von FeO und ohne Berücksichtigung der kleinen Menge BeO , die jedenfalls unsicher ist. Die in dieser Weise erhaltenen Zahlen sind auf $100^{0,0}\%$ umgerechnet:

		Auf 100 ^{0,0}		Quotientzahlen	
SiO_2	[39,12]	[43,26]	(60,4)	0,7163	} 0,3582
Sc_2O_3	35,08	38,80	(138,2)	0,2808	
Y_2O_3	9,51	10,52	(226)	0,0465	
$(\text{Dy, Er})_2\text{O}_3$	3,87	4,28	(380)	0,0113	
Fe_2O_3	2,84	3,14	(160)	0,0196	
	<u>90,42</u>	<u>100,00</u>			
		$\text{R}_2^{\text{II}}\text{O}_3 -$	0,3582		
		$2\text{SiO}_2 -$	0,7163		

Die Mengen der verschiedenen Diorthosilikate in Prozenten ausgedrückt sind folgenden:



Wenn die Analyse von TAUCHERT in dieser Weise berechnet wird, sind die Zahlen ziemlich nahe mit meiner Analyse übereinstimmend, und beide Analysen stimmen mit den spektrographischen Resultaten von EXNER und EBERHARD. Vollständig richtig ist wahrscheinlich keine der beiden, aber beide dürften doch ziemlich nahe der richtigen Zusammensetzung kommen.

Als sicheres Resultat der bisherigen chemischen und spektrographischen Untersuchungen über Thortveitit von Norwegen geht jedenfalls hervor, daß *der Thortveitit als ein Diorthosilikat von Scandium und den übrigen Elementen der Yttriummetallreihe neben etwas Eisen aufzufassen ist und daß Scandinerde (Sc_2O_3) die Hauptmasse der Basen ausmacht (etwa 40^{0/0} Sc_2O_3).*

Es geht aus dem obigen hervor, daß die chemische Zusammensetzung des Thortveitits trotz der großen Arbeit und Mühe, die daran niedergelegt ist, noch nicht mit hinreichender Genauigkeit bekannt ist, in Betrachtung des großen Interesses, das dies erst bekannte Scandiummineral in wissenschaftlicher Hinsicht bietet. Trotz den bedeutenden Fortschritten, die unsere Kenntnis von Scandium und seinen chemischen Beziehungen in den letzten 15 Jahren speziell durch die Arbeiten von R. I. MEYER und anderen gemacht hat, sind doch noch viele Lücken zurück. Es ist denn auch nicht erstaunlich, sondern wäre von vorn herein zu erwarten, daß die gewöhnlichen Methoden zur Trennung von Scandium versagen möchten, gegenüber der Aufgabe, ein Silikat mit Scandium als Hauptbestandteil zu analysieren. Auf meine Veranlassung hat deshalb Herr Chemiker ANDREAS RÖDLAND, Abteilungsleiter am Mineralogischen Institute, Kristiania, (Direktor: Prof. Dr. V. M. GOLDSCHMIDT) eine erneute, chemische Untersuchung des Thortveitits unternommen. Herr RÖDLAND will später selbst die Resultate veröffentlichen.

Oben wurde erwähnt, daß Thortveitit von Madagascar nach der spektrographischen Untersuchung eine kleine Menge Zr enthält, während das Element in dem norwegischen Mineral völlig abwesend ist. LACROIX¹ hat auch die vorläufigen Analysenresultate von G. URBAIN mitgeteilt, mit der Reservation, daß die Untersuchung noch nicht abgeschlossen ist. Die Analyse ist hier angeführt.

Thortveitit von Befanamo, Madagascar.

Vorläufige Analyse von G. URBAIN.

	%
SiO ₂ —	44,13
ZrO ₂ —	9,96
(Sc,Y,Ny) ₂ O ₃ —	41,76
Fe ₂ O ₃ —	2,20
Al ₂ O ₃ + BeO —	2,62
	100,67

¹ Minéralogie de Madagascar. Tome I.

Der große Gehalt an ZrO_2 ist auffallend und bezeichnet einen wesentlichen Unterschied zwischen dem norwegischen und madagascarischen Thortveitit, wenn die späteren Untersuchungen das obige Analysenresultat bestätigen möchten. Ich kann deshalb nur der Ansicht von LACROIX zustimmen, daß das Scandiummineral von Madagascar mit dem hohen Gehalt von ZrO_2 einen neuen Namen verdiene.

Die Totalmenge der seltenen Erden $(Sc, Y, Ny)_2O_3$ im Verhältnis zum norwegischen Thortveitit ist, entsprechend dem auftretenden Gehalt von ZrO_2 , verkleinert.

Zusatz während der Korrektur. In „Comptes Rendus“ No. 23, Paris 6. Juni 1922, haben CH. BOULANGER und G. URBAIN eine Note veröffentlicht über die chemische Zusammensetzung des Thortveitits von Madagascar. Die endgültige Analyse des Thortveitits von Befanamo, als Mittel von 3 vollständigen und 2 partiellen Analysen, unterscheidet sich nicht viel von der oben angeführten vorläufigen.

SiO_2 — 44,1^{0/0}, Sc_2O_3 — 42,4^{0/0}, ZrO_2 — 8,4^{0/0}, Al_2O_3 — 3,3^{0/0}, Fe_2O_3 — 2,0^{0/0}. Summe — 100,2.

Das direkt erhaltene Sc_2O_3 war ziemlich rein, nur mit einer geringen Menge von Yttererden vermischt. Die Totalmenge von Yttererden, von welchen Y, Ny und Lu nachgewiesen sind, ist zu etwa 0,5^{0/0} bestimmt. Hierdurch unterscheidet sich das Mineral von Madagascar wesentlich von dem norwegischen Thortveitit, der bedeutende Mengen von Yttererden enthält, während der Gehalt an Sc_2O_3 entsprechend etwas kleiner im norwegischen Thortveitit ist.

In Al_2O_3 sind Spuren von BeO nachgewiesen. Das Mineral von Madagascar enthält auch Spuren von Mn, Sn, Sb und Pb.

Nach den Untersuchungen der Verfasser ist der Thortveitit von Madagascar mehr widerstandsfähig gegen Säuren und im ganzen viel schwerer aufschliessbar als das Mineral von Norwegen. Dies dürfte vielleicht von dem Gehalt an ZrO_2 im Mineral von Madagascar verursacht werden.

Spektrographische Untersuchungen von G. Eberhard, Postdam.

Das Resultat der spektrographischen Untersuchung des Thortveitits von Hofrat EXNER, Wien, ist oben erwähnt.

Einige Zeit nachdem meine vorläufige Mitteilung über den Thortveitit veröffentlicht war, hat Prof. G. EBERHARD, Astrophysikalisches Institut, Postdam, mir brieflich mitgeteilt, daß das neue Mineral als eine Scandiumverbindung — die er selbst jahrelang vergebens nachgesucht hatte — ihn sehr interessierte und daß er gern etwas Material für spektrographische Untersuchungen haben möchte. Als die nötige spektrographische Apparatur damals

in Kristiania fehlte, unternahm auf meine Veranlassung G. EBERHARD aufs liebenswürdigste eine spektrographische Untersuchung des Thortveitits und der verschiedenen Mineralien, die den Thortveitit begleiten. Es scheint mir von Interesse zu sein, ein Bild der Verteilung des Scandiums über den übrigen Mineralien der Gänge, die Thortveitit führen, zu bekommen.

G. EBERHARD hat mir die Resultate seiner Untersuchungen brieflich mitgeteilt und mir zur Veröffentlichung überlassen, wofür ich hiermit meinen herzlichsten Dank aussprechen möchte.

G. EBERHARD schreibt: — „Die Untersuchung hat dasselbe Ergebnis gehabt, wie frühere von mir:

1. Das Vorkommen von Sc ist nur auf kleine Bezirke beschränkt, so hat der Euxenit des Hauptganges in Ljosland, und der von Heia, Ljosland nur solche Spuren von Sc, wie sie die meisten Mineralien besitzen, während der Euxenit des Nebenganges größere Mengen Sc enthält.

2. Die Hauptmenge des Sc ist aber wieder im Biotit und Beryll enthalten, wenn man vom Thortveitit absieht. Es liegen also Sc-haltende Mineralien aus dem Beginn, der Mitte und dem Ende der Krystallisationsfolge vor und es wäre interessant zu untersuchen, in welcher Form das Sc im Biotit und Beryll¹ vorkommt. Der Biotit enthält vielleicht kleine Krystalle von Thortveitit, da auch die Yttererden stark vorhanden sind. Was den Thortveitit betrifft, so stimmt mein Ergebnis absolut mit dem von EXNER; die zwei andern Vorkommen sind Linie für Linie identisch mit dem von Ljosland. Der Thortveitit von Unneland hat nur etwas mehr Al als die andern, d. h. er wird nicht ganz frei von Feldspat oder einem Zersetzungsprodukt desselben gewesen sein. Ich bitte Sie beifolgende Liste in Ihrer Arbeit mitpublizieren zu wollen, da ich nichts darüber veröffentlichen werde.

Und nun folgen die einzelnen Resultate:

Fundort I Ljosland.

1. *Thortveitit*: Ergebnis stimmt absolut mit dem von EXNER.
2. *Beryll*: Sc stark; Y, Yb Spur; Th fehlt.
3. *Alvit*² mit *Feldspat* und *Euxenit* (nicht ganz sauber isolierbar): Sc Spur, Y sehr stark, Zr sehr stark, Yb Spur.
4. *Euxenit* mit *Feldspat* etc. (nicht sauber isolierbar): Sc stark.
5. *Euxenit*, *Hauptgang*: Sc Spur.
6. *Monazit*: Sc fehlt.
7. *Ihnenorutil*: Sc sichtbar; Cerit- und Yttererden fehlen.
8. *Magnetit* in *Feldspat* (nicht isolierbar): Sc, Y, Yb nicht mit Sicherheit nachweisbar.
9. *Biotit*: Sc und Y stark; Yb Spur.
10. *Oligoklas*: Sc, Y, Yb fehlen. Be Spur.
11. *Quarz*: Sc, Y, Yb fehlen. Be Spur.
12. *Mikroklimperthit*: Sc, Be fehlen; Y, Yb Spur.

Fundort II Eptevand.

13. *Thortveitit*: absolut identisch mit No. 1.
14. *Biotit*: Sc, Y stark; Yb Spur.

¹ Nach Lacroix (l. c. 1921) führt auch Chrysoberyll von einem der Pegmatitgänge bei Befanamo, Madagascar, nachweisbare Mengen von Sc. (Anm. des Verf.)

² Alvit ist nahe mit Cyrtolit verwandt.

Fundort III Landsverk.

15. *Oligoklas*: Sc, Be Spur; Y, Yb fehlen (der Oligoklas enthält etwas Glimmer, von dem er nicht trennbar ist. Daher die Spur Sc.)

Fundort IV Unneland.

16. *Thortveitit*: absolut identisch mit No. 1. (Das stärkere Auftreten der Al-Linien ist von zersetztem Feldspat, der nicht abtrennbar ist, hervorgebracht.)
 17. *Beryll*: Sc stark; Y, Yb, Th fehlen.
 18. *Pegmatit mit Euxenit, Beryll, Columbit etc.* (nicht isolierbar): Sc sichtbar; Y stark; Yb Spur; Be fehlt.
 19. *Pegmatit mit Beryllkrystall* (Stück weitab vom Beryll benutzt, nicht aus der Nähe desselben): Sc Spur, Y, Yb, Be Spur.
 20. *Mikroklüperthit* (braun, zersetzt): Sc, Y, Yb Spur.

Heia, Ljosland.

21. *Euxenit*: Sc Spur; Y sehr stark; Yb sichtbar.
 22. *Monazit*: Sc fehlt; Y sichtbar; Yb Spur.

Die Skala für Sc speziell ist : sehr stark

stark (0,1 — 0,2 ⁰⁰ Sc ₂ O ₃)	} chemisch kaum noch
sichtbar	
Spur	

Nach den eingehenden spektrographischen Untersuchungen von G. EBERHARD hat Thortveitit von den verschiedenen norwegischen Fundorten dieselbe chemische Zusammensetzung. Thortveitit von Landsverk ist jedenfalls nicht untersucht, weil kein Material für eine Untersuchung aufgeopfert werden konnte.

EBERHARD hat die Vermutung ausgesprochen, daß der hohe Gehalt an Scandium und Yttererden im Biotit wahrscheinlich von mikroskopischen Einschlüssen von Thortveitit herrühren möchte. Mikroskopisch lassen sich doch keine Einschlüsse von Thortveitit nachweisen. In welcher Weise die seltenen Erden im Biotit und Beryll gebunden sind, ist eine interessante Frage, die eine genauere Untersuchung verdient.

Bedeutungsvoll scheint nun der Nachweis einer stark lokalen Anreicherung von Sc in den kleinen Ausläufern der größeren Pegmatitgänge. Es scheint eine ziemlich allgemeine Thatsache zu sein. Die Ursache ist allerdings nicht aufgeklärt.

Verwandtschaftsbeziehungen des Thortveitits.

Chemisch ist Thortveitit am nächsten mit *Thalenit* verwandt; beide sind Diorthosilikate der Yttererden. Thortveitit enthält als Hauptbestandteil Sc und daneben die ganze Reihe der Yttererden; Thalenit enthält kein Sc, aber hauptsächlich Y und Er. Die Dichte des Thortveitits ist entsprechend kleiner

Tabellarische Übersicht der Silikate, die seltene Erden der Yttriumreihe enthalten.

Name	Chem. Formel	Krystallsystem	β	$m : m''$	Opt. Verhältn.	Achsenbene
Thortveitit	$(Sc, Y)_2Si_2O_7$	monoklin	$77^\circ 1/2$	$73^\circ 38'$	Neg. $c : a$ ca 4°	Sym.
Thalenit	$(Y, Er)_2Si_2O_7$	monoklin	83°	$85^\circ 10'$	Neg. $c : \beta$ ca 3°	Norm. Sym.
Yttrialit	$(Y, Th)_2Si_2O_7$	amorph				
Rowlandit	$Fe(YF_2)_2Y_2(Si_2O_7)_2$	amorph				
Kainosit	$Ca_2H_4(YCO_3)(Si_2O_7)_2$	rhombisch	—	$87^\circ 10'$	Neg. a ca 1°	
Hellandit	$Ca Y(OH) _3(SiO_4)_2$	monoklin	$70^\circ 1/4$	$125^\circ 1/2$	Pos. $c : \gamma$ ca $43^\circ 1/2$	Norm. Sym.
Gadolinit	$Fe Y(OH) _2Be_2(SiO_4)_2$	monoklin	$89^\circ 1/2$	$64^\circ 12'$	Pos. $c : \gamma$ ca 8°	Sym.

als die des Thalenits. Beide krystallisieren monoklin, und sind opt. neg. Das Achsenverhältnis, der krystallographische Habitus und die übrigen optischen Eigenschaften sind total verschieden. Eine weitergehende, krystallographische Verwandtschaft der beiden Mineralien läßt sich deshalb nicht ungezwungen herleiten, wie es auch aus der tabellarischen Zusammenstellung deutlich hervortritt.

Yttrialit und *Rowlandit* von Llano Co, Texas sind auch hauptsächlich Diorthosilikate der Yttererden, und deshalb chemisch mit dem Thortveitit verwandt. Beide sind doch nur als amorphe, derbe Massen ohne Krystallbegrenzung bekannt, und es läßt sich deshalb nicht feststellen, inwieweit eine nähere Verwandtschaft existieren möchte. *Yttrialit* enthält allerdings ziemlich viel Th neben Y, und *Rowlandit* Fe und F.

Kainosit ist von W. C. BROGGER auch als ein Diorthosilikat gedeutet, zeigt aber keine Verwandtschaftsbeziehungen zum Thortveitit. *Kainosit* ist ein CO₂- und H₂O-haltiges Silikat von Y und Ca, also ein Komplexsilikat und krystallisiert rhombisch.

Hellandit und *Gadolinit* krystallisieren beide monoklin wie Thortveitit, und enthalten auch Yttererden wie Thortveitit. Sonst sind keine Gleichheitspunkte zu finden.

Betreffs des Sc-Minerals von Baveno, *Bazzit*, habe ich schon oben (S. 60.) bemerkt, daß das Mineral keine Beziehungen zum Thortveitit zeigt.

Es gibt eine ganze Reihe von Silikaten, die seltene Erden enthalten. Mit Ausnahme von *Gadolinit*, der der Datholitgruppe gehört, scheint es, als die übrigen alleinstehend sind. Von vorn herein dürfte dies auch erwartet werden, wenn man die zahlreichen Kombinationsmöglichkeiten und die Eigenart der seltenen Erden ins Auge faßt. Das isolierte Auftreten auf speziellen Fundorten von mehreren dieser Mineralien (*Hellandit*, *Kainosit* u. s. v.), die gelegentlich oder auch zufällig entdeckt sind, macht es wahrscheinlich, daß die Möglichkeit für Neuentdeckungen eben auf dem Gebiete der Silikate der seltenen Erden noch lange nicht erschöpft ist. Ich dürfte deshalb glauben, daß eben in Norwegen, wenn wieder der Feldspatbetrieb emporblüht, überraschende Funde von neuen Silikaten mit seltenen Erden erwartet werden möchten.

GADOLINIT KLAPROTH¹.

In Norwegen wurde Gadolinit zum ersten Male im Jahre 1839 von B. M. KEILHAU² auf Hitterö bei Flekkefjord, dem später weltbekannten Fundort dieses Minerals, entdeckt.

TH. SCHEERER hat die ersten kristallographischen, physikalischen und chemischen Untersuchungen über Gadolinit von Hitterö ausgeführt und in verschiedenen Abhandlungen veröffentlicht³. Später hat er die Resultate in einer größeren, monographischen Darstellung über die Pegmatitgänge auf Hitterö und ihre Gesellschaft von seltenen Mineralien in „Gaea Norvegica“ gesammelt⁴. Von P. WAAGE⁵, der auf Hitterö geboren war, wurde auf Grundlage von Winkelmessungen an einem außerordentlich schön ausgebildeten Gadolinitkrystalle von Eigeland, am Festlande bei Hitterö, behauptet, daß Gadolinit monoklin krystallisiert. DES CLOISEAUX⁶ hat zuerst die optischen Konstanten des frischen Gadolinit bestimmt und damit die von WAAGE behauptete monokline Symmetrie des Minerals bestätigt.

Die endgültige Festlegung der monoklinen Symmetrie des Gadolinit wurde durch die Arbeiten von HJ. SJÖGREN und FR. EICHSTÄDT dargetan. Beide haben Gadolinitkrystalle von Hitterö gemessen. Von SJÖGREN wurden die von W. C. BRÜGGER ausgeführten, sehr genauen Messungen des Waage'schen Krystalls zur Verfügung gestellt.

In einer Reihe von Jahren war Hitterö mit der nächsten Umgebung der einzig bekannte Fundort für Gadolinit in Norwegen. Mit der allmählich steigenden Feldspatproduktion wurden aber immer neue Feldspatbrüche aufgeschlossen, und somit nach und nach neue Vorkommnisse des Gadolinit entdeckt. Schon WAAGE hat das Mineral am *Eitland* bei Lindesnæs entdeckt. Es hat sich gezeigt, daß der Gadolinit nur innerhalb zwei Gebiete allgemein verbreitet ist: a) an der Küstenstrecke westlich von Lindesnæs, vor allem auf Hitterö und b) im Kirchspiel Iveland in Sætersdalen. Außerhalb dieser Gebiete kommt Gadolinit nur spärlich und vereinzelt vor. Aller Wahrscheinlichkeit nach scheint doch auch Gadolinit im südlichen Teil von *Telemarken* verbreitet zu sein. Schon im Jahre 1906 habe ich gelegentlich

¹ Im Historik des Gadolinit gibt HINTZE im „Handbuch d. Mineralogie“ an, daß EKEBERG den Namen Gadolinit eingeführt hat. W. PETERSON (Geol. Fören. Förh. B. XII) hat diese Angabe berichtet: EKEBERG nannte das Mineral „Yttersten“, während der Name *Gadolinit* zuerst von KLAPROTH vorgeschlagen wurde.

² Reise i Lister og Mandals Amt 1839. Nyt Mag. f. Naturv. B. 2.

³ Pogg. Ann. 51 (1840) und 56 (1842). N. J. f. Min. 1844, S. 75 und 1861, S. 134.

⁴ Gaea Norvegica, S. 313.

⁵ Vid. Selsk. Forh. Kristiania 1864, S. 1.

⁶ Ann. Chim. Phys. 4 Ser. XVIII, 1869.

einen großen aber ziemlich rauhen Krystall in Kragerø erworben, für welchen Telemarken als Fundort aufgegeben wurde. In den späteren Jahren sind mehrere Fundorte in Telemarken entdeckt: in Tördal, bei Bandaksvand und in Fyrrisdal.

Vorkommnisse von Gadolinit in Norwegen.

a. Gebiet westlich von Lindesnæs.

1. *Hitterø* liegt etwa 8 Km. südlich von der Stadt Flekkefjord und bildet die nordwestliche Begrenzung des Listerfjords. Durch den ganz schmalen Hitterösund vom Festlande getrennt ist die Insel durch eine von Süden tief eingehende Bucht, *Rasvåg*, in einen kleineren westlichen und einen größeren östlichen Teil gespaltet. Nach dem Aufbau des Felsbodens von Norit und Labradorfels gehört die Insel dem großen prekambrischen Eruptivgebiet zwischen *Ekersund* und *Farsund*. Die mittel- bis grobkörnigen Tiefengesteinen der Norit- und Labradorfelsreihe sind im östlichen Teil der Insel von zahlreichen, zum Teil großen Granitpegmatitgänge durchsetzt. Die Gänge sind im allgemeinen liegend und sind, wie schon von SCHEERER bemerkt, durch ihre lichte Farbe gegen die dunklen Norite und Labradorfelse schön hervortretend. Es ist übrigens genügend auf die hervorragende Darstellung SCHEERER's über die Granitpegmatitgänge auf Hitterø und ihre Mineraliengesellschaft hinzuweisen.

Im Laufe der Zeit ist eine große Anzahl dieser Granitpegmatitgänge auf Feldspat getrieben, und in mehreren Feldspatbrüchen ist Gadolinit gefunden. Folgende Lokalitäten sind im Mineralogischen Museum der Universität, Kristiania, vertreten: *Rasvåg*, *Urstad*, *Veisdal*, *Medåsen*, *Igeltjern*. Auch in einem kleinen, nicht getriebenen Gange nahe bei *Eide* kommt Gadolinit vor (J. SCHETELIG 1906). In den späteren Jahren sind mehrere der Brüche ausgebeutet, und der Feldspatbetrieb auf Hitterø ist im großen und ganzen zurückgegangen. Einige der Gänge werden doch gelegentlich wegen der seltenen Mineralien getrieben. Die Gadolinitvorkommnisse sind allerdings nicht erschöpft; *Bergens Museum* hat z. B. vor einigen Jahren eine prächtige Sammlung Gadolinitkrystalle, die sowohl durch Schönheit als Größe ausgezeichnet waren, erworben.

Die besten Krystalle des Gadolinit von Hitterø befinden sich wahrscheinlich in der mineralogischen Abteilung des Reichsmuseums in Stockholm, und haben EICHSTÄDT¹ als Material für die Bestimmung des Krystallsystems und der kristallographischen Konstanten des Gadolinites gedient.

Die ganz große Auswahl von Krystallen des Hitterögadolinites, die im Besitze des Mineralogischen Museums, Kristiania, sind, hat als Material für die hier mitgeteilten Untersuchungen gedient.

¹ Bihang Vet. Akad. Handl. 10, No. 18. Stockholm 1885.

Unter den Krystallen des Gadolinit von Hitterö kann man zweckmäßig drei verschiedenen Krystalltypen unterscheiden:

1. Kleine, schön entwickelten und formenreichen Krystalle, die vereinzelt im Quarz und Feldspat eingewachsen sind. Diese stammen aus der relativ feinkörnigen Grenzzone des Ganges, oft aus der äußeren Grenzschicht des Schriftgranits. Die Krystalle sind ringsum entwickelt und zeigen formenreiche Kombinationen, mit einem deutlichen Streben nach dem Kugelgestalt. Sie sind selten nach einer der Achsen ausgezogen und zeigen auch nicht häufig pyramidalen Habitus.
2. Mittelfgroße Krystalle, auch in Quarz und Feldspat eingewachsen, aus der mehr grobkörnigen Gangmitte; im allgemeinen sind mehrere Krystalle drusenartig zusammenkrystallisiert, und dadurch sind die einzelnen Krystalle im Wachstum gehindert. Diese Krystalle sind am häufigsten dickprismatisch entwickelt, nur einseitig terminalbegrenzt und von $\{001\}$ abgestumpft (Tab. XV Fig. 2). Sie zeigen teils einfache Kombinationen z. B. pyramidale Krystalle mit $\{110\}$, $\{111\}$ und $\{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$, teils und gar nicht selten formenreichere Kombinationen in Analogi mit den kleinen Krystallen. Fig. 12, nach EICHSTÄDT, zeigt eine formenreiche Kombination mit pyramidalem Habitus, die ziemlich häufig unter Krystallen mittlerer Größe auftritt.

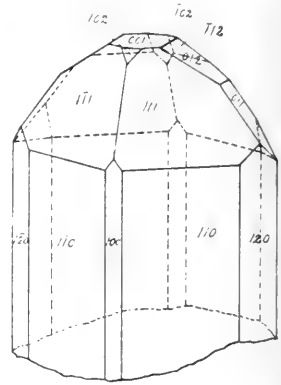


Fig. 12.

3. Krystalle, die in oder gegen Glimmer krystallisieren, sind am häufigsten nach c' ausgezogen und nach einer der Flächen des Hauptprismas $\{110\}$ tafelig abgeplattet. Sie sind selten gut entwickelt, im allgemeinen verzerrt und deformiert. Einfache Kombination ist der Regel: $\{110\} \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\} \{001\}$, untergeordnet kommen auch die Formen $\{111\} \{102\} \{012\}$ vor. Krystalle von dieser Typus stammen aus der riesenkörnige Gangmitte und können sehr große Dimensionen erreichen.

Die kleinen Krystalle, die aus der mittelkörnigen Ganggrenze stammen, sind sehr früh auskrystallisiert und daher immer älter als die angrenzenden Mineralien: Quarz, Feldspat und Muscovit, die die Gadolinitkrystalle mit einer deutlichen Krystallisationskorona umgeben.

Wie gesagt zeigen die kleinen Krystalle formenreiche Kombinationen. Nach Durchmusterung einer großen Anzahl von Krystallen habe ich die untenstehende Tabelle über die Häufigkeit des Auftretens der verschiedenen Formen aufgestellt:

Fast immer entwickelt:	$\{110\} \{111\} \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$.
Sehr häufig entwickelt:	$\{001\} \{012\} \{011\} \{100\}$.
Etwas seltener entwickelt:	$\{021\} \{120\} \{102\} \{\bar{1}\bar{1}\bar{2}\} \{112\} \{\bar{1}\bar{0}\bar{2}\}$.
Selten entwickelt:	$\{\bar{1}\bar{2}\bar{2}\} \{\bar{1}\bar{2}\bar{1}\} \{\bar{1}\bar{0}\bar{1}\} \{010\}$.

daß äußerlich schön entwickelte Gadolinitkrystalle als eine Hülle mit innen entwickelter Flächen einen großen Kern von Quarz und Feldspat in zufälliger Orientierung einschließen. (Fig. 16).

Das Mineralogische Museum besitzt zwei große Gadolinitkrystalle von Hitterö; beide sind gegen Glimmer krystallisiert und deshalb rau. Einige Formen sind doch erkennbar. Der eine, von Gewicht 6,3 Kg., ist nach ϵ' ausgezogen und zeigt als erkennbare Formen $\{110\}$ $\{111\}$ $\{\bar{1}11\}$ $\{001\}$. Der andere, von Gewicht 7 Kg., ist tafelig nach $\{110\}$ entwickelt, $\{110\}$ und $\{111\}$ sind erkennbar. Die übrigen Formen sind untergeordnet.

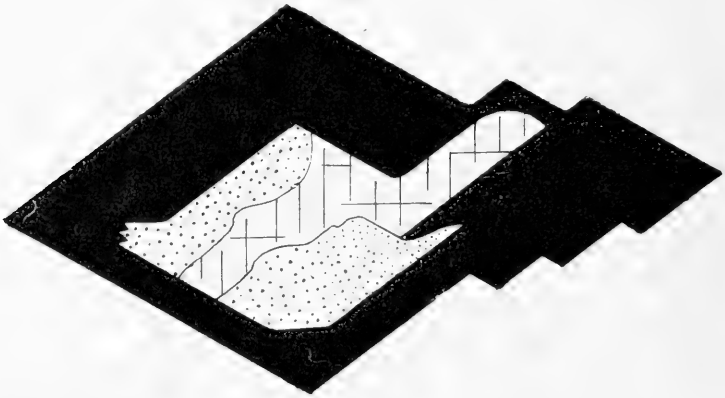


Fig. 16.

Was die Entscheidung der Vorder- und Hinterseite der Gadolinitkrystalle anbelangt, soll bemerkt werden, daß EICHSTÄDT¹ darauf aufmerksam gemacht hat, daß die Formen $\{\bar{1}21\}$ $\{\bar{1}22\}$ und $\{\bar{1}02\}$ auf der Hinterseite, also als positive Formen, im allgemeinen auftreten. EICHSTÄDT hat dies in 18 von 20 Fällen gefunden, und betont ausdrücklich, daß diese Formen *nur* als positive auftreten. Meine eigene Durchmusterung des Materials von Gadolinit im Mineralogischen Museum, Kristiania, hat die Behauptung EICHSTÄDTs in betreff der Formen $\{\bar{1}21\}$ und $\{\bar{1}22\}$ bestätigt.

Die Paragenesis des Gadolinit auf den Pegmatitgängen von Hitterö ist die bekannte: Malakon, Xenotim, Orthit, Polykras und Blomstrandin. Euxenit und Monazit kommen sehr selten vor.

Dank den sorgfältigen und erschöpfenden Arbeiten von schwedischen Mineralogen und Chemikern über Gadolinit von Hitterö im Zeitraum 1880—1890 kennen wir die kristallographischen Konstanten, die physikalischen und optischen Eigenschaften und die chemische Zusammensetzung dieses Gadolinit mit hinreichender Genauigkeit. Meine eigene Untersuchungen über Gadolinit von Hitterö haben nur die Resultate der schwedischen Forschern bestätigt. Viel neues habe ich nicht gefunden. Ich beschränke mich des-

¹ Bihang Sv. Vet. Akad. Handl. B. 10, No. 18.

halb bei dieser Gelegenheit, nach der Beschreibung der verschiedenen norwegischen Gadolinitvorkommnisse, unten einen kurzen Referat der ermittelten Ergebnisse betreffs des Gadolinit von Hitterö mitzuteilen.

2. *Eigeland* im Kirchspiel Herred an der Südseite der Mündung des Feddefjords, 7 Km. östlich von Hitterö, ist der Fundort des von P. WAAGE¹ in 1864 beschriebenen Gadolinitkrystals. Auf Grundlage der Messungen an diesem schön ausgebildeten Krystalle hat WAAGE sich für die Zugehörigkeit des Gadolinit zum monoklinen Krystallsystem ausgesprochen. Derselbe Krystall wurde später nochmals von W. C. BRÖGGER sehr sorgfältig gemessen, und die Winkelwerte BRÖGGERs, die er SJÖGREN und EICHSTÄDT zur Verfügung gestellt hat, zeigen evident die monokline Symmetrie des Gadolinitkrystals von Eigeland.

Der genannte Krystall ist ringsum mit dem für die in Feldspat eingewachsenen Krystalle gewöhnlichen, kurzprismatischen Habitus entwickelt und zeigt die folgende Kombination.

$$\{110\} \{111\} \{\bar{1}11\} \{100\} \{001\} \{012\} \{011\} \\ \{\bar{1}12\} \{\bar{1}01\}. \text{ (Fig. 17).}$$

Von demselben Fundort ist auch eine Stufe, gleichfalls von WAAGE gesammelt, mit einem in Feldspat sitzenden, etwas größeren Krystall mit demselben Habitus; die Kombination aber ist eine andere, und auch einige andere Formen treten auf:

$$\{110\} \{\bar{1}02\} \{\bar{1}11\} \{\bar{1}21\} \{001\} \{012\} \{011\} \{111\} \{102\}.$$

Eine andere Stufe von Eigeland zeigt nur einen abgebrochenen Krystall in Feldspat.

Der schönste unter den größeren Krystallen im Mineralogischen Museum, Kristiania, von welchem Tab. XIV, Fig 1 eine Abbildung in natürlicher Größe zeigt, ist gleichfalls von WAAGE an demselben Fundort gesammelt. Die Kombination ist einfach; Hauptformen sind: $\{110\}$, $\{111\}$ und $\{\bar{1}11\}$; untergeordnet treten auch $\{011\}$ und $\{\bar{1}21\}$ auf.

3. *Ollestad* im Kirchspiel Hæskestad, nahe bei Ueland Station an der Flekkefjordbahn. Die Paragenesis zeigt die nahe Verwandtschaft des Pegmatitganges bei Ollestad mit den Hitterögängen.

In der breiten, schriftgranitischen Grenzzone kommen Malakon, Orthit, Monazit und Polykras vor; in der riesenkörnigen Gangmitte sind Gadolinit, Beryll und grosse Krystalle von Topas gefunden. Der Gadolinit tritt am meisten in der oligoklas- und muscovitreichen Partie des Ganges, zum Teil

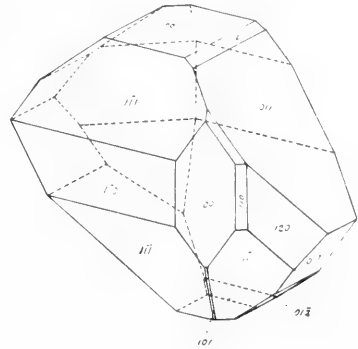


Fig. 17.

¹ L. c.

in großen (über 1 Kg. schweren) Krystallen und Krystallstöcken, äußerlich rotbraun von Eisenoxyd und -hydroxyd gefärbt, auf. Die größeren Krystalle zeigen allgemein einfache Kombinationen. Sie sind prismatisch nach c' ausgezogen mit den Formen: $\{110\}$ $\{\bar{1}11\}$ $\{011\}$ oder $\{012\}$. $\{001\}$ ist zuweilen als smale Streifen beobachtet.

Der beste Krystall von Ollestad zeigt eine Entwicklung analog mit einem gewöhnlichen Typus von Hitterö. Die Formen, nach Größe geordnet, sind folgende: $\{110\}$ $\{\bar{1}11\}$ $\{001\}$ $\{011\}$ $\{100\}$ $\{\bar{1}12\}$. Einige kleinen Krystalle (von J. SCHETELIG 1906 gesammelt) waren alle in Feldspat eingewachsen; auch diese waren äußerlich stark zersetzt mit einer rotbraunen Oxydationshaut und matten, unebenen Flächen. Im Habitus sind sie gleich den kleinen eingewachsenen Hitterökrystallen: kurzprismatische, formenreiche Krystalle mit Annäherung an die ellipsoidische Gestalt. Die beobachteten Formen sind: $\{110\}$ $\{\bar{1}11\}$ $\{111\}$ $\{102\}$ $\{001\}$ $\{012\}$ $\{011\}$ $\{\bar{1}12\}$ $\{112\}$ $\{021\}$. Die drei letzten sind selten, die übrigen allgemein.

Der Gadolinit von Ollestad zeigt sich in Dünnschliffen anisotrop. Der Kern ist einheitlich grün gefärbt und zwar bedeutend dunkler als die heilgelbgrüne Farbe des frischesten Gadolinites von Hitterö (Fig. 23). Oberflächlich ist die grüne Kernsubstanz von einer schmalen, stark rotbraun gefärbten Hülle umgeben. Die Grenze zwischen Hülle und Kern ist etwas zackig und lappig mit traubenbüschelförmigen Anschwellungen der braunen Substanz in die grüne. Nach meiner Meinung ist die braune Hülle durch oberflächliche Oxydation der grünen Gadolinitsubstanz hervorgegangen. Hier und da ist auch die grüne Substanz längs Sprüngen in der braunen umgewandelt. Übrigens werden die optischen Verhältnisse unten etwas näher besprochen.

4. *Eitland* liegt etwas westlich von Lindesnæs auf der Halbinsel zwischen Grönsfjord und Rosfjord. Von diesem Fundort besitzt das Mineralog. Museum drei Stufen, von P. WAAGE eingesammelt, mit Gadolinit von dem gewöhnlichen Hitterötypus. Eine Stufe zeigt einem etwa 1 cm. langen, ganz schönen Krystall, etwas nach c' ausgezogen. Die beobachteten Formen sind:

$$\{110\} \{\bar{1}11\} \{100\} \{001\} \{111\} \{\bar{1}02\} \{\bar{1}12\} \{\bar{1}22\} \{\bar{1}21\} \{012\} \{011\}.$$

Ein ganz kleiner Krystall in Feldspat zeigt die Formen:

$$\{110\} \{\bar{1}11\} \{100\} \{001\} \{111\} \{102\}.$$

Die dritte Stufe zeigt nur einen rauhen Krystall ohne bestimmbare Begrenzungselemente.

Vielleicht stammt der Gadolinit, der von G. TSCHERNIK 1905 analysiert und mit der Lokalität: „Insel in der Nähe von Lindesnäs“ bezeichnet ist, eben von dem Fundort Eitland.

b. Iveland und Evje, Sætersdalen.

Im nördlichen Teil des Kirchspiels Iveland (und zwar auch in den angrenzenden Teilen von Evje) ist Gadolinit ziemlich allgemein auf den granitischen Pegmatitgängen verbreitet, und kommt zuweilen in solchen großen Massen vor, daß mehrere Feldspatbrüche hauptsächlich wegen des Gadolinitis getrieben wurden; z. Beispiel wurde im Winter 1906 in einer der kleinen Feldspatbrüche am Hofe Frikstad etwa 600 Kg. Gadolinit gewonnen. Selbst habe ich gesehen, daß in einem anderen Bruch am Frikstad eine Masse Gadolinit von Gewicht etwa 120 Kg. in einem Schosse herausgenommen wurde.

5. *Frikstad* ist der Hauptfundort des Gadolinitis in Iveland. Im Waldgebiet des Hofes ist der Felsbodens wie sonst in Iveland von metamorphen gabbroiden, und im allgemeinen amphibolitischen Gesteinen aufgebaut. Diese dunklen Gesteine sind von einer Schar granitischer Pegmatitgänge durchsetzt. Die Gänge sind durch eine Reihe von kleineren Feldspatbrüchen aufgeschlossen. Neben Gadolinit kommen Priorit, Polykras, Topas und blauer Apatit vor. Von den seltenen Mineralien ist Gadolinit am häufigsten und ist in sehr bedeutenden Quantitäten gewonnen. Ich möchte die Gänge an Frikstad in dieser Hinsicht mit dem amerikanischen Fundort in Llano Co., Texas, vergleichen. Genaue Angaben fehlen zwar; ich möchte aber annehmen, daß die Gadolinitproduktion von den Pegmatitgängen an Frikstad im Ganzen mehrere tausend Kg. ausgemacht hat. Zur Zeit hat der Betrieb ganz aufgehört.

Die größeren Krystalle von Frikstad sind am meisten in Glimmer eingewachsen und deshalb rauh und deformiert. Sie bieten geringes Interesse. Die gewöhnliche Kombination ist einfach: $\{110\}$, $\{111\}$, $\{001\}$, $\{\bar{1}11\}$. Zuweilen treten auch folgende Formen auf: $\{012\}$ $\{\bar{1}12\}$ $\{\bar{1}21\}$ $\{011\}$ und $\{100\}$.

Ein gutes Material von ganz kleinen Krystalle haben J. SCHELIG (1906) und OLAF ANDERSEN (1910) an Frikstad gesammelt. Die Krystalle sind in Quarz und Feldspat eingewachsen, ringsum entwickelt, und stammen aus der mehr feinkörnigen Ganggrenze. Sie erinnern an den kleinen formenreichen Krystallen von Hitterö. Es werden hier einige Beispiele der auftretenden Kombinationen angeführt:

$$\{100\}, \{110\} \{111\} \{\bar{1}11\} \{011\} \{012\}.$$

Habitus spitz-pyramidal, etwas nach c' ausgezogen.

$$\{100\} \{110\} \{111\} \{101\} \{112\} \{001\} \{012\} \{011\} \{\bar{1}21\} \{\bar{1}11\}.$$

Habitus pyramidal, abgestumpft von einer kleinen Basisfläche.

Im Ganzen sind folgende Formen beobachtet:

$$\{100\} \{001\} \{010\} \{110\} \{120\} \{021\} \{011\} \{012\} \{101\} \{102\} \{111\} \\ \{\bar{1}11\} \{112\} \{\bar{1}12\} \{\bar{1}21\} \{\bar{1}22\}$$

Die Formen sind dieselben, die gewöhnlich an den Krystallen von Hitterö auftreten.

An einem größeren Krystall¹, prismatisch nach c' ausgezogen und von (001) abgestumpft mit der Kombination:

$$\{110\} \{111\} \{\bar{1}21\} \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\} \{001\} \{012\} \{011\} \{021\}$$

wurde mit dem Anlegegoniometer gemessen:

	Gemessen:	EICHSTADT berechnet:
(111):(001)	67°	67° 41'
($\bar{1}\bar{1}\bar{1}$):(001)	69°	68° 30'

Der Gadolinit von Frikstad ist tief grünschwarz mit starkem, etwas fettartigem Glanz. Im Dünnschliff zeigt er sich völlig anisotrop; die Farbe ist etwas dunkelgrün; Pleochroismus nicht wahrnehmbar. Nur winzige Spuren von einer tiefbraunen, etwas umgewandelten Substanz wurden in den Schliffen als traubenbüschelförmige Anhäufungen längs Sprüngen beobachtet. Übrigens stimmen die optischen Eigenschaften mit denen des Hitterögadolinitis überein. Beim Erhitzen zeigt er nur sehr schwache Verglimmung. Eine Analyse des Gadolinitis von Frikstad ist in liebenswürdiger Weise von Herrn A. RÖDLAND ausgeführt und unten angeführt.

6. *Birkeland* ist ein Hof, etwa 1 $\frac{1}{2}$ km. östlich von Frikstad. In einem ziemlich großen Feldspatbruch an diesem Hofe ist recht viel Gadolinit gefunden. Von anderen Mineralien kommen Topas, Lepidolith und Wismutglanz vor. Der Lepidolith von Birkeland ist das einzige auf den norwegischen Granitpegmatitgängen gefundene Lithiummineral.

Von Herrn OLAUS THORTVEIT, Iveland, hat das Mineralog. Museum eine gute und recht interessante Sammlung von Gadolinitkrystallen als Geschenk erhalten.

Am schönsten ist eine Stufe mit einem beiderseits terminalbegrenzten Gadolinitkrystal, der in Kalifeldspat eingewachsen ist. Die Dimensionen sind 4 cm. \times 2,5 cm. \times 1 cm. Die Kombination ist die folgende: {110} {111} { $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ } {001} {012} {011} {021} { $\bar{1}21$ } {120}. Pl. XV, Fig. 3 zeigt eine verkleinerte photographische Aufnahme der Stufe.

Von Interesse sind die zum Teil großen plattenförmigen Krystallstöcke von parallelorientierten Gadolinitkrystallen, die recht häufig an Birkeland gefunden sind. (Taf. XIV Fig. 2 und Taf. XV Fig. 1). Die einzelnen Individuen sind nach c' prismatisch ausgezogen und nebeneinander // (010) verwachsen. Sie sind beiderseitig terminalbegrenzt. Die Hauptformen sind {110}

¹ Später hat das Mineralogische Museum eine kleine Sammlung von größeren, ziemlich gut entwickelten Krystallen von Frikstad durch Herrn A. GULDBERG erworben. Die Krystalle, dessen Flächen zum Teil rein schwarz und glänzend sind, zeigen Hitterötypus. Die Formen { $\bar{1}21$ } und { $\bar{1}22$ } treten nur als positive auf.

{111} {1̄11}); allgemein entwickelt sind auch {100} {001} {102} {1̄21} {012} {011}. Dazu kommen auch zuweilen {1̄22} {1̄12} {102} und {120}. {010} ist sehr selten.

Die genannten Krystalle sind äußerlich teils tiefbraun, teils hellbraun mit glänzenden Flächen. Die Substanz im Inneren der Krystalle ist tief schwarzgrün mit Stich ins Braune.

In orientierten Dünnschliffen wurde u. d. M. beobachtet, daß der Gadolinit von Birkeland durchgehends anisotrop und teils grün, teils braun gefärbt ist. Die grüne Substanz — wie am Hitterögadolinit von W. PETERSON nachgewiesen — repräsentiert den ursprünglichen, frischen Gadolinit, während die lichtbraune Substanz das erste Umwandlungsstadium ist. Im Schnitt // (010) wurden die Auslöschungsschiefe gemessen:

Grüne Substanz: $c\gamma = 7,5^\circ$

Braune Substanz: $c\gamma = 13^\circ$.

7. *Vådne* ist ein Hof westlich von Frikstad, an einem Waldwege nach Evje. Von diesem Fundort wurden von P. SCHEI (1905) rauhe Krystalle und Stücke von Gadolinit gesammelt. Das Material bietet kein krystallographisches Interesse.

Die Farbe des Gadolinites von *Vådne* ist tiefschwarz. Bruch muschelrig. Im Dünnschliff ist er durchsichtig mit dunkelgrüner Farbe und nahezu vollkommen isotrop, die äußere braune Oxydationshaut ist doch anisotrop. Beim Erhitzen zeigt er eine sehr starke, prachtvolle Verglimmung. Nach der Abkühlung wird die Farbe graugrün. Im Dünnschliff des verglimmten Gadolinites ist die Farbe hell weißgrau. Die vollkommen anisotrope und ziemlich einheitliche Substanz ist von einer Unmenge Sprüngen durchsetzt. Eine Andeutung von Schalenbau ist hie und da wahrzunehmen.

8, 9, 10. An den Höfen *Kabuland*, *Eptevand* und *Mölland* ist auch Gadolinit in einigen Feldspatbrüchen gefunden, z. T. in größeren Mengen. Das Mineralog. Museum besitzt von diesen Fundorten nur derbe Stücke und rauhe Krystalle, die äußerlich stark verrostet sind.

11. *Ivedal* ist ein Hof südlich von der Kirche in Iveland, und an diesem Hofe liegt ein kleiner Feldspatbruch dicht an der Landstraße. Hier sind Gadolinit, Orthit, Fergusonit und Alvit (Högtveitit¹) gefunden. Von Gadolinit sind nur Krystalle von mäßiger Größe gefunden (etwa 5 cm. Länge). Die Krystalle sind äußerlich schwarz mit glänzenden Flächen und scharfen Kanten. Die äußere Haut ist unverändert und hart, aber außerordentlich dünn, und bedeckt wie ein Harnisch einen stark verwitterten und lockeren etwa 1—2 mm. dicken Schicht, rotbraun von ausschiedenem Eisenoxyd gefärbt. Der Kern ist tiefschwarz mit muschelrigem Bruch. Die beobachteten Formen sind die gewöhnlichen:

$$\begin{array}{cccccccc} \{110\} & \{111\} & \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\} & \{100\} & \{001\} & \{012\} & \{011\} & \{021\} \\ & & \{\bar{1}\bar{1}2\} & \{\bar{1}\bar{2}1\} & \{\bar{1}02\} & \{120\} & \{010\}. & \end{array}$$

¹ Siehe Anhang zum Band I, S. 144.

Fraglich ist $\{113\}$ (?).

Im Dünnschliff zeigt dieser Gadolinit, der vollkommen anisotrop ist, einen schwach hellgrünen Kern, der von einer äußeren, braunen Oxidationshaut umgeben ist. Die Grenze ist unregelmäßig und zackig. Die rotbraune Substanz setzt längs Sprüngen in die grüne fort. Zwischen gekreuzten Nikols zeigt die grüne Substanz einen regelmäßigen Schalenbau, und scheint von kristallographisch orientierten Hüllen mit abwechselnd stärkerer und schwächerer Doppelbrechung aufgebaut zu sein.

12. *Nateland* ist der Fundort von Chrysoberyll¹. Neben diesem Mineral kommt auch Gadolinit vor. Gadolinit ist älter als Chrysoberyll. Ein etwa zollgroßer Krystall ist innen tiefschwarzgrün; die Haut ist rostbraun. Die auftretenden Formen sind die gewöhnlichen.

13. *As* liegt im Kirchspiel Evje. In einem Feldspatbruch an diesem Hofe hat P. SCHEI Gadolinit gefunden.

c. Zerstreute Fundorte.

14. *Malö* bei Grimstad. Der Gadolinit von diesem Fundort, der von W. PETERSON² analysiert und beschrieben ist, ist ausschließlich im Riksmuseum, Stockholm, vertreten. Die Analyse ist unten angeführt. Im Riksmuseum, Stockholm, befinden sich reine, derbe Stücke von schwarzer Farbe und mit muscheligem Bruch. Enthält Bitumen und gibt B-Reaktion. Zeigt kein Verglimmen, dekrepitiert aber beim Erhitzen. In Dünnschliffen zeigt er sich farblos und isotrop mit feinen Sprüngen. Nach PETERSON zeigt die mikroskopische Untersuchung, daß dieser Gadolinit eine weit fortgeschrittene Umwandlung erlitten hat. FeO ist ausgelaugt und als Magnetit abgesetzt. Das niedrige spez. Gewicht (4.02) und der hohe Gehalt an H₂O (3,36 %) zeigen dasselbe. Der Gehalt an Ce₂O₃ ist höher als im Gadolinit von Hitterö und Frikstad, niedriger aber als im Gadolinit von Fyrrisdal.

Bei einem Aufenthalt in Grimstad im Sommer 1915 habe ich auf den beiden Inseln (äußere und innere *Malö*) nach dem Fundort dieses Gadolinites gesucht, aber ohne Erfolg. Einige kleinere Granitpegmatitgänge waren zwar auf Feldspat getrieben; von Gadolinit fand ich aber keine Spur.

15. *Haneholmen* bei Tvedestrand ist von TH. SCHEERER als Fundort des Gadolinites erwähnt³.

Im Mineralog. Museum, Kristiania, ist dieser Fundort nicht vertreten.

¹ J. Schetelig: Mineralogische Studien I, Norsk Geol. Tidsskrift II, No. 9, S. 1.

² Geol. Fören. Förh. 12 1890. 275—347.

³ Nyt Mag. f. Naturv. 4, 126, N. J. f. Min. 1843, 631.

Scheerer nennt, daß er auf Haneholmen ein schwarzes Mineral gefunden hat, das entweder Gadolinit oder Allanit sein möchte. Ich möchte annehmen, daß das Mineral, am nächsten Allanit wäre.

Ranvik bei Risör ist von BRÖGGER in der Einleitung zu Band I als Fundort von Gadolinit genannt. Mineralog. Museum besitzt zwei derbe Stücke eines tiefschwarzen, gadolinitähnlichen Minerals — von Herrn HERM. JENSEN, Risör, geschenkt. Bruch ist muschelrig. Äußerlich ist das Mineral mit einer Rosthaut bedeckt.

Im Dünnschliff zeigt es sich völlig isotrop. Die Farbe ist schmutzig grünbraun.

Das spez. Gewicht wurde zu 3,45 bestimmt und zeigt, daß das Mineral zum *Orthit* gehört und kein *Gadolinit* ist. Beim Erhitzen bläht sich das Mineral sehr stark auf zu einer lichtgrauen, schwämmigen, bimpsteinartigen Masse.

16. *Bandaksvand*, Telemarken, wurde als Fundort eines Bruchstückes von einem schönen, großen Gadolinitkrystall aufgegeben, der mir vor einigen Jahren zur Bestimmung eingesandt war.

Der Krystall zeigt die Kombination:

$$\{110\} \{001\} \{111\} \{\bar{1}11\} \{012\} \{011\}.$$

Mit Anlegegoniometer wurde gemessen:

		EICHSTADT
$\{\bar{1}11\} : \{001\}$	ca. 69°	68,5°
$\{001\} : \{012\}$	ca. 34°	33,5°
$\{001\} : \{011\}$	ca. 55°	54°
$\{111\} : \{110\}$	ca. 23°	22°

An dem abgebrochenen Ende ist ein Kern mit etwas unregelmäßiger Begrenzung von einer äußeren Rinde leicht zu unterscheiden. Die Kernsubstanz ist tief schwarzgrün, stark glänzend und mit muschelrigem Bruch. Die Rinde zeigt unebenen Bruch, und die Farbe ist grauschwarz mit Stich ins Grüne.

17. Bei einem Mineralsamler in Kragerö hatte ich einmal Gelegenheit einen ziemlich großen aber rauhen Krystall von Gadolinit für Mineralog. Museum zu erwerben. Als Fundort wurde *Telemarken* aufgegeben, und wahrscheinlich stammt dieser Krystall von Drangedal oder Tördal, NW von Kragerö.

Dieser Krystall zeigt wegen der großen Entwicklung von $\{100\}$ einen ungewöhnlichen Habitus. Die übrigen erkennbaren Formen sind: $\{111\}$ $\{110\}$ $\{021\}$. Die Hinterseite zeigt keine Flächen wegen der Krystallisation gegen Glimmer.

18. *Tördal*, Telemarken. Vor einigen Jahren habe ich von Herrn Dr. Ing. OTTO FALKENBERG zwei Stücke mit Gadolinit von einem Pegmatitgang in Tördal (zwischen Drangedal und Nisseryand) zur Bestimmung bekommen. An dem einen Stück sitzt ein abgebrochener rauher Krystall von Gadolinit in Plagioklas eingewachsen. An einer Ecke sind folgende Formen erkennbar: $\{\bar{1}11\}$ $\{\bar{1}12\}$ $\{\bar{1}22\}$ $\{011\}$ $\{012\}$ und $\{001\}$. $\{110\}$ ist deformiert und zeigt Streifung // *c*. Die Substanz ist pechschwarz, zeigt kleinmuscheligen Bruch und ist von zahlreichen Sprüngen durchsetzt. Das andere Stück

besteht ausschließlich aus Gadolinit, äußerlich stark verrostet, ohne erkennbare Krystallflächen. Am frischen Bruch ist die Farbe tief grünschwarz.

In einem zufällig orientierten Dünnschliff des pechschwarzen Krystalls sieht man teils hellgrüne, teils braune Gadolinitsubstanz. Der innere Kern ist grün, die äußere, ziemlich dicke Hülle ist braun. Die grüne Farbe ist kräftiger rein grün als die Farbe des frischesten, gelbgrünen Gadolinit von Hitterö und Birkeland. Der Gadolinit von Tördal ist etwas umgewandelt. Die Grenze zwischen grün und braun ist uneben; die braune Substanz zeigt traubenbüschelförmige Aufquellungen auf Kosten des Grünen, in welcher auch Ausläufer längs Sprüngen hervordringen. Die braune Farbe ist intensiv rotbraun — eben in der nächsten Umgebung der Grenze, während in einigem Abstand davon die Substanz licht hellbraun bis nahezu farblos erscheint. Die grüne und die braune Substanz zeigen sich völlig anisotrop, doch mit etwas verschiedener Auslöschung. Die Verglimmung ist mäßig lebhaft. Im Dünnschliff zeigt sich der verglimmte Gadolinit völlig homogen, ganz farblos oder etwas graulich. Die Doppelbrechung scheint einen höheren Wert zu haben.

19. *Fyrrisdal*, Telemarken, ist Fundort von Gadolinit mit außergewöhnlich hohem Gehalt an Ceritoxiden. (Siehe Analyse S. 120).

Gadolinitkrystalle von diesem Fundort wurden Herrn Professor W. C. BRÖGGER im Jahre 1914 zur Untersuchung übergeben, und BRÖGGER hat mir den folgenden Bericht für diese Zusammenstellung überlassen.

BRÖGGER schreibt: „Im Jahre 1914 brachte mir Herr Chemiker EINAR BERGVE ein kleines Material von schwarzen Krystallen eines gadolinitähnlichen Minerals von einem Pegmatitgang in Fyrrisdal, aufgeschlossen an der Ostseite des Sees Fyrrisvand, etwa 2 Km. von Fyrrisdal (Moland) Kirche in Telemarken.

Das Mineral ist pechschwarz, glänzend in den muschelig splittigen Bruchflächen, welche schon dadurch den metamikten, amorphen Charakter des Minerals angeben. Der größte Krystall ist etwa 2 bis 3 cm. im Durchschnitt; von dem Finder wurde aber mitgeteilt, daß große, mehrere Kilogramm schwere Massen desselben Minerals an dem Gang ausgebrochen waren, die später als Gadolinit für industrielle Zwecke verkauft wurden.

Die Krystalle waren zum Teil an den Flächen von Muscovit bedeckt, saßen übrigens in Feldspat und Quarz. Die Flächen waren nur teilweise eben, leider aber zu matt um mit Reflexionsgoniometer gemessen zu werden. Die Messungen mit Anlegegoniometer waren auch meistens zu wenig scharf um ein genaues Achsenverhältnis daraus zu berechnen“.

Die Ausbildung der Krystalle ist ausgesprochen monoklin. Die orientierenden Messungen zeigten, daß auf einem, demjenigen des Gadolinit entsprechenden Achsenverhältnis folgende Formen auftreten:

$$c \{001\}, w \{012\}, q \{011\}, y \{021\}, n \{110\}, o \{\bar{1}11\}.$$

Diese Formen traten auf sämtlichen (7) vorhandenen Krystallbruchstücken auf. Außerdem fand sich auf je einem Krystall eine Fläche von:

$$\gamma \{ \bar{1}12 \} \text{ und } f \{ \bar{1}21 \}.$$

Die beiden letzten Formen sind nur durch die Zonenverbände bestimmt.

Auffallend ist im Vergleich mit Krystallen des Gadolinit von z. B. Hitteröttypus der ganz ausgesprochene monokline Habitus der Krystalle, welchen durch die Figuren (Fig. 18 und 19) ganz evident hervortritt. Die monokline Ausbildung kommt zum Vorschein durch die völlige Abwesenheit

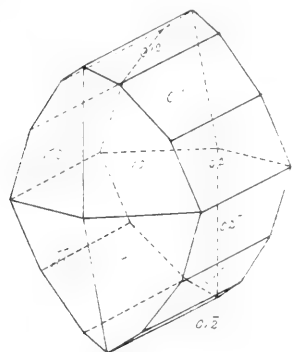


Fig. 18.

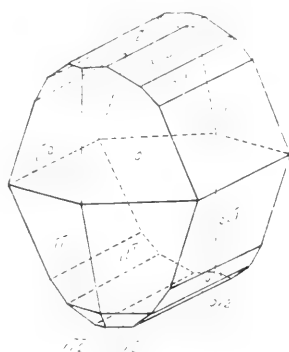


Fig. 19.

von $p \{ 111 \}$, die an den meisten norwegischen Gadoliniten eben so häufig ist als $o \{ \bar{1}11 \}$. Durch die starke Ausbildung der Zone $[100]$ erinnert der Gadolinit von Fyrrisdal stark an dem Ytterbytypus.

W. C. BRÖGGER hat folgende Winkelmessungen mit dem Anlegegoniometer ausgeführt. Zum Vergleich sind daneben die entsprechenden Winkelwerte des Gadolinites bezogen auf das Achsenverhältnis von EICHSTÄDT angeführt.

Buchstaben	Miller	Cergadolinit Fyrrisdal	Gadolinit nach EICHSTÄDT
$n : n'''$	110 : 110	63° 30'	64° 12'
$\gamma : \gamma'$	$\bar{1}12 : \bar{1}\bar{1}2$	65° 10'	66° 54,5'
$\gamma : n$	$\bar{1}12 : 110$	73° 50'	72° 58'
$n' : o$	$\bar{1}10 : \bar{1}11$	22° 14'	21° 58,5'
$o : o'$	$\bar{1}10 : \bar{1}\bar{1}1$	58° 20'	58° 53,5'
$o : w$	$\bar{1}11 : 012$	54° 8'	—
$o : q$	$\bar{1}11 : 011$	51° 57'	51° 56,5'
$o : y$	$\bar{1}11 : 021$	53° 45'	—
$w : w'$	012 : 012	65° 10'	66° 54,5'
$w : q$	012 : 011	19° 20'	19° 26'
$q : y$	011 : 021	16° 40'	16° 23,5'
$n : n'$	110 : $\bar{1}10$	116° 30'	115° 48'

Die Dichte ist von M. JOHNSON-HÖST bestimmt. Mittel von zwei Bestimmungen ist 4,22 (40° C).

Die niedrige Dichte entspricht der etwas vorgeschrittenen metamikten Umlagerung der Substanz. Im Dünnschliff eines Krystallbruchstückes sieht man eine gelblichbraune Rinde, die graubraune Kernsubstanz umhüllend. Sowohl die Rinde als der Kern sind von schwarzen, völlig undurchsichtigen Partien erfüllt; zuweilen ist die schwarze Substanz überwiegend. Der Kern ist zum Teil auch recht frei von schwarzen Partien und zeigt dann eine grünlich graubraune Farbe mit deutlichem Pleochroismus.

Zwischen gekreuzten Nikols erscheinen gewisse Partien des Kernes nahezu isotrop, die Rinde aber zeigt überall eine deutliche Doppelbrechung. Die Verglimmung beim Erhitzen ist mäßig lebhaft, und die Farbe der Substanz nach der Verglimmung ist deutlich heller, aber ziemlich dunkel graubraun.

In einem zufällig orientierten Dünnschliff ist die Kernsubstanz äußerst schwach gefärbt, von einem Netzwerk unzähliger Sprünge durchsetzt und stellenweise von schwarzen, opaken Einschlüssen erfüllt, die wahrscheinlich von ausgeschiedenem Eisenerz bestehen. Die verhältnismäßig schmale, äußere Hülle ist schmutzig graubraun gefärbt. Die braune Substanz setzt als Ausläufer largs Sprüngen in dem Kerne fort. Die braune Hülle ist noch schwach doppelbrechend, während der Kern nahezu isotrop ist. Nur hier und da ist eine schwache Andeutung zur Erhellung des Gesichtsfeldes wahrnehmbar.

Im Dünnschliff zeigt sich der verglimmte Gadolinit hell graulich, völlig anisotrop mit starker Doppelbrechung und optisch negativ. Überreste der braunen Substanz sind am Rande ersichtlich. Die schwarzen Flecke — wahrscheinlich Magnetit — sind erhalten. Kleine Kanälchen und Bläschen deuten an das Entweichen von Gasen.

Der Finder des Gadolinites, Herr Ingenieur EINAR BERGVE hatte eine vorläufige chemische Untersuchung ausgeführt und dadurch konstatiert, daß die Ceritoxide in bedeutender Menge vorhanden waren. Er behauptete sogar, daß die Menge von $(Ce, La, Pr)_2O_3$ die Yttererden überwiegen möchten.

Im Glühverlust hatte er H_2O und CO_2 bestimmt. Nach der vollständigen Analyse von Herrn A. RÖDLAND (siehe Seite 120) ist das molekuläre Verhältnis zwischen ΣY_2O_3 und ΣCe_2O_3 etwa 1,7 : 1. Der Gadolinit von Fyrrisdal gehört jedenfalls zu den Cerium-reichsten Gliedern, und ist alleinstehend unter den norwegischen Gadoliniten.

20. *Änneröd* im Kirchspiel Valer bei Moss, ist als Fundort von Samarskit, Columbit, Brögerit, Monazit, Beryll u. s. w. bekannt.

Vor einigen Jahren hat das Mineralogische Museum von Herrn H. ÄNNERÖD einige Gadolinitkrystalle von diesem Fundort als Geschenk bekommen.

Die schönsten drei Krystalle sind drusenartig zusammengewachsen. Der größte hat die Dimensionen 4 cm. \times 2,5 cm. \times 1 cm. Die Krystalle sind

dunkelbraun in der Haut. Die innere Substanz ist auch dunkelbraun gefärbt. Strich ist hellbraun.

Die Krystalle sind nach c prismatisch ausgezogen mit der Kombination: $\{110\} \{111\} \{\bar{1}11\} \{001\} \{012\} \{011\} \{021\}$.

Im Dünnschliff zeigt sich dieser Gadolinit anisotrop, aber etwas umgewandelt. Der Kern ist teils braungrün teils hellbraun; die Hülle ist rotbraun.

21. *Rygge*, Smaalenene, südlich von Moss. Ohne nähere Fundortsangabe als *Rygge* (Kirchspiel) befindet sich im Mineralogischen Museum eine kleine Kollektion von meistens rauhen Krystallen von Gadolinit. Diese zeigen wegen Krystallisation gegen Glimmer die gewöhnliche treppenstufenartige Deformation der Flächen. Einige Krystalle sind ziemlich gut etwickelt; folgende Formen wurden beobachtet: $\{110\} \{111\} \{\bar{1}11\} \{112\} \{\bar{1}21\} \{001\} \{012\} \{011\}$.

Die Krystalle sind äußerlich braun und scheinen ziemlich stark zersetzt zu werden. Die Farbe ist z. T. hellbraun und die Flächen mit Eisenhydroxyd bedeckt.

22. Von *Halvorsröd* im Kirchspiel Råde liegt ein kleines Bruchstück eines rauhen Gadolinitkrystalls vor. Das Stück ist äußerlich stark verrostet; die Farbe ist braungrün, Bruch splinterig. Das Stück wurde von Herrn Bergingenieur F. MÄRTHÉN geschenkt und von ihm wurde *Halvorsröd* als Fundort aufgegeben.

23. Wie erwähnt in der Abhandlung über Thalenit von TH. VOGT kommt Gadolinit auch im nördlichen Norwegen in einem Feldspatbruch auf Hundholmen in Ofotenfjord vor und wurde dort eben von VOGT gefunden. Ich kann hier auf die Beschreibung, die VOGT von diesem Gadolinit gegeben hat, verweisen.

Krystallographische Eigenschaften.

Wie oben erwähnt, sind eigentlich keine neue Ergebnisse betreffs der Krystallographie des Gadolinit durch meine Bearbeitung des Materials in der Sammlung des Mineralogischen Museum, Kristiania, hervorgegangen. Ich beschränke mir deshalb hier ein kurzes Referat der Ergebnisse EICHSTÄDT'S¹ zu geben.

Die Winkelmessungen EICHSTÄDT'S sind ausschließlich an Krystallen von Hitterö ausgeführt, und folgende Formen wurden von ihm an diesem Gadolinit beobachtet:

¹ Fr. Eichstädt: Über das Krystallsystem und die krystallographischen Konstanten des Gadolinit. Bihang Kgl. Sv. Vet. Ak. Handl. B. 10, No. 18.

*c	{001}	*p	{111}	*f	{121}
*a	{001}	*o	{111}	*u	{122}
*b	{010}		{334}		{8.10.5}
*n	{110}	*γ	{112}		
*l	{120}		{225}		
*w	{012}	λ	{225}		
*q	{011}	K	{113}		
*y	{021}		{114}		
*s	{102}		{115}		
*t	{102}	P	{1.1.10}		

Die mit * bezeichneten Formen sind auch von mir beobachtet.

Einige der angeführten Formen mit komplizierten Symbolen sind allerdings fraglich, und jedenfalls sehr selten beobachtet. In HINTZE'S Handbuch d. Mineralogie sind sie auch als fraglich angeführt.

Hj. SJÖGREN¹ gibt auch *v ($\bar{1}01$), *β (112) und weiter (121) (122) ($\bar{1}23$) (231) an. Das Auftreten von den negativen Prismen vierter Art: (121) und (122) wird von EICHSTÄDT bestritten, indem er behauptet, daß diese Formen nur als positive auftreten. Nach meiner genauen Durchmusterung des großen Materials von Gadolinit im hiesigen Museum möchte ich der Behauptung EICHSTÄDT'S zustimmen. Die Formen ($\bar{1}01$) und (112) aber sind auch von mir sicher beobachtet.

Ich möchte mit EICHSTÄDT die häufig auftretende, monokline Entwicklung der Krystalle hervorheben, indem die Formen { $\bar{1}21$ } und { $\bar{1}22$ } fast ausschließlich und { $\bar{1}12$ } sehr häufig nur auf der Hinterseite als positive Formen auftreten.

Es dürfte hier erwähnt werden, daß die Gadolinitkrystalle von den meisten übrigen Fundorten in Norwegen genau dasselbe Formenkomplex aufweisen können, während die Krystalle von Ytterby und anderen schwedischen Vorkommnisse andere Formen zeigen, die nie an norwegischen Gadolinitkrystallen beobachtet sind.

Die einzige Ausnahme bildet der stark Ce-haltige Gadolinit von Fyrrisdal, der in seinem Habitus und Krystalltracht mehr an den Gadolinit von Ytterby erinnert.

Durch die Untersuchungen EICHSTÄDT'S wurde die monokline Symmetrie des Gadolinit's endgültig festgelegt.

Aus den Fundamentalwinkeln:

c : a	(001) : (100)	89° 26' 30"
n : n'	(110) : ($\bar{1}10$)	115° 48' 20"
c : q	(001) : (011)	52° 53'

hat EICHSTÄDT das Achsenverhältnis berechnet:

$$a : b : c = 0,62726 : 1 : 1,32149$$

$$\beta = 89^\circ 26' 30''$$

¹ Hj. Sjögren: Studier paa Gadolinit. Översigt Kgl. Vet. Ak. Förh. 1882, No. 7. S. 49. ff.

Mit diesem Achsenverhältnis wurde die folgende Winkeltabelle berechnet:

Buchstaben	Miller	Berechnet (EICHSTÄDT)
c : a	001 : 100	* 89° 26' 30"
c : s	001 : 102	46° 11' 30"
c : t	001 : 102	46° 47'
c : p	001 : 111	67° 41' 30"
c : o	001 : 111	68° 30'
c : γ	001 : 112	51° 29'
c : n	001 : 110	89° 31' 30"
n : n'''	110 : 110	64° 12'
n : n'	110 : 110	* 115° 48' 20"
l : l'	120 : 120	77° 7'
n : l	110 : 120	19° 21'
o : γ	111 : 112	17° 1' 30'
p : n	111 : 110	21° 50' 30'
o : n'	111 : 110	21° 58' 30"
c : w	001 : 012	33° 27'
c : q	001 : 011	* 52° 53'
c : y	001 : 021	58° 40'
w : q	012 : 011	19° 26'
n : w	110 : 012	72° 58'
n : q	110 : 011	64° 55'
n : y	110 : 021	63° 22'
o : o'	111 : 111	58° 53' 30"
p : p'	111 : 111	59° 16'
o : p	111 : 111	103° 37' 30"
p : q	111 : 011	51° 41'
o : q	111 : 011	51° 56' 30"
c : u	001 : 122	59° 28'
q : u	011 : 122	32° 40'
o : u	111 : 122	19° 56'
b : f	010 : 121	41° 43'
l' : f	120 : 121	17° 20'
c : f	001 : 121	70° 30'

Die meisten Winkelwerte sind der Tabelle EICHSTÄDT entnommen; einige suppletierende Werte sind von mir berechnet.

Physikalische Eigenschaften.

Die *Härte* des frischen anisotropen Gadolinit ist nach den Angaben zwischen 6,5 — 7. Für den isotropen, metamikt umgelagerten Gadolinit ist die Härte etwas geringer, ungefähr 6 - 6,5. Ich möchte annehmen, daß Härtebestimmung durch Schleifversuche einen geringeren Wert der Härte geben möchte, weil die Gadolinitsubstanz bei der Dünnschliffherstellung viel leichter als Feldspat abgenutzt wird.

Der Bruch ist teils muschelig, teils splitterig. Der durch Oxydation von FeO etwas umgewandelte Gadolinit zeigt einen kleinsplitterigen Bruch.

Das *spezifische Gewicht* ist von dem Grade der Umwandlung abhängig. Der grüne, vollkommen anisotrope Gadolinit von Hitterö hat eine Dichte von 4,5; der etwas zersetzte, schwach verglimmende 4,35. Der grüne, isotrope Gadolinit von Vådne, Iveland, zeigt eine geringere Dichte von nur 4,28. Der nahezu isotrope Cergadolinit von Fyrrisdal hat eine noch niedrigere Dichte: 4,22. Der stark zersetzte, farblose isotrope Gadolinit von Malö bei Grimstad 4,02.

Unten sind tabellarisch die verschiedenen Dichtebestimmungen von norwegischen Gadoliniten zusammengestellt.

Fundort	Autor	Dichte	Bemerkungen
Hitterö:	RAMMELBERG	4,45	Grün, anisotrop. Verglimmung nicht wahrnehmbar.
—	W. PETTERSON	4,47	
—	—	4,51	
—	TH. SCHEERER	4,35	Anisotrop. Schwache Verglimmung wahrnehmbar.
—	C. W. BLOMSTRAND	4,33	
—	W. PETTERSON	4,36	
Ollestad:	J. SCHETELIG	4,43	Grün, anisotrop. Verglimmung schwach.
Frikstad:	—	4,35	
Eptevand:	—	4,30	
Vådne:	—	4,28	Isotrop. Vergl. lebhaft.
Fyrrisdal	M. JOHNSEN	4,22	Isotrop. Vergl. lebhaft.
Malö:	W. PETTERSON	4,02	Isotrop, stark zersetzt.

G. TSCHERNIK¹ hat die Dichte eines lebhaft verglimmenden Gadolinit angeblich von Hitterö zu 4,582 bestimmt; dieser Wert scheint mir etwas zu hoch zu sein. Die Dichte eines nicht verglimmenden Gadolinit, auch angeblich von Hitterö, hat er etwas kleiner gefunden: 4,544, welcher Wert

¹ Verh. Min. Ges. St. Petersburg. 43. 1905.

auch ein wenig höher ist als der von W. PETTERSON für ausgesuchtes Material des reinsten, grünen Hitterögadolinitis gefundene. Die Dichte eines Gadolinitis von einer „Insel unweit Kap Lindesnäs“ (Eitland oder Hitterö?) hat TSCHERNIK zu 4,447 bestimmt.

Verhalten beim Erhitzen.

Die bekannte Erscheinung der Verglimmung (Pyrognomie) des Gadolinitis wurde zuerst von SCHEERER¹ und ROSE² beobachtet und studiert. SCHEERER hat zuerst die Verglimmung des Gadolinitis von Hitterö untersucht und dabei beobachtet, daß das Phänomen von Wärmeentwicklung und Volumänderung begleitet ist. W. PETTERSON³ hat eine erschöpfende Zusammenstellung der früheren Beobachtungen geliefert und eingehende und sorgfältige Untersuchungen über die Verglimmung der verschiedenen schwedischen Gadolinite und des Gadolinitis von Hitterö ausgeführt. TH. LIEBISCH⁴ hat die Erscheinung genau im elektr. Ofen verfolgt. Die Temp. beim Anfang der Verglimmung hat er zu 811°C. bestimmt. Durch die Untersuchungen von W. C. BRÜGGER⁵, W. PETTERSON³, G. T. PRIOR⁶ u. a. wurdeargetan, daß die Erscheinung der Verglimmung nur bei Mineralien mit metamikter Umlagerung der Atomgitter (opt. isotrop und scheinbar amorph) stattfindet, und die Ursache der Erscheinung in Wiederherstellung der gesetzmäßigen Atomstruktur zu suchen ist. Der Prozeß wird bei einer bestimmten Temperatur eingeleitet, und verläuft spontan und rasch und ist von Wärmeentwicklung begleitet.

Von norwegischen Vorkommnissen war früher nur der Gadolinit von Hitterö in dieser Hinsicht genauer studiert, und zuletzt von W. PETTERSON³. Nach ihm unterliegt der frische, grüne, anisotrope Gadolinit von Hitterö (mit Dichte 4,5) im allgemeinen keiner merklichen Änderung im Äußeren beim Erhitzen: keine Verglimmung, kein Aufblähen und keine Änderung der Farbe. Im Inneren geht doch eine durchgreifende Änderung vor sich. Nach Glühen wurde: 1. *eine Steigerung der Stärke der Doppelbrechung*, 2. *Eine Abnahme des Volumens* (Steigerung des spez. Gewichtes von etwa 0,2) und 3. *eine größere Widerstandsfähigkeit gegen Säuren* nachgewiesen. Der geglühte Gadolinit gelatiniert nicht mit HCl und wird überhaupt von Säuren sehr schwer angegriffen. Der Gadolinit von Hitterö mit einer etwas geringeren Dichte (4,35) zeigt doch beim Glühen eine ganz schwache Verglimmung.

¹ Pogg. Ann. 51 (1840), S. 421.

² Pogg. Ann. 59 (1843), S. 479.

³ Geol. För. Förh. 12 (1890), S. 300

⁴ Sitzber. Berliner Ak. 20 (1910), S.

⁵ Z. f. Kr. 16.

⁶ Min. Mag. 10 (1894), S. 234.

Steigerung der Dichte des Hitterögadolinitis durch Glühen:

A. Grün, anisotrop. Nicht verglimmend.

	Vor Glühen	Nach Glühen
W. PETERSON ¹	4,51	4,73
	4,47	4,62
G. TSCHERNIK ²	4,54	4,75

B. Anisotrop. Etwas umgewandelt. Schwach verglimmend.

	Vor Glühen	Nach Glühen
W. PETERSON	4,36	4,61
TH. SCHEERER ³	4,35	4,63

Genau in derselben Weise verhalten sich nach meinen Versuchen die frischen, grünen, anisotropen Gadolinite von den übrigen norwegischen Fundorten. Der Gadolinit von Ollestad zeigt keine Verglimmung; von Frikstad eine sehr schwache Verglimmung, von Eptevand eine mäßige Verglimmung.

Der homogene, im Dünnschliff dunkelgrüne, isotrope Gadolinit von Vadne, Iveland, verhält sich beim Glühen genau als der isotrope Gadolinit von Ytterby, nach der Beschreibung von W. PETERSON¹. Dieser Gadolinit von Vadne zeigt eine sehr lebhaftere Verglimmung. Nach der Verglimmung ist die ursprünglich pechschwarze Farbe in eine ziemlich licht graugrüne übergegangen. Die im Dünnschliff u. M. vollkommen anisotrope Substanz (jedoch mit schwankender Größe der Axelwinkel und opt. neg.) zeigt zahlreiche winzige Poren, Kanäle und Blasen, die mit Entweichung von Gasen (He, N. etc.) in Verbindung gesetzt werden müssen.

Gewisse schwedische Gadolinite zeigen beim Erhitzen ein Aufblähen, das nach W. PETERSON¹ durch Vergasung von Bergpecheinschlüssen verursacht ist. Ein Aufblähen beim Erhitzen zeigt kein Gadolinit von norwegischen Fundorten; und in den Dünnschliffen habe ich zwar auch nicht solche Einschlüsse mit Sicherheit beobachtet.

Die Umwandlung des Gadolinitis

ist sehr sorgfältig von W. PETERSON¹ studiert. Nach ihm entspricht auch nicht der frischeste, grüne, anisotrope Gadolinit von Hitterö mit hoher Dichte (4,5) der ursprünglichen Gadolinitsubstanz, weil auch dieser Gadolinit beim Glühen eine durchgreifende Zustandsänderung erleidet. Der geglühte grüne Gadolinit, mit einer Dichte von 4,7, entspricht vielleicht der ursprünglichen Gadolinitsubstanz.

¹ L. c.

² L. c.

³ L. c.

Der Gadolinit unterliegt zweierlei Arten von Umwandlungen; erstens eine Umwandlung, die gar ohne Einwirkungen chemischer Art verläuft und deren Endstadium die homogene grüne, vollkommen isotrope Gadolinitsubstanz ist. Diese Umwandlung, die hier als die *metamikte Umlagerung*¹ bezeichnet wird, ist ohne Zweifel durch die α -Strahlung der enthaltenen radioaktiven Elemente verursacht und ist weder von Wasseraufnahme noch von Oxydation des Eisenoxyduls begleitet. Die zuverlässigen Analysen von W. PETERSON² und C. W. BLOMSTRAND² von Gadolinit in verschiedenen Stufen der metamikten Umlagerung zeigen evident, daß keine chemischen Prozesse in dieser Umwandlung mitspielen. Diese Analysen sind hier angeführt unter Vernachlässigung der unwesentlichen Bestandteile. Der grüne anisotrope Hitterögadolinit zeigt zwar etwas mehr Fe_2O_3 als der grüne, metamikt umgelagerte Ytterbygadolinit.

	W. PETERSON. Hitterö: Grün, anisotrop, nicht vergl. G = 4,51 0 ₀	C. W. BLOMSTRAND. Hitterö: Schwach vergl. G = 4,33 0 ₀	W. PETERSON. Ytterby: Grün, isotrop lebhaft vergl. G = 4,29 0 ₀
SiO_2	24,28	23,72	23,98
ThO_2	0,39	0,35	0,41
Y_2O_3	46,51	45,62	45,30
Ce_2O_3	5,47	6,67	6,41
Fe_2O_3	0,84	} 12,19	0,60
FeO	11,16		12,89
BeO	9,65	10,10	9,91

Von radioaktiven Elementen ist nur Thorium im Gadolinit nachgewiesen und zwar in geringer Menge (0,3 — 0,9⁰/₀ ThO_2). Bemerkenswert ist, daß der Gehalt an ThO_2 im anisotropen und isotropen Gadolinit nahezu derselbe ist (Hitterö 0,39⁰/₀ ThO_2 und Ytterby 0,41⁰/₀ ThO_2). V. M. GOLDSCHMIDT³ hat die Radioaktivität von einem *anisotropen* und einem *isotropen* Gadolinit von Norwegen gemessen: R_{\min} ⁴ des anisotropen Gadolinites von Hitterö = 0,0075, entsprechend einem Gehalt von 0,4⁰/₀ ThO_2 , R_{\min} des isotropen Gadolinites von Vådne, Iveland = 0,0111, entsprechend 0,6⁰/₀ ThO_2 . Die auf diesem Wege erhaltenen Resultate bestätigen, das kein entscheidender Unterschied betreffs des Gehalts von ThO_2 im anisotropen und isotropen Gadolinit zugegen ist. Die meisten norwegischen Gadolinite sind

¹ Band I. S. 53.

² Siehe unten S. 115.

³ Z. f. Kr. 47. S. 994.

⁴ R_{\min} = Radioaktivität des Minerals.

anisotrop und befinden sich nur in dem Anfangsstadium der metamikten Umlagerung. Nach meinen Untersuchungen sind nur die Gadolinite von Vadne, Iveland, und von Fyrrisdal isotrop und zeigen dann eine nahezu vollendete metamikte Umlagerung der Atomstruktur. Die Erklärung dieser Frage, warum Gadolinite mit nahezu gleichem Inhalt von ThO_2 weit verschiedene Stadien der metamikten Umlagerung aufweisen können, dürfte vielleicht, wie V. M. GOLDSCHMIDT mir wörtlich mitgeteilt hat, in einem ursprünglich größeren Gehalt von radioaktiven Elementen mit kurzer Lebensdauer (z. B. Jonium) in den völlig metamikt umgelagerten Gadoliniten liegen. Die metamikten, isotropen Gadolinite möchten dann einen größeren Inhalt von Helium zeigen. Leider sind keine Bestimmungen in dieser Hinsicht ausgeführt.¹ Nach Beobachtungen im Dünnschliff scheint die metamikte Umlagerung mit einem Dunkelwerden der Farbe verknüpft zu sein. Der isotrope Gadolinit von Vadne zeigt im Dünnschliff eine tiefgrüne Farbe, während der Hitterögadolinit hell gelbgrün im Dünnschliff ist.

Die zweite Art von Umwandlung des Gadolinites ist durch chemische Einwirkung verursacht und fängt wahrscheinlich in erster Reihe mit einer Oxydation des Eisenoxyduls an. Die ursprünglich grüne Gadolinitsubstanz wird dadurch braun gefärbt. Die weitere Umwandlung schreitet unter Wasseraufnahme fort. Gestützt auf sorgfältige mikroskopische Studien von Dünnschliffen des Hitterögadolinites behauptet W. PETERSON² daß die *braune Gadolinitsubstanz durch eine längs Sprüngen fortschreitende Umwandlung der grünen Gadolinitsubstanz gebildet ist*; die braune Farbe deutet nach ihm auf Oxydation des Eisenoxyduls.

Die Resultate seiner Untersuchungen hat W. PETERSON in folgender Weise zusammengefaßt: „Von diesen Verhältnissen ist es deutlich, daß die braune (Gadolinit-) Substanz ein Umwandlungsprodukt der grünen ist, und daß die Umwandlung in der Weise fortschreitet, daß winzige mikroskopische Umwandlungen von eigentümlicher Form längs kleineren und größeren Sprüngen entstehen, durch welche die Agentien, die die Umwandlung bewirken, eingedrungen sind und augenscheinlich durch Oxydation die braune Substanz hervorgebracht haben. Am Anfang der Umwandlung sind die kleinen Sprünge nur bei stärkerer Vergrößerung als feine Haare ersichtlich; in dem Maße als die Umwandlung fortschreitet, werden sie immer größer aus dem Grunde, daß sie von immer breiter werdenden Zonen von dunkel gefärbter Substanz umgeben werden; in einem weiter vorgeschrittenen Stadium der Umwandlung ist die grüne Substanz durch und durch angegriffen, die älteren Sprünge aber können noch — obschon nicht so deutlich

¹ R. J. STRUTT hat in einem angeblichen Gadolinit (?) von Ytterby in Schweden $2,43 \text{ cm}^3$ He pr. gr. gefunden. (Proc. Roy. Soc. 77, 581, Ref. Z. f. Kr. 43). Die Bestimmung des betreffenden Minerals als Gadolinit ist jedenfalls sehr fraglich. Nach STRUTT enthält das Mineral $2,94\% \text{ U}_3\text{O}_8$ und $8,60\% \text{ ThO}_2$; es ist aber kein Gadolinit mit so großen Mengen von U und Th bekannt.

² L. c.

erkannt werden, und zum Schluß erhalten wir eine homogen braun gefärbte Substanz, in welcher die Sprünge total verschwunden sind."

Nach meinen eigenen Beobachtungen an etwa 30 Dünnschliffen von verschiedenen norwegischen Gadoliniten (Hitterö, Birkeland, Ollestad u. s. w.) möchte ich behaupten daß die grüne anisotrope Gadolinitsubstanz teils in einer *hellbraunen*, teils in einer intensiv *rotbraunen* Substanz umgewandelt ist. Die zwei Arten der braunen Substanz sind beide anisotrop, unterscheiden sich aber durch die Bildungsweise und das Auftreten.

Die hellbraune Substanz ist immer von einem dichten Netzwerk zahlreicher feinen Sprünge erfüllt, die wellig und geschlungen verlaufen, oft aber eine subparallele Anordnung zeigen. Diese feinen Sprünge, die ausschließlich in der braunen Substanz auftreten, sind ganz unabhängig von den



Fig. 21.

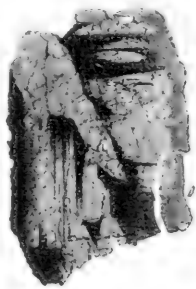


Fig. 22.

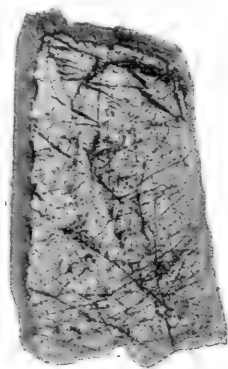


Fig. 23.

makroskopisch ersichtlichen Rissen, die sowohl die grüne als die hellbraune Substanz in verschiedenen Richtungen durchqueren. Die Grenzen gegen die grüne Substanz sind geradlinig und folgen in allen von mir untersuchten orientierten Dünnschliffen gesetzmäßig Tracen von auftretenden Kristallflächen, und in der Verteilung der beiden Substanzen ist ein wirklicher Zonenbau zu erkennen. Die Zonen sind zuweilen nicht parallel den Begrenzungsflächen des fertiggebildeten Krystals. Fig. 21. und 22 zeigen photographische Aufnahmen von zwei Dünnschliffen // $\{010\}$ des Hitterö-gadolinites, in welchen die Grenzen der hellbraunen Substanz hauptsächlich den Tracen von $\{100\}$, $\{001\}$, $\{\bar{1}01\}$, $\{\bar{1}02\}$ und $\{\bar{1}04\}$ folgen. Auch die ganz schmalen Streifen sind orientiert und überqueren die größeren Sprünge. In den beiden Schliffen kommen nur winzige Spuren rotbraunen Substanz mit unregelmäßigen Grenzen vor.

W. PETERSON hat auch die regelmäßige Anordnung der hellbraunen Substanz nach Zonen beobachtet, und er erklärt diese Erscheinung durch eine ungleichartige Umwandlungsfähigkeit der grünen Substanz.

Die rotbraune Substanz, die von W. PETERSON als das Endstadium der Umwandlung betrachtet wurde, ist homogen gefärbt ohne die feinen

Sprünge, die charakteristisch für die hellbraune Substanz ist. Die Grenzen gegen die grüne Substanz sind immer unregelmäßig, zackig, lappig oder traubenbüschelförmig. Im letzten Fall erinnert die Struktur an die Perlitstruktur, speziell wenn die rotbraune Substanz nur in kleinen vereinzelt Partien mit sphäroidischer Begrenzung auftritt. Die rotbraune Substanz bildet sich sowohl direkt von der grünen als auch von der hellbraunen, und zwar vorzüglich in der äußeren Haut der Krystalle und längs den größeren Rissen im Inneren. Fig. 23 zeigt einen Dünnschliff // {010} von einem Gadolinitkrystall von Ollestad, etwa 2 Mal vergrößert. Der helle Kern ist grün und von zahlreichen sichtbaren Sprüngen und Rissen durchsetzt; die Hülle ist hellbraun und folgt im großen ganzen der Krystallbegrenzung links und oben. Die Grenze ist nicht geradlinig, weil ein schmaler, unregelmäßiger Streifen von intensiv rotbraun gefärbter Substanz teils auf Kosten der grünen, teils der hellbraunen eben längs der Grenze gebildet ist. Dieser dunkle Streifen ist leicht beobachtbar in der Figur.

In der Verteilung der hellbraunen Substanz nach kristallographischen Flächen und auch nach Anwachspyramiden kommt ein wirklicher Zonarbau der Gadolinitkrystalle zum Vorschein. Die feineren Sprünge, die überall die hellbraune Substanz dicht erfüllen, machen durch ein genaueres Studium der Anordnung den Eindruck, daß sie durch eine Volumvermehrung während der Bildung der hellbraunen Substanz entstanden sind. Die hellbraune Gadolinitsubstanz ist nicht separat analysiert, und es ist deshalb noch unbekannt, von welchen chemischen Umsetzungen die Bildung der hellbraunen Substanz bedingt ist. Die chemischen Änderungen dürften jedenfalls sehr gering sein. Es verdient bemerkt zu werden, daß die hellbraune (und auch die rotbraune) Substanz eine größere Widerstandsfähigkeit gegen die Kräfte, die die metamikte Umlagerung bewirken, zu besitzen scheint. In Dünnschliffen der Gadolinite von Vådne und Fyrrisdal ist die braune Substanz noch schön anisotrop, während die grüne nahezu vollkommen isotrop geworden ist.

Die Bildung der rotbraunen Substanz mit ihrer charakteristisch limonitähnlichen Farbe ist sicherlich durch Oxydation des Eisenoxyduls hervorgerufen, auch aber mit Wasseraufnahme verknüpft. Das letzte Stadium dieser Umwandlung dürfte der von W. PETERSON¹ beschriebene Gadolinit von Malö bei Grimstad repräsentieren. Die isotrope Substanz ist hier vollkommen farblos, alles Eisen ist ausgelaugt und auf Sprüngen als Magnetit (?) abgesetzt. Dieser Gadolinit zeigt 3,07^{0/0} Fe₂O₃ und 3,36^{0/0} H₂O.

Optische Eigenschaften.

Die Farbe des frischen, anisotropen Gadolinites ist tief grünschwartz (z. B. Hitterö, Ollestad, Frikstad). Der isotrope Gadolinit ist ziemlich rein pechscharz (Vådne). Die Krystalle sind im allgemeinen äußerlich

¹ L. c.

tiefbraun gefärbt; die braune Farbe ist von der äußeren Oxydationsschicht bedingt. Viele Krystalle von Hitterö sind doch äußerlich tief grünschwarz.

Der *Glanz* ist fettartiger bis lebhafter Glasglanz.

Der anisotrope Gadolinit ist kantendurchscheinend mit olivgrüner Farbe. Strich ist graugrün.

Nach W. PETERSON zeigt nur die hellbraune Gadolinitsubstanz Pleochroismus: γ braunlich gelb, α gelblich braun mit Stich ins Rote.

Das Schema ist $\alpha = \beta > \gamma$.

Nach meinen Beobachtungen zeigt zuweilen auch die grüne Substanz einen schwachen, aber deutlich wahrnehmbaren Pleochroismus nach dem Schema: $\alpha > \beta$ nahe $= \gamma$.

Die *Lichtbrechung* des Gadolinites ist hoch.

Die ersten Bestimmungen der Brechungsindices sind in jüngster Zeit von N. ZENZÉN¹ mittels der Einbettungsmethode ausgeführt. Die erhaltenen Werte sind nur approximativ.²

	Hitterö.	Anisotrop.	$G = 4,36$	$\beta > 1,78$.
Schweden	{	Ytterby.	Isotrop.	$G = 4,223$
		Káarfvet.	-	$G = 4,123$
				$\beta = 1,76 - 1,77$.

Die isotope Gadolinitsubstanz hat ein geringeres Lichtbrechungsvermögen als die anisotrope.

Die Doppelbrechung ist hoch. Mit dem Kompensator von E. F. WRIGHT wurde ($\gamma - \alpha$) in Dünnschliffen // {010} von verschiedenen norwegischen Gadoliniten bestimmt. Die Dicke der Schliffe wurde mit Mikrometerschraube ermittelt.

		$\gamma - \alpha$
Hitterö.	gelbgrün	: 0,0167
	hellbraun	: 0,015
Birkeland.	hellgrün	: 0,016
	hellbraun	: 0,014
Ollestad.	dunkler grün	: 0,011
	braun	: 0,0167

Der grüne Gadolinit von Ollestad zeigt eine niedrigere Doppelbrechung und ist auch etwas umgewandelt.

Übrigens sind Variationen in der Stärke der Doppelbrechung der grünen Substanz beobachtet. Die Grenzen zwischen verschiedenen Interferenzfarben sind geradlinig und verlaufen teils nach Tracen kristallographischer Flächen, teils nach Anwachsipyramiden. Ein deutlicher Schalenbau kommt auch hier zum Vorschein. W. PETERSON³ hat die Erscheinung am Gado-

¹ Bull. of the Geol. Instit. of Upsala, Vol. XV, S. 64.

² Vor kurzem hat ESPER LARSEN neue Lichtbrechungsbestimmungen einiger Gadolinite von U. S. A. u. s. w. veröffentlicht. (U. S. Geol. Surv. Bull. 679, 1921). Für isotope Gadolinitsubstanz ist $n = 1,78$ gefunden.

³ L. c.

linit von Hitterö beobachtet. Nach meinen Dünnschliffstudien zeigen auch die übrigen anisotropen norwegischen Gadolinite denselben Schalenbau betreffs der Stärke der Doppelbrechung.

Die *optische Orientierung* der verschiedenen norwegischen Gadolinite ist dieselbe. Die Achsenenebene liegt symmetrisch, $b \approx \beta$. Nach W. PETERSON liegt γ nahe bei c im stumpfen Winkel β vorn geneigt.

Die Auslöschungsschiefe $c : \gamma$ ist an folgenden anisotropen norwegischen Gadoliniten bestimmt.

			Grün:	Braun:
BRÜGGER	Hitterö	$c : \gamma$	8- 10	
W. PETERSON	—	„	$6'' 25' - 7'' 18'$	$14''$
SCHETELIG	—	„	$7''$	$12,5''$
	Ollestad	„	$7''$	$14,5''$
	Birkeland	„	$7,5''$	$13''$

Der grüne, nicht geglähte Gadolinit ist opt. positiv; γ ist die spitze Bisektrix. Der Achsenwinkel wurde von W. PETERSON bestimmt.

$$2 V\gamma = 85^{\circ} 28'.$$

Der geglähte Gadolinit von Ytterby ist nach W. PETERSON opt. negativ. Dieselbe Beobachtung habe auch ich im Dünnschliffe des verglimmten Gadolinitis von Vådne gemacht. Der Achsenwinkel wird auch nach der Verglimmung kleiner und zeigt schwankende Werte.

Die braune Gadolinitsubstanz hat eine verschiedene optische Orientierung ($c : \gamma = 14^{\circ}$). Die Doppelbrechung ist für die hellbraune Substanz ungefähr dieselbe als für die grüne, zeigt aber etwas mehr schwankende Werte. Der Achsenwinkel ist nach meinen Beobachtungen entscheidend kleiner. Die braune Substanz zeigt keine Wechslungen der Interferenzfarbe.

Chemische Zusammensetzung.

Die chemische Zusammensetzung des Gadolinitis und die Beziehungen des Minerals zu den verwandten Gliedern der Datolithgruppe sind seit lange her gut bekannt. Ich verweise auf die historische Zusammenstellung von W. PETERSON¹.

Als der erst bekannte anisotrope Gadolinit wurde das Mineral von Hitterö mehrmals einer Analyse unterworfen. TH. SCHEERER² hat die ersten Analysen des Gadolinitis von Hitterö ausgeführt. Die spätesten zwei Analysen des Hitterögadolinitis wurden von G. TSCHERNIK³ unternommen. In allem liegen sieben verschiedene Analysen dieses Gadolinitis vor.

Außerdem hat TSCHERNIK³ eine Analyse eines Gadolinitis mit der Fundortsangabe „Insel unweit Lindesnæs“ analysiert. Dieser Gadolinit kann

¹ L. c.

² Pogg. Annal. 51 (1840) u. 56 (1842).

³ Verh. Min. Ges. St. Petersburg 43 (1905).

von Hitterö stammen, aber auch von Eitland oder einem anderen Feldspatbruch in der nächsten Nähe von Lindesnæs.

Außerdem hat W. PETTERSON¹ einen Gadolinit angeblich von Malö bei Grimstad¹ analysiert.

Für diese Zusammenstellung sind zwei neue Analysen von norwegischen Gadoliniten von Herrn Chemiker A. RÖDLAND, Abteilungsleiter am mineralogischen Institut d. Universität (Vorstand Prof. Dr. V. M. GOLDSCHMIDT) im Laboratorium des Instituts ausgeführt. Ich möchte bei dieser Gelegenheit Herrn RÖDLAND meinen besten Dank aussprechen.

Ich wählte für die eine Analyse reines Material des grünen, anisotropen Gadolinites von Frikstad, Iveland, dem Hauptfundort des Gadolinites in Sætersdal. Für die andere Analyse wurde der Gadolinit von Fyrrisdal, Telemarken, gewählt, weil dieser Gadolinit bei einer vorläufigen Analyse angeblich einen Überschuß der Ceritoxiden über den Yttererden gezeigt haben sollte.

Zuerst habe ich hier alle früheren Analysen tabellarisch zusammengestellt.

Tafel der Analysen des Gadolinites von Norwegen:

I—VII: Hitterö.

VIII: Insel in der Nähe von Lindesnæs (Eitland?)

IX: Malö bei Grimstad.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
Sp. G.	4,35 00	— 00	4,45 00	4,33 00	4,51 00	4,582 00	4,544 00	4,447 00	4,02 00
SiO ₂	25,69	24,24	24,36	23,72	24,28	23,35	25,29	23,70	23,32
ThO ₂	—	—	—	0,35	0,39	0,32	0,03	—	0,88
Ce ₂ O ₃	6,45	9,93	7,01	6,67	1,21	1,46	0,13	1,86	2,33
(La,Di) ₂ O ₃					4,26	4,03	0,42	5,64	12,01
Y ₂ O ₃	45,32	30,59	45,51	45,62	46,51	46,79	47,10	48,10	35,95
Er ₂ O ₃		10,91							
Fe ₂ O ₃	12,46	16,04	2,85	—	0,84	—	—	—	3,07
FeO			11,50	12,19	11,16	11,59	14,34	12,40	5,78
MnO	—	—	—	0,16	0,19	0,13	0,22	—	0,12
BcO	9,88	6,56	8,58	10,10	9,65	10,10	10,57	6,50	9,30
MgO	—	0,24	—	0,26	0,22	0,24	0,20	0,02	0,18
CaO	0,29	0,79	0,36	0,37	0,42	0,40	0,31	0,52	1,84
Na ₂ O	—	—	—	0,19	0,17	0,14	0,18	—	0,13
H ₂ O	—	0,62	0,50	—	0,54	0,57	0,52	0,55	3,36
	100,09	99,92	100,67	99,63	99,84	99,12	99,31	99,29	98,30
				PbO 0,05					C 0,08
				99,68					98,38

¹ Siehe oben.

- I. TH. SCHEERER. Mittel von 2 Analysen 1840 & 1842. Pogg. Annal. 57 (1840) und 56 (1842).
 II. HUMPRIDGE und BURNEY. 1879. Journ. Chem. Soc. 1879 35 117.
 III. RAMMELSBERG. 1886. Sitz. Ber. preuß. Ak. d. Wiss. 1886, 549.
 IV. C. W. BLOMSTRAND. 1888. Lunds Universitets Aarsskrift 1888.
 V. W. PETTERSON. 1890. Geol. För. Förhandl. 1890 12.
 VI. & VII. G. TSCHERNIK. 1905. Verh. Min. Ges. St. Petersburg. 43 1905.
 VIII. G. TSCHERNIK. 1905. Verh. Min. Ges. St. Petersburg 43 1905.
 IX. W. PETTERSON. 1890. Geol. För. Förhandl. 1890. 12.

SCHEERER hat wahrscheinlich unreines Material analysiert, weil SiO_2 etwas hoch ausgefallen ist. In der Analyse von HUMPRIDGE und BARNEY scheint die Trennung der seltenen Erden nicht glücklich ausgefallen zu sein. Die Analysen III (RAMMELSBERG), IV (BLOMSTRAND), V (W. PETTERSON) und VI (TSCHERNIK) zeigen unter sich sehr gute Übereinstimmung und entsprechen wohl ziemlich genau der Zusammensetzung des anisotropen Gadolinit von Hitterö. Das Verhältnis $\text{Y}_2\text{O}_3:\text{Ce}_2\text{O}_3$ ist ziemlich nahe dasselbe.

Die zuverlässigste Analyse ist die von W. PETTERSON (V) ausgeführte, für welche ausgesuchtes Material der rein grünen, anisotropen Substanz mit hoher Dichte verwendet wurde. Diese Analyse entspricht somit der Zusammensetzung des frischesten, am wenigsten umgewandelten Gadolinit von Hitterö. Da das Material an Ort und Stelle von schwedischen Mineralogen eingesammelt war, ist der Ursprung des Gadolinit unzweifelhaft.

Was die zwei von G. TSCHERNIK ausgeführten Analysen (VI und VII) anbelangt, sind ohne Zweifel alle Bestimmungen in chemischer Hinsicht tadellos. Es möchte doch bemerkt werden, daß die von TSCHERNIK analysierten Gadolinite keine eingehende mineralogische Untersuchungen unterworfen sind.¹ Es dürfte dann fraglich sein, ob diese Gadolinite wirklich von Hitterö stammen: Garantien liegen zwar nicht vor. Die Analyse VI zeigt eine Zusammensetzung, die allerdings eine sehr gute Übereinstimmung mit der Analyse von W. PETTERSON (V), und das Material dürfte wohl von Hitterö stammen. Doch hat TSCHERNIK eine ungewöhnlich hohe Dichte (4,582) gefunden; desungeachtet wird angegeben, daß das Material „scheinbar amorph“ war und eine lebhafte Verglimmung vor dem Lötröhre zeigte.

¹ Betreffs des Materials für die Analyse VI bemerkt G. TSCHERNIK folgendes: Scheinbar amorph, schwarz mit graugrünlichem Strich; H = 6–7. G = 4,582, nach Glühen steigend zu 4,807. Glasglanz. Bruch muschelrig. V. d. L. leicht und rasch verglimmend mit schwachem Aufblähen. Unschmelzbar. — Das Material für die Analyse VII wird in folgender Weise beschrieben: Krystallinisch, Farbe und Strich kräftiger grün. Fettglanz. Bruch splintrig. H nahe 7, doch ein wenig unter. G = 4,544 nach Glühen steigend zu 4,752. V. d. L. schwach verglimmend mit starkem Aufblähen.

Ich kann nicht die Bemerkung zurückhalten, daß die beiden analysierten Gadolinite in seinen physikalischen Eigenschaften sich erheblich von dem Hitterögadolinit unterscheiden. Ein Aufblähen beim Glühen ist niemals am Gadolinit von Hitterö beobachtet.

Die metamikt umgelagerten, völlig isotropen Gadolinite haben im allgemeinen eine bedeutend niedrigere Dichte (etwa 4,25). Die Analyse VII, für welche TSCHERNIK ein Material verwendet hat, daß als „krystallinisch“ bezeichnet wird und vor dem Lötröhre eine schwache Verglimmung zeigt, weicht in mehreren Beziehungen von den übrigen Analysen des Hitterögadolinitis bedeutend ab. Die etwas hoch ausgefallene Menge von SiO_2 deutet auf Verunreinigungen, z. B. Einschlüsse von Quarz. Auffallend ist, daß die Mengen von ThO_2 , Ce_2O_3 und $(\text{La}, \text{Di})_2\text{O}_3$ durch Zahlen ausgedrückt sind, die ziemlich genau ein Zehntel der entsprechenden Zahlen in den Analysen V und VI entsprechen. Dürfte hier ein Schreibfehler vorliegen? Wenn dies der Fall sein möchte, würde die Analyse sehr schön in die Reihe der Analysen des Hitterögadolinitis einpassen.¹

Die Möglichkeit ist natürlich auch nicht ausgeschlossen, daß das Material für diese Analyse von einem anderen Fundort stammen möchte. Die Gadolinitvorkommnisse in Iveland waren damals (1905) schon lange entdeckt. Diese Annahme wird dadurch gestützt, daß die physikalischen Eigenschaften auch nicht mit denen des Hitterögadolinitis übereinstimmen.

Ein gutes Bild der mittleren Zusammensetzung des Gadolinitis von Hitterö gibt die untenstehende Tabelle.

Mittlere Zusammensetzung des Gadolinitis von Hitterö:

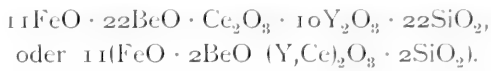
	III a.	IV a.	V a.	VI a.	VII a.	Mittel	Berechnete Zusammensetzung.
$0/0$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
SiO_2	24,4	23,8	24,5	23,7	24,2	24,1	23,7
Ce_2O_3	7,0	6,7	5,6	5,6	5,4	6,1	5,9
Y_2O_3	45,6	46,1	47,7	47,7	45,9	46,6	46,4
FeO	14,4	13,3	13,0	12,7	13,9	13,5	14,1
BeO	8,6	10,1	9,6	10,3	10,2	9,8	9,9
	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Aus den Analysen III, IV, V, VI, und VII sind nur die Werte der Hauptbestandteile ausgenommen und auf 100 berechnet. Fe_2O_3 ist auf FeO umgerechnet und mitgenommen. Die kleinen Mengen von ThO_2 , MnO ,

¹ Unter Voraussetzung eines Schreibfehlers erhält die Analyse folgendes Aussehen auf die Summe 100 berechnet:

$\text{SiO}_2 - 24,20$, $\text{ThO}_2 - 0,29$, $\text{Ce}_2\text{O}_3 - 1,24$, $(\text{La}, \text{Di})_2\text{O}_3 - 4,02$, $\text{Y}_2\text{O}_3 - 45,06$, $\text{FeO} - 13,72$, $\text{MnO} - 0,21$, $\text{BeO} - 11,00$, $\text{MgO} - 0,19$, $\text{CaO} - 0,30$, $\text{Na}_2\text{O} - 0,17$, $\text{H}_2\text{O} - 0,50 = 100$. Die Analyse stimmt dann schön mit den Analysen von PETERSON und BLOMSTRAND. Auf Grundlage dieser wahrscheinlich zweifelhaften Analyse hat C. DOELTER den Schluß gezogen, daß der Gadolinit von Hitterö nicht eine konstante Zusammensetzung besitzen möchte. Ich kann dieser Ansicht nicht zustimmen.

MgO, CaO, Na₂O und H₂O (Glühverlust) sind vernachlässigt. Von den in dieser Weise erhaltenen Zahlen ist das Mittel berechnet. Die Mittelzahlen liegen sehr nahe den Zahlen, die aus der Formel berechnet werden können. Das Verhältnis Y₂O₃ : Ce₂O₃ ist für den Hitterögadolinit sehr nahe 10 : 1. Für die Berechnung habe ich deshalb folgende Formel benutzt:



Die aus dieser Formel berechnete Zusammensetzung des Gadolinites von Hitterö ist in der letzten Kolonne in der Tabelle als „Berechnete Zusammensetzung“ angeführt. Die berechneten Werte stimmen sehr nahe mit den Mittelzahlen überein. Die obige Formel dürfte deshalb die mittlere Zusammensetzung des Gadolinites von Hitterö repräsentieren.

Die dritte Analyse von TSCHERNIK (VIII) ist an einem Gadolinit mit der Fundortsangabe „Insel unweit Lindesnæs“ ausgeführt. Der wirkliche Fundort dieses Gadolinites läßt sich nicht bestimmen. Die Möglichkeit, daß das Material von Hitterö stammen möchte, ist nicht ausgeschlossen. Hitterö ist nur 35 Km. von Lindesnæs entfernt. Auf der anderen Seite ist aber Gadolinit in der nächsten Nähe von Lindesnæs bei Eitland gefunden, und das Material für Analyse VIII dürfte sehr wahrscheinlich von einer Insel in der nächsten Umgebung von Lindesnæs herrühren, weil eben in dieser Gegend eine Reihe von Feldspatbrüche früher getrieben wurde. Diese letzte Möglichkeit wird gestützt durch das Resultat der Analyse, die jedenfalls kleine, aber entscheidende Unterschiede von den Analysen des sicheren Hitterögadolinites zeigt. So ist z. B. in Analyse VIII ThO₃ abwesend, die Menge von BeO 3 0/0 kleiner, von seltenen Erden 3,5 0/0 größer im Vergleich mit W. PETERSONS Analyse (V). Nach TSCHERNIK sind die physikalischen Eigenschaften dieses Gadolinites folgende: Bruch grobmuschelig, Glasglanz, kantendurchscheinend mit olivengrüner Farbe, Verglimmung schwach, Dichte 4,447 steigend zu 4,669 nach Glühen. Diese Eigenschaften stimmen jedenfalls gut mit denen des Hitterögadolinites überein. — Bei dieser Gelegenheit kann ich doch nicht die Bemerkung zurückhalten, daß es bedauerlich ist, daß so viele Mühe und Arbeit an ein Material, dessen Herkunft so unsicher ist, niedergelegt werden sollten.

Analyse des Gadolinites von Frikstad, Iveland. Als Material für die Analyse wurde ein Stück eines großen, rauhen Gadolinitkrystals aufgeopfert. Die äußere Rinde wurde vermieden, und nur ausgewählte Stücke des scheinbar ganz homogenen Inneren wurden angewandt. Die Farbe ist tiefschwarz mit Stich ins Grüne. Im Dünnschliff zeigt sich dieser Gadolinit vollkommen anisotrop mit grüner Farbe, die doch etwas dunkler ist als die Farbe des frischesten Gadolinites von Hitterö und auch von Birkeland, Iveland. Von rotbrauner, anisotroper Substanz sind nur winzige Partien hauptsächlich längs Sprüngen zu beobachten. Allerdings scheint der Gadolinit von Frikstad eine weitere Stufe der metamikten Umlagerung als der frischeste

Hitterögadolinit zu repräsentieren; in derselben Richtung weisen die etwas niedrigere Dichte (4,35) und der etwas höhere Gehalt an H₂O.

Zum Vergleich habe ich neben der Analyse des Gadolinites von Frikstad die zuverlässigste Analyse des Hitterögadolinites von W. PETERSON 1890 (V) angeführt.

Analyse des Gadolinites von Frikstad.

X		Quotientzahlen		V	
Frikstad, Iveland. A. RÖDLAND. 1917.				Hitterö. W. PETERSON. 1890.	
G.	4,35 0/0			G.	4,51 0/0
SiO ₂	24,56	0,4090	0,409		24,28
ThO ₂	0,34	0,0013			0,39
Σ Y ₂ O ₃	43,85 (255)	0,1720	}		46,51
Σ Ce ₂ O ₂	7,88 (334)	0,0236			5,47
Fe ₂ O ₃	0,40	0,0025	0,203		0,84
Al ₂ O ₃	0,49	0,0048	}		—
BeO	9,69	0,3860		0,386	
FeO	10,23	0,1420	}		11,16
MnO	0,19	0,0027			0,19
CaO	0,45	0,0080		0,164	0,42
MgO	0,13	0,0032			0,22
Na ₂ O	0,42	0,0068			0,17
K ₂ O	0,12	0,0013		—	
H ₂ O	0,83				0,54
P ₂ O ₅	0,02				—
	<hr/> 99,60 0/0				<hr/> 99,84 0/0
TiO ₂	Spur.				
PbO	Spur.				

Die direkte Berechnung der Analyse gibt das Verhältnis

$$\text{SiO}_2 : \text{R}_2'''\text{O}_3 : \text{BeO} : \text{R}''\text{O} = 4,09 : 2,03 : 3,86 : 1,64$$

$$\text{oder} = 2,045 : 1,015 : 1,93 : 0,82$$

Die allgemein anerkannte Formel des Gadolinites verlangt:

$$2 \text{SiO}_2 : \text{R}_2'''\text{O}_3 : 2 \text{BeO} : \text{R}''\text{O} \text{ oder } 2 : 1 : 2 : 1.$$

Wenn ThO₂ · SiO₂ abgerechnet und Fe₂O₃ als FeO berechnet wird, erhält man ein etwas verbessertes Verhältnis:

$$\text{SiO}_2 : \text{R}_2'''\text{O}_3 : \text{BeO} : \text{R}''\text{O} = 2,04 : 1,00 : 1,93 : 0,85,$$

Eine Berechnung der Analyse PETERSONS von dem Hitterögadolinit gibt ein Resultat, das ebenso weit von der theoretischen Formel abweicht.

Ein Blick auf die Zahlen der beiden Analysen zeigt sofort, daß die chemische Zusammensetzung des Gadolinit von Frikstad nahezu identisch mit der des Hitterögadolinit ist. Der Gadolinit von Frikstad enthält zwar etwas mehr $\Sigma \text{Ce}_2\text{O}_3$; das Verhältnis $\Sigma \text{Y}_2\text{O}_3 : \Sigma \text{Ce}_2\text{O}_3$ ist doch sehr wenig verschoben. Oben ist schon erwähnt, daß der Gadolinit von Iveland im allgemeinen dieselbe Kombination und denselben Krystallhabitus zeigt als der Hitterögadolinit. Dies steht offenbar in Zusammenhang mit der Übereinstimmung in der chemischen Zusammensetzung.

Ich wage deshalb die Behauptung, daß auch dem Gadolinit von Birke-land, der krystallographisch und optisch absolut identisch mit dem hellgrünen, anisotropen Hitterögadolinit ist, dieselbe chemische Zusammen- setzung zukommt.

Analyse des Gadolinit von Fyrrisdal. Dieser Gadolinit, der von Herrn Ingenieur EINAR BERGVE dem Mineralogischen Museum geschenkt wurde, sollte nach seiner Angabe mehr Ce_2O_3 als Y_2O_3 enthalten. Es schien mir deshalb von Interesse, diese Frage endgültig entscheiden zu können, und auf meine Anfrage wurde von Herrn A. RÖDLAND eine vollständige Analyse ausgeführt. Die Analyse, die unten angeführt ist, hat gezeigt, daß dieser

Analyse des Gadolinit von Fyrrisdal.

XI.			<i>Gadolinit</i>
Fyrrisdal, Telemarken.		Quotientzahlen	Cooglegong, W.-Australien.
A. RÖDLAND 1917			B. F. DAVIS
G. = 4,22			G =
	0 0		0 0
SiO_2	23,53	0,3922	23,33
ThO_2	0,36	0,0014	—
$\Sigma \text{Y}_2\text{O}_3$	30,89 (262)	0,1179	33,40
$\Sigma \text{Ce}_2\text{O}_3$	23,40 (355)	0,0698	20,80
Fe_2O_3	0,21	0,0013	—
Al_2O_3	0,99	0,0096	} 12,28
BeO	8,92	0,3554	
FeO	10,00	0,1390	10,38
MnO	0,07	0,0010	—
CaO	0,66	0,0118	—
MgO	0,04	0,0010	0,69
Na_2O	0,03	0,0005	—
K_2O	0,46	0,0049	—
H_2O	0,53		0,32
P_2O_5	0,03		—
<hr/>			<hr/>
100,12 0/0			101,20 0/0
TiO_2	Spur.		
PbO	Spur.		

Gadolinit Ceritoxide in bedeutender Menge enthält, daß aber die Yttererden doch die Ceritoxide noch ziemlich weit überwiegen. Das Verhältnis der Quotientzahlen $\Sigma Y_2O_3 : \Sigma Ce_2O_3$ ist ziemlich nahe 12 : 7 oder kleiner als 2 : 1.

Der Gadolinit von Fyrrisdal gehört somit den Ce-reichen Gliedern des Minerals. Zum Vergleich habe ich eine Analyse von B. F. DAVIS¹ von einem Gadolinit von Cooglegong in Westaustralien angeführt. Dieser Gadolinit zeigt ein Verhältnis $\Sigma Y_2O_3 : \Sigma Ce_2O_3$ ziemlich nahe 2 : 1.

Für eine Berechnung der Analyse wird $ThSiO_4$ abgezogen, Fe_2O_3 als FeO umgerechnet, weiter Al_2O_3 mit BeO zusammen genommen. Der Gehalt an Al_2O_3 kann jedoch von fremden Verunreinigungen (Glimmer oder Orthoklas) herrühren. Mit den genannten Korrekturen läßt sich die Analyse in folgender Weise der Gadolinitformel anpassen:

$$SiO_2 : R_2'''O_3 : BeO : R''O = 0,391 : 0,188 : 0,365 : 0,161 \\ \text{oder } 2,08 : 1,00 : 1,94 : 0,86$$

während die Formel

$$2 : 1 : 2 : 1$$

verlangt. Es dürfte bemerkt werden, daß die meisten Gadolinitanalysen bei der Berechnung Abweichungen von der theoretischen Formel in demselben Sinne aufweisen können. Die Gehalte von BeO und Monoxyden scheinen im allgemeinen etwas niedriger zu sein als die theoretische Formel verlangt.

Im guten Einklang mit dem abweichend hohen Gehalt an ΣCe_2O_3 stehen die kristallographischen und physikalischen Eigenschaften des Gadolinit von Fyrrisdal.

Das Verhältnis zwischen Yttererden (Y_2O_3) und Ceritoxiden (Ce_2O_3) im Gadolinit.

Die meisten Gadolinitanalysen zeigen überwiegend Yttererden. Mit vollem Recht hat man deshalb den Gadolinit als ein komplexes Yttriumsilikat betrachtet. Neben den Yttererden kommen doch immer in wechselnden Mengen Ceritoxide (Ce_2O_3 , La_2O_3 , Di_2O_3 etc.) vor, im allgemeinen 5—7%, nicht selten aber viel mehr.

Von vorn herein ist die Möglichkeit der Existenz eines dem Gadolinit ähnlichen oder nahestehenden Minerals mit überwiegend Ceritoxiden nicht ausgeschlossen, sondern gerade zu erwarten. Es ist nur notwendig an Monazit ($CePO_4$) und Xenotim (YPO_4) zu erinnern, welche Mineralien trotz Verschiedenheiten des Krystallsystems doch sehr eng mit einander verknüpft sind; weiter kann ich an die Reihe: Æschynit (Cer-meta-niobitanat)-Blomstrandin (Yttrium-meta-niobo-titanat), verweisen.

Es schien mir deshalb von Interesse diese Frage etwas weiter zu verfolgen, und ich habe das Molekularverhältnis $Y_2O_3 : Ce_2O_3$ aus den vor-

¹ Ref. Z. f. Kr. 39. 178.

liegenden Gadolinitanalysen berechnet und in der nebenstehenden Tabelle zusammengestellt. Die meisten Analysen sind mit Litteraturangabe in DOELTERS „Handbuch d. Mineralchemie“ angeführt.

Es geht aus der Tabelle hervor, daß die Yttererden (ΣY_2O_3) im Gadolinit innerhalb sehr weiter Grenzen von Ceritoxiden (ΣCe_2O_3) ersetzt werden können. Ein eigentlicher Cer-Gadolinit mit ganz überwiegend Ce_2O_3 ist doch jedenfalls noch nicht bekannt. Die größte Menge Ce_2O_3 enthält der Gadolinit von Douglas Co. L. G. EAKINS hat zwei verschiedene Gadolinite (grün und schwarz) von diesem Fundort analysiert¹. Beide enthalten große Mengen von Ce, La und Di, in dem schwarzen Gadolinit aber ist die molekulare Menge von ΣCe_2O_3 ein klein wenig größer als die Menge von ΣY_2O_3 .

Nach dem Gadolinit von Douglas Co. kommt der norwegische Gadolinit von Fyrrisdal, der auch erhebliche Mengen Ceritoxide enthält. Übrigens gehört nur der zersetzte Gadolinit von Malö zu den Cerreichen Gliedern der Reihe. Die anderen norwegischen Gadolinite enthalten ganz überwiegend Yttererden.

¹ Proc. Col. sc. Soc. II 1. 32.

KAINOSIT; A. E. NORDENSKIÖLD¹.

Im Herbst 1885 entdeckte A. E. NORDENSKIÖLD, der in den achtziger Jahren des vorigen Jahrhunderts in lebhafter Verbindung mit den norwegischen Mineralverkäufern stand, in einer Sendung von Pegmatitmineralien aus Hitterö eine Stufe mit einem größeren Bruchstück eines unbekanntes Minerals. Das Fragment war ein Teil eines anscheinend hexagonalen Krystalls von gelbbrauner Farbe. Die Stufe war angeblich in einem Feldspatbruch bei Igeltjern (Iglekjönn) auf Hitterö gefunden.

Die Untersuchungen NORDENSKIÖLDs zeigten, daß hier ein neues und sehr interessantes Mineral vorlag, dem er den Namen *Kainosit* gegeben hat. Eine Schar von Mineralogen (darunter auch ich selbst) und Mineralsammlern hat im Laufe der Zeit Igeltjern auf Hitterö besucht und die Abfallshalde am Feldspatbruch wiederholt nach Kainosit durchsucht, aber vergebens. Die von NORDENSKIÖLD untersuchte Stufe ist bis jetzt die einzige bei Igeltjern gefundene. Die Hauptmenge des Krystallfragments, die nach den Untersuchungen NORDENSKIÖLDs übrig war, befindet sich in der Mineralsammlung des Riksmuseums in Stockholm; das Mineralogische Museum in Kristiania besitzt doch auch einige Splitter davon.

Die Paragenesis des Kainosits von Igeltjern ist nach NORDENSKIÖLD: Beryll, Feldspat, Glimmer und Orthit. Über die Krystallisationsfolge hat er nichts mitgeteilt. In demselben Feldspatbruch sind doch auch Gadolinit und Xenotim gefunden.

Mit einer ganz verschiedenen Paragenesis wurde Kainosit 10 Jahre später in einer Eisengrube in Nordmarken in Wermland wiedergefunden². Im Jahre 1896 wurden auf Drusen im Erzkörper in der Eisengrube „Kogruvfan“, die durch prachtvoll krystallisierende Mineralien bekannt ist, Krystalle von Kainosit, zusammen mit Diopsid, Magnetit, Klinoklor und Apatit entdeckt. Nach HJ. SJÖGREN ist die Paragenesis: Diopsid → Magnetit → Apatit und Klinoklor → Kainosit. Dieses Mineral ist somit die jüngste Bildung.

Daß der Kainosit von Hitterö optisch zweiachsig ist und wahrscheinlich rhombisch krystallisiert, wurde von W. C. BRÖGGER durch Untersuchungen

¹ Geol. För. Förh. 8, S. 143, 1886. Kainosit, et nytt mineral från Hitterö i Norge.

² Geol. Fören. Förh. 19, S. 54, 1897. HJ. Sjögren: Kainosit från Kogruvfan paa Nordmarksfeltet.

von Dünnschliffen bestimmt. Die rhombische Symmetrie und die krystallographischen Konstanten wurden von Hj. SJÖGREN an den kleinen Krystallen von Kogruvan festgelegt:

$$a : b : c = 0,9517 : 1 : 0,8837.$$

Die physikalischen Eigenschaften des Kainosits von Hitterö sind nach NORDENSKIÖLD: H 5—6. G 3,413. Die Farbe ist gelbbraun, das Mineral ist halbdurchscheinend und fettglänzend. Drei Spaltrichtungen oder Durchgänge sind wahrnehmbar (1 deutlich und 2 undeutliche), die sich rechtwinkelig oder nahe rechtwinkelig schneiden. Das Mineral zeigte sich unter dem Mikroskop homogen ohne Spuren von Kalkspat; die äußere Haut aber war etwas durch Hydratisierung angegriffen. H₂O wurde bei schwacher Rotglut abgegeben, CO₂ erst in dem Gebläse.

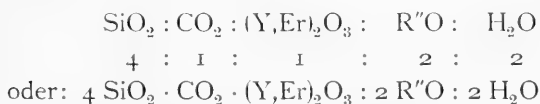
Die kleinen Splitter, die das Mineralogische Museum, Kristiania, besitzt, sind gelbbraun, halbdurchscheinend und fettglänzend. In einem Stück ist ein kleiner, gut begrenzter Orthitkrystall eingewachsen; Orthit ist somit älter als Kainosit. Von einem anderen kleinen Stück, das randlich von zwei Flächen mit einem Winkel von etwa 120° begrenzt war, wurde ein Dünnschliff hergestellt. Quer über den Schliff ist eine Ader mit grün- und braungefärbten Zersetzungsprodukten ersichtlich. Die Lichtbrechung (γ und β) ist höher als die des Kanadabalsams. Die Doppelbrechung ($\gamma - \beta$) ist niedrig, nach der Interferenzfarbe zwischen +Nicolls zu beurteilen. Im konoskopischen Gesichtsfelde treten die eine opt. Achse und die spitze Bisectrix a aus. Das Mineral ist 2-achsig negativ. Eine Bestimmung des Achsenwinkels im Tageslicht mittels WRIGHT's Mikrometerokular hat gegeben: $2E = 78^\circ$. Die Lichtbrechung wurde am fein gepulverten Kainosit mittels der Immersionsmethode bestimmt: $1,630 < a' < 1,635$, $1,680 < \gamma' < 1,685$, $\gamma' - a' = \text{ca. } 0,05$.¹

G. LINDSTRÖM hat den Kainosit von Hitterö analysiert, und nach NORDENSKIÖLD ist hier das Mittel der zwei Analysen von LINDSTRÖM angeführt:

SiO ₂	34,63	0/0
CO ₂	5,90	"
(Y, Er) ₂ O ₃ (260,3)	37,67	"
FeO	0,26	"
CaO	15,95	"
MgO	0,03	"
Na ₂ O	0,40	"
H ₂ O	5,26	"

Summe 100,10 0/0

Das Molekularverhältnis ist:



¹ Die Bestimmung wurde von Student T. Barth ausgeführt.

W. C. BRÖGGER¹ gibt in der früheren Abhandlung über Hellandit folgende wahrscheinliche Deutung der Zusammensetzung des Kainosits an:



Der Kainosit ist demnach ein wasser- und kohlen säure-haltiges Diorthosilikat von Calcium und Yttrium. Eigentümlich ist der hohe Gehalt an CO_2 , der sicherlich primär ist; das Mineral ist nämlich, wie gesagt, unter dem Mikroskop vollkommen homogen und zeigt keine Spur von Kalkspat.

Anhang.

G. TSCHERNIK² hat einem Einschluf in einem Gadolinit, der angeblich von Hitterö war, analysiert, und die Analyse in der Weise gedeutet, daß der Einschluf ein Gemenge von Kainosit und einem wasserhaltigen Lanthan-karbonat sein möchte.

Das von TSCHERNIK analysierte Material bestand aus einen von sechs-seitigen Prismen aufgebauten Krystallstock eines aprikosefarbigen Minerals mit Härte 5—6 und spez. Gewicht 3,816. Das Mineral wurde nicht optisch untersucht.

Ich führe hier die Analyse an:

	I.		II.
	Gefunden.		Berechnet nach der Formel.
	0/0		0/0
SiO_2	21,57	} 22,54	22,45
TiO_2	0,97		
Y_2O_3	28,05		27,96
Ce_2O_3	Sp.		
La_2O_3	20,22		20,33
MnO	0,27	} 10,38	10,42
CaO	10,06		
MgO	0,05		
H_2O	5,56		5,58
CO_2	12,26		12,27
	99,01		99,01

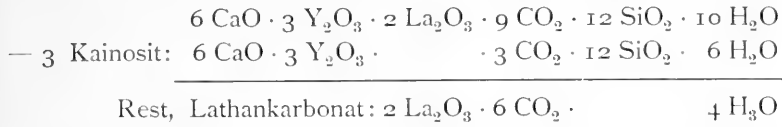
Die Zahlen unter II sind nach folgendem Formel berechnet:



Nach Abzug von 3 Kainosit bekommt TSCHERNIK als Rest ein wasserhaltiges Lanthan-karbonat:

¹ Z. f. Kr. 42. S. 430.

² Ref. N. J. f. Min. 1907 II. S. 367.



Nach dieser Berechnung sollte der Einschluß im Gadolinit von Hitterö ein Gemenge von 3 Kainosit + 2 Lathankarbonat: $(\text{La}_2(\text{CO}_3)_3 \cdot 2 \text{H}_2\text{O})$ sein. Der bekannte krystallisierte Lanthanit hat jedenfalls die Zusammensetzung: $\text{La}_2(\text{CO}_3)_3 \cdot 9 \text{H}_2\text{O}$. Nach einer Analyse von HISINGER möchten doch auch andere Lanthankarbonate vorkommen. Die Möglichkeit der Existenz des supponierten Karbonats ist deshalb nicht ausgeschlossen.

Nach meiner Meinung ist die ganze Berechnung ziemlich gezwungen. Es dürfte wohl viel näher an der Hand liegen, den betreffenden Einschluß im Gadolinit als *ein einheitliches, homogenes Mineral* zu betrachten, dessen Zusammensetzung einfach aus den Zahlen der Analyse gegeben wäre. In dem Falle würde hier ein neues Mineral vorliegen, chemisch mit dem Kainosit verwandt, aber mehr kompliziert zusammengesetzt.

ORTHIT; BERZELIUS

Orthit gehört zu den gewöhnlichsten der akzessorischen Mineralien auf den granitischen Pegmatitgängen im südlichen Norwegen und ist deshalb seit lange her bekannt.

TH. SCHEERER¹ hat 1840 die damals bekannten Vorkommnisse von Orthit im südlichen Norwegen aufgezählt und darunter mitgeteilt, daß Orthit von *Melkedöla* bei *Bygdin* in Jotunheimen schon im Jahre 1820 von B. M. KEILHAU während seiner bekannten Entdeckungsreise in dieser Gebirgsgegend gefunden worden war, und daß KEILHAU² auch im Jahre 1839 das Mineral auf den granitischen Pegmatitgängen der bekannten Insel *Hitterö* entdeckte.³

Orthit von Snarum wurde von SCHEERER entdeckt.

Es liegt doch die Wahrscheinlichkeit vor, daß Orthit von den Feldspatbrüchen bei Arendal — vor allem Buö und Næskilen⁴ — noch früher bekannt wäre. Der Feldspatbetrieb in der Gegend von Arendal ist schon im Jahre 1792 angefangen und weil der Orthit hier ungewöhnlich reichlich und häufig vorkommt, dürfte unzweifelhaft die Aufmerksamkeit auf das glänzende, schwere, schwarze Mineral schon früh hingelenkt sein. Sichere Daten über Funde von Orthit von Arendal habe ich nicht gefunden. SCHEERER⁵ hat zwar in der genannten Abhandlung von 1840 erwähnt, daß Orthit von Arendal in einer Berlinersammlung repräsentiert war.

Die ersten krystallographischen, physikalischen und chemischen Untersuchungen der norwegischen Orthite wurden von TH. SCHEERER im Anfang der vierziger Jahren des vorigen Jahrhunderts ausgeführt⁶ Die Resultate sind z. T. in *Gaea Norvegica* zusammengestellt.

¹ Pogg. Annal. 51. (1840).

² Reise in Lister og Mandals Amt 1839. Nyt Mag. f. Nat. 2.

³ Orthit von Hitterö ist doch von Herrn TANK etwa 1820 zusammen mit Ytterspat gefunden.

⁴ Im Jahre 1824 beschrieb LÈVY (Ann. Phil. 1824. 7) unter den Namen *Bucklandit* ein Mineral von Næskilen Grube bei Arendal, das G. ROSE in dem folgenden Jahre mit Orthit in Auswürflingen vom Laacher See identifizierte. Der sog. Bucklandit ist somit der erst bekannte Orthit aus der Gegend von Arendal.

⁵ L. c.

⁶ Pogg. Annal. 51, 56, 61.

SCHEERER entdeckte die durchgreifende Zustandsänderung gewisser norwegischer Orthite beim Glühen, indem er die Volumänderung und die größere Widerstandsfähigkeit gegen Säuren nachgewiesen hatte. Weiter hat er Analysen des Orthits von Filefjeld, Jotunfjeld, Snarum und Hitterö ausgeführt.

WEIBYE entdeckte 1847 Orthit in der Gegend von Kragerö und hat eine kurze Beschreibung desselben gegeben.¹

D. FORBES und T. DAHL² haben 1855 die großen Orthitfunde in der Gegend von Arendal (Helle und Næs) beschrieben und daneben eine Analyse des Orthits von Helle publiziert.

In den folgenden Jahren haben auch ZSCHAU, DES CLOISEAUX, RAMMELSBURG und BLUM Untersuchungen über norwegische Orthite, namentlich über Orthit von Hitterö, ausgeführt.³

Der durchaus wichtigste Beitrag zur Kenntnis der chemischen Zusammensetzung der norwegischen Orthite ist von N. ENGSTRÖM⁴ und P. T. CLEVE durch neun Analysen des Orthits von sechs verschiedenen Vorkommnissen im südlichen Norwegen geliefert.

Sonst sind wenige Untersuchungen über norwegische Orthite ausgeführt.

W. C. BRÖGGER⁵ hat Studien über die optischen Verhältnisse und die metamikte Umlagerung des Orthits veröffentlicht und gelegentlich auch Orthit von Kragerö kürzlich beschrieben.⁶

V. G. GOLDSCHMIDT⁷ hat Orthit von Froland und Arendal optisch untersucht und die Radioaktivität⁸ des Orthits von Flekkefjord (Hitterö) und Avitsland, Sætersdalen, gemessen.

Für diese Zusammenstellung habe ich eine Revision des Orthitmaterials in der Sammlung des Mineralogischen Museums, Kristiania, vorgenommen. Leider bietet das Material sehr wenig Interesse in kristallographischer Hinsicht.

Im Band I dieser Publikationsserie hat BRÖGGER kürzlich die wichtigsten Vorkommnisse des Orthits im südlichen Norwegen erwähnt. Ich werde hier ein vollständiges Verzeichnis aller bekannten Fundorte mitteilen, selbstverständlich mit der Begrenzung, daß nur Funde von granitischen Pegmatitgängen mitgenommen werden.

¹ N. J. f. Min 1848, S. 43 und 1849, S. 778.

² Nyt Mag. f. Nat. 6, S. 213

³ Hintze: Handbuch d. Mineralogie.

⁴ NILS ENGSTRÖM: Undersökning av nogra Mineral, som innehålla sälsynta jordarten. Inaug. Dissert. Upsala 1877.

⁵ Z. f. Kr. 16, S. 99–100.

⁶ Z. f. Kr. 42, S. 421.

⁷ Kontaktmetamorphose im Kristianiagebiete. S. 423. Vid.-Selsk. Skr., I. 1911, No. 9.

⁸ Z. f. Kr. 44 u. 45.

Vorkommnisse von Orthit in Norwegen.

1. Im Gebiet von *Østfold* (vormals *Smaalenene*) kommt Orthit sehr spärlich vor. In der Sammlung des Museums ist nur ein einziger Fundort vertreten, *Krakerøy* (vormals *Krageröen* geschrieben) bei Fredrikstad. Es liegen nur einige Bruchstücke von Krystallen vor, die nach der *b*-Achse ausgezogen sind.
- 2 3. In der Gegend von Snarum ist der Fundort *Ramfos*, wovon auch schöne Turmalinkrystalle bekannt sind, vertreten. Die mit Turmalin in Oligoklas eingewachsenen Krystsalle sind stengelig nach *b* ausgezogen, fehlen Terminalbegrenzung, sind äußerlich grau und innen glänzend schwarz. Die Hauptformen sind $\{100\}$ und $\{001\}$, die übrigen aber sind nicht identifizierbar. Orthit ist älter als Turmalin. Der Orthit von Ramfos ist unter dem Mikroskop völlig isotrop. Von dem zweiten von SCHEERER entdeckten Fundort in Snarum — *Lofthus* — besitzt die Sammlung jetzt kein Material.
4. Von *Kjörrestad* in Bamle hat H. REUSCH mehrere Stücke von körnigem Orthit mit tiefbrauner Farbe gesammelt. Im Dünnschliff ist die Farbe hellbraun. Unter dem Mikroskop zeigt dieser Orthit sich anisotrop und wahrscheinlich wenig zersetzt. Die Struktur ist richtungslos körnig. Wohl ausgebildete Krystalle ragen aus der körnigen Masse in mit Quarz gefüllten Hohlräumen hinein. Das Sprüngenystem in der Quarzmasse zeigt ein Bild ziemlich ähnlich dem Bild der Kraftlinien eines magnetischen Kraftfeldes. Zwischen + Nicolls zeigt dieser Orthit einen schönen Schalenbau.
- 5 10. In der Gegend von *Kragerö* sind vier Vorkommnisse von Orthit in der Sammlung vertreten: *Steine*, *Lindvikskollen*, *Kalstadgangen* und *Spatdalen*. Der Orthit von *Lindvikskollen* ist früher kürzlich von BRÖGGER¹ beschrieben. Die Krystalle sind stengelig nach *b* ausgezogen, zuweilen auch tafelig nach $\{100\}$, und ziemlich gut entwickelt mit matten aber ebenen Flächen in der Zone $[(100 : 001)]$. Die Kombination ist die gewöhnliche: $a \{100\}$, $c \{001\}$, $i \{\bar{1}02\}$, $r \{\bar{1}01\}$, $l \{\bar{2}01\}$; als Terminalbegrenzung treten $o \{111\}$ und $n \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\}$ auf. Die Farbe ist braun bis rotbraun. Die Krystallstöcke von *Lindvikskollen* sind ziemlich groß.
 Der Orthit von *Kalstadgangen* ist mattschwarz von Farbe und optisch isotrop. Ziemlich große Massen ohne Krystallbegrenzung sind gefunden.
 Forbes und DAHL² nennen auch *Frydensborg* und *Skarbo* als Fundorte des Orthits in dieser Gegend.
- 11—15. In der Nähe von *Risør* ist Orthit bei *Ranvik* gefunden. Nur derbe Stücke von tiefschwarzer Farbe und mit starkem Glanz liegen vor.

¹ Z. f. Kr. 42.

² L. c.

Das spez. Gweicht wurde zu 3,45 bestimmt. Unter dem Mikroskop zeigt er sich völlig isotrop. Beim Glühen bläht er sich sehr stark auf und hinterläßt eine hellgraue bimsteinartige Schlacke. Im Kirchspiel *Söndeled* ist Orthit bei *Narviken* und *Lindstöl* gefunden. Die Krystalle von *Narviken* sind klein, aber ziemlich gut, mit der gewöhnlichen Typus der Orthite der granitischen Pegmatitgänge.

Die Kombination ist $a \{100\}$, $c \{001\}$, $i \{\bar{1}02\}$, $r \{\bar{1}01\}$, $l \{\bar{2}01\}$ $o \{111\}$ und $n \{\bar{1}11\}$. Ein Krystall ist nach (100) verzwillingt.

Auch bei *Hudalen* in *Söndeled* ist Orthit gefunden, stammt aber hier von grobkörnigen Nieren der Gneisgesteine, die keine Relationen zu den eigentlichen granitischen Pegmatitgängen haben. Diese Orthitkrystalle sind sehr schön ausgebildet; ich möchte doch die nähere Beschreibung derselben für eine andere Publikation passend ersparen.

Nach FORBES und DAHLL ist Orthit auch bei *Ramskjær* in *Söndeled* gefunden.

16—19. Bei *Ausel* in *Vegårdsheien* ist Orthit zusammen mit Ilmenorutil, Thoruranin etc. gefunden (Siehe B. I. S. 45). Zwischen *Tvedestrand* und *Arendal* sind *Valand* in *Holt*, weiter *Brekke* in *Ö. Moland* Vorkommnisse des Orthits. Nach FORBES und DAHLL ist Orthit auch auf *Askeröen* in *Dypvåg* gefunden.

19—21. Nach SCHEERER kommt in der Gegend von *Tvedestrand* Orthit bei *Hanchohn*, *Solberg* und *Lyngrot* vor.

22—25. Im Kirchspiel *Froland* sind vier Vorkommnisse in der Sammlung vertreten: *Blakstadbro*, *Hof Froland*, *Haukås* und *Skuggestöl*. Orthit von *Blakstadbro* ist von N. ENGSTRÖM analysiert.

Von *Skuggestöl* besitzt die Sammlung ein gutes Material von ganz hübschen Orthitkrystallen. Wie gewöhnlich sind diese nach *b* ausgezogen und zeigen häufig recht gute Terminalbegrenzung. Die Kombination ist einfach:

$a \{100\}$, $c \{100\}$, $i \{\bar{1}02\}$, $r \{\bar{1}01\}$, $l \{\bar{2}01\}$, $o \{111\}$ und $n \{\bar{1}11\}$. *a* und *c* sind teils gleichmäßig entwickelt, und die Krystalle sind als isometrische Stengel geförmt. Andere Krystalle von diesem Fundort sind tafelig nach (100) entwickelt; sie sind außergewöhnlich frisch und haben V. M. GOLDSCHMIDT¹ als Material für seine optische Studien gedient. Die Resultate GOLDSCHMIDT's sind unten wiedergegeben.

Die Krystalle von *Blakstadbro* und *Haukås* sind auch ganz gut entwickelt und zeigen den gewöhnlichen Typus.

26—47 Die überwiegende Anzahl der Vorkommnisse des Orthits im südlichen Norwegen befindet sich in der Gegend von *Arendal*. Einige

¹ L. c.

von diesen haben sehr beträchtliche Quantitäten von Orthit geliefert. Schon SCHEERER¹ hat die Mehrzahl derselben entdeckt.

Der Orthit ist teils in den großen, gut aufgeschlossenen Feldspat- und Quarzbrüchen und zwar hier in bedeutenden Mengen gefunden, teils aber auch in kleineren Granitpegmatitgängen, die die Magnetitlagerstätten durchqueren und während des Abbaus der Gruben stellenweise ausgebrochen sind.

Folgende Vorkommnisse sind zur Zeit in der Sammlung des Mineralogischen Museums vertreten: *Alve, Barbo, Buö, Garta, Helle, Langsev, Mörefjær, Noddeland, Narestö, Næs, Næskilen, Vatnebo* und *Ödegaarden*.

Außerdem hat SCHEERER noch eine Reihe von Fundorten des Orthits in der Gegend von Arendal angegeben, nämlich: *Aslak* Grube *Braastad, Krognes* (auf Tromöen), *Lærrestvedt, Nøddebro, Salteröd, Solberg, Stul* Grube, *Torbjørnsbo*.

Diese reiche Fülle von Vorkommnissen zeigt uns, daß Orthit so zu sagen auf jedem granitischen Pegmatitgang in der Gegend von Arendal vorkommt.

Die wichtigsten Vorkommnisse, die größere Mengen von Orthit geliefert haben, sind *Helle* und *Næs* bei *Næskilen*, daneben auch *Mörefjær, Ödegaarden* und *Garta*.

Die meisten Krystalle sind stengelig mit überwiegender Entwicklung von (100) und (001). Gute Krystalle sind selten.

Der Orthit aus der Gegend von Arendal ist im allgemeinen tief pechschwarz mit starkem, etwas fettartigem Glanz. Die Krystalle zeigen häufig äußerlich eine rotbraun gefärbte Umwandlungsrinde.

ENGSTRÖM und CLEVE haben chemische Analysen des Orthits von *Næskilen, Alve* und *Buö* ausgeführt. BRÜGGER hat Orthit von Arendal optisch untersucht.

Aus der Gegend von Arendal besitzt das Mineralogische Museum Bruchstücke von Orthitkrystallen von ursprünglich sehr bedeutenden Dimensionen. Das größte ist 90 cm. lang und 20 cm. breit, und zeigt stellenweise Krystallflächen. Mehrere Bruchstücke haben ein Durchmesser von 20—30 cm.

Aus der Küstenstrecke Grimstad — Kristianssand sind keine Vorkommnisse von Orthit bekannt.

47—54. Im Kirchspiel *Iceland* — im südlichen Teil von Sætersdalen — sind wieder eine ganze Reihe von Vorkommnisse des Orthits bekannt. Das Mineral ist doch niemals in sehr bedeutenden Quantitäten gefunden. In kristallographischer Hinsicht bietet das Orthitmaterial von *Iceland* wenig Interesse. Ich beschränke mich deshalb hier auf eine Aufzählung der Fundorte zu geben.

¹ Nyt Mag. f. Nat. 4 S. 126. N. J. f. Min. 1843. 631.

Orthit ist teils von Herrn O. THORTVEIT, teils von mir in Feldspatbrüchen an den Höfen: *Bjerketveit, Frøyså, Frikstad, Håvorstad, Hiltveit, Hodne, Ljosland* und *Mölland* gefunden.

Von *Hiltveit* sind kleine, ziemlich gute, nach (100) tafelige Krystalle eingesammelt. Der Orthit von *Frøyså* ist vollständig in einer graugelben Substanz umgewandelt.

Eine systematische Durchforschung nach Orthit ist nicht durchgeführt, weil das Mineral keinen Verkaufswert hat, und deshalb immer auf den Halden geworfen wird.

55. Bei *Femefos* in Hornnes, Sætersdalen, ist Orthit gelegentlich gefunden.
- 56—61. Im Kirchspiel *Evje* in Sætersdalen — nördlich von Iveland — kommt auch Orthit sehr allgemein vor, und ist in Feldspatbrüchen an den folgenden Höfen gefunden: *As, Høgtveit, Landsverk, Lundekleven* und *Lövland*; an dem Hofe *Åvitsland* ist auch Orthit gelegentlich von mir gesammelt.

Von *As* und *Høgtveit* hat P. SCHEI Orthitkrystalle mit Endflächen gesammelt, die doch äußerlich braun und verrostet sind. Die Krystallbruchstücke von *Lövland* sind wenig umgewandelt mit schwarzen und ebenen Flächen.

62. An *Langerak* am See Byglandsfjord in Sætersdalen ist Orthit gefunden.
63. An *Langeland* in *Mandalen* habe ich gelegentlich Orthit zusammen mit Euxenit in einem kleinen Feldspatbruch gesammelt.
64. An *Eigeland* im Kirchspiel Herred bei Fedefjorden, als Fundort ausgezeichneter Gadolinitkrystalle bekannt, ist auch Orthit gefunden.
- 65—67. Auf *Hitterö* bei Flekkefjord kommt auch *Orthit* sehr häufig vor, und ist in vielen Feldspatbrüchen gefunden, z. B. *Rasvåg, Hålandsdal, Urstad* u. s. w. Im allgemeinen sind die Stücke nur „Hitterö“ etikettiert ohne genaue Fundortsangabe.

Die Krystalle zeigen oft ebene Flächen, zuweilen noch etwas spiegelnd. Die beobachteten Formen sind: a, c, i, r, l.

Endflächen sind nicht beobachtet.

Der Orthit von *Hitterö* ist von SCHEERER, ENGSTRÖM und CLEVE analysiert. SCHEERER hat eingehende physikalische Untersuchungen des Minerals ausgeführt. BRÖGGER hat das Mineral optisch untersucht.

68. In einem Feldspatbruch am Hofe *Ollestad* in Hækestad — in der Nähe von Ueland Station an der Bahnstrecke: Flekkefjord—Ekersund habe ich (1906) Orthit zusammen mit Malakon und Monazit gefunden.
69. Eine Stufe mit Orthit in der Sammlung zeigt auf der Etikette „Enighets Kobberverk, Stavanger.“ Es ist fraglich, inwieweit dieser Orthit von einem granitischen Pegmatitgang stammt.

70. *Melkedöla* in der Nähe von *Bygdin* in *Jotunheimen* ist der Fundort, der von KEHHAU 1820 entdeckt wurde. SCHEERER hat das Vorkommen näher untersucht. A. HELLAND hat 1871 ein gutes Material eingesammelt, das jetzt in der Sammlung ist.

Die Stücke zeigen, daß Orthit als rundliche bis wallnußgroße Körner in einem grobkörnigen Granit vorkommt. Dieser Granit durchsetzt als unregelmäßige Gänge den kaledonischen Jotungabro und ist somit von silurischem Alter (paläozoisch).

Im Sommer 1918 hatte ich selbst Gelegenheit die Granitpegmatitgänge in Melkedalen bei Bygdin näher zu studieren und habe an Ort und Stelle ein schönes Material von Orthit gesammelt. Gute Krystalle mit der Kombination a, c, i habe ich als Seltenheit gefunden. Infolge des Gebirgsdruckes sind die meisten Krystalle stark zerquetscht. Zusammen mit Orthit treten Zirkon und ein Euxenitähnliches Mineral auf.

Die übrigen Vorkommnisse des Orthits im südlichen Norwegen, die hier erwähnt sind, sind alle auf granitischen Pegmatitgängen von prekambriem Alter gefunden.

71. Anhangsweise dürfte hier zugefügt werden, daß Orthit auch in dem großen Feldspatbruch auf *Hundholmen* in Ofotenfjord von TH. VOGT gefunden ist.

Krystallographische und physikalische Eigenschaften.

Das Material des Orthits von den Vorkommnissen im südlichen Norwegen bietet, wie auch oben bemerkt, in krystallographischer Hinsicht sehr wenig von Interesse. Gute Krystalle mit meßbaren Flächen kommen überhaupt nicht vor. Endflächen sind sehr selten.

Die Krystalle zeigen durchgehends einen ziemlich konstanten Typus mit wenigen und allerdings kleinen Abweichungen. Die Krystalle sind immer nach der b-Achse stengelig ausgezogen. Die Hauptflächen der Zone [010] sind a (100) und c (001). Diese sind häufig gleichmäßig entwickelt, wodurch die Krystalle eine isometrisch prismatische Gestalt erhalten. Die Krystalle sind doch auch häufig tafelig, teils a (100) und teils nach c (001), entwickelt.

Die beobachteten Formen sind:

a {100}, c {001}, i { $\bar{1}02$ }, r { $\bar{1}01$ }, l { $\bar{2}01$ }, o {111} und n { $\bar{1}11$ }.

Andere Formen kommen wahrscheinlich auch vor, aber sind nicht mit hinreichender Sicherheit identifiziert.

Das spezifische Gewicht der norwegischen Orthite zeigt schwankende Werte, je nach dem Wassergehalt und dem Stadium der Umwandlung.

Die metamikte Umlagerung und die Aufnahme von Wasser bewirken eine Abnahme des spez. Gewichtes. Das spez. Gewicht steht auch in Relation zu der chemischen Zusammensetzung, die innerhalb gewisser Grenzen ziemlich große Schwankungen zeigt. Die Dichte ist hoch, wenn die Gehalte von Ce_2O_3 und Fe_2O_3 hoch sind, und umgekehrt niedrig, wenn Al_2O_3 hoch ist.

Es werden hier einige Beispiele der Bestimmungen des spez. Gewichtes des Orthits von südlichen Norwegen nach der Litteratur angeführt.

		G
SCHEERER,	Lofthus, Snarum	3,79
—	Filefjeld	3,65
—	Jotunfjeld	3,54
—	Hitterö I	3,50
—	Hitterö II	3,37
N. ENGSTRÖM	Hitterö	3,52
—	Næskilen	3,33
—	Alve	3,39
—	Blakstadbro	3,28
—	Kragerö	3,57
P. T. CLEVE	Buö	3,465
SCHETELIG	Ranvik, Risör	3,45

Weil der Orthit von Lofthus, Snarum, nach SCHEERER schwer durch Säuren angreifbar ist, dürfte dieser Orthit nur ganz wenig umgewandelt sein; die hohe Dichte zeigt dasselbe.

Die Steigerung der Dichte des Orthits nach Glühen wurde, wie schon oben bemerkt, von SCHEERER entdeckt.

		Vor Glühen	Nach Glühen.
SCHEERER:	Filefjeld	3,65	3,94
—	Jotunfjeld	3,54	3,76
—	Hitterö	3,50	3,6

Die größere Widerstandsfähigkeit des geglühten Orthits gegen Säuren ist auch zuerst von SCHEERER beobachtet.

Bei Erhitzen zeigen einige Orthite das bekannte Phänomen des *Ver-glimmens*.

Andere Orthite blähen sich stark blumenkohlartig auf und hinterlassen eine grauweiße, bimsteinartige Schlacke. Der Orthit von Ranvik bei Risör z. B. zeigt ein außerordentlich starkes Aufblähen. Die Ursache ist Ent-

weichen von Wasserdampf und anderen flüchtigen Substanzen (Gase, Kohlenwasserstoffe, Bergpech).

Die metamikte Umlagerung der Orthite, die in Isotropie der Orthitsubstanz gekennzeichnet ist, ist von BRÖGGER¹ studiert. In Dünnschliffen können alle Stadien zwischen anisotropem Orthit mit lebhaften Interferenzfarben und dem völlig isotropen beobachtet werden. Die Umwandlung folgt dem zonaren Aufbau der Krystalle. Die metamikte Umlagerung ist, wie oben unter Gadolinit hervorgehoben, ohne Zweifel durch die α -Strahlung der enthaltenden radioaktiven Elemente verursacht. Die meisten Orthite der granitischen Pegmatitgänge enthalten ThO_2 ; die Menge schwankt zwischen 0,9^{0/0} bis 2,5^{0/0} ThO_2 .

Die Radioaktivität des Orthits von zwei norwegischen Vorkommnissen ist von V. M. GOLDSCHMIDT² gemessen:

	R_{min}	% ThO_2	Analyse
Flekkefjord ³	0,029	1,41	Hitterö: 0,87 — 0,95 ^{0/0} ThO_2
Avitsland	0,029	1,41	

Die Farbe des Orthits ist gewöhnlich pechschwarz. Nicht selten ist doch die Farbe dunkelgrün oder dunkelbraun. Die rein schwarzen Orthite sind häufig von einer Rinde rotbrauner oder graubrauner Substanz umgeben. Die Farbenänderung hängt mit Umwandlung chemischer Art zusammen, vor allem Oxydation des Eisenoxyduls. Nach BRÖGGER ist der isotrope Orthit im allgemeinen grün gefärbt, der anisotrope Orthit dagegen braun.

Der Glanz ist häufig lebhafter, etwas fettartiger Glasglanz; Bruch ist muschelrig. Häufig ist doch die Orthitsubstanz ganz matt und der Bruch dann uneben.

Die Lichtbrechung des Orthits ist hoch. Es liegen doch sehr wenige Bestimmungen der Lichtbrechungsindices der norwegischen Orthite vor. Nach MICHEL-LEVY und LACROIX⁴ ist $\beta = 1,682$ für Orthit von Næskilen.

In jüngster Zeit aber hat N. ZENZÉN⁵ eine Reihe von Bestimmungen der Lichtbrechungsindices des Orthits von verschiedenen norwegischen und schwedischen Vorkommnissen ausgeführt und die Relationen zwischen Lichtbrechung und Dichte graphisch zusammengestellt. Die Resultate ZENZÉNS betreffs der norwegischen Orthite habe ich hier tabellarisch angeführt.

Das Hauptresultat der Untersuchungen ist die gesetzmäßige Abnahme des Lichtbrechungsvermögens mit abnehmender Dichte.

¹ Z. f. Kr. 16 S. 100.

² L. c.

³ Wahrscheinlich Hitterö.

⁴ Minereaux des Roches. Paris 1888 S. 185.

⁵ Bull. Geol. of the Geol. Instit. of Upsala Vol. XV S. 61—96.

Tabelle über Dichte und Lichtbrechung norwegischer Orthite nach N. Zenzén.

Fundort	Dichte	Mittl. Brechungsindex
Hitterö	3,507	1,70
—	3,42	1,69
Alve, Arendal	3,49	1,68
Næskilen Arendal	3,427	1,68
Arendal	3,39	1,68
Blakstadbros, Froland.....	3,346	1,68
Voge, Moland	3,33	1,68
Snarum	3,23	1,65
Kragerö	3,19	1,64

Die frischesten Orthite zeigen eine ziemlich starke Doppelbrechung. Die hervorschreitende Umwandlung ist von einer Abnahme der Stärke der Doppelbrechung begleitet und die metamikt umgelagerten Orthite sind völlig isotrop.

Die optische Orientierung ist nach BRÖGGER¹ und V. M. GOLDSCHMIDT² für Orthite der granitischen Pegmatitgängen die folgende: Achsenebene liegt symmetrisch, $b = \beta$. a liegt im spitzen Winkel β , und also hinten geneigt.

Die Orthitkrystalle zeigen im allgemeinen einen ausgeprägten Schalenbau mit stufenweise abnehmender Auslöschungsschiefe von dem inneren Kern bis zu der äußeren Hülle. Die Grenzen zwischen den verschiedenen Hüllen sind oft unregelmäßig.

BRÖGGER hat in Dünnschliffen // {010} einige Krystalle von Arendal und Hitterö optisch untersucht und folgende Werte der Auslöschungsschiefe gefunden:

$c : a$ maximale Werte : $40^{\circ} - 44^{\circ}$
 mittlere Werte : $34^{\circ} - 37^{\circ}$
 niedrigere Werte : $22^{\circ} - 29^{\circ}$

Z. B. wurden im Dünnschliff // {010} eines Krystalle von Arendal mit schönem Schalenbau folgende Werte der Auslöschungsschiefe ermittelt:

Arendal $c : a$ Kern $40^{\circ},5$
 Hülle $29^{\circ},5$
 Epidotrand $4^{\circ} - 6^{\circ}$

Ganz übereinstimmende Werte hat V. M. GOLDSCHMIDT für Orthit von Froland gefunden:

¹ L. c.
² L. c.

<i>Froland</i> $c : a$ Kern	41,7
Hülle	23
Epidotrand	2,5

Weiter für Orthit von Arendal:

$c : \alpha$ Kern	37
Hülle	35

V. M. GOLDSCHMIDT hat zuerst hervorgehoben, daß die optischen Eigenschaften des ganz frischen Orthits durch das Mischungsverhältnis von den drei Komponenten *Klinozoisit*, *Epidot*, und *Orthit* bestimmt ist. Nur der Kern der zonargebauten Orthite besteht überwiegend aus dem Orthitsilikat; die verschiedenen Hüllen zeigen einen zunehmenden Gehalt an Klinozoisit und Epidot. Diese Übergangsglieder hat V. M. GOLDSCHMIDT als *Epidotorthit* bezeichnet. Die äußere Rinde besteht oft aus ziemlich reinem Epidot.

Die Änderungen in den optischen Eigenschaften, die durch die metamikte Umlagerung des Atombaus in Verbindung mit Wasseraufnahme hergebracht sind und deren Endresultat die vollkommene Isotropie der Orthitsubstanz ist, sind schon oben erwähnt.

Der optische Charakter des Orthits scheint negativ zu sein.

Achsenwinkelmessungen an Orthit von granitischen Pegmatitgängen im südlichen Norwegen sind nicht ausgeführt.

A. SJÖGREN¹ hat mehrere norwegische Orthite optisch untersucht; er hat aber nur Bemerkungen, inwieweit der untersuchte Orthit isotrop oder anisotrop war, gemacht.

Die chemische Zusammensetzung der norwegischen Orthite ist durch die Analysen von TH. SCHEERER, N. ENGSTRÖM und P. T. CLEVE ziemlich gut bekannt. Neue Analysen für diese Zusammenstellung sind nicht ausgeführt.

¹ Geol. För. Förh. 3 1877, S. 238.

ANHANG

ERGÄNZUNGEN ZU BAND I

NIOBATE, TANTALATE, TITANATE UND TITANO-NIOBATE

VON

JAKOB SCHEDELIG

(MIT 2 TEXTFIGUREN)

In den Jahren, die verfließen sind, seitdem W. C. BRÖGGER den ersten Band dieser Publikationsserie über die Mineralien der südnorwegischen Granitpegmatitgänge im Jahre 1906 herausgegeben hat, wurde eine Reihe neuer Fundorte von den in dem genannten Bande beschriebenen Mineralien entdeckt, und das Mineralogische Museum in Kristiania hat von diesen Fundorten z. T. ziemlich reichliches Material, das in vielen Hinsichten etwas von Interesse bietet, erhalten.

Es schien mir deshalb zweckmäßig bei dieser Gelegenheit ein Verzeichnis der neuentdeckten Fundorte dieser Mineralien nebst einigen Bemerkungen über das Material, das noch nicht beschrieben ist, dem Band II als Anhang mitzugeben.

Die Mehrzahl der neuen Fundorte ist im Kirchspiel *Iveland* in Sætersdalen beliegend. Dank einer aufopferungsvollen und interessierten Arbeit von seiten des Herrn O. THORTVEIT, der einen intensiven und systematischen Versuchsbetrieb nach Feldspat in Iveland angestellt hat und darunter alles, was von seltenen Mineralien zu Tage gebracht wurde, genau aufgepaßt hat, wurden die meisten Fundorte in Iveland entdeckt. Sein reges Interesse für die mineralogische Forschung hat O. THORTVEIT am schönsten dadurch gezeigt, daß er eine Prachtkollektion der besten Stufen und Krystalle der Mineralien von den Pegmatitgängen in Iveland dem Mineralogischen Museum in Kristiania geschenkt hat.

1. Fergusonit; Haidinger.

Die neu entdeckten Fundorte liegen alle im Kirchspiel *Iveland*, Sætersdalen.

Ivedal. Der Fergusonit kommt hier mit einem Alvitmineral (sog. Högtveitit), das in faustgroßen Massen, die äußerlich stark zersetzt sind, auftritt. Gute Krystalle von Gadolinit sind an demselben Gang gefunden.

Mölland. In einem der zahlreichen Feldspatschürfe am Hof Mölland sind schöne Krystalle von Fergusonit gefunden, die mit demselben Typus als die Krystalle von Högtveit, Evje, entwickelt sind. Die Gänge am Hof Mölland haben hauptsächlich Euxenit und Monazit geliefert.

Lien Feldspatgrube gehört Herrn HERM. JENSEN, Risör. Fergusonit kommt ziemlich reichlich vor und wurde versuchsweise durch Aufbereitung für industrielle Zwecke gewonnen.

Ljosland. In einem Feldspatbruch in Ljoslandsheia sind als Seltenheit einige Krystalle von Fergusonit gefunden. Die gewöhnlich auftretenden 4 Mineralien sind Euxenit, Monazit, Orthit und Apatit.

Rosås. Fergusonit tritt spärlich auf, mit einem rötlichbraunen Alvitmineral (sog. Högtveitit), das reichlich einen oberflächlichen Anflug von Tengerit zeigt.

Fergusonit ist außerdem in dem großen Feldspatbruch auf Hundholmen in Ofotenfjord von TH. VOGT¹ gefunden.

2. Risörit; O. HAUSER.

Im Jahre 1908 wurde von Dr. OTTO HAUSER², Charlottenburg, ein fergusonitähnliches Mineral aus der Gegend von Risör analysiert, und unter Namen „*Risörit*“ als eine neue Mineralspezies einregistriert, weil die Analyse erhebliche Unterschiede von den bekannten Fergusonitanalysen zeigte. Die chemische Zusammensetzung deutet nach HAUSER an, daß Risörit ein Zwischenglied zwischen Fergusonit (ohne TiO_2) und Euxenit (mit wenig TiO_2) repräsentieren möchte.

Das Mineralogische Museum in Kristiania hat mehrere Stufen von Risörit erhalten. Der genaue Fundort des Minerals ist *Gryting* im Kirchspiel Gjerrestad nahe bei Risör, wo ein kleiner Feldspatbruch getrieben wurde. Das Mineral von Gryting krystallisiert tetragonal als Fergusonit und hat übrigens alle für den Fergusonit charakteristischen Eigenschaften. Zum Teil ist doch die Farbe nicht schwarz, sondern braun bis gelblichbraun. Die helle Farbe ist wahrscheinlich von lichtgefärbten Zersetzungsprodukten, die die zahlreichen Sprünge erfüllen, hervorgerufen. Das von HAUSER analysierte Material war auch gelblichbraun gefärbt, und zeigte sich unter dem Mikroskop hellbraun, durchsichtig und vollkommen isotrop mit kleinen doppelbrechenden Einschlüssen und mit einer ockerigen Masse auf Rissen.

Nach HAUSER ist Bruch muschelrig, Härte 5–6, das spezifische Gewicht des amorphen Risörits 4,179, steigend zu 4,678 nach Glühen.

Indem ich hier die Analyse des Risörits nach HAUSER anführe, werde ich durch eine Berechnung derselben und durch Vergleich mit Analysen des Fergusonits und anderer Niobo-Titanate die Existenzberechtigung des Risörits als selbständige Mineralspezies diskutieren.

¹ Siehe Th. Vogt: Thalenit.

² Z. f. Anorg. Chem. 60 S. 230, 1908.

Risörit, Gryting, Gjerrestad bei Risör.
Analyse von. Dr. OTTO HAUSER, Charlottenburg.

	0,0	Quotientzahlen.	
Nb ₂ O ₅	36,21	0,1351	} 0,1441
Ta ₂ O ₅	4,00	0,0090	
TiO ₂	6,00	0,0749	} 0,0750
SnO ₂	0,01	0,0001	
ThO ₂	Spur	—	
UO ₂	0,10	0,0004	0,0004
Al ₂ O ₃	0,81	0,0079	} 0,1637
Ce ₂ O ₃	2,88 (328)	0,0088	
Y ₂ O ₃	36,28 (260)	0,1395	
Fe ₂ O ₃	1,20	0,0075	
FeO	2,61	0,0363	} 0,0717
CaO	1,93	0,0345	
PbO	0,20	0,0009	
CO ₂	0,23		
N,He etc.	0,90		
H ₂ O	7,11		
	<hr/>		
	100,47		

Unter Vernachlässigung von CO₂, H₂O und Gasen läßt sich die Analyse in folgender Weise berechnen:

R ^{III} ₂ O ₃	0,1441	2 R ^{III} ₂ O ₃	0,0196
Nb ₂ O ₅	<u>0,1441</u>	3 TiO ₂	<u>0,0284</u>
R ^{III} NbO ₄	0,2882	R ^{III} ₄ (TiO ₄) ₃	0,0480
UO ₂	0,0004	2 R ^{II} O	0,0717
TiO ₂	<u>0,0004</u>	TiO ₂	<u>0,0359</u>
UTiO ₄	0,0008	R ^{II} ₂ TiO ₄	0,1076

Nach dieser Berechnung bleibt ein Rest von 0,0103 entsprechend 0,82⁰/₀ TiO₂ übrig. Bemerkenswert ist, daß das Verhältnis:

$$(Nb, Ta)_2O_5 : TiO_2 = 0,1441 : 0,750$$

ziemlich nahe 2 : 1 ist.

Der Risörit ist auffallend arm an ThO₂ und UO₂; die Fergusonite enthalten gewöhnlich 5—8⁰/₀ ThO₂ + UO₂. Am meisten auffallend ist der hohe Gehalt an Titansäure (TiO₂ = 6⁰/₀), während die Fergusonite im allgemeinen keine Titansäure und überhaupt sehr kleine Quantitäten der Dioxide: SiO₂ und SnO₂ aufweisen können. Doch enthält der Fergusonit

von Berg in Rade nach der Analyse von BLOMSTRAND¹ 1,44⁰ SiO₂ und 0,98⁰ SnO₂ und nach der Berechnung von BRÖGGER ist für diesen Fergusonit das Verhältnis: Nb₂O₅ : (SiO₂ + SnO₂) = 6 : 1, während für Risörit das Verhältnis: Nb₂O₅ : TiO₂ nahe 2 : 1 ist.

Aus der Berechnung der Analyse des Risörits geht hervor, daß dieses Mineral sich ungezwungen als eine Mischung von Ortoniobate und Ortotitanate auffassen läßt. *Risörit ist somit ein fergusonitähnliches Mineral, in welchem etwa die Hälfte der Ortoniobsäure (und Ortotantalsäure) durch Ortotitansäure ersetzt ist.* Die Behauptung von HAUSER, daß Risörit eine selbständige Mineralspezies ist, dürfte deshalb berechtigt sein. Risörit steht zu Fergusonit in demselben Verhältnis wie Priorit zu Blomstrandin. In der Blomstrandreihe wird Metaniobsäure durch Metatitansäure in verschiedenen Verhältnissen ersetzt.

3. Bemerkungen über den sogenannten Högtveitit.

In Mineralofferten von Dr. L. EGER in Wien haben wir den Namen *Högtveitit* bemerkt, ohne daß es möglich gewesen wäre etwas genaueres in der Litteratur über diese mutmaßlich neue Mineralspezies zu finden.

Högtveit ist ein Hof im Kirchspiel Evje in Sætersdalen, und in einem Feldspatbruch an diesem Hofe ist Fergusonit sehr reichlich und in schönen Krystallen gefunden. (Siehe B. I. S. 33). Zusammen mit dem Fergusonit kommt ein Mineral der Alvitreihe (Cyrtolith) von brauner bis gelbbrauner Farbe in bis faustgroßen Massen, die von Fergusonitstengeln durchwachsen sind, vor.

Das Mineral krystallisiert tetragonal mit Xenotimhabitus, (111) ist vorherrschend. Im Dünnschliff zeigt es starke Doppelbrechung mit opt. + Charakter. Die Radioaktivität des Minerals ist nach der Methode von V. M. GOLDSCHMIDT gemessen: $R_{\text{Min}} = 0,15$ ($U_3O_8 = 1,0$). Das Mineral enthält somit etwa 7⁰/₁₀ Th.

Mineralstufen mit Fergusonit von Högtveit, Evje, sind in ziemlicher Menge durch Verkauf nach verschiedenen Stellen gekommen, und mit dem Fergusonit gewiß auch das Alvitmineral.

Meiner Meinung nach ist *der sogenannte Högtveitit des Herrn Dr. L. EGER Wien, nichts anderes als das Alvitmineral von Högtveit.*

In einem späteren Band dieser Publikationsserie werden die Mineralien der Alvitreihe (Cyrtolith etc.) im Zusammenhang mit Zirkon, Xenotim und Thorit ausführlich besprochen. Bei dieser Gelegenheit soll nur bemerkt werden, daß die Paragenesis: Fergusonit — Alvit (vom Högtveit-typus) ziemlich allgemein verbreitet zu sein scheint. Nach Beobachtungen am Material im Mineralogischen Museum kommt Fergusonit von folgenden Fundorten mit Alvit zusammen vor: Högtveit in Evje; Ivedal und Rosås in Iveland; Buö bei Arendal; Berg in Raade und Gryting in Gjerrestad.

¹ B. I. S. 36.

4. Ilmenorutil; v. KOKSCHAROW.

Über einige seit 1906 entdeckten Fundorte von Ilmenorutil habe ich kürzlich im Jahre 1913 berichtet¹. Später sind noch einige neue Fundorte in Iveland hinzugekommen.

Außer den von BRÖGGER 1906 erwähnten Fundorten kennen wir jetzt den Ilmenorutil von den folgenden südnorwegischen Pegmatitgängen:

Ramskjær in Söndeled. Der Ilmenorutil, der in Quarz eingewachsen vorkommt, ist stahlgrau und zeigt die für Rutil gewöhnliche Kombination: a , m , l , s , und auch e . Ein Durchkreuzungszwilling nach e ist beobachtet. Bemerkenswert ist die Paragenesis: Ilmenorutil-Columbit.

Tromøen bei Arendal. Herr Oberlehrer E. SULENG in Arendal hat dem Mineralogischen Museum eine Stufe mit einem Krystallbruchstück von Ilmenorutil von diesem Fundort geschenkt.

Die Mehrzahl der neuen Vorkommnisse liegt im Kirchspiel *Iveland Sætersdalen*. Sichere Fundorte sind Feldspatbrüche an den Höfen *Tveit*, *Ljosland*, *Håvorstad* und *Eptevand*. Etwas fraglich ist ein Feldspatbruch am Hofe *Thortveit*.

Ilmenorutil kommt ziemlich allgemein mit Columbit zusammen vor, z. B. bei *Eptevand*, *Håvorstad* und *Tveit*. An einer Stufe von *Tveit* ist Parallelverwachsung von Ilmenorutil mit Columbit beobachtet. Ilmenorutil scheint ein stetiger Begleiter des Thortveitits zu sein. Am Fundort *Ljoslandsknipan* kommt Ilmenorutil in faustgroßen rauhen Krystallen zusammen mit Thortveitit vor. Auch von den Thortveititfundorten in Evje: *Landsverk* und *Ummeland* ist Ilmenorutil bekannt.

Die schönsten Krystalle stammen von *Håvorstad*. Die kleinen von diesen wurden von mir gemessen und folgende mittleren Winkelwerte erhalten:

		Gem.	Ber.
$s : a$	III : 100	$61^{\circ} 37' \frac{1}{2}$	$61^{\circ} 33'$
$s : s'$	III : IĪI	$56^{\circ} 54'$	—
$e : e''$	IOI : IŌI	$65^{\circ} 30'$	$65^{\circ} 37'$

Aus dem Winkelwert $s : s' = 56^{\circ} 54'$ wurde das Achsenverhältnis berechnet:

$$a : c = 1 : 0,6447.$$

Dieses Achsenverhältnis ist nur als approximativ zu betrachten, aber die Abweichung von dem richtigen Wert dürfte doch nicht groß sein. Jedenfalls liegt das Achsenverhältnis des Ilmenorutils sehr nahe dem des Rutils.

¹ J. Schetelig, Mineralog. Studien I. Ilmenorutil. Norsk Geol. Tidsskr. B. II No. 9, S. 10.

5. Columbit; JAMESON und Samarskit; H. ROSE.

Im Jahre 1906 war Columbit nur von einem Feldspatbruch in Iveland bekannt. O. THORTVEIT hat seitdem mehrere neuen Fundorte dieses Minerals in Iveland entdeckt: *Tveit II, Havorstad, Kabuland, Klep, Landäs* und *Rosäs*. Außerdem ist Columbit auch in dem großen Feldspatbruch bei *Spro, Nesodden*, etwa 20 km. von Kristiania gefunden.

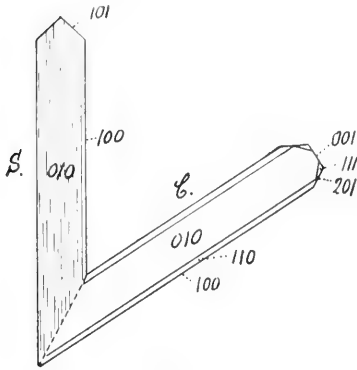


Fig. 1.

In einem Feldspatbruch am Hofe *Tveit II* kommt Columbit sehr reichlich und zum Teil in gut ausgebildeten Krystallen vor. Gewöhnlich tritt Columbit von diesem Fundort in Parallelverwachsung mit Samarskit auf, ganz gleich den bekannten Parallelverwachsungen der genannten Mineralien von verschiedenen Fundorten in Smaalenene (Östfold), früher als *Annerödit* bezeichnet. (Siehe B. I. S. 148).

Unter dem Material von *Tveit II*, das O. THORTVEIT dem Mineralogischen Museum geschenkt hat, kam auch eine ungewöhnliche Verwachsung von Columbit und Samarskit vor, indem, wie nebenstehende Figur zeigt, die Verwachsung nach der bei Columbit gewöhnlichen Zwillingsenebene $\{201\}$ geschehen war (Fig. 1).

6. Euxenit; SCHEERER.

Euxenit ist einer der gewöhnlichsten akzessorischen Mineralien auf den Pegmatitgängen in Iveland. Im Jahre 1906 waren nur drei Fundorte bekannt. Jetzt kennen wir dank dem Herrn THORTVEIT eine ganze Reihe.

Außerhalb *Mölland, Kabuland* und *Tveit I*¹, welche von BRÜGGER erwähnt sind, ist Euxenit jetzt auch an *Ljosland, Birketveit, Ertveit* und *Landäs* gefunden.

Die Namen beziehen sich immer auf Höfe, und am meisten sind an jedem Hof im „Heia“ (Wald- und Gebirgsfeld des Hofes) mehrere Feldspatbrüche aufgeschlossen, z. B. an *Ljosland* 4—5 verschiedene Feldspatbrüche; desgleichen an *Havorstad, Eptevand* und *Frikstad*. An *Ljosland* ist Euxenit in allen Feldspatbrüchen gefunden.

Die größten Krystalle sind an *Mölland* und *Ljosland* gefunden.

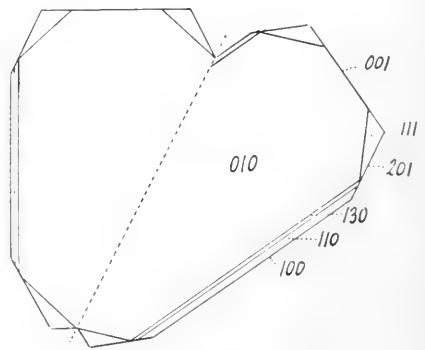


Fig. 2.

¹ Zum Unterschied von *Tveit II*, der Fundort des Columbits und des Samarskits.

Die schönsten Krystalle stammen von *Tveit* I und sind dem Mineralogischen Museum von Herrn O. THORTVEIT geschenkt. Unter dem Material von *Tveit* befindet sich ein sehr gut ausgebildeter Kontaktzwilling nach {201}. (Fig. 2). Dieser Zwillingskrystall ist dicktafelig nach {010}. Die Kombination ist: {010}, {100}, {001}, {110}, {130}, {201}, {111}, {101}.

Weiter ist zu erwähnen, daß Euxenit ziemlich reichlich in dem großen Feldspatbruch bei *Spro* am Nesodden gefunden ist.

Zuletzt dürfte auch erwähnt werden, daß Euxenit auch an Hundholmen, Ofotenfjord, von TH. VOGT gefunden wurde.

7. *Priorit*; W. C. BRÖGGER.

Unter Fundorten des Blomstrandins hat BRÖGGER im Band I S. 107 *Frikstad* in Iveland angeführt, wovon damals nur zwei Krystalle bekannt waren. Einen Krystall hatte ich selbst in einem Feldspatbruch am „Östre *Frikstad*“ gefunden. Später hat das Mineralogische Museum durch Vermittlung des Herrn O. THORTVEIT ein großes und ausgezeichnetes Material von anscheinend demselben Blomstrandinmineral von *Frikstad* erworben. Dieses Material war nach den Angaben THORTVEIT's in einem Feldspatbruch am „Vestre *Frikstad*“ gefunden.

Auf Veranlassung von W. C. BRÖGGER unternahm der später gestorbene Dr. O. HAUSER, Charlottenburg, eine Analyse dieses Minerals. In einem Briefe vom 17. Februar 1911 hat Dr. HAUSER das Resultat der Analyse, die gemeinsam mit Herrn H. HERZFELD ausgeführt war, BRÖGGER mitgeteilt. Für diese Zusammenstellung hat BRÖGGER mir in liebenswürdiger Weise die Analyse, die unten angeführt ist, überlassen.

Nach der chemischen Zusammensetzung ist das Mineral von „Vestre *Frikstad*“ *Priorit* und nicht Blomstrandin. Übrigens sind die Krystalle von *Frikstad* ganz gleich den Krystallen des Blomstrandins von Hitterö, teils tafelig nach {001}, teils nach der *a*-Achse ausgezogen mit {001} und {010} in Gleichgewicht. Die gewöhnliche Kombination ist: {010}, {001}, {130} und {110}; selten treten {101} und {021} hinzu; sehr selten ist {111}. (B. I Tab. IV, Fig. 1, 2 und 4).

Für die Analyse wurde ausgesucht reines Material Dr. HAUSER zur Verfügung gestellt. Zum Vergleich ist die Analyse des *Priorits* von Zwaziland beigefügt.

Betreffs der Analyse hat Dr. HAUSER in seinem Briefe bemerkt: „Das Uran ist als UO_2 berechnet und nicht als solcher bestimmt. Die Tantalsäure ließ sich nicht mit der kleinen Menge abscheiden; der Gehalt davon ist aber recht klein, wie aus dem spez. Gewicht der Niobsäure hervorgeht.“

Es geht aus den beiden angeführten Analysen hervor, daß das Mineral von *Frikstad* sehr nahe mit dem *Priorit* von Swaziland übereinstimmt. Speziell wichtig ist, daß das Verhältnis $Nb_2O_5 : TiO_2$ gleich ist in den beiden Fällen.

<i>Priorit</i> Frikstad, Iveland. Dr. Otto Hauser. 1910.		Quotientzahlen	<i>Priorit</i> Swaziland G. T. Prior
00			00
Nb ₂ O ₅	35,51	0,1325	36,68
TiO ₂	21,95	0,2740	21,89
SnO ₂	Spur	--	0,29
SiO ₂	0,71	0,0118	2,12
ZrO ₂	2,62	0,0214	
UO ₂	1,75	0,0064	0,49
UO ₃	-	-	2,14
ThO ₃	2,48	0,0094	0,61
Y ₂ O ₃	21,21 (272)	0,0780	17,11
Ce ₂ O ₃	3,71 (329)	0,0113	4,32
Al ₂ O ₃	0,78	0,0076	
FeO	2,61	0,0363	5,63
MnO	—	—	0,19
MgO	0,23	0,0058	0,22
PbO	0,42	0,0019	
CaO	1,94	0,0346	4,12
Glühv.	3,77		H ₂ O 3,69
	<hr/>		<hr/>
	99,69		99,50

Eine Berechnung der Analyse des Priorits von Frikstad läßt sich in folgender Weise durchführen. Meine Berechnung weicht insoweit von der Berechnung der Analysen des Blomstrandins, die von BRÖGGER (Band I S. 101) ausgeführt ist, ab, als ich ZrO₂ mit ThO₂ und UO₂ zusammengerechnet habe, während BRÖGGER ZrO₂ zu TiO₂ und SiO₂ hingeführt hat.

R ^{II} O	0,0785	R ^{IV} O ₂	0,0372
Nb ₂ O ₅	<u>0,0785</u>	Nb ₂ O ₅	<u>0,0372</u>
R ^{II} (NbO ₃) ₂	0,1570	(R ^{IV})(NbO ₃) ₂	0,0744
R ^{III} ₂ O ₃	0,0056	R ^{III} ₂ O ₃	0,0913
3(Nb ₂ O ₅)	<u>0,0168</u>	3 TiO ₂	<u>0,2739</u>
R ^{III} ₂ (Nb ₂ O ₃) ₃	0,0224	R ^{III} ₂ (TiO ₃) ₃	0,3652

Die Berechnung stimmt ziemlich genau, es bleibt nur übrig ein Rest von 0,71⁰/₀ SiO₂ (oder TiO₂). Die Möglichkeit, daß diese kleine Menge SiO₂ vielleicht von etwas beigemengtem Quarz herkommen dürfte, ist nicht ausgeschlossen.

Erklärung der Tafeln X—XV.

Tafel X.

Thortveitit von Ljosland. Photographische Aufnahmen von Krystallen und Krystallgruppen.

Fig. 1. Bruchstück des größten Krystalls mit dem Zwillingwinkel $mmm = 32^{\circ} \frac{3}{4}$ vorn ersichtlich. Maßstab $\frac{2}{3}$.

Fig. 2. Große Krystallgruppe in Pegmatit (Feldspat und Quarz), eingewachsen. Maßstab $\frac{2}{3}$.

Fig. 3. Bruchstück eines großen Krystalls von mehreren Zwillingseindividen kompliziert aufgebaut. Maßstab $\frac{1}{1}$.

Fig. 4. Krystallbruchstück, dunkelgrün und durchscheinenden. Die *c*-Achse liegt horizontal. Zwillingwinkel vorn. Maßstab $\frac{1}{1}$.

Tafel XI.

Thortveitit von Ljosland. Photographische Aufnahmen von Krystallen.

Fig. 1. Krystall in Pegmatit mit den Formen $m\{110\}$ und $c\{001\}$. Maßstab. $\frac{1}{1}$.

Fig. 2. Ein großer Krystall im Querschnitt. Der Prismenwinkel $mm = 73^{\circ} \frac{1}{2}$ und der Zwillingwinkel $mmm = 32^{\circ} \frac{3}{4}$ sind erkennbar. Maßstab. $\frac{1}{1}$.

Fig. 3. In Quarz eingewachsener Krystall, der das allmähliche Zuspitzen zeigt. Maßstab. $\frac{1}{1}$.

Fig. 4. Krystall in Quarz eingewachsen, vollkommen frisch und durchscheinend mit tiefgrüner Farbe. Maßstab. $\frac{1}{1}$.

Tafel XII.

Thortveitit von Ljosland. Photographische Aufnahmen von Krystallen.

Fig. 1—5. Verschiedene Zwillingseinkristalle, z. T. auch mit subparallelen Individuengruppen. Maßstab. $\frac{1}{1}$.

Tafel XIII.

Thortveitit von Ljosland.

Fig. 1. Etwas schematisierte Zeichnung eines Dünnschliffs \perp der *c*-Achse von einem Zwillingseinkristall, der von 5 Individuen, polysynthetisch nach $m\{110\}$ verzwillingt, aufgebaut ist. Die Positionen der 5 Achsenebenen sind eingetragen. Etwa 10 Mal vergrößert. Nicolls +.

Fig. 2. Photographische Aufnahme desselben Dünnschliffs. Orientierende Linien sind eingetragen. 2 Mal vergr.

Fig. 3. Schematische Darstellung von den Positionen der Achsenebenen in den 5 polysynthetisch verzwilligten Individuen der Fig. 1.

Tafel XIV.

Gadolinit. Photographische Aufnahmen von Krystallen und Krystallgruppen.
Fig. 1. Krystal von Eigeland, von P. WALLGE gesammelt. Maßstab. $\frac{1}{1}$.
Fig. 2. Krystallstock von Birkeland, Iveland. Maßstab. $\frac{1}{1}$.

Tafel XV.

Gadolinit.
Fig. 1. Krystallstock von Birkeland, Iveland. Maßstab. $\frac{2}{3}$.
Fig. 2. Krystall von Hitterö. m $\{110\}$, o $\{\bar{1}11\}$ und c $\{001\}$. Maßstab. $\frac{2}{3}$.
Fig. 3. Krystall von Birkeland, mit beiden Enden entwickelt und in Pegmatit eingewachsen. Maßstab. $\frac{3}{4}$.

INHALT.

	Seite
Thortveitit; SCHETELIG (Einleitung)	51
Entdeckung und Vorkommen	56
Krystallographische Untersuchungen	62
Physikalische Eigenschaften	68
Optische Untersuchungen	70
Chemische Zusammensetzung	72
Berechnung der Analysen	78
Spektrographische Untersuchungen von G. EBERHARD	83
Verwandtschaftsbeziehungen des Thortveitits	85
Gadolinit; KLAPROTH	88
Vorkommisse von Gadolinit in Norwegen	89
Krystallographische Eigenschaften	103
Physikalische Eigenschaften	106
Optische Eigenschaften	112
Chemische Zusammensetzung	114
Das Verhältnis zwischen Yttererden und Ceritoxiden im Gadolinit	121
Kainosit; A. E. NORDENSKIÖLD	124
Orthit; BERZELIUS	128
Vorkommisse von Orthit in Norwegen	130
Krystallographische und physikalische Eigenschaften	134
Anhang: Ergänzungen zu Band I	138
1. Fergusonit	141
2. Risörit	142
3. Bemerkungen über den sogenannten Högtveitit	144
4. Ilmenorutil	145
5. Columbit und Samarskit	146
6. Euxenit	146
7. Priorit	147
Erklärung der Tafeln X—XV	149

Gedruckt 11. Juli 1922.



Fig. 1.



Fig. 2.

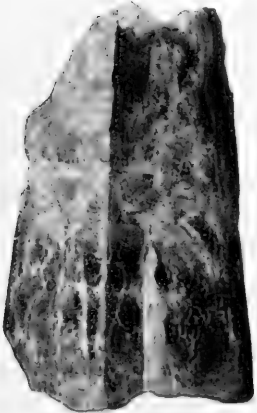


Fig. 3.



Fig. 4.

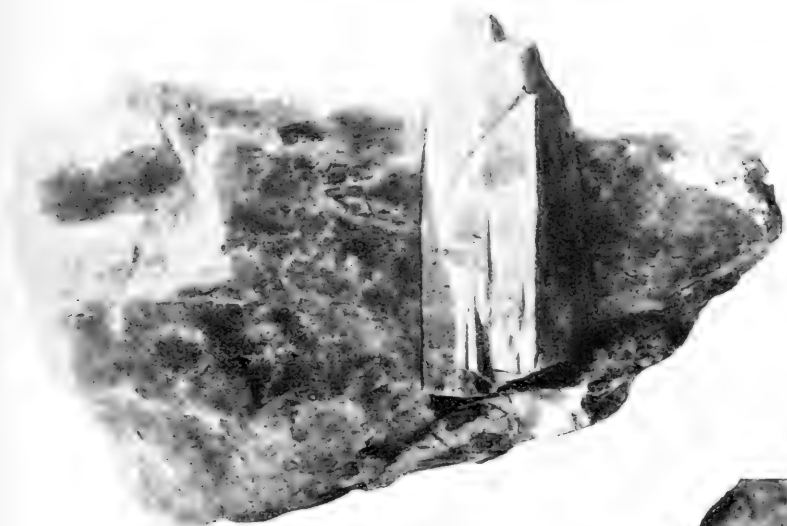


Fig. 1.

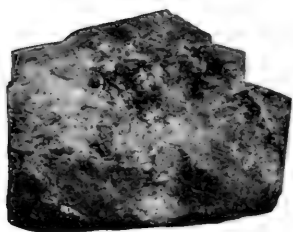


Fig. 2.



Fig. 3.

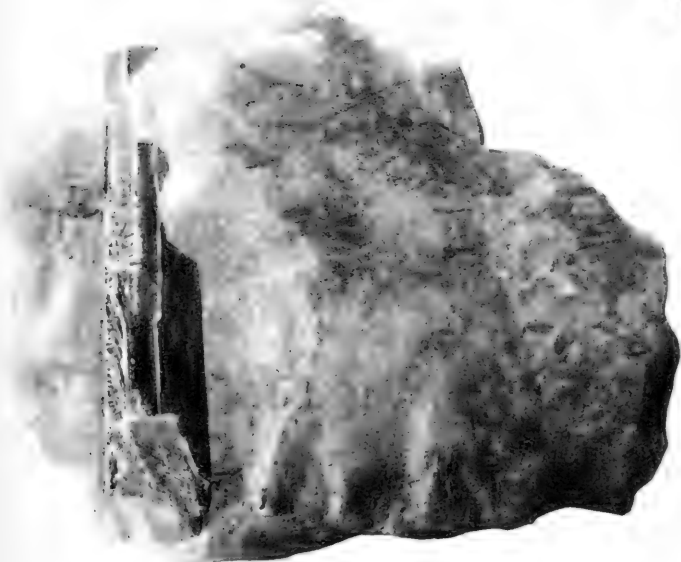


Fig. 4.

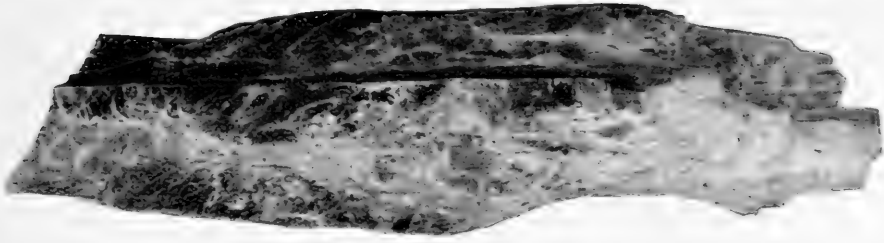


Fig. 5.

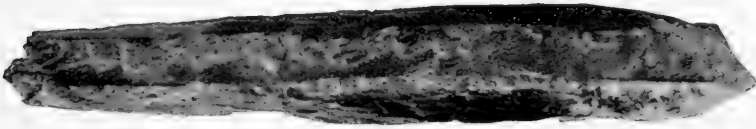


Fig. 4.

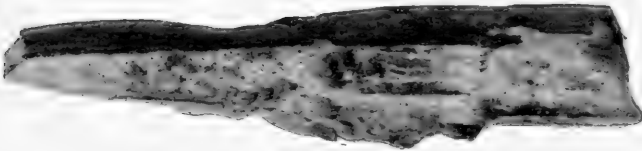


Fig. 3.

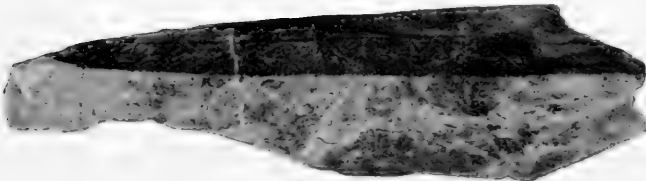


Fig. 2.

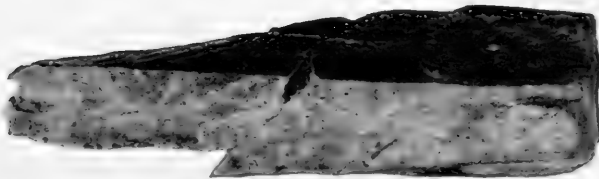


Fig. 1.

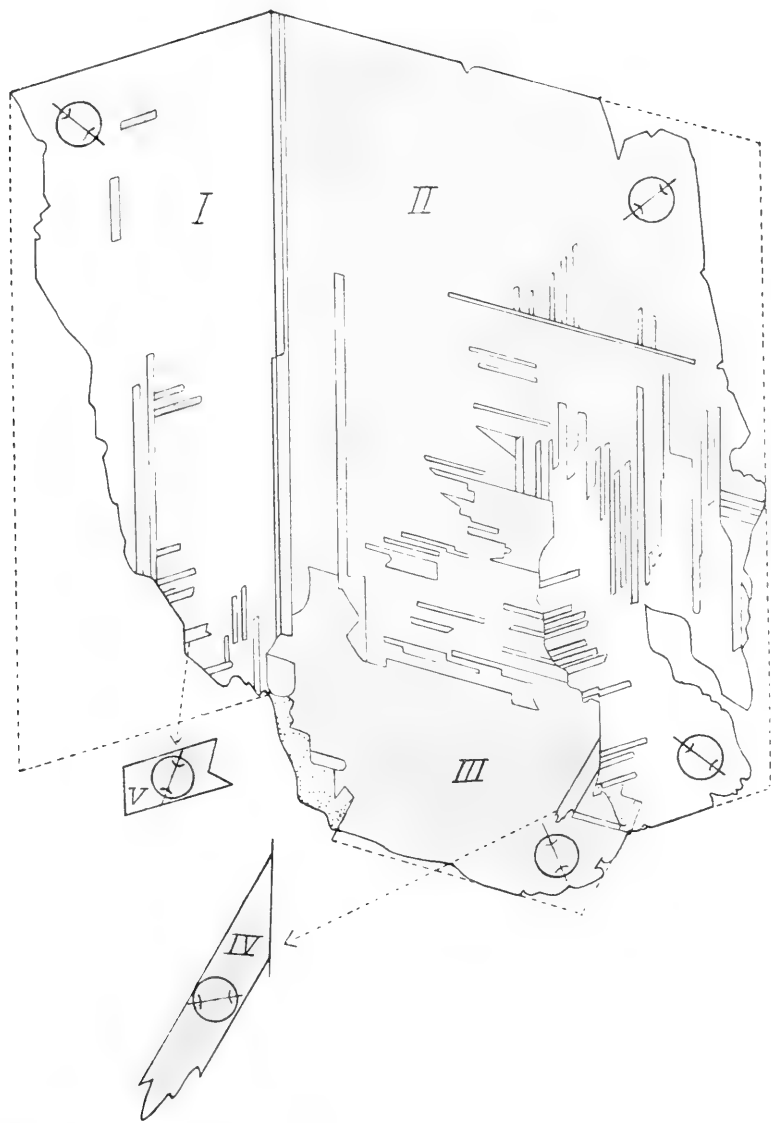


Fig. 1.

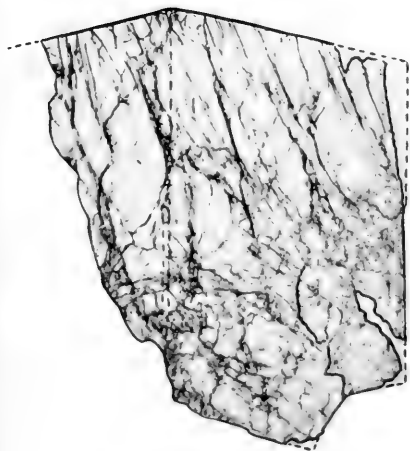


Fig. 2.

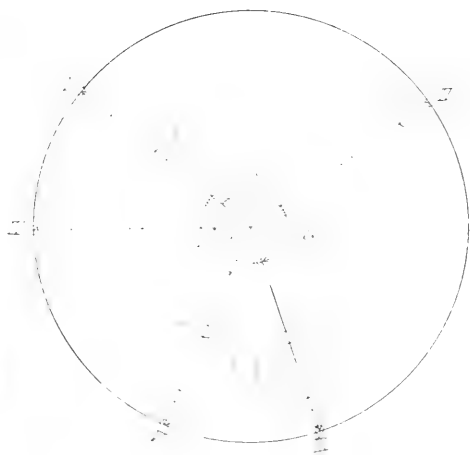


Fig. 3.



Fig. 1.



Fig. 2.

SUR UNE CLASSIFICATION DES ACCÉ- LÉRATIONS AVEC APPLICATIONS AUX THÉORÈMES GÉNÉRAUX

PAR
EDGAR B. SCHIELDROP

(VIDEN-KAPSEL-KAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 2)

UTGIT FOR FRIDTJOF NANSENS FOND

CHRISTIANIA
EN KOMMISSION CHEZ JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i Fællesmødet den 24de Marts 1922 af Prof. Palmstrøm.

A

Messieurs *R. Birkeland et E. Cartan,*

Homage de profonde et respectueuse reconnaissance.

TABLE DES MATIÈRES.

Première Partie.

	Page
I. Remarques préliminaires	7
II. Accélérations de forces et accélérations de liaisons	8
III. Quelques propriétés caractéristiques des accélérations de forces et des accélérations de liaisons.....	13
IV. Sur les valeurs que prend la fonction S ou "l'énergie d'accélération" pour les deux groupes d'accélérations.....	17
V. Le théorème des forces vives de vitesses et le théorème des forces vives d'accélérations.....	25

Deuxième Partie.

VI. Le théorème de Wilhelm Ostwald. Historique	30
VII. Discussion du théorème ostwaldien	35
VIII. Conclusions. Principe de la plus grande action.....	47

PREMIÈRE PARTIE.

I. Remarques préliminaires.

Nous caractériserons dans la suite comme "système matériel" un ensemble de points matériels liés à un mécanisme quelconque sans masse, qui exerce sur les points une contrainte cinématique exprimée par certaines équations linéaires par rapport aux composantes des vitesses. (Nous écartons donc le cas des relations non linéaires entre ces quantités étudié par M. Appell et d'autres). Pour que deux systèmes matériels soient égaux, il faut et il suffit que ces équations et les masses soient les mêmes.

En adoptant cette définition on sait que le mouvement des points sera indépendant de la nature du système auxiliaire qui réalise matériellement les liaisons. On peut donc supprimer ce système auxiliaire dans les calculs.

C'est M. DELASSUS qui a attiré l'attention sur des questions de cet ordre. Pour que la réalisation matérielle des liaisons n'intervienne pas dans les équations finales du mouvement, il faut, suivant l'observation faite par cet auteur dans un mémoire remarquable ("*Sur les liaisons et les mouvements des systèmes matériels.*" *Ann. d. l'Ecole Normale*, 1912, p. 305), adopter la définition suivante de ce que nous appelons une réalisation matérielle des liaisons:

"Les liaisons sont réalisées matériellement quand les déplacements virtuels du système, considéré comme portion d'une système plus étendu, sont les mêmes que ceux définis par ses équations de liaisons".

D'après cette définition il faut donc considérer comme équivalentes deux réalisations matérielles qui admettent pour les points matériels les mêmes déplacements virtuels pour la même configuration initiale. Or dans le cas général où les liaisons dépendent du temps, les contraintes cinématiques des points ne sont pas complètement caractérisées par les équations homogènes auxquelles doivent satisfaire les déplacements virtuels, mais par les équations non homogènes entre les vitesses réelles. On sait, en effet, que pour passer des dernières équations aux premières, il suffit de supprimer les seconds membres. Or le passage inverse n'est pas déterminé (APPELL: *Traité de Mécanique rationnelle* 3^{ième} éd., tome III, § 435).

En modifiant alors la définition de M. Delaussus dans le sens indiqué ci-dessus, on est conduit à la définition d'un système matériel que je viens de formuler, et dans laquelle on fait intervenir les vitesses réelles.

Considérons donc un système de points matériels, dont les coordonnées, référées à un trièdre rectangulaire fixe dans l'espace, sont x_1, x_2, \dots, x_n , c'est à dire, où les coordonnées du premier point matériel sont désignées par x_1, x_2, x_3 ; celles du second par x_4, x_5, x_6 ; ...; celle du $\left(\frac{n}{3}\right)^{\text{ième}}$ et dernier par x_{n-2}, x_{n-1}, x_n . Nous désignerons indifféremment la masse du premier point par m_1, m_2, m_3 ; celle du second par m_4, m_5, m_6 ; ...; et celle du dernier par m_{n-2}, m_{n-1}, m_n . Nous adoptons ici une manière d'écrire employée par Henri Poincaré (*Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, tome I, p. 9) qui confère dans certains cas aux formules analytiques la concision des expressions vectorielles.

Nous supposons que la nature des liaisons du système est exprimée par les équations suivantes entre les projections des vitesses:

$$(1) \quad a_{j_1} x_1' + a_{j_2} x_2' + \dots + a_{j_n} x_n' = a_j, \quad (j = 1, 2, \dots, r)$$

où les a_{ji} et les a_j sont des fonctions connues de x_1, x_2, \dots, x_n et du temps, t . Les liaisons sont dites indépendantes du temps, quand les coefficients en sont indépendants, et les a_j s'annulent. Nous convenons aussi que les liaisons sont sans frottement d'après la conception générale (APPELL, *loc. cit.*, I, § 164).

Les déplacements virtuels du système satisferont alors aux équations:

$$(2) \quad a_{j_1} \delta x_1 + a_{j_2} \delta x_2 + \dots + a_{j_n} \delta x_n = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, r)$$

Nous adopterons pour les forces données une désignation analogue à celle des coordonnées, en appelant X_1, X_2, X_3 les projections sur les directions positives de x_1, x_2, x_3 de la résultante des forces données, appliquées au premier point, et X_4, X_5, X_6 ; ...; X_{n-2}, X_{n-1}, X_n les forces correspondantes appliquées aux points consécutifs du système. Les X_i sont des fonctions connues de $x_1, x_2, \dots, x_n; x_1', x_2', \dots, x_n'$ et du temps.

Pour les composantes des forces de liaisons nous écrirons de la même manière Y_1, Y_2, \dots, Y_n . Les forces elles mêmes seront désignées par P pour les forces données, et Q pour les forces de liaisons.

II. Accélération de forces et accélération de liaisons.

Le problème de déterminer le mouvement du système matériel, peut, on le sait, être ramené à celui de trouver n fonctions du temps, x_1, x_2, \dots, x_n , qui satisfassent aux équations (1) et qui annulent l'expression:

$$(3) \quad \Sigma (X_i - m_i x_i'') \delta x_i$$

pour toutes les valeurs des δx_i compatibles avec les équations (2).

On peut cependant limiter le problème en cherchant les projections des accélérations $x_1'', x_2'', \dots, x_n''$ en fonction des données du problème, des x_1, x_2, \dots, x_n et de leurs dérivées premières. Des résultats de ces calculs on peut, nous le verrons plus loin, tirer quelques conclusions intéressantes. C'est surtout dans le domaine des théorèmes généraux de la mécanique qu'on peut espérer que ces résultats rendront des services. Ces théorèmes, portant sur la mise en équation des problèmes, sont, par conséquent, au fond des énoncés sur les accélérations et leur distribution. Pour des études de ces théorèmes et des sujets analogues, une analyse générale de la structure des systèmes d'accéléérations pourrait être utile.

En ajoutant aux équations:

$$(4) \quad m_i x_i'' = X_i + \lambda_1 a_{1i} + \lambda_2 a_{2i} + \dots + \lambda_r a_{ri}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

que donne la méthode des multiplicateurs de Lagrange, les équations suivantes:

$$(1a) \quad a_{j_1} x_1'' + a_{j_2} x_2'' + \dots + a_{j_n} x_n'' = a_j' - \{a_{j_1}' x_1' + a_{j_2}' x_2' + \dots + a_{j_n}' x_n'\},$$

$$(j = 1, 2, \dots, r)$$

obtenues par dérivation des équations (1) par rapport au temps, il résulte $n + r$ équations linéaires entre les quantités $x_1'', x_2'', \dots, x_n''$; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$. Dans (1a) a_{j_i}' signifie la dérivée totale par rapport au temps, c'est à dire

$$a_{j_i}' = \frac{\partial a_{ji}}{\partial t} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial a_{ji}}{\partial x_k} x_k'.$$

Si l'on porte les valeurs $x_1'', x_2'', \dots, x_n''$, tirées des équations (4), dans les équations (1a), on obtient:

$$(5) \quad A_{j_1} \lambda_1 + A_{j_2} \lambda_2 + \dots + A_{j_r} \lambda_r = P_j + V_j,$$

où

$$(5a) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_{jk} = \sum_i \frac{a_{ji} a_{ki}}{m_i}, \\ P_j = - \sum_i \frac{a_{ji} X_i}{m_i}, \\ V_j = a_j' - \sum_i a_{j_i}' x_i'. \end{array} \right.$$

Les P_j sont des fonctions linéaires et homogènes des X_i et ne contiennent pas *explicitement* les vitesses. Les V_j ne dépendent pas des forces données.

Des équations (5) on peut tirer $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_v$.

Il vient

$$(6) \quad \lambda_j = \mathfrak{P}_j + \mathfrak{B}_j,$$

ou

$$(6 \text{ a}) \quad \mathfrak{P}_j = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1j-1} & P_1 & A_{1j+1} & \dots & A_{1v} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2j-1} & P_2 & A_{2j+1} & \dots & A_{2v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{v1} & A_{v2} & \dots & A_{vj-1} & P_v & A_{vj+1} & \dots & A_{vv} \end{vmatrix} \\ \cdot \frac{1}{D} E_j(P_1, P_2, \dots, P_v),$$

et

$$(6 \text{ b}) \quad \mathfrak{B}_j = \frac{1}{D} E_j(V_1, V_2, \dots, V_v),$$

où le déterminant D est le multiplicateur jacobien, M , des équations du mouvement. (Jacobi, *Vorlesungen über Dynamik*, 1^{ière} éd., p. 137 et p. 141).

En portant les valeurs (6) des λ_j dans les équations (4), on obtient pour x_i'' les expressions:

$$(7) \quad x_i'' = \frac{1}{m_i} [X_i + a_{1i} \mathfrak{P}_1 + a_{2i} \mathfrak{P}_2 + \dots + a_{vi} \mathfrak{P}_v] + \frac{1}{m_i} [a_{1i} \mathfrak{B}_1 + a_{2i} \mathfrak{B}_2 \\ + \dots + a_{vi} \mathfrak{B}_v].$$

A fin d'abrégier, introduisons les désignations suivantes:

$$(8) \quad \begin{cases} F_i(X, x, t) = \frac{1}{m_i} [X_i + a_{1i} \mathfrak{P}_1 + a_{2i} \mathfrak{P}_2 + \dots + a_{vi} \mathfrak{P}_v] \\ L_i(x', x, t) = \frac{1}{m_i} [a_{1i} \mathfrak{B}_1 + a_{2i} \mathfrak{B}_2 + \dots + a_{vi} \mathfrak{B}_v], \end{cases}$$

et nous pourrons mettre le résultat sous la forme:

$$(9) \quad x_i'' = F_i(X, x, t) + L_i(x', x, t).$$

Les équations (9) mettent bien en évidence les deux parties remarquables qu'on doit distinguer dans les composantes des accélérations x_i'' .

L'une $F_i(X, x, t)$, est une fonction linéaire et homogène des projections des forces données et ne dépend pas *explicitement* des vitesses.

L'autre, $L_i(x', x, t)$, est indépendante des forces données mais contient les vitesses explicitement.

Je vais appeler

accélérations de forces (données)

les vecteurs, \bar{a}_f , dont les projections sur les axes de coordonnées sont $F_1, F_2, F_3; F_4, F_5, F_6; \dots; F_{n-2}, F_{n-1}, F_n$, et

accélérations de liaisons

les vecteurs, \bar{a}_l , dont les projections correspondantes sont $L_1, L_2, L_3; L_4, L_5, L_6; \dots; L_{n-2}, L_{n-1}, L_n$.

Les définitions que nous venons d'établir, ne reposent pas sur la distinction habituelle entre les forces données et les forces de liaisons, de telle manière qu'on obtiendrait, par exemple, les accélérations de liaisons en divisant les forces de liaisons par les masses. Qu'il n'en est pas ainsi, on le reconnaît en remarquant que les forces de liaisons dépendent des forces données, tandis que les accélérations de liaisons en sont indépendantes.

Nous venons bien plutôt d'introduire une *distinction entre deux groupes composants de forces de liaisons*. La force de liaison qui agit sur la masse m_i dans la direction de x_i , se compose, comme le montre la formule (7), de deux parties dont l'une,

$$(10 a) \quad a_{1i} \mathfrak{P}_1 + a_{2i} \mathfrak{P}_2 + \dots + a_{ri} \mathfrak{P}_r,$$

est la réaction que produisent les forces données, et, par conséquent, égale, et de signe contraire, à la composante correspondante de ces forces qui est neutralisée par le contact avec le système matériel, et dont l'autre,

$$(10 b) \quad a_{1i} \mathfrak{B}_1 + a_{2i} \mathfrak{B}_2 + \dots + a_{ri} \mathfrak{B}_r,$$

exprime la force de liaison que nécessitent les vitesses et le caractère des liaisons. Il est utile de remarquer que, dans le cas où les seconds membres des équations (1) dépendent explicitement du temps, les \mathfrak{B}_j ne s'annulent pas avec les vitesses. En effet, les \mathfrak{B}_j sont des fonctions linéaires et homogènes des V_j , et celles-ci sont, comme le montrent les formules (5 a) des fonctions du second degré par rapport aux vitesses, et dans lesquelles figurent les dérivées partielles $\frac{\partial a_j}{\partial t}$ comme termes du degré zéro.

On pourrait caractériser les accélérations de liaisons comme étant les accélérations qu'on obtiendrait, si l'on supprimait brusquement les forces données. Ce système d'accélération peut, par conséquent, être réalisé seul, quelle que soit la configuration actuelle du système matériel. Quant aux accélérations de forces données, il n'en est pas de même.

En effet, les accélérations de liaisons, formant un système d'accélération réalisable d'un point de vue cinématique, doivent satisfaire aux équations (1 a). C'est à dire, qu'on doit avoir

$$(11) \quad a_{j1} L_1 + a_{j2} L_2 + \dots + a_{jr} L_r \equiv V_j. \quad (j = 1, 2, \dots, r)$$

Or, les accélérations réelles étant

$$x_i'' = F_i + L_i,$$

on a également

$$a_{j1} (F_1 + L_1) + a_{j2} (F_2 + L_2) + \dots + a_{jn} (F_n + L_n) = V_j,$$

et, par conséquent,

$$(12) \quad a_{j1} F_1 + a_{j2} F_2 + \dots + a_{jn} F_n = 0.$$

La condition nécessaire et suffisante pour qu'on puisse, dans une configuration donnée, réaliser les accélérations de forces comme seul système d'accélération, est alors

$$V_1 = V_2 = \dots = V_r = 0.$$

On peut remarquer, que, si dans

$$V_j \equiv a_j' - \sum_i a_{ji}' x_i' \equiv \frac{\partial a_j}{\partial t} + \sum_i \left(\frac{\partial a_j}{\partial x_i} \div a_{ji}' \right) x_i'$$

les $\frac{\partial a_j}{\partial t}$ sont nuls, les V_j s'annulent avec les vitesses. Or les x_i' ne peuvent pas toutes être zéro, si les a_j (voir (1)) ne le sont pas.

Par conséquent, si l'on a en même temps

$$(13) \quad a_j = 0, \quad \frac{\partial a_j}{\partial t} = 0,$$

on peut réaliser les accélérations de forces en supprimant les vitesses des points. La condition (13) est remplie pendant tout le mouvement, si l'on a a_j constamment égal à zéro. Mais on doit remarquer qu'il n'est pas, pour cela, nécessaire que les liaisons soient indépendantes du temps. (Voir une remarque faite plus haut à propos de l'équation (1)).

Pour un instant donné on peut attacher à chaque système matériel un système auxiliaire, dont les équations de liaisons (1) sont à coefficients constants et égaux aux valeurs numériques des coefficients du système considéré. Appelons *système tangent* ce système auxiliaire. On peut donc définir:

Les accélérations de forces sont égales aux accélérations totales du système tangent.

En effet, pour le système auxiliaire les seconds membres des équations (1 a), c'est à dire les V_j , sont tous nuls, et les accélérations de liaisons disparaissent. Quant aux accélérations de forces, ne dépendant que des coefficients a_{ji} et des forces données, elles auront les mêmes valeurs que les accélérations correspondantes du système original.

III. Quelques propriétés caractéristiques des accélérations de forces et des accélérations de liaisons.

Nous allons désigner par les vecteurs \bar{a}_f et \bar{a}_l deux accélérations quelconques appartenant aux deux groupes que nous venons de définir dans le paragraphe précédent, et par x_f'' et x_l'' leurs composantes suivant les axes de coordonnées. Ayant ainsi supprimé l'indice qui fait voir à quel point matériel appartiennent ces accélérations, nous ne serons amenés à aucune ambiguïté dans l'usage que nous allons en faire, si nous convenons de désigner par

$$\Sigma f(\bar{a}_f, \bar{a}_l) = \Sigma g(x_f'', x_l'')$$

la somme des valeurs que prend la fonction $f(\bar{a}_f, \bar{a}_l)$ ou la fonction $g(x_f'', x_l'')$ pour chaque point du système matériel considéré.

En s'appuyant sur les définitions (8) on peut facilement démontrer le théorème suivant:

THÉORÈME 1.

Les accélérations de forces (\bar{a}_f) et les accélérations de liaisons (\bar{a}_l) d'un même système matériel satisfont, à chaque instant, à une condition d'orthogonalité:

$$(14) \quad \Sigma m \bar{a}_f \cdot \bar{a}_l = \Sigma m x_f'' \cdot x_l'' = 0.$$

Prenons pour illustration le cas très spécial d'un seul point matériel en mouvement sur une surface fixe, les forces données qui agissent sur le mobile, étant quelconques. L'accélération \bar{a}_l est dirigée suivant la normale de la surface. En effet, on l'obtient en supprimant les forces données. L'accélération composante, qu'il faut ajouter à \bar{a}_l pour former l'accélération totale, est contenue dans le plan tangent. Mais cette accélération est précisément l'accélération de force, \bar{a}_f . Les vecteurs \bar{a}_f et \bar{a}_l sont alors rectangulaires, et satisfont bien à la condition $m \cdot \bar{a}_f \cdot \bar{a}_l = 0$.

Démonstration :

Les équations (8) nous permettent d'écrire

$$\sum m \bar{a}_j \bar{a}_i = \sum^i m_i F_i L_i = \sum^i F_i \sum^i a_{ji} \mathfrak{B}_j = \sum^i \mathfrak{B}_j \sum^i a_{ji} F_i;$$

or, d'après (12),

$$\sum a_{ji} F_i = 0.$$

Donc

$$\sum m \bar{a}_j \cdot \bar{a}_i = 0.$$

Il est utile de formuler dans un énoncé spéciale, la propriété des accélérations de forces de satisfaire aux équations (12), que nous venons d'appliquer.

THÉORÈME 2.

Les accélérations de forces d'un système matériel quelconque forment un système de déplacements virtuels et inversement.

En effet, les équations (12) sont les équations de liaisons (1) sans seconds membres, et les F_i étant choisies conformément aux équations (12), les équations (9) donnent les forces correspondantes.

En adoptant un raisonnement d'ordre mécanique, on peut donc démontrer le Théorème 1 en remarquant que les $m \bar{a}_i$ sont certaines forces de liaisons, (non nécessairement les forces de liaisons actuelles!) dont le travail est nul pour un déplacement virtuel. Donc

$$\sum m x_f'' x_i'' = \sum (m x_i'') \delta x = 0.$$

Remarque.

La différence de deux systèmes des accélérations doit satisfaire aux équations (1 a) sans seconds membres, c'est à dire aux équations (2) des déplacements virtuels. Il résulte du Théorème 2, qu'en passant d'un système d'accélérations à un autre, on ajoute toujours un système d'accélérations de forces. Donc les variations

$$\delta x, \delta x'', \delta x_f''$$

et les accélérations de forces

$$x_f''$$

appartiennent au même ensemble de $(n - r)$ dimensions. Cet ensemble contient aussi les $\delta x'$ qui sont par définition équivalentes aux déplacements virtuels. Pour les $\delta x'$ on suppose les coordonnées et le temps constant, pour les $\delta x''$, outre ces quantités, les vitesses ne varient non plus. En formant les $\delta x_f''$ les vitesses n'interviennent pas, puisque les accélérations de forces en sont indépendantes. Nous ferons usage de ces remarques plus loin.

La proposition (14):

$$\sum m x_f'' x_l'' = 0,$$

ne constitue qu'une conséquence spéciale d'un théorème plus général qu'on peut établir de la manière suivante: D'après l'équation (9) on a

$$x_l'' = x'' - x_f'',$$

et cette quantité, on se le rappelle, ne dépend pas des forces données. Soient P et P' deux systèmes de telles forces, et désignons par $x''(P)$, $x_f''(P)$; $x''(P')$, $x_f''(P')$ les accélérations totales et les accélérations de forces correspondantes. On aura

$$x''(P) - x_f''(P) = x''(P') - x_f''(P') = x_l''.$$

En écrivant que le Théorème 1 est vrai pour les deux systèmes de forces P et P' , il vient

$$\sum m \{x''(P') - x_f''(P')\} x_f''(P) = 0$$

$$\sum m \{x''(P) - x_f''(P)\} x_f''(P') = 0.$$

En retranchant les deux équations, on en tire

$$(15) \quad \sum m x''(P) \cdot x_f''(P') = \sum m x''(P') \cdot x_f''(P).$$

Pour $P' = 0$, les $x_f''(P')$ s'annulent, et les $x''(P')$ se réduisent à x_l'' . L'égalité (15) prend la forme

$$\sum m x_f''(P) \cdot x_l'' = 0.$$

La proposition (14) et donc bien contenue dans (15).

Les $m x''(P)$ et $m x''(P')$ sont égales aux composantes des forces totales (forces données et forces de liaisons) dans les deux cas à considérer. Or, les $x_f''(P)$ et $x_f''(P')$ formant, d'après le Théorème 2, deux systèmes de déplacements virtuels, les forces de liaisons disparaissent de l'équation (15), qui devient

$$(16) \quad \sum X \cdot x_f''(X') = \sum X' \cdot x_f''(X),$$

en introduisant les composantes X et X' au lieu des forces P et P' elles mêmes. On peut donc formuler le

THÉORÈME DE RÉCIPROCITÉ DES ACCÉLÉRATIONS DE FORCES (PREMIER ÉNONCÉ).

Deux systèmes de forces données déterminent, par leurs accélérations de forces, deux systèmes de déplacements virtuels. Les deux travaux virtuels réciproques qu'on peut former avec chaque système de forces pour les déplacements de l'autre, sont égaux.

Voilà le théorème général dont celui de LORD KELVIN dans la théorie des percussions, n'est qu'une application spéciale. Citons ici le théorème de l'illustre physicien :

Étant donné, dans l'état de repos, un système matériel, dont les liaisons sont indépendantes du temps. Soient X_ρ et X'_ρ deux systèmes de percussions, et $x'(X_\rho)$ et $x'(X'_\rho)$ les vitesses correspondantes, produites au premier instant. On a

$$(17) \quad \Sigma X_\rho \cdot x'(X'_\rho) = \Sigma X'_\rho \cdot x'(X_\rho).$$

Je dis que l'équation (17) est une conséquence du théorème que nous venons de formuler plus haut.

En effet, les percussions

$$X_\rho \text{ et } X'_\rho$$

sont équivalentes à

$$X \cdot \tau \text{ et } X' \cdot \tau',$$

où X et X' sont les forces moyennes, et τ et τ' les durées des percussions. Les deux conditions dans le théorème de Lord Kelvin suffisent pour qu'on ait au premier instant

$$x'' = x_f'',$$

$$x'(X_\rho) = x''(X) \tau = x_f''(X) \tau; \quad x'(X'_\rho) = x''(X') \tau' = x_f''(X') \tau'.$$

Donc, en multipliant les deux membres de l'équation (16) par $\tau \cdot \tau'$, on obtient

$$\Sigma X \cdot \tau \cdot x_f''(X') \cdot \tau' = \Sigma X' \cdot \tau' \cdot x_f''(X) \cdot \tau,$$

et, par conséquent,

$$\Sigma X_\rho \cdot x'(X'_\rho) = \Sigma X'_\rho \cdot x'(X_\rho).$$

L'égalité (16) permet de tirer une conséquence intéressante, qu'on pourra regarder comme une autre manière d'exprimer cette propriété des accélérations de forces sur laquelle repose, au fond, le théorème de réciprocité de ces accélérations.

Fixons deux points, i et k , arbitrairement choisis, du système matériel, et deux directions, ii' et kk' , en ces deux points. Appliquons ensuite la proposition (16) au cas où les systèmes de forces, P et P' , sont respectivement une force égale à l'unité en i , suivant la direction ii' , et une force pareille en k , suivant kk' . Si l'on désigne par $a_{i'k}$ l'accélération de force en i , suivant ii' , de la force en k , et par a_{kf_i} la notion inverse, le théorème de réciprocité des accélérations de forces donne immédiatement

$$a_{i'k} = a_{kf_i}$$

Pour formuler ce résultat dans un énoncé concis et aussi général que possible, il faut remarquer que les accélérations de forces, constituant un effet des forces données en considération, qui se produit indépendamment de l'existence simultanée d'autres systèmes de forces, cela a un sens bien défini de parler des "accélérations produites par un système des forces données", même dans le cas où ces forces ne sont pas les seules en action.

Cela étant, on peut interpréter le résultat (18) de la manière suivante:

THÉORÈME DE RÉCIPROCITÉ DES ACCÉLÉRATIONS DE FORCES. (DEUXIÈME ÉNONCÉ).

Deux forces égales produisent, l'une suivant la direction de l'autre, des accélérations égales.

Les deux énoncés du principe de réciprocité des accélérations de forces sont analogues respectivement au théorème de BETTI (APPELL: *Mécanique rationnelle* 3^{ième} éd., tome III, p. 623) et à celui de MAXWELL dans la théorie de l'élasticité.

L'existence de ces théorèmes analogues dans les deux domaines pourra, peut-être, rendre des services dans des recherches sur des liaisons réalisées matériellement, en se plaçant dans une hypothèse analogue, mais plus générale que celle de M. Delassus (*loc. cit.*), c'est à dire, en admettant que dans tous cas physiquement réalisables les liaisons soient pourvues, non seulement de la masse, mais aussi de l'élasticité. Donc les problèmes idéalisés de la mécanique rationnelle doivent se présenter comme des cas limites des problèmes réels, en y faisant tendre vers zéro la masse du système auxiliaire qui réalise les liaisons, et vers l'infini son coefficient d'élasticité.

La proposition fondamentale dans la partie précédente est sans doute celle exprimée par l'équation (15). Cette égalité renferme, outre le théorème d'orthogonalité, (Théorème 1) aussi les deux énoncés du principe de réciprocité. Par opposition à ce dernier principe qui porte sur les accélérations de forces seulement, on pourra appeler simplement:

PRINCIPE DE RÉCIPROCITÉ DES ACCÉLÉRATIONS, l'égalité:

$$\sum m x''(P) \cdot x_f''(P') = \sum m x''(P') \cdot x_f''(P).$$

IV. Sur les valeurs que prend la fonction S, ou "l'énergie d'accélération", pour les deux groupes d'accéléérations.

La forme générale des équations du mouvement convenant à tous les systèmes holonomes ou non holonomes, donnée par M. APPELL (*Comptes Rendus*, séance 7 août, 1899), a bien montré le rôle important qui doit jouer cette fonction S, dont le nom, d' "énergie d'accélération" a été proposé par M. SAINT-GERMAIN. (*Comptes Rendus*, séance 30 avril, 1900).

Dans les recherches de M. Appell, qui constituent la seule application importante de la fonction qu'on ait faite jusqu'ici, il s'agit de la valeur de $S = \frac{1}{2} \sum m a^2$ pour les accélérations *totales* du système. Je me propose dans la suite d'étudier les valeurs *spéciales* qu'on obtient, en remplaçant les accélérations totales, soit par les accélérations de forces, soit par les accélérations de liaisons.

Commençons par les dernières. En caractérisant comme "*possible au point de vue cinématique*", un système d'accélérations dont les projections satisfont aux équations (1 a) on peut formuler le théorème suivant:

THÉORÈME 5.

Dans le domaine constitué par les systèmes d'accélérations possibles au point de vue cinématique, la fonction S, énergie d'accélération, atteint un minimum pour les accélérations de liaisons actuelles.

En effet, pour que la variation

$$\delta S = \sum_i m_i x_i'' \delta x_i''$$

s'annule, les variables indépendantes étant soumises aux conditions

$$(19) \quad f_j = a_{j1} x_1'' + a_{j2} x_2'' + \cdots + a_{jn} x_n'' - V_j = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, r)$$

il faut qu'on puisse trouver r quantités, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ telles que

$$(20) \quad m_i x_i'' - \lambda_1 a_{1i} - \lambda_2 a_{2i} - \cdots - \lambda_r a_{ri} = 0. \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Ce problème n'est qu'un cas particulier d'un problème plus général, que nous avons résolu plus haut. En effet, les équations (1 a) et (4), dont la solution générale était (voir (7))

$$x_i'' = \frac{1}{m_i} \{X_i + \sum_j a_{ji} \mathfrak{P}_j + \sum_j a_{ji} \mathfrak{B}_j\},$$

se confondent avec les équations (19) et (20) dans le cas où les X_i s'annulent. On obtient alors la solution de ces dernières équations en égalant les X_i à zéro dans la formule au-dessus. En se rappelant que les \mathfrak{P}_j sont des fonctions homogènes en X_i , on a pour $X_i = 0$

$$x_i'' = \frac{1}{m_i} \sum_j a_{ji} \mathfrak{B}_j$$

qui exprime, nous l'avons déjà vu, les projections des accélérations de liaisons.

Les conditions du premier ordre pour un extremum lié, sont donc remplies. Pour se rendre compte qu'il s'agit d'un minimum, on n'a qu'à former la fonction

$$f = S - \lambda_1 f_1 - \lambda_2 f_2 - \cdots - \lambda_r f_r,$$

et examiner la forme

$$\Phi(dx_1'', dx_2'', \dots, dx_n'') = \sum_{ik} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i'' \partial x_k''} dx_i'' dx_k'',$$

les dx'' étant liées par les équations

$$\sum \frac{\partial f_j}{\partial x_i''} dx_i'' = a_{j1} dx_1'' + a_{j2} dx_2'' + \dots + a_{jn} dx_n''.$$

(Voir: HADAMARD, *Calcul des variations*, t. I; p. 20).

Dans le cas actuel on a

$$\Phi = m_1 dx_1''^2 + m_2 dx_2''^2 + \dots + m_n dx_n''^2,$$

ce qui est bien une forme quadratique, définie positive.

Remarque.

Le Théorème 5 peut aussi être considéré comme une conséquence du théorème général de M. Appell. Ce théorème affirme, on le sait, que les accélérations totales rendent la fonction

$$R \cdot S - (Q_1 q_1'' + Q_2 q_2'' + \dots + Q_k q_k'')$$

minimum. Or les Q s'annulent avec les forces données. Donc les accélérations de liaisons, étant les accélérations totales dans le mouvement sans forces données, rendent bien minimum la fonction S . (Voir APPELL, *Mécanique rationnelle*, t. II, § 468 et *Comptes Rendus*, Séance II sept. 1899).

Les conditions du premier ordre pour un extremum de $\frac{1}{2} \sum m x_i''^2$ étaient déjà contenues dans le principe d'orthogonalité:

$$\sum m x_i'' x_j'' = 0.$$

D'après une remarque que nous avons faite plus haut, les variations $\delta x''$ d'un système d'accélération sont toujours équivalentes à un système d'accélération de forces. Puisque le principe d'orthogonalité est vrai pour toutes les x_j'' possibles, il entraîne

$$\sum m x_i'' \delta x_i'' = 0, \text{ ou } \delta \frac{1}{2} \sum m x_i''^2 = 0.$$

Le principe d'orthogonalité est donc un théorème général pour les mouvements sans forces données, c'est à dire, il permet d'écrire les équations du mouvement. Le principe affirme que les accélérations x_i'' sont telles, que l'application d'un système quelconque des forces données INFINIMENT PETITES ne change pas la valeur de l'énergie d'accélération. Nous reviendrons sur cette remarque plus tard.

On peut aussi supprimer toutes ces considérations intermédiaires, et se servir directement de l'équation

$$\sum m x_i'' x_f'' = 0.$$

Puisque les x_f'' peuvent être choisies arbitrairement dans un ensemble de $(n - \nu)$ dimensions, l'équation au-dessus est équivalente à $(n - \nu)$ équations distinctes en x_f'' , ce qui forment, avec les équations de liaisons, les équations du mouvement.

Revenons à la démonstration qui nous a servi plus haut (voir page 14), pour établir le principe d'orthogonalité. Les valeurs des \mathfrak{B}_j n'intervenaient pas dans ce raisonnement, et on pouvait y substituer ν autres quantités quelconques. Mettons $\mathfrak{B}_j + \mathfrak{P}_j$ au lieu de \mathfrak{B}_j , et il vient

$$\sum_i F_i \sum_j a_{ji} (\mathfrak{B}_j + \mathfrak{P}_j) = \sum_j (\mathfrak{B}_j + \mathfrak{P}_j) \sum_i a_{ji} F_i = 0.$$

Or, d'après (7),

$$\sum_j a_{ji} (\mathfrak{B}_j + \mathfrak{P}_j) = m_i x_i'' - X_i.$$

Donc

$$\sum_i F_i (m_i x_i'' - X_i) = \sum_i (m_i x_i'' - X_i) x_f'' = 0.$$

Où, en supprimant les indices,

$$(21) \quad \sum (m x'' - X) x_f'' = 0.$$

Ce résultat se prête, comme le faisait l'équation $\sum m x_i'' x_f'' = 0$, à deux interprétations différentes. Ou l'on peut dire que, les x_f'' étant quelconques dans un ensemble de $(n - \nu)$ dimensions, (21) est une manière concise d'écrire $(n - \nu)$ équations distinctes en x'' et X , et on retrouve l'équation générale de la dynamique de LAGRANGE—D'ALEMBERT. Ou, puisque l'ensemble des x_f'' et celui des $\delta x''$ se confondent, l'équation (21) exprime que

$$\delta \frac{1}{2} \sum m \left(x'' - \frac{1}{m} X \right)^2 = \delta \left(\sum \frac{1}{2} m x''^2 - X x'' \right) = 0,$$

et on découvre de nouveau les théorèmes de GAUSS et de M. APPELL. La liaison entre ces théorèmes, la proposition (21) et l'équation générale de la dynamique, à savoir entre

$$\sum m \left(x'' - \frac{1}{m} X \right) \delta x'' = 0; \quad \sum m \left(x'' - \frac{1}{m} X \right) x_f'' = 0; \quad \sum m \left(x'' - \frac{1}{m} X \right) \delta x = 0$$

est donc établie par la remarque que les $\delta x''$, x_f'' et δx appartiennent au même ensemble.

Au sujet du théorème de la moindre contrainte on pourra faire l'observation suivante. Ce beau théorème est au fond un énoncé sur les forces de liaisons, Q . En effet, la "contrainte", dont il parle, est exercée par ces forces, et on peut écrire le principe sous la forme:

$$\delta \frac{1}{2} \sum \frac{1}{m} Q^2 = 0.$$

Les Q sont considérées comme des *fonctions des forces données et des accélérations* en admettant le principe de d'Alembert

$$Y = mx'' - X, \text{ ou } Q = m\bar{a} - P.$$

Nous venons de faire plus haut (voir 10 a) et (10 b)) une distinction entre deux parties des forces de liaisons, à savoir

$$(10' a) \quad Y_c = \sum_j a_{ji} \mathfrak{B}_j,$$

qu'on pourrait appeler "*partie cinématique*", et

$$(10' b) \quad Y_d = \sum_j a_{ji} \mathfrak{P}_j,$$

dont "*partie dynamique*" serait peut-être un nom convenable. Par définition on a

$$Y_c = mx_l'', \quad Y_d = mx_f'' - X.$$

Or de la proposition (21) on tire

$$\sum m \left(x'' - \frac{1}{m} X \right) x_f'' = \sum m \left(x_f'' + x_l'' - \frac{1}{m} X \right) x_f'' = \sum m \left(x_f'' - \frac{1}{m} X \right) x_f'' = 0$$

en vertu du principe d'orthogonalité. Donc par le même raisonnement dont nous avons fait usage plus haut, on établit

$$(21') \quad \sum m \left(x_f'' - \frac{1}{m} X \right) \delta x_f'' = 0; \quad \sum m \left(x_f'' - \frac{1}{m} X \right) x_f'' = 0; \quad \sum m \left(x_f'' - \frac{1}{m} X \right) \delta x = 0.$$

Les trois énoncés s'appliquent alors, soit aux *accélérations totales*, soit aux *accélérations de forces*.

Quant au théorème de Gauss sous la forme

$$\delta \frac{1}{2} \sum \frac{1}{m} Q^2 = 0$$

il est vrai non seulement pour les forces de liaisons *totales*, mais aussi pour les deux parties composantes Q_c et Q_d *séparément*. En Effet,

$$\delta \frac{1}{2} \sum \frac{1}{m} Q_c^2 = \delta \frac{1}{2} \sum m x_l''^2 = 0$$

d'après le Théorème 5, et

$$\delta \frac{1}{2} \sum \frac{1}{m} Q_i^2 = \delta \frac{1}{2} \sum \frac{1}{m} \left(m x_f'' \cdot X \right)^2 = \delta \frac{1}{2} \sum m \left(x_f'' \cdot \frac{1}{m} X \right)^2 = 0,$$

d'après (21').

Le dernier résultat n'est pas sans intérêt. Il constitue un *théorème de la moindre contrainte spécialisé pour les accélérations directement produites par une partie du système des forces totales*.

Revenons à l'étude de la fonction S . Il va sans dire que dans le domaine des accélérations de forces, assujetties à des conditions exprimées par des équations linéaires et homogènes, la forme quadratique à termes positifs, qui est l'énergie d'accélération, n'atteint aucun extremum à l'exception de la solution triviale $S = 0$, pour $x_f'' = 0$.

Je vais donc limiter le champ de variation, en ajoutant une nouvelle condition qui, du premier abord, paraîtra peut-être un peu arbitraire. Nous en verrons la signification plus loin. Je me propose donc de démontrer le

THÉORÈME 6.

Les accélérations de forces sont contenues dans un domaine, D ,

$$(22) \quad g_0 = \sum X_i x_i'' - \sum m_i x_i''^2 = 0,$$

$$(23) \quad g_j = a_{j1} x_1'' + a_{j2} x_2'' + \cdots + a_{jn} x_n'' = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, r)$$

et rendent la fonction $S = \frac{1}{2} \sum m_i x_i''^2$ maximum dans ce domaine.

Le fait que les accélérations de forces satisfont au r dernières équations, à déjà été énoncé dans le Théorème 2. La première égalité peut être vérifiée directement en utilisant l'expression (8)

$$x_{if}'' = \frac{1}{m_i} \{ X_i + a_{i1} \mathfrak{P}_1 + a_{i2} \mathfrak{P}_2 + \cdots + a_{ir} \mathfrak{P}_r \}. \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

En multipliant ces équations respectivement par $m_1 x_{1f}''$, $m_2 x_{2f}''$, ..., $m_n x_{nf}''$ et en ajoutant, on obtient

$$\sum^i m_i x_{if}''^2 = \sum^i X_i x_{if}'' + \sum^i x_{if}'' \{ a_{i1} \mathfrak{P}_1 + a_{i2} \mathfrak{P}_2 + \cdots + a_{ir} \mathfrak{P}_r \}.$$

Or

$$\sum^i x_{if}'' \sum^j a_{ji} \mathfrak{P}_j = \sum^j \mathfrak{P}_j \sum^i a_{ji} x_{if}'' = 0.$$

Donc

$$\sum m_i x_{if}''^2 = \sum X_i x_{if}''.$$

Les accélérations de forces sont donc bien contenues dans D .

Les conditions du premier ordre d'un extremum de la fonction S dans ce domaine, sont

$$(24) \quad m_i x_i'' + \lambda_0 (X_i - 2m_i x_i'') + \lambda_1 a_{1i} + \lambda_2 a_{2i} + \cdots + \lambda_r a_{ri} = 0 ;$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

d'où on tire

$$(25) \quad x_i'' = \frac{1}{(2\lambda_0 - 1)m_i} \{ \lambda_0 X_i + \lambda_1 a_{1i} + \lambda_2 a_{2i} + \cdots + \lambda_r a_{ri} \} .$$

Si l'on met ces valeurs dans l'équation (22), en se rappelant que les λ doivent être déterminés d'une manière que les équations (23) soient remplies, on obtient:

$$\sum X_i x_i'' = \frac{1}{2\lambda_0 - 1} \sum \frac{1}{m_i} \{ \lambda_0 X_i + \lambda_1 a_{1i} + \lambda_2 a_{2i} + \cdots + \lambda_r a_{ri} \} X_i ,$$

$$\sum m_i x_i''^2 = \frac{\lambda_0}{(2\lambda_0 - 1)^2} \sum \frac{1}{m_i} \{ \lambda_0 X_i + \lambda_1 a_{1i} + \lambda_2 a_{2i} + \cdots + \lambda_r a_{ri} \} X_i .$$

Pour avoir

$$\sum X_i x_i'' = \sum m_i x_i''^2 ,$$

il faut que

$$\frac{1}{2\lambda_0 - 1} = \frac{\lambda_0}{(2\lambda_0 - 1)^2} ,$$

équation qui admet deux solutions distinctes

$$\lambda_0 = \frac{1}{2} , \quad \lambda_0 = 1 .$$

PREMIER CAS: $\lambda_0 = \frac{1}{2}$.

Les équations (24) prennent la forme

$$(24a) \quad \lambda_0 X_i + \lambda_1 a_{1i} + \lambda_2 a_{2i} + \cdots + \lambda_r a_{ri} = 0 , \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

et pour les x_i'' on obtient des expressions indéterminées $\frac{0}{0}$ (Voir (25)).

Deux possibilités se présentent. Ou les équations (24a) sont contradictoires, et la solution $\lambda_0 = \frac{1}{2}$ est exclue. Ou l'on peut trouver r quantités $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ telles que les n équations ($n > r$) soient compatibles. Or dans ce cas les équations (24a) constituent la condition suffisante pour que

$$(26) \quad \sum X_i x_i'' = 0$$

pour toutes valeurs de x_i'' qui satisfont aux équations (23), c'est à dire, dans tout le domaine considéré. Cela entraîne

$$\sum m_i x_i''^2 = 0,$$

ce qui n'est possible que pour

$$x_1'' = x_2'' = \dots = x_n'' = 0.$$

Le domaine D ne referme donc qu'un seul système de valeurs, et il constitue ainsi un "champ singulier".

Ces valeurs, $x_1'' = x_2'' = \dots = x_n'' = 0$, sont nécessairement les accélérations de forces actuelles. L'équation (26) exprime, en effet, qu'il y a équilibre.

DEUXIÈME CAS: $\lambda_0 = 1$.

Les équations (24) deviennent

$$(24 \text{ b}) \quad m_i x_i'' = X_i + \lambda_1 a_{1i} + \lambda_2 a_{2i} + \dots + \lambda_r a_{ri}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

ce qui avec (23) donnent les $(n + r)$ équations nécessaires pour déterminer les x_i'' et λ_j . Ces équations sont identiques aux systèmes d'équations (4) et (1 a), dans le cas où les V_j disparaissent. On obtient donc la solution des équations (24 b) et (23) en faisant $V_1 = V_2 = \dots = V_r = 0$ dans la formule générale (7). Les \mathfrak{B}_j étant des fonctions homogènes des V_j , il vient

$$x_{ij}'' = \frac{1}{m_i} [X_i + a_{1i} \mathfrak{P}_1 + a_{2i} \mathfrak{P}_2 + \dots + a_{ri} \mathfrak{P}_r].$$

Or ces expressions sont précisément les projections des accélérations de forces.

Les conditions nécessaires d'un extremum sont donc bien remplies. Quant aux conditions suffisantes, il faut former

$$f = S + \lambda_0 g_0 + \lambda_1 g_1 + \lambda_2 g_2 + \dots + \lambda_r g_r,$$

et examiner la forme

$$\Phi(dx_1'', dx_2'', \dots, dx_n'') = \sum^{ik} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i'' \partial x_k''} dx_i'' dx_k'' = \sum m_i (1 - 2\lambda_0) dx_i''^2.$$

Pour $\lambda_0 = 1$, on a

$$\Phi = - \sum m_i dx_i''^2,$$

ce qui est toujours une forme quadratique, définie négative. Il s'agit donc d'un maximum.

V. Le théorème des forces vives de vitesses et le théorème des forces vives d'accélération.

Le but du paragraphe présent est d'établir quelques propositions qui vont nous servir plus tard pour donner à la condition introduite dans le Théorème 6, une signification mécanique.

Le théorème des forces vives sous la forme:

"La différentielle de la demi-force vive du système est égale à la somme des travaux élémentaires des forces données",

applicable aux systèmes de points matériels dont les liaisons, supposées parfaites, ne dépendent pas du temps, doit, on le sait, son utilité surtout au fait qu'il ne fait intervenir que les forces *données*.

Pour un système quelconque on conserve l'énoncé en y ajoutant un terme complémentaire, à savoir les travaux des forces de liaisons. Or, cela revenant à considérer le système matériel comme un ensemble de points libres, sollicités par les forces totales, on pourra affirmer qu'il n'existe en réalité aucun théorème des forces vives dans le cas général, où les liaisons dépendent du temps.

On pourra tenter une autre généralisation en remarquant que, dans le cas spécial, l'accroissement de la demi-force vive est dû aux forces données, et que, par conséquent, le théorème ci-dessus pourra être regardé comme l'application à ce cas d'un théorème plus général sur cet accroissement *partiel* de l'énergie cinétique.

Voilà comment on pouvait établir ce théorème général. Nous caractérisons un système matériel par les équations

$$a_{j1} x_1' + a_{j2} x_2' + \dots + a_{jn} x_n' = \alpha_j,$$

et leur conséquences

$$a_{j1} x_1'' + a_{j2} x_2'' + \dots + a_{jn} x_n'' = \beta_j.$$

J'ai démontré que les accélérations peuvent s'exprimer

$$x_i'' = x_{i_f}'' + x_{i_l}'',$$

avec

$$m_i x_{i_f}'' = X_i + \sum_j a_{ji} \mathfrak{P}_j; \quad m_i x_{i_l}'' = \sum_j a_{ji} \mathfrak{B}_j,$$

où

$$\mathfrak{P}_j = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} A_{11} & \dots & P_1 & \dots & A_{1r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{r1} & \dots & P_r & \dots & A_{rr} \end{vmatrix}; \quad \mathfrak{B}_j = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} A_{11} & \dots & V_1 & \dots & A_{1r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{r1} & \dots & V_r & \dots & A_{rr} \end{vmatrix},$$

en convenant que

$$A_{jk} = \sum_i \frac{a_{ji} a_{ki}}{m_i}, \quad P_j = \sum_i \frac{a_{ji} X_i}{m_i}, \quad V_j = \beta_j = \sum_i \frac{a_{ji} (X_i + Y_i)}{m_i}, \quad D = |A_{jk}|,$$

les X_i et Y_i étant les composantes des forces données et des forces de liaisons.

Pour un système en mouvement *sans forces données* le théorème des forces vives donne, en divisant par dt ,

$$\sum_i m_i x_i' x_i'' = \sum_i x_i' \sum_j a_{ji} \mathfrak{B}_j.$$

Envisageons maintenant le même système, assujéti à des *forces données quelconques*, et il vient

$$\sum_i m_i x_i' x_i'' = \sum_i X_i x_i' + \sum_i x_i' \sum_j a_{ji} (\mathfrak{P}_j + \mathfrak{B}_j).$$

En suivant une idée analogue à celle qui nous a amené plus haut à une classification des accélérations, nous cherchons ici cet accroissement de l'énergie cinétique qu'on peut attribuer à l'existence des forces données. En retranchant les deux équations précédentes, et en désignant par $A_f E$ l'accroissement, pour l'unité du temps, de l'énergie de vitesse dû aux forces données, on obtient:

$$(27) \quad A_f E = \sum_i m_i x_i' x_i'' = \sum_i X_i x_i' + \sum_i x_i' \sum_j a_{ji} \mathfrak{P}_j.$$

En écrivant (voir 10' a), page 11)

$$(28) \quad R_{i_f} = \sum_j a_{ji} \mathfrak{P}_j,$$

et en introduisant le tenseur

$$(29) \quad T(\xi_i) = \sum_i \left\{ X_i + R_{i_f} - m_i x_i'' \right\} \xi_i,$$

on peut écrire (27) sous la forme

$$(30) \quad T(x_i') = 0.$$

Voilà ce *théorème des forces vives généralisé*, dont nous venons de parler plus haut. — On doit remarquer que les x_i'' et les R_{i_f} qui figurent dans les coefficients du tenseur (29), sont respectivement les accélérations et les réactions dans les liaisons *produites par les forces données*, X_i . Pour un système de points libres, les R_{i_f} sont nulles, puisque les liaisons, c'est à dire les a_{ji} (voir (28)) disparaissent et le tenseur se simplifie

$$(29') \quad T(\xi_i) = \sum \{ X_i - m_i x_i'' \} \xi_i.$$

Cette remarque suffit pour démontrer que l'équation (30) renferme aussi l'énoncé habituel du théorème des forces vives. En effet, en regardant les points du système comme libres et sollicités par les forces totales, $X_i + Y_i$, on peut appliquer la forme (29'), et on obtient

$$T(x_i') \equiv \Sigma \{X_i + Y_i - m_i x_i''\} x_i' - 0;$$

d'où on tire

$$\Sigma \{X_i + Y_i\} x_i' = \frac{d}{dt} \frac{1}{2} \Sigma m_i x_i'^2.$$

D'autre part l'énoncé (29) permet d'établir certaines propriétés cinétiques des systèmes matériels, qui sont, peut-être, moins évidentes quand on emploie la forme habituelle combinée avec les équations du mouvement.

J'indique au titre d'exemple:

L'équation (30) donne immédiatement (voir aussi (27))

$$\mathcal{J}_f E - \Sigma X_i x_i' = \Sigma R_{if} x_i' = \Sigma^i x_i' \Sigma^j a_{ji} \mathfrak{P}_j - \Sigma^j \mathfrak{P}_j \Sigma^i a_{ji} x_i' = \Sigma^j \mathfrak{P}_j a_j.$$

Donc:

L'accroissement de la demi-force vive dû AUX FORCES DONNÉES, est égal aux travaux élémentaires de ces forces, à un terme près INDÉPENDANT DES VITESSES.

Pour trouver la valeur de ce terme, il suffit donc d'évaluer

$$\mathcal{J}_f E - X_i x_i'$$

pour un système de valeurs, x_i' convenablement choisi. Dans le cas spécial (liaisons indépendantes du temps) les valeurs $x_i' = 0$ constituent un système possible. La fonction ci-dessus, étant homogène en x_i' , s'annule pour $x_i' = 0$, et, par conséquent, pour toutes autres valeurs possibles des vitesses.

Une autre observation est la suivante: Au sujet du travail des forces de liaisons, il semble du premier abord, que les vitesses interviennent de deux manières différentes, premièrement, en déterminant les déplacements des points, et deuxièmement, par l'intermédiaire des forces de liaisons, qui en dépendent. Or il est assez intéressant de remarquer qu'il n'en est pas ainsi. En effet, nous avons écrit les forces de liaisons sous la forme (voir (10 a) et (10 b))

$$Y_i = \Sigma^j a_{ji} \{ \mathfrak{P}_j + \mathfrak{B}_j \}.$$

Donc les travaux élémentaires intérieurs sont

$$dA_f = \Sigma^i x_i' dt \Sigma^j a_{ji} (\mathfrak{P}_j + \mathfrak{B}_j) = dt \Sigma^j (\mathfrak{P}_j + \mathfrak{B}_j) \Sigma^i a_{ji} x_i' = dt \Sigma^j (\mathfrak{P}_j + \mathfrak{B}_j) a_j.$$

(Or

$$\mathfrak{P}_j + \mathfrak{Q}_j = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} A_{11} & \dots & P_1 + V_1 & \dots & A_{1r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{r1} & \dots & P_r + V_r & \dots & A_{rr} \end{vmatrix},$$

ou

$$P_j + V_j = \sum_i \frac{a_{ji} X_i}{m_i} + \sum_i \frac{a_{ji} (X_i + Y_i)}{m_i} - \sum_i \frac{a_{ji} Y_i}{m_i}.$$

Il en résulte que:

Les travaux élémentaires des forces de liaisons dépendent de ces forces, mais non EXPLICITEMENT des vitesses;

En résumant:

LES TRAVEAUX ÉLÉMENTAIRES DES FORCES DONNÉES

- $$\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) \text{ l'accroissement de la demi-force vive, dû AUX FORCES DONNÉES} \\ \quad \text{+ un terme qui ne dépend pas des vitesses.} \\ (\beta) \text{ l'accroissement TOTAL de la demi-force vive + un terme qui ne} \\ \quad \text{dépend pas EXPLICITEMENT des vitesses.} \end{array} \right.$$

Le théorème des forces vives sous la forme généralisée revient donc à affirmer qu'un certain tenseur,

$$T(\xi_i),$$

est égal à zéro pour $\xi_i = x_i'$. Il est vrai que ce tenseur est identiquement nul, si l'on tient compte des équations du mouvement. Mais si l'énoncé

(30) n'est pas quand même banal, c'est parce que le terme $\sum m x' x_f'' = \left(\frac{dE}{dt} \right)_f$

$\left[\text{respectivement } \sum m x' x'' = \left(\frac{dE}{dt} \right) \right]$ a une signification intéressante et intrinsèque.

Ce qui donne à cette forme du théorème un intérêt de plus, c'est qu'il existe un théorème par rapport aux accélérations, à savoir

$$(31) \quad T(x_i'') = 0,$$

qui peut être interprété d'une manière tout à fait analogue. En effet, revenant au théorème (30)

$$T(x_i') = \sum (X_i + R_{i_f} - m_i x_i'') x_i' = 0,$$

et écrivons

$$(32) \quad W(\xi_i) = \sum (X_i + R_{i_f}) \xi_i.$$

On peut donc mettre (30) sous la forme

$$(33) \quad \Delta_f E \cdot = W(x_i').$$

Le dernier terme est le travail *total*, pour l'unité de temps, qu'on peut attribuer à l'existence des forces données. Il renferme, en effet, le travail produit, soit par ces forces elles-mêmes, soit par les réactions créées par elles. Les x_i' sont les chemins que parcourraient les points dans l'unité de temps en vertu de leurs vitesses, supposées constantes dès le moment actuel. Désignons, pour plus de symétrie dans la suite, par δx_i ces déplacements, et l'équation (33) prendra la forme

$$(33') \quad \Delta_f E = W(\delta x_i).$$

Le premier terme de cette équation signifie, nous l'avons vu plus haut, l'accroissement de l'énergie *de vitesse* dû aux forces données. De la même manière, l'énergie *d'accélération* subit, en vertu de l'existence des forces données, une augmentation (brusque), à savoir

$$\begin{aligned} \Delta_f S = \frac{1}{2} \sum m_i (x_{if}'' + x_{il}'')^2 - \frac{1}{2} \sum m_i x_{il}''^2 - \frac{1}{2} \sum m_i (x_{if}'' + x_{il}'') x_{if}'' + \\ + \frac{1}{2} \sum m_i x_{if}'' x_{il}'' = \frac{1}{2} \sum m_i x_i'' x_{if}'' . \end{aligned}$$

En introduisant cette notion dans l'équation (31), on obtient

$$(34) \quad \Delta_f S = W\left(\frac{1}{2} x_i''\right).$$

Nous venons d'introduire plus haut les déplacements, δx_i , dus aux *vitesses* supposées constantes. Désignons maintenant par δx_a les déplacements des points pendant la seconde prochaine, dus aux *accélération*s actuelles, supposées à leur tour constantes. On a

$$\delta x_a = \frac{1}{2} x_i'' ,$$

et l'équation (34) devient

$$(34') \quad \Delta_f S = W(\delta x_a).$$

Les deux énoncés analogues (33') et (34') nous permettent de donner aux théorèmes

$$(30), (31) \quad T(x_i') = 0, \quad T(x_i'') = 0$$

l'interprétation mécanique suivante:

On peut attribuer à l'existence des forces données un accroissement (pour l'unité de temps) de l'énergie de VITESSE, et une augmentation (brusque) de l'énergie d'ACCÉLÉRATION. Le premier est la même fonction des déplacements δx_a , dus aux VITESSES, qu'est l'autre des déplacements δx_a , dus aux ACCÉLÉRATIONS. Cette fonction commune est le travail total des forces données pour ces deux groupes de déplacements.

On peut rendre les théorèmes (30) et (31) encore un peu plus généraux. Dans l'expression du tenseur

$$T(\xi_i) = \Sigma (X_i + R_{i_f} \cdot m_i x_f'') \xi_i$$

les R_{i_f} et les x_f'' sont, on le sait, les réactions et les accélérations créées par le système des forces données, X_i , celui-ci étant supposé renfermer toutes les forces données. Or il suffit d'entendre par X_i un système quelconque, total ou partiel, de ces forces. Pour le démontrer, on n'a qu'à remarquer que les coefficients du tenseur sont des fonctions linéaires et homogènes des forces données.

Le théorème (30) donne alors des renseignements d'ordre cinétique, plus détaillés que l'énoncé habituel du théorème des forces vives. L'équation (30) rattache toujours, et non seulement dans le cas spécial (liaisons indépendantes du temps) un accroissement de la force vive directement aux travaux qui l'ont produit.

Je propose d'appeler $T(\xi_i)$ le tenseur du théorème des forces vives; et comme on parle déjà d'une "énergie d'accélération", en pourra aussi, en conservant un nom inopportun, mais traditionnel, introduire la locution: "force vive d'accélération". On aura donc les deux théorèmes analogues

$$T(x_f') = 0. \quad \text{Théorème des forces vives de vitesses.}$$

$$T(x_f'') = 0. \quad \text{Théorème des forces vives d'accélérations.}$$

Ce dernier théorème va nous fournir une interprétation de la condition supplémentaire, introduite dans le paragraphe précédent. Mais puisque ces considérations auront un intérêt spécial à propos d'un théorème général tenté par WILHELM OSTWALD, et auquel je vais consacrer quelques pages dans la suite, je ne reviendrai à cette interprétation que plus loin.

DEIXIÈME PARTIE.

VI. Le théorème de Wilhelm Ostwald. Historique.

Dans son "Lehrbuch der allgemeinen Chemie" (II. Band, 1. Teil, p. 37) WILH. OSTWALD a, on le sait, énoncé un principe très général, qui serait applicable, d'après la proposition de son auteur, à tous les phénomènes de

la nature. Il devait en particulier constituer un théorème général pour la mécanique.

Pour fixer les idées, Ostwald fait d'abord la remarque, qu'un point matériel libre qui tombe dans le champ de gravitation, et qui, assujéti à la seule condition de respecter le théorème des forces vives, pourrait se mouvoir de plusieurs manières différentes, suit la trajectoire qui donne, à chaque instant, la plus grande transmission de l'énergie ("Energieumsatz") pour l'unité de temps. Il énonce ensuite le théorème suivant:

"Von allen möglichen Energieumwandlungen wird diejenige eintreten, welche in gegebener Zeit den größt möglichen Umsatz ergibt."

(Parmi toutes les transformations d'énergies possibles, celle qui se présente réellement, donne, pour un intervalle de temps donné, la plus grande transmission (d'énergie)).

Tout phénomène dans la nature est une transmission d'énergie, une quantité d'énergie qui passe d'une forme à une autre. C'est cette quantité par rapport au temps que le grand "énergéticien", qui fut Wilhelm Ostwald, envisage dans son théorème. On pourrait emprunter à l'hydrodynamique et à l'électromagnétisme le mot *flux*, et dire que le théorème ostwaldien affirme que, dans tous les phénomènes de la nature, le "*flux d'énergie*" est toujours le plus grand possible.

Il s'agit évidemment d'un maximum lié, puisqu'il faut d'abord écarter l'ensemble des transformations d'énergies dites "impossibles". Outre les conditions spéciales qui s'imposent dans chaque cas particulier (liaisons), il existe cette condition universelle que constitue la loi de la conservation de l'énergie. Tous les phénomènes doivent se présenter comme des vraies "transformations", et non comme des pertes ou des créations d'énergies. Pour les problèmes de la mécanique, cela revient à dire que le théorème des forces vives doit être respecté.

Ostwald a formulé son principe analytiquement de la manière suivante:

$$\delta \left(\frac{\Delta E}{\Delta t} \right) = 0,$$

où ΔE est l'énergie transmise pendant le temps Δt , et δ signifie une différentiation totale par rapport à tous les paramètres dont dépend l'ensemble des transformations d'énergies possibles au moment donné. Ostwald remarque que cet énoncé fait voir seulement que $\frac{\Delta E}{\Delta t}$ atteint un extremum. Il ajoute qu'un minimum peut se présenter dans certains cas.

Aucune démonstration de ce théorème hardi n'a, à ma connaissance, été publiée par l'illustre savant, et le principe a fait naître une discussion assez vive. Néanmoins, la question n'a point été tranchée définitivement. Le mathématicien hongrois, M. Z. Gyösö, a prononcé il-y-a dix huit ans, dans "*Ann. der Physik*" un jugement apparemment décisif. Malheureusement, le point de départ de M. Gyösö était, nous le verrons plus loin, inexact.

C. NEUMANN a consacré à ce sujet un article intitulé: "*Das Ostwald'sche Axiom des Energieumsatzes*" (*Berichte d. säch. Gesellschaft d. Wissenschaften*, Band 44 (1892) p. 184), qui commence ainsi: "Prof. Ostwald hat in seinem neuesten Werk (Lehrbuch der Chemie) ein gewisses Axiom aufgestellt über den Umsatz der Energie, d. i. über dasjenige Quantum von Energie, welches binnen einer gegebenen Zeit aus der potentiellen (distanziellen) Form in die kinetische Form übergeht. Auf Veranlassung meines hochgeehrten Collegen habe ich dieses Axiom einer näheren Untersuchung unterworfen, allerdings unter der beschränkenden Voraussetzung, daß das gegebene, materielle System zu Anfang sich in Ruhe befindet, und daß die von dieser Ruhelage aus beginnende Bewegung nur während ihres ersten Zeitelementes in Betracht gezogen werden soll."

Neumann arrive à la conclusion suivante: "Ein beliebigen Bedingungen unterworfenen materielles System bewege sich unter dem Einfluß gegebener Kräfte, die ein Potential besitzen.

Befindet sich dieses System zu Anfang eines unendlich kleinen Zeitelementes τ in Ruhe, so wird unter allen mit jenen Bedingungen verträglichen, virtuellen Bewegungen eine vorhanden sein, deren lebendige Kraft zu Ende der gegebenen Zeit τ am größten ist. Diese letztere wird alsdann diejenige sein, welche unter dem Einfluß der gegebenen Kräfte während der Zeit τ in Wirklichkeit eintritt."

Or cet énoncé est un peu plus général que ne justifient les calculs. Par "*beliebige Bedingungen*" il faut entendre des liaisons quelconques qui *ne dépendent pas du temps*. Ce qu'a fait Neumann c'est donc de retrouver le théorème fameux de LAGRANGE (*Mécanique Analytique*, 2. partie, 3. section, § 37) et de DELAUNAY (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, tome V (1840) p. 255) sur l'énergie cinétique que prend au premier moment un système matériel qui, à partir d'un état de repos, se met en mouvement sous l'action des percussions quelconques données. La condition que les liaisons soient indépendantes du temps, est essentielle, soit pour le théorème de Lagrange-Delaunay (Lagrange, *Loc. cit.*, II, 3, § 33. Delaunay *Loc. cit.*, p. 261) soit pour la démonstration de Neumann (*Loc. cit.*, p. 185. Les équations (3)).

L. BOLTZMANN, en utilisant le résultat de Neumann, a tenté de faire du théorème ostwaldien un principe général incontestable. Il n'a cependant, réussi qu'en se plaçant dans l'hypothèse d'une mécanique céleste atomique. Voici ce qu'il observe: ("*Ein Wort der Mathematik an die Energetik.*" *Ann. d. Physik*. Neue Folge, Band 57 (1896) p. 44). "Bei diesem Stand der Dinge mag man es entschuldigen, wenn ich auf die Gefahr hin, zu irren, selbst Herrn Ostwalds Ideen einheitlich zu fassen suche. Man kann die Mechanik, wie ich glaube, einwurfsfrei aus folgenden Principen erhalten:

1^o. Die mechanischen Systeme bestehen aus materiellen Punkten, deren kinetische Energie in bekannter Weise gleich $\frac{1}{2} \sum m v^2$ ist, und deren po-

tentielle (Distanz-) Energie une somme von Functionen der Entfernungen je zweier ist.

2^o. Wenn alle materielle Punkte anfangs ruhen, so bewegen sie sich während des nächst folgenden unendlich kleinen Zeiteilchens so, daß unter Wahrung des Energieprinzips ein Maximum potentieller Energie sich in kinetische umwandelt. (Neumann).

3^o. Wenn sich die materiellen Punkte schon anfangs bewegen, so superponiert sich die Geschwindigkeit, welche sie schon haben, während jedes Zeitmomentes mit der, welche sie nach 2. erhalten würden, wenn sie sich zu Anfang des betreffenden Zeitmomentes in gleicher, relativer Lage in Ruhe befänden.“

Boltzmann ne fut point un “énergéticien”, et il admettait volontiers l'imperfection de cet énoncé, qu'il croyait néanmoins être le meilleur que pouvaient fournir les idées d'Ostwald.

Cette énergie potentielle dont il parle dans le premier énoncé, on ne la connaît pas pour un système quelconque, un corps solide par exemple. Boltzmann fait à propos de cette faiblesse, l'observation critique suivante (*Loc. cit.* p. 45). “Eine direkte Ableitung der allgemeinen Euler'schen Bewegungsgleichungen für starre Körper aus energetischen Principien ohne den Umweg über die atomistische Hypothese, ist mir nicht bekannt.“

Je ne me propose pas de discuter ici la service que pourra rendre le théorème ostwaldien sous la forme que lui a donné Boltzmann. Il suffit de remarquer que cet énoncé ne constitue certainement pas un principe général de la mécanique. Voici pourquoi: en se trouvant dans l'impossibilité de donner aucun renseignement sur l'énergie potentielle dont nous venons de parler, le principe Ostwald-Boltzmann ne nous permet pas d'écrire, dans un cas concret, les équations du mouvement. Ni Neumann, ni Boltzmann, n'ont donc, on l'admettra, dit rien de définitif. Le théorème d'Ostwald est resté entouré d'une atmosphère de mysticisme, Il a été accepté dans certains milieux comme une vérité universelle. C'est alors en 1903 que le mathématicien hongrois, a qui nous avons fait allusion plus haut a tenté de répondre finalement à la question pendante.

M. ZEMPLÉN GYÖSÖ s'est proposé (“*Ueber den Energieumsatz in der Mechanik*“ *Ann. d. Physik*, 4. Folge, 10. Band 1903, p. 419) le problème suivant. Un point matériel se meut sur une surface $\varphi(x, y, z) = 0$ sous l'action d'une force, dont les composantes X, Y, Z , ne dépendent pas du temps. En appliquant le théorème d'Ostwald, quelles sont les équations du mouvement, et dans quels cas ces équations et les équations ordinaires se confondent-elles?

M. Gyösö appelle u, v, w , les composantes de la vitesse a l'époque t , et $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ leurs valeurs pour $t + \tau$, et il cherche les $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ qui rendent maximum

$$T_{t+\tau} - T_t = \frac{1}{2} m \{ \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 - u^2 - v^2 - w^2 \},$$

sous les deux conditions qu'imposent le théorème des forces vives et la liaison. Il exprime ces conditions sous la forme

$$(35) \quad \frac{1}{2} m \{ \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 - u^2 - v^2 - w^2 \} + \frac{\tau}{2} \{ X(\bar{u} + u) + Y(\bar{v} + v) + Z(\bar{w} + w) \} = 0,$$

$$(36) \quad \frac{\tau}{2} \left\{ \frac{\partial q}{\partial x} (\bar{u} + u) + \frac{\partial q}{\partial y} (\bar{v} + v) + \frac{\partial q}{\partial z} (\bar{w} + w) \right\} = 0,$$

les $x, y, z; X, Y, Z; u, v, w; \tau$ étant regardées comme des constantes.

Or ici l'auteur est dans l'erreur. En effet, il est facile de faire voir que ces conditions (35) et (36) ne sont pas, dans certains cas, satisfaites par des mouvements réels. Prenons un point qui se meut sur une sphère du rayon R , et dont le centre est à l'origine et faisons:

$$x = 0, y = 0, z = R; u = u, v = 0, w = 0; X = 0, Y = 0, Z = Z,$$

et, par conséquent:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = 0; \frac{\partial q}{\partial y} = 0; \frac{\partial q}{\partial z} = 2R.$$

Les conditions (35) et (36) deviennent:

$$(35') \quad \frac{1}{2} m \{ \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 - u^2 \} - \frac{\tau}{2} Z \bar{w} = 0,$$

$$(36') \quad \tau R \cdot \bar{w} = 0,$$

et ces équations doivent être remplies identiquement pour les termes en τ^2 . Or dans le mouvement réel on trouve

$$\bar{u} = u \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{u^2}{R^2} \tau^2 + \dots \right\}, \bar{v} = 0, \bar{w} = -\frac{u^2}{R} \tau + \dots$$

et, si l'on met ces valeurs dans les expressions (35') et (36') on obtient

$$(35'') \quad \frac{\tau^2}{2} Z \frac{u^2}{R} + \dots = 0,$$

$$(36'') \quad -\tau^2 u^2 + \dots = 0.$$

Il n'y a donc rien d'étonnant que M. Gyösö puisse tirer de ses équations finales la conclusion qu'elles ne représentent pas dans le cas général le mouvement réel. Mais en vertu de son point départ inexact, ses recherches ne fournissent aucun critère applicable au théorème ostwaldien.

VII. Discussion du théorème ostwaldien.

Dans son théorème, Ostwald envisage les différents mouvements possibles pendant un intervalle donné ("in gegebener Zeit"). D'après l'énoncé il n'est nullement clair si l'on doit entendre par là un intervalle fini ou infiniment petit, mais constant, c'est à dire, le même pour tous les mouvements considérés.

Ostwald affirme que le mouvement réel réalise

$$(37) \quad \delta \left(\frac{AE}{At} \right) = 0$$

parmi tous les mouvements possibles au point de vue énergétique (Théorème des forces vives) et cinématique (liaisons).

Avec $E = \frac{1}{2} \Sigma m v^2$, on a

$$(38) \quad \frac{AE}{At} = \Sigma m \bar{v} \cdot \bar{a} + \frac{1}{2} \Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}' + \bar{a}^2) At + \frac{1}{3!} \Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}'' + 3\bar{a} \cdot \bar{a}') At^2 + \\ + \frac{1}{4!} \Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}''' + 4\bar{a} \cdot \bar{a}'' + 3\bar{a}'^2) At^3 + \dots,$$

en désignant par \bar{a} les vecteurs accélérations, et par \bar{a}' , \bar{a}'' , ... les dérivées totales supérieures.

La durée At étant arbitraire, la condition (37) entraîne

$$(39) \quad \left\{ \begin{array}{l} (a) \quad \delta \Sigma m \bar{v} \cdot \bar{a} = 0 \\ (b) \quad \delta \Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}' + \bar{a}^2) = 0 \\ (c) \quad \delta \Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}'' + 3\bar{a} \cdot \bar{a}') = 0 \\ (d) \quad \delta \Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}''' + 4\bar{a} \cdot \bar{a}'' + 3\bar{a}'^2) = 0 \\ \dots \end{array} \right.$$

Une première remarque est la suivante. Les coordonnées, les vitesses des points et le temps étant les mêmes pour tous les mouvements constituant le "champ de variation", l'opération δ doit nécessairement signifier

$$(39') \quad \delta F(x, x', x'', x''', \dots, t) = \Sigma \frac{\partial F}{\partial x_i''} \delta x_i'' + \Sigma \frac{\partial F}{\partial x_i'''} \delta x_i''' + \dots$$

Quant aux équations qui lient les variations $\delta x_i''$, $\delta x_i'''$, ... entre elles, on a :

termination se fait voir dans les calculs par la présence d'un système d'équation homogène en les multiplicateurs correspondant aux équations (41'). On obtient donc une solution en égalant à zéro tous ces multiplicateurs, ce qui revient à dire que les dites conditions n'entrent pas effectivement dans le problème. On peut donc constater:

Le principe d'Ostwald constitue dans le cas où les liaisons dépendent du temps, un problème indéterminé.

Bornons nous alors au cas où les forces de liaisons ne figurent pas dans les équations (41) et (41') (Liaisons parfaites, indépendantes du temps). On voit d'abord que la première variation (39 a)

$$\delta A_1 = \delta \Sigma m \bar{v} \cdot \bar{a}$$

et nécessairement nulle, puisque, d'après (41' a), elle est égale à la variation d'une quantité qui ne dépend pas des accélérations et des dérivées supérieures (Voir (39')).

Passons maintenant à la variation (39 b)

$$\delta A_2 = \delta \Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}' + \bar{a}^2).$$

Remarquons d'abord que, si l'on supprimait les conditions énergétiques, la fonction $\Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}' + \bar{a}^2)$ pourrait prendre une valeur quelconque, donnée d'avance, même en supposant les accélérations fixes, *sauf dans le cas où les vitesses sont toutes nulles*. (Hypothèse de Neumann!) En effet, soient

$$x_{i_0}''', x_{i_0}''', \dots$$

un système des accélérations et des dérivées supérieures, qui satisfait aux conditions (40), et qui rend

$$\Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}' + \bar{a}^2) = \Sigma m x_{i_0}' x_{i_0}'' + \Sigma m x_{i_0}''^2 = \omega,$$

et soient

$$x_{i_0}''', x_{i_0}'' + x_{i_1}''', \dots$$

un autre système des mêmes quantités, ce qui entraîne que les x_{i_1}''' , sont des déplacements virtuels (Voir (40 b)). Les vitesses, x_{i_1}' qui, par hypothèse, ne sont pas toutes nulles, constituent un tel système des déplacements virtuels, puisque les liaisons sont indépendantes du temps. En mettant

$$x_{i_1}''' = \frac{1}{2} \frac{A - \omega}{E} \cdot x_{i_1}',$$

il vient

$$\Sigma m (\bar{v} \cdot \bar{a}' + \bar{a}^2) = \omega + \frac{A - \omega}{E} \frac{1}{2} \Sigma m_i x_{i_1}'^2 = A,$$

où A est un nombre prescrit d'avance. Si la variation δA_2 est quand même zéro, elle l'est en vertu de la restriction qu'impose la condition énergétique

$$(41 \text{ b}) \quad \Sigma m(\bar{v} \cdot \bar{a}' + a^2) - \Sigma \bar{P}' \cdot \bar{a} + \Sigma \bar{P}' \cdot \bar{v}.$$

Or le second membre ne dépend que des accélérations. Pour que δA_2 s'annule, il est donc nécessaire et suffisant que la variation du second membre soit égale à zéro sous les seules conditions (40 a) et (41 a). En effet, les x_i'''' , x_i'''' , ..., étant d'abord quelconques, on peut toujours satisfaire aux équations (40 b), (40 c) ... quelles que soient les x_i'' , le déterminant $|a_{ji}|$ étant nécessairement $\neq 0$. Pour satisfaire aux équations (41 b), (41 c) ... il suffit, en vertu des termes $\Sigma m \bar{v} \bar{a}'$, $\Sigma m \bar{v} \bar{a}''$ qui, par hypothèse, y figurent effectivement, d'ajouter aux valeurs x_i'''' , x_i'''' ... déjà déterminées, des systèmes des déplacements virtuels convenablement choisis, ce qui ne change rien dans les équations (40 b), (40 c) ...

Le problème se présente alors sous la forme: Trouver les conditions pour que

$$dA_2 = \delta(\Sigma \bar{P}' \cdot \bar{a} + \Sigma \bar{P}' \cdot \bar{v}) = 0,$$

les variations $\delta \bar{a}$ étant assujetties aux équations

$$(40' \text{ a}) \quad \Sigma a_{ji} \delta x_i'' = 0,$$

$$(41' \text{ a}) \quad \Sigma m_i x_i' \delta x_i'' \equiv \delta A_1 = 0.$$

On a

$$\begin{aligned} \delta A_2 &= \delta(\Sigma \bar{P}' \cdot \bar{a} + \Sigma \bar{P}' \cdot \bar{v}) = \Sigma X_i \delta x_i'' + \Sigma x_i' \delta X_i', \\ \delta X_i' &= \delta \left(\frac{\partial X_i}{\partial t} + \Sigma^h \frac{\partial X_i}{\partial x_h} x_h' + \Sigma^k \frac{\partial X_i}{\partial x_k'} x_k'' \right) = \Sigma^k \frac{\partial X_i}{\partial x_k'} \delta x_k''. \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} \delta A_2 &= \Sigma X_i \delta x_i'' + \Sigma^i x_i' \Sigma^k \frac{\partial X_i}{\partial x_k'} \delta x_k'' = \Sigma^i \left(X_i + \Sigma^k \frac{\partial X_i}{\partial x_k'} x_k' \right) \delta x_i'' = \\ &= \Sigma^i \left(\frac{\partial}{\partial x_i'} \Sigma^k X_k x_k' \right) \delta x_i''. \end{aligned}$$

Pour que δA_2 soit nulle, il faut qu'on puisse trouver $(r+1)$ nombres, λ_{1j} et ϵ_1 tels que

$$(42) \quad \frac{\partial}{\partial x_i'} \sum_1^n \Sigma^k X_k x_k' - \epsilon_1 m_i x_i' + \sum_1^r \lambda_{1j} a_{ji} = 0.$$

Dans le cas général ce n'est pas possible sauf pour

$$n = \nu + 1$$

c'est à dire, pour des systèmes à liaisons complètes. Or pour ces systèmes le principe d'Ostwald est superflu, puisque le théorème des forces vives seul suffit pour déterminer le mouvement. Si

$$n > \nu + 1$$

on voit que *l'extremum ostwaldien exige*, comme condition nécessaire, *l'existence de certaines relations entre les forces et les vitesses*, c'est à dire entre les données du problème. Les accélérations n'y entrent pas.

Le théorème d'Ostwald n'est donc point général. Son champ d'application est limité par les conditions (42). Reste à savoir si ces conditions sont remplies pour des types de problèmes d'une certaine généralité.

Supposons d'abord que les forces soient indépendantes des vitesses. Les équations (42) deviennent

$$(42') \quad \varsigma_1 [m_i x_i'] = X_i + \sum_j \lambda_{1j} a_{ji},$$

où j'écris $[m_i x_i']$ pour souligner qu'il s'agit des valeurs numériques des quantités de mouvements, et non des relations fonctionnelles. Passons maintenant à la variation

$$\delta A_3 = \delta \sum m (\bar{v} \cdot \bar{a}' + 3\bar{a} \cdot \bar{a}') = \delta (\sum \bar{P} \cdot \bar{a}' + 2\sum \bar{P}' \cdot \bar{a} + \sum \bar{P}'' \cdot \bar{v}).$$

D'après un raisonnement analogue à celui qui nous a servi plus haut, le problème suivant se pose: Trouver les conditions pour que

$$(43) \quad \delta (\sum \bar{P} \cdot \bar{a}' + 2\sum \bar{P}' \cdot \bar{a} + \sum \bar{P}'' \cdot \bar{v}) = 0$$

sous les restrictions (40 a), (40 b); (41 a), (41 b) en tenant compte que les variations des seconds membres de ces deux dernières équations sont nulles en vertu des conditions déjà remplies.

Les équations qui exprimeront les conditions cherchées, contiendront les accélérations et détermineront les valeurs "ostwaldiennes" de ces quantités en fonctions des vitesses, des forces données et des dérivées premières de ces dernières par rapport aux coordonnées et du temps. En effet, les \bar{P}' et \bar{P}'' figurent dans la variation (43), qui peut s'écrire

$$(43') \quad \sum X_i \delta x_i''' + 2\sum X_i' \delta x_i'' + \sum_i x_i' \sum_k \frac{\partial X_i}{\partial x_k} \delta x_k'' = 0,$$

puisque les forces sont par hypothèse indépendantes des vitesses, ci qui entraîne

$$\delta X_i' = 0, \quad \delta X_i'' = \sum^k \frac{\partial X_i}{\partial x_k} \delta x_k''.$$

Les dérivées totales X_i' et les dérivées partielles $\frac{\partial X_i}{\partial x_k}$ interviendront donc dans les équations qui, par la méthode des multiplicateurs, détermineront les inconnues, c'est-à-dire les accélérations. C'est donc une condition nécessaire pour que les accélérations ostwaldiennes et celles du mouvement réel puissent se confondre, que ces dérivées disparaissent dans le résultat. La seule hypothèse simple, me semble-t-il, qui pourra réaliser cette condition¹, est de supposer

$$X_i' = 0, \quad \frac{\partial X_i}{\partial x_k} = 0.$$

En se plaçant dans cette hypothèse, l'équation (43') devient

$$(43'') \quad \delta \sum X_i x_i''' = \sum X_i \delta x_i''' = 0.$$

Il faut donc qu'on puisse trouver $2(\nu + 1)$ quantités $\varsigma_1', \varsigma_2'; \lambda_{1j}', \lambda_{2j}'$ telles que

$$(44) \quad \begin{cases} (a) & \varsigma_2' m_i x_i' = X_i + \sum_j \lambda_{2j}' a_{ji} \\ (b) & 2\varsigma_2' m_i x_i'' = \varsigma_1' m_i x_i' + \sum_j \lambda_{1j}' a_{ji} + \sum_j \lambda_{2j}' b_{ji}. \end{cases}$$

Les équations (44 a) sont déjà supposées satisfaites. En effet avec

$$\varsigma_2' = \varsigma_1, \quad \lambda_{2j}' = \lambda_{1j},$$

les équations (44 a) et (42') se confondent.

Il reste donc les $(\nu + n + 1)$ équations (44 b), (40 a) et (41 a) pour déterminer les inconnues λ_{1j}', x_i'' et ς_1' .

Il faut d'abord que les b_{ji} soient nulles, puisque les accélérations réelles ne dépendent que des coefficients a_{ji} et non de leurs dérivées (Voir les équations (4)). Les équations (44 b) deviennent

$$(44' b) \quad 2\varsigma_2' m_i x_i'' = \varsigma_1' m_i x_i' + \sum_j \lambda_{1j}' a_{ji}.$$

On peut satisfaire à cette équation et aux équations (40 a) et (41 a) en faisant

$$\varsigma_1' = 2\varsigma_2'^2, \quad \lambda_{1j}' = 0.$$

De (44' b) on tire

$$(45) \quad \varsigma_2' m_i x_i' = m_i x_i'',$$

¹ Voir une note p. 46.

et en mettant ce résultat dans les équations (44 a), on obtient

$$(46) \quad m_i x_i'' = X_i + \sum_j \lambda_{ij}' a_{ji} .$$

Remarque.

Dans le cas d'équilibre les forces sont de la forme

$$X_i = \sum_j \lambda_j a_{ji}$$

et les λ_j' sont, par conséquent, nuls. (Voir (42') et (44 a) en se souvenant que $\lambda_j' = \lambda_j$). Les accélérations ne figurent donc pas effectivement dans les équations (44' b), et nos conclusions sont en défaut. Dans ce cas le théorème d'Ostwald ne donne aucune détermination du mouvement.

Nous avons dû supposer plus haut que les

$$b_{ji} \equiv a_{ji}' - \frac{\partial a_{ji}}{\partial x_i'} = 0 .$$

En faisant les calculs, on trouve

$$b_{ji} = \sum_k \left(2 \frac{\partial a_{ji}}{\partial x_k} + \frac{\partial a_{jk}}{\partial x_i} \right) x_k' .$$

(Voir les équations (1) et (1 a) p. 8 et p. 9. On se souvient que les liaisons sont supposées indépendantes du temps, ce qui entraîne que les a_j des équations (1) disparaissent). Si l'on veut écarter des suppositions tout à fait artificielles, il faut, pour que les b_{ji} soient nuls, que les coefficients a_{ji} ne dépendent pas des coordonnées, c'est à dire, que

$$\frac{\partial a_{ji}}{\partial x_k} = 0 .$$

Comme les a_{ji} sont déjà supposés indépendants du temps, il faut donc qu'ils soient des constantes numériques. On aura ainsi au lieu des équations (40), le tableau suivant:

$$(40'') \quad \begin{cases} (a) & \sum_i a_{ji} x_i'' = 0 , \\ (b) & \sum_i a_{ji} x_i''' = 0 , \\ (c) & \sum_i a_{ji} x_i'''' = 0 , \\ & \end{cases}$$

Toutes les dérivées supérieures doivent donc satisfaire aux équations de liaisons.

Dans notre résultat (46) les λ_{2j}' sont donnés d'avance. Il s'agit de démontrer que les x_i'' ainsi déterminées, satisfassent aux équations (40'' a) et à l'équation (41 a). De l'égalité (45) il suit que

$$x_i'' = s_2' x_i',$$

et puisque les vitesses satisfont aux équations de liaisons

$$\sum_i a_{ji} x_i' = 0,$$

les accélérations doivent bien satisfaire aux équations (40'' a). Il en résulte que les x_i'' sont les accélérations dans le mouvement réel. En effet, il suffit pour cela qu'elles puissent s'écrire sous la forme (46), et qu'elles satisfassent aux équations de liaisons. Elles sont donc conformes à l'exigence du théorème des forces vives, c'est à dire elles satisfont aussi à l'équation (41 a).

Si l'on pousse les recherches plus loin en envisageant les variations successives, $\delta A_4, \delta A_5, \dots$, c'est facile à voir qu'en supposant que les dérivées supérieures des forces par rapport au temps soient nulles, et en faisant toutes les dérivées x_i''', x_i''', \dots égales à zéro, on peut satisfaire, de proche en proche, à toutes les conditions qui se posent. Par exemple pour que la variation δA_4 s'annule sous les restrictions du problème, il faut, notre raisonnement habituel le démontre, que

$$\delta A_4 = \delta(\Sigma \bar{P} \cdot \bar{a}'' + 3\Sigma \bar{P}' \cdot \bar{a}' + 3\Sigma \bar{P}'' \cdot \bar{a} + \Sigma \bar{P}''' \cdot \bar{v}) = 0.$$

Cette variation peut s'écrire

$$\delta A_4 = \Sigma X_i \delta x_i'''' + 3\Sigma X_i'' \delta x_i''' + \Sigma x_i' \delta X_i''',$$

puisque d'après les hypothèses déjà faites, $X_i', \delta X_i'$ et $\delta X_i''$ s'annulent. En se plaçant toujours dans ces hypothèses, on trouve

$$\delta X_i''' = \Sigma^k \left\{ 2 \frac{\partial^2 X_i}{\partial t \partial x_k} + 3\Sigma^h \frac{\partial^2 X_i}{\partial x_k \partial x_h} x_h' \right\} \delta x_k''.$$

On aura donc

$$(48) \quad \delta A_4 = \Sigma X_i \delta x_i'''' + 3\Sigma^i \left\{ X_i'' + \Sigma^k \left(2 \frac{\partial^2 X_k}{\partial t \partial x_i} + 3\Sigma^h \frac{\partial^2 X_k}{\partial x_h \partial x_i} x_h' \right) x_k' \right\} \delta x_i''.$$

Cette variation doit être nulle sous les conditions (40'' a, b, c) et (41 a, b, c). Il s'agit donc de trouver 3 [$r + 1$] quantités $\lambda_{1j}'', \lambda_{2j}'', \lambda_{3j}''; s_1'', s_2'', s_3''$ telles que

$$(49) \left\{ \begin{array}{l} (a) \quad X_i + \sum_j \lambda_{3j}'' a_{ji} + \varsigma_3'' m_i x_i' = 0, \\ (b) \quad \sum_j \lambda_{2j}'' a_{ji} + 3\varsigma_3'' m_i x_i'' + \varsigma_2'' m_i x_i' = 0, \\ (c) \quad 3X_i'' + 3\sum_k \left(2 \frac{\partial^2 X_k}{\partial t \partial x_i} + 3\sum_l \frac{\partial^2 X_l}{\partial x_l \partial x_i} x_l' \right) x_k' + \sum_j \lambda_{1j}'' a_{ji} + \\ \quad \quad \quad + 3\varsigma_3'' m_i x_i''' + 2\varsigma_2'' m_i x_i'' + \varsigma_1'' m_i x_i' = 0. \end{array} \right.$$

Ces équations avec (40'' a, b, c) et (41 a, b, c) constituent un système de $3(n + \nu + 1)$ équations entre les $3(\nu + 1)$ multiplicateurs et les $3n$ quantités, x_i'' , x_i''' , x_i'''' .

Les deux premiers systèmes des équations (49), étant identiques aux équations (44 a) et (44' b), sont déjà satisfaits par les accélérations dans le mouvement réel. Il suffit de mettre

$$\lambda_{2j}'' = \lambda_{1j}' = 0, \quad \lambda_{3j}'' = \lambda_{2j}', \quad \varsigma_3'' = -\varsigma_2', \quad \varsigma_2'' = \frac{3}{2} \varsigma_1'.$$

Les équations (40'' a) et (41 a) sont donc aussi remplies. Quant aux quantités x_i'''' , elles ne figurent que dans (41 c). Nous avons démontré plus haut qu'on peut toujours satisfaire à cette équation en mettant $x_i'''' = \alpha \cdot x_i''$, où α est un nombre convenablement choisi. Or ces valeurs de x_i'''' satisfont bien aux équations (40'' c).

Il reste donc les dernières équations (49 c) et les conditions (40'' b) et (41 b) entre les inconnues x_i''' , λ_{1j}'' et ς_1'' . Il faut que les x_i''' , ainsi déterminées, soient les dérivées des x_i'' données par les équations (46). Elles ne doivent donc pas dépendre des X_i'' , des $\frac{\partial^2 X_i}{\partial x_k \partial x_l}$ et des $\frac{\partial^2 X_i}{\partial x_k \partial t}$. Il faut, par conséquent, que ces quantités disparaissent des équations (49 c). Comme plus haut, il ne se présente qu'une seule hypothèse simple, à savoir:

$$X_i'' = 0, \quad \frac{\partial X_i}{\partial x_k \partial x_l} = 0, \quad \frac{\partial X_i}{\partial t \partial x_k} = 0.$$

Il en résulte qu'on doit avoir aussi

$$\frac{\partial^2 X_i}{\partial t^2} = 0,$$

puisque les forces sont indépendantes des vitesses.

Les équations (49 c) deviennent

$$(49' c) \quad \sum_j \lambda_{1j}'' a_{ji} + 3\varsigma_3'' m_i x_i''' + 2\varsigma_2'' m_i x_i'' + \varsigma_1'' m_i x_i' = 0.$$

En résolvant les équations linéaires en question, on trouve

$$x_i''' = 0, \quad \lambda_{1j}'' = 0, \quad \varsigma_1'' = -2\varsigma_2'' \cdot \varsigma_2' = -3\varsigma_2' \varsigma_1'.$$

En effet, les équations (49' c) se réduisent aux équations (45), et l'équation (41 b) sera remplie en vertu des égalités (46) en tenant compte des équations (40'' a).

Or $x_i''' = 0$ sont bien les valeurs des dérivées des composantes d'accélération dans le mouvement réel. En effet, nous avons trouvé

$$(46') \quad x_i'' = \frac{1}{m_i} \{X_i + \sum_j \lambda_{2j}' a_{ji}\}.$$

Les dérivées par rapport au temps des seconds membres sont nulles puis $X_i' = 0$, et les λ_{2j}' sont des polynômes linéaires des X_i à coefficients constants numériques (Voir les formules (6), (6 a), (6 b) et (5 a), en se souvenant que les a_{ji} sont des constants et que les a_{ji} disparaissent.)

En passant ensuite aux variations δA_5 , δA_6 on trouve de proche en proche qu'il faut supposer les dérivées supérieures X_i'''' , X_i'''' , ... zéro, et que dans cette hypothèse la détermination ostwaldienne donne $x_i'''' = x_i'''' = \dots = 0$, ce qui sont les vraies valeurs. En effet les forces et les liaisons étant constantes, les accélérations le seront également, et les dérivées supérieures s'annuleront.

Nous avons écarté plus haut le cas où les forces dépendent des vitesses. Ce cas ne peut entrer en considération, puisqu'il faut, nous l'avons vu, que les forces soient constantes.

En récapitulant on peut énoncer les conclusions suivantes:

En faisant abstraction des systèmes dont les liaisons dépendent du temps, et pour lesquelles le théorème ostwaldien représente un problème indéterminé, et des systèmes à liaisons complètes où le théorème est superflu, la proposition d'Ostwald est vrai:

- 1°. *Si les vitesses sont nulles,*
dans tous les cas.
- 2°. *Si les vitesses ne sont pas toutes nulles,*
pour des systèmes dont les équations de liaisons,

$$a_{j1} \delta x_1 + a_{j2} \delta x_2 + \dots + a_{jn} \delta x_n = 0,$$

sont à coefficients constants, et qui sont sollicités par des forces constantes, dont les valeurs peuvent s'exprimer sous la forme

$$X_i = \zeta [m_i x_i'] + \sum_j \lambda_j a_{ji}$$

où $\zeta \neq 0$, et les λ_j sont des paramètres arbitraires ($\zeta=0$ correspond au cas d'équilibre où le principe comme l'ont montré nos recherches, ne donne aucune détermination du mouvement).

Dans le cas 2^o le théorème est vrai pendant tout le mouvement. En effet, les accélérations sont constantes et proportionnelles aux vitesses en un instant arbitraire, mais fixe,

$$x_i'' = \varsigma x_i'.$$

Après τ secondes, les vitesses initiales, x_i' , seront devenues

$$x_{i\tau}' = x_i' + \tau \varsigma x_i' = (\tau + \varsigma \tau) x_i',$$

et les forces, qui sont par hypothèse

$$X_i = \varsigma [m_i x_i'] + \sum_j \lambda_j a_{ji},$$

pourront s'écrire

$$X_i = \frac{\varsigma}{1 + \tau \varsigma} [m_i x_{i\tau}'] + \sum_j \lambda_j a_{ji} = \varsigma_\tau [m_i x_{i\tau}'] + \sum_j \lambda_j a_{ji}.$$

Les conditions (42') sont donc remplies à chaque instant. Cela fournit la réponse à une question, posée au commencement de ce chapitre, concernant la notion "in gegebenner Zeit" dans le théorème ostwaldien. Dans le cas 2^o le théorème est vrai aussi pour des intervalles finis.

Les conditions (42') peuvent être interprétées de la manière suivante: Il faut que l'introduction de la nouvelle liaison

$$[m_1 x_1'] \delta x_1 + [m_2 x_2'] \delta x_2 + \dots + [m_n x_n'] \delta x_n = 0$$

établisse l'équilibre.

Appliquons notre résultat, à titre d'exemple, au cas d'un point matériel qui tombe dans l'espace (Exemple classique d'Ostwald). Soit l'axe de coordonnées Oz verticale de haut en bas, Ox et Oy horizontales. Si la vitesse est verticale, la nouvelle liaison se présente sous la forme

$$[mv] \delta z = 0.$$

Les déplacements virtuels sont donc tous contenus dans le plan horizontal Oxy et, la force étant verticale, il y a bien équilibre. Le théorème est vrai. Si, au contraire, la vitesse est quelconque, les déplacements virtuels sont dans un plan incliné. Il n'y donc pas d'équilibre, et le théorème ostwaldien est en défaut.

Pour faire voir *le caractère très artificiel de la condition (42')*, il suffit d'examiner le cas de deux points matériels égaux, qui tombent sous l'action de la pesanteur avec des vitesses initiales verticales, mais différentes, v_1 et $v_2 = \varsigma v_1$. La liaison à introduire, sera

$$v_1 \delta z_1 + v_2 \delta z_2 = 0,$$

ou

$$\delta z_1 + \varsigma \delta z_2 = 0.$$

Les forces étant égales et verticales, il n'y a pas d'équilibre, et le théorème ne s'applique pas. Or le théorème est vrai, appliqué séparément à chacun des deux points.

Par un raisonnement direct on pourra facilement se rendre compte de ce résultat. La condition de respecter le théorème des forces vives,

$$mgv_1 + mgv_2 = mv_1 a_1 + mv_2 a_2$$

porte sur l'ensemble des accélérations. Nous supposons *a priori* que les accélérations soient verticales, ce champ de variation limité étant suffisant pour le raisonnement qui va suivre. D'après Ostwald il faut choisir a_1 et a_2 telles que la "transmission d'énergie"

$$\frac{1}{2} \Sigma m (v + at)^2 - \frac{1}{2} \Sigma mv^2 = m(v_1 a_1 + v_2 a_2) \tau + \frac{1}{2} m (a_1^2 + a_2^2) \tau^2$$

soit la plus grande possible. En faisant les calculs, on trouve:

$$a_1 = g v_1 \frac{v_1 + v_2}{v_1^2 + v_2^2}, \quad a_2 = g v_2 \frac{v_1 + v_2}{v_1^2 + v_2^2}.$$

Pour $v_1 = v_2$ on a

$$a_1 = a_2 = g.$$

Or dans ce cas notre liaison hypothétique établit l'équilibre, et le théorème est bien vrai.

Note. Les hypothèses dans lesquelles nous nous sommes placés dans le cas où les vitesses ne sont pas toutes nulles (des forces constantes et des équations de liaisons à coefficients constants) sont des hypothèses *suffisantes*. Leur nécessité n'a pas été démontrée, et la question se pose si elles peuvent être remplacées par des conditions plus larges.

Remarquons d'abord que la condition initiale

$$(42') \quad \epsilon [m_i v_i'] = X_i + \Sigma_j \lambda_j a_{ji},$$

dont nous avons fait voir le caractère très artificiel, est *nécessaire*, et qu'elle est aussi suffisante pour que le théorème soit vrai *pendant un intervalle infiniment petit*. ($v_i' \neq 0$)

Pour que le théorème ostwaldien s'applique pendant tout le mouvement, il faut donc qu'une équation analogue à (42') ait lieu à chaque instant, ce qui est obtenu par les conditions que les forces et les a_{ji} sont des constants. Ces conditions portent sur les forces données et le caractère cinématique du système *séparément*, et il est donc *a priori* très probable qu'on peut y substituer d'autres, moins étroites mais plus compliquées, qui portent sur l'ensemble des forces données et des liaisons de manière à faire dépendre les forces données de ces dernières.

M. CARTAN m'a indiqué à cet égard une rédaction fort élégante. Le théorème ostwaldien est vrai pour des systèmes holonomes et à liaisons indépendantes du temps, lorsque:

1^o il y a une fonction de forces, et

2^o lorsque les lignes de forces sont des géodésiques avec la condition supplémentaire que le déplacement correspondant aux vitesses initiales se fait dans le sens d'une ligne de force.

Pour un système à n paramètres q_1, q_2, \dots, q_n une *ligne de force* est définie dans l'espace à n dimensions par le système d'équations différentielles

$$\frac{\frac{\partial T}{\partial (dq_1)}}{\frac{\partial U}{\partial q_1}} = \frac{\frac{\partial T}{\partial (dq_2)}}{\frac{\partial U}{\partial q_2}} = \dots = \frac{\frac{\partial T}{\partial (dq_n)}}{\frac{\partial U}{\partial q_n}},$$

en désignant par $\frac{2T(q; dq)}{dt^2}$ la force vive. L'expression *géodésiques* s'entend dans le même espace, ds^2 étant représenté par la forme $2T(q; dq)$. Autrement dit le point (q_1, q_2, \dots, q_n) décrit une géodésique si la trajectoire du système peut être obtenue sans forces données.

Je me propose de revenir sur ces questions dans un autre travail. Bornons nous ici à remarquer que la condition supplémentaire de M. Cartan relative aux déplacements initiaux est identique à la condition (42'), dont nous venons de parler plus haut. Je croi aussi qu'on puisse étendre les considérations (pp. 49, 50) sur la liaison entre le théorème ostwaldien et le théorème 6 de la thèse actuelle aux conditions envisagées par M. Cartan.

VIII. Conclusions. Principe de la plus grande action.

Qu'est-ce qu'a observé Ostwald? Il a remarqué que le mouvement d'un point matériel qui tombe sous l'action de la pesanteur et avec une vitesse initiale verticale, jouit de la propriété suivante: Le théorème des forces vives est respecté, et $\frac{\Delta E}{\Delta t}$ est maximum, ΔE étant "der Energieumsatz", c'est à dire, la quantité d'énergie qui passe d'une forme à une autre pendant la durée Δt .

Si, en partant de ce fait, on veut tenter une généralisation, il faut d'abord remarquer, comme nous l'avons fait plus haut pour le cas général, que le problème posé n'a pas une solution unique si la force donnée (la pesanteur) est nulle. N'importe quelle trajectoire parcourue avec une vitesse constante en grandeur, obéit aux conditions exigées. Le théorème est donc incomplet, et il ne pourra, au plus, que déterminer l'effet que produisent les forces données, le mouvement sans ces forces étant prescrit par un autre procédé. En généralisant, il faut donc entendre par ΔE l'accroissement de la demi-force vive dû aux forces données. Nous écrivons, en modifiant légèrement la signification d'un symbole introduit plus haut, (voir (27) p. 26) $\Delta_f E$ pour désigner cet accroissement partiel. Dans le cas simple d'un point libre ΔE et $\Delta_f E$ se confondent, est la généralisation indiquée est donc admissible.

Au commencement du chapitre précédent nous avons de plus fait la remarque que dans le cas général où les liaisons dépendent du temps, la restriction de respecter le théorème des forces vives, n'a aucun sens.

Si l'on voulait alors essayer de préciser le théorème ostwaldien en se plaçant dans l'hypothèse la plus favorable au point de vue de l'interprétation de la proposition de l'illustre savant, on pourrait l'énoncer de la manière suivante:

Le mouvement réel rend extremum $A_f E$ sous la condition $T(x_i') = 0$.

On se souviendra que la restriction $T(x_i') = 0$ a un sens même si les liaisons dépendent du temps, puisque les forces de liaisons inconnues n'y figurent pas. Le théorème modifié est, lui aussi, en défaut, sauf dans les cas très spéciaux, mentionés plus haut. Mais en y substituant le mot: *accélération* au lieu du mot: *vitesse*, on obtient le théorème suivant:

Le mouvement réel rend extremum $A_f S$ sous la condition $T(x_i'') = 0$.

Or ce théorème est vrai. On a en effet,

$$A_f S = \frac{1}{2} \sum_i m_i (x_i'' + x_i'')^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i x_i''^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i x_i''^2,$$

puisque les x_i'' sont supposées déjà trouvées, et que, par conséquent, $\sum_i m_i x_i'' x_i'' = 0$ pour toutes les x_i'' cinématiquement réalisables. On a de plus

$$T(x_i'') \equiv \sum_i (X_i + R_{if} - m_i x_i'') x_i'' = 0,$$

d'où on tire, en se souvenant que les $R_{if} = \sum_j a_{ji} \mathfrak{P}_j$,

$$\sum_i X_i x_i'' - \sum_i m_i x_i''^2 = - \sum_i (X_i + R_{if}) x_i'' \equiv - \sum_i (X_i + \sum_j a_{ji} \mathfrak{P}_j) x_i''.$$

Or le second membre est nul, puisque $(X_i + \sum_j a_{ji} \mathfrak{P}_j)$ est égal à $m_i x_i''$ dans le mouvement réel (voir (8)), ce qui entraîne

$$\sum_i (X_i + \sum_j a_{ji} \mathfrak{P}_j) x_i'' = \sum_i m_i x_i'' x_i'' = 0.$$

Le problème qui se pose, est alors le suivant: Trouver les x_i'' qui rendent

$$\frac{1}{2} \sum_i m_i x_i''^2$$

extremum, sous la condition

$$\sum_i X_i x_i'' - \sum_i m_i x_i''^2 = 0.$$

J'ai démontré plus haut (Théorème 6, p. 22) que le seul système x_i'' qui satisfasse, à ces conditions, est l'ensemble des accélérations de forces dans le mouvement réel.

La liaison entre le théorème dont nous venons de nous occuper, et le principe ostwaldien n'est point purement formelle. Il est facile de faire voir que les conditions envisagées par nous¹ sous lesquelles le dernier principe est vrai, sont aussi les conditions pour que les deux théorèmes se réduisent aux mêmes problèmes.

En effet, si les vitesses sont toutes nulles, (premier cas, p. 44) la "transmission d'énergie" est bien proportionnelle à $\frac{1}{2} \sum m_i x_i''^2$, est le théorème des forces vives se présente sous la forme

$$\sum X_i x_i'' - \sum m_i x_i''^2 = 0.$$

L'identité des deux principes est donc évidente

Dans l'autre cas (deuxième cas, p. 44) les forces supposées constantes, sont de la forme

$$X_i = \zeta [m_i x_i'] + \sum \lambda_j a_{ji},$$

et cela suffit, avec la condition supplémentaire que les équations de liaisons

$$a_{j1} x_1' + a_{j2} x_2' + \dots + a_{jn} x_n' = 0$$

sont à coefficients constants, pour qu'on puisse toujours écrire

$$\sum X_i x_i^{(p)} = \zeta \sum m_i x_i' x_i^{(p)}.$$

On se souviendra que les premières des variations (39), non nécessairement nulles (Voir p. 37), étaient

$$\begin{aligned} \delta A_2 &\equiv \delta \sum m (\bar{v} \cdot \bar{a}' + \bar{a}^2), \\ \delta A_3 &\equiv \delta \sum m (\bar{v} \cdot \bar{a}'' + 3\bar{a} \cdot \bar{a}'), \\ &\dots \end{aligned}$$

Ces variations devaient être nulles sous les restrictions

$$\begin{aligned} A_2 &= \sum \bar{P} \cdot \bar{a}, \\ A_3 &= \sum \bar{P} \cdot \bar{a}', \\ &\dots \end{aligned}$$

Or puisque $\sum \bar{P} \cdot \bar{a}' = \zeta \sum m \bar{v} \cdot \bar{a}'$, on doit avoir séparément

$$\begin{aligned} \delta \sum m \bar{v} \cdot \bar{a}' &= 0, \\ \delta \sum m \bar{a}^2 &\equiv \delta \sum m_i x_i''^2 = 0 \end{aligned}$$

¹ Voir la note p. 46.

($x_i'' = 0; x_i'' = \dots x_i''$) sous les conditions

$$\delta A_2 - \delta \Sigma \bar{P} \cdot \bar{a} \equiv \delta (\Sigma m_i x_i''^2 - \Sigma X_i x_i'') = 0.$$

Et puisque, de plus, le "point" $x_i'' = x_i''' = \dots = x_i^{(p)} = 0$ est contenu dans le champ de variation, la valeur constante de la fonction $\Sigma m_i x_i''^2 - \Sigma X_i x_i''$ doit être zéro. Les accélérations sont donc déterminées par les exigences

$$\delta \frac{1}{2} \Sigma m_i x_i''^2 = 0, \quad \Sigma m_i x_i''^2 - \Sigma X_i x_i'' = 0.$$

La vérité au fond du théorème ostwaldien dans les cas considérés est donc, on l'admettra, la propriété de l'énergie d'accélération (de force) envisagée dans le Théorème 6. C'est facile à comprendre que deux énoncés si différents ne pourront amener aux mêmes expressions analytiques que dans des cas très spéciaux et assez artificiels.

Remarque finale.

Le Théorème 6 fournit un procédé pour déterminer les accélérations complémentaires créées par les forces données, les accélérations de liaisons étant données, par exemple, par le Théorème 5. On pourra tenter une synthèse de ces deux théorèmes en formulant le principe général qui est le suivant

THÉORÈME 7.

Les forces données portent l'énergie d'accélération d'un minimum à un maximum en respectant le théorème des forces vives d'accélération.

Après ce qui précède, on comprendra le sens de cet énoncé. Le point de vue que les forces données ne produisent qu'une variation d'une situation prescrite d'avance, est essentiel. L'augmentation de l'énergie d'accélération, créée par un système d'accélération complémentaire quelconque, $\Delta x_i''$, est toujours

$$\Delta S = \frac{1}{2} \Sigma m_i (x_i'' + \Delta x_i'')^2 - \frac{1}{2} \Sigma m_i x_i''^2 = \frac{1}{2} \Sigma m_i \Delta x_i''^2,$$

puisque

$$\frac{1}{2} \Sigma m_i x_i'' \Delta x_i'' = 0.$$

Or pour $\Delta x_i'' = x_i'''$

$$\frac{1}{2} \Sigma m_i \Delta x_i''^2$$

est maximum, et la valeur finale de S est donc aussi la plus grande qu'on puisse obtenir en partant, bien entendu, de S_{min} comme le prescrit le théorème.

Le Théorème 7 fournit, pour ainsi dire, un "*principe de la plus grande action*".

Vu et approuvé:

Paris, le 23 Janvier 1922.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
MOLLIARD.

Vu et permis d'imprimer:

Paris, le 23 Janvier 1922.

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
P. APPELL.

Imprimé 20 mai 1922.

DIE ANORDNUNG UND GRÖSSE DER ATOME IN DEN
WASSERFREIEN NITRATEN DER ERDALKALIMETALLE
UND IN DAMIT ISOMORPHEN VERBINDUNGEN

VON
L. VEGARD

(MIT 7 FIG. IM TEXT UND 1 TAFEL)

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 3)

UTGIT FOR FRIDTJOF NANSENS FOND

KRISTIANIA
IN KOMMISSION BEI JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i fællesmøtet den 24. mars 1922.

Die wasserfreien Nitrate von Ca, Ba, Sr und Pb bilden bekanntlich eine isomorphe Gruppe. Sie gehören der tetraedrisch-pentagon-dodekaedrischen Klasse des kubischen Systems. Eine genauere Beschreibung der kristallographischen Eigenschaften findet man in: P. Groth, Chemische Kristallographie.

Untersuchungen über die Raumgitterstruktur dieser Substanzen wurden schon vor mehreren Jahren und zwar mit dem Bragg'schen Spektrometer in Angriff genommen.

Später habe ich die Untersuchungen mit der Pulvermethode fortgesetzt und bei der Bestimmung der Atomanordnung wurden nur die Pulverphotogramme zu Grunde gelegt.

Die experimentelle Anordnung war im Prinzip dieselbe wie die von Debye und Scherrer angegebene.

Besonders wichtig bei der Herstellung der Pulverphotogramme ist ein betriebsicheres Röntgenrohr mit einem recht wohldefinierten, unbeweglichen Brennfleck. — Wenn man die Antikathode in eine wassergekühlte Metallvorrichtung anbringt, wird bei den üblichen Rohrentypen der Abstand zwischen Kathode und Antikathode recht groß werden. Hierdurch wird es oft schwer, einen wohl definierten Brennfleck in der Mitte der Antikathodenfläche zu bekommen, wenigstens wenn man eine sonst passende Spannung benutzen will.

Ich habe deshalb die Kathode (*K*) (Fig. 1) in einem Ansatz-Rohr (*R*), welches sich in das Röntgenrohr hineinstreckt, angebracht, und dadurch den Abstand zwischen Kathode und Antikathode vermindert. — Um die Entladung konstant zu halten, wurde das Durchströmungsverfahren benutzt.

Die Röhren dieses Typus haben sich bei uns sehr gut bewährt.

Die Aufnahme von den Röntgenphotogrammen der Nitrate von Pb, Ba, und Sr bietet keine Schwierigkeit, denn sämtliche kristallisieren wasserfrei bei gewöhnlicher Temperatur. $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ dagegen kristallisiert bei gewöhnlicher Temperatur monoklin mit 4 Molekülen Wasser. Die wasserfreie, kubische Form wurde durch Erhitzen auf ca. 150° hergestellt. — Die wasserfreie Form zerfließt sehr leicht, und selbst wenn man den Pulvertubus sehr schnell herstellt und in das mit Phosphorsäure getrocknete Kamergefäß einschließt, ist es kaum zu vermeiden, daß etwas

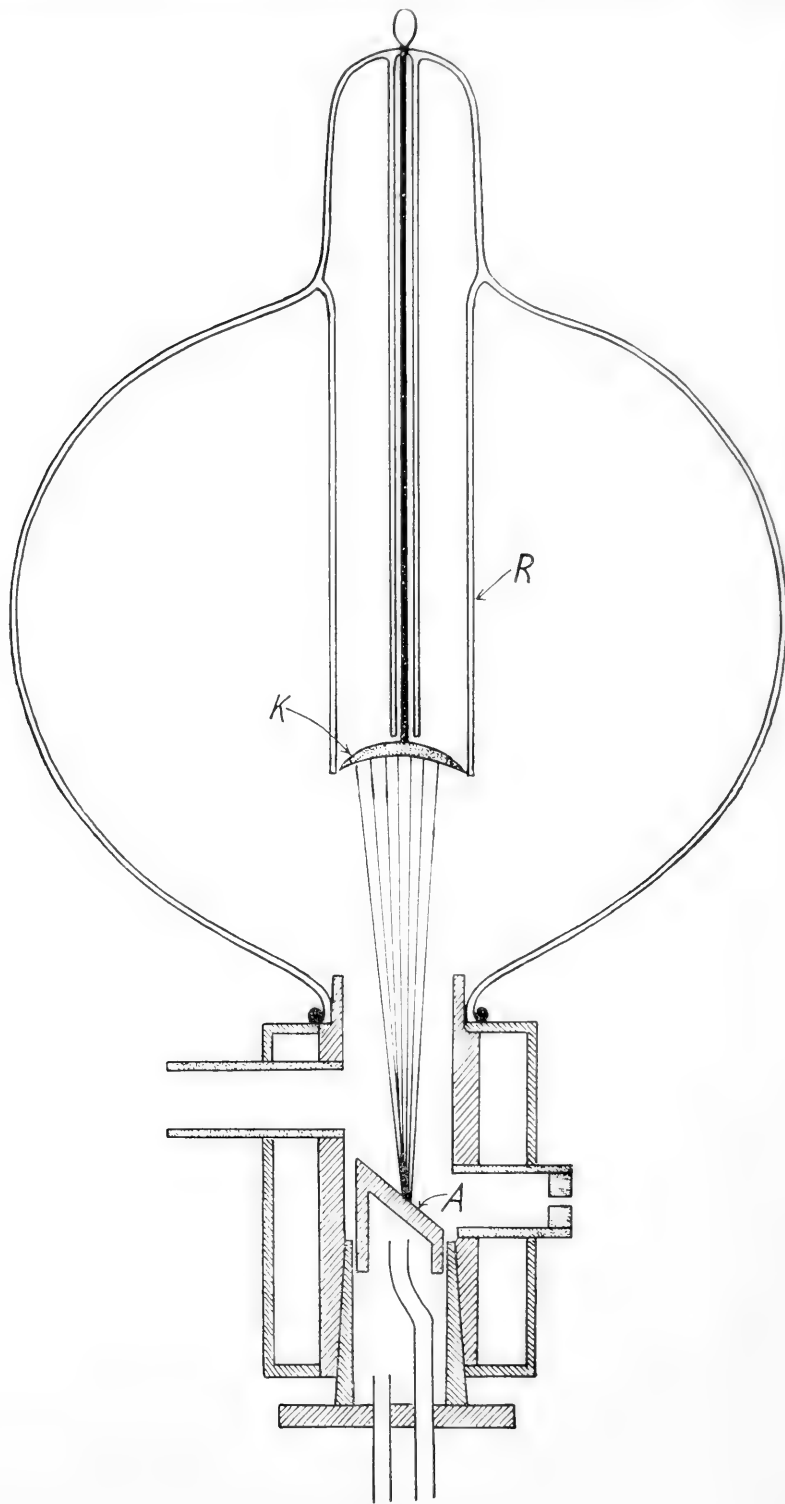


Fig. 1.

von der Substanz zerfließt. Dadurch werden die Linien im Verhältnis zur Grundschwärzung schwächer, und hierdurch erklärt sich wahrscheinlich die Tatsache, daß die Linien auf dem $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ -Photogramme weniger deutlich als bei den übrigen Nitraten hervortreten. — Besonders wurden die Linien großer Ablenkung sehr schwach und verwischt. Möglicherweise kann die Intensitätsabnahme der Linien bei Vergrößerung des Ablenkungswinkels auch dadurch zustande kommen können, daß die Linien durch das Vorhandensein von sehr kleinen Kristallkörnchen diffus werden.

Die Photogramme waren symmetrisch und der Ablenkungswinkel wurde durch Messung des Abstandes $2l$ von entsprechenden Linien auf beiden Seiten des Filmzentrums bestimmt.

Der Ablenkungswinkel φ ist dann:

$$(1) \quad \varphi = \frac{l - \varepsilon}{2r} = 10,45 (l - \varepsilon)^\circ$$

r ist der Abstand vom Film zum Zentrum der Pulverhülle. ε ist eine Korrekursionsgröße, die darauf beruht, daß die Strahlen nicht parallel sind, und daß die Pulverhülle einen endlichen Querschnitt besitzt.

Die empirische Bestimmung von ε ist in einer früheren Arbeit¹ beschrieben.

¹ L. VEGARD, Die Konstitution der Mischkristalle und die Raumfüllung der Atome. — Vid.-Selsk. Skrifter (Mat.-nat. Kl. 1921. No. 6).

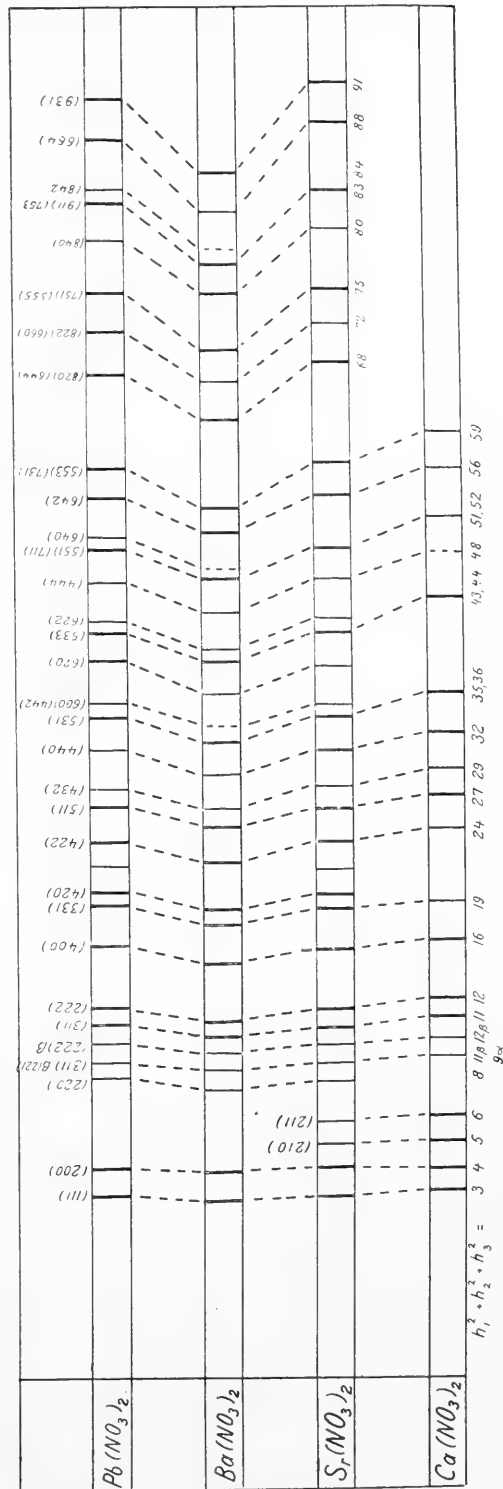


Fig. 2.

Eine Reproduktion der Spektren ist in der Tafel gegeben.

In Fig. 2 sind die Spektren der 4 Substanzen graphisch dargestellt. Die Lage der Linie ist als Funktion des Ablenkungswinkels gegeben. Die relative Stärke der Linien ist auch in der Zeichnung angedeutet.

Zuerst muß bestimmt werden, welche Kristallebene den einzelnen Linien entspricht. — Nach der bekannten Reflektionsformel hat man:

$$(2) \quad \Sigma h^2 = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 = \left(\frac{2a}{\lambda} \sin \varphi \right)^2$$

$h_1 h_2 h_3$ sind die Indices der reflectierenden Ebene. a ist die Seitenlänge des kubischen Elementargitters.

λ ist die Wellenlänge, und es kommt hier die K -Strahlung des Kupfers in Betracht ($\lambda_\alpha = 1,54 \text{ \AA}$, $\lambda_\beta = 1,39 \text{ \AA}$).

Ein annähernd richtiger Wert von a läßt sich folgendermaßen leicht finden.

Enthält ein Kubus von Seitenlänge a eine Anzahl Moleküle n , so hat man:

$$(3) \quad a^3 = \frac{n \cdot M}{\rho N}$$

M ist das Molekulargewicht, ρ die Dichte N Avogaderos Zahl.

Versuchen wir verschiedene, möglichen Werte, z. B. 1, 2, 4 finden wir bald, daß $n = 4$ zu setzen ist, und die Gleichung (3) gibt Werte von a welche für die Identifizierung der Linien genügend genau sind. Wenn die Linien identifiziert sind, kann man die a -Werte so bestimmen, daß man die beste Übereinstimmung zwischen den berechneten und den genauen ganzzahligen Werten von Σh^2 bekommt.

In der folgenden Tabelle Ia und Ib sind die Resultate der Messungen ($\sin \varphi$) und die Identifizierung zusammengestellt.

Für jede Substanz ist die Stärke der beobachteten Linien schätzungsweise angegeben.

s. st	bedeutet	sehr stark
st	—»—	stark
m	—»—	mittlere Stärke
s	—»—	schwach

Sämtliche beobachtbare Linien der Pb- und Ba-Photogramme gehören dem flächenzentrierten Typus, und es scheint als ob die Kristalle aus nur flächenzentrierten Gitter aufzubauen sind. Dies ist aber nicht der Fall, denn bei den leichteren Substanzen $\text{Sr}(\text{NO}_3)_2$ und $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ kommen noch die Reflektionsmaxima der Ebenen (210) und (211) zum Vorschein, und diese Ebenen würden im Falle von nur flächenzentrierten Gittern keine Reflektionsintensität geben.

Es ist also sicher festgestellt, daß die Kristalle aus homogenen flächenzentrierten Gittern nicht aufzubauen sind. Es muß also angenommen wer-

den, daß schwache Linien, die dem flächenzentrierten Typus nicht gehören schon da sind, aber verhältnismäßig schwach, und sie werden durch die diffuse Grundschwärzung des Films maskiert.

Der Aufbau des Gitters.

Die Tatsache, daß die Maxima des flächenzentrierten Gitters mit wachsendem Atomgewicht des Metalls immer mehr dominierend werden, deutet darauf hin, daß die Metallatome in einem flächenzentrierten Gitter angeordnet sind.

Dies gibt auch die richtige Zahl der Moleküle in dem Elementarkubus (e^3). Es handelt sich also darum, die Lage der *O*, und *N*-Atome zu bestimmen.

Man muß hier ein einfaches Elementargitter als Strukturelement benutzen und auf jeden Elementärwürfel kommen 24 *O*-Gitter und 8 *N*-Gitter. Der flächenzentrierte Elementarwürfel der Metallatome ist in Fig. 3 dargestellt.

Durch die drei Hauptebenen durch das Zentrum (*H*) des Elementarwürfels wird dieser in 8 kleine Würfel geteilt. Jeder von diesen (z. B. *AB-CDEFGH*) enthält 3 *O*-Atome und 1 *N*-Atom. Diese Atome bilden eine Gruppe mit einer 3-zähligen Achse durch das Zentrum des *N*-Atoms. In jedem kleinen Würfel fällt die Achse der Gruppe mit einer der Würfeldiagonalen, z. B. (*HB*) zusammen. Das *N*-Atom liegt also auf der Achse *HB*. Die Sauerstoff-Atome haben ihre Zentren in den Ebenen *BHA*, *BHF* und *BHC*.

Um das ganze Kristallgitter kubisch zu machen, müssen die hervorgehobenen Achsen der einzelnen Würfel entweder so bestimmt werden, daß sämtliche vom Zentrum (*H*) des ganzen Kubus gezogen werden, oder daß sie die in Fig. 3 angegebene Anordnung besitzen.

Die erste Möglichkeit wurde geprüft, führte aber zu Widerspruch mit den Beobachtungen. Die zweite dagegen ergab sich als die richtige.

Die so angegebene Struktur erfordert die Bestimmung von drei Parametern. Ein für die *N*-Atome und zwei für die *O*-Atome.

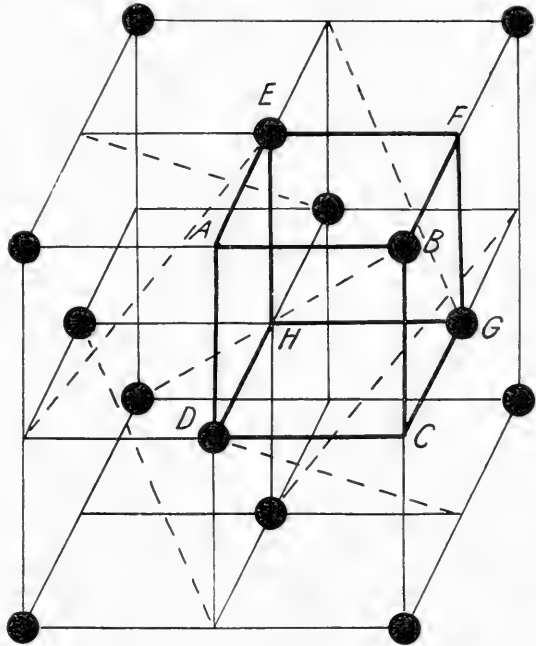


Fig. 3.

Tabelle Ia.

Pb(NO ₃) ₂ $a = 7,84$					Ba(NO ₃) ₂ $a = 8,11$				
sin η	$h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$		Fläche	Stärke	sin η	$h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$		Fläche	Stärke
	berechn.	genau				berechn.	genau		
0,1706	3,02	3	111	st	0,1638	2,98	3	111	st
0,1070	4,02	4	200	st	0,1960	4,26	4	200	st
0,2789	8,10	8	220	m	0,2681	7,98	8	220	m
0,2029	10,9	β 11	311	s	0,2823	10,84	β 11	311	s
0,3090	12,1	β 12	222	s	0,3145	10,97	11	311	s. st
0,3270	11,09	11	311	s. st	0,3288	12,00	12	222	st
0,3409	12,05	12	222	st	0,3795	16,0	16	400	m
0,3939	16,01	16	400	m	0,4130	18,9	19	331	m
0,4288	19,1	19	331	st	0,4295	20,1	20	420	m
0,4403	20,0	20	420	st	0,4647	24,0	24	422	m
0,4623	27,2	β 27	$\left\{ \begin{array}{l} 333 \\ 511 \end{array} \right.$	s	0,4939	27,1	27	$\left\{ \begin{array}{l} 333 \\ 511 \end{array} \right.$	m
0,4816	24,1	24	422	m	0,5093	43,9	β 35	531	s
0,5113	27,1	27	$\left\{ \begin{array}{l} 333 \\ 511 \end{array} \right.$	m	0,5360	31,9	32	440	m
0,5261	35,2	β 35	531	s	0,5617	35,0	35	531	s. st
0,5560	32,1	32	440	m	0,5976	39,7	40	620	s
0,5814	35,1	35	531	s. st	0,6236	43,2	43	533	m
0,5910	36,2	36	$\left\{ \begin{array}{l} 600 \\ 442 \end{array} \right.$	m	0,6589	48,2	48	444	s
0,6219	40,10	40	620	s	0,6800	51,3	51	$\left\{ \begin{array}{l} 551 \\ 711 \end{array} \right.$	m
0,6438	43,0	43	533	m	0,7102	56,0	56	642	st
0,6514	44,0	44	622	m	0,7284	58,9	59	$\left\{ \begin{array}{l} 553 \\ 731 \end{array} \right.$	st
0,6787	47,7	48	444	s	0,7830	68,1	68	$\left\{ \begin{array}{l} 820 \\ 644 \end{array} \right.$	m
0,7011	51,0	51	$\left\{ \begin{array}{l} 551 \\ 711 \end{array} \right.$	st	0,8147	71,9	72	$\left\{ \begin{array}{l} 822 \\ 660 \end{array} \right.$	m
0,7347	56,0	56	642	st	0,8217	75,0	75	$\left\{ \begin{array}{l} 555 \\ 751 \end{array} \right.$	st
0,7533	58,8	59	$\left\{ \begin{array}{l} 553 \\ 731 \end{array} \right.$	s. st	0,8503	80,3	80	840	s
0,8093	67,9	68	$\left\{ \begin{array}{l} 820 \\ 644 \end{array} \right.$	st	0,8647	83,0	83	$\left\{ \begin{array}{l} 911 \\ 753 \end{array} \right.$	st
0,8322	71,8	72	$\left\{ \begin{array}{l} 822 \\ 660 \end{array} \right.$	st	0,8894	87,8	88	664	s
0,8504	75,0	75	$\left\{ \begin{array}{l} 555 \\ 751 \end{array} \right.$	st	0,9045	90,8	91	931	m
0,8764	79,7	80	840	s	0,9437	98,9	99	$\left\{ \begin{array}{l} 771 \\ 755 \\ 933 \end{array} \right.$	st
0,8928	82,6	83	$\left\{ \begin{array}{l} 911 \\ 753 \end{array} \right.$	st					
0,8984	83,7	84	842	m					
0,9179	87,4	88	664	m					
0,9329	90,2	91	931	st					

Tabelle Ib.

Sr(NO ₃) ₂ a = 7,81					Ca(NO ₃) ₂ a = 7,60				
sin η	$h_1^2 + h_2^2 - h_3^2$		Fläche	Stärke	sin η	$h_1^2 - h_2^2 + h_3^2$		Fläche	Stärke
	berechn.	genau				berechn.	genau		
0,1005	2,00	3	111	m	0,1730	2,91	3	111	s
0,1000	3,00	4	200	m	0,1965	3,76	4	200	s
0,2184	4,01	5	210	s	0,2227	4,83	5	210	m
0,2301	5,88	6	211	s	0,2455	5,88	6	211	m
0,2707	7,77	8	220	s	0,3085	11,3	β 11	311	s
0,2924	10,8	β 11	311	s	0,3175	12,0	β 12	222	s
0,3075	12,0	β 12	222	s	0,3340	10,8	11	311	st
0,3248	10,9	11	311	st	0,3502	11,9	12	222	st
0,3450	11,0	12	222	st	0,4040	15,9	16	400	m
0,3029	15,0	10	400	m	0,5256	26,9	27	{ 333 511	s
0,4272	18,8	10	331	m	0,5722	31,9	32	440	m
0,4373	10,0	20	420	m	0,5989	34,9	35	531	m
0,4030	20,7	β 27	{ 333 511	s	0,6721	44,0	44	622	m
0,4830	24,0	24	422	m	0,7043	48,3	48	444	ver- wisch
0,5100	20,9	27	{ 333 511	m	0,7602	56,3	56	642	"
0,5284	35,3	β 35	531	s	0,7808	59,4	59	{ 553 731	"
0,5562	31,8	32	440	m	0,9727	82,9	83	{ 911 753	"
0,5817	34,8	35	531	st					
0,5910	35,9	36	{ 600 442	s					
0,6225	39,9	40	620	s					
0,6441	42,7	43	533	m					
0,6548	44,1	44	622	m					
0,6827	48,0	48	444	s					
0,7040	51,0	51	{ 451 711	m					
0,7308	55,9	56	642	m					
0,7572	59,0	59	{ 553 731	st					
0,8103	07,6	08	{ 820 644	st					
0,8309	72,1	72	{ 822 600	st					
0,8540	75,1	75	{ 555 751	st					
0,8827	80,2	80	840	m					
0,8038	83,1	83	{ 911 753	st					
0,9053	84,3	84	842	st					
0,9251	88,1	88	644	s					

Um zweckmäßige Parameter einzuführen, denken wir uns die *O*-Atome in drei der Ecken eines Würfels mit Zentrum in der hervorgehobenen Achse (*MB*) angebracht. (Fig. 4).

Die Seitenlänge des kleinen Würfels sei

$$2 \epsilon_1 a$$

oder in bezug auf ein Koordinatensystem durch das Zentrum (M_1) des kleinen Würfels haben die *O*-Atome Koordinaten mit den Absolutwerten

$$\epsilon_1 a.$$

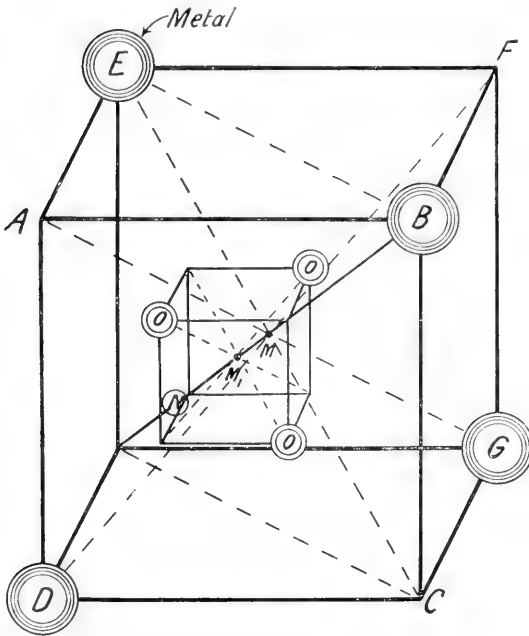


Fig. 4.

Durch das Zentrum der Achse (*M*) denkt man sich ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit Achsen parallel zu den Hauptachsen gelegt. In diesem Koordinatensystem hat das Zentrum des kleinen Würfels Koordinaten mit den Absolutwerten:

$$\epsilon_2 a.$$

In bezug auf dasselbe Koordinatensystem ist das *N*-Zentrum durch drei Koordinate mit den Absolutwerten:

$$\epsilon_3 a$$

bestimmt. Die Größen ϵ_1 , ϵ_2 , und ϵ_3 sind die drei Parameter, welche durch die Intensitätsverteilung des Spektrums zu bestimmen sind.

Nach Debye ist die Intensität annähernd durch den Ausdruck:

$$(4a) \quad J = \frac{r S^2}{\Sigma h^2}$$

gegeben. *r* ist die Häufigkeit der Reflektionsebene. Der Strukturfaktor *S* bestimmt als der Absolutwert des Ausdrucks:

$$(5a) \quad S = \sum_{i=1}^m N e^{i 2\pi (p_i h_1 + q_i h_2 + r_i h_3)}$$

$p_i a$, $q_i a$, $r_i a$ sind die Koordinate eines Atomzentrums. Die Größen *p*, *q*, *r* lassen sich einfach durch die drei Parameter ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 ausdrücken, und man bildet die Summe *S*, welche aus 36 Gliedern besteht.

Diese Summe läßt sich nun bedeutend vereinfachen und nach einer längeren Rechnung bekommt man zuerst für den Strukturfaktor:

$$(5b) \quad S = N_m F(\tau) + 2O \sum_{l=0}^{l=3} \sum_{k=0}^{k=3} \cos(D_l + ac_k) - 2O \sum_{k=0}^{k=3} \cos(D_k + ac_k) + \\ + 2N \sum_{k=0}^{k=3} \cos E_k$$

wo:

$$c_0 = h_1 + h_2 + h_3 \quad D_0 = \beta c_0 + \frac{\pi}{2} c_0 \quad E_0 = \gamma c_0 + \frac{\pi}{2} c_0$$

$$c_1 = h_1 - h_2 - h_3 \quad D_1 = \beta c_1 + \frac{\pi}{2} c_2 \quad E_1 = \gamma c_1 + \frac{\pi}{2} c_2$$

$$c_2 = -h_1 + h_2 - h_3 \quad D_2 = \beta c_2 + \frac{\pi}{2} c_3 \quad E_2 = \gamma c_2 + \frac{\pi}{2} c_3$$

$$c_3 = -h_1 - h_2 + h_3 \quad D_3 = \beta c_3 + \frac{\pi}{2} c_1 \quad E_3 = \gamma c_3 + \frac{\pi}{2} c_1$$

$$(6) \quad \begin{cases} a = 2\pi \varepsilon_1 \\ \beta = 2\pi \varepsilon_2 \\ \gamma = 2\pi \varepsilon_3 \end{cases}$$

$$F(x) = 1 + e^{i.x(h_1 + h_2)} + e^{i.x(h_1 - h_3)} + e^{i.x(h_2 + h_3)}$$

$F(\tau) \equiv \pm$ wenn h_1, h_2, h_3 entweder alle paarzählig oder alle unpaar-
zählig sind.

$F(\tau) \equiv 0$ für Ebenen mit gemischten Indices.

N_m, O und N sind die Atomnummern von Metall, Sauerstoff und Stickstoff.

Durch zweckmäßige Ausführung der Summation bekommt man zuletzt:

$$(5c) \quad S = N_m F(\tau) + 8O \begin{pmatrix} \cos(Ah_1 + \frac{\pi}{2}h_2) \cdot \cos(Bh_2 + \frac{\pi}{2}h_3) \cdot \cos(Bh_3 + \frac{\pi}{2}h_1) + \\ \cos(Bh_1 + \frac{\pi}{2}h_2) \cdot \cos(Ah_2 + \frac{\pi}{2}h_3) \cdot \cos(Bh_3 + \frac{\pi}{2}h_1) + \\ \cos(Bh_1 + \frac{\pi}{2}h_2) \cdot \cos(Bh_2 + \frac{\pi}{2}h_3) \cdot \cos(Ah_3 + \frac{\pi}{2}h_1) \\ + 8N \cdot \cos(\gamma h_1 + \frac{\pi}{2}h_2) \cdot \cos(\gamma h_2 + \frac{\pi}{2}h_3) \cdot \cos(\gamma h_3 + \frac{\pi}{2}h_1) \end{pmatrix}$$

wo:

$$A = \beta + a$$

$$B = \beta - a.$$

Die verschiedenen Flächen ordnet man zweckmäßig nach zunehmenden Werten von Σh^2 . Bei der Berechnung des Strukturfaktors aus der Gleichung 5b muß man folgendes beobachten:

Jede Linie auf dem Photogramme entspricht einem bestimmten Werte von Σh^2 . Die Gleichung

$$(7) \quad h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 = n$$

hat in allen vorkommenden Fällen wenigstens eine Lösung, welche die Indices der „reflektierenden Flächen“ geben.

Ist z. B. $h_1 = a$, $h_2 = b$, $h_3 = c$ eine Lösung, so entspricht diese Lösung den Indices einer gewissen reflektierenden Ebene.

Man ersieht leicht, daß man hieraus eine Reihe anderer Lösungen bilden kann. Erstens kann man die h -Werte beliebig permutieren. Zweitens kann man, da Gleichung 7 quadratisch ist, für jede Kombination der Zahlenwerte von h alle mögliche Zeichenkombinationen machen.

Sind h_1 , h_2 , h_3 alle verschieden, so bekommt man wie bekannt 48 mögliche Reflektionsebenen „mit gleichen Indices“.

Sind die h -Werte nicht alle verschieden, oder sind ein oder zwei der Werte = 0, reduziert sich die Flächenzahl ν , und man bekommt die folgenden Möglichkeiten:

$h_1 h_2 h_3$	$\nu = 48$
$h_1 h_2 h_2$	$\nu = 24$
$h_1 h_2 0$	$\nu = 24$
$h_1 h_1 0$	$\nu = 12$
$h_1 h_1 h_1$	$\nu = 8$
$h_1 0 0$	$\nu = 6$

ν ist der von Debye eingeführte Häufigkeitsfaktor. Die Richtigkeit der Debye'schen Formel, Gleichung 7, beruht auf die Annahme, daß alle „Ebenen gleicher Indices“ im kubischen System auch identisch reflektieren.

Dies ist aber für Kristalle, die nicht holoedrisch sind, nicht ohne weiteres sicher, und man muß in jedem Falle untersuchen, ob sämtliche Flächen gleicher Indices denselben Strukturfaktor geben.

Wir werden zuerst bemerken, daß parallele Reflektionsebenen notwendigerweise identische Strukturfaktoren haben müssen. Die Ebenen $(h_1 h_2 h_3)$ und $(-h_1 -h_2 -h_3)$ sind bekanntlich parallel, und wenn man alle parallele Ebenen als identisch ansieht, so werden die Häufigkeitsfaktoren mit 2 zu dividieren. — Wir haben überall diese halbierten Werte als Häufigkeitsfaktoren angewandt.

Untersuchen wir ob die Formel für den Strukturfaktor in unserem Falle für sämtliche „Flächen gleicher Indices“ identisch ist, finden wir folgendes:

Flächen, für welche die Intensität $F(\pi) \equiv 4$ erfüllt ist, haben Indices, die entweder alle paarzählich oder alle unpaarzählich sind. In diesem Falle kann man leicht zeigen, daß die Formel 5c Permutationen sowohl als Zeichenwechsel gegenüber invariant ist. Jedes Reflektionsmaximum, deren zugeordnete Indices $(h_1 h_2 h_3)$ die Gleichung $F(\pi) \equiv 4$ erfüllen, gehört dem

flächenzentrierten Typus, und für diese Maxima gilt die Regel, daß „Flächen gleicher Indices“ denselben Strukturfaktor besitzen.

Die Intensität der Reflektionsmaxima, deren zugeordneten Indices die Gleichung $F(\tau) \equiv 0$ erfüllen, ist nur durch die Sauerstoff- und die Stickstoffatome bedingt.

In diesem Falle kann man zeigen, daß der Strukturfaktor, Zirkularumtausch der Indices $h_1 h_2 h_3$ gegenüber, invariant ist. Dagegen bleibt der Strukturfaktor im allgemeinen nicht ungeändert wenn man nur zwei Indices vertauscht.

Durch Zeichenwechsel einer der Indices wird entweder der Strukturfaktor geändert oder es tritt ein Zeichenwechsel ein. Da die Intensität mit S^2 proportional ist, kommt es aber nur auf den Absolutwert von S an, und S ist also dem Zeichenwechsel gegenüber als invariant anzusehen.

Von dem Zeichenwechsel weggesehen ordnen sich im allgemeinen die 6 möglichen Reihen der Indices in zwei Gruppen I und II.

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad h_1 h_2 h_3 - h_3 h_1 h_2 - h_2 h_3 h_1 \\ \text{II} \quad h_2 h_1 h_3 - h_3 h_2 h_1 - h_1 h_3 h_2 \end{array}$$

Innerhalb jeder Gruppe entsteht eine Reihe aus einer anderen durch Zirkularumtausch.

Eine Reihe von Indices, z. B. ($h_2 h_1 h_3$) der Gruppe II entsteht aus einer Reihe ($h_1 h_2 h_3$) der Gruppe I durch Vertausch zweier Indices.

Man denkt sich weiter für jede Reihe alle mögliche Zeichenkombinationen (in allgemeinstem Falle 8) gebildet. — Die Flächen gleicher Indices teilen sich dann in 2 gleich große Gruppen.

Aus den früheren Überlegungen folgt, daß *jede Gruppe denselben Strukturfaktor besitzt.*

Dagegen können die beiden Gruppen einen verschiedenen Strukturfaktor haben.

Für die Maxima, deren Indices die Intensität $F(\tau) \equiv 0$ erfüllen, bestimmt man demnach den Strukturfaktor folgendermaßen:

Man berechnet zuerst S für eine gewisse Reihenfolge der Indices, z. B. $h_1 = a$, $h_2 = b$, $h_3 = c$, und findet den Wert S_I . Dann vertauscht man die Werte von h_1 und h_2 und setzt $h_1 = b$, $h_2 = a$, $h_3 = c$, und man bekommt den Wert S_{II} .

Die Intensität des Maximums wird:

$$(4b) \quad I = \frac{r(S_I^2 + S_{II}^2)}{2 \sum h^2}$$

In Tabelle II sind die Formeln für den Strukturfaktor für sämtliche Ebenen von $\sum h^2 = 1$ bis $\sum h^2 = 16$ angegeben.

Die Bedeutung der in der Formel 5 eingehenden Winkelgrößen wird aus Fig. 5 ersichtlich. Hier sind die Atomlagen in einer (110)-Ebene ge-

Tabelle II.

Σh^2	$h_1 h_2 h_3$	S
1	100	O
2	110	O
3	111	$4N_m - 24O \sin A \sin^2 B - 8N \sin^3 \gamma$
4	200	$4N_m - 8O \{ \cos 2A + 2 \cos 2B \} - 8N \cos 2\gamma$
5	I 210	$8O \{ \sin 2A \cos B + \sin 2B (\cos A + \cos B) \} + 8N \sin 2\gamma \cos \gamma$
	II 120	O
$6_I = 6_{II}$	211	$8O \sin 2B \left\{ \frac{1}{2} \sin 2A + \sin (A+B) \right\} + 4N \sin^2 2\gamma$
8	220	$4N_m + 8O \cos 2B (2 \cos 2A + \cos 2B) + 8N \cos^2 2\gamma$
9	300	O
	221 _{I, II}	$-8O \left\{ \frac{1}{2} \cos A \sin 4B + \cos B \sin 2(A-B) \right\} - 4N \sin 4\gamma \cos \gamma$
10	310	O
11	311	$4N_m + 8O \{ \sin 3A \sin^2 B + 2 \sin 3B \sin A \sin B \} + 8N \sin 3\gamma \sin^2 \gamma$
12	222	$4N_m + 24O \cos 2A \cos^2 2B - 8N \cos^3 2\gamma$
13	I 320	O
	II 230	$8O \{ \cos 3A \sin 2B + \cos 3B \sin 2B - \cos 3B \sin 2A \} + 8N \cos 3\gamma \sin 2\gamma$
14	I 321	$8O \left\{ \begin{array}{l} \cos 3A \sin 2B \sin B \\ + \cos 3B \sin 2A \sin B \\ + \cos 3B \sin 2B \sin A \end{array} \right\} + 8N \cos 3\gamma \sin 2\gamma \sin \gamma$
	II 231	$8O \left\{ \begin{array}{l} \sin 3A \sin 2B \cos B \\ + \sin 3B \sin 2A \cos B \\ + \sin 3B \sin 2B \cos A \end{array} \right\} + 8N \cos \gamma \sin 2\gamma \sin 3\gamma$
16	400	$4N_m + 8O (\cos 4A + 2 \cos 4B) - 8N \cos 4\gamma$

Tabelle III.

	α	β'	γ'	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3
Pb (NO ₃) ₂	36,5 ^o	50,5 ^o	59 ^o	0,101	0,140	0,164
Ba (NO ₃) ₂	35,0	52,0	60	0,97	0,1445	0,167
Sr (NO ₃) ₂	36,5	50,5	59	0,101	0,140	0,164
Ca (NO ₃) ₂	37,5	49,5	58	0,104	0,1375	0,161

zeichnet. In E und B befinden sich Metallatome. Auf der ausgezeichneten Achse BH befindet sich das N -Atom, und in der Ebene liegt auch das Zentrum des einen Sauerstoffatoms. Wie aus der Figur hervorgeht sind die Parameter durch die Lage von O und N in dieser Ebene bestimmt.

Durch eine ausgedehnte Prüfung der verschiedenen Parameterwerte könnten diese mit recht großer Genauigkeit bestimmt werden. Die gefundenen Parameterwerte sind in der Tabelle III gegeben.

In Fig. 5 sind die O - und N -Atome in der ungefähr richtigen Lage gezeichnet. Wie man sieht, fallen die O -Atome annähernd in die Seiten-

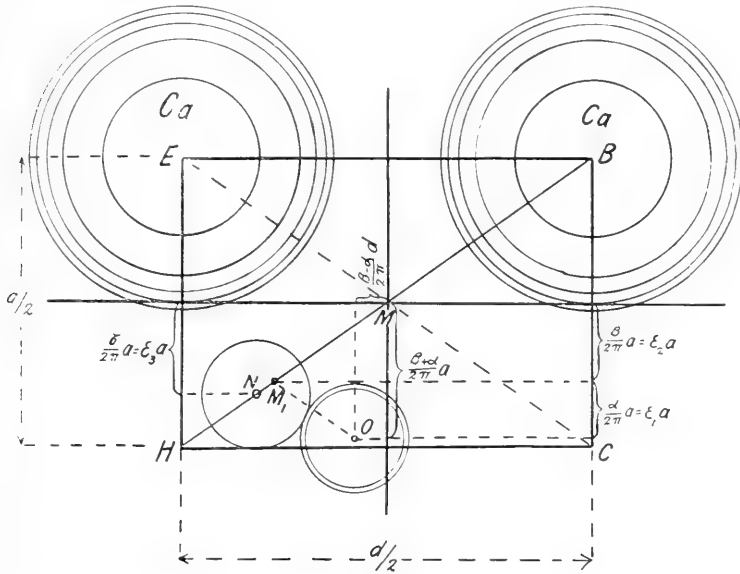


Fig. 5.

flächen von dem Würfel ($ABCDEFGH$). Hierdurch kommt jedes O -Atom zwischen Metallatome, wie es in Fig. 6 angedeutet ist.

Die Relativ-Werte der Intensitäten sind für sämtliche beobachtete Linien berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle IV und in Fig. 7 zusammengestellt. Auf der Fig. 7 ist unten der auf dem Photogramm beobachtete Stärkegrad angegeben.

Ein Vergleich mit den Photogrammen zeigt, daß die berechneten Intensitäten dieselben typischen Variationen, wie die beobachteten Linien aufweisen.

Auch die Intensität einer Reihe von Linien die auf dem Photogramme nicht sichtbar sind und die dem flächenzentrierten Typus nicht gehören, sind berechnet worden.

Die Rechnung wurde für sämtliche dieser Linien, von $\Sigma h^2 = 1$ bis $\Sigma h^2 = 30$ durchgeführt, und es ergab sich in der Tat, daß, von den Linien $\Sigma h^2 = 5$ und 6 für $\text{Sr}(\text{NO}_3)_2$ und $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ weggesehen, die beobachteten relativen Intensitäten so gering sind, daß man ihr Auftreten auf dem Film nicht hätte erwarten können. Oft sind die Intensitäten dieser Liniengattung

Tabelle IV.¹

			Ca(NO ₃) ₂		Sr(NO ₃) ₂		Ba(NO ₃) ₂		Pb(NO ₃) ₂	
<i>h</i> ₁	<i>h</i> ₂	<i>h</i> ₃	Σh^2	<i>r</i>	<i>S</i>	<i>J</i>	<i>S</i>	<i>J</i>	<i>S</i>	<i>J</i>
100	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0
110	2	6	0	0	0	0	0	0	0	0
111	3	4	37	9,4	105	46,9	177	62,7	281	82,1
200	4	3	51	9,8	131	41,3	209	49,1	307	55,2
210	5	6	59	21,0	61	0	67	0	61	0
201	5	6	0	0	0	14,4	0	7,9	0	3,5
211	6	12	49	24,8	52	17,0	58	29,9	52	4,2
220	8	6	30	2,9	101	24,5	176	34,9	277	45,0
300	9	3	0	6,5	0	0	0	0	0	1,3
221	9	12	31	0	35	5,3	40	3,1	35	0
310	10	12	0	0	0	0	0	0	0	0
311	11	12	102	57,7	167	97,0	248	100	343	100
222	12	4	244	100	307	100	363	65,7	429	60,6
320	13	6	0	1,8	0	0	0	0,5	0	0,3
302	13	6	28	0	-	1,2	-	-	-	-
321	14	12	5	0,8	-	0,5	-	0,2	-	0,1
312	14	12	-18	-	-	-	-	-	-	-
400	16	3	194	35,4	255	38,9	306	26,3	431	27,1
401	17	6	0	-	-	-	-	-	-	-
410	17	6	-38	2,5	-	1,7	-	0,7	-	0,4
322	17	12	3	0	-	-	-	-	-	-
330	18	6	0	1,2	-	0,8	-	0,4	-	0,2
411	18	12	19	0	-	-	-	-	-	-
331	19	12	42	5,6	144	41,8	214	43,3	320	50,4
420	20	12	10	0,3	58	13,8	162	23,5	261	31,9
421	21	12	13	5,6	-	3,5	-	1,6	-	0,9
412	21	12	-42	1,9	-	1,2	-	0,6	-	0,3
332	22	12	26	5,4	132	27,2	223	37,1	308	36,9
422	24	12	46	0	-	-	-	-	-	-
500	25	3	0	6,7	-	4,2	-	2,0	-	1,0
403	25	6	0	0	-	-	-	-	-	-
430	25	6	53	16,6	59	10,0	64	4,8	59	2,5
431	26	12	45	-57	-57	-	-53	-	-57	-
413	26	12	-71	19,0	67	36,8	109	29,6	243	42,9
333	27	4	14	156	156	0	202	0	322	0
511	27	12	92	77	77	0	-	77	77	0
432	29	12	74	-50	-50	12,2	-	-50	-50	3,0
423	29	12	-53	19,1	41	0	-	0	0	0
520	29	6	0	0	0	-	-	-	-	-
502	29	6	42	0	41	-	-	41	-	-
521	30	12	26	1,4	-	0,9	-	0,4	-	0,2
512	30	12	-3	-	-	0	-	-	-	-
440	32	6	214	43,1	261	40,7	291	24,2	437	27,9
531	35	24	104	37,3	187	76,5	269	74,1	358	63,4
600	36	3	47	2,4	144	20,3	255	28,2	320	23,9
442	36	12	41	0	117	0	201	0	293	0
620	40	12	-1	0	71	4,9	148	7,8	247	13,7
533	43	12	37	1,9	109	10,2	200	16,6	285	17,7
622	44	12	156	30,8	195	33,2	230	21,5	371	29,2
444	48	4	-	-	226	10,2	243	74,0	402	10,5
551	51	12	-	-	42	34,0	106	33,0	218	31,3
711	51	12	-	-	209	0	288	0	385	0
640	52	12	-	-	191	27,0	293	29,5	367	24,3
642	56	24	-	-	134	24,5	202	26,2	310	32,1
553	59	12	-	-	172	42,2	230	43,0	348	49,2
731	59	24	-	-	134	0	210	0	310	0

¹ In Tabelle IV ist die Intensität der stärkste Linie gleich 100 gesetzt.

Tabelle IV (Forts.).

			Ca(NO ₃) ₂		Sr(NO ₃) ₂		Ba(NO ₃) ₂		Pb(NO ₃) ₂			
<i>h</i> ₁	<i>h</i> ₂	<i>h</i> ₃	Σh^2	<i>r</i>	<i>S</i>	<i>J</i>	<i>S</i>	<i>J</i>	<i>S</i>	<i>J</i>		
800	64	3	64	3	-	-	150	3,4	163	1,9	326	3,9
733	67	12	73	12	-	-	55	1,7	102	2,8	231	7,6
820	68	12	68	12	-	-	88		119		264	
644	68	12	68	12	-	-	136	14,8	227	17,3	312	23,0
660	72	6	66	6	-	-	195		309		371	
822	72	12	72	12	-	-	208	33,2	182	20,1	384	28,1
555	75	4	55	4	-	-	55		76		231	
731	75	24	73	24	-	-	174	31,0	242	32,5	350	32,8
840	80	12	80	12	-	-	192	17,6	198	8,8	368	15,9
911	83	12	83	12	-	-	168		202		344	
753	83	24	75	24	-	-	201	59,2	283	43,4	377	44,5
842	84	24	84	24	-	-	123	13,9	233	23,0	299	20,0
664	88	12	66	12	-	-	102	4,5	208	8,8	278	8,2
931	91	24	91	24	-	-	186	29,0	251	24,8	362	29,9

so gering, daß man sie in dem Diagramme und mit dem gewählten Maßstabe kaum aufzeichnen kann. Linien, die identisch verschwinden, sind mit *O* bezeichnet.

Die Ebenen des flächenzentrierten Typus, welche eine Reflektion geben, genügen der Gleichung

$$F(\pi) = 4.$$

Die Werte von Σh^2 , welche dieser Gattung von Ebenen entsprechen, sind in Fig. 7 in der oberen Reihe geschrieben. Die übrigen Ebenen, welche der Gleichung

$$F(\pi) = 0$$

genügen, geben Reflektionsmaxima, die nur von *O* und *N* herrühren. Die Werte von Σh^2 dieser Gattung sind in der letzten Reihe der Fig. 7 aufgeschrieben.

Die Raumfüllung der Atome.

Wenn wir die Atome als Kugeln ansehen, gibt die gefundene Anordnung zwei Klassen von Kontakten:

Erstens diejenigen zwischen Sauerstoff und Stickstoff, zweitens diejenigen zwischen Sauerstoff und Metall.

Für die Atomradien bekommt man dann die folgenden zwei Beziehungen:

$$(7) \quad \begin{cases} r_O + r_N = a \sqrt{\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + 2(\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2} \\ r_O + r_M = a \sqrt{\frac{1}{8} + 2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 + (\frac{1}{4} - \varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2} \end{cases}$$

Die Bestimmung der Radien erfordert noch eine dritte Gleichung. Man konnte z. B. für das eine der drei Atome die von Bragg gefundenen Atomradien einführen. Man findet aber daß die von ihm aus anderen Substanzen gefundenen Werte unsere Gleichungen recht schlecht erfüllen. Ich habe deshalb vorgezogen, die Atomradien unter Anwendung der Beziehung

$$r_O = r_N$$

zu berechnen. Die Ergebnisse der Berechnung sind in der Tabelle V gegeben.

Tabelle V.

Substanz	a	$r_O + r_N$	$r_O + r_M$	r_M	r_M von Bragg
Pb (NO ₃) ₂	7,84 Å	1,51 Å	2,81 Å	2,15 Å	1,90 Å
Ba (NO ₃) ₂	8,11 "	1,50 "	2,92 "	2,17 "	2,10 "
Sr (NO ₃) ₂	7,81 "	1,51 "	2,80 "	2,04 "	1,95 "
Ca (NO ₃) ₂	7,60 "	1,50 "	2,71 "	1,96 "	1,70 "

Setzen wir $r_O = r_N$, finden wir im Durchschnitt:

$$r_O = r_N = 0,750 \text{ Å}$$

während Bragg den Wert: $r_O = r_N = 0,65 \text{ Å}$ angibt.

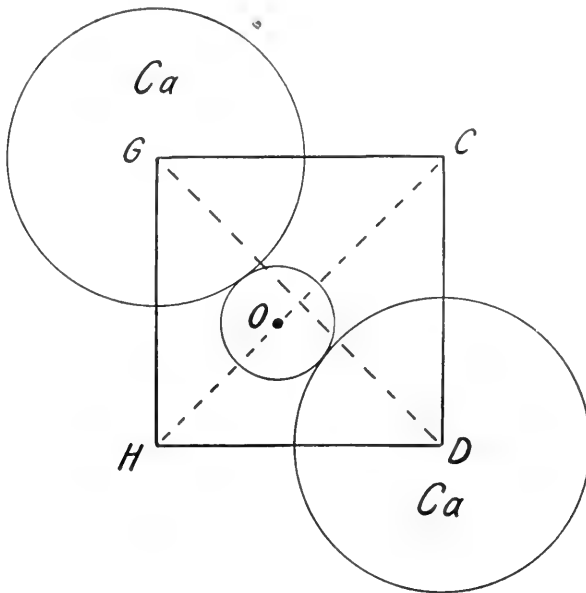


Fig. 6.

Unsere Bestimmung der Atomanordnung der isomorphen Nitratgruppen hat also ergeben, daß in diesen Substanzen die Atome einen größeren Raum verlangen als in den Substanzen, die den Bragg'schen Bestimmungen zu Grunde liegen.

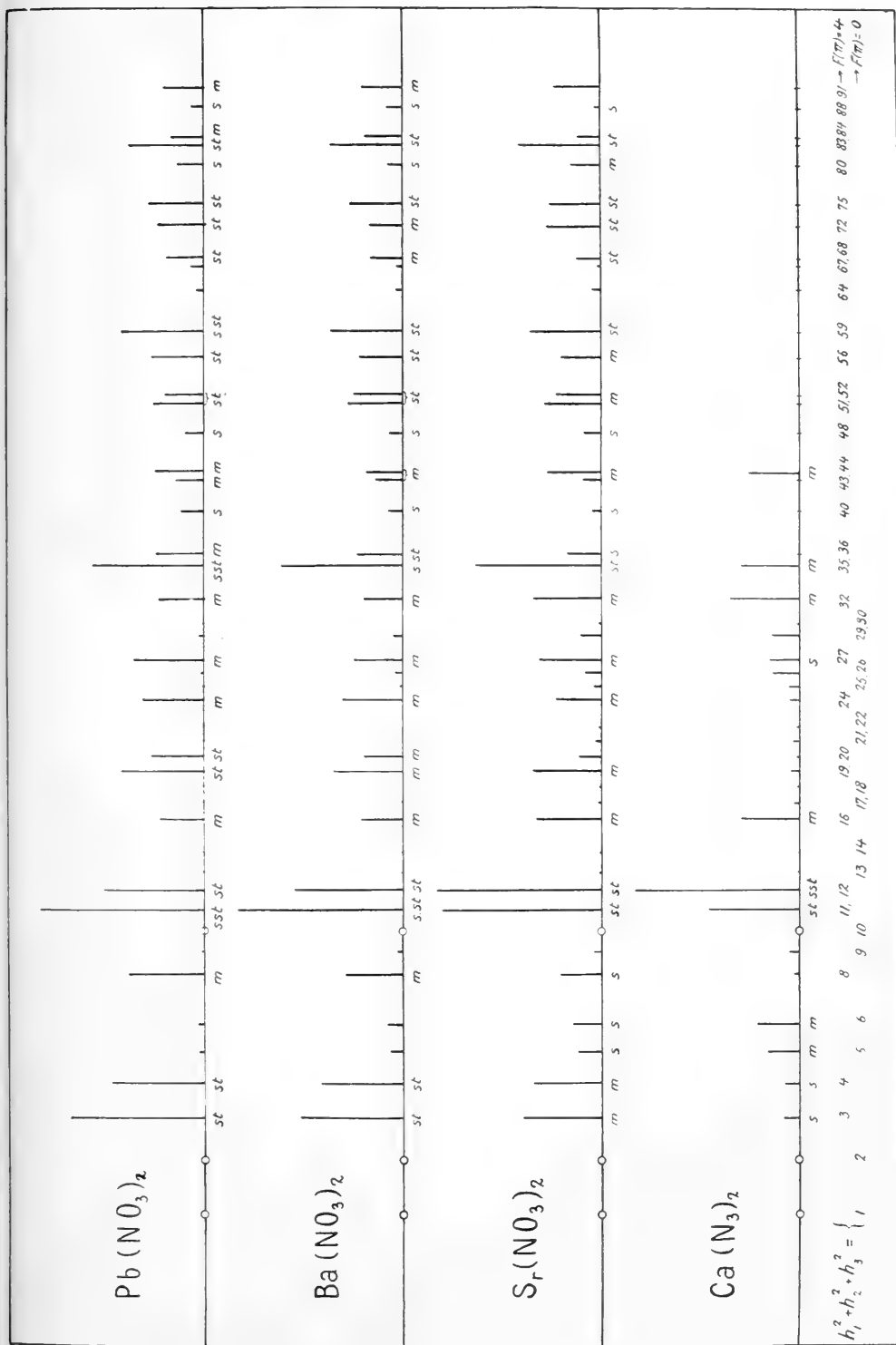


Fig. 7.

Die „Atomradien“ schwanken also recht erheblich mit der Art der chemischen Bindung und der geometrischen Anordnung der Atome.

Aus der gemessenen Länge (a) des Elementar-Kubus kann man direkt die Molekularvolumina berechnen.

Die früheren Bestimmungen beruhen nur auf Dichtemessungen, und Groth hat in seiner chemischen Kristallographie die Meinung ausgesprochen, daß die Dichtebestimmungen vielleicht mit Fehlern behaftet seien. Im Falle von $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ liegen, soweit es mir bekannt ist, keine Dichtebestimmungen vor. Eine Berechnung der Dichte aus den Gitterdimensionen hat deshalb ein gewisses Interesse.

Für das Molekularvolumen V hat man:

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{1}{4} N a^3 \quad \text{und für die Dichte } \rho: \\ \rho = \frac{M}{V} \end{array} \right.$$

Die Ergebnisse der Rechnung sind in der Tabelle VI gegeben.

Tabelle VI.

Substanz	V	ρ ber.	ρ beob.
$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$	73,06	4,533	4,521 \rightarrow 4,545
$\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$	80,86	3,240	3,245 \rightarrow 3,255
$\text{Sr}(\text{NO}_3)_2$	72,22	2,930	2,947 \rightarrow 2,996
$\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$	66,55	2,466	Nicht bestimmt.

Der mögliche Fehler bei diesen Dichtebestimmungen beträgt etwa 1—2 pro mille und die Genauigkeit läßt sich sicher weiter treiben.

Diese Röntgenstrahlmethode kann in gewissen Fällen große Vorteile bieten. Erstens kann man pulverförmiges Material anwenden, und zweitens kann man die Dichte der *reinen* Substanz — selbst wenn das vorliegende Material erhebliche Mengen von Verunreinigungen mit enthält — genau bestimmen. Denn die Gitterkonstante einer krystallinischen Substanz ändert sich in jedem Falle nur sehr wenig mit vorhandenen Verunreinigungen. Solche Änderungen sind nur dann zu befürchten, wenn Atomsstitution unter Mischkristallbildung stattfindet; aber in größerem Maße tritt ein Atomaustausch nur ein, wenn die Substituenten ungefähr die gleiche Rauffüllung erfordern. Und da die Dichtebestimmung nur auf die Messung der Gitterdimensionen beruht, kann eine möglich vorhandene Atomsstitution nur wenig die Genauigkeit herabsetzen.

Zusammenfassung.

- 1) Das Raumgitter der Gruppe $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Sr}(\text{NO}_3)_2$ und $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ ist unter Anwendung der Pulvermethode bestimmt.
- 2) Die Kontaktbedingungen haben Werte für $r_M + r_O$ und $r_N + r_O$ ergeben. Die Atomradien sind etwas größer als die von Bragg gefundenen.
- 3) Die früheren Dichtebestimmungen sind durch die gemessenen Gitterdimensionen geprüft und ergänzt worden. Dichtebestimmungen mit Hilfe von Röntgenstrahlen lassen sich oft leicht durchführen, auch wenn andere Methoden bei Verunreinigung des Materials Schwierigkeiten bieten.

Bei der Durchführung dieser Arbeit haben mich die Herren Stud. real. TH. HAUGE und Stud. real. EGIL ANDERSEN in ausgezeichnete Weise unterstützt und ich möchte gern hier die Gelegenheit nehmen, den beiden Herren meinen besten Dank zu bringen.

Physikalisches Institut der Universität in Kristiania, März 1922.

Gedruckt 27. Mai 1922.



MIOSIS CONGENITA SEU MICROCORIA
FAMILIARIS — EX APLASIA MUSCULI
DILATATORIS PUPILLAE

BY
S. HOLTH AND O. BERNER

(WITH 8 PLATES, AND 3 FIGURES IN THE TEXT)

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 4)



KRISTIANIA
IN COMMISSION BY JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i fællesmøtet den 3. februar 1922.

PART I. CLINICAL.

BY

S. HOLTH.

The pupil must be considered abnormally small when its diameter is less than 2 mm. by diffuse daylight, the eyes looking at a distant object. A pupil of 1.5 mm. or less under the same conditions is in a pathologic contraction, *miosis* (*μειόω* = I diminish); the spelling "Myosis" is wrong (J. Hirschberg). This marked contraction of the pupil, most frequently appearing after a local application of eserine or pilocarpine, is a well known characteristic also of certain intoxications (especially of opium or morphia); it appears in several diseases of the brain or the spinal cord, and is seen — mostly unilaterally — in paralysis of the cervical sympathetic nerve.

These conditions are excluded in the three cases of congenital extremely contracted pupils observed by me, and which I will describe below. Congenital miosis must be extremely rare; during 30 years I have only seen these three cases. I searched for a long time in vain in ophthalmological literature, for instance in the numerous volumes of Graefe-Saemisch "Handbuch der gesamten Augenheilkunde", and even in L. Bach's monography "Die Pupillenlehre" of 1908. It is not mentioned in "Encyclopédie Française d'Ophtalmologie" (Paris 1903—1910), at any rate not in the places where it might be expected to be found. X. Galezowski (Lit. 2, p. 286) saw four cases of "myosis", without any disease in the optic nerve; there was nearly always at the same time a contraction of the accommodation muscle. Galezowski gave no information as to whether the cases were congenital, nor do Truc and Valude when they say (Lit. 3, T. I, p. 475) that the pupil may be a point with a comparatively weak effect of mydriatics. — "il s'agit alors de spasme ou de rigidité". This last hypothesis agrees more with a contraction of the pupil acquired at a later age, than with a congenital state. In "The American Encyclopedia and Dictionary of Ophthalmology", in 18 volumes (Chicago 1914—1921) nothing is found under the heading

"Congenital Anomalies of the Eye" but in the 244 pages entitled "Pupil in Health and Disease" in Vol. X Dr. D. T. Vail gives 13 lines about the matter, page 10673 (Lit. 5). He says that the condition must be a development fault, and states that it may appear in consanguinal marriage of the parents, but there are also cases without this fact; it may be combined with microcornea or other signs of microphthalmus; there is no treatment to be suggested. In Dr. Vail's article, as well as in Collins and Mayou's "Pathology and Bacteriology in Ophthalmic Practice", Philadelphia 1911 (Lit. 4), where the condition is twice mentioned, the probability of a feeble development of the iris musculature is stated; they do not refer to any microscopical examination. In congenital cataract Collins and Mayou have often seen that the pupil will not dilate well on the application of atropine; I have made the same observation myself, but I have never seen the pupils so small here as in miosis congenita. Dr. Mayou has pointed out to me that Dr. W. R. Wilde's essay of 1862 on "Malformations and Congenital Diseases of the Organ of Sight" (Lit. 1) is the work on which the references in English writings on the subject, are based. Wilde clearly differentiates between "myosis" or "Microcoria" and "Sinizesis congenita" due to closure of the iridial aperture produced by persistence of the pupillary membrane; he saw "Myosis congenita" in both the eyes of one patient, unilateral myosis in two patients, one of whom had been treated elsewhere for "syphilitic iritis"¹; a third unilateral case is called "microcoria" but he adds: "It was almost similar in appearance to the preceding cases." None of these patients could tell of any similar cases in their families. There was no microscopical examination. Neither does Wilde speak of the effect of mydriatics nor of treatment in these cases.

Since the autumn of 1897 I have had under observation two sisters and a brother whose pupils have all their lives had a diameter of about 0.5 mm.; after several days of instillation of mydriatics the pupils are dilated to 2.5 mm. at the utmost, but generally less.

a) Miss Ingeborg B. (the youngest of them, born in 1876) came to consult me on September 4th 1897. On my inquiries she informed me that as long she could remember her eyesight, like that of her sister Anna, born in 1867, and of Axel the twin brother of the latter, had been very bad in twilight. The parents had observed in all of them *pinhole pupils since their birth*. A younger brother, born in 1881, has normal pupils, and his eyesight is always good even in twilight. The parents were cousins; the father was stated not to see quite well, and his pupils were rather small (I estimated

¹ In Saupé's case (Lit 7) had the previously consulted oculist considered the pinhole pupils as Argyll Robertson's spinal miosis and *wrongly diagnosed tabes*.

them to be between 1.5 and 2 mm. when one day in 1897 he came in his 60th year for a prescription for his daughter; I proposed an examination of his eyes but he refused; some years later he died). — Ingeborg complains of serious shortsightedness and of *daily headaches, a pression in and above the eyes with pains in the back of her head*, all of which she has had as long as she can remember. Her pupils are extremely small, the right one $\frac{1}{3}$ mm., and the left one $\frac{1}{2}$ mm. in diameter (Fig. 1); they show a slight excentricity upwards (Fig. 1 and Fig 3).

The pupils do not react to light or for convergence. The colour of the iris is mainly diffuse chestnut brown, in some places however greenish

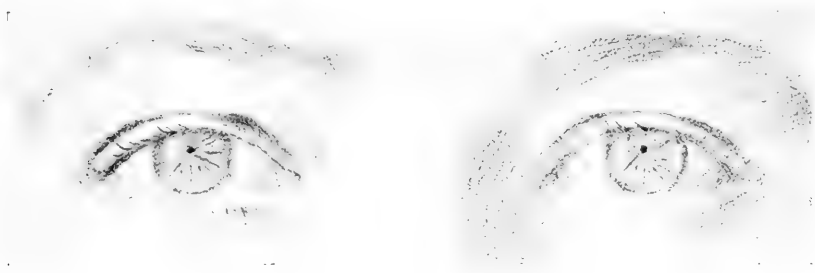


Fig. 1.

The pupils of Ingeborg B. on September 5th 1897. — This illustration as well as Fig. 2 and Fig. 3 are reproductions of pencil sketches by Asta Norregaard, the artist; these sketches are on a somewhat reduced scale, the horizontal diameter of the two corneae being in reality 11.5 mm. instead of 10 mm. as drawn. But the artist painted the originals of Pl. I, Fig. 4 and Fig. 5 in natural size.

grey; the radial fibres are close and stretched, and never undulating; circular folds do not exist. The pupils, after instillation of 1 per cent atropine thrice a day, were dilated to 2.5 mm. (Fig. 2); this diameter was kept for many years by instillation of scopolamine 0.2 per cent every morning; even during this slight mydriasis, no circular contraction grooves were seen in the periphery of the iris.

The myopia was now ascertained to be -2.75 in the right eye and 40° cyl. — 1.5 \ominus sph. — 1.25 in the left eye with $V = \frac{5}{4}$ in both, while before the atropinisation sph. — 10.0 to 12.0 D were required to obtain nearly the same vision ($V = \frac{5}{5}$). The normal fundus could then be seen both in erect and inverted image, wick was impossible through the pinhole pupils. The visual fields were good for white and colours (Ole B. Bull's colours — invariable in the periphery), for colours however somewhat more narrow before the dilatation of the pupils than after the dilatation. The tension was normal and is — after the lapse of 24 years — still so. Addition of *cocaine* did not further dilate the pupils, but the *palpebral*

fissures were enlarged (some *exophthalmus*); this fact shows that the cervical sympathetic nerve functions well. After the atropinisation, the patient's headaches disappeared, but in the course of a few weeks the atropine caused conjunctivitis. I then prescribed scopolamine 0.2 per cent for instillation every morning, which did no harm to the conjunctiva. She has continued this treatment without interruption for the last 24 years; if the instillation is omitted a single morning she has her old headache later in the day, whilst at the same time the refraction increases, though not to the same degree as in her youth. The static refraction under mydriasis is also lower than in her youth; the degree of myopia has decreased. Thus I

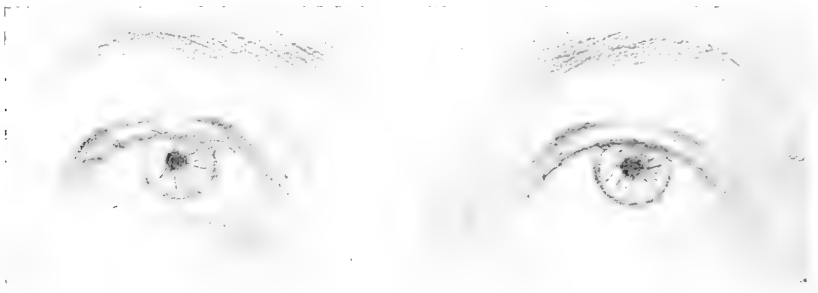


Fig. 2.

The pupils of Ingeborg B. on Oct. 8th 1897 after instillation of atropine 1 per cent thrice a day for four days.

found the following refractions on October 23rd 1919, at 11 a. m., after the usual instillation of scopolamine at her home three hours previously:

Right eye: 90° cyl. — 0.75 \ominus sph. — 1.5 $V = \frac{5}{5}$.

Left eye: 60° cyl. — 0.75 \ominus sph — 0.75 $V = \frac{5}{4}$.

On February 23rd 1921 I showed the patient to my colleagues in the Medical Society in Christiania (Lit. 6); to show the difference in the pupils without the slight mydriasis and with it, I told the patient to omit the instillation of scopolamine in the right eye for a whole week beforehand. The refraction of the right eye on February 23rd was: 90° cyl. — 0.75 \ominus sph. — 4.0 $V = \frac{5}{6}$. After resuming the scopolamine application the spherical correction, as in 1919 was — 1.5 and $V = \frac{5}{5}$. During the week, when the *right eye* was *without scopolamine* the patient again had her former dull *pains* in and over the eye and at the back of her head — but on the *right side only*. The scopolamine application, which in 1897 like the atropine effected a diameter of the pupils of 2.5 mm. (Fig 2), now caused a diameter of somewhat more than 1 mm. only (Fig. 3); the application of an atropine crystal in addition to the scopolamine drop could not further dilate the pupil.

It is the spasm of accommodation and the headaches which have necessitated the scopolamine application daily for all these years; it has moreover highly improved her eyesight in twilight: on account of the moderate myopia, reading and close work, in spite of the paralysis of accommodation, have been easy for the patient. If she had been emmetropic or hypermetropic without spasm of accommodation, a small iridectomy upwards would have been the best thing — in order to spare the accommodation.

b) Axel B., the brother, nine years older, I have seen once only, on October 29th 1919, when he was more than 52 years old; his sister Ingeborg had asked him to come. He said that in his youth, when he was

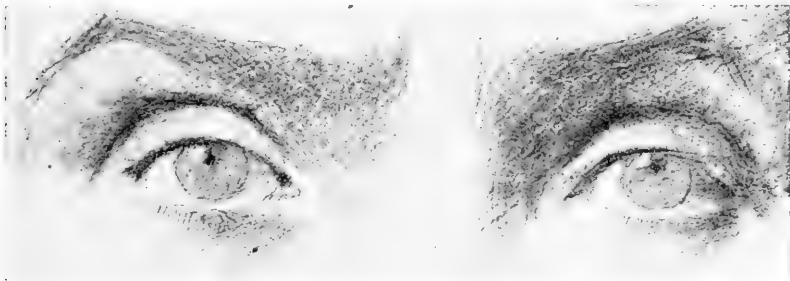


Fig. 3.

The pupils of Ingeborg B. on March 4th 1921, at 1¹/₂ p. m. after a 0.2 per cent scopolamine instillation in each eye at 8 a. m. on the same day and after the application of an atropine crystal on the left eye at 10 a. m.

driving on the high road by twilight, he had difficulties in steering the horse, and they often ended in the ditch. Now that he lives in town he is mostly indoors, and does not like to go out except in full daylight. He is emmetropic of both eyes with $V = \frac{5}{5}$ and reads without glasses Jäger No. 1 in 25 cm. (pinhole pupils: minimal circles of diffusion). The iris in both eyes is an even cinnamon brown, with the radial fibres closely stretched and not undulating; no circular grooves in the periphery. The right pupil is nearly round with $\frac{3}{4}$ mm. in diameter; the left pupil forms a horizontal oval $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ mm. in diameter. By two instillations of homatropine 1 per cent in the course of three hours the right pupil was dilated to 2×2.5 mm. and the left pupil to $1 \frac{3}{4} \times 2$ mm.; he is still emmetropic with $V = \frac{5}{5}$, but to be able to read Jäger No. 1 at a distance of 30 cm. he must now use + 30. D — he cannot read without convex glass on account of larger circles of diffusion. The patient, though admitting the advantage of being able to see well also in twilight, preferred to be without mydriatics in order to do his office work and his reading without spectacles as hitherto¹.

¹ Axel B. died March 6th 1922 of apoplexia cerebri. When the microscopical examination of the iris of both eyes is completed, the result will be given in a new article.

c) Anna B., Axel's twin sister, born July 28th 1867, has been under my observation since December 1st 1897; like her brother she did not suffer from spasm of accommodation or headaches. Right pupil formed a vertical slit $1/4 \times 1/2$ mm., left pupil a nearly horizontal slit $1/2 \times 1$ mm. (Pl. I, Fig. 4). The iris in both eyes was blue slate colour, with a central yellow peripupillary part; closely stretched and not undulating radial fibres, no circular contraction grooves in the periphery. The right pupil after instillation of 1 per cent atropine thrice a day for four days became nearly round with 2 mm. diameter, while the left pupil became a horizontal oval with diameter 1.5×2 mm.; as shown on Pl. I, Fig. 5, both pupils have a somewhat polygonal outline, but by focal light and magnifying lens + 40 D no posterior synechiae are seen. The addition of cocaine does not dilate the pupils more but it enlarges the palpebral fissures (some exophthalmus).

Under atropine the refraction was the same as before:

Right eye — $7.0 V = \frac{5}{6}$. Left eye — $8.0 V = \frac{5}{5}$. The eyesight in twilight was much improved. Owing to atropine catarrh I continued the mydriasis with 0.2 per cent scopolamine every morning for 22 years. But when she approached the age of 50 the mydriatic effect decreased. When I saw her on October 6th 1919, in spite of scopolamine the pupils were of exactly the same size as before the beginning of the treatment (Pl. I, Fig. 4), nor did atropine effect any change. The myopia was much increased in both eyes, and vision diminished by retinal changes at macula lutea (visible after iridectomy): Right eye — $15.0 V = \frac{5}{30}$, Left eye — $16.0 V = \frac{5}{15}$. Both eyes: tension normal and visual fields with good extent for white objects in daylight; but in twilight very contracted. I made *iridectomy* upwards first on the right eye, then on left, with the result that she could again see much better by twilight. On March 31th 1920 she died suddenly of apoplexia cerebri. — A post-mortem examination of the eyes was allowed on April 3rd. I injected 1 ccm. of Bouin's fluid (saturated solution of picric acid in water 75 ccm, formole 25 ccm, concentrated acetic acid 5 ccm) in the vitreous of both collapsed globes till the tension was felt normal, and conserved the enucleated globes in the same fluid; rabbit eyes were used as prothesis. Both globes were oval with staphyloma posticum verum Scarpae; axis antero-posterior in the right eye 28 mm., in the left eye 28.5 mm. Prosector O. Berner, M. D., has made an exact microscopical examination of the iris of these eyes. —

Epicrisis. In the above mentioned cases the pinhole pupils cannot be explained by an abnormally strong contraction of m sphincter only; in this case atropine would have dilated the pupils much more than to about 2 mm. The m. dilatator much be assumed not to act. In textbooks



Fig. 4. The pupils of Anna B. on 2nd December 1897.



Fig. 5. The pupils Anna B. on 9th December 1897 after instillation of atropine 1 per cent thrice a day for four days.

this is explained as caused by paralysis of the cervical sympathetic nerve; but my patients had no sign of this — the application of cocaine enlarged the palpebral fissures. For this reason I believed the most natural explanation of the lack of dilatator function from birth, to be that the dilatator muscle itself was not developed, or very incompletely so. Prosector O. Berner in the anatomical part given below, will by his fine preparations give the decisive evidence of the truth of this surmise.

As mentioned before in case a) Ingeborg B., whose static myopia is of a low degree, a *permanent spasm of accommodation* is observed to cause a considerable increase of her myopia, even in her 45th year. This spasm is *accompanied by frontal and occipital headaches, which always disappear after local application of mydriatics on the eyes*. This patient having never till now suffered from any disease of the central nervous system I believe that this spasm in the ciliary muscle must be considered to be due to a kind of irradiation from m. sphincter pupillae which having no antagonist is always contracted. But the reason why only Miss Ingeborg suffers from spasm of accommodation and not her emmetropic brother Axel and his strongly myopic twin sister Anna, I confess I cannot explain.

As mentioned above, two of the patients were myopes, one of them to a high degree, the other slightly, but increasing by spasm of accommodation. I do not wish to draw conclusions regarding the origin and development of the myopia of these two patients; I would, however, emphasize a few facts.

In case a) Ingeborg B., *in spite of continuous spasm of accommodation since early childhood, the static myopia was very moderate at the age of 21, viz. — 2.75 and — 1.25 D*. The diminution of myopia at the age of 43, to — 1.5 and — 0.75 D, was in my opinion not caused by the mydriatic elimination of the accommodation during 22 years; I believe that the static refraction of the lens itself is slightly decreased with age. During those 22 years she has never used convex lenses for close work because she can still easily read without glasses Snellen 0.5 at a distance of 30 to 50 centimeters. From the age of 21 she has daily installations of mydriatics; *before that time she had been obliged to converge strongly during reading* and close work because her myopia, by spasm of accommodation, was increased to — 10 or — 12 D.

In case c) Anna B. I would repeat that the patient *never* suffered from *spasm of accommodation*, that her myopia at the age of 30 years was — 7 and — 8 D, and was increased at the age of 52 to — 15 and — 16 D in spite of daily paralysis of accommodation during 22 years. She could never be persuaded to use strong or weak concave glasses, and did

much reading and fine close work under strong convergence and with bent head. She never squinted, and like her brother and sister, she had good muscle balance for the distance of 5 meters and of 25 centimeters.

Anna's emmetropic twin brother Axel [case b] was until his 30th year a country gentleman and did not do much reading or near work during his youth; he *never* suffered from *spasm of accommodation*.

Treatment. Presbyopes with exclusively indoor life may prefer no treatment at all [e. g. case b) Axel B.]; they can read for a long time without glasses. But in outdoor life the twilight-blindness is very embarrassing and can be relieved in two ways:

1) By daily application of *mydriatics* to the eyes, when myopic, as long as the pupils by this means can be dilated to 1.5 or 2 mm. diameter; this treatment is also indicated by other refraction anomalies when the miosis is complicated by spasm of accommodation. It appears, however, that a local habitude to or resistance against mydriatics develops after the lapse of many years, so that their dilating power on the pupil gradually decreases [case a) and c)]. It is scarcely age which effects this, for in case b), Axel B. at the age of 52, a single instillation of 1 per cent homatropine dilated the pupils to 2 and 2.5 mm. as other mydriatics with the sisters at the age of 20 to 30 years.

2) By optical *iridectomy* — as a rule upwards; indicated in all refraction conditions where the accommodation should be left intact, but also if mydriatics appear to be injurious e. g. by increasing of tension (which I have not yet seen in my cases). Iridectomy may also prove necessary in elderly myopic persons, when the dilating effects of mydriatics after daily applications during many years are at last insufficient or nil [case c)].

LITERATURE.

1. W. R. Wilde. On the Malformations and Congenital Diseases of the Organ of Sight. London 1862.
2. X. Galezowski. *Traité Iconographique d'Ophthalmoscopie*. 2^{me} Edition. Paris 1886, p. 285.
3. Truc et Valude. *Nouveaux Elements d'Ophtalmologie*. Paris 1896, T. 1, p. 475.
4. E. Treacher Collins and M. Stephen Mayou. *Pathology and Bacteriology in Ophthalmic Practice*. — Blakiston, Philadelphia 1911, pp. 64 and 82.
5. *The American Encyclopedia and Dictionary of Ophthalmology*. — Cleveland Press, Chicago 1914—1921. Vol. X, p. 10673.
6. S. Holth og O. Berner. Miosis congenita seu Microcoria familiaris — ex aplasia musculi dilatatoris pupillae. *Forhandlinger i Det medicinske Selskab i Kristiania*, 23de februar 1921, pp. 63—69. *Norsk Magazin for Lægevidenskaben*, September 1921 (a faulty report is given in *Zentralblatt für die gesamte Ophthalmologie und ihre Grenzgebiete*, Band VII, Heft 2, 28 Februar 1922, p. 85).

Addenda during proof-reading:

7. Kurt Saupe. Ueber einen Fall von angeborenem Fehlen des Musculus dilatator pupillae selbst oder seiner Innervierung. *Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde*, LXVIII. Band, April—Mai 1922, pp. 464—471. (No microscopical examination).
-

PART II. ANATOMICAL.

BY

O. BERNER.

The small pieces of the iris removed by iridectomy were sent to me by Dr. Holth for examination immediately after the operation, but notwithstanding great care in stretching them out on paraffined cork plates, etc., they curled up so much that it was impossible to make anything of the material. My investigations are therefore based entirely upon the study of the irises of the two eyes that were not fixed until about 61 hours after death. These, when I received them, were lying in Bouin's fixing liquid, of which Dr. Holth had, moreover, before the post-mortem enucleation, injected sufficient into the vitreous body to prevent the cadaveric collapse of the bulb.

As I knew from former work with the iris how frequently paraffin sections came off the slides after depigmentation, and as, with this unusual material, it was important not to lose a single section, I decided to imbed the material in celloidin, and the first sections I examined were therefore ordinary celloidin sections with a thickness of about 12 μ . They were stained in the usual way in van Gieson's liquid or with Böhmer's hæmatoxylin and eosin; but as these dyes do not always give clear and distinct results in sections that are depigmented by Alfieri's method — the method I have always employed — I subsequently took to staining the sections, like FORSMARK, with iron-alum-hæmatoxylin according to Heidenhain's method, and also counter-stained them with eosin. Like FORSMARK, I strongly recommend this staining, for when properly done with suitable differentiation it is fully equal to van Gieson's method, perhaps, indeed, even superior in clearness, and further has the great advantage of making the sections thus stained preservable for any length of time.

As depigmentation of sections is a method in which much time is wasted, and as, for purposes of control, I have had to examine many

irises, from persons of all ages, I began to try Alfieri's method on the iris itself and not on the sections. For this purpose I cut out the iris after it had been carefully fixed in ordinary formalin, and allowed it to lie for 24 hours in a solution of potassium permanganate, 1 in 300, and then in a $\frac{1}{2}$ — 1 per cent. oxalic acid solution until bleaching had taken place. The material thus depigmented was then imbedded in paraffin and cut in serial sections of 5 μ , and stained with iron hæmatoxylin à la Heidenhain and with eosin as the protoplasm dye.

As this method gave me much better preparations than those I had already obtained from my celloidin material from the eyes sent to me, I tried it also upon these. I cut small pieces out of the block, and either completely removed the celloidin before proceeding with the bleaching, or left a very thin membrane of celloidin round the material, thinking it would act as a support for the epithelium during the depigmentation. Both modes of procedure gave me good results, and the superiority of the method to the usual depigmentation of single sections is, of course, obvious. The sections made were both the ordinary meridional or radial, in which the dilatator pupillæ is seen cut longitudinally, and the so-called "tangential" sections, where the muscle is cut across. SALZMANN calls the latter "transversal", which is a better name than tangential. In both cases the plane of the section is perpendicular to the surface of the iris. As the iris, while being imbedded in paraffin, is very liable to crumple, I also frequently obtained such very oblique sections that they were equivalent to surface sections. I have thus also been enabled to give figures of surface sections of the small amount of dilatator that was obtainable in this case.

The microscopical examination of the sections revealed no difference between the two eyes, and I will therefore describe them together.

The iris, as will be seen from fig. 6, is somewhat thin, with the exception of the central part, where the sphincter muscle is very distinct. This may doubtless be naturally explained as due to a hypertrophy of the muscle through being continually in a state of contraction as a consequence of the loss of its antagonist.

On examining the non-depigmented sections, I at once noticed that the membrane of Bruch — or, as it is often called, the inner limiting membrane — to a great extent was defective. In a few sections I found, indeed, and especially with regard to the peripheral part of the iris, that in front of the pigmented layer there was a red rim where the membrane of Bruch should have been; but it extended only a little way, and was

moreover inconstant, as it was often absent in corresponding places in other sections.

This absence of the Bruch's membrane is indeed so marked as regards the middle part of the iris, that it may be said to be the rule. The most that is seen in these non-depigmented sections is a faint reddish colour at the anterior margin of the pigmented layer between this and the stroma. But in the central part of the iris, i. e. behind the sphincter, a distinct red rim, answering to the membrane of Bruch in normal sections, is constantly seen. It seems to me, also, that it is of about the same thickness as in the control preparations, although it is impossible to judge of this accurately by comparing microscopical sections of the eyes of various persons.

Thus the very first general preparations I made differed considerably from the ordinary descriptions of the normal iris, and the difference was also very marked when I compared them with the control specimens from persons of various ages that I had made. In these sections I found that the dilatator was as a rule very conspicuous in the form of the Bruch's membrane, even in ordinary, non-depigmented sections. Occasionally, it is true, in a section of a normal iris it happened that the Bruch's membrane was not visible, probably owing to local conditions, e. g. stretching or folding during the process of imbedding, with consequent oblique sections; but if several sections from the same iris be examined, there will never be any difficulty in finding it. The difficulty with regard to the dilatator question has not been the finding of the membrane of Bruch, but the explanation of it; and this was only discovered when we became acquainted with the methods of depigmentation.

Even in the greater number of the non-depigmented sections the absence or defective development of the membrane of Bruch in Miosis congenita is clearly seen, but this abnormality is still more marked in the depigmented sections. The characteristic feature of the sections is the *epithelium, which continues right up to the stroma*. It is probably the direct contact of epithelium with stroma that causes the epithelial cells to come out better in these than in the control sections. The epithelium is as a rule well preserved, except in the immediate vicinity of the pupil, where it is absent. It consists of large, well-fixed cells. Occasionally only a single cell has as it were swelled up and is badly stained, but this I am inclined to ascribe to cadaveric changes, as the eyes were not fixed until 61 hours after death. These cadaveric changes are found especially in the peripheral part of the iris. The nuclei as a rule come out sharply and clearly, and the cell-borders are also generally very distinct. This is especially the case with the posterior cell-layer (see fig. 8), where there are

cubical or low cylindrical cells. In front of this there is a layer of very flat, long cells. The boundary between these two layers is very clear and distinct, and that between the separate cells in the front layer — which I will call the “muscle-epithelium layer” — appears also as a rule, but not always, clear and distinct, although the greater part of it has not developed into contractile elements. This is perhaps due to the fact that the cells appear to be fusiform (see fig. 8) or in any case somewhat pointed at the ends (see fig. 7), for the majority of these cells are certainly long enough to cover 4 or 5 of the cells in the hinder layer (see fig. 8). The cells in this layer are cubical, while those in the front layer — the muscle-epithelium layer — are long or at any rate oval. These long, flat cells not infrequently contain 2, and sometimes 3, nuclei, which are occasionally rounded, but generally elongated (see fig. 9, where one of the cells has 2 long nuclei).

The characteristic feature of all these depigmented sections is the almost entire absence of the Bruch's membrane. In depigmented sections of normal irises this membrane is always clear and distinct, even when the iris has been kept stretched, for instance by the action of eserine; but in these sections it is absent almost always and almost entirely between the ciliary body and the periphery of the sphincter. Behind this muscle, on the contrary, the membrane of Bruch is constant and continuous.

When patches of developed dilatator are found between the ciliary body and the periphery of the sphincter, they generally lie nearest to the ciliary body. In fig. 6 I have marked with a cross (+) two places where such patches of developed dilatator muscle occur. The patches are not large, as the muscle-fibres are soon lost, so that before the periphery of the sphincter is reached all smooth muscle has disappeared, and thus the dilatator has completely vanished. In the first general preparations that I made, and which I stained in the usual way with Böhmer's hæmatoxylin-eosin or according to van Gieson's method, the nature of these patches was not clear to me, as it was not always possible to stain the muscle distinctly; but after I had begun to stain à la Heidenhain, there was no doubt about their being small bundless of plain muscle that lay just in front of the epithelium. Fig. 9 shows, however, that sections stained by van Gieson's method can also give clear, characteristic results

In those places where the dilatator has developed, several types of it may be found. Behind the sphincter, for instance, the normal conditions are seen. I cannot say, in any case, that I have found any difference between my series and my control preparations of this region. The types that I have found also correspond well with the illustrations with which

the various writers on this subject have furnished their works. In my fig. 10 I have shown a piece of dilatator behind the sphincter, and it will there be seen that in front of the nuclear part of the muscle-epithelium quite large amounts of contractile elements are gathered.

In those regions in which the dilatator is more or less poorly developed, various conditions are represented. If we follow the development from the complete absence of the muscle as I have shown it in fig. 9, we see, as shown in fig. 11, that in front of the undifferentiated front layer of epithelium — i e., that which should have become muscle-epithelium, but has been hindered in its development, and therefore appears only in the form of spindle-shaped epithelial cells — there lies a single slender cell between the epithelium and the stroma. In form this cell (shown in fig. 11) resembles a plain-muscle cell, but I have not found myoglia fibres developed in it, and it should probably be regarded as an intermediate stage between an epithelium cell and a plain-muscle cell. In most cases, however, there are myoglia fibres in these spindle-shaped cells, and there is therefore no reason to doubt that these are cells of plain muscle lying in front of the layer of epithelium. Three or four such muscle cells are not infrequently seen lying one in front of another so as to form a thick layer of unstriated muscle at that place. As fig. 11 shows, we find in these cells the long, thin, rod-like nucleus that is so characteristic of the ordinary mesodermal muscle, whereas all writers appear to agree that the cells of the dilatator pupillæ are characterised, *inter alia*, by their more oval, and in any case not rod-shaped, nuclei. Figs. 7 and 9, together with fig. 11, give a good general idea of the form of the cell and of the nucleus. These figures are taken from various sections of various regions. It will be seen how the muscle epithelium in fig. 7 consists of blunt-pointed cells which in fig. 9 are elongated and have assumed more the shape of the plain-muscle cell, and finally, in fig. 11, appear as cells with almost all the properties of the plain-muscle cell. In transverse sections is seen a layer, more or less thin according to the degree of development of the contractile elements, of transversely cut fibrils in front of the epithelium. Fig. 12 seems to me to be a good illustration of this, as it shows how the muscle fibrils become fewer from left to right. It also shows that the epithelium cells are not always uniform, and that here and there, at any rate, there may be more than 2 rows of cells in the epithelium.

In some places, especially near the ciliary body, many such plain-muscle cells may be found, as I have said, in front of the epithelium, and in a few places there are so many that they form a projecting fillet, which extends far into the stroma (see fig. 13, where they are cut trans-

versely). In other words, I have found the same strengthening bands that HEERFORDT, GRYNFELT and FORSMARK describe and figure, the only difference being that they are very rare in my material. It is also due to the poor development of the dilatator that on the back of the iris, under the microscope — preferably binocular — and a bright light, only very few of the radial folds are visible, which with the same light and magnifying power, are seen in great numbers and density upon the back of the *normal* human iris (Pl. 14, fig. 15).

With regard to the folds found on the back of the iris it should be observed that they are more or less marked in the eyes of various animals. No plausible explanation of them was given before the Danish investigator, HEERFORDT, propounded his theory that the dilatator is built up of muscle-epithelium cells. When a muscle such as this, which is always found to consist only of a single cell-layer, is to be increased, nature has two ways of doing it. One of these is that the organ folds itself and thereby provides a larger surface over which the muscle elements can spread; the other way is for the cell-layer to project into the stroma in the form of fillets.

The existence of these folds has long been known, as they were described by SCHWALBE. In contrast to the short radial folds formed on the posterior surface of the iris near the pupil by the contraction of the latter, and therefore called by Schwalbe "contraction-folds", the same writer gave to the peripheral long radial folds on the posterior surface of the iris the name of "structural folds".

HEERFORDT, through his investigations of the developmental stages of the dilatator in various animals, arrived at the conclusion that if the folding does not provide sufficient additional surface for the increase of the bulk of the dilatator, fillets form which penetrate more or less deeply into the stroma. This is the case with the dilatator pupillæ of the seal and the otter, and both these animals need a very strong dilatator. HEERFORDT has carefully studied these fillets in the seal, and has found that they even branched as they advanced into the stroma. Some of them were tubular, and they were sometimes constricted off from the rest of the dilatator.

HEERFORDT uses only the expression "strengthening folds", and under this designation describes both the folding of the posterior surface of the iris and the fillet-like projections into the stroma. In man he has seen only very slight indications of such fillets.

FORSMARK, on the other hand, describes, under the name of "strengthening fillets", some more or less wide thickenings of the dilatator without any trace of abnormal fold-formation at the place in question. His strength-

ening fillets, unlike those of HEERFORDT, are built up of plain-muscle cells of the ordinary mesodermal type.

The smoothness of the posterior surface of the iris in my material is probably to be understood as a direct consequence of the very defective development of the dilatator. In man the dark brown, almost-black surface of the normal iris appears smooth to the naked eye, and it is only under the microscope — preferably binocular — and a very strong light that the two groups of radial folds appear in distinct relief. As no illustration of this condition is given in ophthalmological, and only very rarely in anatomical, text-books,¹ I have thought it desirable to give an illustration of the posterior surface of a normal iris, from a girl of 17, as seen under a binocular microscope (fig. 15), in order to show how entirely different are the conditions in our case of Miosis congenita (fig. 14).

Fig. 15 shows the two systems of radial folds well developed, both Schwalbe's contraction-folds behind the sphincter and the structural folds which begin 1.5 mm. from the margin of the pupil, and become broader and flatter towards the margin of the ciliary body. Here, too, there are some fine circular folds which are only formed when the pupil is dilated. In Miosis congenita (fig. 14) the circular folds are therefore entirely absent, and there are only indications of a few shallow radial folds. Notwithstanding the strong binocular magnification, the posterior surface of the iris here appears almost smooth.

With regard to the *appearance of the stroma* I should state that in the pupillary part it was best developed, while *in the intermediary part of the iris* it presented a peculiar appearance, *resembling the fetal mucoid (or gelatinous) tissue*. In front of the sphincter the connective tissue contained an abundance of cells. but behind it it had few cells and was sclerotic. There was no sign of inflammatory conditions in it. In the middle part of the iris the mucoid ground-substance was sometimes so prominent that in the celloidin sections I thought it possible that the epithelium had become detached from the stroma, and that in consequence some celloidin had entered and filled the interstice, and had taken a faint shade of colour. On closer examination, however, this proved not to be the case. It was the peculiar homogeneous ground-substance that I was looking at, and in which lay the few fine fibrils and the cells. There was nothing remark-

¹ Best in Maximilian Salzmänn's "Anatomie und Histologie des Menschlichen Augapfels im Normalzustande". Vienna, 1912. Taf. VIII, 2. See also Merkel's "Die Anatomie des Menschen", Atlas zur fünften Abt., fig. 107.

able about the stroma cells as regards either shape or pigment. In the Heidenhain-stained sections there were a good many large eosin-stained cells with numerous fine, dark granules in the protoplasm. Nor was there anything to remark with regard to the ordinary large, round pigment-cells — the “clump cells”. They generally occurred, as usual, in the sphincter region. The blood-vessels, too, presented no peculiarities. Regarding the appearance of the stroma I refer the reader to the various figures.

We have thus shown that in these eyes the dilatator pupillæ is defective in its development, and we must assume that the anomaly is due to an inhibition that has asserted itself in embryonal life. This inhibition does not seem to have affected that part of the dilatator that lies behind the sphincter, for this, judging from the microscopical sections, is developed normally.

We have then all the developmental stages from this normal condition down to the complete inhibition represented by the pure epithelium cells. My investigations have shown further that the inhibition may be removed locally, and that strengthening bands may even be developed of the type described by FORSMARK. It will be remembered too, that FORSMARK emphasises the fact that the strengthening bands are often very short and extend only a little way between the region of the ciliary body and the periphery of the sphincter. At the two places marked with a cross in fig. 6 there seem to be fragments of strengthening bands such as these.

FORSMARK'S work is of great merit, and has brought to light, among other things, one or two deviations from the ordinary way in which the dilatator elements appear. He has shown that an inhibition in the development of the dilatator sometimes appears, with the result that spindle-shaped epithelial cells are found among the elements. He has further demonstrated the “mesodermal type” of the dilatator elements.

He has shown that the first type is often found in the periphery of the dilatator near the ciliary body, and he describes it as “an intermediary form between muscle and epithelial cells”. The second type is found in the strengthening bands, and always occurs when the dilatator elements leave their place and move forward in the stroma. He calls it “mesodermal” because its similarity to the ordinary cells of unstriped muscle elsewhere in the organism is complete.

I think both these types of cells are made clearer when placed in relation to my material. As regards the first form the agreement with

the undeveloped cells in the front layer of the epithelium in my specimens is striking, as a comparison with FORSMARK'S description of them and the drawing he gives (his fig. 6) with my figs. 7 and 8 is sufficient to show.

With regard to the "mesodermal" type it will be necessary to refer to FORSMARK'S work. His starting-point is the fact that many clever investigators, such as WIDMARK and GRUNERT, have found nuclei in the membrane of Bruch, whereas, according to the descriptions of numerous other writers, this membrane has no nuclei. It is this much-debated question that FORSMARK has made clear in his work. His investigations have shown him that the ordinary muscle-epithelium cell is not the only form in which the dilatator element occurs, but that "außerdem in jeder Iris eine meistens relativ kleine Zahl gewöhnlicher glatter Muskelzellen vorhanden ist." The fact that muscle cells with axial nuclei are now and then found in the membrane of Bruch need not, according to Forsmark, be explained by the assumption of a folding and removal by constriction, for in his opinion the strengthening fillets are in no way connected with the normal folds appearing on the posterior surface of the iris. On the posterior surface of one of these strengthening fillets, the epithelium, according to Forsmark, exhibits no folding at all. He also states that the folding of the posterior surface of the iris in man is very poorly developed.

From their relatively rare occurrence in embryonal material and in the irises of new-born children, compared with material from the eyes of adults, FORSMARK even considers it not improbable that the strengthening bands are a post-foetal formation.

The presence of muscle cells with axial nuclei in the fibril layer proves to FORSMARK "daß die Dilatorlage wenigstens zweischichtig werden kann." In thus assuming that the strengthening bands may be formed by proliferation, he also shows that the newly-formed elements displaced in the stroma change their appearance and take the form of the ordinary plain-muscle cell. According to FORSMARK it is upon the subepithelial position that the ordinary form of the dilatator element depends, and this form is conditioned in the contact with the posterior layer of the epithelium. When this situation no longer exists, the cell assumes the form of the ordinary mesodermal plain-muscle cell. This is also the case with the dilatator's nearest relative, the sphincter, which is derived from the same organ, the secondary optic cup, but from a more peripheral part of it than the dilatator. The sphincter exhibits in a marked degree the ordinary mesodermal type with its long, spindle-shaped cells with central, rod-shaped nuclei.

FORSMARK'S view of the mesodermal type given above seems to me to be strongly corroborated by my material, as it would be difficult to

explain the origin of the broad strengthening bands that I have found in any other way than by proliferation. Fig. 13 shows no bending of the epithelium, and thus fold-formation can scarcely be connected in any way with its origin. Moreover, as already mentioned, my fig. 11 shows that in front of the double-layered epithelium there is a single long, thin cell, that may possibly be a not yet fully developed muscle cell; and according to this, FORSMARK'S theory of proliferation and displacement with change of the cell's form, may very well be correct. The only figures wanting are of cell-division, but they will perhaps be obtained from future cases. I have seen no sign of cell-division in my slides.

With regard to the aplasia that appears in my material, and which according to FORSMARK, is not infrequently to be found in the peripheral part of the iris, it must be remembered that previously SZILY had also described such an aplasia, which he also found affected the dilatator rudiment. According to SZILY, "in a few places" small groups of cells escape the transformation into dilatator elements, so that islands of large, protoplasmic epithelium cells are found lying between the posterior layer of the iris epithelium and the dilatator muscle. Concerning the frequency of these occurrences, all that Szily appears to say is found in his resumé, where he mentions that they are found "an sehr vereinzelt Stellen"; but in his diagrammatic drawing of the iris, two places where aplasia appears are marked, so it would not seem to be so rare. As KOPSCHE also employs Szily's figure without any alteration in his edition of Rauber's anatomy, one would imagine that aplasia of the dilatator pupillæ is not uncommon. Personally I have no experience of this. HEERFORDT has also found signs of aplasia. On p. 533 of his work, where he describes the large folds which in the rabbit extend right up to the ciliary processes, he says that the two layers of epithelium cells cannot be clearly distinguished from one another, and that the cells of the front layer seem to be "only imperfectly" transformed into muscle cells.

As our knowledge of the details of the structure of the dilatator is still incomplete, and as pathological anatomy has so often thrown light upon obscure points in normal anatomy, it might be expected that this work would perhaps contribute to our knowledge of the still doubtful points concerning the muscle that has perhaps been more discussed than any other.

Although I have little worth mentioning to contribute, I feel it to be my duty to submit my material in its relation to these obscure points in our knowledge of the more delicate structure of the dilatator pupillæ.

The great question, as concerns this muscle, is in what way the anterior part — the membrane of Bruch — has originated. Has it been by a complete fusion of the contractile parts of the dilatator elements, as the French writer, GRYNFELTT, maintains, or are there, in the Bruch's membrane, parts that can be isolated so that each belongs to a separate dilatator cell? The latter stand-point is held, as we know, by the Danish author, HEERFORDT, who declares that, like HENLE, IVANOFF and MERKEL, he has isolated the separate cells. GRYNFELTT says that sometimes the membrane of Bruch looks as if it were divided up into small fields that might answer to smooth fibres cut transversely. This division is especially distinct in the fox, but even in this animal GRYNFELTT has not succeeded in isolating single cells. He never obtained anything but irregular fragments.

HEERFORDT succeeded, however, in isolating the elements in material from the calf and rabbit that were fixed with Müller's fluid, but he has not isolated the cells from human material because, he says, the material he had to work upon was fixed with formol.

The Swedish investigator, FORSMARK, says that he has not succeeded in isolating the elements, but he is nevertheless a supporter of Heerfordt's theory. He believes that the dilatator elements are probably much more closely connected with one another than is the case with the cells in ordinary plain muscle. But how are they connected? No one knows. Can cell-borders be demonstrated in the membrane of Bruch? Up to the present no one has been able to point to them. GRYNFELTT has employed nitrate of silver to demonstrate the cell-borders, but only in the posterior part, and no one doubts that there are cell-borders in that part of the dilatator; but in the anterior part, in the membrane of Bruch, they have never been shown, as far as I know. GRYNFELTT says nothing of the result of the silver impregnation seen from the front, and no one has stated that by the fuchsin method, or with iron-hæmatoxylin staining, cell borders are seen in surface-sections of the Bruch's membrane. If we look at the figures that RETZIUS, HEERFORDT and FORSMARK give of a surface view of the dilatator, we seek in vain for cell-borders. Both RETZIUS and HEERFORDT, however, describe a grouping of the fibrils in bundles, and HEERFORDT has interpreted them as an indication of a division into muscle-fibres; but FORSMARK is not convinced of the correctness of this, as he has only found them in small areas. FORSMARK, who has largely employed iron-hæmatoxylin in his work, states that there are no cell-borders to be seen in the specimens from adult persons with this staining, but that it yields better results in foetal material.

I am unfortunately unable to contribute personally towards the solution of this question, and I will confine myself to directing attention to my fig. 16, which shows a peculiar grouping of the myoglia fibrils in bundles. The bundles are also slightly pointed at the ends, and the figure, which agrees very well with the illustrations given by RETZIUS and HEERFORDT and by FORSMARK, leaves a certain impression that also in the membrane of Bruch the dilatator is built up of small parts which are not quite fused together; but whether this impression is correct can only be decided by future investigation.

Great difference of opinion also exists as to the mutual relation of the dilatator and the sphincter. Some investigators maintain that there is no connection between them, others that there is only an indirect connection by the aid of connective tissue, while a third group of authors considers that there is a direct connection between the two muscles, as there are offshoots that pass from one to the other; but to which of the two muscles these connecting fibres belong is the point of dispute.

As it might reasonably be expected that my material, with its marked disturbances in development, might throw light upon this difficult question, I will give an account of my discoveries, as although I am unable to contribute very much to its elucidation, they should be described for the sake of future research.

I will preface my description by remarking that GRYNFELTT, who, as far as I can see, is the only writer who maintains that there is no connection between the two muscles, is wrong, and that I also pass over the group of writers who maintain that the connection is only indirect and through the medium of connective tissue, and I declare my agreement with those who maintain the existence of a direct muscular connection between the two muscles.

This connection is particularly well marked in my material, and it will be seen from the photograph reproduced in fig. 17 how the sphincter, which is functionally uncontrolled, draws the dilatator out in long diverticula, which extend far into the stroma.

As regards the connecting fibres, both the long — the "Speichenbündel" of the German writers — and the short are very distinct, as the the photograph in fig. 18 and the drawing in fig. 6 show. They are also very numerous.

As regards the question of their derivation — whether they should be ascribed to the dilatator or to the sphincter — I am unable to give any answer, because in my material there is no aplasia of the dilatator in

this region. Future cases of this anomaly may possibly throw light upon the matter, but this is of a very intricate nature, as is shown by its history, into which I will not go. The controversy on the subject has been due partly to the fact that theoretic reasoning has been employed to explain the morphological conditions, another reason being that the works on the subject are from a time when the mesodermal type of dilatator was still unknown. In addition to this there are evidently individual variations, and the difficulty of forming an objective opinion upon these points is most clearly apparent from the careful expressions of which FORSMARK makes use in this section of his work. As long as the conditions are no clearer than they now are as regards the normal anatomy, it cannot be expected that pathological anatomy, through a single observation, can contribute much to the solution of the questions. I therefore confine myself to the statement that in the present case the long connecting fibres are composed of plain-muscle cells of the usual mesodermal type. They are visible even in fig. 18, and fig. 19 shows a muscle cell of which the long nucleus in the centre, with its rounded ends, is very characteristic of this species of tissue. If the question of the relationship of these fibres were to be determined from these figures, one would say that the long connecting fibres in my material belonged to the sphincter.

The short connecting fibres, as will probably be apparent from the photograph reproduced in fig. 20, are composed of cells with a short and thicker nucleus, their protoplasm being also somewhat pigmented. The elements in these fibres therefore resemble rather dilatator. My investigations in this respect have led to a result opposite to that at which FORSMARK arrived.

A peculiar feature of the long connecting fibres is the rather long diverticula into which the sphincter draws the pigmentary layer. Fig. 17 is from a photograph that I have taken of one of them, and it shows how the pigmentary layer is drawn far forward into the stroma, and that one of the long connecting fibres is attached to the blind end of the diverticulum. In the sections, especially those that are depigmented it will be seen that it is only the front layer, the muscle epithelium, that is thus displaced, the back layer passes without change of direction. The diverticulum may thus be compared in a way to a blind tube pointing with its free end up to the sphincter (see fig. 21). Its periphery is always covered by contractile fibrils developed from cells of which the rest of the protoplasm turns towards the centre of the tube. The muscular mantle of the diverticulum continues without interruption in the developed muscle of the dilatator

behind the sphincter. The tube has therefore been produced by a duplication of the layer of muscle epithelium.

It is not always, however, that the sphincter has succeeded in drawing a diverticulum such as this out of the dilatator. The long connecting fibres are often seen attached to the dilatator without having any influence on the course of that muscle. Fig. 18 shows how such a long, slender connecting fibre attaches itself to the dilatator without causing any change in the direction of the epithelial layer. With regard to the attachment of the connecting fibres it is worthy of notice that at such points a strengthening of the dilatator layer always seems to have formed, as there are several layers of smooth-muscle cells just where the attachment takes place. It almost appears as if there had been a proliferation of the dilatator at this point.

Dr. Holth's clinical discoveries in the three cases may indicate that the iris in all of them is of the same structure, or, in other words, that dilatator is found developed behind the sphincter, while elsewhere it is almost entirely absent. If this should prove to be the case in subsequent examination of the eyes of other persons with this anomaly, there are supports for the explanation of the circumstance in the embryology of the sphincter.

The rudiment of the sphincter appears much earlier than that of the dilatator, namely, in the 4th month, while the dilatator appears in the 6th month. The development of the sphincter, moreover, is not complete until the 9th month of fœtation. Throughout this long period the sphincter, according to HERZOG and SZILY, is in close connection with the cells in the front epithelial layer of the secondary optic cup, in other words to those cells which subsequently developed into the pupillary part of the dilatator. The connection is so close that HERZOG, who has investigated the conditions in mice and rats, could not distinguish the front layer of epithelium from the rudiment of the sphincter; and SZILY draws attention to the lateness with which mesenchyma intrudes itself and separates the two muscles. According to the last-named writer, the difference between the iris of the new-born child and that of the adult is that in the child the sphincter lies in almost complete contact with the front layer of epithelium in the pars iridica. "Die die scharfe Trennung bewerkstelligende Bindegewebslage ist also in der Hauptsache eine erst nach der Geburt erscheinende Bildung", he says. HERZOG even found, in a 30 days old rabbit, that the sphincter and the dilatator lay in direct contact with each other. FORSMARK has also found that the layer of muscle-epithelium in

the region behind the sphincter-rudiment disappears at a certain age, and he believes "daß die Entstehung und Heranwachsen der Sphincteranlage auf Kosten des vorderen Epithels geschieht, und zwar so daß in der Regel die vorderen Teile der Epithelzellen nach Verschmelzung mit einander mit der Anlage einverleibt werden, daß aber auch eine nicht geringe Zahl Epithelzellen dabei ganz untergeht." FORSMARK also emphasises strongly the fact that at a certain point of time there is no distinct boundary between the sphincter and the front layer of epithelium in that region.

If, therefore, future examination of irises of persons with this anomaly should prove that the pupillary part of the dilatator was developed, a new light would be thrown upon the embryology of the musculature of the iris, as in that case the fact that there is a peculiar co-relation between the sphincter and the pupillary part of the dilatator would be established.

The above work has been carried out in the Anatomical Institute of the University of Christiania. The drawings have been made by the draftsman of the Institute, Miss S. Mørch.

BIBLIOGRAPHY.

1. Forsmark. Zur Kenntniß der Irismuskulatur des Menschen; ihr Bau und ihre Entwicklung. Mitteilungen aus der Augenklinik d. Carol. medico-chirurg. Inst. in Stockholm. Heft 7. Jena, 1905.
 2. Grunert. Der Dilator pupillæ des Menschen, ein Beitrag zur Anatomie und Physiologie der Irismuskulatur. Archiv. f. Augenheilkunde, Bd. 36, p. 319 (1898).
 3. Grynfeldt. Le muscle dilatateur de la pupille. Montpellier, 1899.
 4. Heerfordt. Studien über den Musculus dilatator pupillæ. Anatom. Hefte, Bd. 14, p. 487 (1900).
 5. Herzog. Ueber die Entwicklung der Binnenmuskulatur des Auges. Archiv. f. mikroskop. Anatomie, Bd. 60 (1902).
 6. S. Holth og O. Berner. Miosis congenita seu Microcoria familiaris — ex aplasia musculi dilatatoris pupillæ. Forhandlinger i Det medicinske Selskab i Kristiania, 23rd February, 1921, pp. 63—69. Norsk Magazin for Lægevidenskaben, September, 1921. (An inaccurate report is given in Zentralblatt für die gesamte Ophthalmologie und ihre Grenzgebiete, Band VII, Heft 2, 28th February, 1922, p. 85).
 7. Merkel. Die Anatomie des Menschen. Atlas zur fünften Abteilung, fig. 107. Wiesbaden, 1917.
 8. Rauber-Kopsch. Die Anatomie des Menschen. X. Aufl., Abt. 6, Sinnesorgane, fig. 135. Leipzig, 1916.
 9. Retzius. Zur Kenntniss vom Bau der Iris. Biologisch. Untersuch. N. F. V.
 10. Salzmänn. Anatomie und Histologie des menschlichen Augapfels im Normalzustande. Vienna, 1912.
 11. Szily. Beiträge zur Kenntniß der Anatomie und Entwicklungsgeschichte der hinteren Irisschichten. Archiv. f. Ophthalmologie, Bd. 53, p. 459 (1902).
 12. Widmark. Ueber den Musculus dilatator pupillæ des Menschen. Mitteil. a. d. Carol. medico-chirurg. Inst. in Stockholm. Heft 3 (1901) and Hygiea.
- Addendum during proof-reading:
13. Kurt Saue. Ueber einen Fall von angeborenem Fehlen des Musculus dilatator pupillæ selbst oder seiner Innervierung. Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde, LXVIII. Band. April—May, 1922, pp. 464—471. (Without microscopical examination).



Fig. 6. A general view of a radial section through the iris. It will be seen that the pupillary part is thick and contains the well-developed sphincter. The intermediary and pupillary parts of the iris, on the other hand, are very thin. X about 30. *sh. f.* indicates the short connecting fibres between the sphincter and the dilator, and it will be seen how the sphincter draws the dilator to itself, so that corresponding little depressions are formed upon the posterior surface of the iris. \pm indicates places where small quantities of dilator have developed.

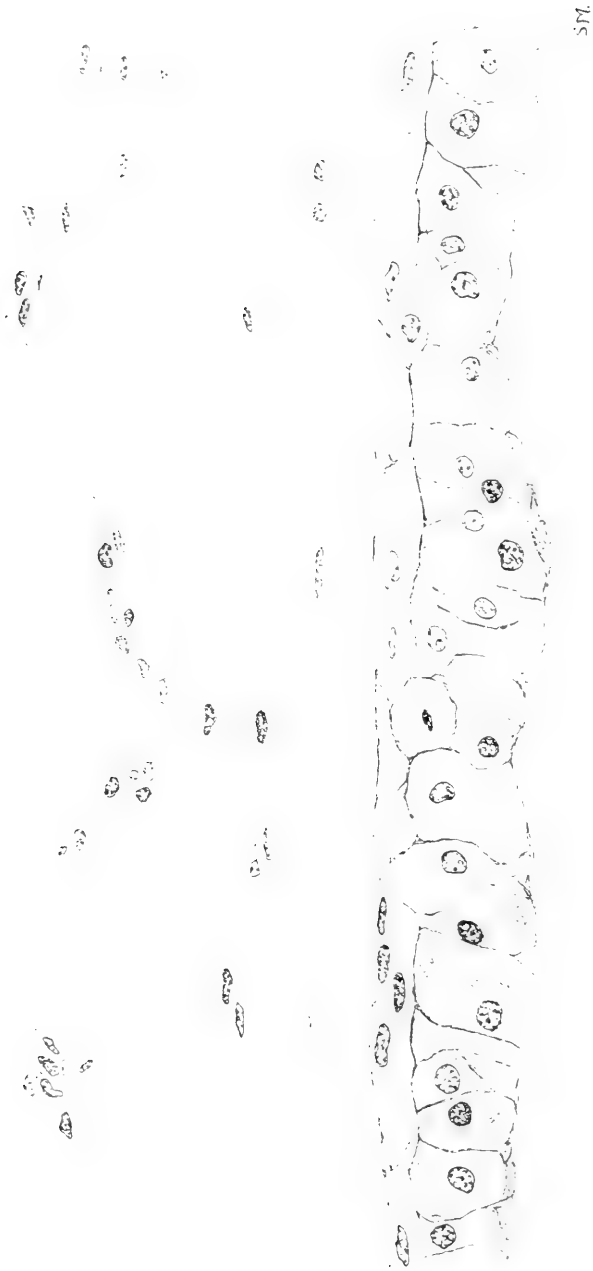


Fig. 7. The appearance of the pigment epithelium after depigmentation; in front a flat epithelium with well-marked cells. \times about 800.



Fig. 8. A view of the depigmented epithelium, there are well-marked spindle-shaped cells in the front layer. \times about 800.



Fig. 9. A section stained by van Gieson's method. It will be seen that the dilatator is altogether absent. The stroma of the iris is a finely fibrillary connective tissue. \times 1000.

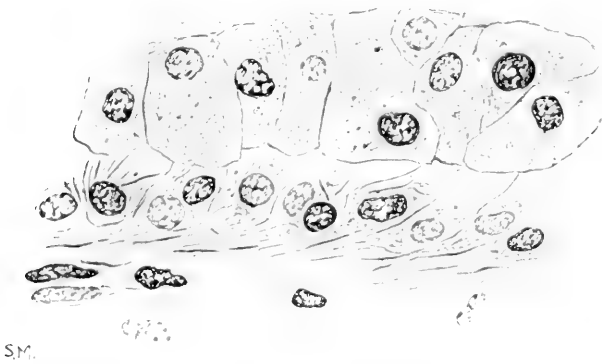


Fig. 10. A piece of dilatator developed behind the sphincter. It will be seen that the layer of muscle epithelium has developed a distinct membrane of Bruch. The myoglia fibres, which are found both in the contractile and in the protoplasmic part of the elements, are dark. — Stained by Heidenhain's iron-haematoxylin-eosin method. \times 1000.

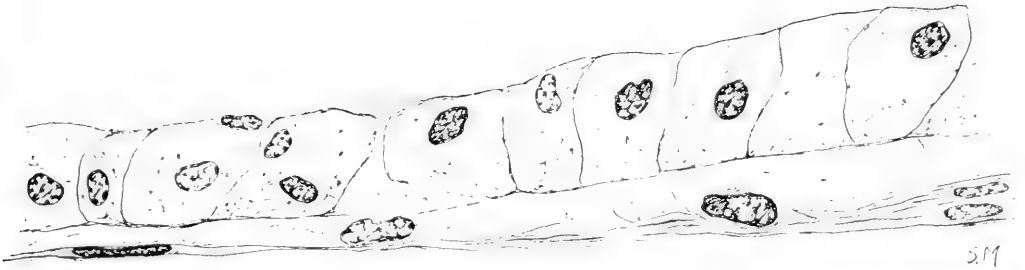


Fig. 11. A section at the transition from the pupillary to the intermediary part of the iris. Quite to the left — answering to the intermediary zone — there is a long spindle-shaped cell which contains no myofibrils, while quite to the right — answering to the pupillary zone — it will be seen that a typical dilatator has developed, in which there are myofibrils.

× 1000.

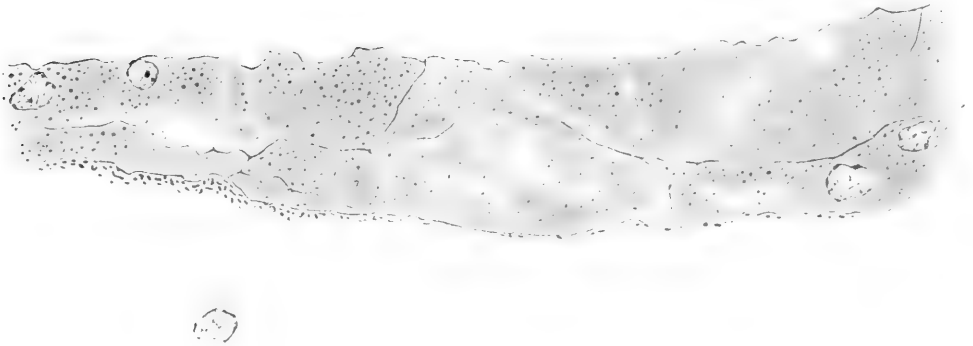
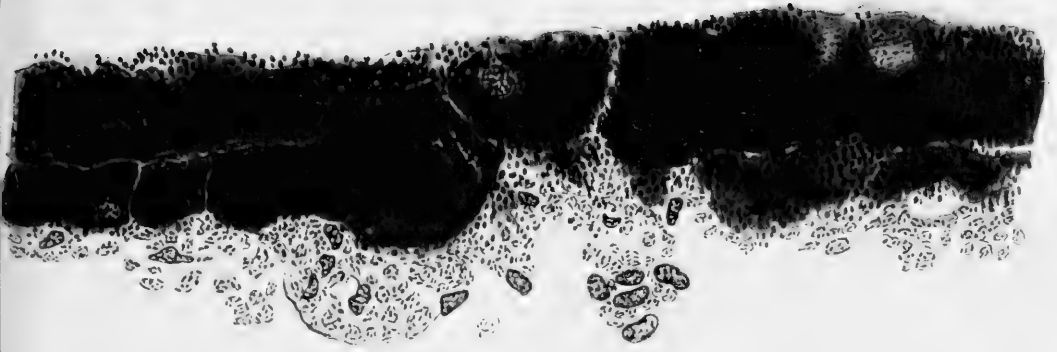


Fig. 12. A transverse ("tangential") section through the intermediary zone. The section is not completely depigmented. In front of the somewhat irregular epithelium, on the left, there are some transversely cut muscle fibres belonging to the dilatator, but these become fewer towards the right, and more places appear in which the epithelium therefore lies in direct contact with the peculiar, almost cell-less stroma, the ground-substance of which resembles mucoid tissue. The organ depigmented *in toto*, and section stained by Heidenhain's iron-haematoxylin-eosin method. × 1000.



S.M.

Fig. 13. A place in the intermediary zone, where a considerable amount of smooth muscle has developed, appearing in the form of a "strengthening band", and penetrating some distance into the stroma. The back epithelial layer shows no change in direction. The section is very imperfectly depigmented (depigmentation of material imbedded in celloidin).
Stained by Heidenhain's iron-haematoxylin-eosin method. $\times 1000$.



Fig. 14. A drawing of the posterior surface of the iris in Miosis congenita, made under a binocular microscope. \times about 12.



Fig. 15. A drawing of the posterior surface of a normal iris, from a girl of 17, made under binocular microscope. \times about 12.



Fig. 16. A section, so oblique as to be almost a surface-section, through a place in the iris where the dilatator has developed. It will be seen that the myoglia fibres show a tendency to run out into points. The nuclei are oval and short as they are usually stated to be in the dilatator. Defective depigmentation. Stained by Heidenhain's method. $\times 1000$.

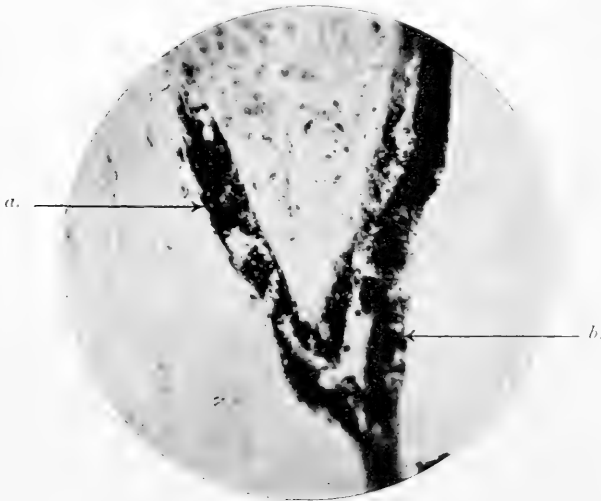


Fig. 17. A photograph giving a general idea of the relation of the tube-like processes formed by duplicature of the epithelium, to the sphincter. *a*. The duplicature of the epithelium, undepigmented. *b*. The back layer of the epithelium. \times about 200.

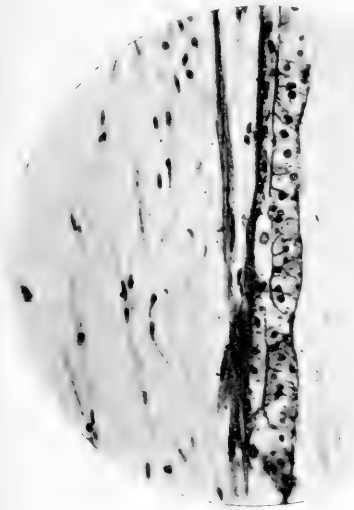


Fig. 18 shows how one of the long connecting fibres from the sphincter attaches itself to the dilatator. At the point of attachment muscle-cells appear to be increased in number. \times about 200.

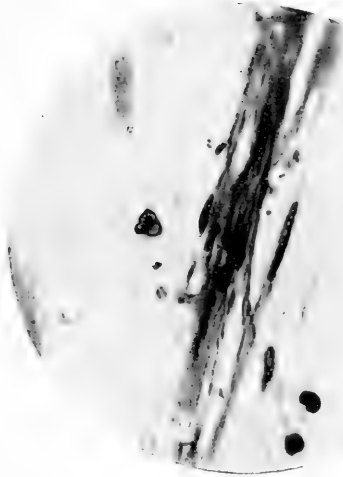


Fig. 19. A photograph of a long connecting fibre; highly magnified, to show the rod-like nuclei of the plain-muscle cells. Preparation depigmented. \times about 400.

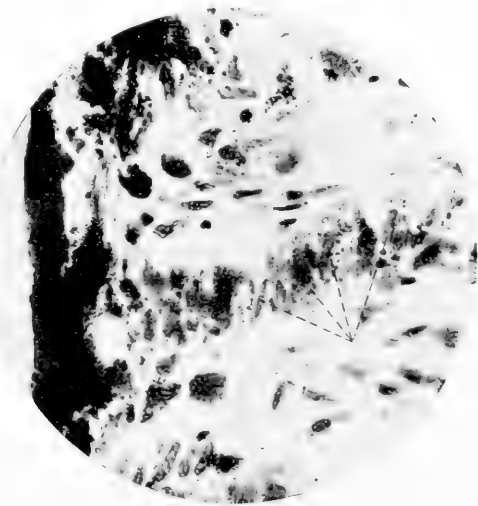


Fig. 20 shows one of the short connecting fibres with its pigment cells, in which short oval nuclei are seen. The nuclei are marked by the broken lines. Preparation not depigmented. \times about 250.

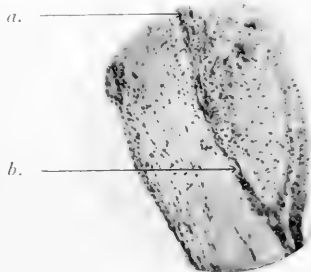


Fig. 21. General view of a depigmented section, showing how the long connecting fibres draw out the epithelium into blind diverticula. The back layer of the epithelium is not affected by this, but continues without change of direction up to the pupil. *a.* The periphery of the sphincter. *b.* The diverticul. \times about 90.

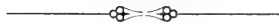
DET ZOOLOGISKE LABORATORIUM · KRISTIANIA

ARIONIDAE OF NORWAY

BY
FRIDTHJOF ØKLAND

(WITH 46 FIGURES IN THE TEXT, 5 MAPS AND 1 PLATE)

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 5)



CHRISTIANIA
IN COMMISSION BY JACOB DYBWAD
1922

Fremlagt i den mat.-naturv. klasses møte den 30de mars 1922 ved
prof. Kristine Bonnevie.

CONTENTS

	Page
Introduction	1
Family <i>Arionidae</i>	3
Genus <i>Arion</i>	4
Key to the Norwegian <i>Arions</i> , as regards external characters	11
Key to the Norwegian <i>Arions</i> , from the reproductive organs	12
<i>Arion ater</i>	13
<i>Arion subfuscus</i>	24
<i>Arion circumscriptus</i>	32
<i>Arion hortensis</i>	40
<i>Arion intermedius</i>	46
Summary of results	52
Appendix to maps	55
Literature	58
Explanation of plate	62

INTRODUCTION.

Unlike many other countries, Norway possesses no real introduction to the study of its pulmonates, the need for such a work, however, being evident from several erroneous statements concerning the Norwegian snails and slugs. Therefore, as regards the *Arionidae*, I have tried to rectify this disadvantage, and the present paper is the result of my investigations. Whilst setting forth several new results, (*vide* Summary) I have tried to give a general survey of the five Norwegian members of the family.

The material for the investigations was chiefly derived from my own collections made in Southern Norway (*i. e.* that part south of the Trondhjem Fjord) in the years 1913—20. For the funds I am under a deep obligation to "*Professor R. Colletts legat til undersøkelse og bearbeidelse av Norges fauna*". In addition the collections of the Museums at Kristiania, Bergen, Trondhjem and Tromsø have been kindly placed at my disposal, and this has been of special value when checking the *Arions* published by BIRGITHE ESMARK and O. S. JENSEN, as at that time erroneous determinations of several species of this family were not so very rare. Finally I would gratefully remember my many friends who have been so kind as to collect slugs in various parts of the country.

The investigations were carried out at the Zoological Laboratory of the Kristiania University, where Professor KRISTINE BONNEVIE, Ph. D., the curator of the Zoological Institute, gave valuable aid as the work was proceeding. I beg to express to her my deep gratitude for her advice.

Methods. The technical appliances and methods necessary for the anatomical study are very simple. The slugs are cut open with a pair of scissors along a line on the left side of the body, in order to keep the shield and the underlying parts intact. From the extreme points of the line of dissection a cut is made to the right, and the body wall may be lifted up to the right side. The animal is then fixed to the bottom of a cup covered with wax, which should be of a dark colour; the pins decline outwards. The various organs may then be separated from each other with comparative ease (fig. 2). As a rule only the reproductive organs are examined.

The dark, horseshoe shaped jaw is cut free by means of a slender scalpel, is placed under water so as to be picked free from the adherent

weaker tissue. This must be done under a dissecting microscope (such as the "Lupenmikroskope" from Leitz) which I believe to be almost indispensable in all these anatomical studies. The jaw is mounted like an ordinary microscopical preparation, but in glycerine jelly instead of Canada balsam.

To obtain the radula, the buccal mass is placed for some time in a strong solution of caustic potash or sodium (KOH or NaOH); the destroyed mass is placed in water, and under the dissecting microscope the radula is cautiously cleaned, to be later mounted in glycerine jelly.

The anatomical illustrations were drawn by the help of a camera lucida (except figs. 1, 10 and 12), those of the radula by the aid of a Reichert microscope (obj. 6, oc. 2), and in the case of the jaws a Leitz microscope (obj. a₂, oc. 1 or 4). Miss RÆDER, designer at the Zoological Institute of the University, lined in and shaded the figures. The water-colour pictures are from the skilful hands of Miss MØRCH, designer at the Anatomical Institute; only *Arion intermedius* was drawn from alcoholic specimen, the others from living animals.

Family **Arionidae** GRAY.

Diagnosis. Most genera without external shell, the rudiments of which is then concealed under the shield covering the anterior part of the body, kidney circular, enclosing the pericardium, the reproductory organs often without a penis, the columellar muscle generally divided.

Several groups of gastropoda have in common a reduction of the shell, each presenting to us a series of species which illustrate this successive reduction. Amongst the air-breathing molluscs, too, there are families with such parallel evolution, one of which is the *Arionidae*. The American *Binneya* has an auricle-shaped external shell, which partly covers the visceral mass but which cannot conceal the whole animal. In another American genus, *Hemphillia*, however, the folds of the mantle partly conceal the shell, which is quite destitute of coils, while its central part still remains visible. But most genera have no visceral mass projecting on the dorsal side. The latter has, so to speak, sunk down into the foot, and the covering shell is fully concealed under the united folds of the mantle which form a shield on the foremost part of the back. The shell thus enclosed in a sac degenerates, and finally, in the genus *Arion*, is only represented by tiny calcareous granulations.

Also with regard to other anatomical characters, the genera often exhibit differences; yet relationship is clearly shown by the peculiar form of the kidney (*nephridium*). In the members of this family it encloses the pericardium in the shape of an elliptical or almost circular ring. In other pulmonates, however, it is represented by an unpaired sac between the rectum and the pericardium.

The reproductive organs, which are of the greatest systematic importance, offer a multitude of forms. A peculiar feature is the frequent absence of a penis.

The shape of the columellar muscle (*musculus columellaris*) is also of interest. In the shell-bearing pulmonates this muscle is powerfully developed and gives off branches to the foot, the pharynx, the head and tentacles; it is affixed to the shell, into which it retracts the animal. The less differentiated Arionids have retained this coherent retractor muscle, in others, as in our Arions, it is divided into several components.

As regards distribution, the *Arionidae* are found in all continents, but especially in the northern hemisphere. The West of North America has

most genera, Asia and Africa each produce a characteristic genus, while Europe has two. In Australia a few species have been found and were probably introduced by man.

The following table contains all the genera and their distribution:¹

<i>Arion</i>	Chiefly Palaearctic.
<i>Geomalacus</i>	Europe.
<i>Anadenus</i>	From the Himalayas to China.
<i>Binneya</i>	Western North-America.
<i>Hemphillia</i>	— "
<i>Anadenulus</i>	— "—
<i>Prophysaon</i>	— "—
<i>Hesperarion</i>	— "—
<i>Aphallarion</i>	— "—
<i>Ariolimax</i>	— "—
<i>Zacoleus</i>	"
<i>Cryptostracon</i>	Costa Rica.
<i>Oopelta</i>	Africa.

Norway has only five species, all belonging to the genus *Arion*.

PILSBRY (1898) in particular endeavoured to elucidate the phylogeny. The starting point is sought in the family *Endodontidae*. With regard to its geological appearance it is obvious that these feeble animals are not likely to be found as fossils; nevertheless it has been possible to prove the existence of several tertiary and quaternary species of *Arion*. The oldest are from the tertiary strata in the Basin of Mainz (WENZEL 1911); and consequently this genus, which is supposed to be the youngest within the family, is at least of equal age.

Genus *Arion* FÉRUSAC.

Diagnosis. External characters: The shield rounded posteriorly, granulate, respiratory aperture before the middle of its right side, close above or a little behind the genital orifice. Generally a dark lateral band on each side of the back; adults with no dorsal keel at the posterior end of the body. Triangular caudal cavity.

Internal characters: Shell rudimentary, only represented by numerous calcareous granulations. Tentacular and pharyngeal retractors form three separate muscles. Alimentary canal like 4 whorls. Reproductive organs relatively simple (with no penis, flagellum, dart-sac or digitate vaginal glands); lumen of ovispermatoduct continuous, and not like two separated ducts.

Introduction. Owing to several factors the genus *Arion* is without doubt the most complicated of the family. A great many species have been described (*vide* HEYNEMANN 1906), and several of them are represented by

¹ It is possible that the following genera should be added:

<i>Metostracon</i>	Mexico.
<i>Otoconcha</i>	New-Zealand.

a great number of varieties. Further, a peculiar feature of this genus is the tendency to continuous variations, a fact which is likely to appear in the present paper. Therefore, this group still offers many systematical problems, and in his synopsis HEYNEMANN exclaims: "Wenn sich doch ein Malakologe der Gattung *Arion* annehmen wollte; sie ist die schwierigste von allen uns naheliegenden". As it is often of importance to study the living animal, in my opinion the genus should be revised in all countries within the limits of its distribution. It will then be time to write a satisfactory monograph of the genus *Arion*, and he who overcomes the difficulties of applying genetic methods to the group will be sure to find interesting results, to discover laws where now we have only isolated facts.

Historical systematics. Before LINNÉ slugs were included in the term *Limax* or *Cochlea nuda* (λίμαξ — slug). When LINNÉ had given his sanction to the name *Limax*, it was used collectively for a long time, even as late as by JOACHIM FRIELE (Norske Land- og Ferskvands-Mollusker, 1853). Long before, in 1819, FÉRUSAC in his *Histoire des Mollusques* had separated the genus *Arion* from *Limax* (Ἄριων, either after a person in Greek mythology, a poet and musician from the Isle of Lesbos, or ironically after a mythological horse famous for its speed). Later on the genera were found to belong to two distinct families.¹

At various times the species of *Arion* have been placed in sub-genera, all of which for the present time should only be of historical interest. Thus MOQUIN-TANDON distinguished between the sub-genera *Lochea* (type *Arion ater*) and *Prolepis* (smaller species), the former characterized by its rudimentary shell in the shape of loose calcareous granulations, in the latter as a coherent membrane. As a principle of division this variable character was a complete failure, although the names were used as genetical terms by MALM (1870). — The sub-genus *Carinella* of MABILLE (type *Arion circumscriptus*) was given to forms with the dorsal keel especially conspicuous in the young. But this term too, is never used.

SIMROTH divided the genus in the *Monatriidae*, with undivided *atrium genitale*, and the *Diatriidae*, with an upper and lower part separated by a transverse constriction. Later on it was found that this character varies in the same species, and therefore these groups cannot be sustained. To this day only the name *Ariunculus* — an original generic name established by LESSONA — has been applied to some small species that were considered to form a natural unity, a sub-genus; as shown under *Arion intermedius*, however, this is not the case.

I am inclined to believe that the most natural arrangement of the species is that of COLLINGE (1897), at least at the present stage of our

¹ The family *Arionidae* was established in TURTON'S: Description of some new British shells, 1840.

knowledge. He divides the species into five groups, and the types of these are just the five species of the fauna of Norway.

Description. External characters. Most of the *Arions* have a rather corpulent body, broader than

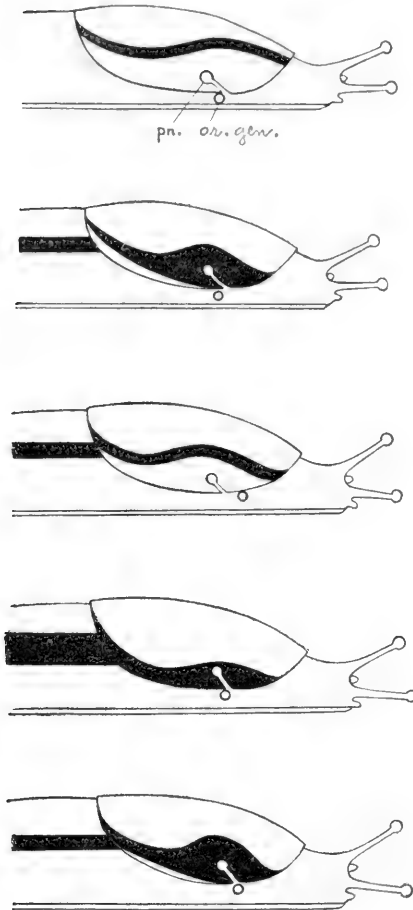


Fig. 1. Diagram of the shield-bands and the position of *orificium genitale* in the Norwegian *Arions*: *Arion ater*, *A. subfuscus*, *A. circumscriptus*, *A. hortensis*, *A. intermedius*.

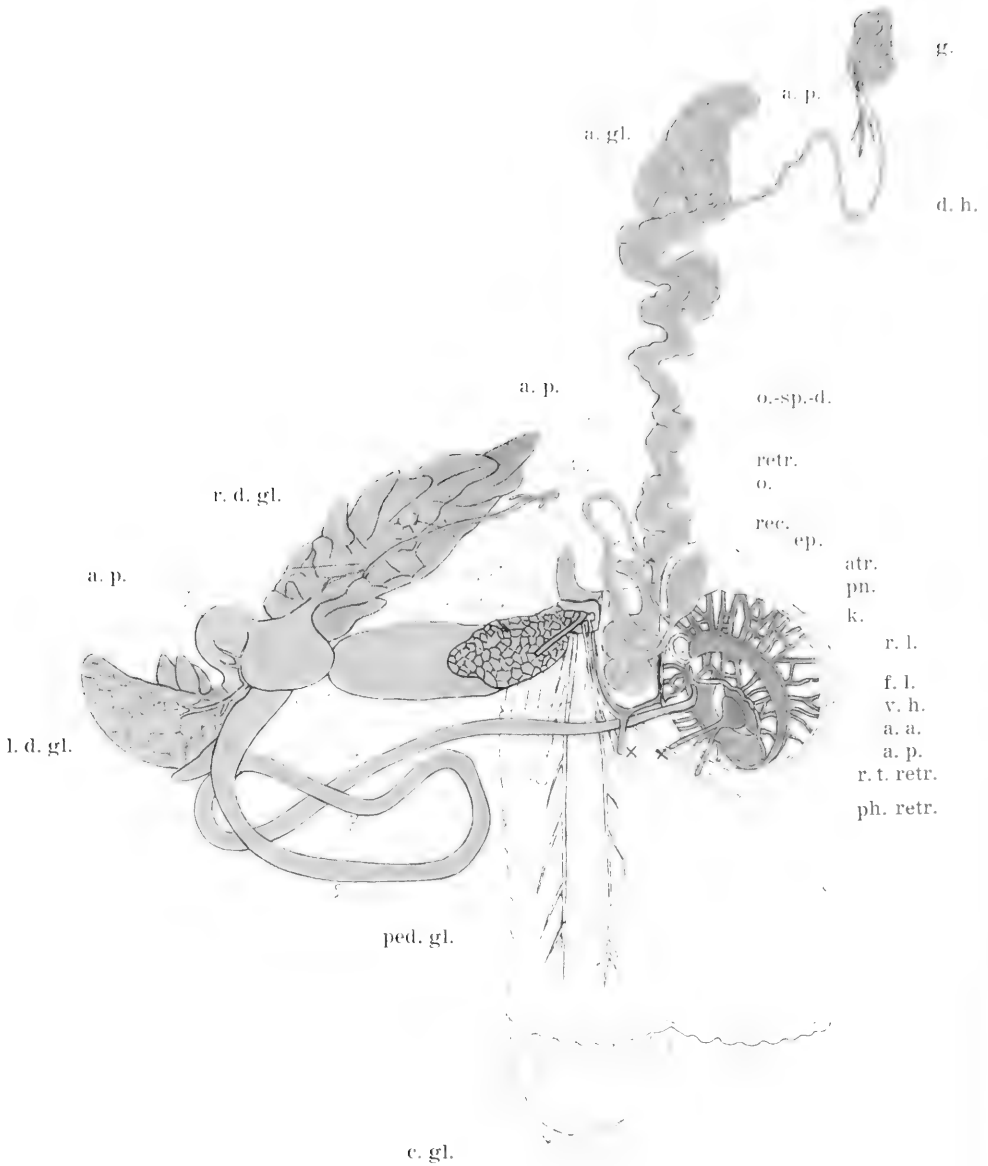
pn. pneumostome, or. gen. orificium genitale.

compressed shape which is met with in the genus *Limax*. — The medial part of the sole of the foot is indistinctly separated from the lateral ones.

Most of the species have a darker lateral band on each side, and even in species where as a rule these are absent, they may, as in *Arion ater*, appear in some cases, especially in the young. As will be pointed out at the end of this section (p. 11—12), the shape of the lateral bands on the shield as a whole proves to be very constant in each species, at any rate in the Norwegian forms. I will therefore draw attention to this point in cases where

i. e. the *Limacidae*. As in other terrestrial air-breathing gastropoda, the skin of the upper side is traversed by a system of crossing lines, and is thus divided into numerous tubercles. The most marked of these lines extends from the transverse opening of the supra-pedal gland close to the under side of the head, running backwards along the lower part of the sides to the characteristic triangular tail gland. Thus the lower part of each side is separated from the upper part in the shape of a narrow stripe, forming the so-called foot-fringe. Anteriorly the back is covered by the mantle or "shield", which is rounded at each end and superficially shows a granulated structure. In front of the middle of the right side of the shield we find the respiratory orifice or the pneumostome, from which runs a split sloping forwards. In the lip of the pneumostome is the common opening of the alimentary canal and the kidney. The genital orifice is close under the pneumostome or a little to the front of it (fig. 1).

The back is rounded from one side to the other, and even though the young have a dorsal keel on the tail, this never appears in the sharply



Autor del.

Fig. 2. Anatomy of *Arion ater*, somewhat diagrammatic. — 1/1.

Green: Alimentary canal, yellow: reproductive organs, red: circulatory system, orange: kidney, blue: nervous system.

a. a. aorta anterior, *a. gl.* albumen gland, *a. p.* aorta posterior, *atr.* atrium genitale, *c. gl.* caudal gland, *d. h.* ductus hermaphroditicus, *ep.* epiphallus, *f. l.* floor of the lung, *g.* gonad, *k.* kidney, *l. d. gl.* left digestive gland, *l. om.* left ommatophore, *l. t. retr.* left tentacular retractor, *o.* (free) oviduct, *oes.* oesophagus, *o. sp. d.* ovispermatoduct, *ped. gl.* pedal gland, *ped. n.* pedal nerves, *ph.* pharynx, *ph. retr.* pharyngeal retractor, *pn.* pneumostome, *r. d. gl.* right digestive gland, *r. t. retr.* right tentacular retractor, *r. l.* roof of the lung, *rec.* receptaculum, *retr.* (genital) retractor, *s. gl.* salivary gland, *st.* stomach, *v. d.* vas deferens, *v. h.* ventricle of the heart.

a closer examination should be made. The common figures are not always reliable, but a revision will perhaps afford interesting results.

Internal characters. In order to give a brief account of the anatomical characters, reference is made to figure 2, which represents the chief organs of *Arion ater*, but slightly simplified. The description alone will indicate what is common to all *Arions*.

The main mass of the internal organs is situated in the primary body-cavity, into which open the arterial vessels. When isolated from other organs, the alimentary system proves to consist of four tracts or courses (1—4), the first of which is formed by the buccal mass, or pharynx, the wide oesophagus (*oes.*) and lastly the short stomach (*st.*), whilst

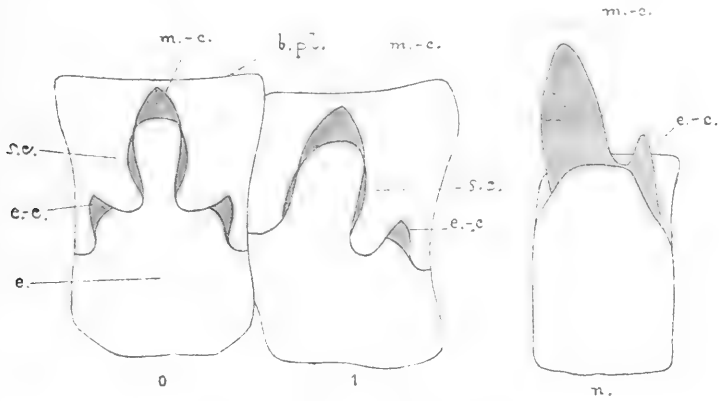


Fig 3. Diagram of radular teeth.

b. pl. basal plate, *e.* epithem, *e.-c.* ectocone, *m.-c.* mesocone, *s. c.* secondary cusps.

the three following tracts (2—4) form the narrower intestine opening into the pulmonary aperture. These four tracts of the digestive system are twisted up in a manner suggesting the visceral spiral in the shell-bearing forms. The interstice between this system of tracts running backwards and forwards, is almost entirely occupied by the digestive gland or "liver", consisting of two lobes; the left one is situated most posteriorly, forming the hinder end of the visceral spiral, whilst the right one (*r. d. gl.*) is larger and according to its anterior position has its opening into the stomach slightly advanced in relation to that of the left lobe (*l. d. gl.*)

Upon both sides of the anterior part of the oesophagus is situated a pair of salivary glands (*s. gl.*) from which on each side a salivary duct opens into the buccal cavity. On the bottom of the latter we find the *radula* or lingual ribbon with its numerous small teeth projecting backwards; all of them of the same type as is usual in several families of pulmonata (fig. 3). The longitudinal mid-line of the radula is occupied by the symmetric central, median or rhachis teeth (*o*), and on both sides are the unsymmetrical lateral teeth (first row: *1*) which without a marked transition

join the marginal teeth which form the outermost rows (*n. th* when counting from number 1).

Each tooth consists of a basal plate (*b. pl.*) and the edge or epithem (*e.*) which, forming an acute angle with the first, is directed backwards in all figures, however, points upwards — and is covered by a transparent plate of somewhat different shape. The epithem of the central teeth has three cusps: in the middle the mesoconus (*m.-c.*) and on each side the ectoconus; the mesoconus as a rule has un conspicuous secondary cusps (*s. c.*). All the other

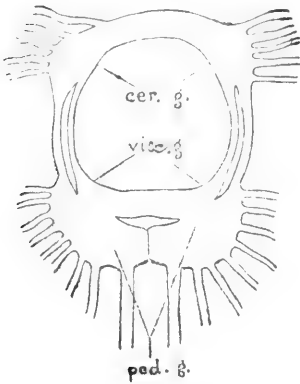


Fig. 4. Diagram of the central parts of the nervous system in *Arion*.

cer. g., cerebral ganglia, *ped. g.*, pedal ganglia, *visc. g.*, visceral ganglia.

teeth are unsymmetrical; in the great majority of cases there is an ectoconus (*e.-c.*) lateral to the mesoconus, and sometimes there may be an endoconus medially to it. In fig. 3 there do not appear certain minute structures which are difficult to differentiate. However, they are drawn on the figures of the radula in each species.

Close behind the buccal mass is concentrated the central nervous system, which in the shape of a ring encloses the anterior part of the oesophagus (fig. 4). The dorsal part is formed by a pair of cerebral ganglia, whilst ventrally there are situated two pairs of ganglia, the pedal and visceral ones, each fused together in the medial line and separated from the other pair by a fissure. Laterally the nerve-ring consists of a cerebro-pedal and a cerebro-

visceral connective on each side of the oesophagus. — From the central ganglia, nerves proceed to various parts of the body; in figure 2 the powerful pedal nerves are to be seen. These originate in the pedal mass and innervate the foot-sole. — Between the pedal nerves we observe the long supra-pedal gland (*ped. gl.*) which in all stylommatophora produces the mucous ribbon necessary for the locomotion of these animals (KÜNDEL 1903), and which appears in the well-known mucous tracks where the animals have crawled. Like a flattened tube, with a medial furrow on its upper side, this gland lies upon the muscles of the foot-sole, opening with a transverse aperture close below the mouth. In a transverse section of the gland there may easily be seen numerous secretory cells and the ciliated parts of the interior.

Of the muscular system, we shall here only pay attention to the columellar muscle, which, as previously stated, in the *Arions* is separated into the components, *viz.* a pair of tentacular retractors (*l. t. retr.* and *r. t. retr.*) and a single pharyngeal one (*ph. retr.*). Originating from the roof of the primary body-cavity close behind the kidney, each of the tentacular retractors passes like a broad ribbon to an eye-bearing tentacle, sending off a

branch to the lower tentacle. The pharyngeal retractor originates a little behind the former ones, and, passing forward, bifurcates into two branches which pass through the nerve ring and attach themselves to the buccal mass.

In adults the reproductive organs chiefly fill up the primary body-cavity in the region under and a little behind the shield; the dark, oval, hermaphroditic gonad or *ovo-testis* (*g.*), however, is lodged in the liver far behind. Eggs and sperms pass the narrow, sinuated hermaphroditic duct (*ductus hermaphroditicus*, *d. h.*) to the broader, tortuous ovispermatoduct (*o.-sp.-d.*). The latter contains only one cavity, consisting of two joined grooves, one of which is for the sperms, the other, with swollen walls due to the numerous glands of the wall, for the eggs. Where the hermaphroditic duct joins the ovispermatoduct there is situated the large albumen gland (*a. gl.*).

After the ovispermatoduct the male and female parts of the reproductive organs separate, to join each other before the aperture. The former consists of the *vas deferens* (*v. d.*) and further on of the *epiphallus* (*ep.*), the latter of the oviduct (*o.*), often also called the free oviduct to distinguish it from the female part of the ovispermatoduct. Like the epiphallus and the oviduct the spermatheca or *receptaculum seminis* (*rec.*) opens into the *atrium* (*atr.*) or vestibule, the wall of which in its lower parts contains numerous glands. A genital retractor (*retr.*) attaches itself by one branch to the oviduct, and by the other to the stalk of the spermatheca. — In the epiphallus there is formed the spermatophore, containing the sperms.

Under the shield we find three chief pallial (or mantle) organs: the heart, surrounded by the kidney, and the lung. Enclosed in the *pericardium* or secondary body-cavity (a part of the reduced coelom), the heart consists of two chambers, an auricle, which receives the blood from the lung, and a muscular ventricle. The latter gives off a short artery which branches off into the *aorta anterior* (*a. a.*) (or *a. cephalica*) and the *aorta posterior* (*a. p.*) (or *a. intestinalis*). (In the figure both are cut across and the points of separation are conformably designated through *xx* and *oo*).

The cavity of the respiratory organs surrounds the heart and kidney in the shape of a ring, opening outwards through the respiratory aperture or pneumostome (*pn.*). A plexus of blood vessels projects into the cavity, from the roof (*r. l.*) as well as from the floor or diaphragma (*f. l.*); in the figure the latter has been cut free and folded over so as partially to cover the heart, in order to afford a view into the lung.

The kidney or *nephridium* (*k.*) surrounds the heart in the shape of a ring, forming the central wall of the lung cavity. From the kidney the excretory substances pass through the ureter, which, adherent to the left side of the kidney, first extends backwards and then in the opposite direction, to open into the respiratory orifice close to the rectum.

Variation. Most of the *Arions* are of special interest with regard to their great variation, which comprises not only the external appearance but even all the internal organs that have been subject to close examination, *i. e.* chiefly the reproductive organs, the jaw and the radula. I venture to say that the variation of these organs is perhaps a somewhat conspicuous result of the investigations which are set forth in the present paper. The particulars regarding variation of the said organs will be mentioned under each species. Only the following facts need be pointed out here.

The reproductive organs in several species may present such extreme variations as to make difficult or impossible the determination by the help of characters commonly designated as most constant to the species.

The jaw in most cases is only slightly characteristic, except in *Arion ater* and *Arion subfuscus*. In the other Norwegian species its varying shape will be of little value for the determination.

It is often impossible to distinguish the species by the radula, a consequence of the wide range variation, especially when including the foreign stocks. Yet the five Norwegian species after a little practice may be distinguished from each other in the cases which I should designate as typical, judging from Norwegian specimens. — The median teeth are often slightly unsymmetrical, sometimes rather markedly so. Other abnormalities of the teeth are not uncommon. In some cases the alteration of the teeth from the median line outwards takes place more suddenly than in others. Reference may also be made to the circumstance that the radula of the young is often slightly different from that of adults, in addition to the teeth being smaller.

Distribution. Within the family, some species of *Arion* are found farthest to the north. The habitat of the genus is especially Europe, where it occurs from the Arctic Ocean to the Mediterranean. To the east, the limit is doubtful, and after critical investigations SIMROTH (1901) concluded that in Asia only one species, *Arion sibiricus* SIMR., is of certain occurrence. Moreover the genus is found in North Africa and even if in some cases it was introduced by man, in the Atlantic Isles (Greenland? Iceland, the Faeroes, the Azores, Madeira, St. Helena). As far as South Africa, New-Zealand and North America are concerned, its existence has been shown, but it was undoubtedly introduced into the latter continent by man, and perhaps the occurrence in South Africa and New-Zealand is due to the same cause.

Bionomics. Like other slugs the *Arions* need moisture, and hide themselves when the air and the soil are too dry; they are chiefly to be seen in rainy weather or during the night. The Norwegian species, especially when young, are capable of lowering themselves by a mucous thread. This faculty has been given special attention by KEW (1902). Their food chiefly consists of plants, but they are not seldom seen to feed on carrion, and even on excrements. A very interesting statement was made by KÜNKEL

(1916), according to whom several species feed on earth, and obtain the necessary quantity of water by lapping it up. Thus *Arion ater* and *Arion subfuscus* are capable of consuming up to about 1¹/₂ times their own weight of water in less than twenty four hours.

In the treatise above mentioned KÜNKEL describes very detailed studies on the reproduction of *Arions*, and in the present section there will only be summarized the results of some of his admirable investigations.

In the ovotestis are first formed sperms, later on even ovo. The former are enclosed in the spermatophore, which is fashioned in the epiphallus immediately before congress. Then takes place a mutual and simultaneous exchange of spermatophores (in *Arion intermedius* the latter have not yet been found; I have discovered it in *Arion circumscriptus*). Curiously enough, the sperms lose their spiral tail in the receptaculum, and the said author infers that this is necessary to fulfil impregnation. Animals even multiply that are kept isolated long before maturity, and the author concludes that this is due to a self-fertilisation.

Six to eight weeks after maturity, the deposition of eggs begins, and takes place in several hatches, each having a period of from 12 to 26 hours, during which the animal does not stir. The tentacles are withdrawn, and the slug is not disturbed even if taken into the hand.

In one and the same species the eggs vary in size and number, and they are often unlike even in the same hatch; *Arion circumscriptus* and *Arion hortensis* have oval eggs, *Arion ater*, *Arion subfuscus* and *Arion intermedius* both oval and globular eggs. The shell-membrane contains calcareous particles, either in the form of crystals (*Arion circumscriptus*, *Arion hortensis*, *Arion intermedius*) or rounded granulations (*Arion ater* and *Arion subfuscus*).

The embryology cannot be discussed in this paper. As to the duration of life I need only state that none of the *Arions* exceed an age of 14 mouths.

Key to the Norwegian Arions, as regards external characters.¹

I. Large (more than 7 cms. when extended), usually black or white. Mucus as a rule colourless and tenacious. *Shield-bands absent (sometimes appear in the young, running anteriorly close to each other, approximately as straight lines).* *Arion ater.*

¹ In using the key attention should be paid to the following facts: The colour of these animals varies in all species, often to a perplexing degree, and is generally altered by alcohol so as to complicate the determination; thus it is impossible to decide whether the foot-sole was white or yellow in the living animal. However, I have found the shield-bands to afford excellent characters in the majority of cases (sometimes

II. Smaller forms (less than 7 cms. when extended). Usually longitudinal dark bands on both sides of the shield.

A. Foot-sole not markedly yellow (common species).

a. Variable colour, usually from dull grey to yellow and dark reddish-brown. No pale mid-dorsal line. Mucus dark yellow. Foot-sole faintly yellowish white. *Usually with shieldbands, the right one encloses the respiratory aperture.* *Arion subfuscus.*

b. Colour generally either yellowish grey or bluish grey. Along the middle of the back a series of pale tubercles, especially distinct in the young. Mucus never deep yellow. Foot-sole pure white. *The right shield-band is on the upper side of the respiratory aperture.*

Arion circumscriptus.

B. Foot-sole remarkably yellow (less widely distributed species).

a. More than 2,5 cms. (extended), colour bluish grey (in the young) or brownish (in adults). Tubercles normal (flat). *Shield-band black, at the edge of the shield, yet often with a narrow pale stripe outside.*

Arion hortensis.

b. Less than 2,5 cms. (extended), from white to yellowish grey. Above the anterior part of the foot-fringe there is generally a horizontal row of dark points. Tubercles in the contracted, living animal are like spikes. *Shield-bands indistinct but shaped as in Arion subfuscus.*

Arion intermedius.

Key to the Norwegian Arions, from the reproductive organs.¹

I. The atrium, which is often constricted by a furrow into an upper and a lower part, contains a large, conically rolled up organ (the *ligula*) attached near the base of the oviduct. This upper part of the atrium often has a bag-shaped prominence (a *lateral recess*). The oviduct branch of the genital retractor partially ensheaths the oviduct from the point of attachment towards the atrium. *Arion ater.*

II. *Ligula* absent or un conspicuous; no *lateral recess*. Oviduct branch of the retractor with no oviduct sheath.

they are absent), at any rate in the Norwegian forms; but I need not point out that a certain degree of practice is indispensable. However, I am disposed to think that by using the skeleton-like illustrations in figure 1, together with the non-diagrammatical figures in the plate, it is possible, with few exceptions, to determine even fixed material from external characters. Obviously, however, the young ones may present difficulties.

¹ The oviduct is here the same as the free oviduct. It should be pointed out that very young specimens can with difficulty be determined by this key; in the first place the reproductive organs are small, secondly their various parts have not obtained their final aspect; e. g. this is to a high degree the case as regards the atrium.

- A. Oviduct decidedly shorter than vas deferens + epiphallus.
- a. Receptaculum nearly always with a pointed end. Atrium band-shaped, at least twice as long as it is broad. *Arion circumscriptus*.
 - b. Receptaculum rounded. Length of atrium less than twice its breadth.
 1. Oviduct dilates downwards, gradually or suddenly.

Arion subfuscus.
 2. Oviduct of uniform breadth.

Arion intermedius.
- B. Oviduct about as long as vas deferens + epiphallus, superior half slender, the inferior half conically dilated. *Arion hortensis*.

Arion ater (L.).

1758 *Limax ater* LINNÉ, Syst. Nat., ed. 10, vol. 1, p. 652, No. 1.

1758 — *rufus* LINNÉ, op. cit., No. 2.

1767 — *albus* LINNÉ, op. cit., ed. 12, vol. 1, p. 1081.

1803 — *marginellus* SCHRANCK, Fauna Boica Würmer, p. 252, No. 3158.

1819 *Arion empiricorum* FÉRUSAC, Hist. des Moll., p. 60, pl. 1, fig. 3.

Diagnosis. External characters: generally 10–12 cms. long, in Norway usually either black or white. Mucus generally colourless, tenacious. Without shield-bands (which, however, sometimes appear in the young, where anteriorly they are almost like parallel straight lines, close to the mid line of the shield). Tubercles of the skin long, often compressed so as to form sharp keels.

Jaw: highly variable, but in larger specimens at any rate with some slender ribs at a mutual distance of about their own breadth.

Radula: mesoconus of the median tooth practically not constricted at the base and shorter than the distance from the latter to the anterior edge of the basal plate.

Reproductive organs: atrium often transversally constricted into an upper and a lower half, the former always containing the large, conically rolled up ligula; free oviduct short, not at all as long as vas deferens + epiphallus; the broader branch of the genital muscle inserating at the oviduct.

Historical systematics. Already before LINNÉ the species was depicted and described by MARTIN LISTER (Hist. Anim. Angl., 1678, p. 131, pl. II, fig. 17) as *Limax ater* (*ater* — black). Later on a series of forms has been described all of them undoubtedly varieties, but partially given the rank as species. As to several foreign forms it is impossible to determine the boundary between species and varieties. In order to include some of these so-called species, FÉRUSAC introduced the name *Arion empiricorum* (*empiricus* — physician, according to its early use in medicine), which is the most generally employed except in the British Isles and in the Scandinavian countries.

Description. External characters (fig. 1 and Plate I, 1). *Arion ater*, “den svarte skogsnegl”, in some places even called “regnorm”) is the largest of the *Arionidae* not only of Norway, but of Europe, not seldom surpassing 10–12 cms., this length, however, being the commonest in adult, fully-extended specimens. Like *Arion subfuscus* and *Arion intermedius* it is capable of great contraction, especially when irritated, so as to assume a semi-globular shape. Somewhat characteristic of this species is the uncommonly large aperture of respiration. The foot-fringe, *i. e.* the brim which

forms the lower part of the sides, limited dorsally by the pedal furrow, is very conspicuous and presents a system of transversal furrows every other one of which is darker than the intermediate one. The tubercles of the skin, too, are peculiar, being longer than in other Norwegian species, and in contracted specimens often keeled in such a manner that a transverse section would nearly represent an equilateral triangle. This applies especially to the tubercles close behind the shield in the living animal.

As regards the colour only a little can be said of general interest. The colour is usually uniform and the most common Norwegian variety is the black var. *atra*. But various types of the whitish var. *alba* are relatively frequent, though in smaller numbers. As a rule the shield-bands, prevalent in most *Arions*, are absent. They sometimes appear in the young, and are then very characteristic, bending anteriorly towards the mid-line of the shield, here nearly presenting two parallel lines. As far as I have been

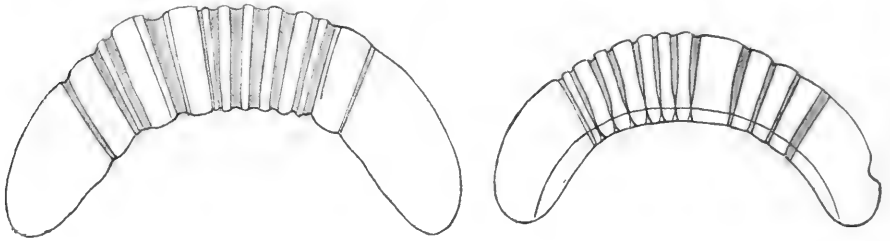


Fig. 5—6. Jaws of *Arion ater*, 221.

able to ascertain, this is a most characteristic character when present, and notice may be taken of the fact that the shield-bands may even persist in the adult, with just the type described (var. *fasciata* VAN DEN BROECK, Mem. Soc. Mal. Belg., 1869, pag 86). This variety, however, has not been found in Norway.

The mucus is generally colourless and of considerable tenacity. It sticks to the fingers like glue.

Internal characters. In the chapter concerning the genus these have been described and depicted as a type. In the present section the characteristics of the species will be mentioned.

The jaw (fig. 5—7) is ca. 3 mill. broad in adults, and of a semi-lunar form, seldom with the middle of the concavity slightly convex. Colour from dark brown to black, but paler in the upper, convex part, the transition to the darker part being more or less marked. There is often to be seen a line conforming with the cutting edge, the line of attachment for the elasma, *i. e.* the plate of suspension.

Further the sculpture of the jaw varies greatly, so much so that it is almost impossible to find two which are exactly alike. Slender and broad ribs alternate in a multitude of combinations; ribs which are more or less distinctly divided into two or three are often to be seen. The number of

ribs, too, present variations, and as a maximum there are found 18. In the young the lateral ribs are faintly developed and the jaw then often resembles that of *Arion subfuscus*, characterized by the few broad, close-set ribs. In the larger specimens at any rate, some of the ribs are slender, their intermediate distance being about their own breadth.

The radula (fig. 8—9) grows to 9 mill. long. A characteristic of the median teeth is the short mesoconus, the length of which is less than the rest of the epithem, and which is not distinctly constricted at the base. In any case the larger specimens should be determined by this peculiarity.

Otherwise it is easily proved that the radula is liable to variation, both as regards the number of teeth, their shape and the speed with

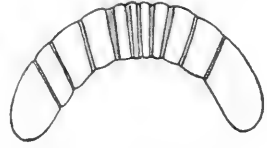


Fig. 7. Jaw of young *Arion ater*, 22.1.

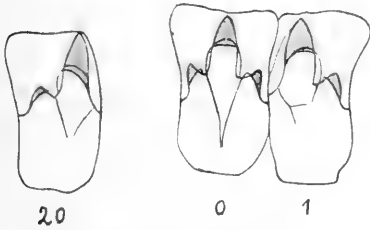


Fig. 8. Radular teeth of *Arion ater*, 400/1.

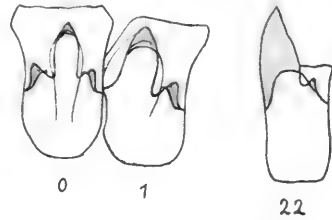


Fig. 9. Radular teeth of *Arion ater* var. *alba elegans*, 400/1.

which the change of figure takes place from the median teeth towards the lateral and marginal ones (compare fig. 8 to fig. 9). This variation however is greater when not only the Norwegian stock is considered. Thus the magnificent monograph of the British slugs (TAYLOR 1900—1907) shows that the inner lateral teeth may present an endocone, a feature which as yet has never been found in Norwegian *Arion ater*.

Abnormities in the shape of the teeth are proportionally frequent, for instance a slight asymmetry is not uncommon.

Organs of reproduction (fig. 10—12).

As in other species it is chiefly the lower part of the reproductive organs which presents the most important characters. The *ovispermato duct* (*o.sp.-d.*) divides into an unusually short *oviduct* (*o.*) and into a proportionally long *vas deferens* (*v. d.*) which passes into the thicker *epiphallus* (*ep.*). In the adult the *receptaculum* (*rec.*) has a large bladder which usually appears like a lean, folded up bag; in rare cases it is found dilated as in fig. 10). The genital *retractor* (*retr.*) is a broad, powerful muscle, which separates into a slender branch for the stalk of the receptaculum with attachment

to its upper part, close under the bladder, and a stronger branch for the oviduct. The latter branch inserates relatively high on the latter, but proceeds downwards, partially ensheathing the oviduct. In rare cases the two branches of the retractor are separated from their origin, or with only faint indications of a connection.

Both the oviduct, the epiphallus and the stalk of the receptaculum open into the *atrium (atr.)*, that part of the reproductive organs which presents

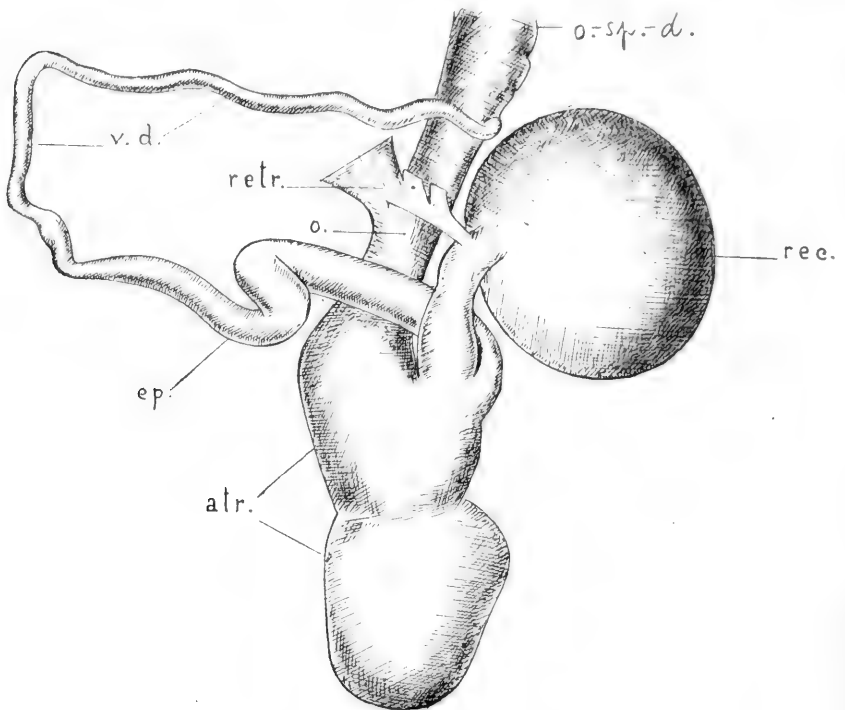


Fig. 10. Lower parts of the reproductive organs of *Arion ater*, 6/1.

atr. atrium genitale, *ep.* epiphallus, *o.* oviduct, *o.-sp.-d.* ovispermatoduct, *rec.* receptaculum, *retr.* retractor, *v. d.* vas deferens.

certain noticeable features. It varies in shape, in larger specimens often being constricted into an upper and a lower part separated by a furrow (as a rule in var. *atra*), which, however, can be absent to a greater or lesser degree (compare fig. 10 to fig. 12). In young specimens the lower part of the atrium is only represented by a slender ribbon, and the upper part generally has a very distinct prominence, a *lateral recess* (fig. 11, *l. r.*). In older specimens, too, this may be very powerfully developed, but as a rule this is not the case in the common var. *atra* (compare fig. 10 to fig. 12).

In the cavity of the upper part of the atrium we find the voluminous *ligula*, attached close to the opening of the oviduct, and, folded up in the shape of a cone, with its top pointing to the genital aperture. When unfolded, the surface

of the cone appears to be attached to the inside of the atrium along a line shaped almost like a horseshoe.

The *spermatophore* attains a length of 3 cms., bears a denticulated, spirally running list, and has a slender tail.

Variation. A most interesting feature in *Arion ater* is the abundance of different coloured varieties, some of which are splendidly depicted in the monograph by TAYLOR quoted above. In Norway only the black var. *atra* and the white var. *alba* are common, but there are also rarely found the red var. *rufa* and the chocolate-coloured var. *castanea*, as well as some multi-coloured varieties. To clear up the mutual relation of these forms experimental investigations are necessary, but as yet only faint indications to this end have been undertaken. COLLINGE (1909) and KÜNKEL (1916) have shown that some varieties mate together and that from one variety others may be derived. A certain degree of influence by external factors, for instance by temperature, has been shown.

Var. *atra* L., Syst. Nat., ed. 10, 1758, p. 652.

Limax ater L., op. cit.

The back and the sides of a uniform black colour, the middle part of the foot-sole usually paler than the lateral ones, but sometimes even of the same dark colour (and then distinguished as a distinct variety by TAYLOR).

This form (Pl. I, 1) is most characteristic on the stretch of coast from Trondhjem to the Kristiania Fjord, and is there ("Vestlandet" and "Sørlandet") to be seen in large numbers on roads and fields during rainy or cloudy

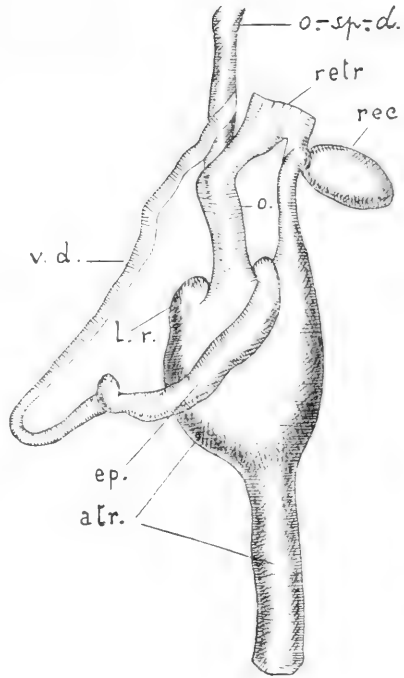


Fig. 11. Lower parts of the reproductive organs of immature *Arion ater*, 71.

atr. atrium genitale, *ep.* epiphallus, *l. r.* lateral recess, *o.* oviduct, *o.-sp.-d.* ovispermatoduct, *rec.* receptaculum, *retr.* retractor, *v.d.* vas deferens.

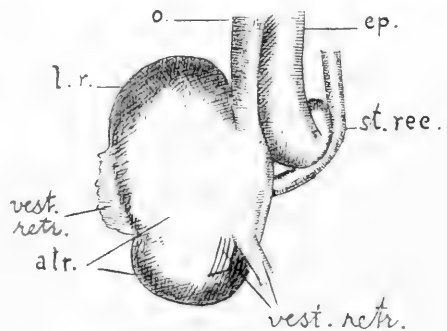


Fig. 12. Lowest parts of the reproductive organs of *Arion ater* var. *medea*, 31.

atr. atrium genitale, *ep.* epiphallus, *l. r.* lateral recess, *o.* oviduct, *st. rec.* stalk of the receptaculum, *vest. retr.* vestibular retractors.

weather. This variety is especially frequent in the North of Europe and in the mountains of Central Europe.

Var. *castanea* DUM. et MORT., Cat. Moll. Savoie, 1857, p. 6.

Usually dark chocolate-coloured, in some cases of a paler brown.

It is rare in Norway, being mentioned by JOACHIM FRIELE (1853) without indication of locality, and later on found by myself at Balestrand (Sogn) and at Breviksstranden (Romsdalen).

Var. *rufa* L., Syst. nat., 1758. ed. 10, vol. 1, p. 652.

Limax rufus L., op. cit.

Colour pale or dark red.

In Norway this variety has only been found at Sverresborg in Bergen, but, as mentioned by JOACHIM FRIELE (1853), it was probably introduced into the park on trees and bushes. It appears to have remained there for a considerable time, as KYRRE GREPP told me that it most probably was this variety which he found at Sverresborg about 1890.

The variety is especially characteristic of the lower parts of Central Europe.

Var. *alba* L., Syst. Nat., ed. 12, 1767, p. 1081, No. 2.

Limax albus L., op. cit.

Arion albus FÉR., Hist. des Moll., 1819, p. 64, pl II, fig. 3.

Arion albus var. *simplex* MOQUIN-TANDON, Hist. Moll. France, 1855, vol. 2, p. 12.

Arion albus var. *marginatus* MOQUIN-TANDON, op. cit.

Arion albus var. *oculatus* MOQUIN-TANDON, op. cit.

Arion albus var. *elegans* MOQUIN-TANDON, op. cit.

Of a white colour, but as the head and foot-fringe may be either black, white or yellow several sub-varieties are distinguishable.

In Norway the variety is dispersed throughout the territory of distribution of the species (*vide* Appendix to maps). It has been asserted that it chiefly occurs where the ground abounds in lime, but I doubt the truth of this statement. The following sub-varieties have been met with in Norway:

Sub. var. *simplex*. Of a uniform white colour.

” ” *marginata*. White with yellow foot-fringe.

” ” *elegans*. White with orange head and foot-fringe.

” ” *oculata*. White with black tentacles.

Var. *cinereo-nebulosa* JENSEN.

Arion ater L. var. *cinereo-nebulosus* JENSEN, Indberetning, 1872, p. 73.

Anterior half of the shield, the sides of the body and the whole foot-sole with patches of dark grey. The back and anterior part of the shield whitish, with transition of uniform black pigment in the sides and the anterior half of the shield. The foot-fringe orange.

This peculiar variety has only been found by O. S. JENSEN in the neighbourhood of Tvedestrand, and its relation to the others is doubtful; TAYLOR placed it under var. *alba*. The original description runs as follows:

„Forreste Halvdel af Skjoldet, Krops-Siderne og hele Fodens Underside fint, men stærkt strøet med mørkegraat. Ryggen og den forreste¹ Halvdel af Skjoldet hvidagtig, hvilken Farve efterhaanden gaar over i den mørkere paa Siderne og den forreste Halvdel af Skjoldet. Fodbræmmen rodgul som hos var. *albus*, med meget tydeligere mørke Tværstreger. Størrelsen som en fuldvoxen Arion ater L. Fundet 10de August ved Veikanten mellem Næs Jernværk og Askedalen“.

Var. *nigro-punctata* MALM, Arion. och Limac. Zool. Riksmus., Öfv. Kongl. Vet.-Ak. Förh., 1876, p. 76.

White with dark points on the shield and on the back, but there almost not to be seen with the naked eye, whilst on the shield, especially in its anterior middle part, the points merge together.

This variety, too, is very rare. It reminds one of the next variety, but in any case should be treated separately for the present. Original description:

„Utaf denna intressanta varietet förefunnos i samlingen fem exemplar, tagna vid Stavanger i Norge, af v. FRIESEN.

Han liknar fullkomligt den typiska formen², utom det att han har svarta punkter på manteln och på ryggen af bakkroppen; men här äro de knappt synliga utan med hjälp af förstöringsglas. I synnerhet på manteln frampart, midt ofvan, äro dessa punkter ofta mer eller mindre sammanflytande. Ett exemplar har till och med likasom ett svart band på manteln, midt ofvan“.

Somewhat similar in regard to the black pigment is a variety from Hardanger, presented to me by Dr. ODD KINCK-EIDE, but as the colour to a great extent was yellow instead of white, I will defer treatment pending a closer examination of living specimens.

Var. *media* JENSEN, Indberetning, 1872, p. 74, pl. I, fig. 11.

Arion ater var. *albolateralis* ROEBUCK, Journ. of Conch., 1883, p. 39.

Back black, with no transition to the white sides; foot-fringe orange.

The principal distribution of this variety is the British Isles, and the commonly employed name var. *albolateralis*, was given to it by an Englishman. However, the name *media* JENSEN has priority, and the fact that this has not been acknowledged, can only be ascribed to the original description with its coloured plate not being known. In order to correct the current quotations which are not always quite exact, the original description is reproduced here:

„Af Universitets-Stipendiat Axel Boeck har jeg senere faaet en Tegning af en Varietet af Arion ater L., funden af ham ved Bergen, der ligeledes staar midt imellem Arion ater L. og den af flere som selvstændig opførte Var. *albus*. — Var. *medius*: Ryggen og Rygsiden af Skjoldet ere

¹ Surely this a printers error for bakerste.

² i. e. "*Lochea alba* (L.) MALM".

sorte; men Kropssiderne ere hvide, og Skjoldet paa Siderne og i det forreste Parti meget lyst skiddent brunt; Farvegrænsen temmelig skarp. Hoved og de 4 Følhorn graasorte. Fodbræmmen rødgulagtig med mørke Tværstreger. Udvoxet Exemplar. (Pl. I, Fig. 11)".

Later on the variety has been found in Sagvaag, Stord, and thus seems to have a western range. It is "a vestlandsform", in accordance with its distribution in the British Isles.

Var. *marginella* SCHRANCK, Fauna Boica, 1803, p. 252, No. 3158.

Limax marginellus SCHRANCK, op. cit.

Arion rufus marginatus MOQUIN-TANDON, Hist. Moll., p. 11, pl. I, fig. 24.

Black with red or yellow foot-fringe.

During the past fifty years it has not been noticed in Norway, but JOACHIM FRIELE saw it near Bergen and in Hardanger, and O. S. JENSEN found it in a forest of beech-trees near Larvik.

Distribution. In determining the limits of range of *Arion ater*, there are two essential difficulties to be confronted. First there are erroneous determinations, which, according to SIMROTH (1901), are responsible for the statements from Russia¹. Secondly it is difficult to limit the species against southern forms, which when included in *Arion ater*, enlarge its range towards the south. As will be seen from the list of synonyms, these doubtful forms are not considered here.

The species is thus distributed over Western Europe, from Ribbenesø in Finmark in the north to the River Tajo in the Pyrenean Peninsula in the south (Ribbenesø, 70° N. L., is the most northern locality for the species, according to a specimen in the Tromsø Museum, found by J. SPARRE SCHNEIDER and not published previously). Towards the east its occurrence in Russia is doubtful, as stated above. Throughout large parts of Norway it is very common. It occurs in Sweden as far as Westmanland and Upland, and further all over Denmark, Germany, the Netherlands, France and Switzerland; in Italy, where it is said to have been introduced by man, it is most common in the north. Finland has no certain localities, but it is found in Silesia and the former Bosnia. Outside the continent of Europe it is excessively common in the British Isles, and occurs in the Faeroes and in Iceland².

With regard to Norway, ERIK PONTOPPIDAN, the bishop, was probably the first to mention the species (1753). In his great work, *Det første Forsøg paa Norges naturlige Historie*, he speaks of large black slugs, and there is every probability that this is not *Limax cinereo-niger*, according to which this is the first account of a Norwegian *Arion*.

¹ To judge from his list of authorities, however, SIMROTH was not acquainted with the statement of MALM (1876), that he had found *Arion ater* in the neighbourhood of Boris Gleb, near the Norwegian border. I am liable to think this statement correct.

² It was introduced into New-Zealand by man.



Map. 1. Distribution of *Arion ater* in Norway.

The particulars of the distribution in Norway are evident from map 1 and list of localities given in the Appendix, and may thus be summed up: the *Arion ater* is found from the west of the Kristiania Fjord along the coast to Trondhjem, in a zone about as broad as the length of the Fjords. North of the Trondhjem Fjord localizations are scanty, which to a certain extent is due to the lack of investigation, and the most northern locality, as has already been mentioned, is Ribbenesö in Finmarken (70° N. L.). (As to distribution towards the east, see foot-note p. 20). Accordingly the species has not been assigned to the large valleys in the south-east (Österdalen, Gudbrandsdalen, Valdres and Hallingdalen), though I have spoken to several persons who are of the opinion that they have seen it there. But as confusion with the large black *Limax cinereo-niger* WOLF is not out of the question, these assertions need verification.

In Norway *Arion ater* is not met with at any great altitude. I have collected it at Opset (between Finse and Voss), 850 m. above the level of the sea.

Bionomics. When night comes on, or the weather is cloudy, *Arion ater* may be seen in large numbers on the roads, in meadows, and in forests too, though less frequently in forests of conifers. It only rarely leaves the ground to crawl on bushes. According to its appearance in rainy weather — from which it gets the name “regnorm”, — it is often said to predict rain.

It is eminently omniphagous, feeding on all kinds of soft vegetable matter, not rarely being seen on fungi, and also devours the dead bodies of small animals. As WOTTON (1893) states, it may do without solid food for weeks if only sufficient moisture is present.

In Norway the parasites of this species have not been subject to close investigations, but it may be mentioned that I have recorded one of the most interesting, *viz. Leptodera appendiculata* SCHNEIDER. This nematode, belonging to the family of *Anguillulidae*, was found by the present author in specimens from Osterö in the neighbourhood of Bergen and from Tromö near Arendal. Undoubtedly this is merely an indication of a considerable distribution in this country¹.

KÜNKEL (1916) and ADAMS (1910) have published good observations concerning the copulation, and I may be allowed to sum up the results of these. I have only found *Arion ater* copulating a few times, always in

¹ Concerning this nematode the following facts may be mentioned (CLAUS 1868). In the slug the little worms (1—2 mm.) are enclosed in the anterior part of the foot-sole, especially to both sides, and at this stage are distinguished by two long cuticular ribbons on their posterior part; they have neither mouth nor anus, and are sexual dimorphous, the female being longer than the male. Later on they make their way from the foot, and when for instance the slug is placed into water, it may easily be seen that they creep out. In the ground they quickly attain maturity, and then several free-living generations, perhaps of indefinite number, succeed each other, all of them smaller than the parasitical one. At last some specimens will enter an *Arion ater*, where they are said first to occur in the blood-vessels.

the last days of June, and I never had an opportunity of studying the entire process.

It reaches maturity at the age of $8\frac{1}{2}$ —10 months. Before copulation, which may be repeated several times by the same animal, a prelude of 10 to 90 minutes takes place, during which the animals crawl round each other and lick the mucus from the caudal cavity of each other. Then the movement ceases, the reproductive organs are opposed and the genital atrium of each is turned inside out; this voluminous body being pressed to that of the partner, the ligulas are fixed to each other, undoubtedly acting like suckers. Both animals are immovable, the tentacles are withdrawn, and then the epiphallus of each is put into the stalk of the receptaculum in the other, while the spermatophore is transferred. The actual act of copulation may last for more than two hours. When the animals separate the long tail of the spermatophore projects from the opening to the receptaculum, but disappears when the atrium is drawn in.

As to the fertilization the statements of KÜNKELE (1916) cited above (p. 11) are not in accordance with those of LAMS (1910). The latter proves that in *Arion ater* the fertilization is "intra-ovarial", and further that the spermatozoa do not lose their tails in the receptaculum, as the remnants of the tail may be seen within the fertilized egg. — KÜNKELE (1916) showed that *Arion ater* may multiply by self-fertilization through five generations.

The deposition of the eggs, too, has been carefully studied by KÜNKELE (1916), according to whom it takes place for about two months, during which period may be deposited as many as 500 eggs. They are not deposited continuously, however, but in 3—8 hatches, each containing from about 20 to about 250 eggs. As WORTON mentions (1893) each laying lasts up to 40 hours, and all that time the animal does not stir, the head being drawn in under the shield; the laying goes on even if the animal is placed on the hand of the observer.

The eggs are laid in a sheltered place, such as in loose earth, under leaves or moss, where they run no risk of becoming dry. When deposited they are white and semi-transparent, but later on they grow yellow and opaque. The size and form vary very much. Usually they are oval, 4×5 mill., but the diameter varies from 3 to 8 mill., and they not rarely have the shape of globes of equal size.

The embryonic development is of unequal duration, even in the same hatch. According to KÜNKELE it varies, in accordance with the temperature, from one to four months.

When leaving the egg the young ones are about 1 cm. long. In Norway they are usually pale with yellow spots, but they are even said to have a quite pale yellow, reddish or a pale greenish colour appearance.

Under favourable conditions they grow up quickly. In the common black variety the dark pigment slowly appears, in such a way that first the tentacles, and often the head, too, become a bluish-black colour; in

many cases these pale little young ones may be distinguished from other species by the dark bluish tentacles. Later on, when the animal has attained a length of 3—4 cms., the back becomes pigmented, and at last the sides of the body and of the foot-sole blacken. The pigment first appears between the tubercles of the skin, and slowly intensifies. Very soon the foot-fringe acquires its peculiar aspect, owing to the alternately pigmented furrows. Animals about 5 cms. — according to KÜNDEL equal to about four months — generally have a more or less dark slate-blue colour.

However several exceptions to this development occur. Not rarely the little young ones assume a greenish tint. During growth dark longitudinal bands may appear, especially on the shield. These are described under the external characters of the species.

At an age of 10—11 months, the increase in length is brought to a conclusion, but the weight still increases (KÜNDEL). The animals attain an age of little more than a year, and it appears that only the young ones survive through the winter.

Arion subfuscus (DRAPARNAUD).

?(1774 *Limax fuscus* MÜLLER, Verm. Hist., vol. 2, p. 111.

1805 " *subfuscus* DRAPARNAUD, Hist. Moll., p. 125, pl. IX, fig. 8.

1822 " *fasciatus*, var. ε, ζ, η, NILSSON, Hist. Moll. Sveciae, p. 4.

1822 " *flavus* NILSSON, op. cit., p. 5.

1853 " *subfuscus* DRAP. var. β apud FRIELE, Norske Land- og Ferskv.-Moll., p. 3.

1870 *Prolepis fuscus* MALM, Göteborg Vet. Vitt. Samh.'s Handlingar, vol. 10, p. 43, pl. II, fig. 3—4.

1871 *Arion rufus* L. apud WESTERLUND, Exposé critique Moll. Suède et Norv., Nova Acta Soc. Upsal., p. 32.

1897 *Arion citrinus* WESTERLUND, Synopsis Moll. Extramar. Scandin., p. 41.

Diagnosis. External characters: usually 3—6 cms. long, rarely 8 cms. Colour varying, from dirty grey through yellow and reddish-yellow to dark brown and almost black; generally with paler sides, and small specimens especially often with a pale stripe inside the dark longitudinal bands; foot-sole faint yellowish-white. Mucus orange, its varying profusion causing change of colour in the same animal. No pale mid-dorsal line. Usually a dark brown longitudinal band on each side of the back, the right one enclosing the respiratory aperture; at any rate this is a good characteristic of larger Norwegian specimens.

Jaw: in most cases distinguishable by the broad, closely set ribs.

Radula: the mesocone of the median tooth constricted at the base, and the distance from here to the apex of the mesocone so great as or slightly shorter than the distance to the anterior edge of the basal plate.

Reproductive organs: atrium (in adults) short, almost iso-diametric. Oviduct long, dilates downwards, either gradually, or suddenly at the insertion of the genital retractor, the latter being situated on the upper half of the oviduct.

Historical systematics. For a long time this species was mistaken for *Arion circumscriptus* JOHNSTON and *Arion hortensis* FÉR., and it is quite impossible to clear up the complication of synonyms they have caused. An impression of this confusion may be gained when reading WESTERLUND'S work: Fauna Molluscorum terrestrium et fluviatilium Sveciae, Norvegiae et Daniae, 1873.

The first clear description — with a figure — was produced by DRAPARNAUD (1805) and the name given to it by that author (*subfuscus* — brownish) is now commonly used.

Description. External characters (fig. 1 and Pl. I, 2—3).

With regard to the size, *Arion subfuscus* is intermediate to *Arion ater* and the following smaller species, the usual length of adult, fully extended specimens being up to 6 cms., only rarely does it attain a length of 8 cms. The body is more slender than that of *Arion ater*. When irritated the larger specimens may assume the semi-globular shape which often is considered only to characterize *Arion ater*. The foot-fringe has the same system of dark transverse furrows as the latter species.

The colour varies greatly. As a rule it is darker on the back, with paler sides, rarely the reverse. Inside each of the brownish longitudinal bands is a paler stripe, and the younger the animal, the broader are these

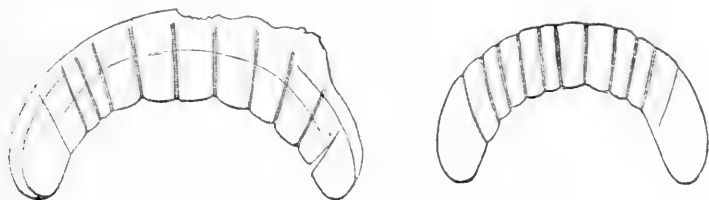


Fig. 13—14. Jaws of *Arion subfuscus*, 22/1.

pale stripes at the expense of the darker mid-dorsal part. Often the colour is unequally concentrated, so as to constitute indistinct and irregular spots. Very commonly the total impression of the colour is a dirty yellowish-brown, at other times varying from yellow-grey to dark brown and even almost black. The orange mucus greatly influences the colour, and a pale brown specimen may turn grey when the mucus is removed.

The tentacles are dark, but paler than the bluish-black colour which distinguishes the young ones of *Arion ater*. — The foot-sole is of an almost uniform pale yellowish colour.

As the animal grows older, the pigmentation concentrates under the respiratory orifice, and, encircling the latter, forms a lower side-branch to the right shield band; accordingly this appears swollen around the orifice, in reality in such a way that the pigmentation inferior to the respiratory orifice is fainter than the superior, its distinctness being exaggerated in the diagram (fig. 1).

The jaw (fig. 13—15) is semi-lunar. Often, but not always, the median part of the concave edge is convex. It is as much as 2 mill. broad, of a brown colour, paler in young darker in older specimens, and is there darkest in the lower part along the cutting edge. The lines parallel to this vary in situation and in distinctness.

Anteriorly the jaw presents about 10–12 ribs, but the number is inconstant. Broad, flat and close-set when typical, the ribs are liable to variation, which, to judge from the figure in TAYLOR'S work, may even go so far as to make identification difficult. In the Norwegian forms, however, the determination is often easy owing to the broad ribs with narrow interspaces. — Not rarely the ribs on one side are unlike that of the other.

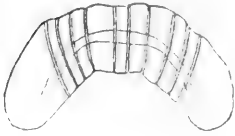


Fig. 15. Jaw of juvenile *Arion subfuscus*, 22.1.

The radula (fig. 16–18) attains the length of 5 mill., and can be identified by observing that the mesocone of the median tooth is constricted at the base, whilst the distance from there to the point of the mesocone is equal to or a little shorter than the distance to the anterior edge of the basal plate. (It should be remembered that in the

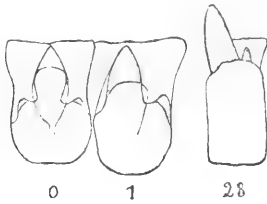


Fig. 16. Radular teeth of *Arion subfuscus*, 400.1.

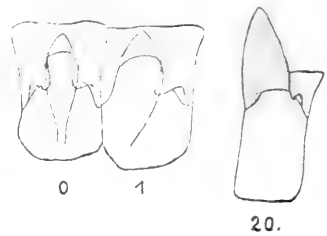


Fig. 17. Radular teeth of *Arion subfuscus*, 400.1.

figures the teeth as usual are placed with the anterior edge downwards). The mesocone of the median tooth has no distinct secondary cusps.

Otherwise the radula presents the same variations as in *Arion ater*; abnormalities, too, are frequent.

Organs of reproduction (fig. 19–21).

The *ovispermatoct* (*o.-sp.-d.*) divides into a slender *vas deferens* (*v. d.*) which further proceeds into the long, gradually dilating *epiphallus* (*ep.*), and into the *oviduct* (*o.*). The latter is quite characteristic, dilating downwards either gradually or suddenly at the point of insertion of the genital retractor. It may, however, be remarked that the oviduct forms almost a right angle with this point as apex, and when stretched out, at this place there is often formed a fold which may be mistaken for sudden dilation. The two branches of the genital retractor (*retr.*) are of about the same size, one inserting to the upper half of the oviduct, the other proceeding on to the stalk of the *receptaculum* (*rec.*). This generally has a regular oval bladder, which in rare cases, however, may exhibit indications of a pointed end (fig. 21), thus forming a connecting link with the peculiar receptaculum of *Arion circumscriptus*.

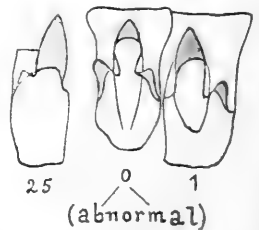


Fig. 18. Radular teeth of *Arion subfuscus*, with asymmetrical central tooth, 400.1.

The shape of the *atrium* (*atr.*) is a good species character in the adult. It is short and thick, with about the same breadth as length. In the young it is usually ribbon-shaped.

The *spermatophore* is said to be long and serrate.

Variation. Like the anatomy (jaw, radula and the reproductive organs) the colour is liable to variation, according to which various authors have described a series of forms, designated as species, varieties, sub-species or sub-varieties. However, the study of a great number of living specimens as well as a revision of the descriptions often prove that several of these forms are connected through all intermediate colours. Consequently they do

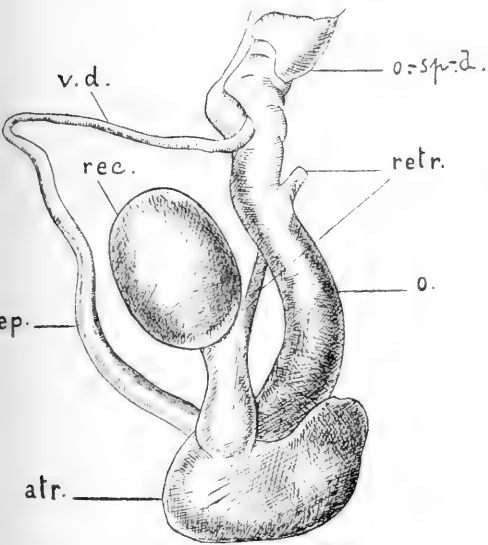


Fig. 19. Lower parts of the reproductive organs of *Arion subfuscus*, 7/1.

atr. atrium genitale, *ep.* epiphallus, *o.* oviduct, *o.-sp.-d.* ovispermatoduct, *rec.* receptaculum, *retr.* retractor, *v. d.* vas deferens.

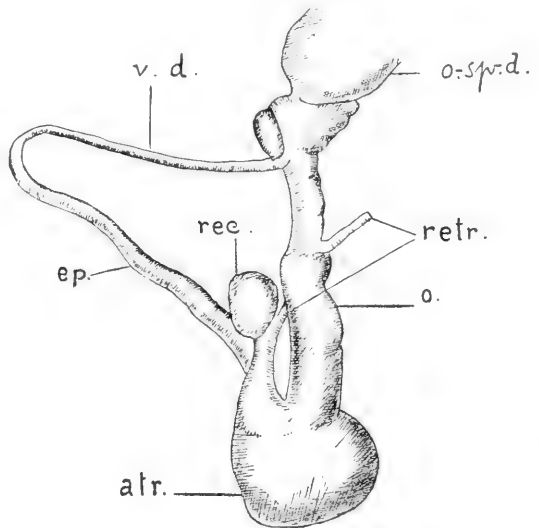


Fig. 20. Lower parts of the reproductive organs of *Arion subfuscus*, 7/1.

atr. atrium genitale, *ep.* epiphallus, *o.* oviduct, *o.-sp.-d.* ovispermatoduct, *rec.* receptaculum, *retr.* retractor, *v. d.* vas deferens.

not deserve the names of separate varieties. It should be remembered, that even the same individual passes through changes of colour, and that a brown specimen turns greyish when the orange mucus is wiped away.

Obviously it is not easy to demonstrate all intermediate colours between the grey and black animals, and it may be granted that several genotypes probably conceal themselves between these limits. According to the types of colour the common Norwegian forms belong to the series of "varieties":

- var. *cinereo-fusca* DRAPARNAUD, — grey.
- var. *succinea* BOUILLET — from yellow to orange.
- var. *fuliginea* MORELET — dark brownish.
- var. *nigricans* POLLONERA — black.

In addition to these, Norway has two forms, which somewhat deserve the name of varieties, but occur only rarely. Neither of them has been found in Norway since they were discovered by their respective authors.¹

Var. *quadrifasciata* JENSEN, Indberetning, 1872, p. 82.

Arion pegorarii LESS. et POLL., Mon. Limac. Ital., 1882, p. 62.

Arion subfuscus var. *transylvanicus* SIMROTH, Zeitschr. wissenschaft. Zool., 1885, p. 284.

Arion subfuscus var. *alpestris* POLLONERA, Rec. Arionidae Reg. Palæarct., 1890, p. 12.

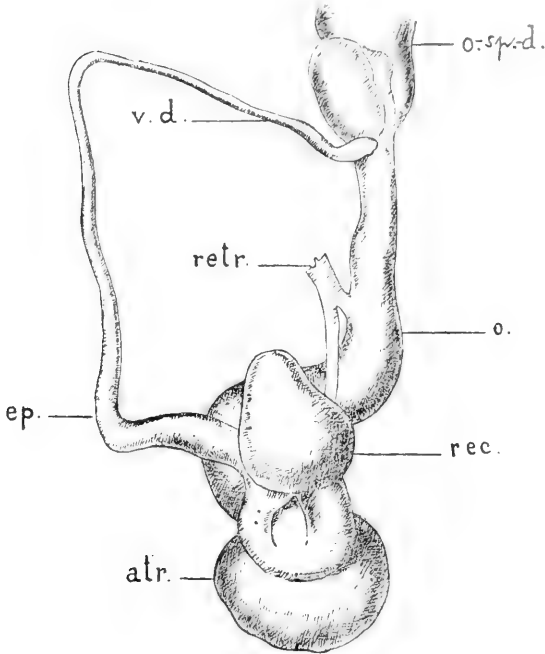


Fig. 21. Lower parts of the reproductive organs of *Arion subfuscus*, 7/1.

atr. atrium genitale, ep. epiphallus, o. oviduct, o.sp.d. ovispermatoduct, rec. receptaculum, retr. retractor, v. d. vas deferens.

With four lateral bands, as between the usual dark lateral bands there are two similar ones. One specimen found at Aamot in Østerdalen.

The fact has been overlooked that the name of JENSEN has priority to this quadri-fasciate variety, e. g. TAYLOR uses the name var. *pegorarii* LESSONA et POLLONERA. In the zoological Museum at Tøien I have found the type of the variety, judging from the date (1870), the locality (Aaset), the collector (SIEBKE) and the two Limacidae which JENSEN in his paper states that he received from the same collector. Unfortunately, however, the label has no determination, and in the both specimens of *Arion subfuscus* the lateral bands are now very indistinct. As POLLONERA states that the var. *pegorarii* has an additional ectocone in the marginal teeth, I have examined the radula in both specimens at the Tøien Museum; the teeth, however, are normal.

¹ As to var. *media* JENSEN (Indberetning, 1872, p. 85), the description of the three small specimens from Lillesand clearly indicates that the able author for once has been in error, the animals without doubt being different young specimens of *Arion ater*: whitish, head and tentacles black, with longitudinal bands especially distinct on the shield, which is pale yellow-green with indications of black pigmentation in its median part; tubercles whitish with a bluish violet tinge and with little pale green spots, the furrows between the tubercles of a darker bluish violet; footfringe with dark transversal furrows, mucus yellowish-green, footsole white; the largest specimen of a darker colour than the smaller ones.

It may be of interest to those specialists who cannot procure the JENSEN's paper to read the original description:

Var. alba ESMARK, Nyt Mag. Naturvid., vol. 27, 1882, pag. 98. White, the back pale grey.

This variety is endemic in Norway, where only BIRGITHE ESMARK and Z. A. HOYER have found it in scattered localities (Tonset in Østerdalen, Lille Lombolen in Maalselvdalen, Tromsø and the Porsanger fjord).

Distribution. Of the five Norwegian Arions *Arion subfuscus* has the largest range, it being found all over Europe with exception of the most southern and south-western parts. From the arctic ocean it is distributed to the River Ebro and the Alps. It has been recorded from Montenegro and Rumania. Towards the east there are no reliable statements east of Ural (SIMROTH 1901), and at least for the present the limit must be drawn from that chain of mountains southwards from Orenburg via Charkow to the Trans-Sylvanic Alps.

Outside the continent the species is common in the British Isles. It has been recorded from Iceland, and a specimen has been found even in Greenland, though probably introduced with cabbage from Denmark (MØRCH 1868 a). The occurrence in Madeira must be assumed to be due to introduction by man, and the same cause is still more evident for its appearance in New-Zealand and in some eastern states of North America.

In Norway, where it was first recorded by JOACHIM FRIELE (1853), *Arion subfuscus* has the greatest distribution of the species of this genus (map 2). Even if the investigations are not so detailed as might be desired, yet the localities are scattered all over the country.

In accordance with the northern range of the species, it is found at a considerable height above the sea. Thus I have collected large specimens (up to 7—8 cm. in length) near Finse, 1250 m. above the level of the sea.

„Var.: *medius*.

Af de fundne 3 Exemplarer er de 2 af følgende Farve:

I det Hele taget lyse, hvidagtige, med Hovedet og de 4 Følehorn kulsorte. Skjoldet hvidagtig gulgrønt, i det øvre midtre Parti med fin, sortagtig Strøning. Udenfor og langsmed dette mørkere Parti, adskilt derfra ved en smal del af Grundfarven, findes to, vistnok ei stærkt udprægede, men dog tydelige, sortagtige Sidebaand. Ryggen: Vorterne blaaioletagtig hvide med lysegrøn Spætning, Furerne mellem Vorterne mørkere blaaiolette; langs hver Side gaar fra Skjoldet en ganske svag sortagtig Streg, som taber sig henimod den bagre Ende. Fodbræmmen hvid med sorte Tværlinier, der dog ikke er fuldt udprægede (paa det ene Exemplar kun antydede). Foden hvid. Slimet gulagtig (gulgrønt, synes mig). Længde i sammentrukket Tilstand 16 mm.

Det 3die Exemplar ligner de 2 foregaaende, men er noget større, og den hos de foregaaende beskrevne Farve er mørkere; dog er de 4 Følehorn og Hovedets kulsorte Farve vel udpræget fra det bagenfor liggende hvidagtige Parti af Kroppen. Sidebaandene findes antydningssvis paa Skjoldet, men mangle aldeles paa Ryggen. Fodbræmmen med meget tydelige sorte Tværstreger.

Alle tre fundne sammen ved Stranden af Glamslandsvandet nær Lillesand, ^{21/7} 72“.



Map. 2. Distribution of *Arion subfuscus* in Norway.

Bionomics. *Arion subfuscus* occurs in many different places, but woods, and especially forests of conifers, must be considered as its most characteristic biotope. It may there be collected under the loose bark of almost every stump, and in autumn as many as half a dozen specimens can be found feeding on a single fungus. Otherwise it may be seen in many places that offer food and moisture. Refuse heaps may shelter many large and well-fed animals. It has a larger distribution than the continuous forests of conifers, too, both horizontally and vertically. It occurs on the subalpine mountain slopes, and I have found it in the region of Salices, in places where *Betula nana* is a most characteristic mountain plant.

As with the other Norwegian Arions the young ones are capable of lowering themselves from a branch or some such object by the help of a thread of mucus. According to KEW (1902) this power is especially strongly developed, the animals even being capable of turning and crawling up again along the thread.

As to parasites the Norwegian specimens, too, may occasionally prove to have a great many nematodes in their alimentary canal; the systematics and bionomics of these one cm. long parasites, however, are unknown.

For a long time *Arion subfuscus* was considered to feed exclusively on fungi, eating large holes especially in *Russula* and *Lactarius deliciosus*. But later on it has been stated to feed on several kinds of vegetables and even on carrion.

Copulation has not been described, though KÜNKELE (1916) has shown that it breeds in captivity. I have only once found it *in copula*, in the middle of July (Horgjem, Romsdalen, ¹³/7). According to the said author it attains maturity at 8¹/₂—9 months old, begins the deposition of eggs in June or July, and for 2¹/₂—3 months it deposits 8—12 hatches. Each contains from 7 to 53 eggs, and a single animal may deposit 291—341 eggs. These are white or pale yellow, and are either globular with a diameter from 2,5—3,5 mill., or oval with a length of 3—4 mill. and a breadth of 2—3,5 mill.

Some results of the investigations of KÜNKELE as to the development may also be mentioned. According to the temperature, the young hatch after a period of 3 weeks to 3 months after deposition. They are then yellow-white, 6—7 mill. long when extended, and some of them already show faint lateral bands on the back and on the shield. Three or four days later, all the young ones have dark lateral bands. When 1—2 months old they are yellowish brown, the median part of the back and the shield being dark. The mucus is then yellow. At an age of about 10 months they have attained a length of about 5 cms., but they are not full grown until a month later, and may then measure up to about 8 cms. They attain the age of 12—13 months.

As early as in May I have found large specimens, a fact which proves how in *Arion subfuscus* even fully developed specimens may survive the winter.

Arion circumscriptus JOHNSTON.

- ?(1822 *Limax fasciatus*, var. γ NILSSON, Hist. Moll. Sveciac, p. 4).
 1828 *Arion circumscriptus* JOHNSTON, Edinburgh New Philos. Journ., vol. 5, p. 76.
 1852 " *leucophaeus* NORMAND, Descr. Six Limac. Nouv., p. 6.
 1853 *Limax subfuscus* DRAP. var. α apud FRIELE, Norske Land- og Ferskv.-Moll, p. 3.
 1868 *Arion bourguignati* MABILLE, Rev. et Mag. Zool., vol. 20, p. 138.
 1870 *Prolepis hortensis* MALM, Göteborg Vet. Vitt. Samh.'s Handlingar, vol. 10, p. 49,
 pl. II, fig. 5.
 1871 *Arion hortensis* FÉRUSSAC apud WESTERLUND, Exposé critique, Nova Acta Soc.
 Upsal., p. 35.
 1872 " " " " " JENSEN, Indberetning.
 1886 " " " " " ESMARK, Journ. of Conch. vol. 5, p. 103.

Diagnosis. External characters: rarely more than 4 cms. The colour usually either yellowish grey with paler sides or of a uniform bluish grey; foot-sole pure white. Along the middle of the back a single row of pale tubercles, especially conspicuous in the young. Mucus never deep yellow. The right shield-band entirely on the upper side of the respiratory orifice, and in case of a pigmentation below the band, no distinct lateral branch enclosing the orifice is formed.

Jaw: often quite like the jaw in *Arion hortensis*, with about a dozen slender ribs.

Radula: has a great similarity to that of *Arion subfuscus* and *Arion hortensis*, but often differs, by respectively the mesocone of the median tooth being slender, with more distinct secondary cusps, and the marginal teeth as a rule having two cusps.

Reproductive organs: greatly varying, but with a characteristically long ribbon-shaped atrium, and the bladder of the receptaculum generally having a pointed end.

Historical systematics. This species, too, has caused much trouble owing partly to the older inadequate descriptions, partly to difficulties in defining it in relation to its allied species. In Scandinavia and in the British Isles there is used the name of dr. G. JOHNSTON (*circumscriptus* — enclosed, i. e. by the lateral bands), otherwise the more recent name of MABILLE (*Bourguignati* after BOURGUIGNAT) is the most common.

In Norway it was called by WESTERLUND *Arion hortensis*, and CLESSIN (1884) was the first to designate it under its right name. Later on BRIGITHE ESMARK and O. S. JENSEN collected it in many localities, but, following the example of WESTERLUND, published it under the name of *Arion hortensis*, a species from middle Europe which only very recently has proved to belong to the Norwegian fauna, occurring only in scattered localities. I have verified the erroneous determinations in this case by examining the collections of ESMARK and JENSEN (in the zoological Museum at Tøien, Kristiania).

Description. External characters (fig. 1 and Pl. I, 4—6).

The actual size may be useful in avoiding mistakes as regards the species mentioned above, *Arion circumscriptus* being considerably smaller and only rarely exceeding a length of 3—4 cms. fully extended; out of about 800 living specimens I found only three that were about 5 cms. Especially in the common variety the body is proportionally high and

broad; the foot-fringe is rather inconspicuous as it lacks the dark transverse lines of both the preceding species.

The colour in the common variety is of a yellowish grey, with paler sides and with an orange band, more or less sharply defined, just outside the dark lateral bands; in the variety *nigra* nov. var., however, both the back and the sides are dark bluish grey. A good characteristic is afforded by the pale stripe along the middle of the back, consisting of a single row of tubercles, being of particular distinctness in the young; in the adult it is best seen in the contracted specimens. The foot-sole is of a pure white. The colour of the mucus turns very pale yellow only when the animal is

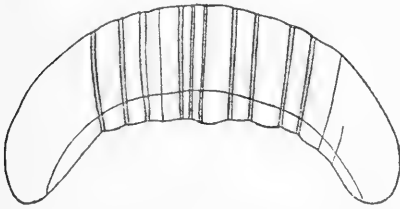


Fig. 22. Jaw of *Arion circumscriptus*, 34 1.

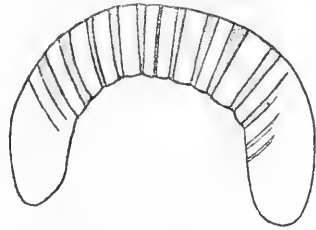


Fig. 23. Jaw of *Arion circumscriptus*, 34 1.

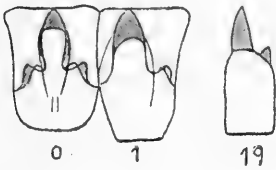


Fig. 24.

Radular teeth of *Arion circumscriptus*, 400/1.

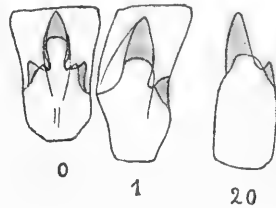


Fig. 25.

Radular teeth of *Arion circumscriptus*, 400/1.

strongly irritated; otherwise it is colourless, an exception, however, being found in the var. *nigra*, where the mucus on the sides may be milky white.

The right lateral shield-band forms a curve on the upper side of the respiratory orifice; where the lateral pigmentation is stronger than usual, such as in var. *nigra*, the outer limitation of the band is indistinct, but, seen as a whole, at least in Norwegian specimens, this character is one of the best external ones, of especial value in fixed material (fig. 1).

The jaw (fig. 22—23). The outlines vary from a proportionally flat arc to a nearly semilunar shape; the breadth never exceeds 1½ mill. It is yellow to pale brown, as a rule a trifle darker than that of *Arion hortensis*, but is hardly distinguishable from the latter. The slender ribs are often indistinct, especially the lateral ones, in such a way as to make it difficult to fix their number, which, however, may often be from 10 to 12.

The radula (fig. 24—25) is from 3 to 4 mill. long. It offers no reliable characteristics of the species, having a strong likeness to that of

Arion subfuscus and *Arion hortensis*. However, it often differs from the former, in as much as the central teeth have a slender mesocone with distinct secondary cusps, and from the second by the fact that the marginal teeth usually have two cusps. Otherwise the shape of the teeth varies (compare fig. 24 with 25), and, judging from the figure in TAYLOR'S Monograph, the ectoconus of the inner marginal teeth may disappear, the species thus overlapping the range of variation of *Arion hortensis*.

Reproductive organs. As a rule these are very characteristic, but my examinations have proved them to be highly variable in several respects (fig. 26—33).

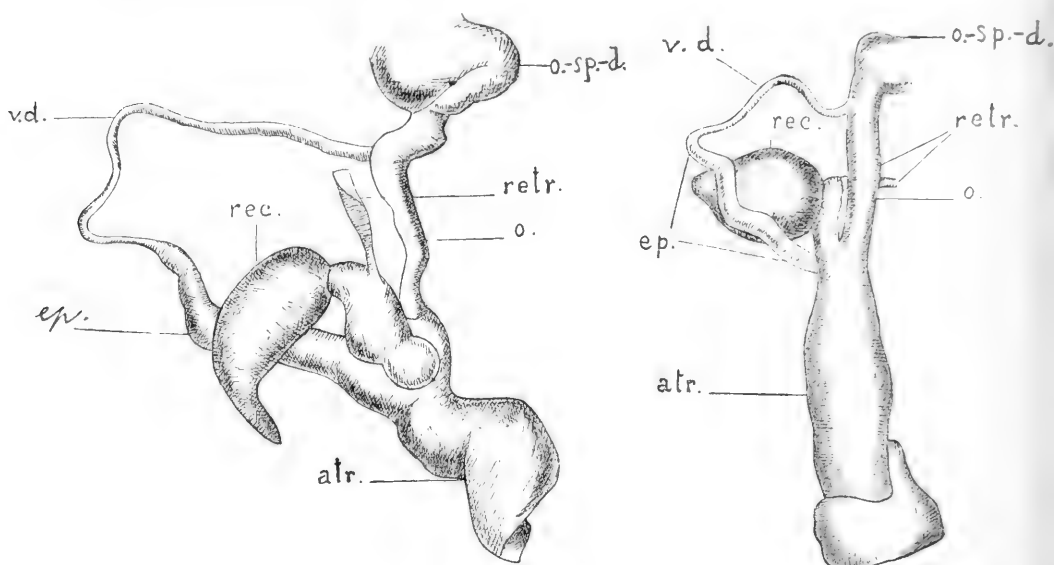


Fig. 26—27. Lower parts of the reproductive organs of *Arion circumscriptus*, ♀.

atr. atrium genitale, ep. epiphallus, o. oviduct, o.-sp.-d. ovispermatoduct, rec. receptaculum, retr. retractor, v. d. vas deferens.

The *ovispermatoduct* (o.-sp.-d.) divides on one side into the *oviduct* (o.), which is shorter and more slender than in the allied species, having also an almost equal breadth, on the other side into the *vas deferens* (v. d.). The latter proceeds into the *epiphallus* (ep.), which dilates gradually and not seldom has a distal bulbous enlargement. Sometimes the epiphallus shows dark spots of pigmentation.

The stalk of the *receptaculum* (rec.) is often dilated at its base; the bladder with rare exceptions is pointed, a character which is never found distinctly developed in other species (though it may be slightly indicated in *Arion subfuscus*, fig. 21). However, this point of the receptaculum varies greatly, presenting all transitional forms from a marked appendix (fig. 29, 30) through less marked (fig. 27, 31—32) to cases where it is quite absent (fig. 28). The range of variation thus overlaps that of *Arion*

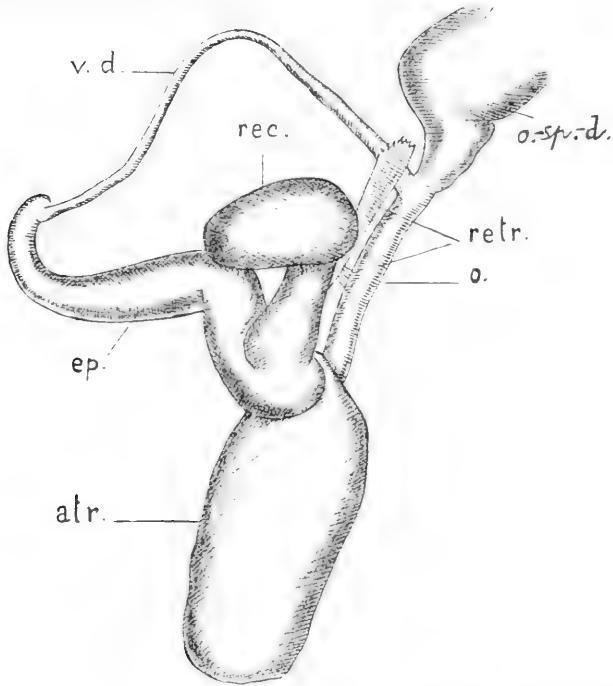


Fig. 28. Lower parts of the reproductive organs of *Arion circumscriptus*, 7/1.
atr. atrium genitale, *ep.* epiphallus, *o.* oviduct, *o.-sp.-d.* ovispermato duct, *rec.* receptaculum, *retr.* retractor, *v. d.* vas deferens.

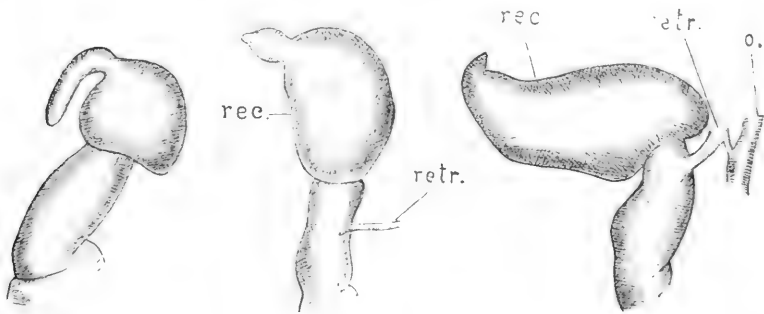


Fig. 29—31. Receptacula of *Arion circumscriptus*, 7/1.
o. oviduct, *rec.* the bladder of the receptaculum, *retr.* retractor.

subfuscus. It may be added that the degree of filling influences the shape of the bladder, which especially is highly extended when containing a spermatophore (fig. 33).

The genital *retractor* (*retr.*) is also of varying development. It inserates at the stalk of the receptaculum, but often has a rudimentary branch to the oviduct, with point of insertion at the middle of the latter, or a little lower. Generally this branch is only represented by one or a few thin fibres, and may easily be overlooked (fig. 26—28, 31, 33).

The genital *atrium* (*atr.*) gives perhaps the most constant character of the species, being long and flat like a ribbon. However, in dissecting it is of some importance to note that its lower side is fixed to the bottom of the body cavity with little fibres, and these being separated, the shape

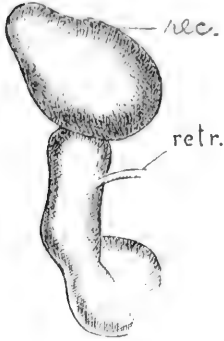


Fig. 32. Receptaculum of *Arion circumscriptus*, 7/1. *rec.* the bladder of the receptaculum, *retr.* retractor.

becomes more distinct. In connection with the long atrium there must be seen the anterior position of the genital aperture (*orificium genitale*), which is situated in front of the split of the pneumostome in all the Norwegian specimens which have been examined (fig. 1). This character is not without interest, as the anterior position of the genital aperture has been the cause of including some other species in the genus (later on the sub-genus) *Ariunculus* LESSONA; as the extra-Norwegian populations of *Arion circumscriptus*, however, have always been described as belonging to the normal type, the position of the genital orifice appears to vary in the same species, and accordingly cannot be used even as a specific character, far less as a sub-generic one. It must,

however, be pointed out that this character should be examined in other countries. (The full evidence that the group *Ariunculus* should be rejected is to be found under *Arion intermedius*, p. 46—47).

The *spermatophore* (fig. 34) was unknown until I happened to find it in the receptaculum of 5 specimens, collected on the 30th of June at Vestre Aker near Kristiania. They measure, contracted: $2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ and 3 cms. Each receptaculum contains a spermatophore, the effect of which is to produce an unusual length and rigidity (fig. 33). One end of the spermatophore is in the tip of the receptaculum, the other is strongly curved and firmly joined to the wall of the bladder in a manner that attracts attention even before the receptaculum is opened.

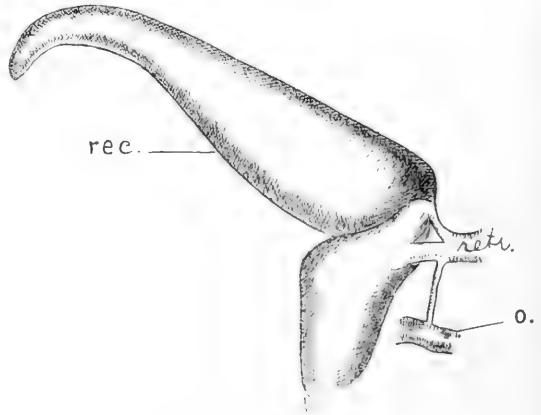


Fig. 33. Receptaculum of *Arion circumscriptus*, extended by a spermatophore, 7/1. *o.* oviduct, *rec.* the bladder of the receptaculum, *retr.* retractor.

The fully extended spermatophore would measure about 1 cm., but in the receptaculum it is bent in two planes perpendicular to each other. It is yellow, transparent, firm and elastic. The end situated at the base of the receptaculum was decomposed. The shape is that of a

tube with low ribs outside, one of which is more strongly developed than the other, and is denticulated.

Variation. In contrast to the anatomical characters, especially to the reproductive organs, the external characters exhibit a proportionally inconsiderable variation. In Norway only two varieties are common.

Var. *circumscripta* nom. nov. (Pl. I, 4).

The back yellowish grey with an orange band along the outside of the dark lateral bands; the sides of the body pale.

The orange pigmentation first appears when the specimens are nearly full-grown, and, though it is especially conspicuous outside the dark longitudinal bands, it gives the whole grey colour of the back a very faint yellowish tinge. The younger specimens of this variety are distinguished from the following one by their pale sides.

In Norway this is by far the most common form of the species, and, following the usual practice, I have accordingly formed its variety name in repeating the specific one.

Var. *nigra* nov. var. (Pl. I, 5).

Both the back and the sides are from dark grey to a bluish black colour; the back, and especially the shield, mottled with little black points. Mucus secreted on the lower part of the sides of a milky colour. As a rule slightly smaller than var. *circumscripta* and with more sloping sides. Otherwise similar to the preceding variety.

It may be pointed out that specimens in alcohol are rather like *Arion hortensis*, but the course of the shield-bands is quite different, the right one forming a curve to the upper side of the respiratory aperture as usual in *Arion circumscriptus*, although the outer limit may be blurred by the dark ground colour; in the other species the band is closer to the edge of the shield (fig. 1).

According to the descriptions this variety resembles var. *leucophaea* NORMAND, which, however, has pale sides, and perhaps var. *grisea* COLINGE, yet being considerably darker than the latter.

It is often found together with the preceding variety, though in a smaller number. For localities *vide* Appendix.

Ab. *flava* nov. ab. (Pl. I, 6).

With no traces of dark pigmentation, even in the eyes. The shield is of a pale yellow, likewise the back and the upper part of the sides, as

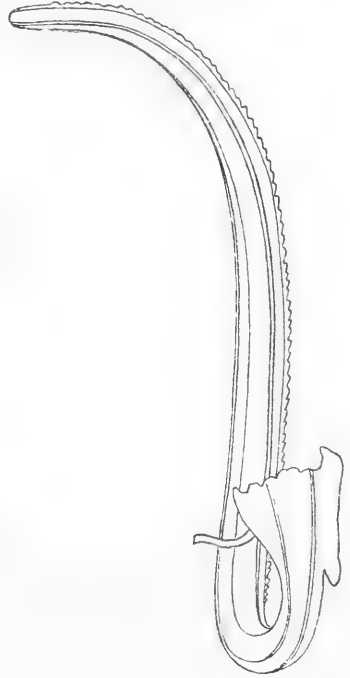


Fig. 34. Spermatophore of *Arion circumscriptus*, 14/1.

far as to the line corresponding to the outer limit of the orange bands in var. *circumscripta*; the lower part of the sides paler. Otherwise it looks like var. *circumscripta*; the median row of pale tubercles as usual is most distinct in the contracted animal.

The reproductive organs proved to be in a rudimentary condition, but the pointed bladder of the receptaculum could easily be distinguished.

A single specimen, about 3,5 cms. extended, was found in the garden of the zoological Museum at Toien, Kristiania; I collected it in a heap of decaying leaves, together with var. *circumscripta*.

Very often it will be a matter of judgment as to whether a form is to be designated as a variety or an aberration. Following the definition of PLATE:¹ „eine seltene, stark abweichende Variation, häufig mit patholog. Anstrich“, I am of opinion that in this case it will be most correct to speak of an aberration. The pathological factor is obvious, not only in the total absence of dark pigmentation, but also in the rudimentary reproductive organs.

Distribution. Owing to confusion with other species, especially with *Arion hortensis*, the distribution is difficult to decide; in several countries the statements of its occurrence are doubtful. The most northern locality is 69° N. L. (Kinn, Kvæfjord on Hinnø, where it was collected for me by my friend stud. real. BIRGER BERGERSEN), and towards the south it extends to the Pyrenees and the Alps. It is stated to occur as far as to the Ural mountains in an eastern direction; at any rate it occurs in the neighbourhood of Moscow (SIMROTH 1901).

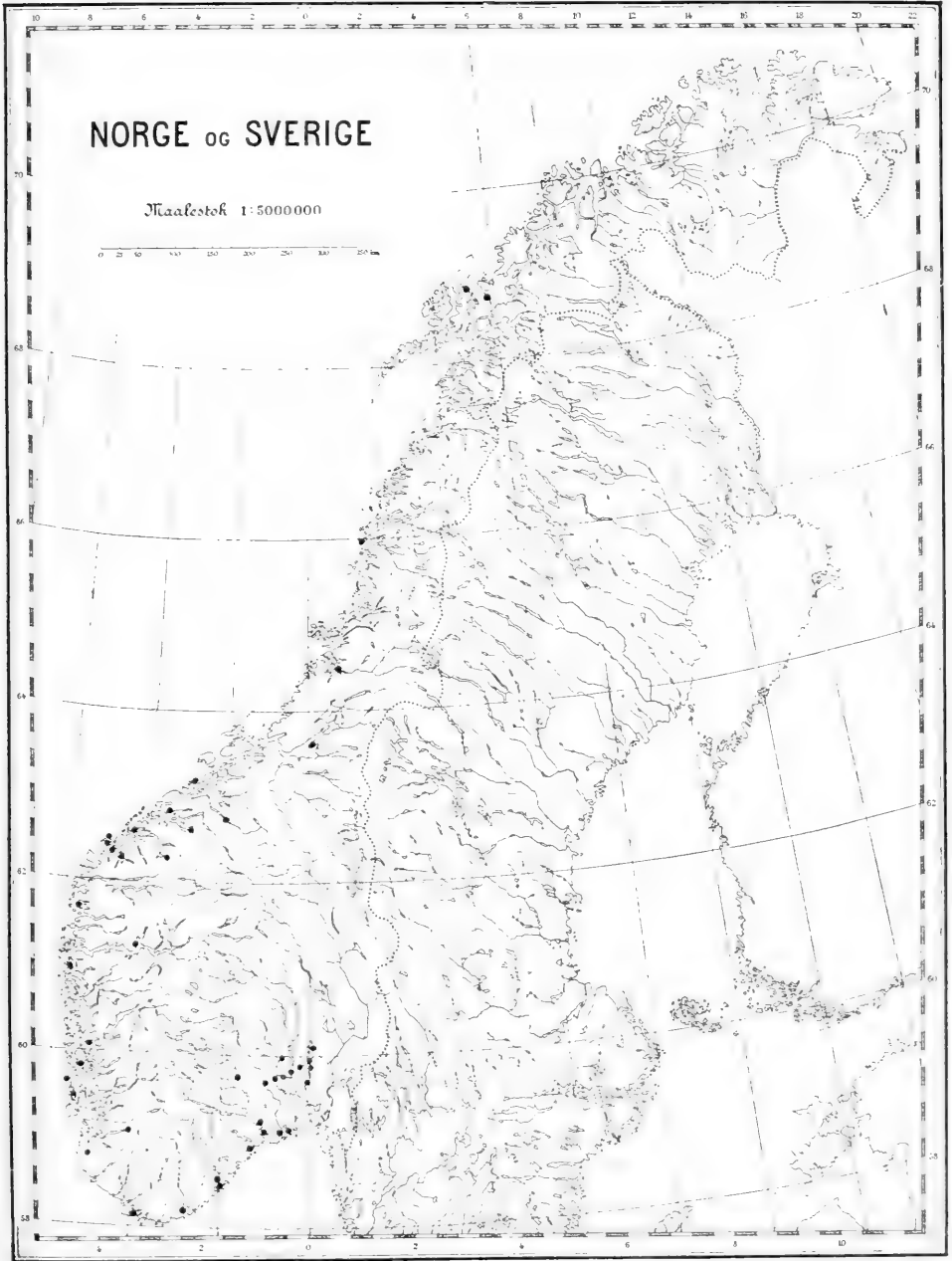
In Sweden the species is found in the southern and the middle counties as far as 64° N. L. (under the name of *Arion hortensis*), and it is very common throughout Denmark. It occurs in the south of Finland and at any rate in Western Russia; in Germany and Austria-Hungary it is recorded in scattered localities, and according to SIMROTH (1890) in Transylvania, being more commonly found in France and especially in the British Isles. It has been found in the Faroes, and has been introduced by man in some places in North America.

In Norway it is chiefly restricted to the coast, almost all localities being situated from the vicinity of the Kristiania and Drammensfjord to Hinnø (map 3).

With regard to the vertical distribution, the greatest elevation at which I have found it has been at Tinnoset in Telemarken, about 200 m. above sea level.

Bionomics. Though *Arion circumscriptus* may be found together with *Arion subfuscus*, yet as a rule these two commonest of the smaller Norwegian species avoid each other. Indeed, *Arion circumscriptus* prefers

¹ „Prinzipien der Systematik mit besonderer Berücksichtigung des Systems der Tiere“, in Kultur der Gegenwart, Teil III. Abteilung IV, 4.



Map. 3. Distribution of *Arion circumscriptus* in Norway.

fields and the edge of foliiferous trees, especially those sensitive to cold („kuldskjære lovtrær“), such as *Corylus Avellana*, *Quercus*, *Tilia parvifolia* and *Ulmus montana*. In these places it may be collected in hundreds under dead leaves, pieces of bark and so on. Not rarely it is found buried several centimetres in the earth, and often appears to hibernate in this position, being found inert, enclosed in earth as soon in spring as the frost in the ground has disappeared; several times I have seen these specimens in an almost vertical position in the earth.

This species, also, has a considerable facility for “spinning” mucus threads from the tail groove, and the young especially may be seen lowering themselves several centimetres in this fashion.

Their food chiefly consists of vegetables, and they may occasionally be found on fungi. But animal food is also accepted, and KÜNKELE reports them as devouring dead snails and slugs.

The congress has very seldom been observed; TAYLOR mentions it to have been seen by E. J. LOWE, according to whom it lasts only for about $\frac{3}{4}$ minute. The spermatophore was unknown until I found it in five specimens collected on the 30th of June at Vestre Aker near Kristiania (for description, see reproductive organs).

The laying has been examined by KÜNKELE; it goes on for two months, and during that time 3—5 hatches are deposited, each of 10—39 eggs, the total number of eggs varying from 104 to 123. They are whitish, always oval shaped, 2,8—3,5 mill. long and 2—3 mill. broad.

As regards development, the investigations of the same author may be briefly quoted. The young are hatched after a period of three weeks or more, according to the temperature, and then appear bluish white, with two dark longitudinal bands on the shield and the back, and with a white stripe along the middle of the back. As the animals mature, the yellow pigmentation appears in var. *circumscripta*, the smallest young of which, however, are difficult to distinguish from var. *nigra*.

They reach maturity in 8—9 months, and live to 12—13 months of age.

According to measurements I have taken of about 800 specimens it is obvious that all sizes are to be found at the same time, irrespective of which period between April and October the collections are made.

Arion hortensis FÉRUSSAC.

1819 *Arion hortensis* FÉRUSSAC, Hist. Moll., p. 65, pl. II, fig. 4—5.

— *Arion hortensis* FÉRUSSAC apud WESTERLUND, Exposé critique, Nova Acta Soc. Upsal., p. 35 (1871).

— — — — — JENSEN, Indberetning (1872).

— — — — — ESMARK, Journ. of Conch., vol. 5, p. 103 (1886).

Diagnosis. External characters: body slender, about 4 cms. long. Colour bluish dark in the young, dark brown in fully developed individuals; foot-sole orange. Lateral bands black, on the shield they run close to the edge, at the highest with a narrow pale line outside.

Jaw: similar to *Arion circumscriptus*, but often of a uniform, slightly paler yellow colour; from about 6 to 12 slender, partially indistinct ribs.

Radula: often very similar to that of *Arion subfuscus* and *Arion circumscriptus*, but can often be identified by the single cusp of the inner marginal teeth (no ectocone).

Reproductive organs: the lower half of the oviduct conically dilated, its whole length about the same as vas deferens + epiphallus. The latter conical, with a distal bulbous enlargement.

Historical systematics. In spite of its rather characteristic appearance, this species has been confused with others. In Scandinavia even recently this name was applied to *Arion circumscriptus*, though in reality *Arion hortensis* occurs only in a few, scattered localities. In Norway, for instance, all the collections of O. S. JENSEN, BIRGITHE ESMARK and Z. A. HOYER preserved in the zoological Museum at Tøien, are defined and for the greater part published as *Arion hortensis*. At a later period this species was recorded as common in the neighbourhood of Kragerø by TIDEMAND-

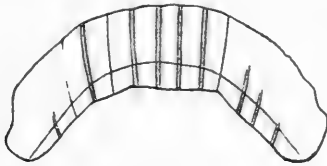


Fig. 35.

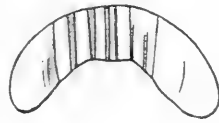


Fig. 36.

Jaw of *Arion hortensis*, 34/1. Jaw of young *Arion hortensis*, 34/1.

RUUD (1898), a statement which perhaps needs verifying. As a matter of fact, however, after I happened to find it in several places, the species proves to occur in Norway only in quite restricted localities, such as in certain parks, even if there very numerous.

Description. External characters (fig. 1 and Pl. I, 7).

When extended the slender body of this species differs considerably from the other, more clumsy Norwegian *Arions*. It attains a length of about 4 cms. The colour in the fully developed specimens is of a peculiar darkish brown, owing to the narrow yellow tubercles combined with the dark ground colour; in alcohol, however, they turn bluish black like the living younger specimens. Generally there is a narrow paler stripe inside each of the black lateral bands; the sides may either be pale, or, more rarely, with the same black pigmentation as the lateral bands.

An excellent character is afforded by the orange foot-sole, the intensity of the colour, however, varying in the same individual. At any rate in Norwegian specimens the middle longitudinal part of the foot-sole is often pale.

When preserved in alcohol this species is often very similar to *Arion circumscriptus*, especially as to its var. *nigra*, and then the course of the shield bands is a most valuable criterion, in any case always reliable in Norwegian

specimens. They are situated close to the edge of the shield, at the highest separated from the margin by a narrow pale stripe, while in the other species they form a curve over the respiratory orifice (fig. 1).

The jaw (fig. 35—36) is about one mill. broad, semilunar, but with varying outlines; the middle part of the concavity is often slightly convex. As a rule the colour is pale amber, in old specimens not rarely with a faint brownish tinge at the lower edge.

The number of ribs is about 6—12, but as some of them may be indistinct, it may be difficult to determine the exact number. The jaw is scarcely distinguishable with any certainty from that of *Arion circumscriptus*.

The radula (fig. 37—39) has a length of about 3 mill., but presents too great a likeness to that of *Arion subfuscus* and *Arion circumscriptus* to

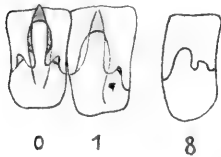


Fig. 37.

Fig. 38.

Radular teeth of *Arion hortensis*, 400 μ . Radular teeth of *Arion hortensis*, 400 μ .

admit always of an undoubted identification of the species. With relative ease it may be distinguished from the first, the mesocone of its median tooth having distinct secondary cusps, and further by observing that the inner marginal teeth very often have no ectocone. When present, the latter character in most cases indicates a difference from *Arion circumscriptus*, but, to judge from the figure in TAYLOR'S Monograph, this species, too, may sometimes have a single cusp in the inner marginal teeth.



(abnormal).

Fig. 39. Radular teeth of *Arion hortensis*, with abnormality, 400 μ .

As will be seen from the figures, the teeth show small variations in their shape, *e. g.* in the length of the distance from the anterior edge of the basal plate to the outer base of the ectocone. — Abnormalities, also, are found (fig. 39).

Reproductive organs (fig. 40—41). In spite of a certain degree of variation, these are most characteristic, at any rate in the Norwegian stocks, the specific characters, as usual, being found in the lower parts of the organs. The *ovispermatoduct* (*o-sp.-d.*) divides into two tubes of about equal length: one is the *oviduct* (*o.*), which in its upper half is slender, but then dilates conically, the other the slender *vas deferens* (*v. d.*) and the *epiphallus* (*ep.*); the latter, too, dilates downwards and has a bulbous

enlargement where it joins the atrium, being less voluminous, however, than the lower half of the oviduct.

The *receptaculum* (*rec.*) in Norwegian specimens as a rule has a fragile bladder with irregular outlines, attached to a short stalk. The genital *retractor* (*retr.*) is of different development, presenting all transitions from quite separate branches for the oviduct and for the receptaculum (fig. 40), to a perfect fusion in the first part of the components (fig. 41). The shape

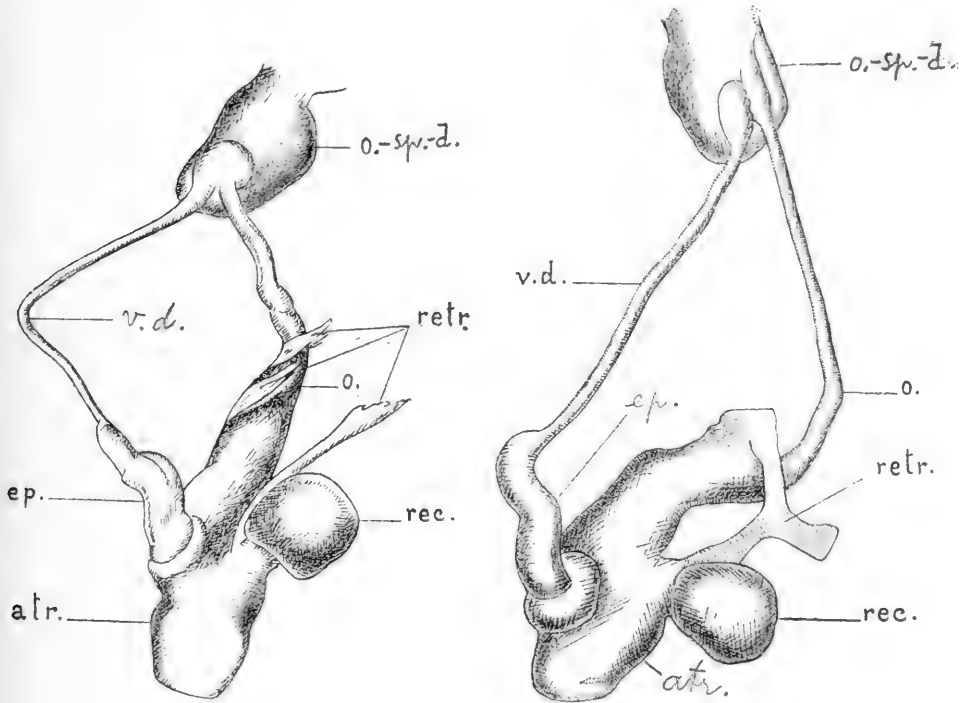


Fig. 40—41. Lower parts of reproductive organs of *Arion hortensis*, 7/1.

atr. atrium genitale, *ep.* epiphallus, *o.* oviduct, *o.-sp.-d.* ovispermatoduct, *rec.* receptaculum, *retr.* retractor, *v. d.* vas deferens.

of the *atrium* (*atr.*) varies too, sometimes divided by a transverse constriction (fig. 40), sometimes undivided (fig. 41), with intermediate forms between these extremes. Powerful retractors inserate at the upper part of the atrium.

The *spermatophore* is said to be short and stout, with no denticles.

Variation. With regard to the inner characters, the variation has been mentioned under the description of the jaw, the radula and the reproductive organs. On account of the differing colour several varieties have been created. In Norway, however, only a single one occurs. But even in this the intensity of the colour of the back, the sides and the foot-sole may somewhat differ between one specimen and another; the lateral bands, for example, may be proportionally narrow or extend more or less

down the sides, sometimes even so far as to produce an animal with quite black sides.

Distribution. As a result of confusion with other species, especially with *Arion circumscriptus*, the range of this species cannot be fixed with desirable certainty. Several times before I have pointed out how authors of the last century erroneously recorded it as common in large parts of Scandinavia, and, relying on these statements, TAYLOR in his admirable Monograph has given a quite false map of its distribution.

The most northern locality of the species is about 63° N. L., as I have found it in the neighbourhood of Kristiansund; in the south it occurs in the Pyrenean Peninsula and in Italy. There are a few localities in the eastern parts of central Europe, *viz.* in western Russia and, more to the south, about as far as to the Danube. Otherwise the species is most common in central Europe and in the British Isles; further it occurs in the Faroes and has been introduced by man into St. Helena, (according to HEYNEMANN 1906), and into North America.

With regard to Scandinavia the species must preliminarily be struck out in the case of Sweden (WESTERLUND 1904), but has been recorded from Denmark in some places in Jutland and Seeland (STEENBERG).

In Norway (map 4) it was stated by TIDEMAND-RUUD to occur at Kragerø, as was briefly mentioned under "Historical Systematics". I have since collected it at Tøien and V. Aker (Kristiania), and at Kristiansund, Molde, Aalesund and Florø. The scattered localities in Scandinavia give the impression that the species has been introduced by man, a possibility which is strengthened by its habits of life.

Bionomics. The specific name (*hortensis* — garden) is quite characteristic, this form being especially found in gardens, parks etc. In such localities it occurs in great numbers, and, therefore, may easily be transported to other places with decorative or utility plants. Owing to its great numbers it is said to be rather injurious to gardens; according to TAYLOR it devours many kinds of vegetables, from decaying vegetation to roots and stems.

As regards congress the same author quotes the observations of E. J. LOWE, to the effect that this only occupies little more than half a minute. The animals are mature at an age of 4—7 months, according to KÜNKEL, whose examinations may be summed up as to reproduction and development. The laying extends over a period of about 2—3 months, and in 5—8 hatches, each containing 12—80 eggs, 158—203 eggs are deposited. These are whitish and transparent, but later on grow yellow and opaque; the shape is always oval, with a length of 2,5—3,5 mill., and a breadth of 2—2,5 mill.

According to the temperature the young are hatched after a period of three weeks or more, being of a bluish white colour; from the description it seems as if the lateral bands are absent. During growth, how-



Map. 4. Distribution of *Arion hortensis* in Norway.

ever, these become very conspicuous, and the pale bluish colour changes to a darker bluish grey; gradually the sharp keel on the posterior part of the back dissappears. At an age of five months, the animals have obtained the colour of the adult, the orange mucus then usually converting the bluish grey ground colour to a dark brownish colour.

Arion intermedius (NORMAND).

1852 *Limax intermedius* NORMAND, Descr. Limac. nouv., p. 6.

1885 *Arion minimus* SIMROTH, Zeitschr. wissensch. Zool., p. 289, pl. VII, fig. 41.

Diagnosis. External characters: 2—2½ cms. long, white or pale yellowish grey, often with some minute black points in the anterior part of the foot furrow. In the living, contracted animal the tubercles look like little spikes, otherwise like flat, almost regular hexagons. Foot-sole yellow. Indistinct lateral bands, the right shield band with an enlargement enclosing the respiratory orifice.

Jaw: not to be distinguished from that of the two preceding species, at any rate in the Norwegian stock; greatly varying, with 5—10 ribs.

Radula: the median tooth has its mesocone excessively constricted at the base, and the length of its lateral cusps is equal with or a slightly greater than the distance from the outer anterior corner of the basal plate to the foremost point of the lateral cusp.

Reproductive organs: varying greatly, but the stalk of the receptaculum always with a basal enlargement, and the oviduct equal throughout, shorter than vas deferens + epiphallus. The Norwegian stock has the genital retractor powerfully developed, the epiphallus with a marked transition from the vas deferens, and (in adults) an almost spherical atrium opening in the prolongation of the split to the respiratory orifice.

Historical systematics. The species is now grouped with some small species from southern Europe, forming the subgenus *Ariunculus*. However, as a result of my disquisition this has been proved to be erroneous, and the subgenus *Ariunculus* should be rejected.

The group of this name was originally created as a genus to include three new species from Piedmont (LESSONA 1881). The only generic character distinguishing it from *Arion* was said to be the position of the genital aperture, which, instead of being placed close under the respiratory orifice, was situated far more anteriorly, nearer to the right ommatophore than to the respiratory orifice. Some other features were mentioned, too, but the author adds that he does not attach so much importance to them.¹

¹ It may be advisable to quote the original description:

„*Ariunculus* mihi gen. nov.

In tutto simile all' *Arion* fuorchè nella posizione dell'orifizio sessuale che invece di essere presso l'apertura polmonare, è sul lato destro del collo all' altezza del tentaculo oculifero e più vicino a questo che all'apertura polmonare.“ (Pag. 193).

„Riassumendo ora i caratteri anatomici interni nei quali il mio genere *Ariunculus* si distingue dagli *Arion*, mi sembra si possano stabilire i seguenti. Nell'apparato riproduttore: 1° la borsa copulatrice che sbossa non in prossimità della guaina della verga; 2° la guaina della verga non distinta dal canale deferente; 3° la matrice con due

However, the groupe *Ariunculus* has not been accepted as a genus, but has been given the rank of a subgenus, and later on *Arion intermedius* owing to the position of its *orificium genitale* was placed here. But from the anatomy of the Norwegian stock recently discovered, it is evident that this character is not constant even in the same species. The fact is that the descriptions of *Arion intermedius* in other countries state the genital aperture to be situated anterior to the respiratory orifice¹, often at the same distance from the latter as from the base of the right ommatophore, while in all Norwegian specimens it was close to the split of the respiratory orifice (fig. 1). How little systematic value this original generic character has is obvious, also, from the position of the genital porus in *Arion circumscriptus*. In this species all Norwegian specimens examined had the latter at a considerable distance before the respiratory orifice (fig. 1), a point that has perhaps been overlooked in the foreign stocks. Consequently, the position of *orificium genitale* perhaps varies also in this species.

This degradation of a character, at first interpreted as a generic one, is a rather instructive example of the variation in the *Arions*, proving how a closer investigation will often discover connecting links between types that at first were considered to be quite separate.

As regards the historic systematics of the species, it may be mentioned that SIMROTH (1885) gave a description of it under the significant and much applied name, *Arion minimus* (*minimus* — smallest), but rejected it, in 1907, admitting that the name of NORMAND had priority, the latter author having designated the species as *Limax intermedius* (*intermedius* — intermediate) as early as 1852.

Description. External characters (fig. 1 and Pl. I, 8).

Arion intermedius is the smallest of the Norwegian *Arions*, never measuring more than 2½ cms. fully extended; generally it is not even so long. The colour is from white to pale yellowish grey, with the back and the head a little darker, the ommatophores especially having a dark pigmentation. In that respect it may be rather like the young of *Arion ater*, but there are good external characters which prevent confusion. In the living animal it is most peculiar that, when contracted, the tubercles look like small spikes; further the foot-sole is yellow. In alcohol material, however, both characters will be found at fault, and the following should then be looked for. Very often there are some little black points in the anterior

anse ben distinte. Nella mandibola vediamo che l'Ariunculus ha solo la parte centrale munita di coste ben distinte, mentre negli Arion le coste la occupano quasi interamente. A queste differenze anatomiche io non do un peso eccessivo, ma avendole notate in tutto tre le specie che compongono il mio nuovo genere ho creduto bene di metterle in evidenza." (Pag. 196).

¹ Vide the Monograph of TAYLOR, p. 241. Perhaps the German stock more resembles that of Norway, to judge from SIMROTH (1885, p. 290): „In einem Falle konstatierte ich freilich die unmittelbare Nachbarschaft von Athemloch und Genitalporus“.

part of the foot furrow, quite easily distinguishable under a lens; sometimes, however, they are not present. The tubercles are less extended than in other species, especially on the sides, forming almost regular hexagons. Rather useful for the purpose of determination I have found to be the single row of yellowish white tubercles directly over the foot-fringe and parallel to the latter; this may also be present in the young of *Arion ater*, but in that case with several similar rows on the upper side.

Lastly there are the often indistinct shield-bands (fig. 1), the right one enlarging and enclosing the respiratory orifice, a character that at any rate in Norwegian specimens is most constant and facilitates determination.

The jaw (fig. 42—43) varies very much. It is about one mill. broad, semilunar, with sometimes convex median part of the concave cutting edge,

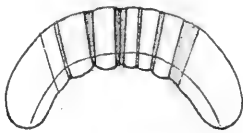


Fig. 42.

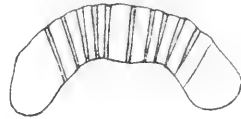
Jaw of *Arion intermedius*, 34/1.

Fig. 43.

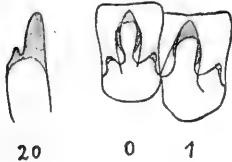
Jaw of *Arion intermedius*, 34/1.

Fig. 44.

Radular teeth of *Arion intermedius*, 400/1.

Fig. 45.

Radular teeth of *Arion intermedius*, 400/1.

of a yellowish brown colour, often darker in the lower part. The ribs are present to the number of 5—10, varying considerably in breadth. The Norwegian stock has a jaw of the common generic type, it being impossible to distinguish it from that of the two preceding species. Very remarkable, therefore, is the fact that foreign stocks present a quite different type of jaw (TAYLOR 1907, STEENBERG 1911), the whole extent of the anterior surface being occupied by exceedingly broad, close set ribs; as appears from the figure in TAYLOR'S Monograph, their breadth is at least equal to their vertical extent.

The radula (fig. 44—45) measures 2—3 mill. In spite of a considerable variation it seems that an identification of the species is always possible in Norwegian specimens, owing to the shape of the median tooth; the mesocone is here highly constricted at the base and as a rule is longer than the distance from its base to the anterior edge of the basal plate. Added to this, the length of the lateral cusp is equal to, or generally a

little greater, than the distance from the outer, anterior corner of the basal plate to the most anterior point of the lateral cusp.

Reproductive organs (fig. 46) in the Norwegian stock are rather different from those in other countries. While the *oviduct* (*o.*) is always of equal breadth and very short (shorter than *vas deferens* + *epiphallus*), the *epiphallus* (*ep.*) of Norwegian specimens is stouter and with a more marked transition from *vas deferens* (*v. d.*) than in foreign stocks. The *receptaculum* (*rec.*) generally has an oval bladder, a little flattened from both sides, the stalk in full grown Norwegian specimens being shorter than in the stocks of other countries, but in all cases with a basal enlargement.

All the Norwegian specimens examined have a powerfully developed genital *retractor* (*retr.*), shaped like a glossy ribbon of equal breadth, dividing into three branches: a slender one (α in the figure) to the oviduct, where its point of insertion varies from a little above the middle and downwards, a second one for the stalk of the receptaculum, and a third (β) parallel to the oviduct and inserting on the atrium at the base of the epiphallus.

The genital *atrium* (*atr.*) as usual is flattened in younger individuals, presenting almost rectangular outlines; such are as a rule the figures of the forms in other countries. The Norwegian specimens, however, when full grown have a shorter, more globular atrium. *Orificium genitale* as stated in the previous section, in the Norwegian stock is situated in the prolongation of the split to the respiratory aperture, not anteriorly. The *spermatophore* has never been seen.

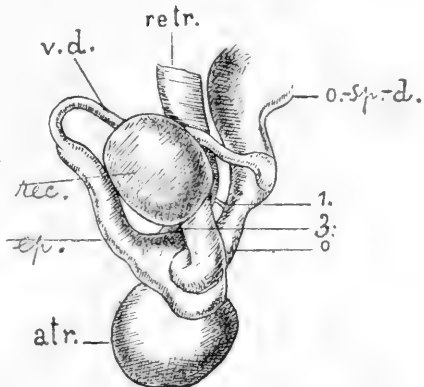


Fig. 46. Lower parts of the reproductive organs of *Arion intermedius*, 7/11.

atr. atrium genitale, *ep.* epiphallus, *o.* oviduct, *o.-sp.-d.* ovispermatoduct, *rec.* receptaculum, *retr.* retractor, *v. d.* vas deferens.

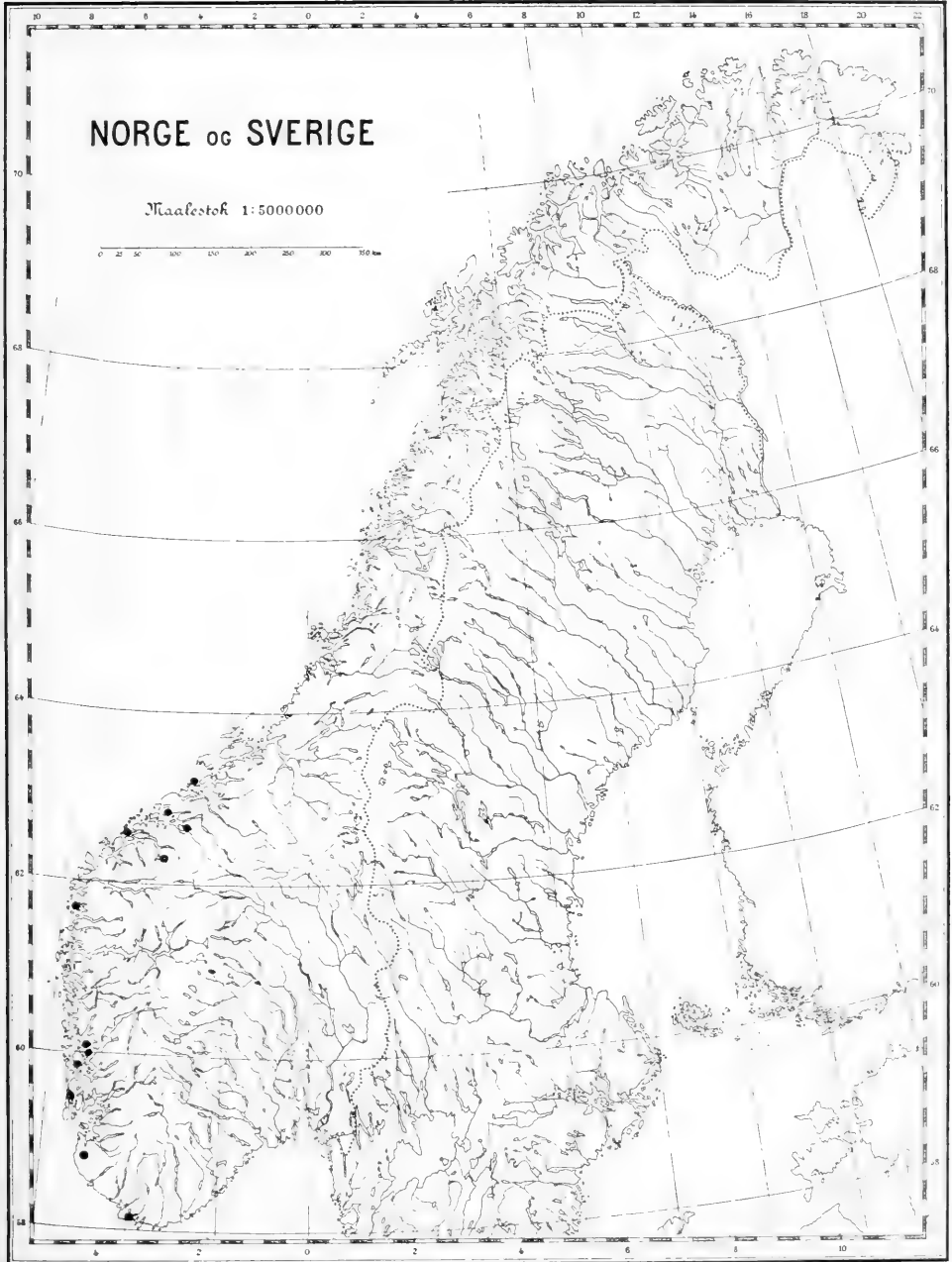
Variation. The species is not remarkable for its variation of external characters. Norway for instance only possesses a single form. All the more interesting therefore are the anatomical peculiarities mentioned above, in several respects separating the Norwegian stock from others. However, I do not consider it advisable to designate it as a distinct variety, owing to following considerations. First, because all species of this genus vary to an extent that often make possible the finding of connecting shapes when these are sought for, especially in respect of the reproductive organs; and the previously quoted statement of SIMROTH (p. 47, foot-note) even indicates the existence of transitional forms. Secondly, in such a group as this I think it is best to avoid varieties based chiefly on internal characters, if other arguments tend to support that point of view.

Distribution. As malacologists for a long time were not aware of this species, the knowledge of its distribution is very deficient. In the north it has been found at about 64° N. L. in Finland, and in the south there are scattered localities in the Pyrenean Peninsula and in Italy. It is common in the British Isles, in France especially in the western and northern parts (Germain 1913), and is recorded in Germany, Switzerland, Bohemia (according to Babor and Novak, 1909) and the middle of Finland. In Sweden it is unknown, but in Denmark it occurs in several localities in Jutland and Seeland (STEENBERG 1913). It is also recorded in the Faroes and the Azores, and even in South Africa and New-Zealand.

The species has not previously been observed in Norway, but I have now registered its occurrence on the west coast of the country, between Kristiansund and Farsund, just in those parts where slugs and snails have been searched for to a far less degree than for instance in the southern and the greater parts of the eastern regions of the country (map 5). Therefore, the conclusion must be that it is in fact restricted to the west coast; it belongs to those "Atlantic" species of plants and animals which are to be found in this mild and damp climate.

Bionomics. On the outskirts of woods and in the open country *Arion intermedius* is to be found under decaying leaves, in moss or under wood, often forming a peculiar little spiked hemisphere. According to TAYLOR it is omnivorous, but chiefly feeds on vegetables, and especially on fungi.

The congress has not been observed; with regard to reproduction and development the careful examinations of KÜNDEL may be quoted also in reference to this species. At an age of 7—9½ months the animal is mature; the laying begins in July or August and goes on for about two months, the number of hatches during this period being 6—10, with 12—30 eggs in each, and the total number of eggs varying between 106—165. These are laid in moss or in the earth, and are proportionally large, either globular with a diameter of 2 mill. or oval with the same length and a breadth of 1,5 mill. They are semi-transparent and white. — When the eggs are at least 17 days old, the young are hatched, being first whitish with violet ommatophores. In contrast to this statement, however, TAYLOR quotes SCHARFF and GAIN to the effect that the colour may first be light red, dark green or yellow, gradually changing to pale grey as the animals increase in bulk.



Map. 5. Distribution of *Arion intermedius* in Norway.

SUMMARY OF RESULTS.

General results.

In the Norwegian stocks at least, the course of the shield bands has proved to be most constant in each species, of greater value for the purpose of determination than most other external characters (especially in fixed material); it would be advisable to submit the foreign stocks to a renewed examination on this point (p. 11—12, fig. 1).

With regard to internal characters the variation of the jaw, the radula and above all of the reproductive organs was a general feature (*vide* descriptions and figures in the text).

In all species the distribution was revised (*vide* text, maps and appendix).

Results in Arion ater.

Var. *castanea*. In addition to the vague statement of FRIELE (1853) this variety has been found later at Balestrand in Sogn and at Breviksstranden in Romsdalen.

Var. *rufa* previously was recorded by FRIELE (1853) from Sverresborg in Bergen, perhaps as introduced; it very likely remained there, anyhow for several years, and probably found in that place by KYRRE GREPP about 1890.

Var. *albolateralis* ROEBUCK is to be rejected for var. *media* JENSEN, a variety at first found in the neighbourhood of Bergen, later on at Sagvaag on Stordöen, being apparently restricted to the western coast of Norway (p. 19).

The northern limit of the species is Ribbenesö, 70° N. L. (p. 20), and in Norway it ascends to a height of 850 m. above the sea level (Opset station, Bergensbanen).

The parasitic nematode *Leptodera appendiculata* SCHNEIDER, new to the fauna of Norway, has been found in animals from Osteröen near Bergen and from Tromöen near Arendal (p. 22).

Results in Arion subfuscus.

The shape of the receptaculum sometimes approaches that of *Arion circumscriptus*, presenting indications of a pointed end (fig. 21).

Var. *pegorarii* LESS. et POLL. is to be rejected for var. *quadrifasciata* JENSEN (p. 28).

Var. *media* JENSEN should be rejected; without doubt there is a confusion with the young of *Arion ater* (p. 28, foot-note).

In Norway the species has been found up to 1250 m. above sea level, in large specimens up to a length of 7—8 cms. (Finse station, Bergensbanen).

Results in Arion circumscriptus.

Arion hortensis of BIRGITHE ESMARK and of O. S. JENSEN (as of WESTERLUND) in reality is *Arion circumscriptus* (p. 32).

As regards the reproductive organs the following facts should be mentioned: the receptaculum may have all transitions in the shape of the bladder between those with a marked appendix to those where no rudiments of the latter are to be seen (fig. 26—33); the branch of the retractor for the oviduct may be absent, as a rule, however, being represented by one or a few slender fibres (fig. 26—28, 31, 33). The best specific character is the long, ribbon-shaped atrium (fig. 26—28). In the Norwegian stock *orificium genitale* is situated a little anterior to the split leading to the respiratory aperture (fig. 1). The spermatophore has now been found (p. 36, fig. 34).

Var. *nigra* nov. var. Animal dark grey to bluish black; the back, and especially the shield, with little black points. Mucus on the lower part of the sides milky white. Occuring together with var. *circumscripta* nom. nov. in many localities (p. 37, Pl. I, 5).

Ab. *flava* nov. ab. Pale yellow, lowest part of the sides pale. A single specimen at Tøien, Kristiania (p. 37, Pl. I, 6).

The most northern locality of the species is Kinn, Kvæfjord on Hinnø (p. 38).

The measurement of about 800 living specimens proved that all stages of development occur simultaneously throughout the year; only three of them were as large as about 5 cms.

Results in Arion hortensis.

The genital retractor may arise as a continuous muscle or be separated in branches. The genital atrium is either more or less transversally constricted or practically with no transverse furrow (p. 43, fig. 40—41).

The northern limit of the species is now known to be Kristiansund, about 63 north. lat. Other reliable Norwegian localities are: Molde, Aalesund, Florø and Kristiania (p. 44); all the previous statements of its occurrence in Norway are false or uncertain.

Results in Arion intermedius.

In the Norwegian stock the genital orifice is situated in the prolongation of the split to the respiratory aperture, in contrast to the foreign ones, where it is described as having a far more anterior position. Accord-

ingly, the sub-genus *Ariunculus*, based upon the anterior position of *orificium genitale* and to which *Arion intermedius* has been counted as belonging, must be rejected, the said character not even being constant in the same species (p. 46—47). This conclusion is supported by the fact, that at any rate in the Norwegian stock of *Arion circumscriptus*, i. e. in a typical *Arion*, the genital orifice has an advanced position (p. 36; fig. 1).

The Norwegian stock of *Arion intermedius* has a powerful genital retractor and the epiphallus with a marked transition from the vas deferens (fig. 46). The jaw is of the common generic type, in contrast to what is stated in regard to foreign specimens (p. 48, fig. 42—43).

The species is new to Norwegian fauna, being found on the west coast between Kristiansund and Farsund (map. 5).

APPENDIX TO MAPS.

(The localities which have not previously been published, chiefly the author's own discoveries, are marked *, those referred to in literature and confirmed by new collections are marked **).

1. *Arion ater* (L.).

Østfold fylke (Smaalenenes amt). Not recorded.

Akershus fylke. Kristiania.** Asker:* var. *atra* and var. *alba*.

Hedemark fylke. Not recorded.

Opland fylke (Kristians amt). Not recorded.

Buskerud fylke. Kimerud (Modum): var. *alba*.

Vestfold fylke (Jarlsberg og Larvik amt). Horten.* Tönsberg: var. *alba*. Sandefjord.* Tjölling:* var. *alba*, *marginata*. Larvik: var. *alba*** and var. *marginella*.

Telemark fylke (Bratsberg amt). Langesund: var. *alba*. Brevik: var. *alba*, *marginata*. Porsgrund: var. *atra* and var. *alba*, *marginata**. Skien: var. *alba*. Bamle: var. *alba*, *marginata*. Kragerö: var. *atra* and var. *alba*.

Aust-Agder fylke (Nedenes amt). Næs iron-works: var. *cinereo-nebulosa* JENSEN. Arendal:** var. *atra* and var. *alba*. Tromö.* Öiestad:* var. *atra* and var. *alba*, *simplex*. Froland.* Austad* and Bykle* (Sætersdalen).

Vest-Agder fylke (Lister og Mandals amt). Kristiansand:* var. *atra*, var. *alba simplex* and var. *alba marginata*. Farsund.* Spind.*

Rogaland fylke (Stavanger amt). Time.* Stavanger: var. *nigro-punctata* MALM. Lyse:* var. *atra* and var. *alba*, *marginata*. Haugesund.* Fördesfjorden.*

Hordaland fylke (Søndre Bergenhus amt). Espevær.* Sagvaag* (Stordöen): var. *atra* and var. *media* JENSEN. Onarheim* and Lunde* (Tysnesöen). Strandebarm:* var. *nigro-punctata* MALM? Os:* var. *alba*. Bergen: var. *atra*** , var. *rufa*** var. *alba*** , var. *media* JENSEN, var. *marginella*. Hammer* (Osteröen). Voss.* Opset.*

Sogn og Fjordane fylke (Nordre Bergenhus amt). Skjerjehavn.* Vadheim.* Balestrand:* var. *atra*, var. *castanea* and var. *alba*, *marginata*. Böium* (Fjærlandsfjord). Florö:* var. *atra* and var. *alba*, *marginata*. Indvik* (Nordfjord).

Møre fylke (Romsdals amt). Rundö.* Bergsö.* Leikanger* (Gurskö). Volden.* Aalesund.* Norangsdalen.* Hellesylt.* Geiranger.* Molde:* var. *atra*, var. *alba*, *marginata* and var. *alba*, *elegans*. Breviksstranden* (Romsdalsfjord): var. *atra*, var. *castanea* and var. *alba*, *elegans*. Aandalsnes.* Horjem* (Romsdalen). Kristiansund.* Sundalen.* Torske*. (Sundalen).

Sör-Trøndelag fylke (Søndre Trondhjems amt). Trondhjem. Sandö.* (Fröene).

Nord-Trøndelag fylke (Nordre Trondhjems amt). Not recorded.

Nordland fylke. Vega.* Grönö.

Troms fylke. Kinn* (Kvæfjord on Hinnö). Tromsö.* Ribbenesö.*

Finnmark fylke. Not recorded.

2. *Arion subfuscus* (DRAP.).

Östfold fylke. Fredrikstad.*

Akershus fylke. Dröbak.* Malmöen.* Asker.* Ostöen.* Bygdö.* Kristiania.** Mnabru.* Tryvandenene.* Braaten* (Hakedal). Sandungen.* Eidsvold.*

Hedemark fylke. Kongsvinger.* Roverud.* Helgöen.** Aamot: var. *quadrifasciata* Jensen. Lille Elvedalen. Tönset: var. *atra* and var. *alba* ESMARK.

Oppland fylke. Öier.* Aksjövärd.* Uppermost in Aastadalen.*

Buskerud fylke. Langtangen* (Hurumlandet). Lier. Eker. Fiskum. Diesen and Berg (Modum*). Langbru* (Krokskogen). Krokkleiven. Amundso (Stensfjorden). Hönefos.* Gulsvik.* Aal.* Gjeilo.* Ustaoset.* Bjöberg* (Hemsedal).

Vestfold fylke. Horten.* Sandefjord.* Larvik.

Telemark fylke. Brevik. Tinnoset.* Skaraasen (Rjukan). Kragerö. Tveitsund.* Mjaavatn* (Fyrisdal).

Aust-Agder fylke. Arendal.* Tromö.** Öiestad.* Froland.* Aamli.* Evje.* Bykle.*

Vest-Agder fylke. Kristiansand.* Spind.*

Rogaland fylke. Time.* Lyse.* Haugesund.* Fördesfjorden.*

Hordaland fylke. Sagvaag* (Stordöen). Onarheim* and Lunde* (Tysnesöen). Bergen.** Finse.* Hallingskeid.* Opset.*

Sogn og Fjordane fylke. Vik.* Florö.*

Møre fylke. Rundö.* Leikanger* (Gurskö). Volden.* Aalesund.* Norangsdalen.* Geiranger.* Molde.* Aandalsnes.* Horjem* (Romsdalen). Kristiansund.* Sundalen.*

Sor-Trøndelag fylke. Sylene.

Nord-Trøndelag fylke. Frosta.* Folden.

Nordland fylke. Sydherö. Grötö. Andenes.

Troms fylke. Trondenes. Kinn* (Kvæfjord). Maalselvдалen: var. *alba*. Hillesö. Tromsö: var. *alba*. Ramfjorden. Reinö. Karlsö. Nordfuglö.

Finnmark fylke. Öksfjord. Nordkap. Kistrand. Stabbursnes. Rævenes (Lakselven). Stangenes. Vardö. Vadsö. Nyborg. Kirkenes. Elvenes. Harenes. Jarfjord.

3. *Arion circumscriptus* JOHNSTON.

Akershus fylke. Dröbak:* var. *circumscripta* and var. *nigra*. Malmöen.* Bygdö.* Hakedalen.* Hovedöen.* Asker. Östöen.* Stabæk.* Ullern.* Vestre Aker* and Kristiania:* var. *circumscripta* and var. *nigra* nov. var. Töien* (Kristiania): var. *circumscripta*, var. *nigra* and ab. *flava* nov. ab.

Buskerud fylke. Lier: var. *nigra*.* Eker. Vestfossen. Fiskum. Kongsberg.* Modum.

Vestfold fylke. Sandefjord.* Larvik: var. *circumscripta* and var. *nigra*.*

Telemark fylke. Brevik. Skien. Kragerö. Tinnoset.*

Vest-Agder fylke. Arendal* and Tromö:* var. *circumscripta* and var. *nigra*. Öiestad.* Froland.*

Aust-Agder fylke. Kristiansand.* Spind.* Farsund.*

Rogaland fylke. Time:* var. *circumscripta* and var. *nigra*. Lyse.* Haugesund.* Fördesfjorden.*

Hordaland fylke. Espevær.* Sagvaag* (Stordöen). Lunde.* (Tysnesöen).

Sogn og Fjordane fylke. Skjerjehavn.* Balestrand.* Florö*.

Møre fylke. Rundö.* Bergsö.* Leikanger.* (Gurskö). Volden.* Aalesund.* Geiranger.* Molde.* Aandalsnes.* Kristiansund:* var. *circumscripta* and var. *nigra*. Sundalen.*

Nord-Trøndelag fylke. Frosta:* var. *circumscripta* and var. *nigra*. Namsos.*

Nordland fylke. Herö.*

Tromsö fylke. Trondenes. Kinn.* (Kvæfjord).

4. *Arion hortensis* FÉR.

Akershus fylke. Töien* (Kristiania).

Telemark fylke. Kragerö (?).

Sogn og Fjordane fylke. Florö.*

Møre fylke. Aalesund.* Molde.* Kristiansund.*

5. *Arion intermedius* (NORMAND).

Vest-Agder fylke. Spind.* Farsund.*

Rogaland fylke. Time.* Haugesund.* Fördesfjorden.*

Hordaland fylke. Sagvaag* (Stordöen). Onarheim* and Lunde* (Tysnesöen).

Sogn og Fjordane fylke. Florö.*

Møre fylke. Aalesund.* Geiranger.* Molde.* Breviksstranden* (Romsdalsfjord). Kristiansund.*

LITERATURE CONSULTED.

(The principal works to the study of the Norwegian species are those of TAYLOR, STEENBERG and HEYNEMANN, the papers based upon Norwegian material are chiefly those of ESMARK, JENSEN and WESTERLUND).

1910. ADAMS, LIONEL B. Observations on the Pairing of *Arion ater* (L.). — Journ. of Conch., vol. 13, p. 116—119, 6 fig.
1915. ARLDT, THEODOR. Zur Ausbreitung der Land- und Süßwassermollusken. — Arch. für Naturgesch., Vol. 81 A, Heft 4, p. 16—84.
1909. BABOR, J. und J. NOVAK. Verzeichnis der posttertiären Fauna der böhmischen Weichtiere. — Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges., Vol. 41, p. 118—128.
1878. BINNEY, W. G. The Terrestrial Air-Breathing Mollusks of the United States and the Adjacent Territories of North America. Vol. 5. — Bull. Mus. Comp. Zool., Cambridge, Mass., Vol. 4, p. 1—449. 90 pls.
1890. — A Third Supplement to the Fifth Volume of the Terrest. Air-Br. Moll. Un. St.a. Ad. Terr. — Bull. Mus. Comp. Zool., Cambridge, Mass., Vol. 19, p. 183—226, 11 pls.
1869. BROECK, ERNEST VAN DEN. Observations malacologiques. — Ann. Soc. Mal. de Belgique. vol. 4, p. 81—92, pl. II.
1868. CLAUS, C. Beobachtungen über die Organisation und Fortpflanzung von Leptodera appendiculata. 24 p., 3 pl. — Schriften Ges. Beförd. gesamt. Naturwiss. zu Marburg. Supplement, Heft 3.
1884. CLESSIN, S. Deutsche Excursions-Mollusken-Fauna. 658 p., ill.
1891. COCKERELL, T. D. A. On the Geographical Distribution of Slugs. — Proc. Zool. Soc. of London, p. 214—226.
1897. COLLINGE, WALTER E. On some European Slugs of the Genus *Arion*. — Proc. Zool. Soc. of London, p. 439—450, pl. XXIX—XXXI.
1909. — Colour Variation in some British Slugs. — Journ. of Conch., vol. 12, p. 235—237.
1905. DALL, WILLIAM H. Land and Fresh Water Mollusks of Alaska and Adjoining Regions. 171 p., ill. — Alaska, Vol. XIII.
1880. ESMARK, BIRGITHE. Bidrag til Kundskaben om Udbredelsen af Norges Land- og Ferskvandmollusker i forskjellige Egne af Landet. — Nyt Mag. for Naturv., vol. 25, p. 215—223, 2 fig.
1882. — Land and Freshwater Mollusca in the Arctic Regions of Norway. — Tromsø Mus. Aarsh., vol. 5, p. 93—104, 1 fig.
1883. — Nyt Bidrag til Kundskaben om Norges Land- og Ferskvandmollusker. — Nyt Mag. for Naturv., vol. 27, p. 77—110, 1 pl.
1886. — On the Land and Freshwater Mollusca of Norway. — Journ. of Conch., vol. 5, p. 90—131.
1886. ESMARK, B. og Z. AUG. HOYER. Die Land- und Süßwassermollusken des arktischen Norwegens. — Mal. Blätt., N. F., Vol. 8, p. 84—123.
1853. FRIELE, JOACHIM. Norske Land- og Ferskvands-Mollusker, som findes i Omegnen af Christiania og Bergen. 65 p.

1900. GALLENSTEIN, HANS v. Die Bivalven- und Gastropodenfauna Kärntens, II. — Jahrb. nat. Landes-Mus. Kärnten, vol. 26, p. 1—169.
1913. GERMAIN, LOUIS. Mollusques de la France et des Régions voisines. Vol. 2, 374 p., ill. — Encyclop. scient.
1909. GEYER, D. Unsere Land- und Süßwasser-Mollusken. 155 p., 18 pls.
1900. GOLDFUSS, OTTO. Die Binnenmollusken Mittel-Deutschlands. 320 p.
1906. HEYNEMANN, D. F. Die geographische Verbreitung der Nacktschnecken. — Abh. Senckenberg. nat. Ges., Vol. 30, p. 1—92, ill.
1909. HILBERT, R. Die Molluskenfauna des Nordsamländischen Küstengebiets in Lebensgemeinschaften. — Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges., Vol. 41, p. 35—43.
1872. JENSEN, O. S. Indberetning om en i Sommeren 1870 foretagen Reise i Kristiania og Kr.sands Stift for at undersøge Land- og Ferskvands-Molluskerne samt Iglerne. 43 p., 3 pl.
1902. KEW, H. WALLIS. On the Mucus-Threads of Land-Slugs, Part II. — Journ. of Conch., vol. 10, p. 153—165, fig. 5—7.
1897. KOBELT, W. Studien zur Zoogeographie. Vol. 1, 344 p.
1898. — Studien zur Zoogeographie. Vol. 2, 368 p.
1903. KÜNDEL, KARL. Zur Locomotion unserer Nacktschnecken. — Zool. Anz., Vol. 26, p. 560—566.
1916. — Zur Biologie der Lungenschnecken. 440 p., 1 pl., 48 fig.
1910. LAMS, H. Recherches sur l'œuf d'*Arion empiricorum* (Fér.). — Mém. Acad. Roy. Belgique, 2 sér., Vol. 2, Fasc. 4.
1881. LESSONA, MARIO. Sugli Arion del Piemonte. — Atti R. Accad. Scienze di Torino. Vol. 16, p. 185—197, pl. IV.
1901. LINDHOLM, WILH. A. Beiträge zur Kenntniss der Weichthierfauna Süd-Russlands. — Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges., Vol. 33, p. 161—186.
1914. — Beitrag zur Kenntniss der Molluskenfauna von Littauen. — Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges., Vol. 46, p. 79—80.
1917. LUNDQUIST, G. Norrländska mollusklokaler. — Arkiv för Zool., Vol. 11, nr. 9, p. 1—16.
1901. LUTHER, A. Bidrag till Kännedomen om Land- och Sötvtattengastropodernas Utbredning i Finland. — Acta Soc. Fauna et Flora Fennica, Vol. 20, nr. 3, p. 1—125, 1 map.
1901. — Verzeichnis der Land- und Süßwassermollusken der Umgebung Revals. — Acta Soc. Fauna et Fl. Fenn., Vol. 20, nr. 2, p. 1—16.
1870. MALM, A. W. Skandinaviska Land-Sniglar, Limacina. — Göteborgs Kongl. Vet. Vitt. Samh. Handlingar. Ny Tidsföljd, Vol. 10, p. 26—93.
1876. — Om Arionider och Limacinider i Zoologiska Riksmuseum. — Öfv. Kongl. Vet.-Ak. Förh., p. 73—80.
1857. MARTENS, ED. v. Über die Binnenmollusken des mittleren und südlichen Norwegens. — Mal. Blätt., Vol. 3, p. 69—117.
1881. — Vorlegung einiger von den Gebrüdern KRAUSE im nördlichen Norwegen gesammelten Landschnecken. — Ber. Ges. nat. Freunde zu Berlin, p. 34—42.
1913. MÜLLER, EUGEN. *Arion subfuscus* DRAP. und seine Nahrung. — Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges., vol. 45, p. 181—182.
1867. MÖRCH, OTTO A. L. Faunula Molluscorum Insularum Faeroensium. — Naturh. For. Vid. Medd., p. 67—111.
- 1868.a — On the Land and Fresh-Water Mollusca of Greenland. — Amer. Journ. of Conch., p. 25—40.
1868. — On the Land and Fresh-Water Mollusca of Iceland. — Amer. Journ. of Conch., p. 41—45.
1913. NOBRE, AUGUSTO. Moluscos de Portugal, vol. 1, 2^o Fasc. — Soc. Port. Sciênc. Nat., p. 129—343.
1908. PETRBOK, J. Beitrag zur Kenntniss der Molluskenfauna von Böhmen. — Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges., Vol. 40, p. 178—179.

1898. PILSBRY, HENRY A. and E. G. VANATTA. Revision of the North American Slugs: *Binneya*, *Hemphillia*, *Hesperarion*, *Prophysaon* and *Anadenulus*. Proc. Acad. Nat. Scienc. Phil., p. 219—261, pl. IX—XVI.
1898. PILSBRY, HENRY A. Phylogeny of the genera of Arionidae. — Proc. Mal. Soc. of London, Vol. 3, p. 94—104, 1 pl. (Ref. in Zool. Centralbl., Vol. 5, p. 647).
1890. POLLONERA, CARLO. Recensement des Arionidae de la Région Paléarctique. 42 p. Boll. Mus. Zool. Anat. comp. R. Univ. di Torino, Vol. 5, nr. 87.
1909. — Note Malacologiche. 17 p., 1 pl. Boll. Mus. Zool. Anat. comp. R. Univ. di Torino, Vol. 24, nr. 608.
1898. POSSELT, HENR. J. Conspectus Faunae Groenlandicae. Brachiopoda et Mollusca. 298 p., 2 pls., 1 map. — Medd. om Grönland, Vol. 23.
1903. ROSEN, O. von. Zur Kenntnis der Molluskenfauna der Stadt Charkow und ihrer nächsten Umgebungen. — Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges. Vol., 35, p. 152—153.
1907. — Beitrag zur Kenntnis der Molluskenfauna Russlands. — Nachr.-bl. Deutsch. Mal. Ges., Vol. 49, p. 140—150.
1898. RUUD, JOH. TIDEMAND. Land- og ferskvandsmollusker i Kragerø omegn. — Nyt Mag. for Naturv., Vol. 34, p. 241—248.
1878. SARS, G. O. Bidrag til Kundskaben om Norges arktiske Fauna. I. Mollusca Regionis arcticae Norvegiae, 466 p., 52 pls.
1885. SCHNEIDER, J. SPARRE. Nordfuglo, en zoologisk skisse. — Tromsø Mus. Aarsberetn. for 1884, p. 17—37.
1888. — Dyrlivet på vore havskjær. En zoologisk udflugt til Hillesø juni 1887. — Tromsø Mus. Aarsberetn. for 1887, p. 17—34.
1906. — Sydhero. Et lidet bidrag til kundskaben om den arktiske skjærgaards malakologiske og entomologiske fauna. — Tromsø Mus. Aarsb., vol. 27, p. 170—205.
1913. SIKES, F. H. The Non-Marine Mollusca of Iceland. — Journ. of Conch., Vol. 14, p. 54—56.
1885. SIMROTH, HEINRICH. Versuch einer Naturgeschichte der deutschen Nacktschnecken und ihrer europäischen Verwandten. — Zeitschr. wiss. Zool., Vol. 42, p. 203—366, pl. VII—XI.
1890. — Die von Herrn E. von OERTZEN in Griechenland gesammelten Nacktschnecken. — Abh. Senck. Nat. Ges., Vol. 16, p. 4.
1901. — Die Nacktschneckenfauna des Russischen Reiches. 321 p., 27 pls., 17 fig., 10 maps.
1907. — Die Aufklärung der südafrikanischen Nacktschneckenfauna, auf Grund des von Herrn Dr. L. SCHULTZE mitgebrachten Materials. — Zool. Anz., Vol. 31, p. 792—799, 1 fig.
1908. — Mollusca (Weichtiere). Pulmonata, Lungenschnecken. — H. G. BRONN's Klassen und Ordnungen des Tier-Reichs, Vol. 3, Abt. 3, preliminary 736 p., ill.
1913. — Gastropoda. — Handwörterbuch der Naturwissenschaften, Vol. 4, p. 579—609, ill.
1915. — Fauna Færøensis. I. Über die Nacktschnecken der Færøer. 16 p. — Zool. Jahrb. Vol. 39.
1911. STEENBERG, C. M. Bløddyr. I. Landsnegle. — Danmarks Fauna, Vol. 10, 221 p., ill.
1913. — Verzeichnis der Landschnecken Dänemarks. — Nachrichtsbl. deutsch. Mal. Ges., Vol. 45, p. 124—133, 163—170.
1900. TÄUBER, HUGO. Beiträge zur Morphologie der Stylommatophoren. — Ann. mus. zool. acad. imp. sciences de St.-Petersbourg, Vol. 5, p. 373—410, pl. IX—XII.
- 1894—1900. TAYLOR, JOHN W. Monograph of the Land and Freshwater Mollusca of the British Isles. Structural and General Volume. 454 p., ill.
1907. — Testacellidae, Limacidae, Arionidae, 312 p., ill.
1885. TRYÖN, G. W. Manual of Conchology. Second Series: Pulmonata, Vol. 1, 364 p., 60 pls.

1908. VOHLAND, ALBERT. Streifzüge im östlichen Erzgebirge. — *Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges.*, Vol. 40, p. 163—173.
1892. WATSON, R. BOOG. The Relation of the Land and Freshwater Mollusca of the Madeiran Islands, to those known elsewhere. — *Journ. of Conch.*, Vol. 7, p. 1—7.
1911. WENZ, WILH. Fossile Arioniden im Tertiär des Mainzer Beckens. — *Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges.*, Vol. 43, p. 171—178, fig. 1—2.
1871. WESTERLUND, CARL AGARDH. Exposé critique des mollusques de terre et d'eau douce de la Suede et de la Norvège. 200 p. — *Nova Acta Reg. Soc. Scient. Upsaliensis*, ser. 3, Vol. 8.
- 1871—73. — Fauna Molluscorum terrestrium et fluviatilium Sveciae, Norvegiae et Daniae. Sveriges, Norges och Danmarks Land- och Sötvatten-Mollusker. 651 p.
1897. — Synopsis Molluscorum extramarinorum Scandinaviae. — *Acta Soc. Fauna et Flora Fennica*, Vol. 13, nr. 7, p. 1—238.
1904. — Sveriges, Norges, Danmarks och Finlands Land- och Sötvatten-Mollusker. Exkursionsfauna. Tillägg. 48 p.
1914. WOHLBEREDT, OTTO. Die Mollusken der Balkanländer. — *Nachrichtsbl. Deutsch. Mal. Ges.*, Vol. 46, p. 81—85.
1893. WOTTON, F. W. The Life-History of *Arion ater* and its Power of Self-fertilisation. — *Journ. of Conch.*, Vol. 7, p. 158—167.
-

EXPLANATION OF PLATE.

1. *Arion ater* (L.) var. *atra*, ♀1.
 2. and 3. *Arion subfuscus* (DRAP.), ♀1.
 4. *Arion circumscriptus* JOHNSTON var. *circumscripta* nom. nov., ♀1.
 5. " " " " *nigra* nov. var., ♀1.
 6. " " " ab. *flava* nov. ab., ♀1.
 7. *Arion hortensis* FÉR., ♀1.
 8. *Arion intermedius* (NORM.), ♀1.
-
-



1



2



3



4



5



6



7



8

DET ZOOLOGISKE LABORATORIUM · KRISTIANIA

NUDIBRANCHFAUNAEN I DRØBAKSUNDET

I. FAM. *AEOLIDIDAE*

AV
PAUL LØYNING

(MED 69 TEKSTFIG., 1 KART, 4 PL. OG ENGLISH SUMMARY)

(VIDENSKAPSSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 6)



KRISTIANIA
I KOMMISSION HOS JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i den mat.-naturv. klasses møte den 24de mars 1922 ved
prof. Kristine Bonnevie.

INNHALD.

	Side
Fyreord	1
I. Innleiding	3
II. Aalment um nudibranchiane	8
III. Fam. <i>Aeolididae</i>	15
A. Den generelle delen	15
B. Den spesielle delen	21
Aeolididesystemet	21
Skildring av slekter og artar	23
a. <i>Triseriatae</i>	23
Gen. 1. <i>Coryphella</i>	23
" 2. <i>Galvina</i>	41
b. <i>Uniseriatae</i>	50
Gen. 3. <i>Facelina</i>	50
" 4. <i>Amphorina</i>	56
" 5. <i>Embletonia</i>	64
" 6. <i>Aeolidia</i>	69
" 7. <i>Aeolidiella</i>	74
" 8. <i>Favorinus</i>	79
IV. Svingningar i faunaen	88
V. Summary	90
Oversyn over finnestader for dei einskilde artar av fam. <i>Aeolididae</i> og talet paa funne individ i aara 1919—21	97
Liste over dei aeolididar som til dessa er funne i Noregs fauna	98
Litteraturliste	99
Tekst til plansjane	102



FYREORD.

Som ein av professor dr. KRISTINE BONNEVIE's assistentar i arbeidet med aa granske faunaen i Kristianiafjorden nærmast ikring den biologiske stasjonen i Drobak, fekk eg som oppgaave aa gi ei utgreiding av dei nudibranchartar som finst i faunaen i Drobaksundet. Det var tidlegare funne heller faa av desse dyra i Kristianiafjorden, og det var aa vente at ei nognare gransking vilde auke talet munaleg. Det vart ogso tilfellet. Arbeidet tok til sumaren 1919, og utetter hausten og vinteren 1919—20 vart det funne upp imot 30 nudibranchartar. Eg fann det daa mest hoveleg aa ta for meg berre fam. *Aeolididae* som talde dei fleste artar, og granske den fyrst; samstundes samla eg inn og tok vare paa alt materialet ogso av dei andre nudibranchfamiliiane som frk. MIA LARSEN no held paa og arbeider med.

Storsteparten av maanadene juli og august 1919, 20 og 21 hadde eg hove til aa arbeide samanhengjande ved den biologiske stasjonen i Drobak; utetter hausten, vinteren og vaaren 1919—20 reiste eg der ned som regel ein gong kvar maanad, likeins hausten 1920 og vaaren og hausten 1921. Paa denne maaten kunde eg faa eit inntrykk av korleis nudibranchfaunaen skifte fraa tid til tid.

Frk. SARA MØRCH har æra av fargeteikningane, som eg trygt torer segje hevdar sin plass millom dei beste paa sitt umraade. Frk. MØRCH har utferda dei med dyra i levande tilstand fyre seg og med deira naturlege fargar, og teikningane er ikkje idealiserte anten i form eller farge.

Dei anatomiske teikningane er laga av meg med blyant og teikna etter med tusj av frk. RÆDER. Dei fleste er utfierda under mikroskop med teiknespegel.

Hermed gir eg froknene MØRCH og RÆDER mi takk for velgjort arbeid.

I litteraturlista er berre fort upp dei verk som eg sjolv har havt hove til aa studere. Ved litteraturtilvisinga er berre nemnt forfattaren og det aarstalet som i litteraturlista staar framfyre vedkomande verk.

Med omsyn til nomenklaturen har eg fylgt dei nyaste reglane som er vedtekne paa Monacokongressen i mars 1913.

Økonomisk studnad i arbeidet har eg havt i form av stipend av COLLETT'S legat og tilskot av Jubileumsfondet; alle utloger til teiknearbeidet har eg soleis faatt vederlag for.

So vil eg rette ei inderleg takk til prof. BONNEVIE for all rettleiding i arbeidet og for hennar velvilje og umsut for aa faa dekt mine utloger til arbeidet.

Heller ikkje vil eg gloyme aa takke EMIL OLSEN, den trugne vaktmeisteren paa den biologiske stasjonen, for hans verdfulle hjelp med aa sanke materiale.

Kristiania i november 1921.

Paul Løyning.

Merknad.

Etter at dette arbeidet var sendt til prentings, har NILS ODHNER gitt ut ei avhandling med tittelen: „Norwegian Opisthobranchiate Mollusca in the Collections of the Zoological Museum of Kristiania“, prenta i „Nyt Mag. f. Naturv.“ B. 60, 1922. Av denne ser ein m. a.:

Millom nudibranchmaterialet er funne 2 eksemplar av *Aeolis papillosa* LINNÉ, frå Kristianiafjorden, eitt av desse frå Drøbakgrunnen.

Cuthona distans er ein ny art for vitskapen og funnen i 8 eksemplar ved Vadsoy.

Coryphella rufibranchialis JOHNSTON er funnen paa mange lokalitetar i i Kristianiafjorden av SARS og KLÆR.

Coryphella pellucida ALDER & HANCOCK er funnen i eitt eksemplar frå Drøbak.

Coryphella borealis er ein ny art for vitskapen. Det syner seg at denne er identisk med G. O. SARS' *Coryphella sabmonacea* COUTHOUY og med ODHNERS *C. verrucosa* M. SARS frå 1907. Den nye arten finst langsmed heile norskekysten frå Vadsoy til Kristianiafjorden. Ved Drøbak er han funnen på 100 famnar vatn i 3 eksemplar og determinert som „*Aeolis concinna*“.

ODHNER held enno på *Coryphella verrucosa* M. SARS som eigen art og nemner at denne skil seg frå *C. rufibranchialis* JOHNST. m. a. i det at anus hjå den fyrste ligg lengre bak på dyret.

Facelina drummondi THOMPSON er funnen i 15 eksemplar ved Rosekollen i Kristianiafjorden (KLÆR NOV. 1915).

Kristiania i mai 1922.

P. L.

I. INNLEIDING.

1. Historiske opplysingar.

Kjennskapen til nudibranchiane er ikkje gamal; det var heilt ukjende dyr til langt inn i den nyare tid.

LINNÉ er den fyrste som gir ei brukande skildring av nokre faa nudibranchiar. I 12. utgaava av „Systema Naturae“ (1767) nemner han 7 artar som han reknar til kl. *Vermes* og til slektene *Doris*, *Limax*, *Scyllaca* og *Tethys*. Av desse er det berre hans *Limax papillosus* = *Acolidia papillosa* som med nokor større visse let seg identifisere.

OTHIO FREDERIC MÜLLER aukar kjennskapen til nudibranchiane munaleg. I si „Zoologia Danica“ (1806) skildrar og teiknar han 14 artar. Av desse er eit par visseleg dei same som LINNÉ har nemnt; soleis er *Doris papillosa* MÜLLER = *Limax papillosus* LINNÉ.

Mange av MÜLLERS artar let seg identifisere, og han har for so vidt serleg stor interesse for oss som fleire av hans artar er funne i Kristianiafjorden, ein del av dei jamvel i Drøbaksundet.

Med CUVIER tek ei ny tid til i nudibranchsoga. LINNÉ hadde rekna dei fleste artar til slekta *Doris*. Det same gjorde MÜLLER. Ved grundige morfologiske granskningar har CUVIER i sine „Memoires“ i „Annales du Museum“ fraa 1802—13 og i sitt store verk „Regne Animal“ (1817) skapt den fyrste nudibranchsystematikken. Han kløyver opp den gamle slekta *Doris* og set opp ei rekkje nye, millom desse *Eolidia*, som han slaar saman i ei gruppe han kallar *Nudibranchiata*.

Av seinare nudibranchgranskarar maa ein framum alle nemne:

ALDER & HANCOCK. I sitt klassiske verk „A Monograph of the British Nudibranchiate Mollusca“ i 7 band (1845—55) har dei skildra og teikna innpaa 100 nudibranchartar. Av desse er umlag 60 nye for vitskapen. Figurar av alle artar er teikna av dyra i levande tilstand med sine naturlege fargar. Dette verket vil for alle tider vera den kjelda som alle seinare nudibranchgranskarar lyt vende attende til.

Svensken LOVÉN har ogso gjort seg mykje fortent som molluskgranskar. Han har ogso undersøkt norske farvatn serleg ved Finnmarkkysten. I sitt verk „Index Molluscorum — — —“ (1846) nemner han mange nudibranchiar, derav fleire nye for vitskapen og mange som samstundes høyrer vaar fauna til.

Den mannen som ved sida av ALDER & HANCOCK har namnet sitt uløysande knytt til nudibranchgranskinga, er dr. R. BERGH. Han har skapt den moderne systematikken, basert paa grundig anatomisk kjennskap.

Til slutt skal eg nemne dei norske vitskapsmenn som har havt med nudibranchiar aa gjera. Fyrst er aa nemne bispnen GUNNERUS. Det synest vera visst at han har funne *Acolidia papillosa* som han har skildra under namnet *Doris bodöensis*.

MICHAEL SARS er den fyrste som har funne dei fleste av dei no kjende norske artar av nudibranchiar. Han har undersøkt størsteparten av vaar kyst fraa Kristianiafjorden til Finnmark. Han er ogsa den fyrste som har vorte var metamorfösen hjaa nudibranchiane.

Ved sida av M. SARS lyt ein nemne son hans, G. O. SARS, som i „Mollusca Regionis arcticae Norvegiae“ (1878) har levert meisterlege radulatteikningar av dei fleste til daa kjende nudibranchiar. I teksten av same verket finst det og diagnosar og stutte skildringar av fleire slekter og artar.

HERMAN FRIELE er ein av dei faa norske zoologar som har gjort nudibranchiane til spesialstudium. Saman med ARMAUER HANSEN har han levert „Bidrag til Kundskaben om de norske Nudibranchier“ (1876). Det er vestkysten og serleg kring Bergen dei har undersøkt. Saman med JAMES GRIEG har FRIELE arbeidt med nudibranchmaterialet fraa Den norske nordhavsekspedisjon.

JAMES GRIEG har likeins som FRIELE gjort spesialarbeid over nudibranchiar. Soleis „Nudibranchiate Mollusker. Indsamlede av Den norske Fiskeridamper »Michael Sars«“ (1913).

Av dei granskarar som har undersøkt faunaen i Kristianiafjorden, kann ein nemne, umfram O. Fr. MÜLLER:

P. Chr. ASBJØRNSEN. I „Bidrag til Christianiafjordens Litoralfauna“ (1854) skildrar han 11 nudibranchiar, derav 3 *acolididar*, som han har funne. Dei 3 *acolididane* er: *Aeolis branchialis* Müll. = *Favorinus branchialis* (Müll.) Bergh, *Aeolis pellucida* A. & H. = *Coryphella pellucida* (A. & H.) Gray og *Aeolis concinna* A. & H. = *Cuthona concinna* (A. & H.) Eliot. Den siste arten har eg ikkje funne att.

MICHAEL SARS nemner i „Bidrag til Kundskaben om Kristianiafjordens Fauna“ (1870) 7 nudibranchiar, derav tvo nye artar for vitskapen og tvo *acolididar*, nemleg *Coryphella pellucida* (A. & H.) Gray og *Cuthona concinna* (A. & H.) Eliot.

W. C. BRØGGER reknar upp i „Bidrag til Kristianiafjordens Molluskfauna“ (1872) 10 nudibranchiar, derav dei same 3 *acolididar* som ASBJØRNSEN fann.

Sidan har ingen fyre meg med serleg tanke paa nudibranchiane granska faunaen i Kristianiafjorden, og som venteleg var, kjem dette arbeidet til aa auke talet paa kjende *acolididar* frå denne lokaliteten munaleg.

2. Skrapestasjonar i Drøbaksundet.

Med Drøbaksundet er i dette arbeidet meint den delen av Kristiania-fjorden som ligg millom søre Skiphelleodden — Rydningen i sud og det søre Haaoyneset — Halangtangodden i nord, dessutan heile Halangspollen og ein del av „Vestfjorden“ til lina Kinnertangodden — Geitestranda (paa Haaoya).¹ Daa eg tok til med arbeidet, skrapa eg flestalle stader i dette umraadet, men seinare valde eg meg ut 9 faste stasjonar som synte seg serleg rike paa nudibranchiar; ender og daa har det so vore teke stikkprøver andre stader i umraadet, men sjeldan med noko forvitneleg resultat.

Stasjonane er avmerkte med nummer paa kartet, og pilene syner den leida som ein jamnast plar skrape i.

Drøbaksgrunnen (st. 1.) har vore den artsrikaste lokaliteten. Botnen er dekt av dod *Lophohelia*, ofte overgrodd med raudalgar og *Tubularia larynx*.

St. 5 i Halangspollen er ein av dei mest sermerkte av stasjonane. Grunnen er dekt av ei tett eng av *Zostera marina*, som synest vera ein uneleg gyteplass for fleire nudibranchartar. I gytetida er dei aa finne i mengd paa zosteraen, men utanfor denne tida er dei heilt burte.

I Klosund (st. 2.) og langs med stranda fraa Biologens molo til Drøbaks badehus (st. 4.) er grunnen dekt av brunalgar, og serleg Klosund har vore ein individrik lokalitet.

I Skiphellebukta (st. 3.) og Husvika (st. 7.) finn ein rikeleg av raudalgar, men med unsyn til rikdom paa nudibranchiar er det stor skilnad paa dei tvo stasjonane: Skiphellebukta er ein overlåg rik lokalitet, Husvika vonom fatigare.

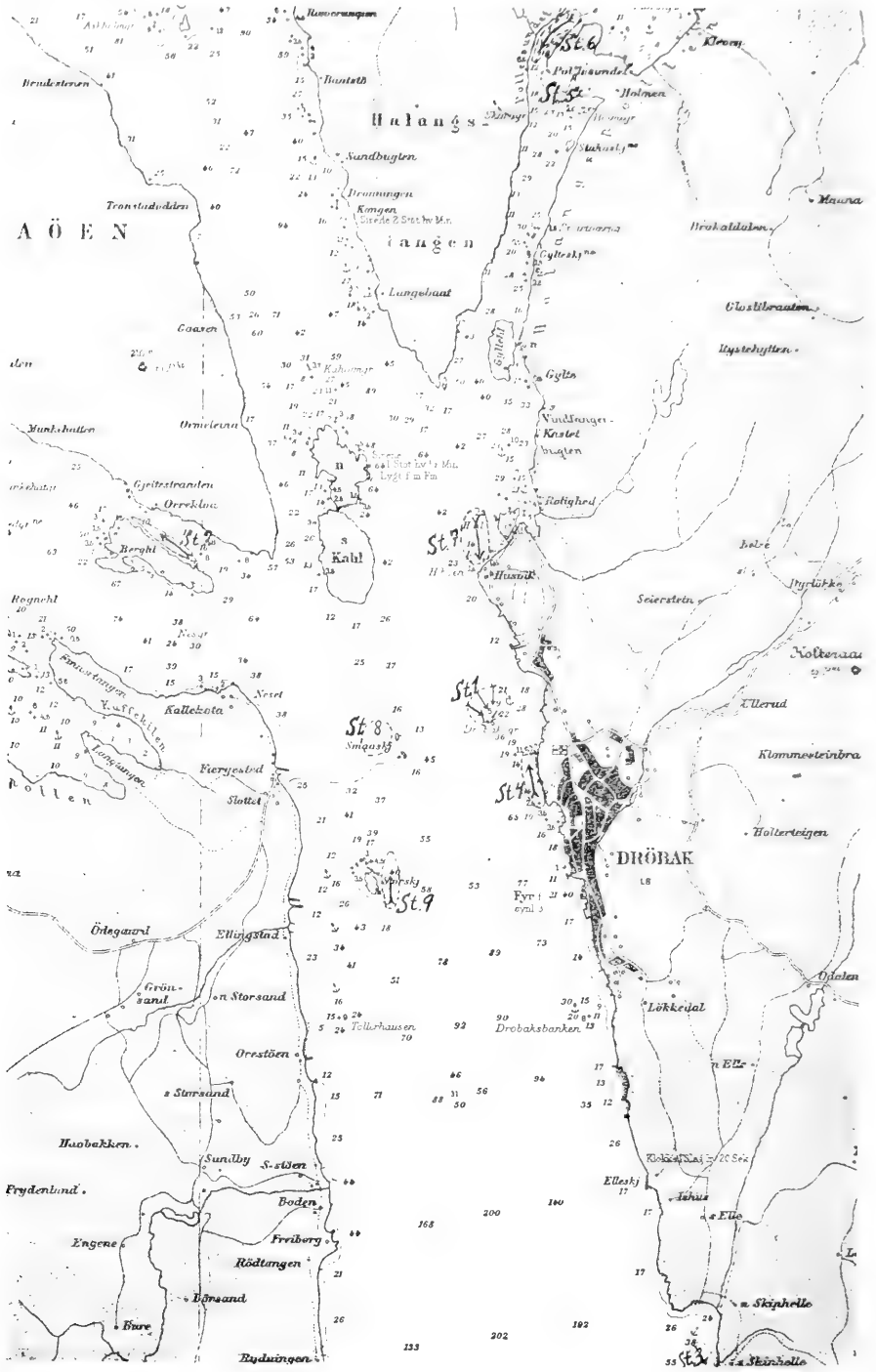
St. 6 i Halangspollen, Storskjer (st. 9) og Jetéen ved Smaaskjer (st. 8) har vore dei fatigaste lokalitetane. Paa dei tvo fyrste stasjonane finn ein lite vegetasjon, men paa Jetéen rikeleg av *Zostera*. Det kann hende at straumen over Jetéen er for strid for dei aeolididar som elles plar leve paa *Zostera*.

3. Innsamling og konservering. Arbeidsmaatar.

Nudibranchiane maa ein som regel søkje etter paa grunt vatn, der dei oftast er aa finne paa algar og hydroidar. Den viktigaste reidskapen til aa faa tak i dei med, er ei vanleg botnskrape; der det er grunt nok, t. d. i Halangspollen (st. 5) og paa Jetéen, kann ein ogsø bruke ei rive til aa ta upp *Zostera* og algar med.

Mange av nudibranchiane er so smaa og ofte so like underlaget i farge, at dei er vande aa faa auga paa; dessutan sit dei ofte burtgøynde inne i

¹ Sjaa kartet; dette gaar ikkje fullt so langt sud som til søre Skiphelleodden.



Kartet over Drobaksavsnittet.

hydroidedottar, bladflikar, Lophoheliagreiner o. d. Um ein difor ser over det materialet som kjem upp med skrapa aldri so grundig, stein for stein og blad for blad, kann det likevel hende at ein vert vonbroten over ikkje aa finne nudibranchiar. Men ein har ein annan, utifraa lettvinnt maate aa faa tak i dei paa. Dersom ein set burt skrapematerialet i eit kjer, eller aller helst spreider det i fleire smaa fat med rikeleg vatn i, vil dei fleste nudibranchiar etter nokre faa timar krype upp til vassloket, so ein med ein spatel kann skume dei av. Diverre faar ein ikkje tak i alle nudibranchiar paa denne enkle maaten. Sume og jamvel ofte dei minste formene gir seg gjerne til paa hydroidane nærmast overflata. Daa er ein noydd til aa røkje serskilt etter paa desse hydroidane, helst med lupe eller mikroskop.

Likso drustelege i fargar og utstyr som mange av nudibranchiane er i levande live, likso usjaalege er dei naar dei er dode og fikserte; dei misser daa heilt leten og vert meir eller minder sterkt kontraherte og ukjennelege. Det er difor overlag viktigt aa ha teikningar av dyra levande med deira naturlege fargar.

For aa faa dyra til nokolunde aa halde si naturlege form etter fiksasjonen, lyt ein fyrst svæve dei. Det har vore vandt aa finne eit hoveleg svævingmiddel; engelsk salt ($MgSO_4$) har synt seg best skikka; tobakk og eter er ogso brukande. Ein lagar seg ei oppløysing av vilkaarleg konsentrasjon av det nemnde saltet, legg dyret upp i eit glas med sjovatn og set til litt i senn av svævingsvæska; svævingstida kann vare upp til 24 timar og meir. Naar dyret er heilt svævt, kann ein prikke burt i rhinophorar og papillar utan at dyret reagerer. Som fiksasjonsvæsker er brukt *Bouin* eller 96 pct. alkohol.

For aa faa tak i og studere svelghovudet med mandiblar og *radula* som har so stort systematisk verd, har eg gaatt fram paa denne maaten:

Dersom dyret var stort nok, har eg utan vidare preparert ut svelghovudet med disseksjonsreidskapar, og dyret er aa segje like heilt. Men som regel er dyra so smaa at dette vert vanskeleg. Ein maa daa ofre iminsto hovudet av dyret eller — dersom ein har nogda av materiale — helst heile dyret. Ein legg hovudet resp. heile dyret upp i eit urglass med sterk kalilut og let det ligge der nokre timar. Dei blautare delar vil daa løysast upp og mandiblar og *radula* vert att. Paa denne maaten faar ein samstundes sjaa korleis svelghovudet ligg i kroppen, med di dyret medan oppløysinga skrid fram fyrst vert gjenomsiktigt so svelghovudet vert synleg. For aa spare tid, kann ein koke dyret (hovudet) varsamt i eit tunnveggja urglass med kalilut. Dette er meir vaagalt; glasset kann sprekke, eller *radula* kann koma burt paa onnor vis.

Mandiblar og *radula* monterer ein som mikroskopiske preparat helst i glyserin-gelatin; kanadabalsam er for sterkt ljøsbrytande.

II. AALMENT UM NUDIBRANCHIANE.

1. Plassen i mollusksystemet.

I det moderne mollusksystem har nudibranchiane denne plassen:

Rekkje: *Mollusca*.

Klasse: *Gastropoda*.

Ord: *Opisthobranchiata*.

Sub. ord.: *Nudibranchiata*.

2. Diagnosen.

Nudibranchiane er marine opisthobranchiate gastropodar utan ctenidier og osphradier, kappehole og skal. Kroppen er utetter meir eller minder fullkome bilateralt symmetrisk. Aksessoriske gjeller i form av papillar eller andre vedheng paa ryggen fungerer som respirasjonsorgan. Cerebral-, pleural- og pedalgangliene er konsentrerte, ofte samansmelta baktil paa oversida av svelghovudet.

Dei lever i alle hav.

Denne diagnosen er for det meste med umsyn til innhald i samsvar med den BERGH har gitt paa nudibranchiata (sjaa BERGH 1892, s. 996). Men han har teke med ein passus som lyder slik: „Lingua fortis, dentibus uni-, tri- vel pluriseriatis, apice linguæ paullatim caducis et eliminatis.“ Dermed faar han stengt ute fraa nudibranchiane gruppa *Ascoglossa*, med di desse ikkje kastar burt dei utslitne radulatennene, men samlar dei upp i ein pose paa undersida av svelghovudet; elles svarar *Ascoglossa* heilt til hans diagnose paa nudibranchiata. ELIOT (1910, s. 62) meiner derimot at denne skilnaden paa *Ascoglossa* og ekte *Nudibranchiata* ikkje er stor nok til aa setje dei i tvo aatskilde underordenar, og slaar dei difor saman i ein. Det same er gjort i dette arbeidet, med di BERGHs passus er utelaten or diagnosen.

3. Faunistiske og biologiske opplysingar.

Alle kjende nudibranchiar med eit einaste undantak (*Ancylodoris baikalensis*) er marine. Den viktigaste grunnen til at dei ikkje kann leve i ferskvatn, meiner ein er den at den frittsymjande larven ikkje kann finne dei

naudsynlege livsvilkaar der. Som kjent er, har ingen ferskvassmolluskar frittsymjande larvestadium liksom nudibranchiane og andre molluskar i salt vatn. Heller ikkje har ein noko dome paa at molluskar i ferskvatn syner tendens til aa redusere skalet. Dette tyder paa at heller ikke den vaksne mollusk kann trivast i nake tilstand der.

Takk vere vitskaplege ekspedisjonar og ihuga granskingar i dei siste 30—40 aar, sit vitskapen no inne med fraasegner um og kjennskap til nudibranchfaunaen fraa alle verdsluter. Det syner seg etter alt aa dome:

1. at nudibranchiane er nokolunde jamt spreidde i dei ymse hav;
2. at fleire slekter er representerte i alle varmebelte;
3. at faunaen i det nordlege (eller sudlege) Atlanterhav og Stillehav liknar meir paa kvarandre enn faunaen i det tropiske Atlanterhav og Stillehav;
4. at fleire artar er sams for det medelsvarme beltet i nord og sud;
5. at gruppa *Cladohepatica* (serleg *Aeolididae*) er rikast representert i det medelsvarme og kalde beltet, medan *Holohepatica* er rikast representert i tropene;
6. at dei tropiske formene for det meste er større og drustelegare farga enn dei nordlege.

Mesteparten av nudibranchiane lever paa grunt vatn, sume jamvel mil-lom flod- og fjoregrensa, men dei fleste i algebeltet; nokre faa er funne paa svære djupner (eit par tusen fannar).

Artar av slektene *Glaucus*, *Phylliroc*, *Scyllaea* og *Fiona* er pelagiske og kosmopolite.

Mange av nudibranchiane er trege dyr som kann liggje paa same staden i lange tider utan aa royve seg (*Tritonia* o. fl.); andre er heller livale og aktive dyr (*Favorinus* o. fl.).

Rørsle er krypande paa vanleg gastropodvis, naar ein tek undan dei nemnde pelagiske formene. Men dessutan har dei ein annan og underleg maate aa royve seg paa. Ein kann nemleg ofte finne dei flytande i vassloket med foten upp; dei lagar daa liksom ein baat av fotsolen. Men korleis dei paa denne maaten kann koma fram i vatnet, og det ofte heller snøgt, er ein enno ikkje heilt paa det reine med. Iminsto i akvariet synest denne form for rørsle aa vera sers vanleg.

Forsvarsmiddel. Skallause og trege som nudibranchiane er, skulde ein tru dei var reint forsvarslause. Men fiskar og andre større dyr synest ikkje ha serleg hug paa dei. Dette heng truleg saman med alt det slimet nudibranchiane kann gi fraa seg; for *aeolididane* spelar neslecellene ei viss rolle som forsvarsvaapen. Dessutan liknar dei oftast i farge det underlaget dei lever paa, so dei ikkje er so lette aa verta var.

Føda. So harmlause dei ser ut, maa ein likevel rekne dei fleste nudibranchiar for rovdyr. Mesteparten av dei lever paa og av andre dyr, som spongiar, bryozoar, actinozoar, hydroidar o. s. b. Ofte kann dei drepe og ete kvarandre innbyrdes.

Etter ALDER & HANCOCK (Part VII s. 20) skal mange av nudibranchiane vera ljøsredde dyr som serleg er ute paa røy um natta.

Oksling. Dei fleste nudibranchiar raakar ein paa den fyrste tida etter metamorfosen og i gytetida. Kvar dyra held til i millomtida, er det ingen som veit med visse. COLLIN (1884, s. 52 fotnote) meiner at dei gjer vandringar ut paa større djupner, men det trulegaste er vel at dei løyner seg millom eller under steinar, i fjellsprunger o. d. I gytetida kjem dei so fram or goymslet sitt og kryp upp paa algar og sjøgras for aa leggje egg sine. Fyre gytinga gaar det visseleg for seg ein kopulasjon. Dette har eg aldri havt høve til aa sjaa ute i sjoen, men i akvariet ofte. Dyra legg seg med hōgre sida mot kvarandre, med hovudet vendt kvar sin veg. Kopulasjonen er gjensidig og paringsakta kann staa paa fraa nokre minuttar til fleire timar. Sume kann kopulere fleire vender, og egg vert lagde stutt tid etter paringa. Under eggleggjinga gaar dyret som regel i ein spiral mot urvisarane.

ALDER & HANCOCK (Part VII, s. 25) segjer um eggleggjinga: „While shedding the spawn it slowly and gradually moves backwards in a spiral direction, beginning in the centre; thus the spawn assumes the spiral form, coiling in the usual way from right to left. Occasionally, it is found coiled in a contrary direction, in which case the animal must crawl forward during the propulsion of the spawn.“

Forfattarane meiner soleis at dyret normalt kryp baklengs under eggleggjinga.

ELIOT (1910, s. 28 og 29) segjer um *Doris tuberculata*: The Doris attaches one end to a suitable spot and then begins to move slowly, thus aiding the exit of the ribbon by pulling against the fixed point. — — — The ribbon passes backwards on the right side of the animal between the mantle and the foot, and thus receives a curve along the whole of its length, the concave side facing outwards — — — —, and the curl of the spiral is counter-clockwise.“

ELIOT, som elles er noko uklaar paa dette stellet, synest soleis meine at dyret kryp framlengs under eggleggjinga og mot urvisarane. Baade ALDER & HANCOCK og ELIOT legg til at spiralan eender og daa kann vera vundne i umvend leid.

Eg har havt høve til aa studere eggleggjinga hjaa ymse nudibranchiar, serleg hjaa aeolididane *Facelina drummondi* og *Coryphella rufibranchialis*, og kann forme resultata paa denne maaten:

1. Naar dyret legg egg paa eit flatt underlag, kryp det framlengs, men bōygjer stødt av til vinstre, soleis at eggsnorene faar form av ein boge, ein ring eller ein spiral.

Dersom eggsnora er spiralforma, er spiralen laga innantil utetter, og vindingane gaar mot urvisarane.

2. Naar dyret legg egg paa eit sjøgrasstraa, kryp det daa ogso framlengs, men bōygjer ikkje av i nokor fast leid.

Slik gaar eggleggjinga for seg normalt, og dyret synest ikkje friviljug vike av fraa desse reglane. Men dersom det kjem hindringar — kunstige eller naturlege — i vegen for at dyret faar skipe seg som det er vant aa gjera, kann det lett tilmaate seg til dei nye forhold. Dome: Ein *Facelina drummondi* heldt paa leggje egg paa glasveggen i akvariet paa normal vis. Det vart daa tappa ut so mykje vatn at den ovre delen av dei ytste vindingane i eggspiralen vilde ha lege over vassloket um dyret hadde vore ferdigt med eggleggjinga. Men i staden for aa halde fram i same leid og soleis vera noydd til aa krype paa det turre eit stykke, boygde dyret av til hogre, kraup ei stund langsmed vassloket, men boygde so jamt av mot hogre og laga resten av spiralen utantill innetter.

Eg har aldri set nokon nudibranch gaa baklengs under eggleggjinga, slik som ALDER & HANCOCK segjer dei plar gjera.

Eggsnorene kann ha ymis form, traad-, klump-, bandforma o. s. b.; dei er alltid feste til eit underlag som stein, algeblad o. d. Forma paa eggsnorene plar ofte vera karakteristisk for kvar art, men nokon paalitande artskaraktar er det ikkje.

Gytetida synest ikkje vera absolut konstant for kvar art. Det er fulla so at storsteparten av individa av ein art gyter paa samme tid t. d. um sumaren (juli og august), og det faar ein daa kalle gytetida for vedkomande art, men ein kann ofte raake paa einskilde individ av same arten gytande til mest alle tider av aaret. Mælingar av dei funne individ syner ogso for dei fleste artar at um ein tek tverrmaalslengda til dei ymse tider av aaret, aukar storleiken heller jamt utetter vinteren; men samstundes vil ein ogso finne smaa individ heile aaret igjennom. (Sjaa tabellen over *Coryphella rufibranchialis* side 28).

Levetid. Dei fleste granskarar meiner at nudibranchiane berre vert umlag eit aar gamle og gaar til grunne etter gytinga¹, og mangt tyder paa det. Det har soleis aldri sovidt ein veit lukkast for nokon aa halde dyra levande i akvarium lenger enn eit aar, og ofte finst det dode nudibranchiar paa stranda etter gytinga.² Sjølv har eg ofte set *Acolidiella glauca* og *Facelina drummondi* leggje egg og doy stutt tid etter i akvariet.

Sumaren 1921 hadde eg 20—30 gyteferdige eksemplar av *Facelina drummondi* gaa- ande i akvarium. Dyra som fyre gytinga var millom 30 og 40 mm. lange, skrukna etter gytinga inn til 5—10 mm. og saag klene og lite levede ut; alle doydde etter stuttare eller lengre tid. Det er ikkje truleg at fangenskapen har drepe dei, for samstundes levde det i same akvarium mange individ av *Coryphella rufibranchialis* o. fl., og dei heldt seg like levande. ELIOT (1910, s. 27) hevdar at nudibranchiane ikkje tek næring til seg i tida stutt fyre og etter gytinga og at dei difor døyr straks etter,

¹ Sjaa ALDER & HANCOCK part VII, s. 24, og ELIOT (1910) s. 18.

² Sjaa ELIOT (1910) s. 18.

og dei som har rokt etter, har funne magen tom hjaa nudibranchiane i gytetida. Men dersom det er visst at dei døyr naar gytinga er fraa seg gjord, vert det dermed ogso truleg at levetida berre er eit aar umlag, for det er visst tvillaust at iminsto mange artar vert kynsmogne paa eit aar eller minder, um ein kann dome etter vokstersnøgleiken.¹

I akvariet trivst ikkje alle artar like godt. Sume er seigliva og hardføre (t. d. *Favorinus*, *Polycera* o. a.) og held seg lenge levande; andre døyr etter stutt tid og toler svært lite (*Tritonia*, *Coryphella pellucida* o. a.). Dei fleste kan berge seg utan mat i lang tid; eit eksemplar av *Amphorina olivacea* levde soleis i eit glas reint, filtrert sjøvattn i 18 dagar utan at livsfunksjonane var merkande nedsette. Derimot likar dei ikkje store temperaturbrigde; um vinteren døyr dei soleis snart naar ein tek dei inn i eit varmt rom.

4. Nudibranchsystemet.

Etter kvart som nye nudibranchartar er oppdaga og kjennskapen til deira organisasjon har auka, har ogso systematikken vorte meir og meir komplisert fraa tid til tid: heilt nye slekter og familiar er komne til, og mange av dei gamle er oppkløyvde og har faatt nye namn.

CUVIER kloyvde opp den gamle Linnéiske slekta DORIS og laga 8 slekter av dei artar som ein den gongen kjende og slo dei saman i gruppa *Nudibranchiata*. Han laga ingen familie („Regne Animal“ 1817).

LAMARCK samla alle slektene i ein familie som han kalla „*Les Tritoniens*.“

Dei fyrste system var baserte paa ytre karakterar, serleg gjeller, tentaklar, analopning o. s. b.

J. E. GRAY og mrs. GRAY er dei fyrste som baserer systemet paa indre saman med ytre karakterar. Av indre karakterar er radula den viktigaste. GRAY set alle den gongen kjende nudibranchiar i 12 familiar og lagar ei rekkje nye slekter av gamle. (Sjaa etter dei ymse system opp til aaret 1855 i ALDER & HANCOCK Part VII).

ALDER & HANCOCK laga fyrst (1845) 3 familiar: 1. *Dorididae*, 2. *Tritoniadae* og 3. *Eolididae*, med underfamiliar. I Part VII (1855) av sin store „Monograph“ kjem dei med „Sketch of a General Arrangement of the Nudibranchiate Mollusca“, der dei set opp 17 familiar basert paa ytre og indre karakterar og der dei har teke opp mange av GRAYS slekter og laga ein del nye sjolve. Ein av familiene er *Eolididae* som har nokolunde dei same grenser som han har i det moderne systemet.

Av dei seinare nudibranchgranskarar har PELSENEER og BERGH havt mykje aa segje for systematikken.

¹ Men det kann ogso hende at levetida er ulik for dei ymse artar. I det heile veit ein enno for lite til aa segje noko visst, og spursmaalet treng difor ei nognare gransking.

PELSENEER kløyver nudibranchordenen opp i 4 grupper:

1. *Tritonioida*, 2. *Doridioda*, 3. *Acolidioda* og 4. *Elysioida*. Dette systemet har mange seinare fylgt.

ELIOT (1910, s. 62) meiner derimot at desse gruppene ikkje er likeverdige og syner dette ved nokre dome; det er soleis t. d. mykje større skilnad paa artane i gruppe 3 og 2 enn i gruppe 3 og 1; paa denne maaten kjem nærstaa-ande artar til aa skiljast lenger enn rimeleg er fraa kvarandre. Det synest vera naturlegare som BERGH (sjaa Bergh 1892) har gjort aa byte nudibranchiane paa tvo hovudgrupper, 1. *Cladohepatica* og 2. *Holohepatica*, alt etter forma paa levra.

I samsvar med sitt syn paa dette, har ELIOT halde seg til BERGH'S inndelingsmaate og sett opp det nudibranchsystemet som er valt i dette arbeidet. (Sjaa ELIOT 1910, s. 63 og 69).

Sub. ord. *Nudibranchiata*. CUVIER.

Gruppe I. *Holohepatica*.

Diagnose.

Levra er heil, aldri greinet eller delt. Anus som regel i midtlinja paa ryggen og umkransa av branchiale vedheng. Blodkjertel over sentralnervesystemet. Radula heller breid, aldri redusert til ei einaste rad med tenner. Ekte mandiblar finst som regel ikkje. Kynskjertelen er ikkje eit sjolvstendig, fritt organ, men er fest til levra. Som regel finst 2 receptacula seminis og 3 genitalkanalar.

Denne diagnosen svarar til den ELIOT har gitt. (1910, s. 62). BERGH'S diagnose er noko annleis, med di han i sitt system ikkje reknar fam. *Tritoniidae* med til *Holohepatica*. (Sjaa Bergh 1892).

ELIOT fører opp 9 familiar av *Holohepatica*. Av desse er dei tri nedanfor nemnde med visse representerte i Drobaksundets fauna:

1. Fam. *Tritoniidae*.
 2. — *Dorididae Cryptobranchiatae*.
 3. — *Dorididae phanerobranchiatae*.
- Und. Fam. a. *Polyceridae*.
- — b. *Pseudodorididae*.
 - — c. *Goniodorididae*.

Gruppe II. *Cladohepatica*.

Diagnose.

Livra er alltid greinet eller iminsto delt. Anus som regel paa høgre sida. Dei branchiale vedheng er feste paa sidene av ryggen. Blodkjertel finst ikkje. Laterale mandiblar er som regel til stades.

Radula er smal, ofte redusert til ei einaste rad med tenner. Kynskjertelen er eit sjølvstendig organ. Som regel berre eitt receptaculum seminis.

Cladohepatica er ei heller heterogen gruppe som romar ei mengd med ulike former. *Ascoglossa* som BERGH og andre vilde ha ut or nudibranch-systemet, har kome med her.

I denne gruppa fører ELIOT upp 22 familiar; 6 av desse er med visse representerte i Drobaksundets fauna, nemleg:

1. Fam. *Dendronotidae*.
 2. — *Aeolididae*.
 3. — *Heroidae*.
 4. — *Dotonidae*.
 5. — *Hermacidae*.
 6. — *Elysiidae*.
-

III. FAM. *AEOLIDIDAE*. ALDER & HANCOCK.

A. Den generelle delen.

1. Diagnose.

Nudibranchiar med ugreinete papillar paa ryggen, som oftast inneheld cnidocystar i toppen.

Rhinophorane glatte, rukkete, ringete eller perfolierte, alltid utan skeider.

Laterale mandiblar til stades. Radula uni- eller triseriat. Levra er samansett av divertiklar som heilt ut er samla i ryggpapillane. Anus paa høgre sida.

Denne diagnosen er noko meir fullstendig enn den ALDER & HANCOCK har gitt (Part VII, Appendix XV), og svarar i innhald til ELIOTS diagnose (E. 1910, s. 167).

2. Finnestader.

Fam. *Aeolididae* synest vera rikast representert i det medelsvarme og kalde beltet, men finst elles i alle hav. I Drøbaksundets fauna høyrer umlag ein tredjepart av alle kjende nudibranchiar til fam. *Aeolididae*. Mesteparten av aeolididane held seg nær kystane paa grunt vatn.

3. Aalmenn morfologi og anatomi.

a. Ytre form og bygning.

Aeolididane er jammast smaa, mjaavaksne, som regel vent farga dyr med langstrekt, oftast grannvaksen kroppsform, gjerne noko flattrykt fraa sidene, sjeldan avplatta (som *Aeolidia* og *Aeolidiella*). Kroppen er hogast umlag paa midten.

Hovudet er ikkje skarpt avgrensa fraa ryggen. Framme og noko paa undersida av hovudet ligg den ytre munnopninga (Pl. III, fig. 11 b) som er ei T-forma spalte med tvo side-lipper og ei overlippe ikring. Fraa sidene av hovudet lengst framme gaar det ut eit par tentaklar som plar vera grant langstrekte; dei er alltid glatte. Hjaa *Embletonia* finn ein sidelappar paa hovudet i staden for tentaklar. Lenger bak paa hovudet sit alltid eit par *rhinophorar*; dei er oftast feste tett ved kvarandre, og kann vera jamlange med tentaklane, ofte stuttare (*Facelina*), sjeldan lengre (*Gal-*

vina). Dei er aldri forsynte med skeider som dei kann dra seg inn i. Overflata kann vera glatt, rukket, ringet eller perfoliert.

Bak rhinophorane kann ein mest alltid sjaa augo som tvo svarte prikkar.

Rygg og sider gaar jamt over i kvarandre. Langsmed sidene av ryggen sit dei branchiale vedhenga, papillane, som kann vera gruppert paa ymis vis og ha ymis form. Dei er normalt aldri greinete.¹ Hjaa sume sit dei i meir eller minder tydelege grupper (*Favorinus*), hjaa andre i tette rekkjer (*Acolidia*), sjeldan i ei einaste lengderekkje paa kvar side (unge *Galvina*). Lengda paa papillane skifter mykje fraa art til art, men jamvel ogso fraa individ til individ av same arten. Sers lange papillar har t. d. unge individ av *Facelina drummondi*, sers stutte har *Coryphella verrucosa*. Papillane paa eit og same dyret er ikkje alle like lange; dei inste er eldst og difor oftast lengst, dei fremste oftast lengre enn dei attarste. Forma kann vera sylindrisk eller noko flattrøkt; hjaa sume artar finn ein papillar som er meir eller minder oppblaaasne i den distale enden so dei vert klubbeforma (*Galvina*). Dei faar let etter levergreinene som fyller dei.

Paa hogre sida upp under ryggpapillane nær midten av dyret vil ein finne ein stutt analpapill og framanfor den ein genitalpapill.

Foten strekkjer seg fraa hovudet til den attarste enden av dyret. Han er som regel so breid som eller smalare enn ryggen. Attover smalar han av til eit stuttare eller lengre haleparti. Den fremste delen av foten er alltid utforma paa ein serskilt maate. Hjaa flestalle er han noko utvida, hjaa sume (*Amphorina*) med avrunda lappar, hjaa andre med utdregne hyrno (*Coryphella*), hjaa atter andre kann desse hyrno vera so langt og kvast utdregne at dei liknar tentaklar (*Facelina*, *Favorinus*). Den fremste enden av foten er serleg rik paa slimkjertlar.

b. Indre bygning.

Tarmkanalen (fig. 1).

Gjenom den ytre munnspalta kjem ein inn i eit munnroyr (m. r.) som baktill vert stengt av ei muskuløs lippeskive med ei vertikal spalte i midten (den indre munnspalte, fig. 2). Denne lippeskiva, som utanpaa er klædd med eit chitinost kutikularlag, hoyrer svelghovudet (sv.) til. Dette er som regel sers vel utvikla hjaa aeolididane og paa kvar side av tungemassen finn ein kraftige mandiblar eller kjarar (m. d.) av *chitin* (conchiolin?). Mandiblane (fig. 65) er meir eller minder trikanta i umriss og skeidforma. Framtil er dei feste saman ved ei serskild laasgreide. Under laasen spring det fram ein process (*Processus masticatorius*) paa kvar

¹ Som abnormitet har eg set ein papill av *Coryphella rufibranchialis* som var gaffeldelt i toppen. Det saag elles ut som tvo samanvaksne papillar.

mandibel. Processane er feste saman i endane og lagar soleis ei spalte millom seg. Rendene i denne spalta kann vera glatte (*Acolidia*, *Acolidiella*) eller forsynte med meir eller minder sterkt utvikla taggar eller dentiklar (*Amphorina*, *Facelina*); dessutan kann det hjaa sume artar finnast fleire rekkjer med tenner innanfor randa (*Favorinus*, *Coryphella*). Paa undersida av svelghovudet ligg rendene av mandiblanc nærmare, baktil jamvel heilt inntil kvarandre; paa oversida sprikjer dei meir.



Fig. 1. *Acolidiella glauca*.
Tarmkanal. Forklaaring i teksten.

I samband med svelghovudet finn ein eit innvikla system av musklar. Ved hjelp av desse kann dyret skyte svelghovudet fram og gripe etter ei fengd med mandiblanc. *Processus masticatorii* kjem daa til synes i den indre munnspalta.

*Radula*¹ høyrer til den rhachiglosse typen med 3 (triseriat, formel 1·1·1)



Fig. 2. *Acolidia papillosa*.
Svelghovud set fraa sida. $\times 12$.
ms indre munnspalte, ls = lippeskive.

eller 1 (uniseriat, formel 0.1.0) rekkje med tenner. I den uniseriate radula er det sidetennene som er redusert burt. Talet paa tenner i kvar rekkje kann skifte fraa nokre faa (16 hjaa *Facelina drummondii*) til upp imot 100 (umlag 80 hjaa *Amphorina aurantiaca*).

Hjaa *Acolididae* kann ein finne tvo typar av sputtkjertlar. *Glandulae salivales* (gl.s) plar alltid vera vel utvikla og ligg baktil paa oversida av *oesophagus*. Dei munnar bak paa svelghovudet. *Glandulae ptyalinae* (gl.pt.) har ein enno funne berre hjaa nokre faae slekter, soleis *Acolidiella* og *Galvina*. Dei ligg framtill paa sidene eller undersida av svelghovudet og munnar paa overgangen millom munnrøyr og lippeskive; difor vert dei ofte kalla munnrøyrskjertlar.

Oesophagus (oe) er eit stutt, heller tjukt røyr.

Sjølve magesekken (m.s.) er liten og ligg umlag mediant over den fremre delen av kynsapparatet. Baktill lengjer han seg ut til ein lang blindsekk som tek imot kanalar fraa levergreinene i papillane og fører gallet

¹ Sjaa paa figurane under dei einskilde artane.

inn i magesekken. Denne mageblindsekken eller hovudgallegangen (h. g.) som han ogso vert kalla, ligg i midtlina langs med overflata av den hermifrodite kynskjertelen. Framtil i magen munnar det ut ein gallegang fraa kvar side (l. g.).

Tarmen (t) gaar ut i ein boge til hogre fraa oversida av magesekken. Analopninga (a.) ligg som fyrr nemnt paa hogre sida umlag paa midten av dyret.

Karakteristisk for *Cladohepatica* og serleg for *Aeolididae* er den sterkt greinete levra. Hjaa *Aeolididae* er levra representert ved einskilde diver-tiklar som heilt ut er inneslutta i ryggpapillane. Levergreinene i dei ymse papillar munnar ut i stutte gallegangar som til slutt samlar seg i dei nemnde tri store kanalane, tvo fraa sidene framtil og ein stor bakantil som alle munnar ut i magesekken.

Den morphologiske og fysiologiske tolkinga av dette merkelege organet har vore sers ulik ned gjennom tidene, og har vore emne for ein beisk strid millom granskarane.

No meiner ein at levra ikkje berre har til oppgaave aa skilje ut meltingsvæsker, men sjolv er med og meltar. Ein har nemleg ofte funne matrestar i levergreinene, og hjaa *Amphorina aurantiaca* har eg set korleis mageinnhaldet stroymer ut og inn i papillar og gallegangar ved jamne kontraksjonar av magesekken.

Alt i 1843 oppdaga ALDER & HANCOCK ei pore i toppen av papillane, og det syner seg at tarmkanalen hjaa *Aeolididae* opnar seg utetter ikkje berre gjennom munn- og analopning, men dessutan gjennom porene i alle papillane. Dette er eit einstaka anatomisk forhold.

Sidan dei andre organsystem har minder aa segje for systematikken, er skildringa av dei ikkje medteken i dette arbeidet.

4. Biologi.

Aeolididane er som regel grasiose, vent farga, etter maaten livlege og aktive dyr til nudibranchiar aa vera. Etter fraasegner fraa dei engelske granskarane lever dei fleste aeolididar ved den engelske kysten i flod og fjorebeltet og er ofte aa finne under steinar og i bergskorter. Dette er ikkje tilfellet i Kristianiafjorden. Her finn ein storsteparten av aeolididane paa algar og hydroidar i djupner fraa 2 til 15 meter; berre *Aeolidia papillosa* er funnen krypande paa steinar i fjora. Dette heng kann hende saman med at det i Kristianiafjorden ofte er mykje ferskt vatn i overflata og at nudibranchiane som regel er svært vare for brigde i saltstyrken.

Føde. Aeolididane maa ein rekne for rovdyr, sume heller griske. Deira viktigaste føde er hydroidar. Dei grip fengda med mandiblane og skrapar ho i seg med radula. Ofte kann ein sjaa dei ete kvarandre upp innbyrdes.

Forsvarsmiddel. I fargeliksken med det underlaget dei lever paa har aeolididane eit godt forsvarsmiddel. Men det mest effektive i so

maate er truleg nesleapparatet i spissen av papillane som ein finn hjaa dei aller fleste aeolididar.¹ Paa eit lengdesnitt gjennom ein papill ser ein i toppen ein pæreforma entodermal sekk som innerter staa i samband med holromet i leverdivertikkelen ved ein trong kanal, og utetter opnar seg ved ei pore (*Cnidoporus*) paa spissen av papillen. I denne sekken (*cnidosac*) vil ein finne neslekapslar (*nematocystar*) av same slaget som ein finn hjaa *Cnidaria*. Det har lenge vore strid um dyret sjolv laga neslecellene eller um dei hadde sitt opphav utanfraa dyret, also fraa dei nesledyr som dei lever av. Alt i 1858 gjorde WRIGHT seg til talsmann for det siste synet, og hevda at neslecellene fylgde med maten inn i magesekken, men vart ikkje melta og tok vegen ut i papillane gjennom gallegangane. Dette tyktest vera eit so urimeleg forhold at WRIGHTS meining lenge vart lite og inkje paa-akta. BERGH trudde soleis at aeolididane laga neslecellene sjolve. Seinare er det av GROSVENOR, CUENOT og GLASER gjort mange grundige granskningar av dette spursmaalet, og resultat av desse tyder tvillaust paa at neslecellene hjaa aeolididane har sitt opphav utanfraa dyret. Desse kjennsgjerningane talar soleis for dette:

1. Aeolididae lever for det meste paa og av coelenteratar.
2. Nematocystane er umeltande, og dei som ein finn i magesekken og faeces er av same slaget som dei ein finn i papillane.
3. Nematocystane hjaa aeolididane og dei coelenteratar dei lever av er jamnast identiske; naar eit individ vert tvinga til aa brigde fode, vil det faa nematocystar svarande til den nye foda.
4. Aeolididar som vert oppfodde utan nesledyr, har faa eller inga nematocystar.

Med umsyn til den fylogenetiske utvikling av nesleapparatet hjaa *Aeolididae* og det biologiske fyremaalet med det, har det og vore ulike synsmaatar.

Den vanlegaste meining er no den at nesleapparatet truleg liksovel hjaa aeolididar som hjaa coelenteratar primert er gripe- eller kleimeorgan („prehensil organ“); fyrst sekundert er det vorte eit forsvarsmiddel; CUENOT, GLASER o. a. meiner jamvel at nematocystane er heller laake forsvarsvaapen. GLASER (1910, s. 142) segjer soleis: „Their defensive value is slight, partly because nudibranchs are distasteful to their enemies even in the absence of nettles, and partly because many of the ingested nematocysts are adapted to meet exigencies in the lives of coelenterates which do not arise in those of eolids. A reason other than utility must therefore be discovered in order to explain the origin of the nematocyststoring habit.“

Paa den andre sida har HERDMAN funne ved aa samanlikne ymse grupper av nudibranchiar med umsyn til edibilitet at aeolididane er minst utsette for aa verta appetne av fiendar.

¹ Papillar med nesleapparat kallar ein ogso *cerata*.

Alle lyt vedgaa at nematocystane spelar ei viss rolle — stor eller lita — som forsvarsreidskap. Naar papillane paa ein eller annan maate vert klemd saman, t. d. ved at ein fisk bit i dei, vil nesletraadane verta slengde ut og kann raame aatakaren.

Det har vore tvil um dyret sjølv vilkaarleg kunde slengje ut nesletraadane; det synest eg vera overtydd um, for naar ein t. d. prikkar burt i ein acolidide med ei kvass naal, vil papillane koma i sterk rørsle, samstundes med at det som regel staar ein straale av nesletraadar ut av papillspissane.

I samanheng med nesleapparatet som forsvarsreidskap maa ein sjaa eit anna merkeleg forhold, nemleg at mange acolididar kann skilje seg av med nokre eller alle papillane naar det vert pirra paa ein eller annan maate. Dette syner at papillane ikkje kann vera serleg vitale organ for dyret; dei vil jamnast vera det fyrste ein fiende faar auga paa og tak i, men samstundes det han minst likar paa grunn av neslecellene. Naar dyret daa ved eiga hjelp kann løyse seg fraa papillane, har det lettare for aa berge seg undan. Papillane kann regenerere paa stutt tid (nokre dagar).

Som fyrr nemnt har alle nudibranchiar ein forsvarsreidskap i alt det slimet dei kann skilje ut. Det syner seg at fisk og andre større dyr ikkje er huga paa aa ete acolididar jamvel um papillane er burttekn.

Oksling. *Acolididane* er protandriske.

Gytetida er ikkje heiltupp konstant og bunden til ei viss aarstid for kvar art. Det er fulla so at stortjolda av individa av ein art gyter samstundes, t. d. um sumaren, men det hender ofte at ein finn gytande ein-skildindivid aaret rundt. I det heile maa ein segje at den vanlegaste gytetida for acolididane er vaar, sumar og haust, sjeldan vinteren.

I gytetida kryp dyra upp paa sjogras og algar der dei legg egga sine. Eggsnorene kann ha sers ulike former: runde eller ovale klumpar (*Galvina exigua*), breide band (*Amphorina*), lange, tunne traadar spiralforma ihoprulla (*Facclina*), o. s. b.

Um forplantningsbiologien elles sjaa „Aalment um nudibranchiane“.

5. Systematiske karakterar.

Variasjon.

Fam. *Acolididae* er ei sers homogen gruppe, og det er difor vandt aa finne greide karakterar som naturleg skil dei ymse slekter og artar fraa kvarandre. Ein har freista basere systemet paa slike organ som: foten, papillane, rhinophorane, genitalorgana, svelghovudet, radula o. fl.; plassen for analopninga har ogso vore bruka som systematisk karakter. Men ingen av desse organ eller karakterar kann aaleine vera ein fullgod basis for systematikken.

Ein hovudgrunn til dette er at dei nemnde organ kann variere heller mykje. Her er nokre dome:

Rhinophorane skal hjaa *Facclina drummondi* etter ALDER & HANCOCK'S diagnose vera perfolierte. Men av dei eksemplar som er funne i Drobaksundet er det berre dei største som har havt perfolierte rhinophorar; dei fleste har havt ringete, sume jamvel glatte rhinophorar; dette vert ogsa nemnt av andre granskarar.

Tal og form paa papillane skifter mykje med alder og storleik. Unge individ av *Galvina exigua* har 1 rekkje papillar paa kvar side; med alderen kann det koma upptil 3 rekkjer; hjaa sume er papillane tydeleg klubbeforma, ofte med tvo utvidingar, hjaa andre er dette lite merkande. Paa eitt eksemplar av *Facclina drummondi* talde eg 64 papillar paa kvar side, paa eit anna jamstort eksemplar berre 42.

I *radula* kann talet paa tenner variere, t. d. hjaa *Amphorina aurantiaca* millom 60 og 70, hjaa *Facclina drummondi* millom 14 og 16. Taggane (dentiklane) paa midttann og sidetenner er likeins langt fraa konstante i tal.

Men den mest variable karakteren er fargen. Sjolve kroppen hjaa *Aeolididae* plar ofte vera fargelaus, so dyret faar sin farge av involane, serleg leverdivertiklane i papillane. Men det syner seg at fargen for ein stor part er ein funksjon av foda. Dette kan ein overtyde seg um ved aa la dyra leve paa ymis farga kost, t. d. hydroidar av ulik let; aeolididane vil daa som regel tydeleg brigde farge.

Favorinus albus er eit utifraa godt dome paa korleis ein art kann variere i let; her kann ein finne alle overgangar fraa myrkt brunt til heilt kvitt. Liknande finn ein hjaa mange andre artar.

Naar ein art kann variere millom so vidt vide grenser, er det rimeleg at artsdefinisjonen vert vanskeleg. Det er difor truleg at mange av dei aeolididar som no vert rekna for gode artar seinare vil syne seg aa vera berre varietetar.

B. Den spesielle delen.

Aeolididesystemet.

Det er som sagt sett upp mange system baserte paa ymse organ og karakterar, men alle har fleire eller færre lyte ved seg. *Radula* synest vera det organet som er mest konstant og karakteristisk og difor hover best til aa byggje systemet paa. Det er ogsa gjort av ELIOT (1910, s. 75). Han deler familien inn i tri hovudgrupper som fylogenetisk kjem etter kvarandre i denne orden:

1. *Triseriatae* d. v. s. dei som har tri rekkjer med tenner i *radula*.
2. *Uniseriatae* d. v. s. dei som berre har ei rekkje med tenner, svarande til midtrekkja i den triseriate *radula*.
3. *Serratae*. *Radula* er her redusert til eit tagget chitinband.

Dei artar av familien *Aeolididae* som er funne i Drobaksundet, byter seg paa 8 slekter, og paa basis av ELIOTS system vil eg setje upp denne vegvisaren til slekter og artar:

Fam. *Acolidiidae*.I. *Triseriatae*: 3 rekkjer med tenner i radula.

A. Fothyрно¹ stutt eller langt, men alltid kvast utdregne. Sidetennene langstrekte og jamnast mangetaggete (glatte er dei berre hjaa *Coryphella pellucida*). Gen. 1. *Coryphella*.

1. Sidetennene i radula taggete.

a. Færre enn 20 tverrekkjer med tenner i radula. Kroppsfargen kvit eller vassklar.

α Sidetennene smale med spissen bøygdt utetter eller rak. Som regel ei kvit stripe paa oversida av halen. Fothyрно umlag like lange som breidda ved basis.

o. Papillane lange og liggjande. Lengd upptil 35 mm.

1. *C. rufibranchialis*.

oo. Papillane stutte, tett loddrettstaa-ande. L. upptil 22 mm.

2. *C. verrucosa*.

β Sidetennene breide med spissen bøygdt innetter. 3 kvite striper langs etter kroppen. Fothyрно jamnast lenger enn breidda ved basis. L. upptil 15 mm. 3. *C. lineata*.

b. Fleire enn 20 tverrekkjer med tenner i radula. Kroppsfargen fiolett. Fothyрно umlag like lange som breidda ved basis. L. 9 mm. 4. *C. landsburghii*.

2. Sidetennene i radula glatte. Fothyрно tentakelforma. Tentaklar og rhinophorar umlag jamlange. Kroppsfargen overlag klar. L. 30 mm. 5. *C. pellucida*.

B. Fothyрно avrunda. Sidetennene breide, firkanta med ein einaste stor tagg. Gen. 2. *Galvina*.

1. Brunflekket. L. upptil 6 mm. 1. *G. picta*.

2. Grøn- og brunflekket. L. upptil 12 mm. 2. *G. exigua*.

II. *Uniseriatae*: irekkje med tenner i radula.

A. Tennene hestekoforma med færre enn 20 taggar; taggane er tydelege. Kroppen smekker og heller høg.

1. Lengda paa tennene tydeleg større enn breidda. Fothyрно tentakelforma. Tentaklane tydeleg lenger enn rhinophorane.

Gen. 3. *Facelina*.

1 art. L. upptil 40 mm. *F. drummondi*.

2. Lengda paa tennene ikkje merkande større enn breidda. Fothyрно avrunda.

a. Munntentaklar finst. Fleire enn 50 tenner i radula.

Gen. 4. *Amphorina*.

α Rhinophorane med ein raud ring paa midten; bakan- og framanfor dei eit par raude striper paa kroppen. L. upptil 10 mm. Taggane paa tennene umlag jamstore.

2. *A. olivacea*.

β Ingen raud ring paa rhinophorane, og inga raude striper framanfor dei. Papillane oftast gule i toppen. L. upptil 18 mm. Taggane paa tennene ulike store.

1. *A. aurantiaca*.

b. Eit halvmaaneforma velum i plassen for munntentaklar. Jamnast færre enn 50 tenner i radula. Gen. 5. *Embletonia*.

1 art. L. upptil 5 mm.

E. pallida.

¹ Her er alltid meint dei fræmre fothyрно.

- B. Tennene kamforma taggete med fleire enn 20 taggar. Kroppen breid og flattrøkt dorso-ventralt.
1. Tannplatene halvmaaneforma. Fothyrno lite utdregne, butte.
Gen. 6. *Aeolidia*.
1 art. L. upptil 60 mm. *Ac. papillosa*.
 2. Tannplatene bytt i tvo ved ei innskjerjing framtil paa midten. Fothyrno stutte, men heller kvasse.
Gen. 7. *Aeolidiella*.
1 art. L. upptil 50 mm. *Ac. glauca*.
- C. Tennene med ein kraftig, kloforma midttagg og smaa, utydelege sidetaggar, Fothyrno tentakelforma. Rhinophorane brune i den nedste $\frac{2}{3}$.
Gen. 8. *Favorinus*.
1 art. L. upptil 22 mm. *F. albus*.

Skildring av slekter og artar.

a. *Triseriatae*.

Gen. I. *Choryphella* GRAY.

1835. *Eolidia* (pars), M. SARS, s. 68.
1845—1855. *Eolis* (pars), ALDER & HANCOCK, Part I—VII.
1846. *Aeolis* (pars), LOVÉN, s. 7.
1850. *Coryphella*, GRAY, s. 109.
1854. *Aeolis* (pars), ASBJØRNSEN.
1855. *Coryphella*, ALDER & HANCOCK, Part VII, App. XXII.
1864. — BERGH, s. 88.
1865. *Aeolis* (pars), MEYER & MOBIUS, s. 21.
1876. *Coryphella*, BERGH, s. 633.
1878. — G. O. SARS, s. 319.
1879. — BERGH, s. 563.
1885. — BERGH, s. 51.
1888. — VAYSSIÈRE, s. 73.
1892. — BERGH, s. 1027.
1907. — ODHNER, s. 27.
1910. — ELIOT, s. 168.

Diagnose.

Kroppen smekker. Rhinophorane glatte eller rukkete. Dei tremre fothyrno kvast utdregne.

Processus masticatorius kraftig med fleire rader tenner. *Radula triseriat*, formel: I · I · I. Sidetennene oftast taggete. *Penis* uvæpna.

Denna slekta vart sett opp av GRAY (1850, s. 109) og skulde samle i seg alle dei aeolididar som hadde utdregne fothyrno, papillane samla i større grupper og glatte rhinophorar; alle desse former var tidlegare rekna

til slekta *Eolis* CUVIER. GRAYS diagnose lyder slik: „Tentacula subulate, smooth, labial feelers subulate, gills in tufts, foot subangular in front.“

ALDER & HANCOCK (Part VII, App. XXII) la til som slektsmerke at sidetennene skulde vera taggete; det same har BERGH stødt teke med i sin diagnose. Men sidan baade *Coryphella pellucida* og *C. simpsoni* har glatte sidetenner, bør anten tillegget „taggete sidetenner“ heilt gaa ut or diagnosen eller ein lyt segje „oftast taggete sidetenner“.

Slekta tel ikring 20 artar spreidde serleg over det kalde og medels varme beltet i nord. I Kristianiafjorden er det med visse funne 4 artar, og i fall min *Coryphella verrucosa* er identisk med *Coryphella verrucosa* M. SARS og dette er ein god art, er det i alt funne 5 Coryphellar i Drobaksundet.

1. *Coryphella rufibranchialis* (JOHNSTON) GRAY.

PL. I.

1832. *Eolidia rufibranchialis*, JOHNSTON. Londons Mag. Nat. Hist. V.
 1846. *Acolis branchialis*, LOVÉN, s. 7.
 1848. *Eolis rufibranchialis*, ALDER & HANCOCK, Part IV.
 1850. *Coryphella rufibranchialis*, GRAY, s. 109.
 1854. *Acolis branchialis* (?), ASBJØRNSEN, s. 33.
 1855. *Coryphella rufibranchialis*, ALDER & HANCOCK, Part. VII, App. XXII.
 1858. *Eolis branchialis*, M. SARS, s. 50.
 1865. *Acolis rufibranchialis*, MEYER & MOBIUS, s. 39.
 1876. *Coryphella rufibranchialis*, FRIELE & HANSEN, s. 75.
 1878. — — G. O. SARS, s. 319.
 1878. — *verrucosa*, G. O. SARS, s. 320.
 1896. — *rufibranchialis*, GRIEG, s. 22.
 1901. — — FRIELE & GRIEG, s. 119.
 1907. — — ODHNER, s. 31.
 1913. — — GRIEG, s. 93.

Diagnose.

Kroppen sers smekker. Papillane lange, tunne, med ein kvit ring nær spissen; dei sit i utydelege buntar; den fremste bunten er tydelegast. Foten er smal, dei fremre fothyрно stutt, men kvast utdregne.

Mandiblane med ein stutt men tydeleg *processus masticatorius* som er forsynt med fleire rader taggar. *Radula* triseriat, stutt (20 eller færre tenner). Sidetenner taggete med spissen bøygd utetter eller rett.

Penis uvæpna.

Historikk.

JOHNSTON (1832) er den fyrste som har funne denne arten; han skildra han under namnet *Eolidia rufibranchialis*¹. Denne vart m. a. typen for slekta *Coryphella* som GRAY sette opp i 1850, og er for det meste seinare skildra under dette slektsnamnet.

Etter mangt aa dome er det truleg at LOVÉN's *Acolis branchialis* MÜLLER (LOVÉN 1846, s. 7) og SARS' *Eolis branchialis* MÜLLER (SARS 1858, s. 50) heller er *Coryphella rufibranchialis* JOHNSTON; denne er større og vanlegare enn *Favorinus branchialis* (MÜLLER) BERGH. Det same er visseleg tilfellet med ASBJØRNSSENS *Acolis branchialis* MÜLLER (ASBJ. 1854, s. 33) som han har funne i Halangspollen ved Drobak og som etter hans fraasegn skal vera fraa 1 til 1½ tume lang. Det gaar elles ikkje an aa dome visst um faunaen langt attende i tida paa grunnlag av faunaen slik som han er idag; ein art som var millom dei vanlegaste t. d. for 50 aar sidan, kann høyre til dei mest sjeldsynte no (sjaa „Svingningar i faunaen“ lenger ute). Med umsyn til ASBJØRNSSENS *Acolis branchialis* er det storleiken som er urimeleg. Ein annan ting er at ein lite og inkje kann byggje paa slike fraasegner um nudibranchfaunaen som det ikkje fylgjer radulateikningar med, eller helst bilete av dyra med naturlege fargar. Det er soleis uraad aa segje um ASBJØRNSSENS og BROGGERS *Acolis concinna*, som dei har funne i Drobaksundet, er ford til urett art, eller um han har doytt ut or faunaen; no er han nemleg ikkje aa finne der.²

Coryphella rufibranchialis held serleg til i det kalde og medelsvarme beltet i nord. Han er soleis funnen i Medelhavet (CARUS 1889, s. 211), Østersjøen, ved kystane av Storbritannia og Skandinavia, i Behringshavet (FRIELE & GRIEG 1901) o. fl. stader. Hjaa oss er arten vanleg langs med heile kysten til Finnmark, men er merkeleg nok ikkje fyrr funnen i Kristianiafjorden.² I Drobaksundet er han for tidi utan tvil den aeolididen som ein oftast raakar paa og finn i størst individtal; han er funnen paa alle stasjonar so nær som st. 8 og 9.

Ytre karakterar.

Kroppforma er overlag smekker og strekkjer seg ut i eit langt, smalt haleparti attanfor papillane. Etter fraasegnene plar storleiken paa denne arten variere millom 20 og 25 mm. MEYER & MØBIUS (1865, s. 39) nemner likevel 35—40 mm. som den vanlege storleiken paa vaksne individ. Dei største individ som er funne i Drobaksundet har vore upp til 35 mm. Desse fann ein i mengd gytande paa *Zostera* og algar paa stasjon 5 24. april 1921. Som regel er storleiken paa dei vaksne individ som ein plar finne, ikring 20 mm. — Kroppen er vasskklar (transparent) eller svakt gul-

¹ I sin store monografi (Part IV) har ALDER & HANCOCK skildra og teikna arten under namnet *Eolis rufibranchialis*.

² Sjaa „Merknad“ i Fyreordet.

farga. Langsetter midtlina paa ryggsida av halepartiet gaar det ei mjølkekvit (opak) stripe.

Munntentaklane er feste paa sidene av hovudet og er heller lange og tunne. Fraa toppen og eit stykke nedover paa baksida gaar det ei stripe av same slaget som paa halen. Elles er munntentaklane vassklaare som kroppen.

Rhinophorane er feste tett ved kvarandre. Dei er umlag jamlange med tentaklane. Serleg paa store, vaksne individ er dei ofte rukkete. Ogso paa rhinophorane plar det vera ei kvit stripe i toppen; dei er alltid ein grand sterkare gulfarga enn kroppen og tentaklane.

Bak rhinophorane ser ein augo som tvo svarte prikkar.

Papillane sit i utydelege grupper paa baac sider. Millom 1. og 2. gruppa er det alltid større avstand enn millom dei andre. Ein plar finne 5-7 grupper, men talet er ikkje konstant og bør ikkje takast med i diagnosen. Talet paa papillar skifter ogso so mykje at det er ubrukande som

1

Fig. 3. *C. rufibranchialis*.
Svelghovud set fraa sida.
× 26.

Fig. 4. *C. rufibranchialis*.
Svelghovud set fraa undersida.
× 26.

Fig. 5. *C. rufibranchialis*.
Stykke av proc. mast. set fraa
innsida. × 130.

artskjennemerke. Papillane er maateleg lange, men heller tunne. Fargen paa levergreinene som skin igjennom den vassklaare papilleveggen skifter i raudt, gult og brunt hjaa dei ymse individ; yngre individ plar vera raudare i leten enn eldre. Nær toppen finn ein mest alltid ein mjølkekvit ring, sjolve spissen er vassklar.

Foten er sers smal og strekkjer seg eit godt stykke attanfor papillane. Dei fremre fothyrno er tydeleg utdregne og attoverboygde. Ofte er foten framtil heller mykje vengjeforma utvida.

Indre karakterar.

Svelghovudet (fig. 3 og 4) er mest kulerundt og forsynt med ein tydeleg men ikkje stor *processus masticatorius* paa kvar mandibel. Langs med randa og paa innsida av processane er fleire rader taggar (fig. 5).

Naar ein preparerer ut svelghovudet ved aa løyse upp dei blaute delane i kalilut, vil ein hjaa mange aeolididar og serleg hjaa *Coryphella rufibranchialis* finne at chitinlaget paa lippeskiva vert staa-ande att som ein krage paa mandiblanc framtil.

Radula er heller stutt med tri lengderekkje med tenner (fig. 6). Talet paa tverrekkje i radula har aldri vore meir enn 20, som regel berre 18.

ALDER & HANCOCK (Part VII Supplementary) nemner 15—20 tverrekkjer, ODHNER 13—20. Midttanna er forsynt med ein kraftig midttagg og fleire eller færre (som regel 5—7) mindre taggar paa kvar side av denne (fig. 7). Sidetennene er taggete, men alle dei individ som er funne i Drøbaksundet har havt færre taggar enn dei fleste granskarar nemner som normalt for arten; ODHNER (1910, s. 31) segjer soleis 12—14, medan mine eksemplar jamnast berre har havt 7—9 taggar (fig. 8). Slike variasjonar finn ein hjaa dei fleste artar, og taggetalet paa tennene i radula er soleis eit laakt artskjennemerke.

Sidetennene er heller smale med spissen jamnast anten rett eller boygd utetter, paa sume tenner jamvel ein grand innerter, men dette er sjeldnare.



Fig. 6. *C. rufibranchialis*.
2 tverrekkjer med tenner
or radula $\times 130$.

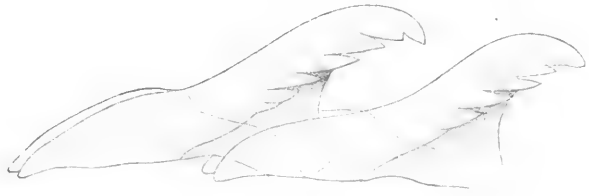


Fig. 7. *C. rufibranchialis*.
2 midttenner or radula set fraa sida.
 $\times 400$.



Fig. 8. *C. rufibranchialis*.
Ei sidetann or radula. $\times 625$.

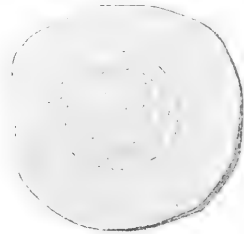


Fig. 9. *C. rufibranchialis*.
Eggsnor lagd 2. nov. 1919 paa
glasveggen i akvariet.

Biologi.

Coryphella rufibranchialis er som nemnt den vanlegaste aeolididen i Drøbaksundet og lever paa algar millom hydroidar. Dei største eksemplar finn ein um vaaren i gytetida. Gytinga gaar for seg fraa april og utetter. Den 24. april 1921 fann ein soleis paa stasjon 5 *C. rufibranchialis* i hopetal gytande paa algar og *Zostera* ved stranda. ALDER & HANCOCK nemner ogso april og mai som den vanlege gytetida for denne arten, men segjer samstundes at eggsnorene plar vera feste under steinar, medan arten hjaa oss heller plar feste dei til algar og sjogras; denne skilnaden gjeld elles fleire artar.

Alt i august og september finn ein smaa eksemplar som tvillaust er alne same aaret. Storleiken tek so til utetter hausten og vinteren, slik som tabellen nedanfor syner. Innimillom dei smaa formene um hausten

kann ein raake paa store, kynsmogne individ. Soleis la eit individ egg paa veggjen i ei glasskaal 2. november 1919.

Eggsnorene (fig. 9) har form som tunne traadar og er rulla saman i ein spiral med 3—5 vindingar, naar dei vert lagde paa eit flatt underlag, men ligg heilt uregelrett t. d. paa eit Zosterabladd.

Coryphella rufibranchialis er eit graadigt rovdyr, seigiliva og livleg. Han er lett aa halde i akvarium.

Tabell over *Coryphella rufibranchialis* fraa Klosund.

Finnetid	Individtal	Maalgrenser i mm.	Tverrmaalslengd i mm.
1919. 6. sept.	Talrike	2—7	4,5
— 4. okt.	Talrike	1—10	5,5
— 2. nov.	20	3—22 ¹	8,5
— 30. nov.	103	4—28	13,1
1920. 23. febr.	6	6—20	16,3
— 28. mars	5	13—18	14,6
— 2. mai	7	12 ² —15	13,7
— 7. juli—3. aug. 1921	Ingen		
1921. 3. aug.	10	1—5	3
— 11. aug.	4	1—12	4,9
— 10. sept.	32	5—25	13

Tabellen gir eit inntrykk av vokstersnøgleiken, og etter det skulde ein tru at dyra vert kynsmogne paa eit aar eller minder.

Dei andre artane finn ein ikkje so jamt og i so stort individtal som *Coryphella rufibranchialis*, og ein liknande tabell over dei andre vil difor ikkje gi noko rettvissande resultat med omsyn til tverrmaalslengdene.

2. *Coryphella verrucosa* (M. Sars) FRIELE & HANSEN.

Pl. I.

1829. *Eolidia verrucosa*, M. Sars, s. 9.

1876. *Coryphella verrucosa*, FRIELE & HANSEN, s. 75.

1907. — — — — — ODHNER, s. 33.

1910. — — — — — ELIOT, s. 168.

Diagnose.

Kroppen er sers smekker. Papillane mange, stutte, tjukke, tett loddrettstaa-ande, med ein breid, mjolkekvit ring i toppen. Fothyрно stutt men kvast utdregne.

Radula som hjaa *C. rufibranchialis*.

¹ Eitt eksemplar paa 22 mm. resten under 12 mm.

² Eit eksemplar paa 12 mm. hadde egg i seg.

Historikk.

M. SARS var den fyrste som fann denne arten og skildra han under namnet *Eolidia verrucosa* (Sars 1829, s. 9). Sars gir ogso ei teikning av dyret levande med naturlege fargar. Fyrst i 1876 vart arten funnen att av FRIELE & HANSEN ved Manger, og desse forfattarane er dei fyrste som leverer teikning av radula og fører arten til rett slekt. G. O. SARS (1878 s. 320) trur fyrst han har funne *C. verrucosa* baade ved Finnmarkkysten og i Kristianiafjorden og gir ein diagnose og ei skildring og teikning av han. Men under „Anmærkninger“ fremst i same verket segjer han dette: „Den pg. 320 under Benævnelser *Coryphella verrucosa* M. Sars omtalte Aeolidie er neppe identisk med min Faders *Aeolis verrucosa*; jeg maa efter noiere Undersøkelser holde den alene for en Varietet av *Coryphella rufibranchialis*, Johnst.“ Etter biletet hjaa G. O. SARS (1878 Tab. 28) aa dome kann det heller ikkje vera tvil um at han har mistydt *Eolidia verrucosa* M. Sars.

Etter ODHNER¹ (1907, s. 86) skal arten vera funnen ved vestkysten av Sverige i aara fraa 1890—1902 i faa eksemplar, men elles ikkje utanfor Skandinavia. *C. verrucosa* er soleis ei sjeldfengd form og har ei sers avgrensa utbreidsle. Hjaa oss er han som nemnt tidlegare funnen ved Bergenskysten og no dessutan i Kristianiafjorden. I aara 1919 og 20 vart det i alt berre funne 5 eksemplar; hausten 1921 var han derimot likso vanleg som *C. rufibranchialis*, og vart funnen paa stasjonane 1, 2 og 3.

Som ein vil sjaa av skildringa, liknar denne arten sers mykje paa *C. rufibranchialis*, serleg med umsyn til svelghovudet og radula. Det kann difor hende at *C. verrucosa* berre er ein varietet av *C. rufibranchialis*. Dette spursmaalet er dryft nognare s. 31.

Ytre karakterar.

Kroppen er overlag smekker, umlag som paa *Coryphella rufibranchialis*. Han er breidast framme ved rhinophorane, smalnar derifraa jamt av attover og lagar eit heller langt haleparti attanfor papillane. Kroppen er hogast litt framanfor midten.

Storleiken segjer Sars skal vera $\frac{3}{4}$ tume; det største eksemplar som er funne i Drøbaksundet, var 22 mm. (Skihelle 1. okt. 1921), men det er truleg at arten kann bli enno større, for ingen av dei eg har funne, har vore kynsmogne.

Kroppsfargen er svakt gulvoren. Millom rhinophorane og noko attanfor dei ser ein ofte ein raudgul lét. Langsmed midtlina av halen gaar det ei mjølkekvit stripe.

Munntentaklane er heller lange og sabelforma attoverbøygde. Paa baksida av dei gaar det so lange dei er ei kvit stripe; dette synest vera ein overlag konstant karakter hjaa individa i Kristianiafjorden og er ogso nemnt i Sars' skildring.

¹ Sjaa „Merknad“ i Fyreordet.

Rhinophorane sit tett saman og er umlag jamlange med, eller heller litt mindre enn tentaklane. I toppen er dei paa baksida forsynte med ei kvit stripe.

Bak rhinophorane ser ein augo som tvo svarte prikkar.

Papillane er det mest sermerkte ved denne arten. Dei ser ut til aa dekkje heile ryggen, men, som SARS (1829, s. 10) segjer: „Naar man boier dem fra hverandre, seer man, at de egentlig sidde paa Ryggens Sider.“ Dei er stutte og tjukke og staar loddrett tett saman. Forma er jammast nokolunde sylindrisk, men dei vert ofte samandregne so dei faar klubbform. Fargen paa leverdivertiklane skifter fraa ljost gult, til brunt; det fyrste har vore det vanlegaste paa individa fraa Drobaksundet; derimot har truleg alle SARS' individ havt brune papillar, sidan han tek denne karakteren med i diagnosen. I toppen av papillane finn ein alltid ein breid, kvit ring, medan sjolve apex er gulkvit, og ser ut som ein myrk prikk i alt det kvite ikring. SARS (1829, s. 11) segjer um papillane: „Gjellerne ere rustbrune og i den overste Ende hvide med en brun Prik midt paa Yderenden, samt omgivne af en tynd hvidagtig gjennemsigtig Hud.“

Foten er sers smal. Dei fremre fothyрно er kann hende litt mindre utdregne enn hjaa typiske eksemplar av *Coryphella rufibranchialis*. Paa alle individ fraa Drobaksundet har foten vore meir utvida framtil enn biletet hjaa SARS (1829, Tab. 2, fig. 1) syner.

Indre karakterar.

Det er ikkje raad aa finne nokon skilnad paa svelghovud, mandiblar og radula hjaa *Coryphella verrucosa* og *C. rufibranchialis* fraa Drobaksundet, og eg kann difor for den fyrste artens vedkomande vise til figurane av dei nemnde organelar hjaa den andre.

M. SARS har ikkje undersøkt dei indre organa hjaa *C. verrucosa*, og i sin diagnose nemmer han difor heller ingen ting um radula. FRIELE & HANSEN (1876, Tab. II, fig. VII og VIII) har derimot teikningar av tennene og randa av proc. masticatorius; men det er inkje i vegen for at tennene likso vel kann hoyre *C. rufibranchialis* til. I sin vegvisar til artane i slekta *Coryphella* segjer ODHNER (1907, s. 32) um *C. verrucosa*: „Lam. med.¹ of the radula with 5 denticles on each side, lam. lat.² with 6 ones.“ — —

Skilnaden millom dei tvo *Coryphella*- artar er etter ODHNER den at sidetennene hjaa *C. verrucosa* har 6 taggar, hjaa *C. rufibranchialis* 12—14. Men som fyrr nemnt plar individa av den siste arten i Kristianiafjorden ha færre enn 12 taggar paa sidetennene, og mange har havt like ned i 6; samstundes har *C. verrucosa* fraa same lokaliteten havt fleire enn 6 taggar.

Etter dette maa ein difor hevde at i Drobaksundets fauna er det ingen skilnad i radula paa *C. rufibranchialis* JOHNST. og *C. verrucosa* SARS.

¹ Lam. med. vil segje midttanna.

² Lam. lat. vil segje sidetennene.

Biologi.

C. verrucosa finn ein som regel i lag med *C. rufibranchialis* paa algar og hydroidar. Det er eit overlæg livleg og muskelsterkt dyr, rovgriskt og seigliva.

Diverre har eg aldri raaka paa kynsmogne individ av denne arten og heller ikkje set eggsnorene av han. Som nemnt vart det i aara 1919 og-20 berre funne 5 individ, medan det i haust (1921) var rikeleg av dei. Det er truleg at *C. verrucosa* gyter um vaaren liksom dei fleste andre, og at ein difor til næste vaar (1922) vil kunne finne eggsnorene.

Dryfting av forholdet millom *Coryphella verrucosa* og *Coryphella rufibranchialis*.

I sin mest typiske skapnad er *C. verrucosa* ved sine papillar ein so sermerkt aeolidide, at ein paa basis av dei ytre karakterar aaleine ikkje fell paa aa tvile paa at ein har med ein god art aa gjera. Og naar ein har eit so vidt godt bilete av dyret som det M. SARS har gitt, skulde heller ikkje artstilføringa vera so vanskeleg, aa segje dersom ein har eit typisk eksemplar fyre seg. SARS' diagnose lyder slik: „*Eolidia Verrucosa* corpore oblongo, supra branchiis numerosis, erectis, cylindricis, obtusis, ferrugineis apicibus albis, tentaculis 4.“ Eg kann soleis ikkje vera i tvil um at den arten fraa Drøbåksundet som eg har fort til *C. verrucosa* er identisk med *Eolidia verrucosa* SARS, jamvel um mine eksemplar jamnast har havt ljosare papillar enn SARS'.

So sermerkt *C. verrucosa* enn er med umsyn til papillane, er det likevel grunn til aa tvile paa um han i roynda er ein god art, eller um han ikkje heller berre er ein varietet av *C. rufibranchialis*.

Som fyrr nemnt er det ikkje raad aa finne nokon nemnande skilnad i radula millom dei tvo *Coryphellar* det her gjeld, og berre det er ein bisneleg ting. Men viktigare er det at ein hausten 1921, daa *C. verrucosa* var aa finne i rikeleg mengd, kunde raake paa heller mange overgangsformer med umsyn til papillane millom dei typiske eksemplar av *C. verrucosa* og *C. rufibranchialis*. Ein kunde soleis sjaa individ med lengre og tunnare papillar, eller med papillar som stod grinnare enn paa dei typiske eksemplar, eller med nedliggjande papillar, eller med ein smalare kvit ring i toppen av papillane. Fleire av desse avvik fraa den typiske forma kunde ein finne samstundes hjaa eit og same individ, og naar alle dei nemnde avvik finst samstundes, har ein i roynda ein heller typisk *C. rufibranchialis*. Det var soleis ofte vandt aa avgjera um ein hadde fyre seg ein *C. verrucosa* eller ein *C. rufibranchialis*.

Dei typiske eksemplar av *C. verrucosa* har alltid ei kvit stripe langsmed heile tentaklane, medan *C. rufibranchialis* plar ha ei kvit stripe berre

i toppen; men det er ikkje sjeldan aa finne eksemplar av den siste arten med kvit stripe heilt ned til grunnen av tentaklane, og det hender at ein elles typisk *C. verrucosa* har kvit stripe berre i toppen.

C. verrucosa finn ein alltid i lag med *C. rufibranchialis*. Hausten 1921 var det rikeleg av baare artar, og det var daa ofte bisneleg korleis mange (tupp til 20 -30) individ hadde samla seg paa same staden t. d. eit Laminariatlak. Millom desse kunde ein daa finne baade typiske eksemplar av dei tvo artar og overgangsformer.

Etter dette skulde det vera grunn til aa tvile paa um dei tvo Coryphellar i roynda er tvo sjolvstendige artar; paa den andre sida er det ynksjeleg aa faa enno fleire indisier, eller at dei som her er peika paa vert stadfeste av andre, fyrr ein tek endeleg avgjerse; for alle er fulla samde um at den systematiske granskinga er betre tent med at ein skildrar tvo varietetar som tvo artar enn umvendt, so lenge ein er uviss um det roynelege forholdet.

I fall den meininga som her er sett fram, vert stadfest, er det rimeleg at *Coryphella rufibranchialis* (JOHNST.) GRAY vert hovudarten og *Coryphella verrucosa* (SARS) FRIELE & HANSEN vert varieteten.

3. *Coryphella lineata* (LOVÉN) ALDER & HANCOCK.

Pl. II.

1846. *Acolis lineata*, LOVÉN, s. 8.
 1851. *Eolis lineata*, ALDER & HANCOCK, Part V.
 1855. *Coryphella lineata*, ALDER & HANCOCK, Part VII s. 49.
 1866. *Acolis argenteolineata*, COSTA i Ann. d. Mus. zool. d. R. Univers. di Napoli.
 1878. *Coryphella lineata*, G. O. SARS, s. 364.
 1888. — — VAYSSIÈRE, s. 73.
 1889. — — CARUS, s. 212.
 1901. — — FRIELE & GRIEG, s. 120.
 1907. — — ODHNER, s. 32.

Diagnose.

Kroppen smalt langstrekt, med 3 karakteristiske mjølkekвите lengdestriper, ei langsmed kvar side av kroppen og ei langsetter midtlinja av ryggen; den siste kloyver seg framme paa hovudet i tvo greiner som gaar ut i tentaklane. *Rhinophorane* oftast noko stuttare enn *tentaklane*, med ei kvit stripe paa baksida. *Papillane* sit i grupper og er heller lange og tunne. Langsmed kvar papill gaar det ei eller fleire kvite striper; i toppen ein kvit ring. Foten smal og dei fremre fothyрно langt og smalt utdregne.

Radula triseriat, stutt (13—20 tenner) med grove tenner. Sidetennene breide ved basis med spissen boygd innerter. Baade midttann og sidetenner taggete.

Historikk.

Coryphella lineata er fyrst funnen av LOVÉN (1846, s. 8) ved Bohuslänkysten. LOVÉN ga denne diagnosen paa arten under namnet *Acolis lineata* n: „Gracilis, albida, vibraculis concoloribus, mediocribus, branchiis in series utrinque novem digestis, coccineis, lineis cujusvis tribus longitudinalibus, linea utrinque laterali, tertia dorsali media in cirris veli excurrente, et stria vibraculorum postica niveis; solea brevilunata. 10 mm. Boh.“

Seinare har ALDER & HANCOCK funne arten ved vestkysten av England, og skildra han fyrst under namnet *Eolis lineata* (1851 Part V), sidan under namnet *Coryphella lineata* (1855 Part VII, s. 49) og er dei fyrste som har ført arten til rett slekt.

G. O. SARS (1878, s. 364) er den fyrste som har funne *Coryphella lineata* i vaar fauna, nemleg ved Lofoten; sidan er han funnen fleire stader ved vestkysten.

Av andre stader der denne arten er ettervist kann ein nemne: Marseillebukta (VAYSSIÈRE 1888, s. 74), Medelhavet (CARUS 1889, s. 212) og Island ODHNER 1907, s. 84).

Coryphella lineata lever soleis i det nordlege Atlanterhavet fraa Island og Nord-Noreg til Medelhavet. Det er ei sjeldsynt form som ein ikkje plar raake paa i større individtal.

I Kristianiafjorden har ingen fyrr funne han, og her høyrer han ogso til dei sjeldnaste aeolididane; i alt er det soleis paa 3 aar berre funne 5—6 eksemplar, bytte paa stasjonane 1, 2, 3 og 6.

Ytre karakterar.

Kroppen er smekker, men ikkje fullt so høg og smal som hjaa *C. rufibranchialis*. Han smalnar jamt av bakover og endar i eit heller stutt haleparti attanfor papillane.

Det største eksemplaret som er funne i Drøbaksundet, var 15 mm.; andre skal ha funne 25 mm. lange individ (ODHNER 1907, s. 32). LOVÉN nemner 10 mm., ALDER & HANCOCK i tume.

Kroppsfargen er svakt gulvoren eller vassklar so dei indre organ skin igjennom. Langs etter ryggen gaar det 3 karakteristiske mjølkekvide striper, som arten har faatt namn etter. Den eine stripa fylgjer medianlina fraa halespissen og frametter til hovudet; her kløyver ho seg i tvo greiner som gaar ut i tentaklane. Dei tvo andre stripene gaar, ei paa kvar side, langs med sidene av ryggen.

Munntentaklane er feste fremst paa sidene av hovudet, er heller lange og noko tjukkare ved basis enn i den distale enden. Dei er letaliksom kroppen og so lange dei er forsynte med den fyrr nemnde kvite stripa paa baksida.

Rhinophorane er noko stuttare enn tentaklane og feste eit stykke fraa kvarandre. Dei er rake av form og ofte noko rukkete. Langsmed den bakre randa gaar det ei mjolkekvit stripe som sumtid renn saman med midstripa paa ryggen. Elles plar dei vera noko meir gulleta enn kroppen. Eit stykke bak rhinophorane skin augo igjenom.

Papillane sit som regel i 4 buntar paa kvar side;¹ dei fleste granskarar segjer 4—5. Dei tvo attarste buntane gaar mest i eitt, so det i alt ser ut til aa vera 3 buntar. Kvar papill er heller lang og tunn. Fargen paa levergreinene er raud eller raudgul. Langsmed papillane plar det gaa ei mjolkekvit stripe, men paa eitt eksemplar som vart funne paa stasjon 3 26. aug. 1921 kunde ein sjaa 4 kvite striper paa dei fleste papillar (Pl. II, fig. 5 c.). Dette har eg ikkje set nemnt i litteraturen nokon stad; ALDER & HANCOCK nemner 1 kvit stripe paa framsida av papillane, likeins VAYSSIÈRE, men i LOVÉNS diagnose staar det ingen ting um dette. Stripa (resp. stripene) plar munne i ein kvit ring nær toppen av papillane.

Foten er smal; dei fremre fothyрно er langt utdregne, so dei ser ut som tentaklar.



Fig. 10. *C. lineata*.
Tvo tverrekkjer med tenner
or radula. $\times 130$.



Fig. 11. *C. lineata*.
Tvo sidetenner or radula. $\times 625$.

Indre karakterar.

Processus masticatorius er ikkje stor, men som hjaa alle Coryphellar forsynt med taggar i randa og fleire rader med taggar paa den indre flata. I *radula* har det paa dei undersøkte eksemplar fraa Drøbaksundet vore 15—16 tverrekkjer med tenner; ALDER & HANCOCK (Part VII Supplementary) nemner 14 rekkjer, VAYSSIÈRE (1888, s. 75) 13—15. Etter alle fraasegner aa dome kann talet svinge millom 13 og 20 liksom hjaa *C. rufibranchialis*. Radula hjaa desse tvo Coryphellar liknar elles ogso mykje paa kvarandre, men dei einskilde tannplater er tydeleg breidare og i det heile grovare hjaa *C. lineata* enn hjaa den andre; serleg gjeld dette sidetennene; spissen paa desse er dessutan sterkt innerbøyd hjaa *C. lineata*, men rett eller bøyd utetter hjaa *C. rufibranchialis*. Paa desse karakterane kann ein soleis skilje dei aat.

Midttanna (fig. 10) i kvar rekkje er forsynt med 7—10 taggar paa kvar side av ein midttagg. Dette er fleire enn dei fleste granskarar har funne; ODHNER (1907, s. 32) segjer soleis 5—7, VAYSSIÈRE (1888, s. 75) 7—9. Sidetennene (fig. 11) har derimot paa mine eksemplar havt færre

¹ Det eksemplaret som er teikna paa Pl. II, var noko defekt med umsyn til papillane.

taggar enn vanleg, soleis berre 8—11, medan det vanlege skal vera 12—14. VAYSSIÈRE (1888 Pl. IV) synest ha funne tvo typar tenner hjaa sine eksemplar; hjaa den eine typen (fig. 35) er tannplatene heller lange og smale, hjaa den andre (fig. 36) breidare; den siste typen liknar mest paa tannplatene hjaa vaare eksemplar.

Biologi.

C. lineata er alltid funnen paa raudalgar i Drobaksundet. Etter G. O. SARS (1878, s. 364) skal dei arktiske former av denne arten leve i djupner fraa 20—30 fannar; etter FRIELE & GRIEG (1901, s. 120) er han funnen ved Husoy paa 50—60 fannar, men i Drobaksundet lever han paa mykje grunnare vatn. Det er elles eit vanleg fenomen, som i minsto gjeld dei fleste nudibranchiar, at former av same arten lever paa djupare vatn i det opne havet enn inne i fjordane.

Med umsyn til biologien er det lite aa segje um formene i Drobaksundet, sidan det er funne so faa eksemplar. Eitt av desse som vart funne 3. aug. 1920 var kynsmoge og saag ut til aa vera gyteferdig. Etter ALDER & HANCOCK skal arten gyte i juni, og eggsnorene liknar paa dei hjaa *C. rufibranchialis*.

4. *Coryphella landsburghii*. (ALDER & HANCOCK) GRAY.

Pl. II.

1848. *Eolis Landsburghii*, ALDER & HANCOCK, Part IV.
 1850. *Coryphella Landsburghii*, GRAY, s. 109.
 1855. — *Landsburghii*, ALDER & HANCOCK, Part VII, s. 49.
 1876. — *Landsburgi* FRIELE & HANSEN, s. 75.
 1888. — *Landsburgii* VAYSSIÈRE, s. 76.
 1889. — — CARUS, s. 211.
 1907. — *Landsburgi* ODHNER, s. 32.

Diagnose.

(Umsett etter VAYSSIÈRE, 1888 s. 76.)

Dyret sers smekkert, hovudet smalare enn midtpartiet av kroppen, foten umlag paa same storleik som kroppen, med dei fremre hyrno svakt tentakelforma. Rhinophorane glatte eller smaarukkete, men ikkje perfolierte, sylindrisk-koniske og paa same lengd som munntentaklane.

Grunnfargen over heile kroppen vent raudfiolett. Papillane sit i grupper paa sidene av ryggen, desse organa er sers langstrekt spoleforma og dei raudgule levergreinene kann ein snautt sjaa gjennom den fiolettfarga papillveggen. Spissen av papillane er likeins som den ovre delen av munntentaklane og rhinophorane mjølkekvit. Mandiblane heller veike og gulfarga,

randa av dei, eller processus masticatorius, etter maaten stutt, og syner som regel ei einaste rad med smaa taggar.

Radula triseriat med stutte men kraftige sidetenner som er taggete paa den indre randa.

Penis lite utvikla, sylindrisk og uvæpna.

Historikk.

Coryphella landsburghii er fyrst funnen ved den engelske kysten av *Landsborough* og skildra og teikna av ALDER & HANCOCK (1848, Part IV) under namnet *Eolis Landsburgii*. Dei hadde berre eitt eksemplar til sitt raadvelde og paa grunnlag av det sette dei upp denne diagnosen: „*E. gracilis, violacea: branchiis elliptico-linearibus, aurantiaco rubris, apicibus albis in fasciculis 5—6 digestis: tentaculis linearibus violaceis, apicibus albis: angulis anterioribus pedis paululum productis.*“

Daa GRAY i 1850 sette upp slekta *Coryphella*, vart *Eolis landsburghii* teken med i denne som ein av typane.

I Part VII s. 49 fører ogso ALDER & HANCOCK arten til slekta *Coryphella*, etter at dei har havt høve til aa granske fleire eksemplar, og i same bandet (Appendix VIII) legg dei til:

„An opportunity of seeing fine fullgrown specimens of this lovely *Eolis* enables us to say that our drawing represents the species in a rather immature state. The branchiæ in adult specimens are longer and rather more numerous than there represented. The animal attains the size of nearly half an inch.“

Næste gong ein raakar paa denne arten i litteraturen er hjaa FRIELE & HANSEN (1876, s. 75). Dei har funne eit eksemplar ved Florøy, men gir inga skildring av han, berre eit par figurar av mandiblar og radula.

I 1888 fann VAYSSIÈRE arten i Marseillebukta og gir (s. 76) ein utforleg diagnose av han, som ovanfor er citert i umsetjing; dessutan finn ein i same verket ei greid skildring og figurar av mandiblar og radula.

Sidan er arten funnen i Medelhavet av CARUS (1889, s. 211).

Coryphella landsburghii lever soleis i det medels varme Atlanterhav fraa norskekysten til Medelhavet. Etter dei faae fraasegner um arten aa dømme, er det ei sers sjeldfengd form.

I Kristianiafjorden er det funne eit einaste eksemplar (17. sept. 1921) paa stasjon I, som i alt det viktige svara til teikninga hjaa ALDER & HANCOCK.

Siden vi berre har dette eine eksemplaret, har eg ikkje vilja dissekere det og ta ut svelghovudet og radula som vanleg; av same grunn har eg heller ikkje laga nokon sjølvstendig diagnose, men i staden hermt VAYSSIÈRE's jamvel um denne ikkje heilt høver paa det eine eksemplaret fraa Drobaksundet.

I det som no kjem skal eg skildre dei ytre karakterar hjaa arten paa grunnlag av mitt eige eksemplar, men med umsyn til dei indre karakterar skal eg stutt herme andre granskarar.

Ytre karakterar.

Kroppen er overlag smekker, breidast noko framanfor midten og smalnar av mot baee endar; baktill endar han i eit langt, traadsmalt haleparti; dette var lenger og smalare paa vaart eksemplar enn paa ALDER & HANCOCK'S.

Lengda var 9 mm. men etter dei nyst nemnde granskarane skal arten kunne bli upp til $\frac{1}{2}$ tume.

Kroppsfargen er jamleta fiolett, og *C. landsburghii* skil seg ved denne karakteren greidd fraa alle andre aeolididar, iminsto i vaar fauna, og er lett kjenneleg berre paa leten.

Munntentaklane er heller lange og tunne; den proksimale delen peikar frametter umlag parallelt med kroppen, men den distale enden boygjer ut til sidene. Spissen er kvit, men elles er dei fiolette som kroppen.

Rhinophorane var paa vaart eksemplar like lange som tentaklane; ALDER & HANCOCK segjer: „Oral tentacles a little longer than the dorsal pair“, medan VAYSSIÈRE segjer dei er jamlange (sjaa diagnosen). Toppen er ogso paa rhinophorane kvit, men elles er dei fiolette. Dei var tydeleg smaa-rukkete.

Eit stykke bak rhinophorane skein augo igjenom.

Papillane sat i 5 buntar; dei tvo fremste var tydelegast og inneheldt flest papillar. Desse var spoleforma og medels lange. Levergreinene som baade etter ALDER & HANCOCK og VAYSSIÈRE skal vera gulvorne (orange), var paa vaart eksemplar myrkt raude. Dei skein tydeleg igjenom papillveggen som var svakt fiolett. Nær toppen var det ein kvit overlag skarpt avgrensa ring; sjolve apex var fiolett.

Foten var sers smal, truleg noko smalare enn kroppen, framtil maaneforma utvida med hyrno stutt, men kvast utdregne.

Indre karakterar.

Med umsyn til processus masticatorius synest det vera ein grand usemje. FRIELE & HANSEN (1876, Tab. II. fig. XV) finn liksom hjaa alle *Coryphellar* fleire rader taggar paa innsida av processen, medan VAYSSIÈRE (1888 s. 78) segjer at dei fleste berre har ei rad med taggar i randa; hjaa sume finn han fulla nokre faa paa innsida.

Radula inneheld etter ALDER & HANCOCK (Part VII, Supplementary) 27 tverrekkjer med tenner, etter VAYSSIÈRE fraa 20—32, men som regel ikring 26. Midttanna er forsynt med 5—6 taggar paa kvar side av ein midttagg; sidetennene er breide ved basis og forsynte med 5—6 taggar paa den indre randa.

Biologi.

I litteraturen er det svært lite aa finne um biologien hjaa denne arten, som venteleg er av di han er so sjeldfengd. Um eksemplaret fraa Drøbak-sundet er aa segje at det vart funne paa *Delesseria sanguinea* og var liv-

leg i sine rørsler, men ikkje seigiliva; det levde soleis ikkje meir enn eit par døger i friskt vatn.

Fraasegner um forplantningsbiologien finn ein ikkje i litteraturen.

5. *Coryphella pellucida* (ALDER & HANCOCK) GRAY.

Pl. II.

1846. *Eolis pellucida*, ALDER & HANCOCK, Part III.
 1850. *Coryphella pellucida*, GRAY, s. 109.
 1854. *Acolis pellucida*, ASBJØRNSEN, s. 32.
 1855. *Coryphella pellucida*, ALDER & HANCOCK, Part VII, s. 49.
 1860. *Eolis pellucida*, M. SARS, s. 189.
 1878. *Coryphella pellucida*, G. O. SARS, s. 364.
 1889. — — CARUS, s. 212.
 1901. — — FRIELE & GRIEG, s. 119.
 1907. — — ODHNER, s. 31 og 83.

Diagnose.

Kroppen smekker, sers vassklar.

Papillar i grupper, lange og tunne, som regel sterkt raude med skinande kvite toppar. Dei fremre fothyрно tantakelforma.

Radula triseriat, lang, som regel over 30 tverrekker med tenner.

Midttanna i radula med ein kraftig midttagg og mindre taggar paa kvar side av denne. Sidetennene glatte, heller breide ved basis og langt og smalt tilspissa mot den fri enden.

Historikk.

Coryphella pellucida er fyrste gong funnen paa nordaustkysten av England av ALDER & HANCOCK og teikna og skildra av desse granskarane i deira „Monograph“, Part III (1846) under namnet *Eolis pellucida*. Dei ga denne diagnosen paa arten paa grunnlag av eitt eksemplar: „E. gracilis, alba, pellucida: branchiis linearibus, roseis, apicibus albis, in fasciculis 5—6 digestis: tentaculis dorsalibus elongatis, leviter corrugatis: angulis anterioribus pedis valde productis.“

Stutt tid etter (1849) fann P. Chr. ASBJØRNSEN arten i Ostsund og i 1852 ved Bollæerne i Kristianiafjorden, og gir i si avhandling fraa 1854 ei stutt skildring av han under namnet *Acolis pellucida*. I 1850 tok GRAY arten med som ein av typane for den nye slekta *Coryphella*.

Seinare er *Coryphella pellucida* funnen att i Kristianiafjorden av M. SARS (1870) og W. C. BRØGGER (1872) som baae framleides brukar slektsnamnet *Eolis*, og ved vaar vestkyst av G. O. SARS (1878).

Elles har CARUS (1889) funne arten i Medelhavet.

Coryphella pellucida er soleis liksom dei fleste Coryphellar spreidd i det medelsvarme Atlanterhav fråa kysten av Noreg til Medelhavet; hjaa oss lever han truleg langs med heile kysten. Men det ser i det heile ut til aa vera ei sjeldfengd form, som ein ikkje raakar paa i større individtal. I Drøbaksundet er han funnen paa stasjonane 1, 3, 6 og 7, men i faa eksemplar. I aara 1919 og 20 vart det soleis i alt berre funne 3 stykke; men i 1921 var det rikelegare av denne arten, liksom elles av mange andre nudibranchiar som fyrr var sjeldsynte. Det vart det aaret (i august og september) funne i alt 22 eksemplar i 6 skrapedrag, og i eit av desse (St. 1, 17. sept.) fann ein ikkje minder enn 12 eksemplar paa eit einaste Delesseriablad.

Ytre karakterar.

Det som fyrst fell i augo ved denne arten, er dei skinande kvite og raude fargane. Dyret er so klokt at det er reint eit serhende um ein er so heppen aa faa eit eksemplar upp or skrapematerialet heilt uskadt; som regel er dei meir eller minder defekte.

Kroppen er smal, jamnast noko vengjeforma utvida ved basis av den fremste papillgruppa. Baktil smalnar han av til eit haleparti eit stykke attanfor papillane.

Etter ALDER & HANCOCK skal arten bli umlag $\frac{7}{8}$ tume lang, etter ØDHNER berre 16 mm.; i Drøbaksundet er det funne upp til 30 mm. lange individ. (St. 1, 30. nov. 1919).

Kroppsfargen er overlag klaart kvit, sumtid ein grand gulvoren. Framme paa hovudet skin dei loddrette lippeflikane igjenom og teiknar seg som ein kvit V. (Sjaa ogsø ALDER & HANCOCK, Part III Pl. 19).

Munntentaklane er heller lange og noko tjukkare ved basis; dei er vassklaare liksom kroppen, men med mjølkekвите toppar.

Rhinophorane er feste eit stykke fraa kvarandre. Dei er umlag jamlange med tentaklane, koniske av form og ofte gulleta eller olivenfarga i den øvre halvparten, slik som ALDER & HANCOCK segjer dei plar vera. Paa store eksemplar er rhinophorane ringete eller iminsto rukkete.

Tett bak rhinophorane ser ein augo som tvo svarte prikkar.

Papillane sit i 5—6 buntar. Den fremste er tydelegast og storst, og ved basis av denne er kroppen som fyrr nemnt vengjeforma utvida. Paa ALDER & HANCOCK's teikning kann ein ogsø sjaa dette tydeleg, og slik har det vore paa alle eksemplar fraa Drøbaksundet, so det synest vera heilt karakteristisk for arten. Papillane er sers lange og tunne og peikar jamnast i alle leider so dyret ser heller lurvet ut. Leverdivertiklane er prydeleg karmesinraude; toppen av papillane er skinande kvit.

Foten er heller breid, men smalnar jamt av bakover. Dei fremre fothyrrno er overlag langt og smalt utdregne, mest som hjaa *Facelina*-artane.

Indre karakterar.

Svelghovudet er, set fraa over- eller undersida, i umriss elliptisk, set fraa sidene smalnar det noko av attover. Dersom ein preparerer ut svelghovudet soleis at musklane vert sitjande paa det, kann ein sjaa eit trikanta parti paa sida av mandiblane som ikkje er dekt av musklar. Mandiblane (fig. 12) er horn-gule paa let og forsynt med ein heller stor processus masticatorius (fig. 13), som umframt kraftige taggar i randa, ber mange rader

Fig. 12. *C. pellucida*.
Ein mandibel set fraa
sida. $\times 23$.

Fig. 13. *C. pellucida*.
Stykke av proc. mast. $\times 12$.

Fig. 14. *C. pellucida*.
2 tverrekkjer med
tenner or radula.
 $\times 130$.



Fig. 15. *C. pellucida*.
Ei midttann or radula set fraa
oversida. $\times 625$.



Fig. 16. *C. pellucida*.
2 midttenner or radula set fraa sida. $\times 625$.

med taggar paa den indre flata. Radula er triseriat (fig. 14) og heller lang; paa individa fraa Drobaksundet har det aldri vore færre enn 30 tverrekkjer med tenner, som regel 35—36; eit einskilt eksemplar hadde like upp til 45 rekkjer.

ALDER & HANCOCK nemner 26—27 rekkjer som normalt for artene.

Midttennene (fig. 15 og 16) er robuste og sermerkte paa skap med ein kraftig framstaa-ande midttagg og 6—9 sidetagg; dei minner mykje um midttennene hjaa *Galvina*-artane.

Sidetennene (fig. 14) er sermerkte ved at dei vantar taggar. Dei er breide ved basis og smalnar av til ein lang, dolkforma brodd.

Biologi.

Coryphella pellucida finn ein som regel paa *Delesseria sanguinea*. Det er eit overlag illtolugt dyr som er meir eller minder defekt naar ein faar det upp or skrapematerialet. Dersom det lukkast aa berge det uskadt upp i eit akvarium med friskt vatn, kann det leve der i lang tid, og er daa heller livleg og aktivt.

Det finst inga fraasegner um forplantningsbiologien for denne arten, og sjølv har eg aldri raaka paa kynsmogne individ. Gytetida og eggsnorforma er soleis enno ukjend.

Gen. 2. *Galvina* ALDER & HANCOCK.

1846. *Acolis* (pars), LOVÉN, s. 7.
 1846. *Eolis* — ALDER & HANCOCK, Part III.
 1855. *Galvina*, ALDER & HANCOCK, Part VII, App. XXII.
 1864. — BERGH, s. 80.
 1874. — — s. 620.
 1876. — FRIELE & HANSEN, s. 76.
 1882. — BERGH, s. 43.
 1892. — — s. 1026.
 1907. — ODHNER, s. 27.
 1910. — ELIOT, s. 169.

Diagnose.

Papillane er meir eller minder oppblaaane. Dei fremre fothyрно er avrunda. Munntentaklane mindre enn rhinophorane.

Processus masticatorius er forsynt med ei rad grove, ujamne taggar i randa. Radula triseriat, heller lang. Middtanna tagget, sidetennene breide utan taggar, men med ein dolkforma brodd.

Slekta *Galvina* vart sett upp av ALDER & HANCOCK (1855, Part VII, Appendix XXII) og skulde samle i seg alle dei aeolididar som hadde avrunda fothyрно, oppblaaane papillar og glatte sidetenner i radula. Som 4. karakter la ALDER & HANCOCK til at eggsnora skulde vera bekarforma („cupformed“); men denne karakteren er seinare skoten ut or diagnosen, sidan *Galvina exigua* har klumpforma rogn.

Denne slekta valdar systematikanane ein del bry, med di dei ytre karakterane er so variable og lite distinkte, og radula samstundes so lik hjaa fleire artar. Det er truleg at mange av desse ved-nognare gransking ikkje kann hevde seg som sjølvstendige artar, men syner seg aa vera berre varietetar. Dette meiner soleis ELIOT (1910, s. 169) er tilfellet med *G. far-rani* og *G. amethystina* som han trur er varietetar av *G. tricolor*.

FRIELE & HANSEN (1876, s. 76) segjer um sl. *Galvina*: „Hos de Arter, der henhøre under denne Gruppe, er Tandbygningen saa overensstemmende, ialfald hos de af os hidtil fundne Former, at den ikke kan bruges som Artsmærke. . . . Vi kunde derfor, da Tænderne er det, der hos de nøgne Mollusker synes at fremvise den største Konstans, være tilbøielige til at anse de af os hidtil fundne 4 Former for kun at være Varieteter af en og den samme Art.“

I Drobaksundet meiner eg aa ha funne tvo artar, *G. picta* og *G. exigua*. Med umsyn til radula er det ingen merkande skilnad paa desse tvo. Etter teikningane hjaa G. O. SARS (1878, Tab. XVI fig. 5 og 6) ser det fulla ut til at tennene hjaa *G. exigua* etter maaten er stuttare enn hjaa den andre, men dette kann ikkje vera noko paalitande skiljemerke, for ein kann finne stor variasjon med umsyn til forma paa tennene hjaa individ av tvillauust same arten, t. d. av *Galvina picta*. Heller ikkje kann taggane paa midttennene skilje dei tvo artane aat; etter G. O. SARS skal *G. picta* ha 4 og *G. exigua* ha 5 taggar paa kvar side av ein midttagg, men ein kann jamvel i ei og same radula finne tannplater med snart 4, snart 5 taggar.

Kann ein ikkje skilje dei tvo artane fraa kvarandre paa radula, er heller ikkje dei ytre karakterane eit stort likare kjennemerke, iminsto ikkje paa formene i Drobaksundet. Det som etter ALDER & HANCOCK skil dei typiske eksemplar av dei tvo artane, er med umsyn til ytre karakterar dette:

G. exigua.

1. $\frac{2}{10}$ tume lang.
2. Mest grønleta.
3. Papillar i 5—6 tverrekkjer med 1, 2 eller 3 papillar i kvar.
4. Papillane med tvo myrke ringar paa midten og ein kvit og ein raud ring i toppen.
5. Tentaklar og rhinophorar med 2 brune ringar kvar.

G. picta.

1. $\frac{1}{2}$ tume lang.
2. Mest brunleta.
3. Papillar i 7—8 tverrekkjer med upptil 6 papillar i kvar.
4. Papillane brunfleckete med ein kvit og ein raud ring i toppen.
5. Tentaklar og rhinophorar med ein brun ring kvar.

Værdien av desse skiljemerke er ikkje stor. Lat oss ta for oss eitt for eitt:

1. Storleiken er sjeldan eit paalitande artsmerke, og det er seinare funne større eksemplar av *G. exigua* enn av *G. picta* (ODHNER 1907, s. 31); i Drobaksundet var den største *G. exigua* 12 mm., den største *G. picta* 6 mm.
2. Med umsyn til fargen segjer ALDER & HANCOCK um *G. exigua*: „Body — — — yellowish white, with *sometimes* a tinge of green.“ Den grøne fargen finn ein soleis berre hjaa sume individ.
3. Talet paa papillar er aldri konstant, men skifter med alder og storleik.

Denne karakteren synest elles vera den beste, dersom det verkeleg er so at *G. exigua* aldri har meir enn 3 papillar i kvar tverrekkje; og visst er det at eit individ paa 12 mm. som eg maatte halde for *G. exigua*, berre hadde 2—3 papillar, medan eit anna individ paa berre 6 mm. som eg heldt for aa vera *G. picta*, hadde 4—5 papillar i kvar tverrekkje. Men MEYER & MOBIUS som har halde *G. exigua* i akvarium i lengre tid og set papillane etter kvart vekse fram, har talt 4 papillar i den fremste rekkja, so heller ikkje denne karakteren kann vera noko avgjerande kjennemerke.

4. ALDER & HANCOCK segjer sjolve at dei myrke ringane og den raude ringen paa papillane hjaa *G. exigua* kann vera utydelege eller heilt burte. Likeins
5. at den nedste brune ringen paa tentaklar og rhinophorar kann vera burte.

Alle eksemplara av sl. *Galvina* fraa Drobaksundet var meir eller minder brunleta; faa hadde dei grøne fargeteikningane, dei myrke ringane paa papillane og tvo ringar paa tentaklar og rhinophorar.

Etter dette er det rimeleg at det lenge ikkje fall meg inn at eg hadde tvo ulike artar fyre meg, fyrr eg raaka paa roгна til dyra. Denne skal nemleg vera sers ulik paa skap hjaa dei tvo artane, med di ho hjaa *G. exigua* er klumpforma, men hjaa *G. picta* er eit bekarforma samanboygt band.¹ Sovidt eg kann skyne, maa den ulike forma paa eggsnorene vera det einaste som gir systematarane grunn til aa halde *G. exigua* og *G. picta* for tvo sjølvstendige artar.

Men no finst det hjaa MEYER & MOBIUS (1865, s. 36) ei fraasegn som etter litteraturen aa dome er merkeleg lite aatgaadd. Dei segjer: „Kleine Exemplare legen die Eier in nierenförmigen Klümpchen ab, die bis 2 Mm. Durchmesser haben, und 40—60 Stück enthalten (Fig. 9, 10); ausgewachsene Thiere aber in spiralförmigen, 2 Mm. breiten Bändern von etwas mehr als einer Windung, die an ihrer engeren Kante festhängen (Fig. 11.).

Dersom det stadfester seg at det heller ingen skilnad er paa eggsnorene, vil det vera heilt grunnlaust aa halde *G. exigua* og *G. picta* for tvo sjølvstendige artar.

Det kann her vera forvitneleg aa herme noko av det som FRIELE & HANSEN (1876, s. 77) segjer under skildringa av *G. exigua*:

„Skjont vi aldrig have fundet Exemplarer, der fuldkommen stemme med den af A. & H. givne Tegning og Beskrivelse, idet de talrige Exemplarer, vi have havt, altid have været uregelmæssig brunflekgede, og Papillernes Form tildels have været noget afvigende med en stærkere Indsnøring i Toppen, opstille vi dog vort Dyr foreløbigt som *E. exigua*, da hine Førfattere angive den nævnte Farvevarietet, og der kunde være Tanke om at vi endnu ikke havde truffet paa helt udvoxede Individuer, da vore største Exemplarer ikke maale over 5 mm. De have dog været kjons-

¹ Eg lyt elles leggje til at eg aldri har set dyra gyte, men berre funne egg og dyr saman, t. d. paa same hydroiden.

modne. Vor Form nærmer sig i ydre Karakterer i Grunden mere til *E. picta*, men den har samme Antal Papiller som *E. exigua*, og Ægnsoren er ikke som hos *E. picta* bægerformig, men danner som hos *E. exigua* en liden Klump.“

Liksom dei nemnde granskarane lyt eg tru at det er det rettaste fyrebils aa skildre formene av slekta *Galvina* i Drøbaksundet som tvo artar, so faar det vera ei oppgaaue for seinare granskingar aa stadfeste eller forkaste denne synsmaaten.

Slekta *Galvina* er representert i det nordlege medelsvarme beltet med i kring 10 artar; i tropene er det so vidt ein veit enno ikkje funne nokon representant av denne slekta.

Hjaa oss skal det vera funne 5 artar paa vestkysten.

1. *Galvina picta* ALDER & HANCOCK.

Pl. II.

1842. *Eolis pallida*, ALDER & HANCOCK i Ann. Nat. Hist., V. 9, s. 35.
 1846. *Eolis picta*, ALDER & HANCOCK, Part III.
 1855. *Galvina picta*, ALDER & HANCOCK, Part VII.
 1876. — — FRIELE & HANSEN, s. 77.
 1878. — — G. O. SARS, Tab. XVI, fig. 5.
 1882. — — BERGH, s. 49.
 1889. — — CARUS, s. 210.
 1901. — — FRIELE & GRIEG, s. 119.
 1907. — — ODHNER, s. 30.

Diagnose.

Kroppen meir eller minder gul- eller brunflekkt med mjølkekvite prikkar innimillom. Papillane sit i 6—8 tverrekker, med 4—6 papillar i kvar rekkje hjaa vaksne individ; dei er klubbeforma og gul- eller brunflekktete med ein kvit og ein utydeleg raud ring i toppen. Tentaklane mykje mindre enn rhinophorane; baee forsynte med ein brun ring i den ovre halvparten.

Historikk.

ALDER & HANCOCK var dei fyrste som fann denne arten, og det fyrste eksemplaret var so ljost i leten at dei kalla dyret *Eolis pallida*; daa dei seinare raaka paa myrkare eksemplar, brigda dei namnet til *Eolis picta*¹. I part VII av sin store monografi fører dei arten inn i slekta *Galvina*. Dei nemnde forfattarane har funne *Galvina picta* kring heile kysten av England.

¹ medan den ljose forma er gaatt inn som varietet under denne.

FRIELE & HANSEN var dei fyrste som oppdaga arten i vaar fauna, nemleg ved Florøy 1876.

G. O. SARS har undersøkt og teikna radula av dyret (1878, Tab. XVI, fig. 5).

I 80 aara vart arten funnen i Medelhavet ved Genua og Triest (CARUS, s. 210).

Etter FRIELE & GRIEG skal han dessutan vera funnen ved austkysten av Nordamerika og ved Husøy paa vaar vestkyst.

Galvina picta synest høyre til dei meir sjeldfengde formene av *Acolididae*. I Kristianiafjorden er han ikkje funnen tidlegare; her har han vore — serleg vinteren 1920—1921 — ein av dei vanlegaste aeolididane, og er funnen paa stasjonane 1, 2, 3, 4 og 5.

Ytre karakterar.

Etter ALDER & HANCOCK skal dyret kunne bli upp til $1\frac{1}{2}$ tume langt, men det største eksemplaret fraa Drobaksundet var berre 6 mm.; det vart funne 24. april 1921 og var kynsmoge.

Kroppforma er medels breidt langstrekt, heller hog framme ved rhinophorane.

Kroppsfargen er svært skiftande, fraa heilt vassklar til skiten gulbrun. Individua i Drobaksundet har som regel vore forsynte med gule eller brune flekker; den heilt ljose varietetten, (*G. picta* var. *pallida* A. & H.) har eg sjeldan raaka paa. Flekkene kann vera faa og smaa, mest som prikkar, eller dei kann vera mange, sitje tett saman og sumtid flyte ihop til større eller mindre einsfarga felt; det siste er serleg ofte tilfellet paa den fremste delen av ryggen. Mjølkekvite (opake) prikkar finst som regel spreidde over hovud, rygg og papillar.

Munntentaklane er heller stutte; dei er feste paa sidene av hovudet og peikar som regel rett ut til sidene.

Rhinophorane er lengre enn tentaklane og feste eit stykke fraa kvarandre. Naar dyret kryp, hallar dei sterkt framover.

Baade tentaklar og rhinophorar ber ein gulbrun ring eit stykke ovanfor midten.

Papillane sit i 6—8 tverrekkjer paa kvar side; i dei fremste finn ein 4—6 papillar, i dei attarste færre. Dei er sers ulike i storleik; dei inste er lengst og eldst, dei ytste ofte mykje stuttare; paa unge individ syner desse siste seg berre som smaa tuberkelforma emne til papillar. Papillane er kolleforma, men som regel ikkje mykje oppblaaune. Fargen er gulvoren, spettet med fleire eller færre myrkare gule eller brune flekker (prikkar); innimillom desse kann ein ofte sjaa opake prikkar. Toppen plar vera avrunda, ikkje so kvass som paa biletet hjaa ALDER & HANCOCK. Sjølve apex er vassklar, so kjem ein gulbrun ring som ofte kann vera utydeleg, dinæst ein kvit ring. Levergreinene skin ikkje greidt igjennom papillveggen; dei er gulleta og heller tunne.

Føten er smal og framtill avrunda i hyrno. Han strekkjer seg berre eit lite stykke attanfor papillane.

Denne skildringa av dei ytre karakterar samstavar i alt det viktige med ALDER & HANCOCK'S.

Indre karakterar.

Svelghovudet er ovalt av form og noko flattrøkt oventil—nedetter. Mandiblane (fig. 17) er heller langstrekt ellipsoforma i umriss og forsynt med ein maateleg stor *processus masticatorius*. Denne ber ei rad med ulike store taggar i randa (fig. 18). Radula er triseriat (fig. 19), lang, og smalnar tydeleg av mot den eine enden. Ein kann finne millom 36 og 45 tverrekkjer med tenner i radula.

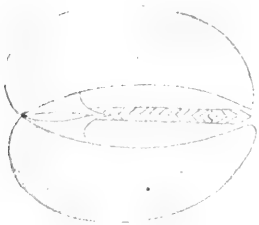


Fig. 17. *G. picta*.
Mandiblar og radula set
fraa undersida. $\times 38$.



Fig. 19. *G. picta*.
2 tverrekkjer med tenner
or radula. $\times 625$.



Fig. 18. *G. picta*.
Stykke av proc. mast.

Midttennene (fig. 20) er forsynte med 4—5 taggar paa kvar side av ein midttagg; denne er nedbøygd og sterkt framstaa-ande; forma paa midttennene er i det heile sers karakteristisk for *Galvina*-artane.

Sidetennene (fig. 21) er breide, nokosonær rektangulære plater, forsynte med ein einaste heller liten, trikanta tagg. Denne er det einaste ALDER & HANCOCK har vorte var av sidetennene (sjaa A. & H. Part VII, Supplementary pl. 47. fig. 26); sjolve sidetannplatene er so fargelause at dei er vande aa faa auga paa.

Medan sidetennene hjaa *Coryphellane* ved chitinband er fast knytte til midttennene og heng saman med desse under prepareringa, synest ikkje dette i so hog grad vera tilfellet hjaa *Galvina*-artene, med di sidetennene so lett losnar fraa midttennene; det har truleg ogso noko aa segje at sidetennene er so breide og difor har vanskeleg for aa fylgje med og halde seg paa plass under prepareringa.

Biologi.

Galvina picta held jamnast til paa hydroiden *Laomedea geniculata* og er ikkje lett aa verta var, sidan han liknar underlaget so mykje paa let. Det er eit livleg og heller seigliva dyr, som let seg halde lenge i akvarium. Likevel har det aldri lukkast meg aa faa dyra til aa leggje egg. Det

finst elles ikkje nokor fraasegn um gytetida for denne arten, men i Drobaksundet har det vore funne eggsnorer av han paa *Laminaria* i april, juli og august; eit eksemplar paa 3 mm. var gytferdigt 10. oktober 1920. Egg-snorene (fig. 22) har den forma som ALDER & HANCOCK har bilete av (Part III, pl. 33, fig. 6), men snart med 2, snart med 1 vinding.

Dei fyrste smaa eksemplar tek ein til aa finne i midten av juli, og so aukar storleiken utetter hausten, men samstundes finn ein smaa individ til kvar tid. Det største eksemplaret (6 mm.) vart funne 24. april 1921 paa stasjon 5.

Galvina picta var. *pallida* (ALDER & HANCOCK) BERGH.

Denne forma er under ovannemnde namn nærmare skildra av BERGH (1882, s. 52) og GRAEFFE paa grunnlag av 13 individ som var funne i



Fig. 20. *G. picta*.
Ei midttann or radula set fraa sida.
× 625.



Fig. 21. *G. picta*.
2 sidetenner or radula.
× 625.



Fig. 22. *G. picta*.
Egg-snor, funnen saman med
dyret paa eit *Laminaria*blad.

Medelhavet. Det er truleg den same ljose forma som ALDER & HANCOCK kalla *Eolis pallida* og som dei seinare sjolve fann ut berre var ein varietet av ei mykje vanlegare form som dei kalla *Eolis picta*. I Drobaksundet er det ogso funne 2 eksemplar av denne kvite forma av *Galvina picta*. At det er ein varietet av denne arten synest vera tvillaust, for ein kann finne mange overgangsformer millom den heilt kvite og den brunflekete, typiske forma. Nokon større skilnad i anna enn i fargen kann ein ikkje finne.

Dei tvo eksemplara fraa Drobaksundet vart funne paa stasjon 3 2. oktober 1920. Dei var 3,5 og 2,5 mm. lange. Kroppsforma var noko hogare og smalare enn vanleg. Den gulbrune ringen paa rhinophorane sat umlag paa midten, medan han elles plar sitje nærmare toppen. Papillane var tunnare og minder oppblaaene enn vanleg, og dei gule levergreinene skein tydeleg igjennom.

I svelghovud og radula kunde ein ingen skilnad sjaa paa denne varieteteten og den typiske forma.

2. *Galvina exigua* ALDER & HANCOCK.

(Pl. II).

1846. *Tergipes lacinulatus* (GMELIN), LOVÉN, s. 7.

1850. — — (GMELIN), M. SARS, s. 194.

1851. *Eolis exigua*, ALDER & HANCOCK, Part V.

mogne individ synest skifte mykje hjaa denne arten. (Sjaa MEYER & MOBIUS 1865, s. 36).

Kroppssforma er medels breidt langstrekt og hogast framme ved rhinophorane.

Kroppsfargen er gulvoren, med flekker eller prikkar av gult, brunt eller grønt; den grøne leten er den sjeldnaste. Flekkene kann skifte mykje i storleik og mengd; sumtid kann ein sjaa ei tjukk brun eller grøn stripe langsmed sidene av dyret millom papillane (sjaa ALDER & HANCOCK). Serleg hjaa unge individ er flekkene sterkare raude (sjaa MEYER & MOBIUS); dessutan finn ein som regel i alle aldrar svarte og opake kvite prikkar spreidde innimillom dei gule eller brune flekkene.

Hovudet er heller breidt.

Munntentaklanè er stutte og sylindriske av form; dei er feste paa sidene av hovudet, men eit stykke innpaa og peikar som regel rett ut til sidene, stundom nedetter.

Rhinophorane er mykje lengre enn tentaklane. Dei er feste eit stykke fraa kvarandre paa hovudet.

Baade tentaklar og rhinophorar er forsynte med ein eller tvo brune ringar; naar det berre er ein ring til stades, synest det vera den nedste som er burte.

Papillane sit i 5—6 rekkjer paa baae sider; hjaa unge individ finn ein berre 1 lengderekkje paa kvar side med 5—6 papillar i kvar; ein legg dessutan merke til at berre det fremste paret av papillane sit beint imot kvarandre, medan alle dei andre sit alternerande. Hjaa eldre individ kjem det fleire papillar utanum dei fyrste, so det vert upptil 3 i dei fremste tverrekkjene. Berre MEYER & MOBIUS har funne 4, men ein har grunn til aa feste seg mykje ved deira fraasegn, for dei har halde *Galvina exigua* gaaande i mange maanader i akvarium og set dei vekse til.

Papillane er alltid meir eller minder oppblaaasne, jamvel ofte paa tvo stader, med di det nær toppen er ei sterkare innsnoring.¹ Dei er flekkete paa same maaten som kroppen; paa sume eksemplar kann ein sjaa eit par myrke ringar i den nedste delen, soleis som ALDER & HANCOCK nemner. Meir konstant er ein ljøs eller kvit ring nær toppen og ovanfor denne ein raud ring; sjolve toppen plar vera vasskklar.

Foten er smal og strekkjer seg berre eit lite stykke attanfor papillane. Framtil er hyrno avrunda.

Indre karakterar.

Med umsyn til svelghovud og radula kann eg fullt ut vise til det som er sagt um *G. picta*.

¹ Det same nemner FRIELE & HANSEN 1876, s. 77.

Biologi.

Galvina exigua synest vera intimt bunden til hydroiden *Laomedea geniculata*, som ogso ALDER & HANCOCK nemner som det viktigaste tilhelde for arten. Han er vand aa faa auga paa baade av di han er heller liten og av di han liknar underlaget so mykje i let. Ein av dei rikaste finnestader har vore dei hydroidar som utetter hausten har fest seg paa stasjonens motorbaat „Spinax“ og anna trevyrke, og det er forvitneleg aa merke seg at fleire forfattarar nemner det same som karakteristisk nett for denne arten. Soleis segjer MEYER & MØBIUS (1865, s. 36): „Sie wurde am meisten zwischen Tubularien, Campanularien und Sarsien, welche auf Muschelpfählen, Fischkästen und Böten im inneren Theile der Bucht wachsen, gefunden.“



Fig. 23. *G. exigua*.

Rogn, funnen paa *Laomedea geniculata*. 20. okt. 1921.

Forplantningsbiologien er heller grundig studert, serleg av MEYER & MØBIUS. ALDER & HANCOCK har funne egg av arten i juni, men etter MEYER & MØBIUS legg dyret egg heile aaret rundt, og dei segjer vidare: „die längeren Bänder wurden in Februar und März in den Aquarien gelegt“. Ogso i Drobaksundet er det funne egg av denne arten til alle aastider. Rogna (fig. 23) skal etter ALDER & HANCOCK vera klumpforma; dette stadfester MEYER & MØBIUS for dei smaa individs vedkomande, men segjer at dei store individ legg sine egg i breide, spiralband som staar paa kant; dette kann som fyrr nemnt vera eit indisium paa at *G. exigua* og *G. picta* i roynda er ein og same arten. Sjølv har eg aldri set dyra gyte, men eg har funne dyr og egg saman, og har kunna konstatere ein skilnad i forma paa roгна: sume har vore bauneforma, andre har vore flatare, mest som eit breidt band og meir samanboygde.

Dei minste eksemplar finn ein i storst mengd fraa midten av juli; storleiken aukar daa jamt utetter hausten; dette skulde tyde paa at storparten av individa gyter um vaaren ein gong.

Galvina exigua er eit livleg og seigliva dyr som lenge held seg levande i akvarium.

b. *Uniseriatae*.Gen. 3. *Facelina*, (ALDER & HANCOCK) BERGH.

1846. *Eolis* (pars), ALDER & HANCOCK, Part III.

1855. *Flabellina* (pars), ALDER & HANCOCK, Part VII, s. 48.

1855. *Facelina*, ALDER & HANCOCK, Part VII, App. XXII.

1864. — BERGH, s. 71.

1874. — + *Acanthopsole*, Trinchese i Mem. dell' accad. delle sc. dell' inst. di Bologna S. III, V 1874, s. 1—10.

1875. *Facelina* BERGH, s. 5.
 1877. — BERGH, s. 752.
 1882. — BERGH, s. 24.
 1885. — BERGH, s. 41.
 1889. — + *Acanthopsole*, CARUS, s. 214.
 1892. — BERGH, s. 1032.
 1907. — ODHNER, s. 27.
 1910. — ELIOT, s. 171.

Diagnose.

Kroppen meir eller minder smalt langstrekt.

Münntentaklane lange.

Rhinophorane perfolierte, ringete eller glatte.

Papillane i grupper.

Dei fremre fothyrno langt og smalt utdregne.

Processus masticatorius er forsynt med ei rad store taggar i randa.

Radula med berre 1 lengderekkje med tenner, formel 0·1·0; tennene med ein stor midttagg og sidetaggar.

Glans penis bladforma og væpna med piggar.

Slekta *Facelina* er sett upp av ALDER & HANCOCK (1855, Appendix XXII) for aa skilje ut ei gruppe aeolididar som fyrr (1855, s. 48) av dei same forfattarane og andre var rekna til slekta *Flabellina* CUVIER. ALDER & HANCOCK bruka *Eolis coronata* FORBES som type og ga slekta *Facelina* denne diagnosen: „Body rather slender, dorsal tentacles laminated, oral tentacles long, branchiæ linear, or fusiform, clustered, foot narrow, with the anterior angles acute and much produced. Spawn of many undulating coils. Tongue a single plate with a large central spine and marginal denticles.“

I 1874 fann *Trinchese* ein aeolidide som hadde alle *Facelina*-karakterane, men som dessutan hadde ein penis væpna med broddar; dette gjorde at han sette upp ei ny slekt, *Acanthopsole*, paa grunnlag av denne arten. Men i 1877 fann BERGH at ogso *Facelina*-artane hadde piggar paa penis; han la so til denne karakteren i diagnosen og meinte dermed aa dra inn slekta *Acanthopsole* *Trinchese*. *Trinchese* heldt likevel framleides paa si slekt, for di hans *Acanthopsoles* ikkje hadde perfolierte rhinophorar liksom *Facelina*-artane. Seinare har det synt seg at heller ikkje desse alltid har perfolierte rhinophorar, men at dei ofte berre er ringete og sumtid jamvel glatte. Dei no gjeldande grensene for slekta *Facelina* er gitt i BERGHs diagnose fraa 1885 (s. 41); CARUS (1889, s. 214) held likevel enno paa *Acanthopsole* *Trinchese* som eiga slekt.

Slekta *Facelina* er serleg representert i det medelsvarme og kalde beltet, sovidt ein enno veit ikkje i tropene. I Drøbaksundet finst det ein einaste art av slekta, som der høyrer til dei vanlegaste aeolididar. I landet elles er funne i alt 3 artar av slekta.

Facelina drummondi (THOMPSON) BERGH.

Pl. III.

1840. *Eolidia rufibranchialis*, THOMPSON i Ann. Nat. Hist. v. 5, s. 89.
 1843. *Eolis Drummondi*, THOMPSON, Rep. Brit. Assoc. 1843, s. 250.
 1848. -- -- ALDER & HANCOCK, Part IV.
 1850. *Flabellina Drummondii*, GRAY, s. 108.
 1864. *Facelina Drummondi*, BERGH, s. 72.
 1865. *Aeolis Drummondii*, MEYER & MÖBIUS, s. 25.
 1875. *Facelina Drummondi*, BERGH, s. 6.
 1877. -- -- BERGH, s. 756.
 1878. -- -- G. O. SARS, s. 364 og tab. XV fig. 9.
 1882. -- -- BERGH, s. 25.
 1884. -- -- COLLIN, s. 52.
 1889. -- -- CARUS, s. 213.
 1901. -- *drummondi* FRIELE & GRIEG, s. 120.
 1907. -- *Drummondi* ODHNER, s. 34 og 87.

Diagnose.

Kroppen heller tjukkvoren. Hovudet og det fremste av ryggen ofte meir eller minder sterkt raudleta.

Munntentaklane lange, svipeforma, med mjolkekvote toppar.

Rhinophorane mindre enn tentaklane, og hjaå dei vaksne individ ringete eller perfolierte; hjaå dei yngre er ringane ofte utydelege.

Papillane er samla i grupper paa kvar side; den fremste gruppa er størst og tydelegast. Dei er lange og tunne med ein trikanta kvit flekk i toppen. Levergreinene er gule, raude eller brune.

Dei fremre fothyрно er langt og smalt tentakelforma utdregne.

Mandiblane er forsynte med ein kraftig *processus masticatorius* som ber 1 rad med taggar i randa.

Radula er uniseriat, formel 0·1·0, med umlag 16 tenner. Kvar tannplate er forsynt med ein midttagg og taggar paa kvar side av denne.

Glans penis bladforma og væpna med broddar i randa.

Historikk.

THOMPSON var den fyrste som (1840) fann denne arten. Han trudde fyrst det var *Eolidia rufibranchialis* JOHNSTON, men etter grundige granskningar av DRUMMOND kom ein til det resultat at det var ein ny art som THOMPSON so ga namnet *Eolis Drummondi*. Dei nemnde granskarane fann arten ved kysten av Irland; seinare fann ALDER & HANCOCK han i store mengder kring heile kysten av Storbritland. Dei skildra han under THOMPSONS namn i Part IV av sin store monografi, og ga denne diagnosen paa arten: „E. albida, branchiis elongatis, sub-linearibus, rufescentibus, apicibus albis, in fasciculis 4—6 digestis: tentaculis dorsalibus dense annulatis,

annulis 20—30: tentaculis labialibus longis: angulis anterioribus pedis valde productis, acuminatis.“

I 1855 (Part VII, s. 49) tek dei *Eolis Drummondi* med i gruppa *Flabellina* CUVIER, slik som GRAY alt hadde gjort i 1850 (s. 108).

Daa ALDER & HANCOCK sette upp si nye slekt *Facelina* (Part VII, App. XXII) brukte dei *Eolis coronata* FORBES som type, men meinte tvillaust at *Eolis Drummondi* ogso skulde vera med. Det er likevel BERGH som (1864, s. 72) fyrst greidt fører denne arten til slekta *Facelina*, og har som ein vil sjaa av litteraturlista gong paa gong undersøkt arten.

Facelina drummondi høyrer til dei vanlegaste aeolididane. I 60-aara vart han funnen i Kielerbukta (MEYER & MØBIUS 1865) og dei danske farvatn, hja oss paa vestkysten i 70-aara (G. O. SÆRS 1878). I 1889 melder CARUS at arten er funnen i Medelhavet. Han synest soleis vera ei form som held til i det nordlege medelsvarme beltet.

I Kristianiafjorden er arten merkeleg nok ikkje funnen tidlegare¹, enno han i dei tri aara fraa 1919—1921 har vore ein av dei aller vanlegaste aeolididane. Han er funnen paa alle stasjonane so nær som st. 8 og 9, og som regel i stort individal. I serleg store mengder og i kjempestore eksemplar var han aa finne gytande paa *Zosteraen* langs med heile auststranda i Halangspollen sumaren 1921.

Ytre karakterar.

Facelina drummondi er ein av dei største aeolididane. I Drøbaksundet synest arten aa naa ein sjeldsynt storleik, nemleg upptil 40 mm. (Halangspollen august 1921); den største lengda ein elles finn nemnt i litteraturen er 35 mm.

Kroppen er heller breid og smalnar baktill braatt av til eit haleparti som paa sume eksemplar er stutt, men paa andre kann vera heller langt og smalt og strekkje seg eit godt stykke attanfor papillane.

Kroppsfargen er likso ofte svakt gulvoren som transparent kvit, og hovudet og serleg partiet av ryggen like bak rhinophorane er som regel raudleta og det ofte heller sterkt. Denne siste karakteren er jamt nemnt i litteraturen. I midtlina paa oversida av halen plar det vera ei mjølkekvit stripe.

Munntentaklane er sers lange og vent attoverbøygde. Dei er tjukkare ved basis og spitar av mot endane og minner um ei svipe paa skap. Fargen er raudvoren liksom hovudet med ei kvit stripe i toppen.

Rhinophorane er stuttare enn tentaklane og feste tett ved kvarandre. Dei plar vera sterkare gul- eller raudfarga enn tentaklane og sjolve kroppen. Hja store vaksne individ er rhinophorane perfolierte (fig. 24). Dette er etter ALDER & HANCOCK ein av dei viktigaste karakterane som

Fig. 24.

F. drummondi.
Rhinophor av
eit 35 mm. langt
individ.

¹ Sjaa „Merknad“ i Fyreordet.

sermerkjer slekta *Facellina*, og dermed også denne arten. Men gong etter gong finn ein i litteraturen fraasegner um at blada paa rhinophorane er utydelege¹; av eksemplara fraa Drøbaksundet er det berre dei største som har havt tydelege skiveforma ringar, men aldri so mange som 20—30 og berre i den ovre delen; dei yngre og mindre individ har berre havt avrunda ringar, og jamvel desse er ofte utydelege. Det har difor vorte naudsynt



Fig. 25. *F. drummondi*.
Mandiblar og radula set fraa oversida.
Framtil ser ein chitinkragen av lippeskiva
sitjande paa mandiblanc. × 38.



Fig. 26. *F. drummondi*.
Mandiblar med chitinkrage og radula
set fraa sida. × 38.

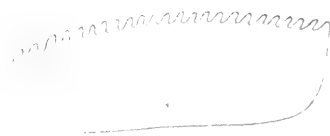


Fig. 27. *F. drummondi*.
Stykke av proc. mast. mykje auka.



Fig. 28. *F. drummondi*.
Ei tannplate or radula set fraa oversida.
× 266.



Fig. 29. *F. drummondi*.
2 tannplater or radula set fraa sida.
× 266.

aa brigde diagnosen baade for slekt og art i samsvar med dei nemnde variasjonar med umsyn til rhinophorane.

Papillane sit i 5—7 grupper langsmed sidene av kroppen; den fremste gruppa er tydelegast og storst. Talet paa papillane kann skifte; av tvo jamstore individ hadde soleis det eine 64, det andre 42 papillar, og det er difor nyttelaust aa fore upp dette som artskaraktar, slik som fleire granskarar gjer.

¹ Sjaa t. d. MEYER & MOBIUS 1865, s. 28, og COLLIN 1884, s. 53.

Papillane er lange og tunne med ein trikanta kvit flekk i toppen; den trikanta forma er oftast, men ikkje alltid tydeleg. Leten paa levergreinene kann skifte i gult, raudt og brunt fraa individ til individ.

Foten er breid og dei fremre fothyрно er langt og smalt utdregne, so dei liknar tentaklar.

Indre karakterar.

Svelghovudet er eggforma med den spisse enden vend baketter og nedetter.

Mandiblane (fig. 25 og 26) er forsynt med ein kraftig *processus masticatorius* (fig. 27) som i randa ber ei rad med taggar. Naar ein preparerer ut mandiblane ved aa loyse upp dei blaute delar i kalilut, vert chitinlaget paa lippeskiva sitjande paa liksom hjaa *Coryphella rufibranchialis*.

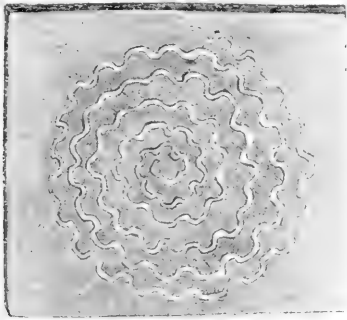


Fig. 30. *F. drummondi*.
Eggspor lagd paa glasveggen i akvariet.



Fig. 31. *F. drummondi*.
Eggspor lagd paa eit Zosterablاد.

Radula er stutt, med ei einaste lengderekkje med tenner. Det plar sjeldan vera fleire enn 16 tenner i radula, men derimot ofte færre (14), og 16 tenner vert ogso i litteraturen nemnt som maksimum for arten. Kvar tannplate (fig. 28 og 29) er forsynt med ein midttagg og 6—8 taggar paa kvar side.

Glans penis er væpna med broddar i randa.

Biologi.

Facelina drummondi finn ein jamnast paa algar med *Tubularia*, som regel heile aaret rundt. Paa vestkysten synest arten gaa djupare ned enn dei fleste andre aeolididar (90 famnar, FRIELE & GRIEG 1901, s. 120).

Etter ALDER & HANCOCK skal gytetida vera mai og juni, men i Kristianiafjorden synest det vera noko seinare, nemleg august. I slutten av juli og fyrste helvta av august 1921 vart det soleis funne svære eksemplar i uhorvelege mengder gytande paa Zosteraen langsmed auststranda i Halangspollen fraa stasjon 5 og innerter. Ikring 30 av dei største eksemplara som enno ikkje hadde gytt, vart sankt inn og haldne i akvarium, tillaga med

stein paa botnen og rikeleg med *Zostera*. Dei fleste la egg, sume paa glasveggene i akvariet, men mesteparten paa *Zosterablada*; ingen la egg under steinane paa botnen, slik som ALDER & HANCOCK segjer dei plar gjera. Alle eggsnorene som ein fann samstundes med dyra paa *Zosteraen* i Halangspollen, tyder likeins paa at arten hjaa oss ogso i fri tilstand sokjer upp fraa botnen for aa gyte.

Sjolve eggleggjinga kunde ein studere grundig under mange ulike tilhøve, og resultatata er nemnt i avsnittet „Aalment um nudibranchiane“.

Eggsnorene (fig. 30 og 31) er traadforma og paa eit flatt underlag vert dei lagde i spiralforn med upptil 6 vindingar. ALDER & HANCOCK nemner berre 3—4 vindingar, og dette var ogso det vanlegaste for individa i Drøbaksundet. Denne individuelle skilnaden med omsyn til storleiken paa eggsnorene kann grunne seg paa skilnad i storleiken paa dyra, men ogso paa at dyra ikkje alltid gyter seg ferdig med ein gong, men legg egg fleire vender; dette har ogso VAYSSIÈRE (1888, s. 7) merka seg.

Sermerkt for eggsnorene av denne arten er at dei etter kvart som dei vert lagde, legg seg i regelrette bukter ikkje i glatt spiralline, soleis som MEYER & MÖBIUS (1865, Taf. II) har teikna dei.

Facclina drummondi er ein hardfør og sers livleg aeolidide, som held seg lenge levande i akvariet. ALDER & HANCOCKS fraasegn um at det er eit overlag rovgriskt dyr, er lett aa stadfeste naar ein held fleire dyr i akvariet. Dei ryk daa ofte i hop og slæst og striden endar jamnast med at dei veikaste vert uppetne, eller at alle vert meir eller minder ribba for papillar.

Denne arten synest ha ein serleg tendens til aa kvitte seg med papillane ved autotomi, naar han vert irritert paa ein eller annan maate. Naar ein soleis sette t. d. $MgSO_4$ til vatnet, kom papillane ofte i sterk rørsle, som til slutt jamnast enda med at fleire eller færre av papillane datt av. Det same hende um dyret vart mekanisk irritert t. d. ved at ein prikka burti det med ei kvass naal; likeins dersom vatnet vart varmt ved aa staa inne i eit varmt rom um vinteren. Meiniga med denne autotomien av papillane er enno heller uklaar, men ein lyt tru at han paa eikor vis er til bate for dyret.

ALDER & HANCOCK (Part II) nemner denne tendens til aa kvitte seg med papillane som sermerkt for *Facclina coronata*.

Gen. 4. *Amphorina* (*Quatrefages*) BERGH.

1844. *Amphorina*, *Quatrefages* i Ann. des. sc. nat. Zool. 3 S I
s. 145.
1878. *Galvina* (pars), BERGH, „Beiträge zur Kenntn. d. Æolidiaden.“ V.
1882. *Amphorina* BERGH, s. 54.
1885. . — — s. 37.
1906. — ELIOT, in Journ. Mar. Biol. Assoc. v. VII, no. 3,
1906, s. 363.
1910. — — s. 129 og 172.

Diagnose.

Kroppen meir eller minder langstrekt.

Rhinophorane glatte, større enn eller jamstore med tentaklane.

Papillane meir eller minder tydeleg kolleforma.

Foten med avrunda hyrno framtil.

Mandiblane med ein processus masticatorius som er forsynt med 1 rad små taggar i randa.

Radula er lang (50—80 tenner) og smalnar av mot den eine enden; formel 0·1·0. Tannplatene er taggete med ein midttagg som stig upp med basis langt bak paa tannplata, og sidetaggar.

Penis er væpna med ein rett eller boygd brodd.

Denne slekta er sett upp av *Quatrefages* (1844), men etter BERGH (1882, s. 54) grunna paa „einer Fülle von evidenten groben fehlerhaften anatomischen Angaben und Deutungen“, so slekta lenge av den grunn vart verande „apocryph“. I 1878 slo BERGH henne saman med *Galvina*, men skil henne atter ut i 1882 og gir ein greid slekts-diagnose. Slekta vart lenge lite paa-akta og undersøkt og talde berre 3 (2?) heller sjeldfengde artar. Fyrst i 1906 tek ELIOT henne upp til nofnare gransking og kjem til det resultatet at slekta *Amphorina* i dei fleste viktige karakterar svarar til slektene *Cuthona* ALDER & HANCOCK og *Cratena* BERGH. I sitt verk av 1910 (s. 128 og 172) held han likevel enno paa slekta *Amphorina*, men slaar saman slektene *Cuthona* og *Cratena* til ei slekt som etter prioritetsreglane maa heite *Cuthona*. Dessutan er han etter nofnare granskningar komen til det at fleire artar som fyrr var rekna dels til *Cuthona* dels til *Cratena*, i roynda høyrer heime i slekta *Amphorina*. Dei viktigaste karakterar som kjem til aa skilje ELIOTS tvo slekter fraa kvarandre, er at artane i slekta *Amphorina* har lang radula og væpna penis, i *Cuthona* stutt radula og uvæpna penis.

Elles har slekta *Amphorina* dei same grenser som BERGH har gitt henne. Ho er med sitt noverande innhald representert i det nordlege Atlanterhavet og i Medelhavet. — I Kristianiafjorden er det funne tvo artar.

1. *Amphorina aurantiaca* (ALDER & HANCOCK) ELIOT.

Pl. III.

1842. *Eolis aurantiaca*, ALDER & HANCOCK i Ann. Nat. Hist. v. 9, s. 34.

1846. *Acolis bellula* (?), LOVÉN, s. 8.

1851. *Eolis aurantiaca*, ALDER & HANCOCK, Part V.

1855. *Cavolina aurantiaca*, ALDER & HANCOCK, Part VII App. XXII.

1870. *Cratena aurantiaca*, BERGH i Malacolog. Unters. Heft 1 1870.

1878. *Cuthona aurantiaca*, G. O. SARS, s. 321.

1901. — — FRIELE & GRIEG, s. 118.

1907. — — ODHNER, s. 28 & 78.

1910. *Amphorina aurantiaca*, ELIOT s. 173.

Diagnose.

Kroppen heller tjukkfallen.

Rhinophorane gulraude, noko lenger enn munntentaklane.

Papillane sit i tverrekkjer; dei er tjukke, ofte meir eller minder klubbforma. Toppen er som regel raudgul; nedanfor det gule partiet ser ein ein kvit ring. Levergreinene kann skifte i let fraa ljost gule til myrkt raude.

Foten er framtil utvida med avrunda lappar.

Processus masticatorius er i randa forsynt med 1 rad med smaa taggar.

Radula er sers lang og smalnar sterkt av mot den eine enden; formel 0 · 1 · 0. Tannplatene er hesteskoforma og forsynte med ulike store taggar; midttaggen har sin basis langt bak paa tannplata.

Penis væpna med ein brodd.

Historikk.

Denne arten er fyrst funnen av ALDER & HANCOCK (1842) og skildra av dei under namnet *Eolis aurantiaca*. Deira diagnose lyder slik: „*E. luteola, subrobusta, branchiis robustis, tricoloribus — infra purpureo — fulvis, medio albidis, supra aurantiacis, seriebus densis 10—11 digestis, tentaculis dorsalibus aurantiacis, corrugatis, tentaculis labialibus breviusculis, angulis anterioribus pedis obtusis.*“

Den arten som LOVÉN (1846) har funne ved Bohuslänkysten og kalla *Acolis bellula* er truleg ein varietet av ALDER & HANCOCKS art. I part VII av sin store monografi forer dei sist nemnde forfattarane arten til slekta *Cavolina* Cuvier, ei slekt som seinare har gaatt ut or nudibranchnomenklaturen.

Daa BERGH (1864) hadde sett upp si nye slekt, *Cratena*, tok han (1870) ogso med i denne *Eolis aurantiaca* ALDER & HANCOCK som derimot G. O. SARS (1878) fann ut hoyrde heime i slekta *Cuthona* ALDER & HANCOCK. I denne slekta har arten sidan staatt, like til 1910, daa ELIOT etter ny grundig granskning kjem til det resultatet at arten retteleg bør forast til slekta *Amphorina* Quatrefages som skil seg fraa slekta *Cuthona* m. a. i det at penis hjaa den siste er uvæpna, hjaa *Amphorina* væpna med ein brodd.

Amphorina aurantiaca lever i det nordlege Atlanterhavet fraa Finnmark til franskekysten. Hjaa oss er arten fyrst funnen av G. O. SARS ved Skraaven i Lofoten, seinare ved Husoy (FRIELE & GRIEG). I Kristianiafjorden er han ikkje tidlegare funnen, men har i aara 1919—1921 vore ein av dei vanlegaste aeolididane i Drobaksundet. Han er soleis her funnen paa alle stasjonar so nær som st. 5 og 8, og som regel i stort individtal til alle aastider.

Ytre karakterar.

Etter litteraturen aa dome er det ikkje tidlegare funne større eksemplar av *Amphorina aurantiaca* enn 15 mm.; ALDER & HANCOCK nemner 1/2 tume som det vanlege. I Drobaksundet har ikkje sjeldan kynsmogne individ naatt upp i 18 mm.

Kroppen er hjaa denne arten heller tjukkivoren, og noko flattrøkt oventil-nedetter. Baktill smalnar han jamt av og strekkjer seg eit stykke attanfor papillane.

Kroppsfargen er ljost gul, ofte skiten gul.

Munntentaklane er heller stutte og feste ein grand innpaa sidene av hovudet.

Rhinophorane er litt lenger enn tentaklane, koniske av form og ofte sterkt gule av let, serleg den midtre delen; baee endar er noko ljosare. Ved basis ser ein augo som tvo svarte prikkar.

Papillane sit i tette nokolunde regelrette skraarekkjer; rekkjetalet kann skifte millom 9 og 11. Dei einstilte papillar er heller stutte og tjukke og som regel meir eller minder klubbeforma. I toppen er dei oftast raudgule av let (orangefarga), men serleg paa yngre eksemplar kann dette vera utydeleg. Nedanfor det gule partiet finn ein alltid ein kvit ring. Lever-

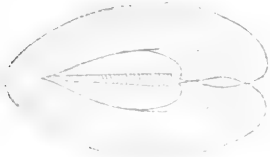


Fig. 32. *A. aurantiaca*.

Mandiblar og radula set fraa undersida. $\times 38$.



Fig. 33. *A. aurantiaca*.

Mandiblar og radula set fraa sida. $\times 38$.

divertiklane kann skifte sterkt i farge; hiaa sume er dei bleikt gule, hjaa andre myrkt raude; millom desse fargegrenser kann ein finne alle nyansar representert.

Sermerkt for denne arten synest vera at sumtid baade gallegangane og magen heilt eller delvis kann vera farga paa same maaten som levergreinene (sjaa pl. III. fig. 11 a); i hepnaste tilfellet kann ein daa utanfraa paa det levande dyret fylgje gallegangane og sjaa dei munne i magesekken gjenom dei tri tidlegare nemnde kanalane. Eit par gonger har eg dessutan set korleis mageinnhaldet stroynde ut og inn or papillane ved jamne kontraksjonar av magesekken.

Foten er breid og vidar seg framtil ut med avrunda lappar. I ytre form minner denne arten ikkje so lite um *Galvina*-artane.

Indre karakterar.

Svelghovudet er eggforma og etter maaten lite.

Mandiblane (fig. 32 og 33) er forsynte med ein stor processus masticatorius, som i randa er væpna med 1 rekkje smaa taggar (fig. 34).

Radula (fig. 35) er uniseriat, sers lang og smalnar sterkt av mot den eine enden. Lægjet i svelghovudet er karakteristisk (sjaa fig. 33; sjaa ogso

G. O. SARS 1878 Tab. XVI, fig. 7 b). Etter ALDER & HANCOCK (Part VII, Supplementary Pl. 47) skal det vera upptil 80 tenner i radula; eg har sjeldan funne over 70, jamvel hjaa dei største eksemplar. Kvar tannplate (fig. 36 og 37) er tydeleg hesteskoforma, umlag like breid som lang, og forsynt med taggar. Midttaggen er kraftig og har sin basis langt bak paa tannplata; sidetaggene er sers ulike av storleik og skifter i tal fraa 4-6 paa kvar side av midttaggen; dei har sin basis lenger framme paa tannplatene.

Biologi.

Amphorina aurantiaca synest vera intimt knytt til hydroiden *Tubularia larynx*, som han ogsø liknar mykje i let. Sumaren 1921 var det tydeleg



Fig. 34. *A. aurantiaca*.
Rendene av proc. mast. mykje auka.



Fig. 35. *A. aurantiaca*.
Radula utstrekt. $\times 45$.



Fig. 36. *A. aurantiaca*.
2 tenner or radula set fraa over-sida. $\times 400$.

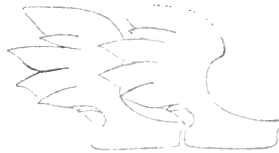


Fig. 37. *A. aurantiaca*.
2 tenner or radula set fraa sida. $\times 400$.



Fig. 38. *A. aurantiaca*.
Eggsnor, lagd 2. sept. 1920.

mindre av denne hydroiden paa dei fleste stader i Drobaksundet, enn det hadde vore aara fyre og det var daa samstundes ogsø merkande færre *A. aurantiaca* aa finne. Den nemnde hydroiden lagar som regel tette flokar og dottar, og inne i desse plar daa *A. aurantiaca* halde til. Han vert difor vanskeleg aa faa auga paa og ikkje lett aa faa isolert uskadd; som regel er dei individ ein faar tak i, meir eller minder defekte, serleg med umsyn til papillane, og ser sjeldan so finsleg ut som biletet av han baade i dette og andre arbeid gir inntrykk av.

I Drobaksundet har han som fyrr nemnt vore ein av dei aller vanlegaste aeolididane og er funnen til dei fleste aastider.

Gytetida skal etter ALDER & HANCOCK vera i juni og juli, men i Drobaksundet har ein set einskildindivid leggje egg i august, september, oktober og november; i flokkevis liksom *Coryphella rufibranchialis*, *Facelina drummondi* o. a. har eg aldri set denne arten gyte.

Storleiken paa dei funne individ gir heller ikkje noko inntrykk av ei fast gytetid, for ein finn store og smaa individ um kvarandre til alle tider.

Rogna (fig. 38) har form av eit breidt band, bøyg saman til ein ring eller halvring; egga synest vera ordna i nokolunde regelrette tverrekkjer, som ikkje ligg serleg tett.

Amphorina aurantiaca er ein av dei tregaste aeolididar, men er heller seigлива og let seg difor lett halde i akvarium. Det er eit mindre rovgriskt dyr enn dei fleste andre aeolididar.

2. *Amphorina olivacea* (ALDER & HANCOCK) ELIOT.

Pl. III.

1845. *Eolis olivacea*, ALDER & HANCOCK, Part I.
 1850. *Montagua olivacea*, GRAY, s. 108.
 1855. *Cavolina olivacea*, ALDER & HANCOCK, Part VII, s. 50.
 1876. *Cratena olivacea*, FRIELE & HANSEN, s. 76.
 1878. — — G. O. SARS, s. 364.
 1878. *Cuthona olivacea*, G. O. SARS, Tab. XVI, fig. 8.
 1907. *Cratena olivacea*, ODHNER, s. 28.
 1910. *Amphorina olivacea*, ELIOT, s. 173.
 1912. *Cratena olivacea*, GRIEG, s. 13.

Diagnose.

Kroppen heller smalt langstrekt. Millom tentaklar og rhinophorar og bak rhinophorane raude striper eller flekker.

Rhinophorane mindre enn tentaklane, med ein raud ring umlag paa midten.

Papillane sit i skraarekkjer; dei er som regel stutte og tjukke, ofte meir eller minder klubbeforma. Toppen er gulkvit; levergreinene skifter mykje i let; hjaå sume er dei olivengrone, hjaå andre raudbrune.

Foten med avrunda hyrno framtil.

Mandiblane er forsynte med ein tydeleg processus masticatorius som i randa ber 1 rad med smaa taggar.

Radula lang og smalnar av mot den eine enden; formel 0 · 1 · 0. Tannplatene forsynte med taggar; midttaggen har sin basis langt bak paa tannplata; sidetennene jamstore, med basis lenger framme.

Penis væpna med ein brodd.

Historikk.

Amphorina olivacea er fyrst funnen ved den engelske kysten i 1842 av ALDER & HANCOCK og teikna og skildra i Part I av deira monografi; i Part VII (s. 50) reknar dei arten med til gruppa *Cavolina* Cuvier. Dei gir denne diagnosen: „E. flavido-alba, maculis albis, branchiis paucis, crassiusculis, cylindraceis, olivaceis, seriebus 6—8 digestis, tentaculis laevibus, angulis anterioribus pedis brevibus, obtusis.“

FRIELE & HANSEN (1876, s. 76) fører tvilande arten upp som funnen ved Manger, og fører han til slekta *Cratena* BERGH; det same gjer G. O. SARS (1878, s. 364); at arten i same arbeidet av SARS paa Tab. XVI er nemnt under namnet *Cuthona olivacea* maa truleg grunne seg paa ein prentefeil.

I 1910 flytter ELIOT denne arten over fraa BERGHs slekt *Cratena* til slekta *Amphorina* Quatrefages.

I litteraturen finn ein faa meldingar um denne arten, og etter det aa dome, maa han vera heller sjeldfengd. Forutan ved den engelske og norske kysten er han ogso funnen ved den franske og svenske kysten. I Kristianiafjorden er han ikkje funnen tidlegare, og han høyrer her til dei minder vanlege aeolididar. Han har jamnast vore aa finne utetter hausten, men aldri i noko større individtal og ikkje utanfor stasjonane 1, 2, 3 og 4.

Ytre karakterar.

Kroppen er heller smekker, men ein grand flattrykt ovantil-nedetter. Baktill renn han ut i eit langt, smalt haleparti som strekkjer seg eit langt stykke attanfor papillane. Etter ALDER & HANCOCK skal dyret bli $\frac{1}{2}$ tume langt, men det lengste eksemplaret fraa Drobaksundet var ikkje over 10 mm.

Fargen er sermerkt hjaa denne arten; sjolve kroppen er gulkvit med opake, gule eller olivenfarga prikkar eller flekker. Millom tentaklar og rhinophorar finn ein ei raud stripe paa kvar side av hovudet og bak rhinophorane eit liknande par striper; desse fargeteikningane plar vera sers konstante. ALDER & HANCOCK nemner dessutan ein stor trikanta raud flekk umlag over hjarta som sume av deira eksemplar har havt; denne flekken har eg berre set paa nokre faa individ fraa Drobaksundet.

Munntentaklane er heller stutte og jamtjukke heile vegen; dei er feste eit stykke innpaa hovudet; fargen er den same som paa kroppen.

Rhinophorane er lenger enn tentaklane og feste tett ved kvarandre. Dei er gulare av let og forsynte med eit raudt belte umlag paa midten; dette synest ogso vera ein sers konstant karakter.

Papillane sit i 5—7 skraarekkjer paa baae sider av kroppen. Dei plar vera heller stutte og tjukke, sumtid sylindriske, men ikkje sjeldan meir eller minder klubbeforma. Toppen er vassklaar, men neslesekken skin igjenom som ein trikanta gulkvit flekk. Ofte er heile papilloverflata oversaadd med opake, gule eller olivenfarga prikkar. Levergreinene er oftast gulgrøn-brune, men ogso ender og daa raudbrune; papillane skifter i det heile mykje i let hjaa denne arten. Det eksemplaret som er teikna (Pl. III fig. 12 a.) synest ikkje likjast mykje paa teikninga av same arten hjaa ALDER & HANCOCK; men baae teikningane syner i røynda fram kvar sin fargeekstrem av denne arten, ALDER & HANCOCK's den olivengrøne, min den raudbrune. Eksemplara fraa Drobaksundet har aldri vore so grønleta som dei engelske forfattarane har set dei, og aldri har dei havt so tydelege belte kring papil-

lane som ALDER & HANCOCK nemner; i det heile teke synest den raud-brune leten vera den vanlegaste hjaa vaare dyr.

Føten er heller breid, men smalnar jamt av baketter. Dei fremre hyrno er avrunda og lite utdregne.

Indre karakterar.

Svelghovudet er langstrekt og flattrykt ovanntil-nedetter.

Mandiblane (fig. 39 og 40) er lange og smale og forsynte med ein stutt processus masticatorius; denne ber i randa 1 rad med fine taggar (fig. 41).



Fig. 39. *A. olivacea*.
Mandiblar (utboygde) og radula
set fraa undersida. $\times 38$.



Fig. 40. *A. olivacea*.
Mandiblar og radula set
fraa sida. $\times 38$.



Fig. 41. *A. olivacea*.
Fremre delen av mandiblane
med proc. mast. $\times 130$.



Fig. 42. *A. olivacea*.
2 tenner or radula set fraa oversida. $\times 400$.

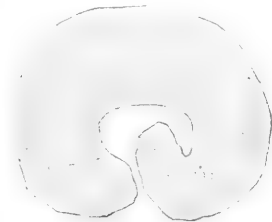


Fig. 43. *A. olivacea*.
Eggsnor, lagd 1. sept. 1920.

Radula er lang og inneheld 1 rekkje med tenner (formel 0 · 1 · 0.). Det plar vera i alt millom 50 og 60 tenner; radula smalnar jamt av mot den eine enden, men ikkje so sterkt som hjaa *A. aurantiaca*. Tennene (fig. 42) er hesteskoforma, umlag likso breide som lange. Dei er forsynte med ein midttagg som har sin basis langt attende paa tannplata, og 4—5 sidetaggar. Desse er nokolunde jamlange og er feste lenger framme enn midttaggen.

Penis er væpna med ein brodd.

Biologi.

Amphorina olivacea finn ein paa algar og hydroidar saman med *A. aurantiaca*, men ikkje i so stort individtal som denne.

Etter ALDER & HANCOCK skal gytetida for denne arten vera mai og juni, men eg har set gyteferdige individ langt utetter hausten. Det eksem-

plaret som er teikna paa plansje III (fig. 12a) la soleis egg 30. aug. 1920. Rogna (fig. 43) har form som eit breidt band, boygt saman so endane møtest eller kryssar kvarandre, og minner soleis mykje um forma paa roгна hjaa *A. aurantiaca*.

Tverrmaalslengda av dei funne individ aukar tydeleg utetter hausten so gytetida etter dette aa døme for stormengda av individa likevel synest vera tidleg paa sumaren.

A. olivacea er eit mykje livlegare dyr enn *A. aurantiaca*; han er heller seigiliva og let seg lett halde i fangenskap i akvarium.

Gen. 5. *Embletonia*. ALDER & HANCOCK.

1844. *Pterochilus*, ALDER & HANCOCK i Ann. Mag. Nat. Hist. XIV s. 329.
 1851. *Embletonia*, ALDER & HANCOCK, Part V.
 1855. — ALDER & HANCOCK, Part VII, s. 52.
 1865. — MEYER & MOBIUS, s. 13.
 1885. — BERGH, s. 33.
 1892. — — s. 1025.
 1907. — ODHNER, s. 30.
 1910. — ELIOT, s. 171.

Diagnose.

Munntentaklar finst ikkje. Hovudet er heller breidt med avrunda lappar paa sidene.

Rhinophorane glatte.

Papillane meir eller minder klubbeforma, faatalige, anten i 1 rekkje paa kvar side, eller i faa (4—6) grupper med faa (2—3) papillar i kvar. Dei fremre fothyрно avrunda.

Mandiblane med glatt eller tagget processus masticatorius.

Radula uniseriat.

Penis uvæpna.

Alt i 1844 sette ALDER & HANCOCK upp ei slekt som dei kalla *Pterochilus*, paa grunnlag av ein aeolidide som vanta munntentaklar. Det synte seg seinare at dette slektsnamnet tidlegare var brukt paa ei *Hymenopter*-slekt, og ALDER & HANCOCK laut difor (1851) rette sitt fyrste namn til *Embletonia*. Deira diagnose lyder slik: „Corpus latum, limaciforme, non palliatum. Caput terminale lateribus utrinque in lobum planum extensis. Tentacula 2, linearia sublateralia. Maxillae corneae. Branchiae papillosae, ad latera dorsi, ut plurimum in simplici serie, utrinque dispositae. Anus et orificium generationis ad latus dextrum.“

I Part VII (1855) av sin monografi nemner ALDER & HANCOCK 3 artar av slekta *Embletonia*, og brigdar noko paa innhaldet av sin tidlegare diagnose, so han kjem til aa lyde slik: „Body slender, dorsal tentacles simple,

orale pair flattened into 2 lateral lobes, branchiæ fusiform, set in single or double series on each side. Tongue, a single plate bearing a central spine and lateral denticles."

Slekta er sidan undersøkt av BERGH (1885 s. 33), som har gitt ein noko fullstendigare slektsdiagnose enn ALDER & HANCOCKS. BERGHs diagnose er brukt i dette arbeidet.

Slekta *Embletonia* tel faa artar og er sovidt ein enno veit berre representert i det nordlege Atlanterhavet. I vaar fauna er det berre funne ein art, nemleg *E. pallida*.

Embletonia pallida. ALDER & HANCOCK.

Pl. III.

1855.	<i>Embletonia pallida</i> ,	ALDER & HANCOCK, Part VII, s. 52,
		App. XII.
1865.	— —	MEYER & MOBIUS, s. 17.
1878.	— —	G. O. SARS, Tab. XVI fig. 11.
1885.	— —	BERGH, s. 34.
1907.	— —	ODHNER, s. 30 og 81.
1910.	— —	ELIOT, s. 171.

Diagnose.

Kroppen med raude, brune eller svarte prikkar; opake kvite prikkar finst som regel spreidde innimillom dei andre.

Sidelappane paa hovudet er stutte og lagar som eit halvmaaneforma velum framtil paa hovudet.

Rhinophorane er lange og tunne og feste tett ved kvarandre.

Papillane sit i 1 lengderekkje eller i 4—5 grupper paa kvar side av kroppen med upptil 2 i kvar gruppe. Dei er heller lange og tunne og sumtid meir eller minder klubbeforma; fargen kann skifte fraa ljost gult til brunt.

Foten med avrunda hyrno framtil.

Mandiblane forsynte med ein stutt processus masticatorius som er tagget i randa.

Radula er uniseriat, lang, og smalnar so smaatt av mot den eine enden; kvar tannplate er forsynt med ein midttagg og 4—5 sidetaggar.

Historikk.

Denne arten vart fyrst funnen av PRICE paa vestkysten av England i 1854, og teken med i ALDER & HANCOCKS monografi Part VII. Paa s. 52 gir dei denne diagnosen paa arten: „Yellowish-white with a few black spots on the back, tentacles approximating, head-lobes indistinct, forming a semicircular veil, produced at the sides, branchiæ nearly linear, very

pale orange, set in 4 or 5 rows of 2 papillæ each on each side. Length $\frac{1}{10}$ inch." Lenger ute i Part VII (Appendix XII) segjer dei um *E. pallida*: „It differs from the other British species¹ in having a double series of papillæ on each side; the tentacles,² too, are placed much nearer together — — — —“. ALDER & HANCOCK leverer inga teikning av dyret.

I 1865 fann MEYER & MØBIUS arten i Kielerbukta og gir ei grundig skildring (s. 17) og ei teikning av han.

Hjaa oss skal *E. pallida* fyrst vera funnen ved Bergen (METZGER & MEYER 1875), seinare ved Lofoten (G. O. SARS 1878).

Paa austkysten av Nordamerika har GOULD³ funne 3 ulike former av slekta *Embletonia* som han kallar *E. fuscata*, *E. lanceolata* og *E. remigata*. Men alle desse skal berre vera varietetar av *E. pallida*;⁴ likcins *E. grayi* Kent. *E. fuscata* GOULD har BERGH (1885 s. 34) granska grundig og funne at han er identisk med *E. pallida* ALDER & HANCOCK.

Etter litteraturen aa dome er *E. pallida* ein vidspreidd aeolidide i det nordlege Atlanterhav, men er heller sjeldfengd og varierer sterkt fraa lokalitet til lokalitet. I Kristianiafjorden har eg funne ein „rase“ som i mangt skil seg fraa dei former som tidlegare er skildra; desse ting skal eg peike paa etter kvart under skildringa av denne forma, som eg likevel lyt hevde er identisk med *E. pallida* ALDER & HANCOCK.

Arten vart i Drobaksundet funnen paa stasjonane 2, 3 og 9, men berre hausten 1920, og til saman i 14 eksemplar. Seinare har han ikkje vore til aa finne.

Embletonia pallida er heller lite granska, og sidan han synest variere so sterkt og formene fraa Drobaksundet paa mange punkt vik av fraa skildringane av arten fraa andre lokalitetar, er det greidast aa herme meir enn vanleg av det som andre forfattarar har sagt um han, so skilnaden stig tydeleg fram.

Ytre karakterar.

Embletonia pallida høyrer til dei minste aeolididane; det største eksemplaret som, etter litteraturen aa dome, er mælt, var berre 7 mm. (MEYER & MØBIUS 1865); ALDER & HANCOCK nemner $\frac{1}{10}$ tume. I Drobaksundet har dei største funne eksemplar naatt upp i 5 mm. (Skiphelle 2. okt. 1920.) Dei individ fraa Amerika som BERGH (1885 s. 34) undersøkte, var i alkoholfiksert tilstand 2 mm.

Kroppforma er heller smalt langstrekt, breidast umlag paa midten. Fargen er gulkvit med prikkar av ymis let. Som regel er desse prikkane myrke: svarte, brune eller raude; innimillom dei myrke finst det dessutan ofte opake kvite prikkar.

¹ Av slekta *Embletonia*, meiner dei.

² Her er meint rhinophorane.

³ Rep. on the Invertebr. of Massach., ed. 2 by Binney 1870.

⁴ Sjaa ELIOT 1910 s. 171.

Med omsyn til fargeteikningar er formene fraa Drøbaksundet heilt i samsvar med dei som andre har funne (sjaa soleis MEYER & MØBIUS 1865 s. 17).

Sermerkt for alle *Embletonia*- artar er det at munntentaklane er umskapa til sidelappar paa hovudet. Hjaa *E. pallida* syner desse lappane seg ikkje so tydeleg som sidelappar, men meir som eit halvmaaneforma velum framme paa hovudet.

Rhinophorane er lange og tunne og sit tett saman bak paa hovudet; i dette siste skil denne arten seg fraa dei tvo andre kjende artane av slekta, *E. pulchra* og *E. minuta*, der rhinophorane sit langt fraa kvarandre paa sidene av hovudet.



Fig. 44. *E. pallida*.
Mandiblar og radula set fraa
oversida. × 65.

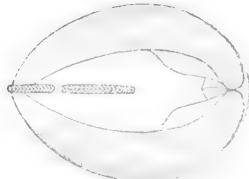


Fig. 45. *E. pallida*.
Mandiblar og radula set fraa
undersida. × 65.



Fig. 46. *E. pallida*.
Mandiblar og radula set
frå sida. × 65.



Fig. 47. *E. pallida*.
Stykke av tygge-
randa paa proc. mast.
× 416.



Fig. 48. *E. pallida*.
Stykke av radula ut-
streckt. × 130.



Fig. 49. *E. pallida*.
Ei tannplate or radula
set fraa oversida.
× 650.



Fig. 50. *E. pallida*.
2 tannplater or radula
set fraa undersida.
× 625.

Papillane sit i 4—5 grupper paa kvar side av ryggen med upptil 2 papillar i kvar gruppe; hjaa yngre individ kann dei sitje i ei einaste rekkje paa kvar side. Dei inste papillane er alltid lengst og eldst, dei yste mykje mindre. Kvar papill er hjaa unge individ tunne og sylindriske paa skap, hjaa eldre meir eller minder klubbeforma. Levergreinene er alltid noko myrkare enn kroppen, ofte brune av let.

MEYER & MØBIUS som har havt fyre seg storre individ, har funne upp til 4 papillar i kvar gruppe og 5 grupper.

Foten er smalare enn kroppen. Dei fremre fothyрно er avrunda og lite utdregne.

Indre karakterar.

Svelghovudet er sterkt avplatta hjaa denne arten. Mandiblane (fig. 44, 45 og 46) er lange og smale og har i det heile ei form som er noko ulik den vanlege (sjaa fig. 46). Processus masticatorius er stutt og ligg noko

annleis til enn vanleg; tyggje-randa finn ein soleis aller fremst (terminalt) medan ho normalt plar liggje meir paa undersida.

Tyggjeranda er tydeleg tagget (fig. 47) og chitinlaget paa lippekiva vert etter den vanlege utprepareringa sitjande att fremst paa mandiblane.

Med omsyn til mandiblane skil arten fraa Drobaksundet seg heller mykje fraa dei formene som tidlegare er skildra fraa andre lokalitetar. Forma liknar soleis korkje paa den MEYER & MØBIUS (1865 Taf. 1) eller BERGH (1885 Taf. IV, fig. 12) har teikna. BERGH har heller ikkje funne tydelege taggar paa tyggjeranda, men segjer (s. 36): „der Kaurand zeigt sich sehr fein streifig (Taf. II. Fig. 14), an den zwei Individuen war der Vorderrand mit unregelmässigen, feinsten Spitzen von einer Höhe bis 0,002 mm. besetzt, welche eher durch Beschädigung hervorgebracht schienen.“ ODHNER (1907, s. 27) segjer i diagnosen til sekta *Embletonia*: „mandibular margin smooth“. Men alle dei undersøkte individ fraa Drobaksundet har havt tagget tyggjerand, og med omsyn til denne karakteren, som elles plar vera eit viktig systematisk kjennemerke, synest soleis vaare former aa skilje seg fraa dei som er skildra fraa andre lokalitetar, aa segje dersom det ikkje ligg fyre ei mistyding fraa den eine eller andre sida.

Radula (fig. 48) er lang og smalnar noko av mot den eine enden. Det er berre 1 lengderekkje med tenner, og talet paa tannplater har skift fraa nokre og fyrti til 65. Her raakar ein atter paa ei usemje millom dei ymse fraasegner. ALDER & HANCOCK (Part VII Supplementary) nemner 31 tannplater som vanleg for denne arten, medan MEYER & MØBIUS har talt upptil 42 (s. 17) og BERGH (1885 s. 36) 38 og 40. Ein so stor skilnad paa tanntalet i radula som fraa 31—65 hjaa ein og same arten er sers bisneleg eller iminsto uvanleg.

Med omsyn til fraasegnene um forma paa dei einskilde tannplatene er det heller ikkje godt sambøve millom dei ymse forfattarar. ALDER & HANCOCK segjer (Part VII, Suppl.): „Lingual plate evenly arched, broad at the base, with the central denticle or spine slightly prominent, and 6 or 7 well-defined, rather slender, curved denticles on each side. 31 plates.“ Dei har dessutan ei teikning av ei tannplate; det same har MEYER & MØBIUS (1865, Taf. I), G. O. SARS (1878, Tab. XVI fig. 11) og BERGH (1885 Taf. II, fig. 15—18); men deira teikningar er meir eller minder ulike innbyrdes og ulike teikninga i dette arbeidet (fig. 49 og 50). Hjaa alle er tannplatene taggete med midttann og sidetaggar, men paa vaare former finn ein berre 3—4 sidetaggar, medan alle dei andre forfattarane nemner 6—9.

Alt i alt synest det vera ikkje so liten skilnad paa vaare former og dei som tidlegare er skildra fraa andre lokalitetar, og det kunde liggje nær aa tru at ein hadde fyre seg ein heilt ny art. Men naar eg ikkje har vilja lage ein ny art av formene fraa Drobaksundet so er det: 1. av di eg ikkje har havt tilfang nok, 2. av di eg ikkje har havt høve til aa granske former fraa andre lokalitetar, 3. av di arten i det heile er heller lite undersøkt og 4. av di det er so vidt stor ulikskap ogso millom dei tidlegare skildringar av arten.

Biologi.

Alle eksemplara av *E. pallida* fraa Drøbaksundet har ein funne millom hydroidar paa brunalgar. Det er eit livleg men ikkje serleg seigliva dyr; det heldt seg soleis ikkje lenge levande i observasjonsglaset; truleg var det temperaturen som var ulagleg.

Det er berre MEYER & MØBIUS som har melding um forplantningsbiologien hjaa denne arten. Eit individ la egg i akvariet 16. februar 1863, og um rogn segjer dei at ho var nyreforma, 1,7 mm. lang og inneheldt 16 egg; ho var fest med ein stykk til *Furcellaria fastigiata*.

Gen. 6. *Aeolidia* (CUVIER) BERGH.

1817. *Eolidia* (pars), CUVIER i „Regne Animal.“
 1846. *Eolis* (pars), ALDER & HANCOCK, Part III.
 1846. *Acolis* (pars), LOVÉN, s. 7.
 1864. *Aeolidia* (pars), BERGH, s. 61.
 1865. *Acolis* (pars), MEYER & MØBIUS, s. 21.
 1875. *Aeolidia*, BERGH, s. 1.
 1878. *Acolis*, G. O. SARS, s. 318.
 1892. *Aeolidia*, BERGH, s. 1019.
 1907. *Acolis*, ODHNER, s. 26.
 1910. *Aeolidia*, ELIOT, s. 175.

Diagnose.

Kroppen heller breid og flattrykt oventil-nedetter.

Papillane i mange tverrekkjer, talrike, noko flattrykte. Dei fremre fothyrno lite utdregne.

Processus masticatorius glatt i randa.

Radula uniseriat; tannplatene halvmaaneforma, kamforma taggete i randa.

Som fyrr nemnt vart opphavleg dei fleste nudibranchiar forde til den linnéiske slekta *Doris*, til *Cuvier* i 1798 fyrste gongen gjorde framlegg um aa skilje ut ei gruppe som han kalla *Eolides*¹. *Cuvier* synest den gongen berre ha hatt fyre seg ein einaste art som truleg har vore *Aeolidia* (=LIMAX) *papillosa* (LINNÉ) eller ei nærskyld form. Framlegget fraa CUVIER vart ikkje aatgaatt av granskarane dei fyrste aara frametter, og i 1805 tek han det difor upp att og presiserer og grunngir det nognare. Denne gongen brukar han ogso den franske nemninga *Eolide* i teksten, men paa plansje 6 med bilete av ein aeolidide staar det *Eolis*. Endeleg latiniserer han i “Regne Animal” 1817 slektsnamnet til *Eolidia*. CUVIER har soleis konsekvent bruka fyrebokstaven *E*, medan det rettaste vilde vore aa bruke *Ae*, sidan namnet er gresk. CUVIERS vingling med umsyn til skrivemaaten av

¹ Dette er ein fransk skrivemaate laga av namnet AEOLIS, dotter til vindguden AEOLUS.

slektsnamnet har skapt ein del forvirring seinare; dei ymse forfattarar har soleis bruka: *Eolis*, *Acolis*, *Eolidia*, *Acolidia*, o. fl. Den rettaste skrivemaaten skulde vera *Acolidia*, og den synest ogso vera den vanlegaste hjaa dei seinare større nudibranchgranskarane, og bør verta den einaste som heretter vert bruka.

CUVIERS diagnose paa slekta *Eolidia* lyder slik: „Ont la forme de petites limaces, avec quatre tentacules en dessus, et deux aux côtés de la bouche. Leurs branchies sont des lames ou des feuilles disposées par rangées transversales des deux côtés de leur dos. Il y en a dans toutes les mer.“

Denne diagnosen er so vid at han kjem til aa spenne um dei fleste artane i heile familien *Acolidiidae*, og CUVIERS slekt er seinare kløyvd upp i ei mengd med mindre slekter. I Part VII (s. 48) av sin monografi skil ALDER & HANCOCK ut so mange nye slekter, at resten av den gamle slekta *Eolis*, som dei no kallar *Eolis proper*, berre inneheld dei noverande slekter *Acolidia* og *Acolidiella*, og sidan BERGH i 1867 skilde ut den siste av desse, har slekta *Acolidia* havt faste grenser; men ho er no vorten so trongt avgrensa at ho berre tel 3, kan hende berre i art, nemleg *Acolidia papillosa*. *Ae. serotina* fraa vestkysten av Sudamerika og *Ae. herculea* fraa Kalifornia er truleg berre varietetar av *Ae. papillosa*.

Aeolidia papillosa (LINNÉ) CUVIER.

PL. IV.

1767. *Limax papillosus*, LINNÉ, s. 1082.
 1770. *Doris Bodoensis*, GUNNERUS, Skrifter som udi det Kbhvnske Selsk. ere fremlagte og oplæste s. 170.
 1776. *Doris papillosa*, MÜLLER, s. 229.
 1806. — — — Tab. 149, Fig. 1—4.
 1835. *Eolidia papillosa*, M. SARS, s. 68.
 1846. *Aeolis papillosa*, LOVÉN, s. 7.
 1850. — — — M. SARS, s. 193.
 1854. *Eolis* — ALDER & HANCOCK, Part VI.
 1864. *Acolidia* — BERGH, s. 62.
 1865, *Aeolis* — MEYER & MØBIUS, s. 29.
 1875. *Acolidia* — BERGH, s. 2.
 1878. *Aeolis* — G. O. SARS, s. 318.
 1884. — — — COLLIN, s. 50.
 1907. — — — ODHNER, s. 28.
 1910. *Acolidia* — ELIOT, s. 50.

Diagnose.

Kroppen breid og flattrøkt ovantil-nedetter.

Fargen sers variabel. Tentaklar og rhinophorar heller stutte, glatte. Papillane sit i tette tverrekkjer paa sidene av ryggen.

Foten er breid og dei fremre fothyrno lite utdregne.

Radula uniseriat og smalnar tydeleg av mot den eine enden. Tannplatene er breidt halvmaaneforma, kamforma taggete i randa.

Historikk.

Acolidia papillosa synest vera den nudibranch som granskarane fyrst fekk auga paa og som fyrst er skildra. Dette er rimeleg baade av di han er større enn dei fleste andre nudibranchiar, og av di han serleg held til i fjora, der han kryp ikring paa steinar og sjøvokstrar.

Kor mykje ein med visse kann byggje paa dei eldste, ofte sers ufullstendige dyreskildringar, er uvisst, men ein tykkjest vera nokolunde viss um at den arten som LINNÉ i „Syst. Nat.“ (1767) skildrar under namnet *Limax papillosus* er identisk med vaar *Acolidia papillosa*. LINNÉs diagnose lyder slik: „L. supra tectis papillis: linea dorsali laevi.“ Sjølv trur han at hans art er identisk med den BASTER tidlegare har funne og skildra som *Doris spinis mollibus hirsuta*, og hans diagnose kann likso godt hove paa mange andre aeolididar som paa *Acolidia papillosa*.

Etter LINNÉ er arten funnen og skildra av talrike andre granskarar og under mange namn. Det vilde fore for vidt aa nemne upp all litteraturen um *Acolidia papillosa* og i litteraturlista ovanfor er berre teke med dei viktigaste verk.

CUVIER tek (1805, s. 431) *Limax papillosus* LINNÉ som type paa gruppa *Eolides*, og CUVIERS namn bør difor staa jamsides LINNÉs, naar ein skal nemne forfattarane av namnekombinasjonen *Acolidia papillosa*.

Den fyrste som har funne arten hjaa oss, er M. SARS 1835, som fann han ved Bergen. Sidan har mange andre funne han langs med heile vestkysten like til Vardøy. Arten synest vera sers vanleg og jamt spreidd over heile det nordlege Atlanterhavet fraa Spitsbergen til Medelhavet, og i fall *Ae. serotina* og *Ae. herculea* i røynda berre er varietetar av *Ae. papillosa*, finst han ogso i det nordlege og sudlege Stillehavet ved kystane av Amerika. Den rette heimstaden for denne arten synest vera dei kalde hav.

I Kristianiafjorden har ingen tidlegare funne *Ae. papillosa*, og her høyrer han heller ikkje til dei vanlegaste aeolididane¹. Han er funnen paa stasjonane 1, 3, 4 og 7, aldri i større individtal, men som regel berre i eitt eksemplar um gongen.

Ytre karakterar.

Acolidia papillosa er ein av dei største aeolididar ein kjenner og skal kunne bli upp imot 1 dm. lang. I Drøbaksundet har ein aldri raaka paa større enn 60 mm. lange individ. Eit slikt fann dr. BROCH 30. april 1921 krypande paa steinane i baathamna ved den biologiske stasjonen. Dei fleste av dei ein faar upp med skrapa, er smaa, unge individ fraa 4—10 mm.

Med umsyn til kroppsforma skil denne arten seg fraa dei fleste andre aeolididar. Desse plar vera mjaavaksne, smekre dyr, medan *Ae.*

¹ Sjaa „Merknad“ i Fyreordet.

papillosa heller er grovbygd, breid og flattrykt. Kroppssidene er umlag parallelle, men baktil smalnar kroppen braatt av til eit stutt haleparti.

Kroppsfargen er sers skiftande hjaa denne arten. Grunnfargen er som regel gulvoren, men er alltid meir eller minder overdekt med flekker av ymis let: raud, gul, brun, fiolett o. fl. Den mest konstante leten synest vera fiolett, og som regel er hovudet og den fremste delen av ryggen sterkast farga. Millom rhinophorane og tentaklane finst det mest alltid ein ljosare eller myrkare trikanta flekk.

Hovudet er breidast framtil og fraa dei fremste hyrno veks munn-tentaklane ut. Dei er heller stutte, kjegleforma og som regel ljost gule av let.

Rhinophorane er stuttare enn tentaklane og myrkare farga, oftast med same farge som ryggen, men med kvit topp. Dei er overlag kontraktile



Fig. 51. *Ac. papillosa*.
Svelghovudet set fraa sida. $\times 12$.



Fig. 52. *Ac. papillosa*.
Mandiblar set fraa undersida. $\times 12$.

og kann dragast saman til smaa knutar paa hovudet. — Augo kann ein vanskeleg sjaa gjennom den sterkt farga kroppsveggen.

Papillane sit i tette regelrette skraarekkjer langs med sidene av ryggen. Den fremste rekkja tek til framanfor rhinophorane. Ein kann ikkje segje noko visst um talet paa rekkjer, heller ikkje um talet paa papillar i kvar rekkje, for dette skifter mykje fraa individ til individ og med storleiken av dyret. ALDER & HANCOCK nemner 18—20 rader, MEYER & MÖBIUS 25; hjaa vaare former har det alltid vore færre.

Papillane er heller stutte, tjukke, ofte bøyge, med konveksiteten utetter, og noko flattrykte. Dei er sers kontraktile og kann difor skifte form. Fargen er ogso sers variabel fraa ljost gul til myrkt brun; toppen er all tid ljosleta.

Foten er breid og vidar seg framtil ut til stutte trikanta eller avrunda lappar; baktil smalnar han braatt av og strekkjer seg eit lite stykke attanfor papillane. Fargen er transparent kvit.

Indre karakterar.

Svelghovudet (fig. 2 og 51) er heller lite og eggforma paa skap naar ein ser det ovanil med den breide enden baktil; fraa sida er det i umriss elliptisk. Mandiblane (fig. 52) er sterkt horngule og forsynte med

ein karakteristisk kjøl framtil paa undersida av kvar mandibelhelvt, dessutan med ein heller stor processus masticatorius som er glatt i randa.

Radula (fig. 53) er uniseriat, heller stutt og smalnar sterkt av mot den eine enden. Ho inneheld ikring 20 tannplater. Dette talet er noko mindre enn det dei fleste andre har funne; ALDER & HANCOCK og MEYER & MØBIUS nemner soleis upp til 30; dei har daa truleg rekna med ogso dei avslitne tannplatene, som det kann vera fleire eller færre av.

Tannplatene (fig. 54) er sermerkte paa skap og kann ikkje verta forbytt med tennene hjaa nokon annan av vaare aeolididar. Dei er etter maaten sers breide, halvmaaneforma og i den konvekse randa forsynte med nokolunde jamlange taggar; dei liknar soleis mykje paa ein kam. Talet paa taggar plar svinge millom 30 og 40; ALDER & HANCOCK segjer 46, MEYER & MØBIUS millom 26 og 49. Taggen paa midten av tannplatene



Fig. 53. *Ae. papillosa*.
Radula utstrekt. $\times 25$.



Fig. 54. *Ae. papillosa*.
2 tenner or radula. $\times 400$.

er ikkje sjeldan noko stuttare enn dei hine. Tennene er ofte svakt gulleta.

Den indre anatomien hjaa denne arten er grundig granska av mange, sist av ELIOT som gir ei detaljert skildring av alle organsystem delvis med illustrasjonar i arbeidet sitt fraa 1910 (s. 50—59).

Biologi.

Ae. papillosa lever paa sers grunt vatn; ofte raakar ein paa han i fjøra der han kryp ikring paa tare og sjogras eller paa steinane i stranda. Mange har funne han under steinar som vert turrlagde ved fjøre sjø. — I Kristianiafjorden er han slett ikkje vanleg; dei fleste har ein her faatt upp med skrapa paa dei nemnde stasjonane; men dei har ikkje vore kynsmogne; eit par gonger har ein funne store kynsmogne individ inne ved strendene.

Etter ALDER & HANCOCK gyter arten um vaaren og fyresumaren, og ogso i Drøbaksundet er det funne gyteferdige individ paa den tida (30. april 1921); men diverre har eg aldri set arten gyte; derimot har ein ofte funne eggsnorer av den typen som ALDER & HANCOCK nemner som karakteristisk for arten. Eggsnorene er spiralvundne traadar, som hjaa oss oftast er feste til algar og sjogras, men etter dei engelske forfattarane ogso ofte finst under steinar.

Ae. papillosa er treg i sine rorsler og kann liggje stille i lang tid paa same flekken; men han er seigliv og let seg difor lett halde i akvarium. Etter mange fraasegner skal det vera eit rovgriskt dyr.

Gen. 7. *Aeolidiella* BERGH.

1855. *Eolis* (pars), ALDER & HANCOCK, Part VII App. XXII.
 1867. *Aeolidiella*, BERGH, s. 99.
 1875. — — s. 2.
 1882. — — s. 7.
 1888. — VAYSSIÈRE, s. 107.
 1892. — BERGH, s. 1019.
 1907. — ODHNER, s. 26.
 1910. — ELIOT, s. 174.

Diagnose.

Kroppen heller breid og flatttrykt oventil-nedetter.

Rhinophorane glatte eller ein grand rukkete.

Papillane i mange tverrekker, talrike, noko flatttrykte. Dei fremre fothyrno lite utdregne.

Processus masticatorius glatt i randa.

Radula uniseriat; tennene kamforma, men delte i tvo helvter ved ei innsnøring paa midten, med ei meir eller minder vel utvikla midttann.

Glandulae ptyalinae store.

Denne slekta er den siste som er skilt utor den opphavlege CUVIERSKE slekta *Eolidia*. Dette vart gjort av BERGH i 1866 som ga denne diagnosen paa slekta *Aeolidiella*: „Forma corporis, rhinophoria, tentacula, papillae et podarium ut in *Aeolidiis* sensu strictiore.

Margo masticatorius mandibulae minutissime longitudinaliter plicatus. Dentes radulae uniseriati. Dentes pectiniformes, medio emarginati.“

Alt i 1855 hadde ALDER & HANCOCK (Part VII, s. 48) kloyvt upp si slekt *Eolis proper*, i tvo grupper som dei ikkje sette namn paa, men som heilt svarar til dei noverande slektenè *Aeolidia* og *Aeolidiella*. Det er serleg i radula skilnaden millom desse tvo ligg, med di den fyrste har jamt bøygde tannplater, medan desse hjaa *Aeolidiellane* er delt i tvo delar ved ei innsnøring paa midten. Dessutan er det sermerkt for slekta *Aeolidiella* at Glandulae ptyalinae er sers vel utvikla.

I alt er kjent og skildra 7 *Aeolidiellar*; 5 av desse er funne i europeiske farvatn, 1 i Det indiske havet og 1 ved Antillane. Slekta er soleis representert i tropene og det medelsvarme beltet, men ikkje lenger nord enn til Kristianiafjorden.

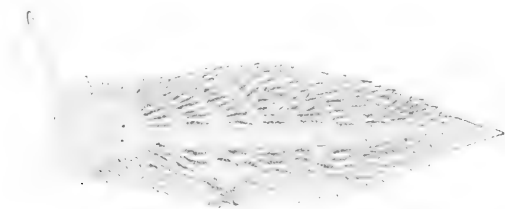
Av dei 5 europeiske artane er berre ein, *Ae. glauca*, funnen hjaa oss men mange meiner at alle 5 berre er varietetar av ein og same arten som i tilfelle bør heite *Ae. glauca* (ALDER & HANCOCK).¹ Dei 4 andre er: *Ae. alderi* (COCKS), *Ae. angulata* (ALDER & HANCOCK), *Ae. sanguinea* (NORMANN) og *Ae. sommerringii* (LEUCKART).

¹ ELIOT 1910 s. 174, og CUENOT: Faune d' Arcachon. Eolidiens s. 3.

Aeolidiella glauca (ALDER & HANCOCK) BERGH.

(Fig. 55).

1848. *Eolis glauca*, ALDER & HANCOCK, Part IV.
 1855. — — ALDER & HANCOCK, Part VII.
 1867. *Acolidiella glauca*, BERGH, s. 99.
 1884. *Acolis glauca*, COLLIN, s. 51.
 1885. *Acolidiella glauca*, BERGH, s. 22.
 1888. — — VAYSSIÈRE, s. 108.
 1889. — — CARUS, s. 209.
 1907. — — ODHNER, s. 28.

Fig. 55. *Ae. glauca*.

Funnen i Halangspollen 7. aug. 1919. Nat. storleik 48 mm.

Diagnose.

Kroppen breid og noko flattrykt.

Papillane sit i tette skraa tverrekkjer, blaagraa av let med kvite toppar.

Foten breid med stutte, kvasse fremre hyrno.

Mandiblane med ein processus masticatorius som er glatt i randa.

Radula uniseriat, stutt, med umlag jambreide tenner. Tannplatene er delt i tvo ved ei innsnoring paa midten; kvar del er kamforma tagget med ein stutt midttagg i botnen av innsnoringa.

Penis uvæpna.

Historikk.

Sumaren 1845 fann ALDER & HANCOCK fyrste gongen eit eksemplar av denne arten paa sudkysten av England. I Part IV av sin monografi gir dei ei skildring og teikning av arten under namnet *Eolis glauca*¹ og med denne diagnosen: E. subdepressa, elongata, rufescens: branchiis vermicularibus sub-conicis, sub-compressis, glaucis, fusco et albo punctatis, in seriebus dense digestis: tentacules sub-linearibus, laevibus: angulis anterioribus pedis paululum expansis." Seinare (1855) fann dei eit eksemplar paa vestkysten av England og Cocks fleire paa sudkysten. Næste gong ein hoyrer gjete denne arten er i 1884 fraa dei danske farvatn hja COLLIN (1884, s. 51); TEILMANN FRIIS har her funne han i Limfjorden. Ogso ved den franske Atlanterhavskysten og ved

¹ Glauca tyder blaagraa.

Triest er det funne varietetar av *Ae. glauca*. Paa grunnlag av denne arten og eit par andre sette BERGH i 1866 upp si nye slekt *Aeolidiella*, og i 1885 (BERGH s. 22.) gir han ei anatomisk skildring av *Ae. glauca* paa basis av eksemplar han har faatt fraa TEHLMANN FRIS. - VAYSSIÈRE (1888 s. 108) har ei umstendeleg skildring av arten som han har funne mange av til alle aastider ved Marseille, men elles er det svært faae fraasegner aa finne um han i litteraturen. Det ser difor ut til aa vera ei sers sjeldfengd form, som sjeldan finst i større individtal. I vaar fauna er ikkje *Ae. glauca* funnen tidlegare, men paa stasjon 5 i Drobaksundet har han vore aa finne i mengd gytande paa Zosteræen i juli eller august kvart aar sidan 1916 so nær som i 1921. Ogso ved Bohuslänkysten skal det vera funne eit eksemplar av arten.

Ae. glauca er soleis spreidd i det medelsvarme Atlanterhavet fraa Kristianiafjorden til Medelhavet.

Ytre karakterar (fig. 55).

Ae. glauca er den største aeolididen i vaar fauna næst etter *Aeolidia papillosa*. I Drobaksundet har ein funne kynsmogne individ paa upptil 50 mm. medan 45 mm. er det meste som elles finst nemnt i litteraturen.

Kroppen er breid, men ikkje fullt so flattrykt som hjaa *Aeolidia papillosa*, og smalnar jamt av bakover. Breidda er størst umlag paa midten av dyret.

Kroppsfargen er kvit eller svakt gulvoren; paa det levande dyret skin innvolane, serleg kynsapparatet, sovidt igjennom; paa konserverte eksemplar ikkje. Med omsyn til fargeteikningar hover ikkje vaare former sers godt med ALDER & HANCOCKS bilete og skildring av dyret (Part IV), med di kroppen hjaa vaare aldri har vore so raudleta som dei nemnde forfattarane nemner. Sumtid har ein likevel kunna sjaa ein svakt raud let serleg paa hovudet og den fremre delen av ryggen ogso paa vaare eksemplar.

Hovudet er smalare enn den breidaste delen av kroppen, men ikkje fullt so smalt som ALDER & HANCOCK har teikna det.

Munntentaklane er etter maaten stutte, sylindriske av form og feste fremst paa sidene av hovudet. Dei er paa let liksom kroppen.

Rhinophorane er noko stuttare enn tentaklane, koniske paa skap og feste tett ved kvarandre. Dei er som regel ljost raude av farge med kvite toppar. Paa ALDER & HANCOCKS teikning er baade tentaklar og rhinophorar mykje raudare enn dei nokon gong har vore paa vaare former.

Tett bak rhinophorane skin augo tydeleg igjennom.

Papillane sit i tette skraa tverrekkjer langs med sidene av kroppen. Paa eksemplara fraa Drobaksundet har ein talt fraa 12—15 rekkjer; ALDER & HANCOCK nemner 14, BERGH 16—17. Talet paa papillar i kvar rekkje er sers skiftande, fraa 10—12 i dei fremste til 3—4 i dei attarste rekkjene. Desse er ikkje heilt tverrsette, men gaar meir eller minder paa skraa bakantil-

frametter rekna fraa midtlina av dyret. Serleg er dette tilfellet med dei fremste rekkjene. Desse tek til eit stykke attanfor rhinophorane, men strekkjer seg i ein boge paa utsida eit godt stykke framanfor dei. Naar ein pilar papillane av, vil ein sjaa at dei er feste paa tydelege lister (papill-lister) paa kroppen. Som regel sit det ei rekkje med papillar paa kvar list; men paa dei fremste listene sit det i den fremre og nedre enden fleire rekkjer med smaa papillar. Nede ved fotkanten framtil vert det soleis ei tett samling papillar. Dette nemner ogso ALDER & HANCOCK som sermerkt for denne arten; likeins BERGH (1885, s. 23). Dei einskilde papillane er paa dei levande dyra heller tjukke, noko krokte og spitar av mot den fri enden; men so typisk S forma som ALDER & HANCOCK segjer dei plar vera,

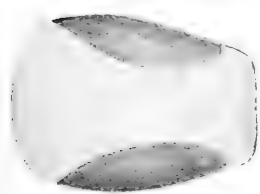


Fig. 56. *Ae. glauca*.
Svelghovudet set fraa under-
sida. × 16.

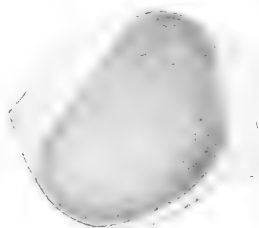


Fig. 57. *Ae. glauca*.
Svelghovudet set fraa sida.
× 16.

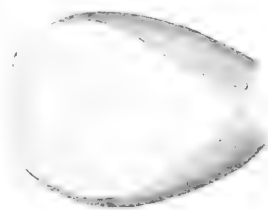


Fig. 58. *Ae. glauca*.
Svelghovudet set fraa oversida.
× 16.

har dei aldri vore paa formene i Drobaksundet; heller ikkje har dei vore tydeleg flattrykte.

Papillane er ljost blaagraa, med kvite toppar, og artsnamnet „glauca“ er soleis sers høveleg for vaare former.

Etter ALDER & HANCOCK skal papillane vera gronleta og brunspettete og ofte med ein raud fargetone nær toppen; men denne fargevarieteteten har eg aldri set millom formene i Drobaksundet.

Millom 3. og 4. papillrekkje framantil finn ein genitalopninga. *Anus* ligg latero-dorsalt millom 5. og 6. papillrekkje; dette hover heilt med BERGHs fraasegner.

Foten er breid og vidar seg framtil ut med stutte, kvasse, trikanta hyrno; baktil smalnar han jamt av og strekkjer seg eit stykke attanfor papillane. Han er transparent kvit, so den ljost raude kynskjertelen skin tydeleg igjenom.

Indre karakterar.

Svelghovudet (fig. 56, 57 og 58) er, set ovantil, i umriss butt eggforma med den breidaste enden baktil. Det er hogast framtil og skraanar sterkt av bakover.

Mandiblane (fig. 59) er gulleta, breidast framtil og forsynt med ein maateleg stor processus masticatorius; denne er glatt i tyggjeranda.

Radula (fig. 60) er uniseriat, heller stutt, men med breide tannplater. Som regel finn ein nokre og tjuge (23) tenner. Tannplatene er delt i tvo ved ei innsnoring paa midten (fig. 61) og kvar del er kamforma tagget. Taggetalet kann skifte noko alt etter plassen i tannrekkja; som regel svingar det millom 28 og 34 paa kvar del. Taggane er lange og tunne, men ujamne, lengst umlag paa midten av kvar tannhelvt og vert stuttare ut imot sidene og inn imot botnen av innsnoringa. Radula hjaa vaare former svarar godt til skildringane av dette organet hjaa dei ymse forfattarar; ALDER & HANCOCK nemner soleis 21 tenner og 33 taggar paa kvar side av midttaggen.

Paa overgangen millom munnrøyr og svelghovud munnar det inn i meltingskanalen eit stutt røyr fraa eit par munnrøyrskjertlar (*Gl. ptyalinae*,



Fig. 59. *Ac. glauca*.
Mandiblane utbreidde. $\times 16$.



Fig. 60. *Ac. glauca*.
Radula utstrekt. $\times 26$.

fig. 1, gl. pt.). Desse ligg ein paa kvar side av svelghovudet og er store, som regel V forma boygde organ med sirkulært tverrsnitt; dei er sterkt gulleta. Denne typen av sputtkjertlar har ein berre funne hjaa faae aeolididar og er ein av dei viktigaste karakterar som skil slektene *Acolidiella* og *Aeolidia* fraa kvarandre. Med umsyn til form varierer kjertlane ikkje so lite hjaa individ av same arten, og forma kann difor ikkje brukast som artskjennemerke.

Biologi.

Ac. glauca har ein i Drobaksundet aldri funne utanfor gytetida, som for denne arten hjaa oss synest vera i juli og august, og berre paa ein einaste lokalitet i avsnittet nemleg paa nordauststranda i ytre baseng av Halangspollen (stasjon 5). Kvart aar fraa 1916—20 har arten her halde til, ofte i store mengder paa Zosteraen, der han har lagt egga sine; men alle freistnader paa aa finne han andre stader eller til andre tider har mislukkast. Liknande fraasegner finn ein um arten ogso fraa andre stader. TEILMANN FRIS segjer soleis at han i 3 aar kunde finne arten paa same lokaliteten (Salling Sund i Limfjorden) kvart aar i mars maanad, men at han faafengt har søkt etter han paa andre aarstider (COLLIN 1884, s. 51 Fotnote 3). Dette tek COLLIN som eit prov for sin teori um at nudibranchiane um hausten gjer ferder ut paa større djupner, men um

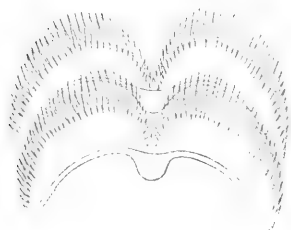


Fig. 61. *Ac. glauca*.
2 tenner or radula. $\times 200$.

Mandiblane med ein stor processus masticatorius som i tyggjeranda er forsynt med ei rad lange taggar, og paa innsida med fleire rader mindre taggar.

Radula uniseriat og heller stutt. Tennene forsynte med ein kraftig, kloforma midttagg og meir eller minder tydelege taggar eller berre striper paa kvar side av denne.

Penis uvæpna.

Slekta *Favorinus* er sett upp av GRAY (1850, s. 109) paa grunnlag av ein einaste art, *Eolis alba* ALDER & HANCOCK. GRAY ga slekta denne avgrensing: „Tentacula¹ with a single subterminal fold, labial feelers elongate, gills in tufts, front of foot subulate.“

I 1855 vart slekta uppteken av ALDER & HANCOCK (Part VII Appendix XXII) som ga henne ein noko fullstendigare diagnose og m. a. la til: „Tongue a single plate with a single smooth spine.“

Paa grunnlag av eit spirituseksempplar fraa Limfjorden som vanta utviding paa rhinophorane og hadde sidetaggjar paa tennene, men elles likna Favorinane, sette BERGH (1871, s. 183) upp ei ny slekt *Matharena*, men segjer seinare (BERGH, 1876 s. 640) um denne: „Das vor einigen Jahren von mir aufgestellte Geschlecht *Matharena* wird sich wohl als mit dem *Favorinus* identisch erweisen wenn es sich nämlich wie es wahrscheinlich ist, zeigt, dass die Favorinen in Alkohol bewahrt mitunter die erwähnte Anschwellung einbüßen, und das typische Favorinus (*F. albus*), wie noch wahrscheinlich, auch denticulirte Zahnplatten besitzt.“ Dette siste har seinare synt seg aa vera tilfellet, og BERGHs slekt *Matharena* fell dermed burt og gaar inn som synonym under slekta *Favorinus*. Denne er seinare grundig undersøkt av BERGH og diagnosen revidert soleis at slekta ogso kann ta upp dei former som har sidetaggjar paa tennene. Det ser elles ut til at alle artane i slekta har taggar, — jamvel *Favorinus albus* som etter dei fleste forfattarar ikkje skal ha, — endaa um dei ofte er so smaa at dei er vande aa faa auga paa.

Slekta *Favorinus* tel berre 2—3 artar, alle fraa det medelsvarme Atlanterhavet og Medelhavet. Hjaa BERGH (1892, s. 1030) finn ein oppfort 4 artar: *F. albus*, *F. branchialis*, *F. versicolor* og *F. (?) carneus*.

F. branchialis lyt eg, etter dei fraasegner um han som ligg fyre og etter dei røynsler som eg sjølv har gjort, halde for ein myrk varietet av *F. albus*.

Skilnaden millom desse tvo artane skulde vera at *F. albus* har smaa eller inga taggar paa radulatennene og er kvit av farge, medan *F. branchialis* har tydelege taggar og er brun av farge.

Sidan det er konstatert at *F. albus* ogso har taggar paa tennene, finst det ingen skilnad med umsyn til svelgapparatet millom *F. albus* og *F. branchialis*; taggane kann fulla vera meir eller minder tydelege og talrike,

¹ Her er meint rhinophorar.

men denne variasjonen finn ein liksovel millom dei brune som millom dei kvite formene.

I det rike materialet av denne arten som eg har havt til mitt raadvelde, har det vore mogeleg aa finne talrike overgangsformer millom myrkt brune og heilt kvite individ, og dermed fell ogso den skilnaden burt millom dei tvo artane som er basert paa fargen.

Eg kann ikkje vera i tvil um at eg har funne baade BERGHS *F. branchialis* og ALDER & HANCOCKS *F. albus*, og sidan det ikkje finst nokon skilnad millom dei av spesifik verdi, lyt eg hevde at dei berre er varietetar av ein og same arten.

F. branchialis er fyrst skildra av O. FR. MÜLLER (1806) under namnet *Doris branchialis*, og artsnamnet „branchialis“ skulde soleis som det eldste ha prioritetsretten framfor „albus“ som er mykje yngre (1844). Men sidan mange granskarar er i tvil um det gaar an med nokor større visse aa identifisere MÜLLERS art, og sidan *F. branchialis* i det heile er ei sjeldnare og mindre kjend form og *F. albus* er mykje oftare nemnt i litteraturen, vilde det skape større forvirring og vanskar med omsyn til synonymien enn rimeleg er um ein stryk „albus“ som artsnamn og set „branchialis“ i staden; av praktiske omsyn vil eg difor telje til at det minder kjende namnet „branchialis“ gaar inn som synonym under „albus“.

I den skandinaviske faunaen synest den brune fargevarieteteten vera mykje tidare enn den kvite. I Kristianiafjorden fann ein hausten og vinteren 1919—20 berre brune eksemplar, medan ein derimot hausten 1921 mest berre fann kvite.

I vaar fauna er tidlegare funne baade *Favorinus albus* og *F. branchialis*.

Favorinus albus (ALDER & HANCOCK) GRAY.

PL. IV.

1806. *Doris branchialis*, MÜLLER, s. 33, pl. 149, fig. 5—7.
 1845. *Eolis alba*, ALDER & HANCOCK, Part I.
 1846. *Aeolis alba*, LOVÉN, s. 8.
 1850. *Favorinus albus*, GRAY, s. 109.
 1854. *Aeolis branchialis* (?), ASBJØRNSSEN, s. 33.
 1855. *Favorinus albus*, ALDER & HANCOCK, Part VII, App. XXII.
 1865. *Aeolis alba*, MEYER & MØBIUS, s. 21.
 1875. *Matharena oxyacantha*, BERGH, s. 18.
 1876. *Cratena branchialis*, FRIELE & HANSEN, s. 76, Tab. II, fig. IX—X.
 1878. *Favorinus albus*, G. O. SARS, Tab. XVI, fig. 10.
 1878. *Cratena branchialis*, G. O. SARS, s. 364.
 1879. *Favorinus branchialis*, BERGH, s. 566.
 1884. *Favorinus albus*, COLLIN, s. 52.
 1888. — — VAYSSIÈRE, s. 66.
 1889. — — CARUS, s. 213.

1892. *Favorinus branchialis*, BERGH, s. 1030.
 1907. -- ODDNER, s. 33.
 1910. -- ELIOT, s. 172.

Diagnose.

Kroppen smalt langstrekt, meir eller minder dekt av opakt kvitt.

Tentaklane lengre enn rhinophorane. Desse er brune umlag til topps; toppen kvit. Paa overgangen millom den brune og kvite delen av rhinophorane er dei meir eller minder tydeleg utvida.

Papillane i 4—5 tydelege grupper, skiftande i let fraa myrkt brune til heilt kvite.

Foten smal med dei fremre hyrno tentakelforma utvida.

Mandiblane forsynte med ein overlag kraftig *processus masticatorius* som i tyggjeranda er væpna med ei rad med lange taggar og paa innsida med fleire rader mindre taggar.

Radula er uniseriat, heller stutt med umlag 20 tenner. Desse er forsynt med ein kraftig kloforma midttagg og meir eller minder tydelege taggar eller striper paa sidene av denne.

Penis er uvæpna.

Historikk.

Som nemnt i slektsskildringa lyt ein tru at den brune fargevarieteteten av *F. albus* er identisk med den aeolididen som er skildra og teikna av O. FR. MÜLLER (1806, s. 33, pl. 149, fig. 5—7). Han har funne arten millom Krageroy og Arendal og kalla han *Doris branchialis*. I 1843 vart den kvite varieteteten funnen ved austkysten av Irland og skildra av ALDER & HANCOCK (1845 Part I) under namnet *Eolis alba*. Dei ga denne artsdiagnosen: „E. gracilis, alba, branchiis oblongis, sublinearibus, albis, apicibus interdum fusco-cinctis, in fasciculis 5—6 digestis, tentaculis dorsalibus fuscis, superne in bulbo expansis, angulis anterioribus pedis valde dilatis.“ Sidan har dei same granskarane funne han ikring heile kysten av England.

Den arten som LOVÉN (1846, s. 8) skildrar under namnet *Aeolis alba* og har funne ved Bohuslänkysten er truleg ein myrkare varietet enn ALDER & HANCOCKS. LOVÉN segjer soleis um si form: „Branchiae in meis saepius testaceae, niveo punctatae, sed inedia decolorantur.“ MÜLLERS art *Doris branchialis* meiner han ogso han har funne, men ymtar um at denne truleg er den same som JOHNSTONS *Eolidia rufibranchialis*. Men etter radula-teikninga (LOVÉN 1847, Tab. 5) aa dome er LOVÉNS *Eolidia branchialis* korkje MÜLLERS eller JOHNSTONS art, men *Aeolidia papillosa* (LINNÉ) CUVIER.

Den forma som M. SARS og andre har skildra under namnet *Eolis branchialis* fraa vaar vestkyst er truleg *C. rufibranchialis* (sjaa under synonymilista for denne arten); det same er visseleg tilfellet med ASBJØRNSSENS *Aeolis branchialis* fraa Kristianiatjorden.

I 1850 sette GRAY upp slekta *Favorinus* paa grunnlag av ALDER & HANCOCKS *Eolis alba*, og den nye slekta vart adoptert av dei sist nemnde forfattarane i 1855 (Part VII, Appendix XXII). I Part VII, App. VIII skildrar A. & H. ein brun varietet av *F. albus*, som tvillaust svarar til dei myrklea formene hjaa oss.

MEYER & MÖBIUS (1865, s. 21) har funne ein fargevarietet som synest staa imillom den ljosaste forma til A. & H. og den brune som er so vanleg hjaa oss. M. & M. brukar enno slektsnamnet *Acolis*.

FRIELE & HANSEN har funne den brune varieteten ved vestkysten, og dei kjenner seg trygge paa at han er identisk med MÜLLERS art, men dei fører han merkeleg nok til slekta *Cratena* BERGH. BERGH som fekk til seg sendt nokre eksemplar fraa F. & H., skildrar arten under namnet *Favorinus branchialis* MÜLLER (BERGH 1879, s. 566), men dreg i tvil at det verkeleg er MÜLLERS art.

Alle seinare forfattarar, so nær som VAYSSIÈRE (1888, s. 66) held *F. albus* og *F. branchialis* ut fraa kvarandre som ulike artar, men ELIOT (1910, s. 172) segjer: „*F. branchialis* (MÜLLER), recorded from Norway, does not seem to differ from *F. albus* in any marked character, but the denticulation of the teeth is more distinct.“

I Drøbaksundet har *F. albus* med alle fargevarietetar vore ein av dei vanlegaste aeolididane og er funnen paa stasjonane 2, 3 og 4. Elles er arten spreidd i det nordlege Atlanterhavet paa den austlege halvula fraa Murmankysten til Medelhavet.

Ytre karakterar.

Habituel er *F. albus* ein av dei mest sermerkte aeolididar. — Kroppen er sers smekker, mjaavaksen og smalnar baktill av til eit langt, smalt haleparti. Etter ALDER & HANCOCK skal arten bli $\frac{1}{2}$ — $\frac{7}{8}$ tume lang, etter MEYER & MÖBIUS 25 mm. Det største eksemplaret som er teke i Drøbaksundet var 22 mm. (18. august 1921); men ein har elles funne kynsmogne individ paa berre 6 mm. (2. sept. 1920), og ASBJØRNSSENS fraasegn um at han i Halangspollen har funne individ paa upp til $1\frac{1}{2}$ tume tyder difor paa at han har havt ein annan art enn *F. albus* fyre seg.

Med umsyn til leten baade paa integumentet og involane (serleg levergreinene) er *F. albus* ein av dei mest variable aeolididar ein kjenner. Grunnfargen paa kroppen er som regel klaart kvit eller gulvoren, sjeldnare myrkt gul, og ein kann finne former utan andre serlege fargeteikningar (sjaa pl. IV, fig. 17 a). Men oftare er større eller mindre delar av kroppen oversaadde med opakt kvitt. Umlag 75% av dei undersøkte individ har havt dei kvite fargeteikningane paa hovudet og bak rhinophorane som ALDER & HANCOCK skildrar som karakteristisk for sine eksemplar (sjaa fig. 16 a). Størsteparten av hovudet millom tentaklane og rhinophorane har soleis hjaa dei fleste vore dekt med opakt kvitt. Fraa det kvite paa hovudet gaar det ei smal kvit stripe millom rhinophorane; bak desse tjuknar stripa

noko, men kloyver seg straks i tvo greiner som gaar til kvar si side burt til det fremste paret av papillrekkjer. Herifraa bøygjier dei atter saman og motest i midtlina paa ryggen umlag over hjarta; millom desse greinene vert det daa eit parti av ryggen som er leta liksom kroppen. Hjaa sume individ finn ein berre det kvite paa hovudet og bak rhinophorane. Men hjaa andre kann ein sjaa eit ofte heller breidt kvitt band langsetter midtlina paa ryggen like ut paa halen. Dette bandet er fulla oftast ikkje heilt samanhengjande, men avbrote paa fleire eller færre stader (sjaa fig. 16 a); det har alltid vore breidare hjaa vaare former enn ALDER & HANCOCK har teikna det paa sine. Endeleg kan ein paa sume individ finne eit brunt band millom det fremste paret med papillgrupper¹ og ofte samstundes eitt langsmed midtlina paa ryggen; denne fargen hoyrer ikkje integumentet til, men skriv seg fraa gallegangane (sjaa fig. 18 a). Denne siste forma har MEYER & MÖBIUS teikna og skildra.

Hovudet er smalare enn det breidaste av kroppen.

Munntentaklane er heller lange, svipeforma, noko tjukkare ved basis. Dei er feste paa sidene av hovudet, leta liksom kroppen, men oftast med opakt kvite toppar.

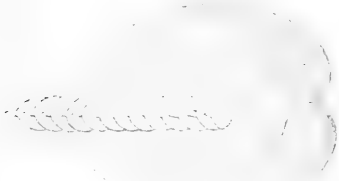
Rhinophorane er noko mindre enn tentaklane og feste tett ved kvarandre; dei er tjukkast ved basis og spitar av mot endane. Rhinophorane er eit av dei beste ytre kjennemerke paa arten; dei er alltid brune ofte mest svarte paa let i den nedste $\frac{3}{4}$; den øvre delen er kvit. Paa dei talrike eksemplar som eg har havt hove til aa sjaa fraa Drobaksundet, har denne karakteren aldri vanta; heller ikkje finn ein i litteraturen fraasegner um undantak fraa denne regelen. Paa overgangen millom den brune og kvite delen kann ein ofte sjaa ei utviding paa rhinophorane, men denne er ikkje alltid tydeleg. Rhinophorane er sers kontraktile, serleg toppen av dei, og utvidinga synest lage seg ved kontraksjon; naar dyret strekkjer ut rhinophorane, kan utvidinga heilt kverve (sjaa vinstre rhinophor paa fig. 18 a); umvendt kann den kvite toppen kverve ved kontraksjon (sjaa fig. 16 a). Aldri har utvidinga hjaa vaare former vore so tydeleg eller havt den forma som ALDER & HANCOCK nemner; dei fleste andre granskarane har heller ikkje funne former som i dette stykke heilt svarar til ALDER & HANCOCKS.

Papillane sit i 4—5 tydelege grupper paa kvar side; millom fyrste og andre gruppa framantil er det som regel eit heller stort avstand; millom dei hine gruppene mindre. I fyrste gruppa plar det vera 2 tverrekkjer med papillar, i dei andre berre 1. Papillane er tjukkast paa midten og smalnar av mot endane; dei er som regel bøygde med konveksiteten upp- og utetter. Levergreinene kann skifte i let fraa ljost gule til myrkt brune. Sjølve papillveggen kann vera umlag fargelaus (sjaa paa fig. 16 a), eller meir eller

¹ Sjaa ALDER & HANCOCK Part VII, Appendix VIII: „a dark brown band extended across the back opposite the first row of papillæ“.

minder opakt kvitprikket (sjaa paa fig. 18 a); ofte finn ein so tett med kvite prikkar at dei mest løyner det brune fraa levergreinene og papillane ser ut som var dei overstrydde med eit kvitt mjøl. Nær toppen finn ein som regel ein myrk ring som paa dei fleste er brunvoren, men hjaa sume er oliven- eller grønfarga (sjaa fig. 16 c); sjolve toppen er vassklar.

Med umsyn til papillane er fraasegnene serleg um fargane noko ulike hjaa dei ymse forfattarar. Dette kjem seg oftast av at dei har havt fyre seg berre ein eller iminsto faa varietetar. I Drobaksundets fauna har eg vore so heppen aa ha sers mange fargevarietetar representerte, og jamvel dei fleste av dei som tidlegare er skildra i litteraturen, og skildringa ovanfor

Fig. 62. *F. albus*.Mandiblar og radula set fraa oversida. $\times 90$.Fig. 63. *F. albus*.Mandiblane set fraa undersida. $\times 90$.Fig. 64. *F. albus*.Mandiblar og radula av den kvite varieteteten set fraa sida. $\times 60$.Fig. 65. *F. albus*.Mandiblar og radula av den varieteteten som svarar til fig. 18, pl. IV. $\times 45$.Fig. 66. *F. albus*.Stykke av proc. mast. set fraa innsida. $\times 416$.

av papillane kjem difor i ein viss mun til aa bli summen av fraasegnene hjaa mange tidlegare forfattarar.

Foten er vassklar, so innvolane skin tydeleg igjenom. Han er smal, umlag so breid som kroppen, og spitar av attover til eit smalt haleparti som strekkjer seg heller langt attanfor papillane. Dei fremre fothyрно er overlag langt og smalt utdregne, so dei liknar paa tentaklar, og er som regel attoverbøyge.

Indre karakterar.

Med umsyn til svelgapparatet har det ikkje vore raad aa finne nokon skilnad hjaa dei ymse fargevarietetar.

Svelghovudet er medels stort, ovalt.

Mandiblane (fig. 62—65) er forsynte med ein sers lang *processus masticatorius* som i tyggjeranda er forsynt med ei rad med overlag lange taggar og dessutan paa innsida med fleire rader mindre taggar (fig. 66).

Radula er uniseriat og heller stutt. Paa formene i Drøbaksundet har eg aldri talt fleire enn 21 tenner; VAYSSIÈRE (1888, s. 69) har funne upptil 35, medan dei fleste andre nemner nokre og tjuge som maksimum. Tennene (fig. 67 og 68) er overlag karakteristiske paa skap. Sjølve tannplata er lita og forsynt med tvo lange greiner attover og ein tjukk, kloforma, konisk tagg paa midten som er retta upp- og frametter.

Paa kvar side av denne midttaggen har ein alltid paa formene i Drøbaksundet funne meir eller minder tydelege smaattaggar, som sumtid har vore so smaa og utydelege at dei har set ut som grove eller fine striper paa tannplata og jamvel vore usynlege utan i ei viss stilling av objektet eller med ein viss ljoske i mikroskopet. Mange granskarar har



Fig. 67. *F. albus*.

Ei tann or radula set fraa oversida. $\times 416$.

Fig. 68. *F. albus*.

2 tenner or radula set fraa sida. $\times 625$.

ikkje set desse taggane hjaa *F. albus*. ALDER & HANCOCK segjer soleis beint fram at dei ikkje finst og teiknar tennene glatte (Part VII, Supplementary pl. 47, fig. 14). Det same gjer MEYER & MØBIUS (1865, Taf. II) og G. O. SARS (1878, Tab. XVI, fig. 10). BERGH (1882, Pl. VI) er den fyrste som har funne sidetagggar paa tennene hjaa *F. albus* og seinare har sovidt eg veit alle funne dei. Dermed er det ettervist at alle kjende artane i slekta *Favorinus* har taggete tenner og BERGHs slekt *Matharena* som nett var basert paa denne karakteren, fell difor burt.

Hjaa vaare former har ein som regel funne 4—8 taggar; BERGH har funne 10—12 hjaa den forma han kallar *F. branchialis*, men 4—5 hjaa *F. albus*; VAYSSIÈRE nemner 6—7. Baade tal og storleik paa taggane varierer mykje; sumtid kann dei vera heller store og tydelege og er daa jamnast samstundes fleire i talet, eller dei kann vera faa og utydelege, mest som striper. Dei minste og yngste individ har som regel havt større og fleire taggar enn eldre.

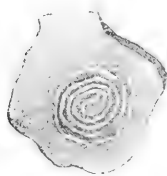


Fig. 69. *F. albus*.

Eggssnor i nat. storleik lagd paa akvarieveggen 19. aug 1921 av den varieteteten som er teikna paa pl. IV, fig. 18.

Biologi.

Etter ALDER & HANCOCK skal *F. albus* serleg halde til paa svampen *Halichondria panicea*; etter MEYER & MØBIUS paa sjøgras og raudalgar; etter VAYSSIÈRE paa algar. I Drøbaksundet finst det nogda av den nemnde svampen t. d. i Klosund, men aldri har det lukkast aa finne *F. albus* paa han. Hjaa oss liksom i Kielerbukta og

Marseillebukta lever arten paa algar som er tilgrodde med hydroidar. Han er tvillaust den livlegaste og mest seigliga av alle vaare aeolididar; han kann halde seg sers lenge levande i akvarium og synest tole etter maaten godt temperaturbrigde. Ogsø ALDER & HANCOCK nemner den store vitaliteten hjaa dette dyret.

Gytetida for denne arten skal etter MEYER & MØBIUS vera i juni; i Drøbaksundet har eg set han gyte 2. sept. 1920 og 19. august 1921, men elles raaka paa gyteferdige individ med egg i seg langt utetter i sept. og oktober. Eggsnorene (fig. 69) har form som ein lang, tunn, glatt traad, rulla saman i ein konsentrisk spiral med upptil 10 vindingar, slik som ALDER & HANCOCK har teikna han.

IV. SVINGNINGAR I FAUNAEN.

Under mitt arbeid gjennom 3 somrar med nudibranchfaunaen i Drøbak-sundet har eg havt høve til aa merke meg paafallande svingningar i faunaen som for storsteparten er heller gaatefulle. Her er nokre dome:

Klosund var hausten 1919 ein av dei lokalitetar som var aller rikast paa nudibranchartar serleg aeolididar, og det aaret fann ein ogso nøgda av algar tilgrodde med hydroidar, og millom dei *Tubularia larynx* i mengdevis. Aaret etter var det mykje minder med algar og dermed ogso med hydroidar (*Tubularia*) og mest inga aeolididar; hausten 1921 var likeins, men daa fann ein i staden kjempestore eksemplar av *Dendronotus frondosus* (Ascanius) og det i heller stort individtal. Denne nudibranchen var tidlegare ein av dei mest sjeldfengde formene, men hausten 1921 var han aa finne i mengd, ikkje berre i Klosund, men ogso paa andre lokalitetar, t. d. i Skiphellebukta.

Langsmed nordauststranda i ytre Halangspoll (stasjon 5) var *Aeolidiella glauca* aa finne gytande paa Zosteraen aarvisst i august fraa 1916 til 1920. Sumaren 1921 var han heilt burte. Men i april det aaret kunde ein paa same staden finne talrike, svære eksemplar av *Coryphella rufibranchialis* og i juli og august *Facclina drummondi* i ovstort individtal gytande paa Zosteraen.

Naar ein veit at *Ac. glauca* er eit etter maaten fredeleg og tregt dyr, medan baade *C. rufibranchialis* og *F. drummondi* er griske rovdyr, kunde det liggje nær aa tenkje seg at den fyrste er vorten tynt eller driven burt av dei tvo andre.

Embletonia pallida fann ein tidt og heller mange av hausten 1920; aaret etter var det ikkje eit einaste eksemplar aa finne. Det same var tilfellet dei aara med *Ancula cristata* og *Palio lessoni*. *Coryphella verrucosa* som i 1919—20 var ein av dei sjeldnaste aeolididane, var i 1921 umlag likso vanleg som *C. rufibranchialis*.

I 1919 fann ein berre brune eksemplar av *Favorinus albus*, i 1921 mest kvite.

Ein kunde nemne mange andre dome paa slike variasjonar i den marine fauna, og ein har her visseleg ein parallell til liknande velkjende svingningar i landfaunaen. Aarsakene til desse fenomen er truleg mangslungne og vanskelege aa faa full greide paa, men studiet av dei vilde tvillaust føre til mange forvitnelege biologiske resultat.

Med umsyn til nudibranchiane har ein ogso tidlegare fraasegner um at ein art daatteleg kann kverve fraa ein lokalitet i stuttare eller lenger tid og so seinare dukke upp att.

COLLIN trur ikkje at dyra verkeleg kverv burt or faunaen, men at dei gjer ferder til visse tider av aaret ut paa djupare vatn og vender so i gytetida attende til dei gamle lokalitetar, og han segjer so¹: „Sogte man dem paa samme Sted til samme Aarstid, vilde man sandsynligvis finde dem hvert Aar.“ Dette har som nemnt ikkje lukkast med *Ac. glauca* og *Embletonia pallida*, endaa ein trottugt har sokt etter dei baade paa dei gamle stadene og paa mange andre lokalitetar.

Naar faunaen kann skifte so mykje karakter paa nokre faa aar, er det vanskeleg aa dome um faunaen i farne tider eller i framtida; dei formene som i dag er dei vanlegaste paa ein viss lokalitet, kann seinare verta sjeldsynte eller heilt burte, medan nye artar kann koma til som ein fyrr ikkje har funne der.

¹ Sjaa COLLIN 1884, s. 52. Fotnote.

SUMMARY.

The Drobak Sound is the narrowest part of the Kristianiafjord and is characterized by strong currents and only slightly pronounced tidal movements.

With regard to depths the reader is referred to the chart (p. 6) on which the numbers indicate the depth in metres. As will be seen, the sound is on the whole shallow, the depth decreasing evenly towards the shores.

Near the shores the bottom is practically everywhere covered with a growth of algae, in some localities with *Zostera*.

The fauna of the sound has for a long time been the object of partly very thorough investigations, and since 1895 the government has entertained a biological station at Drobak. No research, however, has had the nudibranch-fauna as its special object, and that part of the fauna was therefore scarcely known until now, only 3 species of the family *Acolididae* being previously described from the Kristianiafjord, viz. *Coryphella pellucida* (A. and H.), *Favorinus branchialis* (MÜLLER) and *Cuthona concinna* (A. and H.). The latter I have not found again¹.

My investigations of the nudibranch fauna have been carried on over a period of a little more than 2 years from the summer 1919 to the autumn 1921, and have comprised the area around the Biological Station. The most important finding places for nudibranchs are marked on the chart (Station 1—9).

Station 1, the Drobak bank, is of special interest having proved to be the locality containing the greatest number of species. It is covered with dead *Lophohelia* which are partly overgrown with hydroids (*Tubularia*) and red algae (*Rhodophyceae*). As a result of the shallow depth the currents are very strong around the Drobak bank.

As an interesting contrast to the Drobak bank Station 5 in the Haulangs-poll may be pointed out with smooth water and the bottom covered with *Zostera*. This station has been a favourite spawning place for several species of aeolids.

I have on the whole had a rich material of various nudibranchs, of which as yet only the family of *Acolididae* has been fully treated. The work is however proceeding also with the other families.

¹ See "Merknad" in the Introduction.

Systematic Summary.

Fam. *Aeolididae*.

A. *Triseriatae*.

Genus I. *Coryphella* GRAY.

In the diagnosis of the genus should be added: "The lateral teeth of the radula most often denticulated", as both *C. pellucida* and *C. stimpsoni* have smooth lateral teeth.

C. rufibranchialis (JOHNSTON) GRAY.

Pl. I. Fig. 1—3.

New to the Kristianiafjord fauna¹. Very common. Length up to 35 mm. The colour of the liver processes vary between red brown and yellow. As a rule, there are 18 crossrows of teeth in the radula. Teeth have varying number of denticles, the median tooth as a rule 5—8, the lateral teeth 7—9 denticles. The lateral teeth some times with the apex curved inwards. The spawn occurs in April-May.

C. verrucosa (SARS) F. & H.

Pl. I. Fig. 4.

New to the Kristianiafjord fauna. Rare in 1919 and 1920 and very common in 1921. Length up to 22 mm. Generally speaking the liver processes have been found to be much lighter in colour than they should be according to SARS' (1829, p. 9) diagnosis. Mature individuals and spawn have not been observed. It is doubtful whether *C. verrucosa* can be maintained as a separate species. In the Drobak Sound numerous intermediate stages have been found between this form and *C. rufibranchialis* with regard to external characters, and in the radula no definite difference between the two species can be demonstrated. As I have not, however, seen the spawn of *C. verrucosa* I have classified it preliminarily as a separate species.

C. lineata (LOVÉN) A. & H.

Pl. II. Fig. 5.

New to the Kristianiafjord fauna. Very rare. Length up to 15 mm. The cerata have up to 4 white longitudinal lines. Radula has 15—16 cross rows of teeth. The middle tooth has 7—10 denticles, the lateral teeth 8—11. One mature individual was found on Aug. 3rd 1920.

C. landsburghii. (A. & H.) GRAY.

Pl. II. Fig. 6.

New to the Kristianiafjord fauna. Only one single specimen observed. Length 9 mm. External characters accord with A. & H.'s picture and description of the species. Radula not examined.

¹ See "Merknad" in the Introduction.

C. pellucida (A. & H.) GRAY.

Pl. II. Fig. 7.

Found previously in the Kristianiafjord by ASEBJØRNSSEN (1854), SARS (1870) and W. C. BRØGGER (1872). Rare in 1919 and 1920, more common in 1921. Length up to 30 mm. The rhinophores faintly tinged with olive. Radula with up to 45 cross rows of teeth, minimum 30. Mature specimens and spawn not observed.

Genus 2. *Galvina*. (A. & H.).

The diagnosis of genus agrees with that given by ELIOT (1910).

In the Drøbak Sound have been found representatives as well of *G. picta* (+ var. *pallida*) as of *G. exigua*, but there is much to indicate that the two presumptive species are only varieties of one and the same species, numerous intermediate forms between them having been found, both with regard to outer appearance and internal characters, the only real difference between them being apparently the form of the spawn which in *G. picta* is ribbonlike and in *G. exigua* lump-like. All specimens from the Drøbak Sound have been more or less brown-spotted and have on the whole corresponded most nearly with the diagnosis of *G. picta*. Few have possessed the green colour pattern, the dark rings on the papillae and the two rings on tentacles and rhinophores which are characteristic of *G. exigua*. In the radula no definite difference can be traced between the supposed two species.

The reason why I have, after all, described the Drøbak Sound forms of *Galvina* as two different species, is that I have found with the animals also their respective forms of spawn. If however MEYER & MÖBIUS' (1865 p. 36) observation of the spawn in *G. exigua* is confirmed by other scientists there would seem to be no difference even in this respect between *G. picta* and *G. exigua*, and no reason for keeping up the division into two species.

G. picta. A. & H.

Pl. II. Fig. 8.

New to the Kristianiafjord fauna. Rather common. Length up to 6 mm. Spawn has been found from April to August; one mature individual observed, Oct. 10th 1920.

Of the variety.

G. picta var. *pallida*. (A. & H.) BERGH.

only 2 specimens have been found, measuring 3,5 mm and 2,5 mm.

Galvina exigua. (A. & H.).

Pl. II. Fig. 9.

New to the Kristianiafjord fauna. Rather common. Length up to 12 mm. The spawn has been found in all seasons.

B. *Uniseriatae.*Gen. 3. *Facelina* (A. & H.) BERGH.

In the diagnosis of the genus ought to be stated: "The rhinophors perfoliate, annulate or almost smooth"; as for the rest corresponding to the diagnosis of BERGH (1885, p. 41).

F. drummondi. (THOMPSON) BERGH.

Pl. III. Fig. 10.

New to the Kristianiafjord fauna¹. Very common. Length up to 40 mm. The red colour of the buccal bulb often wanting. The rhinophors of small specimens almost smooth, those of bigger ones annulate, those of the biggest specimens perfoliate in the upper part (always less than 20 rings). The number of cerata varying. The colour of the liverprocesses varying in yellow, red and brown. The white spot in the tip of the cerata not always distinctly triangular. Radula often with less (14) than 16 teeth. Spawning season July and August. The spawn is threadshaped, zig-zagged and spiral curved with up to 6 coils. The spawn is disposed on algae or *Zostera*. When the animal is irritated, it can easily get rid of the cerata by autotomy.

Genus 4. *Amphorina* (Quatrefages) BERGH.

The diagnosis of the genus agrees with BERGH's (1882, p. 54). In the Drøbak Sound 2 species of the genus were found which had previously been classified as belonging to the Genus *Cuthona* (A. & H.) and *Cratena* (BERGH), but which ELIOT (1910, p. 172) considers as belonging to the Genus *Amphorina* (Quatrefages).

A. aurantiaca. (A. & H.) ELIOT.

Pl. III. Fig. 11.

New to the Kristianiafjord fauna. Very common. Length up to 18 mm. Cerata often clavated. The orange coloration on the tops may be faint, especially in young specimens. The colour of the liver-processes varies from pale yellow to dark red. This colouring may in some specimens continue in the liver ducts and even the stomach may be seen coloured in the same manner as the liver-processes. In such specimens the food

¹ See "Merknad" in the Introduction.

fluid was observed to flow in and out of the cerata from the stomach as the latter contracted and extended rhythmically. Radula with rarely more than 70 teeth. Living especially on *Tubularia larynx*. Mature and singly spawning specimens have been observed from August to December.

A. olivacea. (A. & H.) ELIOT.

Pl. III. Fig. 12.

New to the Kristianiafjord fauna. Rather rare. Length up to 10 mm. The double red lines in front of and behind the rhinophores very constant. The triangular red spot over the heart on the other hand is most often lacking. Cerata often clavated. The colour of the liver-processes vary greatly from olive yellow to reddish brown. The rings round the cerata which A. & H. quotes as characteristic of the species have never been very clear in the specimens from the Drøbak Sound.

Genus 5. *Embletonia*. (A. & H.).

The diagnosis of the genus agrees with BERGH'S (1885, p. 33) but with the addition „the mandibles have smooth or denticulated proc. mast.“

E. pallida. (A. & H.)

Pl. III. Fig. 13.

New to the Kristianiafjord fauna. 14 specimens of the species were collected in the autumn of 1920, but have not been observed either before or subsequently. Length up to 5 mm. The form of the buccal bulb very different from that found in the species by other authors. Proc. mast. is definitely denticulated. Radula with remarkably numerous teeth (42—65). The form of the teeth is also different. 3—4 lateral denticles. Lives on laminaria overgrown with hydroids. Mature individuals not observed, nor spawn.

Genus 6. *Aeolidia*. (CUVIER) BERGH.

Diagnosis of genus as by BERGH (1875, p. 1.).

Aeolidia papillosa. (LINNÉ) CUVIER.

Pl. IV. Fig. 14—15.

New to the Kristianiafjord fauna¹. Rather rare. Length up to 60 mm. Rows of cerata up to 15. Corners of foot short, blunt. As a rule about 20 teeth in radula with 30—40 denticles, the middle one of these being some times shorter than the others. Spawn not observed with certainty. Lives on algae with hydroids in shallow water. Is often found crawling on stones on the beach.

Genus 7. *Aeolidiella*. BERGH.

Diagnosis of genus like BERGH'S (1867 p. 99).

¹ See "Merknad" in the Introduction.

Ae. glauca. (A. & H.) BERGH.

Fig. 55 in text.

New to the fauna of Norway. Was found in great numbers spawning on the *Zostera* in the Halangs-poll during July and August 1919 and 20. In 1921 it was not to be found in the Drobak Sound. Length up to 50 mm. The colour never so red, the cerata never so vermicular and so flat as stated by A. & H. The colour of the liver-processes bluishgrey. The green colour given in A. & H.'s picture of a specimen was never observed in ours. The anatomy of this species was thoroughly examined and was found to accord with previous observations.

The egg strings were formed to be like long threads wound irregularly round *Zostera* leaves. The species has never been observed in Norway except at its spawning season.

Genus 8. *Favorinus.* GRAY.

Diagnosis of the genus in accordance with BERGH'S (1882, p. 38).

F. albus (A. & H.) GRAY and *F. branchialis* (MÜLLER) BERGH, which have previously been described as two separate species prove to be varieties of one species, which in this work has been called *F. albus* (A. & H.) GRAY. According to the strictest rules of priority the oldest name "*F. branchialis* (MÜLLER)" should really have been preserved as the name of the species; my reason for not following this rule is that the white variety *F. albus* is by far the commonest and is found in wider areas, and is therefore more often mentioned in scientific literature than MÜLLER'S brown variety „*F. branchialis*." A changing of the well known name *F. albus* might therefore cause unnecessary confusion.

In the Drobak Sound fauna there have been found a whole series of intermediate colours between that of *F. albus* and *F. branchialis*, and also with regard to morphology no difference can be demonstrated. Thus the teeth of the radula have in all specimens been found to be provided with more or less definite denticles varying in number on each side of the central cusp.

During the winter 1919—20 the brown variety was strikingly frequent, while in the autumn of 1921 there was a majority of white specimens.

F. albus. (A. & H.) GRAY.Syn. *F. branchialis* (MÜLLER) BERGH.

Pl. IV. Fig. 16—18.

The white variety is new to the Kristianiafjord fauna. The brown one, previously described under the name of *Acolis branchialis*, was possibly found by ASBJØRNSSEN (1854 p. 33). Fairly common. Mature specimens found from 6 to 22 mm. Very varying with regard to colour of the liver

processes, from dark brown to pure white. The bulbous swelling below the tip of the rhinophores has never been observed so conspicuous nor with the peculiar form described by A. & H. It seems in our specimens to be formed by contraction of the upper part of the rhinophores. Never more than 21 teeth in the radula. Number of denticles as a rule 4—8, in some specimens clearly defined, in others only like fine lines in the tooth plate, the smallest and youngest specimens having as a rule larger and more numerous denticles than older ones.

The species has never been found in the Drobak Sound on the sponge *Halichondria panicea* of which a great number exist, but always on algae among hydroids.

The spawning period extends from August to October.

Biological Summary.

In the Drobak Sound most aeolids are found on algae and hydroids in shallow water (2—15 metres). Only *Acolidia papillosa* was found crawling on stones on the beach.

Several species seem to have no constant spawning season. Most of them spawn in spring, summer or autumn, rarely in winter. According to my observations the spawning proceeds in the following way: When the eggs are laid on a flat support the animal crawls forwards turning continually to the left so that the string of eggs takes the form of a perfect or imperfect coil or a spiral. If the egg string is spiral shaped, the spiral is formed from within, and the curl is counterclockwise. If the animal is some way or other prevented from finishing the spawning in the usual manner, it may adapt herself to the new conditions. One specimen of *Facelina drummondii* was thus compelled to turn to the right and to form the last half of the egg-string spiral from without inwards.

When the eggs are deposited on seaweed, the animal also crawls forwards but does not turn in any fixed direction. I have never seen any nudibranch going backwards while depositing eggs like that described by A. & H.

Several facts appear to indicate that the duration of life is only about a year, thus for instance the rate of their growth. (See table of *Coryphella rufibranchialis*). The animals seem to die after depositing the eggs.

During the 2—3 years of my investigations I have been able to prove considerable variations within the nudibranch fauna. *Aeolidiella glauca* which had been found in masses every year (1916—20) during the spawning season, did not appear at all in 1921. While in this year enormous numbers of *Facelina drummondii* appeared in the same place and at the same time previously characteristic of *Ae. glauca*. *Embletonia pallida* was found only in 1920, neither before nor after, etc.

Oversyn over finnestadene for dei einskilde artar av fam. *Aeolididae* og talet paa funne individ i aara 1919—1921.

Under dei stasjonane der arten er funnen er det sett ein .

Artene	St. 1	St. 2	St. 3	St. 4	St. 5	St. 6	St. 7	St. 8	St. 9	1919	1920	1921
<i>Coryphella rufibranchialis</i>	×	×	Talrike 1	Talrike	Talrike
— <i>verrucosa</i>	2	3	Talrike
— <i>lineata</i>	2	3	1
— <i>landsburghii</i>	0	0	1
— <i>pellucida</i>	2	1	22
<i>Galena picta</i>	0	44	18
— <i>picta</i> var. <i>pallida</i>	0	2	0
— <i>exigua</i>	0	12	4
<i>Facelina drummondii</i>	Talrike	Talrike	Talrike
<i>Ampeliscia antarctica</i>	Talrike	Talrike	18
— <i>olivacea</i>	5	35	22
<i>Enablattana pallida</i>	0	14	0
<i>Aeolidia papillosa</i>	1	8	8
<i>Aeolidia glauca</i>	Talrike	Talrike	0
<i>Favosites albus</i>	18	40	35

1 Med talrike er her meint over hundrad.

Liste over dei aeolididar som til dessa er funne i Noregs fauna.¹

Dei artane som er merkte med ei eller fleire stjerner, er funne i Kristianiafjorden; dei andre ikkje.

- 1 stjerne fyre namnet tyder at arten tidlegare er funnen i Kristianiafjorden.
 2 stjerner fyre namnet tyder at arten er ny for Kristianiafjordens fauna.
 3 stjerner fyre namnet tyder at arten er ny for Noregs fauna.

** <i>Coryphella rufibranchialis</i> (JOHNSTON) ¹ .	** <i>Embletonia pallida</i> (ALDER & HANCOCK).
' <i>pellucida</i> (ALDER & HANCOCK).	** <i>Facelina drummondii</i> (THOMPSON) ¹ .
** <i>landsburghii</i> (ALDER & HANCOCK).	<i>coronata</i> (FORBES).
<i>salmonacca</i> (COUTHOUY) ¹ .	<i>auriculata</i> (MÜLLER).
** <i>verrucosa</i> (M. SARS).	* <i>Favorinus albus</i> (ALDER & HANCOCK) ² .
** <i>lineata</i> (LOVÉN).	** <i>Amphorina aurantiaca</i> (ALDER & HANCOCK).
— <i>sarsi</i> (FRIELE).	** — <i>olivacea</i> (ALDER & HANCOCK).
<i>Cumanotus laticeps</i> (ODHNER).	<i>viridis</i> (FORBES).
** <i>Galvina exigua</i> (ALDER & HANCOCK).	<i>Cuthona nana</i> (ALDER & HANCOCK).
- <i>tricolor</i> (FORBES).	* - <i>concinna</i> (ALDER & HANCOCK) ³ .
— <i>farrani</i> (ALDER & HANCOCK).	*** <i>Acolidiella glauca</i> (ALDER & HANCOCK).
** — <i>picta</i> (ALDER & HANCOCK).	** <i>Acolidia papillosa</i> (LINNÉ) ³ .
— <i>flavescens</i> (FRIELE & HANSEN).	<i>Calna (Forestia) albicans</i> (FRIELE & HANSEN).
<i>Tergipes despectus</i> (JOHNSTON).	

¹ Sjaa „Merknad“ i Fyrcordet.

² Baade den kvite og den brune varietetten (*F. branchialis*) er funne paa vestkysten, men berre den brune i Kristianiafjorden tidlegare (tylsamt).

³ Ikkje attfunnen av meg.

Litteraturliste.

1842. ALDER & HANCOCK. Ann. Mag. Nat. Hist. Ser. I. v. 9. 1842 s. 31.
 1845—1855. — A. Monograph of the British Nudibranchiate Mollusca. Part I—VII. London.
 1854. ASBJORNSEN. Bidrag til Christianiafjordens Litoralfauna. Christiania.
 1887. AURIVILLIUS. Vega Exp. Vetensk. Iakttag. Bd. IV. Stockholm.
 1864. BERGH, R. Anatomiske Bidrag til Kundskaben om Acolidierne. Danske Vidensk. Selsk. Skr. 5. Række. 7. Bind.
 1867. — Naturhist. Foren. Vidensk. Medd. for 1866 Kj.havn.
 1871. — Naturhist. Foren. Vidensk. Medd. for 1871. Kj.havn.
 1874—1888. BERGH, R. Beiträge zur Kenntniss der Acolidiaden. Verh. der k. k. zool. bot. Gesellschaft in Wien.
 1874. I. s. 1—32.
 1875. II. s. 1—22.
 1876. III. s. 633—658.
 1877. IV. s. 737—764.
 1879. VI. s. 553—584.
 1882. VII. s. 7—84.
 1885. VIII. s. 1—60.
 1888. IX. s. 673—706.
 1890. BERGH, R. Die Cladohepatischen Nudibranchien. Zool. Jahrb. Abth. f. Systematik etc. Band V. Jena.
 1892. — System der Nudibranchiaten Gastropoden. Malakologische Untersuchungen. Band 3, Heft 18. Wiesbaden.
 1872. BRÖGGER, W. C. Bidrag til Kristianiafjordens Molluskfauna. Kristiania.
 1889. CARUS, J. V. Prodrromus Faunae Mediterraneae. Stuttgart 1889—1893.
 1884. COLLIN, JONAS. Limfjordens marine Fauna. Kjobenhavn.
 1907. CUENOT. L'origine des nématocystes des Eolidiens. Arch. de Zool. Exp. 4. Série. T. 6. s. 73.
 1805. CUVIER. Annales du Museum D'Hist. Natur. Tome 6. Paris.
 1817. — Regne Animal. Tome II. Paris.
 1861. DANIELSEN, D. C. Nyt Mag. for Naturv. B d XI. Kristiania.
 1899. DAVENPORT, C. B. On the development of the Cerata in Aeolis. Bull. of the Mus. of comp. Zool. Vol. XXIV no. 6. Cambridge.
 1842. EDWARDS, MILNE. Ann. des Sciences Nat. 2. ser. V. 18, s. 330. Paris.
 1906. ELIOT, SIR CHARLES. Journ. Mar. Biol. Assoc. v. VII no. 3, s. 333.
 1910. — The British Nudibranchiate Mollusca. By ALDER & HANCOCK. Part VIII (Supplementary). London.
 1909. FARRAN, G. P. Nudibranchiate Mollusca of E. and S. coasts of Ireland. Fisheries. Ireland, Sci. Invest. 1907, VI.
 1775. FORSKAAL. Descriptiones Animalium. Havniac.

1901. FRILLE & GRILG. Den Norske Nordhavsexp. 1876-1878. Vol. XVIII. Mollusca III Kristiania.
1876. FRILLE & HANSEN. Bidrag til Kundskaben om de norske Nudibranchier. Forh. i Vidsk. Selsk. Kristiania.
1902. FRILLE, HERMAN. Mollusken der ersten Nordmeerfahrt des Fischereidampfers „Michael Sars“. Bergens Mus. aarbok 1902.
1910. GLASER, O. C. The Nematocysts of Eolids. The Journal of Experimental Zoology. Vol. IX no. 1.
1783. GMELIN. Linnæi Systema Naturae. Lipsiae.
1853. GRAY, J. E. Revision of the fam. of Nudibr. Mollusca Ann. Mag. Nat. Hist. 2. ser. v. XI s. 218.
1850. GRAY, Mrs. M. E. Figures of Mollusc. Animals selected from various Authors. Etched for the Use of Students IV London.
1896. GRIEG, J. A. Bidrag til Kundskaben om Vestlandets Mollusker. Bergens Mus. Aarbok for 1896.
1912. — Nudibranchiate Mollusker. Indsamlede av den norske Fiskeridamper „Michael Sars“. Det kgl. norske Vidsk. selsk. skr. 1912 no. 13.
1913. — Bidrag til Kundskaben om Hardangerfjordens fauna. Bergens Mus. Aarbok for 1913.
1904. GROSVENOR. On the nematocysts of Acolids. Proc. Royal soc. v. 72, s. 462.
1770. GUNNERUS. Nogle smaa rare og meestendelen nye Norske Soedyr. Skrifter som udi det Kbhvnske Selsk. . . ere fremlagte og oplæste. S. 170. Fig. 11-16.
1895. HECHT. Contribution à l'étude des Nudibranches. Mém. Soc. Zool. de France. Vol. VIII Paris 1895, s. 539.
1890. HERDMAN. Third Report on the Nudibranchiata of the L. M. B. C. District. Proc. Biol. Soc. Liverpool 1890, s. 131.
1897. KRAUSE. Nudibranchiaten von Tromsø. Tromsø Mus. Aarbok. B. 18 1897, s. 94.
- 1835-45. LAMARCK. Histoire Naturelle des Animaux sans Vertèbres. 2. ed.
1900. LANG, ARNOLD. Lehrbuch der Vergleichenden Anatomie der Wirbellosen Thiere. Erste Lieferung. Mollusca. Jena.
1758. LINNÉ. Systema Naturae X Holmiae.
1767. — Syst. Nat. XII Holmiae.
1846. LOVÉN. Index Molluscorum litora Scand. occid. habit. Öfvers. K. Sv. Vet. Akad. Handl. Stockholm 1847.
1847. — Malacozoologi. Öfvers. K. Sv. Vet. Akad. Handl. Stockholm 1848.
1865. MEYER & MOBIUS. Fauna der Kielerbucht. Leipzig.
1776. MÜLLER, O. FR. Zoologiae Danicae Prodromus. Havniae.
1806. — Zoologia Danica. 4. Vol. Havniae 1788-1806.
1842. MØLLER, H. C. P. Index Molluscorum Groenlandiae. — Naturhist. Tidskr. Kjøbenhavn 1842-1843.
1907. NORDGAARD, O. Mofjordens Naturforhold. Kr. Vidsk. Selsk. Skr. 1906. no. 9.
1907. ODHNER, NILS. Opisthobranchia and Pteropoda. Kungl. Sv. Vet. Akad. Handl. Band 41 no. 4.
1892. PELSENEER. Introduction à l'étude des mollusques. Mém. Soc. Malac. Belgique. s. 33.
1898. POSSELT & JENSEN. Meddelelser om Grønland 1898. Kjøbenhavn 1899.
1843. QUATREFAGES. Ann. des Scien. Nat. 2. ser. v. 19. s. 274.
1844. — Mémoire sur les Gastropodes Phlébentérés. Ann. des Scien. Nat. 3. ser. v. 1 s. 145.
1878. SARS, G. O. Mollusca Regionis Arcticae Norvegiae. Kristiania.
1829. SARS, M. Bidrag til Soedyrenes Naturhistorie. Bergen.
1835. — Beskrivelser og lagttagelser over nogle i Havet ved den Bergenske Kyst levende Dyr. Bergen.

1845. SARS, M. Zusätze zu der von mir gegebenen Darstellung der Entwicklung der Nudi-branchien. Archiv für Naturgeschichte XI 1845. I. s. 4—10.
1850. — En Reise i Lofoten og Finmarken. Nyt Mag. f. Naturv. VI. Kristiania 1851.
1853. — Nyt Mag. for Naturv. VII, Kristiania.
1858. — Den arktiske Molluskfauna ved Norges Kyst. Forh. i Vidsk. selsk. for 1858. Kristiania 1859.
1861. — Zoologisk Reise til Romsdal. Nyt Mag. for Naturvid. Bd. XI. Kristiania.
1870. — Bidrag til Kundskaben om Kristianiafjordens Fauna. Nyt Mag. for Naturvid. Bd. XVII Kristiania.
1844. SOULEYET. Observations sur les Mollusques Gastropods designés sous le nom de Phlébentérés par M. de Quatrefages. Comptes Rendus Vol. 19. p. 355 Paris.
1888. VAYSSIÈRE, M. A. Recherches zoologiques et anatomiques sur les Mollusques opisto-branches du golfe de Marseille. Deuxième partie. Nudibranches. Ann. Mus. d'Hist. Nat. de Marseille. Zoologi. Vol. III 1886—1889.
1882. VERRILL, A. E. Transactions of the Connecticut Academy Vol. V New Haven.
1858. WRIGHT, STRETHL. On the Cnidæ or Threadcells of the Eolididæ. Proc. Royal Phys. Soc. Edinburgh. Session 1858—1859, s. 38—40.
-

Tekst til plansjane.

Plansje I.

- Fig. 1 a: *Coryphella rufibranchialis* set fraa ryggsida. Nat. storl. 30 mm. Funnen i Halangspollen 24/4 21.
- .. 1 b: Same individ set fraa fotsida.
- .. 1 c: Ein rhinophor av same individ; mykje auka.
- .. 1 d: Ein papill av same individ; mykje auka.
- .. 2 a: Eit anna individ av same arten set fra ryggsida. Nat. storl. 6 mm. Funne paa Drobaksgrunnen 1/10 20.
- .. 2 b: Ein papill av same individ; mykje auka.
- .. 3: Ein papill av eit individ med bleikt raude papillar; mykje auka.
- .. 4 a: *Coryphella verrucosa* set fraa ryggsida. Nat. storl. 2 mm. Funnen paa Drobaksgrunnen 2/8 21.
- .. 4 b: Same individ set fraa fotsida.
- .. 4 c: Ein papill (kontrahert) av same individ; mykje auka.

Plansje II.

- Fig. 5 a: *Coryphella lineata* set fraa ryggsida. Nat. storl. 5 mm. Funnen i Skiphellebukta 26/8 21.
- .. 5 b: Same individ set fraa fotsida.
- .. 5 c: Ein papill av same individ; mykje auka.
- .. 6 a: *Coryphella landsburghii* set fraa ryggsida. Nat. storl. 9 mm. Funnen paa Drobaksgrunnen 17/9 21.
- .. 6 b: Ein papill av same individ; mykje auka.
- .. 7 a: *Coryphella pellucida* set fraa ryggsida. Nat. storl. 16 mm. Funnen paa Drobaksgrunnen 17/9 21.
- .. 7 b: Same individ set fraa fotsida.
- .. 7 c: Ein papill (litt kontrahert i toppen) av same individ; mykje auka.
- .. 8 a: *Galvina picta* set fraa ryggsida. Nat. storl. 5 mm. Teken paa motorbaaten „Spinax“ 20/10 20.
- .. 8 b: Same individ set fraa fotsida.
- .. 9 a: *Galvina exigua* set fraa ryggsida. Nat. storl. 1 mm. Funnen paa Drobaksgrunnen 1/9 20.
- .. 9 b: Ein papill av same individ; mykje auka.

Plansje III.

- Fig. 10 a: *Facelina drummondii* set fraa ryggsida. Nat. storl. 15 mm. Funnen i Skiphellebukta 24/8 20.
- .. 10 b: Same individ set fraa fotsida.
- .. 10 c: Ein papill av same individ; mykje auka.
- .. 10 d: Ein rhinophor av same individ; mykje auka.

- Fig. 11 a: *Amphorina aurantiaca* set fraa ryggsida. Nat. storl. 18 mm. Funnen i Skiphellebukta 1/9 20.
 „ 11 b: Same individ set fraa fotsida.
 „ 11 c: Ein papill av same individ; mykje auka.
 „ 12 a: *Amphorina olivacea* set fraa ryggsida. Nat. storl. 7 mm. Funnen paa Drøbaksgrunnen 30/8 20.
 „ 12 b: Same individ set fraa fotsida.
 „ 12 c: Ein papill av same individ; mykje auka.
 „ 13 a: *Embletonia pallida* set fraa ryggsida. Nat. storl. 0,8 mm. Funnen i Klosund 13/8 20.
 „ 13 b: Same individ set fraa fotsida.

Plansje IV.

- Fig. 14 a: *Acolidia papillosa* set fraa ryggsida. Nat. storl. 10 mm. Funnen i Husvik 30/8 20.
 „ 14 b: Same individ set fraa fotsida.
 „ 15: Eit anna individ av same arten set fraa ryggsida. Nat. storl. 3 mm. Funnen i Skiphellebukta 27/8 20.
 „ 16 a: *Favorinus albus* (svarande til A. & H.s form) set fraa ryggsida. Nat. storl. 6 mm. Funnen i Skiphellebukta 30/8 20.
 „ 16 b: Same individ set fraa fotsida.
 „ 16 c: Ein papill av same individ; mykje auka.
 „ 17 a: *Favorinus albus* (svarande til MÜLLERS *Doris branchialis*). Nat. storl. 4 mm. Funnen i Skiphellebukta 11/8 20.
 „ 17 b: Ein papill av same individ.
 „ 18 a: *Favorinus albus* (svarande til MEYER & MOBIUS' form). Nat. storl. 22 mm. Funnen i Skiphellebukta 18/8 21.
 „ 18 b: Same individ set fraa fotsida.
 „ 18 c: Ein papill av same individ; mykje auka.
 „ 18 d: Ein rhinophor av same individ; mykje auka.

Printa 10. november 1022.

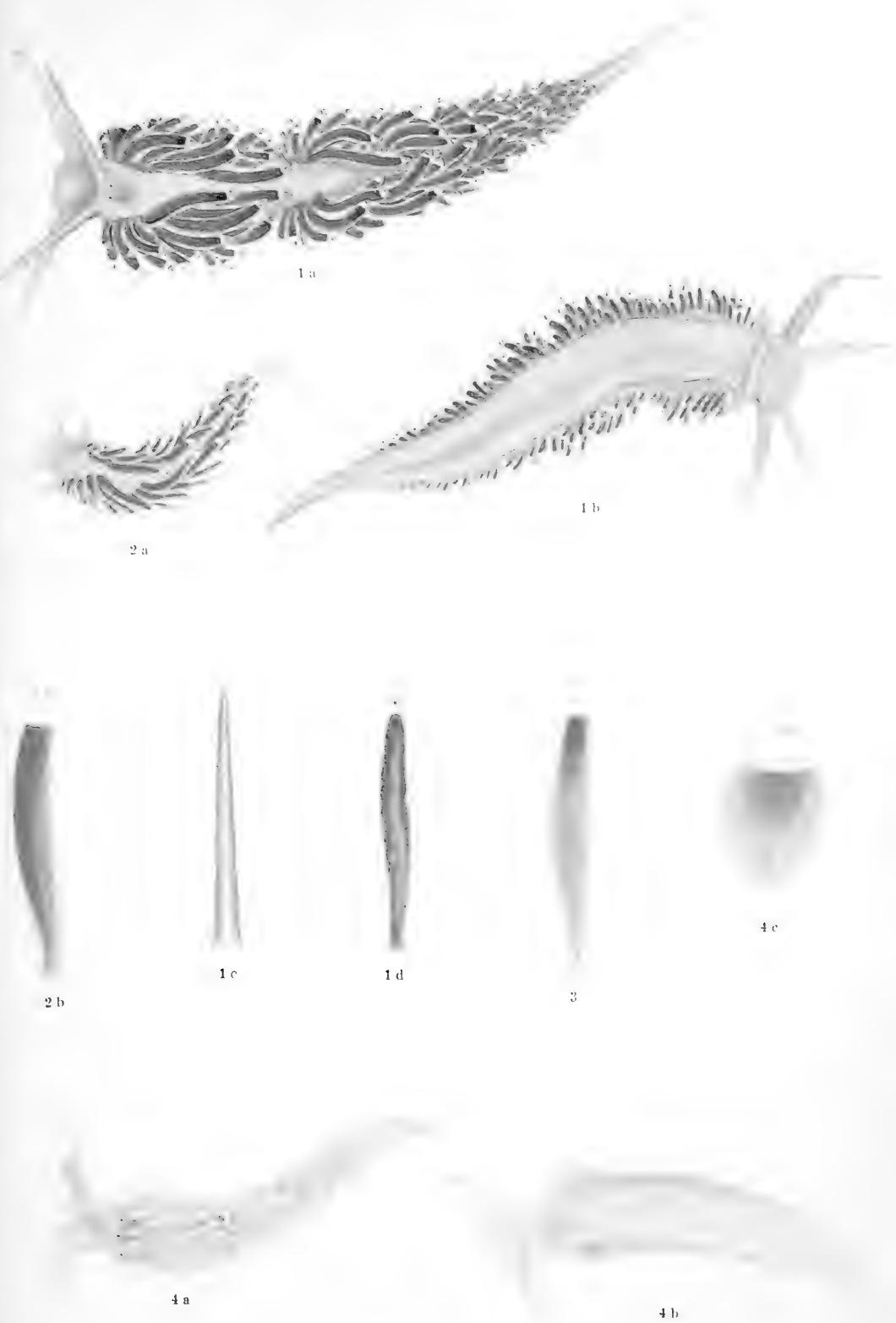


Fig. 1—3. *Coryphella rufibranchialis*. Fig. 4. *Coryphella verrucosa*.

Sara Morch del.

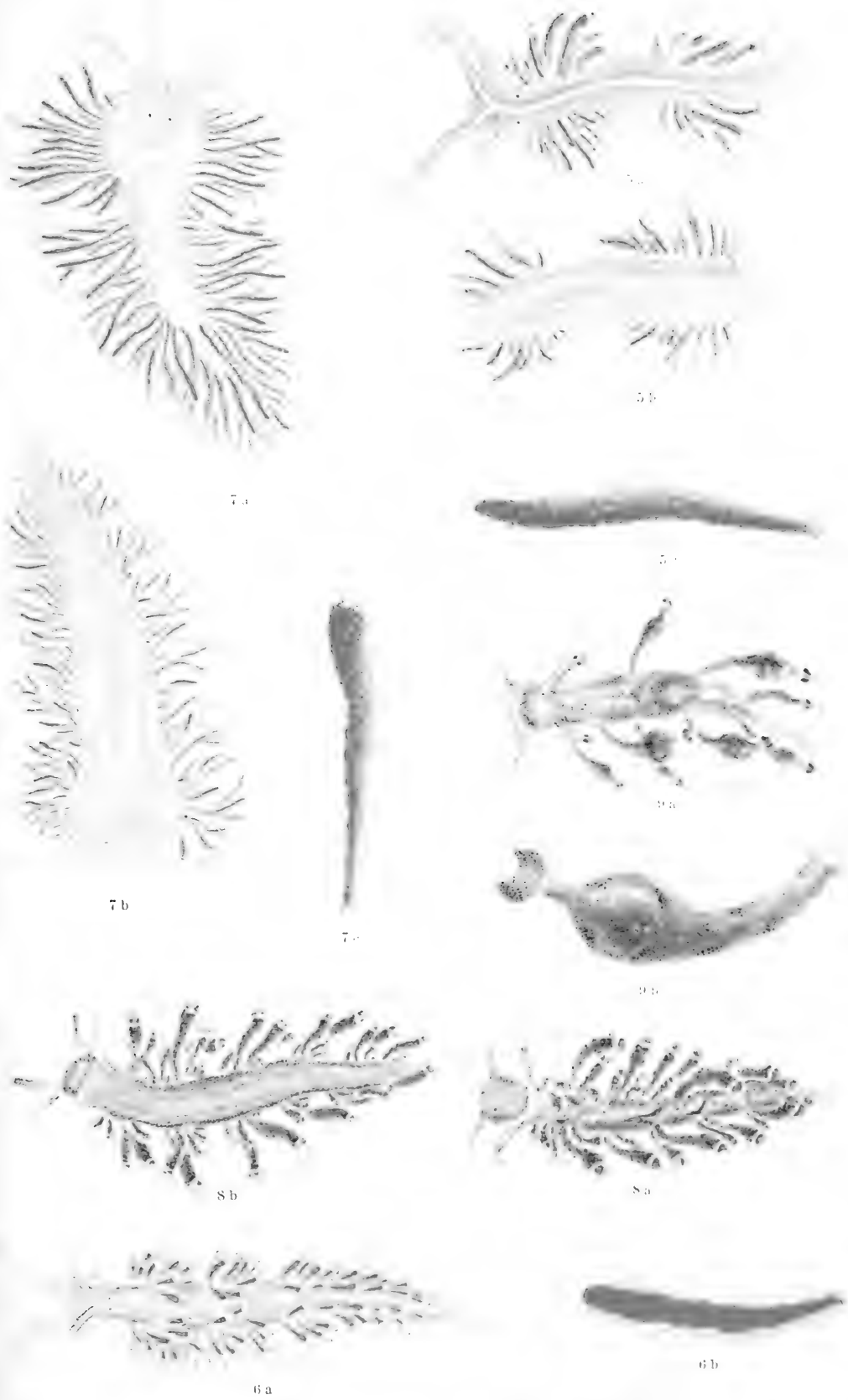


Fig. 5. *Coryphella lineata* Fig. 6. *Coryphella landsburghii*.

Fig. 7. *Coryphella pellucida*. Fig. 8. *Galvina picta*.

Fig. 9. *Galvina exigua*.

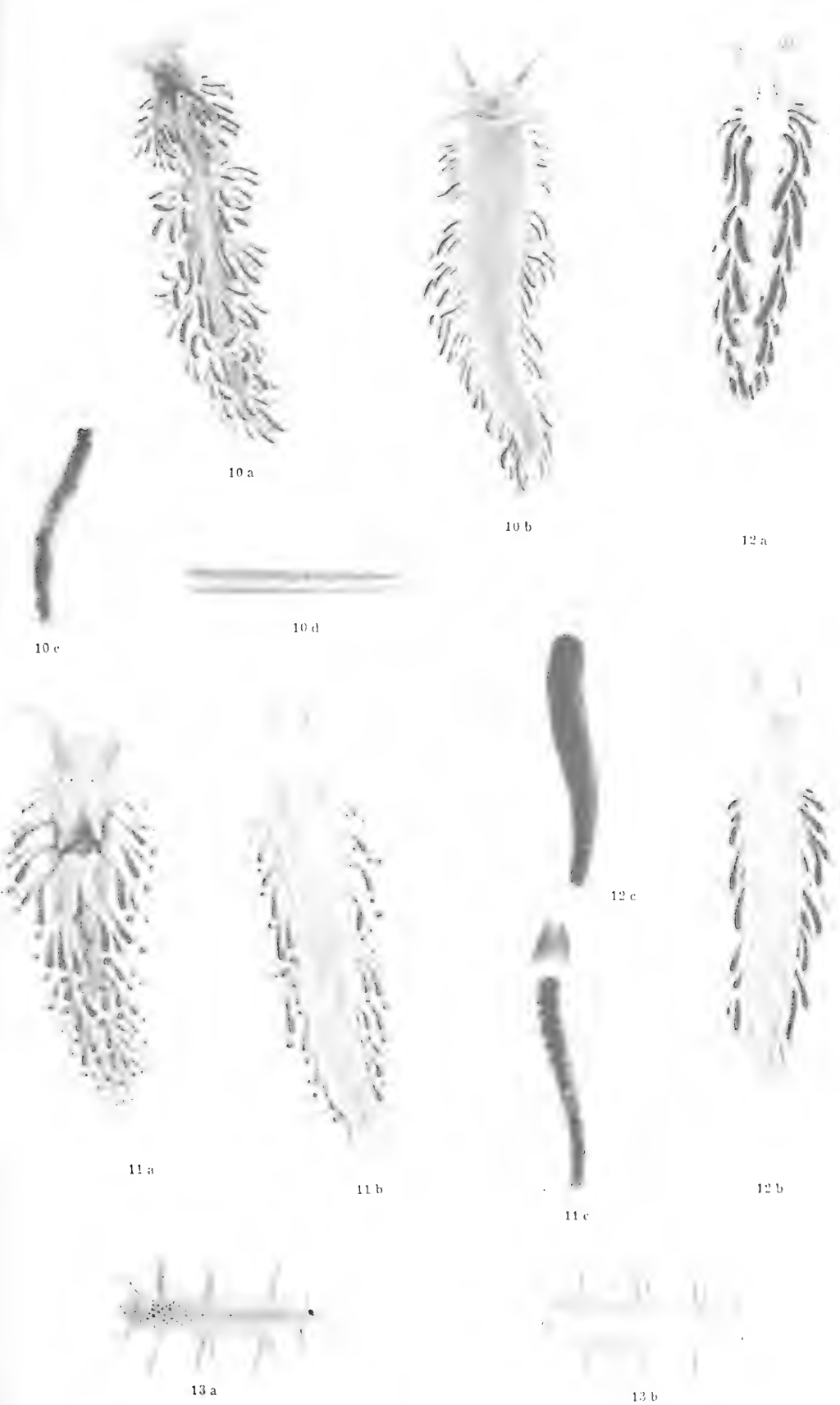


Fig. 10. *Facilina dimmordi*. Fig. 11. *Aspicome aurantivaca*.

Fig. 12. *Amphorina obscura*. Fig. 13. *Lobionasa talida*.

OM GALTONS FUNKTION OG KORRELATIONSBEGREPET

AV
HENRIK PALMSTRØM

MED 6 TEKSTFIGURER

(VIDEN-KAPSEL-KAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 7)

UTGIT FOR FRIDTJOF NANSENS FOND

KRISTIANIA
I KOMMISSION HOS JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i fællesmotet den 24 mars 1922 av prof. Palmström.

Den første, som klart og tydelig har indført korrelationsbegrepet er den engelske biolog FRANCIS GALTON. I en avhandling av 1888 vil han vise „how to measure the degree of correlation.“¹

Da korrelasjon defineres forskjellig, skal jeg her gjenta hans definition: „Two variable organs are said to be co-related when the variation of the one is accompanied on the average by more or less variation of the other, and in the same direction.“

Ordet „organ“ kan man vel anta, skal bety enhver maalelig eiendommelighet ved en organisme.² Man legger merke til, at efter GALTONS definition kan der ikke bli tale om „negativ korrelasjon“, som den engelske skole har indført.

En hovedhjørnestein i hans avhandling, — og efter PEARSONS mening, absolut det viktigste³ — er en sætning som han foier til sin definition:

„It is easy to see that co-relation must be the consequence of the variations of the two organs being partly due to common causes. If they were wholly due to common causes the co-relation would be perfect, as is approximately the case with the symmetrically disposed parts of the body. If they were in no respect due to common causes, the co-relation would be *nil*. Between these two extremes are an endless number of intermediate cases, and it will be shown how the closeness of co-relation in any particular case admits of being expressed by a simple number.“

Jeg vil overfor dette hævde, at en talmæssig sammenheng ikke med nødvendighet maa skyldes et aarsaksfællesskap. Betrakter man følgende tabel, saa vil man i de to der anførte rækkers forløp iagttå en utpræget overensstemmelse, uten at man kan anta at dette skyldes felles aarsaker.

GALTON leverer, saavidt jeg kan se, ikke noget bevis for sin paastand om de felles aarsakers sammenheng med korrelasjonen. Han gjengir bare en række maalinger han har foretat for at underbygge sine slutninger rent statistisk. Han anser det for tilstrækkelig.

¹ F. GALTON: „Co-relations and their Measurement“ Proc. Roy. Soc. Vol. XLV 1888 p. 135.

² K. PEARSON: Regression, Heredity and Panmixia“ Phil. Trans. Roy. Soc. Series A, vol. 187 1896 p. 257.

³ K. PEARSON: Notes on the History of Coirelation Biometrika vol. XIII 1920 p. 25.

Tabel 2.

Table III (R. F. F. Data).

Number of Adult Children of various Statures born of 205 Mid-parents of various Statures.
(All Female Heights have been multiplied by 1.08)

Height of the mid-parents in inches	Heights of the adult children															Total number of		Medians
	Below	62.2	63.2	64.2	65.2	66.2	67.2	68.2	69.2	70.2	71.2	72.2	73.2	Above	Adult children	Mid-parents		
Above	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	5	—	
72.5	—	—	—	—	—	—	—	1	2	1	2	7	2	4	19	6	72.2	
71.5	—	—	—	—	1	3	4	3	5	10	4	9	2	2	43	11	69.9	
70.5	1	—	1	—	1	1	3	12	18	14	7	4	3	3	68	22	69.5	
69.5	—	—	1	16	4	17	27	20	33	25	20	11	4	5	183	41	68.9	
68.5	1	—	7	11	16	25	31	34	48	21	18	4	3	—	219	49	68.2	
67.5	—	3	5	14	15	36	38	28	38	19	11	4	—	—	211	33	67.6	
66.5	—	3	3	5	2	17	17	14	13	4	—	—	—	—	78	20	67.2	
65.5	1	—	9	5	7	11	11	7	7	5	2	1	—	—	66	12	66.7	
64.5	1	1	4	4	1	5	5	—	2	—	—	—	—	—	23	5	65.8	
Below	1	—	2	4	1	2	2	1	1	—	—	—	—	—	14	1	—	
Tals	5	7	32	59	48	117	138	120	167	99	64	41	17	14	928	205	—	
Medians	—	—	66.3	67.8	67.9	67.7	67.9	68.3	68.5	69.0	69.0	70.0	—	—	—	—	—	

Note. — In calculating the medians, the entries have been taken as referring to the middle of the squares in which they stand. The reason why the headings run 62.2, 63.2, &c., instead of 62.5, 63.3 &c. is that the observations are unequally distributed between 62 and 63, 63 and 64, &c., there being a strong favour of integral inches. After careful consideration, I concluded that the headings as adopted, best satisfied the conditions. These inequality was not apparent in the case of the mid-parents.

[R. F. F. Data referer sig til „Records of Family Faculties“, en række iagttagelser samlet i sommeren 1884.]

Tar man imidlertid en gruppe mænd av samme hoide, (f. eks. de „Adult Children“) saaledes som det er angit ved tabellens hode og utregner gjennomsnitshoiden for „the mid-parents“, finder vi ved grafisk fremstilling at i dette tilfælde blir $w = \frac{1}{3}$. Man skulde ha ventet, sier GALTON, at w i dette tilfælde var blit $\frac{3}{2}$. w betegner nemlig i første tilfælde forholdet mellem avvikelsen i barnas gjennomsnitshoide fra befolkningens gjennomsnitshoide og avvikelsen i „the mid-parents“ hoide fra den samme gjennomsnitshoide. I det

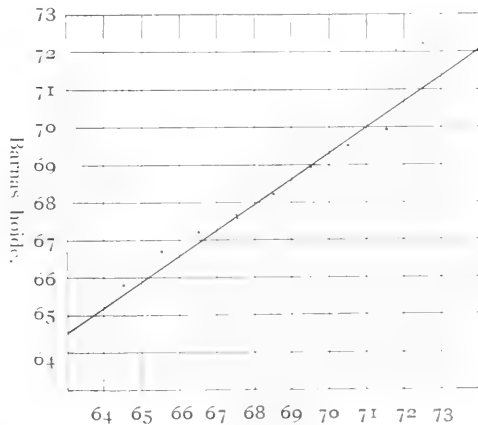


Fig. 1. Forældrenes hoide.

andet tilfælde betegner α forholdet mellem avvikelsen i „the mid-parents“ gjennomsnitshoide fra befolkningens gjennomsnitshoide og avvikelsen i barnas gjennomsnitshoide fra den samme gjennomsnitshoide. Dette forhold skulde man vente var det omvendte av det foregaaende.

Dette tilsynelatende paradoks søker GALTON at forklare ved at betrakte Table III. Tænker man sig en fremstilling i rummet med hoiden for „the Mid-parents“ som abscisse og hoiden for „the Adult Children“ som ordinat og antallet i de forskjellige kombinationer som retvinklede paralelepipeder, vil man ved utjevning faa en krum hyppighetsflate. Snit paralel med xy -planet gir tilnærmet konzentriske ellipser, med centrum i gjennomsnittet for x og y .¹ Ved denne fremstilling kan problemet løses rent matematisk og GALTON stiller det da til HAMILTON DICKSON, som i en Appendix til GALTONS avhandling,² stiller problemet saaledes:

„A point P is capable of moving along a straight line $P'OP$, making an angle θ with the axis of y , which is drawn through O the mean position of P ; the probable error of the projection of P on Oy is a ; another point p , whose mean position at any time is P , is capable of moving from P parallel to the axis of x (rectangular co-ordinates) with a probable error of b . To discuss the 'surface of frequency' of p .“

Saaledes som det her er fremstillet, er problemet temmelig dunkelt, idet man ikke uten videre kan tale om den sandsynlige feil av et punkts projektion paa en linje; heller ikke kan et punkt som bevæger sig paa en ret linje til enhver tid ha en gjennomsnitstilling i et bestemt punkt.

Det er mulig, at problemet blir mere korrekt stillet saaledes: Et punkt P bevæger sig paa en ret linje $P'OP$, som danner en vinkel med Y -aksen lik θ . Punktet P skal i løpet av en viss tid indtræffe i de forskjellige punkter paa linjen, saaledes at man ved at avsætte den relative hyppighet, (maalt med en eller anden længdeenhet), i et plan gjennom $P'OP$ lodret paa XY -planet, skal faa en hyppighetskurve med normal fordeling med den største hyppighet i punktet O . Vælger vi en Z -akse lodret paa XY -planet gjennom punktet O , faar vi ved projektion av den nævnte hyppighetskurve ind i ZY -planet, en ny hyppighetskurve med normal fordeling. Vi kan imidlertid ikke tale om nogen sandsynlig feil for en kurve. GALTON benytter da ogsaa „the quartile“ i sin avhandling, d. v. s. den halve avstand mellem 1ste og 3dje fjerdedelstal³ eller fjerdedelsavvikelsen. Jeg foretrækker imidlertid at benytte den med denne proportionale størrelse σ eller kvadratavvikelsen. Vi har jo fjerdedelsavvikelsen lik 0.67σ , naar hyppighetskurven utviser normal fordeling. Projektionen av den første kurve ind i planet ZY frembringer altsaa en kurve med en kvadratavvikelse som jeg vil kalde σ_1 .

¹ Se K. PEARSON: Notes on the History of Correlation. Biometrika 1920 vol. XIII p. 36.

² Proc. Roy. Soc. XL 1886 p. 63.

³ Se G. JAHN: „Statistikens Teknik og Metode“. Kra. 1920 s. 144.

Et punkt p bevæger sig langs en ret linje parallel X -aksen; ogsaa dette punkt indtræffer i de forskjellige punkter paa linjen med forskjellig hyppighet. Vi skal være istand til at fremstille denne hyppighet paa lignende maate som i det første tilfælde. Denne gang skal vi ha den største hyppighet i punktet P og ved avbildningen skal denne hyppighet være lik den avbildede hyppighet for P i samme punkt. Vi faar saaledes en række kurver som ligger i planer parallel XZ -planet, og de skal alle ha en kvadratavvikelse som vi kan betegne med σ_3 . (Se fig. 2). Opgaven blir nu at diskutere den flate disse kurver ligger paa.

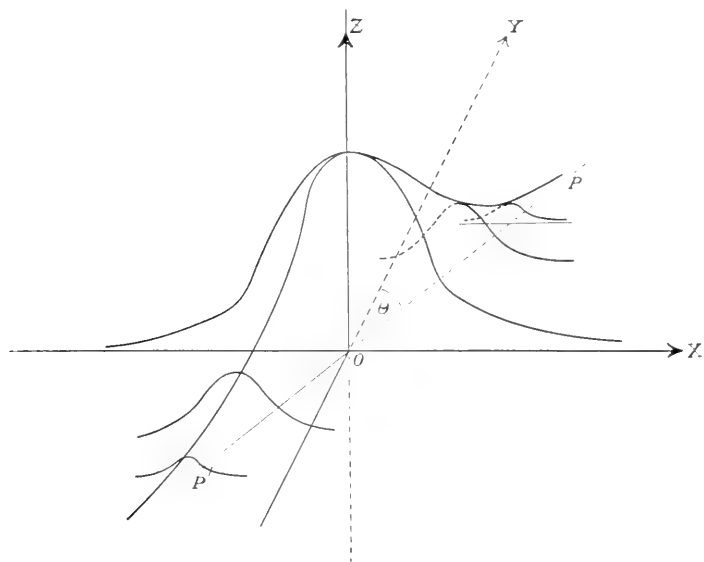


Fig. 2.

Vi har for en av kurverne parallel XZ -planet:

$$z = Ke^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma_3^2}}$$

hvor K betegner den største ordinat og m er kurvens gjennemsnit. Nu har vi

$$m = ytg\theta$$

og

$$K = Ce^{-\frac{y^2}{2\sigma_1^2}}$$

hvor C er den største ordinat paa den kurve som er projiceret ind i ZY -planet. Følgelig har vi

$$C' = \frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\sigma_1^2} + \frac{(x - y \operatorname{tg} \theta)^2}{\sigma_3^2} \right) \quad (1)$$

hvor altsaa C' er en konstant. (Se fig. 3).

Skjærer vi denne flate med planer parallel XY -planet, faar vi ellipser. Ligningen for disses projektion i XY -planet kan skrives

$$\frac{y^2}{\sigma_1^2} + \frac{(x - y \operatorname{tg} \theta)^2}{\sigma_3^2} = C'$$

hvor C' varierer eftersom man lægger forskjellige planer.

Trækker vi tangenter parallel Y -aksen til disse ellipser, finder vi at berøringspunkterne ligger paa den rette linje

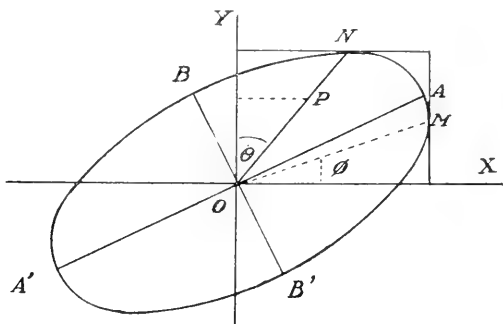


Fig. 3.

eller

$$\left. \begin{aligned} \frac{y}{\sigma_1^2} - \operatorname{tg} \theta \frac{x - y \operatorname{tg} \theta}{\sigma_3^2} &= 0 \\ \frac{y}{x} = \operatorname{tg} \phi &= \frac{\sigma_1^2 \operatorname{tg} \theta}{\sigma_3^2 + \sigma_1^2 \operatorname{tg}^2 \theta} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Tangenter parallel X -aksen til ellipserne ligger paa den rette linje

$$y = \operatorname{cotg} \theta x \quad (3)$$

Linjerne (2) og (3) har senere faat betegnelsen regressionslinjer.

Snit mellem flaten og planer parallel XZ -planet er oisynlig frekvenskurver med en kvadratavvikelse σ_3 og med toppunkterne liggende i planet ZOP .

Skjærer vi flaten med et plan parallel YZ -planet, faar vi

$$z = C'' = \frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\sigma_1^2} + \frac{(x - y \operatorname{tg} \theta)^2}{\sigma_3^2} \right) \quad (4)$$

hvor x_1 er en konstant. Sætter vi

$$y = y_1 + y', \text{ hvor}$$

$$\frac{y_1}{\sigma_1^2} - t^g \theta \frac{x_1 - y_1 t^g \theta}{\sigma_3^2} = 0, \quad (5)$$

faar vi

$$C' = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{t^g \theta}{\sigma_3^2} \right\} y^2 - \frac{1}{2} \left\{ \frac{y_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{y_1 t^g \theta}{\sigma_3^2} \right\} \quad (6)$$

Kvadratavvikelsen for disse snitkurver, som alle er frekvenskurver med normal fordeling og toppunkterne liggende i planet ZOM , er

$$\sigma_4 = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 \sigma_3^2}{\sigma_3^2 + \sigma_1^2 t^g \theta}} = \frac{\sigma_1 \sigma_3}{\sqrt{\sigma_3^2 + \sigma_1^2 t^g \theta}} \quad (7)$$

Derav faar vi

$$\frac{t^g \Phi}{t^g \theta} = \frac{\sigma_4^2}{\sigma_3^2} \quad (8)$$

Hvis σ_2 betegner kvadratavvikelsen for den normale frekvenskurve, som fremkommer, naar vi projicerer punktet p 's hele bevægelse ind i planet ZX , saa har vi

$$\sigma_2^2 = \sigma_1^2 t^g \theta + \sigma_3^2, \quad (9)$$

som altsaa er uafhængig av den linje p bevæger sig paa. Derav faar vi

$$\frac{t^g \Phi}{t^g \theta} = \frac{\sigma_4^2}{\sigma_2^2} \quad (10)$$

I GALTONS tabel er altsaa forholdet mellem avvikelsen i barnas gjennomsnitshoide fra befolkningens gjennomsnitshoide og avvikelsen i „the mid-parents“ hoide fra den samme gjennomsnitshoide

$$w = t^g \theta : t^g 45 \equiv 2 : 3$$

Forholdet mellem avvikelsen i „the mid-parents“ gjennomsnitshoide fra befolkningens gjennomsnitshoide og avvikelsen i barnas gjennomsnitshoide fra den samme gjennomsnitshoide

$$w = t^g \Phi : t^g 45 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_4^2}{\sigma_2^2}$$

Nu er i hans tabel $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, alltså

$$\lg \phi = \lg \theta$$

hvorav følger at han faar „regressionskoefficienten“ w lik i de to tilfælder.¹

I avhandlingen av 1888 behandler GALTON tabeller hvor der ikke er samme kvadratavvikelse i de horisontale som i de vertikale rækker; han definerer i det tilfælde korrelationskoefficienten r paa følgende maate:

„It is supposed that the measures of any two correlated organs have been transmuted into others of which the unit is in each case equal to the probable error of a single measure in its own series. Let y = the deviation of the subject, whichever of the two variables may be taken in that capacity, and let $x_1, x_2, x_3, \&c.$, be the corresponding deviations of the relative, and let the mean of these be X . Then we find:

1. that $y = rX$ for all values of y ;
2. that r is the same, whichever of the two variables is taken for the subject;
3. that r is always less than 1;
4. that r measures the closeness of co-relation.“²

I dette citat er indesluttet saavel definition som sætninger. Avbilder vi nemlig y som den uafhængig variable, og gjennemsnittsværdierne av x som den afhængig variable, saa skal disse ligge paa en ret linje. I den grafiske fremstilling er da længdeenheten for y og x kvadratavvikelsen i respektive vertikale og horisontale rækker i tabellen. Naar GALTON benytter sig av uttrykket „probable error“ saa forutsætter han sandsynligvis at fordelingen i rækkerne er normal, saaledes at man ved at fremstille tabellen grafisk paa samme maate som jeg har nævnt tidligere, faar en frekvensflate med normal fordeling, som da kan fremstilles ved ligningen

$$z = Ce^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\sigma_1^2} - \frac{2xy \lg \theta}{\sigma_3^2} + \frac{x^2}{\sigma_2^2} \right)}, \quad (11)$$

idet GALTON jo ogsaa forutsætter at kvadratavvikelsen skal være den samme i alle horisontale rækker og i alle vertikale rækker. Paa anden maate kan man vel neppe anta uttrykket „the probable error of a single measure in its own series“; for at tale om den sandsynlige feil av en eneste maaling er vel uten mening.³

Koefficienten r er av WELDON betegnet som GALTONS funktion eller korrelationskoefficienten.⁴

¹ Proc. Roy. Soc. 1886 p. 57.

² Proc. Roy. Soc. 1888 p. 145.

³ A. GULDBERG: On the Correlation of Successive Observations. Skandinavisk Aktuar-tidsskrift 1921 p. 150.

⁴ W. R. F. WELDON: On certain Correlated Variations in Carcinus mænas. Proc. Roy. Soc. vol. LIV p. 325.

GALTON leverer ikke selv noget almindelig bevis for de sætninger han har fremsat; de bygger alle paa enkelte eksempler han har opstillet. Jeg vil her gi et bevis for dem i overensstemmelse med den foran anvendte metode.

Transformerer vi ligning (11), idet vi vil benytte kvadratavvikelseerne som længdeenheter, ved at sætte

$$x = \sigma_2 x', \quad y = \sigma_4 y'$$

faar vi

$$z = C e^{-\frac{1}{2} \left\{ x'^2 - 2x'y' \frac{\sigma_4}{\sigma_3} t g \theta + y'^2 \right\}} \quad (12)$$

Regressionslinjerne faar i dette tilfælde, ligningerne

$$y' = r x' \quad (13)$$

og

$$x' = r y' \quad (14)$$

hvilket beviser rigtigheden av sætning (2), idet vi i første tilfælde har y som „the subject“, — som den uafhængig variable og x som „the relative“ det vil si som den afhængig variable, for hvilken vi altsaa regner gennemsnitsværdierne. Omvendt i det andet tilfælde.

Vi har her sat

$$r = \frac{\sigma_4}{\sigma_3} t g \theta \quad (15)$$

Som man ser, er r lik koefficienten for $-x'y'$ i eksponentialuttrykket for flatens ligning (12).

Vi kan skrive

$$r = \frac{\sigma_1 t g \theta}{\sqrt{\sigma_3^2 + \sigma_1^2 t g^2 \theta}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_1 t g \theta}{\sigma_3}\right)^2 + 1}} \quad (16)$$

Dette uttryk er altid mindre end 1, naar $\frac{\sigma_3}{\sigma_1 t g \theta}$ er forskjellig fra 0. Indsætter man $t g \theta$ av (15) i (16), finder man

$$r = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma_4^2}{\sigma_1^2} r^2 + 1}} \quad (17)$$

Er nu $\frac{\sigma_4^2}{\sigma_1^2} r^2 = 0$, saa følger av (17), at man enten maa ha

$$\sigma_4 = 0 \text{ eller } \sigma_1 = \infty.$$

A. $\sigma_1 = 0$. Idet vi erindrer, at σ_1 betegner en kvadratavvikelse, saa følger herav, at alle punkterne ligger paa en ret linje. (Rigtigere: i et plan lodret xy -planet). Men derav følger igjen, at man ikke længer har en normal frekvensflate, og ligningen $y' = x'$ (og $x' = y'$) gjælder for alle punkterne, uten at vi behøver at betrakte gjennomsnittsværdierne.

B. $\sigma_1 = \infty$. Da σ_1 fremstiller kvadratavvikelsen for den normale frekvenskurve, man faar ved at projicere punktet P 's bane ind i YZ -planet, finder vi atter, at vi ikke længer har en normal frekvensflate. Saa længe vi altsaa har en normal frekvensflate er r altid mindre end 1.

Ved hjælp av ligningen $y = rx$ (eller $x = ry$) faar vi altsaa en ligning mellem en variabel størrelse og de tilsvarende gjennomsnittsværdier for en anden variabel størrelse. Forsaavidt som vi kan betragte gjennomsnittsværdien som et karakteristisk uttrykk for hele rækken, gir altsaa r ogsaa en sammenhæng mellem de to variable størrelser. Men dette gjælder altsaa kun i det tilfælde, at fordelingen i de horisontale og vertikale rækker viser sig som tilnærmet normal. Hvis man derimot ikke kan anta, at rækkerne vil kunne fremstilles ved normale frekvenskurver, er ogsaa tilfældet forskjellig fra det GALTON har behandlet, og vi maa da være klar over, at det ikke er den specielle GALTONS funktion, som vi beregner, naar vi søker en sammenhæng mellem de variable paa lignende vis som her er gjort.

GALTONS funktion r gir os en enkel sammenhæng mellem de variable, men jeg kan ikke se, det fremgaar av utviklingen at r gir et maal for korrelationen, eller de fælles årsaker som ligger til grund. $r = 0$ uttrykker, at de to regressionslinjer staar lodret paa hinanden og falder sammen med y -aksen og x -aksen. I det tilfælde er der rent matematisk ingen sammenhæng mellem variationen i x og gjennomsnittsværdien i y og omvendt. Men derfra at ville slutte tilbake til årsakerne, kan jeg ikke indse, er mulig uten videre.

Hvis $r = 1$ har man i virkeligheten ingen normal frekvensflate. Tænker man sig overgangen fra $r = 0$ til $r = 1$, vil vinkelen mellem regressionslinjerne avta fra at være 90° til 0° . For $r = 1$ falder de to linjer sammen, men samtidig ophører frekvensflaten at være normal i den forstand som man almindelig opfatter dette.

I virkeligheten falder GALTONS formel (1) eller (11) sammen men den formel som BRAVAIS har utledet.¹

BRAVAIS oppstiller imidlertid ikke nogen korrelationskoefficient. Hans betragtninger gaar ut paa at bestemme et punkts beliggenhet, eller som han uttrykker sig:

„La détermination du lieu occupé par un point dans l'espace dépend d'un certain nombre d'éléments au moins égal à trois; il en est de même lorsque le point est assujetti à se trouver sur un plan donné, et, dans ce

¹ A. BRAVAIS: „Analyse mathématique sur les probabilités des erreurs de situation d'un point.“ Mém. présentés par divers savants t. IX 1846 p. 255.

cas, le nombre des éléments déterminants doit être au moins égal à deux. L'observation de ces éléments consiste essentiellement en des mesures d'angles ou de longueurs, et quelquefois de durées. Les erreurs inévitables de ces diverses mesures devant réagir sur la situation du point, j'ai recherché l'influence qu'exerce sur ces erreurs possibles de situation la possibilité des erreurs élémentaires, concurremment avec les coefficients de la méthode employée: toutefois, je me suis restreint au cas où les éléments sont déterminés par un grand nombre d'observations."

For beliggenheten av et punkt i planet finder BRAVAIS, at feilenes hyppighet fordeler sig efter en frekvensflate

$$z = \frac{\sqrt{k^2 k'^2 + \lambda^2}}{\pi} e^{-\frac{1}{2}(k^2 x^2 + 2\lambda xy + k'^2 y^2)} \quad (18)$$

hvor x og y betegner feilene paa punktets koordinater og

$$k^2 = \frac{M(y^2)}{2[M(x^2)M(y^2) - M(xy)^2]}, \quad k'^2 = \frac{M(x^2)}{2[M(x^2)M(y^2) - M(xy)^2]}$$

$$\lambda = \frac{-M(xy)}{2[M(x^2)M(y^2) - M(xy)^2]}$$

$M(x^2)$, $M(y^2)$ og $M(xy)$ betegner respektive gjennomsnittsværdier for x^2 , y^2 og xy ,¹ saaledes, at altsaa uttrykket

$$\frac{\sqrt{k^2 k'^2 - \lambda^2}}{\pi} e^{-\frac{1}{2}(k^2 x^2 - 2\lambda xy - k'^2 y^2)} dx dy$$

„nous représente la probabilité différentielle des valeurs $x=x$, $y=y$."²

Skjærer vi flaten med et plan paralelt XZ -planet, faar vi

$$z = C_1 e^{-\frac{1}{2}k^2 \left(x + \frac{\lambda}{k^2} y\right)^2} \quad (19)$$

d. v. s. snit med planer paralel XZ -planet fremstiller frekvenskurver med normal dispersion. Kvadratavikelsen er $\frac{1}{\sqrt{2k^2}}$. Gjennomsnittsværdierne ligger paa den rette linje

$$y = -\frac{k^2}{\lambda} x \quad (20)$$

¹ A. GULDBERG: Sur leus erreurs de situation d'un point. Comptes rendus t. 168 p. 153 1919. A. GULDBERG: A remark on correlation. Skand. Aktuarietidskrift 1919 p. 197.

² BRAVAIS l. c. p. 268.

Planer paralel YZ -planet skjærer flaten, saa vi faar normale frekvenskurver med kvadratafvikelse $\frac{1}{k'\sqrt{2}}$ og gjennemsnitsværdier liggende paa den rette linje

$$y = \div \frac{\lambda}{k'^2} x \quad (21)$$

Flaten blir altsaa fuldstændig den samme som GALTON opererer med, idet vi her har

$$\left. \begin{aligned} \sigma_3 &= \frac{1}{k'\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{M(x^2)M(y^2) - M(xy)^2}{M(y^2)}} \\ \sigma_4 &= \frac{1}{k'\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{M(x^2)M(y^2) - M(xy)^2}{M(x^2)}} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$r = \div \frac{\lambda}{kk'} = \frac{M(xy)}{\sqrt{M(x^2)M(y^2)}} \quad (23)$$

Benytter vi som længdeenheter respektive $\frac{1}{k'\sqrt{2}}$ og $\frac{1}{k\sqrt{2}}$ langs de to akser, antar ligning (16) formen

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{\sqrt{k^2 k'^2 - \lambda^2}}{\pi} e^{\div \frac{1}{2} \left\{ x^2 + 2 \frac{\lambda}{kk'} xy + y^2 \right\}} \\ z &= \frac{\sqrt{k^2 k'^2 - \lambda^2}}{\pi} e^{\div \frac{1}{2} \left\{ x^2 + 2r xy + y^2 \right\}} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

et uttryk fuldstændig i overensstemmelse med ligning (12).

Av ligningerne (7), (9) og (15) finder vi let

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1^2 &= \frac{\sigma_4^2}{1 - r^2} \\ \sigma_2^2 &= \frac{\sigma_3^2}{1 - r^2} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

hvilket sammen med ligningerne (22) og (23) gir os

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1^2 &= M(x^2) \\ \sigma_2^2 &= M(y^2) \\ r\sigma_1\sigma_2 &= M(xy) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

BRAVAIS frekvensflate lar sig utlede under forutsætning av fullstændig uafhængighet mellem maalingerne, og størrelsen r som forekommer i ligningene (24), kan altsaa ikke gi noget maal for afhængigheten mellem x og y , hvilket den jo efter GALTONS sætning (4) p. 8 skulde gjøre. Imidlertid er denne størrelse almindelig antat som et maal for korrelationen mellem to maalte „organer“, og man uttrykker sig da i overensstemmelse med GALTON, saaledes at der er ingen korrelation, naar $r=0$ og fullstændig korrelation naar $r=1$. Det kan dog hænde, at denne størrelse er lik 0 tiltrods for, at det er sammenhæng mellem de to „organer“. G. UDNEY YULE¹ har en illustration av dette sidste tilfælde. Han finder r meget liten (-0.014) tiltrods for at der er afhængighet mellem de to maalte „organer“. Her er det dog saa, at alene gjennomsnittsværdierne i det ene sett rækker ligger paa en ret linje, mens gjennomsnittsværdierne i det andet sett rækker ligger i en saadan kurve, at utjevning ved en ret linje vil føre til store avvikelser fra de observerte tal og helt bortskaffe en karakteristisk egenskap ved tabellen. Korrelationstabellen vil ikke uten altfor store feil la sig fremstille ved en frekvensflate med normal fordeling (ligning (1)) og vi kan derfor strængt tat ikke benytte GALTONS funktion i dette tilfælde.

I en avhandling i „American statistical Society Quarterly“ har prof. WESTERGAARD ved en betragtning over hoidens arvelighet paavist, at den korrelation som GALTON finder i det nævnte eksempel kan skyldes, at materialet i biologisk forstand ikke er rent. Der vil da uvægerlig bli en „tilbakevenden“ til den gjennomsnitlige befolkningshoide, idet altsaa efterkommere efter hoie forældre nødvendigvis maa opvise en noget lavere gjennomsnitshoide — og omvendt.²

Et andet problem som jeg vil behandle i denne forbindelse er følgende:

Vi har git to statistiske rækker. Kan vi benytte GALTONS funktion til at undersøke sammenhængen mellem dem?

Man ser nemlig ikke sjelden i statistiske bøker, at korrelationsformelen utledes under forutsætning av at materialet kan fremstilles ved en normal frekvensflate, men derefter benyttes formelen — uten noget bevis for dens anvendelighet — paa statistiske rækker.

Jeg antar, at de to rækker indeholder like mange led. Med $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ betegnes ledene i den ene række, med $y_1, y_2, y_3 \dots y_n$ betegnes ledene i den anden række, saaledes at x_1 og y_1 , x_2 og y_2 , \dots x_n og y_n svarer til hinanden. Jeg tænker mig videre en grafisk fremstilling, saaledes at x 'er og y 'er avsættes efter 2 paa hinanden lodrette akser. Til hvert

¹ G. UDNEY YULE: „An Introduction to the Theory of Statistics“ Fifth Edition. London 1919 p. 175.

² H. WESTERGAARD: „Scope and Methods of Statistic.“ American Statistical Association. Quarterly published. vol. XIII. 1916. WESTERGAARD: Statistikens Teori i Grundrids. 2. Udgave. Kbhv. 1915 p. 170. WESTERGAARD: On the Future of Statistics. Journal of the Royal Statistical Society. Vol. LXXXI. 1918 p. 504.

par (x_p, y_p) svarer da et punkt i planet. Jeg vil da faa en fremstilling som fig. 4. Indeholder rækkerne mange led, kan det hændte, at saavel flere av x 'erne er like store, som flere av y 'erne er like store. Jeg tænker mig da i hvert punkt opreist en perpendicularer paa xy -planet, saaledes at længden av denne er proportional med antal talkomplekser svarende til punktet. Ligger nu endepunkterne for disse perpendicularer tilnærmet paa en normal frekvensflate, kan vi beregne korrelationskoefficienten ved GALTONS metode.

Jeg beregner først gjennomsnittet for de forskjellige kurver svarende til skjæringer paralel YZ -planet. De gjennomsnit jeg finder skal da tilnærmet ligge paa en ret linje. Ved utjevning ved hjælp av de mindste kvadraters metode, tillægger jeg hvert gjennomsnitspunkt en vegt svarende til det antal talkomplekser paa grundlag av hvilke det er utregnet. Jeg finder da den rette linje

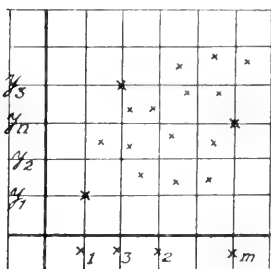


Fig. 4.

$$y - m_y = k(x - m_x) \quad (27)$$

hvor

$$\left. \begin{aligned} m_x &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \\ m_y &= \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$k = \frac{[(x_1 - m_x)(y_1 - m_y) + (x_2 - m_x)(y_2 - m_y) + \dots + (x_n - m_x)(y_n - m_y)]}{\frac{(x_1 - m_x)^2 + (x_2 - m_x)^2 + \dots + (x_n - m_x)^2}{n}} \frac{1}{n} \quad (29)$$

Linjen $y - m_y = k(x - m_x)$ fremstiller altsaa den ene regressionslinje. For den anden regressionslinje finder man paa tilsvarende maate

$$x - m_x = k_1(y - m_y) \quad (30)$$

hvor

$$k_1 = \frac{1}{n} \frac{(x_1 - m_x)(y_1 - m_y) + (x_2 - m_x)(y_2 - m_y) + \dots + (x_n - m_x)(y_n - m_y)}{\frac{(y_1 - m_y)^2 + (y_2 - m_y)^2 + \dots + (y_n - m_y)^2}{n}} \quad (31)$$

Vi bemerker, at m_x og m_y er gjennomsnittet i de to rækker, og nævneren i k og k_1 er henholdsvis kvadratavvikelsens kvadrat i „ x -rækken“ og „ y -rækken“. Vi betegner disse med σ_x^2 resp. σ_y^2 . Ved hjælp av ligningerne (8) og (15) finder vi

$$r = \sqrt{k k_1} \frac{(x_1 - m_x)(y_1 - m_y) + (x_2 - m_x)(y_2 - m_y) + \dots + (x_n - m_x)(y_n - m_y)}{\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}}$$

Indfører vi nu som forkortet betegnelse

$$\sigma_{xy} = \frac{(x_1 - m_x)(y_1 - m_y) + (x_2 - m_x)(y_2 - m_y) + \dots + (x_n - m_x)(y_n - m_y)}{n} \quad (32)$$

faar vi altsaa

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (33)$$

Regressionslinjernes ligning blir da:

$$y - m_y = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x) \quad (34)$$

$$x - m_x = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - m_y) \quad (35)$$

hvilket kan skrives

$$\frac{y - m_y}{\sigma_y} = r \frac{x - m_x}{\sigma_x} \quad (36)$$

og

$$\frac{x - m_x}{\sigma_x} = r \frac{y - m_y}{\sigma_y} \quad (37)$$

Dette gir os følgende sætning:

Hvis x regnes fra x -rækkens gennemsnit og uttrykkes med dens kvadratavvikelse som enhet, og y regnes fra y -rækkens gennemsnit og uttrykkes med dens kvadratavvikelse som enhet, saa angir r vinkelkoefficienten for den rette linje, som — efter de mindste kvadraters metode — med x som argument utjæner y -rækken.¹

Ombyttes x og y i denne sætning, faar vi en fuldstændig analog, gjældende naar vi benytter y som argument.

r gir os likesaalidt som i det tidligere, nogen korrelation mellem x og y , den angir alene tilnærmet forbindelsen mellem x og y uten at avsløre nogen aarsakssammenheng.

Den betragtningsmaate som jeg har anvendt i det foregaaende ved sammenligning mellem to rækker, gir mig ogsaa en mulighed for at løse opgaven at bestemme r , naar de forskjellige led i rækkerne har forskjellig vekt. La rækkerne være fremstillet saaledes at x_s korresponderer til y_s :

Jeg fremstiller punkterne $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_s, y_s)$ o. s. v. i et retvinklet aksesystem. Idet jeg nu opreiser perpendikulærer i de forskjellige punkter,

¹ S. D. WICKSELL: „Elementen av Statistikens Teori“. Lund 1920 p. 78.

antar jeg at de repræsenterer den højeste ordinat i normale frekvenskurver, som

a) er parallelle XZ -planer og bestemt ved et antal observationer som for punktet (x_1, y_1) er $n_1 + n_1'$, for punktet (x_2, y_2) er $n_2 + n_2'$ o. s. v. . . for punktet (x_s, y_s) er $n_s + n_s'$ etc.

b) er parallelle YZ -planer og bestemt ved et antal observationer, som for punktet (x_1, y_1) er $n_1' + n_1$, for punktet (x_2, y_2) er $n_2' + n_2$ o. s. v., for punktet (x_s, y_s) er $n_s' + n_s$ etc.

Naar jeg vælger netop vægten $n_s + n_s'$ er det efter følgende betragtning: Da $x_1, x_2, \dots, x_s, \dots$ skal gjælde som karakteristisk udtryk for henholds-

Antal	x	Antal	y
n_1	x_1	n_1'	y_1
n_2	x_2	n_2'	y_2
n_3	x_3	n_3'	y_3
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n_s	x_s	n_s'	y_s
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
N		N'	

vis $n_1, n_2, \dots, n_s, \dots$ iagttagelser, saa maa man anta, at de iagttagelser som ligger til grund for de utregnede x 'er fordeler sig efter den gaussiske feillov. Paa ganske tilsvarende maate forholder det sig med y 'erne. I den grafiske fremstilling kan vi altsaa tænke os, at f. eks. punktet (x_s, y_s) er bestemt paa grundlag av $n_s + n_s'$ observationer, hvor n_s observationer bestemte x_s og n_s' observationer y_s , saaledes at de n_s observationer maa tænkes repræsenteret ved en gaussisk feilkurve parallel XZ -planet med gennemsnitsværdi i punktet (x_s, y_s) og med største værdi av kurven proportional med n_s . Paa tilsvarende maate finder vi, at y_s er bestemt ved n_s' observationer, med gaussiske feilkurve parallel YZ -planet og højeste ordinat proportional med n_s' . For at faa fremstillet en frekvensflade med normal fordeling, tænker jeg mig, altsaa ordinaten opreist i (x_s, y_s) proportional med $n_s + n_s'$, saaledes at den gaussiske feillov med største værdi i (x_s, y_s) nu antas i begge tilfælde at ha flateindholdet $n_s + n_s'$. For at finde regressionslinjernes ligning tillægger jeg punktet (x_1, y_1) vægten $n_1 + n_1'$, punktet (x_2, y_2) vægten $n_2 + n_2'$, . . . punktet (x_s, y_s) vægten $n_s + n_s'$ Jeg finder da

$$y \div \frac{Nm_y + N'm_y'}{N + N'} = \frac{N\sigma_{xy} + N'\sigma_{xy'}}{N\sigma_x^2 + N'\sigma_x'^2} \left(x - \frac{Nm_x + N'm_x'}{N + N'} \right) \quad (38)$$

og

$$x - \frac{Nm_x + N'm_x'}{N + N'} = \frac{N\sigma_{xy} + N'\sigma_{xy'}}{N\sigma_y^2 + N'\sigma_y'^2} \left(y - \frac{Nm_y + N'm_y'}{N + N'} \right)$$

hvor

$$\left. \begin{aligned}
 N &= n_1 + n_2 + \dots & N' &= n_1' + n_2' + \dots \\
 Nm_x &= n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots & N' m_x' &= n_1' x_1 + n_2' x_2 + \dots \\
 Nm_y &= n_1 y_1 + n_2 y_2 + \dots & N' m_y' &= n_1' y_1 + n_2' y_2 + \dots \\
 N\sigma_{xy} &= n_1 (y_1 - b)(x_1 - a) + & N' \sigma_{xy}' &= n_1' (y_1 - b)(x_1 - a) + \\
 & n_2 (y_2 - b)(x_2 - a) + \dots & & n_2' (y_2 - b)(x_2 - a) + \dots \\
 N\sigma_x^2 &= n_1 (x_1 - a)^2 + n_2 (x_2 - a)^2 + \dots & N' \sigma_x'^2 &= n_1' (x_1 - a)^2 + n_2' (x_2 - a)^2 + \dots \\
 N\sigma_y^2 &= n_1 (y_1 - b)^2 + n_2 (y_2 - b)^2 + \dots & N' \sigma_y'^2 &= n_1' (y_1 - b)^2 + n_2' (y_2 - b)^2 + \dots \\
 a &= \frac{Nm_x + N' m_x'}{N + N'} & b &= \frac{Nm_y + N' m_y'}{N + N'}
 \end{aligned} \right\} (39)$$

Sætter jeg videre

$$\begin{aligned}
 Nm_x + N' m_x' &= (N + N') M_x; & Nm_y + N' m_y' &= (N + N') M_y; & N\sigma_x^2 + N' \sigma_x'^2 &= (N + N') \Sigma_x^2 \\
 N\sigma_{xy} + N' \sigma_{xy}' &= (N + N') \Sigma_{xy}; & N\sigma_y^2 + N' \sigma_y'^2 &= (N + N') \Sigma_y^2
 \end{aligned} \quad (40)$$

finder jeg regressionslinjernes ligning

$$\left. \begin{aligned}
 y - M_y &= \frac{\Sigma_{xy}}{\Sigma_x^2} (x - M_x) & (a) \\
 x - M_x &= \frac{\Sigma_{xy}}{\Sigma_y^2} (y - M_y) & (b)
 \end{aligned} \right\} (41)$$

og korrelationskoefficienten

$$r = \frac{\Sigma_{xy}}{\Sigma_x \Sigma_y} \quad (42)$$

Jeg vil her undersøge betingelserne for $r=0$ og $r=1$.

1. $r=0$. Vi skal da ha

$$\Sigma_{xy} = 0 \quad (43)$$

hvorav

$$\begin{aligned}
 &(n_1 + n_1') x_1 y_1 + (n_1 + n_1') a y_1 + (n_1 + n_1') b x_1 + (n_1 + n_1') ab + \dots \\
 &+ (n_s + n_s') x_s y_s + (n_s + n_s') a y_s + (n_s + n_s') b x_s + (n_s + n_s') ab + \dots = 0
 \end{aligned}$$

hvilket gir

$$(n_1 + n_1') x_1 y_1 + (n_2 + n_2') x_2 y_2 + \dots + (n_s + n_s') x_s y_s + \dots = (N + N') ab$$

eller, idet vi indsætter for a og b :

$$\frac{(n_1 + n_1') x_1 y_1 + (n_2 + n_2') x_2 y_2 + \dots}{N + N'} \quad (44)$$

$$\frac{[(n_1 + n_1') x_1 + (n_2 + n_2') x_2 + \dots] [(n_1 + n_1') y_1 + (n_2 + n_2') y_2 + \dots]}{(N + N') \cdot (N + N')}$$

För $r = 0$ er altsaa gjennomsnittsværdien for xy lik produktet av gjennomsnittsværdien for x og gjennomsnittsværdien for y , naar vi regner med vegten lik summen av antal observationer for x og antal observationer for tilsvarende y .

Som man ser av ligningerne (41) staar i dette tilfælde regressionslinjerne lodrette paa hinanden og er parallel de to akser. At dette er det eneste tilfælde hvor de to linjer er vinkelrette, ser man meget let.

Et maal for den feil man begaar ved at utjevne punkterne ved en ret linje, finder man ved at ta

$$\sum_i \left(y_i - M_y - \frac{\sum_{xy}}{\sum_x^2} (x_i - M_x) \right)^2 (n_i + n'_i) \cdot \frac{1}{N + N'}$$

og

$$\sum_i \left(x_i - M_x - \frac{\sum_{xy}}{\sum_y^2} (y_i - M_y) \right)^2 (n_i + n'_i) \cdot \frac{1}{N + N'}$$

som betegner kvadratet av punkternes vertikale og horisontale kvadratavvikelse fra henholdsvis linjerne (41 a) og (41 b), regnet med vegten $(n_i + n'_i)$. Utrekner vi dette finder vi respektive

$$\text{og} \quad \left. \begin{array}{l} \sum_y^2 (1 - r^2) \quad \text{a)} \\ \sum_x^2 (1 - r^2) \quad \text{b)} \end{array} \right\} \quad (45)$$

För $r=0$ finder vi altsaa den største feil som utjevningen bevirker, resp.

$$\sum_y^2 \text{ og } \sum_x^2,$$

2. $r=1$. Vi har da

$$\sum_{xy} = \sum_x \sum_y \quad (46)$$

Jeg sætter venstre side i ligning (44) lik S_{xy} og betegner

$$\left. \begin{array}{l} (n_1 + n'_1) x_1^2 + (n_2 + n'_2) x_2^2 + \dots + (n_s + n'_s) x_s^2 + \dots = S_x^2 (N + N') \\ (n_1 + n'_1) y_1^2 + (n_2 + n'_2) y_2^2 + \dots + (n_s + n'_s) y_s^2 + \dots = S_y^2 (N + N') \end{array} \right\} \quad (47)$$

og faar da av (46)

$$S_{xy} \div ab = \sqrt{(S_x^2 - a^2)(S_y^2 - b^2)} \quad (48)$$

Det har dog ikke større interesse at betrakte dette uttryk. Bedre opplysning gir ligningen (45), som viser, at i dette tilfælde blir kvadratsummen av punkternes avvikelse fra de rette linjer lik nul, d.v.s. punkterne ligger paa en ret linje. Regressionslinjerne falder da sammen, hvilket vi

let indser ved at indsætte $\Sigma_{xy} = \Sigma_x \Sigma_y$ i ligningerne (41). Man behøver da ikke utregne efter nogen formel, idet den grafiske fremstilling straks vil vise, at r er lik 1.

I betragtning av regressionslinjernes definition, blir vi likesaalidt nu, som tidligere, istand til at fremstille en normal frekvensflate, naar $r=1$. Heller ikke nu gir r os nogen oplysning om aarsakssammenheng.

Hvis de to rækker er saadan beskafne, at vi ikke kan fremstille en frekvensflate paa nogen av de her nævnte to maater, kan man benytte to fremgangsmaater.

I det første tilfælde kan man soke at faa frem en frekvensflate ved at slaa flere led sammen i gruppen. Tænker man sig nemlig fremstillingen paa tilsvarende maate som de to tidligere tilfælde, saaledes at man avsætter de forskjellige talpar i et retvinklet aksesystem og lar i hvert punkt (x_s, y_s) opreise en perpendikulær paa xy -planet av længden 1; falder flere punkter sammen, lar man de enkelte perpendikulærers længde adderes sammen, saaledes at for p sammenfaldne punkter, blir perpendikulærens længde p . I det første tilfælde forutsatte jeg, at disse endepunkter tilnærmet laa paa

T a b e l 3.

Middelhoide i 20 utskrivningsdistrikter 1907 og 1910 (Norge).

Utskrivningsdistrikt	Middelhoide (i cm.)	
	1907	1910
1ste (Smaalenes bataljon).....	170.36	170.85
2det (Hedemarkens ..).....	170.29	170.79
3dje (Osterdalens —).....	171.01	170.74
4de (Gudbrandsdalens —).....	171.10	172.29
5te (Valders —).....	170.57	170.56
6te (Hallingdals —).....	171.11	171.45
7de (Kristiania —).....	169.62	170.87
8de (Numedals —).....	171.52	171.28
9de (Telemarkens —).....	170.52	170.72
10de (Nedenes —).....	171.53	169.94
11te (Stavanger —).....	170.95	170.88
12te (Kristiansands —).....	170.65	170.35
13de (Hardanger ..).....	171.25	170.91
14de (Bergens ..).....	170.32	170.45
15de (Sogns —).....	170.53	171.35
16de (Fjordenes —).....	171.02	171.28
17de (Søndmøre —).....	171.86	171.67
18de (Nordmøre —).....	171.63	172.37
19de (Trondhjems ..).....	171.93	172.85
20de (Indherreds —).....	172.30	171.85
Sum 1. til 20. utskrivningsdistrikt	171.00	171.17

(Samme vekt for alle 20 distrikter).

(Norges offisielle statistik. Række 5. Nr. 57 og 154).

en normal frekvensflate. Nu skal altsaa dette ikke finde sted og jeg forsøker da, ved at gjøre maaleenheten inden de to rækker større at faa fremstillet en normal frekvenskurve. Fremgangsmaaten vises kanske bedst ved følgende eksempel: I tabel 3 har jeg angit den gjennomsnitlige legems-
hoide i 20 utskrivningsdistrikter 1907 og 1910, og paa fig. 5 har jeg tegnet de forskjellige punkter svarende til denne tabel.

Hvis jeg nu istedenfor at regne med maaleenheten 1,100 cm. slaar materialet sammen i grupper med maaleenhet 1 cm., finder jeg følgende tabel 4.

Som man ser, viser den en skjev fordeling, men dette kan skyldes materialets lille omfang. (Jeg bortser da fra spørsmålet om det overhodet kan tænkes, at man ved en forøkelse av iagttagelser kan faa en normal fordeling). Eksemplet er kun valgt for at illustrere fremgangsmaaten. Grafisk har jeg fremstillet tabellen i fig. 6, idet jeg regner 170 cm. som gjennomsnittet for observationer mellem 169,50 og 170,49 cm., o.s.v. og med et tal ved siden av punktet betegner perpendikulærens længde.

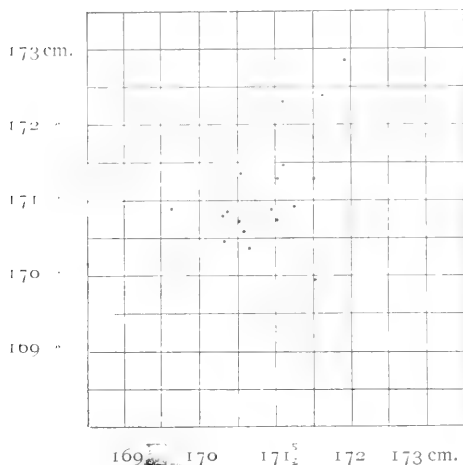


Fig. 5.

Som man ser kan man ikke saa godt ved denne figur lægge ellipser gjennom punkter med samme tal.

Betragter man nu tabel 4 som en korrelasjonstabel og antar at fordelingen svarer nogenlunde til den normale (og at utviklelsene alene skyldes tilfældige feil), kan man utregne korrelationskoefficienten paa fuldstændig samme maate som før. (F. eks. ved ligning (33)). Man finder da $m_x = 171.10$, $m_y = 171.15$, $\sigma_{xy} = 0.42$, $\sigma_x^2 = 1.13$ og $\sigma_y^2 = 0.6925$, hvorav følger $r = 0.47$.

Tabel 4.

Utskrivningsdistrikter fordelt efter den gjennomsnitlige legems-
hoide 1907 og 1910. (Norge).

		1910				Sum
		169,50—	170,50—	171,50	172,50—	
1907		170,49	171,49	172,49	173,49	
169,50—	170,49	1	3	—	—	4
170,50—	171,49	1	8	1	—	10
171,50—	172,49	1	1	3	1	6
172,50—	173,49	—	—	—	—	—
Sum		3	12	4	1	20

Mot denne metode kan der gjøres mange indvendinger. For det første er det meget vanskelig at angi hvormeget man skal utvide klassevidden. Hadde jeg saaledes istedetfor en klassevidde paa 1 cm. anvendt ¹ 10 cm. vilde jeg ikke faa nogen sammenfaldne punkter; vanskeligheden blir her at angi nogen almindelig regel for klasseutvidelsen. Derved kommer der en viss vilkaarlighed over metoden. Dernæst maa man være klar over, at man, ved saaledes at utvide klassevidden, kan komme til at utviske detaljer som kan ha sin betydning og man maa derfor foreta forandringen med den største forsigtighet.

Den næste fremgangsmaate bygger direkte paa den grafiske fremstilling av punkterne i planet. Ligger disse tilnærmet paa en ret linje, utjevner man ved linjen

$$y - b = k(x - a) \quad (49)$$

efter de mindste kvadraters metode, saaledes at

$$\sum [y_i - b - k(x_i - a)]^2 = \text{minimum}$$

Man finder

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = m_x \\ b &= \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = m_y \\ k &= \frac{(x_1 - a)(y_1 - b) + (x_2 - a)(y_2 - b) + \dots + (x_n - a)(y_n - b)}{(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \dots + (x_n - a)^2} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

hvor n betegner antallet av led i hver av de to rækker. Vi faar altsaa en formel svarende fuldstændig til (28), (29) og (30).

Utjevner man dernæst paa tilsvarende maate ved hjælp av linjen

$$x - a = k_1(y - b)$$

finder man atter

$$\left. \begin{aligned} a &= m_x \\ b &= m_y \quad \text{og} \\ k_1 &= \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

Opfatter man nu disse to linjer som regressionslinjer, finder man ved hjælp av ligningen.

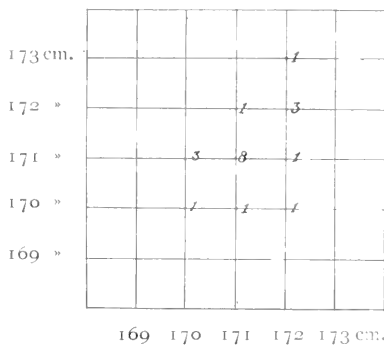


Fig. 6.

korrelationskoefficienten

$$r = \sqrt{k/k_1}$$

$$r = \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_{xy}} \quad (52)$$

altsaa fuldstændig svarende til formel (33). Det er altsaa ikke nogen forskjel i formelen for r enten materialet fremstiller en normal frekvensflade eller ikke, men dette skyldes sikkerlig den betragtning at de to rette linjer i begge tilfælde antas at fremstille regressionslinjer. Mens man — i det tilfælde man har en normal frekvensflade — utregner korrelationskoefficienten, kan man ogsaa betegne den som „GALTON'S funktion“, men i det andet tilfælde er det ikke den af GALTON indførte korrelationskoefficient.

[Ogsaa ved utregning af korrelationskoefficienten ved formel (52) for de to rækker tabel 2, finder man en værdi omkring 0.5, idet $m_x=171.10$, $m_y=171.17$, $\sigma_{xy}=0.29934$, $\sigma_x^2=0.41848$, $\sigma_y^2=0.51579$, hvilket gir $r=0.56$].

Vi finder i det tilfælde, at vi har to statistiske rækker, de to „regressionslinjers“ ligninger

$$y - m_y = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x)$$

og

$$x - m_x = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - m_y).$$

Det man i virkeligheden har foretaget kan forklares paa følgende maate:¹

Man har to rækker

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

$$y_1, y_2, \dots, y_n$$

hvor x_i og y_i er avvikelserne fra corresponderende observationer fra sine aritmetiske gennemsnit. σ_x og σ_y er kvadratavvikelsen i rækkerne og vi

har da utregnet korrelationskoefficienten $r = \frac{\sum_i x_i y_i}{n \sigma_x \sigma_y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$. Nu kan man

paa uendelig mange maater bestemme en funktion $y=F(x)$, som naar x antar værdierne x_1, x_2, \dots, x_n gir for y respektive y_1, y_2, \dots, y_n . Dette funktionsudtryk kan dog — og vil vel oftest — indeholde mange konstanter. Det kan f. eks. være en hel funktion i $(n-1)$ ste grad i x . Et enkelt talmæssig udtryk finder man ikke ialmindelighed paa den maate. Man søger da at angi sammenhængen ved en ligning af 1ste grad, der jo kun indeholder to konstanter. (I den grafiske fremstilling vil jo dette si, at man utjevner de fundne punkter ved en ret linje. Man finder da netop linjen

¹ A. GULDBERG: „On the Correlation of Successive Observations“. Skandinavisk Aktuarietidskrift 1921, p. 147.

$$y=kx$$

$$\text{hvor } k=r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \quad r=\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad \sigma_x^2 = \frac{\sum_i x_i^2}{n}, \quad \sigma_y^2 = \frac{\sum_i y_i^2}{n}, \quad \sigma_{xy} = \frac{\sum_i x_i y_i}{n}$$

Det har selvfølgelig ingen forbindelse med det av GALTON behandlede korrelationsproblem.¹ Fremgangsmaaten kan alene benyttes, hvor man kan anta, at avvikelserne fra den rette linje er saa smaa, at man er berettiget til at forutsætte at de skyldes tilfældige feil. Ellers vil jo en utjevning ved en ret linje utviske karakteristiske træk ved det behandlede materiale. Saaledes finder RIETZ trigonometriske funktioner, hvor korrelationskoefficienten blir nul, tiltrods for at der er en funktionssammenheng mellem leddene i de to rækker x og y .² Paa den anden side kan der vise sig ganske god overensstemmelse mellem rækkerne tiltrods for, at der ikke er avhengighet tilstede. For de i tabel 2 opstillede rækker, finder jeg $r=0.8$ tiltrods for, at man ikke kan anta, der er nogen aarsakssammenheng tilstede mellem de to observationsrækker. Likeledes oppstiller professor WESTERGAARD efter den finske statistikk følgende tabel:³

T a b e l 5.

Eksport, selvmord, skilsmisser og dræpte ræv 1894 - 1914. (Finland).

Aar	Eksport (Millioner mark)	Selvmord	Skilsmisser	Antallet av ræv, dræpt
1894—1898.....	7,865	604	535	25,784
1899—1903.....	9,858	718	583	18,067
1904—1908.....	12,570	922	722	14,892
1909—1913.....	16,115	1,472	1,184	10,341

Det er her en ganske god overensstemmelse mellem de forskjellige rækker, men det er litet sandsynlig, at der er nogen fælles aarsaker som bevirker dette.

Man maa derfor ved en korrelationsundersøkelse altid med største forsigtighet utvælge det materiale, man skal anvende til sammenligning. Det er saaledes liten grund til at sammenligne skilsmisser og antallet av dræpte ræv. Det vil selvfølgelig ogsaa være saa, at man bare undersöker korrelationen i de tilfælde hvor det er sandsynlig, at det er en sammenheng tilstede. Dernæst vil man ofte kunne sammenligne det givne materiales data ved en enklere metode end beregning av korrelationskoefficienten. Professor WESTERGAARD bringer i „Scope and Methods of Statistics“ en række fremgangsmaater i forslag, som sikkert vil gi den fornødne oplysning langt raskere end en korrelationsberegning.

¹ A. GULDBERG l. c. p. 148. E. BLASCHKE: Zur Neuordnung der mathematischen Statistik. Skandinavisk Aktuarietidskrift 1921, p. 129.

² H. L. RIETZ: On functional Relations for which the Coefficient of Correlations is Zero, American Statistical Association. Quarterly. Vol. XVI 1919, p. 472.

³ Journ. of the Roy. Stat. Soc. Vol. LXXXI 1918, p. 510.

Trykt 10. august 1922.

DIE VERWANDTSCHAFTSVERHÄLTNISSE DER ELEMENTE IM LICHT MODERNER ATOMTHEORIE

VON
L. VEGARD

MIT 7 FIGUREN IM TEXT

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT. NATURV. KLASSE. 1922. No. 8)

UTGIT FOR FRIDTJOF NANSENS FOND

KRISTIANIA
IN KOMMISSION BEI JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i den mat.-naturv. klasses møte den 3. mars 1922.

Die Isolierung der chemischen Elemente, welche am Ende des 18. und am Anfang des 19. Jahrhunderts hauptsächlich ausgeführt wurde, gab Material zur Anstellung eines Vergleichs zwischen den Eigenschaften der Elemente. Man wurde dann sogleich auf gewisse Gesetzmäßigkeiten aufmerksam, und diese erhielten um das Jahr 1870 ihren klarsten Ausdruck in dem sogenannten periodischen Gesetz, daß von einer Reihe Forscher wie De Chancourtois und Newlands vorbereitet, jedoch von Mendeléeff und Lothar Meyer zu größerer Klarheit gebracht wurde. Dieses Gesetz ist ja wohl bekannt, ich muß aber wegen des folgenden auf gewisse Hauptzüge desselben hinweisen.

In der von Mendeléeff und Lothar Meyer erhaltenen Form drückt das Gesetz aus, daß die Eigenschaften der Elemente periodische Funktionen der Atomgewichte sind. Falls man die Elemente nach steigenden Atomgewichten ordnet, so würde irgendeine Eigenschaft (Atomvolumen, elektrische Leitfähigkeit, Affinitätsverhältnisse), je nachdem wir in der Reihe hinaufgehen, sich periodisch ändern. Wir können z. B. das Atomvolumen, dessen Variationen mit dem Atomgewicht durch die bekannte Atomvolumkurve vertreten sind, betrachten.

Hier erhält die Kurve für eine Reihe Elemente wie Li, Na, K, Rb, Cs ausgeprägte Maxima. Diese zeigen auch rücksichtlich anderer physikalischer oder chemischer Eigenschaften große Ähnlichkeitspunkte und bilden eine Familie, die Alkalimetalle. In ähnlicher Weise werden alle Elemente, die in der Atomvolumkurve gerade nach den Maximen auftreten, nämlich Be, Mg, Ca, Sr, Ba, eine andere Familie aus chemisch und physikalisch verwandten Elementen bilden.

Wie man ersieht, sind die Perioden nicht von derselben Länge, sondern sind dazu geneigt, mit steigendem Atomgewicht zu wachsen.

Die Grenze zwischen zwei aufeinander folgenden Perioden wird von den Edelgasen He, Ne, Ar, Kr, Xe und RaEm (Niton) gebildet:

1.	Periode die Elemente bis zu H	nur 2 Elemente, nämli. H und He
2.	— » — von He bis auf Ne	8 — (Li-FI)
3.	— » — » Ne » » Ar	8 — (Na-Cl)
4.	— » — » Ar » » Kr	18 — (K-FeCoNi-Br)
5.	— » — » Kr » » Xe	18 — (Rb-RuRhPd-I)
6.	— » — » X » » Niton	32 — (Cs-seltene Erden).

Wir sehen, daß die Perioden 2 und 3 in derselben Weise, jede mit 8 Atomen, verlaufen, Nr. 4 und 5 sind auch ähnlich. Hier sind aber in jeder Periode 18 Atome. Wir erhalten hier eine Reihe Substanzen eingeschoben, mit der Gruppe Fe, Co-Nr bzw. Ru, Rh und Pd als mittleren Glieder.

In der 6ten Gruppe erhalten wir eine große Anzahl eigentümlicher Elemente, die sogenannten seltenen Erden, eingeschoben, und außerdem noch die Gruppe OsPtIr, die den Fe- und Ru-Gruppen entsprechen.

Während verwandte Elemente gewöhnlicherweise verschiedenen Perioden angehören (z. B. die Alkalimetalle oder die Halogene), so begegnet uns bei den Elementen Fe, Ru und Os sowie als bei den seltenen Erden die Eigentümlichkeit, daß *in der Elementenreihe nahe verwandte Elemente aufeinander folgen*.

Unter anderen charakteristischen Verhältnissen sollen wir erwähnen, daß die unmittelbar auf ein Edelgas folgenden Elemente (die Alkalimetalle) dem Sauerstoff gegenüber einwertig und stark elektropositiv sind. In den zwei ersten Perioden wächst die Sauerstoffvalenz von 1—7, wenn wir in der Reihe von Li-FI oder Na-Cl gehen. Die höchste Sauerstoffvalenz wird für die Halogene gefunden, welche den stark *elektropositiven* Substanzen gegenüber stark elektronegativ sind, mit der Valenz 1.

Die Elemente sind dazu geneigt, mit 2 Valenzen aufzutreten (eine elektropositive und eine elektronegative), deren Summe 8 ist.

Kommen wir zu den langen Gruppen, so sehen wir, daß sie mit elektropositiven, einwertigen Metallen immer anfangen und mit elektronegativen Halogenen enden. In der Mitte der Perioden aber treten Gruppen von Stoffen auf, wo die Valenz nicht regelmäßig steigt, sondern beinahe konstant gehalten wird, wie bei den seltenen Erden, oder zum Teil ein wenig unbestimmt, indem dieselbe Substanz mit mehreren Valenzen, wie z. B. bei Fe und Cu, auftritt.

Wir können hier rücksichtlich der empirisch gefundenen Gesetzmäßigkeiten, die bei den Elementen auftreten, nicht weiter gehen. Wir wenden uns aber zu der Frage, wie man diese strenge Gesetzmäßigkeit, welche die Elemente beherrschen, erklären kann.

Ein Element besteht ja, nach Dalton, aus Atomen. Die erwähnten Gesetzmäßigkeiten der Elemente zeigen, daß die Atome zusammengesetzte Systeme sein müssen, was auch die neuere Forschung durchaus bestätigt hat.

Was die Konstitution des Atoms betrifft, können wir es jetzt als festgestellt ansehen, daß das Rutherfordsche Atommodell richtig ist. Nach Rutherford besteht das Atom aus einem inneren positiven Kern mit einem Radius, der im Verhältnis zum »Querschnitt des Atoms« ungeheuer klein ist, und an welchen der größte Teil der Masse des Atoms geknüpft ist. Seine freie elektrische Ladung ist $+Ne$, wo e das elektrische Elementarquantum bedeutet, N ist eine ganze Zahl, welche gleichzeitig die Anzahl Elektronen, die den Kern des normalen Atoms umkreisen, repräsentiert.

Die Größe N wird die Atomnummer genannt.

Diese Atomnummer ist für die Wirkung des Systems nach außen maßgebend und sie bestimmt also die chemischen und meisten physikalischen Eigenschaften.

Wir müssen nämlich annehmen, daß wenn ein Kern mit gegebener positiver Ladung $+Ne$ von N -Elektronen umgeben vorliegt, so werden sich diese Elektronen in einer bestimmten Weise ordnen und dadurch wird die Konstitution des Elektronensystems bestimmt, und es wird dieses äußere Elektronensystem, welches die Eigenschaften des Elements charakterisiert.

Anstatt, wie es ursprünglich getan wurde, die Eigenschaften des Elements als eine Funktion des Atomgewichts zu betrachten, müssen wir richtiger annehmen, daß sie Funktionen der Atomnummer sind.

Wie wird aber die Atomnummer des Elements bestimmt?

Dies wird nach der folgenden, sehr einfachen Regel, welche sich auf eine Reihe experimenteller Tatsachen stützt, geschehen können.

Wir ordnen die Elemente nacheinander in Reihe nach dem bekannten Schema des periodischen Systems. Nur ein paar Fälle ausgenommen wird dies heißen, daß man sie nach steigenden Atomgewichten ordnet, indem man mit Wasserstoff anfängt.

Wir numerieren die Elemente vom Wasserstoff ab mit den ganzen Zahlen (1, 2, 3 . . .), indem wir darauf achten, daß auch leeren Plätzen im periodischen System eine Nummer gegeben wird. Diese Zahl, die die Nummer des Elements in der Reihe angibt, ist die Atomnummer.

Es hat sich gezeigt, daß Atome verschiedener Kernmasse und Kernbau dieselbe Kernladung haben können. Solche Elemente nennt man Isotope und sie besitzen also identische chemische Eigenschaften und daher denselben Platz im periodischen System. Es wird auch eintreffen können, daß Stoffe, die innerhalb der Genauigkeitsgrenze unserer Messungen identische

Atomgewichte haben, verschiedene Kernladung haben können und also verschiedenen Elementen angehören.

Die fundamentale Größe, mit welcher wir bei der Erklärung der Verwandtschaftsverhältnisse der Elemente zu operieren haben, wird also nicht das Atomgewicht, welches nur für die Konstitution des Kerns einen Ausdruck gibt, sondern die Atomnummer, oder mit anderen Worten die Anzahl Elektronen um den Kern.

Mit der Bestimmung der Atomnummer können wir sagen, daß wir die Bestandteile des Systems, das wir zu betrachten haben, kennen. Betrachten wir z. B. einen Stoff wie Ca, so hat dieser die Atomnummer 20 und besteht also aus einem positiven Kern mit der Ladung $20 e$, und ist von 20 Elektronen umgeben.

Es ist jetzt ohne weiteres klar, daß die Eigenschaften der Elemente, und damit ihre gegenseitige Verwandtschaft, durch die Weise bestimmt sind, in welcher die Elektronen sich um den Kern bewegen, und von der Weise, in welcher ihre Bahnen angeordnet sind, kurz gesagt aus der Dynamik des äußeren Elektronensystems. Dagegen ist die Konstitution des Kerns und die Bewegung der Kernelektronen für dieses Problem von untergeordneter Bedeutung.

Der Gedanke, daß die Eigenschaften der Elemente und die periodischen Variationen derselben von den Elektronensystemen des Atoms bestimmt sein sollten, ist schon alt und kommt schon in dem bekannten Atommodell von J. J. Thomson zum Ausdruck, welches er vor etwa 25 Jahren in Vorschlag gebracht hat. Obgleich es sich gezeigt hat, daß dieses Modell fehlerhaft war, so hat jedoch die Arbeit Thomsons in hohem Grade eine befruchtende Wirkung auf die Atomforschung gehabt, und viele seiner Gedanken haben bleibenden Wert.

Thomson konnte für die Elektronen stabile Konfigurationen angeben, und zwar nur durch Anwendung der altbekannten Gesetze für die elektrostatische Anziehung. Dies geht aber für das Rutherfordsche Modell nicht mehr.

Nur mit Hilfe der Gesetze für die elektrische und magnetische Kraftwirkung, wie diese in der klassischen Elektronentheorie festgelegt sind, wird man von einer Menge Elektronen, die um einen positiven Kern kreisen, ein solches stabiles System, wie es für ein Atom erforderlich ist, nicht bauen können.

Eine Möglichkeit für die Lösung dieser Schwierigkeit wurde von Nicholson und namentlich von Bohr durch die Einführung des Planckschen Wirkungsquantums h als bestimmender Faktor für die Dynamik der Elektronensysteme gegeben. Gleichzeitig gab Bohr einen neuen Gesichtspunkt

für das Verständnis der Emission und Absorption von Licht- und Röntgenstrahlen durch die Aufstellung des bekannten Frequenzgesetzes.

Schon in den ersten Arbeiten konnte Bohr zeigen, daß man durch Anwendung dieses Gesichtspunkts für das einfachste aller Atome, nämlich den Wasserstoff, die Wellenlängen für die Spektralserien dieses Elements theoretisch herleiten konnte.

Ebenso konnte er eine der Seriengruppen für Helium herleiten. Aber schon für Helium, welches 2 Elektronen hat, begegnet man recht großen Schwierigkeiten, und erst in der letzten Zeit scheint es dem Herrn Landé gelungen zu sein, die Elektronenbahnen für das normale Heliumatom in einer Weise zu bestimmen, welche eine Erklärung der Heliumserien gestattet.

Für Elemente mit höherer Atomnummer wuchsen die Schwierigkeiten einer direkten dynamischen Berechnung ungeheuer, aber auch hier gaben die Bohrschen Vorstellungen für die Emission und Absorption des Lichts bedeutende Winke für die Deutung der Spektren.

Wegen des folgenden soll ich gewisse Hauptzüge der Bohrschen Theorie für den Wasserstoff angeben.

Ein Elektron, das sich um einen positiven Kern bewegt, und mit einer Kraft, die mit dem Abstand umgekehrt proportional ist, angezogen wird, muß sich ja in einer Ellipse mit dem Kern im Brennpunkte bewegen. Von solchen Ellipsen aber hat man ja eine Unendlichkeit, und soll ein derartiges System ein so wohl definiertes, stabiles System wie ein Atom bilden, so muß ein bestimmender Faktor hinzutreten.

Da man von der Planckschen Theorie für die schwarze Strahlung und der Einsteinschen Theorie für den lichtelektrischen Effekt wußte, daß das Plancksche Strahlungsquantum in den Strahlungsprozessen sowie als in dem Energieumsatz des Atoms eine große Rolle spielte, war es ein ganz natürlicher Gedanke, das Plancksche Wirkungsquantum zur Fixierung der Elektronenbahnen heranzuziehen.

Bohr betrachtete zuerst nur den einfachen Fall von kreisförmigen Bahnen und er nahm an, daß unter allen Zirkelbahnen, die man mit dem Kern als Zentrum konstruieren könnte, nur diejenigen, die die folgende Bedingung befriedigen, möglich seien:

$$m \omega a^2 = \tau \frac{h}{2\pi}$$

m ist die Masse und ω die Winkelgeschwindigkeit des Elektrons, a der Radius der Bahn, h der Plancksche Konstant und τ eine ganze Zahl, die sogenannte Quantenzahl. Dadurch, daß man annahm, daß gleichzeitig das Coulombsche Gesetz für die elektrostatische Kraftwirkung Geltung hatte, konnte man jetzt die möglichen Zirkelbahnen fixieren.

Mit Hilfe der Quantenbedingung greifen wir von sämtlichen Kreisen eine bestimmte Menge heraus, in welcher sich das Elektron bewegen kann ohne Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung abzugeben. Diese ausgewählten Bahnen werden Stabilitätsbahnen genannt.

Durch eine einfache Rechnung kann man den Radius, die Geschwindigkeit v und die Energie W für jede Bahn bestimmen:

$$a = \frac{h^2}{4 \pi^2 m e^2} \tau^2$$

$$v = a \omega = \frac{2 \pi e^2}{h} \frac{1}{\tau}$$

$$W = \frac{2 \pi^2 m e^4}{h^2} \frac{1}{\tau^2}$$

Wir sehen, daß der Radius mit τ^2 proportional wächst, und daß W oder die Energie, welche erforderlich ist um das Elektron von seinem Stabilitätszirkel bis zu einer unendlichen Entfernung zu bringen, mit τ^2 proportional abnimmt.

Nach Bohr kommt die Emission einer Spektrallinie dadurch zustande, daß das Elektron, nachdem es zuerst in einen der äußeren Ringe ausgestoßen worden ist, nach einem der innerhalb liegenden zurückspringt.

Es muß dann vom System eine gewisse Energie entnommen werden, welche der Differenz zwischen der Energie des Systems in den zwei Zuständen entspricht, und diese Energie strahlt in der Form eines einzelnen Energiequantums aus, oder in mathematischer Formulierung:

$$(1) \quad h \nu = E_2 - E_1$$

wo ν die Frequenz der Strahlung, E_2 und E_1 die totale Energie des Anfangs- und Endzustands sind. Dies ist das bekannte Bohrsche Frequenzgesetz. — Dies auf den Wasserstoff angewandt, gibt:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu = \frac{2 \pi^2 m e^4}{h^3} \left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau_2^2} \right) \\ \nu = R \left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau_2^2} \right) = 3,29 \cdot 10^{15} \left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau_2^2} \right) \end{array} \right.$$

τ_1 bezieht sich auf die Endbahn

τ_2 — » » » Anfangsbahn.

R ist der sogenannte Rydbergsche Konstante.

Diese Formel, die mit der empirisch gefundenen Balmer'schen Formel identisch ist, gibt mit großer Genauigkeit die Serienspektren des Wasserstoffs wieder.

Die Bohrsche Berechnung war ursprünglich auf kreisförmige Bahnen beschränkt, man sollte aber in der Tat erwarten, daß es auch elliptische Bahnen gäbe. Die Frage wird jetzt, ob man ein Auswahlprinzip so aufstellen kann, daß man aus sämtlichen Ellipsenbahnen, die laut der klassischen Theorie möglich sind, eine Reihe elliptischer Stabilitätsbahnen herausgreifen kann, indem man sie durch gewisse Quantenbedingungen fixiert.

Dieses Problem ist von Sommerfeld gelöst worden. Er stellte allgemeinere Quantenbedingungen auf und zeigte u. a., daß die Serienlinien des Wasserstoffs auch durch Übergänge zwischen elliptischen Bahnen entstehen können.

Indem er darauf Rücksicht nahm, daß die Masse des Elektrons mit der Geschwindigkeit wächst, konnte er den Umstand erklären, daß die Spektrallinien als Dubletten, Tribletten usw. auftreten.

Man bekommt in diesem Falle nicht mehr eine strenge Keplerbewegung, sondern die Bahn kann als eine Ellipse mit rotierender Achse aufgefaßt werden.

Da es für das folgende Bedeutung hat, wollen wir seine Resultate etwas näher betrachten. Was uns hauptsächlich interessiert ist der Ausdruck für die Energie. Er fand:

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} W = \frac{2\pi^2 m e^4 N^2}{h^2 (\tau + \tau')^2} \left\{ 1 + \frac{4\pi^2 c^4 N^2}{h^2 c^2 (\tau + \tau')^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{\tau'}{\tau} \right) \right\} \\ a = a_0 \frac{(\tau + \tau')^2}{N}, \quad b = a_0 \frac{\tau(\tau + \tau')}{N} \end{array} \right.$$

a ist der Radius der Bahn des Elektrons wenn sich das Wasserstoffatom im Normalzustande befindet.

τ und τ' sind zwei ganze Quantenzahlen.

Eine Ellipsenbahn ist in Größe und Form durch zwei Parameter bestimmt und daher muß man zwei Quantenzahlen τ und τ' haben, um die Bahn zu fixieren.

Das letzte Glied in Parenthese rührt von der Variation der Masse mit der Geschwindigkeit her und ist ein kleines Korrektionsglied. Die Energie ist, wie wir sehen, durch die Summe $\tau + \tau'$ der zwei Quantenzahlen hauptsächlich bestimmt, und von der Massenkorrektion weggesehen, werden alle Bahnen, für welche $\tau + \tau'$ denselben Wert hat, dieselbe Energie besitzen, und rekombiniert das Elektron von Bahnen, für welche

$\tau + \tau' = \tau_2$, zu Bahnen, für welche $\tau + \tau' = \tau_1$, so würden (von der Massenkorrektur wegesehen) elliptische und zirkulare Bahnen identische, durch Gleichung (2) festgelegte Frequenzen geben. Die Entstehung der Spektrallinien durch Sprünge zwischen Kreisen ist nur eine der vielen Möglichkeiten für die Bildung der Linien.

Nimmt man die Massenkorrektur in Betracht, wird die Frequenz nicht nur von der Quantensumme $\tau + \tau'$, sondern auch von τ und τ' für sich abhängig sein. Wir ersehen auch, daß Ellipsen mit derselben großen Achse dieselbe Energie besitzen und daß diese eine Gruppe bilden.

Nehmen wir nun die Massenvariation mit in Betracht, so können wir sagen, daß die Frequenz nicht nur von der großen Achse der Ellipsen in den Anfangs- und Endbahnen abhängt, sondern auch von der kleinen Halbachse oder der Exzentrizität.

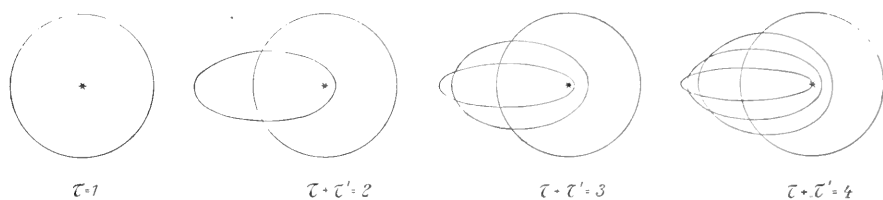


Fig. 1.

Sommerfeld zeigt nun, daß die Anzahl der Ellipsen, die dieselbe große Halbachse haben, und also derselben Gruppe angehören, mit wachsendem Wert der Quantensumme $\tau + \tau'$ steigen, und die Anzahl ist dieser Quantensumme gleich, also:

Ist $\tau + \tau' = 1$ hat man nur eine kreisförmige Bahn
 » $\tau + \tau' = 2$ » » 2 Bahnentypen
 » $\tau + \tau' = 3$ » » 3 —

Die Bahnen der einzelnen Gruppen sind in der Figur 1 nach der Arbeit Sommerfelds wiedergegeben.

Unter diesen Bahnen spielt die innerste, einquantige Zirkularbahn eine besondere Rolle, indem sie diejenige Bahn des Elektrons ist, welche dem normalen Zustand des Atoms entspricht. Daß dies für Wasserstoff so ist, hat man u. a. durch Vergleich zwischen der berechneten und der gemessenen Ionisationsspannung festgestellt.

Durch die Annahme, daß in den Atomen die Elektronen überhaupt nach Bahnen mit Quantenzahl 1 hineinsuchen, konnte Bohr eine Art Erklärung für die Stabilität des normalen Atoms geben, indem durch die Herstellung von Bahnen der möglichst kleinen Quantenzahlen auch das Atom

diejenige mit den Quantbedingungen verträgliche möglichst geringe Energie und die größte Stabilität besitzen würde.

Bohr nahm daher an, daß man ganz einfach davon ausgehen dürfe, daß sich die Elektronen der Atome, wenn sich diese in einem normalen Zustand befanden, in *einquantigen* Bahnen bewegten.

Die mehrquantigen Bahnen waren nur als eine Art hypothetische Stadien während des Lichtemissionsprozesses angenommen, und bezeichneten nur gewisse, abnorme, un stabile Zustände des Atoms.

Obleich die Bohrschen Vorstellungen über die Absorption und Emission des Lichts für die Aufklärung der Spektre auch für Elemente mit höherer Atomnummer wichtige Mittel gaben, so kann man jedoch nicht sagen, daß man zuerst hierdurch eine bestimmte Einsicht über die Konstitution (Dynamik) der äußeren Elektronensysteme erreichte, und die vielen interessanten Deutungen der Serienspektren mit Hilfe des Bohrschen Frequenzgesetzes, sowie als die Sommerfeldsche Theorie für die Dubletten, waren auf Analogien mit dem Wasserstoffspektrum sowie als auf die empirischen Relationen, die in dem sogenannten Kombinationsprinzip niedergelegt worden sind, gebaut, *und wurden diese Deutungen entwickelt, ohne daß man bestimmte Voraussetzungen rücksichtlich der Konstitution des normalen Atoms machte.*

Von besonderem Interesse sind in dieser Verbindung die Untersuchungen Kossels. Er versuchte, die chemischen Eigenschaften der Elemente mit der Anzahl von Oberflächenelektronen der Atome in Verbindung zu setzen, und er gab eine interessante Erklärung der Valenzzahl durch die Annahme, daß die Atome dazu geneigt waren, sich mit einem Elektronenring von 8 Elektronen zu umgeben, und meinte er, daß dies die Anzahl Elektronen sei, welche das Oberflächensystem der Edelgase besäße.

Dies war im wesentlichen die Sachlage als ich im Jahre 1917 anfang, mit dem Problem der Konstitution der Elektronensysteme und ihre Verbindung mit der gegenseitigen Verwandtschaft der Elemente zu arbeiten. Es war besonders durch das Studium der Röntgenspektre, daß ich zu dem Ergebnisse betreffs des Baues der Elektronensysteme und der Verwandtschaftsverhältnisse der Elemente gebracht wurde¹.

¹ L. Vegard: I. Über die Erkl. der Röntgenspektren. Verk. d. D. phys. Ges. 1917, p. 328.
II. Der Atombau auf Grundlage der Röntgenspektren. Ebenda 1917, p. 344.
III. The X-Ray spektra and the constitution of the Atom. Phil. Mag. 35, 293. 1918.
IV. On the X-Ray spektra and the constitution of the Atom Phil. Mag. 37, 237. 1919.
V. Die Erklärung der Röntgenspektren und die Konstitution der Atome. Ph. Z. 20 p. 97 und 121. 1919.
VI. Die Verbreit. von Spektrallinien im Röntgengeb. Ph. Z. 21 p. 6. 1920.

Wie es von Moseley gezeigt ist, wiesen die Röntgenspektren für die verschiedenen Elemente große gegenseitige Ähnlichkeit auf. Jedes Element zeigt mehrere getrennte Gruppen von Spektren, die je nach der Größe ihrer Wellenlänge als die *K-L-M-N*-Strahlung bezeichnet werden.

Vergleicht man z. B. die *K*-Strahlung für verschiedene Elemente, so zeigt jedes Element dasselbe typische Spektrum, hauptsächlich aus zwei Doppellinien K_α und K_β bestehend. Nur die Frequenz variiert und dieses geschieht in einer sehr gesetzmäßigen Weise, wenn wir von Element zu Element gehen.

Nehmen wir in einer dieser Serien eine bestimmte Linie heraus, so wird $\sqrt{\nu}$ annähernd linear mit der Atomnummer wachsen.

Moseley, und später Debye, hatten versucht, genaue Formeln für die erste Linie der *K*-Serie (K_α) abzuleiten, indem sie auf das Bohrsche Frequenzgesetz bauten, und indem sie annahmen, daß K_α durch Rekombination des ausgeschossenen Elektrons zu einer innersten, einquantigen Bahn hervorgebracht wurde.

Die Theorie war darauf gebaut, daß man den innersten Ring behandeln dürfte als ob die außerhalb liegenden Elektronen nicht anwesend wären. Zufälligerweise bekommt man unter dieser Voraussetzung für K_α ein einigermaßen richtiges Resultat, aber sobald man in dieser Weise versuchen wollte die Frequenz für K_β zu berechnen, konnte man nicht weiterkommen.

Es gelang mir hier den Weg anzugeben, der zu einer allgemeinen Theorie für die Röntgenspektren weiterführt, eine Theorie, die auf bestimmte Vorstellungen betreffs der Elektronensysteme des normalen Atoms baut. Ich kann hier über die Theorie der Röntgenspektren nicht in Einzelheiten gehen, ich werde nur einige Voraussetzungen und Konsequenzen erwähnen, die in dieser Verbindung Bedeutung haben.

Die wesentliche Grundlage der Theorie besteht darin, daß ich die Bohrsche Annahme aufgegeben habe, daß die Elektronen des normalen Atoms sich in einquantigen Bahnen bewegten.

Ich nahm m. a. W. an, daß sich *auch die Elektronen des normalen Atoms in Bahnen mit höherer Quantenzahl bewegen könnten.*

Wie Bohr bei der Herleitung der Theorie des Wasserstoffspektrums, der größeren Einfachheit halber, kreisförmige Bahnen angenommen hatte, so habe ich auch diese Annahme für meine zahlenmäßigen Ausrechnungen benutzt. Es zeigte sich, daß schon bei dieser vereinfachten Annahme die Frequenzen der Röntgenspektrallinien mit einer so großen Genauigkeit berechnet werden konnten, daß es keinem Zweifel unterlag, daß ich mich auf dem rechten Wege befand.

Die Berechnungen, welche unter dieser vereinfachten Voraussetzung gemacht wurden, führten zum folgenden Resultat:

Die *K*-Serie war an einen innersten Ring von 3 Elektronen geknüpft.
 » *L*- » » » » nächst — » » 7 — —
 » *M*- » könnte an einen » » 12 — geknüpft an-
 genommen werden.

Indessen gab die Annahme von nur kreisförmigen Bahnen nicht alle Linien des Spektrums. Schon Sommerfeld hatte eine Reihe von Linien der Röntgenspektren als Dubletten gedeutet und müßten diese von der Existenz elliptischer Bahnen herrühren.

Sollte aber jetzt, wie ich es vorausgesagt hatte, die *L*-Strahlung an ein zwei-quantiges System des normalen Atoms, welches aus einer Anzahl Elektronen besteht, geknüpft sein, so würde ich zu dem notwendigen Schluß geführt, daß auch im normalen Atom elliptische Bahnen existieren müssen,

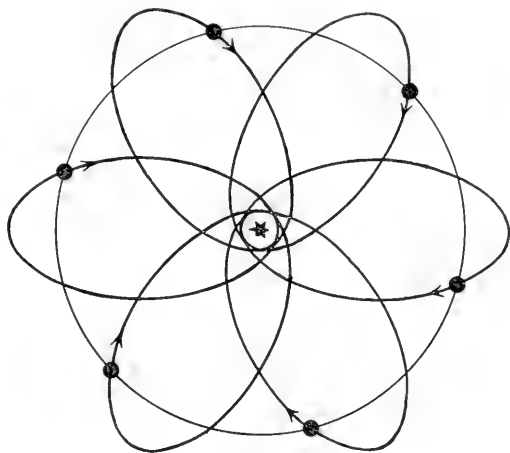


Fig. 2.

und man müßte annehmen, — daß *eine ganze Gruppe von Elektronen sich gleichzeitig in gleichartigen Ellipsen bewege*¹ (oder — falls man die Massenvariation in Betracht nimmt — in Ellipsen deren große Achse rotiere).

Dieser Schluß ist später von Sommerfeld aufgenommen worden. Er hat einer solchen Ellipsengruppe den Namen »Ellipsenverein« gegeben. —

Eine mögliche Bewegungsform für einen solchen Ellipsenverein oder Ellipsenkoppel ist in der beistehenden Figur 2 gezeigt. — Die Bahnen liegen hier in derselben Ebene und die Achsen der Ellipsen sind von demselben Punkte aus regelmäßig verteilt.

Man denkt sich, daß sich die Elektronen im Takt bewegen, so daß sie in jedem Augenblicke auf der Peripherie eines Kreises verteilt sind.

Ich habe jedoch in meinen Arbeiten über diese Fragen darauf aufmerksam gemacht, daß die Ellipsenkoppeln diese Bewegungsform wahrscheinlich nicht besitzen, daß man aber eine räumliche Verteilung der Bahnen suchen muß.

¹ Abh. I p. 349, II p. 312. Siehe auch: Bemerkungen zu den Arbeiten von M. Born und A. Landé u. s. w. Verk. d. D. Phys. Ges. p. 383. 1919.

Eine bestimmte Gruppe von Röntgenstrahlung, z. B. die *L*- oder *M*-Strahlung, muß sich an Elektronensysteme knüpfen, für welche sämtliche Elektronen eine Rekombinationsenergie (oder Ionisierungsenergie) derselben Größenordnung haben, und dies wird nach Sommerfeld heißen, daß die Summe der zwei Quantenzahlen $\tau + \tau'$ für sämtliche Systeme der Gruppe dieselbe sein muß. Demzufolge müßte das innerste Elektronensystem, welches einquantig ist (das *K*-System), aus kreisförmigen Bahnen bestehen.

Für das andere System (das *L*-System), welches zweiquantig ist, sind nach Sommerfeld zwei Bahnentypen möglich, ein zirkularer und ein elliptischer. Für das dritte (das *M*-System), welches dreiquantig ist, sind 3 Typen möglich, ein zirkularer und 2 elliptische mit verschiedener Exzentrizität u. s. w. Oder wir können sagen, daß die Quantenzahl für den zirkularen Bahnentypus auch die Anzahl Bahnentypen angibt, welche derselben Bahnengruppe angehören.

Das Studium der Röntgenspektren hat mich so über den Bau der Elektronensysteme zu der folgenden Vorstellung geführt:

1) Elektronen, welche sich in Bahnen mit derselben Quantensumme ($\tau + \tau'$) bewegen, bilden eine Gruppe. Die Anzahl der möglichen Bahnentypen (Ellipsenkoppeln) in einer Gruppe sollte der Quantensumme $\tau + \tau'$ gleich sein.

2) *Wenn sich eine Elektronengruppe durch sukzessives Einfangen von Elektronen gebildet hat, und wenn man in der Reihe von Elementen weiter emporgeht, so hat diese Gruppe eine Neigung dazu, sich auch für höhere Atomnummern ungeändert zu halten, und die neuen Elektronen müssen gewöhnlicherweise in außerhalb liegenden Systemen angelagert werden.*

3) *Da die Quantenzahl (bezw. die Quantenzahlsumme $\tau + \tau'$) eines Elements von einer Elektronengruppe bis zur nächsten gesteigert wird wenn wir vom Kern ausgehen, so müssen wir auch in der Quantenzahl für die Oberflächenelektronen des Atoms eine solche Steigerung erwarten, wenn wir in der Elementenreihe emporgehen.*

4) *Dementsprechend habe ich außerdem angenommen, daß diese Wechselung in der Quantenzahl des Oberflächensystems bei dem Übergang von einer Periode zu der nächsten, also bei der Passage eines Edelgases, stattfindet.*

5) Für jeden Schritt, den wir in der Reihe der Elemente gehen, wird ein Elektron aufgenommen, welches sich gewöhnlicherweise an das Oberflächensystem knüpft. *Wenn wir aber zu höheren Atomnummern gelangen, kommt es zuweilen vor, daß das neue Elektron sich nicht an dem Oberflächensystem lagert, sondern daß das ganze Atomensystem eine größere Stabilität bekommt, wenn das Elektron von einem inneren Elektronensystem mit geringerer Quantenzahlsumme aufgenommen wird. Durch die Annahme eines solchen*

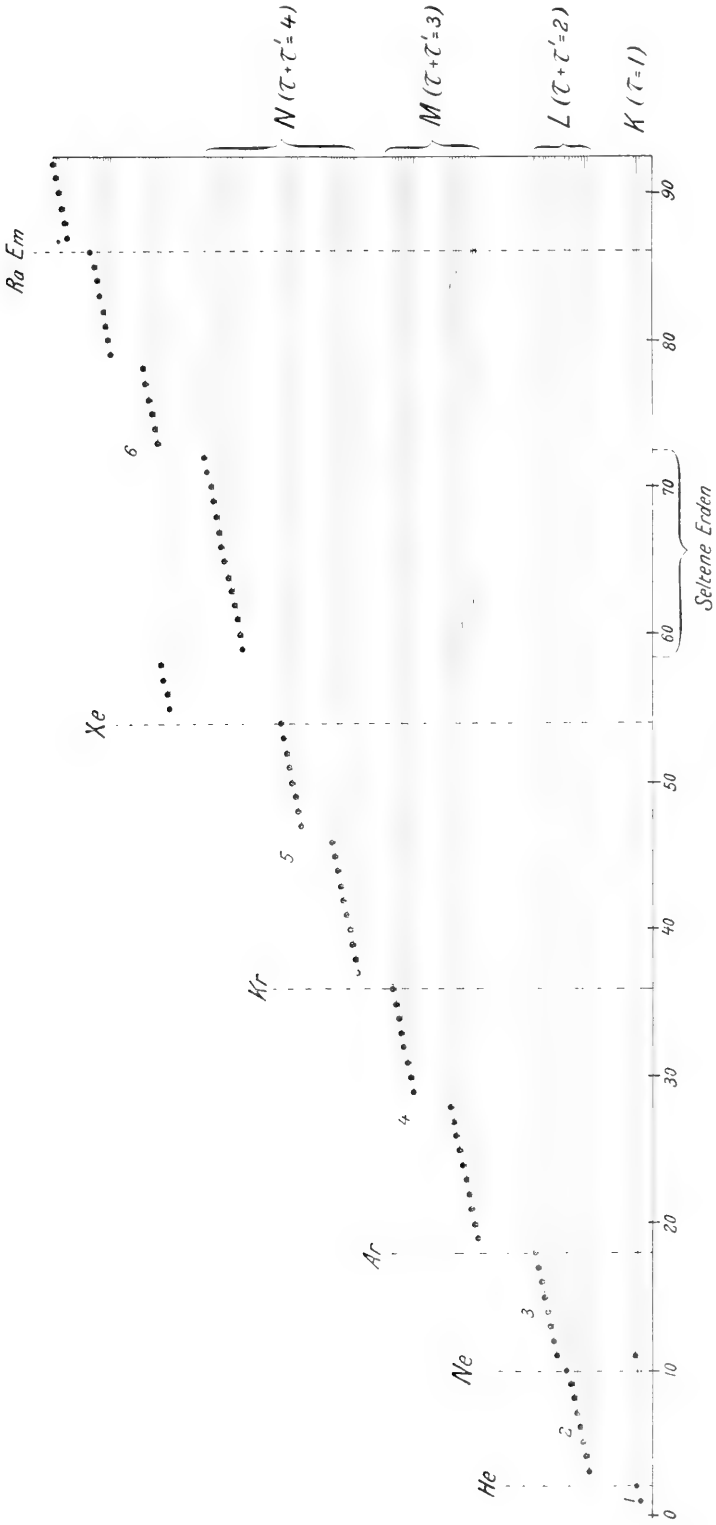


Fig. 3.

»Einsenkungsprozesses« konnte ich zum ersten Mal eine rationelle Erklärung für das Erscheinen der seltenen Erden geben, indem ich annahm, daß die neuen Elektronen in inneren Systemen aufgenommen wurden, während das Oberflächensystem, welches die chemischen Eigenschaften wesentlich bedingt, beibehalten wurde.

6) Das Studium des K-, L- und M-Rings führte mich zur Annahme, daß eine Elektronengruppe einer bestimmten Quantenzahlsumme entsprechend, obgleich sie dazu geneigt war sich unverändert zu halten, bei einem gewissen Element anfangs neue Elektronen aufzunehmen. Wenn dann die Gruppe weiter gesättigt war, hielt sie sich mit steigender Atomnummer wieder unverändert¹.

Die Konstitution des Atomsystems habe ich durch die beistehende Figur 3 veranschaulicht, welche ohne weiteres verständlich sein wird.

Die Elektronengruppen werden von einem System gerader, horizontaler Linien dargestellt. — Jede Linie hat ihren Aussprung bei dem Element, wo das Elektron der betrachteten Gruppe zuerst zugeführt worden ist.

Man bekommt das Elektronensystem eines bestimmten Elements bei den Durchschnittspunkten zwischen den horizontalen Linien und einer vertikalen Linie, welche vom Platz des Elements gezogen ist. Die Gruppen sind in der Figur durch Zwischenräume getrennt.

Das Diagramm nimmt nur die Quantensumme ($\tau + \tau'$) in Betracht, gibt aber keine Aufklärung über die Weise, in welcher die Elektronen innerhalb jeder Gruppe auf die verschiedenen Bahnentypen verteilt sind.

Die durch die »Einsenkung der Elektronen« möglich stattfindende Umlagerung der Systeme habe ich nicht näher angegeben. In dem Diagramm Fig. 3 ist der Einsenkungsprozeß nur für die seltenen Erden angedeutet worden. Die Umlagerung der Systeme aber ist in der Figur nur dadurch berücksichtigt, daß die Gruppierung der verschiedenen Elektronensysteme auf den verschiedenen Werten der Quantenzahlsumme am Ende der Elementenreihe anders als bei dem Ursprung der Systeme gedacht ist.

Die gegenseitige Verwandtschaft der Elemente, wie diese in den chemischen sowie als in den meisten physikalischen Eigenschaften zum Vorschein kommt, wird in wesentlichem Grade vom Oberflächenelektronensysteme bestimmt, in unserem Schema von der Quantenzahl (bzw. der Quantenzahlsumme) und der Elektronenzahl bestimmt. Indem man sich gleichzeitig denken muß, daß die verschiedenen Ellipsentypen der Gruppe in einer Anzahl vertreten sind, welche durch die Quantenzahlsumme gegeben ist, kann man die periodischen Eigenschaften der Elemente durch das folgende tabellarische Schema darstellen, welches die Quantenzahl (beziehungsweise die Quantensumme) sowie als die Elektronenzahl des Oberflächensystems für jedes Element angibt.

¹ Abh. IV p. 275 und V p. 125.

		Anzahl Elektronen im Oberflächensystem.									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quantenzahlsumme der Bahnen im Oberflächensystem.	2	Li	Be	Bo	C	N	O	Fl	Ne	—	—
	3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar	—	—
	4	K Cu	Ca Zn	Sc Ga	Ti Ge	Va As	Cr Se	Mn Br	Fe Kr	Co —	Ni —
	5	Rb Ag	Sr Cd	Y In	Zr Sn	Nb Sb	Mo Te	— J	Ru Xe	Rh —	Pd —
	6	Cs	Ba	La	Ce	Ta	W	—	Os	Ir	Pt
		Au	Hg	Tl	(seltene Erden) Pb	Bi	Po	—	Em	—	—
	?	—	Ra	—	Th	—	U	—	—	—	—

Wir sehen, daß dieselbe Valenz derselben Elektronenzahl im Oberflächensystem entspricht. Alle Edelgase (He ausgenommen) haben im Oberflächensystem 8 Elektronen, und dies stimmt mit den Kosselschen Anschauungen der Valenz überein.

Wir wollen jetzt die Elemente innerhalb einer der ersten kurzen Perioden betrachten, wo die Verhältnisse am einfachsten sind. Für die langen Perioden treten bei den mittleren Elementen der Periode gewisse Komplikationen ein.

Halten wir uns zu der Vorstellung, daß sich die Elektronen in zirkularen Bahnen bewegen, so wird der Bahnenradius durch den folgenden Ausdruck gegeben werden:

$$a = a_0 \frac{\tau^2}{q - S_q}$$

τ ist die Quantenzahl, q die Anzahl Elektronen des äußeren Rings und S_q eine bekannte Funktion von q .

Für Elemente, welche derselben Periode angehören, ist τ konstant und a wird mit wachsendem q abnehmen, wie es in der beigefügten Figur 4 gezeigt ist.

Die Annahme liegt jetzt nahe, daß ein größerer Wert von a einem größeren Atomvolum entspricht, und man sollte demnach erwarten, daß innerhalb derselben Periode das Atomvolumen mit steigender Atomnummer abnehmen würde.

Die Atomvolumenkurve zeigt auch eine Abnahme vom Alkalimetall und aufwärts, erreicht aber ein Minimum in der Mitte der Periode, und nimmt am Ende derselben wieder zu. Ich nahm jedoch an, daß dies seinen Grund darin haben möge, daß man die Atomvolumina nicht unter vergleichbaren Zuständen gemessen hat.

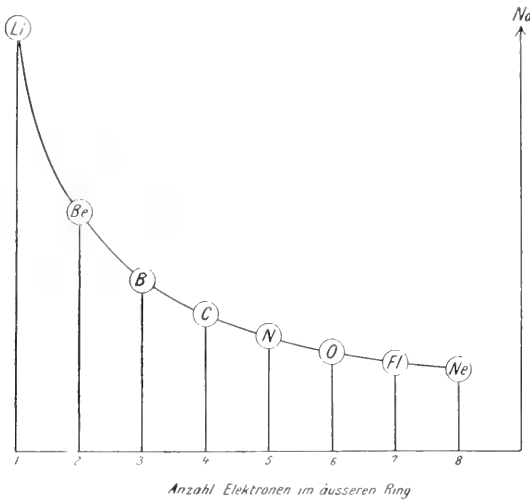


Fig. 4.

Wir sehen, daß die Atomenradien, welche der kristallinen Form entsprechen, in derselben typischen Weise variieren als die theoretisch gefundene Variation des Radius im Oberflächensystem.

Wir können auch die Energie des Oberflächensystems betrachten. Die auf jedes Elektron fallende Energie ist mit der Größe

$$\sigma = \left(\frac{q - S_q}{r} \right)^2$$

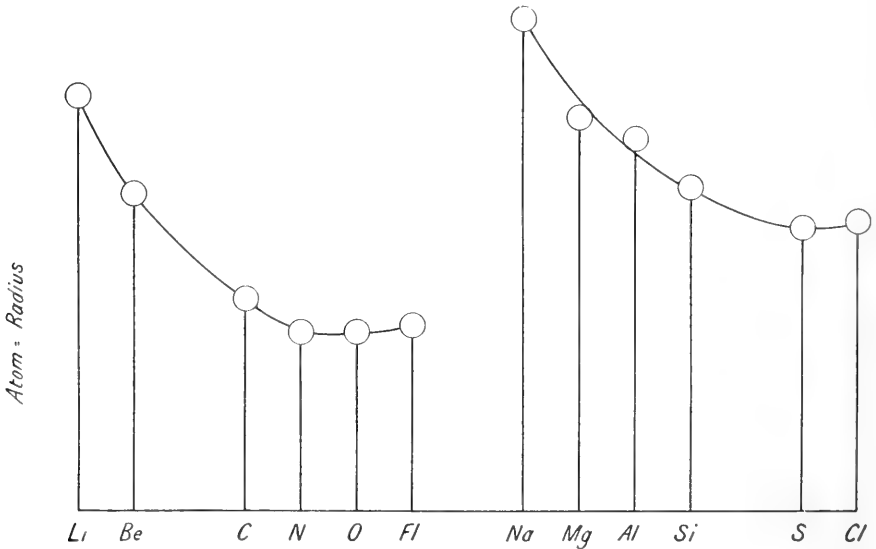


Fig. 5.

proportional, und innerhalb derselben Periode (τ konst.) wird $1/\sigma$ in ungefähr derselben Weise wie a variieren.

Der elektropositive Charakter des Elements muß mit der Leichtigkeit, mit welcher das Atom Elektronen abgibt, zunehmen. Die von Benedicks eingeführte Leitungskapazität sollte einigermaßen in derselben Weise wie die Größe $1/\sigma$, also etwa wie a , variieren. Dies stimmt auch mit dem typischen Verlauf, den die Kurve der Leitungskapazität zeigt (Fig. 6).

Verwandte Elemente werden unserer Auffassung nach dieselbe Elektronenzahl im Oberflächensystem besitzen, die Quantenzahl aber wächst mit wachsender Atomnummer. — Aus der Formel für a ersehen wir dann, daß das Atomvolumen für Elemente derselben Familie mit wachsender Atomnummer (oder Atomgewicht) steigen muß, indem die Quantenzahl wächst. —

Gleicherweise muß, wegen der gesteigerten Quantenzahl, die Energie, welche das Elektron an das Oberflächensystem knüpft, mit wachsender Atomnummer abnehmen.

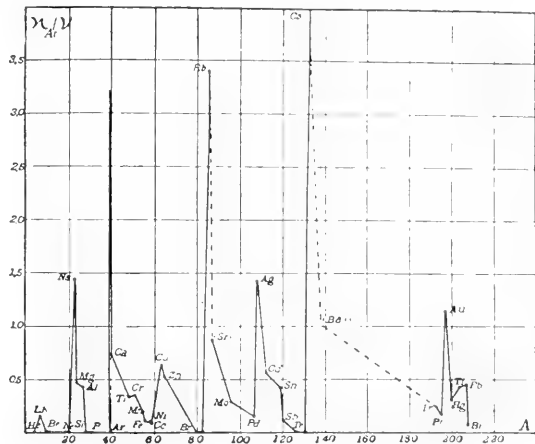


Fig. 6.

Haben wir eine Gruppe Elemente, die eine Familie bilden, muß der elektropositive (metallähnliche) Charakter des Elements mit wachsendem Atomgewicht zunehmen, ein Verhältnis, welches für verwandte Elemente sehr charakteristisch ist. Dasselbe muß auch für die elektrische Leitungskapazität gelten.

Überhaupt erblickt man hierdurch die Erklärung jeder Eigenschaft (z. B. die Färbung der Elemente), welche durch die Bindungsenergie der Oberflächenelektronen (Ionisierungsspannung) bedingt ist.

Es hat sich also gezeigt, daß die vereinfachte Annahme von kreisförmigen Bahnen zur Erklärung gewisser Hauptzüge der Verwandtschaftsverhältnisse der Elemente führt.

Nach dem früher gesagten muß es aber angenommen werden, daß auch im Oberflächensystem Ellipsenkoppeln vorhanden sind. Eine genaue theoretische Deutung der Eigenschaften der Elemente mußte voraussetzen, daß die Verteilung der »Oberflächenelektronen« auf den verschiedenen Ellipsenkoppeln bekannt war.

Ganz neulich hat Bohr die Resultate sehr interessanter Untersuchungen über die Konstitution des Elektronensystems veröffentlicht. Seine Ergebnisse sind als eine weitere Ausbildung derselben Prinzipien und Annahmen zu betrachten, welche dem soeben angedeuteten und von mir aufgestellten Konstitutionsschema zu Grunde liegen.

Alle die in den Punkten 1—6 erwähnten Verhältnisse, auch die mit Rücksicht auf die Verwandtschaftsverhältnisse gezogenen Folgerungen, sind von Bohr aufgenommen worden. *Das besonders neue und interessante bei seinen Untersuchungen besteht darin, daß er versucht hat näher anzugeben, wie die Elektronen innerhalb jeder Quantengruppe sich auf die verschiedenen möglichen Ellipsenbahnen verteilen.*

Indem er annimmt, daß die Atome dazu eine Neigung haben, erstens Ellipsenkoppeln von hoher Symmetri zu bilden und zweitens Ellipsensysteme mit allen theoretisch möglichen Bahnentypen aufzunehmen, läßt er uns den Grund für die verschiedene Länge der Perioden erblicken.

Durch Wahl einfacher Zahlenverhältnisse für die Anzahl Elektronen jedes Ellipsenvereins kann er zeigen, daß die Anzahl Atome in den langen Perioden gerade die tatsächlich vorhandene Größe besitzen darf, wenn man verlangt, daß die möglichen Ellipsensysteme Elektronen bis zur »Sättigung« aufnehmen. In dieser Weise kommt er zu einem Konstitutionsschema wie demjenigen in Fig. 7 angegebenen. Wir sehen sogleich, daß es in wesentlichen Punkten mit dem von mir aufgestellten übereinstimmt.

Um gewisse Einzelheiten des Schemas näher zu betrachten, wollen wir wie früher in der Elementenreihe von unten nach oben gehen und uns wie früher vorstellen, daß die Elektronen sukzessiv aufgenommen werden, indem für jeden Schritt, den wir nach oben machen, ein Elektron hinzukommt. —

Beim Helium wird ein einquantiges System von 2 Elektronen gebildet. Beim Lithium nimmt Bohr in derselben Weise wie ich an, daß hier das neue Elektron in einer zweiquantigen Bahn aufgenommen wird, aber er fügt die Annahme hinzu, daß diese Bahn dem elliptischen Typus angehört. Im Laufe der ersten Periode bis Ne werden im ganzen 8 Elektronen in zweiquantigen Bahnen aufgenommen, jedoch so, daß diese sich auf zwei Koppeln verteilen, jede mit 4 Elektronen, und zwar ein elliptisches und ein kreisförmiges System.

Im Laufe der dritten Periode (Ne-Ar) wird in ähnlicher Weise eine Gruppe von 8 dreiquantigen Bahnen gebildet, welche sich auf zwei elliptische Koppeln ($\tau = 1$, $\tau' = 2$) und ($\tau = 2$, $\tau' = 1$) von je 4 Elektronen verteilen.

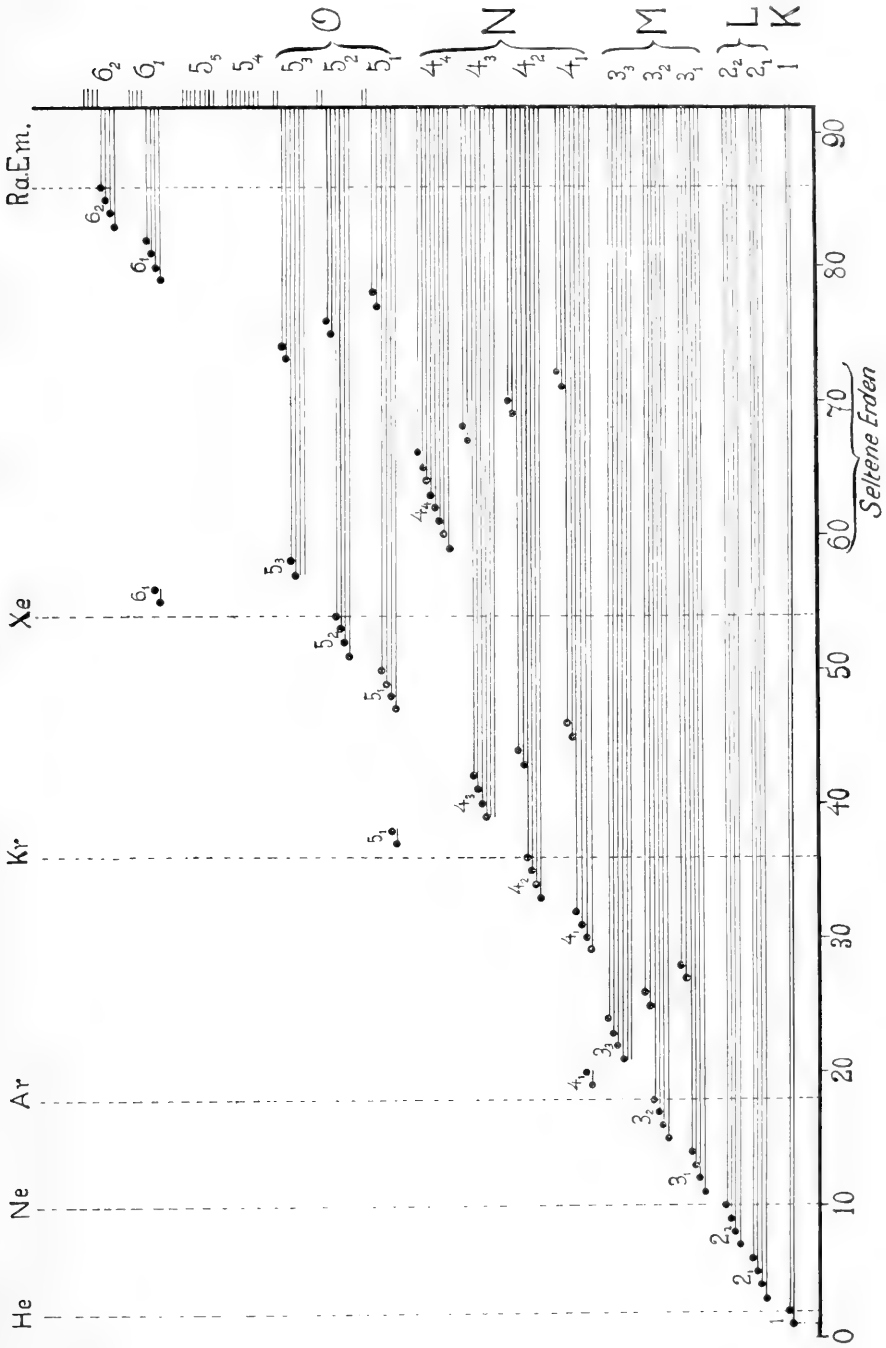


Fig. 7.

Beim Kalium wird die Anlegung von einer vierquantigen Koppel ($\tau = 1$, $\tau' = 3$) angefangen, aber Bohr nimmt an, daß das nur bis zu Ca fortsetzt. Wenn wir zu Sc kommen, nimmt er an, daß die vierquantigen Bahnen nicht mehr stabil sind, sondern daß sich die Elektronen in dreiquantigen, zirkularen Bahnen einlagern. — Dieser Typus von möglichen Bahnen war nämlich während der zweiten Periode nicht gebildet worden, und diese »fehlende« Koppel sucht sich jetzt dadurch auszufüllen, daß Elektronen, die in der vierten Periode hinzukommen, in dem kreisförmigen dreiquantigen System »eingefangen« werden.

Es sollte also hier die schon von mir angenommene »Versenkung« der Elektronen nach Systemen mit geringerer Quantenzahlsumme eintreten.

Bohr sagt nichts darüber inwieweit die beiden zuerst gebildeten vierquantigen Bahnen bewahrt werden. Ich habe angenommen, daß auch diese bei Scandium in die zirkulare dreiquantige Bahnenform hinübergehen.

Wenn die dreiquantigen Vereine, jedes von 4 Elektronen, gebildet sind, sollte man erwarten, mit vierquantigen Bahnen fortsetzen zu müssen. Falls wir aber jetzt weiter 8 Elektronen in ein Oberflächensystem hinzufügen, würden wir in der vierten Periode nicht die genügende Anzahl Atome bekommen. Bohr nimmt jetzt an, daß jeder der dreiquantigen Vereine noch zwei Elektronen aufnimmt, so daß jede Koppel aus 6 Elektronen besteht. Erst wenn dieser »Einsenkungsprozeß« fertig ist, fängt bei Cu die Anlegung vierquantiger Bahnen wieder an. Bei Kr gibt es wieder 8 Elektronen im Oberflächensystem, auf zwei elliptische Gruppen verteilt.

Hier tritt ein Unterschied zwischen dem Bohrschen Schema und dem meinigen hervor.

Während ich angenommen habe, daß die Aufnahme von Elektronen in die inneren Systeme erst bei den seltenen Erden stattfindet, so nimmt Bohr an, daß ein solches Einsenken der Elektronen auch in der ersten langen Periode vorkommt. — Sein Schema bezeichnet hier einen entschiedenen Fortschritt, indem er für die Anzahl der Elemente der langen Perioden eine natürliche Erklärung gibt, und wir bekommen auch ein besseres Verständnis der Ähnlichkeit, welche die Elemente in der Umgebung des Eisens gegenseitig zeigen, indem das Oberflächensystem wie bei meiner Erklärung der seltenen Erden ungeändert angenommen wird.

In ähnlicher Weise fängt die fünfte Periode mit fünfquantigen elliptischen Bahnen an. Dann aber beginnt die Ausfüllung des vierquantigen Systems, indem 3 elliptische Vereine mit nach außen abnehmender Exzentrizität gebildet werden, und mit 6 Elektronen in jedem Verein. Wenn dies getan ist, wird bei Ag die Anlegung der bei Xe fertigen fünfquantigen Gruppe von 8 Elektronen fortgesetzt.

Die sechste Periode fängt mit Anlegung von 2 sechsquantigen Bahnen an, wonach die Elektronen in Systemen mit niedrigerer Quantenzahl einzutreten anfangen. Bohr nimmt jetzt an, daß die vierquantigen Koppeln vervollständigt werden, indem die 4 möglichen Koppeln, jede mit 8 Elektronen, gebildet werden. Es ist diese Vervollständigung der vierquantigen Gruppe, welche die seltenen Erden bedingen sollte.

Darauf werden 3 fünfquantige elliptische Koppeln, jede von 6 Elektronen, gebildet, und wir bekommen die Pt-Gruppe, und dann endlich bekommen wir bei Niton die sechsquantige Gruppe von 8 Elektronen fertig gebildet.

Um eine zweckmäßige Bezeichnung der Quantenzahl für die verschiedenen elliptischen Vereine zu bekommen, hat Bohr, statt mit der Quantenzahl τ' zu operieren, die Quantensumme $\tau + \tau'$ eingeführt, und setzt:

$$\begin{aligned}\tau + \tau' &= n \\ \tau &= k\end{aligned}$$

Hierdurch erlangt man, daß alle Systeme, die derselben Quantengruppe (Quantensumme) angehören, denselben Wert von n bekommen, während die verschiedenen elliptischen Vereine nach abnehmender Exzentrizität dadurch entstehen, daß man k die ganzen Zahlen von 1 bis n durchlaufen läßt.

Wir erhalten dadurch die folgenden Bezeichnungen:

1-quantige Bahnen	$n = 1, k = 1$	werden als 1	bezeichnet
2- — — —	$n = 2, k = 1-2$	—	» $2_1 \& 2_2$ —
3- — — —	$n = 3, k = 1-2-3$	—	» $3_1-3_2-3_3$ —

Diese Änderung der Quantenbezeichnung bringt doch nichts Neues in bezug auf die Ellipsenkoppeln und ihre Anzahl.

Die Bohrsche Verteilung von Elektronen auf die verschiedenen möglichen Ellipsensysteme bezeichnet jedoch einen außerordentlich interessanten Schritt, indem man von dieser einfachen Forderung, daß sämtliche Ellipsenkoppeln nach und nach mit Elektronen ausgefüllt oder »gesättigt« werden sollen, eine natürliche Erklärung dafür erhält, daß die Anzahl von Atomen der einzelnen Perioden in einer ganz bestimmten Weise nach oben zunimmt. Das Schema ist in der Tat so gesetzmäßig gebaut, daß man, wie Bohr bemerkt, angeben könnte, wie die Atome sich wahrscheinlich aufbauen müßten falls eine Fortsetzung der schon bekannten Reihe von Elementen möglich wäre.

Aber auch nicht in der Bohrschen Arbeit bekommt man eine nähere Erklärung dafür, daß gewisse Quanten- und Elektronenzahlen des Vereins die größte Stabilität bezeichnen, und es ist ihm noch nicht gelungen, eine

stringente quantentheoretische Herleitung der Dynamik der Elektronensysteme durchzuführen. Er nimmt jedoch an, daß die Elektronen desselben Vereins sich nicht in demselben Plan bewegen, sondern daß die einzelnen Ellipsenbahnen räumlich verteilt sind. Außerdem hält er es für wahrscheinlich, daß Zahlenverhältnisse, welche symmetrische Konfigurationen geben können, auch für die Herstellung der Stabilität günstig sind.

Es ist ohne weiteres klar, daß die Annahme von »elliptischen« Bahnen mit sich führt, daß Elektronengruppen verschiedener Quantenzahlsummen ($x + x' = n$) nicht räumlich getrennt sind

Die exzentrischen Bahnen bei den äußeren Elektronengruppen können bis in der Nähe des Kerns das Innere des Atoms durchsetzen. Dies hat zur Folge, daß ein Elektron während des Umlaufes recht große — von den übrigen Elektronen herrührende — Perturbationen erleiden kann, und die Bahn weicht von der reinen Ellipsenform entsprechend ab. Auf Grundlage der Quantentheorie eine exakte Bahnberechnung durchzuführen — und dadurch eine exakte Atomtheorie zu schaffen — scheint deshalb eine sehr schwierige Aufgabe zu sein. Möglicherweise wird man jedoch ohne alle zu große Schwierigkeiten gewisse Annäherungsergebnisse auch für den Fall herleiten können, daß man mit exzentrischen Bahnen rechnet.

Selbst unter der sehr vereinfachten Annahme von nur kreisförmigen Bahnen lassen sich — wie wir gesehen haben — gewisse typische Eigenschaften und Gesetzmäßigkeiten der Elemente theoretisch herleiten.

Durch die von Bohr vorgenommene Verteilung der Bahnen auf den verschiedenen »Ellipsenkoppeln« aber ist sehr wahrscheinlich eine Grundlage für eine genauere Berechnung der Eigenschaften und der Verwandtschaftsverhältnisse der Elemente geschaffen.

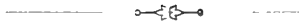
OM NOGLE HALIPLIDER
(*COLEOPTERA*)

AV

T. MUNSTER

(WITH AN ENGLISH SUMMARY)

(VIDENSKAPSSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 9)



KRISTIANIA

I KOMMISSION HOS JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i den mat.-naturv. klasses møte den 26de mai 1922.

I. *Brychius elevatus*.

Et formkompleks.

Slekten *Brychius* THOMS.¹ skiller sig fra de andre Haliplider ved det ovenpaa flattrykte brystskjold, hvis sider er omtrent paralelle og ikke som hos de andre to slekter sterkt sammenløpende forover, ved de sterkt forkortede, bak midten sammenløpende 3 og 4 og foran midten sammenløpende 5 og 6 punktstriper paa vingedækkene, længre og slankere tarser o. s. v.

Der er beskrevet 5 europæiske former:

- Elevatus* Pz. 1794 fra Mellem- og Nord?-Europa,
- Glabratus* VILLA 1835 fra Piémont og Lombardiet,
- Cristatus* J. SAHLB. 1873 fra det nordlige Finland,
- Rossicus* SEM. 1898 fra Mellem-Rusland og
- Intermedius* Jos. MÜLLER 1908 fra Friaul.

Glabratus skiller sig straks ut fra de andre ved det flate 3 mellemrum mellem vingedækkernes punkttrækker, som hos alle de andre former er forhøiet til en mere eller mindre utpræget og noget forskjellig formet kam. Den har, saavidt man hittil vet, kun et ganske litet utbredelsesomraade syd for Alperne.

Cristatus skiller sig — iflg. J. SAHLBERG i Enum. Col. Carn. Fenniae I, 137 — fra *elevatus*, ved at den er noget mindre, smalere og mørkere, har den forhøiede kam meget høiere og helt lysfarvet og desuten ogsaa 5 og 7 mellemrum paa vingedækkene svakt forhøiede samt tyndere følehorn. G. SEIDLITZ (Best. Tab. Dyt. etc. 1888, 28) utdyper forskjellen ved at fremhæve, at den har kammen jevnhøi helt til roten, mens *elevatus* har den litt efter litt avflatnende forover².

¹ De europæiske arter; der er ogsaa beskrevet en amerikansk, men jeg vet ikke om alt passer paa den; beskrivelsen er mig ikke tilgjengelig.

² Han tilføier forresten det fuldstændig misvisende, at 3 punkttrække hos *elevatus* er synlig midt oppe paa kammen, mens det i virkeligheten er uordnede smaapunkter, ofte flere ved siden av hinanden, som findes her: 3 punkttrække har den samme pløds hos de to former.

Rossicus skilles av A. SEMENOW — *Horae soc. ent. Rossiae XXXI*, 542 — fra *cristatus* ved at den er sterkere og tettere punkteret paa hele hodet og brystskjoldet, særlig ved forranden, og ved at kammen er litt lavere, særlig mindre tyk, fortil mere indbøiet og oventil aldrig ganske flat, men som oftest tydelig punkteret og punkterne meget ofte mørkfarvede; fra *elevatus* skilles den ved at de to sidefurer paa brystskjoldet er tyndere og skarpere indhugne, kammen meget høiere og for og baktill mere pludselig ophørende, tyndere følehorn o. s. v. SEMENOW har senere — *Rev. Russe D'ent.* 1904, 314, som jeg desværre ikke har anledning til at se — formentlig inddraget *rossicus* som art og regner den som en varietet av *cristatus* (cfr. *Catalogus Col. Eur. etc. Ed. II*, 1906).

Intermedius beskrives av Dr. JOS. MÜLLER — *W. ent. Zeitung XXVII*, 219 — som en mellemform mellem *elevatus* og *glabratus* med meget svækket kam, som er utydelig punkteret med ikke altid svættede punkter.

Jeg har to ganger tat Brychier i stort antal: i Karasjokelven ved Kirkestedet og i Tanaelven ved Vanasgiedde i Finmarken blandt *Potamogeton* paa gjørmest bund i langsomt flytende vand juli 1908 og i bækken Risa mellem Dal og Bøn stationer paa Romerike, ca. 60 km. N. for Kristiania, paa smaastenet bund blandt *Batrachium* og andre vandplanter i hurtig rindende vand, $\frac{4}{8}$ 1918.

De i Finmarken innsamlede ekspl., hvorav ca. 120 st. staar foran mig, utmerker sig alle ved en høi kam, jo høiere desto skarpere, som altid falder temmelig sterkt, men dog ogsaa litt variabelt, av for- og baktill; kammen er noget foranderlig i form, idet den hos en liten del av ekspl. er litt lavere for- end baktill¹, hos ganske enkelte omvendt, men hos de fleste jevnhøi; avheldet forover er markeret ved en noget sterkere kurve end baktill. Kammen er altid paa overflaten dækket med fine punkter² (godt synlige med en sterk luppe) som oftest ganske uordnet flere ved siden av hverandre; punkterne er dels uten særlig farve, dels mørkfarvede i større eller mindre utstrækning sammen med den nærmeste del av overflaten, uten at jeg har kunnet se nogen forbindelse mellem deres farve og kammens høide og form. Ogsaa med hensyn til den av SEMENOW nævnte indbøining av kammen mot suturens rot er der sterke individuelle forskjelligheter, idet 2 punktstripe, som begrænser kammen indad, gaar mere eller

¹ Disse danner nærmest overgang til *norvegicus* n. subsp.

² Ikke at forveksle med den næsten mikroskopiske punktur paa brystskjold og vingedækker og større deler av undersiden, som findes alle hos *Brychius*, ogsaa hos *glabratus*, litt aapnere hos ♂, litt tettere hos ♀.

mindre ret eller krumt ind mot basis. 4 punktrække er altid ganske sterkt indtrykt med 5 mellemrum næsten listformig avsat fra punktrækken av. 5 og 7 mellemrum er meget varierende i sin udvikling, mere eller mindre forhøiede, helt indtil de begge noksaa sterkt forhøiede kan løpe sammen bakover og fortsætte som et, om end svakt, ophøiet mellemrum mellem 4 og 7 punktrække. 6 punktrække kan være mere eller mindre utviklet, ofte kun antydet med nogle faa punkter. 5 og 6 punktrække møter hinanden ofte foran midten av kammen og er da ofte forlænget bakover ved en kort række av nogle faa punkter, ofte løper de først sammen ret ut for midten av kammen. Punkterne i rækkerne er altid mørkfarvede og staar ofte paa mørk grund undtagen i den 1ode, som altid er lysfarvet, og i den 9de, som snart er mørk, snart lys; den mørke farve løper ikke sjelden sammen til flekker, særlig ved sammenløpet av 5 og 6 punktrække, men ikke saa tydelig som hos *elevatus*. Brystskjoldets indhugne linjer er i almindelighet noget finere forover, men hos adskillige ekspl. er de likesaa grove som hos *elevatus*. Hovedet og den forreste del av brystskjoldet har en temmelig variabel punktur, snart finere og tættre, snart grovere og aapnere, men neppe hos nogen saa kraftig og tæt som hos et finsk ekspl. av *rossicus*, jeg har set fra Kivinebb (leg. SILFVENIUS, mus. zool. Helsingfors). Enden av tibierne, samt roten av tarsalleddene er ofte en skygge mørkere end det øvrige. Tykkelsen av følehornene har jeg maalt hos en del ekspl. og sammenlignet med mellemeuropæiske *elevatus*; saavel denne som længden av de enkelte led er ganske den samme hos begge. Størrelsen er for det meste mellem 3.5 og 4.0 mm., enkeltvis ned til 3 mm.; altsaa litt mindre end *elevatus*.

Jeg anser denne variable form for at være *cristatus* med overgange til *rossicus*: de med den høiest utviklede og ufarvede kam for typiske *cristatus* — de stemmer fuldkommen med et finsk ekspl. fra Oulu, (leg. WUORENTAUS, mus. zool. Helsingfors) og med SAHLBERGS beskrivelse undtagen for følehornenes vedkommende — og de med noget lavere og oftest delvis mørkfarvet kam for at være paa overgangen til *rossicus*.

Foruten disse eksemplarer har jeg set 5 svenske, utlaant av avdøde E. SELLMANN¹: 1 fra Sävast i Norbotten, nærmest *cristatus*, og 3 fra Upsala og 1 fra Släp i Halland = *rossicus* samt 1 *rossicus* i mus. zool. fra Särö i Halland (J. B. ERICSON, ex. coll. Schneider); ekspl. fra Halland er næsten saa grovt og tæt punkteret som det ovenfor nævnte finske.

¹ Den desværre altfor tidlig avdøde svenske entomolog EINAR SELLMANN, som godhetsfuldt har utlaant mig sit *Brychius*-materiale, underrettet mig samtidig om, at han ogsaa var kommen til det resultat, at de svenske *Brychius* var *rossicus*, og at den ekte *elevatus* neppe fandtes i Sverige.

De paa Romerike i Risa fundne ekspl., hvorav jeg har omtrent 50 staaende foran mig, utmerker sig i det hele tat ved et meget mere konstant præg end ekspl. fra Karasjok. Kammen paa 3 mellemrum er altid lavere end hos *cristatus* og *rossicus* og ikke saa sterkt og pludselig afvældende forover, men betydelig høiere end hos *elevatus* fra Mellemeuropa og derhos noget pludseligere afvældende forover end hos denne; den er næsten altid lavere foran end baktil; de smaa punkter oppe paa kammen staar altid paa mørk grund, undtagen paa den bakerste del, som likesom hos *rossicus* og *elevatus* ofte er lysfarvet; desuten er næsten altid 9 punkt-række helt mørkfarvet. — Utviklingen av 5 og 6 punkttrække er meget variabel: 6 er ofte utydelig, men mindst likesaa ofte begge tydelige; de møter hinanden ofte ret ut for midten av kammen, men er kanske vel saa ofte kortere og efter sammenløpet forlænget med en av nogle faa punkter bestaaende række, som hos *cristatus*; 5 række staar næsten altid i en fordyppet rende og dets tilstøtende 5 mellemrum, likesom 7 er altid noget, om end av og til ganske svakt, forhøiet og efter sammenløpet forlænget bakover som hos *cristatus*. Punkturen paa hoved og brystskjold er temmelig variabel, men altid noget aapnere paa panden end længere frem paa hovedet. Farven er i almindelighet temmelig mørk¹, mørkere end de ekspl. av *elevatus* jeg har set, men i almindelighet uten en saa utpræget koncentration av den mørke farve til flekker som hos *elevatus*; enden av tibierne og roten av bakbenenes tarser ofte tydelig en skygge mørkere end benene forøvrig. Disse eksemplarer danner en utpræget mellemform mellem *cristatus-rossicus* og *elevatus* (fra Mellemeuropa); jeg kalder den *norvegicus* og karakteriserer den saaledes:

Br. norvegicus n. subsp. Inter *Br. cristatum* et *Br. elevatum* (ex Europa media) intermedius, costa dorsali elytrorum (sc. dimidio basali interstitii 3 i) quam in *elevato* magis, quam in *cristato* minus et in parte posteriore semper magis quam anterieus elevata, nec abrupte quasi-angulariter ut in *elevato* evanescente, sed curvatura modica antice diminuata; punctis in summa costa semper nigrescentibus. 3.4—4.0 mm.

Hab. in Norvegia et verosimiliter Suecia meridionali.

Foruten i Risa er denne form ogsaa fundet i Mjøsen i første halvdel av forrige aarhundrede av den i 1847 avdøde presten J. F. BERG og av professor L. ESMARK; enkelte ekspl. fra Karasjok maa ogsaa nærmest henføres hit. Et ekspl. fra Skaane i Sverige (utlaant av E. SELLMANN) danner nærmest en overgang til *elevatus*, mens av 2 ekspl. fra Särö i Halland (J. B. Ericson, ex. coll. Sparre-Schneider) det ene, som nævnt, er en tem-

¹ Dette er vel avhængig av bundens farve.

melig utpræget *rossicus*, og det andet er en overgang til *norvegicus* med lidt lavere og fortil mere jævnt avfaldende kam. Et finsk ekspl. fra Kumo (J. Sahlb. leg., mus. zool. Helsingfors) er som det sydsvenske nærmest en overgang til *elevatus*.

Variabiliteten hos *Br. elevatus* har jeg undersøgt hos museets ikke meget talrige ekspl., de er imidlertid mange nok til at vise det. Materialet bestaar av 4 st. fra Schongau, Bayern (Scholz), 1 st. fra Baden (Oberndorffer), 1 st. fra Cassel (Riehl, coll. Bauer), 1 st. fra Schaffhausen? (Stierlin), 2 st. fra Amiens (J. Dominique) og 1 st. fra Ilidze, Bosnien (J. Sahlberg). Ekspl. fra Cassel og Amiens har tydelig høiere kam end de sig imellem temmelig variable fra Syd-Tyskland og det fra Bosnien aller lavest, men hos alle flatner kammen suksessivt av forover; hos alle er 4 punktrække mere eller mindre sterkt, men altid tydelig nedtrykt, og 5 mellemrum mere eller mindre, selv hos det bosniske ekspl., ophøiet og sammen med det ogsaa forhøiede 7 sammenløpende bakover; 4 og 5 punktrække løper sammen hos alle omtrent ret ut for midten av kammen og omend forskjellig utviklet dog i det hele regelmæssigere end hos de nordligere former. De er alle noget lysere farvet — men det kommer vel av bundens farve og beskaffenhed paa hjemstedet — og med mere utprægede flekker end hos de andre. Det bosniske eksemplar synes paa grund av den meget lavere kam at danne en overgang til *Br. intermedius*, men har tydelig mørkfarvede punkter paa kammen.

Jeg har tat penispræparater av de forskjellige former, men har ikke kunnet finde nogen væsentlige forskjelligheter.

Efter hvad jeg saaledes har set hos mit norske materiale sammenholdt med det mellemeuropæiske kan ikke disse former opretholdes som arter; jeg kan ikke finde nogen konstant karakter, som skiller dem fra hinanden; der er en ubrutt række av overgange fra den nordiske *cristatus* med dens høie fortil brat avfaldende, ufarvede kam, med finere indskaarne dorsalfurer paa brystskjoldet, kortere 5 og 6 punktrække o. s. v. gennem *rossicus* og *norvegicus* til de med en ganske lav, fortil suksessivt avfaldende mørkfarvet kam, med grovere dorsalfurer paa brystskjoldet, længre 5 og 6 punktrække o. s. v. forsynede *elevatus* fra Mellemeuropa og, jeg skulde ogsaa tro, til *intermedius* fra sydsiden av Alperne.

Derimot maa jeg, saalænge man ingen overgange har fundet, opretholde *Br. glabratus* som art. Den har vistnok ogsaa en antydning til forhøining av 3 samt 5 og 7 mellemrum, idet den set i profil forfra hos samtlige museets 3 ekspl. (Piémont, ex autore, Villa) viser en tydelig diskontinuitet av tversnitsskurven ved 3 mellemrum og ved skulderen (5 og 7

mellemrum), og de viser ogsaa alle en tydelig sverm av ufarvede smaa-punkter i den forreste $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{4}$ av 3 mellemrum, men de mangler ganske den — vistnok i korrelation med forhøiningen av mellemrummene staaende — indtrykning av 1 punktrække, eller rettere uttrykt, 1 og 2 mellemrum ligger ganske i samme plan, mens der hos alle *elevatus*-former er en tydelig vinkel mellem planerne for disse mellemrum. Der findes ogsaa paa undersiden av *glabratus* et kjendemerke, hvorved den skiller sig ut fra samtlige *elevatus*-former, idet de bakre coxæ samt metasternums sider og epipleurerne er meget finere punkteret end hos *elevatus*-formerne, hvor denne punktur synes at være konstant den samme hos alle og betydelig grovere.

Hvad utbredelsen av *elevatus*-formerne angaar, vil jeg fæste opmerksomheten ved det træk, som ogsaa er omtalt av dr. Jos. MÜLLER, at jo længre nordover man kommer, jo høiere blir kammen paa 3. mellemrum. Nogen forklaring av dette fænomen har jeg aldrig kunnet tænke mig. De svenske og finske forfatteres opgave, at *elevatus* er fundet i »Lapponia« staar i strid hermed; men denne opgave synes at bero paa feilaktig bestemmelse: GYLLENHAL i sin Ins. Suec. I. 545 angir, at *elevatus* er fundet »in Lapponia« av FORSTRÖM, og THOMSON bare følger ham; men GYLLENHALS utførlige beskrivelse viser tydelig, at han har hat typiske *cristatus* for sig, idet han uttrykkelig fremhæver, at de ytterste punktrækker ikke er mørkfarvet, at samtlige mellemrum er upunkterte, og, da han, som dog er saa nøiaktig, nævner, at selve suturen er mørkfarvet, men ikke nævner noget om, at ogsaa tredie mellemrum har denne farve, er man berettiget til at slutte, at tredie mellemrum ikke er mørkfarvet; hans uttryk »tertio (sc. interstitio) a sutura antierius valde elevato etc.« hadde vel hat en anden form som f. eks. »anterius sensim valde elevato«, hvis han hadde hat en *elevatus* og ikke en *cristatus* for sig: alt dette passer paa *cristatus*, men ikke paa *elevatus*.

De europæiske *Brychius* blir efter ovenstaaende at opføre saaledes:

<i>Br. glabratus</i> VILLA	Ped., Lomb.
<i>Br. elevatus</i> Pz.	Bosn., It. b., E. md. b.
<i>subsp. intermedius</i> Jos. MÜLLER	Bosn.?, Friaul.
— <i>elevatus</i> Pz.	E. md., Bosn.?
— <i>norvegicus</i> n. subsp.	Fennoscandia m.
— <i>cristatus</i> J. SAHLB.	Fennoscandia b.
<i>elevatus</i> GYLL., THOMS.	
<i>v. rossicus</i> SEM.	Fennosc. md. et b., R. md.

II. Vore arter av slekten *Haliphus* LATR.

Jeg har i de senere aar overalt, hvor jeg har fundet *Haliphus*-arter, tat med nogle ekspl., idet jeg hadde tænkt at underkaste vore arter en nøiaktigere revision i haab om at kunne bringe mere klarhet over, hvad vi hadde av arter i denne vanskelige slekt, hvor der endnu herskede meget delte meninger om arternes begrænsning. Det sidste decenniums arbeider, særlig EDWARDS: Revision of the British Species of *Haliphus* (Ent. Monthly Magazin 1911. 153) og A. ZIMMERMANN: Die Schwimmkäfer des deutsch. Entom. Museums in Berlin—Dahlem (Archiv f. Naturgesch. 83. 1917, A. 12, 68—249) har som det synes fæstnet opfatningen av, at vi har med talrige arter at gjøre, og ikke som av BEDEL og GANGLBAUER m. fl. antat kun 3 arter med talrige varieteter. Det har paa basis av disse arbeider været forholdsvis let at revidere vort materiale. Ved hjælp av talrige penispræparater og flittig bruk av mikroskopet har jeg overbevist mig om riktigheten av de nævnte forfatteres opfatning av artsforskjellighetene og gir her nedenfor en bestemmelsestabel for vore arter, hvor ogsaa er medtat de i Fennoscandia fundne arter, som endnu ikke er paavist hos os, opført i parentes. Jeg har i tabellen ikke medtat de fra de mandlige genitalia hentede karakterer, da man kan klare sig uten disse; men man bør jo kontrollere bestemmelsen ved at undersøke mikroskopiske præparater av dem, og jeg omtaler dem derfor under de forskjellige arter, idet jeg henviser til de to nævnte arbeider, hvor de er beskrevet og avtegnet. Forøvrig bemerkes, at de i tabellen nævnte farveforskjelligheter tildels er underkastet individuelle variationer, hvorfor jeg anbefaler dem, som vil bestemme *Haliphus*-arterne, ikke at nøie sig med enkelte eksemplarer fra en lokalitet, men ta hele rækker av eksemplarer.

Foruten museets, deri indbefattet mit eget i de senere aar indsamlede materiale, har jeg ogsaa faat utlaant hvad der fandtes i Tromsø museums, samt i dr. LYSHOLMS og lektor HANSENS samlinger. Herfor avlægges min forbindtligste tak.

Bestemmelsestabel.

1. Vingedækker med fine, ikke sterkt nedtrykte punkter i punkt-rækkerne; mellemrummene baade hos ♂ og ♀ tæt og tydelig punktuleret 2
 - » Vingedækker med temmelig grove og sterkt nedtrykte punkter i rækkerne; ♂ altid glatt upunktuleret, ♀ glatt eller hos enkelte arter i større eller mindre utstrækning, næsten mikroskopisk¹ punktuleret 3
2. Prosternalfremspring mellem forbenene tydelig randet og furet; brystskjold med en tydelig længdefold paa hver side fra basis og forover *confinis* STEPH.
 - » Prosternalfremspring ikke randet og furet; brystskjold uten eller med svak og kort længdefold (*amoenus* OL. og *varius* NIC.)
3. Brystskjold grovt randet baktill og med sterk nedtrykning foran basis (*lineatocollis* MRSH.)
 - » Brystskjold fint randet og kun undtagelsesvis med svak nedtrykning foran basis 4
4. Brystskjold med kraftig kortere eller længre længdefold paa hver side fra basis og forover; mindre arter 5
 - » Brystskjold uten længdefold; større arter 13
5. Kortere bygget med største bredde ved skuldrene, sterkt tilspidset bakover; vingedækker med utpræget flektegning 6
 - » Mere avlang, største bredde bakenfor skuldrene, mindre sterkt tilspidset bakut 7
6. ♂ med assymetriske klør paa forbenene, ♀ altid i større eller mindre utstrækning mikroskopisk punktuleret; de første punkter i punkt-rækkerne normalt neppe større end de andre, punkternes antal i de inderste rækker 40—50 *ruficollis* DEG.
 - » ♂ med symmetriske klør paa forbenene, ♀ ganske glatt eller undertiden paa den aller ytterste spids av vingedækkerne ytterst fint mikroskopisk punktuleret; de første punkter i hver punkt-række normalt forstørret; punkternes antal i de inderste rækker 30—35 *Heydeni* WENCKE
7. Vingedækker med utpræget flektegning (*fulvicollis* ER. og *furcatus* SEIDL.)
 - » Vingedækker uten utpræget flektegning, men med linjetegning 8
8. Vingedækkernes mørke linjer svakt utviklet, smale og fortil avkortede 9
 - » Vingedækkernes mørke linjer kraftig utviklet, brede og fortsat helt til basis 11
9. Prosternum ikke randet eller furet mellem forbenene; de mørke linjer bredt avbrutte bak midten: ♂ med symmetriske klør paa forbenene (*fluvialtilis* AUBÉ)
 - » Prosternum tydelig furet mellem forbenene; de mørke linjer neppe avbrutte bak midten; ♂ med assymetriske klør paa forbenene 10
10. Brystskjold uten tydelig depression foran basis *lineolatus* MANNH.
 - » Brystskjold med tydelig depression foran basis *transversus* THOMS.
11. ♂ med symmetriske klør paa forbenene, ♀ mikroskopisk punktuleret paa vingedækkerne helt til basis 12
 - » ♂ med assymetriske klør paa forbenene, ♀ glatt, helt upunktuleret *immaculatus* GERH.

¹ Dog synlig med Winkler & Wagners luppe: × 35.

12. Vingedækkerne kraftig hvælvet, kroppen mere tilspidset bakut; ♂ med første tarsalledd paa mellembenene sterkt konkavt, set i profil *nomax* BROWNE
 » Vingedækkerne svakt hvælvet; kroppen mere jevnbred, elliptisk; sidste følehornsledd hos helt utfarvede individer svakt mørkfarvet; ♂ med første tarsalledd paa mellembenene kun svakt konkavt, set i profil *apicalis* THOMS.
13. Brystskjoldets forrand ikke udtraget, næsten tvert avskaaret midt paa; vingedækker uten mørke tegninger *flavicollis* STRM
 » Brystskjoldets forrand tydelig, undertiden næsten vinkelformet udtraget midt paa; vingedækker med mørke tegninger 14
14. Mindre: 2.8—3.1 mm.; vingedækkernes farvetegning temmelig konstant; suturen og 3 med denne sammenløpende flekker (en større midt paa, en liten like foran spidsen og en mellem disse) samt 3 paa hver side litt foran disse mørkfarvet; flekkerne aldrig utpræget linjeformige, gaar som oftest over 2 eller 3 mellemrum
variegatus STRM.
 » Større: 3.8—4.5 mm. Vingedækkernes farve meget variabel; fra ensfarvet lys uten mørke flekker, gjennom flekket med flere eller færre linjeformige flekker, sjelden over mere end ett mellemrum og sjelden sammenløpende med suturen, indtil disse flekker løper mere eller mindre sammen, saa hovedfarven blir mørk og kun omkredsen og enkelte smaa punkter forblir lyse *fulvus* FBR.
 Ogsaa øverste del av hodet og undersiden kan bli mørke — paa saadanne eksempl. er henholdsvis *laponum* THOMS. og *niger* SEIDL. opstillet, men disse kan kun opretholdes som farveaberrationer.
 a. Mellemrummenes punkter betydelig mindre end punkt-rækkernes normalform
 b. Mellemrummenes punkter omtrent likesaa store som punkt-rækkernes; farven mørkere v. *Sparreschneideri* n. v.

Haliplus confinis STEPH. er hittil kun fundet:

i et par ekspl. ved Ystehede i Id, Fredrikshalds omegn av lektor HANSEN, i dammen ved kapellet paa Bygdø!, i kjernet paa Næsøen i Asker (HANSEN)!. ganske talrig i smaa vaspytter ved stranden paa Ørlandet nær Beian (LYSHOLM og!) samt i Hatfjelddalen (E. STRAND)!

En mindre og smalere form med noget større hode har jeg tat i et enkelt ekspl. i bækken fra Hanangervandet paa Lister septbr. 1921. Da jeg kun har et enkelt ekspl., en ♀ og saaledes ikke kan vite om det bare er en individuel varietet, nævner jeg til observation denne form, som jeg kalder *Hellieseni* til minde om min avdøde ven, konservator ved Stavanger museum T. HELLIËSEN, som har saa store fortjenester av utforskningen av det sydvestlige Norges koleopterfauna.

H. ruficollis DEG. er av vore arter den mest utbredte og mindst fordringsfulde, hvad livsforhold angaar; den findes næsten overalt i lavlandet i det sydlige, saavel i rindende som (helst) i stillestaende vand; den gaar saa langt nord som til Saltdalen; i det indre av landet sydpaa har jeg tat den til Rena i Østerdalen og W. M. SCHØYEN til Ringebu i Gudbr.dal.

Den synes at avvike litt fra mellemeuropæiske ekspl., idet penis hos samtlige de 6 undersøkte ekspl. er betydelig spidsere end hos ZIMMERMANN i hans fornævnte arbeide er avtegnet, paramererne derimot er overensstemmende. Jeg har desværre ikke mellemeuropæiske ekspl. av denne almindelige art, saa jeg er ute av stand til at bedømme, hvorvidt denne forskjjel er av nogen betydning. Ogsaa ♀♀ avviker fra de mellemeuropæiske, saaledes som de er skildret av Zimmermann, idet mere end halvparten av samtlige ekspl. (40 av 72) har vingedækkernes overflate mikroskopisk punktuleret like til basis, omend tildels meget fint, kun 4 av samtlige ekspl. er kun punktuleret ved spidsen og paa siderne, mens resten kun har den forreste halvdel til tredjedel av de indre mellemrum helt glatte. De forskjellige former av ♀♀ optrær sammen paa samme lokalitet — det kan kanskje sies, at den helt punktulerete form er hyppigere vestpaa, f. eks. paa Lister var av 11 ♀♀ kun 2 stkr. delvis glatte. I England synes den helt punktulerete form at være den herskende. De lokaliteter, hvorfra *ruficollis* hittil er kjendt er følgende:

Fredrikshald og Berg (HANSEN, R. LYCHE)!, Kirkøen, Hvaler!, Skjeberg (HANSEN)!, Fredriksstad!, Onsø!, Moss!, Næssset i Frogne!, Østre Aker, Tøien, Hovedøen, Bygdø, Lysaker etc. ved Kristiania!, Asker!, Heggedal!, Lillestrømmen!, Hemnes og Eidsverket i Høland!, Risa mellem Dal og Bøn!, Eidsvold (SIEBKE)!, Kongsvinger!, Rena i Aamot!, Biri!, Ringebu (W. M. SCHØYEN)!, Ringerike! Modum!, Kongsberg omegn!, Fiskum!, Mjøndalen!, Eidsfos!, Tjøme (HELLIESEN), Fredriksvern!, Hiterdal!, Vestfjorddalen!, Brevik!, Kragerø (ULLMANN)!, Risør!, Tvedestrand!, Lister!, Jæderen (COLLETT)!, alm. i hele Stavanger amt (HELLIESEN: Stavanger amts Coleoptera, Stav. mus. aarsh. 1914, sep. 35), Bergens omegn (SCHNEIDER)!, Beian!, Bjugn (SIG. THOR)!, Trondhjem, Melhus og Gudaach i Meraker (LYSHOLM)!, Næsvand i Skogn!, Syd-Herø (SCHNEIDER)!, Fiskvaagvandet ved Rognan i Saltdalen!¹.

H. Heydeni WEHNCKE (*foveostriatus* THOMS.) adskiller sig fra *ruficollis* ved almindeligvis at være noget mindre og litt mere hvælvet, samt betydelig aapnere punktert i punktrækkerne — nogle stikprøver viste for *Heydeni* ca. 30 punkter i de inderste rækker, for *ruficollis* vel 40 — desuten er altid de forreste punkter i de indre rækker betydelig større end de andre og større end de tilsvarende normalt er hos *ruficollis*. Hannens symmetriske klør paa forbenene og forskjelligheter i penis's og paramerernes bygning samt hunnens mangel av mikropunktur² paa vingedækkerne gjør dens artberettigelse temmelig sikker. Dens forekomst hos os er utelukkende indskrænket til lavlandet sydpaa, hvor den i det hele er noksaa sjelden.

¹ Jeg konstaterer herved dens forekomst i det nordlige Mongoliet, hvor den er fundet av FR. JENSEN ved Sistikem og Beikem.

² Ved en meget omhyggelig mikroskopisk undersøkelse viser det sig dog, at omtrent halvparten av ekspl. har spor av mikropunktur paa den aller ytterste spids; men denne vil i almindelighet overses.

Fredrikshald (HANSSEN)!, Kirkøen, Hvaler!, Skjeberg (HANSSEN)!, Drøbak (HELLIESEN), Toien og Aker ved Kristiania!, Hemnes og Eidsverket i Høland!, Risa mellem Dal og Bøn!, Biri!, Vikesund (HELLIESEN), Kongsberg omegn!, Sansver!, Fiskum!, Kragerø (ULLMANN)!, Risør!

H. fulvicollis ER. opgis baade av SIEBKE (Enum. Ins. Norv. II 107) og av E. STRAND som fundet henholdsvis ved Kristiania og i Lier; begge opgaver beror paa feilaktig bestemmelse; arten er endnu ikke paavist i Norge.

H. fluviatilis AUBÉ; det samme gjælder denne art.

H. lineolatus MANNH. skiller sig fra *fluviatilis*, som den ligner meget, ved prosternums fure mellem forbenene og ved hannens assymetriske klør paa forbenene samt ved farveforskjelligheten, idet de mørke linjer, hvori de indre punktrækker staar, ikke er avbrutte bak mitten som hos *fluviatilis*, hvor den normale tegning er to sæt korte linjer fra suturen og skraat forover og utover, mens *lineolatus* i almindelighet har linjerne paa de 4 første punktrækker ubrutte bak mitten. Formen av penis er utpræget forskjellig, idet den har dorsalsiden gaaende i en ubrutt kurve hos *fluviatilis*, mens den hos *lineolatus* har et rundt utstaående fremspring noget før spidsen. De i Karasjok fundne ekspl. er saa lysfarvede, at jeg først antok dem for at være den nærstaaende *Schaumi* SOLSKY. Den er temmelig utbredt hos os og findes særlig i rindende vand og i kjern med sandbund; men den er hittil ikke iaktatt paa østlandet.

Lillesand!, Jæderen (COLLETT)!, Ryfylke (HELLIESEN, bestemt som *fluviatilis*!), Lærdalsøren!, Surendalen!, Beian!, Froan (LYSHOLM)!, Røros!, Stjørdalen!, By ved Stenkjær (LYSHOLM)!, Hatfjelddalen (E. STRAND)!, Karasjok!

H. transversus THOMS. Jeg har kun et utpræget ekspl. ♀ av denne art, som væsentlig skiller sig fra foregaaende ved den ganske kraftige indtrykning foran basis av brystskjoldet. Det er tat av daværende konservator (nu lektor) Dr. SIG. THOR i Garjeljavre nær Vadsø. Et ekspl. fra Beian viser en svakere indtrykning. Artberettigelsen er maaske noget tvilsom.

H. apicalis THOMS. (*striatus* SHARP.). Den er den mest langstrakte og jevnbrede av alle arterne, noget mere flattrøkt paa ryggen end de andre, normalt med hele og ubrutte sorte linjer, ♂ med symmetriske klør paa forbenene og lang, smalt tilspidset venstre paramer, ♀ relativt sterkt punktuleret like til basis av vingedækkerne. Helt utfarvede ekspl. har sidste følehornsled tydelig litt mørkere end de foregaaende, hos uutfarvede er det kun en skygge mørkere. Den synes hos os at foretrække brakvand.

Den er hittil kun fundet:

i en liten nu forsvunden dam ved Tyskestranden (Skoien st.) talrig i midten av 70-aarene!, enkeltvis i „Pollen“ ved Nesset i Frogn! og i Engervandet ved Blommenholm! samt paa Ringerike (ULLMANN, i LYSHOLMS samling)! Den er ogsaa fundet av professor L. ESMARK i første halvdel av forrige aarhundrede, formentlig ogsaa ved Kristiania.

H. nomax BROWNE. Den ligner meget *apicalis*, men er noget mere hvælvet og mindre jevnbred. ♂ utmerker sig fremfor alle andre ved at første tarsalled paa mellembenene er kraftig konkavt buet, mens alle de andre har det kun svakt buet eller næsten retlinjet. ♀ er som hos *apicalis* punktuleret helt til roten av vingedækkerne, men tydelig svakere end hos denne art; den er derfor mere glinsende.

Den er hittil hos os fundet for det meste enkeltvis helt til Nesvand i Skogn, nær Ronglan st., hvor LYSHOLM og jeg tok en del eksemplarer vaaren 1904.

Tøien ved Kristiania!, Engervand ved Blommenholm!, Lillestrømmen!, Hemnes i Holand (HANSEN og!), Grinder i Solør!, Sørum i Vaage!, Lier (WOLLEBÆK)!, Mjøndalen!, Hougsund paa Eker!, Nesvand i Skogn!

Immaculatus GERH. Noget større og kraftigere stripet end de foregaaende og let kjendelig ved hannens assymetriske klør paa forbenene og hunnens fuldstændige mangel av punktulering paa vingedækkerne. Synes foretrække brakvand.

Ved Skjebergkilen (HANSEN)!, nær Onsø st. $\frac{9}{4}$ 1920!, talrig i Engervandet ved Blommenholm $\frac{20}{9}$ 1918, $\frac{4}{4}$ 1920, III/21!, samt talrig i „Pollen“ ved Nesset i Frogn $\frac{5}{6}$ 1922!

Flavicollis STRM. av størrelse som *fulvus* og utmerket ved mangel av mørke tegninger paa vingedækkerne og formen av brystskjoldet.

Kun fundet paa faa steder i det sydlige:

Kristiania omegn (SIEBKE)!, Lillestrømmen!, Ringerike (WARLOE)!, Hiterdal (HELLIESEN).

Variegatus STRM. Betydelig mindre end *fulvus* og forskjellig ved den bredere og neppe saa markerte tegning av de mørke flekker paa vingedækkerne.

Er likeledes kun fundet i det sydlige:

Foruten som det synes talrig paa Vasserland ved Tjømø av HELLIESEN, er der kun fundet et enkelt ekspl. paa Kirkøen, Hvaler mai eller juni 1914! Samtlige SIEBKES opgitte fund i Enum. Col. Norv. 107 refererer sig til *fulvus* og v. *lapporum*.

Fulvus FBR. Utmerket ved sin størrelse og sin variable farve: de lyseste ekspl. helt uten sorte tegninger (v. *unicolor* v. nov.); almindeligst findes den med færre eller flere linjeformige mørke flekker, som sjelden løper sammen med suturen eller sig imellem, og med den øverste del av hodet ofte mere eller mindre mørkfarvet; sjelden sydpaa, men hyppigere i den nordlige del av landet utvides de sorte flekker og kan løpe helt sammen, saa kun omkredsen og nogle faa smaa flekker paa den forreste del av vingedækkerne holder sig lyse. Ogsaa undersiden skal ifl. SEIDLITZ kunne bli sort (var. *niger* SEIDL.); saadanne ekspl. har jeg ikke set.

Lappomum THOMS. kan ikke opretholdes som art, den er kun en overalt hos os optrædende farveaberration ved overgange forbunden med den typiske form. Sandsynligvis er *v. niger* SEIDL. heller ikke andet.

I Fjeldfrøskelven ved Bjerkeng i Maalselvdalen optræer en eiendommelig form:

Haliplus fulvus Sparre-schneideri n. var. Elytris fortius quam in forma typica punctatis, interstitiorum punctis interiorum quam striarum haud vel vix minoribus, disco elytrorum obsolete grosse transversim ruguloso; colore supra obscuro, maculis elytrorum in disco confluentibus, subtus semper flavescenti, vix infuscato.

Denne ved sin kraftige punktur og mørke farve utmerkede form er kun fundet av avdøde konservator J. SPARRE-SCHNEIDER og senere av LYSHOLM og mig ved Bjerkeng i Maalselvdalen, hvor den forekom sammen med den typiske form i Fjeldfrøskelven. Det er særlig ♂♂, som er utviklet paa denne maate, ♀♀ er mere normalt punkterte. Forøvrig er der alle mulige overgange mellem denne og den typiske form, saa den ikke kan opretholdes som art, som jeg tidligere var tilbøielig tll at holde den for. Den blev dengang sendt til forbindelser i utlandet under navnet *Schneideri* in litteris.

H. fulvus er almindelig i vore større elver og i vand med sandbund, men findes ogsaa, men mere enkeltvis i mindre kjern og vaspytter og utbredt over hele landet, kanske almindeligst nordpaa.

Drøbak (WARLOE)!, Bygdø ved Kristiania!, Eidsverket i Høland!, Grinder i Solør!, Aamot i Østerdalen!, Tønset (frk. B. ESMARK)!, Ringsaker!, Biri!, Faaberg og Sell (SIEBKE)!, Dovre (HANSSEN, W. M. SCHØYEN)!, Sørumselva i Vaage!, Lom!, Nystuen paa Filefjeld!, Bergset st. i Ø. Slidre!, Fosheim st. (HELLIESEN)!, Norderhaug paa Ringerike (SIEBKE)!, Modum (COLLETT)!, Hougsund (HELL.)!, Fiskum!, Kongsberg!, Vestfjorddalen, Gaustafjeldet, Saude og Strengen ved Bandak i Telemarken!, Sandnes i Drangedal!, Lister (HOLMBOE og!), Stavanger samt Time og Orre paa Jæderen (HELL.), Strandebarro og Bergen (SCHNEIDER)!, Svanøen, Hitteren, Trondhjem og Aursundsjø (LYSHOLM)!, Nesvand i Skogn!, Reinsvand ved Stenkjær (LYSH.), Saltdalen (HAGEMANN), Senjen (SIG. THOR)!, Nordmo, Bjerkeng og Josefvand i Maalselvdalen (SCHNEIDER, LYSH. og)!, Balsfjord (SCHNEIDER)!, Tromsø (LYSHOLM)!, Kautokeino (PENTHA)!, Hammerfest!, Skoganvarre!, Lebesby (SCHNEIDER)!, Karasjøk!, Tana!, Neiden (SCHNEIDER)!, Melkefos og Vagattem i Pasvikelven, Syd-Varanger!

Summary.

I. *Brychius elevatus*, a complex of forms.

The author gives a minute characteristic of the variability of his two captures of *Brychius*, viz. in Karasjok, Finmarken (69° 27'), and in the neighbourhood of Dal near Kristiania, the first chiefly *Br. cristatus* with *rossicus* and transitions to *norvegicus*, the second chiefly *norvegicus* (description in Latin), an intermediate form between the Middle-European *elevatus* and *rossicus*. All the European forms, with the exception of *glabratus*, are closely allied and solely forms of the highly variable *Br. elevatus*, the keels on the third insterstice on elytra being more pronounced the farther north we proceed.

II. The Norwegian species of *Haliphus*.

The author gives a table of the species of the genus, and a characteristic of the different species with description (in Latin) of a new Arctic form of *H. fulvus* (*Sparre-schneideri* n. var.).

STAMMESTYPER N DER ERUPTIVGESTEINE

VON

Rettelse.

Side 10, linie 25, 44 og 49 fra oven
13, — 10 f. o.
— 14, — 14 f. o.
stav „assymetrisk“, læs „asymmetrisk“.

UTGIT FOR FRIDTJOF NANSENS FOND

KRISTIANIA
IN KOMMISSION BEI JACOB DYBWAD

1922

Summary.

form of *H. fulvus* (*Sparre-schneideri* n. var.).

STAMMESTYPEN DER ERUPTIVGESTEINE

VON
V. M. GOLDSCHMIDT

MIT 4 TEXTFIGUREN

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER, I. MAT.-NATURV. KLASSE, 1922, No. 10)

UTGIT FOR FRIDTJOF NANSENS FOND

KRISTIANIA
IN KOMMISSION BEI JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i den mat.-naturv. klasses møte den 22de septbr. 1922.

Als einen »Stamm« bezeichne ich eine Gemeinschaft von Eruptivgesteinen, welche in solcher geologischer Verknüpfung auftreten, daß man zur Annahme eines *gemeinsamen Ursprungs* geführt wird; der Stamm umfaßt »comagmatische« Gesteine. Der Begriff des Gesteinsstammes, wie ich ihn aufgestellt habe, umfaßt alle genetisch verknüpften Gesteine einer Eruptionsprovinz, die von einem gemeinsamen Stamm-Magma abstammen.

Innerhalb des Gesteinsstammes beobachten wir in der Regel Altersunterschiede der einzelnen Gesteine, so meistens mehrere Generationen von Tiefengesteinen, jede begleitet von ihren charakteristischen Grenzfacies, Gängen, eventuell Ergußgesteinen. Die Generationsfolge ist bedingt durch den Verlauf der magmatischen Entwicklung.

Zur Aufstellung und Abgrenzung der einzelnen Gesteinsstämme sind folgende Kriterien zweckmäßig:

Die Gesteine eines Stammes pflegen, im *Grossen gesehen*, geologisch *gleichaltrig* zu sein, die Altersunterschiede der einzelnen Stammesmitglieder sind in der Regel von geringerer Größenordnung als die geologischen Perioden.

Die Gesteine eines Stammes pflegen oft in ausgesprochenem *räumlichen* Verband aufzutreten, deshalb hat man schon frühzeitig die Eigentümlichkeit der »Eruptionsprovinzen« erkannt.

Auch in *tektonischer* Beziehung, in der »mise en place« zeigt sich oft, wenn auch nicht immer, Analogie zwischen den einzelnen Mitgliedern eines Stammes.

Das geologische Auftreten zeigt oft direkt durch den *gegenseitigen Verband* der Gesteine ihre Entstehung durch gemeinsame Differentiationsprozesse, wie auch die Gesteine eines Stammes oft in ihrer Zusammensetzung und ihrem Mineralbestande gegenseitig durch *Übergänge* verknüpft sind.

Charakteristische Eigentümlichkeiten eines Stammes (z. B. hoher Natrongehalt, ein charakteristischer Feltspat) *vererben* sich oft durch zahlreiche (doch nicht immer alle) Mitglieder eines Stammes.

Genetische Zusammengehörigkeit zeigt sich auch darin, daß sich häufig dieselbe *Gesteinsassociation* in verschiedenen Teilen einer Eruptionsprovinz vorfindet; solche charakteristische Gesteinsassociationen können oft auch in analogen andern Eruptionsprovinzen wiedergefunden werden.

Wir kennen bereits eine große Anzahl solcher Gesteinstämme recht eingehend; die Aufgabe der beschreibenden Petrographie ist nicht nur die Beschreibung der Einzelgesteine, sondern auch die Untersuchung des Stammverbandes zwischen den Einzelgesteinen.

Oft beobachten wir erstaunlich gleichartige Stämme in weit von einander entfernten Eruptionsprovinzen verschiedensten Alters. Ich kann auf die Analogie der Alkaligesteine des Kristianiagebiets, des Madeiragebiets und des Mount Ascutney-Gebiets verweisen, auf die Analogie der norwegischen paläozoischen Opdalit-Trondhjemit-Gesteine mit dem tertiären Tonalitstamme der Alpen, auf die Analogie der Gesteine des Ekersund-Sogndal-Gebiets mit südrussischen Gesteinen.

Betrachten wir die Analogien und Unterschiede der einzelnen Gesteinstämme, so zeigt es sich bald, daß man eine Reihe von Stammestypen unterscheiden kann, wie etwa den Typus der Anorthosit-Charnockit-Stämme, den Typus der Glimmerdiorit-Stämme, mehrere Stammestypen der Alkaligesteine. Ferner zeigt es sich, soweit wir es schon übersehn können, daß jeder Stammestypus für ein bestimmtes tektonisch-geologisches Milieu charakteristisch ist.

So finden wir die Glimmerdiorit-Stämme in Faltengebirgen, und zwar in geologischer Verknüpfung mit der Gebirgsbildung intrudiert; Alkalistämme sind in der Regel, wenn nicht immer, längs Spaltenverwerfungen oder in Explosionsröhren aufgedrungen, sehr oft in Verbindung mit großen Grabenbrüchen.

Anorthosit-Charnockit-Stämme scheinen an Intrusion in alte Granite oder Gneise geknüpft zu sein.

Die Unterschiede der Stammestypen sind dem Petrographen schon lange bewußt, ich brauche nur an die Unterscheidung »atlantischer« und »pazifischer« Eruptionsprovinzen zu erinnern. Über die *Ursachen* der Stammesunterschiede besaß man hingegen bisher noch wenig Klarheit. Die vielleicht einfachste Annahme, daß ein ursprünglicher chemischer Unterschied des Ausgangsmaterials, des Stamm-Magmas, vorliegt, läßt sich schwer nachprüfen, da wir darauf angewiesen wären, die Zusammensetzung des

gemeinsamen Stamm-Magmas aus der Zusammensetzung derjenigen Stammesglieder zu berechnen, die durch den zufälligen Schnitt mit der Erdoberfläche gerade entblößt sind. Die Annahme ursprünglich chemisch verschiedenartiger Stamm-Magmen als eine allgemeine Lösung der Frage begegnet auch schwerwiegenden geologischen Bedenken. Es wäre noch hinzunehmen, daß verschiedene Teile der Erdkruste chemisch verschiedene Magmenbehälter beherbergen, aber es wäre schwer erklärlich, daß in ein und demselben Gebiete in verschiedenen geologischen Perioden ganz verschiedenartige Stammestypen zum Durchbruch gelangen können.

Eine mehr befriedigende Arbeitshypothese wäre es, den Unterschied der Stämme in den *geologischen* Verhältnissen zu suchen, das heißt ein im Allgemeinen gleichartiges Urmagma anzunehmen, und die jeweiligen physikochemischen Bedingungen für den verschiedenartigen Differentiationsverlauf dieses Urmagmas verantwortlich zu machen.

Ob diese Erklärungsweise das Gewünschte leistet, könnte man untersuchen, indem man eine vergleichende Analyse des empirisch bekannten Differentiationsverlaufes in verschiedenartigen Gesteinstämmen vornimmt.

Wir können zu diesem Zwecke zunächst einem »Normalfall« der magmatischen Differentiation konstruieren, entsprechend den Erfahrungen, die vor allem im Geophysikalischen Laboratorium des Carnegie-Instituts durch experimentelle Untersuchungen gewonnen sind. Ein solcher Normaltypus des Differentiationsverlaufes ist von einem der erfolgreichsten Forscher dieses Laboratoriums, N. L. BOWEN, bereits aufgestellt worden. Er zeigte, daß durch fraktionierte Krystallisation eines basaltischen, respektive gabbroiden Magmas und gravitative Sonderung der Komponenten eine gabbroid-dioritisch-granitische Gesteinsreihe entstehen muß. BOWEN zeigte, daß einfach eutektische Krystallisationsbahnen, wie man sie früher vielfach angenommen hatte, in der Gesteinswelt nicht so verbreitet sind, wie die sogenannten »Reaktionsreihen«, bei denen die Erstkrystallisationen im Verlaufe der magmatischen Entwicklung wieder mit den Mutterlaugen in Reaktion treten, unter Bildung neuer Minerale. Er zeigte, daß man auf Grundlage des synthetischen Materials ein einfaches Schema für die successive Ausscheidungsfolge der magmatischen Minerale aufstellen kann, das bemerkenswerte Übereinstimmung mit der petrographischen Erfahrung aufweist¹. Sein Schema, mit einigen unwesentlichen Änderungen, ist die Grundlage unserer schematischen Figur 1, welches die Aufeinanderfolge der einzelnen Magmentypen und die Krystallisationsfolge der Minerale darstellt.

¹ BOWEN'S Ergebnisse stimmen sowohl mit der erfahrungsgemäß festgestellten Krystallisationsreihenfolge im Einzelgestein, wie mit dem von BRÖGGER gefundenen Parallellismus zwischen Krystallisationsreihenfolge und Differentiationsreihenfolge.

Das Schema bedarf keiner näheren Erklärung¹; die Richtung der magmatischen Entwicklung ist durch Pfeile angedeutet, unten sind diejenigen Minerale angeordnet, die Tendenz zum *Absinken* aus dem Magma besitzen, oben hingegen vorzugsweise solche, die Tendenz zum *Aufsteigen* besitzen, oder besitzen können. Im Schema habe ich, der Einfachheit halber, unter der Bezeichnung »Augite« rhombischen und monoklinen Augit zusammengefaßt, mit »Augit« ist monokliner Pyroxen gemeint. Das Auftreten der hydroxylhaltigen Glimmerminerale Biotit und Muskovit am Schlusse der Krystallisationsreihe ist, wie BOWEN schon hervorhebt, darin begründet, daß ein

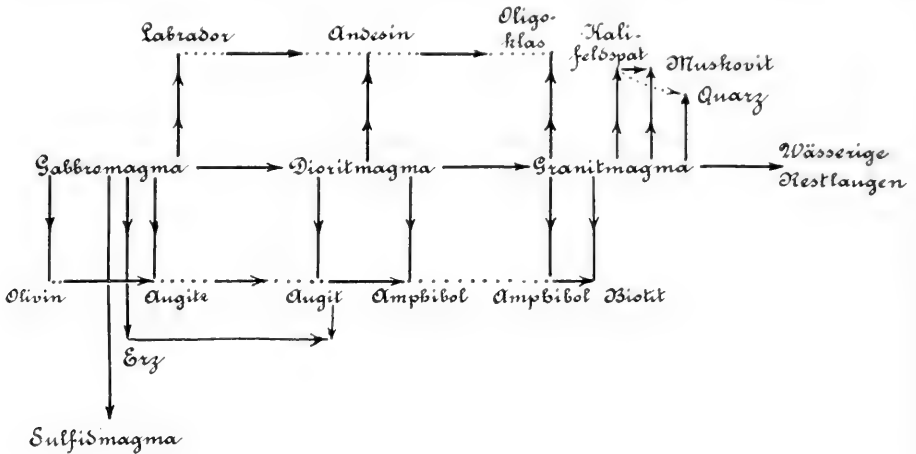


Fig. 1. »Normalfall« der Stammesentwicklung.

eventueller Wassergehalt des Magmas in den Mutterlauge angereichert wird, und zur Bildung von Glimmern führen muß, sobald die Wasserkonzentration im Magmenrest genügend hoch geworden ist.

Zum Vergleiche mit diesem »Normaldiagramm« wollen wir nun ein analoges Diagramm betrachten, daß auf dem empirischen Material betreffend Stämme vom »Glimmerdiorit-Typus« beruht. Es entspricht dem typischen Differentiations- und Krystallisationsverlauf eines solchen Stammes, den ich besonders eingehend studiert habe, des Opdalit-Trondhjemit-Stammes im kaledonischen Faltengebirge. Das Diagramm könnte aber ebensowohl den Sonderungsverlauf des alpinen Klausendiorit-Tonalit-Stammes darstellen, oder etwa denjenigen der Andendiorite.

Der wesentlichste Unterschied dieser Art von Stämmen gegenüber dem im Normaldiagramm dargestellten Fall besteht in dem schon früh-

¹ Das Schema kann auch als quantitative Darstellungsweise ausgearbeitet werden, indem man in horizontaler Richtung den Kieselsäuregehalt des Magmas aufträgt, von links nach rechts ansteigend, in vertikaler Richtung nach oben und unten die Mengen der jeweilig ausgeschiedenen Minerale.

zeitigen und sehr reichlichen Auftreten von Biotit, womit das Fehlen oder wenigstens Zurücktreten von Kalifeldspat offenbar ursächlich verknüpft ist. Die frühzeitige Biotitbildung entzieht dem Magma offenbar so viel Kali, daß Kalifeldspat in den sauren Endgliedern entweder gar nicht zur Krystallisation gelangt, oder doch an Menge sehr zurücktritt. Diese Begünstigung des Biotits auf Kosten des Kalifeldspats ist offensichtlich begründet in einem relativ hohen Wassergehalt des Magmas. Woher stammt nun dieser hohe Wassergehalt? Betrachten wir das geologische Auftreten dieser Stämme, so finden wir, daß sie örtlich und zeitlich ausnahmslos an *Faltengebirge* geknüpft sind. Wir finden sie in tief niedergefalteten Geosynklinalen, wie etwa in südnorwegischen Faltungengraben, in welchen

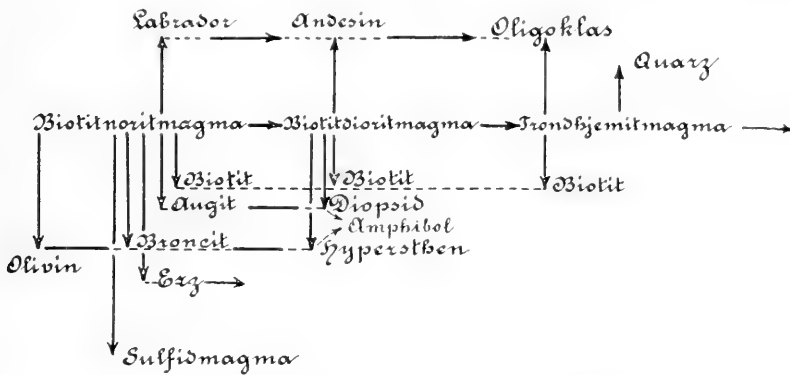


Fig. 2. Typus eines Glimmerdiorit-Stammes.

große Mengen *toniger Sedimente* hinabgefaltet sind; die Intrusion dieser Stämme findet während der Gebirgsfaltung statt oder sehr bald danach. Stämme dieser Art folgen ihrem Faltengebirge über ungeheure Distanzen, über Tausende von Kilometern, ohne jemals ins Vorland des Gebirges hinauszutreten. Es wäre eine sehr gewagte Vermutung, daß zufällig von vornherein unter den Gebirgen solche langgestreckte Magmenreservoirire vorhanden waren, die sich durch diese bestimmte wasserreiche Magmenart auszeichneten. Viel wahrscheinlicher ist die Annahme, daß der Wasserreichtum dieser Faltengebirgsmagmen gerade aus den *wasserhaltigen* Tonsedimenten der Geosynklinalen stammt, daß die Tonsedimente einen Teil ihres Wassergehaltes bei lokaler oder regionaler Metamorphose abgeben (was beweislich der Fall ist), und daß diese aus den Sedimenten stammende Wassermenge ganz oder teilweise vom flüssigen Silikatmagma aufgelöst wurde. Laboratoriumsversuche und technische Experimente zeigen, daß Silikatschmelzflüsse tatsächlich bedeutende Mengen Wasserdampf auflösen können, und diese Wasseraufnahme des Magmas hat offenbar den Differentiationsverlauf solcher Stämme entscheidend beeinflusst.

Hiermit stimmt es, daß wir in den sauren Endgliedern dieser Stämme, sofern Kalifeldspat auftritt, neben diesem gern auch Muskovit antreffen, der gleichzeitig mit dem Kalifeldspat oder sogar schon *vor* diesem gebildet ist. Wo in intermediären Gesteinen dieser Stämme Kalifeldspat vorkommt (wie zum Beispiel im Opdalit), scheint dieser mindestens teilweise auf Kosten von bereits kristallisiertem Biotit gebildet zu sein, wie ich an noch unveröffentlichtem Material beobachten konnte.

Wir können solche Stämme zweckmäßig »Glimmerdiorit-Stämme« nennen. Stämme dieser Art, Glimmerdiorit-Stämme, wären demnach durch Differentiation eines besonders »nassen«¹ Magmas gebildet, das durch

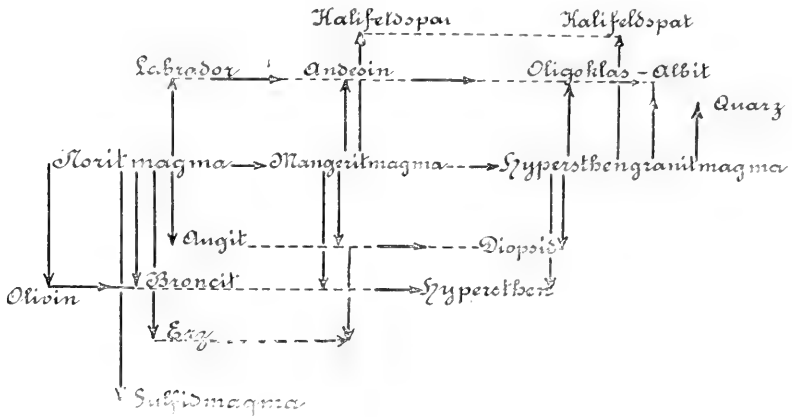


Fig. 3. Typus eines Mangerit-Stammes.

Wasseraufnahme unter hohem Drucke aus wasserärmerem magmatischem Material gebildet ist.

Zum Vergleich wollen wir nun einen ganz anderen Stammestypus untersuchen, nämlich den Typus der Anorthosit-Charnockit-Stämme. Auch dieser Stammestypus ist im kaledonischen Gebirge hervorragend vertreten, nämlich durch jenen Gesteinsstamm, den ich unter dem Namen »Bergen-Jotun-Stamm« eingehend beschrieben habe. Eine schematische Darstellung des Krystallisations- und Differentiationsverlaufs in solchen Stämmen ergibt das in Fig. 3 dargestellte Bild.

Als besonders charakteristische Kennzeichen dieses Stammes ersehnen wir aus dem Diagramm, daß Biotit gegenüber dem Normaldiagramm ganz

¹ Ich halte es für wohl möglich, daß *manche* »Saussurit-Uralit-Gabbros« des kaledonischen Gebirges Produkte besonders »nasser« Magmen sind; gerade diese Gabbros werden von Schwefelkies-Kupferkies-Magmen begleitet, die offenbar in Form einer wässrigen Sulfidschmelzlösung abgesondert wurden, im Gegensatz zu den normalen Magnetkiesmagmen, die sicherlich wasserarm waren. Die Bildung von Saussurit und Uralit in diesen Gesteinen wäre nach dieser Auffassung unter Einwirkung des magmatischen Wassers erfolgt, in der hydrothermalen Phase der Gesteinsverfestigung.

zurücktritt, ebenso Amphibol. Die Pyroxenminerale Diopsid und Hypersthen reichen bis in die granitischen Endglieder der fraktionierten Krystallisation. Ferner beginnt die Ausscheidung des Kalifeldspats oder kalireicher Mischfeldspate schon sehr früh. Besonders charakteristisch für diese Stämme sind daher mikroperthitische Verwachsungen zwischen Kalifeldspat und relativ *kalkreichen* Plagioklasen, wie sie besonders den Gesteinen des Mangerit-Typus zu eigen sind. Wir können daher diesen Stammes-Typus den Typus der *Mangerit-Stämme* nennen.

Charakteristisch für diesen Stammestypus ist offenbar die Armut an Wasser, die sich im Zurücktreten des Biotits kund gibt. Hiermit stimmt die geologische Erfahrung über das Auftreten solcher Stämme. Wir finden Intrusionen dieser Stämme inmitten alter Granite oder alter, schon früher stark entwässerter Gneise, also in einer sehr wasserarmen Umgebung. Wo Mangerit-Stämme in Faltengebirgen mit reichlichem Tonschiefer-Material auftreten, zeigt die geologisch-petrographische Beobachtung, daß die »mise en place« erst in festem oder in bereits differenziertem Zustande stattgefunden hat (Berninagebirge, Jotunheimen). Wir können daher die Mangerit-Stämme als Produkte eines besonders »trockenen« Magmas auffassen.

Ob die so frühzeitige Krystallisation des Kalifeldspates ausschließlich in der relativen »Trockenheit« des Magmas begründet ist, oder ob das Stamm-Magma außerdem relativ reich an Kali gewesen ist, etwa durch Resorption kalireichen Materials aus den umgebenden Graniten und Gneisen, muß ich vorläufig noch dahingestellt sein lassen; es ist wohl möglich, daß beide Umstände zusammengewirkt haben.

Eine charakteristische Besonderheit dieser Stämme ist auch das Auftreten von »Anorthosit« (Labradorfels) in sehr bedeutenden Massen, einem Gestein, welches den Glimmerdiorit-Stämmen völlig fehlt. Worin ist nun diese Eigentümlichkeit begründet? Die Labradorfelse sind offenbar durch gravitative Sonderung entstanden, durch Aufsteigen frühzeitig krystallisierter Plagioklase aus einem Magma. Dieses Aufsteigen der Plagioklase ist nur möglich, wenn das Restmagma schwerer ist als die betreffenden Plagioklase, und dies ist offenbar nur dann in genügendem Maße der Fall, wenn das Restmagma arm an Wasser ist, da ein Wassergehalt sicher das spezifische Gewicht der Silikatschmelzflüsse erniedrigt. Hier dürfte die Ursache der genetischen Verknüpfung der Labradorfelse mit gerade diesem Stammestypus zu finden sein.

Als Beispiele der oben behandelten beiden Stammestypen, des Glimmerdiorit-Typus und des Mangerit-Typus, seien im folgenden einige Zusammen-

stellungen gebracht, welche Mineralbestand und Differentiationsverlauf in zwei solchen Stämmen näher erläutern mögen.

Zunächst bringe ich eine Zusammenstellung des quantitativen Mineralbestandes in den von mir früher beschriebenen Tiefengesteinen des Trondhjem-Gebietes.

	Quarz- Biotit- Norit, Indset	Hyp- Glimmer- Diorit, Indset	Opdalit, Indset	Trondhjemit			
				Drag- aasen	Fren- stad	Skav- lien	
Quarz	2	13	14	16	23	21	31
Muskovit						2	4
Kalifeldspat	(3)	(3)	13	15	(4)	(9)	7
Albit	25	27	30	28	49	56	46
Anorthit	24	21	16	15	15	8	8
Biotit	5	17	11	10	8	5	5
Augit	15	8	5	5	1 ¹		
Hypersthen	21	9	9	9			
Erz + Apatit	6	1	3	2	0.2	0.1	0.4

Man bemerke den hohen Biotitgehalt dieser Gesteine. Bezüglich des Kalifeldspats sei bemerkt, daß ein wesentlicher Teil desselben im Quarz-Biotit-Norit, Hypersthen-Glimmer-Diorit und den beiden ersten Trondhjemiten *nicht* in *freiem* Zustande vorkommt, sondern als isomorphe Beimengung im sauren Plagioklas.

Um den Differentiationsverlauf im Bergen-Jotun-Stamme zu erläutern, mag das Schema Fig 4, das etwas ausführlicher ist als Fig. 3, zweckdienlich sein.

Nicht dargestellt in diesem Schema sind die Amphibol-Granite und Biotit-Granite desselben Stammes, deren Gegenwart darauf deutet, daß gegen Schluß der Differentiation vielerorts genügend Wasser vorhanden war, um diese Granitarten zu bilden, die sonst nicht für *diesen* Stammes-Typus charakteristisch sind. Es ist dies überhaupt eine häufige und von unserm Standpunkt selbstverständliche Erscheinung, daß der Stammestypus nicht immer *rein* erhalten bleibt, sondern daß durch regionale oder lokale Änderungen der geologischen Bedingungen früher oder später ein *Umschlag* in einen andern Differentiationstypus eintreten kann. So kann durch lokale Zunahme des Wassergehaltes auch in Mangeriten eine Umsetzung der Pyroxene zu Amphibol oder gar Biotit stattfinden. Bemerkenswert ist auch das Auftreten von Ägiringranit im Bergen-Jotun-Stamme.

¹ Im Trondhjemit von Dragaasen Amphibol + Monokliner Pyroxen.

Eine eingehende Diskussion der verschiedenen Typen von Alkalistämmen würde viel Zeit in Anspruch nehmen, auch ist dieses Gebiet wohl noch nicht ganz reif für eine abschließende Erörterung. Aber man kann kaum daran zweifeln, daß auch der Differentiationsverlauf, welcher den Alkalistämmen eigentümlich ist, an ganz bestimmte geologische Bedingungen gebunden ist, so besonders an Spaltenverwerfungen und insbesondere Grabenbrüche. Die unzweifelhafte Verknüpfung der typischen Alkalistämme mit Spaltenverwerfungen, respektive Explosionskanälen deutet, wie ich glaube, darauf, daß plötzliche Druckentlastung durch solche *disruptive* Vorgänge von wesentlicher Bedeutung für den speciellen Differentiationsverlauf der Alkalistämme sein muss. Es wäre wohl möglich, daß die Druckentlastung in der Weise wirkt, daß eisenreiche Biotitminerale zum Zerfall gebracht

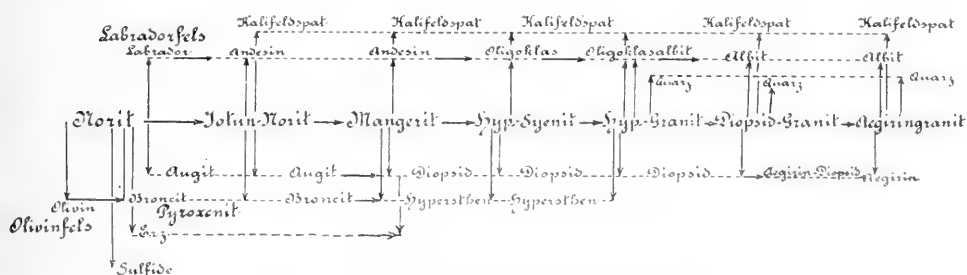


Fig. 4. Hauptreihe des Bergen-Jotun-Stammes.

werden, unter Bildung von Feldspatoidmineralen und eventuell Alkalipyroxenen. Die allgemein beobachtete geologische Verknüpfung von Verwerfungsspalten oder Explosionskanälen mit dem Auftreten der Alkaligesteine macht sich auch darin geltend, daß Entgasungserscheinungen des Magmas (ermöglicht durch die Druckentlastung) in diesen Stämmen überhaupt eine besondere Rolle spielen (Pneumatolyse). In vielen Fällen scheinen die Durchbruchstellen der Alkalieruptive geradezu als Entgasungsschlote für große Gebiete des Erdinneren zu wirken, und manche chemische Eigentümlichkeit der Alkalistämme mag von den hindurchströmenden Gasen bedingt worden sein. Bekanntlich vermutet R. A. DALY, daß die Alkalistämme ihren chemischen Bestand durch Einschmelzung von Kalkstein erworben haben. Für eine ganz bestimmte Gruppe von Alkalistämmen scheint die Association mit Kalkstein tatsächlich eine notwendige geologische Vorbedingung zu sein, nämlich für die Jolith-Melteigit-Stämme, wie sie beispielsweise in dem von BRÖGGER beschriebenen Fen-Gebiet in Norwegen und auf Alnö in Schweden vorkommen. Andere Alkalistämme mögen ihre Eigenart durch Ansammlung von Leucitkrystallen erhalten haben, die oberhalb des inkongruenten Schmelzpunktes des Kalifeldspates gebildet wurden.

Ein besonders interessanter Stammestypus, den wir hauptsächlich durch P. ESKOLAS Untersuchungen kennen gelernt haben, ist der Typus der Eklogit-Stämme. Die Differentiation dieser Stämme hat unter ungewöhnlich hohem Druck (bei Gebirgsbildung oder in sehr tiefen Teilen der Erdkruste) stattgefunden. Als typische Krystallisationsprodukte unter den Bildungsbedingungen primärer Eklogite treffen wir z. B. Granatminerale der Pyropgruppe, Pyroxene der Jadeit-Chloromelanit-Reihe und andere Minerale, die den gewöhnlichen Stammestypen fremd sind; und der Differentiationsverlauf eklogitischer Stämme führt daher zu Gesteinstypen, zu deren Chemismus wir kein direktes Analogon in andern Stämmen finden. Auch hier sind es die geologischen Bedingungen, besonders offenbar sehr hoher Druck, welche den Stammestypus bedingen.

Gelangen basaltisch-gabbroide Magmen so schnell und in so heißem Zustande in die oberen Teile der Silikathülle oder an deren Oberfläche, daß eine Sonderung durch fraktionierte Krystallisation nicht, oder nur in geringem Ausmaße, stattfindet, so erhalten wir den rein basaltischen Stammestypus, entsprechend der »arktischen Sippe« v. WOLFFS. Hierher gehören außer dem nordatlantischen Basaltgebiet beispielsweise die »grünen Gesteine« des kaledonischen Gebirges. In Faltegebirgen treten solche Stämme oft als Vorläufer der »Glimmerdiorit-Stämme« auf.

Unser Resultat, daß die Unterschiede der einzelnen Stammestypen in erster Linie *geologisch* bedingt werden, nicht aber durch einen *ursprünglichen chemischen Unterschied* der Stamm-Magmen, läßt es begreiflich erscheinen, daß man neben Beispielen von *reinen* Stämmen, die ihre Eigenart streng festhalten, auch zahlreichste Beispiele *gemischter* Stämme vorfindet, die örtlich oder zeitlich in andere Stammestypen hinüberwechseln. Vor allem wird es uns klar, wie an ein und demselben Orte zu verschiedenen Zeiten extrem verschiedene Stammestypen auftreten können, entsprechend den jeweilig verschiedenen geologischen Verhältnissen. Und es wird uns auch verständlich, warum an den verschiedensten Stellen der Erde die gleichen Stammestypen auftreten können, sobald die gleichen geologischen Bedingungen vorliegen.

Noch ist viel Arbeit zu tun, bis eine vollständige Übersicht aller Stammestypen und ihrer Bildungsbedingungen gewonnen ist. Aber gerade das Studium der natürlichen Gesteinsassoziationen und ihrer geologischen Bedingtheit eröffnet uns einen Ausblick auf die Möglichkeit, dereinst zu einem *natürlichen System der Eruptivgesteine* zu gelangen, einem System, das auf der Kenntnis ihrer tatsächlichen Verwandtschaftsbeziehungen beruht.

DER STOFFWECHSEL DER ERDE

VON
V. M. GOLDSCHMIDT

(MIT 2 TEXTFIGUREN)

VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 11)

UTGIT FOR FRIDTJOF NANSENS FOND

KRISTIANIA
IN KOMMISSION BEI JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i den mat.-naturv. klasses møte den 22, septbr. 1922.

Die Aufbaustoffe des Erdballs, des Planeten auf dem wir leben, sind wie uns die Chemie gezeigt hat, die chemischen Elemente.

Es wird gewöhnlich angenommen, daß die Erde ursprünglich gasförmig gewesen sei, erst später flüssig und noch später fest.

Es wäre denkbar, daß die Erde ursprünglich eine homogene oder wenigstens angenähert homogene Mischung der chemischen Elemente respektive deren Verbindungen dargestellt hat.

Heute aber ist die Erde weit vom Zustande einer homogenen Stoffverteilung entfernt. Die Verteilung der Stoffe ist evident inhomogen, und die Stoffe, aus denen der Erdball besteht, sind auch keineswegs zu einem endgültigen Ruhezustand gelangt; vielmehr beobachten wir noch jetzt einen lebhaften *Stoffwechsel*. Die Vorgänge, die zu der Inhomogenität des Erdballs geführt haben und die zu Wanderungen der Stoffe noch jetzt Anlaß geben, möchte ich nämlich zu einem großen System des Stoffwechsels zusammenfassen.

Um den Stoffwechsel der Erde zunächst einmal in seinen Hauptzügen zu überblicken, wollen wir den ganzen Erdball als ein einziges physikochemisches Gebilde betrachten. Der jeweilige Zustand eines physikochemischen Systems ist gegeben durch die Eigenschaften seiner chemischen Bestandteile, seine Vorgeschichte und durch die äußeren Kräfte, die auf das System einwirken. Besitzt das physikochemische System eine bedeutende Masse, kommt hierzu noch die Gravitationswirkung, die das System selbst auf seine eigenen Bestandteile ausübt; ein Schwerefeld tritt in Erscheinung, das die Verteilung der Stoffe in allen Hauptzügen beherrscht, derart die schwersten Bestandteile vorzugsweise im Kern des Systems angereichert werden, die leichteren hingegen in der Hülle. Eine solche Sonderung muß sich schon in einem gasförmigen System bemerkbar machen, in geringerem Maße in einem einphasigen flüssigen Himmelskörper. Am

Anm. Vortrag in der Jahresversammlung der Deutschen Bunsengesellschaft, 21. Septbr. 1922, bei der Hundertjahrfeier der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte, in Leipzig.

stärksten tritt aber der Einfluß des Schwerefeldes auf die chemische Sondernung in Wirkung, sobald ein Himmelskörper bei zunehmender Abkühlung zu einem *mehrphasigen* System wird, seien diese Phasen nun sämtlich flüssig, oder wie beim Erdball teils gasförmig, teils flüssig, teils fest. So finden wir auch an unserm Planeten eine Sondernung in Schalen verschiedener Dichte, die nach dem spezifischen Gewichte angeordnet sind. Die Resultate der Astronomen, Geodäten, Seismologen und Petrographen führen mich zu einer Annahme vom Schalenbau der Erde, wie sie auf Fig. 1 schematisch dargestellt ist.

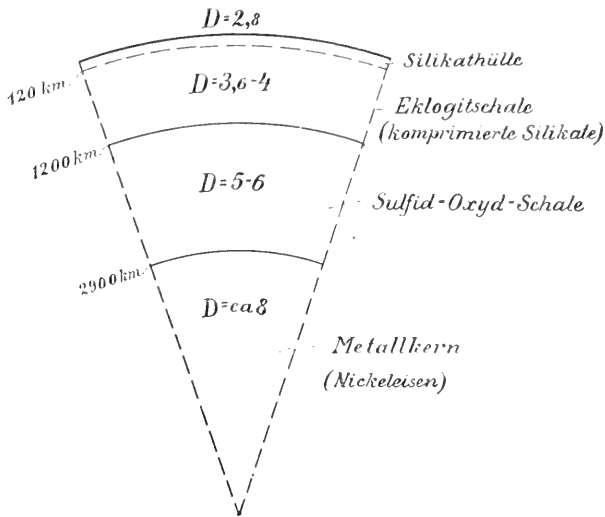


Fig. 1. Schematischer Durchschnitt durch die Erde.

Von außen nach innen folgen einander zunächst die Atmosphäre, die Hydrosphäre und die Silikathülle. Unter der äußeren *Silikathülle* mit der Dichte 2,8 folgt zunächst eine innere Silikatschale, der man ein höheres spezifisches Gewicht zuschreiben muß. Es ist dies eine Schale, in welcher hauptsächlich sehr *dichte* Verbindungen der gewöhnlichen gesteinsbildenden Elemente vorkommen, Krystallarten, die nur unter hohen Drucken stabil sind. Diese Schale möchte ich als *Eklogitschale* bezeichnen, da Gesteine vom Typus des Eklogits für sie besonders charakteristisch sind. Seismologische Resultate führen uns zu der Annahme, daß diese Schale bis zu ca. 1200 Kilometer Tiefe hinabreicht, ihre Dichte können wir zu etwa 3,6–4 veranschlagen. Unter dieser Schale folgt eine weitere, die wie ich aus petrographischen Gründen annehme, vorzugsweise aus Sulfiden und Oxyden besteht, und zwar besonders aus Sulfiden des Eisens, sowie daneben oxydischen Verbindungen des Eisens, Chroms und Titans, entsprechend den Troilit-Chromit-Knollen der Meteoriten. Die Dichte dieser Schale dürfte 5–6

betragen. Möglicherweise besitzt diese Schale selbst noch eine weitere Unterteilung in einen oberen, vorwiegend oxydischen und einen unteren, vorwiegend sulfidischen Anteil. Unter dieser *Sulfid-Oxyd-Schale*, wie ich sie nennen möchte, in einer Tiefe von etwa 2900 Kilometern, treffen wir eine weitere, seismologisch festgestellte Grenze gegen den eigentlichen Kern der Erde, der höchstwahrscheinlich aus *Nickeleisen* mit der Dichte ca. 8 bestehen dürfte.

So ist, nach dieser Vorstellungsweise, der Erdball aus stofflich sehr verschiedenen Schalen aufgebaut, die durch das eigene Schwerfeld entsprechend der Dichte angeordnet wurden. Eine solche konzentrische Sonderung ist eben an das Vorhandensein eines *starken* Schwerfeldes gebunden. Wir kennen auch physikochemische Systeme stofflich verwandter Art, bei denen eine solche Sonderung nicht, oder nur in geringerem Maße stattgefunden hat. Denken wir uns einen Himmelskörper, der so klein ist, daß sein Schwerfeld nicht die Reibung an den Phasengrenzen überwinden konnte, so würde eine räumliche Abtrennung flüssigen Nickелеisens von flüssigen oder festen Silikatphasen nicht oder nur sehr unvollkommen stattgefunden haben, und Produkte solcher *kleiner Himmelskörper* finden wir nach meiner Auffassung offenbar in gewissen *Meteoriten*, den sogenannten *Pallasiten*. Die Pallasite zeigen runde Silikattropfen inmitten einer erst nach dem Silikat erstarrten Nickелеisenlegierung, sie sind in einem nur *schwachen* eigenen Schwerfeld erstarrt, das keine reinliche Sonderung nach der Dichte bewirken konnte, trotz des großen Dichteunterschiedes zwischen Silikat und Nickелеisen. Auf einem solchen Himmelskörper würde man im Hochofen nicht das Eisen von der Schlacke trennen können.

Das Schwerfeld, das derart die Hauptzüge des Erdbaues beherrscht, ist nun auch bei der weiteren stofflichen Sonderung der Erde wirksam, es bedingt nicht nur die bereits vollzogenen Stoffsonderungen, sondern auch solche Vorgänge des Stoffwechsels, die noch heute im Gange sind.

Wir wollen im folgenden vorzugsweise die äußeren Teile unserer Erde betrachten, vor allem die Silikathülle. Wir können diese hierzu als ein gesondertes physikochemisches System auffassen. Um dieses System näher zu erörtern, müssen wir dessen chemische Zusammensetzung kennen. Den durchschnittlichen Stoffbestand der Silikathülle können wir aus den Analysen seiner Bestandteile ermitteln; diese Bestandteile sind die Gesteine. Und zu einer Durchschnittsberechnung des stofflichen Bestandes wählen wir solche Gesteine, die nicht schon durch Wechselwirkungen mit Atmosphäre und Hydrosphäre stofflich beeinflusst sind, nämlich die unverwitterten Eruptivgesteine, wie beispielsweise Granit, Syenit, Gabbro, Olivingesteine.

Die Durchschnittszusammensetzung der festen Erdrinde, berechnet von H. S. WASHINGTON aus den Analysen der Eruptivgesteine, zeigt folgende Zahlen¹:

Durchschnittliche Zusammensetzung der Silikathülle
(Eruptivgesteine).

A. Hauptbestandteile.

SiO ₂	59,09 ‰
Al ₂ O ₃	15,35 »
Fe ₂ O ₃ + FeO	6,88 »
MgO	3,49 »
CaO	5,08 »
Na ₂ O	3,84 »
K ₂ O	3,13 »
H ₂ O	1,14 »
TiO ₂	1,05 »
P ₂ O ₅	0,30 »
	<hr/>
	99,35 ‰

B. Nebenbestandteile.

0,01—0,1 ‰

Mn, F, Cl, S, Ba, Cr, Zr, C, V, Ni, Sr.

0,001—0,01 ‰

Li, Cu, Ce, Co, B, Be.

0,000.1—0,001 ‰

Th, U, Zn, Pb, As.

0,000.01—0,000.1 ‰

Cd, Sn, Hg, Sb, Mo.

0,000.001—0,000.01 ‰

Ag, Bi.

0,000.000.1—0,000.001 ‰

Au.

0,000.000.000.1—0,000.000.001 ‰

Ra.

¹ Für eine große Anzahl seltenerer Elemente können noch keine zahlenmäßigen Angaben gebracht werden.

Diese Zahlen geben uns ein Maß für die Verbreitung der einzelnen Elemente in der uns zugänglichen Erdrinde. Besonders bemerkenswert ist die Seltenheit der meisten »Kulturmetalle« verglichen mit der Häufigkeit mancher Stoffe, die gemeinhin für selten und unwichtig gehalten werden. Die wirkliche durchschnittliche Menge eines Elements ist nämlich kein Maß für die »technische Zugänglichkeit« desselben. Die technische Zugänglichkeit eines Metalls, die Menge, welche mit unsern Hilfsmitteln billig gewonnen werden kann, ist hingegen in erster Linie abhängig von der Fähigkeit des Metalls, bei den natürlichen Stoffwechselvorgängen angereichert zu werden, sich in »Erzlagerrstätten« auzusammeln, aus denen es sich technisch gewinnen läßt.

Die natürlichen Stoffwanderungen sind deshalb nicht nur von wissenschaftlichem Interesse, sondern auch von der größten praktischen Bedeutung, denn sie liefern diejenigen Anreicherungen wertvoller Stoffe, welche die Grundlage unserer materiellen Kultur bilden.

Betrachten wir die zahlenmäßigen Daten über die Durchschnittszusammensetzung der Silikathülle, so ist es, wie oben erwähnt, besonders auffallend, daß die meisten der halbedeln Metalle und alle Edelmetalle so ungemein selten sind, dies ist offenbar begründet in dem Umstande, daß bei der Sonderung des Erdballs in Metallkern, Sulfid-Oxyd-Schale und Silikathülle gerade diese wertvollen Metalle größtenteils nicht in die Silikatschmelze eintraten.

Wir müssen uns den noch flüssigen Erdball in einem bestimmten Stadium der Abkühlung als ein *Dreiphasensystem* vorstellen, indem er (abgesehn von der Gashülle) aus drei gegenseitig nur sehr unvollständig mischbaren Schmelzflüssen bestand, nämlich Silikatschmelze, Sulfidschmelze, und Metallschmelze. Diese drei Teile des Erdballs entsprechen beim metallurgischen Schmelzprozeß der Trennung in »Schlacke«, »Stein« und »Eisensau«. Aus der metallurgischen Praxis wissen wir, daß die Verteilungsquotienten der halbedeln und edeln Metalle in einem derartigen Dreiphasensystem derartig sind, daß nur ein minimaler Bruchteil in die Silikatschmelze, die Schlacke, eintritt. Derartig ist uns die relative Seltenheit der meisten Kulturmetalle verständlich, als Resultat einer großartigen metallurgischen Schmelzoperation, auf deren Schlackenprodukt wir leben. Schon H. S. WASHINGTON hat auf den Gegensatz zwischen »metallogenetischen« und »petrogenetischen« Elementen hingewiesen, und diesen Unterschied mit einer Zweiteilung der Erde in Silikathülle und Metallkern in Verbindung gebracht. Die Ursache dieses Gegensatzes liegt nach meiner Auffassung in den *Verteilungsquotienten* der Elemente zwischen den drei Flüssigkeiten in unserm Dreiphasensystem. Wenn wir diese Verteilungs-

quotienten zahlenmäßig kennen und auch ihre Beeinflussung durch Druck abschätzen können, so können wir aus den durchschnittlichen Metallgehalten der Silikathülle die Metallgehalte der Sulfid-Oxyd-Schale und des Metallkerns berechnen. Eine solche Berechnung gestützt auf metallurgische Daten, ergibt, daß die Hauptmengen von Nickel, Kupfer, Silber, Gold und Platinmetallen in den tieferen Teilen des Erdballs, in »Stein« und »Eisensau«, angereichert sein müssen. Hierzu kommt noch, daß die *heutigen* Gehalte der Silikathülle an solchen Metallen geringer sind, als unmittelbar nach der ursprünglichen Entmischung der Dreiphasenschmelze, da inzwischen ganz bedeutende Mengen von Schwermetallen aus der Silikathülle durch sekundäre Abscheidung und Auskrystallisation abgesunken sein müssen.

Das Platin muß ganz überwiegend im Eisenkern angesammelt sein. Hiermit stimmt es überein, daß im metallischen Eisen der Meteoriten weit mehr Platin vorkommt als in irgend einem Silikatgestein der irdischen Silikathülle. Das Nickel des Erdballs dürfte zum ganz überwiegenden Teile im Eisenkern angesammelt sein; wahrscheinlich enthält dieser 6—10 % Nickel, entsprechend dem gewöhnlichen Nickelgehalte des Meteoreisens. In der Sulfid-Oxyd-Schale sind sicher ebenfalls eine Reihe von Schwermetallen angesammelt, beispielsweise Kupfer, Silber und Gold. Es wäre von großem Interesse, diese Schlußfolgerung durch genaue Analysen des Schwefeleisens (Troilit) der Meteorite in Bezug auf diese Metalle zu prüfen. Von besonderer Wichtigkeit in astrophysikalischer Beziehung wäre es, die Quantität dieser Metalle in der Troilitphase der Meteoreisen und der Troilitphase der Silikatmeteoriten zu vergleichen, da sich hierbei Hinweise ergeben können, die entweder auf einen gemeinsamen oder aber einen verschiedenen Ursprung dieser beiden Meteoritenklassen schließen lassen.

Auch innerhalb der Silikathülle spielen sich eine Reihe physikochemischer Prozesse ab, die zu Wanderungen der Stoffe Anlaß geben. Diese Stoffwanderungen innerhalb der Silikathülle wollen wir nun näher betrachten. Es handelt sich hierbei teils um Stoffwanderungen rein mechanischer Art¹, wie etwa Gesteinsverschiebungen unter dem Einfluß gebirgsbildender Kräfte, teils um physikochemische Stoffwanderungen. Die rein mechanischen Stoffwanderungen gehören zum Arbeitsgebiete der Geologie und sollen an dieser Stelle nicht weiter behandelt werden.

¹ Auch bei den „mechanischen“ Stoffwanderungen ist der Einfluß des Schwerefeldes oft sehr deutlich erkennbar; man denke etwa an den „Salzauftrieb“, welcher die spezifisch leichteren Salzgesteine unter Überwindung oft größerer Reibungswiderstände durch spezifisch schwerere Deckschichten nach oben hindurchbrechen läßt.

Die physikochemischen Wanderungen und Umsetzungen der Stoffe in und an der uns zugänglichen Erdkruste sind sehr verschiedener Natur.

Es handelt sich hierbei vorzugsweise um folgende Gruppen von Vorgängen:

Erstens um fraktionierte Krystallisation und Phasentrennung aus flüssigen Massen, speciell Silikatschmelzflüssen.

Zweitens handelt es sich um Einwirkungen der Hydrosphäre und Atmosphäre auf die Lithosphäre, vor allem hierbei die Vorgänge der Verwitterung und der Sedimentation.

Drittens um Wanderung und Umsetzung von Lösungen oder Gasen in festen Gesteinsmassen.

Die physikochemischen Gesetze der Krystallisation von Silikatmagmen sind seit langem Gegenstand einer Reihe von wichtigen Untersuchungen zahlreicher Forscher.

Schon frühzeitig war man aufmerksam auf die Bedeutung physikochemischer Betrachtungsweisen für das Verständnis der Magmenkrystallisation. Es lag nahe, die Silikatmagmen als Schmelzlösungen zu betrachten, und dieselben Gesetze hierauf anzuwenden, die für die Krystallisation von Salzlösungen und Metallegierungen maßgebend sind. Ich kann hier an die Pionierarbeiten von LAGORIO, MOROZEWICZ, VOGT erinnern, welche erstmalig die physikochemischen Gesichtspunkte auf die Mineralbildung und die Ausscheidungsreihenfolge aus natürlichen Silikatschmelzflüssen angewandt haben. Es war damals besonders naheliegend, die Metallegierungen und deren Krystallisationsgesetze als Vorbilder zu wählen, als dem damals best bekannten und am nächsten analogen Fall der Gleichgewichte in heterogenen Systemen fest-flüssig.

Die Ausscheidungsdiagramme der meisten damals bekannten Metall-Systeme zeigten nun einen relativ einfachen Bau, in der Regel mit eutektischen Schmelzkurven zwischen den reinen Komponenten, respektive zwischen deren Verbindungen. Es ist daher begreiflich, daß man in den Silikatschmelzflüssen nach ähnlichen Verhältnissen suchte. Es erschienen eine Reihe von Untersuchungen, die aus den petrographisch erkundeten Eigenschaften der natürlichen Silikatschmelzflüsse Schlüsse auf die Lage der Eutektpunkte zwischen den einzelnen Mineralkomponenten zogen. Man versuchte, die Krystallisationsfolge der natürlichen Silikatmagmen zu den vermuteten Eutektpunkten der Komponenten in Beziehung zu bringen.

Durch synthetische Untersuchungen an wohldefinierten Schmelzen bei genau gemessenen Temperaturen kam man indessen bedeutend weiter als auf dem erstgenannten Wege. Es ist vor allem das Verdienst des *geophysi-*

kalischen Laboratoriums des Carnegie-Instituts, hier den rechten Weg gewiesen zu haben. Eine Reihe höchst wichtiger synthetischer Untersuchungen über Gleichgewichte in Silikatschmelzflüssen nahm ihren Ausgang von diesem Institute und von Forschern, welche dessen Methoden aufgenommen haben.

Diese Untersuchungen lieferten ein äußerst wichtiges Tatsachenmaterial, das grundlegend für unsere Kenntnis des Krystallisationsverlaufes von Silikatschmelzen ist. Als Frucht dieser Untersuchungen ist hervorzuheben, daß es gelang, *Präzisionsmessungen* über die Gleichgewichtszustände von Silikatschmelzen durchzuführen, und diese Präzisionsmessungen ergaben, daß der einfachste Fall der eutektischen Erstarrungskurven bei den gesteinsgebildenden Silikaten keineswegs der häufigste oder wichtigste ist. Es zeigte sich, daß mehrere der wichtigsten gesteinsbildenden Silikate *inkongruent* schmelzen, wie z. B. der Kalifeldspat und der rhombische Pyroxen, das Magnesiummetasilikat.

Es scheint, daß überhaupt eine Tendenz der kieselsäurereichsten Silikate vorliegt, bei hohen Temperaturen in eine kieselsäurereiche Schmelze und kieselsäurearme Bodenkörper zu zerfallen. Ein ausgezeichnetes Beispiel hierfür ist das Verhalten des Orthoklases, der bei 1170^0 inkongruent zerfällt, unter Bildung von Leucit und einer kieselsäurereichen Schmelze, wie BOWEN und MOREY vor Kurzem gefunden haben.

Ferner zeigte sich, daß die Krystallisationsbahnen der allermeisten Silikate ein Gepräge zeigen, daß für weitgehende Mischkrystallbildung charakteristisch ist.

Der allgemeine Schluß, den man aus diesen beiden Umständen für den Krystallisationsverlauf der Silikatmagmen ziehn kann, und der in voller Ausdehnung von einem der erfolgreichsten Experimentalforscher auf diesem Gebiete, N. L. BOWEN, auch gezogen worden ist, besteht darin, daß der Krystallisationsverlauf natürlicher und künstlicher Silikatmagmen in sehr weitgehendem Maße von *Reaktionen* zwischen den *älteren Bodenkörpern* und den *Restmagmen* abhängt. — Während bei einem rein eutektischen Krystallisationsverlauf das Schicksal der Schmelze und der späteren Ausscheidungen ganz unabhängig wäre von der Gegenwart der Bodenkörper, ist der tatsächliche Krystallisationsverlauf durch Reaktionen zwischen Bodenkörpern und Restschmelze gekennzeichnet, und daher in weitestem Maße abhängig davon, ob die Erstausscheidungen im Magma suspendiert bleiben oder durch irgendwelche äußere Kraft entfernt werden.

Dadurch wird eine große Mannigfaltigkeit der Krystallisationsbahnen und Krystallisationsprodukte ermöglicht, die in bester Übereinstimmung mit den Erfahrungen der beschreibenden Petrographie steht, was mit der

früheren Vorstellung einfach eutektischer Krystallisationsbahnen nicht der Fall war.

BOWEN zeigte, daß eine fraktionierte Krystallisation der gewöhnlichsten Silikatmagmen zu einer großen Mannigfaltigkeit von Differentiationsprodukten führt, insbesondere wenn Krystalle und Restschmelze während der Krystallisation von einander ganz oder teilweise getrennt werden. Und als wichtigste trennende Kraft erkannte BOWEN das Schwerefeld. Durch die Einwirkung der Schwere sinken diejenigen Krystallarten zu Boden, welche schwerer sind als die Schmelze, während leichtere aufsteigen. Seine Schlußfolgerungen werden weitgehend durch die Beobachtungen an natürlichen Gesteinen gestützt.

Wir haben hier eine Quelle der Stoffsonderung in der Silikathülle, deren Bedeutung sehr groß ist. Jede genügend langsame Krystallisation eines Silikatschmelzflusses wirkt in Richtung einer weitergehenden Sonderung der Komponenten entsprechend ihrer Dichte. Vor allem werden aus den Silikatmassen die schweren Anteile der Erstkrystallisationen absinken, wie etwa Magnetit, Chromeisen, Olivin, Pyroxenminerale. Diese Bestandteile werden sich vorzugsweise am Boden der Krystallisationsräume ansammeln, und dann nur in relativ seltenen Fällen bis zur Erdoberfläche gebracht werden können. Leichte Bestandteile, insbesondere die in Magmen gelösten Gase, welche bei der Krystallisation teilweise in Freiheit gesetzt werden, besitzen hingegen einen *Auftrieb*, der sie vorzugsweise gegen die Erdoberfläche hin bewegt.

Wir wissen jetzt, daß die Hauptursache der Magmensonderung in fraktionierter Krystallisation der Schmelzen zu suchen ist. Außer dem Schwerefeld kann Trennung von Erstkrystallisationen und Magmenrest durch mechanische Ausquetschung erfolgen, sowie durch Bildung einer selbständigen Gasphase. Bildung mehrerer in einander nicht völlig löslicher flüssiger Phasen ist ein seltener Fall, der vorzugsweise auf die Aussonderung selbständiger Sulfidschmelzflüsse beschränkt ist. Während Silikatmagmen bei *sehr* hohen Temperaturen anscheinend eine gewisse Löslichkeit für Sulfide besitzen, entmischt sich eine sulfidhaltige Silikatschmelze schon bei Temperaturen über den Erstarrungsgebieten der gewöhnlichen Sulfide, und flüssiges Sulfid, besonders des Eisens wird in Form von flüssigen Tropfen ausgeschieden. Diese Sulfidschmelzen sinken in der Regel zu Boden und sammeln sich zu selbständigen Sulfidlagerstätten. Entsprechend dem Verteilungsquotienten der betreffenden Metalle entzieht dies Sulfidmagma dem Silikatschmelzflusse mehr oder weniger weitgehend den Gehalt an Nickel, Kupfer und Edelmetallen. Solche sulfidische Sonderschmelzen, die sich

am Boden der Silikatgesteine in bedeutenden Massen ansammeln können, bilden daher wichtige Erzlagerstätten.

Im Allgemeinen kann die fraktionierte Krystallisation eines basaltischen Magmas durch das auf Fig. 2 abgebildete Schema dargestellt werden.

Geschieht die Krystallisation unter sehr hohem Drucke, etwa nahe der unteren Grenze der äußeren Silikathülle, so entstehn vielfach andere Minerale als bei Krystallisation unter niederem Drucke, nämlich vor allem Krystallarten, welche eine besonders große Dichte besitzen, entsprechend der Regel von VAN T'HOFF und LE CHATELIER. Solche Minerale sind vor allem die magnesiumreichen Granatminerale der Pyropreihe, welche an Stelle der Mineralkombination Olivin-Anorthit treten, und Pyroxene der Jadeit-Chloromelanitreihe, welche an Stelle der Mineralkombination Augit-Plagioklas gebildet werden. Hierdurch wird die Dichte des Krystallisationsproduktes sehr wesentlich vergrößert; wir gelangen zu Krystallisationsprodukten, welche bis zu 20% an Volum sparen gegenüber den bei niedrigem Druck beständigen Krystallarten. Es sind dies die *Eklogite* und deren Verwandte. Die moderne Deutung der Eklogite verdanken wir den ausgezeichneten Untersuchungen des Finnländers P. ESKOLA. Im Stabilitätsgebiete der Eklogite sind die Krystallisationsbahnen der Magmen selbstverständlich ganz andere, als unter niedrigem Druck, entsprechend dem Unterschiede der Bodenkörper. Solche Eklogitgesteine gelangen nur ausnahmsweise bis an die Erdoberfläche, da sie bei Druckverminderung instabil werden und sich unter Schmelzung oder durch direkte trockene Umwandlung in die gewöhnlichen leichten Silikate umwandeln. Sie bleiben jedoch erhalten, wenn sie sehr schnell bis zur Erdoberfläche geführt werden, so daß ihre Umwandlungstendenz durch rasche Abkühlung gelähmt wird.

Eine solche Transportmöglichkeit bietet sich bei vulkanischen Explosionen, die Material aus großen Tiefen sehr schnell in die Höhe fördern können, und so finden wir beispielsweise Eklogitbruchstücke als Einschlüsse in den Explosionskanälen, welche der südafrikanische Kimberlit durch die Silikathülle gesprengt hat. Und als Begleiter der Eklogitbruchstücke finden wir ein Mineral, das ebenfalls für Krystallisation unter sehr hohen Drucken charakteristisch, ist, nämlich den Diamant.

Das Vorkommen des Diamanten giebt uns eine Möglichkeit, einen zahlenmäßigen Begriff über die Tiefe zu gewinnen, aus welcher dieses Explosionsmaterial stammt.

Aus den thermochemischen Daten der verschiedenen Kohlenstoffmodifikationen hat E. BAUR das Zustandsdiagramm des Kohlenstoffs zu berechnen versucht und gelangt zu einem Bildungsdruck von mindestens

30,000 Atmosphären, entsprechend einer Tiefe von etwa 100 Kilometern, also eine Tiefe die ungefähr mit meiner Annahme über die Grenze der Eklogitschale übereinstimmt.

Auch auf anderem Wege, als dem von BAUR eingeschlagenen, kann man sich eine Vorstellung über die Bildungstiefe des Diamanten machen.

Der Diamant im Kimberlit ist als eine der ersten Ausscheidungen aus einem olivinreichen Silikatschmelzfluß entstanden; das heißt bei einer Temperatur, die wir unter Berücksichtigung des Eisenoxydulgehalts im Olivin zu mindestens etwa 1800° C. schätzen können. Neben dem Dia-

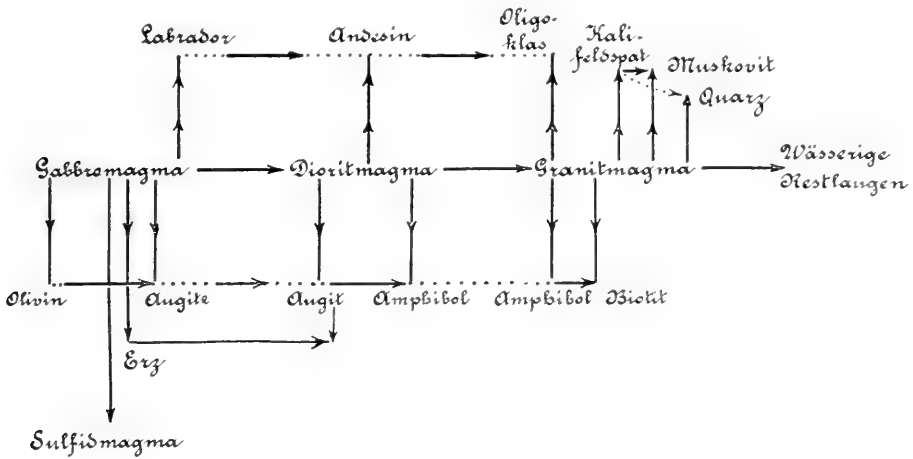


Fig. 2. Schematische Darstellung der fraktionierten Krystallisation eines basaltisch-gabbroiden Magmas.

manten finden sich Sauerstoffverbindungen des Eisens, insbesondere eisenhaltige Spinellminerale und Eisenoxydulsilikate. Wenn wir bei gewöhnlichem Drucke Eisensauerstoffverbindungen neben freiem Kohlenstoff erhitzen, so bildet sich freies Eisen und Sauerstoffverbindungen des Kohlenstoffs. Hierauf beruht ja unsere ganze technische Eisendarstellung.

Im System Kohlenstoff-Eisenoxydul gehört zu jeder Temperatur ein bestimmter Gleichgewichtsdruck des durch die Umsetzung gebildeten Kohlenoxyds, und wir können die Verbrennung des Kohlenstoffs bei hohen Temperaturen nur hindern, wenn wir das System unter einem äußeren Druck halten, welcher den Gleichgewichtsdruck des Kohlenoxyds übertrifft. Dieser Gleichgewichtsdruck läßt sich aus der Umsetzungswärme¹ und aus

¹ Die Umsetzungswärme berechnet nicht für freies Eisenoxydul, sondern Ferrosilikat.

der chemischen Konstante des Kohlenoxyds nach der bekannten Näherungsformel von NERNST annähernd berechnen. — Bei einer Temperatur von 1800⁰ C. beträgt dieser Druck etwa 17,000 Atmosphären, entsprechend einem Belastungsdruck von etwa 60 Kilometern Gesteinssäule.

Das heißt, der Diamant in den Explosionsröhren der Kimberlite muß in einer Tiefe von *mindestens* 60 Kilometern entstanden sein¹. Da der Diamant und der Eklogit etwa gleichzeitige Bildungen sind, die nebeneinander entstanden sind, müssen auch die begleitenden Eklogite aus mindestens 60 Kilometern Tiefe stammen. Ich halte es nach den geologischen Verhältnissen für höchst wahrscheinlich, daß die diamantführenden Kimberlite ihren Ursprung eben in den oberen Teilen der Eklogitschale hatten.

Ich möchte übrigens noch bemerken, daß die Grenze zwischen Eklogitschale und Silikathülle natürlich keineswegs absolut scharf sein dürfte, sondern daß die spezifisch schweren Minerale, die für den Eklogit charakteristisch sind, sich eines nach dem anderen bei Druckzunahme einstellen. Als normale obere Grenze der Eklogitschale dürften wir ca. 120 Km. Tiefe annehmen, entsprechend der Tiefe der geodätisch festgestellten isostatischen Ausgleichsfläche. Sehr wahrscheinlich ist diese Fläche im Allgemeinen nicht eine Phasengrenze flüssig-fest; sondern Verflüssigung der Unterlage tritt nur lokal und temporär bei Druckentlastung ein, wodurch der Phasenkomplex des Eklogits zur Schmelzung gebracht werden kann. Ein großer Teil der isostatischen Vertikalbewegungen mag mit Hilfe der Umwandlung leichter Krystallarten in schwere (und umgekehrt) verlaufen.

Die Bildung von Silikatgesteinen in Eklogitfacies ist übrigens keineswegs auf die eigentliche Eklogitschale beschränkt, sondern kann auch in der äußeren Silikathülle lokal oder regional eintreten, sofern lokale Druck erhöhungen durch gebirgsbildende Kräfte auftreten. Hierher dürften zum Beispiel die alpinen Eklogite zu stellen sein.

An Stelle einer Eklogitschale hat man früher eine Schale bestehend aus basischen magnesiumreichen Silikaten, insbesondere Olivin angenommen. Diese Auffassung dürfte im *Allgemeinen* kaum zutreffend sein. Richtig ist aber immerhin, daß eine gewisse *Anreicherung* solcher Silikate neben der Umbildung zu Eklogitfacies in Erscheinung treten muß, sodaß nicht nur in Bezug auf Krystallphasen sondern auch in Bezug auf chemische Totalzusammensetzung gewisse Unterschiede zwischen Eklogitschale und Silikathülle bestehn dürften, eben in dem Sinne, daß die Eklogitschale Zuzug

¹ Diese Zahl stimmt mit BAURS Resultat in Bezug auf Größenordnung, worauf es hier allein ankommt.

von absinkenden basischen Magnesiumsilikaten aus krystallisierenden Silikat-schmelzen erhalten hat und noch jederzeit erhält.

Als allgemeines Resultat neuerer Untersuchungen über die Krystallisation der Silikatmagmen muß besonders hervorgehoben werden, daß der Krystallisationsproceß die Sonderung der Erde in Schalen verschiedener Dichte, die sich schon im flüssigen Zustande in den Hauptzügen eingestellt hat, noch weiter befördert. Oxydische Erze¹ und Sulfidmagmen streben der Sulfid Oxyd-Schale zu, schwere Silikate wandern gegen die Eklogitschale hin und werden bei Erreichung genügender Tiefe selbst in die charakteristischen Krystallarten der Eklogitschale umgewandelt. Leichte Silikate und leichte Restmagmen besitzen hingegen einen Auftrieb, der sie in die oberen Teile der Silikathülle dirigiert. Vom Magma ausgeschiedene selbständige Gasphasen besitzen einen besonders starken Auftrieb, der sie ganz decidiert aufwärts führt. Es ist nun von besonderer Bedeutung, daß die magmatischen Gase öfters auch flüchtige Verbindungen von Schwermetallen, besonders deren Halogenverbindungen, enthalten. Hierdurch nimmt eine gewisse Menge von *Schwermetallen* den Weg nach *oben*, statt als schwere Krystallarten nach unten abzusinken.

Außer in *Gasform* können derartige Schwermetallverbindungen auch in Form *wässriger Lösungen* aus den Magmen abgetrennt werden, auch in dieser Form wandern sie durch den Auftrieb nach oben.

Eine sehr große Anzahl wichtiger Lagerstätten nützlicher Schwermetalle stammt aus Material, das auf diesem Wege in die uns zugänglichen oberen Teile der Silikathülle gewandert ist. Die Aufwärtsbewegung gasförmiger oder in Wasser (respektive in leichten Schmelzflüssen) gelöster Schwermetallverbindungen wirkt somit entgegen der sonst herrschenden Tendenz des Absinkens der Schwermetalle, und man darf sicher sagen, daß der größte Teil der heute ausgebeuteten Schwermetallagerstätten auf diese Weise in unsere Reichweite gelangt ist, wenigstens soweit es die Metalle Blei, Zink, Zinn, Molybdän, Wolfram, Silber und Gold betrifft.

Ich möchte sagen, daß diese Schwermetallmengen durch den Kunstgriff, in fremde besonders leichte Phasen einzutreten, die Schwerkraft um ihren Erfolg betrogen haben. Auch eine Reihe wichtigster Eisenlagerstätten verdankt ihre Lage nahe der Erdoberfläche dem Umstande, daß ihr Eisenmaterial in leichten (kieselsäurereichen) Silikatmagmen gelöst war, und

¹ Der jetzige Oxydgehalt der Sulfid-Oxyd-Schale dürfte überwiegend aus abgesunkenen festen Oxydmineralen der Silikatschalen stammen. Die ursprüngliche flüssige Sulfid-schale dürfte nur relativ wenig Oxyd enthalten haben, da der Verteilungsquotient der Oxyde zwischen Sulfidphase und Silikatphase derart ist, daß nur wenig *gelöstes* Oxyd in die Sulfidschmelze eintreten konnte.

auf diese Weise den nötigen Auftrieb erwarb. In *letzter Instanz* wären vielleicht sogar *alle* uns zugänglichen Schwermetallagerstätten auf dasselbe Prinzip zurückzuführen.

Über die physikochemischen Gesetze der Krystallisation und Phasensonderung in solchen Silikatschmelzflüssen, die flüchtige Komponenten enthalten, sind eine große Reihe wichtiger Untersuchungen ausgeführt worden. Diese Arbeiten umfassen sowohl die thermodynamische Theorie solcher Systeme und Studien an natürlichen Gesteinsvorkommen, sowie an tätigen Vulkanen, als auch experimentelle Untersuchungen. Von besonderem Interesse scheinen mir die hydrolytischen Spaltungsprozesse zu sein, die sich an die Anreicherung von Wasser in den letzten Restlaugen vieler Silikatmagmen knüpfen, und die zum Beispiel zur Bildung von Kaliglimmer in granitischen Mutterlaugen führen.

Im Allgemeinen kann man sagen, daß *jede* Krystallisation von Silikatschmelzflüssen, ausgenommen *absolut monomineralischer* Schmelzen ohne Restlaugen zu einem Fortschritt der gravitativen Stoffsonderung führen muß. Dies gilt ganz unabhängig von der Herkunft des Silikatschmelzflusses, ob dieser nun ein noch niemals erstarrter Rest des glutflüssigen Urmagmas sei, oder das Produkt einer Wiederaufschmelzung von bereits erstarrtem Stoff.

Wie die gasförmigen Spaltungsprodukte der Magmen und entsprechende wässrige Lösungen auf ihrem Wege nach oben in chemische Umsetzungen mit dem Nebengestein eintreten, soll in einem der folgenden Abschnitte betrachtet werden.

Zunächst wenden wir uns zu denjenigen Vorgängen des Stoffwechsels, die an die Wechselwirkung der Silikathülle mit Atmosphäre und Hydrosphäre geknüpft sind. Hier finden wir die Gesamtheit derjenigen Vorgänge, die wir als Verwitterung, Erosion und Sedimentation zusammenfassen.

Die ursprünglichen Gemengteile der Silikathülle sind größtenteils unbeständig gegenüber den Atmosphäriken. Durch Einwirkung von Sauerstoff, Kohlensäure und Wasser werden sie mehr oder weniger zersetzt; die hierdurch aufgelockerten Gesteinsmassen verfallen schnell der mechanischen Einwirkung der Erosion, und ihr Material wird nach oft weitem Transport durch Wind, Wasser oder Eis an andern Stellen der Erdoberfläche von Neuem in Form von Sedimentgesteinen abgelagert, oder verbleibt in wässriger Lösung.

Bei einer oberflächlichen Betrachtung sollte man erwarten, daß derartige Vorgänge das Gegenteil einer Stoffsonderung bewirken müßten, nämlich eine gleichmäßige Durchmischung der einzelnen gesteinsbildenden Stoffe.

Aber dies ist nicht der Fall; die Vorgänge der Verwitterung, Erosion und Sedimentation, kurz die Vorgänge, die man als *äußeren Stoffwechsel* der Erde bezeichnen kann, führen zu einer besonders scharfen *Trennung* der meisten chemischen Komponenten. Ich möchte den äußeren Stoffwechsel der Erde geradezu mit dem Vorgange einer gigantischen chemischen Analyse vergleichen, und zwar mit einer *quantitativen* Analyse. Das Ergebnis dieser natürlichen Analyse ist zwar nicht sehr glänzend, da die Natur hier mit etwas rohen Methoden arbeitet, aber doch immerhin nicht ganz übel.

Bei der Verwitterung hinterbleiben zunächst solche Minerale als Rückstand, die große chemische Widerstandsfähigkeit gegenüber den Atmosphärenteilchen besitzen, besonders der Quarz. Da nun solche Minerale größtenteils auch in mechanischer Beziehung sehr widerstandsfähig sind, können sie sich in großen Mengen als Sand ansammeln, und bilden derart Sedimente, die vorwiegend oder fast ausschließlich aus Kieselsäure bestehen. Dies ist der erste Schritt in der quantitativen Zerlegung der Silikatgesteine.

Der nächste Schritt besteht, ebenso wie in der quantitativen Analyse, in der Abscheidung von tonerereichen Produkten. Als Träger der Tonerde in den primären Gesteinen der Silikathülle finden wir die Minerale der Feldspatgruppe vorherrschend. Diese sind mechanisch viel weniger widerstandsfähig als Quarz, werden durch Einwirkung äußerer Kräfte schnell zu feinem Staube zerrieben und sind zudem durch Wasser, insbesondere durch kohlenensäurehaltiges Wasser angreifbar. Sie lösen sich aber nicht etwa unverändert im Wasser auf, sondern es tritt eine hydrolytische Spaltung ein, Alkali geht als Karbonat oder Silikat in Lösung und tonerereiche kolloide Produkte werden ausgeschieden. Je nach den klimatischen Bedingungen kann dieser Vorgang in sehr verschiedener Weise und mit sehr verschiedener Geschwindigkeit verlaufen. In tropischem Klima führt er zur Bildung von recht reinem Tonerdehydroxyd, dem Laterit respektive Bauxit, in gemäßigtem Klima führt er zur Bildung eines wasserhaltigen Tonerdesilikats, des Kaolins, in noch kälteren Gebieten tritt die Feldspathydrolyse sehr zurück und es resultiert ein nur mechanisch zerkleinerter, sehr feiner Feldspatschlamm.

Allen diesen Produkten der Feldspatzerstörung ist es gemeinsam, daß sie sehr stark dispers sind, eine sozusagen *tonige* Beschaffenheit besitzen und in Form von Suspensionen durch fließenden Süßwasser sehr weit transportiert werden können. Durch Elektrolytzusatz können bekanntlich derartige Suspensionen schneller zum Absetzen gebracht werden; dies zeigt sich in der Natur besonders, wenn solche Tonprodukte in das Meer

geschwemmt werden; wir erhalten Tonsedimente, welche den überwiegenden Teil des Aluminiums aus dem verarbeiteten Material erhalten. Eisen und Mangan sind größtenteils in denselben Sedimentgesteinen enthalten, können aber durch besondere Prozesse, vorwiegend unter Mitwirkung von Organismen, für sich allein zum Absatz gebracht werden. Kalk, Magnesia und Alkalien gehen im Gegensatz zu Kieselsäure und Aluminium in wirkliche Lösung. Kalk wird aus diesen Lösungen vielfach durch Organismen als kohlensaurer Kalk ausgefällt und in mehr oder weniger reinem Zustande als solcher angesammelt, man denke beispielsweise an die Kreide. Alkalien und Magnesium können am längsten in Lösung verbleiben und wandern in das Meerwasser. Aus diesem können sie durch Verdunstung des Wassers zur Abscheidung gebracht werden, ein Vorgang, der zur Bildung der Salzlagerstätten Anlaß gibt, und der in seinen Einzelheiten ein Musterbeispiel eingehend studierter physikochemischer Vorgänge in der anorganischen Natur bildet. Ein großer, wohl der größte Teil des Kalis gelangt indessen nicht als gelöster Stoff ins Meerwasser, sondern wird schon auf dem Wege dahin aus der Lösung entfernt, nämlich durch Adsorption an den tonigen Produkten der Gesteinszerlegung. Hier zeigt sich die natürliche Analyse als unvollkommen; es tritt ein Fehler ein, wie er auch im Laboratorium mitunter vorkommt; das Kaliumjon wird an den kolloiden Tonpartikeln adsorbiert. Dieser Umstand ist indessen von größtem Nutzen für die Pflanzenwelt, denn ohne diese starke Adsorptionstendenz des Kalis würde der Boden sehr schnell einen wesentlichen Teil seines Kaliumgehaltes durch Auswaschung verlieren.

Es mag übrigens bemerkt werden, daß diejenigen Kaliummengen an der Erdoberfläche, welche der Ernährung der Pflanzen zu Gute kommen, keineswegs ausschließlich oder stets überwiegend aus Kalifeldspat stammen. In Ländern, deren klimatische Verhältnisse oder geologische Vorgeschichte der hydrolytischen Zerlegung des Feldspates ungünstig sind, wie es beispielsweise in den skandinavischen Ländern der Fall ist, wird wie ich zeigen konnte, der Kalibedarf der Vegetation größtenteils durch Kali aus Glimmermineralen gedeckt. Die Abspaltung des Kalis aus Glimmern ist in chemischer Beziehung anscheinend ein Proceß ganz anderer Art als die hydrolytische Zersetzung des Feldspats, es scheint sich um Vorgänge zu handeln, die dem Basenaustausch der Permutite nahe verwandt sind.

Gerade auf dem Gebiete der Verwitterungserscheinungen und der Bodenkunde bietet sich bekanntlich ein reiches Arbeitsfeld für physikochemische Untersuchungen, und die meist sehr mannigfaltigen Komplexe kolloider und krystalloider Stoffe, welche den Erdboden zusammensetzen,

bieten uns noch eine Reihe interessanter und auch praktisch hochbedeutender Probleme.

Es würde uns zu weit führen, hier den Wanderungen und Anreicherungen der chemischen Elemente im Einzelnen nachzuspüren, doch sei noch ein Fall kurz besprechen, der mir besonders merkwürdig erscheint; er betrifft das Verhalten der *Phosphorsäure* im äußeren Stoffwechsel der Erde. Die Phosphorsäure ist ja ein unentbehrlicher Aufbaustoff in der organischen Natur und dürfte in vielen Fällen derjenige Faktor sein, welcher als Minimalfaktor die Menge der Organismen begrenzt; aber gerade die Wanderung der Phosphorsäure gibt uns noch große, ungelöste Rätsel auf.

Der durchschnittliche Phosphorsäuregehalt der Silikathülle beträgt 0,30 % P_2O_5 . Diese Zahl dürfte als Minimalzahl einen hohen Grad von Sicherheit besitzen; eventuelle methodische Fehler dürften in der Richtung gehen, daß tatsächlich etwas mehr Phosphorsäure vorhanden ist¹.

Bei der Verwitterung geht die Phosphorsäure größtenteils in Lösung, der Rest wird in Form fester Verbindungen verschwemmt, und man sollte die ganze Phosphorsäuremenge in den Sedimentgesteinen und im Meerwasser wiederfinden können. Aber der durchschnittliche Phosphorsäuregehalt der gewöhnlichen Sedimentgesteine, den wir ebenfalls mit großer Sicherheit kennen, beträgt nur etwa 0,15 %. Die Lagerstätten reicher Phosphate, welche phosphatreiche Reste oder Produkte von Organismen darstellen, sind so eng begrenzte örtliche Bildungen, daß ihre Menge im Gesamthaushalt der Erdoberfläche nur verschwindend klein ist. Wo ist nun der Rest der Phosphorsäure geblieben? Im Meerwasser finden sich nur ganz unbedeutende Mengen, nur etwa ein Zehntausendstel bis Tausendstel Procent der gelösten festen Stoffe, sofern die bisher vorliegenden Analysen verläßlich sind². Die Menge der Phosphorsäure, die in Form lebender Organismen gebunden ist, erscheint mir ganz unzureichend, um das Deficit zu erklären. Es wäre aber denkbar, daß im stagnierenden Wasser der großen Ozeantiefen mehr Phosphorsäure vorkommt, als im Oberflächenwasser, welches letzteres bisher allein untersucht worden ist, daß etwa durch Absinken toter Organismen das Tiefseewasser an Phosphorsäure angereichert wird. Die Wanderung der Phosphorsäure würde in diesem Falle sozusagen in einer Sackgasse endigen, aus welcher dieser wertvolle Stoff nur

¹ Es sei noch bemerkt, daß phosphorsäurereiche Eruptivgesteine (beispielsweise Gabbro und Basalt) in der Regel leichter verwittern als phosphorsäurearme Eruptivgesteine (beispielsweise Granit).

² In Verbindung mit dieser Frage wäre es sehr interessant, den Phosphorsäuregehalt der Salzlagerstätten, insbesondere des Salztone zu untersuchen

zu einem kleinen Teil zurückkehren könnte. Die großen Occantiefen sind nämlich äußerst arm an *lebenden* Organismen, die etwa den Phosphor in andere Meeresgebiete transportieren könnten, und der Ausgleich durch Diffusion ist sicherlich schwächer als die Zufuhr durch absinkende tote Organismen. Immerhin muß auch die eventuelle Phosphoranreicherung im Tiefenwasser schließlich zu einem dynamischen *Gleichgewicht* zwischen Zufuhr und Ausgleichsdiffusion führen.

Der äußere Stoffwechsel der Erde, die Vorgänge der Verwitterung, Erosion und Sedimentation, führt somit zu einer weitgehenden chemischen Sonderung der Bestandteile, es entstehen Produkte von besonders ausgeprägter chemischer Eigenart, wie Kieselsäuregesteine, Tongesteine, Calciumkarbonatgesteine, Alkalisalzgesteine, und die stoffliche Sonderung hat in diesen Gesteinen ihr Maximum erreicht. Diese Gesteine maximaler chemischer Sonderung sind in ihrer Entstehung an die Erdoberfläche geknüpft; durch geologische Vorgänge können solche Oberflächengesteine aber wiederum in größere Tiefen der Silikathülle versenkt werden.

Die ursprünglichen Gesteine der Silikathülle, deren Phasenbestand durch ihre Entstehung aus Silikatschmelzflüssen den Bedingungen hoher Temperaturen und oft auch erhöhten Druckes angepaßt war, geben an der Erdoberfläche im äußeren Stoffwechsel das Material zur Bildung von Gesteinen, deren Minerale mehr oder weniger vollständig den tiefen Temperaturen, dem niedrigen Druck und der Gegenwart von Wasser und Kohlensäure angepaßt sind.

Werden solche Neubildungen in größere Tiefen versenkt, so werden sie in ein wiederum verändertes physikochemisches Milieu gebracht; die Temperatur steigt, insbesondere in der Nachbarschaft aufsteigender Silikatschmelzflüsse, und auch der Druck kann hohe Werte erreichen. Ein Mineralbestand, der tiefen Temperaturen und niedrigem Druck angepaßt war, ist unter solchen Verhältnissen nicht mehr bestandfähig, es treten Umbildungen ein, die wir unter der Bezeichnung *Gesteinsmetamorphose* zusammenfassen.

Die Metamorphose ist, genauer gesagt, der Inbegriff der Umbildungen, welche ein Gestein unter dem Einfluß geänderter Temperatur-Druck-Bedingungen oder durch stoffliche Beeinflussung unterworfen wird, wobei der Druck teils als allseitig gleichmäßiger hydrostatischer Druck oder als einseitige Pressung (Streß) in Erscheinung treten kann. Die Vorgänge der Metamorphose bieten eine große Mannigfaltigkeit von Reaktionen und Reaktionsprodukten; aber auch auf diesem Gebiete ist es gelungen, geeignete Anwendungsformen der thermodynamischen Betrachtungsweise zu formulieren. So ist die Mannigfaltigkeit der jeweilig neugebildeten Minerale

durch die *Phasenregel* begrenzt, soweit es sich um Gleichgewichtszustände handelt, wie ich es zum Beispiel bei den Produkten der Kontaktmetamorphose an der Grenze gegen heiße Magmamassen fand. Natürlich soll damit nicht gesagt werden, daß in der anorganischen Natur überhaupt nur Gleichgewichtszustände zur Beobachtung gelangen können; aber wo Gleichgewicht bei Mineralbildungen eingetreten ist, muß die Phasenregel gelten.

Als allgemeine Regeln für das physikochemische Verhalten der Mineralbildung bei Gesteinsmetamorphose können wir ferner den bereits zu Anfang erwähnten Satz nennen, daß bei hohem Drucke Minerale und Mineralkombinationen von besonders hoher Dichte bevorzugte Bildungsmöglichkeit besitzen, und daß bei erhöhter Temperatur Minerale, welche leichtflüchtige Komponenten enthalten, zur Zersetzung unter gleichzeitiger Entgasung gebracht werden.

Letzteres äußert sich besonders deutlich darin, daß solche Sedimentgesteine, die wasserhaltige oder kohlenstoffhaltige Minerale enthalten, bei Metamorphose durch erhöhte Temperatur dazu neigen, Wasser und Kohlenstoff abzugeben, welche flüchtigen Stoffe wiederum in den Stoffwechsel eintreten. Das Wasser tritt hiernach mitunter in noch flüssige Silikatmagmen ein, wodurch die Krystallisationsbahn des Magmas dann höchst wesentlich beeinflusst werden kann.

Bei solchen Entgasungsreaktionen durch Metamorphose herrscht selbstverständlich ein Wechselspiel zwischen Temperatur und Druck, derart daß hohe Temperatur die Entgasung befördert, hoher Druck sie hindern kann.

Ein geeignetes Beispiel um dies zu veranschaulichen, bietet die Reaktion:



Das Verhalten eines solchen Systems bei Wechsel von Temperatur und Druck kann, sobald die thermischen Daten bekannt sind, mittelst der Näherungsformel von NERNST berechnet werden, und gerade das hier erwähnte Beispiel hat mir die Möglichkeit verschafft, zahlenmäßige Vorstellungen über die Werte von Temperatur und Druck bei einer Reihe wichtiger geologischer Vorgänge zu erlangen. Ist der Druck ein sehr hoher, so kann selbst bei verhältnismäßig hohen Temperaturen die Dissociation des Kalciumkarbonates unterbleiben, und so kann man Kalkspat sogar unzeretzt schmelzen, ein Vorgang, der auch in der Natur eintreten kann, wenn Kalkspat unter hohem Druck in Berührung mit sehr heißen Silikatmagmen gebracht wird.

Viele Prozesse der Gesteinsmetamorphose verlaufen ohne Änderung der Bauschzusammensetzung des Gesteines, abgesehen von Entgasungsvor-

gängen, es tritt nur eine Umgruppierung der einzelnen chemischen Komponenten unter Bildung neuer Minerale ein. Früher war man meist der Meinung, daß eine solche Permanenz der Bruttozusammensetzung überhaupt der normale Fall bei metamorphen Umlagerungen sei. Indessen haben sich mehr und mehr Beispiele stofflicher Veränderungen bei Metamorphose gezeigt, indem es sich nachweisen läßt, daß Gesteinsmassen ihren chemischen Bestand durch Zufuhr und Entfernung wesentlicher Stoffmengen oft völlig geändert haben.

Diese Substanztransporte sind in der Regel nicht einfache Imprägnationsvorgänge oder Auslaugungen, sondern es liegen ihnen bestimmte chemische Umsetzungen der beteiligten Minerale zugrunde. Eine derartige Gesteinsumbildung bezeichnet man als *Metasomatose*. Ein Beispiel ist die Umbildung von Kalkstein unter Einwirkung von gasförmigem oder gelöstem Eisenfluorid, wobei Flußspat und Eisenglanz entsteht, sowie als Nebenprodukt Kohlensäure.

Eine nähere Analyse der Vorgänge bei der Metasomatose zeigt uns, daß bei Umsetzungen dieser Art das *Massenwirkungsgesetz* gelten muß, und daß, wie ich vor kurzem zeigen konnte, bei gegebenen Temperatur-Druck-Größen eine bestimmte *Minimalkonzentration* der zugeführten Stoffe erforderlich ist, um die eigentliche Metasomatose zu ermöglichen, nämlich den Ersatz einer bereits vorhandenen festen Phase oder Phasengruppe durch die neugebildeten festen Phasen bei *gleichzeitiger* Gegenwart *aller* beteiligten Bodenkörper.

Solche metasomatischen Umsetzungen treten besonders leicht in Erscheinung bei Kalkstein und andern relativ reaktionsfähigen Karbonatgesteinen. Kalkstein wirkt geradezu als Absorptions- oder Fällungsmittel gegenüber einer Reihe von Gasen und Lösungen, die in der Silikathülle vagabundieren. Besonders die Halogenverbindungen der Schwermetalle, wie sie in magmatischen Gasen häufig vertreten sind, werden von Kalkstein leicht abgefangen, und wir finden Umbildungen von Kalkstein in Kalkeisensilikate, die sogenannten Skarngesteine (zum Beispiel die von mir studierten Skarne des Kristianiagebiets), sowie in oxydische und sulfidische Erzmassen, die oftmals große Dimensionen und entsprechende ökonomische Bedeutung erlangen können. Viele sonst seltene Stoffe, die uns anderwärts meist nur in geringen Konzentrationen zugänglich wären, sind durch solche metasomatischen Vorgänge in Kalkstein oder ehemaligem Kalkstein fixiert und angereichert worden.

Derartige metasomatische Anreicherungsprozesse zeigen sich auch sehr oft in der Form, daß edle oder halbedle Metalle und deren Schwefelver-

bindungen durch Minerale mit reduzierenden Eigenschaften aus wässrigen Lösungen nahe der Erdoberfläche ausgefällt werden. Eine Anzahl besonders reicher Edelmetallvorkommen ist unter Mitwirkung solcher Umsetzungen entstanden. Gerade diese Umsetzungen und Mineralbildungen sind übrigens in den letzten Jahren auch experimentell erforscht worden, und auch auf diesem Gebiete hat das geophysikalische Laboratorium in Washington Vorbildliches geleistet.

Aber nicht nur die so reaktionsfähigen Karbonate und Sulfide bieten Beispiele metasomatischer Umsetzungen, auch die mit Unrecht für reaktionsträge gehaltenen Silikatgesteine werden in sehr zahlreichen Fällen durch metasomatische Vorgänge weitgehend stofflich verändert. Als Beispiel sei die metasomatische Umsetzung toniger Sedimente zu Gneisen, unter Aufnahme von Alkalisilikat und Feldspatbildung genannt, die Umwandlung kieselsäurereicher Gesteine in Magnesiumsilikatmassen, sowie die Umsetzung von Kalifeldspat zu Natronfeldspat oder Natronfeldspat zu Kalifeldspat. Letzteres Beispiel ist besonders beachtenswert, da es einen deutlich *umkehrbaren* Vorgang darstellt, der je nach den physikalischen Bedingungen und den Konzentrationsverhältnissen der zirkulierenden Lösungen im einen oder im andern Sinne verlaufen kann.

Im Allgemeinen kann man es als herrschende »Tendenz« der metasomatischen Vorgänge bezeichnen, daß dieselbe einem *Ausgleich* innerhalb der Silikathülle zustreben, daß Gesteine extremer chemischer Zusammensetzung einem weniger extremen Chemismus zustreben, dem als idealer Endzustand eine gleichmäßige chemische Zusammensetzung der ganzen Silikathülle zugrundeliegt.

Daß eine solche Ausgleichstendenz bei metamorphen Processen am Werke ist, scheint sich auch in dem Umstande zu zeigen, daß die hochmetamorphen Gesteine sehr alter geologischer Formationen gewöhnlich einen verhältnismäßig eintönigen Chemismus aufweisen; anstatt der chemisch so wechselvollen Gesteinstypen jüngeren Alters finden wir im Archäikum vorherrschend ziemlich gleichmäßig zusammengesetzte Gneise, welche ihre Gleichmäßigkeit wohl eben unter dem Einflusse lang anhaltener metasomatischer Ausgleichsumsetzungen erhalten haben.

Aber diese Tendenz kommt nicht rein zur Geltung, viele metasomatische Umsetzungen führen, wie oben erwähnt, selbst zu neuen Stoffsonderungen.

Zu den Stoffwechselforgängen der Erde müssen schließlich auch die radioaktiven Umsetzungen gerechnet werden. Diese dürften sich größtenteils in der äußeren Silikathülle abspielen, in welcher die Elemente Thorium

und Uran ganz vorzugsweise angereichert sind¹. Als Resultat dieser Prozesse ist besonders die ständige Abgabe von Helium an die Atmosphäre hervorzuheben. Indessen können wohl kaum alle Heliummengen, die aus der Erde entweichen, den *bisher bekannten* radioaktiven Umwandlungsreihen entstammen. Besonders rätselhaft ist die große Menge Helium, die in vielen Vorkommen von Erdgas als Begleiter des Methans auftritt, und die bis zwei Procent der Gasquellen betragen kann. Hier könnte man den Verdacht hegen, daß ein bisher unbekannter Helium-bildender oder Helium-anreichernder Proceß an das Vorkommen der Kohlenwasserstoffe geknüpft sei.

Suchen wir schließlich eine allgemeine Übersicht über die stofflichen Veränderungen der Erde zu gewinnen, ihren Stoffwechsel als Ganzes zu überblicken, so ergibt sich folgendes Bild:

Zurzeit sind die Stoffsonderungen weit vorherrschend über den stofflichen Ausgleich. Der »thermische Abbau« der Erde, um einen von dem Geologen MORDZIOL eingeführten Ausdruck zu gebrauchen, beherrscht heute den inneren Stoffwechsel durch den Krystallisationsvorgang schmelzflüssiger Magmen und die hiermit verknüpfte gravitative Sonderung von deren Bestandteilen.

Im äußeren Stoffwechsel herrscht die quantitative Sonderung der chemischen Stoffe bei weitem über die Mischung ungleichartigen Materials, und die metasomatischen Vorgänge im inneren Stoffwechsel können nicht das Material bewältigen und ausgleichend verteilen, daß ihnen durch die Sondervorgänge dargeboten wird. Die Produkte der Sedimentbildung und der Metamorphose können auch *von Neuem* in den äußeren Stoffwechsel einbezogen werden, wodurch eine bedeutende Stoffmenge sich in einem ständigen *Kreislauf* befindet, der zu immer stärkerer chemischer Sonderung führt.

¹ Nach den bisher vorliegenden Untersuchungen über den Uran- und Thoriumgehalt von Gesteinen und Meteoriten darf man vermuten, daß diese Elemente ganz überwiegend in den *oberen* Teilen der irdischen Silikathülle angereichert sind, wohin sie durch Auftrieb, gelöst in Gasen, wässerigen Lösungen und leichten Silikatschmelzen (besonders Granit und Syenit) gebracht sind. Falls der heutige thermische Gradient der Erde wesentlich durch die Wärmeentwicklung der Radioelemente bedingt ist, wird man dann zu der Annahme geführt, daß die Temperatur nicht bis zum Erdkern ständig ansteigt, sondern daß in verhältnismäßig geringer Tiefe eine konstante Temperatur (vielleicht etwa 1100–1500⁰ C.) erreicht wird, die von dort und bis zum Erdmittelpunkte herrscht, oder doch nur wenig ansteigt.

Der Stoffwechsel der Erde als Ganzes muß somit zu einer stets weitergehenden Stoffsonderung führen, die so lange andauert, bis fortschreitende Abkühlung den Stoffumsetzungen überhaupt ein vorläufiges Ende bereitet.

So versank er in die Tiefe, der goldene Nibelungenhort der schweren Elemente, und versinkt noch immer, Tag für Tag; das Zeitalter der Schwermetalle neigt sich dem Ende zu.

Unsere Aufgabe aber ist es, unser und der Zukunft Leben den Möglichkeiten der Schlackenhülle anzupassen, die *Verarmung* der Erde zum *Fortschritt* zu wenden.

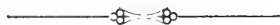
Gedruckt 5. Oktober 1922.

REMARKS CONCERNING AN INVARIANT
PROPERTY OF THE NOTION OF A DYADIC

BY

ALMAR NÆSS

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 121)



KRISTIANIA

AT COMMISSION BY JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i den mat.-naturv. klasses møte den 22. september 1922 ved prof. Heegaard.

As is well known, a dyadic (GIBBS) has been regarded to be the same as a matrix — or at least a special notation for a matrix. BÖCHER says¹: “A matrix of rank one has been called by GIBBS a dyad, since it may be regarded as a product of two complex quantities $(a_1, a_2, \dots a_n)$ and $(b_1, b_2, \dots b_n)$. The sum of any number of dyads is called a dyadic polynomial, or simply a dyadic. Every matrix is therefore a dyadic, and vice versa. GIBBS’s theory of dyadics, in the case $n = 3$, is explained in the Vector Analysis of GIBBS-WILSON, Chap. V. Geometric language is here used exclusively, the complex quantities (a_1, a_2, a_3) and (b_1, b_2, b_3) from which the dyads are built up being interpreted as vectors in space of three dimensions”.

It may be questioned whether this statement exactly holds for all cases. Certainly GIBBS has not considered his vectors as being merely geometric interpretations of complex quantities, but as primary objects. His typical vector is the translation in space, thus a “thing” independent of every particular coordinate system chosen. And the characteristic property of his dyadic is that it converts one vector into another, thus not a geometric interpretation of a matrix, but a notation for a transformation in space. The object of this note is to show that there may be cases where the dyadic is a much more suitable notation for such a transformation than a matrix.

Using n dimensions instead of the Gibbsian three-dimensional space, and denoting the normal system of (orthogonal) unit vectors (which represents the coordinate system chosen) by $e_1, e_2, \dots e_n$, any dyadic Φ can be expressed in the following form

$$(1) \quad \Phi = e_i a_i$$

where a_i is a set of vectors (summation with respect to a subscript appearing twice is always understood). Then if this dyadic transforms the vector \mathbf{v} into the vector \mathbf{v}' , this is written

$$(2) \quad \Phi \cdot \mathbf{v} = e_i a_i \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v}'$$

the dot denoting the scalar product.

¹ Introduction to Higher Algebra p. 79.

If now this equation shall be written as a linear transformation of ordinary algebra, \mathfrak{v} and \mathfrak{v}' must be replaced by two sets of scalar quantities, viz. their components in the chosen coordinate system. Let these be v_j and v'_j such that $\mathfrak{v} = \mathfrak{e}_i v_i$ and $\mathfrak{v}' = \mathfrak{e}_i v'_i$, similarly the components of \mathfrak{a}_i being a_{ij} , $j = 1, 2, \dots, n$. Then (2) can be written:

$$(3) \quad \begin{aligned} a_{11} v_1 + a_{12} v_2 + \dots + a_{1n} v_n &= v'_1 \\ a_{21} v_1 + a_{22} v_2 + \dots + a_{2n} v_n &= v'_2 \\ \dots &\dots \\ a_{n1} v_1 + a_{n2} v_2 + \dots + a_{nn} v_n &= v'_n \end{aligned}$$

Thus the matrix of this transformation, a_{ij} , expresses the same action on \mathfrak{v} as Φ does. If we put $\mathfrak{a}_i = \mathfrak{e}_j a_{ij}$, we get

$$(4) \quad \Phi = \mathfrak{e}_i \mathfrak{e}_j a_{ij}$$

and the coefficients of the dyadic therefore form the matrix of the transformation which the dyadic carries out.

We will here consider the dyadic as well as the matrix as merely notations for the same geometrical "object", namely a transformation in space. The latter can, of course, be realized as a "thing" which is independent of any coordinate system chosen, can be defined without mentioning such a one, while in expressing the corresponding dyadic or matrix, some sort of a coordinate system enters into both. Then the question arises, whether or not those two notations (in the form given above, which is the usual one) are independent of the coordinate system when the transformation, for which they shall be adequate expressions, is so. Here we will try to show that the notion of a dyadic in such cases may have invariant properties, which the matrix notation has not, and, accordingly, we cannot very well say that every matrix is a dyadic and vice versa.

Let there be given two sets of vectors (translations in space)

$$\mathfrak{f}_1, \mathfrak{f}_2, \dots, \mathfrak{f}_n$$

and

$$\mathfrak{g}_1, \mathfrak{g}_2, \dots, \mathfrak{g}_n$$

They are supposed to be defined independent of any coordinate system. Then there is in general one, and only one, (linear) transformation \mathbf{T} carrying the vectors of the first set into those of the second set respectively. And \mathbf{T} , such defined, must be completely independent of any coordinate system whatsoever.

Let us choose some orthogonal coordinate system $\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2, \dots, \mathfrak{e}_n$ and find the dyadic Φ and the matrix M representing \mathbf{T} with respect to this system. We put:

$$\Phi = \mathfrak{e}_i \mathfrak{a}_i$$

Further let the components of \mathfrak{f}_i , \mathfrak{g}_i , and \mathfrak{a}_i (for any i) in this system be respectively:

$$\begin{aligned} f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{in} \\ g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{in} \\ a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in} \end{aligned}$$

whereby:

$$\Phi = \mathfrak{e}_i \mathfrak{e}_j a_{ij}$$

Then we have for all j 's i. e.: $j = 1, 2, \dots, n$

$$(5) \quad \Phi \cdot \mathfrak{f}_j = \mathfrak{g}_j$$

$$\text{or (6)} \quad \mathfrak{e}_i \mathfrak{a}_i \cdot \mathfrak{f}_j = \mathfrak{e}_i g_{ji}$$

$$\text{or (7)} \quad \mathfrak{a}_i \cdot \mathfrak{f}_j = g_{ji}$$

$$\text{or (8)} \quad a_{ik} f_{jk} = g_{ji}$$

giving in all n^2 equations for the n^2 unknowns a_{ik} , which thus can be determined according to methods well-known in ordinary algebra¹. Hereby is Φ as well as \mathfrak{M} determined, as \mathfrak{M} is nothing but the matrix a_{ik} .

Let us now introduce another (orthogonal) coordinate system $\mathfrak{e}'_1, \mathfrak{e}'_2, \dots, \mathfrak{e}'_n$. We will find the dyadic $\bar{\Phi}$ and the matrix $\bar{\mathfrak{M}}$ denoting the same transformation of space, \mathbf{T} , and formed with respect to this new coordinate system.

Then $\bar{\Phi}$ must be of the form:

$$(9) \quad \bar{\Phi} = \mathfrak{e}'_i \bar{\mathfrak{a}}_i$$

Let the components of $\bar{\mathfrak{a}}_i$ in the old system be

$$\bar{a}_{i1}, \bar{a}_{i2}, \dots, \bar{a}_{in}$$

and in the new system:

$$\bar{a}'_{i1}, \bar{a}'_{i2}, \dots, \bar{a}'_{in}$$

Further let the components of \mathfrak{f}_i and \mathfrak{g}_i in the new system be primed:

$$f'_{i1}, f'_{i2}, \dots, f'_{in}$$

$$\text{and} \quad g'_{i1}, g'_{i2}, \dots, g'_{in}$$

respectively.

Then we have, similar to (7):

$$(10) \quad \bar{\mathfrak{a}}_i \cdot \mathfrak{f}_j = g'_{ji}$$

$$\text{or (11)} \quad \bar{a}'_{ik} f'_{jk} = g'_{ji}$$

¹ The solution is very easily carried out by means of vector analysis operations, see On a Special Polyadic of Order $n-p$ etc. by ALMAR NÆSS § 14. (Videnskapsselskapets Skrifter. I. Mat.-naturv. Klasse 1922. No. 14.) Kristiania 1922.

The matrix of the transformation \bar{M} is therefore, by (11) where merely components in the new coordinate system appear, the matrix \bar{a}'_{ik} .

We notice that (11) also can be written:

$$(12) \quad \bar{a}_{ik} f_{jk} = g'_{ji}$$

the scalar product being independent of the coordinate system.

Assuming the two systems are related to one another by the equations:

$$(13) \quad \mathbf{e}'_i = \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_j$$

i. e.: the components of \mathbf{e}'_i in the old system are:

$$\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2} \dots \varepsilon_{in}$$

But from (13) we get, remembering that \mathbf{e}_i and \mathbf{e}'_i both are orthogonal systems of unit vectors:

$$(14) \quad \mathbf{e}_i = \varepsilon_{ji} \mathbf{e}'_j$$

further:

$$(15) \quad g'_{ji} = \mathbf{a}_j \cdot \mathbf{e}'_i = g_{jk} \varepsilon_{ik}$$

Hence, we get from (11) and (12):

$$(16) \quad \begin{aligned} \bar{\mathbf{a}}_i \cdot \mathbf{f}_j - \bar{a}_{ik} f_{jk} &= g'_{ji} = g_{jk} \varepsilon_{ik} = \mathbf{a}_k \cdot \mathbf{f}_j \varepsilon_{ik} = a_{kl} f_{jl} \varepsilon_{ik} \\ &= a_{kl} \varepsilon_{ik} f_{jl} \end{aligned}$$

But as we here have to sum for both k and l , those two subscripts may be interchanged. That is:

$$(17) \quad \bar{a}_{ik} f_{jk} = a_{lk} \varepsilon_{il} f_{jk}$$

This means:

$$(18) \quad \bar{a}_{ik} = a_{lk} \varepsilon_{il} = a_{jk} \varepsilon_{ij}$$

or:

$$(19) \quad \bar{\mathbf{a}}_i = \varepsilon_{ij} \mathbf{a}_j$$

We now readily find the dyadic $\bar{\Phi}$, expressed by the vectors of Φ :

$$(20) \quad \begin{aligned} \bar{\Phi} &= \mathbf{e}'_i \bar{\mathbf{a}}_i = \mathbf{e}'_i \bar{a}_{ik} \mathbf{e}_k = \mathbf{e}'_i a_{jk} \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_k \\ &= \mathbf{e}'_i \varepsilon_{ij} \mathbf{e}_k a_{jk} = \mathbf{e}_j \mathbf{e}_k a_{jk} = \Phi \end{aligned}$$

or, simply, by (19):

$$\bar{\Phi} = \mathbf{e}'_i \bar{\mathbf{a}}_i = \mathbf{e}'_i \varepsilon_{ij} \mathbf{a}_j = \mathbf{e}_j \mathbf{a}_j = \Phi.$$

We thus see that $\bar{\Phi}$ is identical with Φ . Or, in other words:

If we denote a transformation of the type \mathbf{T} by means of a dyadic Φ , then Φ is independent of any particular coordinate system (or any normal system of unit vectors) chosen, with respect to which Φ may be formed or written out.

But the matrix \bar{M} is different from M , i. e.: consists of other quantities (elements) than the matrix M . For from (16) we get:

$$(21) \quad \bar{a}_i \cdot \mathfrak{f}_j = \bar{a}'_{ik} f'_{jk} = a_{kl} \varepsilon_{ik} f_{jl} = a_{il} \varepsilon_{il} f_{jl}$$

But here is:

$$(22) \quad f_{jl} = \mathfrak{f}_j \cdot \mathbf{e}_l = (f'_{jk} \mathbf{e}_k') \cdot \mathbf{e}_l = f'_{jk} \varepsilon_{kl}$$

which inserted in (21) gives:

$$(23) \quad \bar{a}'_{ik} f'_{jk} = a_{il} \varepsilon_{il} \varepsilon_{kl} f'_{jk}$$

That is:

$$(24) \quad \bar{a}'_{ik} = \varepsilon_{il} \varepsilon_{kl} a_{il}$$

Then we must consider the dyadic to be a much more general and pliable notation for a transformation than the matrix. A dyadic is a notion existing by itself and having absolute geometrical (as well as physical) significance independent of any particular coordinate system. This point of view has been asserted very clearly and convincingly by GUSTAV JAUMANN¹.

Horten (Norway) September 1922.

¹ See, for example, GUSTAV JAUMANN: Über Dyaden und-Dyadenrechnung, Arch. d. Math. u. Phys. 25. Bd., 1917.

Printed December 5th, 1922.

ON A SPECIAL POLYADIC OF ORDER $n-p$
WHICH CAN BE DERIVED FROM ANY p INDEPENDENT VECTORS
IN AN n -DIMENSIONAL SPACE AND WHICH CAN BE REGARDED
AS A GENERALIZATION OF THE VECTOR PRODUCT

BY
ALMAR NÆSS

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 13)



KRISTIANIA
AT COMMISSION BY JACOB DYBWAD

1923

Fremlagt i den mat.-naturv. classes møte den 22. september 1922 ved prof. Heegaard.

CONTENTS.

§		Page
§ 1.	Introduction	5
§ 2.	Preliminaries	6
§ 3.	Remarks concerning the vector product and the reciprocal vector system	9
§ 4.	The space complement.	11
§ 5.	Invariance with regard to orthogonal transformations of coordinates	13
§ 6.	The space complement regarded as a function of the indeterminate product of its vectors	16
§ 7.	The space complement of a determinant of the form	
	$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_p \\ a_1 & a_2 & \dots & a_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & a_p \end{vmatrix}$ 19
§ 8.	A generalization of the expansion for the vector triple product	20
§ 9.	Expressions of the form $\sum_{i=1}^n \mathbf{f}_i' \times \mathbf{f}_i$ and $\sum_{i=1}^n \mathbf{e}_i \times \mathbf{f}_i$. The symmetric differences of a matrix	27
§ 10.	The reciprocal system and the „Ergänzungen“ of a given set of vectors.	31
§ 11.	The space complement of the Ergänzungs-dyadic.	34
§ 12.	A theorem of the symmetric differences of a matrix.	36
§ 13.	Application to Cramer's Rule	40
§ 14.	Miscellaneous Formulæ.	43
§ 15.	The skew-symmetric dyadic (tensor) of two vectors expressed as a space complement	46
§ 16.	Remarks concerning the divergence and the curl	49

§ 1. Introduction.

The object of this paper is to develop some of the chief properties of a special determinant polyadic, deriving — by the definition given in § 4 (a) — from any number of independent vectors, and which we shall call their space complement. From the definition will be seen that the vector product of ordinary vector analysis is nothing but a special space complement. It is further our object to show that the equations expressing characteristic properties of the space complement, from a formal point of view can be regarded as generalized vector product formulæ, and thus formally the space complement may be considered to be a kind of a generalized vector product.

As will be known, by the vector product of two vectors is in modern tensor analysis usually understood the skew symmetric tensor which is determined by the same two vectors. This tensor is of the second order in any space. But as in S_3 only three of its six components are independent quantities, there may in this case be associated with it a vector whose components are those three quantities taken in a definite order. But this tensor, which in S_3 is different from, but representable by, the vector product of classical vector analysis, can hardly from a formal point of view be characterized as a generalization of the latter. In fact, it only means an old name on a new and different quantity. It is, of course, in this connection of perfect indifference whether or not this new quantity (the tensor) is a more suitable or convenient representation of those physical phenomena which formerly were represented by the vector product.

Notwithstanding that the language and conceptions of vector analysis are always used in the sequel, it may equally well be regarded as dealing with (an extended) algebra, the unit vectors playing the rôle of positional symbols, and their GIBBSIAN indeterminate products — to which any polyadic can be reduced — only being new positional symbols. A few of our theorems concern properties of matrices only, as for example § 12 (a), quite independent of vector analysis notations and conceptions.

Rather often reference is given to the writer's paper on triadics, where a few of the theorems are worked out for the three-dimensional case.

§ 2. Preliminaries.

Firstly we lay down a few definitions:

In an ordinary n -dimensional space S_n be given a fixed set of rectangular (i. e. mutually perpendicular) axes $o x_1, x_2, \dots, x_n$ defining a coordinate system. To any given set of n real numbers

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

corresponds a point in this space. Further let

$$e_1, e_2, \dots, e_n$$

designate a *normal system of unit vectors* in this coordinate system, i. e.: n vectors of length one, originating from any point in S_n and parallel to the coordinate axes respectively, i. e. each of them is at right angles to the other $(n-1)$. These vectors, therefore, determine the coordinate system.

Any scalar function v of n variables x_1, x_2, \dots, x_n determines for each set of the variables a scalar quantity. Hence: to each point in S_n is thus made to correspond a scalar; v defines a scalar field.

The e 's are n linearly independent vectors. Any other vector in S_n is expressible by them. This contains our axiom of dimensions. A vector is then a quantity of the form

$$(1) \quad \mathbf{v} = e_1 v_1 + e_2 v_2 + \dots + e_n v_n = e_i v_i.$$

Summation with respect to a subscript appearing twice is always understood. The v 's are called the *components* of the vector \mathbf{v} . Supposing the v 's are functions of the variables x_1, x_2, \dots, x_n . With each point (x_1, x_2, \dots, x_n) in S_n is then associated a set of the v 's, that is a vector. The point is called its origin. An expression as (1) thus determines in each point a vector. \mathbf{v} is a *vector function of position in space*, defining a *vector field*, but is in what follows nevertheless usually spoken of as a vector.

If $\mathbf{v} = e_i v_i$ and $\mathbf{v}' = e_i v'_i$ then the scalar quantity $v_i v'_i$ is called the scalar product of \mathbf{v} and \mathbf{v}' and denoted by $\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}'$. If $\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}'$ vanishes, the two vectors are said to be perpendicular on one another. $\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$ is the square of the length of \mathbf{v} . The fundamental properties of the unit vectors can thus be written:

$$(2) \quad e_i \cdot e_j = \delta_{ij}$$

where δ_{ij} is a symbol equal to *one* for $i = j$ and equal to *zero* for $i \neq j$.

The definition of GIBBS's indeterminate product of vectors (dyads, triads and in general polyads) can evidently be extended to S_n without further explanation, as there is nothing in the mathematical nature of those conceptions which limits them to three-space only. This is simply a consequence of the fact that a dyad (and a dyadic) is expressible as (BÔCHER says: identical with) a square matrix. Here may briefly be mentioned:

$$(9) \quad \mathcal{A} = \mathbf{e}_i a_{i_1} \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_i a_{i_2} \mathbf{e}_2 + \dots + \mathbf{e}_i a_{i_n} \mathbf{e}_n$$

Let us here introduce a vector system \mathbf{z}_i defined by

$$(10) \quad \mathbf{z}_i = \mathbf{e}_j a_{ji}$$

Then we have

$$(11) \quad \mathcal{A} = \mathbf{z}_i \mathbf{e}_i.$$

The system \mathbf{z}_i is said to be *conjugate* to the system \mathbf{a}_i . Two conjugate systems of vectors are determined by the rows and columns of the same square matrix.* The dyadic \mathcal{A}_c , the conjugate to \mathcal{A} , is then the following:

$$(12) \quad \mathcal{A}_c = \mathbf{e}_i \mathbf{z}_i.$$

In an analogous way the definition of triadics, tetradics . . . polyadics is extended to S_n . A triadic, or tensor of the third order, is any sum of the form:

$$(13) \quad \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j \mathbf{e}_k a_{ijk}, \quad i, j, k = 1, 2, \dots, n$$

or any quantity, which can be broken up into terms of this kind, and thus wholly determined by a cubic matrix a_{ijk} . If we instead of $\mathbf{e}_i \mathbf{e}_j \mathbf{e}_k$ have the indeterminate product of p unit vectors multiplied by a scalar, *i. e.*:

$$(14) \quad \mathbf{e}_{i_1} \mathbf{e}_{i_2} \dots \mathbf{e}_{i_p} a_{i_1 i_2 \dots i_p}$$

we get an elementary polyad of the p^{th} order, and any sum of such quantities is called a polyadic (or tensor) of the p^{th} order. As above, the n^p scalars $a_{i_1 i_2 \dots i_p}$ suffice for the determination of the polyadic, which is called complete when these n^p scalars are independent of one another.

The special dyadic which transforms any vector into itself is called the *idemfactor* (Einheitsdyade) and denoted by I . It is always reducible to the form

$$(15) \quad I = \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i \quad (\text{sum for } i)$$

which follows immediately from the fact that the corresponding matrix of transformation in this case must be the unit matrix.

The scalar (dot) product of two dyadics, which is frequently used in the following, is defined in S_n exactly in the same way as in S_3 .** It may be expanded, according to the distributive law of multiplication, into a sum

* Concerning the properties of conjugate vector systems in three-space, see Zur Theorie der Triaden von ALMAR NÆSS (Kristiania 1921).

** See GIBBS-WILSON: Vector Analysis, p. 276.

of products of dyads, this sum being, of course, independent of the particular form in which the dyadics are written. Let the dyadics be for example:

$$(16) \quad A = \mathbf{e}_i \mathbf{a}_i \text{ and } B = \mathbf{e}_i \mathbf{b}_i.$$

Hence the product, which is also a dyadic, may be written

$$(17) \quad A \cdot B = \mathbf{e}_i \mathbf{a}_i \cdot B$$

and the vector system defining this new dyadic (i. e. the i^{th} vector of the system, i running from 1 to n) is:

$$(18) \quad \mathbf{a}_i \cdot B = \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{e}_j \mathbf{b}_j = a_{ij} \mathbf{b}_j$$

or, \mathbf{b}_j being equal to $\mathbf{e}_k b_{jk}$:

$$(18^1) \quad \mathbf{a}_i \cdot B = \mathbf{e}_k a_{ij} b_{jk}, \quad \text{sum for } j \text{ and } k$$

Let us by \mathbf{z}_i^b denote the vector system which is conjugate to the \mathbf{b} 's (i. e. a system such that its i^{th} vector has its components in the i^{th} column of the matrix b_{ij} defining the dyadic B). That is:

$$(19) \quad \mathbf{z}_i^b = \mathbf{e}_j b_{ji}.$$

Therefore:

$$(20) \quad \mathbf{a}_i \cdot B = \mathbf{e}_k a_{ij} b_{jk} = \mathbf{e}_k \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{z}_k^b = \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{z}_k^b \mathbf{e}_k$$

a result which is obtained directly by observing that:

$$(21) \quad B = \mathbf{e}_k \mathbf{b}_k = \mathbf{z}_k^b \mathbf{e}_k$$

and, accordingly:

$$(22) \quad \mathbf{a}_i \cdot B = \mathbf{a}_i \cdot (\mathbf{z}_k^b \mathbf{e}_k) = (\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{z}_k^b) \mathbf{e}_k = \mathbf{e}_k \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{z}_k^b$$

This only means that if c_{ij} is the matrix of the dyadic $A \cdot B$, then

$$(23) \quad c_{ij} = \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{z}_j^b$$

As, for any vector \mathbf{v} , $A \cdot B \cdot \mathbf{v} = A \cdot (B \cdot \mathbf{v})$ is the resulting vector when B and A acting in succession upon the vector \mathbf{v} , this simply contains the multiplication law of two matrices, which, hence, is compatible with the law of (scalar) multiplication of two dyadics.

§ 3. Remarks concerning the vector product and the reciprocal vector system.

As is well known, the vector product of two vectors \mathbf{a} and \mathbf{b} , denoted by $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, in three-space is a vector whose components are the two rowed determinants which can be formed from the matrix of the components of the factors, i. e. from the matrix:

$$\left\| \begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{array} \right\|$$

thus giving as the components of the product the three quantities

$$\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

which also is written:

$$(1) \quad \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

\mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} , being the unit vectors of S_3 .

If we in this way shall obtain a vector, it is, of course, necessary that the number of determinants which can be picked out of the matrix, is equal to the number of dimensions of the space concerned. Since this only is the case when $n = 3$, the operation of forming the vector product from two given vectors has been considered to be unique for S_3 , without any possibility of generalizing to S_n . But, of course, it is not obviously given beforehand, that such a generalized product — giving in S_3 the Gibbsian vector product as a particular case — necessarily shall be a vector, nor that it shall be derived from *two* given vectors. On the contrary, we will show by an example that we even in elementary vector analysis may meet with quantities, deriving from another number of vectors than two, which with respect to fundamental properties must be considered to be analogous to the vector product.

Let in three-space a system of three vectors be given: \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} . To this system there corresponds one, and only one, definite system of vectors, say \mathbf{a}^* , \mathbf{b}^* , \mathbf{c}^* , called the *reciprocal* to the first, such that

$$(2) \quad \mathbf{a} \mathbf{a}^* + \mathbf{b} \mathbf{b}^* + \mathbf{c} \mathbf{c}^* = I = \mathbf{a}^* \mathbf{a} + \mathbf{b}^* \mathbf{b} + \mathbf{c}^* \mathbf{c}.$$

The starred system is easily determined by elementary matrix operations. Let \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} be the unit vectors in S_3 , and

$$(3) \quad \Psi = \mathbf{i} \mathbf{a} + \mathbf{j} \mathbf{b} + \mathbf{k} \mathbf{c}.$$

$$(4) \quad \Psi^* = \mathbf{i} \mathbf{a}^* + \mathbf{j} \mathbf{b}^* + \mathbf{k} \mathbf{c}^*.$$

Then:

$$(5) \quad \mathbf{a}^* \mathbf{a} + \mathbf{b}^* \mathbf{b} + \mathbf{c}^* \mathbf{c} = \Psi_c^* \cdot \Psi.$$

And since this shall be equal to the idemfactor, the matrix of Ψ_c^* must be the inverse of that of Ψ , and the matrix of Ψ^* , accordingly, the conjugate to the inverse of that of Ψ . Then we get from this immediately:

$$(6) \quad \mathbf{a}^* = \frac{1}{|\Psi|} \mathbf{b} \times \mathbf{c}; \quad \mathbf{b}^* = \frac{1}{|\Psi|} \mathbf{c} \times \mathbf{a}; \quad \mathbf{c}^* = \frac{1}{|\Psi|} \mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

where $|\Psi|$ designates the determinant of the matrix of Ψ . Each vector in the reciprocal system is thus determined as a *vector product* of two vectors.

We will carry out the analogous operations in two-space (unit vectors being \mathbf{i} and \mathbf{j}). Assuming given two vectors \mathbf{a} and \mathbf{b} in S_2 , we determine two others \mathbf{a}^* and \mathbf{b}^* such that

$$(7) \quad \mathbf{a}^* \mathbf{a} + \mathbf{b}^* \mathbf{b} = \mathbf{i} \mathbf{i} + \mathbf{j} \mathbf{j}.$$

As we have

$$\mathbf{a} = \mathbf{i} a_1 + \mathbf{j} a_2 \quad \text{and} \quad \mathbf{b} = \mathbf{i} b_1 + \mathbf{j} b_2$$

and by putting:

$$d = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

we easily get:

$$(8) \quad \mathbf{a}^* = \frac{1}{d} \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}; \quad \mathbf{b}^* = -\frac{1}{d} \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix}$$

where the two vectors $\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$, etc. must be considered to be quite analogous to $\mathbf{b} \times \mathbf{c}$, etc. above. I. e.: each of the corresponding vectors in the two-dimensional case derives only from *one* of the primary vectors, by an operation given by (8).

If therefore a generalization of the vector product also shall cover this operation as a particular case, it is readily understood that the generalization cannot exactly be limited to a quantity deriving from *two* vectors only.

On the other hand, we cannot very well characterize e. g. $\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$,

which is completely determined by \mathbf{b} alone, as a "product" of \mathbf{b} . It seems merely to be accidental that the number of vectors in the ana-

logous quantity in S_3 , viz.: $\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$, is two, and it may be questioned

whether the term "product" is a proper name for the quantity also in this case. As a matter of fact, the idea that the vector product cannot naturally be characterized as a *product* of its two vectors is not new. It has been set forth for example by E. W. HYDE.

§ 4. The Space Complement.

Our view point in the following is to consider the vector product as being a particular case of a (somewhat special) polyadic that can be derived from any number ($\geq n$) of independent vectors in S_n by means of the following

Definition: (a) In an n -dimensional space let there be given p linearly independent vectors $\mathbf{a}_1 = \mathbf{e}_i a_{1i}$, $\mathbf{a}_2 = \mathbf{e}_i a_{2i}$, $\mathbf{a}_p = \mathbf{e}_i a_{pi}$, (sum for i from 1 to n), $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_n$ being an orthogonal system of unit vectors.

By the space complement of those p vectors we understand a determinant whose last p rows are formed from the components of the \mathbf{a} 's and whose first $n-p$ rows are the unit vectors, i. e.:

$$(a^1) \quad \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & \dots & a_{pn} \end{vmatrix}$$

As the vectors in these $n-p$ rows are, of course, to be multiplied *indeterminately* in the developed determinant, we see that the space complement of p vectors is a polyadic (tensor) of the $(n-p)^{\text{th}}$ order. The simplest and for our purpose most convenient way of expressing it as a sum of (elementary) polyadics of the same order is by expanding it according to the $(n-p)$ -rowed determinants of the first $n-p$ rows.

What we in the following will try to show is that, by deriving the fundamental properties of this space complement we arrive at equations which can be regarded as generalized vector product equations of S_3 , and from which, therefore, we get the formulæ of the Gibbsian cross product as special results.

We see that the space complement is a vector if and only if the number of vectors is $n-1$, and that this vector then is perpendicular to each of the primary ones, i. e.: it is perpendicular to the hyperplane containing the $(n-1)$ vectors from which it is derived. For the components of the space complement are in this case the cofactors of the elements (i. e. the unit vectors) of the first row. Hence the scalar product of the vector \mathbf{a}_i and the space complement by definition is:

$$(b) \quad \begin{vmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & \dots & a_{in} \\ a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & \dots & a_{pn} \end{vmatrix} \quad p = n - 1.$$

which vanishes identically, two rows being equal.

If $n = 3$ (i. e.: $p = n - 1 = 2$) we get the ordinary vector product of two vectors. The space complement is a scalar if $p = n$, viz. equal to the determinant of the n vectors.

For brevity we will denote the space complement of $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_p$ by

$$(c) \quad \langle^p \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_p \quad \text{or: } \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_p \rangle$$

Hence the operation sign \langle^p or \rangle indicates that p vectors written to the right, or respectively to the left, shall be combined into their space complement. If we are going to derive the complement of $s + t$ vectors, s to the left and t to the right, we write ${}^s \times {}^t$, e. g.:

$$(1) \quad \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3 \times_3 \mathbf{b}_1 \mathbf{b}_2 \mathbf{b}_3 \mathbf{b}_4 \mathbf{b}_5 = \mathbf{a}_1 \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ a_{21} & \dots & \dots & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & \dots & \dots & \dots & a_{3n} \\ b_{11} & \dots & \dots & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & \dots & \dots & \dots & b_{2n} \\ b_{31} & \dots & \dots & \dots & b_{3n} \end{vmatrix} \mathbf{b}_4 \mathbf{b}_5$$

evidently a polyadic of order $1 + (n - 5) + 2 = n - 2$. If s and t both are equal to one, we write \times . Thus the space complement of two vectors \mathbf{a} and \mathbf{b} may be written:

$$(2) \quad \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \langle^2 \mathbf{a} \mathbf{b} = \mathbf{a} \mathbf{b} \rangle$$

which in S_3 coincides with the ordinary vector product of \mathbf{a} and \mathbf{b} .

§ 5. Invariance with regard to orthogonal transformations of coordinates.

First we will show that the space complement of any number (say p) of vectors is independent of the particular (orthogonal) coordinate system which we may choose:

Let

$$\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \dots, \mathbf{e}'_n$$

be a system of orthogonal unit vectors, defining a new coordinate system, defined by:

$$(1) \quad \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_i \varepsilon_{1i}; \quad \mathbf{e}'_2 = \mathbf{e}_i \varepsilon_{2i}; \quad \dots \quad \mathbf{e}'_n = \mathbf{e}_i \varepsilon_{ni}$$

where consequently

$$(2) \quad \varepsilon_{j1}^2 + \varepsilon_{j2}^2 + \dots + \varepsilon_{jn}^2 = 1 \quad \text{for all } j\text{'s}$$

$$(3) \quad \text{and} \quad \varepsilon_{i1} \varepsilon_{j1} + \varepsilon_{i2} \varepsilon_{j2} + \dots + \varepsilon_{in} \varepsilon_{jn} = 0 \quad i \neq j$$

Further, let the components of the vectors $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ with respect to this new coordinate system be primed, such that for any j

$$(4) \quad \mathbf{a}_j = \mathbf{e}'_i a'_{ji}$$

We then get by intuition that

$$(5) \quad a'_{ji} = \mathfrak{a}_j \cdot \mathfrak{e}'_i = a_{jk} \varepsilon_{ik}$$

which also, more exactly, can be found in the following wellknown way:

$$(6) \quad \mathfrak{a}_j = a'_{ji} \mathfrak{e}'_i = a'_{ji} \varepsilon_{ik} \mathfrak{e}_k$$

But as we also have

$$\mathfrak{a}_j = a_{jk} \mathfrak{e}_k$$

we get

$$a'_{ji} \varepsilon_{ik} = a_{jk}$$

which involves the following n^2 equations:

$$(7) \quad \begin{aligned} a'_{ji} \varepsilon_{i1} &= a_{j1} \\ a'_{ji} \varepsilon_{i2} &= a_{j2} \\ &\dots \dots \dots \\ a'_{ji} \varepsilon_{in} &= a_{jn} \end{aligned}$$

If we by $\bar{\varepsilon}_{ij}$ denote the cofactor of the element ε_{ij} in the determinant of the ε 's, these equations (7) give:

$$(8) \quad a'_{ji} = \frac{a_{jk} \bar{\varepsilon}_{ik}}{|\varepsilon_{ij}|}$$

But as the ε 's form an orthogonal matrix, we have:

$$|\varepsilon_{ij}| = 1 \text{ and } \bar{\varepsilon}_{ik} = \varepsilon_{ik}$$

Therefore:

$$(9) \quad a'_{ji} = a_{jk} \varepsilon_{ik}$$

We now will form the space complement of the vectors $\mathfrak{a}_1, \mathfrak{a}_2 \dots \mathfrak{a}_p$ with respect to the new (primed) coordinate system. By definition it clearly is:

$$(10) \quad \begin{aligned} &\begin{vmatrix} \mathfrak{e}'_1 & \mathfrak{e}'_2 & \dots & \mathfrak{e}'_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{e}'_1 & \mathfrak{e}'_2 & \dots & \mathfrak{e}'_n \\ a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a'_{p1} & a'_{p2} & \dots & a'_{pn} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \mathfrak{e}_i \varepsilon_{1i} & \mathfrak{e}_i \varepsilon_{2i} & \dots & \mathfrak{e}_i \varepsilon_{ni} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{e}_i \varepsilon_{1i} & \mathfrak{e}_i \varepsilon_{2i} & \dots & \mathfrak{e}_i \varepsilon_{ni} \\ a_{1i} \varepsilon_{1i} & a_{1i} \varepsilon_{2i} & \dots & a_{1i} \varepsilon_{ni} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{pi} \varepsilon_{1i} & a_{pi} \varepsilon_{2i} & \dots & a_{pi} \varepsilon_{ni} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (10) \quad &= \left| \begin{array}{cccc} e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \end{array} \right| \left| \begin{array}{cccc} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{21} & \dots & \varepsilon_{n1} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \dots & \varepsilon_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_{1n} & \varepsilon_{2n} & \dots & \varepsilon_{nn} \end{array} \right| \\
 &= \left| \begin{array}{cccc} e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pn} \end{array} \right|
 \end{aligned}$$

which shows that the space complement of any p vectors is invariant with regard to any orthogonal transformation of coordinates (invariant under the group of orthogonal transformations).

Now let us assume that the p vectors $a_1 \dots a_p$ all are expressible by the same p unit vectors, i. e.: the p -space containing $a_1 \dots a_p$ also contains p of the unit vectors, and we may assume without loss of generality that those are the first p vectors $e_1, e_2 \dots e_p$. Then all the components a_{ij} vanish for $j > p$ and we evidently get:

$$(11) \quad \langle^p a_1 \dots a_p = (-1)^{(n+1)p} \left| \begin{array}{cccc} e_{p+1} & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots \\ e_{p+1} & \dots & e_n \end{array} \right| \left| \begin{array}{cccc} a_{11} & \dots & a_{1p} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & \dots & a_{pp} \end{array} \right|$$

i. e.: the space complement is expressed by the other unit vectors (and a scalar). This proposition is general. In other words:

(a). *The space complement of any p independent vectors is expressible by vectors lying in the $(n-p)$ -space which is absolutely perpendicular to the p -space containing the p primary vectors.*

In order to show this it is sufficient to transform the p vectors into a new rectangular coordinate system and to choose the first p unit vectors of this system such that they are contained in the p -space on the p given vectors in question, which is always possible. This done the problem is reduced to the case mentioned above (under (11)), and our proposition is proved.

It follows directly from the definition § 4 (a) that:

(b). *The space complement of any permutation of a given set of vectors is equal to the space complement of the given set with the same or opposite sign according as the permutation can be obtained from the given set by means of an even or odd number of transpositions.*

§ 6. The space complement regarded as a function of the indeterminate product of its vectors.

By the elementary law for addition of determinants, we get:

$$(1) \quad (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \dots) \times \mathbf{v} = \mathbf{a} \times \mathbf{v} + \mathbf{b} \times \mathbf{v} + \mathbf{c} \times \mathbf{v} + \dots$$

The combination of vectors in the space complement is thus evidently in this case distributive, which — according to GIBBS's general view of multiplication — might justify the consideration of the space complement as a kind of product of the two vectors of which it is formed.

Clearly it is immaterial whether \mathbf{v} in (1) is post- or pre-factor.

As we have not yet defined what we understand by the space complement of a complete polyadic (i. e.: a sum of polyads) we cannot rightaway extend (1) to the case when we instead of $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} \dots$ etc. have a sum of polyads. In order to obtain a meaning to (1) also in this case, we proceed as follows:

The space complement:

$$\langle {}^p \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_p \rangle$$

can be considered as a function of the polyad of the p^{th} order

$$\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_p$$

i. e.: as a function of the indeterminate product of the same p vectors. This is in accordance with the fact that the scalar and vector product of ordinary vector analysis are considered to be special functions of the corresponding dyad.

Firstly it is then necessary to show: (a) *The space complement of the vectors of a polyad is independent of the particular form in which the polyad is expressed.*

It is sufficient to prove that if the polyad $\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_p^1$ is reduced into a sum of elementary polyads, and if we derive the space complement of each of these and sum, this sum is equal to the space complement of the primary polyad.

Let us expand the space complement (i. e. the determinant) according to the $(n-p)$ -rowed determinants of the first $n-p$ rows. Let $k_1, k_2 \dots k_p$ denote any set of p numbers picked out of the set $1, 2, \dots, n$, such that:

$$k_1 < k_2 < \dots < k_p$$

¹ $p \leq n$ and the \mathbf{a} 's are independent vectors; if not, the theorem is true, but trivial.

Then:

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \langle_p \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_p &= \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_{k_1} & \dots & \mathbf{e}_{k_2} & \dots & \mathbf{e}_{k_p} & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_{k_1} & \dots & \mathbf{e}_{k_2} & \dots & \mathbf{e}_{k_p} & \dots & \mathbf{e}_n \\ a_{11} & \dots & a_{1k_1} & \dots & a_{1k_2} & \dots & a_{1k_p} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & \dots & a_{pk_1} & \dots & a_{pk_2} & \dots & a_{pk_p} & \dots & a_{pn} \end{vmatrix} \\
 &= \Sigma (-1)^{(n-p+1) + \dots + n + \sum_1^n k_i} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_{k_i} & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{1k_1} & a_{1k_2} & \dots & a_{1k_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{pk_1} & a_{pk_2} & \dots & a_{pk_p} \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

The \mathbf{e}'_{k_i} indicates that the first determinant is formed from the rest of the unit vectors after $\mathbf{e}_{k_1} \mathbf{e}_{k_2} \dots \mathbf{e}_{k_p}$ have been stricken out. The sum is understood to be taken for all possible sets of the k 's. On the other hand, we can express the indeterminate product $\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_p$ as a sum of elementary polyads by putting $\mathbf{a}_i = \sum_j \mathbf{e}_j a_{ij}$ (sum for j from 1 to n , $i = 1, 2 \dots p$) and multiplying according to the distributive law:

$$(3) \quad \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_p = \Sigma \mathbf{e}_{j_1} \mathbf{e}_{j_2} \dots \mathbf{e}_{j_p} a_{1j_1} a_{2j_2} \dots a_{pj_p}$$

$j_1 j_2 \dots j_p$ here denotes any set of p integers in any order picked out of the numbers $1, 2 \dots n$, and the sum is to be taken for all possible sets of the j 's.

Now let $k_1, k_2 \dots k_p$ as before be a set of p integers picked out of $1, 2 \dots n$ such that $k_1 < k_2 < \dots < k_p$. Then we have:

$$(4) \quad \langle_p \mathbf{e}_{k_1} \mathbf{e}_{k_2} \dots \mathbf{e}_{k_p} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_{k_1} & \dots & \mathbf{e}_{k_p} & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

If we expand this according to the determinants of the first $n-p$ rows, we notice that all but one of the plain complements of these $(n-p)$ -rowed determinants vanish, the non-vanishing plain complement having the value one (each element in its principal diagonal is one, all the others zero).

Thus we get:

$$(5) \quad \langle_p \mathbf{e}_{k_1} \mathbf{e}_{k_2} \dots \mathbf{e}_{k_p} = (-1)^{(n-p+1) + \dots + n + \sum_1^n k_i} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}'_{k_i} & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \end{vmatrix}$$

Let us further consider the set $k_1, k_2 \dots k_p$ with all its possible permutations; let $j_{k_1}, j_{k_2} \dots j_{k_p}$ be any such permutation. We then first observe that

$$\langle^p e_{j_{k_1}} e_{j_{k_2}} \dots e_{j_{k_p}} \rangle \pm \langle^p e_{k_1} e_{k_2} \dots e_{k_p} \rangle$$

where $+$ or $-$ is to be chosen according as the set $j_{k_1} j_{k_2} \dots j_{k_p}$ is an even or odd permutation of the k 's (s. § 5 (b)).

Let us now consider those $p!$ terms in (3) which are of the form:

$$e_{j_{k_1}} e_{j_{k_2}} \dots e_{j_{k_p}} a_{1j_{k_1}} a_{2j_{k_2}} \dots a_{pj_{k_p}}$$

i. e.: all those $p!$ terms which contain the same unit vectors, viz.

$$e_{k_1} e_{k_2} \dots e_{k_p}$$

in all possible order. We will take the space complement of each of those $p!$ terms and then sum. By what is said above, we get:

$$\begin{aligned} \sum \langle^p e_{j_{k_1}} e_{j_{k_2}} \dots e_{j_{k_p}} a_{1j_{k_1}} a_{2j_{k_2}} \dots a_{pj_{k_p}} \rangle &= \langle^p e_{k_1} e_{k_2} \dots e_{k_p} \rangle \sum \pm a_{1j_{k_1}} a_{2j_{k_2}} \dots a_{pj_{k_p}} \\ (6) \qquad &= \langle^p e_{k_1} e_{k_2} \dots e_{k_p} \left| \begin{array}{c} a_{1k_1} a_{1k_2} \dots a_{1k_p} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{pk_1} a_{pk_2} \dots a_{pk_p} \end{array} \right| \\ &= (-1)^{(n-p+1)+\dots+n-\sum_1^p k_i} \left| \begin{array}{c} e_1 \dots e_{k_i} \dots e_n \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ e_1 \dots \dots \dots e_n \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} a_{1k_1} a_{1k_2} \dots a_{1k_p} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{pk_1} a_{pk_2} \dots a_{pk_p} \end{array} \right| \end{aligned}$$

Therefore: The sum of the space complements of all terms in (3) is equal to the sum of all possible terms of this kind, i. e.: the sum for all possible sets of the k 's, $k_1 < k_2 \dots k_p$. And, by (2), this shows that the sum is equal to $\langle^p a_1 a_2 \dots a_p \rangle$.

Now let \mathbf{P}_1 and \mathbf{P}_2 be two different forms of the same polyad of the p^{th} order (i. e.: two equivalent polyads, $\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2$) and thus giving, when expressed by elementary polyads, the same form \mathbf{P}_e . Then

$$(7) \qquad \langle^p \mathbf{P}_1 \rangle = \langle^p \mathbf{P}_e \rangle \quad \text{and} \quad (7^1) \quad \langle^p \mathbf{P}_2 \rangle = \langle^p \mathbf{P}_e \rangle$$

accordingly:

$$(8) \qquad \langle^p \mathbf{P}_1 \rangle = \langle^p \mathbf{P}_2 \rangle$$

That is: the space complement of the vectors of a polyad (we will say, shorter: of a polyad) is independent of the particular form in which the latter is expressed, which is the desired result.

This can always be applied to any sum of elementary polyads which can be summed up to a single polyad, but, strictly speaking, not to a sum of such polyads in general. But what we have found above very naturally leads to an extension of our definition, such that we by the space comple-

ment of any sum of elementary polyads understand the sum of the space complements of each polyad. Once this extension established, it follows immediately that it must hold good for sums of all kinds of polyads, as they always can be reduced to elementary ones. That is: we can lay down the

Definition (b). *By the space complement of a polyadic is understood the sum of the space complements of each of its polyads.*

Or:

$$(9) \quad \begin{aligned} & \langle^p (a_1 a_2 \dots a_p + b_1 b_2 \dots b_p + \dots) \\ &= \langle^p a_1 a_2 \dots a_p + \langle^p b_1 b_2 \dots b_p + \dots \end{aligned}$$

Accordingly we get from any equation between polyadics a new equation by inserting the sign \langle^p (or \times) in the same way in each of its terms on both sides of the equation.

And from this follows that the operation of forming the space complement obeys the distributive law because the indeterminate multiplication does. Since we e. g. have:

$$(10) \quad \begin{aligned} & v (a_1 a_2 \dots a_p + b_1 b_2 \dots b_p + \dots) \\ &= v a_1 a_2 \dots a_p + v b_1 b_2 \dots b_p + \dots \end{aligned}$$

we know that those two equal polyadics (of order $n + 1$) must also have equal space complements, i. e.:

$$(11) \quad \begin{aligned} & v \times^s (a_1 a_2 \dots a_p + b_1 b_2 \dots b_p + \dots) \\ &= v \times^s a_1 a_2 \dots a_p + v \times^s b_1 b_2 \dots b_p + \dots \end{aligned}$$

where $s \overline{\overline{p}}$.

§ 7. The space complement of a determinant of the form:

$$\begin{vmatrix} a_1 & \dots & a_p \\ \dots & \dots & \dots \\ a_1 & \dots & a_p \end{vmatrix}$$

Each row here consists of the same p independent vectors ($p \leq n$). The multiplication being indeterminate (or general) the determinant is a polyadic of the p^{th} order.

If we expand this determinant we get $p!$ terms (polyads). One of them is the principal diagonal $a_1 a_2 \dots a_p$, all the others are permutations of this term. And, by what is said above, we get the desired space complement by taking the space complement of each of these terms and summing.

Now is:

$$(1) \quad \langle^p \mathfrak{a}_1 \mathfrak{a}_2 \dots \mathfrak{a}_p \quad \left| \begin{array}{cccccccc} \mathfrak{e}_1 & \mathfrak{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{e}_1 & \mathfrak{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{e}_n \\ \mathfrak{a}_{11} & \mathfrak{a}_{12} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{a}_{p1} & \mathfrak{a}_{p2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_{pn} \end{array} \right|$$

And, by § 5 (b), the space complement of each of the *even* permutations of $\mathfrak{a}_1 \mathfrak{a}_2 \dots \mathfrak{a}_p$ is equal to $\langle^p \mathfrak{a}_1 \mathfrak{a}_2 \dots \mathfrak{a}_p$, but of any *odd* permutation equal to the same quantity taken negatively. But the odd permutations have, in the developed determinant, minus sign, which reverses the sign. I. e.: the space complements of each term of the determinant in question are

the sign of the term taken into account — all equal to the space complement of the principal diagonal.

Thus we get:

$$(2) \quad \langle^p \left| \begin{array}{cccccc} \mathfrak{a}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{a}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_p \end{array} \right| = p! \langle^p \mathfrak{a}_1 \dots \mathfrak{a}_p$$

We get a similar result if we expand the space complement of a polyadic of the form (order being $p + 1$):

$$(3) \quad \mathfrak{v} \left| \begin{array}{cccccc} \mathfrak{a}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{a}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_p \end{array} \right| \quad p < n$$

That is:

$$(4) \quad \langle^{p+1} \mathfrak{v} \left| \begin{array}{cccccc} \mathfrak{a}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{a}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_p \end{array} \right| = p! \langle^{p+1} \mathfrak{v} \mathfrak{a}_1 \dots \mathfrak{a}_p$$

which we also can write:

$$(5) \quad \mathfrak{v} \times^p \left| \begin{array}{cccccc} \mathfrak{a}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{a}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathfrak{a}_p \end{array} \right| = p! \mathfrak{v} \times^p \mathfrak{a}_1 \dots \mathfrak{a}_p.$$

We readily see that this quantity vanishes if \mathfrak{v} is equal to one of the \mathfrak{a} 's or, in general, linearly dependent on the \mathfrak{a} 's.

§ 8. A generalization of the expansion for the vector triple product.

An equation which in ordinary vector analysis is of importance on account of its frequent occurrence, is that of the vector triple product. In quaternion notation it is written:

$$(1) \quad Va(Vbc) = cSaba - bSca \quad *$$

which equation GIBBS writes

$$(2) \quad a \times (b \times c) = -a \cdot \{bc - cb\}.$$

It may be found more convenient, in this and similar equations, to write such dyadics (and also triadics etc.) in determinant form, as thereby greater symmetry is obtained:

$$(3) \quad a \times (b \times c) = -a \cdot \begin{vmatrix} b & c \\ b & c \end{vmatrix}^{**}$$

In this form the equation can be generalized to n -space. It must only be kept in mind that $b \times c$ in S_n is not a vector, but a polyadic of order $n-2$. The vector a and this polyadic then combine to form the final space complement of (3). We can then prove that in any space S_n the following equation is valid:

$$(4) \quad a \times^{n-2} (b \times c) = -(n-2)! a \cdot \begin{vmatrix} b & c \\ b & c \end{vmatrix}$$

But this equation can be still more generalized. We are going to show that it holds good, not only for the triple product, i. e.: when we have to derive the space complement of two vectors b and c and then combine this with a , but also in the case when we instead of b and c have any set of p independent vectors: $a_1, a_2, \dots, a_p, (p < n)$. (If the vectors are dependent the theorem is true, but trivial.) Hence, the equation which we will consider to be the generalization of the expansion for the vector triple product, and which we now are going to prove, is:

$$(5) \quad v \times^{n-p} \langle^p a_1 a_2 \dots a_p \rangle = -(-1)^{np} (n-p)! v \cdot \begin{vmatrix} a_1 & \dots & a_p \\ \dots & \dots & \dots \\ a_1 & \dots & a_p \end{vmatrix}$$

n being the number of dimensions of the space considered. We can tell at a glance that it gives (4) as well as (3) as special cases.

In order to prove (5) we first expand $\langle^p a_1 a_2 \dots a_p \rangle$. By definition we have:

* As will be known, $Vab = -a \times b, Sab = -a \cdot b$.

** See: Zur Theorie der Triaden von ALMAR NÆSS (24), p. 108.

$$(6) \quad \left\langle \begin{matrix} a_1 & a_2 & \dots & a_p \end{matrix} \right\rangle \begin{vmatrix} e_1 & \dots & e_{k_1} & \dots & e_{k_2} & \dots & e_{k_p} & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & e_n \\ a_{1k_1} & \dots & a_{1k_1} & \dots & a_{1k_2} & \dots & a_{1k_p} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{pk_1} & \dots & a_{pk_1} & \dots & a_{pk_2} & \dots & a_{pk_p} & \dots & a_{pn} \end{vmatrix}$$

We will expand this determinant according to the p -rowed determinants of the last p rows. Let p columns be determined by k_1, k_2, \dots, k_p , such that $k_1 < k_2 < \dots < k_p$. The plain complement of the p -rowed determinant in question containing these columns is obtained by striking out from the set of unit vectors all the e_{k_i} and forming the $(n - p)$ -rowed determinant of the rest. With regard to the sign of the algebraic complement we observe that the sum of the indices of the last p rows in (6) is

$$\frac{(n - p + 1 + n)p}{2} = np - \frac{p(p - 1)}{2}$$

According to Laplace's theorem, the space complement of $\left\langle \begin{matrix} a_1 & a_2 & \dots & a_p \end{matrix} \right\rangle$ is equal to the sum of all $\binom{n}{p}$ terms of the form

$$(A) \quad (-1)^{np - \frac{p(p-1)}{2} + \sum_1^n k_i} \begin{vmatrix} e_1 & \dots & e'_{k_i} & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 & \dots & \dots & \dots & e_n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{1k_1} & \dots & \dots & \dots & a_{1k_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{pk_1} & \dots & \dots & \dots & a_{pk_p} \end{vmatrix}$$

each being a (special) polyadic of the $(n - p)^{\text{th}}$ order.

In order to obtain the left member of the equation (5) we take the indeterminate product of \mathbf{v} by each of these terms (A) and then deriving the space complement of each of the polyadics, obtained in this way, of order $n - p + 1$. But each of these polyadics can be expanded into a sum of n others by putting $\mathbf{v} = e_j v_j$ and then multiplying distributively. Neglecting the scalar factor we thus all together get $\binom{n}{p} n$ terms of the following form:

$$(B) \quad e_j \begin{vmatrix} e_1 & \dots & e'_{k_i} & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 & \dots & \dots & \dots & e_n \end{vmatrix}$$

and our final task is to derive the space complement of each of these, i. e.:

$$(C) \quad e_j \times^{n-p} \begin{vmatrix} e_1 & \dots & e'_{k_i} & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 & \dots & \dots & \dots & e_n \end{vmatrix}$$

then multiply by the corresponding scalar and sum.

But, by § 7 (5), all the space complements (C) vanish where e_j is equal to one of the unit vectors in the determinant. Hence it is sufficient to take into account those terms only where e_j is equal to one of the vectors $e_{k_1}, e_{k_2}, \dots, e_{k_p}$, which are stricken out when forming the determinant. For each set of the k 's we thus get only p terms of the form (C).

Let us consider a *fixed* set of the k 's and form all the space complements with regard to this set. The first one will be:

$$\begin{aligned}
 & e_{k_1} \times^{n-p} \begin{vmatrix} e_1 & \dots & e'_{k_i} & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 & \dots & \dots & \dots & e_n \end{vmatrix} = (n-p)! e_{k_1} \times^{n-p} (e_1 e_2 \dots e'_{k_i} \dots e_n) \\
 (7) \quad & = (n-p)! \begin{vmatrix} e_1 & \dots & e_{k_1} & \dots & e_{k_i} & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & e_n \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & \dots & 1 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

Each of the last $n-p+1$ rows, being components of a unit vector, consists of 1 and $n-1$ zeros. Of all the determinants which can be formed from these rows there is therefore only one which is different from zero. The sum of the indices of the columns of this nonvanishing determinant is

$$\frac{(n+1)n}{2} - \sum_2^p k_i$$

and the sum of indices of the rows is

$$\frac{(p+n)(n-p+1)}{2} = \frac{n^2 - p^2 + n + p}{2}$$

Expanding (7) after Laplace according to these determinants of the last $n-p+1$ rows, we thus get only one term, the following:

$$\begin{aligned}
 (-1) \quad & \frac{n^2 - p^2 + n + p}{2} + \frac{(n+1)n}{2} - \sum_2^p k_i \quad (n-p)! \begin{vmatrix} e_{k_2} & \dots & e_{k_p} \\ \dots & \dots & \dots \\ e_{k_2} & \dots & e_{k_p} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \end{vmatrix} \\
 (D) \quad &
 \end{aligned}$$

We must especially notice that the columns stricken out of the last $n-p+1$ rows to form the second determinant of (D) (the last factor of the term)

§ 9. Expressions of the form $\sum_{i=1}^n \mathbf{f}'_i \times \mathbf{f}_i$ and $\sum_{i=1}^n \mathbf{e}_i \times \mathbf{f}_i$. The symmetric differences of a matrix.

Given in S_n two systems of n vectors:

$$(A) \quad \begin{matrix} \mathbf{f}'_1, \mathbf{f}'_2, \dots, \mathbf{f}'_n \\ \mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_n \end{matrix}$$

Let the two conjugate systems of these be denoted by \mathbf{z}'_i and \mathbf{z}_i respectively.

We will find an expression for the quantity $\sum \mathbf{f}'_i \times \mathbf{f}_i$, evidently a polyadic of order $n-2$. It is a vector in three-space, the \times then denoting the ordinary vector product, and we know that this vector is expressible in the form¹ ($\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ being the unit vectors of S_3):

$$(B) \quad \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \mathbf{z}'_1 \cdot \mathbf{z}'_2 \cdot \mathbf{z}'_3 \cdot & & \\ \mathbf{z}_1 & \mathbf{z}_2 & \mathbf{z}_3 \end{vmatrix}$$

where the scalar product is to be taken of each two corresponding vectors of the last two rows, i. e.: the dot is here written after the vector where it is to be used in the developed determinant.

We are going to show that we in S_n arrive at an analogous expression. According to our definition we get the sum of n determinants:

$$(1) \quad \sum_i \mathbf{f}'_i \times \mathbf{f}_i = \sum_{i=1}^n \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ f'_{i1} f'_{i2} & \dots & \dots & \dots & f'_{in} \\ f_{i1} f_{i2} & \dots & \dots & \dots & f_{in} \end{vmatrix}$$

the last two rows being the components of \mathbf{f}'_i and \mathbf{f}_i respectively.

We develop each of these n determinants in terms of the $(n-2)$ -rowed determinants of the first $n-2$ rows of unit vectors. We get, j and l being any two columns, $j < l$:

$$(2) \quad \sum_i \mathbf{f}'_i \times \mathbf{f}_i = \sum_{(j,l)} \left\{ -(-1)^{j+l} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 \dots \mathbf{e}'_j \dots \mathbf{e}'_l \dots \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \end{vmatrix} \sum_{i=1}^n \begin{vmatrix} f'_{ij} & f'_{il} \\ f_{ij} & f_{il} \end{vmatrix} \right\}$$

the sum $\sum_{(j,l)}$ being taken for all the $\binom{n}{2}$ possible sets of (j,l) . As before, \mathbf{e}'_j and \mathbf{e}'_l indicate that \mathbf{e}_j and \mathbf{e}_l are stricken out.

¹ See: Zur Theorie der Triaden von ALMAR NÆSS. (5) and (6), p. 16.

But evidently is:

$$(3) \quad \sum_i f'_{ij} f_{il} = z'_j \cdot z_l$$

$$(4) \quad \sum_i f'_{il} f_{ij} = z'_l \cdot z_j$$

and, accordingly:

$$(5) \quad \sum_i \begin{vmatrix} f'_{ij} f'_{il} \\ f'_{ij} f_{il} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} z'_j \cdot z'_l \\ z_j \cdot z_l \end{vmatrix}$$

Therefore, we can write:

$$(6) \quad \sum_i \hat{f}'_i \times \hat{f}_i = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ z'_1 \cdot z'_2 & \dots & \dots & z'_n \cdot z'_n \\ z_1 & z_2 & \dots & z_n \end{vmatrix}$$

One special case of this formula is of particular interest.

We know from three-space, that the *vector* of a dyadic (GIBBS) is obtained by insertion of the cross between each pair of its vectors. The dyadic be* $\Psi = \mathbf{i} \mathbf{a} + \mathbf{j} \mathbf{b} + \mathbf{k} \mathbf{c}$. Then Ψ_v (GIBBS writes Ψ_{\times}) = $\mathbf{i} \times \mathbf{a} + \mathbf{j} \times \mathbf{b} + \mathbf{k} \times \mathbf{c}$. We also know that the components of this vector are the so-called *symmetric differences* of the matrix of \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} **. They play a rôle in the theory of triadics in S_3 ***. In any square matrix there are in general $\frac{n(n-1)}{2}$ pairs of elements such that the elements of each pair are symmetric with respect to the principal diagonal of the matrix. We thus can form $\frac{n(n-1)}{2}$ differences („the symmetric differences“) by subtracting one of these two elements (a definite one) from the other. The number of symmetric differences is equal to n if and only if $n = 3$. Of the matrix of \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} they are†

$$b_3 - c_2, c_1 - a_3, a_2 - b_1.$$

We observe that the minuend is chosen in a definite way, alternately in the upper and lower half of the matrix††.

* In order to be able to tell at a glance, whether we are speaking of three-space or n -space, we will in the following (usually) denote a dyadic in S_3 by $\Psi = \mathbf{i} \mathbf{a} + \mathbf{j} \mathbf{b} + \mathbf{k} \mathbf{c}$, in S_n by Φ .

** Zur Theorie der Triaden von ALMAR NÆSS, § 4.

*** loc. cit. § 33 & § 45.

† loc. cit. § 4 (1) or p. 71.

†† loc. cit. p. 70, footnote.

Let a dyadic in S_n be defined as $\Phi = \mathbf{e}_i \mathbf{f}_i$ (sum for i as usual from 1 to n). Then the quantity which is analogous to Ψ_v of S_3 , must be:

$$(7) \quad \Phi_v = \mathbf{e}_i \times \mathbf{f}_i$$

i. e.: a polyadic of order $n-2$, the *space complement* of Φ . We obtain a formula for Φ_v by putting $\mathbf{f}'_i = \mathbf{e}_i$ in (6). Thus we get:

$$(8) \quad \Phi_v = \mathbf{e}_i \times \mathbf{f}_i = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{z}_1 & \mathbf{z}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{z}_n \end{vmatrix}$$

But as:

$$(9) \quad \mathbf{e}_j \cdot \mathbf{z}_l = f_{jl} = \mathbf{e}_l \cdot \mathbf{f}_j$$

we can write:

$$(10) \quad \Phi_v = \mathbf{e}_i \times \mathbf{f}_i = - \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{f}_1 & \mathbf{f}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{f}_n \end{vmatrix}$$

Here we have for any j and l ($j < l$):

$$(11) \quad \begin{vmatrix} \mathbf{e}_j & \mathbf{e}_l \\ \mathbf{f}_j & \mathbf{f}_l \end{vmatrix} = \mathbf{e}_j \cdot \mathbf{f}_l - \mathbf{e}_l \cdot \mathbf{f}_j = -(f_{jl} - f_{lj})$$

If we develop (10) in terms of determinants of this kind, the sign of (11) will be $(-1)^{n-1+n+j+l} = -(-1)^{j+l}$. Let us by E_{jl} denote the $(n-2)$ -rowed determinant defined by the unit vectors after erasing \mathbf{e}_j and \mathbf{e}_l ($j < l$), i. e.:

$$(12) \quad E_{jl} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}'_j & \dots & \mathbf{e}'_l & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \end{vmatrix}$$

i. e.: The E 's are defined by the equation:

$$(13) \quad \Sigma - (-1)^{j+l} E_{jl} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_j & \mathbf{e}_l \\ \mathbf{e}_j & \mathbf{e}_l \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \end{vmatrix}$$

Moreover, we put:

$$(14) \quad -(-1)^{j+l} (f_{jl} - f_{lj}) = d_{jl}.$$

Then:

$$(15) \quad \Phi_v = \sum_{(j,l)} \mathbf{E}_{j,l} d_{j,l}$$

Summing for all possible sets of (j,l) . As j and l are not quite independent of one another ($j < l$), it is convenient to consider j,l in this and similar summations as a single index running from 1 to $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$.

The $\frac{n(n-1)}{2}$ quantities: $d_{j,l} = -(-1)^{j+l}(f_{j,l} - f_{l,j})$, ($j < l$), we will call the *symmetric differences of the matrix*:

$$\left\| \begin{array}{cccccccc} f_{11} & f_{12} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & f_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & f_{nn} \end{array} \right\|$$

whereby they are defined also for the n -dimensional case. We now can easily see which of the two quantities $f_{j,l}$ and $f_{l,j}$ (the sign taken into account) that is to be subtracted from the other, as we have:

- (a) $d_{j,l} = f_{j,l} - f_{l,j}$ if $j+l$ is an *odd* number; (minuend in the upper half of the matrix),
- and
- (b) $d_{j,l} = f_{l,j} - f_{j,l}$ if $j+l$ is an *even* number; (minuend in the lower half of the matrix).

We readily see that this gives the well-known formula for Ψ_v in S_3 . For in the case $n = 3$ we have:

$$(16) \quad \mathbf{E}_{2,3} = \mathbf{e}_1 = \mathbf{i}; \mathbf{E}_{1,3} = \mathbf{e}_2 = \mathbf{j}; \mathbf{E}_{1,2} = \mathbf{e}_3 = \mathbf{k}.$$

But the formula (15) also holds good in two-space. For if we have $\Phi = \mathbf{e}_1 \mathbf{f}_1 + \mathbf{e}_2 \mathbf{f}_2$, Φ_v must by definition in this case be a scalar:

$$(17) \quad \Phi_v = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ f_{11} & f_{12} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} = f_{12} - f_{21}.$$

But according to (13) we must have $\mathbf{E}_{1,2} = 1^*$, and the formula (15) gives the same as (17), viz.:

$$(18) \quad \Phi_v = 1 d_{1,2} = -(-1)^{1+2}(f_{1,2} - f_{2,1}) = f_{12} - f_{21}.$$

* „The complement of the n -rowed minor (the determinant itself) is 1“. BÖCHER, M., Introduction to Higher Algebra, p. 23.

As we, by § 6 (a), have:

$$(19) \quad \mathbf{e}_i \times \mathbf{f}_i = \alpha_i \times \mathbf{e}_i,$$

we obviously get:

$$(20) \quad \mathbf{e}_i \times \mathbf{f}_i = -\mathbf{e}_i \times \alpha_i$$

an equation which is well-known for the three-dimensional case*.

A few other properties of Φ_v , which are completely analogous to well-known vector product properties in S_3 , shall also be mentioned.

The equation § 8 (14) is valid if we instead of $\mathbf{b} \times \mathbf{c}$ put a sum of such expressions. From this we deduce:

$$(21) \quad \mathbf{v} \times^{n-2} \Phi_v = -(n-2)! \mathbf{v} \cdot (\Phi - \Phi_v)$$

analogous to the equation in S_3 :

$$(22) \quad \mathbf{v} \times \Psi_v = -\mathbf{v} \cdot (\Psi - \Psi_v).$$

If we put $\mathbf{v} = \mathbf{e}_i$ in (21) we get the n equations:

$$(23) \quad \mathbf{e}_i \times^{n-2} \Phi_v = -(n-2)! (\mathbf{f}_i - \alpha_i)$$

corresponding to the following three in S_3 :**

$$(24) \quad \begin{aligned} \mathbf{i} \times \Psi_v &= -(\mathbf{a} - \alpha_1) \\ \mathbf{j} \times \Psi_v &= -(\mathbf{b} - \alpha_2) \\ \mathbf{k} \times \Psi_v &= -(\mathbf{c} - \alpha_3) \end{aligned}$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ denoting here, of course, the conjugate system to $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$.

§ 10. The reciprocal system and the „Ergänzungen“ of a given set of vectors.

Let the reciprocal system, say \mathbf{f}_i^* , to a given system \mathbf{f}_i be defined (as in S_3) by the equation

$$(1) \quad \mathbf{f}_i^* \mathbf{f}_i = \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i = \mathbf{f}_i \mathbf{f}_i^*.$$

It is here convenient to introduce, as we have done in S_3 , the „Ergänzungssystem“ of a primary system.† If the latter be $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ (in S_3), the „Ergänzungen“ are: $\mathbf{w}_1 = \mathbf{b} \times \mathbf{c}$, $\mathbf{w}_2 = \mathbf{c} \times \mathbf{a} = -\mathbf{a} \times \mathbf{c}$; $\mathbf{w}_3 = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$; \mathbf{w}_1 is the Ergänzung of \mathbf{a} , \mathbf{w}_2 that of \mathbf{b} , etc. The reciprocal system of $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ is, as mentioned § 3 (6), obtained from the „Ergänzungssystem“ by division by the determinant of $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$.

* ALMAR NÆSS: loc. cit. § 4 (4).

** loc. cit. § 4 (2).

† loc. cit. § 13.

The Ergänzungssystem has a few properties which may be worth noting.† Here we shall only mention that the Ergänzungssystem of two conjugate vector systems are conjugate. This follows from:‡

$$(\Psi \times \times \Psi)_c = \Psi_c \times \times \Psi_c$$

where $\times \times$ denotes the (GIBBSIAN) double cross product.

From our point of view, the Ergänzung of a vector of a system of n vectors in S_n must be the *space complement of all the others*, taken alternately with positive or negative sign. We will give the definition the following form:

(a) *The i^{th} Ergänzungsvector of a given vector system \mathbf{f}_i is obtained by striking out the i^{th} row in the determinant of the \mathbf{f} 's and replacing it by the unit vectors.*

If the i^{th} Ergänzungsvector is denoted by \mathbf{w}_i , we get:

$$(2) \quad \mathbf{w}_i = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{i-11} & f_{i-12} & \dots & f_{i-1n} \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \mathbf{e}_n \\ f_{i+11} & f_{i+12} & \dots & f_{i+1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} \\ = \mathbf{e}_1 F_{i1} + \mathbf{e}_2 F_{i2} + \dots + \mathbf{e}_n F_{in} = \mathbf{e}_j F_{ij}$$

where F_{ij} is the cofactor of f_{ij} . We thus see that the matrix of the Ergänzungssystem is the matrix of the cofactors, i. e. conjugate to the adjoint of the matrix of the \mathbf{f} 's.

Now (2) evidently can be written:

$$(3) \quad \mathbf{w}_i = (-1)^{i-1} \langle n-1 \mathbf{f}_1 \dots \mathbf{f}_{i-1} \mathbf{f}_{i+1} \dots \mathbf{f}_n \rangle$$

It is now easily shown that the reciprocal system of the \mathbf{f} 's is determined by the n equations:

$$(4) \quad \mathbf{f}_i^* = \frac{1}{|f|} \mathbf{w}_i$$

analogous to what we have found in S_3 . $|f|$ is the determinant of the \mathbf{f} 's.

Let us put:

$$(5) \quad \Phi = \mathbf{e}_i \mathbf{f}_i; \quad \Phi^* = \mathbf{e}_i \mathbf{f}_i^*; \quad \Phi_c^* = \mathbf{f}_i^* \mathbf{e}_i.$$

Moreover:

$$(6) \quad \mathbf{f}_i^* \mathbf{f}_i = (\mathbf{f}_i^* \mathbf{e}_i) \cdot (\mathbf{e}_j \mathbf{f}_j) = \Phi_c^* \cdot \Phi.$$

† loc. cit. § 13, § 37, § 46.

‡† loc. cit, § 12 (5) and § 13 (1).

If now \mathbf{v} be any vector, and $\mathbf{v}' = \Phi \cdot \mathbf{v}$, then:

$$(7) \quad (\Phi_c^* \cdot \Phi) \cdot \mathbf{v} = \Phi_c^* \cdot (\Phi \cdot \mathbf{v}) = \Phi_c^* \cdot \mathbf{v}'.$$

But $\mathbf{f}_i^* \mathbf{f}_i$ is equal to the idemfactor if, and only if, $\Phi_c^* \cdot \mathbf{v}' = \mathbf{v}$. I. e. the transformation Φ_c^* must be the *inverse* of Φ ,[†] and its matrix accordingly the inverse of the matrix of Φ . Hence the matrix of Φ^* , being the conjugate of that of Φ_c^* , consequently is:

$$(A) \quad \left\| \begin{array}{cccc} \frac{F_{11}}{|f|} & \dots & \dots & \frac{F_{1n}}{|f|} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{F_{n1}}{|f|} & \dots & \dots & \frac{F_{nn}}{|f|} \end{array} \right\|$$

whereby the validity of (4) is shown.

From (a) follows immediately that the *Ergänzungssystem* of z_i is conjugate to \mathbf{w}_i (where z_i is the conjugate system of the \mathbf{f}_i 's).

We also have as in S_3 :

$$(8) \quad \mathbf{f}_1 \cdot \mathbf{w}_1 = \mathbf{f}_2 \cdot \mathbf{w}_2 = \dots = \mathbf{f}_n \cdot \mathbf{w}_n = |f|.$$

The dyadic determined by the \mathbf{w} 's, the *Ergänzungsdyyadic*, is in S_3 given by the following determinant, the primary system being $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$:[‡]

$$(9) \quad \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{i} & \mathbf{f} \\ \mathbf{a} \times \mathbf{b} & \mathbf{b} \times \mathbf{c} & \mathbf{c} \times \mathbf{a} \\ \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left\{ \mathbf{i} (\mathbf{b} \times \mathbf{c} - \mathbf{c} \times \mathbf{b}) - \text{etc.} \dots \right\}$$

As we see deriving from a (somewhat special) determinant-triadic by taking — as the crosses indicate — the vector product of the two last vectors in each of its triads.

In the analogous way we can derive the *Ergänzungsdyyadic* $\Omega = \mathbf{e}_i \mathbf{w}_i$ in S_n by means of the space complement. It is readily shown that:

$$(10) \quad \Omega = \frac{1}{(n-1)!} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \dots \mathbf{e}_n \\ \mathbf{f}_1 \mathbf{f}_2 \dots \mathbf{f}_n \\ \dots \dots \dots \dots \\ \mathbf{f}_1 \mathbf{f}_2 \dots \mathbf{f}_n \end{vmatrix} \rangle_{n-1}$$

where the space complement is to be derived of the last $n-1$ vectors in each of the polyads of the polyadic, represented by the determinant.

(10) can also be written:

[†] Usually in literature denoted by Φ^{-1} .

[‡] ALMAR NÆSS, loc. cit. § 13 (1) and (2), and § 12 (4).

$$(11) \quad \Omega = \frac{1}{(n-1)!} \sum_i (-1)^{i-1} e_i \langle^{n-1} \begin{vmatrix} \hat{f}_1 & \dots & \hat{f}_{i-1} & \hat{f}_{i+1} & \dots & \hat{f}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{f}_1 & \dots & \hat{f}_{i-1} & \hat{f}_{i+1} & \dots & \hat{f}_n \end{vmatrix} \rangle$$

And as, by § 7 (2), the determinant in this expression is equal to $(n-1)! \langle^{n-1} \hat{f}_1 \dots \hat{f}_{i-1} \hat{f}_{i+1} \dots \hat{f}_n \rangle$, it follows immediately from (3) that the second member of the equation (11) is equal to $e_i \mathbf{w}_i$, q. e. d.

§ 11. The space complement of the *Ergänzungsdyadic*.

As is known, the „vector“ of the *Ergänzungsdyadic* in S_3 can be written: †

$$(1) \quad \Omega_v = (b_3 - c_2) \mathbf{a} + (c_1 - a_3) \mathbf{b} + (a_2 - b_1) \mathbf{c} = \begin{vmatrix} i \cdot j \cdot k \\ \mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{c} \\ \mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{c} \end{vmatrix}$$

The analogous equation holds in S_n . We put:

$$(2) \quad \Omega_v = e_i \times \mathbf{w}_i$$

By § 8(5) we get, noticing that here $p = n - 1$, and therefore

$$(-1)^{n-p} (n-p)! = (-1)^{n-(n-1)} (n-(n-1))! = 1;$$

$$(3) \quad \begin{aligned} \Omega_v = e_i \times \mathbf{w}_i &= \sum_i e_i \times \{ (-1)^{i+1} \langle^{n-1} \hat{f}_1 \dots \hat{f}_{i-1} \hat{f}_{i+1} \dots \hat{f}_n \rangle \\ &= \sum_i (-1)^{i+1} e_i \times \langle^{n-1} \hat{f}_1 \dots \hat{f}_{i-1} \hat{f}_{i+1} \dots \hat{f}_n \rangle \\ &= - \sum_i (-1)^{i+1} e_i \cdot \begin{vmatrix} \hat{f}_1 & \dots & \hat{f}_{i-1} & \hat{f}_{i+1} & \dots & \hat{f}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{f}_1 & \dots & \hat{f}_{i-1} & \hat{f}_{i+1} & \dots & \hat{f}_n \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} e_1 \cdot e_2 \cdot \dots \cdot e_n \\ \hat{f}_1 \ \hat{f}_2 \ \dots \ \hat{f}_n \\ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \\ \hat{f}_1 \ \hat{f}_2 \ \dots \ \hat{f}_n \end{vmatrix} \end{aligned}$$

We notice that the two-rowed determinants of the first two rows are all scalars of the form:

$$(4) \quad \begin{vmatrix} e_j \cdot e_l \\ \hat{f}_j \ \hat{f}_l \end{vmatrix} = \hat{f}_j - \hat{f}_l = -(\hat{f}_l - \hat{f}_j), \quad j < l$$

Thus we can write:

$$(5) \quad \Omega_v = - \sum_{\substack{j,l \\ j < l}} (-1)^{j+l} (\hat{f}_l - \hat{f}_j) \begin{vmatrix} \hat{f}_1 & \dots & \hat{f}_j & \dots & \hat{f}_l & \dots & \hat{f}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{f}_1 & \dots & \hat{f}_j & \dots & \hat{f}_l & \dots & \hat{f}_n \end{vmatrix}$$

† loc. cit. § 13 (7).

§ 12. A theorem of the symmetric differences of a matrix.

We readily see that the expression (9) for Ω_c in the preceding § (11) is simply a transformation of the form:

$$(1) \quad E_\alpha \mathcal{F}_{\beta a} d\beta$$

to sum, as usual, for a and β which here as above must be thought of as indices running from 1 to $\frac{n(n-1)}{2}$. The elements of the matrix of this transformation, i. e. of the matrix $\mathcal{F}_{\beta a}$, are the minors of the second order of the matrix of the f 's. In full $\mathcal{F}_{\beta a}$ can be written:

$$(A) \quad \left\| \begin{array}{cccccccc} \mathcal{F}_{12,12} & \mathcal{F}_{12,13} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathcal{F}_{12,n-1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathcal{F}_{n-1n,12} & \mathcal{F}_{n-1n,13} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathcal{F}_{n-1n,n-1n} \end{array} \right\|$$

i. e.: (conjugate to) the adjoint of F of the second class. It may be denoted by $[F]_2$. (F stands for the primary matrix.)

But it should be emphasized that the matrix of the transformation $\mathcal{F}_{\beta a} d\beta$, where we have to sum for the first index, is the *conjugate* (transposed) of this matrix (A), that is, the matrix of the transformation $\mathcal{F}_{\beta a} d\beta$ is $([F]_2)_c = [F_c]_2$.

The two transformations $[F]_2$ and $[F_c]_2$ are, of course, different just as F and F_c are. But we can prove that in this case, where the transformed quantities are the d 's, it does not make any difference, because there is one particular set of $\binom{n}{2}$ quantities with that property that the two matrices $[F]_2$ and $[F_c]_2$ effect the same transformation on it. This particular set is the symmetric differences of the matrix. This theorem, which we now are going to prove, can be expressed in the following form:

(a) *The two matrices which can be formed from the second minors of a primary matrix and from the second minors of the conjugate of this, transform the symmetric differences of the primary matrix into the same set of quantities.*

In order to prove this, we must show that the following equation between the two transformations in question:

$$(2) \quad \mathcal{F}_{\beta a} d\beta = \mathcal{F}_{a\beta} d\beta$$

holds good for any a , i. e. for any combination of two rows and columns respectively.

We can without loss of generality assume that a stands for the first and the second rows, or respectively columns. Then more explicitly we write the equation which we have to prove, thus:

$$(3) \quad \sum_{(r,t)} \mathcal{F}_{12,rt} d_{rt} = \sum_{(j,l)} \mathcal{F}_{j l, 12} d_{jl}.$$

The symmetric differences can be expressed as the scalar values of all the two-rowed determinants — taken with the sign $-(-1)^{j+l}$, j and l being the two columns represented in the determinant — of the following matrix:

$$(B) \quad \left\| \begin{matrix} \mathbf{f}_1 & \mathbf{f}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{f}_n \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \end{matrix} \right\|$$

i. e.: we have to take the scalar product of each two vectors to be multiplied. But we also notice that the symmetric differences in the same way can be formed from the matrix.

$$(C) \quad \left\| \begin{matrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{z}_1 & \mathbf{z}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{z}_n \end{matrix} \right\|$$

\mathbf{z}_i being the conjugate system of the \mathbf{f} 's.

Now all the quantities $\mathcal{F}_{j l, 12}$ are all the $(n-2)$ -rowed determinants of the matrix:

$$(D) \quad \left\| \begin{matrix} f_{13} f_{14} \dots \dots \dots f_{1n} \\ f_{23} f_{24} \dots \dots \dots f_{2n} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ f_{n3} f_{n4} \dots \dots \dots f_{nn} \end{matrix} \right\|$$

obtained from the matrix of the \mathbf{f} 's by striking out the columns 1 and 2. And in order to form $\mathcal{F}_{j l, 12} d_{jl}$ we have to multiply each d_{jl} by the corresponding one of these determinants and add up all the products. But then we see that this sum is simply got as a determinant, obtained from (D) by replacing the two missing columns by the matrix (B), whose two-rowed determinants — as said above — exactly give the quantities d_{jl} as their scalar values. Changing rows and columns in this determinant we thus obviously have:

$$(4) \quad \sum_{(j,l)} \mathcal{F}_{j l, 12} d_{jl} = \left| \begin{matrix} \mathbf{f}_1 & \mathbf{f}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{f}_n \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ f_{13} f_{23} & \dots & \dots & \dots & \dots & f_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} f_{2n} & \dots & \dots & \dots & \dots & f_{nn} \end{matrix} \right|$$

The validity of this equation is also readily shown by expanding its second member in terms of the two-rowed determinants of the first two rows.

We here put:

$$(5) \quad \mathbf{f}_1 = \sum_i f_{1i} \mathbf{e}_i, \mathbf{f}_2 = \sum_i f_{2i} \mathbf{e}_i, \dots, \mathbf{f}_n = \sum_i f_{ni} \mathbf{e}_i$$

and inserting this in (4) we get:

$$(6) \quad \sum_{(j,l)} \mathcal{F}_{j,l,12} d_{jl} = \begin{vmatrix} \sum_i f_{1i} \mathbf{e}_i & \sum_i f_{2i} \mathbf{e}_i & \dots & \sum_i f_{ni} \mathbf{e}_i \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \mathbf{e}_n \\ f_{13} & f_{23} & \dots & f_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} & f_{2n} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

But, according to an elementary theorem of determinants, this simply means that (6) can be expressed as a sum of all the n determinants of the following type:

$$(7) \quad \begin{vmatrix} f_{1i} \mathbf{e}_i & f_{2i} \mathbf{e}_i & \dots & f_{ni} \mathbf{e}_i \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \mathbf{e}_n \\ f_{13} & f_{23} & \dots & f_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} & f_{2n} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} = \mathbf{e}_i \cdot \begin{vmatrix} f_{1i} & f_{2i} & \dots & f_{ni} \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \mathbf{e}_n \\ f_{13} & f_{23} & \dots & f_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} & f_{2n} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

where especially the subscript i in this case does not indicate a summation in ordinary sense; it only means that i can be any one of the numbers $1, 2, 3, \dots, n$. And the „dotted” vector \mathbf{e}_i is, of course, to be applied to the „nearest” vectors, i. e. to those in the second row.

But we now readily see, that by putting $i \geq 3$ we get determinants in which two rows of scalars are equal, i. e.: vanishing determinants. Thus we have:

$$(8) \quad \sum_{(j,l)} \mathcal{F}_{j,l,12} d_{jl} = \mathbf{e}_1 \cdot \begin{vmatrix} f_{11} & f_{21} & \dots & f_{n1} \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \mathbf{e}_n \\ f_{13} & f_{23} & \dots & f_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} & f_{2n} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} + \mathbf{e}_2 \cdot \begin{vmatrix} f_{12} & f_{22} & \dots & f_{n2} \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \mathbf{e}_n \\ f_{13} & f_{23} & \dots & f_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} & f_{2n} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

Each of these two determinants is a vector, whose components are the cofactors of the elements in the second row. If we now expand in terms of these elements (i. e.: in terms of the unit vectors) and then multiply distributively by \mathbf{e}_1 and \mathbf{e}_2 respectively, all the scalar products vanish except one in each determinant, as $\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = 0 (i \neq j)$ and $= 1 (i = j)$. Therefore:

$$(9) \quad \sum_{(j,l)} \mathcal{F}_{j,l,12} d_{jl} = - \begin{vmatrix} f_{21} & f_{31} & \dots & f_{n1} \\ f_{23} & f_{33} & \dots & f_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{2n} & f_{3n} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} f_{12} & f_{32} & \dots & f_{n2} \\ f_{13} & f_{33} & \dots & f_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} & f_{3n} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

In order to get an expression for the sum $\sum_{(r,t)} \mathcal{F}_{12,rt} d_{rt}$, we can proceed in a completely analogous way. We get:

$$(10) \quad \sum_{(r,t)} \mathcal{F}_{12,rt} d_{rt} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ z_1 & z_2 & \dots & z_n \\ f_{31} & f_{32} & \dots & f_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

readily seen by expanding according to the two-rowed determinants of the first two rows (i. e. according to the quantities d_{rt}), because we now shall combine d_{rt} with determinants of that matrix which is obtained by striking out the first two rows of the matrix of the f 's.

We here put:

$$(11) \quad z_1 = \sum_i f_{i1} e_i, z_2 = \sum_i f_{i2} e_i, \dots, z_n = \sum_i f_{in} e_i$$

and inserting this in (10) we get:

$$(12) \quad \sum_{(r,t)} \mathcal{F}_{12,rt} d_{rt} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ \sum_i f_{i1} e_i & \sum_i f_{i2} e_i & \dots & \sum_i f_{in} e_i \\ f_{31} & f_{32} & \dots & f_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

and this determinant can be reduced to the sum of the n determinants of the following form ($i = 1, 2, \dots, n$):

$$(13) \quad \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ f_{i1} e_i & f_{i2} e_i & \dots & f_{in} e_i \\ f_{31} & f_{32} & \dots & f_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ f_{i1} & f_{i2} & \dots & f_{in} \\ f_{31} & f_{32} & \dots & f_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} \cdot e_i$$

But if we here put $i \geq 3$, we get vanishing determinants. Therefore we have:

$$(14) \quad \sum_{(r,t)} \mathcal{F}_{12,rt} d_{rt} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{31} & f_{32} & \dots & f_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} \cdot e_1 + \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_n \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ f_{31} & f_{32} & \dots & f_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} \cdot e_2$$

Let us here by \mathbf{r} denote an unknown vector, $\mathbf{r} = \mathbf{e}_i x_i$, and by \mathbf{v} the known vector $\mathbf{v} = \mathbf{e}_i v_i$. Putting, moreover, $\mathbf{f}_j = f_{ji} \mathbf{e}_i$, then (1) can be written:

$$(2) \quad \begin{aligned} \mathbf{f}_1 \cdot \mathbf{r} &= v_1 \\ \mathbf{f}_2 \cdot \mathbf{r} &= v_2 \\ &\dots \dots \dots \\ &\dots \dots \dots \\ \mathbf{f}_n \cdot \mathbf{r} &= v_n \end{aligned}$$

Multiplying these equations by $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n$ respectively, and adding, we get

$$(3) \quad \mathbf{e}_1 \mathbf{f}_1 \cdot \mathbf{r} + \mathbf{e}_2 \mathbf{f}_2 \cdot \mathbf{r} + \dots + \mathbf{e}_n \mathbf{f}_n \cdot \mathbf{r} = \mathbf{v}$$

or

$$(4) \quad \Phi \cdot \mathbf{r} = \mathbf{v}.$$

To solve the equations (1) then simply means to find that unknown vector \mathbf{r} which by the known dyadic Φ is transformed into the known vector \mathbf{v} . We know that the equations (1) are always solvable if the \mathbf{f} 's are not all contained in a subspace, S_p , of S_n . For in this case $\Phi \cdot \mathbf{r}$ will also be lying in a p -space, viz. the p -space which contains the conjugate vectors to the \mathbf{f} 's, and which in general is different from S_p .

Now (1) is solved by multiplying (4) by Φ_c^* , Φ^* being the dyadic determined by the reciprocal system of the \mathbf{f} 's. From (4) then we get:

$$(5) \quad \Phi_c^* \cdot \Phi \cdot \mathbf{r} = \Phi_c^* \cdot \mathbf{v}$$

which reduces to

$$(6) \quad \mathbf{r} = \Phi_c^* \cdot \mathbf{v}.$$

This single equation involves CRAMER's formulæ. Let \mathbf{w}_i^z be the Ergänzungssystem of the \mathbf{z} 's, i. e. the conjugate system to the Ergänzungen of the \mathbf{f} 's (see § 10). Then:

$$(7) \quad \Phi_c^* = \mathbf{e}_i \frac{\mathbf{w}_i^z}{|\mathcal{f}|}$$

and (6) may be written:

$$(8) \quad \mathbf{e}_i x_i = \mathbf{e}_i \frac{\mathbf{w}_i^z \cdot \mathbf{v}}{|\mathcal{f}|} = \mathbf{e}_i \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{w}_i^z}{|\mathcal{f}|}$$

The components here being equal each to each, we get:

$$(9) \quad x_i = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{w}_i^z}{|\mathcal{f}|}$$

which are CRAMER's formulæ. We notice that the space complement in this very compact formula serve to determine the unknowns exactly in the

analogous way as the vector product does in the particular case that we have three equations with three unknowns.†

Written in full, (9) becomes:

$$(10) \quad x_i \cdot \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{f}|} \cdot \begin{vmatrix} f_{11} & f_{21} & \dots & \dots & f_{n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1i-1} & f_{2i-1} & \dots & \dots & f_{ni-1} \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ f_{1i+1} & f_{2i+1} & \dots & \dots & f_{ni+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} & f_{2n} & \dots & \dots & f_{nn} \end{vmatrix} = \frac{1}{|\mathbf{f}|} \begin{vmatrix} f_{11} & f_{21} & \dots & \dots & f_{n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1i-1} & f_{2i-1} & \dots & \dots & f_{ni-1} \\ v_1 & v_2 & \dots & \dots & v_n \\ f_{1i+1} & f_{2i+1} & \dots & \dots & f_{ni+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{1n} & f_{2n} & \dots & \dots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{|\mathbf{f}|} \begin{vmatrix} f_{11} \dots f_{1i-1} v_1 f_{1i+1} \dots f_{1n} \\ f_{21} \dots f_{2i-1} v_2 f_{2i+1} \dots f_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} \dots f_{ni-1} v_n f_{ni+1} \dots f_{nn} \end{vmatrix}$$

which is the usual form.

Another related application shall also be mentioned:

Let there be given the two systems of independent vectors \mathbf{f}_i and \mathbf{f}'_i . We will find the dyadic \mathbf{X} which transforms the vectors \mathbf{f}_i into the vectors \mathbf{f}'_i respectively. \mathbf{X} is hereby completely determined by the n equations:

$$(11) \quad \mathbf{X} \cdot \mathbf{f}_i = \mathbf{f}'_i.$$

Let $\Phi' = \mathbf{e}_i \mathbf{f}'_i = \alpha'_i \mathbf{e}_i$, else the notations given above. From (11) we then get:

$$(12) \quad \mathbf{X} \cdot \mathbf{f}_i \mathbf{e}_i = \mathbf{f}'_i \mathbf{e}_i$$

$$(13) \quad \text{or:} \quad \mathbf{X} \cdot \Phi_c = \Phi'_c$$

Multiplying by Φ^* we get:

$$(14) \quad \mathbf{X} \cdot \Phi_c \cdot \Phi^* = \Phi'_c \cdot \Phi^*$$

$$(15) \quad \text{or:} \quad \mathbf{X} = \Phi'_c \cdot \Phi^*$$

whereby \mathbf{X} is determined.

Let us put:

$$\mathbf{X} = \mathbf{e}_i \mathbf{r}_i = \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j x_j$$

$$(16) \quad \text{then, by (15)} \quad \mathbf{e}_i \mathbf{r}_i = \mathbf{e}_i \alpha'_i \cdot \Phi^*$$

$$(17) \quad \text{or:} \quad x_{ij} \mathbf{e}_j = \mathbf{r}_i = \alpha'_i \cdot \Phi^* = \alpha'_i \cdot \frac{\mathbf{w}_j}{|\mathbf{f}|} \mathbf{e}_j$$

† C. RUNGE: Vektoranalysis (des dreidimensionalen Raumes), (Leipzig 1919) § 12.

Therefore:

$$\begin{aligned}
 (10) \quad \Phi \times \Phi' &= \sum \sum \pm z_i \mathbf{E}_{ij} \mathbf{f}'_j \\
 &= - \sum_i z_i \left\{ \sum_j (-1)^{i+j} [\mathbf{E}_{ij} \mathbf{f}'_j - \mathbf{E}_{ij} \mathbf{f}'_j] \right\} \\
 &= \sum_i (-1)^{1+i} z_i \left\{ \sum_j (-1)^j [\mathbf{E}_{ij} \mathbf{f}'_j - \mathbf{E}_{ij} \mathbf{f}'_j] \right\}.
 \end{aligned}$$

The sum in the brackets is equal to the following determinant of order $(n-1)$, multiplied by $(-1)^n$:

$$(A) \quad \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_{i-1} & \mathbf{e}_{i+1} & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{f}'_1 & \dots & \mathbf{f}'_{i-1} & \mathbf{f}'_{i+1} & \dots & \mathbf{f}'_n \end{vmatrix}$$

For all the $(n-2)$ -rowed determinants of the first $n-2$ rows are of the form \mathbf{E}_{ij} , where $j = 1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, n$. The plain complement of \mathbf{E}_{ij} is \mathbf{f}'_j . It must be noticed that \mathbf{f}'_j stands in the j^{th} column of this determinant if $i > j$, but in the $(j-1)^{\text{th}}$ column if $i < j$. Hence the algebraic complement of \mathbf{E}_{ij} in the first case is:

$$(11) \quad (-1)^{n-1+j} \mathbf{f}'_j = -(-1)^n (-1)^j \mathbf{f}'_j, \text{ for } i > j$$

$$\text{but} \quad \quad \quad = (-1)^n (-1)^j \mathbf{f}'_j, \text{ for } i < j$$

But then (10) readily shows that:

$$(12) \quad \Phi \times \Phi' = (-1)^n \begin{vmatrix} z_1 & z_2 & \dots & \dots & \dots & z_n \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{f}'_1 & \mathbf{f}'_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{f}'_n \end{vmatrix}$$

which gives the formula for the vector product of two dyadics in three-space† as a particular case.

By comparing (12) with § 4 (a¹) we observe that (12), as in S_3 , holds good also if Φ and Φ' are vectors, i. e.: if z_i and \mathbf{f}'_i are scalars.

† ALMAR NESS, loc. cit., § 37 (7).

§ 15. The skew-symmetric dyadic (tensor) of two vectors expressed as a space complement.

From two given vectors \mathbf{a} and \mathbf{b} we can derive a skew-symmetric tensor defined by the following scalars:

$$(1) \quad c_{ij} = a_i b_j - a_j b_i$$

involving $\frac{n(n-1)}{2}$ independent scalars, as $c_{ii} = 0$ and $c_{ij} = -c_{ji}$. This tensor (by some authors called the vector product of \mathbf{a} and \mathbf{b} †) is in vector analysis notations:

$$(2) \quad \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j c_{ij} = \mathbf{a} \mathbf{b} - \mathbf{b} \mathbf{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{a} & \mathbf{b} \end{vmatrix}$$

the multiplication of the vectors being indeterminate.

This tensor (dyadic) and the space complement of \mathbf{a} and \mathbf{b} are very closely related to one another, as either of them in a simple way can be derived from the other. We will here show that the tensor c_{ij} can be obtained as the space complement of $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ times a scalar.

By definition we get as an expression for $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ the sum of all possible terms (when $i < j$) of the following form:

$$(3) \quad \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \sum_{(i < j)} (-1)^{i+j} \mathbf{E}_{ij} \begin{vmatrix} a_i & a_j \\ b_i & b_j \end{vmatrix}$$

So we take the space complement of this. We get by § 7 (2) and § 14 (1), putting $p = 2$, $\sum_1^p k_i = i + j$:

$$\begin{aligned} \langle^{n-2} \mathbf{E}_{ij} &= (n-2)! \langle^{n-2} \mathbf{e}_1 \dots \mathbf{e}'_i \dots \mathbf{e}'_j \dots \mathbf{e}_n \\ &= (n-2)! (-1)^{i+j-1} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_i & \mathbf{e}_j \\ \mathbf{e}_i & \mathbf{e}_j \end{vmatrix} \end{aligned}$$

† HERMANN WEYL, RAUM, Zeit, Materie, p. 40.

The equation § 8 (5) can also be obtained from this by the following theorem :

(a) *The space complement of any number of vectors (say p) is equal to the scalar product of the first vector by the space complement of the others, taken with the sign $(-1)^{n-p}$.*

Let P_r be a polyad of order r . Then the theorem says:

$$(12) \quad \mathbf{v} \times_r P_r = (-1)^{n-r-1} \mathbf{v} \cdot \langle_r P_r.$$

It is easily proved. Let $P_r = \mathfrak{b}_1 \dots \mathfrak{b}_r$ (it is readily seen that the proof is valid also in the case that P_r is a sum of such polyads). Then:

$$(13) \quad \mathbf{v} \times_r P_r = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 \dots \dots \mathbf{e}_n \\ \dots \dots \dots \dots \\ \mathbf{e}_1 \dots \dots \mathbf{e}_n \\ v_1 \dots \dots v_n \\ b_{11} \dots \dots b_{1n} \\ \dots \dots \dots \dots \\ b_{r1} \dots \dots b_{rn} \end{vmatrix} = (-1)^{n-r-1} \begin{vmatrix} v_1 \dots \dots v_n \\ \mathbf{e}_1 \dots \dots \mathbf{e}_n \\ \dots \dots \dots \dots \\ \mathbf{e}_1 \dots \dots \mathbf{e}_n \\ b_{11} \dots \dots b_{1n} \\ \dots \dots \dots \dots \\ b_{r1} \dots \dots b_{rn} \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^{n-r-1} \begin{vmatrix} \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_1 \dots \dots \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}_1 \dots \dots \mathbf{e}_n \\ \dots \dots \dots \dots \\ \mathbf{e}_1 \dots \dots \mathbf{e}_n \\ b_{11} \dots \dots b_{1n} \\ \dots \dots \dots \dots \\ b_{r1} \dots \dots b_{rn} \end{vmatrix} = (-1)^{n-r-1} \mathbf{v} \cdot \langle_r P_r$$

As $\langle_p \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_p$ is of order $n-p$, we can put: $P_r = \langle_p \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_p = P_{n-p}$, and inserting this in (12), we get immediately from (11):

$$(14) \quad \mathbf{v} \times_{n-p} (\langle_p \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_p) = -(-1)^{n-p} (n-p)! \mathbf{v} \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \dots \dots \mathbf{a}_p \\ \dots \dots \dots \dots \\ \mathbf{a}_1 \dots \dots \mathbf{a}_p \end{vmatrix}$$

If we in (12) put $P_r = \mathbf{a}$, we get

$$(15) \quad \mathbf{v} \times \mathbf{a} = (-1)^n \mathbf{v} \cdot \langle \mathbf{a}$$

which by § 14 (5) can be written:

$$(16) \quad \mathbf{v} \times \mathbf{a} = \mathbf{v} \cdot (I \times \mathbf{a}).$$

The well-known equation of the same form in S_3 † is thus valid unaltered in S_n . In S_2 the equation is self-evident. $\mathbf{v} \times \mathbf{a}$ then simply means the

† GIBBS, Scientific Papers II, p. 59.

area of the parallelogram on \mathbf{v} and \mathbf{a} , and $I \times \mathbf{a}$ is the vector \mathbf{a} turned one right angle in negative direction, that is in the direction from \mathbf{a} to \mathbf{v} if $\mathbf{v} \times \mathbf{a}$ is a positive scalar. Then (16) only says that two opposite sides of a parallelogram are equal in length.

§ 16. Remarks concerning the divergence and the curl.

By the Nabla vector ∇ we understand the symbolic vector differentiator $\mathbf{e}_i \frac{\partial}{\partial x_i}$. Hence:

$$(1) \quad \nabla \mathbf{a} = \mathbf{e}_i \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_i}.$$

In the three-dimensional vector analysis the scalar and vector of this dyadic is called the divergence and curl of \mathbf{a} respectively.

As the first of these conceptions only depends[†] upon the definition of the scalar product of two vectors — which is valid in any space — we put also in S_n :

$$(2) \quad \operatorname{div} \mathbf{a} = \nabla \cdot \mathbf{a} = \mathbf{e}_i \cdot \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_i} = \frac{\partial a_i}{\partial x_i}$$

As in S_3 , we will apply this equation also to the case when we instead of \mathbf{a} have in general a polyad(ic), whereby the divergence of any polyad(ic) is defined. Particularly we notice that if a polyadic is written as a determinant whose first row consists of the unit vectors, the divergence of it is obtained by interchanging the first row with the operators $\frac{\partial}{\partial x_i}$.

The generalisation of the curl to S_n is not so obvious. We here want to emphasize that by the term curl we only understand the (special) vector function, such as it is defined in classical vector analysis, not the physical phenomena (the rotation) which this vector may represent. And it is outside our province to consider whether or not there may be a more suitable mathematical representation for those phenomena (e. g. a skew-symmetric tensor of the second order).[‡] But from this point of view, the curl is nothing but a certain vector product (i. e.: a sum of such ones), and a way of extending the latter to S_n once defined or adopted, necessarily leads to a corresponding generalization of the curl.

Hence, the quantity which we here will consider to be the generalized „vector“ of the dyadic $\nabla \mathbf{a}$, is the following:

$$(3) \quad \nabla \wedge \mathbf{a} = \mathbf{e}_i \times \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_i},$$

[†] WEYL, H.: loc. cit. p. 54.

Vid.-Selsk. Skrifter. I. M.-N. Kl. 1922. No. 13.

the cross as before denoting the space complement of two vectors. From this equation we get the ordinary curl of a vector as a particular case (viz. $n = 3$), and we will also call (3) the curl of \mathbf{a} .

We will derive a few properties of this quantity:

It is a tensor (polyadic) of order $n - 2$, thus a vector only in S_3 . From § 9 (10) we immediately get:

$$(4) \quad \nabla \times \mathbf{a} := \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_1} & \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_2} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_n} \end{vmatrix}$$

But as:

$$(5) \quad \begin{vmatrix} \mathbf{e}_i & \mathbf{e}_j \\ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_i} & \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_j} \end{vmatrix} = \frac{\partial a_i}{\partial x_j} - \frac{\partial a_j}{\partial x_i} = - \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_i} & \frac{\partial}{\partial x_j} \\ a_i & a_j \end{vmatrix}$$

(4) evidently can be written:

$$(6) \quad \nabla \times \mathbf{a} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ a_1 & a_2 & \dots & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

of which the well-known formula in three-space:

$$(7) \quad \text{curl } \mathbf{a} =: \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}$$

is a particular case.

When — as in (6) — one or more rows of a determinant consist of operators, it is always understood that these are to be applied to the quantities in all of the following rows, i. e.: to the determinants formed from the matrix of the following rows,

According to what is said above, we get:

$$(8) \quad \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ a_1 & a_2 & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

which vanishes identically. Hence the curl of \mathbf{a} , defined as we have done above, satisfies the characteristic equation

$$(9) \quad \text{div curl } \mathbf{a} \equiv 0.$$

We also find:

(a) *The divergence of the space complement of a vector is equal to the curl of the same vector times $(-1)^n$.*

For remembering that the \mathbf{e} 's are constant vectors, we get

$$(10) \quad \nabla \cdot (\zeta \mathbf{a}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ a_1 & \dots & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix} = (-1)^{n-2} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ a_1 & \dots & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

from which the proposition follows. This may be written:

$$(11) \quad \nabla \cdot \zeta \mathbf{a} = (-1)^n \nabla \times \mathbf{a}$$

and in this form it can be regarded as a particular case of § 15 (15), \mathbf{v} being interchanged with Nabla, and $r = 1$, i. e.: $\mathbf{P}_r = \mathbf{a}$.

Also in (9) (or (8)) Nabla plays the rôle of an ordinary vector, as $\mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{a})$ vanishes identically too.

By § 14 (5), (11) can be written:

$$(12) \quad \nabla \cdot (I \times \mathbf{a}) = \nabla \times \mathbf{a}$$

which is only a special case of § 15 (16). This equation is well-known in S_3 .†

By § 9 (14) (15) and remembering that in this special case:

$$f_{ij} = \frac{\partial a_j}{\partial x_i},$$

† Zur Theorie der Triaden von ALMAR NESS, p. 121.

the curl of \mathbf{a} can also be written:

$$(13) \quad \nabla \times \mathbf{a} = (-1)^{i+j} E_{ij} \left(\frac{\partial a_j}{\partial x_i} - \frac{\partial a_i}{\partial x_j} \right)$$

the sum to be taken for all possible sets of i, j , when $i < j$.

And exactly in the same way as in § 15 we here prove that the space complement of the curl is equal to $(n - 2)!$ times the dyadic whose matrix is:

$$\frac{\partial a_j}{\partial x_i} - \frac{\partial a_i}{\partial x_j}$$

which dyadic sometimes is called the curl of \mathbf{a} . Thus we get:

$$\langle^{n-2} \nabla \times \mathbf{a} = (n - 2)! \{ \nabla \mathbf{a} - (\nabla \mathbf{a})_e \} = (n - 2)! \{ \nabla \mathbf{a} - \mathbf{a} \nabla \}.$$

The formula for the divergence of the vector product in S_3 is a particular case of the following equation:

$$(15) \quad \operatorname{div} \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2 = -(-1)^n \begin{vmatrix} \operatorname{curl} \mathbf{a}_1 \cdot \operatorname{curl} \mathbf{a}_2 \cdot \\ \mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \end{vmatrix}$$

We have:

$$(16) \quad \operatorname{div} \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_n \\ a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \end{vmatrix} = (-1)^{n-3} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_n \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \end{vmatrix}$$

But this last determinant is obviously equal to the sum of two determinants obtained by applying the operators $\frac{\partial}{\partial x_i}$ to the rows a_{1i} and a_{2i} respectively. The first of these clearly is:

$$(17) \quad \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_n \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ a_{11} & \dots & a_{1n} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{a}_2 & \dots & \mathbf{e}_n \cdot \mathbf{a}_2 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ a_{11} & \dots & a_{1n} \end{vmatrix} \quad \operatorname{curl} \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2$$

and the second:

$$(18) \quad - \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{e}_1 & \dots & \dots & \dots & \mathbf{e}_n \\ a_{11} & \dots & \dots & \dots & a_{1n} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \\ a_{21} & \dots & \dots & \dots & a_{2n} \end{vmatrix} = - \text{curl } \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{a}_1$$

whereby our theorem (15) is proved.

Let α be any fixed integer of the set $1, 2, \dots, n$. Then applying § 8 (4) we get:

$$(19) \quad \mathbf{v} \times^{n-2} \left(\mathbf{e}_\alpha \times \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_\alpha} \right) = -(n-2)! \mathbf{v} \cdot \left\{ \mathbf{e}_\alpha \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_\alpha} \mathbf{e}_\alpha \right\}$$

and by summing all the expressions of this form we get:

$$(20) \quad \mathbf{v} \times^{n-2} (\nabla \times \mathbf{a}) = -(n-2)! \mathbf{v} \cdot \{ \nabla \mathbf{a} - \mathbf{a} \nabla \}$$

and from this, putting $\mathbf{v} = \mathbf{e}_i$:

$$\mathbf{e}_i \times^{n-2} (\nabla \times \mathbf{a}) = \dots (n-2)! \left\{ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial x_i} - \nabla a_i \right\}$$

which can be regarded as a particular case of § 9 (23).

Horten, Norway, July 1922.



Printed July 13th, 1923.

VOLLSTÄNDIGE LÖSUNG EINIGER
UNBESTIMMTEN GLEICHUNGEN
DRITTEN GRADES

VON
TRYGVE NAGEL

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 14)



KRISTIANIA
IN KOMMISSION BEI JACOB DYBWAD
1922

Fremlagt i den mat.-naturv. classes møte den 22. september 1922 ved prof. Heegaard.

§ 1.

Herr BORIS DELAUNAY in Kiev hat ohne Beweis den folgenden Satz mitgeteilt:¹

Die unbestimmte Gleichung

$$x^3 + Dy^3 = 1$$

ist nur dann möglich in ganzen Zahlen x, y (mit $y \neq 0$), wenn die Fundamenteinheit im kubischen Körper $K(\sqrt[3]{D})$ von der Form $c + a\sqrt[3]{D}$ ist, und dann mit der einzigen Lösung $x = c, y = a$.

Es soll hier ein Beweis des folgenden spezielleren Satzes gegeben werden:

Satz I.

Es seien f und g zwei beliebige ganze positive quadratfreie und teilerfremde Zahlen, $fg > 1$. Es sei ferner $D = fg^2$, $\bar{D} = f^2g$, $\theta = \sqrt[3]{\bar{D}}$ und $\bar{\theta} = \sqrt[3]{\bar{\bar{D}}}$. Ist dann die Fundamenteinheit² im kubischen Zahlkörper $K(\theta)$ von der Form $\eta = a\theta + c$, mit ganzen rationalen a und c , so hat die unbestimmte Gleichung

$$x^3 + Dy^3 = 1 \tag{1}$$

die einzige Lösung $x = c, y = a$ in ganzen Zahlen x, y (mit $y \neq 0$). Ist die Fundamenteinheit von der Form $\eta = a\bar{\theta} + c$, mit ganzen rationalen a und c , so ist die Gleichung unmöglich.

¹ Comptes rendus, tome 162 (1916), p. 150—151.

² Mit Fundamenteinheit meinen wir hier wie überall im folgenden die zwischen 0 und 1 belegene Einheit von den vier Möglichkeiten. Eine positive Einheit von der Form $\eta = c + a\theta$ ist immer < 1 . Wegen $N(\eta) = c^3 + a^3D = 1$ haben nämlich a und c entgegengesetztes Vorzeichen. Also ist $\frac{1}{\eta} = c^2 - ac\theta + a^2\theta^2 > 1$, weil ac negativ ist.

Zuerst wollen wir den folgenden Satz beweisen:

Satz II.

Es haben D , \bar{D} , θ und $\bar{\theta}$ dieselbe Bedeutung wie in Satz I. Es seien ferner a und c zwei beliebige ganze Zahlen, sodaf aD und c teilerfremd sind. Dann ist die Zahl $(a\theta + c)^n$, wo n eine ganze Zahl > 1 ist, nur dann von der Form $A\theta + C$ mit ganzen rationalen A und C , wenn $a = -c = \pm 1$, $D = 10$, $n = 5$ und folglich $A = \mp 45$, $C = \pm 99$ ist. Es ist ferner die Zahl $(a\bar{\theta} + c)^n$, wo n eine positive ganze Zahl ist, nur dann von der Form $A\bar{\theta} + C$ mit ganzen rationalen A und C , wenn $a = -c = \pm 1$, $D = 2$, $n = 4$ und folglich $A = \pm 12$, $C = \mp 15$ ist.

Wir haben identisch

$$\left. \begin{aligned} (a\theta + c)^n &= c^n + \binom{n}{1}c^{n-1}a\theta + \binom{n}{2}c^{n-2}a^2\theta^2 + \dots + \binom{n}{n}a^n\theta^n \\ &= c^n + \binom{n}{3}c^{n-3}a^3D + \binom{n}{6}c^{n-6}a^6D^2 + \dots \\ &+ \theta \left[\binom{n}{1}c^{n-1}a + \binom{n}{4}c^{n-4}a^4D + \dots \right] \\ &+ \bar{\theta} \left[\binom{n}{2}c^{n-2}a^2 + \binom{n}{5}c^{n-5}a^5D + \dots \right]. \end{aligned} \right\} (2)$$

Folglich ist $(a\theta + c)^n$ dann und nur dann von der Form $A\theta + C$, wenn

$$\binom{n}{2}c^{n-2}a^2 + \binom{n}{5}c^{n-5}a^5D + \binom{n}{8}c^{n-8}a^8D^2 + \dots = 0. \quad (3)$$

Diese Gleichung kann nur bestehen, wenn a und c entgegengesetztes Vorzeichen haben. Durch Division mit $\binom{n}{2}a^2$ ergibt sich

$$-c^{n-2} = \binom{n-2}{3} \frac{2c^{n-5}a^3D}{4 \cdot 5} + \sum_{k \geq 2} \binom{n-2}{3k} \frac{2c^{n-3k-2}a^{3k}D^k}{(3k+1)(3k+2)}. \quad (4)$$

Es sei nun a durch die Primzahl q teilbar. Wegen $q^{3k} \geq 2^{3k} > 3k+2$ für alle $k \geq 1$, ist dann der Zähler des Bruches

$$\binom{n-2}{3k} \frac{2c^{n-3k-2}a^{3k}D^k}{(3k+1)(3k+2)} \quad (5)$$

für alle $k \geq 1$ durch eine höhere Potenz von q als der Nenner teilbar (q kann natürlich nicht gleichzeitig in den beiden teilerfremden Zahlen

$3k + 1$ und $3k + 2$ aufgehen). Die rechte Seite von (4) ist also durch q teilbar und folglich auch c^{n-2} . Da a und c teilerfremd sind, ist aber dies unmöglich. Folglich muß $a = \pm 1$ sein.

Es sei nun D durch die Primzahlpotenz q^a teilbar. (a kann hier nur einen der Werte 1 oder 2 haben.) Wenn $q^a > 2$ ist, folgt dann wegen $q^{ak} \geq 3^k > 3k + 2$ für alle $k \geq 2$, daß der Zähler des Bruches (5) durch eine höhere Potenz von q als der Nenner teilbar ist. Dies gilt auch für $k = 1$, falls q^a von 2 und 5 verschieden ist. In diesem Falle wäre also die rechte Seite von (4) durch q teilbar, was unmöglich ist, da c und D teilerfremd sind. Folglich muß $q^a = 2$ oder $= 5$, d. h. für D bestehen nur die Möglichkeiten $D = 2, = 5$ oder $= 10$.

Die Gleichung (3) kann für $n \equiv 0 \pmod{3}$ so geschrieben werden

$$- a^{n-3} D^{\frac{n}{3}-1} = \sum_{k \geq 1} \binom{n-1}{3k} \frac{c^{3k} a^{n-3k-3} D^{\frac{n}{3}-k-1}}{3k+1}$$

für $n \equiv 1 \pmod{3}$

$$- a^{n-4} D^{\frac{n-4}{3}} = \sum_{k \geq 1} \binom{n-2}{3k} \frac{2c^{3k} a^{n-3k-4} D^{\frac{n-4}{3}-k}}{(3k+1)(3k+2)}$$

und für $n \equiv 2 \pmod{3}$

$$- a^{n-2} D^{\frac{n-2}{3}} = \sum_{k \geq 1} \binom{n}{3k} c^{3k} a^{n-3k-2} D^{\frac{n-2}{3}-k}$$

Aus diesen Gleichungen schließt man genau wie früher, daß c durch keine Primzahl teilbar sein kann; also ist $c = \mp 1$. (Nämlich gleich $-a$, weil a und c entgegengesetztes Vorzeichen haben.) Die Gleichung (4) läßt sich mithin so schreiben

$$1 - \binom{n-2}{3} \frac{2D}{4 \cdot 5} + \binom{n-2}{6} \frac{2D^2}{7 \cdot 8} - + \dots = 0. \tag{6}$$

Hier hat D einen der Werte 2, 5 oder 10. Für $D = 10$ erhalten wir

$$\binom{n-2}{3} - 1 = \frac{1}{6}(n-5)(n^2 - 4n + 6) = \sum_{k \geq 2} (-1)^k \binom{n-2}{3k} \frac{2 \cdot 10^k}{(3k+1)(3k+2)}$$

Diese Gleichung ist unmöglich für $n = 2, 3, 4$. Für $n = 5$ ist sie erfüllt, was der Lösung unserer Aufgabe

$$(\sqrt[3]{10} - 1)^5 = -45 \cdot \sqrt[3]{10} + 99$$

entspricht. Für $n > 5$ folgt, wenn wir durch $\frac{1}{6}(n-5)$ dividieren

$$\left. \begin{aligned} n^2 - 4n + 6 &= \binom{n-6}{2} \frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} \cdot 12 \cdot 10^2 \\ &\cdot \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k \binom{n-6}{3k-1} \frac{(n-2)(n-3)(n-4) \cdot 12 \cdot 10^{k-1}}{3k(3k+1)(3k+2)(3k+3)(3k+4)}. \end{aligned} \right\} (7)$$

Hier ist der Zähler des allgemeinen Gliedes der Summe wenigstens durch 5^{k+1} teilbar. Die höchste Potenz von 5, die im Nenner

$3k(3k+1)(3k+2)(3k+3)(3k+4)$ aufgeht, ist aber $\leq 5(3k+4)$. Da nun $5^{k+1} > 5(3k+4)$ ist, für alle $k \geq 2$, so ist die rechte Seite von (7) durch 5 teilbar. Dies ist aber unmöglich, denn die Zahl $n^2 - 4n + 6 = (n-2)^2 + 2$ ist nie durch 5 teilbar.

Wenn $D = 2$ oder $= 5$ ist, ergibt sich aus (6) modulo 3:

$$1 + \binom{n-2}{3} + \binom{n-2}{6} + \dots \equiv 0 \pmod{3}. \quad (8)$$

Diese Kongruenz ist aber unmöglich. Es sei nämlich m eine beliebige ganze positive Zahl und ferner

$$\begin{aligned} S_0 &= \binom{m}{0} + \binom{m}{3} + \binom{m}{6} + \dots, \\ S_1 &= \binom{m}{1} + \binom{m}{4} + \binom{m}{7} + \dots, \\ S_2 &= \binom{m}{2} + \binom{m}{5} + \binom{m}{8} + \dots \end{aligned}$$

Dann ist

$$\begin{aligned} S_0 + S_1 + S_2 &= 2^m \equiv (-1)^m \pmod{3}, \\ S_2 &= \binom{m}{1} \frac{m-1}{2} + \binom{m}{4} \frac{m-4}{5} + \dots \equiv -m S_1 + S_1 \pmod{3}, \\ S_1 &= \binom{m}{0} \frac{m}{1} + \binom{m}{3} \frac{m-3}{4} + \dots \equiv m S_0 \pmod{3}, \end{aligned}$$

folglich

$$(1 + 2m - m^2) \cdot S_0 \equiv (-1)^m \pmod{3}$$

d. h. S_0 ist nie durch 3 teilbar. Die Kongruenz (8) ist also für alle n unmöglich. Damit ist der erste Teil des Satzes II bewiesen.

Den Koeffizienten von $\bar{\theta}$ in der Entwicklung von $(a\bar{\theta} + c)^m$ erhalten wir durch Vertauschung von f und g , also von θ und $\bar{\theta}$ in (2).

Um den zweiten Teil zu beweisen setzen wir also

$$\binom{n}{1}c^{n-1}a + \binom{n}{4}c^{n-4}a^4\bar{D} + \binom{n}{7}c^{n-7}a^7\bar{D}^2 + \dots = 0. \tag{9}$$

Man bemerkt zunächst, daß a und c entgegengesetztes Vorzeichen haben müssen. Durch Division mit $\binom{n}{1} \cdot a$ ergibt sich

$$-c^{n-1} = \binom{n-1}{3} \frac{c^{n-4}a^3\bar{D}}{4} + \sum_{k \geq 2} \binom{n-1}{3k} \frac{c^{n-3k-1}a^{3k}\bar{D}^k}{3k+1}. \tag{10}$$

Es sei nun a durch die Primzahl q teilbar. Wegen $q^{3k} \geq 2^{3k} > 3k+1$ für alle $k \geq 1$, ist dann der Zähler des Bruches

$$\binom{n-1}{3k} \frac{c^{n-3k-1}a^{3k}\bar{D}^k}{3k+1} \tag{11}$$

für alle $k \geq 1$ durch eine höhere Potenz von q als der Nenner teilbar. Die rechte Seite von (10) ist also durch q teilbar und folglich auch c^{n-1} . Dies ist aber unmöglich, da a und c teilerfremd sind. Folglich muß $a = \pm 1$ sein.

Es sei nun \bar{D} durch die ungerade Primzahl q teilbar. Dann folgt $q^k \geq 3^k > 3k+1$ für alle $k \geq 2$, daß der Zähler des Bruches (11) durch eine höhere Potenz von q als der Nenner teilbar ist. Die rechte Seite von (10) wäre somit durch q teilbar, was unmöglich ist, da c und D teilerfremd sind. Für \bar{D} bestehen mithin nur die Möglichkeiten $\bar{D} = 2$ oder $\bar{D} = 4$.

Die Gleichung (9) kann für $n \equiv 0 \pmod{3}$ so geschrieben werden

$$-a^{n-3}\bar{D}^{\frac{n}{3}-1} = \sum_{k \geq 1} \binom{n-2}{3k} \frac{2c^{3k}a^{n-3k-3}\bar{D}^{\frac{n}{3}-k-1}}{(3k+1)(3k+2)}$$

für $n \equiv 1 \pmod{3}$

$$-a^{n-1}\bar{D}^{\frac{n-1}{3}} = \sum_{k \geq 1} \binom{n}{3k} c^{3k}a^{n-3k-1}\bar{D}^{\frac{n-1}{3}-k}$$

und für $n \equiv 2 \pmod{3}$

$$-a^{n-2}\bar{D}^{\frac{n-2}{3}} = \sum_{k \geq 1} \binom{n-1}{3k} \frac{c^{3k}a^{n-3k-2}\bar{D}^{\frac{n-2}{3}-k}}{3k+1}.$$

Aus diesen Gleichungen schließt man genau wie früher, daß c durch keine Primzahl teilbar sein kann; also ist $c = \mp 1$.

Für $\bar{D} = 4$ folgt aus Gleichung (10)

$$\binom{n-1}{3} \cdot (-1)^{k+1} = \frac{1}{6}(n-4)(n^2-2n+3) = \sum_{k \geq 2} (-1)^k \binom{n-1}{3k} \frac{2^{2k}}{3k+1}.$$

Diese Gleichung ist unmöglich für $n = 2$ oder $= 3$. Für $n = 4$ ist sie erfüllt, was der Lösung unserer Aufgabe

$$\left(\sqrt[3]{4} - 1\right)^4 = 12\sqrt[3]{2} - 15$$

entspricht. Für $n \geq 4$ folgt, wenn wir durch $\frac{1}{6}(n-4)$ dividieren

$$n^2 - 2n + 3 = \sum_{k \geq 1} (-1)^{k+1} \binom{n-5}{3k-1} \frac{(n-1)(n-2)(n-3) \cdot 6 \cdot 2^{2k+2}}{3k(3k+1)(3k+2)(3k+3)(3k+4)}$$

oder weiter

$$\left. \begin{aligned} n^2 - 2n + 3 &= \binom{n-5}{2} \binom{n-1}{3} \frac{36 \cdot 2^4}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} - \\ &- \sum_{k \geq 2} (-1)^k \binom{n-5}{3k-1} \binom{n-1}{3} \frac{36 \cdot 2^{2k+2}}{3k(3k+1)(3k+2)(3k+3)(3k+4)} \end{aligned} \right\} (12)$$

Hier ist der Zähler des allgemeinen Gliedes der Summe wenigstens durch 2^{2k+4} teilbar. Die höchste Potenz von 2, die im Nenner

$3k(3k+1)(3k+2)(3k+3)(3k+4)$ aufgeht, ist offenbar höchstens gleich $8(3k+4)$. Da nun $2^{2k+3} > 8(3k+4)$ ist für alle $k \geq 2$, so ist die rechte Seite von (12) durch 4 teilbar. Dies ist aber unmöglich; denn die Zahl $n^2 - 2n + 3 = (n-1)^2 + 2$ ist nie durch 4 teilbar.

Wenn $\bar{D} = 2$ ist, ergibt sich aus (10) modulo 3:

$$1 + \binom{n-1}{3} + \binom{n-1}{6} + \dots \equiv 0 \pmod{3}.$$

Wir haben aber eben bewiesen, daß diese Kongruenz für alle n unmöglich ist. Der Satz II ist damit vollständig bewiesen. —

Es sei nun η die Fundamenteleinheit im Körper $K(\theta)$. Dann besteht die Auflösung der unbestimmten Gleichung

$$x^3 + Dy^3 = 1 \quad (1)$$

in ganzen Zahlen x und y offenbar darin, die sämtlichen Einheiten in $K(\theta)$ von der Form $x + \theta y$ zu bestimmen. Es gilt also die ganzen (positiven und negativen) Zahlen n zu finden für welche in

$$\eta^n = A\theta + B\bar{\theta} + C, \quad (13)$$

mit rationalen (nicht notwendig ganzen) Zahlen A, B, C , die Zahl B verschwindet. Ist nun $\eta = a\theta + c$, wie im ersten Teil des Satzes I vorausgesetzt wird, und $n > 1$, so folgt aus dem ersten Teil des Satzes II, daß B immer von Null verschieden ist. (Wegen $c^3 + Da^3 = 1$ müssen c und aD teilerfremd sein.) Ist n negativ und gleich $-m$, so wird mit

$$\theta_1 = c^{\frac{2\pi i}{3}} \theta \text{ und } \theta_2 = c^{\frac{4\pi i}{3}} \theta:$$

$$\eta^{-m} = (a\theta_1 + c)^m (a\theta_2 + c)^m = (a^2 g \bar{\theta} - ac\theta + c^2)^m = A\theta + B\bar{\theta} + C,$$

mit rationalen Koeffizienten A, B, C , die sämtlich positiv sind; denn wegen $c^3 + Da^3 = 1$ haben a und c entgegengesetztes Vorzeichen. Also ist in (13) $B = 0$ nur für $n = 0, 1$.

Für den Fall $\eta = a\bar{\theta} + c$ folgt dasselbe durch Anwendung vom zweiten Teil des Satzes II.

Der Satz I ist damit bewiesen.

Beispiele: Man berechnet leicht die folgenden Fundamenteinheiten η . Im Körper $K(\sqrt[3]{2})$ ist $\eta = \theta - 1$. Im Körper $K(\sqrt[3]{3})$ ist $\eta = \bar{\theta} - 2$. Im Körper $K(\sqrt[3]{7})$ ist $\eta = 2 - \theta$. Hieraus folgt, wenn wir von der trivialen Lösung $x = 1, y = 0$ absehen: Die unbestimmte Gleichung

$$x^3 + Dy^3 = 1$$

ist unmöglich für $D = 4, 3$ und 49 . Für $D = 2$ hat sie nur die Lösung $x = -1, y = 1$. Für $D = 9$ hat sie nur die Lösung $x = -2, y = 1$. Für $D = 7$ hat sie nur die Lösung $x = 2, y = -1$.

§ 2.

Wir wollen darauf den folgenden Satz beweisen:

Satz III.

Es sei a eine beliebige ganze von Null verschiedene Zahl, und g eine beliebige ganze quadratfreie Zahl ≥ 1 . Dann ist für alle ganzen positiven quadratfreien, zu g primen Zahlen f , die größer als $f_0 = f_0(a, g)$ und von der Form

$$f = \frac{c^3 - 1}{a^3 g^2} = \frac{D}{g^2} \tag{1}$$

mit ganzzahligem c sind, die Fundamenteinheit im kubischen Körper $K(\theta)$ gleich $c - a\theta$, wenn $\theta = |\sqrt[3]{D}|$ ist.

Beweis: Wegen $c^3 - Da^3 = 1$ ist $\eta = c - a\theta$ eine Einheit in $K(\theta)$, die positiv aber kleiner als 1 ist. (Vgl. Fußnote § 1.) Indem wir die zu η konjugierten Zahlen mit η' und η'' bezeichnen, ist $\frac{1}{\eta} = \eta' \eta'' = |\eta'|^2$ oder

$$|\eta'| = |\eta''| = \sqrt{c^2 + ac\theta + a^2\theta^2}.$$

Führt man nun hier $c = \sqrt[3]{1 + Da^3}$ ein, so ergibt sich, daß eine (von a und g abhängige) Konstante k existiert so daß für alle f

$$|\eta'| < k \sqrt[3]{f} \quad (2)$$

ist. Ist ξ die (zwischen 0 und 1 belegene) Fundamenteleinheit in $K(\theta)$, so muß $\eta = \xi^m$ sein, wo m eine ganze positive Zahl ist. Wenn ξ' und ξ'' die zu ξ konjugierten Zahlen bezeichnen, so ist also

$$\left. \begin{aligned} \eta &\leq \xi < 1, \\ 1 < |\xi'| = |\xi''| &\leq |\eta'| = |\eta''|. \end{aligned} \right\} (3)$$

Wir nehmen zuerst an, daß $K(\theta)$ ein Körper *erster Art* ist.¹ Dann bildet $1, \theta, \bar{\theta}$ eine Körperbasis. ($\bar{\theta}$ bedeutet hier wie früher sowohl wie im folgenden die Zahl $|\sqrt[3]{f^2g}$.) Es sei nun

$$\xi = x + y\theta + z\bar{\theta}$$

mit ganzen rationalen x, y, z , und also, wenn $\varrho = e^{\frac{2\pi i}{3}}$ ist,

$$\begin{aligned} \xi' &= x + y\theta\varrho + z\bar{\theta}\varrho^2, \\ \xi'' &= x + y\theta\varrho^2 + z\bar{\theta}\varrho. \end{aligned}$$

Hieraus folgt

$$z = \frac{1}{3\theta}(\xi + \xi'\varrho + \xi''\varrho^2),$$

woraus mittels (3)

$$|z| < \frac{1}{3\theta}(1 + 2|\eta'|).$$

Folglich wird, wegen (2), $|z| < 1$, wenn nur $3\sqrt[3]{f^2g} > 1 + 2k\sqrt[3]{f}$ ist. Ist dies der Fall, so muß $z = 0$ und folglich $\xi = x + y\theta$ sein. Nach dem Satze II ist jedoch die Gleichung

¹ Siehe R. DEDEKIND, Ueber die Anzahl der Idealklassen in reinen kubischen Körpern, Journal f. Mathematik, Bd. 121 (1900), S. 40.

$$\xi^m = (x + y\theta)^m = \eta = c - a\theta$$

nur für $m = 1$ möglich. (Wegen $x^3 + Dy^3 = 1$ sind x und Dy teilerfremd). Also muß $\xi = \eta$ sein, *w. z. b. w.*

Ist zweitens $K(\theta)$ ein Körper *zweiter Art*,¹ so bildet $\frac{1}{3}(1 + f\theta + g\bar{\theta}), \theta, \bar{\theta}$ eine Körperbasis. Also wird hier

$$\begin{aligned} \xi &= x \cdot \frac{1}{3}(1 + f\theta + g\bar{\theta}) + y\theta + z\bar{\theta}, \\ \xi' &= x \cdot \frac{1}{3}(1 + f\theta\varrho + g\bar{\theta}\varrho^2) + y\theta\varrho + z\bar{\theta}\varrho^2, \\ \xi'' &= x \cdot \frac{1}{3}(1 + f\theta\varrho^2 + g\bar{\theta}\varrho) + y\theta\varrho^2 + z\bar{\theta}\varrho \end{aligned}$$

mit ganzen rationalen Zahlen x, y, z . Hieraus folgt

$$g \cdot x + 3z = \frac{1}{\theta}(\xi + \xi'\varrho + \xi''\varrho^2),$$

woraus mittels (3)

$$|g \cdot x + 3z| = \frac{1}{\theta}(1 + 2|\eta'|).$$

Wegen (2) wird folglich $|g \cdot x + 3z| < 1$, sobald $\sqrt[3]{f^2g} > 1 + 2k\sqrt[3]{f}$ ist. Dann muß $g \cdot x + 3z = 0$ und $\xi = \frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{3}xf + y\right)\theta$ sein. Hier sind die Koeffizienten $\frac{1}{3}x$ und $\frac{1}{3}xf + y$ ganz; denn in einem Körper zweiter Art ist $f \equiv \pm g \pmod{9}$, also weder f noch g durch 3 teilbar; aus $g \cdot x + 3z = 0$ folgt mithin, daß $\frac{1}{3}x$ eine ganze Zahl ist. Nach dem Satze II ist aber die Gleichung

$$\xi^m = \left[\frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{3}xf + y\right)\theta\right]^m = \eta = c - a\theta$$

nur für $m = 1$ möglich. Folglich ist $\xi = \eta$, *w. z. b. w.*

Durch eine kurze Rechnung ergibt sich z. B. das spezielle Resultat: Alle quadratfreien Zahlen von der Form

$$D = c^3 \pm 1,$$

wo c eine ganze positive Zahl ist, haben die Eigenschaften, daß die Fundamenteinheit im Körper $K(\sqrt[3]{D})$ gleich $\pm c\sqrt[3]{D}$ ist.

¹ DEDEKIND, loc. cit.

Aus Satz III folgt speziell:

Satz IV.

Es gibt unendlich viele kubische Zahlkörper $K(\sqrt[3]{D})$ mit einer Fundamenteinheit von der Form $c \cdot a \sqrt[3]{D}$ mit ganzen rationalen c und a , wo a eine beliebig gegebene von Null verschiedene ganze Zahl ist, auch wenn in $D = fg^2$, wo f und g quadratfrei und teilerfremd sind, die Zahl g gegeben ist.

Beweis: Ist nämlich g durch 3 nicht teilbar, und setzen wir in (1) $c := 1 + (1 + zg)a^3g^2$, so ist

$$f := \frac{[1 + (1 + zg)a^3g^2]^3 - 1}{a^3g^2} = (1 + zg) \cdot [3 + 3(1 + zg)a^3g^2 + (1 + zg)^2a^6g^4]$$

ein ganzzahliges reduktibles Polynom in z , das höchstens den festen Teiler 3 hat.

Nun habe ich an anderer Stelle¹ bewiesen, daß ein solches Polynom unendlich viele quadratfreie Zahlen darstellt, wenn z die natürliche Zahlenreihe durchläuft. Diese quadratfreien Zahlen sind hier offenbar prim zu g .

Um den Satz für den Fall zu beweisen, in dem g durch 3 teilbar ist, hat man nur in (1) $c = 1 + \frac{1}{3}(1 + zg)a^3g^2$ zu setzen.

Anmerkung: Man kann den ersten Teil des Satzes II offenbar auch so aussprechen: Wenn a , c und D ganze Zahlen sind, c und aD teilerfremd, dann ist die Zahl $\eta = a \sqrt[3]{D} + c$ niemals Wurzel einer Gleichung von der Form

$$x^n + Ax + C = 0 \quad (4)$$

mit rationalen Koeffizienten A und C und mit ganzzahligem $n > 1$, mit der einzigen Ausnahme $\eta = \pm (\sqrt[3]{10} - 1)$, die Wurzel der Gleichung

$$x^5 + 45x \mp 54 = 0$$

ist.

Dieser Satz kann weiter auch so ausgesprochen werden:

Die Koeffizienten K_n in der Potenzreihe

$$\frac{x^2}{1 + 3cx + 3c^2x^2 + (Da^3 + c^3)x^3} = \sum_{n=0}^{\infty} K_n x^n \quad (5)$$

¹ Siehe meine Arbeit „Zur Arithmetik der Polynome“, § 2, Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität, Bd. I, 1922, Heft 3, S. 186.

sind für $n > 1$ alle von Null verschieden, von dem Falle $a = -c = \pm 1$, $D = 10$ abgesehen, in welchem $K_5 = 0$ ist.

Beweis: Die Koeffizienten K_n genügen offenbar der Recursionsformel

$$K_{n+3} + 3c K_{n+2} + 3c^2 K_{n+1} + (Da^3 + c^3) K_n = 0. \tag{6}$$

Es sei η eine Wurzel von $x^3 + 3cx^2 + 3c^2x + (Da^3 + c^3) = 0$, etwa $\eta = -a\sqrt[3]{D} - c$. Dann sind die ganzen rationalen Zahlen A_n, B_n, C_n in

$$\eta^n = A_n \eta^2 + B_n \eta + C_n$$

mit ganzzahligem $n \geq 0$, eindeutig bestimmt. Aus

$$\eta^n (\eta^3 + 3c\eta^2 + 3c^2\eta + Da^3 + c^3)$$

$$(A_{n+3} + 3cA_{n+2} + 3c^2A_{n+1} + Da^3A_n + c^3A_n)\eta^2 + F\eta + G = 0$$

folgt, daß auch die A_n der Recursionsformel (6) genügen. Nun ist

$$K_0 = A_0 = 0, K_1 = A_1 = 0, K_2 = A_2 = 1$$

und folglich für alle n $K_n = A_n$. Also verschwindet K_n dann und nur dann wenn η Wurzel einer Gleichung von der Form (4) ist.

Hamburg, März 1922.

Nachtrag.

Während der Korrektur habe ich einige numerische Beispiele gefunden, die die DELAUNAY'sche Behauptung über die Gleichung

$$x^3 + Dy^3 = 1$$

widerlegen. Es sei z. B. $D = 20$. Im Körper $K(\sqrt[3]{20})$ ist offenbar $7\sqrt[3]{20} - 19$ eine Einheit; sie ist aber nicht die Fundamenteleinheit; denn es ist

$$-19 + 7\sqrt[3]{20} = (1 + \sqrt[3]{20} - \sqrt[3]{50})^2.$$

Der Satz von DELAUNAY ist auch falsch für $D = 19$ und $D = 28$. —

In einer folgenden Arbeit werde ich Verallgemeinerungen der hier gefundenen Resultate bringen.

Kristiania, Dezember 1922.

Gedruckt 1. Februar 1923.

BOTANISKE NOTISER

I—II

AV
ROLF NORDHAGEN

(MED 5 ILLUSTRATIONER I TEKSTEN OG DEUTSCHES RESUMÉ)

(VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER, I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 15)



KRISTIANIA
I KOMMISSION HOS JACOB DYBWAD
1922

Fremlagt i den mat.-naturv. klasses møte den 6te oktober 1922 ved prof. H. H. Gran.

I. Om skuddbygningen hos *Sedum villosum* L.

Sedum villosum har en ganske vid utbredelse i Europa. Fra Spanien, Piemont og Østerrike i syd strækker dens utbredelsesfelt sig over store deler av Tyskland helt op til Østersjøen. I øst gaar den til Vestpolen og Riga, i vest optræder den paa de Britiske øer, og over den Skandinaviske halvø er den spredt fra indre Sogn til Magerøen. Desuten optræder den paa Island og Gronland. I Sverige er den forøvrig meget sjelden, idet den bare er fundet etsteds i nordre Jemtland¹ og paa et par lokaliteter i det nordlige Sverige, hvor dens utbredelsesfelt hænger sammen med det norske.

Da *Sedum villosum* optræder i saa mange europæiske land, fins der i litteraturen, specielt i floristiske haandbøger, mange oplysninger om planten. Men med hensyn til dens livsvarighed og skuddbygning er meningene paaafaldende delt hos de respektive forfattere. Kaster man et blik i de almindeligste europæiske floraer, finder man at neppe to forfattere, selv indenfor samme land, er enige. For at belyse dette skal jeg anføre nogen eksempler.

I A. P. DE CANDOLLES Prodrômus, bd. III, Paris 1828, anføres planten som ånnuel (☉). I W. J. HOOKER, The British Flora, 1831, p. 209, beskrives den som fleraarig (☿) og stilles sammen med *S. anglicum* og *S. album*. Studerer man C. C. BABINGTONS Manual of British Botany, 1874, belæres man imidlertid om det helt modsatte. Her anvendes følgende inddeling:

Root small, weak, without any rooting shoots *S. villosum*.
××××× Root small, producing rooting shoots *S. anglicum*, *S. album* etc.

Og tar man for sig BENTHAM & HOOKER: Handbook of the British Flora, vil man baade i utgaven fra 1908 og 1912 i noklen p. 159 finde følgende diagnose paa *S. villosum*: „Viscidly downy, erect ånnual, without barren branches“ i modsætning til *S. album*, som betegnes som „glabrous perennial, with numerous short barren branches“.

De mest utførlige oplysninger om planten i tysk litteratur fins hos W. D. J. KOCH: Synopsis der Deutschen und Schweizer Flora. Leipzig 1892. Den henføres her til en underavdeling av *Sedum* som benævnes *Cepaea* (M. u. K. D. Fl. 3, p. 300, Koch. Syn. ed. 1, p. 258): „Grundachse klein, dünn, ☉ oder ☉, nur i Stg. treibend, welcher einfach oder vom Grunde an in Äste oder Nebenstg. geteilt ist, auch am liegenden Grunde dieser Äste hie und da wurzelt, aber mit der ganzen Grundachse nach der F. Reife absterbt. Selten findet sich bei 2-jährigen

¹ Svensk Bot. Tidskrift 1919, bd. 13, p. 106.

Arten über der Erde einer oder der andere grundst., aufr. (aber nicht kriechende) Laubtrieb, der samt der Grundachse bis ins dritte Jahr dauert. Oberirdische, kriechende, ausdauernde Stämmchen dagegen gänzlich O.“ Under denne underavdeling opføres *S. stellatum*, *S. Cypaea*, *S. atratum*, *S. Hispanicum*, *S. villosum* og *S. annuum*.

Under artsdiagnosen l. c. p. 922 anføres om *S. villosum*: „Grundachse einfach, dünn, mit zarten Fasern besetzt, wie an der vorhergehenden Art im ersten Jahre zerstr. - und sehr dichtblättrige, am liegenden Grunde wurzelnde, mit gestielten B. Rosetten in den obern B. Achseln versene Stg. treibend, die sich im 2. Jahre zu Blten. Stgn. entwickeln; — —“ Til slut opgives den at være ☺, men i en anmerkning citeres CELAKOVSKY Prodr. p. 603: „Ist keineswegs ☺, sondern ☽, jedoch trennen sich die gestielten B. Rosetten fürs nächste Jahr bald von der vergänglichen, diesjährigen Pflanze.“

Her uttales det altsaa meget bestemt at kimplanterne i det første aar antar formen af et tætbladets skudd, som foruten en endeknop (som blomstrer næste aar) ogsaa frembringer sideskudd i bladakserne, som ogsaa blomstrer i det andet aar.

I de fleste tyske, schweiziske og østerrikske floraer opføres planten som ☺ uden reservationer.

I norske og svenske floraer er angivelserne ogsaa meget divergerende. I HARTMANS Handbok i Skandinavien's Flora, 9. oplag, Stockholm 1864, betegnes den som toaarig, men med tilføielsen: „2—3 tum hög, slutl. mot hösten med mycket små rundade nyskott; — — —“. I BLYTT: Norges Flora, bd. 3, 1876 p. 895, staar følgende: „Toaarig, overvintrende ved smaa rundagtige, sterile rodsrud, som udvikles sent om høsten“. Den samme angivelse møter vi i BLYTT-DAHL: Haandbog i Norges Flora, Kristiania 1906.

I J. M. NORMANS Norges arktiske Flora, bd. I p. 290—291 fins en række interessante oplysninger om *Sedum villosum* i det nordlige Norge. Under afsnittet „Forhold til omgivelserne m. m.“ skriver NORMAN: „Den forekommer baade paa horizontal flade og paa heldende terræn, foretrækker temmelig fugtige lokaliteter, vokser paa fugtige dels mosseklædte, dels nogle bergflader, selv paa en klippevæg, paa stranden, ved flodmaal, paa græsmyr, paa mudret bred af et tjern. I blomst 6. juli, i fuld flor 2. august, endnu med blomst 1. september, en blomstringstid af 57 dage. Den 1-aarige plante har alt som tiest innovationer nær roden, hvorved den kan blive 3—4-aarig. Unge planter kan opvokse af frø modnede i samme sommer. Dens maximale høidevæxt varierer fra 4,4 til 11,5 centimeter.“ I den topografiske del, bd. II, oplyser NORMAN med sin vanlige grundighed bl. a. følgende under Ofoten distrikt: „Råna paa hjemmejorden, 14 m. o. h. paa fugtige, dels mosseklædte, dels nogle bergflækker, ikke sparsomt, VXX (☽: i blomst, men mest avblomstret) med gjensiddende modne frugter og med forlængst udfaldne frø $\frac{1}{9}$ —81, planterne delvis visne og tørre, dels ganske unge opvoksede af aarets frø, de tørre indtil 7 cm. høide, undertiden med

innovationer fra stængelens basis og med en tynd rhizomagtig horizontal rod, indtil 3 cm. lang, mindst treaarig, muligens fireaarig." Disse klare angivelser stemmer, som man ser, ganske godt med diagnosen i Kocis Synopsis.

Men man finder i skandinavisk litteratur ogsaa angivelser som gaar i helt modsat retning. Saaledes anvender LINDMAN i Svensk Fanerogamflora, Stockholm 1918, p. 296 følgende inddeling i bestemmelsesnoklen over slegten *Sedum*: „b. Stjälk ensam, upprät, normalt utan skott vid basen under blomningen. *S. villosum*, *S. hispanicum*, *S. annuum*. b.b. Stjälkar och basala skott matt.- ell. tuvlikt samlade. *S. album*, *S. anglicum*, *S. acre*, *S. sexangulare*, *S. rupestre*."

Og i Svensk Bot. Tidskrift 1921, p. 264—265 omtaler C. G. ALM *Sedum villosum* fra Torne träsk med følgende ord: „Jag undersökte ett par hundra exemplar af *S. villosum*, men icke ett enda visade genom skottbildning vid basen tecken til kommande övervintring. Detta saledes i strid med NORMANS (l. c.) uppgift: „Den 1-årige plante har alt som tiest innovationer nær roden, hvorved den kan blive 3—4-årige."

Av disse citater, som utvilsomt kunde suppleres med mange flere, vil man se hvor motstridende de forskjellige forfatteres oplysninger er. Man faar uvilkaarlig en mistanke om at planten kan opføre sig forskjellig paa forskjellige lokaliteter, kanske ogsaa variere fra aar til andet efter de klimatiske forhold.

Sommeren 1922 hadde jeg rik anledning til at studere *Sedum villosum* paa Sikkildalssæter ved indgangen til Jotunheimen i det centrale Norge. Den fins her i umaadelige masser og er fortrinsvis knyttet til smaa bækker (fig. I), kilder og eutrafente græsmyrer. Desuten optrær den i grofter og langs fugtige veikanter paa naken jord og grus. Oftest associerer den sig med *Carex Goodenoughii*, *C. lagopina*, *C. canescens*, *Cerastium trigynum*, *Saxifraga stellaris*, *Epilobium palustre*, *E. Hornemanni*, *Montia fontana* og talrike kildemoser (*Philonotis fontana*, *Paludella squarrosa*, *Calliergon* og *Drepanocladus*-arter, levermoser). Voksestedet er ofte meget fugtig, ja efter regnveir har jeg flere ganger set planten helt overdækket av vand og indvævet med gronne alger. Andre steder kan substratet periodevis være ganske tort, men *Sedum villosum* kræver alt i alt meget fugtighed, ialfald til visse aastider.

I enkelte kilder i Sikkildalen utfoldet *Sedum villosum* en enestaende frodighet (fig. I), og specielt var der rik anledning til at iagtta dens meget omdisputerede sideskudd eller innovationer. Disse fandtes paa saa godt som hvert eneste eksemplar i kilderne, men var daarligere utviklet hvor planten vokste paa naken og mere tør jord. Sideskuddenes basaldel er tynd som en traad og brækker overmaade let av, saa hvis man ikke præparerer hele planten forsigtig frem, faar man tilsyneladende et blomstrende eksemplar uten sideskudd i haanden. Hvor planten vokser i tætte, vanddrukne mostepper, er skuddannelsen særlig rik, men skuddene er her meget vanskelige at præparere frem. Jeg har flere ganger iagttat blomstrende stengler omgit av 10—15 sideskudd, men i almindelighet er

antallet mindre. Kimplanter har jeg ogsaa fundet; de var i begyndelsen av august 1922 ganske smaa. Frøene, hvis rester endda kunde sees paa kimroten (fig. III, 7), var oiensynlig fra 1921, men hadde først spiret sommeren 1922 (dette hænger vistnok sammen med den kolde, tørre sommer 1921 og med den fugtige, kolde juli 1922). Ifølge NORMAN kan frøene spire allerede samme høst som de blir modne.

Hvorledes kimplanterne videre forholder sig, har det ikke lyktes mig at iagttå direkte i naturen. Men av mine øvrige iagttagelser samt av Nor-



Fig. I. *Sedum villosum* sammen med *Carex Goodenoughii*, *Cerastium trigynum*, *Saxifraga stellaris* og moser langs en bæk ved Sikkilsdalen sæter. Juli 1922. R. N. foto.

MAN'S og KOCHS angivelser maa man kunne anta følgende utvikling: Kimplanten danner det første aar et tætbladet hovedskudd, vistnok ogsaa i de fleste tilfælder flere sideskudd fra bladakserne. Efter at ha overvintret, frembringer hovedskuddets endeknop en blomstrende stengel; sideskuddene kan ogsaa komme frem til blomstring samtidig med hovedskuddet, men forblir meget ofte sterile ogsaa i det andet aar (cfr. fig. II). Det samme gjælder vistnok ogsaa undertiden hovedskuddet. Fig. III viser 1) planter hvor baade hoved- og sideskuddene blomstrer samtidig; antageligvis er de 2 aar gamle, muligens ældre; 2) planter hvor hovedskuddet blomstrer, men hvor sideskuddene fremdeles er sterile og altsaa tidligst kommer til at blomstre i det 3. aar, kanskje senere.

De fleste forfattere som har omtalt sideskuddene hos *Sedum villosum*, fremstiller saken, som om der først opstaar sideskudd paa det blomstrende

hovedskudd like for dette visner ned efter frøsætningen om høsten. Mine undersøkelser viser imidlertid, at sideskuddene normalt anlægges allerede for hovedskuddet blomstrer og samtidig med dette. Dette forhold minder om visse sneleieplanters skuddbygning, f. eks. *Epilobium anagallidifolium*, hvor kimplanten allerede i løpet av spiringssommeren anlægger plagiotope sideskudd (TH. RESVOLL 1917, l. c.).

Sideskuddene løsner meget let fra moderskuddet og skyter rikelig med birøtter (allerede mens de sitter fast paa moderplanten); en plante kan paa denne maate gi ophav til 10—15 nye, som igjen kan danne sideskudd o. s. v.

Desuten aabenbarer *Sedum villosum*'s sterke vegetative formerings-evne sig ogsaa paa en anden interessant maate. Undersøker man nemlig sterile sideskudd, vil man meget ofte finde at de er tæt besat med nogen eiendommelige smaa yngleskudd (fig. III, 3 og 5). Disse dannes i bladhjørnene og bestaar av en paafaldende tynd og glat stengel, som i spidsen bærer 2 til 3 tæt sammenhopede bladpar. Yngleskuddene sitter saa løst fæstet til moderskuddet at de ved den svakeste berøring brækker av. Undertiden danner de en tynd, fin rot allerede for de har løsnet sig av. Jeg skulde anta at f. eks. strømmende vand eller et kravlende insekt er nok til at løs-gjøre disse smaa, merkelige propagationsskudd, som ofte optrær i store masser¹. I et par tilfælder har jeg ogsaa paa blomstrende skudd iagttaget rikelig knopdannelse i bladakslene; men disse skudd var meget korte i motsætning til de ovenfor beskrevne yngleskudd; muligens har en del av dem været blomsteranlæg, som ikke er kommet til utvikling. Men i alle tilfælder viser dette hvor let planten har for at danne sideskudd.

Det blomstrende skudd visner ned og dor efter fruktsætningen; men den basale del av det oprindelige moderskudd (hvis forlængelse er den



Fig. II. *Sedum villosum* fra Sikkilsdalen med blomstrende hovedskudd og et blomstrende sideskudd samt 3 sterile sideskudd. Disse kommer antageligvis til at blomstre i det 3. aar. Den gamle hovedakse blir saaledes mindst treaarig. Fjoraarets visne blader er skravert. (Svakt forstorret.) R. N. ad nat. del.

¹ Nogen skarp grænse mellem disse og normale sideskudd er der vel neppe.

blomstrende stengel) kan fortsætte at leve, saaledes som omtalt av NORMAN. Den danner en oftest nedliggende stengel med talrike bladarr (eller sjeldnere med visne bladrester) og dusker av birøtter (se fig. II). Til denne sitter da de endda ikke blomstrende sideskudd fæstet, hvis de ikke har løsnet sig av. Da sideskuddene ofte bruker 3 aar før de blomstrer, kan altsaa det gamle bladløse stengelstykke hvortil de er fæstet, bli 3-aarig. NORMANS uttalelser om „en tynd rhizomagtig horizontal rod, indtil 3 cm. lang, mindst 3-aarig, muligens 4-aarig“ (l. c.) er i denne forbindelse værd at mindes. Om vedkommende stengelstykke kan leve i 4 aar, er dog et aapent spørsmåal. Saavidt jeg har kunnet se, synes det normalt ikke at danne sideskudd mere end én gang i sit liv (man finder, saavidt jeg har set, saa godt som aldrig nye knopper paa en saadan gammel, bladlos stengel), men det fortsætter at leve indtil sideskuddene har frigjort sig, hvorefter det dør og raatner bort. Fig. III, 4 viser imidlertid at den gamle hovedakse kan være meget seiglivet og en sjelden gang (?) danne reparasjonsskudd ogsaa i sit andet eller tredje aar.

I Sikkilsdalen har planten usedvanlig heldige livsbetingelser, og sommeren 1922 var meget fugtig — et forhold som altid er meget gunstig naar det gjelder vegetativ formering. Fra Sogn blev der i august indsendt levende eksemplarer av *Sedum villosum* til Botanisk Have i Kristiania av statsmykolog I. JØRSTAD, som har meddelt mig at planten her forholdt sig akkurat paa samme maate som i Sikkilsdalen.

Imidlertid hadde jeg i juli 1920 anledning til at iagttatte planten paa LÆSTADIUS'S bekjendte lokalitet Balvandsryggen i Salten, syd for Sulitjelma. Her var den sparsom paa fugtige klipper og av et meget mindre frodig utseende end i Sikkilsdalen, og i min dagbok har jeg ikke noteret noget om sterile skudd ved basis.

Hvis det virkelig forholder sig saa som ALM hævder, at *Sedum villosum* ved Torne tråsk ikke har, eller hadde, spor av sterile skudd ved basis dengang lokaliteten blev undersøkt, saa tyder dette, sammenholdt med de divergerende opplysninger i europæiske floraer, paa at *Sedum villosum* kan forholde sig forskjellig efter voksestedets mere eller mindre gunstige karakter, og efter fugtighetsforholdenes variation i de forskjellige aar.

Paa en relativt tør lokalitet, f. eks. en klippe eller bergskraaning, kan det tænkes at planten det første aar bare danner et tætbladet opret skudd, som blomstrer næste sommer og dør efter frosætningen. I dette tilfælde vilde det være interessant at iagttatte planten flere aar paa rad; kanskje den i en fugtig sommer producerer sideskudd ogsaa her.

Saa meget er ialfald sikkert at paa en række lokaliteter baade i Skandinavien, England og Mellem-Europa er *Sedum villosum* til forskjellige tider og av forskjellige forskere iagttatt med rik vegetativ formering. Desuten synes det at være enighet om at det blomstrende skudd dør og visner ned efter fruktsætningen i sit andet eller tredje leveaar.



Fig. III. *Sedum villosum* fra Sikkilsdalen. 1. Blomstrende 2 aar gammelt eksemplar, hvor sideskuddene blomstrer samtidig med hovedskuddet. 2. Blomstrende hovedskudd med sterile, 2 aar gamle sideskudd, hvorav det tilhoire producerer yngleskudd (X). 3. Løsgjorte sideskudd, 2 aar gamle, med yngleskudd i bladhjørnene. 4. To eller tre aar gammel stengel med avbrukket (eller nedvisnet) hovedskudd og med et nyt sideskudd i spidsen. 5. Løsgjorte yngleskudd. 6. Yngleskudd med en fin rot fra et bladhjørne. 7. Kimplanter, eks. tilhoire med rest av froet. (Fig. 5 er 2 ganger, de ovrigte figurer 1 1/2 gang forstørret.) R. N. ad nat. del.

Det er neppe riktig at stille *Sedum villosum* sammen med *Sedum annuum* som hapaxanth. Jeg skulde tro at planten paa de allerfleste steder er perennerende, men dens stengler er ikke saa markert eller „stabil“ perennerende som f. eks. hos *Sedum anglicum* eller *Sedum album*. Den bør derfor betegnes som 4, undertiden \odot^1 , og kanskje helst stilles i en klasse for sig selv i skandinaviske floraer (eventuelt sammen med *S. Hispanicum*), ialfald ikke sammen med *S. annuum*. Denne sidste vokste i store mengder i Sikkilsdalen, men viste sommeren 1922 ikke tegn til nogen skuddannelse ved basis, beregnet paa overvintring. Den anføres i alle floraer som 1-aarig².

Blomstringen hos *Sedum villosum* varer, som NORMAN allerede har gjort opmerksom paa, meget længe. Kronbladene er, idet blomsten aapner sig, hvite med rødlig midtnerve paa undersiden og svakt rødlig skjær i spidsen og langs kantene. Senere blir de sterkere og sterkere rosa, spesielt paa oversiden, som til slut kan anta en prægtig mørk rosa farve. Kronbladenes basale del er grønlignende (negl-lignende) og fremtrær spesielt paa ældre blomster som et 5-kantet, mørkere felt mot det røde, set ret ovenfra. Honningskjællene er gule - orangerøde.

Blomstene synes at være protogyne, idet arrene er vakkert papilløse allerede naar blomsten aapner sig, og før de første støvblader er modne. Men arrene synes at være mottagelige overmaade længe; papillerne er ofte friske selv efter at støvbladene er visnet. Efterhaanden viker fruktbladene, som til at begynde med er samlet i blomstens midte, ut fra hinanden. De er først grønne, men blir til slut sterkt rødbrune ved anthocyanannelse og er rikt kjertelhaaret paa indersiden.

Støvbladene boier sig oftest ind mot blomstens centrum, idet de springer ut, men ikke paa den maate som f. eks. hos *S. annuum*, hvor de til at begynde med indtar arrenes plads.

Selvbestøvning kan sikkert forekomme, dels fordi arrene er saa længe papilløse, og dels fordi støvbladene boier sig indover og indtar omtrent samme hoide i blomsten som arrene. Selvbestøvning synes lettest at ske i regnveir, da blomstene, som vender ret opad, er aldeles vandfylde. Kronbladene er nemlig bredere end hos andre *Sedum*-arter og dækker hverandre med randene, og blomsten blir derfor til at begynde med utpræget skalkformig; senere blir den mere skiveformig med flatt utbredte kronblader. Disse sidste er utvendig sterkt kjertelhaaret, indvendig glatte. Hvilke insekter der foretar bestøvningen, vet jeg ikke. Sommeren 1922 var nemlig insektlivet i de centrale norske fjeldtrakter elendig paa grund av regn og kulde.

¹ Cfr. HERMANN, F., Flora von Deutschland und Fennoskandinavien sowie von Island und Spitzbergen. Leipzig 1912, p. 239.

² Det fortjener at undersøkes om den ikke i vore subalpine fjeldtrakter er 2-aarig.

Til slut vil jeg minde om at *Sedum villosum* indtar en særstilling blandt vore *Sedum*-arter, idet den kræver fugtig bund og kan taale til og med periodisk submersion. Plantens sukkulens og sterke kjertelbehaaring staar tilsyneladende i strid med vore vante begreper om økologisk tilpassethet. Er planten utstyret med et effektivt fordampningsvern og trænger den dette? Eller er dens sukkulens og behaaring kun en genetisk reminiscens, arvegods fra forfædrene, som holder sig med seig konservatisme? Hvor planten vokser paa klipper som periodevis er fugtige, men leilighetsvis torker ganske ind, kan transpirationsvern vel være paakrævet; men forøvrig skal jeg her ikke gaa nærmere ind paa dette vanskelige, økologisk-fysiologiske sporsmaal.

Litteratur.

Her anføres kun et par vigtigere arbeider hvor skuddbygning og overvintring vies speciel omtale:

- ALM, C. G., Floristiska anteckningar från Torneträskomradet. Svensk Bot. Tid-skrift, 1921, p. 261—263.
- NORMAN, J. M., Norges arktiske flora. I & II. Kristiania 1899—1901.
- RESVOLL, Th. R., Om planter som passer til kort og kold sommer. Archiv for math. og naturv., bd. 35. Kristiania 1917.
-

II. Nogen bemærkninger om bastarden *Gymnadenia conopea* *G. albida* og dens forekomst i Norge.

Under en ekskursion i urene under Sikkilsdalshø ved den nordvestre ende av Ovre Sikkilsdalsvand ved indgangen til Jotunheimen, fandt jeg 30. juli 1922 tre eksemplarer av en merkelig orchidé, som ved nærmere undersøkelse viste sig at være bastarden *Gymnadenia conopea* R. Br.

G. albida Rich. Paa en fugtig hylde i bergvæggen ca. 1220 m. o. h. vokste her en mængde eksemplarer av *G. conopea* og to eksemplarer av *G. albida*, og mellem disse stod 2 blomstrende og 1 sterilt individ av bastarden tæt op til hinanden. Da der i skandinavisk litteratur ikke foreligger nogen original beskrivelse av bastarden, anføres nedenfor en noiagtig skildring av de to blomstrende individer. Disse blev gravet op og presset og er indlemmet i Universitetets herbarium, Botanisk Museum, Kristiania.

Rotknoldene. Det ene individ hadde en 5-fliket fjørgammel knold og paa begge sider av denne en ny, som var 3-delt (cfr. fig. IV). Flikene var 5—7 cm. lange, regnet fra spidsen og ind til foreningsstedet; som billedet viser, er de forenet ved basis, altsaa ikke opspaltet helt til grunden. Bastarden indtar paa dette punkt en mellemstilling mellem stamartene. Det andet individ hadde en fjørgammel og en ny knold, som begge var 4-delte (indtil 7 mm. fra grunden).

Stengelen og bladene. Begge individer var ca. 25 cm. høie. Det ene hadde 5 blader ovenfor et brunlig skedeformet lavblad, det andet 6 blader. Blad nr. 2 nedenfra længst, indtil 9 cm. langt og 2 cm. bredt, de øvrige kortere, avtagende i størrelse opad, avlangt eggformige, bredere end hos *G. conopea* og relativt smalere end hos *G. albida*, avrundet i spidsen. De øvre blader mere tilspidset, de øverste 3 cm. lange og 7 mm. brede, høibladagtige. Bladene med tydelige tveranastomoser mellem længdenerverne, men svakere end hos *G. albida*, hvor bladene næsten har et rutet eller skakbrettagtig utseende (mangler hos *G. conopea*). Bastarden staar alt i alt hvad bladene angaar nærmere *G. albida* end *G. conopea*.

Blomsterstanden og blomstene. Den ene blomsterstand var 6 cm. lang, meget tæt og alsidig med 30 blomster, den anden 5 cm. lang med 25 blomster (fig. V). De nedre støtteblader betydelig længere end

blomstene og rent grønne, de ovre av fruktknutens længde og rødlike i spidsen og randen.

Blomstene blekt gulhvite med rødlig anstrøk. De 2 ytre side-stillede perigonblader utadrettet, oftest vandret utstaaende, svakt fremadrettet (konkave) eller undertiden bakutrettet (svakt konvekse), blekt rosa-farvet (blekere end *G. conopea*). Det overste ytre perigonblad rosa-gulhvitt, hættestformig i spidsen og omsluttende de 2 indre, opad-fremadrettede perigonblader; disse 3 blader danner tilsammen en hjelm (fig. IV).

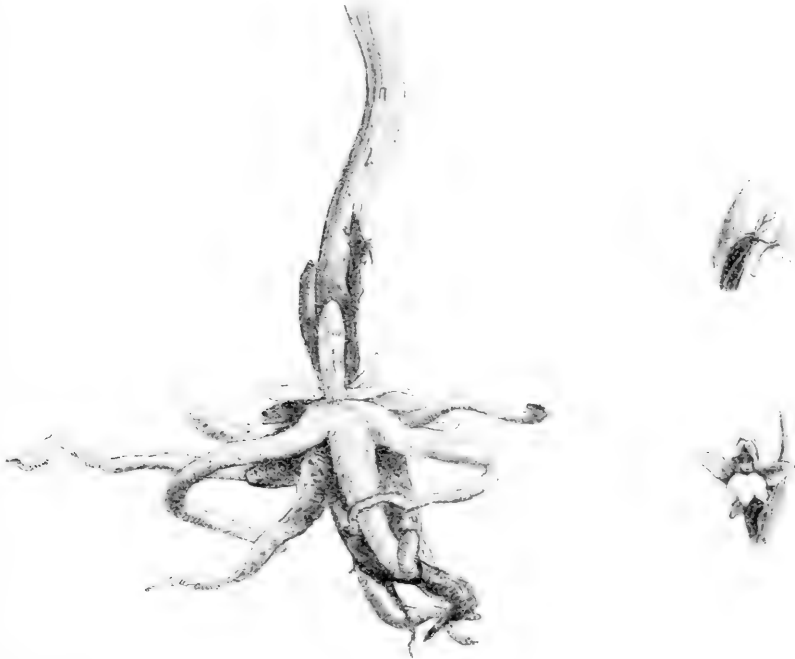


Fig. IV. Tilvenstre rotknolder av bastarden *Gymnadenia conopea* × *albida*, i midten den gamle 5-flikete knold, paa forsiden og baksiden nye knolder, som er 3-fliket. Tilhoire en blomst med sit støtteblad, set forfra og fra siden. (R. Nordhagen ad nat. del. Svakt forstøret).

Læben 4 mm. bred, but og middels dypt 3-fliket, ofte med litt uregelmæssige avsnit, gulhvitt med svakt rødlig skjær paa flikenes ytre del. Honningsporen 3—4 mm. lang, altid kortere end fruktknuten (kun $\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$ av dennes længde), svakt krummet, relativt tyk.

Pollenrummene forkrøblet, uten spør av pollinier. De 2 smaa klæbeskiver utviklet (de fæstet sig svakt ved en blyantspids). Arrhulen tilsyneladende normal, glinsende. Blomstene praktisk talt lugtløse.

Alt i alt indtar bastarden en mellemstilling mellem forældrene; i enkelte retninger (særlig med hensyn til bladene og honningsporen) staar den dog nærmere *G. albida* end *G. conopea*.

I Norge er denne vakre og interessante bastard tidligere iagttat paa Baatfjeld i Salten i nittiaarene av DYRING (1921 l. c.) og angis ogsaa for Dovre (cfr. BLYTT-DAHL 1906, l. c., p. 232). I Universitetets herbarium, Kristiania, ligger et litet eksemplar fra Baatfjeld, som i bladene mest minder om *G. conopea*; men blomstene har kort spore og er større end hos *G. albida*.



Fig. V. Tilvenstre et eks. av *Gymnadenia conopea*, tilhøire to eks. av *G. albida*, i midten to individer av bastarden. (R. N. foto 2. august 1922.)

Sikkilsdalen; imidlertid angis her sporen at være $1\frac{1}{2}$ —2 ganger saa lang som fruktknuten, hvilket ikke stemmer med de norske eks., hvor den som ovenfor nævnt er betydelig kortere end fruktknuten. Labellum kan heller ikke sies at være „tief 3-spaltig“. Forøvrig fremhæver de nævnte forfattere at bastarden er meget foranderlig. Efter beskrivelsen at dømme synes de mellemeuropæiske eks. at minde mere om *G. conopea* i blomsten end de norske.

Förøvrig er eksemplaret delvis odclagt av tidligere insektangrep og mindre godt. Fra Dovre foreligger der ikke eks. i herbariet. I Sverige er bastarden, saavidt jeg vet, aldrig fundet (cfr. LINDMAN, Svensk Fanerogamflora 1918).

I Mellem-Europa blev bastarden første gang iagttat av HEGELMAIER i den saakaldte „Mährisches Gesenke“ i Østerrike, mellem Altvater og Peterstein (1864 l. c.), og av ham kaldt *Gymnadenia Schweinfurthii*¹. Senere er den fundet paa nok en lokalitet i samme distrikt, samt etsteds i Thüringen og ved Albula i Schweiz. Den er altsaa temmelig sjelden.

ASCHERSON & GRAEBNER gir i sin Synopsis der Mitteleurop. Flora, hvorfra ovenstaaende oplysninger er hentet, en indgaaende beskrivelse av bastarden (Bd. III, p. 824). Deres diagnose passer ogsaa delvis paa eksemplarene fra

¹ Den har ogsaa været kaldt *Gymnadenia Aschersonii* BRÜGGER.

I Sikkilsdalen var bastarden, som tidligere omtalt, uten pollinier. Hvis den overhodet skal kunne bestoves, maa det altsaa ske med stamarternes pollen. Antageligvis er den ganske steril. Muligens staar den sterke knolddannelse hos det ene individ (1 ny knold paa hver side av den gamle) i forbindelse hermed. Alle 3 individer blev fundet med knoldene tæt filtret ind i hinanden, og er utvilsomt opstaat ved vegetativ formering av ett oprindelig moderindivid.

Kristiania, i september 1922.

Litteratur.

- ASCHERSON, P., & GRAEBNER, P., Synopsis d. Mitteleurop. Flora. Bd. III. Leipzig 1905-1907.
 DYRING, JOHS., Holmestrandsfjordens fanerogamer og karkryptogamer (p. 87, notel. Nyt Mag. f. Naturv., bd. LIX. Kristiania 1921.
 HEGELMAIER, FR., Eine hybride Orchidee der österreichischen Flora. Österreichische Bot. Zeitschrift, XIV Jahrg. Wien 1864.
 BLYTT-DAHL, Haandbog i Norges Flora. Kristiania 1906.

Deutsches Resumé.

I. Über den Sprossbau von *Sedum villosum* L.

Die Angaben in den floristischen Handbüchern über die Sprossbildung von *Sedum villosum* sind sehr wenig übereinstimmend. Sowohl in der deutschen als in der englischen und skandinavischen Litteratur wird die Pflanze bisweilen als zweijährig (⊕), von anderen Autoren als mehrjährig (⊚) angegeben. Sterile, grundständige Laubtriebe werden von KOCH, CELAKOWSKY, HARTMAN und besonders von NORMAN erwähnt; ihre Existenz wird aber von BABINGTON, BENTHAM & HOOKER, neuerlich auch von LINDMAN und ALM bestritten.

Der Verfasser untersuchte im Sommer 1922 eine Menge Individuen dieser Art im zentralen Norwegen (im Sikkilstale, zwischen Jotunheimen und Vinstra) und fand immer reichliche Sprossbildung an der Basis blühender und nicht blühender Exemplare. Wie die Zeichnungen zeigen, können die basalen Teile der Hauptsprosse (d. h. der Grundachsen) sehr oft 3-jährig, bisweilen wahrscheinlich auch älter werden (wie schon NORMAN hervorgehoben hat). Die Seitensprosse lösen sich sehr leicht ab, weil sie nur mit einem sehr dünnen und bröckeligen basalen Stengelteil angeheftet sind. Die starke vegetative Vermehrung äußert sich auch auf eine andere Weise; die sterilen Sprosse bilden nämlich sehr oft wieder eine Menge kleiner Propagationstrieb, die sehr leicht abfallen (Fig. III, 3, 5, 6).

Die Keimpflanzen scheinen im ersten Jahr sowohl einen dichtblättrigen Hauptsproß als Seitentriebe produzieren zu können. Im zweiten Jahr blüht

normalerweise der Hauptsproß, bisweilen blühen auch die Seitensprosse (oder einige von diesen); oft bleiben sie aber bis ins 3. Jahr steril. Noch im zweiten oder dritten Jahr scheint die Grundachse Seitentriebe bilden zu können, wenn der Hauptsproß durch einen Unfall abgebrochen werde (Fig. III, 4); vielleicht wäre eine solche spät eintretende Reparation als eine Ausnahme zu betrachten.

Das reiche vegetative Propagationsvermögen der Pflanze im Sikkilstale wurde ganz sicher von den überaus reichlichen Niederschlägen des heurigen Vorsommers begünstigt. Die zum Teil sehr abweichenden Angaben in der Litteratur deuten darauf, daß sich *Sedum villosum* auf verschiedene Weise verhalten könne je nach den Standortsbedingungen, insbesondere nach den Feuchtigkeitsverhältnissen in den verschiedenen Jahren. Es scheint mir nicht berechtigt zu sein, die Art mit ausgeprägten Hapaxanthen (wie z. B. *Sedum annuum*) zusammenzustellen. *Sedum villosum* muß zweifellos als mehrjährig gelten, es scheint aber nicht so „stabil“ perennierend zu sein wie z. B. *Sedum album* und *S. anglicum*. Die Sache verdient auch an anderen Orten genau untersucht zu werden. In Sogn im westlichen Norwegen verhält sich die Art in derselben Weise wie im Sikkilstale. — Einige blütenbiologische Beobachtungen werden oben mitgeteilt.

II. Einige Bemerkungen über den Bastard *Gymnadenia conopsea* > *G. albida* in Norwegen.

Der Bastard war früher nur auf dem Baatfeld in Salten von DYRING (1921 l. c.) und irgendwo im Dovregebiet gefunden worden; diese Fundstellen waren bis jetzt die einzigen in Skandinavien. Der Verfasser fand im Juli 1922 drei Exemplare des Bastards im Sikkilstale zwischen den Eltern 1220 M. ü. M. Die Übereinstimmung mit der Beschreibung der mitteleuropäischen Funde (vgl. ASCHERSON & GRAEBNER: Synopsis der mitteleur. Flora, Bd. III) ist ziemlich gut, der Honigsporn ist aber viel kürzer (nur $\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$ der Länge des Fruchtknotens, vgl. Fig. IV oben) als bei den mitteleuropäischen Exemplaren, wo er $1\frac{1}{2}$ bis 2 Mal länger als der Frkn. ist. Sonst gibt's auch andere Verschiedenheiten. Dieser seltene Bastard (= *Gymnadenia Schweinfurthii* HEGELMAIER) scheint indessen nach den Beschreibungen zu beurteilen, ziemlich veränderlich zu sein. Aus Norwegen lag bisher keine originelle Diagnose vor (vgl. p. 12—13 oben).

DIE LAGE DER ATOME IN DEN
OPTISCH AKTIVEN KRISTALLEN
 NaClO_3 UND NaBrO_3

VON

L. VEGARD

MIT 8 TEXTFIGUREN UND 1 TAFEL

VIDENSKAPSELSKAPETS SKRIFTER. I. MAT.-NATURV. KLASSE. 1922. No. 101



KRISTIANIA
IN KOMMISSION BEI JACOB DYBWAD

1922

Fremlagt i fellesmotet den 10de november 1922.

Die kubisch kristallisierenden Substanzen $NaClO_3$ und $NaBrO_3$ haben wegen ihrer starken optischen Aktivität ein ganz besonderes Interesse erregt, und sie sind der Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen¹.

Sie kristallisieren nach GROTH in der tetraëdrischen-pentagondodekaëdrischen Klasse. In derselben Klasse kristallisiert auch eine andre Gruppe, deren typische Vertreter das Bleinitrat und die wasserfreien Nitrate der Erdalkalimetalle sind. Diese Substanzen sind aber optisch inaktiv.

Für die Aufklärung der Frage über den Zusammenhang zwischen optische Aktivität und die Anordnung der Atome war eine genaue Bestimmung des Raumgitters der beiden isomorphen Gruppen von Substanzen von erheblicher Bedeutung.

Auch von dem Zusammenhang mit dem optischen Drehungsvermögen abgesehen, wird eine Raumgitterbestimmung dieser Substanzen an sich Interesse haben. So wird z. B. jede genau durchgeführte Kristallgitterbestimmung zu der Aufklärung der chemischen Bindung und ihrem Zusammenhang mit der Kristallstruktur beitragen, und gleichzeitig wird man die Grundlage für die Bestimmung der Zusammenhänge fester Körper gewinnen.

Mit diesem Ziele vor dem Auge habe ich, schon seit 5 Jahren, die Röntgenanalyse der beiden erwähnten isomorphen Gruppen angefangen. Zuerst wurde das BRAGG'sche Ionisationsverfahren in Anwendung gebracht. Indessen haben sich andere Aufgaben in den Vordergrund gedrängt, und diese Untersuchungen wurden beiseite geschoben, bis sie im Jahre 1919 — und dann unter Anwendung der DEBYE'schen Pulvermethode — wieder aufgenommen wurden.

Die Bestimmung der Atomlage der beiden Substanzgruppen war recht schwer, und forderte die Ausführung einer ganz erheblichen Rechnerarbeit. Die Deutung der Röntgenspektrogramme und die Bestimmung der Dimensionen des Elementargitters ließen sich sicher und eindeutig durchführen.

Durch eine Reihe von Rechnungen wurde ich auch ziemlich bald auf die richtigen Gittertypen geführt. Das Gitter der Nitrate forderte die Bestimmung von 3 Parametern, dasjenige der Halogenate von 5 Parametern.

Bei der letzten Ausführung der Berechnungsarbeit hat mir Herr Stud. real. EGIL ANDERSEN in vorzüglicher Weise assistiert.

¹ Siche P. GROTH, Chemische Krystallographic, Bd. II, S. 78.

Die Berechnung wurde zuerst für die Nitrate durchgeführt und die Ergebnisse sind schon kürzlich veröffentlicht worden¹. Als wir mit der Ausrechnung der Parameterwerte der Hologenate beschäftigt waren, erschien eine Arbeit von KOLKMEIJER, BIJVOET und KARSSSEN² über die Struktur von $NaClO_3$ und $NaBrO_3$.

Es zeigte sich, daß unsere Ergebnisse isofern übereinstimmten als wir auf denselben Gittertypus gelangt waren. In diesem Falle aber, wo die Lage sämtlicher Atome durch ein oder mehrere Parameter festgelegt ist, wird die gegenseitige Lage der Atome, und dadurch der ganze Aufbau des Gitters ganz wesentlich von der Parameterbestimmung abhängen müssen, und wäre es deshalb wünschenswert eine von denjenigen der beiden erwähnten Forscher unabhängige Parameterbestimmung durchzuführen. Ich ließ daher meinen Assistent, Herrn ANDERSEN die Rechnung fortsetzen ohne ihm von den gefundenen Parameterwerten Mitteilung zu geben. Wir arbeiteten so weit wie möglich systematisch, indem wir zuerst versuchten die Lage der *Na*, *O* und *Br*, bzw. *Cl*-Atome derartig zu fixieren, daß man gewisse Hauptzüge der Intensitätsverteilung im Röntgenspektrum theoretisch herleiten könnte, und wir versuchten allmählich verschiedene Stellungen der Atome, welche auch die Volumbedingungen einigermaßen befriedigen könnten.

Für eine Reihe von Hauptlagen wurden die Differentialquotienten für jede Intensität in bezug auf die 5 Parameter ausgerechnet. Hierdurch ließ sich erkennen, ob man durch eine relativ geringe Verrückung der Atome in bestimmter Richtung die Übereinstimmung zwischen der Beobachtung und berechneten Intensitäten verbessern konnte.

In dieser Weise gelangten wir zuletzt zu einer Atomanordnung, die eine befriedigende Übereinstimmung ergab.

Es zeigte sich aber, daß die von uns gefundene Anordnung der Atome, besonders in bezug auf die Lage des Sauerstoffs, sich ganz erheblich von der von den Herren KOLKMEIJER, BIJVOET und KARSSSEN gefundenen unterschied. Eine Anordnung ungefähr wie die von den oben erwähnten Herren angegebene war auch von uns geprüft, aber als unmöglich wieder verworfen worden. Mit den von uns gefundenen Parameterwerten kommen die Atome in eine ganz besonders einfache Gruppierung, welche auch die Volumbedingungen sehr gut erfüllt.

Da also unser Ergebnis sich recht bedeutend von denjenigen der Herren KOLKMEIJER, BIJVOET und KARSSSEN unterscheidet, soll — im Anschluß an den schon veröffentlichten Ergebnissen der Kristallanalyse von den isomorphen Nitraten — im folgenden ein kurzer Bericht über die Bestimmung der Kristallstruktur von $NaClO_3$ und $NaBrO_3$ gegeben werden.

¹ L. VEGARD; Zeitschr. f. Phys. Bd. 9, p. 395, 1922, Kristiania, Vid.-Selsk. Skr. Mat.-nat. Kl. 1922. No. 3.

² N. H. KOLKMEIJER, J. M. BIJVOET und A. KARSSSEN, Koninklijke Akad. von Wet. Vol. XXIII, Nr. 4.

Bei der Rechnung ist es vorteilhaft die folgenden 5 Parameter einzuführen.

$$\begin{aligned} \alpha &= 2\pi \frac{l_1}{d} \\ \beta &= 2\pi \frac{l_2}{d} \\ \gamma &= 2\pi \frac{x}{a} & \delta &= 2\pi \frac{y}{a} & \varepsilon &= 2\pi \frac{z}{a} \end{aligned} \quad (1)$$

d ist die Diagonale des Elementarwürfels.

Die Intensität der Linien finden wir mit Hilfe der Gleichung

$$I = \frac{r(S_1^2 + S_2^2)}{2 \cdot \Sigma h^2} \quad (2)$$

r ist die Zähligkeit der betreffenden Reflektionsebene. S_1 und S_2 sind die Strukturfaktoren der Netz-Ebene.

Schon früher, bei der Behandlung der Nitrats, haben wir gesehen, daß nicht alle „Ebenen gleicher Indizes“ denselben Strukturfaktor geben. Die Verhältnisse sind in dieser Beziehung dieselben bei den Natrium-Halogenaten wie bei den untersuchten Nitraten¹. Es gilt in beiden Fällen folgendes: Wenn die r Flächen nicht alle denselben Strukturfaktor besitzen,

zerfallen sie in zwei Gruppen mit der gleichen Anzahl Glieder $\frac{r}{2}$, und alle Ebenen derselben Gruppe geben denselben Strukturfaktor.

Für die Natrium-Halogenate ist der Strukturfaktor durch die Gleichung (3) gegeben:

$$\begin{aligned} Br & \left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{h_1-h_2}{2}\pi + h_1\alpha\right) \cos\left(\frac{h_2-h_3}{2}\pi + h_2\alpha\right) \cos\left(\frac{h_3-h_1}{2}\pi + h_3\alpha\right) \\ -i \sin\left(\frac{h_1-h_2}{2}\pi + h_1\alpha\right) \sin\left(\frac{h_2-h_3}{2}\pi + h_2\alpha\right) \sin\left(\frac{h_3-h_1}{2}\pi + h_3\alpha\right) \end{array} \right\} + \\ Na & \left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{h_1-h_2}{2}\pi - h_1\beta\right) \cos\left(\frac{h_2-h_3}{2}\pi - h_2\beta\right) \cos\left(\frac{h_3-h_1}{2}\pi - h_3\beta\right) \\ -i \sin\left(\frac{h_1-h_2}{2}\pi - h_1\beta\right) \sin\left(\frac{h_2-h_3}{2}\pi - h_2\beta\right) \sin\left(\frac{h_3-h_1}{2}\pi - h_3\beta\right) \end{array} \right\} (-1)^{h_1+h_2+h_3} \end{aligned}$$

¹ Z. S. f. Phys. 9, 395, 1922 und Kristiania Vid.-Selsk. Skr. Mat.-nat. Kl. 1922. S. 12, No. 3.

$$\left. \begin{array}{l}
 \cos \left(\frac{h_1}{2} \frac{h_2}{2} \pi + h_1 \gamma \right) \cos \left(\frac{h_2}{2} \frac{h_3}{2} \pi + h_2 \delta \right) \cos \left(\frac{h_3}{2} \frac{h_1}{2} \pi + h_3 \epsilon \right) + \\
 \cos \left(\frac{h_1}{2} \frac{h_2}{2} \pi + h_1 \delta \right) \cos \left(\frac{h_2}{2} \frac{h_3}{2} \pi + h_2 \epsilon \right) \cos \left(\frac{h_3}{2} \frac{h_1}{2} \pi + h_3 \gamma \right) + \\
 \cos \left(\frac{h_1}{2} \frac{h_2}{2} \pi + h_1 \epsilon \right) \cos \left(\frac{h_2}{2} \frac{h_3}{2} \pi + h_2 \gamma \right) \cos \left(\frac{h_3}{2} \frac{h_1}{2} \pi + h_3 \delta \right) \\
 \\
 \left. \begin{array}{l}
 \sin \left(\frac{h_1}{2} \frac{h_2}{2} \pi + h_1 \gamma \right) \sin \left(\frac{h_2}{2} \frac{h_3}{2} \pi + h_2 \delta \right) \sin \left(\frac{h_3}{2} \frac{h_1}{2} \pi + h_3 \epsilon \right) - \\
 \sin \left(\frac{h_1}{2} \frac{h_2}{2} \pi + h_1 \delta \right) \sin \left(\frac{h_2}{2} \frac{h_3}{2} \pi + h_2 \epsilon \right) \sin \left(\frac{h_3}{2} \frac{h_1}{2} \pi + h_3 \gamma \right) + \\
 \sin \left(\frac{h_1}{2} \frac{h_2}{2} \pi + h_1 \epsilon \right) \sin \left(\frac{h_2}{2} \frac{h_3}{2} \pi + h_2 \gamma \right) \sin \left(\frac{h_3}{2} \frac{h_1}{2} \pi + h_3 \delta \right)
 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

Man unterscheidet zweckmäßig die folgenden 2 Fälle:

- I. Alle Indizes sind paarzählig oder alle unpaarzählig.
 II. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Zwei } (h_1 h_2) \text{ sind paarzählig, die dritte } (h_3) \text{ unpaarzählig.} \\ \text{Eine } (h_1) \text{ ist paarzählig, die beiden anderen } (h_2 h_3) \text{ unpaarzählig.} \end{array} \right.$

Die Fälle I und II entsprechen den Gleichungen (4 a) und (4 b).

$$\begin{aligned}
 S &= B_r \cos h_1 a \cos h_2 a \cos h_3 a \pm N_a \cos h_1 \beta \cos h_2 \beta \cos h_3 \beta + \\
 &\quad + O \left\{ \begin{array}{l} \cos h_1 \gamma \cos h_2 \delta \cos h_3 \epsilon + \\ \cos h_1 \delta \cos h_2 \epsilon \cos h_3 \gamma + \\ \cos h_1 \epsilon \cos h_2 \gamma \cos h_3 \delta \end{array} \right\} \\
 \text{(I)} \quad &- i [B_r \sin h_1 a \sin h_2 a \sin h_3 a \mp N_a \sin h_1 \beta \sin h_2 \beta \sin h_3 \beta + \\
 &\quad + O \left\{ \begin{array}{l} \sin h_1 \gamma \sin h_2 \delta \sin h_3 \epsilon + \\ \sin h_1 \delta \sin h_2 \epsilon \sin h_3 \gamma + \\ \sin h_1 \epsilon \sin h_2 \gamma \sin h_3 \delta \end{array} \right\}] \quad \left. \vphantom{S} \right\} \quad (4 a)
 \end{aligned}$$

Obere Zeichen wenn alle Indizes paarzählig.

Untere $\quad \quad \quad$ — $\quad \quad$ unpaarzählig.

$$\begin{aligned}
 S &= B_r \cos h_1 a \sin h_2 a \sin h_3 a \mp N_a \cos h_1 \beta \sin h_2 \beta \sin h_3 \beta + \\
 &\quad + O \left\{ \begin{array}{l} \cos h_1 \gamma \sin h_2 \delta \sin h_3 \epsilon + \\ \cos h_1 \delta \sin h_2 \epsilon \sin h_3 \gamma + \\ \cos h_1 \epsilon \sin h_2 \gamma \sin h_3 \delta \end{array} \right\} \\
 \text{(II)} \quad &+ i [B_r \sin h_1 a \cos h_2 a \cos h_3 a \pm N_a \sin h_1 \beta \cos h_2 \beta \cos h_3 \beta + \\
 &\quad + O \left\{ \begin{array}{l} \sin h_1 \gamma \cos h_2 \delta \cos h_3 \epsilon + \\ \sin h_1 \delta \cos h_2 \epsilon \cos h_3 \gamma + \\ \sin h_1 \epsilon \cos h_2 \gamma \cos h_3 \delta \end{array} \right\}] \quad \left. \vphantom{S} \right\} \quad (4 b)
 \end{aligned}$$

Obere Zeichen wenn zwei paarzählig, eine unpaarzählig.

Untere Zeichen wenn eine paarzählig, zwei unpaarzählig.

Die Parameter wurden zuerst für NaBrO_3 bestimmt und wir wurden zuletzt auf die folgenden Werte geführt:

$$\begin{aligned} \alpha &= 33^\circ \text{ oder } l_1' d = + 0,0915 \\ \beta &= 20^\circ \text{ „ } l_2' d = + 0,0555 \\ \gamma &= -39^\circ \text{ „ } x' a = - 0,108 \\ \delta &= -50^\circ \text{ „ } y' a = - 0,139 \\ \varepsilon &= 0 \text{ „ } z' a = 0 \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser Parameterwerte sind für alle Ebenen, für welche $\Sigma h^2 \leq 41$, die Intensitäten berechnet worden. Die Ergebnisse sind in Tabelle I gegeben. Die Intensität der (321) Ebene ist gleich 100 gesetzt.

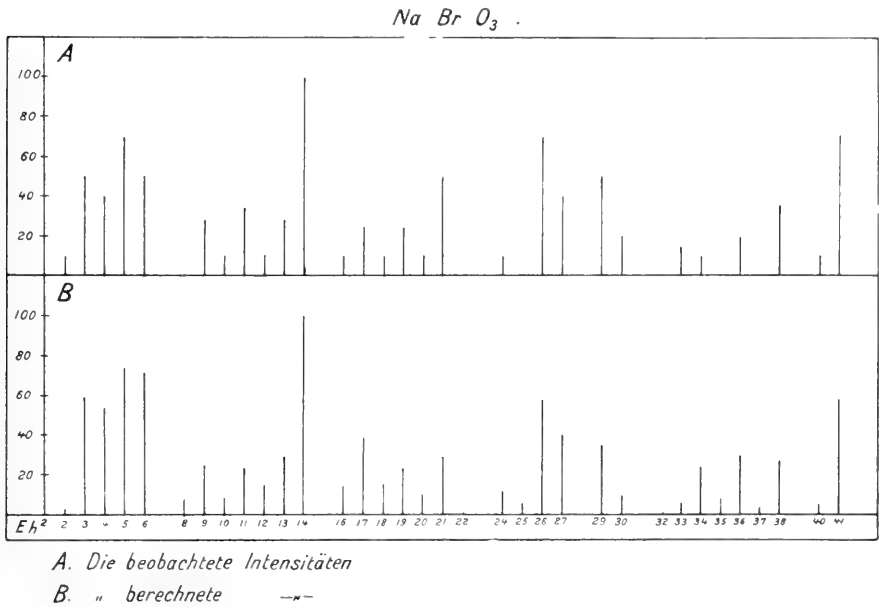


Fig. 2.

In Fig. 2. ist die berechnete und beobachtete Intensitätsverteilung für NaBrO_3 graphisch dargestellt. Die Übereinstimmung ist, wie wir ersehen, sehr gut. Zum Vergleich sind in Fig. 3 die von den Herren KOLKMEIJER, BIJVOET und KARSEN berechneten Intensitäten mit den beobachteten verglichen. Wir ersehen, daß die Übereinstimmung weniger gut ist. So berechnen z. B. diese Herren für die Linie (110) eine gar zu große Intensität. Die Linie (210) ist den benachbarten Linien gegenüber zu stark. Die Linien $\Sigma h^2 = 11, 13, 14, 21$ und 26 sind aber zu schwach.

Obwohl auch die von mir berechneten Intensitäten verbesserungsfähig sind, so gibt doch die berechnete Intensitätsverteilung die beobachtete sehr gut wieder, und nur ganz kleine Fehler in der Parameterbestimmung sind möglich.

Durch die Substitution von *Br* durch *Cl* werden sich die Parameter etwas ändern. Man sollte aber erwarten, was auch die Erfahrung bestätigt, daß isomorphe Substanzen annähernd gleiche anguläre Parameterwerte besitzen.

Bei der Intensitätsberechnung von NaClO_3 haben wir dann ohne weiteres die für NaBrO_3 gefundenen Parameter benutzt. Wie man aus der Tabelle 1 und Fig. 4 ersieht, ist auch für NaClO_3 die Übereinstimmung eine sehr gute, und die Parameter der beiden Substanzen können sich von einander nicht viel unterscheiden. Wegen der großen Berechnungsarbeit ist auf eine Verbesserung der Parameterwerte für NaClO_3 nicht eingegangen.

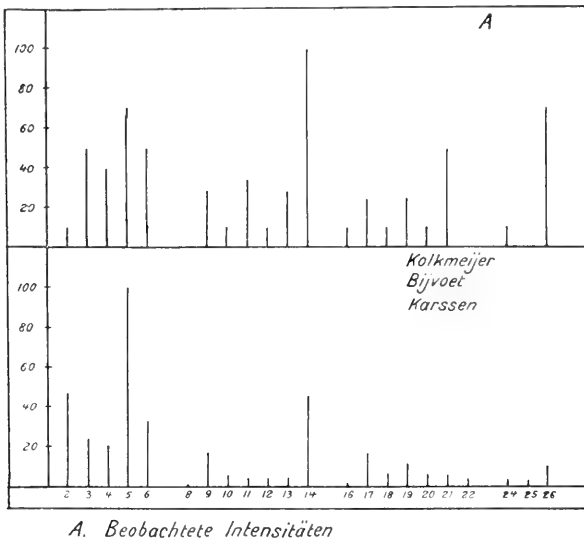


Fig. 3.

Die gefundenen Parameter geben eine sehr einfache Anordnung der Atome. Wir betrachten zuerst den Elementarwürfel Fig. 1. Die *Na*- und *Cl*-Atome sind paarweise auf den 4 dreizähligen Achsen angebracht. Um die Lage der Atome klar zu machen, betrachten wir eine Gruppe, welche aus dem *Cl*-Atom auf der Achse I und den drei *Na*-Atomen auf den drei übrigen Achsen (II, III und IV) besteht. Die Zentren der vier Atome bilden eine dreieckige Pyramide mit *Cl* im Scheitelpunkt. Durch diesen Scheitelpunkt denken wir uns die drei Symmetrie-Ebenen der Pyramide gelegt, und die Zentren der Sauerstoffatome befinden sich wenigstens annähernd in diesen Ebenen, ungefähr wie in der Fig. 1 angedeutet. Die Anordnung sieht man vielleicht besser aus Fig. 5 oder aus Fig. a der Tafel.

Könnten wir annehmen, daß jedes Atom einen sphärischen Raum für sich verlangt, so müssen wir annehmen, daß alle Kontakte durch den Sauerstoff vermittelt sind. In der Pyramidengruppe Fig. 5 berührt jedes Sauerstoffatom ein *Cl*-Atom und zwei *Na*-Atome.

Für NaBrO_3 findet man die folgenden Abstände der Atomzentren:

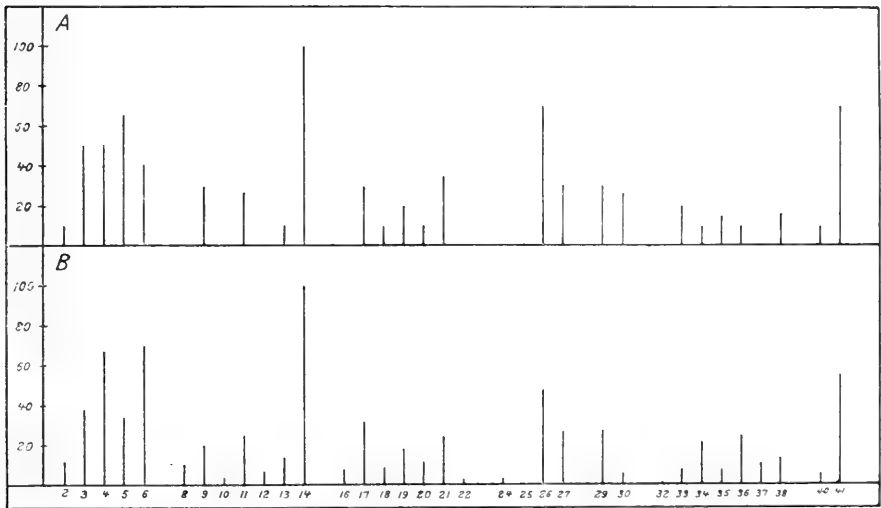
$$D_{N_a-O} = 2,36 \text{ \AA}$$

$$D_{B_r-O} = 1,89 \text{ \AA}$$

Nach BRAGG sollte man haben:

$$D_{N_a-O} = 2,42 \text{ \AA}$$

$$D_{B_r-O} = 1,84 \text{ \AA}$$



A Beobachtete Intensitäten

B Berechnete — —

Fig. 4.

Für die Abstände zwischen zwei benachbarten Sauerstoffatomen findet man:

$$D_{O-O} = 1,20 \text{ \AA}$$

Für den Zenterabstand zwischen zwei einander berührenden Sauerstoffatomen findet BRAGG den Wert $1,30 \text{ \AA}$.

Es muß also angenommen werden, daß auch die drei Sauerstoffatome einer Pyramidengruppe sich gegenseitig berühren. Dagegen haben die Halogenatome mit den Na -Atomen keine Berührung. Auch die Atompaare, die auf derselben dreizähligen Achse liegen, haben keinen „Kontakt“ miteinander.

Der Zenterabstand beträgt nämlich:

$$D_{N_a-B_r} = 4,12 \text{ \AA}$$

während zwei Atome in Berührung nur etwa den Abstand $2,96 \text{ \AA}$ geben würden. In der Pyramidengruppe, wo die *O*-Atome zwischen *Na* und *Br* eingelagert sind, ist die Entfernung zwischen den Zentren von *Na* und *Br*

$$D_{Na, Br} = 3,84 \text{ \AA}$$

Der Zenterabstand der *Br*-Atome beträgt $4,16 \text{ \AA}$ und derjenige der *Na*-Atome $4,32 \text{ \AA}$.

Wegen der Verschiebung der *Na*-Atome auf den dreizähligen Achsen um die Strecke l_2 wird jede Pyramidengruppe um die Pyramidenachse etwas gedreht. Diese Drehung kann in zwei Richtungen vorgenommen werden. Die eine Drehungsrichtung der Gruppe entspricht einem optisch rechtsdrehenden Kristall, die andre einem linksdrehenden. Die optische

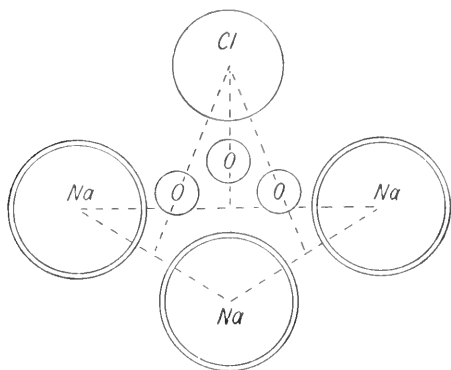


Fig. 5.

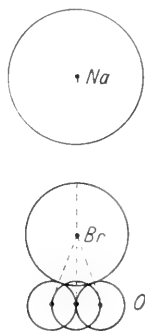


Fig. 6.

Aktivität wird hierdurch verständlich. Derartige gedrehte Gruppen findet man in der isomorphen Gruppe von Nitraten nicht, und hierin ersieht man auch die Erklärung dafür, daß diese Substanzen keine Aktivität besitzen.

Die schon erwähnte Pyramidengruppe ist jedoch nicht als ein zusammengesetztes selbständiges Strukturelement aufzufassen, denn jedes *Na*-Atom der Gruppe gehört gleichzeitig zwei anderen solchen Gruppen.

Eine selbständige auch gedrehte Gruppe dagegen bildet sich aus dem *Cl*- und dem *Na*-Atome auf der Achse I (Fig. 1) zusammen mit den drei in der Figur angegebenen Sauerstoffatomen. Man bekommt dann eine Gruppe wie Fig. 6 oder Fig. c der Tafel. Man konnte sich jetzt vorstellen, daß diese Gruppe in chemischem Sinne ein Molekül bildete, und Fig. 6 würde dann die gegenseitige Lage der Atome im Molekül darstellen.

In bezug auf die chemische Konstitution zeigt uns die Lage der Atome, daß sämtliche *O*-Atome in derselben Beziehung zu den übrigen Atomen stehen. Würde man diese Tatsache in der üblichen Weise mit Hilfe von

„Valenzlinien“ ausdrücken, so würde man zu den beiden in Fig. 7 a und b angegebenen Konstitutionsbildern geführt werden.

In Fig. 7 a denkt man sich die *O*-Atome nur an die *Br*-Atome gebunden, und der Sauerstoff wird als zweiwertig angenommen. Oder aber es wird angenommen (7 b), daß auch die Sauerstoff-Atome gegenseitig gebunden sind und zwar mit zwei Valenzen. Sauerstoff wird dann 6-wertig angenommen. Welches Konstitutionsschema vorzuziehen ist, läßt sich aus der Kristallstruktur nicht entscheiden. Den Umstand, daß die Sauerstoffatome sehr nahe an einander liegen und sich gegenseitig „berühren“ dürfte man vielleicht als ein Argument zu Gunsten einer gegenseitigen Bindung

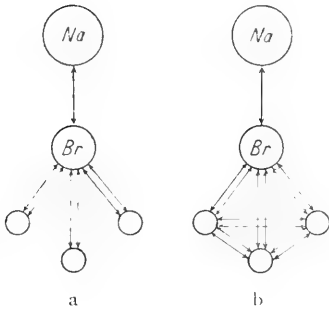


Fig. 7.

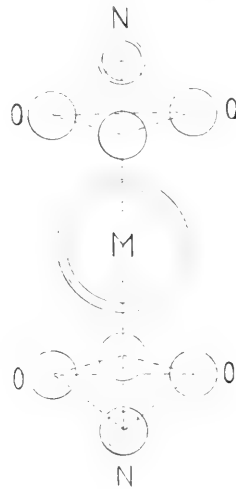


Fig. 8.

ansehen. Wenn man aber einander berührende Atome mit Valenzkräfte zu verbinden hätte, so wären die Konstitutionsformeln überhaupt unrichtig, denn *Na* und *Cl* berühren einander nicht.

Dagegen ist jedes *Na*-Atom mit 6 *O*-Atomen in Berührung. Man hätte also Affinitätskräfte zwischen den Atomen, welche verschiedenen Molekülgruppen gehörten, einzuführen. Wäre also eine der beiden Konstitutionsformeln richtig, könnte man nicht von Berührung auf dem Vorhandensein von chemischen Valenzkräften schließen.

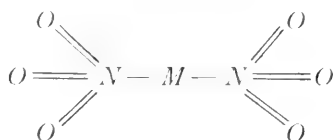
Die Auffassung, daß die „Chemische Konstitution“ nicht notwendigerweise durch die Anordnung der Atome im Kristall zum Ausdruck kommt, ist auch durch die Struktur der schon untersuchten Nitrate gestützt. Eine herausgegriffene Molekülgruppe hat hier die in Fig. 8 angedeutete Anordnung der Atome.

Im Molekül ist jedes *N*-Atom mit drei *O*-Atomen in Berührung, dagegen berühren einander die *O*-Atome gegenseitig nicht, und das Metall,

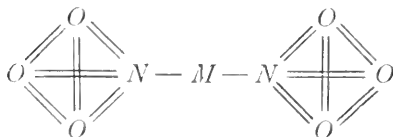
atom ist mit keinem der Atome des Moleküls in Kontakt, wird aber von den Sauerstoffatomen anderer Moleküle berührt.

Es ist zwar wahrscheinlich, daß einander berührende Atome aneinander fest gebunden sind. Man kann aber nicht annehmen, daß diese Koppelungskräfte mit den in die Konstitutionsformeln eingeführten Valenzkräften zu ersetzen sind.

Auch in den Nitraten haben die drei O-Atome einer NO_3 -Gruppe gleichwertige Lagen. Sollte die chemische Konstitutionsformel diese Tatsache zum Ausdruck bringen, so hätte man für die untersuchten Nitrate entweder die Konstitutionsformel:



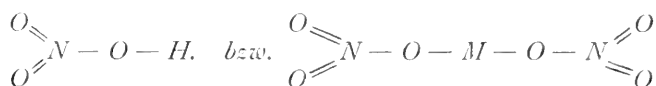
oder:



anzunehmen.

Nach der ersten Formel ist O zweiwertig, nach der zweiten 6-wertig. In beiden Fällen aber ist Stickstoff als *siebenwertig* anzunehmen.

In der Chemie dagegen nimmt man an, daß in den Nitraten N als fünfwertig anzusehen ist, und zwar sollte die Salpetersäure und unsere Nitrate die Konstitution:



besitzen. Wollte man, oder konnte man für die Konstitutionsformeln die Forderung stellen, daß sie einen richtigen Ausdruck für die Atomenlage im Kristallgebäude geben sollten, hätte man also in den Nitraten den Stickstoff als *siebenwertig* anzunehmen.

Meiner Meinung nach ist dieser Schluß nicht ohne weiteres erlaubt. Denn die Forderung aufzustellen, daß die bis jetzt gebrauchten Konstitutionsformeln auch die Atomenlage des Moleküls im kristallinen Zustand zum Ausdruck bringen soll, ist vielleicht an sich nicht möglich, wenn die Konstitutionsformeln gleichzeitig ihre chemische Bedeutung beibehalten sollen.

Übrigens ist zu bemerken, daß die Frage über die Überführbarkeit der chemischen Konstitutionsformeln auf die feste Form kein definiertes

Problem ist, so lange man nicht genau weiß, was mit einer Valenzbindung zu verstehen ist.

Die Valenzkräfte geben wohl erstens Ausdruck für gewisse Anzahlbezeichnungen und vertreten nicht die wirklich vorhandenen Kräfte.

Wie ich auch in früheren Arbeiten¹ bemerkt habe, gibt die Anordnung der Atome keinen eindeutigen Ausdruck für die chemische Konstitutionsformel in der gewöhnlichen Bedeutung dieses Wortes. Dies bedeutet wohl nur, daß die Valenzkräfte, falls ihnen überhaupt eine wohldefinierte Bedeutung zuzuschreiben ist, nicht mit den Kräften, welche die Strukturelemente (Atome) des Gitters zusammenhalten, zu identifizieren sind.

Daß die chemische Konstitution nicht durch die Atomanordnung im Kristallgitter eindeutig zum Ausdruck kommen kann, ist ja auch was aus theoretischen Gründen zu erwarten ist.

Halten wir uns zu den Vorstellungen über die Atomkonstitution und der Zusammenbindung der Atome, welche uns die Quantentheorie gegeben hat, muß das Problem der Atomanordnung in kristallinen Substanzen sich ungefähr folgendermaßen gestalten:

Der Kristall besteht aus einer Atommenge von den Atomarten A, B, C , usw. nach der chemischen Formel $A_{n_1}, B_{n_2}, C_{n_3}, \dots$

Die Gitterstruktur bezeichnet eine stabile Gleichgewichtslage dieser Atommenge, oder die Atome sinken nach einem Gitter, welches ein Minimum der potentiellen Energie des Systems bedingt, indem die Beweglichkeiten des Systems den Quantenbedingungen der Atomstruktur und denjenigen der gegenseitigen Bindung gehorchen müssen.

Eine Folge dieser Quantenbedingungen ist, daß jedes Atom einen für das betreffende Element charakteristischen Raum verlangt, der in den verschiedenen Verbindungen nur geringen Schwankungen unterworfen ist. Diese Raumfüllungsbedingung, und nicht nur die sogenannten Valenzkräfte, muß unzweifelhaft für die Atomanordnung von maßgebender Bedeutung sein. Diese Auffassung wird von mehreren Tatsachen gestützt. So habe ich früher gefunden², daß Substanzen, welchen eine verschiedene chemische Konstitution zugeschrieben werden müssen, dieselbe Gitterstruktur besitzen. Ferner zeigt uns die Bildung von Mischkristallen, daß ein Kristallgitter eine Atomsubstitution gestattet, ohne daß dadurch die Gitterstruktur geändert wird. Diese Substitution führt aber mit sich, daß die Bindungskräfte sehr bedeutend geändert werden. Es soll auch vorkommen können, daß Substanzen verschiedener chemischer Konstitution Mischkristalle bilden.

Dagegen ist es, wie bekannt, eine Bedingung für Ersetzbarkeit der Atome, daß die einander ersetzenden Atomgruppen annähernd dasselbe Volumen verlangen, die Größe und Zahl der Affinitätskräfte scheinen aber in den Hintergrund zu treten.

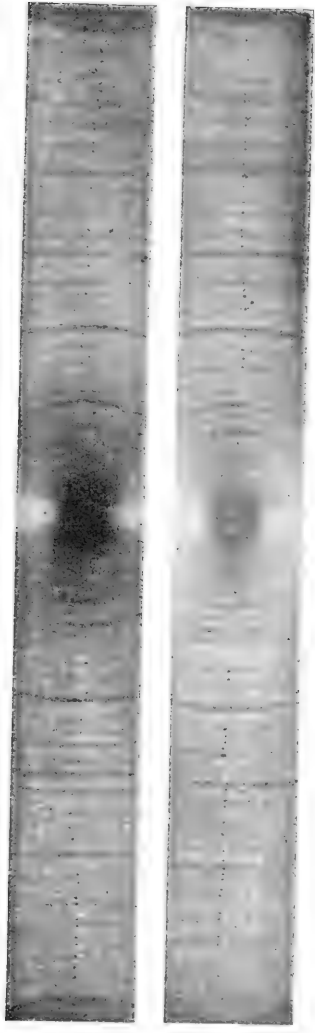
¹ Phil. Mag. 13, p. 426, 1917.

² L. VEGARD, Results of Crystal Analysis IV, Phil. Mag. 13, p. 426, 1917.

Aus diesen Gründen muß man, wie ich auch in früheren Arbeiten¹ betont habe, sehr vorsichtig sein, wenn man von der Kristallstruktur auf die chemische Konstitution Schlüsse ziehen will. Wenn man z. B. in der Struktur der verschiedenen Kohlenstoffmodifikationen (Diamant, Graphit) die chemische Bindungsweise des Kohlenstoffs wiederfinden will, so kann auf derartige Koordinationen von Kristallstruktur und chemischer Bindung kaum viel Gewicht gelegt werden.

Physikalisches Institut der Universität. Kristiania.

¹ L. VEGARD, Ann. d. Phys. B. 58, p. 291, 1919.



NaBrO_2

NaClO_2

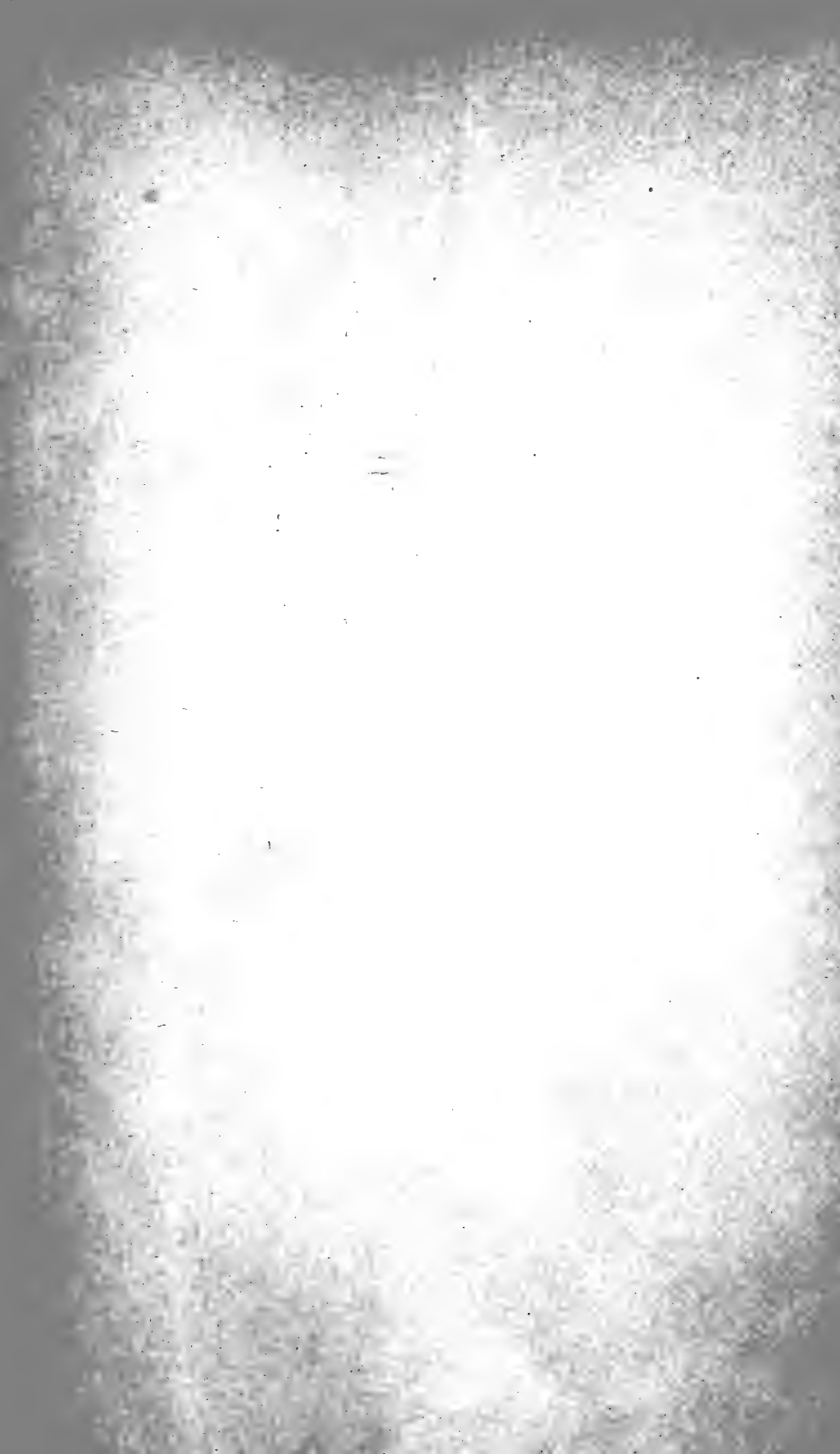


II

a

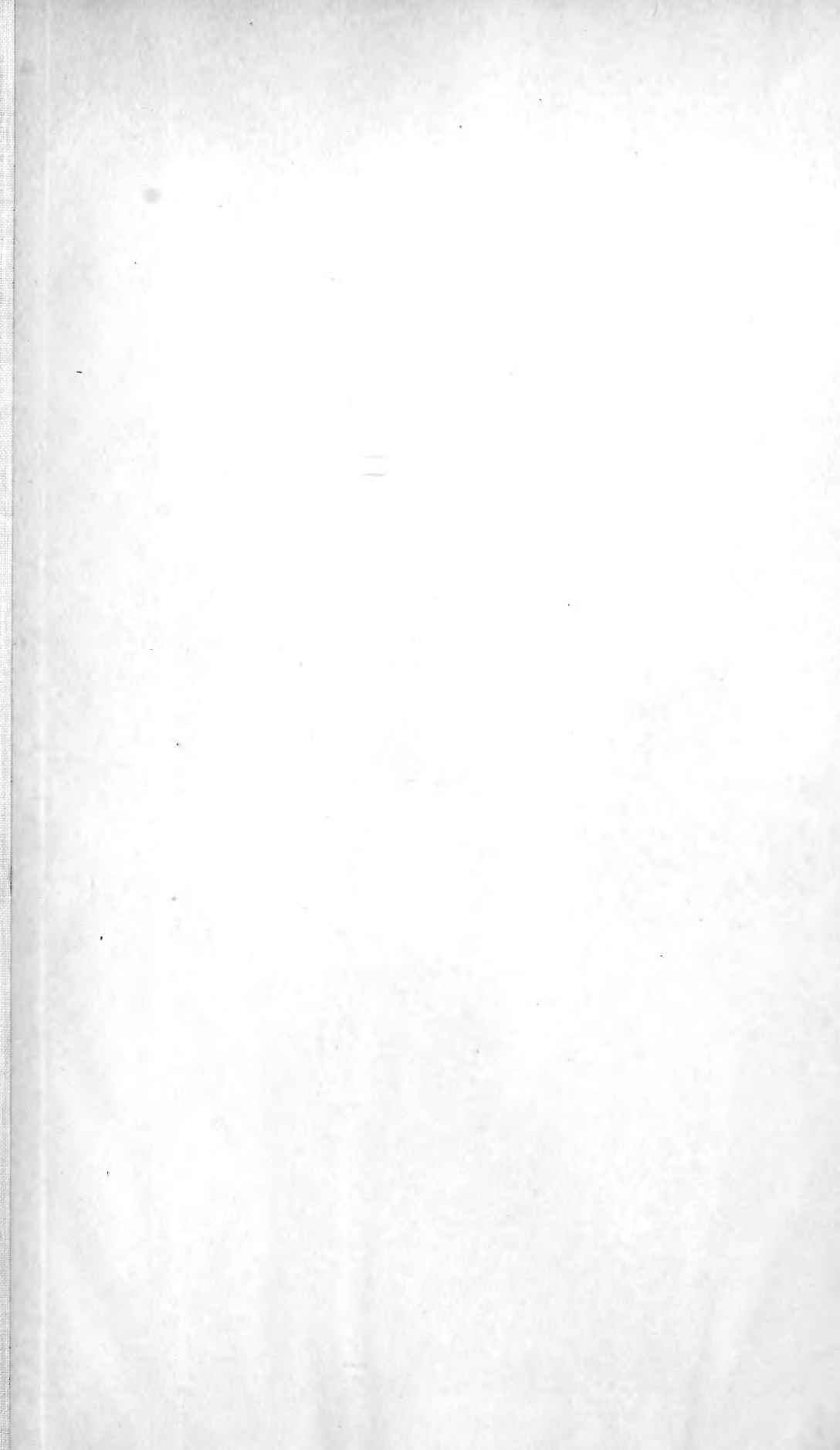
b

c



46.53

4.2



New York Botanical Garden Library



3 5185 00243 3132

