



VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdøeling NATUURKUNDE.

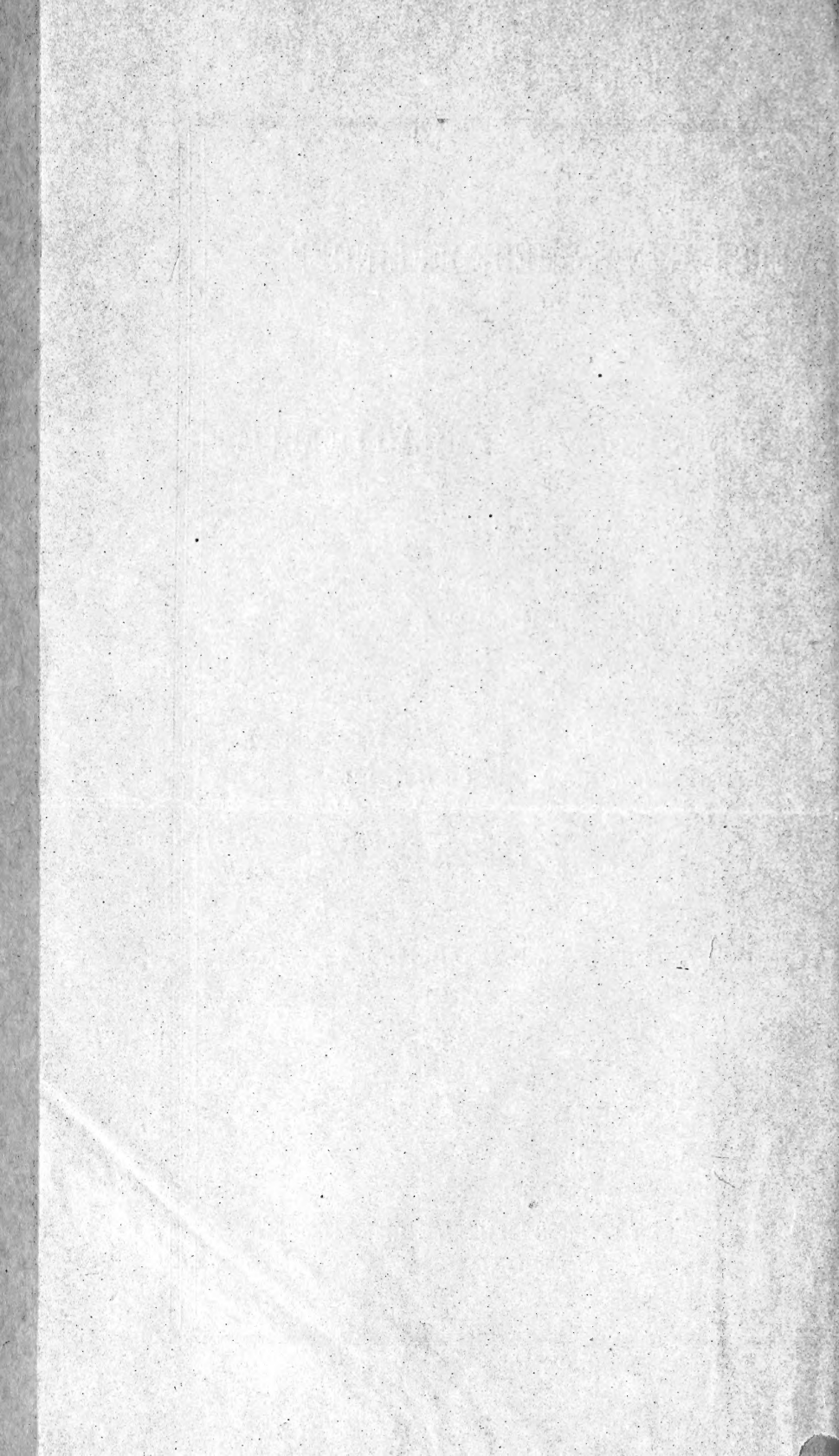
TWEEDE REEKS.

VEERTIENDE DEEL.



AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.

1879.



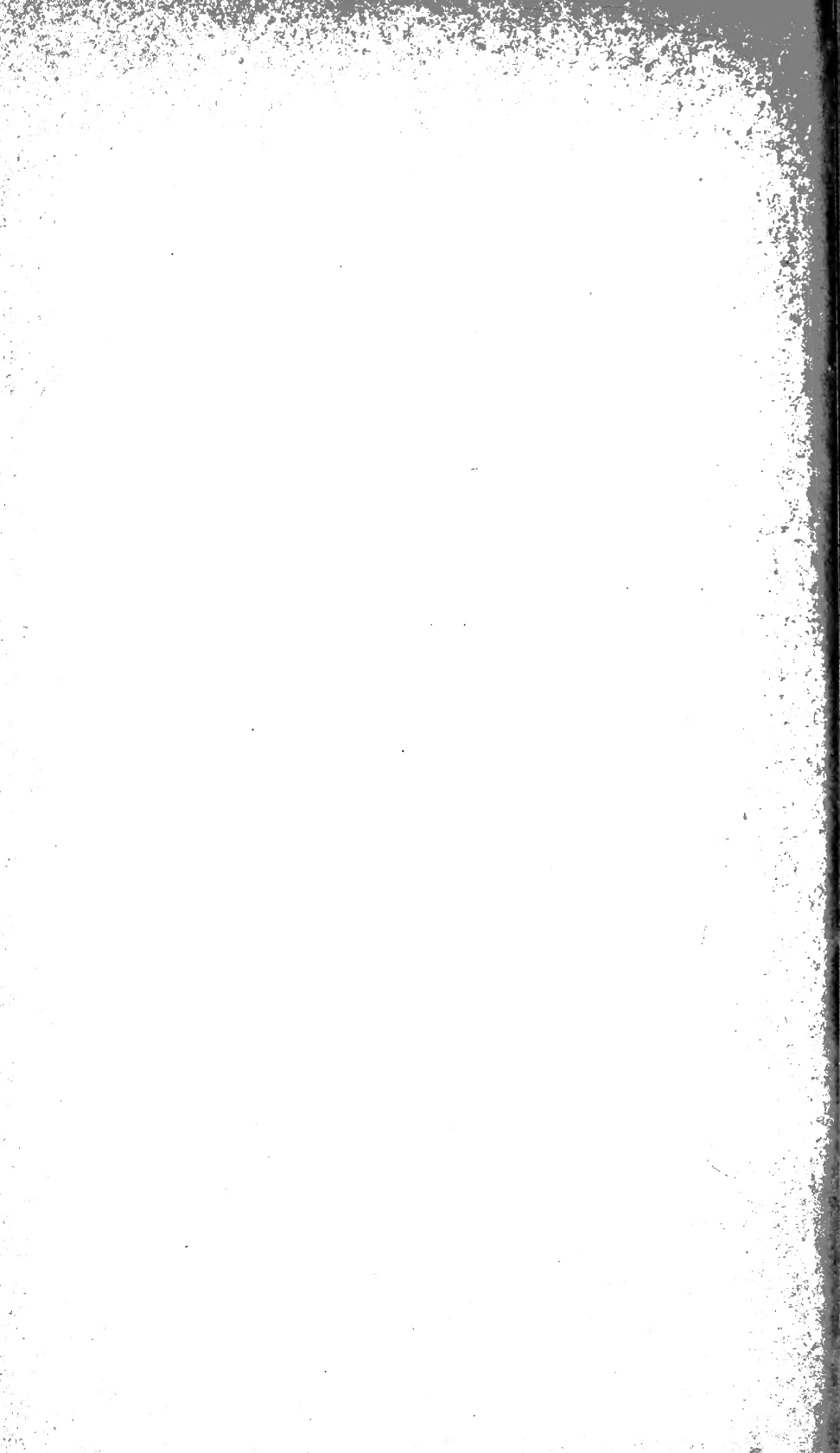
VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.



VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

13370 VEERTIENDE DEEL.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1879.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

VEERTIENDE DEEL

TWEEDE REEKS.



VERSLAGEN.

- Rapport van de Heeren J. ZEEMAN, J. VAN GEUNS en
A. HEYNSIUS, uitgebracht in de Vergadering van 30
December 1878 blz. 68.
- Rapport van de Heeren C. A. J. A. OUDEMANS en N. W. P. RAU-
WENHOFF, uitgebracht in de Vergadering van 1 Fe-
bruari 1879 " 71.
- Rapport van de Heeren C. H. D. BUIJS BALLOT en F. J.
STAMKART, uitgebracht in de Vergadering van 1 Feb. 1879. " 74.
- Rapport van de Heeren C. H. C. GRINWIS en J. D. VAN
DER WAALS, uitgebracht in de Vergadering van 29
Maart 1879 " 389.
-

M E D E D E E L I N G E N .

P. I. RIJKE. Iets over den microfoon	blz. 1.
C. H. D. BUIJS BALLOT. Hoe zal men de verdampingshoe- veelheid bepalen voor polders	" 27.
C. K. HOFFMANN. Over het voorkomen van halsribben bij de schildpadden. (Met een plaat).	" 52.
P. BLEEKER. Révision des espèces Insulindiennes de la famille des Callionymoides	" 79.
R. A. MEES. Bepaling van de samendrukbaarheid van water, volgens de methode van Jamin en met behulp van den manometer van Regnault. (Met een plaat).	" 108.
W. KOSTER. De genetische beteekenis der vingerstrekspiereu. (Met een plaat).	" 135.
————— De gemeenschap der aderen aan de rugvlakte van den duim met den aderboog in de diepte van de handpalm, en iets over de rugslagadereu van den duim. (Met een plaat).	" 158.
D. BIERENS DE HAAN. Iets over de integreerende verge- lijking	" 162.
————— Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in Nederland	" 180.
K. W. VAN GORKOM. Wetenschappelijke opmerkingen en ervaringen betreffende de kinakultuur	" 188.
G. F. W. BAEHR. Sur le principe de la moindre action	" 232.

- P. H. SCHOUTE. Enkele algemeene beschouwingen omtrent
ruimtekrommen blz. 251.
- N. W. P. RAUWENHOFF. Over de eerste kiemingsverschijnse-
len der sporen van Cryptogamen. (Met een plaat) . . // 320.
- F. J. VAN DEN BERG. Ontwikkeling van eenige algebraïsche
en daarmede gelijkvormige goniometrische identiteiten. // 340.
- A. C. OUDEMANS JR. Bijdrage tot de kennis der konkinamine. // 360.
- P. HARTING. Temperatuurbepalingen in een put van 369
meters diepte te Utrecht. // 594.
-

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN
DER
KONINKLIJKE AKADEMIE
VAN
WETENSCHAPPEN.

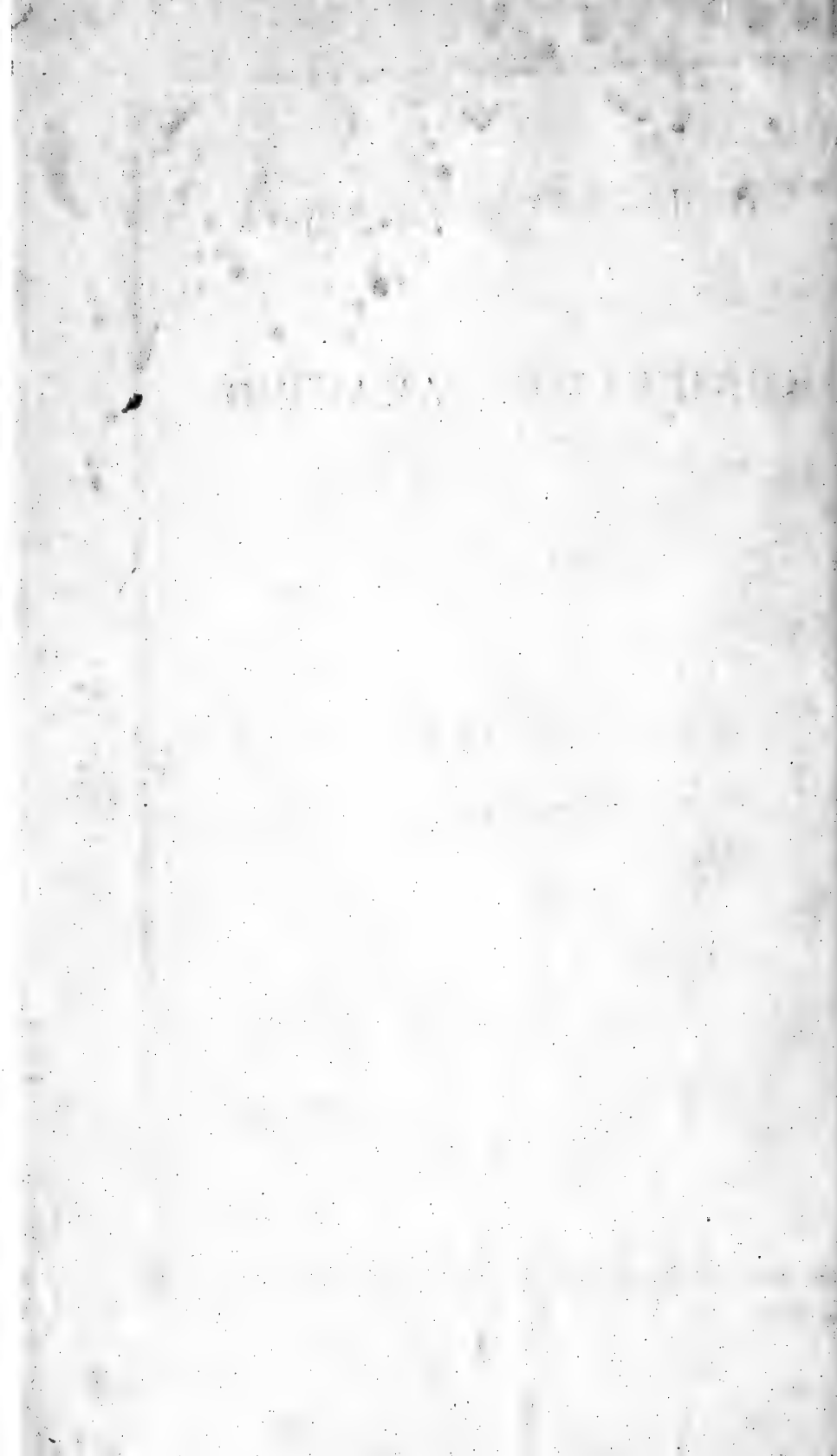
Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Veertiende Deel. — Eerste Stuk.



AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.



California Academy of Sciences

Presented by ~~Koninklijke Akademie~~
~~van Wetenschappen,~~
~~Amsterdam.~~

January _____, 1907.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

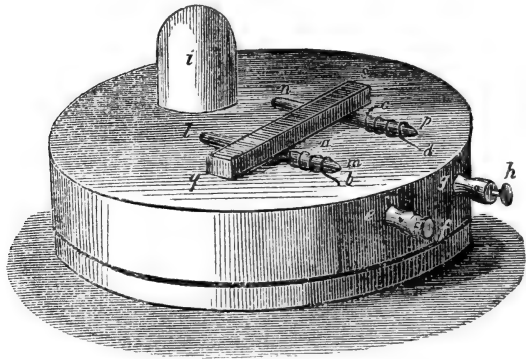
IETS OVER
DEN MICROPHOON.

DOOR

P. L. RIJKE.

§ 1. Uit het *Feuilleton Scientifique* van het *Journal des Débats* vernam ik voor het eerst, dat HUGHES, te Londen, een toestel had uitgedacht, die voor het oor zou zijn hetgeen de microscoop voor het oog is, namelijk een toestel, die bij een telephoonekoppel in de plaats tredend van den spreektelefoon, den telefoon *A*, het geluid niet, zoo als tot nu toe, met verminderde, maar integendeel met zeer verhoogde intensiteit, naar den tweeden telefoon, den telefoon *B*, zou overbrengen. Daar de beschrijving, die van het instrument gegeven werd, mij vrij nauwkeurig voorkwam, besloot ik er eene kopie van te laten maken. De uitkomsten, die ik er mede verkreeg, voldeden mij echter niet ten volle. Men was er onder anderen nooit vooraf zeker van, dat de proeven zouden gelukken; het was altijd eerst na eenige tatonnementen dat de toestel, zelfs aan matig gestelde eischen voldeed. Dit was ook het geval met toestellen vervaardigd naar mededeelingen, die ik, twee of drie dagen later, in het Engelsche weekblad *Nature* aantrof. De bezwaren, waarop ik stuitte — ze zullen wel aan mij gelegen hebben — deden mij besluiten een eigen weg te zoeken, en alzoo zijn wij, mijn assistent, Dr. FIGÉE, en ik, van den eenen toestel tot den anderen overgaande, eindelijk gekomen tot dien, welken ik ga beschrijven als hebbende ons de meest voldoende uitkomsten gegeven.

De toestel bestaat eenvoudig uit een vier bordpapieren doos, die door de apothekers hier te lande voor het afleveren van poedervormige medicamenten gebezigd worden. De doos, waarvan Fig. 1.



ik mij bediend heb, Fig. 1, had 10 cm. middellijn en was ongeveer 4 cm. hoog. Het deksel was er van afgenomen, en door den naar boven gekeerden bodem waren gestoken — ongeveer 3 cm. van elkander — twee zeer dunne rood koperen draden, waarvan de uitstekende uiteinden *ab* en *cd* spiraalsgewijze waren gewonden, terwijl de andere uiteinden, elk met een der aan den zijwand aangebrachte klemschroeven *ef* en *gh* verbonden waren. In de koperen spiralen waren gestoken twee cilindervormig gesneden stukken coke *lm* en *np*, ongeveer 25 mm. lang en 5 mm. dik, waarop rustte een rechthoekig paralelopipe-dum *qs*, mede van coke, 70 mm. lang, 7 mm. hoog en even veel breed. Op de doos was ten slotte geplaatst een looden gewicht *i*, wegende ongeveer 500 gram, 't welk diende, eensdeels om aan den toestel meer stevigheid te geven, anderdeels om de eigen toonen van het bordpapier te smoren.

Verbindt men nu een der electroden van een galvanischen toestel, die bij mijne proefnemingen meestal uit drie LECLANCHÉ'sche cellen bestond, met de klemschroef *ef* en is de tweede electrode in gemeenschap met het eene uiteinde van een telephondraad waarvan het andere uiteinde in de schroef *gh* is vastgeklemd, dan zal, bij elke op- en neergaande beweging van het bovenvlak van onzen toestel, eene heen- en weergaande beweging aan het ijzeren plaatje van den telephoon kunnen worden waargenomen.

Immers gaat het bewuste vlak b. v. naar de hoogte, dan wordt de drukking tusschen de cylinders coke en het paralelo-pipedum *qs* versterkt. Daardoor wordt de weerstand in den keten verminderd, dus de stroom-intensiteit verhoogd, en het is duidelijk, dat de wijziging, die het magnetisch veld van den telephoon daardoor ondergaat, eene verplaatsing van het ijzeren plaatje ten gevolge moet hebben. Even duidelijk is het, dat, daalt daarentegen het bovenvlak, het plaatje zich in tegengestelde richting zal moeten bewegen en dat dus, wordt de toestel door geluidsgolven getroffen, de trillende bewegingen, die in den toestel zullen worden opgewekt, op de boven beschreven wijze naar den telephoon zullen worden overgebracht.

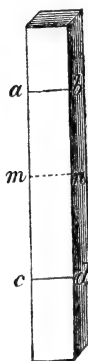
De toestel is zoo gevoelig, dat woorden, met den rug naar den toestel gekeerd uitgesproken — maar dan met eenige verheffing van stem — duidelijk aan den ver verwijderden telephoon worden gehoord en verstaan. Ook is het merkwaardig dat, worden er in de keten vier telephonen in plaats van één gebracht, men aan elk dier telephonen het gesprokene even duidelijk blijft verstaan, zelfs wanneer het aantal cellen hetzelfde is gebleven.

§ 2. Ik heb ondersteld dat een stroom, uit een stuk coke in een ander overgaande, dat er mede in aanraking is, bij dien overgang een eigenaardigen weerstand ondervond. De oppervlakken toch, die elkander raken, zijn geen volkomen effene geometrische vlakken. Met hoeveel zorg ze ook bearbeid mogen zijn, oneffenheden — heuvelen en dalen kan men zeggen — blijven er altijd in over. Daar nu de inhoud van de dwarse doorsneden der oneffenheden, waardoor de stroom vloeit, een betrekkelijk geringe waarde heeft, zoo is het duidelijk, dat de weerstand aldaar vrij aanzienlijk kan zijn. Wat de vermindering betreft, die deze weerstand ondergaat wanneer de stukken coke met grootere kracht tegen elkander worden gedrukt, zoo kan men die vermindering beschouwen als een gevolg daarvan, dat, wanneer de stukken coke met grootere kracht tegen elkander worden gedrukt, alsdan — men zal aan de coke toch wel eenige buigzaamheid, hoe gering dan ook, willen toekennen — de heuvelen van het eene stuk coke dieper in de dalen van het andere indringen, iets dat natuurlijk het aantal oneffenheden,

waardoor de stroom vloeit, doet toenemen. Dat vermindering van drukking het tegengestelde te weeg brengt, spreekt van zelf.

§ 3. Ik heb gemeend, dat het wellicht der moeite waard was te weten, hoeveel die weerstand onder bepaalde omstandig-

heden bedroeg, en hoe dit bedrag door eene verandering der drukking gewijzigd werd. Dit is de aanleiding geweest van het volgende onderzoek.

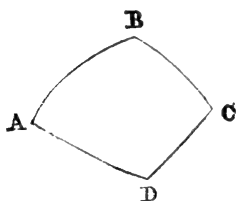


Ik ben begonnen met het geleidingsvermogen te bepalen van de coke, waarmede ik verder zou experimenteeren, en heb te dien einde uit een stuk coke, 't welk voor eene Bunsensche cel bestemd was, een paralelopipedum laten zagen, waarop ik (Fig. 2) op een afstand van 50 mm. twee merken *ab* en *cd* heb aangebracht. Ik heb vervolgens de breedte en dikte van het paralelopipedum gemeten bij *ab*, bij *cd* en ook bij *mn*, midden tusschen *ab* en *cd*. De verkregen uitkomsten zijn geweest:

	Bij <i>ab</i> .	Bij <i>mn</i> .	Bij <i>cd</i> .	Midden.
Dikte	10,8 m.m.	10,9 m.m.	10,7 m.m.	10,8 m.m.
Breedte	10,7 "	10,75 "	10,5 "	10,65 "

Bij deze proefnemingen is gebezigd eene Wheatstonesche brug, ABCD, Fig. 3, waarvan de punten A en C verbonden waren

Fig. 3.



met de electroden van eene Bunsensche cel, en de twee andere punten B en D met de uiteinden van den draad van een zeer gevoeligen THOMSON'schen multiplier. De tak BC heeft altijd bestaan uit een klos met een weerstand gelijk aan 1 Ohm., daarentegen werd de weerstand van den tak AB, naarmate van de nauwkeurigheid die men verlangde, gebracht op 10, 100, 1000 of 2000 Ohms. Was nu in den tak CD het lichaam ingelascht, waarvan men

den weerstand wilde meten, en werd de weerstand in den tak AD met *geheele* Ohms vermeerderd of verminderd, dan geschiedde de bepaling met eene nauwkeurigheid van $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ of

$$\frac{1}{2000} \text{ Ohm.}$$

Al de door mij gebezigde weerstandsklossen waren van Berlijnsch zilver vervaardigd en afkomstig van de Gebr. ELLIOTT te Londen.

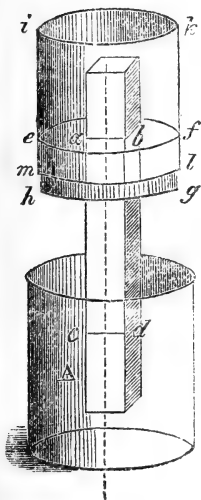
Ik ben begonnen met om het paralelopipedum bij *ab* en *cd* te winden drie slagen van een rood koperen draad 0,2 m.m. dik en heb die draden vervolgens verbonden met twee geleiders, die in D en C waren vastgeklemd en waarvan de gezamenlijke weerstand vooraf bevonden was 0,032 Ohm te bedragen. Daarop heb ik den totalen weerstand van den tak CD gemeten en daarvoor gevonden 0,172 Ohm, waaruit zou volgen dat de weerstand van een stuk van mijn paralelopipedum 50 m.m. lang gelijk zou zijn aan :

$$0,140 \text{ Ohm.}$$

Beide metingen hebben plaats gehad bij 22°,6 C.

Het hooge door mij verkregen cijfer, namelijk 0,140 Ohm

Fig. 4.



kon bezwaarlijk juist zijn, en hoogstwaarschijnlijk sproot de fout daaruit voort, dat de overgangswederstand bij het koper en de coke buiten rekening was gelaten. Om hieromtrent zekerheid te erlangen, ben ik op de volgende wijze te werk gegaan. Over het paralelopipedum is tot aan het merk *ab* geschoven, Fig. 4, een doorboorde kurk *efgh*, die daarna gestoken is in het onderste gedeelte van een houten cylinder *iklm*. Na den cylinder behoorlijk te hebben vastgezet en met kwik te hebben gevuld, is er onder geplaatst een glazen vat A, dat men daarop met kwik tot aan het merk *cd* heeft aangevuld.

Na vervolgens van de koperen geleiders, die in C en D, Fig. 3, waren vastgeklemd, den een met het kwik in

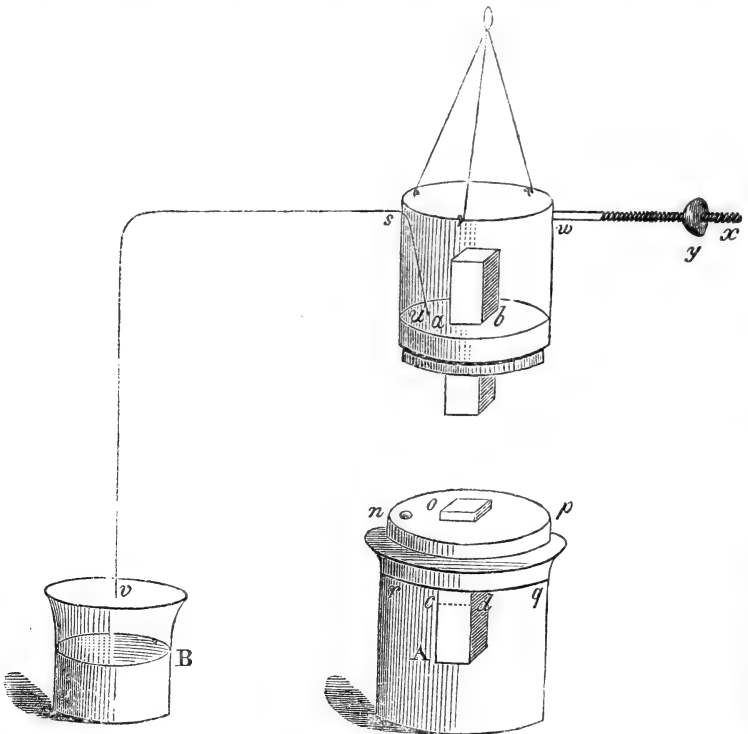
den cylinder, den anderen met het kwik in het vat A in gemeenschap te hebben gesteld, heb ik den weerstand tusschen C en D gemeten en daarvoor bij $22^{\circ},6$ gevonden $0,0545$ Ohm. Daar de weerstand der bovengenoemde geleiders bevonden werd gelijk te zijn aan $0,028$ Ohm., zoo volgt er uit, dat de gezochte weerstand gelijk zou zijn aan

$$0,0265 \text{ Ohm,}$$

en dus veel, — ongeveer 5 malen — kleiner dan de vroeger gevonden waarde *).

§ 4. Voor de proeven, waarom het mij te doen was, heb ik het paraleloipedum midden door laten zagen en zijn de twee verkregen doorsneden zoo vlak mogelijk geslepen ; ook zijn

Fig. 5.



*) Voor temperatuur enz. hadden de gewone correctiën kunnen worden aangebracht. Ook hadden de metingen in 't algemeen scherper kunnen zijn. Men zal echter zien, hoe doelloos de tijd, voor het een en ander vereischt, besteed zou zijn.

er opgebracht twee nieuwe merken ab en cd die, wanneer de twee stukken tegen elkander gedrukt werden, 50 m.m. van elkander verwijderd waren.

Het bovenste stuk coke werd, Fig. 5, op de boven opgegeven wijze in den houten cylinder vastgezet, terwijl het andere stuk mede door middel van eene kurk $npqr$ onbewegelijk in het vat A werd bevestigd. Deze kurk was voorzien van eene opening o , waardoor men het kwik, dat het vat tot aan het merk cd vulde, gegoten werd.

De houten cylinder met kwik gevuld hing door middel van drie draden aan de linksche schaal eener hydrostatische balans. In den zijwand van dien cylinder is eene opening s geboord, waardoor een koperen draad uv stak, waarvan het uiteinde v , wanneer de wijzer der balans op het nulpunt stond, in het kwik van het vat B dompelde. Vlak over de opening s bevindt zich de schroef wx , waarover het lichaam y loopt. Men kan dus het zwaartepunt van den cylinder met toebehooren iets verplaatsen en alzoo aan de ribben van het paraleloipedum een behoorlijk verticalen stand geven. Had men nu den wijzer der balans door het behoorlijk belasten der rechtsche schaal op het nulpunt gebracht, dan werd het vat A, dat op een van stelschroeven voorzien tafeltje stond zoover naar boven gevoerd tot dat het bovenzvlak van het daarin geplaatste stuk coke in aanraking kwam met het ondervlak van de coke van den houten cylinder. Het spreekt van zelf dat er voortdurend voor gezorgd werd, dat die vlakken evenwijdig aan elkander bleven.

Hoe er verder geëxperimenteerd werd is gemakkelijk in te zien. Verlangde men den overgangsweerstand bij eene drukking van n gram te bepalen, dan behoefde men slechts de tegenwichten op de rechtsche schaal met evenveel gram te vermindern, dan in het vat A, door de opening o , te steken het uiteinde van een koperen draad, waarvan het andere uiteinde in D, Fig. 3, was vastgeklemd, het vat B op soortgelijke wijze met het punt C der Wheatstonesche brug te verbinden en vervolgens den weerstand van den tak CD te meten. Men kreeg dan de noodige gegevens om den bewusten overgangsweerstand te berekenen. Het spreekt echter van zelf, dat men vooraf moest

kennen den weerstand van hetgeen zich buiten de coke in den tak CD bevond. Ik heb daartoe, terwijl het vat B met het punt C, Fig. 3, verbonden was, het vrije uiteinde van den uit het punt D uitgaanden draad in het kwik van den houten cy-linder gedompeld, en toen den weerstand van den tak CD gemeten. Ik heb er voor gevonden bij 19°,

0,0985 Ohm

daar de weerstand van 50 m.m. coke

0,0265 Ohm

bedraagt, zoo volgt daaruit dat men van elken weerstand, dien men voor den tak AD (Fig. 3) gevonden heeft

0,125 Ohm

moet aftrekken om den overgangsweerstand, waarnaar men zoekt, te verkrijgen.

§ 5. Het is er verre van daan, dat, heeft men eene meting gedaan en herhaalt men haar onder schijnbaar geheel gelijke omstandigheden, men altijd dezelfde uitkomsten verkrijge. Die uitkomsten kunnen integendeel zeer uiteenloopen, zoo sterk zelfs, dat het eene wanhopende poging schijnt, te beproeven er eenige wet uit af te leiden. Ik heb mij echter door die groote verschillen niet laten afschrikken; ze hebben er mij alleen toe geleid het aantal waarnemingen aanzienlijk te vermeerderen. Ik was trouwens op die groote verschillen wel eenigszins voorbereid. Wanneer men toch, hetgeen vóór elke meting gedaan werd, door het met de hand zacht neerdrücken der rechtsche schaal, het bovenste stuk coke een oogenblik van het onderste verwijdert en het er dan wederom op laat neerdalen, dan zullen, met hoeveel zorg men ook te werk ga, niet altijd dezelfde oneffenheden (§ 2) van het eene stuk in aanraking komen met dezelfde oneffenheden van het andere. Dat hieruit verschillen moeten ontstaan spreekt van zelf.

§ 6. Een ander feit heeft mij meer bevreemd. Het gebeurde namelijk niet zelden, dat, wanneer ik, uit de b. v. linksche afwijking van het lichtbeeld bij den galvanometer,

moest afleiden, dat de weerstand in den tak AD te gering was, en ik er om die reden wat weerstand bijvoegde, maar aanvankelijk te veel, zoodat het lichtbeeld eene afwijking naar den tegengestelden kant verkreeg, hetgeen mij tot vermindering van weerstand noopte, ik allengs tot den oorspronkelijken weerstand kon komen zonder dat die rechtse afwijking van het lichtbeeld ophield. Moet dit verschijnsel daaruit verklaard worden, dat de twee stukken coke een soort van microfoon daarstellen en dat zij, trillende onder den invloed van elk geluid dat binnen of in de nabijheid van het vertrek wordt voortgebracht, zich daarbij ten opzichte van elkander kunnen verplaatsen? Hetgeen voor die onderstelling schijnt te pleiten is de omstandigheid, dat het verschijnsel het meest werd waargenomen, wanneer in de nabijheid hard geloopt werd. Wat hiervan ook zijn moge, was er bij denzelfden weerstand zoowel eene rechtsche als eene linksche afwijking waargenomen, dan werd die weerstand als eene gemiddelde uitkomst beschouwd en als zoodanig in de tabellen opgenomen.

§ 7. Hieronder vindt men al de door mij verkregen uitkomsten. Ze worden *in extenso* meegedeeld, juist omdat ze onderling zoo zeer verschillen.

Men vindt in de volgende tabellen in de kolom (a) het nummer van de serie, in de kolom (b) het cijfer dat aanwijst hoeveel malen de weerstand van AB, Fig. 3, grooter is dan die van BC, in de kolom (c) het aantal in AD aangebrachte Ohms, in de kolom (d) den stand van het lichtbeeld. Daar de letters R en L wordt aangewezen of het lichtbeeld zich rechts of links van het evenwichtspunt bevond, terwijl de letter O aanwijst dat het lichtbeeld met dit evenwichtspunt nagenoeg samenviel.

T A B E L I.

Drukking = 0.25 gr. Temperatuur = 19°.1.				Drukking = 0.5 gr. Temperatuur = 19°.1.				Drukking = 1 gr. Temperatuur = 19.1.				Drukking = 2 gr. Temperatuur = 18°.6.			
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)
I	100	1990	L	I	100	5000	R	I	100	2000	R	I	1000	7500	L
		2000	L			2000	R			1000	R			8000	L
		4000	R			1600	L			500	L			9000	L
		3000	R			1500	R			700	L			9500	R
		2500	R			1200	L			800	L			9200	R
		2400	L			1400	R			850	R			9100	L
		2450	L			1300	R			820	R			9150	R
		2470	L			1250	R			810	R				
		2490	L			1220	R			805	R	II		9150	R
		2495	O			1210	R			800	L			8000	R
						1235	O			802	R			7000	R
										801	O			5000	R
II		2495	L											2000	L
		2500	L	II		1205	L							3000	R
		2700	R			2000	R	II		801	R			2500	L
		2600	R			1500	L			700	R			2700	L
		2500	R			1700	L			500	L			2800	L
						1900	L			600	L			2900	O
III		2500	L			2000	L			650	R				
		3000	L							610	L				
		4000	L	III		2000	R			620	R	III		2900	L
		5000	L			1000	L			615	L			3000	L
		7000	R			1500	R			617	L			4000	L
		6000	R			1200	L			619	L			4500	R
		5500	L			1300	L			618	O			4200	O
		5700	R			1400	L								
		5600	R			1450	R	III		618	L	IV		4200	L
		5550	R			1420	L			700	L			5000	L
		5520	R			1430	O			1000	R			7000	L
		5500	R							800	L			8000	L
				IV		1430	R			850	R			9000	L
IV		5500	R			1400	R			820	R			9500	R
		5000	R			1200	R			810	R			9200	R
		2000	L			1000	L			805	R			9100	R
		3000	R			1100	L			802	R			9050	L
		2500	L			1150	O			801	R			9070	R
		2700	L							800	O				

T A B E L II.

Drukking = 3 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 4 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 5 gr. Temperatuur = 19°8.				Drukking = 10 gr. Temperatuur = 19°8.			
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)
I	1000	5000	L	I	1000	5000	L	I	1000	3500	L	I	1000	5000	R
		5500	R			6000	L			2700	O			3000	R
		5200	R			7000	R							2000	L
		5100	R			6500	R			3700	R			2500	O
		5050	O			6400	L			3500	R				
II		5050	L			6450	L	II		3000	R	II		2500	L
		5100	L			6500	R			2500	O			3000	R
		5200	R			6470	O							2700	L
		5150	R			6470	R			2500	L			2800	O
		5120	R			5000	R			3000	L				
III		5100	R	II		3000	R	III		3500	L	III		2800	R
		5000	R			4000	R			4000	O			2000	L
		4500	O			3000	R			3100	R			2500	R
						2900	L			3000	R			2200	R
						2950	L			3500	R			2100	R
IV		4500	R	III		2970	L	IV		3200	R	IV		2000	L
		4200	R			3000	R			2500	O			5000	R
		4100	R			2980	O							3000	L
		4000	R							2500	L			3500	R
		3500	O			2980	R			3000	L			3200	R
V		3500	R	IV		2970	L	V		3200	O	V		3100	R
		3200	R			2970	L			3200	O			2000	L
		3100	R			3000	L							2500	O
		3000	R			3200	R			3200	O				
		2500	L			3100	O								
VI		2700	O	VI				VIII		3200	L	VI		2500	R
		3700	L			3100	L			3500	L			3000	O
		4000	L			3300	L			3700	L				
		5000	R			3400	R			3800	L			2000	R
		4900	O			3350	O			3900	L			1000	L
		3350	L	3950	L	1500	L								
		4000	L	3970	L	1700	L								
				4000	L	1900	L								

Drukking = 3 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 4 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 5 gr. Temperatuur = 19°.8.				Drukking = 10 gr. Temperatuur = 19°.8.			
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)
VII	1000	4900	R		1000	5000	L		1000	4200	O		1000	1950	R
		4700	R			6000	L								
		4600	R			7000	L	IX		4200	L	VIII		1950	L
		4500	R			8000	L			5000	L			2000	L
		4200	R			9000	R			5500	L			3000	R
		4100	R			8500	L			5700	O			2500	R
		4000	R			8700	L							2200	O
		3900	R			8900	L	X		4000	O				
		3800	R			8950	L					IX		2200	L
		3700	R			8970	L	XI		4000	R			3000	R
		3600	R			8990	L			3500	O			2500	R
		3200	L											2300	R
		3300	L	VIII		8990	R	XII		3500	R			2200	R
		3400	L			8000	R			3000	O				
		3450	L			7000	R					X		2200	L
		3470	R			5000	L	XIII		3000	L			3000	L
						6000	R			3200	O			4000	R
VIII		3470	R			5500	L							3500	R
		3400	R			5700	L	XVI		3200	L			3200	O
		3200	R			6000	L			3500	O				
		3100	L									XI		3200	O
		3150	L	XI		6000	R	XV		3500	O				
		3170	O			5000	R					XII		3200	R
						4000	L	XVI		3500	L			3000	R
IX		3170	L			4500	R			3700	O			2000	L
		4000	R			4200	R							2500	L
		3500	L			4100	R	XVII		3700	L			2700	L
		3700	R			4050	R			4000	L			2900	R
		3600	R			4000	R			5000	L			2800	R
		3500	R							7000	R				
				X		4000	R			6000	L	XIII		2800	L
X		3500	L			3000	L			6550	L			3000	L
		4000	L			3500	R			6700	R			4000	L
		5000	R			3400	O			6600	R			5000	R
		4500	L							6550	O			4500	L
		4600	L			3400	R							4700	R
		4700	L	XI		3200	R	XVIII		6550	R			4600	O
		4900	L			3100	O			5000	R				
		4970	L							4000	R	XIV		4600	R

Drukking = 3 gr. temperatuur = 19 ^o .8.				Drukking = 4 gr. Temperatuur = 18 ^o .				Drukking = 5 gr. Temperatuur = 19 ^o .8.				Drukking = 10 gr. Temperatuur = 19 ^o .8.			
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)
	1000	5000	L	XII	1000	3100	L		1000	3000	R		1000	3000	L
						3300	L			2000	O			3500	R
(a)		4200	R			3400	L							3200	O
		4000	R			3900	L	XIX		2000	L				
		3500	L			4000	L			3000	O	XV		3200	L
		3700	O			4500	R							4000	O
						4200	O	XX		3000	L				
		3700	L							4000	L	XVI		4000	R
		3900	L	XIII		4200	R			4500	R			2000	R
		4000	L			4000	L			4200	O			1000	L
		4500	L			4100	R							1500	L
		4700	L			4050	R							1600	O
		4900	O			4020	R								
						4000	R								
I		4900	L												
		5000	L	XIV		4000	R								
		5500	L			3500	R								
		5700	O			3200	O								
V		5700	R	XV		3200	L								
		5500	R			3500	L								
		5000	R			4000	L								
		4000	L			4500	O								
		4500	L												
		4700	R	XVI		4500	L								
		4600	O			5000	L								
						6000	R								
V		4600	L			5500	L								
		4800	L			5700	L								
		4900	L			5800	L								
		5500	R			5900	O								
		5200	R												
		5100	R	XVII		5900	R								
		5000	R			5000	R								
		4900	L			4000	R								
						3000	L								
I		4900	R			3500	L								
		4500	R			3700	R								

a) Bij deze serie, alsmede bij de volgende, was de temperatuur 19^o.8.

Drukking = 3 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 4 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 5 gr. Temperatuur = 19° 8.				Drukking = 10 gr. Temperatuur = 19° 8.				
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	
VII	1000	4900	R		1000	5000	L		1000	4200	O			1000	1950	R
		4700	R			6000	L									
		4600	R			7000	L	IX		4200	L	VIII		1950	L	
		4500	R			8000	L			5000	L			2000	L	
		4200	R			9600	R			5500	L			3000	R	
		4100	R			8500	L			5700	O			2500	R	
		4000	R			8700	L							2200	O	
		3900	R			8900	L	X		4000	O					
		3800	R			8950	L					IX		2200	L	
		3700	R			8970	L	XI		4000	R			3000	R	
		3600	R			8990	L			3500	O			2500	R	
		3200	L											2300	R	
		3300	L	VIII		8990	R	XII		3500	R			2200	R	
		3400	L			8000	R			3000	O					
		3450	L			7000	R					X		2200	L	
		3470	R			5000	L	XIII		3000	L			3000	L	
						6000	R			3200	O			4000	R	
VIII		3470	R			5500	L							3500	R	
		3400	R			5700	L	XVI		3200	L			3200	O	
		3200	R			6000	L			3500	O					
		3100	L									XI		3200	O	
		3150	L	XI		6000	R	XV		3500	O					
		3170	O			5000	R					XII		3200	R	
						4000	L	XVI		3500	L			3000	R	
IX		3170	L			4500	R			3700	O			2000	L	
		4000	R			4200	R							2500	L	
		3500	L			4100	R	XVII		3700	L			2700	L	
		3700	R			4050	R			4000	L			2900	R	
		3600	R			4000	R			5000	L			2800	R	
		3500	R							7000	R					
				X		4000	R			6000	L	XIII		2800	L	
X		3500	L			3000	L			6550	L			3000	L	
		4000	L			3500	R			6700	R			4000	L	
		5000	R			3400	O			6600	R			5000	R	
		4500	L							6550	O			4500	L	
		4600	L			3400	R							4700	R	
		4700	L	XI		3200	R	XVIII		6550	R			4600	O	
		4900	L			3100	O			5000	R					
		4970	L							4000	R	XIV		4600	R	

Drukking = 3 gr. Temperatuur = 190.8.				Drukking = 4 gr. Temperatuur = 180.				Drukking = 5 gr. Temperatuur = 190.8.				Drukking = 10 gr. Temperatuur = 190.8.			
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)
	1000	5000	L	XII	1000	3100	L		1000	3000	R		1000	3000	L
						3300	L			2000	O			3500	R
XI (a)		4200	R			3400	L							3200	O
		4000	R			3900	L	XIX		2000	L				
		3500	L			4000	L			3000	O	XV		3200	L
		3700	O			4500	R							4000	O
						4200	O	XX		3000	L				
		3700	L							4000	L	XVI		4000	R
		3900	L	XIII		4200	R			4500	R			2000	R
		4000	L			4000	L			4200	O			1000	L
		4500	L			4100	R							1500	L
		4700	L			4050	R							1600	O
		4900	O			4020	R								
						4000	R								
XII		4900	L												
		5000	L	XIV		4000	R								
		5500	L			3500	R								
		5700	O			3200	O								
XIV		5700	R	XV		3200	L								
		5500	R			3500	L								
		5000	R			4000	L								
		4000	L			4500	O								
		4500	L												
		4700	R	XVI		4500	L								
		4600	O			5000	L								
						6000	R								
XV		4600	L			5500	L								
		4800	L			5700	L								
		4900	L			5800	L								
		5500	R			5900	O								
		5200	R												
		5100	R	XVII		5900	R								
		5000	R			5000	R								
		4900	L			4000	R								
						3000	L								
XVI		4900	R			3500	L								
		4500	R			3700	R								

(a) Bij deze serie, alsmede bij de volgende, was de temperatuur 190.8.

Wij hebben derhalve gevonden voor den wederstand van den tak CD:

T A B E L III.

Bij de drukking 0.25 gr.	Bij de drukking 0.5 gr.	Bij de drukking 1 gr.	Bij de drukking 2 gr.	Bij de drukking 3 gr.	Bij de drukking 4 gr.	Bij de drukking 5 gr.	Bij de drukking 10 gr.
Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.
24.95	12.05	8.01	9.12	5.05	6 470	3.700	2.500
25.00	20.00	6.18	2.90	5.10	2.960	2 500	2.800
55.00	14.30	8.00	4.20	4.50	2.980	4.000	2.000
28.00	11.50	14.00	9.06	3.50	2.975	2.500	3 100
28.10	12.50	7.18	3.80	2.70	3.100	3.200	2.500
35.00	9.23	8.40	6.00	4.90	3.350	3.200	2.000
24.44	14.43	9.17	5.80	3.47	8.995	3.200	1 920
27.20	15.00	6.75	4.20	3.17	6.000	4.200	2.200
30.00	10.02	10.50	5.50	3.50	4.000	5.700	2.200
40.50	21.00	10.00	3.50	5.00	3.400	4.000	3.200
50.00	16.20			3.70	3.100	3.500	3.200
27.00	18.00			4.90	4.200	3.000	2.750
31.00	9.00			5.70	4.000	3.200	4.600
31.00	17.21			4.60	3.200	3.500	3.200
40.00	12.15			4.95	4.500	3.500	4.000
22.50	15.60			2.80	5.900	3.700	1.600
32.00	9.00			4.50	3.500	6.550	2.200
32.00	18.50			5.00	3.500	2.000	3 000
33.70	13.85			6.00	3.970	3.000	2.000
27.26	19.90			5.00	3.500	4.200	2.900

De gemiddelden zijn:

32.23	14.872	8.819	5.408	4.402	4.18	3.617	2.698
-------	--------	-------	-------	-------	------	-------	-------

met de waarschijnlijke fouten:

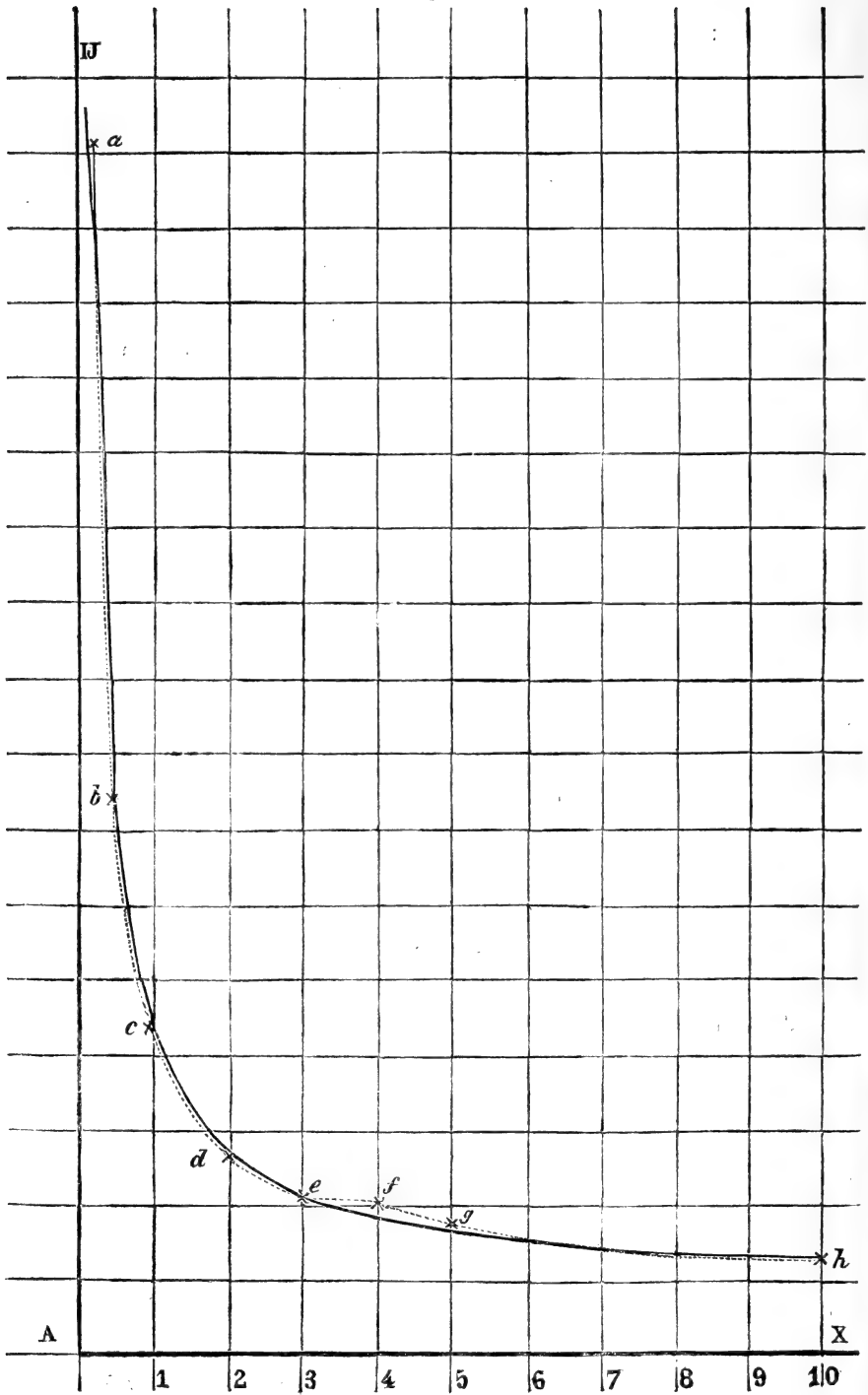
± 1.27	± 0.56	± 0.49	± 0.47	± 0.14	± 0.24	± 0.16	± 0.11
------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------

Derhalve zijn de overgangsweerstanden:

32.11	14.75	8.7	5.29	4.28	4.06	3.5	2.57
-------	-------	-----	------	------	------	-----	------

met dezelfde waarschijnlijke fouten.

Fig. 6.



§ 8. Fig. 6 wijst aan de betrekking tusschen de overgangsweerstanden en de drukkingen. De laatste worden er in voorgesteld door abscissen, de eerste door ordinaten. Derhalve stellen de ordinaten der punten *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* en *h* voor de overgangsweerstanden bij de drukkingen 0.25 gr., 0.5 gr., 1 gr., 2 gr., 3 gr., 4 gr., 5 gr. en 10 gr. — Ohms. en halve grammen zijn door gelijke afstanden voorgesteld.

Vereenigt men de punten *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* en *h*, dan krijgt men eene kromme lijn, wier verloop vrij regelmatig is en met die eener gelijkzijdige hyperbola schijnt overeen te komen.

Neemt men zulks aan, dan zou onze kromme lijn kunnen worden voorgesteld door de vergelijking:

$$y = a + \frac{b}{x} \dots \dots \dots (1)$$

waarin *a* de grens zou voorstellen, waartoe de weerstand bij klimmende drukking zou naderen.

Ik heb de waarden van *a* en *b* volgens de methode der kleinste quadraten berekend en aangenomen, dat het de som van de quadraten der *betrekkelijke* fouten was, die een minimum moest zijn. Verder is aan elke bepaling een gewicht toegekend omgekeerd evenredig aan het vierkant van de gevonden waar-schijnlijke fout. Ik heb alzoo verkregen:

$$a = 1,981 \text{ en } b = 6,914.$$

Hiermede is de volgende tabel berekend:

T A B E L IV.

Drukking in Grammen.	Overgangsweerstanden in Ohms.		Verschillen.	Betrekkelijke fouten.		Betrekkelijke fouten der waargenomen overgangsweerstanden.	
	Waargenomen.	Berekend.		1e Macht.	2e Macht.	1e Macht.	2e Macht.
0.25	32.11	29.64	+2.47	+0.077	0.00592	±0.039	0.00156
0.5	14.75	15.81	-1.06	-0.072	0.00516	±0.019	0.00036
1	8.7	8.89	-0.19	-0.022	0.00048	±0.056	0.00031
2	5.29	5.44	-0.15	-0.028	0.00080	±0.088	0.00774
3	4.28	4.29	-0.01	-0.002	0.00001	±0.033	0.00111
4	4.06	3.71	+0.35	+0.086	0.00743	±0.059	0.00034
5	3.5	3.36	+0.14	+0.040	0.00160	±0.045	0.00204
10	2.57	2.67	-0.10	-0.039	0.00151	±0.044	0.00190
				Som	0.02291	Som	0.01536

Het verschil tusschen de getallen in de vierde en de overeenkomstige getallen in de zesde kolom is niet zeer groot. Men kan dus zeggen dat de berekende kromme lijn de verschijnselen vrij wel terug geeft. Dit blijkt ook uit de Fig. 6 waar de berekende kromme lijn door eene doorgetrokkene, en die, welke de rechtstreeksche waarneming oplevert, door eene gestippelde lijn is aangegeven.

§ 9. Eene andere vraag is het, of wij uit onze uitkomsten mogen afleiden, dat de overgangsweerstand inderdaad omgekeerd evenredig is aan de drukking. Die vraag zouden wij dan alleen bevestigend kunnen beantwoorden, wanneer de som der quadraten in de zesde kolom minder verschildte van de som der quadraten, die in de achtste kolom voorkomen.

Ik heb gemeend, dat het, ter oplossing der gestelde vraag, wellicht wenschelijk kon zijn na te gaan, in hoeverre het aanbrengen van één term meer in de vergelijking (1), die twee sommen nader tot elkander zou voeren.

Ik heb te dien einde genomen de vergelijking

$$y = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}, \dots \dots \dots (2)$$

en, te werk gaande zoo als in de voorgaande § is aangegeven, voor de waarden van a , b en c gevonden:

$$a = 2.105 \quad b = 6.1894 \quad c = 0.2691.$$

Ik heb met deze waarden de volgende tabel berekend:

T A B E L V.

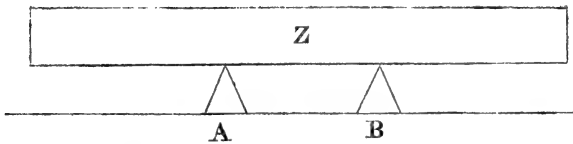
Drukking in grammen.	Overgangsweerstanden in Ohms.		Verschillen.	Betrekkelijke fouten.		Betrekkelijke fouten der waargenomen overgangsweerstanden.	
	Waargenomen.	Berekend.		1e Macht.	2e Macht.	1e Macht.	2e Macht.
0.25	32.11	31.18	+0.93	+0.029	0.00084	±0.039	0.00156
0.5	14.75	15.18	-0.83	-0.056	0.00317	±0.019	0.00036
1	8.7	8.58	+0.12	+0.014	0.00019	±0.056	0.00031
2	5.29	5.28	+0.01	+0.002	0.00008	±0.088	0.00774
3	4.28	4.21	+0.07	+0.016	0.00027	±0.033	0.00111
4	4.06	3.68	+0.38	+0.094	0.00876	±0.059	0.00034
5	3.5	3.37	+0.13	+0.037	0.00138	±0.045	0.00204
10	2.57	2.74	-0.17	-0.066	0.00438	±0.044	0.00190
				Som	0.01902	Som	0.01536

De som van de quadraten der betrekkelijke fouten is inderdaad nader gekomen tot 0,01536, hetgeen trouwens gebeuren moest, zoodra wij over eene constante meer te beschikken hadden. Beschouwen wij dan ook de vergelijkingen (1) en (2) louter als interpolatieformulen, dan spreekt het van zelf, dat de laatste vergelijking de voorkeur verdient, maar, wil men er eene hogere beteekenis aan toekennen, dan geloof ik, dat de betrekkelijke fouten der waarnemingen te groot zijn om vooralsnog een eendoordeel te kunnen uitspreken. Men kan dus alleen als eene voorloopige benaderingswet aannemen dat de overgangsweerstanden omgekeerd evenredig zijn aan de drukkingen.

§ 10. Er volgt uit onze formules dat de overgangsweerstand bij eene zeer kleine vermeerdering of vermindering der drukking eene verandering zal ondergaan, die omgekeerd evenredig zal zijn aan het vierkant der oorspronkelijke drukking. De gevoeligheid van een microphoon zal derhalve voor een groot deel afhangen van de kracht waarmede de twee stukken coke tegen elkander worden gedrukt. Hoe kleiner die kracht is, des te grooter zal de gevoeligheid zijn. Men verlieze ondertusschen niet uit het oog, dat, worden door een microphoon zwakke geluiden aanzienlijk versterkt overgebracht, de toestel dan voor sterke geluiden niet meer zoo goed te gebruiken is. Immers hoe kleiner de kracht is, waarmede twee stukken coke tegen elkander gedrukt worden, des te meer kans is er dat zij zich onder het trillen van elkander zullen verwijderen. Geschiedt zulks, dan ontstaan er kleine DAVY'sche bogen; het geluid dat deze voortbrengen gaat over naar den telephoon en veroorzaakt daar een geratel of gesuis, dat zeer hinderlijk kan zijn. Men kan dan ook tot eene zekere hoogte zeggen, dat wijziging in de intensiteit van het geluid ook wijziging van den microphoon met zich meebrengt.

Om een microphoon te verkrijgen waaraan men elken graad van gevoeligheid kan geven, behoeft men den toestel in § 1 beschreven, slechts eene geringe wijziging te laten ondergaan. Die wijziging bestaat daarin, dat men de cylindere *lm* en *np*

Fig. 7.



vervangt door twee driehoekige prismas A en B (Fig. 7). Verschuift men in dien toestel het paralelopipedum b. v. naar de linkerhand, dan is het duidelijk, dat, naarmate het zwaartepunt Z tot het prisma A nadert, de drukking op het prisma B geringer wordt. Op A wordt de drukking wel is waar grooter, maar de overgangsweerstand zal, zoo als gemakkelijk kan worden aangetoond en ook reeds uit de Fig. 6 blijkt, in B sterker toenemen dan hij in A afneemt. Al de bekende proeven kunnen dan ook met dien toestel worden herhaald.

§ 11. Moet de toestel louter dienen om bij een telefoonkoppel den spreektelefoon te vervangen, dan is het niet wenschelijk, dat de toestel zeer gevoelig zij. Ik heb er mij integendeel zeer goed bij bevonden met om de doos, het paralelopipedum er onder begrepen, een caoutchouc ring te slaan. Het gesprokene kwam wel zwakker over maar duidelijker, dewijl nu van DAVY'sche bogen geen spraak meer kon zijn.

§ 12. Hetgeen mij in den nieuwen toestel dadelijk zooveel belang deed stellen, was de mogelijkheid, die ik er voor mij in zag, van het gesproken woord er mede veel verder te kunnen brengen dan zulks met een telefoonkoppel het geval is.

Zij toch L de weerstand van de grootste lengte aan telegraafdraad, die men, zonder hinder voor het goed overgaan van het geseinde, in een keten, bestaande uit een telefoon en een gegeven galvanischen toestel kan inlasschen, dan zal de intensiteit van den stroom worden uitgedrukt door de vergelijking

$$I_1 = \frac{E}{R + T + M + L},$$

waarin E voorstelt de som der potentiaalverschillen van den galvanischen toestel, R zijn weerstand, T dien van den telefoon en M den weerstand van den microfoon met inbegrip van den overgangsweerstand.

Gesteld dat onder het trillen van den microfoon de over-

gangsweerstand eene vermeerdering onderga, die wij Δ zullen noemen, dan zal de intensiteit van den stroom eene andere waarde I_2 krijgen, uitgedrukt door de vergelijking:

$$I_2 = \frac{E}{R + T + M + \Delta + L}$$

Wij weten dat de verplaatsing van het ijzeren plaatje in den telefoon afhankelijk is van het verschil dier twee intensiteiten, dus van :

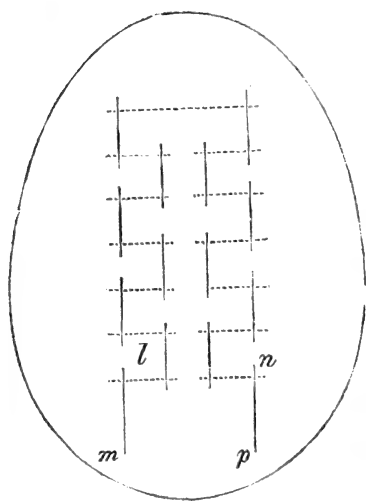
$$I_1 - I_2 = E \frac{\Delta}{(R + T + M + L)(R + T + M + \Delta + L)}$$

en dat, telkens wanneer gedurende een gelijk tijdsverloop de stroom eene gelijke verandering ondergaat, het ijzeren plaatje zich ook evenveel zal verplaatsen. Om nu die gelijke verplaatsing te verkrijgen, wanneer de stroom door een n malen langer telegraafdraad moet gaan, heeft men slechts het aantal cellen n malen grooter te nemen en ook n malen meer microphonen in den keten te brengen. Immers men zal dan hebben, wanneer men de twee intensiteiten van den stroom door I_1' en I_2' voorstelt.

$$I_1' - I_2' = E \frac{\Delta}{\left(R + \frac{T}{n} + \frac{p}{n}M + L\right) \left(R + \frac{T}{n} + \frac{p}{n}M + \Delta + L\right)}$$

wanneer men aanneemt, dat de weerstand van n microphonen p malen grooter is dan die van één.

Fig. 8.



Daar nu p in den zegel niet grooter is dan n , zoo is, strict genomen, de waarde van $I_1' - I_2'$ nog grooter dan die van $I_1 - I_2$.

Ik heb het bovenstaande door proefneming bevestigd. Op het deksel van een spanendoos lagen 14 stukken coke, in Fig. 8 door doorgetrokken lijnen aangegeven, en waarvan l m en n p met de geleiding verbonden waren. Deze stukken waren aan elkander gekoppeld door

er op geplaatste paralelopipeda coke, die in de figuur door gestippelde zijn voorgesteld. Het geheel vormt hetgeen men zou kunnen noemen eene microfoonbatterij en wel eene microfoonbatterij van 13 elementen. Werd nu in de keten gebracht een weerstand van 12200 Ohms, een weerstand die gelijk is aan dien van ongeveer 244 uren gaans telegraafdraad, dan werd, bij het aanwenden van een potentiaal verschil van 27 Bunsensche elementen, al het in de nabijheid van de microfoonbatterij gesprokene aan den telefoon duidelijk verstaan *). Werd het aantal microfoonelementen met 3 vermeerderd, dan kon men zich zelfs op een afstand van 8 tot 10 meters van de microfoonbatterij plaatsen, maar dan moest er aan den telefoon met meer inspanning geluisterd worden.

Hetgeen in deze § voorkomt is volledigheidshalve meêgedeeld. Dr. HOORWEG en anderen hebben later een practischer middel ter bereiking van hetzelfde doel aangegeven, namelijk het bezigen van geïnduceerde stroomen.

*) In de vergadering der Akademie van den 25 Mei l. l. en ook in een opstel in het *Album der Natuur*, is door mij meêgedeeld, dat, met behulp van eene microfoonbatterij van 5 elementen en een galvanischen toestel, waarvan het potentiaal verschil aan dat van ongeveer 8 Bunsensche elementen gelijk was, woorden in de nabijheid van de microfoonbatterij uitgesproken aan den telefoon duidelijk zijn verstaan, zelfs wanneer in den keten 10000 Ohms waren ingelascht. Men had ongelukkig bij deze proefnemingen, slechts woorden, die verwacht werden zoo als "hoort gij mij nog", "gaat alles nog goed?" enz. overgeseind. Toen later die proeven herhaald werden, en bij toeval iets gezegd werd, waarop de persoon die aan den telefoon zat, niet was voorbereid, werd dit niet goed verstaan en bleek het, dat men de eerste keer met ontoereikende middelen had geëxperimenteerd.

HOE ZAL MEN DE
VERDAMPINGSHOEVEELHEID

BEPALEN VOOR

P O L D E R S.

DOOR

C. H. D. BUYS BALLOT.



De bepaling van de hoeveelheden water, die verdampen, is zeker van eenig belang voor de meteorologie, maar toch in hoogere mate in praktisch opzicht voor den landbouw en voor de waterbouwkunde; dus in het bijzonder voor de ingenieurswetenschappen en hare beoefenaars alhier, omdat in ons land zoovele polders en waterschappen zijn, waarvoor men evenzeer de hoeveelheid moet kennen, welke in de lucht opgenomen wordt, als die welke uit de lucht op den bodem neervalt.

Voor de meteorologie is het voldoende de hoeveelheid te kennen die van een wateroppervlakte verdampt.

Behalve van de temperatuur hangt deze af van de vochtigheid der onderste en middellijk van die der hoogere luchtlagen, verder van de sterkte van den wind. Ware men genoodzaakt uit de verdamping deze drie grootheden afzonderlijk te bepalen zoo ware dat onmogelijk. Hoogstens zou men een daarvan kunnen afleiden uit de verdamping en de beide andere.

Hiervoor heeft men echter thermometers, psychrometers en anemometers, zoodat dit niet noodig is. Veel gebruik kan men dan ook niet maken van de verdamping, dan in zooverre een zeer groote of zeer kleine hoeveelheid, in een enkel getal, den toestand der lucht ons afmaakt. De verdamping, welke ook de

regenhoeveelheid moet controleeren, gelijk omgekeerd de laatste bij de bepaling van deze moet worden in acht genomen, kon dus voor de meteorologie zonder veel schade gemist worden.

Meer gewicht heeft de verdamping voor den landbouw, juist om de opgegeven reden. Verdamppt er meer van de wateroppervlakte, dan zullen ook de planten meer vocht verliezen, de opstijgende sappen zullen niet kunnen aanvoeren wat door verdamping verloren gaat, al is er vocht genoeg in den bodem aanwezig. Des avonds zullen de bladeren flets neerhangen. Al wordt in den nacht het verlies weder vergoed, toch kunnen zij minder krachtig werken. Het is voorgekomen dat in weinige dagen, in Augustus 1876, van boomen — het aangehaalde geval geldt van beukeboomen — op een zekere hoogte boven den grond, zoover zij aan den wind d. i. aan den de verdamping begunstigenden drogen luchtstroom blootgesteld waren, de bladeren geheel verdorden, en een geel bruine streep zich over de bosschen afteekende. Toen waren op de vorige dagen 7, 8 en 9 millimeters verdamppt, zonder dat toch de temperatuur zoo bijzonder hoog was geweest. De geringe hoeveelheid regen toen in eenigen tijd gevallen was niet de hoofdoorzaak geweest, want zelfs op hooge gronden was de bodem nog niet geheel uitgedroogd

Zoolang nu de sterke verdamping aan de eene zijde en de geringe hoeveelheid regen en dauw aan de andere, de planten niet doodt, of geheel ziek maakt, komt dit alles weder in orde, indien slechts de regen het geleden verlies tijdig herstelt. In geen geval kan men er iets aan veranderen, of er maatregelen tegen nemen. Geheele akkers laten zich niet besproeien, tenzij de lage ligging nabij water daartoe gunstig is, zoodat men het vloeisysteem kan toepassen.

Anders is het ten opzichte van de waterbouwkunde. Voor alle droogmaking van plassen, voor het bepalen van de kracht der machines, noodig om de ringvaarten op een bepaalde hoogte te houden, voor het aanleggen van kavelingen en vaarten stelt de ingenieur er ter bepaling der doorzijpeling of kwel het hoogste belang in, behalve den aard zijner gronden ook te kennen de regenhoeveelheid en het bedrag der verdamping. Hij wil alle vier dier grootheden kennen. Sedert de toepassing

van den stoom heeft hij de eerste in zijne macht, de tweede kan hij ten deele bepalen door proefnemingen, ten deele door de vergelijking der drie andere grootheden, de derde wordt hem door het Meteorologisch Instituut met genoegzame juistheid geleverd, maar de vierde, de verdamping, is naar mijn overtuiging, vooral voor de praktijk, zeer onvoldoende bekend.

De ingenieur heeft nog meer reden zich te beklagen over hetgeen voor een meting van die hoeveelheid wordt uitgegeven dan de meteoroloog.

Toch is ook deze reeds niet tevreden. Immers op zeer vele plaatsen schijnt de verdampte hoeveelheid de gevallen te overtreffen of althans daaraan zeer nabij te komen. Zie, behalve onze hieronder medegedeelde getallen, de Verhandeling van de heeren BOGENFIELD en G. J. SYMONS in *the British Rainfall 1869*, alwaar verscheiden beschrijvingen voorkomen en ook opgaven van Fransche en Engelsche Ingenieurs. Maar vanwaar dan de rivieren? Hoe zou dan in Engeland eene enkele rivier kunnen stroomen? Waarom zijn zij dan bij ons, waar wij vrij ver van de bergen gelegen zijn, tegen welke de wolken in veel grootere mate hare vochtigheid ontladen, niet uitgedroogd. Vooral die kleinere rivieren in ons land, om daarbij te blijven, wier oorsprong niet in merkbaar hooger gelegen streeken ligt, waaraan hebben zij haar ontstaan te danken? Hoe kunnen zij blijven bestaan als zij voortdurend rechts en links met hare wateren de voortdurend dorstende gronden moeten drenken? En toch schijnt voor ons land tabel 4—8 het feit, dat er ongeveer evenveel verdampt als valt, uit de opgegeven getallen vast te staan.

De waarnemingen na 1866 verzameld geven met die van vroegere jaren dat resultaat aan.

Tegen deze uitkomst kan niets aangevoerd worden dan de bedenkingen: de toestellen zijn niet goed of niet goed geplaatst; de bodem is niet overal met water bedekt, terwijl toch de getallen slechts gelden voor eene wateroppervlakte; de hoeveelheid, die op den bodem neerslaat, is grooter dan men aangeeft. Laat mij met de laatste bedenking beginnen.

Ofschoon zij niet van allen grond ontbloot is, kan de ware

*) Alle tabellen heb ik, nu het geheele jaar 1878 ten einde is, nog aangevuld.

hoeveelheid vocht uit de lucht neergeslagen niet aanmerkelijk grooter zijn dan de opgevangene.

De regenhoeveelheid toch wordt nauwkeurig genoeg gemeten, en van sneeuw, die trouwens hier niet zoo veelvuldig valt, kan toch ook geen merkbare hoeveelheid door verdamping aan de meting ontsnappen, omdat de trechter als hij gevuld is telkens binnen gebracht en dadelijk de daarin voorhanden hoeveelheid gesmolten en gemeten wordt. De zeer kleine hoeveelheden in fijne druppels, die niet meer in den bak kunnen vloeien, en met de kleine letter *r* in de jaarboeken worden aangeduid, geven ook geen merkbaar bedrag. Echter is het wel waar, dat bij mistig en zeer vochtige lucht druppels vaak van de takken der boomen afvallen en er toch geen water wordt opgezameld in den regenmeter. En dan de dauw. Daardoor worden, ook als begroeide grond heel wat ontvangt, de wanden van den regenmeter en den verdampingsmeter te nauwernood bevochtigd.

Terwijl dus aan den laatsten de daarop volgende verdamping water onttrekt, wordt die verdamping door den bodem en door de gewassen met vroeger gevallen dauw bekostigd. Zoo heeft dan die bodem of meer ontvangen dan de regenmeter aangaf, of minder verloren dan uit de aanwijzingen van den verdampingsmeter werd opgemaakt.

De eerste bedenking is tegen de uitdampingsmeters gericht en is weder tweërlei: tegen de fijnheid der meting of tegen de plaatsing.

De meting zelve wordt met genoegzame nauwkeurigheid verricht, hetzij men toestellen hebbe naar LAMONT, of naar PRESTEL, hetzij men het waterverlies bepale naar de overgebleven hoogte van het vocht, naar volumen of naar gewicht. Vooral kan er geen fout van eenige grootte insluipen bij bepalingen over grootere tijdruimten, waarvan voor ons vraagstuk sprake is.

Wel zijn de verdampingsmeters over het algemeen te klein. Wordt een verdampingsmeter van slechts $0.25 M^2$ geplaatst in een omgeving, waar de vochtigheidstoestand anders kan zijn dan boven een uitgestrekte wateroppervlakte, dan neemt de lucht daar overheen stijgende ook uit dien $0,25 M^2$ een andere hoeveelheid op. Vandaar dat aan den Helder, waar de oppervlakte grooter is, de verdamping iets geringer werd gevonden dan te Utrecht. In het laatste twaalfstal jaren is dit veranderd

en valt er in de zomermaanden een derde meer dan vroeger. De Heer DE KRULFF kan geen andere oorzaak bedenken dan dat vroeger een zwart gemaakte ring om den verdampingsmeter stond. Misschien heeft die ring de zijdelingsche straling beter afgekeerd.

Het best, volkomen goed, handelt men wel in de Haarlemmermeer, alwaar de verdampingsmeter in water drijft. Zorgt men nu slechts, dat bij golving geen water in den uitdampingsmeter kan komen en de rand, die dat verhinderen zal, niet te hoog boven de wateroppervlakte uitsteekt, dan zou ik niet weten, welke bedenking men daartegen kan maken. Op die wijze wordt toch ook gewaakt tegen eene verhooging van temperatuur door werking van zon en lucht tegen de zijwanden. Het water van den uitdampingsmeter heeft dan geheel dezelfde temperatuur als de wateroppervlakte, waarvan men de verdamping kennen wil.

Een blik op de uitkomsten der Nederlandsche waarnemingen leert, dat die fout of niet gemaakt is, of dat zij geen grooten invloed heeft. Anders zou hare uitspraak op verschillende plaatsen niet zoo goed overeenstemmen. Ten overvloede heb ik dit voor Utrecht nog opzettelijk onderzocht.

Zoo blijft dan nog de tweede bedenking. Toegevende, dat men nauwkeurig kan te weten komen, hoeveel vroeger van de Haarlemmermeer verdween, nu van de Zuiderzee verdampt, zoo weet men daardoor nog niet, wat nu van den Haarlemmermeerpolder verdampt en later van de drooggemaakte Zuiderzee verdampen zal. Immers wordt bij inpoldering soms zout door zoet water vervangen, in elk geval gronden van verschillende soort drooggelegd, en een groot gedeelte daarvan met gras, klaver, gewassen, boomen bezet.

Naar gelang van deze verschillende gevallen verdampt van zoodanige oppervlakte nu een andere hoeveelheid dan vroeger van de wateroppervlakte, zoodat men een andere kracht van machines zal noodig hebben om een in cultuur gebrachten polder op een bepaald peil te houden; en dit niet alleen, omdat de kwel nu ook uit de diepte en van de omgeving water aanvoert, maar ook, omdat behalve de steeds werkende oorzaken, temperatuur, vochtigheid, wind, ook nieuwe omstandigheden haren invloed doen gevoelen, bijv. de meerdere of mindere droog-

heid der gronden, de meer of minder gevorderde en krachtige groei der planten in verschillende tijdperken.

Nog voor weinige jaren bezat men hieromtrent slechts zeer weinige en zeer onvoldoende gegevens. De algemeene opmerkingen van VON HUMBOLDT, van GIBARDIN in zijn *Cours d'Agriculture* en in zijn *Journal*, die VAN BEEQUEREL in zijn *Climats, et de l'influence qu' exercent les sols boisés et non boisés* en van anderen, hadden er wel de aandacht opgevestigd, maar het was toch nog niet tot meting gekomen, zelfs niet voor geheele bosschen. Men kan dus nog niet beslissen, in hoeverre uit den onregelmatigen afvoer of veranderde verdamping deze invloed kan worden verklaard.

De *Königsberger Faculteit* schreef daarom een prijsvraag uit over de hoeveelheden water, die van verschillende gronden en van planten verdampen.

Het antwoord van den Heer SCHULZE werd bekroond. Daar het echter berustte op proeven op te kleine schaal genomen en de proeven van UNGER en KNOP evenmin onmiddellijk antwoord op het vraagstuk geven, werd door het Prov. Utrechtsche Genootschap een soortgelijke vraag opnieuw uitgeschreven en eindelijk bekroond. De heer S. MILLER behaalde den prijs, de heer ENKLAAR, wegens zijn goed geschreven verhandeling, maar waarin niet op verdamping van planten gelet was, de premie. Toch is nog het proefondervindelijk onderzoek niet voldoende om de uitkomsten over geheele polders uit te strekken.

Ons geacht medelid Jhr. J. R. T. ORT heeft in zijne beschouwing over kwel en verdamping, *Versl. en Meded. der Kon. Akad. van Wet.*, Tweede reeks, XIII, reeds op de vele onzekerheden gewezen, waaraan de bepaling dier grootheden blootstaat. De belangrijke waarnemingen in de daarbij gevoegde tabellen, p. 17—24, voorkomende, heb ik op andere wijze, naar de verschillende maanden van het jaar, in tabel 1, 2 en 3 vereenigd, en zijne vriendelijke hand heeft mij in de gelegenheid gesteld aan die uitkomst voor ieder der maanden ook de waarnemingen in 1877 (en 1878), na zijne mededeeling gedaan, toe te voegen.

Men ziet daaruit, hoe de bepaalde grootheden het eene jaar met het andere en met een uitkomst van meer jaren verschillen, en zal dus ook na zijne uitvoeriger berekeningen in het aange-

haalde opstel eerst zich nog wel het boven door mij beweerde kunnen vereenigen.

In 1873 heeft EBERMAIJER, Prof. *der Agriculturchemie* in Bairen, een grondig werk uitgegeven omtrent *die physikalischen Einwirkungen des Walds auf Luft und Boden*. Van bladz. 143—232 vindt men belangrijke opgaven. Hij zegt: van een oppervlakte in een bosch verdampt minder, maar meer van een oppervlakte boschgrond met stroo bedekt, nog meer van den gewonen onbedekten grond in een bosch, en toch nog veel minder dan van denzelfden geheel vrijen grond.

In manuscript deelde hij mij mede, wat hij omtrent de hoeveelheden, die in de vrije lucht en in een bosch verdampen, in de jaren 1868—77 heeft waargenomen, en hij veroorloofde mij daarvan gebruik te maken. Natuurlijk zou het onbescheiden zijn daarvan de détails te publiceeren. Dat komt aan EBERMAIJER zelve toe. Ik geef alleen een tabel, waar de waarnemingen op dezelfde wijze vereenigd zijn als die van den Heer ORTT, terwijl ik verzeker, dat zij voor eenzelfde maand van het enkele tot het dubbele uiteenloopen, dus niet minder dan de waarnemingen van 1877 en 1878.

De waarnemingen der verdamping van met water verzadigten boschgrond zijn veel minder volledig. Zij geven verschillende uitkomsten, naarmate de grond geheel vrij lag of naarmate ze in het bosch nog met maalden en zoo voorts bedekt of wel naakt was. Men ziet, dat de hoeveelheid, die van verzadigten boschgrond verdampt, niet zooveel verschilt van die, welke van een wateroppervlakte in de lucht wordt opgenomen.

Als de oppervlakte van den Spessart geschat wordt op 100000 Beijersche dagwerken, zoo verliest de bodem 4743 millioen Beijersche cubiekvoeten water minder dan indien al het hout gekapt ware. De bedekking van den grond alleen bespaart 1670 cub. voet water op die oppervlakte, waardoor de Main 33 dagen lang zou kunnen gevoed worden. Op de regenhoeveelheden schijnt naar EBERMAIJER een bosch weinig invloed te hebben, ten minste in lagere strecken. Omtrent de hoeveelheden, die van de boomen zelve en van planten verdampen, worden oudere waarnemingen van SCHULLER, HARTIG, VOGEL *) aangevoerd,

*) VOGEL, *Versuche über die Wasserverdunstung auf bedecktem und Unbedecktem Boden*, München 1867

maar op alle is toepasselijk wat zoo juist gezegd is door HANN in het *Oesterreichische Zeitschrift für Met.* VI, p. 12.

Zonder nu alle vroegere en latere onderzoekingen te vermelden, die buitendien in de na te noemen werken aangevoerd worden, vestig ik de aandacht op HABERLAND *) en vooral op WOLLNEY †).

De eeste vermeldt eerst proeven uit akkeraarde van gronden, die op schalen tot een dikte van 2.5 cent. meer of minder natgehouden werd, proeven zoowel van vroegere onderzoekers als SCHULLER en WOLFF, als ook van hemzelve. De besluiten, welke hij daaruit affeidt, kunnen ons niets geven, daar hier de omstandigheden al te zeer verschillen. Beter zijn reeds de proeven in glazen cilinders die 25—26 cent. lang zijn maar weer slechts 5.5 wijd.

HABERLAND heeft echter ook waarnemingen gedaan op planten. gerst, mais, haver, enz. en komt dan ook tot de uitkomst van UNGER, dat van een hectare haverplanten 227 mm. verdampen, gedurende den groeitijd. Verdubbelt men nu dat getal om rekening te houden van den tijd dat de haver nog niet en niet meer op het land is, dan zou men voor sommige streken van Europa werkelijk meer verdamping vinden dan regen. Zeker is het dat gedurende den groeitijd doorgaans meer water door den begroeiden grond verloren wordt dan er op neer valt. Zeer komen ook in aanmerking zijne proeven met geheele planten, ongelukkig eenvoudig in water gezet en niet in gewone aarde zooals bij de proeven van HELLRIGEL, die zorgde dat de planten konden blijven groeien en er lucht en een genoegzame hoeveelheid aan kon worden toegevoegd. Hij geeft dan aan, hoeveel water door verdamping verloren ging, in 87 tot 173 dagen en voor de gemeten oppervlakte der bladeren.

WOLLNEY en ook HANN merken terecht op, dat de som van de oppervlakte der bladeren geen maatstaf oplevert, omdat niet alle bladeren in even gunstige omstandigheden verkeerden, maar de onderste door de bovenste beschaduwde worden.

*) HABERLAND. *Wissenschaftliche praktische Untersuchungen aus dem Gebiete des Pflanzenbau*, München 1877.

†) WOLLNEY, *Der Einfluss der Pflanzendecken Beschattung auf den Physikalischen Eigenschaften und der Fruchtbarkeit des Bodens*, Berlin 1877.

WOLLNEY nu nam cilinders uit zink van 13 tot 22 cm. middellijn en 20 cm. hoogte, plaatste daarin een, twee of meer planten, zoodat zij elkander niet hinderden en bepaalde dan de hoeveelheid water, welke door middel van deze planten van een gegeven oppervlakte grond verdampen. Verder ging hij ook na, in hoever het watergehalte van den bodem daarop invloed uitoefent. Hij geeft dit in procenten op, die niet onmiddellijk ons een maat geven, maar waaruit de hoeveelheid dan toch met juistheid zou kunnen worden berekend. Terecht wordt er ook gewezen, dat het verschil maakt op den groei en de verdamping, of de planten dichter dan wel ijler staan, zoodat men geene evenredigheid kan opstellen, waar het betrekkelijk aantal planten de reden is. Voor de botanie zijn zijne onderzoekingen zeker bijzonder gewichtig, ook omdat hij de vochtigheid van den bodem telkens meet in verschillende lagen, en voor de meerdere of mindere losheid en doordringbaarheid van den begroeiden bodem. Hij erkent ook, dat bij het beantwoorden der vraag, behalve de hoeveelheid water die transpireert nog moet in rekening gebracht worden de hoeveelheid, die door den groei gebonden wordt *) en, waar hij de meening bespreekt door sommigen geuit, dat de grond uit de lucht water aan zou trekken, zegt hij terecht, dat dit zelden het geval is, als namelijk de grond reeds zeer droog is, en dat het dus bij begroeiden bodem zeldzaam zal voorkomen, omdat dan de dauw beter medewerkt om den grond vochtig te houden. Letten wij hierop, dan zien wij dat er toch werkelijk een kleine vergoeding is voor de hoeveelheid, die de planten in de lucht voeren.

Naar deze metingen onttrekken de planten wel in den zomer maar niet het geheele jaar door meer aan den bodem dan er gegeven wordt; het schijnt zelfs niet eens in die mate waar te zijn, als wij dit reeds voor gras vermeldden in het Jaarboek 1866 I, 54; een genoegzaam juiste bepaling is er evenwel nog niet gegeven, zelfs niet na de laatste metingen van Dr. EBERMAYER, welke hij de goedheid had mij op mijn verzoek een paar weken geleden

*) Het is duidelijk dat men dit doen moet, evenals men van eigenwarmte van planten sprekende behoort in het oog te houden, dat de plantengroei op zich zelf reeds koude teweegbrengt.

te doen kennen en welke later door hem zullen worden uitgegeven. Ik heb ze op eenigszins andere wijze gegroepeerd en wil alleen de gewenschte uitkomst geven voor iedere maand en voor een paar van zijn stations. Men vindt die in Tabel 9 en 10.

Deze metingen betreffen niet zoozeer de verdamping van planten of bosschen als wel van den grond onder de boomen, en dat naarmate die grond al of niet met humus bedekt is. Voorts komen er ook bepalingen in voor van verdamping van drogen en natten grond.

Hoe gaarne had men tevens daarbij een opgaaft van een cor-don van regenmeters rondom een bosch op eenigen afstand, zooals baron VAN MOLLENDORF *) het, ofschoon te kort, in Silezië gedaan heeft, of zooals WOJEIKOF, een van de geleerden, die het meest uit een hooger en algemeener standpunt de meteorologische verschijnselen overziet en in kaart brengt, in een pas verschenen verhandeling †) omtrent het zuiden van Rusland opmerkt, dat daar bijzonder de gelegenheid is regenhoeveelheden in boschrijke en nabijgelegen onvruchtbare streken te leeren kennen.

Alles wel overwegende zien wij, hoeveel er ook nu nog aan voldoende bepalingen ontbreekt. Met onze hulpmiddelen zijn wij nauwelijks tevreden; wij zien niet in hoe zij er ons zullen kunnen brengen en erkennen toch dat de oplossing van het vraagstuk van groot praktisch belang is. Daarom willen wij naar andere hulpmiddelen onzien, die ook meermalen maar op te kleine schaal aangewend werden. Ik bedoel de Lysimeters.

EBERMAYER heeft ze ook in zijn werk beschreven, maar geeft in zijn laatsten brief daartegen weer bezwaren te kennen. Binnen die Lysimeters zouden naar hem de gronden altijd vochtiger gevonden zijn dan onmiddellijk daarnevens. Wij gelooven gaarne dat zij den bodem niet volkomen in zijn natuurlijken toestand laten, maar weten niets beters.

Te Utrecht heb ik die doen vervaardigen, vier nevens elkan-der; den eenen voor planten, den tweeden voor gras, een voor

*) VON MOLLENDORFF. In dit werkje *Die Regenverhältnisse Sileziens* wordt ook zeer sprekend de invloed der hoogte boven de zee voorgesteld, gelijk die ook voor Engeland bewezen is door BUCHAN en SYMONS, en voor Saksen in het *Nederlandsch Jaarboek 1869 II, 148.*

†) Uit WOJEIKOF's *Mémoire,*

zandgrond en een voor klei, terwijl natuurlijk de verdamping van een wateroppervlakte afzonderlijk gemeten werd.

Het zijn zinken bakken drie palmen hoog en van onderen met een kraan voorzien, waaruit men water kan aftappen. Het terrein laat daar echter niet toe ze in den grond te graven.

Ze hebben tegenover in den grond gegraven Lysimeters het nadeel, dat zij niet op dezelfde hoogte staan met den omgeven den bodem, dat zij niet voldoende tegen temperatuurs-invloed van terzijde beschut worden, en dat het wegen, al zijn daartoe unsters gemaakt, bezwaarlijk geschiedt en licht lekken veroorzaakt.

Tegenover deze nadeelen staat het voordeel, dat men beter den graad van vochtigheid van den grond in die bakken kan beoordeelen dan zooals bij de anderen alleen op het gezicht.

EBERMAIJER beschrijft op pag. 20 een goede inrichting met dubbelen bodem, gelijk ook MILLER in zijn prijsverhandeling, maar er zijn nog weinig waarnemingen van bekend. De oppervlakte dezer Lysimeters behoeft, als men slechts de werking der gronden onderzoekt, niet zoo groot te zijn, ten minste niet als zij in dezelfde grondsoort ingegraven zijn, tenzij men er planten in geplaatst hebbe, omdat die in generlei opzicht in haren groei moeten belemmerd zijn. Voor dat laatstgenoemd onderzoek moeten zij ook grootere diepte hebben, waardoor zij kostbaarder worden. In den eersten tijd na hunne opstelling laten zij waarschijnlijk gemakkelijker het regenwater door en zijn dus de bovenste lagen droger dan de omgevende of natuurlijke lagen, waar de deeltjes zich meer geschikt hebben en niet door kleine deeltjes gecementeerd zijn. Ook zal men dezelfde voorzorgen moeten gebruiken, die ons geacht medelid STIELTJES heeft aanbevolen bij een onderzoek naar het doorlaten van kwel, om namelijk de wanden niet glad te maken.

Na eenigen tijd echter geloof ik dat zij ons zeer goed zullen kunnen leeren, wat er van de bekende hoeveelheid gevallen water in de gronden moet overgebleven zijn, na aftrek van het afgestapte water, en hoeveel dus door verdamping in de lucht is opgenomen,

Eene gedurig herhaalde analyse, hoeveel vochtigheid de verschillende lagen op 1, 2 en 3 decimeters diepte hebben, moge

voor botanici en in fysiek opzicht gewenscht zijn, voor den waterbouwkundige is eene geregelde aftapping en bepaling van de inmiddels gevallen regenhoeveelheid voldoende, maar tevens, naar mij voorkomt, zeer gewenscht.

Terwijl het mij leed doet te moeten zeggen, dat ik de enkele bepalingen hier en daar gedaan nog niet voor voldoende houd, zal ik mij verheugen, indien ik op dit onderwerp de aandacht zooveel meer heb gevestigd, dat men tot proefneming met deze Lysimeters in het groot overgaat, natuurlijk in verschillende gronden en omstandigheden, opdat men toch eindelijk eens goede deugdelijke getallen verkrijge, waarnaar machinekracht en kwelhoeveelheid bij drooggemaakte polders gekozen en bepaald worden.

Mochten zoo nevens van de geschatte coëfficiënten, waarmede men de verdampingssnelheid van eene watervlakte vermenigvuldigt, om die op de verdampingshoeveelheid van andere gronden te herleiden, eens goedgekende grootheden komen. Ons geacht medelid Jhr. J. T. ORT houde het mij ten goede, dat ik zelfs na zijn zoo nauwgezet onderzoek en vernuftige bepaling der coëfficiënten zulk eene contrôle niet geheel overbodig acht. Voor weinige duizenden guldens zouden deze proeven op genoegzaam groote schaal kunnen worden genomen. Deskundigen mogen beslissen of eene goede uitkomst niet voor ieder onzer provinciën meer waard is.

Utrecht, Juni 1878.

Tabel I.

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING GEDAAN
TE HELDER.

1877.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M. boven den beganen grond.					Aanmerkin- gen.
	2.30 M. boven den grond.	Gelijk met den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Teel- aarde.	Gras.	
	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	
Januari	24.9	19.2	19.4	19.3	14.3	25.5	29.4	
Februari	21.3	16.0	17.3	19.6	13.6	23.8	26.7	
Maart	37.0	25.0	28.7	31.8	22.4	38.5	43.0	
April	82.4	56.7	60.1	60.1	40.3	77.8	94.1	
Mei	100.3	69.3	74.1	70.4	50.3	97.1	119.0	
Juni	153.7	108.8	110.3	91.9	72.3	129.6	185.8	
Juli	127.4	84.1	84.2	70.2	59.8	95.6	156.3	
Augustus	98.7	61.6	64.9	57.9	40.0	81.0	129.7	
September	78.8	44.7	48.8	46.0	35.0	65.6	88.2	
October	52.4	37.1	37.9	37.6	27.5	50.8	61.9	
November	26.1	19.4	19.7	18.5	13.7	24.9	30.1	
December	17.1	13.8	13.9	14.4	10.9	18.2	21.0	
Som	820.1	555.7	579.3	537.7	400.1	728.4	985.2	
Gem.	68.3	46.3	48.3	44.8	33.3	60.7	82.1	

Tabel 2.

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING GEDAAN
TE HELDER 1878.

1878.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M. boven den beganen grond.					Aanmerkingen,
	2.30 M. boven den grond.	Gelijk met den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Teel-aarde.	Gras.	
	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	
Januari	17.3	12.9	14.7	13.1	9.8	17.1	23.9	
Februari	14.7	10.5	10.7	10.8	7.8	13.5	17.0	
Maart	40.7	28.7	30.8	31.7	21.8	39.0	47.5	
April	74.6	53.2	56.0	52.8	39.8	67.8	89.1	
Mei	111.4	78.7	76.6	66.4	53.2	84.7	133.8	
Juni	123.0	84.8	97.7	69.3	61.0	91.6	149.7	
Juli	127.4	93.8	87.4	74.3	70.2	98.7	150.9	
Augustus	107.6	72.9	68.2	63.4	58.4	83.7	141.2	
September	70.1	43.7	41.9	41.7	34.7	55.5	99.0	
October	41.5	27.6	29.1	25.7	21.9	34.9	65.3	
November	22.1	17.6	17.0	15.5	13.0	20.4	29.3	
Deeember	13.3	11.8	11.8	10.5	8.7	13.1	16.1	
Som	763.7	536.2	523.9	475.2	400.3	620.0	962.8	
Gem.	63.6	44.7	43.9	39.8	33.4	51.7	80.2	

Tabel 3.

 WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING GEDAAN
 TE HELDER 1869—1876.

	Op den M ² water in mm.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M. boven den beganen grond in m.M.					
MAAND.	2.30 M. boven den grond.	Gelijk met den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Feel- aard.	Gras.	Aanmer- kingen.
Januari	19.5	14.0	14.6	13.0	9.7	16.9	27.9	
Februari	21.7	16.7	15.5	13.5	10.8	17.2	28.7	
Maart	47.4	32.1	30.8	27.0	21.0	35.6	59.5	
April	71.7	51.3	49.5	38.6	28.2	56.1	92.7	
Mei	104.8	78.8	73.7	53.9	42.1	84.5	167.6	
Juni	117.3	91.4	80.2	57.9	46.1	93.3	205.7	
Juli	131.8	101.7	90.2	65.9	51.6	103.7	235.3	
Augustus	100.8	77.6	73.9	58.7	43.7	80.6	187.1	
September	78.3	49.5	53.2	40.9	31.5	61.3	143.0	
October	42.7	26.8	27.8	24.9	19.8	35.5	74.3	
November	25.5	17.6	22.6	16.3	12.5	19.9	37.7	
December	16.8	13.9	13.6	12.8	9.3	17.6	25.8	
Som	787.3	571.4	545.6	423.4	326.5	622.2	1285.3	
Gem.	65.6	47.6	45.6	35.3	27.2	51.8	107.1	

Tabel 4.

WATERHOEVEELHEID UTGEDAMPT

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.
1855	20.7	14.7	47.9	82.3	124.9
1856	14.6	26.1	72.5	98.5	113.8
1857	8.6	21.8	51.0	77.3	160.3
1858	10.8	42.9	63.2	112.4	127.5
1859	11.5	28.9	44.2	70.4	148.1
1860	13.1	21.5	36.7	80.0	117.3
1861	6.5	18.8	38.2	71.7	89.8
1862	7.7	18.5	55.0	86.7	123.0
1863	20.2	22.6	39.0	87.0	122.9
1864	13.9	17.4	57.4	106.8	115.2
1865	10.7	13.7	35.9	120.2	159.1
1866	17.9	22.7	33.0	95.2	110.8
1867	9.1	27.9	43.5	58.8	120.4
1868	12.0	31.0	41.1	74.1	155.3
1869	11.8	20.1	42.4	103.2	96.8
1870	16.6	35.3	43.3	118.6	144.0
1871	4.9	15.6	58.8	50.6	104.3
1872	11.9	25.0	44.0	70.4	97.9
1873	12.9	12.6	54.5	75.6	78.9
1874	12.3	15.7	35.7	104.1	114.9
1875	11.0	23.8	52.5	91.6	140.7
1876	11.4	14.8	47.7	86.3	128.6
1877	11.8	16.4	32.0	92.4	102.1
1878	8.3	10.9	34.6	111.8	97.8
Gem. 1855-66	13.02	22.43	47.83	90.71	126.06
Gem. 1867-78	11.17	20.76	44.18	86.46	115.47

TE UTRECHT IN MILLIMETERS.

Juni.	Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.	Jaar. Som.
140.6	122.0	125.5	91.4	31.0	14.6	12.1	827.7
116.9	124.4	122.8	67.6	37.3	11.8	20.6	826.9
203.5	147.6	179.2	80.4	37.0	15.1	14.8	996.6
195.4	111.7	136.8	84.0	47.3	19.7	8.8	960.5
138.2	166.5	124.0	62.8	42.8	22.8	10.5	870.7
117.3	102.5	61.6	47.2	31.5	13.3	6.3	648.3
113.6	117.4	111.8	63.7	44.2	12.4	9.5	697.1
93.4	106.1	98.6	82.1	40.4	9.5	13.0	734.0
111.6	137.9	112.8	61.6	29.1	18.2	13.4	776.3
111.1	119.1	99.7	54.2	40.4	15.7	14.3	765.2
130.6	128.1	93.0	98.6	45.4	18.1	9.6	863.0
160.6	108.4	82.0	50.4	47.0	15.7	10.7	754.4
129.1	87.9	111.9	73.3	33.3	20.7	15.1	731.0
158.5	194.5	128.6	90.3	36.6	19.7	16.7	958.4
101.9	140.0	79.3	71.9	30.8	18.5	14.7	731.4
129.8	119.9	69.3	69.8	28.7	16.7	8.5	800.5
106.6	120.9	129.0	71.7	27.8	15.2	7.0	712.4
124.1	151.5	106.4	61.2	30.8	20.0	8.9	752.1
132.2	150.5	100.9	46.1	28.0	13.4	9.7	715.3
149.9	182.3	124.7	82.6	40.5	15.5	8.4	886.6
134.5	145.4	118.7	102.2	38.5	19.7	9.4	888.0
164.6	138.1	158.2	45.9	46.7	14.4	11.8	888.5
183.1	120.0	99.5	65.6	41.7	17.8	10.2	792.6
139.1	119.6	93.2	61.3	30.2	13.1	3.6	723.5
136.07	124.31	112.32	70.33	39.45	15.91	11.97	797.54
137.78	139.22	109.98	70.16	34.97	17.06	10.33	810.41

Tabel 5.

R E G E N

	Januari.	Februari.	Maart	April.	Mei.
1855	43.3	24.9	29.0	21.5	44.8
1856	59.7	63.2	16.1	70.8	119.8
1857	65.6	6.4	37.9	54.3	6.4
1858	29.3	34.5	21.6	24.6	30.2
1859	25.4	32.1	104.5	68.8	17.1
1860	58.5	40.0	86.3	40.0	71.4
1861	10.1	25.3	58.4	42.6	56.4
1862	54.5	22.8	21.5	27.1	29.6
1863	39.8	32.3	31.5	21.6	30.0
1864	20.6	27.9	46.5	9.9	30.6
1865	52.2	57.5	40.3	8.3	42.4
1866	60.7	70.1	43.9	34.5	36.1
1867	71.4	48.5	29.7	51.1	25.5
1868	52.0	39.2	64.4	40.7	30.1
1869	38.3	78.1	29.2	21.5	133.7
1870	43.8	8.8	54.8	17.2	27.7
1871	32.3	22.6	19.1	67.9	14.9
1872	62.2	47.2	32.6	28.0	50.1
1873	35.4	31.4	20.1	38.6	75.2
1874	49.9	34.6	63.1	9.0	80.5
1875	60.1	33.2	33.8	16.0	35.1
1876	17.8	82.7	69.8	57.6	43.0
1877	101.1	92.8	64.5	29.7	43.1
1878	56.9	41.6	70.4	34.6	96.5
Gem. 1855-66	43.31	36.42	44.79	35.33	42.90
Gem. 1867-78	51.77	46.72	45.96	34.33	54.62

T E U T R E C H T.

Juni.	Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.	Jaar. Som.
45.6	141.6	53.8	21.8	120.2	28.7	55.7	630.9
49.1	49.9	88.4	72.5	13.9	104.6	52.7	760.7
23.3	69.8	40.5	67.6	33.4	30.4	13.8	449.4
64.2	107.6	148.2	33.3	53.0	19.4	72.0	637.9
37.9	65.1	67.9	80.7	67.6	52.4	58.4	677.9
48.4	54.2	73.2	73.5	51.3	55.2	28.8	680.8
133.0	67.1	70.4	98.6	2.6	80.0	18.6	663.1
63.0	92.0	62.5	40.0	93.7	24.5	58.7	589.9
57.1	27.4	67.2	82.2	29.0	38.5	68.1	524.7
63.0	19.7	85.1	79.5	31.3	35.2	10.4	459.7
41.5	183.5	162.5	8.6	76.8	25.7	10.9	710.2
41.2	108.1	84.5	123.4	10.3	115.5	84.3	812.6
65.9	107.7	33.9	79.9	63.9	33.8	74.8	686.1
15.3	20.9	95.1	21.8	59.8	28.2	96.9	564.4
44.8	40.2	85.1	77.6	99.2	81.2	67.0	795.9
23.5	64.0	173.9	46.1	113.4	45.1	113.0	731.3
78.7	132.7	20.3	71.3	70.5	46.0	43.8	620.1
55.1	89.3	74.3	108.8	136.4	87.8	106.9	878.7
53.0	36.3	70.5	105.5	69.3	26.9	14.1	576.3
41.9	40.4	51.4	119.7	53.6	98.2	51.8	694.1
50.3	138.3	157.3	77.5	38.4	108.4	28.8	777.5
46.5	32.3	61.5	143.3	34.3	55.9	59.0	703.7
24.7	82.2	127.2	38.1	66.9	85.8	70.0	826.1
29.3	28.9	113.5	52.3	61.3	97.4	50.5	733.2
55.61	82.17	83.38	65.14	48.59	50.84	44.37	715.64
44.08	67.77	88.67	78.49	72.28	66.23	64.72	633.15

Tabel 5.

UITGEDAMPT HELDER VAN 1 JANUARI

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.
1867	21.0	28.8	34.5	50.4	79.3
1868	22.7	34.6	39.8	56.9	91.7
1869	14.9	51.6	54.1	81.8	104.8
1870	20.7	16.8	30.8	76.1	100.2
1871	12.4	18.3	48.9	51.5	101.1
1872	22.3	22.8	43.2	71.5	100.1
1873	28.0	22.0	58.9	71.2	78.6
1874	21.1	22.1	41.6	83.0	108.8
1875	19.4	23.0	37.0	66.9	113.7
1876	11.7	18.4	56.8	70.0	120.6
1877	23.7	13.6	35.9	72.4	100.3
1878	17.3	14.7	40.7	74.6	111.4
Gem. 1855-66	16.61	18.29	28.27	49.92	76.44
Gem. 1867-78	19.60	23.89	43.52	68.86	100.88

Tabel 6.

REGEN 1 JANUARI 1855-31

1867	84.0	41.0	20.2	68.1	86.1
1868	53.6	47.2	58.2	38.9	22.3
1869	32.4	65.9	47.8	32.3	54.6
1870	62.4	21.5	36.8	21.0	21.3
1871	19.9	35.7	13.0	56.8	15.6
1872	64.9	64.4	37.5	18.0	36.1
1873	54.2	46.6	21.2	26.8	38.3
1874	54.0	23.9	62.6	13.7	35.8
1875	66.3	39.1	24.7	12.6	17.6
1876	25.1	66.0	97.3	35.7	10.4
1877	99.7	96.2	67.5	34.4	26.6
1878	46.7	28.4	64.4	30.4	39.5
Gem. 1855-66	46.75	33.49	52.78	31.79	32.66
Gem. 1867-78	55.27	47.99	45.93	32.39	33.68

1855—31 DECEMBER 1878.

Juni.	Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.	Jaar.
95.7	72.9	94.8	74.0	42.9	31.4	25.6	651.3
162.1	165.5	142.2	92.9	66.5	33.8	34.4	943.1
101.6	120.7	97.1	94.1	47.1	32.9	21.2	821.9
98.5	107.5	95.4	69.7	43.2	23.1	13.9	695.9
103.6	130.8	128.5	75.3	17.6	23.3	19.7	729.0
124.4	147.0	109.0	92.2	40.9	35.2	23.1	831.7
116.2	143.0	104.1	81.2	41.4	23.8	17.4	785.8
125.0	147.4	129.5	71.9	54.8	20.4	21.2	846.8
135.5	132.0	106.8	86.7	38.9	23.5	11.6	795.0
132.4	126.0	11.9	55.5	47.8	22.1	16.2	689.4
153.7	127.4	98.7	78.8	52.4	23.1	17.1	800.1
123.0	127.4	107.6	70.1	41.5	22.1	13.3	763.7
85.08	81.55	78.02	61.09	46.62	25.69	17.86	585.44
122.64	128.97	102.13	78.52	44.58	26.48	19.56	779.63

DECEMBER 1878.

31.8	105.5	49.2	86.4	121.1	27.0	60.4	780.8
7.8	13.2	76.9	37.4	92.0	40.9	114.0	602.4
34.0	23.5	67.5	73.7	87.4	100.7	72.9	695.7
26.2	92.4	172.7	40.5	133.5	90.6	78.2	797.1
48.6	85.9	36.7	126.1	43.4	62.4	59.1	603.2
40.2	74.1	52.1	115.7	98.6	87.9	96.2	785.7
34.3	44.5	80.7	99.8	128.0	32.5	21.2	628.1
24.7	12.8	79.2	86.7	40.5	129.8	77.6	641.3
25.6	33.4	51.0	52.8	86.3	155.7	52.7	617.8
60.4	21.0	63.4	155.9	37.4	95.7	80.7	754.0
28.2	54.7	140.3	52.7	110.9	54.3	79.9	845.4
42.1	78.6	104.4	76.7	56.3	162.7	95.7	825.9
35.45	55.42	80.88	87.82	71.25	66.22	45.28	639.79
33.66	53.55	81.59	83.70	86.28	86.68	74.05	714.71

Tabel 7.

O V E R Z I C H T V A N U I T

UITGE

		Januarl.	Februari	Maart.	April.	Mei.
den Helder	1855-66	16.61	18.29	28.27	49.42	76.44
"	1867-78	19.60	23.89	43.52	68.36	100.88
Leeuwarden	1876-78	4.57	9.80	23.30	51.97	70.47
Oudorp 1 Jan.	1860-78	18.30	23.44	36.74	59.06	81.59
Leeghwater	1867-78	17.13	27.87	46.80	83.71	107.01
Cruquis	1867-78	15.43	27.33	47.16	86.67	113.63
Lijnden	1867-78	14.55	24.39	42.37	84.45	110.80
Hoofddorp	1861-78	17.60	26.48	46.61	90.78	114.69
Utrecht	1855-66	13.02	22.43	47.83	90.71	126.06
"	1867-78	11.17	20.76	44.18	86.96	115.47
(¹) Slijk Ewijk	1867-74	1.10	7.95	19.89	51.19	79.53

Tabel 8.

RE

den Helder	1855-66	46.75	33.49	52.78	31.79	32.66
"	1867-78	55.27	47.99	45.93	32.39	33.68
Leeuwarden	1876-78	69.50	73.57	83.57	41.17	38.57
Oudorp 1 Jan.	1860-78	52.80	45.98	39.07	28.35	37.56
Leeghwater	1867-78	64.38	48.52	51.83	91.15	47.29
Cruquis	1867-78	53.97	43.44	48.19	35.76	42.65
Lijnden	1867-78	55.09	46.90	50.74	42.44	46.07
Hoofddorp	1861-78	54.47	48.43	53.64	38.58	92.01
Utrecht	1855-78	43.31	36.42	44.79	35.33	92.90
"	1861-78	51.77	46.72	45.96	34.33	54.62
(¹) Slijk Ewijk	1867-74	31.90	55.95	33.46	36.54	50.98

(¹) Zeer onvolledig de beide eerste en beide laatste maanden.

DAMPING EN REGEN.

DAMPT.

Juni.	Juli.	Augustus	September.	October.	November.	December.	Jaar. Gem.
85.08	81.55	78.02	61.09	46.62	25.69	17.86	48.68
122.64	128.97	102.13	78.52	44.58	26.48	19.56	63.90
94.63	86.70	85.23	43.20	21.00	5.70	3.80	41.70
81.20	81.11	70.64	52.90	38.20	27.30	33.85	47.86
117.85	112.37	95.01	61.78	33.68	21.45	16.80	61.79
124.11	127.62	104.32	67.71	34.81	22.00	15.70	65.56
134.53	135.28	102.09	95.45	32.13	18.82	14.08	64.41
121.14	120.31	97.80	70.01	36.54	21.12	27.48	65.88
136.07	124.31	112.32	70.33	39.45	15.91	11.97	67.51
137.78	139.22	109.98	70.16	34.97	17.06	10.33	66.94
91.18	103.78	69.15	41.71	10.66	8.90	—	44.10

GEN.

35.45	55.42	80.88	87.82	21.25	66.22	45.28	53.32
33.66	53.55	81.59	83.70	86.28	86.68	74.05	59.56
53.00	18.77	140.33	99.23	76.60	108.23	85.07	75.63
46.28	56.25	98.37	99.28	83.37	74.54	86.21	62.34
46.45	56.56	105.43	98.11	109.33	88.57	77.12	69.56
41.93	64.66	105.52	90.16	99.93	79.55	64.30	64.17
46.84	65.83	101.93	94.64	108.50	83.71	72.47	67.86
52.50	68.83	102.13	92.47	92.07	80.05	93.93	68.26
55.61	82.71	83.68	65.14	48.59	50.84	99.37	52.77
44.08	67.77	88.67	78.49	72.28	66.23	64.72	59.62
41.30	48.77	67.55	53.73	74.57	54.94	—	49.95

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING GEDURENDE 1868—71

IN BEIJEREN IN CUB. ZOLL, OP 1 □ VOET ONDER DE LEIDING VAN PROF. EBERMAYER.

	Aantal jaren.		Seeshaupt		Aantal jaren.	Ebrach		Aantal jaren.	Johanneskreuz		Aschaffenburg.	
	in de vrije lucht.	in 't Bosch.	in de vrije lucht.	in 't Bosch.		in de vrije lucht.	in 't Bosch.		in de vrije lucht.	in 't Bosch.		
Januari	5	106.4	49.4	8	59.2	26.8	7	84.1	38.5	7	59.3	
Februari	5, 4	129.8	59.5	7	84.9	38.4	6	100.3	55.9	8	72.7	
Maart	7, 8	206.7	103.2	9	151.5	88.0	8, 9	145.7	86.9	8	148.9	
April	8	221.5	91.6	10	296.9	178.9	10, 9	265.3	196.6	9	228.0	
Mei	9, 8	313.8	101.4	10	362.7	183.5	10	352.0	196.9	9	270.4	
Juni	9, 8	376.5	141.6	10	372.3	144.4	10	331.0	146.0	9	225.1	
Juli	9, 7	367.7	115.2	10	420.8	168.7	9	372.2	139.0	9	251.3	
Augustus	9, 8	376.2	133.0	10	391.7	158.7	8	365.0	175.3	8	217.6	
September	9, 8	296.3	117.8	10	302.3	112.5	9	269.1	119.1	8	201.0	
October	8, 9	185.6	76.8	9, 10	160.2	66.1	9	155.9	68.3	8	103.8	
November	9, 7	156.1	84.3	10, 9	83.8	84.7	9	92.8	45.2	8	68.7	
December	7	102.1	38.6	8, 7	46.9	21.8	7	54.5	31.3	7	60.8	
Jaar		2836.7	1117.4		2733.2	1236.5		2587.9	1299.0		1907.1	
Gem.		236.4	93.1		227.8	103.0		215.7	108.2		158.9	
		Duschberg.			Rohrbrunn.			Attenfurth.				
Januari	2	51.0	13.5	6	76.2	39.0	5	51.5	20.1			
Februari	2, 1	42.0	48.5	6	86.2	41.2	4	83.9	30.1			
Maart	2, 3	90.0	21.0	8	202.5	98.2	6, 5	126.0	52.1			
April	4, 5	191.5	86.0	10	350.9	146.8	10	244.2	104.1			
Mei	9	243.0	137.8	10	323.6	129.1	10	202.8	145.8			
Juni	10	288.4	127.2	10	369.2	158.5	10	324.0	154.7			
Juli	10	267.3	143.6	10, 9	456.6	183.0	10	361.4	173.3			
Augustus	10	278.1	133.8	10	392.3	131.1	10	313.9	143.7			
September	10	215.5	97.3	10	340.5	107.7	10	250.5	118.1			
October	10	135.6	83.0	8	178.2	62.2	9	136.9	53.2			
November	3	37.7	20.3	7	85.2	37.1	5	67.7	22.4			
December	1	7.0	3.0	6	82.2	39.2	5	63.3	20.7			
Jaar		1847.1	920.0		2942.6	1173.1		2325.9	1068.3			
Gem.		153.9	76.7		245.2	97.8		193.8	89.0			

Deze getallen worden dus tot hoogten in millimeters herleid door ze met 0.199 te vermenigvuldigen.

Het eerste getal in de kolom „aantal jaren” ziet op de verdamping van de vrije waterop-
pervlakte het tweede op de verdamping in het bosch, geldend voor 1 vierk. Par. voet.

abel 10.

GEMIDDELDE UITDAMPING VAN MET WATER VERZADIGDEN BODEM GEDURENDE 1868—1877

IN BAIJEREN, IN CUB. ZOLL. OP 1 □ VOET ONDER LEIDING VAN PROF. EBERMAIJER.

	Seeshaupt.			Aantal jaren.	Ebrach.			Aantal jaren.	Johanneskreuz.			Aantal jaren.	Aschaffenburg.			
	1.	2.	3.		1.	2.	3.		1.	2.	3.		1.	2.	3.	
April	—	—	—	—	5, 4, 4	257.6	152.7	96.2	5	285.6	203.3	86.1	2—1	198.5	—	113.0
Mei	4, 5, 5	331.7	177.8	84	5, 3, 4, 4	312.5	155.2	73.7	8	349.4	219.7	82.8	5	215.0	—	—
Juni	5, 3, 5	301.1	197.6	90.7	5	298.3	127.0	64.7	9	331.2	146.3	51.5	4	151.7	—	—
Juli	4, 3, 4	322.0	172.0	96.0	5	370.0	141.3	41.2	8	332.6	141.1	49.9	5	225.9	—	—
Augustus	5, 6, 6	272.8	118.7	50.2	5	254.0	85.1	26.3	8, 7, 7	322.9	152.0	44.2	5	153.1	—	—
September	6, 5, 5	339.0	173.8	51.1	5	301.1	92.7	34.6	8	270.9	95.9	24.4	5	127.2	—	—
October	4, 4, 3	268.2	127.1	58.7	5	197.1	67.1	26.6	5	178.5	10.1	29.2	3	67.0	—	—
November	—	—	—	—	1	113.0	90.0	70.0	1	199.0	95.0	28.0	—	—	—	—
December	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

	Duschberg.			Aantal jaren.	Rohrbrunn.			Aantal jaren.	Attenfurt.				
	1.	2.	3.		1.	2.	3.		1.	2.	3.		
April	1	210.0	127.0	89	0	5	374.6	159.6	75.3	2, 4, 4	221.2	194.1	101.7
Mei	6	190.0	114.5	66.7	8	8	311.3	128.4	61.9	2, 5, 5	345.8	181.7	62.8
Juni	8	242.5	132.1	103.0	9	9	409.3	179.4	85.8	4, 9, 9	277.7	143.6	47.1
Juli	9	216.3	130.3	83.6	9	9	439.4	205.4	114.4	4, 8, 8	311.9	205.8	53.0
Augustus	9	215.3	91.0	69.7	9	9	400.0	177.9	77.1	4, 8, 8	198.5	143.9	40.1
September	9	182.3	100.7	66.3	9	9	331.7	101.2	46.6	4, 7, 7	203.3	90.3	36.4
October	5	157.2	71.7	64	2	5	210.0	60.0	28.6	3, 4, 4	125.7	94.9	19.5
November	—	—	—	—	1	1	99.0	27.5	14.3	—	—	—	—
December	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Deze getallen worden dus tot hoogten in millimeters herleid door ze met 0.199 te vermenigvuldigen

De kolommen bevatten de gemiddelde hoeveelheden verdamt: 1. van eene vrije oppervlakte, 2. van eene oppervlakte in het bosch zonder bedekking met stroo, 3. met bedekking.

OVER HET
VOORKOMEN VAN HALSRIBBEN

BIJ DE
SCHILDPADDEN.

DOOR
C. K. HOFFMANN.



I.

In het algemeen neemt men gewoonlijk aan, dat bij de schildpadden aan de halswervelen dwarse uitsteeksels, zoowel als ribben ontbreken. Een nauwkeuriger onderzoek toont intuschen aan, dat deze mededeeling niet volkomen juist is, en dat bij de schildpadden aan de halswervelen, wel is waar kleine, maar toch zeer duidelijk als ribben te onderscheiden aanhangels worden aangetroffen. Aan alle halwervels, met uitzondering van den eerste, bemerkt men aan het voorste einde in de onmiddelijke nabijheid van het gewrichtshoofd of van de gewrichtskom (bij de schildpadden komen zoo als bekend is, in de hals zoowel proocoelische, als opisthocoelische en dicoelische wervels voor) aan beide zijden een klein, stomp, gewoonlijk slechts zeer weinig in het oog springend uitsteeksel voor. Van alle onderzochte schildpadden, maakt alleen het geslacht *Chelodina* eene uitzondering. Bij dit geslacht toch, komt niet aan het voorste gedeelte van den wervel een klein, stomp, maar een zeer duidelijk, bijna de geheele lengte van het wervellichaam innemend uitsteeksel voor, dat in het midden van het wervellichaam het sterkst ontwikkeld is, naar voren en achteren gaandeweg zich verliest en aan de beide einden van den wervel geheel verdwenen is.

Maakt men nu door het bovengenoemde, aan het voorste

einde der halswervels voorkomende, stompe uitsteeksel fijne doorsneden van in Acidum chromium van 0.5 pCt. ontkalkte wervels en kleurt men deze doorsneden met purpurin of met pikrokarmijn, dan leert het onderzoek het volgende: Fig. 1 is zulk een doorsnede van een zeer jong exemplaar van *Chelonia imbricata*. De bovenste bogen en het wervellichaam bestaan uit kalkkraakbeen, slechts in de onmiddellijke omgeving van de Chorda dorsalis, is, onder resorptie der kraakbeenige tusschenschotten, de vorming van mergruimten begonnen. Tusschen wervelboog en wervellichaam bemerkt men een hyalin kraakbeenige streep, die lateraalwaarts zich zeer sterk verbreedt en zoo het even vermelde stompe uitsteeksel vormt. Volkomen op dezelfde wijze verhouden zich *Chelonia caucana* en *Sphargis coriacea*. Ook bij volwassen dieren, behoorende tot het geslacht *Chelonia* blijven wervelboog en wervellichaam door een kraakbeennaad van elkander gescheiden en zet deze kraakbeennaad zich in het eveneens kraakbeenig blijvend uitsteeksel voort. (Vergelijk fig. 2). Bij volwassen dieren van het geslacht *Chelonia* blijft dit uitsteeksel echter niet zuiver hyalin kraakbeenig, maar wordt meer of min in vezelkraakbeen omgezet.

Tusschen de kraakbeencellen toch bemerkt men uiterst fijne vezelen (bindweefselsbrillen), na kleuring met prikrokarmijn neemt dit kraakbeen eene intensief roode kleur aan, terwijl het hyaline kraakbeen op dezelfde wijze behandeld, niet of slechts uiterst bleek gekleurd wordt.

Welke morphologische beteekenis dit uitsteeksel dus heeft, laat zich bij de zeeschildpadden niet bepalen; onderzoekt men echter andere schildpaddengeslachten, dan is het niet moeielijk om aan te toonen, dat dit uitsteeksel een rib voorstelt, die bij de zeeschildpadden op een indifferente (lagere) trap van ontwikkeling blijft staan.

Op dezelfde wijze vervaardigde doorsneden van jonge dieren, behoorende tot het geslacht *Testudo*, vertoonen namelijk ongeveer dezelfde beelden als die van *Chelonia* en *Sphargis*; ook hier vindt men wervelboog en wervellichaam van elkander gescheiden door een hyaline kraakbeennaad, terwijl deze naad zich eveneens in het nog hyalin kraakbeenige stompe uitsteeksel voortzet. Bij oudere dieren van het geslacht *Testudo* daarentegen, vindt men

dit uitsteeksel verbeent. Een nog volkomen hyaline kraakbeen-naad scheidt echter dit uitsteeksel zoowel van den wervelboog als van het wervellichaam, terwijl boog en lichaam door een voortzetting van deze hyaline kraakbeen-naad eveneens van elk-ander worden gescheiden. Wanneer men nu bedenkt, dat het dwarse uitsteeksel altijd onmiddelijk van uit den bovensten boog verbeent, dat daarentegen de rib dit nimmer doet, maar altijd zelfstandig verbeent, dan is de mogelijkheid, dat dit uitsteeksel een processus transversus voorstelt al dadelijk uitgesloten en kan het dus alleen een rib zijn, die bij het geslacht Testudo door een dunne kraakbeen-naad van wervelboog en wervellichaam ge-scheiden blijft. Of ook bij geheel oude dieren de kraakbeen-naad verdwijnt, en synostose (intreedt, kan ik niet aangeven, aangezien ik niet in de gelegenheid ben geweest dit te onder-zoeken. (Vergl. fig. 3).

Terwijl dus de kleine halsribben bij de zeeschildpadden altijd kraakbeenig blijven, bij de landschildpadden wel is waar ver-beenen, maar altijd door een kraakbeen-naad van wervelboog en wervellichaam gescheiden blijven, komt het daarentegen bij de Emydae en Trionycidae tot een volkomen vergroeiing dier hals-ribben met wervelboog en wervellichaam, hetgeen ook van de beide laatstgenoemde stukken geldt. Onderzoekt men hier even-eens jonge dieren. (fig. 4) dan blijkt het, dat ook hier de hals-ribben zelfstandig verbeenen, in den beginne nog door een dunne, smalle kraakbeen-naad van wervelboog en wervellichaam gescheiden zijn en dat met het vergroeiën van boog en lichaam onderling, ook de kraakbeen-naad tusschen beide genoemde stuk-ken en de rib verdwijnt, zoodat het uitsteeksel zich bij volwas-sen dieren als een processus transversus vertoont, i. e. als een deel van den halswervel zelve. De halsribben verhouden zich hier dus evenzoo als ik vroeger voor de staarribben der schild-padden heb aangetoond *).

Zoo als reeds boven is vermeld, komt bij het geslacht Che-lodina aan beide zijden van het wervellichaam een zeer duide-lijk ontwikkeld uitsteeksel voor. Of dit uitsteeksel hier eveneens

*) *Untersuchungen zur vergl. Anatomie der Wirbelthiere*, IX. *Zur Morphologie der Rippen*. *Niederl. Archiv f. zoologie*. Bd. IV. S. 1878.

zelfstandig verbeent, kan ik niet aangeven, aangezien ik slechts een volwassen individu onderzoeken kon. Dunne doorsneden toonden duidelijk aan, dat wervelboog en wervellichaam hier geheel met elkander, zoowel als met het zijdelingsche uitsteeksel vergroeid waren. Hoogst waarschijnlijk zal ook echter hier een onderzoek bij jonge dieren aantonen, dat deze uitsteeksels zelfstandig verbeenen, dat is, ribben voorstellen, die eerst later door synostose met wervelboog en wervellichaam vergroeien even als bij Emydae en Trionycidae.

Wij vinden dus bij de schildpadden aan alle halswervels, met uitzondering van den eerste, rudimentaire ribben. Bij de zeeschildpadden blijven deze rudimentaire ribben het geheele leven door kraakbeenig; bij de landschildpadden verbeenen zij wel is waar, blijven echter door een kraakbeenraad van den wervelboog en het wervellichaam gescheiden; bij de Emydae en Trionycidae daarentegen vindt men de evengenoemde kraakbeenraad bij jonge dieren nog aanwezig, bij ouderen daarentegen verdwijnt zij en vormt dus de rib, nadat synostose ingetreden is, met den wervelboog en het wervellichaam een samenhangend geheel.

In eene vroegere mededeeling heb ik trachten aan te toonen, dat de ribben als intervertebrale sceletstukken beschouwd moeten worden, die zelfstandig uit de sceletogene laag, welke de chorda omgeeft, uitgroeien, uit een eigen beenkern ossificeeren en in de meeste gevallen aan de borstwervels bewegelijk verbonden blijven. Bij de zoogdieren en bij de schildpadden waar de wervels in de borststreek, gedurende het geheele leven, door tusschenwervelstukken met elkander vereenigd zijn, zien wij, dat de ribben ook hare oorspronkelijke intervertebrale plaats blijven behouden. Daar, waar zoo als in de talrijke andere gevallen, de intervertebrale stukken verdwijnen en plaats maken voor hoogere ontwikkelingstoestanden, met andere woorden, daar waar zich uit de tusschenwervelgedeelten de gewrichtshoofden en de gewrichtspannen ontwikkelen, moeten de ribben natuurlijk ook hare oorspronkelijke intervertebrale plaats opgeven en vertebraal worden. De verhoudingen die de ribben aan de halswervels vertoonen, staven op nieuw deze stelling. De rudimentaire halsribben toch, komen bij de schildpadden, met uitzondering

van het geslacht *Chelodina*, altijd aan het voorste gedeelte der halswervels voor, met andere woorden, daar waar bij de procoelische wervels de gewrichtshoofden, bij de opisthocoelische de gewrichtskommen zich bevinden en nu weten wij, dat de gewrichtshoofden en gewrichtskommen altijd uit de intervertebrale stukken zich vormen.

Ofschoon ik niet in de gelegenheid geweest ben embryonen te onderzoeken, is het a priori toch hoogst waarschijnlijk, dat even als aan de borstwervels bij de hagedissen, ook aan de halswervels bij de schildpadden, de halsribben met de intervertebrale sceletstukken oorspronkelijk een samenhangend geheel vormen en dat bij vorning van gewrichtshoofden bij de procoelische of van gewrichtskommen bij de opisthocoelische wervels, de rib als een aanhangsel van den wervel zich vertoont, daar waar wervelboog en wervellichaam in elkander overgaan.

OVER DE VERHOUDING VAN DEN ATLAS EN DEN
EPISTROPHEUS BIJ DE SCHILDPADDEN.

II.

Onze eerste nauwkeurigere kennis over de verhouding van den atlas en den epistropheus bij de schildpadden zijn wij aan CUVIER *) verschuldigd, die daarvan de volgende beschrijving geeft. «L'atlas des tortues est composé de quatre pièces. Les deux premières, unies en dessus en une légère proéminence épineuse, après avoir entouré le canal vertébral et donné en arrière chacune son apophyse articulaire, viennent concourir avec une troisième fort petite à la formation de l'anneau qui reçoit le condyle de la tête: je dis anneau, parce que dans le squelette cette fossette est ouverte, et que son fond est rempli par une quatrième pièce qui est un véritable corps de vertèbre sans partie annulaire, et qui, présentant une face antérieure convexe dans le vide dont je viens de parler, s'articule en arrière par

*) G. CUVIER, *Recherches sur les ossemens fossiles*. Tom. V. IIe Partie, p. 207, 1824 Paris.

une face concave sur le corps de l'axis. Cette pièce, représente l'apophyse odontoïde de l'axis des mammifères. Sur leur jonction, en dessous, est encore attaché un petit os fait à peu près comme une rotule.

Ce qui prouve que cette pièce, analogue à l'odontoïde, est dans le fait le corps de l'atlas, c'est que dans le matamata (*Chelys fimbriata*) elle se soude aux trois premières, et prend toute la forme d'une vertèbre, s'articulant avec l'axis, et pourvue, comme lui, en dessous d'une crête longitudinale, et sur les côtés de petites apophyses transverses."

Geheel in overeenstemming met die van CUVIER luiden de mededeelingen van RATHKE *) zoo als uit de volgende regelen blijkt. „Es kann daher wohl keinem Zweifel mehr unterliegen, dass bei allen denjenigen Wirbelthieren, welche einen Processus odontoideus, oder — um die von BERGMANN †) gewählte weit passendere Benennung zu gebrauchen — ein Os odontoideum besitzen, dieses der eigentliche Körper des Atlas, dagegen der sogenannte Körper dieses Wirbels nur ein accessorisches Knochenstück oder morphologisches Element, und zwar ein modificirter unterer Dornfortsatz ist. Bei den Embryonen von Testudo und Chelonia, wie auch bei der jungen Sphargis, fand ich den sogenannten Zahnfortsatz, in eben solcher Weise verknöchert, wie den Körper des Epistropheus, und wie überhaupt die Körper der Halswirbel bei demselben Individuum. Ferner war er mit dem Körper des Epistropheus ebenso durch eine Knorpelscheibe verbunden, wie bei den genannten in der Entwicklung begriffenen Seeschildkröten der Körper dieses Wirbels mit dem des nächstfolgenden. Auch ging durch ihn die Rückensaite ganz so, wie durch einen Wirbelkörper hindurch. Die Bogenschenkel, die ursprünglich zu ihm gehörten, hatten sich schon ganz von ihm abgelöst; dieselben sind durch zwei von ihren unteren Enden abgehende fibröse Bänder mit einem kleinen Skeletstücke (Schlussstück des Atlas), das unter dem Zahnfortsatze lag in Verbindung gesetzt und bildeten zusammen mit diesen

*) H. RATHKE. *Ueber die Entwicklung der Schildkröten* Braunschweig 1848.

†) C. BERGMANN. *Einige Beobachtungen und Reflexionen über die Skeletsysteme der Wirbelthiere*, Göttinger Studien 1845.

Theilen schon einen um den Zahnfortsatz gelegenen weiten Ring, oder den Atlas. Das erwähnte Skeletstück, oder der nachherige untere Bogen des Atlas, der auch wohl der Körper des Atlas genannt worden ist, war mässig gross und theilweise knöchern, theilweise knorpelig.

Bij de schildpadden treedt dus het merkwaardige verschijnsel op, dat terwijl bij enkele — zoo als bij de door CUVIER beschreven *Chelys fimbriata* — de eerste en tweede halswervel zich volkomen, zoo verhouden als de overige halswervels, bij de meeste andere daarentegen diezelfde eigenaardige modificatie in de onderlinge verhouding van den eersten en tweeden halswervel zich vertoont die men in het algemeen bij alle overige Amnioten, dit is bij alle reptilien, vogels en zoogdieren ontmoet. Intusschen is *Chelys fimbriata* niet de eenige repraesentant onder de schildpadden, wiens eerste en tweede halswervel, die der overige volkomen gelijkvormig is. Volgens PETERS *) is de verhouding bij *Hydromedusa Maximiliani* (*Eumys Maximiliani* Mikan.) evenzoo en hetzelfde vond ik bij *Chelodina longicollis*, waar eveneens de eerste en de tweede halswervel geheel op dezelfde wijze gebouwd zijn als de overige halswervels, zoodat dit kenmerk misschien voor de geheele groep der Chelydae geldt. Onderzoekt men nu ook andere geslachten, dan is het niet moeilijk tusschen de beide uiterste gevallen, namelijk het eene, waarin de atlas uit vier afzonderlijke stukken bestaat, — en waarvan dan een stuk met den epistropheus is vergroeid en diens processus odontoideus vormt — en het andere, waarin atlas en epistropheus volkomen zoo als de andere halswervels zich verhouden, verschillende overgangsvormen aan te toonen.

Met uitzondering van de zoo even genoemde afwijkingen, bestaat de atlas dus uit vier stukken waarvan een met het gewrichtshoofd van den tweeden halswervel verbonden, diens processus odontoideus vormt, terwijl de drie andere stukken te samen den ring van den atlas vormen, namelijk de beide boogstukken en het sluitstuk, het laatste wordt dan door RATHKE

*) W. PETERS. *Observationes ad anatomiam cheloniorum. Diss. inaug.* Berlin 1838 en verder in MULLER's *Archiv* 1839, p. 280.

met een onderste doornuitsteeksel vergeleken, terwijl de processus odontoideus het lichaam van den atlas voorstelt. Sluitstuk en boogstukken vormen dus met elkander een ring, den ring van den atlas, en deze ring wordt door een fibreusen band, het ligamentum transversum in twee kanalen verdeeld, een bovenste grootere opening, waardoor het ruggemerg heengaat en een onderste kleinere voor de opname van den processus odontoideus.

Zeeschildpadden. Fig. 5 stelt een sagitaalsnede voor door occipitale basilare, processus odontoideus en den tweeden halswervel van een nog zeer jong exemplaar van *Sphargis coriacea*. De chorda vertoont even als bij de overige halswervels der schildpadden, zeer duidelijk met elkander afwisselende bredere en smallere gedeelten en wel in dier voege, dat de chorda in het wervellichaam het breedst, aan de gewrichtseinden daarentegen, dus daar, waar de gewrichtskop van den eenen wervel in de gewrichtskom van den andere geleedt, het smalst is. Volkomen zoo verhoudt de chorda zich in den processus odontoideus. Het occipitale basilare bestaat voor het grootste gedeelte nog uit hyalin kraakbeen, naar het sphenoidale toe gaat het over in kalkkraakbeen en hier en daar is onder resorptie der verkalkte tusschenschotten de vorming van mergruimten reeds begonnen. De processus odontoideus bestaat eveneens voor het grootste gedeelte nog uit hyalin kraakbeen, alleen in het midden heeft het hyaline kraakbeen plaats gemaakt voor kalkkraakbeen, aan den bovenrand van het kalkkraakbeen bemerkt men een dunne perichondrale beenlaag. Denzelfden bouw vertoont het lichaam van den tweeden halswervel, terwijl het sluitstuk van den atlas eveneens nog geheel uit hyalin kraakbeen bestaat. Het occipitale basilare wordt met den processus odontoideus door een weefsel verbonden, hetgeen men het best met den naam van vezelkraakbeen bestempelen kan, namelijk door fijn fibrillair bindweefsel, waarin talrijke kraakbeencellen gelegen zijn. Een zelfde weefsel verbindt de processus odontoideus met het gewrichtshoofd van den tweeden halswervel, alsmede het sluitstuk van den atlas met den processus odontoideus en met het occipitale basilare. Het voorkomen van dit vezelkraakbeen tusschen genoemde stukken wijst

er dus op, dat zij hoogstwaarschijnlijk vroeger een samenhangend geheel hebben gevormd.

Fig. 6 is een loodrechte dwarse doorsnede door den atlas, van een zeer jong individu van *Chelonia cauana*. Het sluitstuk (*s*) bestaat gedeeltelijk nog uit hyalin kraakbeen, gedeeltelijk is het reeds in kalkkraakbeen omgezet. Hetzelfde geldt van de boogstukken, terwijl de processus odontoideus nog geheel uit hyalin kraakbeen bestaat. Het hyaline kraakbeen der beide hoogstukken gaat onmerkbaar in het ligamentum transversum over, het laatste bestaat nog geheel uit vezelkraakbeen. De processus odontoideus wordt met de beide boogstukken en met het sluitstuk van den atlas door een weefsel verbonden, dat in het centrale gedeelte nog geheel hyalinkraakbeenig, in de peripherische gedeelten daarentegen meer uit vezelkraakbeen bestaat. Sluitstuk en boogstukken hangen met elkander door fijn fibrillair bindweefsel samen, waarin nog talrijke kraakbeencellen zijn afgezet en dit weefsel gaat onmerkbaar zoowel in het hyaline kraakbeen van het sluitstuk als van de boogstukken over. Zeer duidelijk wordt dit weefsel, wanneer men de doorsneden kleurt met pikrokarmijn. Het wordt dan intensief rood gekleurd, terwijl het hyaline kraakbeen slechts eene licht roodachtig geel tint aanneemt.

Uit het medegedeelde van *Sphargis* en *Chelonia* mag men dus wel besluiten, dat processus odontoideus, boogstukken en sluitstuk oorspronkelijk een samenhangend geheel vormen en dat met de differentiatie van den processus odontoideus tot een eigen sceletstuk, de boven dit stuk gelegen, de beide bogen verbindende kraakbeenstreep in vezelkraakbeen (het ligamentum transversum) is omgezet, dat het sluitstuk van de beide boogstukken zich heeft afgescheiden en dat het tusschen processus odontoideus, sluitstuk en boogstukken overgebleven kraakbeen zich in een bandmassa heeft omgezet, die den processus odontoideus aan die stukken verbindt (ligamentum accessorium). Dat dit werkelijk zoo is, zal nog duidelijker worden, bij de beschouwing van andere geslachten.

Onderzoekt men volwassen zeeschildpadden van het geslacht *Chelonia*, dan blijkt het dat de processus odontoideus beweeglijk verbonden is, met den epistropheus door een hoogst eigen-

aardig weefsel (zie fig. 7) hetwelk deels uit een meer fijnkorrelige, deels uit een meer fijn gestreepte grondzelfstandigheid bestaat en door behandeling met pikrokarmijn rood gekleurd wordt. In deze grondzelfstandigheid ziet men grootere en kleinere, scherp begrensde mazen, waarin men zeer dikwijls wandstandige kernen ontmoet, terwijl ook hier en daar in de grondzelfstandigheid zelve ovale kernen worden aangetroffen. De boven het ligamentum transversum gelegene gedeelten der boogstukken zijn geheel verbeend, de daaronder gelegene gedeelten, zoowel als het sluitstuk verhouden zich daarentegen anders. (Zie fig. 8). De laterale gedeelten van al die genoemde stukken bestaan voor het grootst gedeelte uit kalkkraakbeen, slechts van buiten door eene dunne periostale beenlaag gedekt. De mediale gedeelten daarentegen zijn nog geheel kraakbeenig. De grondzelfstandigheid, waarin de kraakbeencellen zijn afgezet, is echter anders, dan bij het hyaline kraakbeen. In de eerste plaats worden aan doorsneden, die ontnomen zijn van in chroomzuur ontkalkte voorwerpen, de grondzelfstandigheid duidelijk rood gekleurd, terwijl deze van op dezelfde wijze behandeld hyalin kraakbeen niet of bijna niet gekleurd wordt; ten tweede is die grondzelfstandigheid niet homogeen, maar deels uiterst fijn korrelig, deels zeer fijn gestreept. Het is als of die grondzelfstandigheid in een meer of minder uiterst fijn fibrillair bindweefsel is veranderd. Gelijktijdig is dit weefsel veel vaster en veel meer weerstandbiedend dan het hyaline kraakbeen. Boogstukken en sluitstuk worden met elkander door straf bindweefsel verbonden.

Trionycidae. Fig. 9 is een loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een zeer jongen *Trionyx javanicus*. De processus odontoideus is nog geheel kraakbeenig. Die gedeelten der boogstukken, die het foramen spinale omsluiten bestaan uit kalkkraakbeen, de onder het ligamentum transversum gelegene gedeelten, die met het sluitstuk het kanaal voor den processus odontoideus vormen, zijn in hun laterale gedeelten min of meer verkalkt kraakbeenig, terwijl de mediale gedeelten nog hyalin kraakbeenig zijn. Aan de peripherie bevindt zich eene dunne periostale beenlaag. Even als de boogstukken verhoudt zich het sluitstuk. Boogstukken en sluitstuk vormen nog een sa-

menhangend geheel en het hyaline kraakbeen van de boogstukken zet zich onmiddelijk in dat van het sluitstuk voort. Fig. 10 is eveneens eene loodrechte dwarse doorsnede, die eenigzins schuins getroffen heeft en bijna geheel aan het achtereinde van het sluitstuk valt. Het sluitstuk bestaat geheel uit kalkkraakbeen, van de boogstukken zijn die gedeelten, die het ruggemerg omsluiten, reeds in mergbeen veranderd, terwijl de onder het ligamentum transversum geplaatste stukken, die met het sluitstuk het kanaal voor den processus odontoideus vormen, aan de laterale gedeelten uit kalkkraakbeen, in de mediale gedeelten nog uit hyalin kraakbeen bestaan. Aan de eene zijde hangt het boogstuk met het sluitstuk nog volkomen door hyalin kraakbeen te samen, aan de andere zijde, waar de snede het achtereinde van het sluitstuk heeft getroffen, hangt boogstuk en sluitstuk mediaalwaarts eveneens nog geheel door hyalin kraakbeen, lateraalwaarts daarentegen door vezelkraakbeen samen, welk vezelkraakbeen onmerkbaar in het hyaline kraakbeen overgaat. Fig. 11 eindelijk is een doorsnede door de boogstukken van den atlas en den processus odontoideus. In den laatste is de chorda nog aanwezig en rondom de chorda is de verbeening reeds duidelijk aangevangen. Onderzoekt men nu ook volwassen dieren dan blijkt het, dat sluitstuk en boogstukken met elkander steeds onmiddelijk samenhangen en wel door hyalin kraakbeen, hetwelk van de boogstukken onmiddelijk in dat van het sluitstuk zich voorziet, zooals dwarse doorsneden het zeer duidelijk vertoonen. Bij de Trionycidae komt het dus nimmer tot een scheiding van boogstukken en sluitstuk, zij blijven integendeel met elkander in voortdurenden samenhang. (Vergelijk fig. 12).

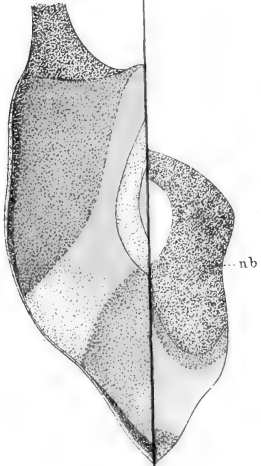
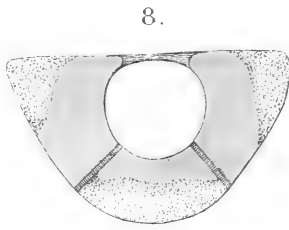
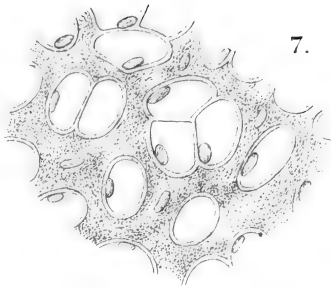
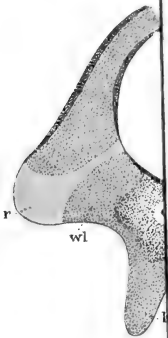
Volkomen op dezelfde wijze verhouden zich de landschildpadden. Aan sagittaalsneden is het niet moeielijk om aan te toonen, dat de chorda in den processus odontoideus zich volkomen zoo verhoudt als in de lichamen der andere halswervels en dat de processus odontoideus met den epistropheus bij jonge dieren verbonden wordt door een weefsel, dat uit zeer dicht op elkander gedrongen kraakbeencellen bestaat en waarin een duidelijke differentiëring tot bindweefsel zichtbaar is. Aan loodrechte doorsneden, door den atlas, zoowel bij jonge als bij vol-

wassen dieren (vergelijk Fig. 13 en Fig. 14) blijkt verder, dat even als bij de Trionycidae ook bij de landschildpadden, boogstuk en sluitstukken een samenhangend geheel maken en dat bij de later optredende ossificatie, het nooit tot eene scheiding in den samenhang tusschen de drie genoemde stukken komt, maar dat de mediale gedeelten van het sluitstuk en van die deelen der boogstukken, die onder het ligamentum transversum zijn gelegen steeds kraakbeenig blijven en dat dit kraakbeen van de boogstukken zich onmiddelijk in dat van het sluitstuk voortzet. Onderzoekt men alleen gedroogde sceletten dan is het kraakbeen tusschen boogstukken en sluitstuk in elkander geschrompelt en vertoont er zich een schijnbare naad tusschen boogstukken en sluitstuk, waardoor het den schijn heeft, alsof die stukken niet met elkander onmiddelijk samenhangen, maakt men daarentegen gebruik van wervels, die of aan versche of aan in spiritus bewaarde dieren ontnomen en in chroomzuur ontkalkt zijn en vervaardigt men van op zulke wijze behandelde wervels loodrechte dwarse doorsneden, dan eerst kan men zich een juiste voorstelling vormen van de verhouding der drie stukken onderling, die samen den ring van den atlas vormen.

Terwijl dus bij vele (misschien alle) Chelydae, de eerste en de tweede halswervel zich volkomen zoo verhouden als alle andere halswervels, bestaat de atlas daarentegen bij de andere schildpadden uit vier stukken, van deze vier is er een met het gewichtshoofd van den epistropheus bewegelijk verbonden en vormt diens zoogenaamden processus odontoideus. De drie andere stukken vormen met elkander den ring van den atlas, bij Emydae, Trionycidae en Landschildpadden blijven deze drie stukken met elkander in voortdurenden samenhang en worden met elkander door kraakbeen vereenigd. Bij de zeeschildpadden daarentegen scheidt het sluitstuk van de beide boogstukken zich af en wel reeds in een zeer vroeg ontwikkelingsstadium en treedt met de beide boogstukken door straf bindweefsel in verbinding.

Welke morphologische beteekenis komt nu aan de vier stukken van den atlas toe? Dat de processus odontoideus het lichaam of beter misschien gezegd, een gedeelte van het lichaam van den eersten wervel voorstelt, staat wel buiten allen twijfel. Ik behoef hier slechts in herinnering te brengen, dat de chorda

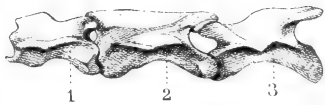
dorsalis tot den processus odontoideus op dezelfde wijze zich verhoudt als tot de lichamen der andere halswervels. Bij de differentiatie der intervertebrale stukken in gewrichtshoofden en gewrichtskommen worden de laatstgenoemden in den beginne nog door een weefsel met elkander verbonden, dat nog het best met den naam van bindweefselkraakbeen kan bestempeld worden, een dergelijk weefsel komt ook voor zoowel tusschen den condylus occipitalis en den processus odontoideus aan de eene zijde, als tusschen den laatstgenoemde en den epistropheus aan de andere zijde. Terwijl het bij de overige halswervels in latere ontwikkelingsstadien tot een in meerdere of mindere mate volkomen scheiding van gewrichtshoofden en gewrichtspannen komt, blijft daarentegen de processus odontoideus bewegelijk verbonden met het gewrichtshoofd van den tweeden halswervel. Moeielijker te beantwoorden is de vraag, welke waarde aan het sluitstuk van den ring van den atlas moet worden toegekend. РАТНКЕ heeft het met een onderste uitsteeksel (hypaphyphye) vergeleken. Dit komt mij echter minder waarschijnlijk voor. Men bedenke namelijk wel, dat de onderste uitsteeksels altijd onmiddelijk van uit de wervellichamen zelve verbeenen. Ik geloof dat het sluitstuk niets anders, dan een gedeelte van het lichaam van den eersten wervel voorstelt. Het lichaam van den eersten wervel differentieert zich dus vroegtijdig in verschillende stukken. Het middelste kraakbeenig gedeelte, waar de chorda dorsalis doorheen gaat, wordt processus odontoideus. Uit de boven den processus odontoideus gelegene dunne kraakbeenige strook, ontwikkelt zich het ligamentum transversum. Het onmiddelijk om den processus odontoideus gelegen kraakbeen differentieert zich gedeeltelijk tot een fibreusen band, die den processus odontoideus aan boogstukken en sluitstuk verbindt, (ligamentum accessorium) gedeeltelijk wordt het gedegeneerd. De zijdelingsche en onderste gedeelten van het wervellichaam eindelijk vormen den ring, waarbinnen de processus odontoideus gelegen is en die uit drie stukken bestaat, namelijk het aan de buikzijde gelegen sluitstuk en de beide zijdelingsche boogstukken, die onmiddelijk in de bovenste bogen (de neuralebogen) zich voortzetten. In de groep der schidpadden vertoont het sluitstuk onmiskembare neiging zich terug te vormen. Bij de



15.



16.



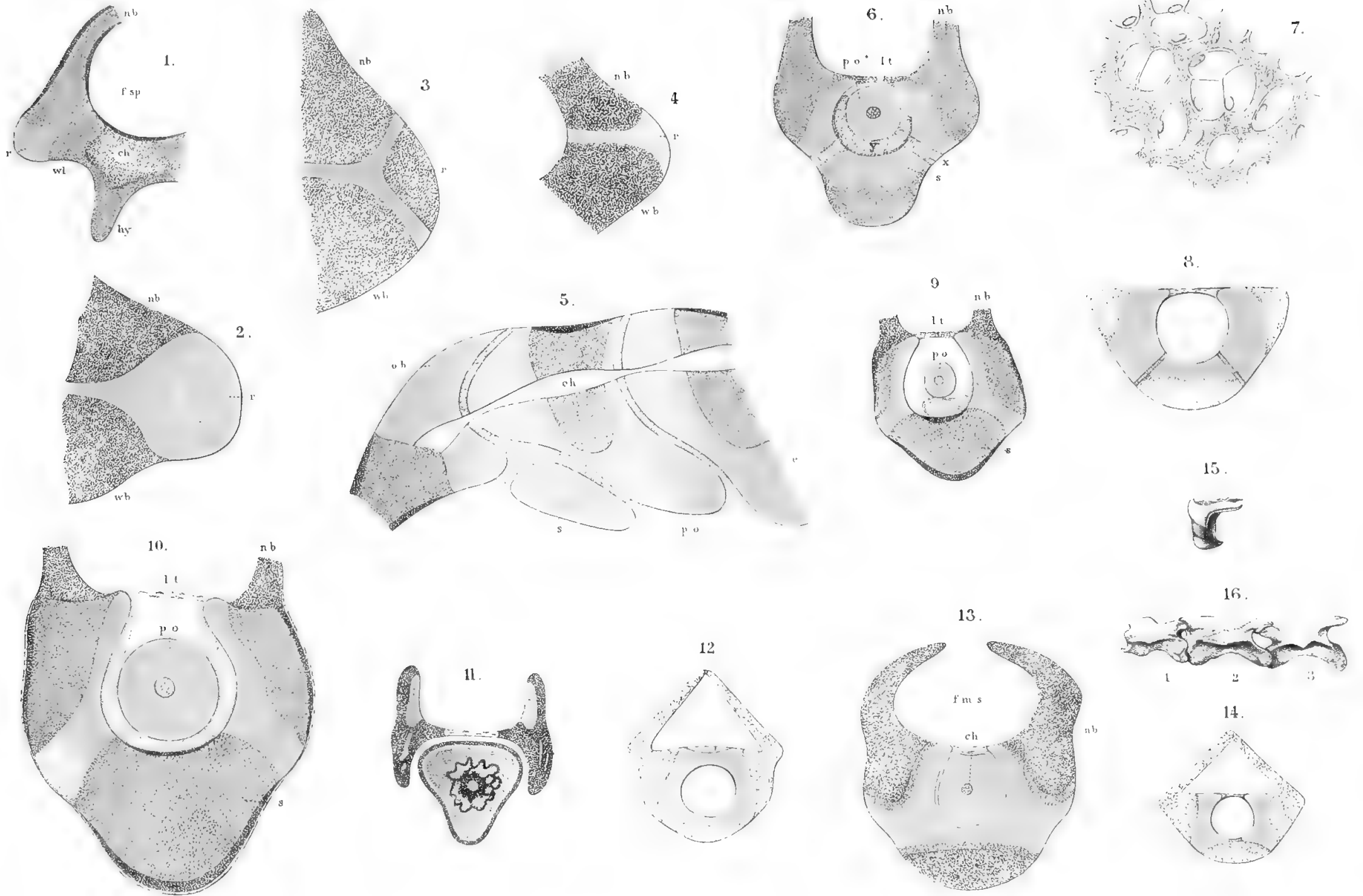
14.



C.K.Hoffmann del.

Pl. Med. d. Hals

dorsalis tot den processus odontoideus op dezelfde wijze zich verhoudt als tot de lichamen der andere halswervels. Bij de differentiatie der intervertebrale stukken in gewrichtshoofden en gewrichtskommen worden de laatstgenoemden in den beginne nog door een weefsel met elkander verbonden, dat nog het best met den naam van bindweefselkraakbeen kan bestempeld worden, een dergelijk weefsel komt ook voor zoowel tusschen den condylus occipitalis en den processus odontoideus aan de eene zijde, als tusschen den laatstgenoemde en den epistropheus aan de andere zijde. Terwijl het bij de overige halswervels in latere ontwikkelingsstadien tot een in meerdere of mindere mate volkomen scheiding van gewrichtshoofden en gewrichtspannen komt, blijft daarentegen de processus odontoideus bewegelijk verbonden met het gewrichtshoofd van den tweeden halswervel. Moeielijker te beantwoorden is de vraag, welke waarde aan het sluitstuk van den ring van den atlas moet worden toegekend. РАТНКЕ heeft het met een onderste uitsteeksel (hypaphyse) vergeleken. Dit komt mij echter minder waarschijnlijk voor. Men bedenke namelijk wel, dat de onderste uitsteekfels altijd onmiddelijk van uit de wervellichamen zelve verbeenen. Ik geloof dat het sluitstuk niets anders, dan een gedeelte van het lichaam van den eersten wervel voorstelt. Het lichaam van den eersten wervel differentieert zich dus vroegtijdig in verschillende stukken. Het middelste kraakbeenig gedeelte, waar de chorda dorsalis doorheen gaat, wordt processus odontoideus. Uit de boven den processus odontoideus gelegene dunne kraakbeenige strook, ontwikkelt zich het ligamentum transversum. Het onmiddelijk on den processus odontoideus gelegen kraakbeen differentieert zich gedeeltelijk tot een fibreusen band, die den processus odontoideus aan boogstukken en sluitstuk verbindt, (ligamentum accessorium) gedeeltelijk wordt het gedegeneerd. De zijdelingsche en onderste gedeelten van het wervellichaam eindelijk vormen den ring, waarbinnen de processus odontoideus gelegen is en die uit drie stukken bestaat, namelijk het aan de buikzijde gelegen sluitstuk en de beide zijdelingsche boogstukken, die onmiddelijk in de bovenste bogen (de neuralebogen) zich voortzetten. In de groep der schidpadden vertoont het sluitstuk onmiskenbare neiging zich terug te vormen. Bij de



C. K. Hoffmann del.

P. W. M. Traut impr

J. J. Wendel sculp



Emydae, Trionycidae en Testudinei blijft het in voortdurenden samenhang met de zijdelingsche boogstukken, bij de zeeschildpadden scheidt het zich reeds vroegtijdig af en blijft alleen door bandmassa met de zijdelingsche boogstukken verbonden. Dit verschijnsel is misschien van beteekenis voor een verklaring van het zoo hoogst merkwaardige sceletstuk, dat bij de Crocodilen tusschen den eersten halswervel en het occipitale basilare wordt aangetroffen, ik bedoel het zoogenaamde „dakstuk van BRÜHL”. Ik hoop hierop later terug te komen.

Leiden, 30 Nov. 1878.

R A P P O R T

VAN DE HEEREN

J. ZEEMAN, J. VAN GEUNS en A. HEYNSIUS.

Uitgebracht in de Vergadering van 30 Dec. 1878.

Het Hoofdbestuur der *Nederlandsche Vereeniging tot afschaffing van sterken drank* heeft aan de Akademie de vraag gerigt, of ook naar hare meening de door overhaling verkregen alcohol (het gedestilleerd) behoort gerangschikt te worden onder de vergiften: „of het al dan niet is — vergift;” en noodigt haar uit zich met het onderzoek der zaak wel te willen onledig houden „naar aanleiding der jongste getuigenissen van bevoegde geleerden in het Buitenland,” terwijl zij in hare missive daarbij vermeldt, dat op de algemeene vergadering der Vereeniging gehouden 29 Juni ll. besloten was, dat zij zich *regtstreeks* ter deze zake tot onze Afdeeling zoude wenden.

Uwe Commissie acht het overbodig na te gaan of eene dergelijke opdracht door de Akademie aanvaard kan worden, wanneer zij door eene Vereeniging buiten de Regering om aan haar wordt aangeboden; om dit te beslissen behoefde de Afdeeling de voorlichting eener Commissie niet. Wij bepalen ons dus tot de overweging of er gronden bestaan waarom de Akademie zich met het gevraagde onderzoek zal onledig houden.

Alras moeten wij doen opmerken, dat de Vereeniging door de *verklaring* dat het gedestilleerd als vergift moet gequalificeerd worden, zich voorstelt een sterk beperkenden invloed op den verkoop in 't klein uit te oefenen.

Of het beoogde doel door de Vereeniging bereikt zal worden, wanneer de alcohol, hetzij zuiver, hetzij onzuiver met den naam van vergift bestempeld wordt, ligt buiten het oordeel dat van de Afdeeling gevraagd wordt. Wanneer men meent met eene begripsbepaling te kunnen volstaan, dan kan die alligt zonder

twijfel zoodanig gesteld worden, dat de qualificatie van vergift op den alcohol toepasselijk is. Wij willen daarbij voegen dat in elk Handboek van Vergiftleer eene rubriek over den alcohol gevonden wordt, dat de schadelijke werking der alcoholica onder den naam van *acute* en van *chronische vergiftiging* (intoxicatie) daar beschreven wordt, terwijl eene breede rij van aandoeningen der organen en van stoornissen der verschillende verrigtingen bij *chronisch alcoholisme* voldoende bewijzen levert van vergiftige uitwerkingen. Met het oog hierop zou dus de gewenschte verklaring gereedelijk gegeven kunnen worden.

Maar daarlatende de bedoeling, waarmede die verklaring door de Vereeniging verlangd wordt, mogen wij niet nalaten te doen opmerken, dat het gebruik der alcoholica ook nog uit een ander oogpunt beschouwd moet worden: dat de alcohol als geneesmiddel meer en meer eene belangrijke beteekenis heeft gekregen en dat zij onder de diaetetische middelen niet gemist kan worden. In de hoeveelheid en wijze van gebruik, niet enkel in den aard der stof, ligt de grond voor de grensscheiding waar het geneesmiddel overgaat tot de vergiften te behoreen en voor geneesmiddelen niet alleen, maar ook voor stoffen die tot genot en voeding bijdragen, geldt hetzelfde. Uit dien hoofde zou de door Vereeniging tot Afschaffing zeker gewenschte *absolute* uitspraak in strijd zijn met onze kennis van de werking van alcohol of juist gezegd van meer of minder alcohol houdende stoffen.

Wij willen niet onopgemerkt voorbijgaan, dat de Vereeniging in de missive van haar Hoofdbestuur bepaaldelijk het gedestilleerd op het oog heeft. Daarbij doelt zij op het verschil, dat er zou bestaan tusschen zuivere alcoholica en zoodanige soorten, waar bijzonder schadelijke stoffen als bijproduct der destillatie bijgemengd zijn. Duidelijk genoeg wordt dit in het bij de missive gevoegde Jaarverslag der Vereeniging op pag. 7 gezegd met de volgende woorden: „Maar eerst in den jongsten tijd is „men zich gaan toeleggen op een wetenschappelijk onderzoek „van den aard van den alcohol en zoo is het nu uitgemaakt, „dat die door overhaling verkregen zeer gevaarlijke bestand- „deelen bezit, welke in den door gisting verkregen alcohol niet „worden aangetroffen.”

Wij herinneren hieromtrent, dat dit onderwerp naar aanleiding van den arbeid van HAECK in de jaren 1872, 73 en 74 in België breedvoerig besproken werd op de vergaderingen van de Fédération médicale belge, waarbij men meer bijzonder uitging van hetgeen men bij den mensch waarneemt na misbruik van sterke dranken. Met proefnemingen op dieren heeft men zoowel vroeger als later den graad van de schadelijke werking van zuivere en onzuivere alcoholica trachten te bepalen. Dit deden, na RABUTEAU, DUJARDIN-BEAUMETZ en AUDIGANNE. De experimenteele critiek van STEN STENBERG ontnemt echter aan de resultaten der laatstgenoemde onderzoekers de beslissende waarde, die de Vereeniging, zoowel blijkens hare missive als het boven aangehaalde uit haar Jaarverslag, er aan schijnt toe te kennen. In die proeven is alleen of hoofdzakelijk de acute intoxicatie op dieren bestudeerd.

Of de quaestie van chronische intoxicatie (alcoholismus chronicus) met goed gevolg door proefnemingen op dieren zoude kunnen worden opgelost, is tot dusverre niet gebleken. Terwijl wat de waarneming van chronische intoxicatie bij den mensch betreft, zeker de experimenteele methode wel niet zal worden toegepast. Men zou dus tot het raadplegen der statistiek zijne toevlugt kunnen nemen, maar naar onze meening belooft dit voorshands geene zoo afdoende resultaten als voor het hier genoemde doel der Vereeniging, de tegenstelling van het gewone gedestilleerd tegenover andere alcoholica, gevorderd zouden worden.

Uwe Commissie meent dus te mogen voorstellen op grond van bovenstaande beschouwingen aan het Hoofdbestuur der Vereeniging te antwoorden, dat er naar het oordeel der Afdeling geen twijfel kan bestaan omtrent de in het algemeen schadelijke werking van alcoholica, zuiver of onzuiver; dat de vraag of die schadelijke werking als vergiftiging bestempeld kan worden, gelijk uit het voorgaande blijkt, door haar niet kan worden beantwoord.

28 Dec. 1878.

J. ZEEMAN.

J. VAN GEUNS.

A. HEYNSIUS.

R A P P O R T

OMTRENT EENE VERHANDELING VAN DEN HEER

Dr. M. T R E U B.

GETITELD:

NOTES SUR L'EMBRYOGÉNIE DE QUELQUES ORCHIDÉES.

Uitgebracht in de Vergadering van 1 Febr. 1879.



De ondergeteekenden, in Uwe vergadering van 28 December jl. in commissie benoemd om rapport uit te brengen over eene Verhandeling van den Heer Dr. M. TREUB, getiteld: „Notes sur l'embryogénie de quelques Orchidées,” hebben de eer bij deze zich van die opdracht te kwijten.

De, blijkens den titel, in het Fransch geschreven Verhandeling is 36 folio pagina's groot, en gaat vergezeld van een achttal uitnemend fraai geteekende platen. waaraan nog eene verklaring van een viertal bladzijden is toegevoegd.

Zij is gewijd aan een der moeilijkste onderwerpen op het gebied der plantenontleedkunde: de ontwikkeling nl. der kiem, en wel in 't bijzonder de kiem der Orchideeën — eene plantengroep, welke om de vele bijzonderheden, welke haar, in tegenstelling van andere gewassen, kenmerken, de botanici steeds in hooge mate wist te boeien en bezig te houden.

Onze kennis der Orchideeën wordt door den arbeid van den Heer TREUB eene aanzienlijke schrede verder gebracht, daar de schrijver zich ten doel stelde, en er ook in slaagde, de wording, den bouw en de functie van eene bijzondere soort van aanhangselen toe te lichten, welke, na de bevruchting, uit de microcyle naar buiten komen, of in de ruimte tusschen endo- en

exostomium blijven ingeklemd, en nu eens als het verlengstuk, dan weder als uitwassen van den kiemdrager behooren te worden aangemerkt.

De schrijver wijst er te recht op, dat die aanhangselen reeds vóór jaren werden opgemerkt, en even zoo, dat daaraan toen reeds — maar slechts bij wijze van vermoeden — de functie werd toegeschreven om als geleiders van voedsel, ten gerieve der kiem, dienst te doen. Eenige zekerheid daaromtrent werd echter niet verkregen, en het is geenszins te verwonderen, dat de schrijver, wiens kort geleden door de Academie in 't licht gegeven onderzoekingen: „over de rol van de celkern bij de celdeeling,” voornamelijk aan de eieren van Orchideeën volbracht werden, zich nu ook opgewekt gevoelde, zijne krachten aan de oplossing van het nieuwe vraagstuk te wijden, vooral daar de laatste, in 1875 verschenen, mededeelingen over hetzelfde onderwerp van DICKSON, tot geene nieuwe gezichtspunten hadden geleid.

De verhandeling begint met een historisch overzicht betrekkelijk de embryogenie der Orchideeën en wat daar verder mede samenhangt. Dan volgen des schrijvers eigen onderzoekingen over 21 tot die groep behorende soorten, en eindelijk de gevolgtrekkingen, uit die onderzoekingen af te leiden.

Wij leeren daaruit, dat er bij vele Orchideeën — niet bij alle — eene physiologische scheiding tot stand komt in het amenstel der cellen, uit het kiemblaasje voortgesproten, in dien zin, dat een deel daarvan, te samen uitmakende den kiemdrager, zich belast met de opslurping van voedingsstoffen, terwijl het andere, de kiem, die stoffen in zich optast om later dienst te doen.

De gronden voor deze conclusie zijn ontleend: 1°. aan de plaats, waar het verlengstuk of de uitwassen van den kiemdrager zich ten laatste komen neêr te vleien — te midden nl. van het weefsel der eidragers en van den eikoeke (placenta), welks cellen, evenals die van den vruchtwand, met stoffen uit de reeks der koolhydraten of vetten gevuld zijn; 2°. aan den uitslag van microchemische proeven, waaruit bleek, dat er in de cellen van den kiemdrager of zijne takken steeds van de hier boven bedoelde voedingsstoffen te vinden waren, en 3°. aan de

omstandigheid, dat de meest oppervlakkige cellen van den kiemdrager — in tegenstelling van die der kiem — niet met eene cuticula bedekt waren, waardoor het opnemen van vloeibaar voedsel uit de omgeving veel gemakkelijker gemaakt werd, dan anders — blijkens eenige medegedeelde proeven — het geval zoude zijn geweest.

Uit de studie van de celdeeling en den groei der kiem, leidde de schrijver, evenals zulks reeds vroeger door FLEISCHER, HEGELMAIER en SOLMS-LAUBACH gedaan was, af, dat op de wetten, door HANSTEIN voor de ontwikkeling van dat deel bij de monocotylen gegeven, zoo vele uitzonderingen zijn aan te wijzen, dat zij dien naam niet langer behooren te dragen.

Het komt ons voor, dat de Verhandeling des Heeren TREUB, belangrijk wegens het behandelde onderwerp en de, ten gevolge eener uitnemende methode van onderzoek, verkregen verrassende uitkomsten; geschreven in vloeiend Fransch en opgeluisterd door teekeningen, welke den kunstenaar ex professo tot eer zouden verstrekken, alleszins waardig is in de werken in 4^o. der Kon. Akademie te worden opgenomen, weshalve wij U voorstellen, in dien zin te besluiten.

Amsterdam, }
Utrecht, } 5 Jan. 1879.

C. A. J. A. OUDEMANS.

N. W. P. RAUWENHOFF.

R A P P O R T

VAN DE HEEREN

C. H. D. BUIJS BALLOT en F. J. STAMKART.

Uitgebracht in de Vergadering van 1 Februarij 1879.



Uitgenoodigd door de Wis- en Natuurkundige Afdeeling van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam om advies uit te brengen over het eerste gedeelte der verhandeling van Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL, behelzende zijne magnetische opneming van den Indischen Archipel in de jaren 1874—1877, hebben wij de eer ons van die taak te kwijten en te berichten als volgt: —

Het werk dat wij te beoordeelen hebben is de vrucht van waarnemingen zonder eenige verplichting, alleen uit begeerte van de wetenschap te dienen onder vele ontberingen, en niet dan met belangrijke geldopoffering en met groote volharding gedaan.

Dr. VAN RIJCKEVORSEL erkent in Indië van alle zijden zeer ondersteund te zijn, niet alleen van de Nederlandsche Regeering, maar ook van andere Regeeringen en van vele personen. Hij heeft ook van Rijkswege instrumenten van bekende makers medegekregen, te Kew en later voor een gedeelte te Batavia geverifieerd. Ook heeft hij van gouvernements-reisgelegenheden gebruik mogen maken.

In de inleiding wordt dit alles ook met erkentelijkheid vermeld. Wegens die ondersteuning van Rijkswege is dan ook de verhandeling in den vorm van een Rapport gestoken. Algemeene

wetenschappelijke gezichtspunten vinden wij er niet in; maar wij konden die ook nog niet verwachten, daar hier alleen de inclinatie behandeld wordt.

Echter maakt dit gedeelte op zich zelf reeds een zeer te waardeeren geheel uit. De twee andere gedeelten zullen de metingen der intensiteit vermelden en de bepaling der declinatie. Wij hadden liever tegelijk met de mededeeling der uitkomsten omtrent inclinatie ook die over de beide andere constanten ontvangen, maar erkennen dat er toch redenen bestaan, waarom de schrijver ons deze uitkomsten reeds nu wenscht mede te deelen, om ons althans iets te geven en om niet te laten wachten totdat de berekening dier beide andere grootheden zal afgeloopen zijn.

Het reisverhaal is beknopt saamgevat en vermeldt niet meer dan noodig is om de uitgestrektheid der reis te doen zien en de meerdere of mindere moeilijkheid, die zich op verschillende plaatsen van den Indischen Archipel opdeden.

Dr. VAN RIJCKEVORSEL kwam meermalen op Java terug van zijne reizen, hetzij naar de Molukken, naar Celebes, Borneo of naar Sumatra, Riouw, Singapore. Over het geheel werd op 88 plaatsen de inclinatie bepaald.

In een derde afdeeling zijn kortelijk de instrumenten aangegeven, welke Dr. VAN RIJCKEVORSEL gebruikt heeft. Het is waar, de instrumenten van KEW zijn algemeen genoeg bekend, maar toch zou eene nadere beschrijving daarvan en van eenig onderzoek naar hunne fouten ons aangenaam geweest zijn. De geographische plaatsbepalingen op punten, waar die niet door ons geacht medelid OUDEMANS gedaan zijn, werden doorgaans door officieren der Nederlandsche- of koloniale marine verricht. Het blijkt niet, hoe de lengten gevonden zijn. Gelukkig is eene juiste bepaling ten dezen van minder gewigt, omdat de isoclinen bijna evenwijdig aan den Equator loopen.

Nu volgt een afdeeling gewijd aan de beschrijving van de methode der inclinatiebepaling, en de zekerheid, welke Dr. VAN RIJCKEVORSEL meent daarvan op de verschillende reizen bereikt te hebben.

De ergste storing der waarnemingen werd dikwijls veroorzaakt door tocht in de kast, waarin de naalden besloten waren, zoodat dan de slingeren zeer onregelmatig werden.

Deze en andere moeilijkheden worden opgenoemd, en in het algemeen erkend, dat het westelijk gedeelte der opnemings veel beter is uitgevallen dan het oostelijk gedeelte, waar zich veel meer moeilijkheden opdeden.

Te Amboina heeft de inclinatiecirkel een schok of stoot geleden, doch Dr. VAN RIJCKEVORSEL geloofte niet, dat de invloed eenigszins merkbaar is geweest, ofschoon hij het niet ten volle heeft kunnen onderzoeken. Hierna wordt ook de wijze beschreven, hoe die bepalingen tot eenzelfde tijdstip worden teruggebracht, en een voorbeeld van een stel waarnemingen gegeven.

Ongelukkiglijk werden de magnetische waarnemingen te Batavia — niet lang na de aankomst van de Heer VAN RIJCKEVORSEL afgebroken, tengevolge van een herbouw van het magnetische observatorium aldaar, zoodat er geene corresponderende waarnemingen konden plaats hebben. De Heer R. heeft echter getracht daaraan tegemoet te komen, door uit de door Dr. BERGSMAN gepubliceerde uitkomsten zijner waarnemingen van 1868 tot 1870 de gemiddelden te nemen van de dagelijkse variatie der inclinatie. Hieruit is een tafeltje opgemaakt om elke waargenomen inclinatie te herleiden tot 's morgens 10 uur. Toevallige stringen konden echter niet in rekening komen.

Eindelijk volgen de uitkomsten van elke afzonderlijke bepaling en van het geheele aantal bepalingen gemiddeld voor ieder der 88 bezochten plaatsen, waar inclinatie gemeten is. Hierbij is dan ook gevoegd een kaartje van het onderzochte terrein tusschen 5° N.B. en 10° Z.B. en tusschen 95° en 133° O.L., waarop de isoclinen getrokken zijn voor elken graad van inclinatie, die zich over het algemeen vrij wel aan de gemiddelde uitkomsten der waarnemingen op elk station aansluiten; niettegenstaande dat de enkelvoudige bepalingen in ieder station meer onderling verschillen, dan men a priori zou verwachten.

Er zijn er namelijk slechts 27, waarvan de uitersten niet meer dan 10 min. uiteenloopen, 26 van 11 tot 20 min.; maar ook 17 die 21 tot 30, 6 die 31 tot 40 min. verschillen, terwijl de overige 12 meer dan 41—57 min. uiteenloopen. Veelal is dit dan ook aan een enkele waarneming toe te schrijven, die zeer veel van de andere verschilt. Nu en dan geven ophelderingen eene reden daarvoor aan. De waarschijnlijke fouten der ver-

schillende bepalingen zijn afzonderlijk medegedeeld en overtreffen in dertien gevallen drie minuten.

Duidelijk is het dat de naalden en hare assen op reis geleden hebben. Dr VAN RIJCKEVORSEL heeft, om zich voortaan zooveel mogelijk voor deze fouten te vrijwaren, nog eens (behalve zijn dubbel stel naalden) een nieuw stel N^o. 7 en 8 uit Engeland doen overkomen. Natuurlijk hadden wij een betere overeenstemming gewenscht en ook, onder gunstiger omstandigheden in een voor den wind beschut observatorium, moeten verwachten; maar wind, groote warmte, de aard van den grond, waarop het instrument moest gesteld worden, bovenal de onmogelijkheid, om het instrument te doen herstellen, hebben ontegenzeggelijk aan de waarnemingen afbreuk gedaan en ze, meer dan anders het geval geweest zou zijn, doen uiteenloopen. Vergelijkende waarnemingen op vaste plaatsen zouden ook menigmalen den invloed van storingen hebben aangewezen, maar toch hebben wij het magnetisme in Oost-Indië door deze bepalingen veel beter leeren kennen.

De plaatselijke bepalingen der inclinatiën wijken dan ook slechts zeldzaam een halven graad van de getrokken isoclinen af.

De omstandigheid, dat de eilanden van den Archipel zoover uiteenliggen en nu en dan door zeeën van aanmerkelijke uitgebreidheid gescheiden zijn, bracht er den Heer VAN RIJCKEVORSEL toe, om groote afdeelingen te vormen en voor ieder afzonderlijk te zoeken, hoe er de loop der isoclinen was. Het blijkt echter niet, dat elke plaatsbepaling hiertoe mede heeft gewerkt met het juiste gewicht, dat haar naar de waarschijnlijkheidsrekening uit de waarnemingen toekwam. De bepalingen, die het meeste vertrouwen verdienden, zijn eenvondig tweemaal in rekening gebracht, zoodat uit deze verschillende combinatiën 18 zwaartepunten en daaruit 108 snijpunten op het kaartje bepaald werden, waardoor zich de isoclinen zonder moeite lieten trekken.

Het is eene bevestiging van de betrouwbaarheid der uitkomsten, dat die verschillende stukken der isoclinen goed aan elkander passen en die lijnen zonder bochten bijna evenwijdig aan den equator voortloopen.

Waren deze berekeningen in haar geheel medegedeeld, dan

zou men nog beter dan door de beschouwing van het kaartje over de overeenstemming der gevonden uitkomsten hebben kunnen oordeelen.

Wij meenen aan de Natuurkundige afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen het opnemen van bovengenoemde verhandeling van Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL in hare werken te mogen aanbevelen.

Utrecht en Delft, Januari 1879.

C. H. D. BUIJS BALLOT.

F. J. STAMKART.

R É V I S I O N

DES ESPÈCES INSULIENNES DE LA FAMILLE DES

C A L L I O N Y M O Ï D E S.

PAR

P. B L E E K E R.

Les Callionymoïdes sont des poissons à corps dénué de véritables écailles, à fente de la bouche peu oblique, à ligne latérale, et à ventrales jugulaires composées d'une faible épine et de cinq rayons.

Ces peu de caractères suffisent à la détermination rigoureuse de la famille, mais tous ses membres ont encore en commun un corps cylindrique ou déprimé, une tête plus ou moins aplatie, une ou deux des pièces operculaires armée d'une ou de quelques épines, des mâchoires à petites dents pointues, deux nageoires dorsales dont l'antérieure n'est soutenue que par de faibles épines flexibles, des pectorales à rayons médians plus longs que les autres, le premier rayon de la ventrale plus court que le second et que le troisième, une anale sans épines, une caudale à moins de 12 rayons divisés, etc.

Le nombre des espèces connues ne monte guère à une quarantaine, mais ces espèces appartiennent à neuf genres qui composent quatre groupes et deux sousfamilles qu'on peut caractériser comme suit : —

Subfamilia CALLIONYMIFORMES.

Callionymoidei aperturis branchialibus non continuis, isthmo separatis; pinna dorsali anteriore spinis 3 vel 4.

Phalanx Callionymini.

Callionymiformes apertura branchiali foraminiformi; praeoperculo spina dentata; operculo et suboperculo inermibus; pinnis dorsali posteriore et anali radiis 7 ad 12; caudali radiis fissis 7.

Callionymus L. = *Uranoscopus* Gron.

Corpus laeve. Apertura branchialis supra operculum perforata. Membrana opercularis a cute scapulo-humerali non distincta. Ventrals integrae membrana lata cum media basi anteriore pinnae pectoralis unitae.

Spec. typ. *Callionymus lyra* L.

Synchiropus Gill. = *Diplogrammus* Gill.

Corpus laeve. Apertura branchialis sub operculo occulta. Membrana opercularis postice libera. Ventrals integrae membrana cum basi anteriore media pectoralis unitae.

Spec. typ. *Callionymus lateralis* = *Synchiropus lateralis* Gill.

Eleutherochir Blkr.

Corpus laeve. Caput valde depressum planum. Apertura branchialis sub operculo occulta. Membrana opercularis in lobum acutum liberum producta. Ventrals integrae non cum pectorali unitae.

Spec. typ. *Callionymus opercularioides* Blkr.

Vulsus Günth. = *Dactylopus* Gill.

Corpus laeve. Apertura branchialis postopercularis non obsecta. Membrana opercularis lobo libero nullo. Ventrals spina cum radio 1^o a radiis ceteris separata, parte posteriore membrana cum basi anteriore media pectoralis unita.

Spec. typ. *Vulsus dactylopus* Günth.

Amora Gr. (genus ex icone tantum cognitum).

Corpus spinulosum. Oculi tentaculati. Apertura branchialis sub operculo occulta?

Spec. typ. *Amora tentaculata* Gr.

Phalanx *Harpagiferini*.

Callionymiformes apertura branchiali ampliore; operculo et suboperculo spiniferis; praeoperculo inermi; pinnis, dorsali posteriore radiis plus quam 20, caudali radiis fissis 10 vel 11.

Harpagifer Rich.

Operculum spina bicuspide sursum spectante. Pinnae, dorsalis anterior spinis 4, posterior radiis 24, analis radiis 18.

Spec. typ. *Harpagifer bispinis* Rich.

Subfamilia CHAENICHTHYIFORMES.

Callionymoidei apertura branchiali amplissima sub gula continua; operculo spinifero; pinna dorsali anteriore spinis 7 ad 10, posteriore radiis 20 ad 35.

Phalanx *Chaenichthyini*.

Chaenichthyiformes rostro elongato valde depresso lato; operculo et suboperculo spiniferis; palato edentulo; linea laterali interrupta; dorsali posteriore et anali radiis plus quam 30. B. 6.

Chaenichthys Rich. = *Channichthys* Rich.

Linea lateralis et cauda interne postice laminulis granulatis. Pinnae dorsales non contiguae, anterior spinis 7.

Spec. typ. *Chaenichthys rhinoceratus* Rich.

Champscephalus Gill.

Linea lateralis et cauda nuda. Pinnae dorsales contiguae, anterior spinis 10.

Spec. typ. *Chaenichthys esox* Günth.

Phalanx *Bovichthyini*.

Chaenichthyiformes rostro brevi convexo; operculo spina unica; suboperculo inermi; denticibus vomerinis et palatinis; linea laterali continua. B. 7.

Bovichthys Günth. = *Bovichtas* Cv.

Operculum spina indivisa. Corpus nudum. Pectorales radiis

inferioribus indivisis digitatis. Dorsalis spinis 8 et radiis 18 ad 20.

Spec. typ. *Bovichtus diacanthus* Cv.

Les espèces de Callionymoides, connues de l'Insulinde, appartiennent toutes au groupe des Callionymini. Leur nombre, y compris une espèce tout récemment publiée par M. Peters et une autre jusqu'ici inédite et décrite ci-dessous, ne monte qu'à douze, mais ces espèces représentent tous les genres indiqués ci-dessous comme composant le groupe, savoir :

1. *Callionymus Belcheri* Rich. = *Callionymus Reevesii* Blkr ex parte.
2. " *filamentosus* Cv.
3. " *sagitta* Pall. = *Call. serrato-spinosus* Gr.
4. " *melanopterus* Blkr = *Call. fluviatilis* Day.
5. " *Schaapi* Blkr.
6. " *enneactis* Bkr. Spec. nova.
7. " *picturatus* Peters.
8. " *ocellatus* Pall. = *Synchiropus ocellatus* Gill.
- 9 *Synchiropus goramensis* Blkr = *Call. goramensis* Blkr = *Diploprammus goramensis* Gill.
- 10 *Eletherochir opercularioides* Blkr = *Call. opercularioides* Blkr = *Synchiropus opercularioides* Gill.
- 11 *Vulsus dactylopus* Günth. = *Call. dactylopus* Benn. = *Dactylopus Bennetti* Gill.
- 12 *Amora tentaculata* Gr.

La connaissance actuelle par rapport à la distribution de ces espèces dans l'Insulinde se résume dans les lignes suivantes.

Sumatra, 3 espèces.

Callionymus filamentosus, *C. sagitta*, *Eletherochir opercularioides*.

Singapore, 6 espèces.

Callionymus Belcheri, *C. filamentosus*, *C. melanopterus*, *C. Schaapi*, *C. enneactis*, *Vulsus dactylopus*.

Java, Bangka, 3 espèces.

Callionymus sagitta, *C. melanopterus*, *C. Schaapi*.

Bali, Guébé, 1 espèce.

Eleutherochir opercularioides.

Borneo, 1 espèce.

Callionymus sagitta.

Celèbes, 7 espèces.

Callionymus Belcheri, *C. filamentosus*, *C. sagitta*, *C. melanopterus*, *C. ocellatus*, *Eleutherochir opercularioides*, *Vulsus dactylopus*.

Timor, Ternate, 1 espèce.

Callionymus ocellatus.

Rotti, Kei-major, Nousserlaut, 1 espèce.

Vulsus dactylopus.

Batjan, 2 espèces.

Callionymus filamentosus, *Eleutherochir opercularioides*.

Bourou, 2 espèces.

Callionymus Belcheri, *Vulsus dactylopus*.

Ceram, 2 espèces.

Callionymus Belcheri, *Eleutherochir opercularioides*.

Amboine, 7 espèces.

Callionymus Belcheri, *C. filamentosus*, *C. sagitta*, *C. ocellatus*, *Eleutherochir opercularioides*, *Vulsus dactylopus*, *Amora tentaculata*.

Goram, 2 espèces.

Callionymus ocellatus, *Synchiropus goramensis*.

Callionymus L. = *Uranoscopus* Gron.

Caput depressum convexum. Os parvum. Maxilla superior deorsum protractilis. Apertura branchialis angusta foraminiformis supraopercularis vel nuchalis. Membrana opercularis a cute scapulo-humerali non distincta. Cutis laevis. Pinnae ventrales indivisae radio posteriore membrana lata media basi anteriore pinnae pectoralis affixa.

Rem. Le genre est nettement caractérisé par la position de l'orifice branchial au-dessus de l'opercule et par les ventrales indivisées. Il comprend la grande majorité des espèces de toute

la famille, dont celles qui font partie de la faune indoarchipélagique se font aisément reconnaître par les caractères exposés ci-dessous.

I. Quatre épines dorsales. Orifice branchial situé en avant de la première dorsale. Dorsale molle moins du double ou pas plus haute que le corps.

1. Dorsale et anale à rayons simples indivisés (les deux postérieurs exceptés). Trou branchial nuchal.

A. Épine préoperculaire mince et droite à bord interne (supérieur) finement dentelé. Seconde dorsale à 10 rayons. Mâles à épines dorsales et à rayons médians de la caudale prolongés en filet libre.

a. Tête plus longue que large. Ligne latérale céphalique ne s'étendant pas sur l'opercule. Première dorsale plus haute que la seconde. Anale à 9 rayons. Anale et caudale à très-large bordure inférieure foncée. Mâles à filets libres de la caudale simples

1. *Callionymus Belcheri* Rich.

b. Tête aussi large que longue. Anale à 10 rayons. Première dorsale à bandelettes obliques, moitié supérieure de la caudale à ocelles foncés. Mâles à première épine dorsale entièrement détachée du reste de la nageoire.

2. *Callionymus filamentosus* Cv.

B. Épine préoperculaire large, courbée et armée en dessus de 3 à 6 dents.

a. Seconde dorsale et anale à 10 rayons. Bord supérieur de l'épine préoperculaire armée de 4 à 6 dents inégales.

aa. Première dorsale à épines non prolongées en soie, pas ou un peu seulement plus haute que le corps.

†. Tête aussi large que longue. Première dorsale moins haute que le corps, à moitié supérieure noirâtre.

3. *Callionymus sagitta* Pall.

†'. Tête plus longue que large. Première dorsale plus haute que le corps, à ocelle noirâtre.

4. *Callionymus melanopterus* Blkr.

bb. Première dorsale beaucoup plus haute que la dorsale molle sans taches ni bandes foncées, à épines prolongées en filet dans les mâles. Tête aussi large ou presque aussi large que longue. Base de la pectorale à tache brune.

5. *Callionymus Schaapi* Blkr.

b. Seconde dorsale à 9, anale à 8 rayons. Épine préoperculaire tricuspidée. Seconde dorsale à ocelle noir entre les deux épines postérieures.

aa. P. 17 ou 18, à rayons normaux. Tête plus longue que large. Mâles à épines dorsales prolongées. Dos et flancs sans ocelles noirs. Dessous de la tête à quatre taches brunes disposées en quadrilatère.

6. *Callionymus enneactis* Blkr.

bb. P. 30 à 32, courtes, à rayons supérieurs très-fins filiformes. Corps à ocelles noirs.

7. *Callionymus picturatus* Peters.

2. Dorsale à neuf, anale à huit rayons bifides. Tête peu déprimée, plus longue que large. Orifice branchial n'entamant pas le profil nuchal. Épine préoperculaire bicuspidée. Mâles à première dorsale fort élevée, en forme d'éventail à 4 ocelles foncées unisériales.

8. *Callionymus ocellatus* Pall.

Callionymus Belcheri Rich., Zool. Voy. Sulphur, Fish p. 62 tab. 37 fig. 1 et 2 (femina)

Callion. corpore elongato depresso, altitudine 7 ad 9, latitudine maxima $4\frac{1}{2}$ ad $5\frac{1}{3}$ in ejus longitudine absque pinna caudali; capite depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeoperculi $3\frac{1}{3}$ ad $4\frac{2}{3}$ in longitudine corporis absque pinna caudali, paulo longiore quam lato; altitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeoperculi; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ ad 4 in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{4}$ distantibus; orbitis superne sat prominentibus edentulis; regione interoculari vix concava; vertice utroque

latere granoso-rugoso; rostro absque maxillis oculo vix brevior ad paulo longiore, convexo, apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulari prominulo vel subnullo; maxilla superiore deorsum valde protractili; spina praeoperculi oculo paulo ad non brevior rectiuscula postorsum gracilescente basi antice spinula antrorsum spectante margine interno dentibus parvis 5 ad 7 antrorsum directis; foramine branchiali nuchae approximato ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis et feminis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua, nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, capite ramos 2 descendentes edente, ramo anteriore sub oculo desinente, ramo posteriore praeoperculari indiviso ad basin spinae desinente; pinna dorsali anteriore pinna dorsali radiosa minus duplo brevior sed paulo (feminis) ad valde multo altiore, spinis anterioribus sequentibus longioribus masculis aetate provectis extra membranam productis setaeformibus capite multo longioribus; dorsali radiosa non emarginata antice corpore non altiore corpore paulo ad conspicue altiore, radiis posticis 2 vel 1 exceptis indivisis, posticis ceteris longioribus; pectoralibus rhomboideis capite non ad paulo longioribus acutiuscule vel obtusiuscule rotundatis radiis mediis bifurcatis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus paulo ad non longioribus radiis 1^o simplice excepto plurifissis; anali longitudine et forma dorsali radiosae subaequali eaque non ad paulo humilior radiis simplicibus posterioribus 2 vel 1 tantum interdum fissis; caudali lanceolata capite multo longiore, *feminis* capite minus duplo ad duplo circ. longiore radiis productis nullis, *masculis* juvenilibus et aetate provectis capite plus duplo longiore radiis 2 mediis medio fissis sed parte libera indivisis longe post membranam productis toto truncato paulo ad multo longioribus; — corpore superne lateribusque profunde divaceo et fuscescente nebulato-marmorato et dilute roseo sat dense ocellato ocellis irregularibus magnitudine valde inaequalibus; inferne margaritaceo vel albido-roseo; iride aurea fusco arenata vel variegata; pinna dorsali anteriore fuscescente vel purpurea luteo vel margaritaceo plus minusve rivulata vel punctato-reticulata spina 3^o superne vulgo macula sat magna nigra cincta; dorsali radiosa membrana roseo-hyalina radiis rosea vel flavescente,

membrana et radiis punctis et maculis fuscis variegata maculis majoribus interdum oblongis in series 3 vel 4 longitudinales dispositis; pectoralibus et ventralibus flavescens vel aurantiacis, pectoralibus dimidio superiore radiis punctis parvis fuscis, ventralibus fusco punctato-reticulatis; anali basi albide dimidio libera profunde fusca vel purpurea radiis apice antice albidis; caudali roseo-hyalina radiis flavescens inferne late fusco marginata, ubique maculis fuscis et punctis margaritaceis variegata, maculis fuscis irregularibus ex parte in series 7 ad 9 transversas interdum sat irregulares dispositis; masculis radiis productis tota longitudine fuscescente annulatis; *masculis* regione gulari media macula triangulari fusca apice antrorsum spectante. B. 6. D. 4—10. P. 1/18 vel 1/17 vel 2/17. V. 1/5. A. 9. C. 1/7/1 et lat. brev.

Syn. *Callionymus Reevesii* Blkr, *Derde bijdr. ichth. Ceram, Nat. T. Ned. Ind. V p. 244* (ex parte); *Act. Soc. sc. Ind. Neerl. III Vierde bijdr. ichth. Japan p. 19* (nec Verh. Bat Gen. XXV Nalez. ichth. Jap. p. 44, nec Rich).

Hab. Singapura; Celebes (Macassar); Buro (Kajeli); Ceram; Amboina; in mari.

Longitudo 10 speciminum (4 fem.) 70'' ad 110'' absque, 120'' ad 153'' cum pinna caudali; (5 mascul.) 55'' ad 120'' absque, 135'' ad 310'' cum pinna caudali ejusque filis productis.

Rem. Je continue à voir dans le *Callionymus* actuel une espèce distincte du *Callionymus longicaudatus*, bien qu'il soit manifeste que les deux espèces sont extrêmement voisines. Je possède du *longe-caudatus* cinq mâles et femelles du Japon, de 200'' à 310'' de long avec, ou de 137'' jusqu'à 166'' de long sans la caudale, et ils se distinguent tous de l'espèce actuelle par la présence d'une branche horizontale operculaire de la ligne latérale partant de sa branche préoperculaire, par des pectorales et des ventrales sans points ou taches noirâtres, par l'ocelle noir de la première dorsale, qui est située plus en arrière entre les deux épines postérieures et en général par des couleurs du corps et des nageoires moins vives. Les mâles du *longe-caudatus* n'ont pas non plus la tache brune gulaire qui distingue ceux du *Reevesii*, et la caudale n'y est pas aussi

allongée, les rayons médians y étant bifurqués jusqu'au bout et ne se prolongeant pas en soies libres et simples au-delà de la membrane.

M. Günther réunit le *Callionymus Reevesii* Rich. (Zool. Sulph. Fish. tab. 36 fig. 1—3) avec le *longicaudatus* et ce rapprochement me semble bien justifié. Mais il en résulterait que l'espèce décrite ici n'est pas le *Reevesii*, dénomination sous laquelle je l'ai indiquée autrefois. Aussi me paraît-il maintenant que la figure du *Callionymus Belcheri* Rich. espèce des mers de Chine ait été prise sur une femelle de l'espèce actuelle.

Tous mes individus proviennent de l'Inde archipélagique. Tous ceux que je possède du *Callionymus longicaudatus* m'ont été envoyés du Japon.

Callionymus filamentosus Cv., Poiss. XII p. 227 tab. 359;
Blkr, Bijdr. ichth. Mol. Nat. T. Ned. Ind. III p. 278;
Günth., Cat. Fish. III p. 147.

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine $7\frac{3}{4}$ ad 10, latitudine maxima $3\frac{2}{3}$ ad 4 in ejus longitudine absque pinna caudali; capite valde depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeoperculi $3\frac{1}{4}$ ad 4 fere in longitudine corporis absque pinna caudali, aequè lato circ. ac longo; altitudine capitis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeoperculi; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ ad 4 et paulo in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{4}$ distantibus; orbitis superne non elevatis edentulis; regione interoculari planiuscula; vertice cute laevi vestito, utroque latere sub cute reticulatim rugoso; rostro absque maxillis oculo non ad vix longiore convexo apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulari brevi vel subnullo; maxilla superiore deorsum valde protractili; spina praeoperculi oculo paulo ad non longiore basi tantum curvata postice rectiuscula gracili acuta, basi antice dente parvo antrorsum spectante, margine interno dentibus 5 ad 8 inaequalibus antrorsum directis; foramine branchiali supero nuchae approximato conspicue ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi

unīta, capite ramos 2 descendentes edente ramo anteriore sub-oculo curvato, ramo posteriore praeoperculo descendente ibique bifurcata ramo posteriore cutem opercularem intrante; pinna dorsali anteriore dorsali radiosa plus duplo breviorē, *feminis* corpore non altiore indivisa spina producta nulla, *masculis* spina anteriore libera in setam capite paulo ad multo longiorem producta; pinna dorsali radiosa corpore paulo ad non altiore emarginata radiis 2 posticis bifurcatis radiis mediis conspicue longioribus, radiis ceteris indivisis; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis mediis bifurcatis radiis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus longioribus radiis 1° simplice excepto plurifissis posteriore membrana sat lata media basi anteriore pectoralis affixa; anali longitudine dorsali radiosae subaequali eaque humiliore, radiis simplicibus, 2 posticis tantum interdum fisis, membrana inter singulos radios profunde emarginata; caudali oblique rhomboidea vel rotundata capite non ad conspicue longiore, *feminis* radio producto nullo, *masculis* radiis 2 mediis medio fisis longe post radios ceteris productis parte producta setam liberam indivisam vel bifidam efficientibus; corpore superne lateribusque olivascente vel fuscescente-olivaceo ocellis pallidioribus coerulescentibus vel margaritaceis irregularibus sat confertis ornato, inferne pallide roseo vel margaritaceo; iride viridi margine pupillari aurea; pinna dorsali spinosa antice rosea vel flava fuscescente nebulata et maculis parvis fuscis vel nigris, postice nigra striis obliquis undulatis 2 vel 3 flavis; dorsali radiosa margaritaceo-rosea punctis numerosis fuscescentibus et guttulis vel striis margaritaceis, frequenter reticulatim unitis; pectoralibus et ventralibus membrana hyalinis radiis flavis vel aurantiacis, fusca punctulatis; anali basi albedo-hyalina, inferne violascente albo marginata; caudali membrana roseo-hyalina radiis aurantiaca, dimidio superiore ocellis nigris coerulescente annulatis et rivulis transversis coerulescentibus frequenter reticulatim unitis, masculis quam feminis viridioribus; *masculis* lateribus vulgo fusco punctulatis.

B. 6. D. 4—10 (post. 2 vel penult. tant. fiss.). P. 1/18 ad 1/20. V. 1/5. A. 10 (omn. simpl. vel penult. tant. fiss.).
 C. 1/7/1 et lat. brev.

Hab. Sumatra; Singapura; Celebes (Manado); Batjan (Labuha); Amboina; in mari.

Longitudo 88 specimin. 85''' ad 164''' cum fil. caud. (masc. 4 long. 85''' ad 125''', absque filo caud. femin. 95''' ad 108''').

Rem. Cette espèce est des plus aisément reconnaissables par la nature de l'épine préoperculaire, par le système de coloration et par son anale à 9 rayons. Les mâles sont remarquables par le prolongement en soie de la première épine dorsale et des rayons médians de la caudale et surtout parce que la première épine dorsale est complètement libre et entièrement détachée du reste de la nageoire. L'espèce n'est connue jusqu'ici que des Archipels de la Sonde et des Moluques.

Callionymus sagitta Pall., Spicil. VIII p. 29 tab. 2 fig. 4, 5; Bonn. Ichth. p. 44 tab. 27 fig. 96 (cop. ex Pall.); L., Gron., syst. nat. ed 13^a p. ; Lac., Poiss. II p. 337; Cuv., Poiss. XII p. 225; Blkr, N. Soort. Callion. Ind. Arch., Nat. T. Ned. Ind. I p. 31; Günth., Cat. Fish. III p. 146; Day, Fish. India I p. 322 tab. 68 fig. 5 (fem.).

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine 8 ad 9, latitudine maxima $3\frac{1}{3}$ ad 4 in ejus longitudine absque pinna caudali; capite valde depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeoperculi 3 et paulo ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque pinna caudali aequè lato circ. ac longo; altitudine capitis $2\frac{1}{2}$ ad $2\frac{2}{3}$ in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeopercularis; oculis diametro 3 ad 4 et paulo in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{3}$ distantibus, orbitis superne parum elevatis edentulis; regione interoculæ concava; vertice cute laevi vestito, utroque latere sub cute reticulatim rugoso; rostro absque maxillis oculo conspicue ad non breviorè convexo apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulari prominente; maxilla superiore deorsum valde protractili apice horizontaliter acutiuscule rotundata; spina praeoperculi oculo non ad paulo longiore valida curvata antice basi dente parvo antrorsum spectante margine posteriore dentibus 4 vel 5 validis inaequilongis divergentibus; apertura branchiali supéro foramineformi nuchæ approximato, longe ante

pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua, nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, capite ramos 2 descendibus, anteriore suboculari posteriore praeoperculari; pinna dorsali anteriore humillima dorsali radiosa plus quadruplo brevior oculo non ad paulo longiore corpore humiliore, masculis quam feminis vulgo paulo altiore spinis productis vel liberis nullis; dorsali radiosa corpore non ad vix altiore leviter emarginata radiis 2 posticis bifidis exceptis simplicibus; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis mediis bifurcatis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus non vel vix brevioribus radiis 1^o simplice excepto plurifissis; posteriore membrana sat lata media basi anteriore pectoralis affixa; anali longitudine dorsali radiosae subaequali eaque humiliore radiis, posticis 2 bifurcatis exceptis simplicibus; membrana inter singulos radios profunde incisa; caudali capite sat multo brevior truncato-convexa; corpore superne olivascente ocellis irregularibus confertis dilutioribus viridescentibus vel pallide roseis vel flavescens, inferne flavescens vel margaritaceo; iride viridescens margine pupillari nitide argentea vel aurea: pinna dorsali spinosa masculis inferne flava vel roseo-hyalina superne nigricante-fusca postice macula nigra profundiore, feminis tota vel tota fere nigra; pinnis ceteris masculis et feminis, anali flavescens vel albida, ceteris flavescens-aurantiacis vel dilute violaceis, dorsali radiosa et pectoralibus dimidio superiore radiis vulgo roseo profundiore variegatis; caudali dilute violascente ocellis flavidis et frequenter etiam maculis parvis dilute fuscis variegata; anali masculis membrana fusca vel nigricans, feminis tota albida vel flavescens.

B. 6. D. 4—10. P. 1/18 vel 1/19. V. 1/5. A. 10. C. 1/7/1
et lat. brev.

Syn. *Callionymus serrato-spinosus* Gr. Hard. Illustr. Ind. Zool.
tab. (femina).

Hab. Sumatra; Singapura; Bangka; Java (Batavia); Borneo
(Samgut); Celebes (Macassar, Manado); Amboina; in mari.
Longitudo 8 specim. mascul. 95''' ad 110''' et 36 specim. fem.
48''' ad 112'''.

Rem. Les mâles, dans cette espèce, ne diffèrent que peu des femelles. Je n'y vois d'autres différences que dans la première dorsale qui dans les mâles est ordinairement un peu plus haute mais sans rayon prolongé en soie ou en filet et a la moitié inférieure jaunâtre ou rose-hyaline. L'anale dans les mâles a une large tache brunâtre entre chaque rayon, dont je ne vois rien dans les nombreux individus femelles.

L'espèce se fait aisément distinguer par la petitesse de la première dorsale, par sa tête aussi large que longue et par les 4 jusqu'à 6 dents du bord intérieur de l'épine préoperculaire.

Elle habite, hors l'Insulinde, les côtes de l'Inde continentale et des îles Mascariènes.

Callionymus melanopterus Blkr, N.soort. Callion. Ind. arch.,
Nat. T. Ned. Ind. I p. 31.

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine 9 ad 10, latitudine maxima 4 ad 5 in ejus longitudine absque pinna caudali; capite valde depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeoperculi 3 ad $3\frac{2}{5}$ in longitudine corporis absque pinna caudali, conspicue longiore quam lato; altitudine capitis $2\frac{1}{2}$ ad 3 fere in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeopercularis; oculis diametro 3 ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine capitis, subcontiguis, orbitis superne parum elevatis edentulis; regione interoculi concava sed angustissima; vertice cute laevi vestito utroque latere sub cute reticulatim vel irregulariter rugoso; rostro absque maxillis oculo brevius convexiusculo apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulari prominente; maxilla superiore deorsum valde protractili apice horizontaliter acutiuscule rotundato; spina praeoperculo oculo non ad vix brevius valida curvata antice basi dente aetate provectoribus valde conspicue spinæformi antrorsum spectante postice dentibus 4 vel 5 validis inaequilongis divergentibus; foramine branchiali supero nuchae approximato longe ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua, nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, regione postoculari ramos 2 descendentes edente, ramo anteriore sub oculo curvata,

ramo posteriore praeoperculo bifurcata ramo posteriore operculari; pinna dorsali anteriore corpore altiore dorsali radiosa non vel vix humiliore sed plus duplo brevior spina libera nulla, anteriore ceteris longior; dorsali radiosa corpore vix altiore emarginata radiis 2 posticis mediis longioribus interdum fissis ceteris indivisis; pectoralibus rhomboideis radiis mediis bifurcatis ceteris longioribus et ventralibus radiis 1° simplice excepto plurifissis, subaequilongis capite brevioribus, radio ventrali, posteriore membrana media basi anteriore pectoralis affixa; anali dorsali radiosae longitudine subaequali sed ea humiliore postice acuta radiis 2 vel 1 posticis interdum exceptis indivisis, membrana inter singulos radios mediocriter incisa; caudali capite paulo ad non longiore rhomboidea postice acute vel obtusiuscule rotundata; colore corpore superne olivascente punctis sparsis fuscescentibus, inferne margaritaceo; iride viridescente margine pupillari aurea; pinna dorsali anteriore rosea vel roseo-hyalina spinam 2^m et 3^m inter oculo nigro flavo annulato; dorsali radiosa flavescens basi vittulis longitudinalibus obliquis margaritaceis; pectoralibus flavescens-hyalinis; ventralibus flavis antice inferne late nigro vel fusco marginatis; anali rosea plus minusve fusco arenata et fusco late marginata, dimidio basali inter singulos radios vittula obliqua flava; caudali hyalino-rosea radiis maculis numerosis parvis oblongis fuscescentibus membrana interradii maculis parvis oblongis seriatis margaritaceis.

B. 6. D. 4—10. P. 1/17 vel 1/18. V. 1/5. A. 10. C. 17/1 et lat. brev.

Syn. *Callionymus fluviatilis* Day, Fish. Ind. I p. 322.

Hab. Singapura; Bangka; Java (Batavia); Celebes (Macassar, Badjoa); in mari.

Longitudo 12 speciminum 50^m ad 92^m (omn. mascul.).

Rem. Cette espèce est fort voisine du sagitta, mais bien distincte par la tête plus pointue et plus longue que large et par sa première dorsale plus haute. Le *Callionymus fluviatilis* Day de Calcutta, dont j'ai examiné un individu au Musée de Leide, ne présente aucun caractère qui pourrait justifier une séparation du melanopterus.

Callionymus Schaapii Blkr, Bijdr. ichth. Banka, Nat. T.
Ned. Ind. III p. 455; Günth., Cat. Fish. III p. 148.

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine 8 ad 9, latitudine maxima $3\frac{2}{3}$ ad $4\frac{1}{2}$ in ejus longitudine absque pinna caudali; capite valde depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinae praeoperculi 4 circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, aequae lato ac longo ad paulo longiore quam lato; altitudine capitis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinae praeoperculi; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{3}$ distantibus; orbitis superne non elevatis edentulis; regione interoculari concava; vertice cute laevi vestito, utroque latere subcute vix ruguloso; rostro absque maxillis oculo brevior, convexiusculo apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulari plus minusve prominulo; maxilla superiore deorsum valde protractili; spina praeoperculi oculo non brevior valida curvata, basi antice dente parvo antrorsum spectante, margine posteriore dentibus 4 ad 6 inaequalibus validis introrsum et antrorsum directis; foramine branchiali supero nuchae approximato conspicue ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis et feminis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua, nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, capite ramos 2 descendentes edente ramo anteriore sub oculo curvato, ramo posteriore praeoperculo descendente ibique bifurcata ramo posteriore cutem opercularem intrante; pinna dorsali anteriore dorsali radiosa plus duplo brevior sed multo altior, spinis 3 anterioribus 4^a multo longioribus masculis valde productis caudam vel pinnam caudalem attingentibus; dorsali radiosa corpore paulo altior non emarginata radiis posticis 2 interdum exceptis simplicibus, posticis 2 masculis ceteris multo longioribus; pectoralibus et ventralibus subaequilongis capite brevioribus, pectoralibus rhomboideis radiis bifurcatis mediis ceteris longioribus; ventralibus radiis 1^o simplice excepto plurifissis; anali longitudine dorsali radiosae subaequali eaque humiliore, radiis simplicibus, posterioribus 2 vel 1 tantum interdum fassis, masculis radiis ceteris conspicue longioribus; caudali *feminis* obtuse rotundata capite non vel vix longior, masculis capite

multo longiore acutiuscule rotundata vel lanceolata; corpore superne olivascente pallide roseo vel margaritaceo ocellato-submarmorato, inferne margaritaceo; iride viridescente margine pupillari aurea; pinnis membrana roseo-vel dilute violascente-hyalinis radiis flavescentibus vel aurantiacis, dorsali radiosa radiis omnibus, pectoralibus et caudali radiis superioribus tantum aurantiaco profundiore variegatis, pectoralibus basi antice macula majore fusca; ventralibus et anali inferne fusciscente marginatis. B. 6. D. 4—10 (port. 2 interd. fiss.). P. 1/17 ad 1/19. V. 1/5.

A. 10 (2 vel 1 post. tant. fiss.). C. 1/7/1 et lat. brev.

Hab. Singapura; Bangka; Java (Kraway); in mari.

Longitudo 7 speciminum 61''' ad 102''' (2 fem. 61''' et 62'''; 5 masc. 86''' ad 102''').

Rem. Le *Callionymus* actuel, qui paraît limité aux mers de la Sonde, présente de nombreuses affinités avec les deux espèces précédentes, mais il a la première dorsale beaucoup plus haute et les trois épines antérieures y sont prolongées en soie dans ces mâles. Par la forme de la tête il tient le milieu entre le sagitta et le melanopterus. Il se signale encore par la couleur uniforme rose ou jaunâtre de la première dorsale et par la tache brune à la base de la pectorale.

Callionymus enneactis Blkr.

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine 7 circ., latitudine maxima 4 et paulo in ejus longitudine absque pinna caudali; capite depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeoperculi 4 circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, paulo longiore quam lato; altitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ praeopercularis; oculis diametro 3 circ. in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{4}$ distantibus; orbitis superne parum elevatis edentulis; regione interoculari concava; vertice cute laevi vestito utroque latere sub cute irregulariter granuloso; rostro absque maxilla brevior convexiusculo apice horizontaliter acutiusculo rotundato processibus lateralibus nullis; maxilla superiore deorsum valde protractili apice horizontaliter acutiuscule rotundato; spina prae-

operculi oculo paulo breviora valida curvata, antice basi dente antrosum spectante margine posteriore dentibus 3 validis divergentibus posteriore apicali ceteris breviora; apertura branchiali supero foraminiformi nuchae approximato conspicue ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, genis operculisque inconspicua; pinna dorsali anteriore dorsali radiosa paulo plus duplo breviora, masculis corpore et dorsalis radiosae parte anteriore duplo circ altiore spinis, 3^a ceteris longiore, 4^a anteriore minus duplo breviora; dorsali radiosa antice corpore non altiore radiis postrorsum longitudine accrescentibus posterioribus 2 vel 1 ceteris longioribus exceptis indivisis; pectoralibus capite brevioribus rhomboideis radiis fissis mediis ceteris longioribus; ventralibus capite non brevioribus radiis 1^o excepto plurifissis, posteriore membrana lato media basi anteriore pectoralis affixo; anali forma, longitudine et altitudine dorsali radiosae subaequali, radiis posterioribus 2 vel 1 exceptis simplicibus, membrana inter singulos radios mediocriter emarginata; caudali capite non multo longiore obtuse lanceolata subrhomboidea; corpore superne lateribusque olivascente fusco variegato, inferne margaritaceo; iride purpurecente-aurea; capite lateribus fusco maculato, inferne maculis fuscis 4 aequidistantibus angulos plagae quadrilaterae occupantibus; pinnis flavescentibus vel roseo-hyalinis; dorsali spinosa spinam 3^m inter et 4^m oculo oblongo nigro margaritaceo annulato, antice vittulis 3 vel 5 fusco-violaceis valde obliquis undulatis; dorsali radiosa, ventralibus et caudali membrana maculis parvis fuscis; pectoralibus radiis superioribus et mediis punctis fuscescentibus variegatis; ventralibus fusco marginalis.

B. 6. D. 4—9. P. 1/16 vel 1/17. V. 1/5. A. 8. C. 1/7/1 et lat. brev.

Hab. Singapura; in mari.

Longitudo speciminis unici mascul. 55^{'''}.

Rem. Je ne trouve pas cette espèce dans les auteurs. Elle se distingue des espèces précédentes par la formule des rayons de la seconde dorsale et de l'anale et par son épine préoperculaire tricuspide en forme de patte d'oie. Elle est bien signalée

par l'ocelle noire entre les deux épines dorsales postérieures et par les quatre taches brunes à la région maxillo-gulaire. Elle est différenciée encore des autres espèces à épine préoperculaire tricuspidé, par la hauteur de la première dorsale qui surpasse de beaucoup celle de la seconde, par la formule de l'anale et par les couleurs.

Callionymus picturatus Peters, Uebers. Fisch. Reise Gazelle, Monatsb. k. pr. Ak. Wiss. 1876 p. 840.

Descriptio Petersiana sequens.

„Kiemenspalte sehr klein, rundlich, nach oben gerichtet. Eine einzige Seitenlinie, Kopflänge $3\frac{1}{4}$, Schwanzflosse $3\frac{3}{4}$ Mal in der Totallänge enthalten. Der platte Präopercularstachel hat am Ende zwei und in der Mitte des oberen Randes eine dritte Spitze. Die Schnautze ist spitz und der hintere Rand des Oberkiefers reicht nicht bis unter den vorderen Augenrand. Zähne sehr klein. Der vordere Körpertheil ist weniger zusammengedrückt als gewöhnlich bei den Arten dieser Gattung. Die Seitenlinie verläuft oben, ungefähr zwischen dem 1 und 2 Viertel der Körperhöhe; keine Schuppen. Die wohlentwickelten Bauchflossen haben einen deutlichen Stachel und fünf gegliederte Strahlen. Die Brustflosse besteht aus sehr zahlreichen kurzen Strahlen, von denen die oberen sehr dünn fadenförmig sind. Grundfarbe rosenroth, geziert mit Ocellenflecken, welche in der Mitte schwarz und von drei Ringen, einem inneren rosenrothen, einem mittleren schwarzen und einem äusseren blauen umschlossen sind. Von der Augenpupille gehen blasse, schwarz eingefasste Linien strahlenförmig aus. Die Ocellen der Rückenseite sind kleiner als am Bauche; es stehen zwei hinter einander auf dem Nacken, vier Paar neben den Rückenflossen und eine auf dem Schwanz; an der unteren Seite geht eine grössere nierenförmige Ocelle von dem unteren Theil des Vordeckels ab, eine zweite ähnliche befindet sich an der Basis jeder Bauchflosse, drei besonders grosse steigen an jeder Seite zu der Analflosse herab und die Basis der Schwanzflosse wird von einer schwarzen vorn blau eingefassten Querbinde eingefasst. Das zweite Viertel der Schwanz-

flosse ist bläulich, das Ende schwarz. Die erste Rückenflosse ist mit einem Augenfleck geziert, die zweite Rückenflosse und die Analflosse sind schwarz mit schrägen blauen Linien; die Brust und Bauchflossen sind hellblau, letztere an der Basis schwarz. D. 4—1,8. P. 30 ad 32. V. 1/5. A. 8. C. 15."

Hab. "Salawatti" in mari.

Longitudo speciminis unici 21''.

Callionymus ocellatus Pall., Spicil. VIII 8 p. 25 tab. 4 fig. 1 (mas.) et 2 (fem.); Bonn., Ichth. p. 43 tab. 27 fig. 95 (cop. ex Pallas); L.Gm., Syst. nat. ed. 13 p. 1541; Bl.Schn., Syst. p. 40; Cv., Poiss. XII p. 231; Blkr, Zesde bijdr. ichth. Amb., Nat. T. Ned. Ind. VIII p. 423; Günth., Cat. Fish. III p. 150.

Call. corpore elongato parum depresso, altitudine 5 ad $5\frac{1}{2}$, latitudine maxima 4 ad $4\frac{1}{2}$ in ejus longitudine absque pinna caudali; capite parum depresso obtusiusculo ab apice rostri usque ad apicem spinae praeoperculi 3 et paulo ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque pinna caudali, longiore quam lato; altitudine capitis $1\frac{1}{2}$ ad $1\frac{2}{3}$ in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinae praeopercularis; oculis diametro 3 circ. in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{3}$ distantibus, orbitis superne parum elevatis edentulis; vertice cute laevi vestito, sub cute leviter rugoso; rostro absque maxilla oculo brevior con- vexo obtuso apice horizontaliter rotundato processibus lateralibus nullis; maxilla superiore deorsum valde protractili apice horizontaliter acutiuscule rotundata; spina praeoperculi oculo brevior valido curvato, basi antice inermi, apice dentibus 2 magnis divergentibus sursum spectantibus; apertura branchiali supra operculum vix ante pinnam dorsalem anteriorem sita foraminiformi; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali trunco conspicua, nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, capite ramis conspicuis nullis; pinna dorsali anteriore, *feminis* corpore humiliore dorsali radiosa plus duplo brevior et sat multo humiliore acuta, spinis postrorsum longitudine decrescentibus posteriore anteriore duplo vel plus duplo brevior, *masculis* juvenilibus ut in feminis sed aetate provectis corpore et dorsali

radiosa paulo ad valde multo altiore et dorsali radiosa minus duplo brevior spinis membrana lata unitis valde divergentibus mediis ceteris longioribus posteriore anteriore vix brevior; dorsali radiosa corpore non vel vix humiliore convexa radiis omnibus bifurcatis posterioribus ceteris non longioribus; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis mediis bifurcatis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus longioribus capite non vel vix brevioribus, radiis 1^o simplice excepto plurifissis, posteriore membrana lata media basi anteriore pectoralis affixo; anali longitudine dorsali radiosae subaequali eaque humiliore, radiis omnibus bifurcatis, membrana inter singulos radios sat profunde emarginata; caudali capite non ad vix longiore obtusa convexa radiis productis nullis; capite et corpore superne lateribusque aureo-olivascens vel aureo-fusco maculis irregularibus dilute roseis frequenter ex parte coalitis vel vittas transversas irregulares erosas efficientibus; capite lateribus et trunco lateribus inferne et postice punctis coerulescentibus profundiore annulatis; capite inferne ventroque albidis vel roseo-margaritaceis; iride aurea frequenter punctulis coerulescentibus; — pinna dorsali spinosa *feminis* tota fusca antice profundiore ocellis nullis, *masculis* rosea vel purpurecente inferne vittis 2 vel 3 obliquis undulatis fuscis coerulescente marginatis, superne spinas 3 anteriores inter ocellis 4 (quarum 2 spinam 1^m inter et 2^m) longitudinaliter seriatis fuscescente-purpureis centro nigris annulo duplice coeruleo et violaceo cinctis, membrana supra et post ocellos et vittas fuscas ubique pulchre coerulescente vittulato-rivulata vittulis utrinque violaceo marginatis; — pinnis ceteris masculis et feminis coloribus non distinctis, dorsali radiosa caudali pectoralibusque roseis vel aurantiacis maculis fuscis variegatis, fusco dorsali frequenter in vittas obliquas dispositis, caudali vittas 3 pectoralibus vittulas 3 ad 5 transversas efficientibus; ventralibus et anali fuscis flavescens vel albedo marginatis, ventralibus vulgo antice macula et media vitta transversa flavescens vel roseis; ventralibus et pectoralibus dimidio basali coeruleo punctulatis; anali masculis interdum striis obliquis coeruleis, vittas 2 longitudinales obliquis frequenter interruptas efficientibus.

B. 6. D. 4--9. P. 1/18 vel 11/9. V. 1/5. A. 8. C. 1/7/1 et lat. brev.

- Syn. *Callionymus punctulatus* Lac., Poiss. II p. 328, 340.
Synchiropus ocellatus Gill., On the gen. *Callionymus*, Proc.
 Ac. n. Sc. Philad. 1859 p. 130.
 Hab. Celebes (Manado, Tanawanco); Timor; Ternata; Amboina;
 Goram; in mari.
 Longitudo 13 specim. (3 fem.) 38''' ad 48''', (10 mascul.)
 32''' ad 62'''.

Rem. Les trois individus femelles que je possède de l'*ocellatus* ne se distinguent des mâles que par la première dorsale peu développée à épines décroissant fortement en longueur depuis l'antérieure et ne montrant rien de la riche coloration d'ocelles, de bandelettes et de rivules qui font de cette nageoire, dans les mâles, comme une aile de papillon richement ocellée et colorée. Dans les jeunes mâles au-dessous de 40''' de long la première dorsale, quoique montrant déjà plus ou moins la forme d'aile de papillon, les quatre ocelles, les bandelettes et rivules, n'est pas encore beaucoup plus haute que dans les femelles, mais avec l'âge elle s'élève de plus en plus jusqu'à ce que sa hauteur mesure environ le double de celle du corps.

L'espèce forme comme une transition entre les *Callionymus* et les *Synchiropus*, par l'orifice branchial qui bien que n'entamant pas le profil de la nuque et approchant de la position verticale se trouve cependant au-dessus de l'opercule et n'en est pas couvert comme cela s'observe dans les *Synchiropus*. L'*ocellatus* est bien signalé encore, outre les couleurs et l'orifice branchial, par la forme trapue du corps et peu déprimée de la tête, par les rayons bifides de la seconde dorsale et de l'anale et par la forte épine préoperculaire bicuspidée.

Synchiropus Gill. = *Diplogrammus* Gill.

Caput depressum convexum. Os parvum. Maxilla superior deorsum protractilis. Apertura branchialis subsemilunari sub cute operculari occulta. Membrana opercularis a cute scapulo-humerali distincta. Pinnae ventrales indivisae, radio postico membrana lata cum media basi anteriore pinnae pectoralis unito.

Rem. La seule espèce insulindienne connue du genre est nettement distincte par la combinaison des caractères suivants : —

1. Tête fort aplatie. Dorsale molle et anale à rayons simples, l'anale soutenue par 8 rayons. Épine préoperculaire plus longue que l'œil, armée de 5 ou 6 dents courbées. Dessous des flancs à carène cutanée simulant une ligne latérale accessoire. Anale sans ocelles noirs. Les autres nageoires et le corps à de nombreux points bleuâtres ou nacrés.

1. *Synchiropus goramensis* Blkr = *Synchiropus goramense* Blkr.

Synchir. corpore elongato depresso, altitudine 8 circ., latitudine maxima $5\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine absque pinna caudali; capite acuto convexo 4 fere in longitudine corporis absque pinna caudali: longiore quam lato; altitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro 3 circ. in longitudine capitis, maxime approximatis; orbitis parum elevatis edentulis; linea rostro-frontali convexiuscula; vertice vix ruguloso cristis radiantibus nullis rostro acuto oculo non vel vix longiore; spina praeoperculari oculo longiore, margine externo basin versus spina unica antrorsum spectante, margine posteriore apicem versus dentibus 5 vel 6 magnis curvatis; foramine branchiali post operculi partem superiorem sito; appendice anali conica elongata; linea laterali antice valde curvata nucha linea transversa curvata cum linea lateralis lateris oppositi unita, regione operculari et suboculari non conspicua; lateribus inferne carina cutanea paulo post initium analis incipiente et basi caudalis inferne desinente lineam lateralem accessoriam simulante; pinna dorsali anteriore posteriore minus duplo brevior, spina libera nulla, spina anteriore ceteris multo longiore in filum producta; dorsali radiosa corpore altiore angulata emarginata, radiis omnibus indivisis 2 posticis ceteris multo longioribus; pectoralibus irregulariter flabelliformibus capite non ad vix longioribus; ventralibus indivisis capite longioribus; anali longitudine dorsali radiosae subaequali, corpore paulo non vel paulo humiliore, membrana interradians profunde emarginata, postice acutangula radiis omnibus indivisis posticis ceteris longioribus; caudali irregulariter rhomboidea postice acutiuscule vel

obtusiuscule rotundata capite longiore; corpore superne roseo, inferne albido-roseo; iride rosea margine orbitali aurea; rostro genisque vittulis gracilibus curvatis margaritaceis; corpore superne maculis irregularibus albido-roseis, inferne punctis sparsis numerosis margaritaceis; pinnis dorsalibus hyalinis punctis sat numerosis dilute coeruleis, spinosa insuper violascente reticulata; pectoralibus, ventralibus et anali dilute roseo-aurantiacis punctis vel maculis parvis oblongis numerosis coerulescentibus et maculis parvis parvis violascentibus; anali margine inferiore albida et vitta intramarginali diffusa fusco-violacea; caudali roseo-aurantiaca membrana punctis vel vittulis gracillimis brevibus coerulescentibus, dimidio inferiore maculis fuscis in series 5 vel 6 transversas dispositis. B. 6. D. 4—10 (omn. simpl.). P. 2/12/1 vel 2/13/1. V. 1/5.

A. 8 (simpl.). C. 2/7/2 vel 3/6/3.

Syn. *Callionymus goramensis* Blkr, Bijdr. vischf. Goram, Nat. T. Ned. Ind. XV p. 214; Günth., Cat. Fish. III p. 149.

Diplogrammus goramensis Gill., Ann. Lyc. N. York VIII p. 143.

Hab. Goram; in mari.

Longitudo 2 speciminum 64''' et 68'''.

Rem. Je n'ai jamais vu de cette espèce que les deux individus décrits. Elle est remarquable par un semblant de seconde ligne latérale, qui cependant n'est qu'un léger pli ou une carène cutanée. C'est sur ce caractère que M. Gill a établi le genre *Diplogrammus*, mais l'espèce rentre par tous ses caractères essentiels dans les *Synchiropus*.

Eleutherochir Blkr.

Caput maxime depressum planum; maxillis subaequilongis, superiore oblique protractili. Apertura branchialis semilunaris lata sub membrana operculari occulta. Membrana opercularis in lobum liberum producta. Pinnae ventrales indivisae liberae non cum pectoralibus unitae.

Rem. Le type de ce genre présente une physionomie fort

différente de celle qu'on observe dans les espèces de *Callionymus*, *Vulsus* et *Synchiropus*. Sa tête est remarquable par son grand aplatissement et par son profil droit. Par son orifice branchial il approche du genre *Synchiropus*, mais cet orifice est plus large et caché sous l'opercule qui se prolonge en arrière en lobe libre à pointe déliée. Le genre est encore distinct par la complète séparation des ventrales qui ne sont pas unies avec la base médiane des pectorales par une large membrane, comme cela se voit dans les espèces des autres genres.

Je ne possède du genre qu'une seule espèce, qui paraît se distinguer de l'*Eleutherochir opercularis* (*Callionymus opercularis* Cv.) par un rayon de plus à la seconde dorsale et à l'anale et par une ou deux dents de moins à l'épine préoperculaire.

Eleutherochir opercularioides Blkr.

Eleutheroch. corpore elongato valde depresso, altitudine 6 ad 9, latitudine maxima 4 ad 5 in tota ejus longitudine; capite valde depresso a rostri apice usque ad aperturam branchialem 4 circ. in longitudine totius corporis, aequae lato circ. ac longo; oculis diametro 3 ad 4 in longitudine capitis apicem rostri inter et aperturam branchialem diametro $\frac{1}{2}$ ad 1 distantibus; regione interoculari planiuscula; vertice cute laevi vestito sub cute utroque latere cristulis vel rugis subradiantibus; rostro valde depresso, linea anteriore subsemilunariter rotundato, basi plus duplo latiore quam longo; maxillis aequalibus, superiore autrorsum valde protractili; spina praeoperculari valida oculo non brevior, margine externo curvato edentula, margine interno dentibus 4 vel 5 conspicuis armata; cute operculo-interoperculari in lobum triangularem acutum longe post spinam praeoperculi producto; apertura branchiali postera cute operculari oblecta; appendice anali conica gracili brevi; linea laterali simplice, lateribus antice undulata, capite ramis 2 descendentibus anteriore sub oculo curvato posteriore praeoperculari; nucha et mox ante pinnam caudalem dorso caudae linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita; pinna dorsali anteriore corpore humiliori dorsali radiosa duplo vel plus duplo brevior spinis productis nullis; dorsali radiosa dorsali spinosa paulo altiore convexa,

membrana inter singulos radios emarginata, radiis posticis 2 vel 3 bifurcatis exceptis simplicibus; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis bifurcatis mediis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus brevioribus, radio anteriore simplice gracillimo flexili, radiis ceteris plurifissis posteriore postice libero membrana nulla cum pectoralibus unita; anali longitudine et altitudine dorsali radiosae subaequali postice quam antice altiore, radiis posticis 2 exceptis bifurcatis, membrana inter singulos radios medioeriter emarginata; caudali obtusa convexa capite non longiore radiis fissis bifurcatis; corpore superne lateribusque fusciscente-olivaceo vel olivascente-aurantiaco, frequenter fusco arenato inferne margaritaceo; iride viridescente margine pupillari aurea; pinnis dorsali spinosa et ventralibus fuscis, ceteris membrana roseo-hyalinis radiis flavis vel aurantiacis, radiis dorsalibus et pectoralibus fuscescente variegatis.

B. 6. D. 4—10. P. 1/22. V. 1/5. A. 10. C. 1/6/1 vel 1/7/1 et lat. brev.

Syn. *Callionymus opercularioides* Blkr, N.soort Callion. Ind. Archip., Nat. T. Ned. Ind. I p. 32; Günth., Cat. Fish. III p. 151.

Synchiropus opercularioides Gill., On Callion. Proc. Ac. nat. sc. Philad. 1859 p. 130.

Hab. Sumatra (Padang, Trussan, Priaman); Bali (Boleling); Celebes (Gorontalo); Batjan (Labuha); Ceram; Amboina; Guebe; in mari.

Longitudo 21 speciminum 50''' ad 86'''.

Vulsus Günth. = *Dactylopus* Gill.

Caput parum depressum convexum. Os parvum. Maxilla superior deorsum protractilis. Apertura branchialis foraminiformis, post-opercularis aperta membrana operculari non oblecta. Pinnae ventrales bipartitae, spina cum radio anteriore a radiis sequentibus separatis, radio postico membrana lata cum media basi anteriore pinnae pectoralis unito.

Rem. Ce genre est remarquable par les nageoires ventrales, dont la partie antérieure, composée de l'épine et du premier

rayon est complètement séparée des autres rayons. La position de l'orifice branchial est postoperculaire comme dans les *Synchiropus* et les *Eleutherochir*, mais il n'est pas caché par la membrane operculaire qui ne se prolonge pas en lobe libre. La seule espèce du genre connue se fait remarquer par sa tête peu déprimée quelque peu trigloïde et n'a été trouvée jusqu'ici que dans l'Insulinde.

Vulsus dactylopus Günth, Cat. Fish. III p. 152.

Vuls. corpore elongato parum depresso, altitudine 5 ad 6, latitudine maxima $3\frac{1}{4}$ ad 4 in ejus longitudine absque pinna caudali; capite obtusiusculo $3\frac{1}{4}$ ad $3\frac{3}{4}$ in longitudine corporis absque pinna caudali; aequè lato fere ac longo, minus duplo longiore quam alto; oculis diametro 4 fere ad 4 in longitudine capitatis, diametro $\frac{2}{3}$ ad $\frac{1}{2}$ distantibus; orbitis superne sat elevatis, edentulis; regione interoculari concava; linea rostro-frontali concava; vertice cute laevi vestito, utroque latere sub cute celluloso-rugoso; rostro oculo non ad vix longiore, apice longe sub oculi margine inferiore sito; maxilla superiore verticaliter deorsum valde protractili; spina praeoperculari oculo paulo ad non breviorè parum curvata; spinulis antrorsum spectantibus margine externo 3 anteriore sequentibus majore, margine posteriore 2 ad 4 spinulis margine externo minoribus; foramine branchiali post operculi partem superiorem sito; masculis appendice anali conica mediocri; linea laterali bene conspicua, capite simplice indiviso nec opercula versus descendente; pinna dorsali anteriore conspicue ante foramen branchiale incipiente indivisa dorsali radiosa plus duplo breviorè sed multo altiorè, spinis anterioribus masculis aetate provectoribus valde productis setiformibus magna parte liberis, dorsali radiosa corpore altiorè radiis bifurcatis, membrana inter singulos radios profunde incisa; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis mediis bifurcatis ceteris longioribus; ventralibus capite paulo ad non longioribus radiis omnibus fissis, anterioribus 2 contiguis unitis ab radiis ceteris plurifissis separatis, radio posteriore membrana lata media basi externa pectoralis affixo; anali dorsali radiosa humiliore, postice quam antice altiorè, radiis 2 posticis bifurcatis, ceteris indivisis, membrana

inter singulos radios profunde emarginata; caudali capite paulo ad plus duplo longiore radiis fissis bifurcatis, feminis et masculis junioribus obtusa oblique truncata vel convexa, masculis aetate provectoribus obtuse rhomboidea vel acute rhomboidea radiis submedianis plus minusve productis; corpore superne lateribusque olivascente-roseo vel roseo fusco-violascente vel nigricante irregulariter nebulato-marmorato, inferne roseo-margaritaceo vel albido; capite et trunco lateribus frequenter ocellis parvis inaequalibus margaritaceis; pinnis ventralibus fuscis vel rubro-fuscis immaculatis, ceteris flavescendo-roseis vel aurantiacis; dorsali spinosa spinam 3^m inter et 4^m ocello nigro; dorsali radiosa maculis vel striis fuscis in series longitudinales dispositis membrana strias inter margaritaceo reticulatis vel marmorata; pectoralibus radiis superioribus et mediis fuscescente variegatis; anali inferne fuscescente membrana ocellis et maculis parvis sat numerosis profunde coeruleis; caudali dimidio superiore vittis 3 ad 5 transversis obliquis fuscis; — *masculis* aetate provectoribus coloribus quam in feminis et masculis juvenilibus multo viridioribus; dorsali spinosa ocellis fuscis vel nigris coeruleo annulatis pluribus irregularibus; dorsali radiosa striis fuscis gracilioribus et magis regularibus; pectoralibus radiis mediis margaritaceo punctulatis; anali frequenter rivulis numerosis dilute coeruleis; caudali dimidio superiore vittulis transversis, medio vittulis gracillimis longitudinalibus margaritaceis, medio et inferne striis brevissimis et maculis parvis oblongis purpureis et fuscis; ventralibus frequenter punctis et ocellis parvis coeruleis; — *feminis* et *mascul. juvenil.* dorsali spinosa vulgo ocello fusco unico spinas 2 posteriores inter.

B. 6. D. 4—9. P. 1/16/2 vel 1/17/1 vel 2/16/2. V. 2 unit. 4.

A. 8 (2 post. tant. fiss.). C. 1/8/1 vel 1/7/1 vel 1/7/2 et lat. brev.

Syn. *Callionymus dactylopus* E. Benn. ap. Cv., Poiss. XII p. 232; Blkr, Nieuwe bijdr. ichth. Amb. Nat. T. Ned. Ind. III p. 559.

Dactylopus Bennetti Gill., Proc. Ac. nat. sc. Philad. 1859 p. 130.

Hab. Singapura; Celebes (Macassar, Amurang); Rotti; Buro (Kajeli); Amboina; Nussalaut; Kei-major; in mari.

Longitudo 9 speciminum mascul. (5) 78''' ad 205''', femin. (4) 101''' ad 140'''.

AMORA Gr. (Genus parum cognitum).

Corpus spinulosum. Caput valde depressum. Oculi tentaculati. Apertura branchialis postopercularis?

Amora tentaculata Gr., Ill. Ind. zool. II tab. 2 fig. 1.

Je ne cite cette espèce que pour mémoire. La figure citée, le seul document, sur lequel repose l'*Amora tentaculata*, laisse manifestement beaucoup à désirer, mais représente un poisson à formes assez ressemblantes à celles du *Callionymus sagitta*, mais à caudale beaucoup plus grande et plus longue que la tête. Les tentacules susoculaires et les petites épines nombreuses du corps ne permettent pas d'y voir un des genres mieux connus et autorisent le maintien du genre *Amora* jusqu'à ce que l'espèce sera retrouvée et mieux étudiée.

La Haye, Mars 1877.

B E P A L I N G

VAN DE

SAMENDRUKBAARHEID VAN WATER,

VOLGENS DE METHODE VAN JAMIN EN MET BEHULP VAN
DEN MANOMETER VAN REGNAULT.

DOOR

R. A. M E E S.

Voor een experimenteel onderzoek was het mij noodig drukkingen te kunnen meten tusschen één en tien atmosferen en de samendrukking te kunnen bepalen, welke die drukkingen bij verschillende stoffen teweegbrengen. Daar de localiteit, die mij ten dienste staat, de opstelling van een open manometer niet toeliet, besloot ik tot het meten der drukkingen gebruik te maken van den manometer door REGNAULT beschreven in de *Archives des Sciences physiques et naturelles*, T. 40, pp. 311—319. Ter bepaling van de samendrukbaarheid der stoffen wenschte ik mij te bedienen van een piëzometer ingericht op de manier zooals die door JAMIN in enkele woorden is aangegeven in zijn *Petit Traité de Physique*, pp. 42—43.

De bovenbedoelde manometer van REGNAULT is echter, ten minste voor zoo ver mij bekend is, nog niet tot een nauwkeurig onderzoek gebruikt, en ook van de methode van JAMIN ter bepaling van de samendrukking, die mij om hare eenvoudigheid boven vroegere methoden de voorkeur scheen te verdienen, is het mij niet bekend, of van haar reeds proef-

ondervindelijk bewezen is, dat zij tot nauwkeurige uitkomsten leidt *)

Het was dus in de eerste plaats noodig door een voorloopig onderzoek zekerheid te verkrijgen, of de manometer van REGNAULT en de methode van JAMIN uitkomsten geven, waarvan de nauwkeurigheid voor de taak, die ik mij had voorgesteld, voldoende kon geacht worden. Ik besloot daartoe met behulp van den genoemden manometer en volgens de genoemde methode den samendrukbaarheids-coëfficiënt te bepalen van een stof, die reeds vroeger nauwkeurig onderzocht was. Ik koos daartoe het water. Vond ik voor water een samendrukbaarheid gelijk aan die door vroegere waarnemers gevonden, en weken de uit de verschillende proeven berekende waarden niet meer van elkander af, dan dit bij die vroegere waarnemers het geval was, dan was dit het bewijs, dat de door mij gebruikte instrumenten en methoden aan het doel, hetgeen ik mij had voorgesteld, beantwoordden.

Ik wensch hier een kort verslag te geven van de door mij verrichte proeven en verkregen uitkomsten.

Niettegenstaande die proeven slechts een inleiding vormen van het eigenlijke onderzoek, dat ik mij had voorgesteld, en waarvan de uitvoering door onvoorziene omstandigheden zeer vertraagd is, — de te beschrijven proeven zijn namelijk reeds vóór geruimen tijd genomen, — geloof ik toch, dat het niet onnut is, reeds nu de verkregen uitkomsten mede te deelen. Vooreerst omdat het immer wenschelijk is van een zoo belangrijke constante als de samendrukbaarheids-coëfficiënt van water, waarvan de juiste bepaling wegens zijn geringe grootte met

*) Later is het mij gebleken, dat JAMIN zijn methode ook beschreven heeft in de *Comptes rendus*, t. 66 (1868, I) p. 1104, echter ook daar ter plaatse slechts zeer kort, en verder dat AMAURY en DESCAMPS in de *Comptes rendus* t. 68 (1869, I) p. 1564, voor eenige vloeistoffen den samendrukbaarheids-coëfficiënt hebben gepubliceerd door hen volgens de methode van JAMIN verkregen. Hunne uitkomsten wijken in het algemeen slechts weinig af van die van GRASSI; alleen voor kwikzilver vinden zij een veel kleinere samendrukbaarheid, en wat voor ons vooral van belang is ook voor water vinden zij een iets kleinere waarde dan GRASSI. Over de nauwkeurigheid der door hen verkregen uitkomsten kan ik niet oordeelen, daar zij op de aangehaalde plaats niet anders dan hun einduitkomsten mededeelen.

grootte moeielijkheden gepaard gaat, een groot aantal bepalingen te bezitten. En ten tweede, omdat het niet van belang ontbloomt kan geacht worden de nauwkeurigheid te kennen, die met de door mij gebruikte methoden kan verkregen worden. Wanneer de manometer van REGNAULT ons in staat stelt met voldoende nauwkeurigheid vrij groote drukkingen te meten, dan kan dit instrument, naar mij voorkomt, voor den physicus van groot nut worden en in vele gevallen, waar men zich het gebruik van een open manometer moet ontzeggen, dezen vervangen. En wat de methode van JAMIN betreft, deze is theoretisch en praktisch veel eenvoudiger dan de vroeger door REGNAULT en GRASSI gevolgde methode van eerstgenoemde. Zoo zij dus in staat stelt, niet minder nauwkeurige uitkomsten op te leveren dan de methode van REGNAULT, zal men zich van haar bij latere onderzoekingen bij voorkeur gaan bedienen.

De gebruikte manometer heeft ongeveer den vorm door REGNAULT daaraan gegeven. In een hoogen bak met wanden van spiegelglas staan de drie buizen, een roodkoperen en twee glazen, verticaal naast elkander. Naast de eene glazen buis, waarin de lucht uit de koperen buis wordt toegelaten, en waarin het volumen dier lucht gemeten wordt, staat een tweede volkomen gelijke buis, binnen welke een verdeeling is aangebracht in willekeurige gelijke deelen, die bijna met millimeters overeenkomen. Deze dient om de volumina der lucht in de glazen buis aan te geven, en daar beide buizen uit dezelfde glassoort bestaan, kan men aannemen, dat een bepaalde deelstreep der eene buis altijd met hetzelfde punt der andere buis overeenstemt, ook al verandert de temperatuur.

Het inwendig volumen der glazen buis werd nauwkeurig gecalibreerd, door het kwik, hetgeen de buis tusschen bepaalde deelstrepen vult, te laten uitvloeien en te wegen. Die wegingen hadden met alle mogelijke voorzorgen plaats; van de gewichten waren de fouten nauwkeurig bepaald door die gewichten te vergelijken met een standaardkilogram, en het gevonden gewicht kwik werd tot kwik van 0° herleid. De diameter van de buis bedroeg ongeveer 19,6 mm. De buis bleek vrij goed cilindrisch te zijn. De afwijking van den cilindervorm werd echter

voor de verschillende deelen der buis bepaald en bij de meting der lucht volumina in rekening gebracht. Ook op de verandering van het inwendig volumen der buis met de temperatuur werd gelet.

De koperen buis van ongeveer dezelfde lengte als de glazen volumenbuis bleek als gemiddelde uit een aantal waarnemingen volgens de door REGNAULT aangegeven methode een inhoud te bezitten die met den uitzettings-coëfficiënt van roodkoper tot 0^o herleid een waarde had van 441,104 gram kwik van 0^o, d. i. dus ruim 32 kub. cm. De verandering van het inwendig volumen met de temperatuur werd in rekening gebracht, niet echter die welke veroorzaakt kon worden door de verandering van de drukking der in de koperen buis bevatte lucht, daar deze wegens de zeer dikke wanden der buis zeker zoo gering was, dat zij gerust verwaarloosd kon worden.

Het onderscheid in kwikhoogte in de beide glazen buizen werd afgelezen op een nauwkeurig met een standaardmeter vergeleken messingschaal, die verticaal tusschen de beide buizen stond. De afgelezen kwikhoogte werd zoowel wegens de uitzetting van het kwik als wegens die der messingschaal tot nul graden herleid, en nog wegens de uiterst geringe fouten der messingschaal gecorrigeerd.

De messingschaal werd op de volgende wijze verticaal gesteld. Twee kijkertjes werden op eenigen afstand van den manometer opgesteld en op de schaal gericht, zoodanig dat de verticale vlakken door hunne optische assen gelegd, in welke vlakken de assen der kijkertjes konden gedraaid worden, ongeveer een rechten hoek met elkander maakten. Tusschen elk der kijkertjes en de messingschaal hing een paslood, dus een verticale draad. De stelschroeven, waarop de bak des manometers rust, werden nu zoolang veranderd, totdat men een lijn op de messingschaal, die loodrecht staat op de deelstrepen, door elk der kijkertjes met den daarvoor hangenden verticalen draad zag samenvallen.

In den bak des manometers bevond zich water, hetgeen door een roerder gedurende de waarnemingen telkens in beweging werd gebracht, en waarvan de temperatuur kon geacht worden overeen te stemmen met die van het kwik en de lucht in de

buizen bevat. Het water werd in den bak gebracht, voordat de messingschaal verticaal gesteld werd. De manometerbak stond op een steenen tafeltje, dat met ijzeren bouten onwrikbaar in een muur van het gebouw bevestigd was.

De aflezing der lucht volumina zoowel als die van het verschil in kwikhoogte geschiedde met een horizontalen kijker met oculair-mikrometer, die langs een verticale stang op en neder geschoven en tegelijkertijd om die stang in horizontalen zin gedraaid kon worden. Deze kijker en stang vormen eigenlijk een kathetometer, maar de constructie is zeer licht en bewegelijk, en hij was om deze reden en ook omdat de grond waarop hij staat weinig stabiel is, niet als kathetometer te gebruiken.

87,7 deelen van de schroef des oculair-mikrometers kwamen overeen met een verticale verplaatsing van den bewegelijken draad des mikrometers om één millimeter. Hieruit vloeit echter niet voort, dat de kwikhoogten tot op $\frac{1}{87,7}$ mm. en de lucht-

volumina tot op $\frac{1}{87,7}$ schaaldeel der volumenbuis nauwkeurig af te lezen zijn. Om verschillende redenen is dit niet het geval. Vooreerst niet omdat de kijker met den mikrometer niet volkomen vast kon worden opgesteld; ten tweede niet, omdat de draden van den mikrometer wel zeer dun zijn, maar toch eenige dikte hebben, zoodat het nulpunt van den mikrometer niet volkomen nauwkeurig te bepalen is; deze fout is echter zeer gering. De grootste bron van onnauwkeurigheid is de dikte en het niet regelmatige van de deelstrepen der schalen; vooral op de aflezing der lucht volumina zal dit van invloed geweest zijn, daar de schaal die hiertoe diende minder fraai was dan de messingschaal ter aflezing der kwikhoogten. De waargenomen kwikhoogten bezitten daarom een grootere nauwkeurigheid dan de lucht volumina.

De manometer, zooals hij tot nu toe door mij gebruikt is, bezit verder nog twee bezwaren. Ten eerste waren de doorboringen der kranen wat nauw, waardoor somtijds verstoppingen dier kranen optraden. En ten tweede door het vet der kranen wordt het kwik licht eenigszins vuil, en daarvan was

het gevolg, dat niettegenstaande eene inrichting was aangebracht, waardoor bij het vullen der volumenbuis met kwik het bovenste kwik, dat de kranen gepasseerd had, werd afgevoerd en niet weder in de volumenbuis werd toegelaten, het inwendige van deze toch niet volkomen rein bleef. Hieraan is zeker toe te schrijven, dat enkele malen een foutieve waarde voor de drukking werd verkregen. Aan beide bezwaren is voor verdere proefnemingen te gemoet gekomen door kranen met wijdere opening te gebruiken en door de glazen volumenbuis van onderen te doen eindigen in een ijzeren buis met kraan, welke er gedeeltelijk kan afgeschroefd worden, waardoor men van onderen toegang heeft tot de glazen buis, en haar, zoo dikwijls als het noodig is, kan schoon maken.

Om het kwik in de glazen buizen te brengen en tevens elken gewenschten stand van het kwik in die buizen gemakkelijk te kunnen verkrijgen, werd het horizontale kanaal, dat de beide glazen buizen van onderen verbindt, eenigszins verlengd, en aan dit met een kraan voorzien verlengstuk het eene uiteinde van een buis van caoutchouc bevestigd, waarvan het andere uiteinde uitmondt in den bodem van een gedraaiden houten bak. Deze houten bak rust in een horizontalen ring, die langs een verticale ijzeren stang verschuifbaar is. Deze bak en de daaraan verbonden buis bevatten kwik, en door nu den bak tot op een bepaalde hoogte op of neder te schuiven, kan men het kwik in de glazen buizen des manometers tot elke gewenschte hoogte brengen *).

*) Deze toestel kan aan elken open manometer worden aangeschroefd, zoo men slechts in het onderste dwarskanaal van den manometer een opening maakt met een buis met schroef. Vooral bij waarnemingen met den volumenometer van REGNAULT, waarbij het kwik in de gesloten buis afwisselend tot twee bepaalde merkteekens met gebracht worden is dit toestelletje van groot nut. Om de instelling van het kwik nog gemakkelijker en juister te verkrijgen, kan men in den houten bak, die het kwik bevat, een rond gedraaid stuk hout laten dompelen, dat zich met den houten bak maar onafhankelijk van dezen langs de verticale stang op en neder laat schuiven. Zet men nu dit stuk zoowel als den houten bak op ongeveer de verlangde hoogte vast, zoodanig dat het stuk hout in het kwik van den bak gedompeld is, dan kan men door middel van een schroef het stuk hout een verticale beweging geven, en het daardoor óf dieper, óf minder diep in het kwik laten dompelen, en op deze wijze het niveau van het kwik juist op de verlangde hoogte brengen.

Als piëzometer diende een glazen cilindrisch vat van boven uitloopende in een nauwe glazen buis, waarop een verdeling was aangebracht, waarvan de deelen ongeveer met millimeters overeenkwamen. De glazen buis was vooraf door het inbrengen van een zuiltje kwik zeer nauwkeurig gecalibreerd, zoodat men den inhoud der verschillende deelen der buis kende. Het inwendig volumen van het vat werd bepaald door het te vullen met kwik, dat in het vat werd uitgekookt. Men bepaalde dan bij 0^o tot welke deelstreep het kwik in de nauwe buis stond, en vond vervolgens het gewicht van dit kwik door weging. Vervolgens werd het vat met zuiver gedestilleerd water gevuld, en dit water in het vat uitgekookt.

Het piëzometervat rustte in een koperen beugel, waarmede het gemakkelijk in een grooter koperen vat kon worden gebracht hetgeen met uitgekookt water gevuld was. Op dit koperen vat, dat van boven een vlakken rand draagt, werd, nadat op dien rand een ring van caoutchouc gelegd was, een koperen deksel gebracht, dat door middel van schroeven, die door openingen in den vlakken rand gaan, aan het koperen vat bevestigd werd, zoodat de randen hermetisch gesloten waren. In dit deksel waren drie openingen, een in het midden ter doorlating der glazen buis van het piëzometervat, een tweede, waarin een nauwkeurig gecalibreerde aan beide zijden open glazen buis verticaal kon bevestigd worden, en een derde, waarin een kraan geschroefd werd. De beide glazen buizen gingen door middel van de buizen omvattende koperen schroeven luchtdicht door het deksel heen. De aan beide zijden open buis had zooveel mogelijk dezelfde wijdte als die van het piëzometervat en was met een geheel gelijke schaalverdeling als deze voorzien. Zij diende, om uit de verandering van den stand van het water in de buis de verandering van volumen van het piëzometervat te bepalen, veroorzaakt door het grooter zijn van de drukking binnen het piëzometervat dan daarbuiten. Wij zullen deze buis in het vervolg de open buis noemen.

Het deksel droeg een verticale stang, aan wier boveinde een koperen stek bevestigd was met twee naar onderen gerichte openingen, waarin door middel van schroeven de boveinden der beide glazen buizen konden bevestigd worden. De eene dier

openingen, waarin de open buis reikte, stond voortdurend in verband met den atmosfeer. De andere opening, waarin de buis van het piëzometervat uitmondde, kon door middel van een kraan met een dubbele doorboring in verband gebracht worden, hetzij met den atmosfeer, hetzij met een metalen buis, die leidde naar een grooten koperen hol, waarin door middel van een luchtpomp goed gedroogde lucht was samengeperst. Deze metalen buis bevatte op eenigen afstand van het punt, waar zij den bol met samengeperste lucht verlaat, een Bourdon'schen metaalmanometer, die ongeveer de drukking dier lucht aangaf, en verdeelde zich verderop in tweeën, waarvan het eene deel naar het bovineinde der piëzometerbuis leidde, terwijl het andere deel met de koperen buis van den manometer in verband stond. Door deze inrichting kon men dus afwisselend op het water in het piëzometervat de atmosferische drukking en de grootere drukking der samengeperste lucht laten werken, en tegelijkertijd de koperen buis des manometers met die samengeperste lucht vullen, om daarvan vervolgens de drukking te bepalen.

Het deksel van het koperen vat, waarin de piëzometer zich bevond, bevatte zooals gezegd nog een derde opening, die al of niet gesloten kon worden door een kraan, boven welke zich een kort verticaal buisje bevond, hetgeen eindigde in een stukje caoutchouc buis. Kraan en daarboven geplaatste buis bleven voortdurend met water gevuld. Wanneer de piëzometer niet gebruikt werd, stond de kraan voortdurend open. Daardoor werd voorkomen, dat bij een temperatuursdaling het water in de open buis zoover daalde, dat door die buis lucht het koperen vat kon binnendringen. Werd de piëzometer gebruikt, dan werd natuurlijk de kraan gesloten. Door middel van die kraan en de daarboven geplaatste caoutchouc buis had men het in zijn macht aan den stand van het water in de open buis elke gewenschte hoogte te geven.

Bij het plaatsen van het piëzometervat in het koperen vat en het hierop bevestigen van het deksel werd er voor gezorgd, dat er in het geheel geen lucht in het koperen vat overbleef. Deze bewerking geschiedde daarom geheel onder water, waartoe de geheele toestel in een hoog glazen vat gezet werd, hetgeen

geheel met water gevuld was, en waarboven alleen de buis van het piëzometervat uitreikte.

De buis des piëzometers was zooals uit het voorafgaande blijkt aan haar ondereinde en aan haar boveneinde luchtdicht omsloten door koperen buisjes, die geheel vast, verticaal boven elkander stonden. Wilde men dus bij het vastschroeven dier koperen buisjes niet de kans loopen de glazen buis des piëzometers te breken, dan moest men het in zijn macht hebben die glazen buis verticaal te stellen. Hiertoe liep de beugel, waarin het piëzometervat rustte, van onderen in een punt uit. Deze punt pastte juist in een uitholling in den bodem van het koperen vat. Die bodem bestond niet uit een enkel stuk, maar de genoemde uitholling bevond zich in een afzonderlijk stuk, hetgeen zich door middel van een kogelgewricht in den bodem liet draaien, en waarvan een gedeelte onder het koperen vat tusschen de drie voeten, waarop dit vat stond, uitstak. Door middel van drie horizontale schroeven kon men dit beneden den bodem uitstekende stuk kleine verplaatsingen geven, en daardoor de uitholling en de daarin stekende punt van den beugel zulk een stand geven, dat de buis des piëzometers juist verticaal kwam te staan of liever zonder eenige wringing of buiging juist door de beide koperen buisjes ging, voordat de schroeven waren aangedraaid. Had men dien stand aan de buis gegeven, dan kon men vervolgens veilig de schroeven luchtdicht aandraaien zonder gevaar te loopen de buis te breken.

Het den piëzometer omgevende koperen vat stond in een grooten houten bak van een vierkante doorsnede van 34 kwadraat-decimeters, welke zoover met water gevuld was, dat het water nog een eind boven het deksel van het koperen vat stond. Boven den bak bevond zich een hooge vierkante kast met glazen wanden, die zoowel het water in den bak als de uit het water uitstekende glazen buizen des piëzometers geheel bedekte. De voorste wand bestond uit spiegelglas, zoodat de stand van het water in de buizen des piëzometers daardoor heen, volkomen scherp kon worden afgelezen. Om een aanslag van water tegen de binnenzijde van het spiegelglas te voorkomen, werd het water binnen de kast met glazen platen bedekt. Het water in den bak veranderde wegens zijne groote massa en wegens

de afsluiting van de buitenlucht door de beschreven bedekking slechts zeer langzaam van temperatuur, en dit was daarom ook het geval met het water in den piëzometer en in het dezen omgevende omhulsel. Dit bleek dan ook uit de zeer geringe veranderingen, die het niveau van het water in de beide glazen piëzometerbuizen gedurende de proeven ondergingen, niettegenstaande én het piëzometervat én het koperen omhulsel met de in beide stekende buizen uiterst gevoelige thermometers vormden. Wegens de geringe temperatuursveranderingen kon daarom ook de temperatuur van het water in het groote houten vat, welk water nu en dan werd omgeroerd, als de temperatuur van het water in den piëzometer beschouwd worden.

De eerste reeks proeven met de beschreven toestellen verricht gaf uitkomsten voor den samendrukbaarheidscoëfficiënt van water, die niet in overeenstemming waren met de genomen moeite en verwachte nauwkeurigheid. De proeven bij ongeveer dezelfde drukking en temperatuur genomen gaven reeds vrij uiteenlopende uitkomsten, en die bij verschillende drukkingen verkregen, weken nog meer van elkander af. De waarden voor den samendrukbaarheidscoëfficiënt van water bij drukkingen tusschen 6 en 10 atmosferen verkregen stemden vrij wel overeen met die volgens vroegere waarnemers, waren echter in den regel iets grooter; bij geringere drukkingen werden echter nog grootere waarden gevonden. Daarbij vertoonde de beweging van het water in de beide piëzometerbuizen onregelmatigheden, de stand was in de beide buizen vóór- en nadat een grootere drukking gewerkt had niet geheel dezelfde, niettegenstaande in beide gevallen de drukking de atmosferische was; en die veranderingen van stand waren zoodanige, dat zij moeilijk alleen aan een verandering van temperatuur waren toe te schrijven. Ook bleek het moeilijk de piëzometerbuis inwendig volkomen rein te houden, en werd daardoor het water in die buis enkele malen gescheiden door kleine luchtbelletjes, die bij het opstijgen van het water aan den wand der buis bleven hangen. Om al deze redenen moest ik deze eerste uitkomsten wel verwerpen, en besloot ik een tweede reeks proeven te beginnen met een grooter piëzometervat.

Ik meende toch een deel der waargenomen onregelmatigheden en de gemiddeld te groote uitkomsten te moeten toeschrijven aan de te geringe wijlde der piëzometerbuis. Het piëzometervat had toch slechts een inhoud van ongeveer 450 gram kwik van 0° of ongeveer 33 kub. cm., terwijl de beide piëzometerbuizen per schaaldeel van ongeveer 1 mm. lengte een inhoud hadden van ruim 1,7 mgr. kwik en dus een diameter bezaten van slechts 0,4 mm. Zijn nu de piëzometerbuizen zoo nauw, dan zal het water dat bij het dalen der vloeistof in de buizen aan de wanden blijft hangen een merkbaaren invloed kunnen verkrijgen. Die invloed is deze, dat de buizen in werkelijkheid bij de proeven nauwer zijn dan bij de calibratie met kwik gevonden werd en bij de berekening is aangenomen; zoodat men schijnbaar een grootere samendrukking van de vloeistof meent waar te nemen dan wezenlijk plaats heeft. Ons piëzometervat was dan ook veel kleiner dan de vaten door REGNAULT en door GRASSI ter bepaling van de samendrukbaarheid van water gebruikt, want REGNAULT's piëzometers hadden een inhoud van 80 à 109, die van GRASSI een inhoud van 90 à 102 kub. cm.

Onze eerste reeks proeven had ons echter nog meer geleerd. Ten eerste, dat men bij het aanbrengeu der grootere drukking in het piëzometervat de samengeperste lucht slechts zeer langzaam moet toelaten, en eveneens die lucht vervolgens weder zeer langzaam moet laten ontsnappen wil men een regelmatige beweging van het water in de buizen verkrijgen. En ten tweede, dat men tusschen de waarnemingen van den stand van het water in de beide buizen, den eenen keer terwijl een groote drukking en vervolgens terwijl de atmosferische drukking binnen den piëzometer heerscht, een langeren tijd moest laten verloopē dan bij de meeste vroegere proeven het geval was. De onregelmatigheden in de beweging van het water in de beide buizen wezen toch op een soort nawerking van het piëzometervat; zij maakten het ten minste waarschijnlijk dat bij het aanbrengeu der grootere drukking dat vat niet plotselings maar eerst allēns zijn grootste volumen verkreeg, en bij het weder wegnemen der drukking niet plotselings zijn oorspronkelijk volumen hernam, maar eerst na eenigen tijd dat aanvan-

kelijk volumen weder terug kreeg. Van blijvende veranderingen van volumen was echter geen spoor te ontdekken. Bij de volgende proeven verliep er daarom een langere tijd tusschen de opvolgende waarnemingen, en was dan ook van zulk een nawerking niets te bespeuren.

Als tweede piëzometervat diende een glazen cilindrisch vat, waarvan de inhoud zoowel door weging met kwik als met water bepaald is. Beide wegingen gaven zeer overeenstemmende uitkomsten. Die inhoud bedroeg ruim 1134 gram kwik van 0^o of dus ruim 83 kub. cm. De aan den piëzometer bevestigde buis had per schaaldeel van ongeveer 1 mm. een inhoud van ongeveer 7,4 mgr. kwik, de open buis een iets kleineren van ongeveer 7,25. De beide buizen hadden dus een diameter van ruim 0,8 mm. Beide buizen waren zeer nauwkeurig gecalibreerd. Zij bleken vrij cilindervormig te zijn; met de afwijking van den cilindervorm in de verschillende deelen der buis werd echter altijd rekening gehouden.

De proeven werden op de volgende wijze genomen.

Terwijl binnen en buiten het piëzometervat de atmosferische drukking heerschte, werd de stand van het water in de beide buizen en tevens het tijdstip der waarneming opgeteekend. Men opende nu uiterst langzaam de kraan, die de samengeperste lucht toegang geeft tot het inwendige des piëzometers, totdat de volle drukking verkregen was, en liet den piëzometer dan eenigen tijd aan zich zelve over. Na een bepaalden tijd na de eerste waarneming van den piëzometer werd nu de stand van het water in de buizen afgelezen behoorende bij de groote drukking. De kraan van den piëzometer werd nu langzaam teruggedraaid, zoodat de samengeperste lucht boven het water binnen den piëzometer ontsnapte en aldaar de aanvankelijke drukking van den atmosfeer zich herstelde. De piëzometer werd nu weder aan zich zelve overgelaten, en eerst na een bepaalden tijd werd de nieuwe stand van het water in de beide buizen afgelezen en opgeteekend. Wij verkregen op die wijze drie aflezingen van den piëzometer, n^o. 1 en n^o. 3 bij de atmosferische en n^o. 2 bij de grootere drukking. Van de beide aflezingen n^o. 1 en n^o. 3 werd dan het gemiddelde genomen, en het verschil tusschen dit gemiddelde en de aflezing n^o. 2

diende vervolgens tot het berekenen van de samendrukking van het water. Daar de tijd, die er verliep tusschen de aflezingen n^o. 2 en n^o. 3 altijd gelijk werd genomen aan dien tusschen de aflezingen n^o. 1 en n^o. 2, en de temperatuur slechts uiterst weinig veranderde, zoodat men wel mocht aannemen, dat de verandering van stand van het water in de piëzometerbuizen wegens de temperatuursverandering evenredig met den tijd plaats greep, werd door deze wijze van waarnemen de invloed der temperatuursverandering zooveel mogelijk geëlimineerd. Het gemiddelde der aflezingen n^o. 1 en n^o. 3 kon namelijk beschouwd worden als de aflezing, die men op het tijdstip der aflezing n^o. 2 zou verkregen hebben, wanneer op dat tijdstip niet de groote drukking maar de atmosferische binnen den piëzometer geheerscht had *). De tijd, die er verliep tusschen de aflezingen was niet bij alle proeven dezelfde, maar hij was altijd veel langer dan bij de eerste proefreeks. Gemiddeld bedroeg hij ongeveer 10 à 15 minuten, zoodat elke proef ongeveer 20 à 30 minuten duurde. Van een invloed van een verschil in den duur der proef op de verkregen uitkomst was niets te bespeuren. Werd de proef onmiddellijk nog door andere proeven gevolgd, dan diende aflezing n^o. 3 als aflezing n^o. 1 van de volgende proef.

De aflezingen van de piëzometerbuizen geschiedde met denzelfden kijker met mikrometer, die tot de aflezing van den manometer diende.

De tijd tusschen de opvolgende aflezingen des piëzometers werd gebruikt tot het aflezen van de temperatuur van het den piëzometer omringende water, tot het in orde brengen en het verstellen der kraan van den manometer, tot het aflezen van het luchtvolume, het verschil in kwikhoogte en de temperatuur in den manometer en van den stand des barometers. De waarnemingen aan den manometer en barometer hadden plaats tusschen aflezingen n^o. 2 en n^o. 3.

Als drukking, welke de samenpersing van het water bewerkte, werd aangenomen de uit de aanwijzingen des manome-

*) Dezelfde wijze van waarnemen was reeds bij de eerste proefreeks gevolgd.

ters berekende drukking van de samengeperste lucht vermindert met de waargenomen barometerhoogte.

De uitkomsten der verrichte 60 proeven zijn vermeld in de volgende tabel. De eerste kolom geeft het nummer der proef aan, de tweede de temperatuur van het den piëzometer omgevende water, de derde de drukking, die de samenpersing bewerkte, de vierde den samendrukbaarheids-coëfficiënt van het water.

T A B E L I.

Nummer der proef.	Tempera- tuur.	Drukking in millimeters kwik.	Samendrukbaarheids- coëfficiënt van water.
1.*	12 ⁰ ,50	7128	0,000.047.104
2.*	12 ⁰ ,50	7168	46.673
<hr/>			
3.	11 ⁰ ,85	7018	47.526
4.	11 ⁰ ,85	7022	47.207
5.	11 ⁰ ,90	7014	47.258
6.	11 ⁰ ,90	6987	47.427
<hr/>			
7.	11 ⁰ ,90	6354	47.241
8.*	11 ⁰ ,90	6389	46.793
9.	11 ⁰ ,90	6350	47.057
<hr/>			
10.	11 ⁰ ,40	6265	47.242
11.*	11 ⁰ ,45	6174	47.977
12.	11 ⁰ ,50	6232	47.397
<hr/>			
13.	11 ⁰ ,50	6181	47.523
14.	11 ⁰ ,50	6175	47.536
15.	11 ⁰ ,50	6166	47.543

Nummer der proef.	Tempera- tuur.	Drukking in millimeters kwik.	Samendrukbaarheids- coëfficiënt van water.
16.	11 ⁰ ,60	5455	0,000.047.363
17.	11 ⁰ ,60	5439	47.203
18.	11 ⁰ ,60	5424	47.447
<hr/>			
19.	11 ⁰ ,80	5305	47.356
20.	11 ⁰ ,80	5291	48.299
<hr/>			
21.	10 ⁰ ,60	4776	47.779
22.	10 ⁰ ,60	4773	47.817
23.	10 ⁰ ,60	4772	47.707
24.	10 ⁰ ,60	4766	47.853
25.	10 ⁰ ,60	4769	47.647
<hr/>			
26.	11 ⁰ ,15	4009	47.559
27.	11 ⁰ ,20	4008	47.725
28.	11 ⁰ ,20	4007	47.612
29.	11 ⁰ ,25	4005	47.577
30.	11 ⁰ ,30	3999	47.478
<hr/>			
31.	10 ⁰ ,75	3162	47.886
32.	10 ⁰ ,80	3158	47.515
33.	10 ⁰ ,85	3149	47.608
34.	10 ⁰ ,95	3147	47.840
35.*	11 ⁰ ,00	3187	47.387
<hr/>			
36.	10 ⁰ ,00	2332	47.621
37.	10 ⁰ ,00	2326	47.707
<hr/>			
38.	9 ⁰ ,30	2323	48.401
39.	9 ⁰ ,30	2321	48.286
40.	9 ⁰ ,30	2318	48.309

Nummer der proef.	Tempera- tuur.	Drukking in millimeters kwik.	Samendrukbaarheids- coëfficiënt van water.
41.	10 ⁰ ,35	1504	0,000.047.428
42.	10 ⁰ ,35	1504	48.324
43.	10 ⁰ ,40	1501	47.779
44.	10 ⁰ ,40	1492	48.148
45.	10 ⁰ ,45	1491	48.489
<hr/>			
46.	10 ⁰ ,50	810.	48.795
47.	10 ⁰ ,55	808	47.696
48.	10 ⁰ ,55	809	47.510
49.	10 ⁰ ,60	809	48.271
50.	10 ⁰ ,60	807	47.295
<hr/>			
51.	11 ⁰ ,15	439	48.828
52.	11 ⁰ ,15	439	48.859
<hr/>			
53.	11 ⁰ ,30	437	48.510
54.	11 ⁰ ,30	436	49.145
55.	11 ⁰ ,30	436	48.084
56.	11 ⁰ ,30	433	46.695
<hr/>			
57.*	8 ⁰ ,10	392	49.601
58.	8 ⁰ ,15	398	48.595
59.	8 ⁰ ,25	395	48.064
60.	8 ⁰ ,35	395	49.541

De samendrukbaarheidscoëfficiënt is met een grooter aantal decimalen berekend dan hier is opgegeven. De drukking is berekend tot twee decimalen, die echter in de tabel zijn wegge-
laten. De aangegeven drukking is de door den manometer be-
paalde drukking verminderd met de barometerhoogte.

De overeenstemming tusschen de uitkomsten der verschil-
lende waarnemingen is, wanneer men de kleine waarde der te

meten grootheid in acht neemt, vrij voldoende. Die overeenstemming is ongeveer dezelfde als die door REGNAULT *) en door GRASSI †) met hun open manometer verkregen. Vooral bij de grootere drukkingen is de overeenstemming zeer goed; dat zij iets minder wordt bij de zeer geringe drukkingen, waartoe ik aan het slot der proefreeks ben afgedaald, is niet te verwonderen.

Sommige der afwijkingen moeten voorzeker hieraan worden toegeschreven, dat er een fout gemaakt is in de bepaling der aangewende drukking. Onze waarnemingen begonnen namelijk met de hoogste drukking, en naarmate de proeven een hooger nummer bezitten, neemt de aangewende drukking af. Wij hadden namelijk de lucht in den koperen bol samengeperst tot een drukking van ruim 10 atmosferen. Bij die groote drukking werden dan eenige proeven achter elkander gedaan, die dus bij ongeveer gelijke drukking plaats hadden; dan liet men lucht uit den koperen bol ontsnappen, zoodat de drukking der lucht om een bepaalde hoeveelheid verminderde, en bij deze nieuwe drukking werden dan weder eenige proeven gedaan, en zoo vervolgens. Ook de proeven bij een zelfde drukking verricht, hadden echter niet onder volkomen dezelfde drukking plaats, maar de latere proeven in den regel onder een iets kleinere dan de voorafgaande, omdat bij elke proef eenige samengeperste lucht ontsnapte.

In het algemeen zal men dus voor elke volgende proef een iets kleinere drukking moeten vinden dan voor de voorafgaande. In enkele gevallen verkrijgt men daarentegen bij de volgende proef een grootere waarde voor die drukking. Is het verschil slechts klein, dan zou dit wellicht door een temperatuursverhoging van den koperen bol en een daardoor veroorzaakte vermeerdering van de spanning der daarin bevatte samengeperste lucht te verklaren zijn; maar zoodra dit verschil eenigszins groot is, laat zich daarvoor niet meer zulk een verklaring geven, en moet de proef dus bepaald verworpen worden. Het is

*) *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, T. 21, pp. 429—464.

†) *Annales de Chimie et de Physique*. 3e Série, T. 31, pp. 437—478.

om deze reden, dat de volgende proeven te verwerpen zijn. Vooreerst n^o. 1 en 2, omdat het niet is uit te maken, of de drukking in n^o. 1 te klein of in n^o. 2 te groot is afgelezen; verder n^o. 8, 11, 35 en 57. Deze zijn bepaald buiten te sluiten. Van andere, waar het verschil slechts klein is, heb ik gemeend dit niet te behoeven te doen, maar haar te kunnen behouden. De proeven, die wij gemeend hebben te moeten verwerpen, zijn in tabel I met kruisjes aangeduid. Deze zijn bij het berekenen der gemiddelden niet gebruikt. Als algemeen gemiddelde van alle overige proeven verkrijgen wij voor den samendrukbaarheidscoëfficiënt van water als gemiddelde van 54 waarnemingen:

0,000.047.830 bij een temperatuur van 10^o,8² en een drukking tusschen $\frac{1}{2}$ en ruim 9 atmosferen.

GRASSI vindt 0,000.048.0 bij 10^o,8.

Wellicht ware het echter beter het gemiddelde niet af te leiden uit alle waarnemingen maar slechts uit die bij grootere drukkingen. De waarnemingen bij geringe drukkingen moeten toch noodzakelijk tot minder nauwkeurige uitkomsten leiden. Ten eerste omdat de verplaatsingen der waterzuilen in de piëzometerbuizen dan veel kleiner worden, en ten tweede omdat ook de fout, die men maakt bij de bepaling der drukking met behulp van den manometer, niet evenredig aan de drukking toeneemt *). Nemen wij daarom slechts de proeven bij druk-

*) Het is niet wel mogelijk bij de berekening van het gemiddelde aan de uitkomsten bij verschillende drukkingen verkregen een verschillend gewicht toe te kennen. Men kan toch voor dat gewicht geen bepaalde waarde aangeven; want de invloed van de fouten in de aflezingen der piëzometerbuizen op den berekenden samendrukbaarheids-coëfficiënt neemt wel omgekeerd evenredig aan de aangewende drukking af, maar dit is niet het geval met de fout in de bepaling der drukking. Deze fout is niet constant, is echter evenmin evenredig aan de drukking, maar neemt langzamer toe dan deze. Hoe of zij met de drukking toeneemt is echter in het algemeen niet aan te geven. Deze fout is voornamelijk afkomstig van fouten begaan bij de bepaling van het volumen der koperen buis des manometers en bij de aflezing van het volumen, waartoe de in de koperen buis opgesloten lucht zich vervolgens in den manometer uitzet, en van de daarbij behorende drukking dier lucht. Zij hangt echter van deze fouten op een vrij gecompliceerde wijze af zoodat noch haar absolute noch haar betrekkelijke waarde alleen afhangen van de te meten drukking, maar tevens van de einddrukking, waartoe men de drukking der samengeperste lucht in den manometer laat dalen. Het is daarom niet mogelijk juist aan te geven, welke de invloed bij de verschillende waarnemingen geweest is van

kingen grooter dan 4 atmosferen, dan verkrijgen wij als gemiddelde uitkomst van 30 waarnemingen :

0,000.047.539 bij een temperatuur van $11^{\circ},32$ en een drukking tusschen 4 en ruim 9 atmosferen.

In tabel II hebben wij het gemiddelde opgesteld der verschillende bij eenzelfde temperatuur en drukking verrichte waarnemingen. Kolom 1 geeft de nummers der proeven aan, waaruit het gemiddelde genomen is, kolom 2 het aantal dier proeven, kolom 3 de gemiddelde temperatuur, kolom 4 de gemiddelde drukking in millimeters kwik, kolom 5 den samendrukbaarheidscoëfficiënt.

T A B E L II.

Nummers der proeven, waar- uit het gemiddelde genomen is.	Aantal	Temperatuur.	Drukking in millimeters kwik.	Samendrukbaar- heidscoëfficiënt.
3—6.	4.	$11^{\circ},875$	7010	0,000.047.355
7, 9.	2.	$11^{\circ},90$	6352	47.149
10, 12.	2.	$11^{\circ},45$	6249	47.320
13—15.	3.	$11^{\circ},50$	6174	47.534
16—18.	3.	$11^{\circ},60$	5439	47.338
19, 20.	2.	$11^{\circ},80$	5298	47.828
21—25.	5.	$10^{\circ},60$	4771	47.761
26—30.	5.	$11^{\circ},22$	4006	47.590
31—34.	4.	$10^{\circ},825$	3154	47.712
36, 37.	2.	$10^{\circ},00$	2329	47.664
38—40.	3.	$9^{\circ},30$	2321	48.332
41—45.	5.	$10^{\circ},39$	1498	48.034
46—50.	5.	$10^{\circ},56$	809	47.913
51, 52.	2.	$11^{\circ},15$	439	48.844
53—56.	4.	$11^{\circ},30$	436	48.109
58—60.	3.	$8^{\circ},25$	396	48.733

de fout begaan bij de bepaling der drukking. Slechts dit heeft mij de berekening geleerd, dat de invloed van een fout in het volumen der koperen buis des manometers bij mijne proeven bijna niet veranderde met de aangewende drukking, maar dat de invloed der fouten in het eindvolumen en de einddrukking der lucht in den manometer met het afnemen der drukking toenam, zoodat de geheele invloed van een fout in de drukking des te kleiner moet geweest zijn, naarmate de aangewende drukking grooter was.

Dat de samendrukbaarheid bij verlaging der temperatuur toeneemt, zooals door GRASSI is gevonden, is ook uit deze tabel te zien, niettegenstaande de uiterste temperatuurgrenzen slechts $3^{\circ},5$ uit elkander liggen. Duidelijker blijkt dit nog uit de volgende samenvoeging der verschillende proeven :

0,000.047.655 bij $11^{\circ},51$ gemiddelde van 27 proeven (3—7, 9—10, 12—20, 26—30, 51—56).

0,000.047.843 bij $10^{\circ},53$ gemiddelde van 21 proeven (21—25, 31—34, 36—37, 41—50).

0,000.048.332 bij $9^{\circ},30$ gemiddelde van 3 proeven (38—40).

0,000.048.733 bij $8^{\circ},25$ gemiddelde van 3 proeven (58—60).

Uit tabel II zou men verder geneigd zijn het besluit te trekken, dat de samendrukbaarheid van water eenigszins afneemt wanneer de drukking toeneemt. Dit blijkt ook uit de volgende vergelijking der bij dezelfde temperatuur maar bij zeer verschillende drukking verrichte proeven :

0,000.048.353 bij $11^{\circ},25$ en 437 mm. druk, gemiddelde van 6 proeven (51—56).

0,000.047.590 bij $11^{\circ},22$ en 4006 mm. druk, gemiddelde van 5 proeven (26—30).

0,000.047.913 bij $10^{\circ},56$ en 809 mm. druk, gemiddelde van 5 proeven (46—50).

0,000.047.760 bij $10^{\circ},60$ en 4771 mm. druk, gemiddelde van 5 proeven (21—25).

Zooals bekend is vond GRASSI den samendrukbaarheidscoëfficiënt van water onafhankelijk van de drukking. Mogen dus onze waarnemingen er ook al op wijzen, dat dit niet volkomen waar is, ik zou niet durven beweren, dat zij dit met zekerheid aantoonen, daar het niet onmogelijk is, dat de door ons gevonden iets grootere waarden bij zeer kleine drukkingen aan waarnemingsfouten zijn toe te schrijven. Op het grooter zijn van den samendrukbaarheidscoëfficiënt bij kleine drukkingen wijzen echter ook nog de volgende waarnemingen.

Ik had mij voorgenomen met den voorgaanden piëzometer nog een proefreeks te verrichten, maar met deze afwijking van de vorige, dat, terwijl daar de grootere drukkingen aan de kleinere voorafgaan, ik nu met de kleinere drukkingen wilde beginnen om vervolgens tot allengs grootere drukkingen over te gaan. Het piëzometervat werd daartoe op nieuw in het koperen omhulsel ingezet. De proefreeks kreeg echter weinig omvang, doordat reeds na de 9^{de} proef bij het aanzetten van de schroeven in het deksel van het koperen omhulsel tegen de glazen buis van het piëzometervat gestooten werd, zoodat zij brak, en de proeven moesten worden afgebroken.

De verkregen uitkomsten zijn in tabel III vermeld op volkomen dezelfde wijze als in tabel I.

T A B E L III.

Nummer der proef.	Tempera- tuur.	Drukking in millimeters kwik.	Samendrukbaarheids- coëfficiënt.
1.	9 ^o ,55	776	0,000.050.750
2.	9 ^o ,55	776	49.178
3.	9 ^o ,60	773	48.115
4.	9 ^o ,60	770	47.658
5.	9 ^o ,75	767	47.967
6.	9 ^o ,75	764	49.122
<hr/>			
7.	8 ^o ,80	1529	48.390
8.*	8 ^o ,95	1630	44.653
9.	8 ^o ,95	1532	48.782

Van deze proeven moet n^o. 8 zeker worden verworpen, want wij hebben hier blijkbaar een fout in de drukking.

Als gemiddelde van proeven 1—6 verkrijgen wij:

0,000.048.799 bij 9^o,625 en 771 mm. druk,

en als gemiddelde van proeven 7 en 9:

0,000.048.586 bij 8^o,875 en 1531 mm. druk,

Deze proeven hebben voor mij echter minder waarde dan die der voorafgaande proefreeks, omdat de verandering van stand van het water in de beide piëzometerbuizen hier minder regelmatig plaats greep. Hier was die verandering in stand in de open buis in den regel juist tegenovergesteld aan die in de buis van het piëzometervat, zoodat, terwijl die verandering in de laatste buis op een geringe temperatuursverhooging wees, in de open buis daarentegen een geringe temperatuursverlaging werd aangewezen. Dit is waarschijnlijk hieraan te wijten, dat het koperen omhulsel niet volkomen waterdicht sloot. De veranderingen van het niveau van het water in de beide buizen waren echter gedurende elke proef zoo gering, dat bovengenoemde onregelmatigheid op den berekenden samendrukbaarheidscoëfficiënt slechts een uiterst geringen invloed kan gehad hebben. Heeft die invloed eenigszins gewerkt, dan moeten wij voor de samendrukbaarheid een iets te groote waarde gevonden hebben.

Bij de eerste proefreeks met dezen piëzometer kwamen deze onregelmatigheden niet voor. Zoowel in de open buis als in de buis van het piëzometervat had een uiterst langzame rijzing van het niveau van het water plaats *). Het water steeg in denzelfden tijd iets sterker in de open buis dan in de andere, hetgeen ook het geval moest zijn, omdat de open buis met een veel grooter volumen water in verband stond dan de buis van het piëzometervat. Aanvankelijk meende ik, dat het water in de open buis te weinig steeg in verhouding tot de waargenomen stijging in de andere buis, totdat ik ten slotte de reden daarvoor vond. De open buis staat in verband met het water in het koperen omhulsel, de andere buis met het water in het glazen piëzometervat; en nu is bij de betrekkelijk lage temperaturen, waarbij ik werkte, de schijnbare uitzettings-coëfficiënt van water in een koperen vat veel kleiner dan in een glazen vat. En het verschil is des te grooter, naarmate de temperatuur lager is, omdat de uitzettings-coëfficiënt van water veel sneller

*) Om een voorbeeld te geven van de uiterst langzame verplaatsing van het niveau zij vermeld, dat in twee uren het water in de buis van het piëzometervat slechts 1,45 en in de open buis slechts 2,55 schaaldeelen steeg. En bij de overige proeven was de stijging even gering.

met de temperatuur verandert dan die van koper en glas. In overeenstemming hiermede vond ik de stijging in de open buis des te kleiner ten opzichte van die in de andere buis, naarmate de temperatuur lager was.

Dat door de aangewende drukkingen binnen het piëzometervat, zooals wij vroeger reeds hebben opgemerkt, geen blijvende veranderingen van volumen van dat vat waren ontstaan, bleek uit de wegingen. Het piëzometervat was vóór de proeven bij 0° met kwik gewogen, na de eerste proefreeks bij 0° met water. De inhoud van het vat bleek in de beide gevallen volkomen dezelfde te zijn. Het gevonden gewicht van het water, dat den piëzometer vulde, werd herleid tot het gewicht van een gelijk volumen kwik van 0°; en aan de beide gevonden gewichten kwik werd vervolgens met behulp van het bekende inwendig volumen van de buis des piëzometers nog een kleine correctie aangebracht, omdat het gewogen kwik en water den piëzometer niet tot dezelfde streep der buis vulden. De aldus herleide gewichten kwik van 0°, die het volumen aangaven van den piëzometer bij 0° tot dezelfde deelstreep der daaraan verbonden buis, verschilden slechts om ongeveer één milligram, of om slechts één millioenste van de geheele waarde.

De open buis des piëzometers stond verticaal. Werd de groote drukking binnen het piëzometervat aangebracht, dan steeg het water in de open buis, de drukking op het water dat het piëzometervat omringt wordt daardoor iets grooter en dit water wordt daarom eenigszins samengeperst. Men vindt daarom voor de vergrooting van het piëzometervat door de inwendige drukking een iets te kleine en voor den samendrukbaarheidscoëfficiënt dus een iets te groote waarde, wanneer men niet let op die vermeerdering van drukking in het den piëzometer omringende koperen vat. Deze fout is echter zoo gering, dat wij haar gerust konden verwaarloozen, zooals blijkt uit de volgende berekening. Nemen wij daartoe de eerste proef, waarbij de grootste drukking werd aangewend. De rijzing van het water in de open buis bedroeg dan 39 deelstrepen, d. i. ongeveer 39 millimeters. De drukking binnen het koperen omhulsel neemt daardoor toe om 39 mm.

water of ongeveer 2,9 mm. kwik of ongeveer $\frac{1}{260}$ atmosfeer.

Het water in het koperen omhulsel bezit een volumen van ongeveer 235 kub. cm. d. i. ongeveer 3300 gram kwik.

Per atmosfeer bedraagt de samendrukbaarheid van water 48 millioenste, dus per $\frac{1}{260}$ atmosfeer 18 honderdmillioenste.

Het watervolumen van 3300 gram kwik ondergaat door de rijzing van het water in de open buis dus een samendrukking

$$\text{van } \frac{3300 \times 18}{100.000.000} = \frac{594}{1000.000} \text{ gram} = 0,594 \text{ mgr. kwik.}$$

Daar elk schaaldeel van de open buis met 7,25 mgr. kwik overeenkomt, bedraagt de samendrukking van het water in het koperen omhulsel slechts ruim 0,08 schaaldeel.

Daar de geheele vermindering van volumen van het water binden piëzometer 501 mgr. kwik bedroeg, en $\frac{0,594}{501} =$ ongeveer $\frac{1}{840}$ is, bedraagt de fout, die wij maken door de samendrukking van het water in het koperen omhulsel te verwaarloozen, dus slechts $\frac{1}{840}$. Om deze grootte zouden de door ons berekende waarden voor den samendrukbaarheids-coëfficiënt om deze reden te groot zijn.

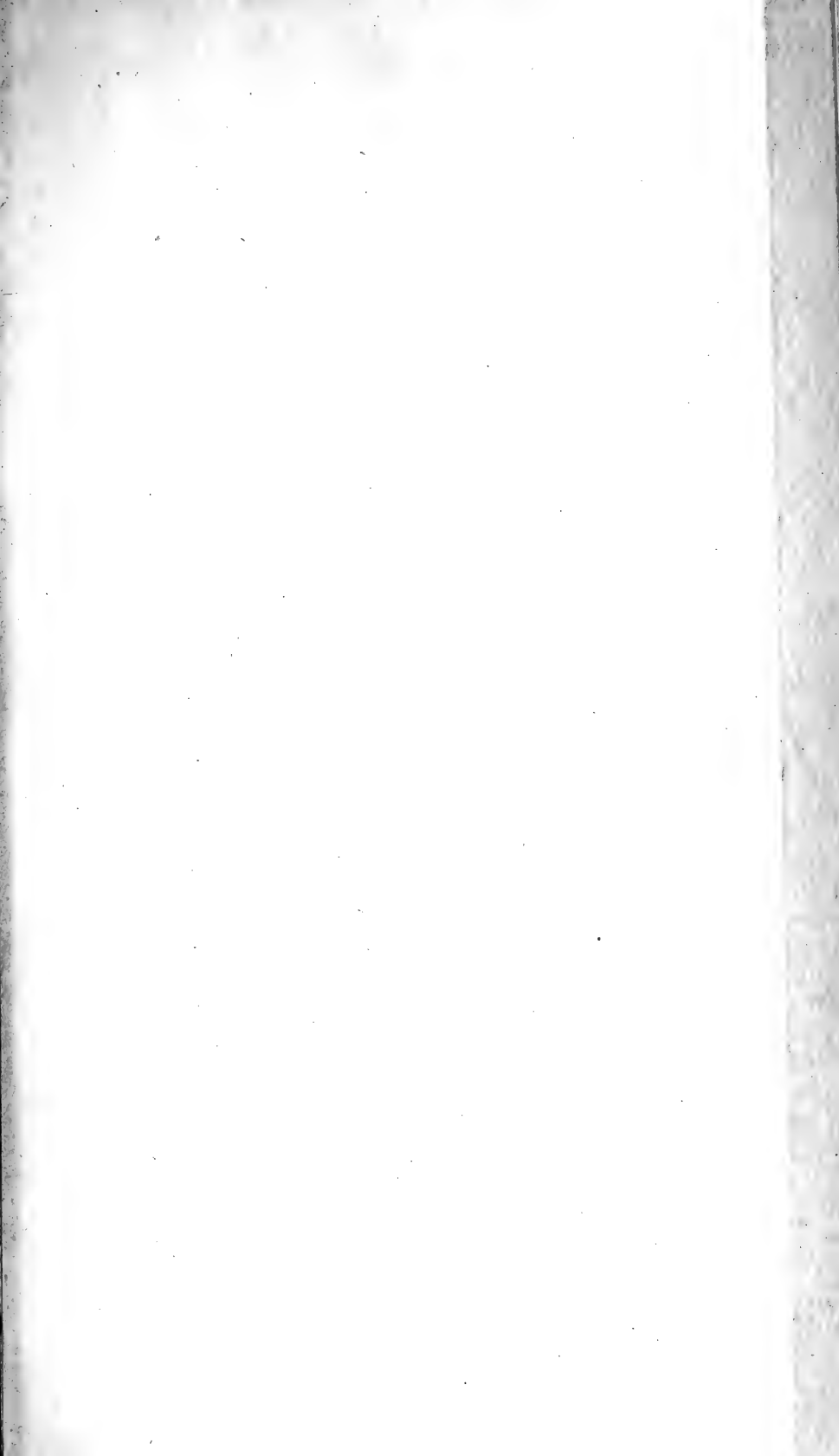
Deze fout is zoo klein, dat zij gerust verwaarloosd kan worden. Het toeval wil echter, dat zij bijna juist gecompenseerd wordt door een andere fout. Het water in de buis des piëzometers daalt bij het aanwenden der groote drukking bij dezelfde proef N^o. 1 om 106 millimeters. De drukking op het water in den piëzometer neemt hierom om 106 mm. water of ongeveer 8 mm. kwik minder toe dan de manometer aangeeft. Deze gaf 7128 mm. Deze waarde is dus 8 mm. te groot, en daarom is de berekende waarde van den samendrukbaarheids-coëfficiënt

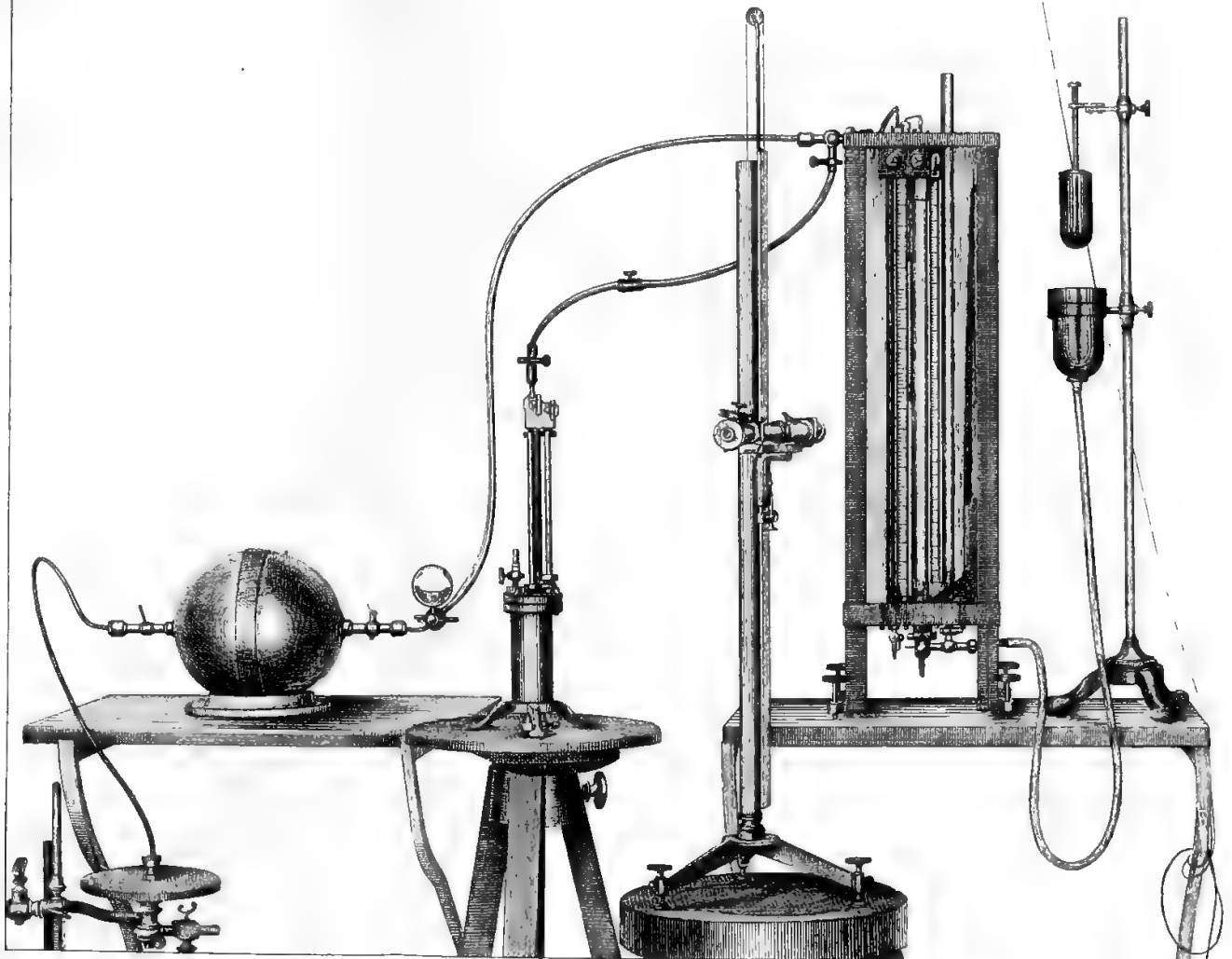
$$\frac{8}{7128} = \frac{1}{891} \text{ te klein.}$$

Bij de overige proeven zijn de verhoudingen ongeveer dezelfde als bij de eerste proef *).

*) Mijn amanuensis, den heer DEUTGEN, die mij bij de beschreven proeven met de grootste bereidvaardigheid heeft bijgestaan, en wiens bekwaamheid in het vervaardigen van physische instrumenten mij bij de inrichting der door mij gebruikte toestellen van veel dienst is geweest, betuig ik hiervoor mijn oprechten dank.

En de manometer van REGNAULT, én de methode van JAMIN zijn dus gebleken bij de bepaling van de samendrukbaarheid eener stof zeer goede uitkomsten op te leveren, daar wij door van hen gebruik te maken tot een waarde voor de samendrukbaarheid van water gekomen zijn, die bijna volkomen overeenstemt met die door GRASSI gevonden, terwijl de verschillende proeven zeer overeenstemmende uitkomsten gegeven hebben, wanneer men de aangewende drukking ten minste niet tot al te kleine waarden doet afdalen.





VERKLARING DER PLAAT.

De door mij gebruikte toestellen zijn ten deele op de plaat afgebeeld.

Links bevindt zich de koperen bol met samengeperste lucht, aan de eene zijde door een buis verbonden met een slechts voor een klein gedeelte afgebeelde luchtpomp, aan de andere zijde door een tweede buis met een metaalmanometer van BOURDON en vervolgens met den manometer van REGNAULT en den piëzometer.

Rechts bevindt zich de manometer van REGNAULT, en daarnaast en door een caoutchouc buis daarmede verbonden de in den tekst beschreven toestel om het kwik in de manometerbuizen tot elke gewenschte hoogte te brengen. Het touw, dat op de plaat te zien is, en dat boven loopt over een niet afgebeeld katrolletje, dient tot het in beweging brengen van den roerder des manometers. Van de kranen, die onder den manometer zichtbaar zijn, dient de linksche om het water, dat den bak des manometers vult, te kunnen doen wegloopen.

Op den voorgrond staan de piëzometer en nog meer naar voren de kathetometer, die tot de aflezingen van manometer en piëzometer diende.

Voor de duidelijkheid is de piëzometer afgebeeld op een tafeltje, maar in werkelijkheid was hij geplaatst in een grooten houten bak met water, waaruit alleen de buizen des piëzometers uitstaken, en bedekt met een hooge kast met glazen wanden.

De afstand van den kathetomer tot manometer en piëzometer was in werkelijkheid grooter dan op de plaat is aangegeven.

Boven het oculair van den kijker des kathetometers is de schroef van den oculair-mikrometer zichtbaar.







INHOUD

VAN

DEEL XIV. — STUK 1.

	bladz.
Iets over den microfoon. Door P. L. RIJKE.....	1.
Hoe zal men de verdampingshoeveelheid bepalen voor polders. Door C. H. D. BUYS BALLOT.....	27.
Over het voorkomen van halsribben bij de schildpadden. Door C. K. HOFFMANN. (<i>Met eene plaat</i>).....	52.
Rapport van de Heeren J. ZEEMAN, J. VAN GEUNS en A. HEYNSIUS. Uitgebracht in de Vergadering van 30 Dec. 1878.....	63.
Rapport omtrent eene verhandeling van den Heer M. TREUB. Getiteld: Notes sur l'Embryogénie de quelques Orchidées. Uitgebracht in de Vergadering van 1 Februarij 1879.....	71.
Rapport van de Heeren C. H. D. BUIJS BALLOT en F. J. STAMKART. Uitgebracht in de Vergadering van 1 Februarij 1879.....	74.
Révision des espèces Insulindiennes de la famille des Callionymoides. Par P. BLEEKER.....	79.
Bepaling van de samendrukbaarheid van water, volgens de methode van Jamin en met behulp van den manometer van Regnault. Door R. A. MEES. (<i>Met eene plaat</i>).....	108.
Overzicht der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ont- vangen en aangekochte boekwerken.....	65—96.



GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÜBBER-BAKKERS.

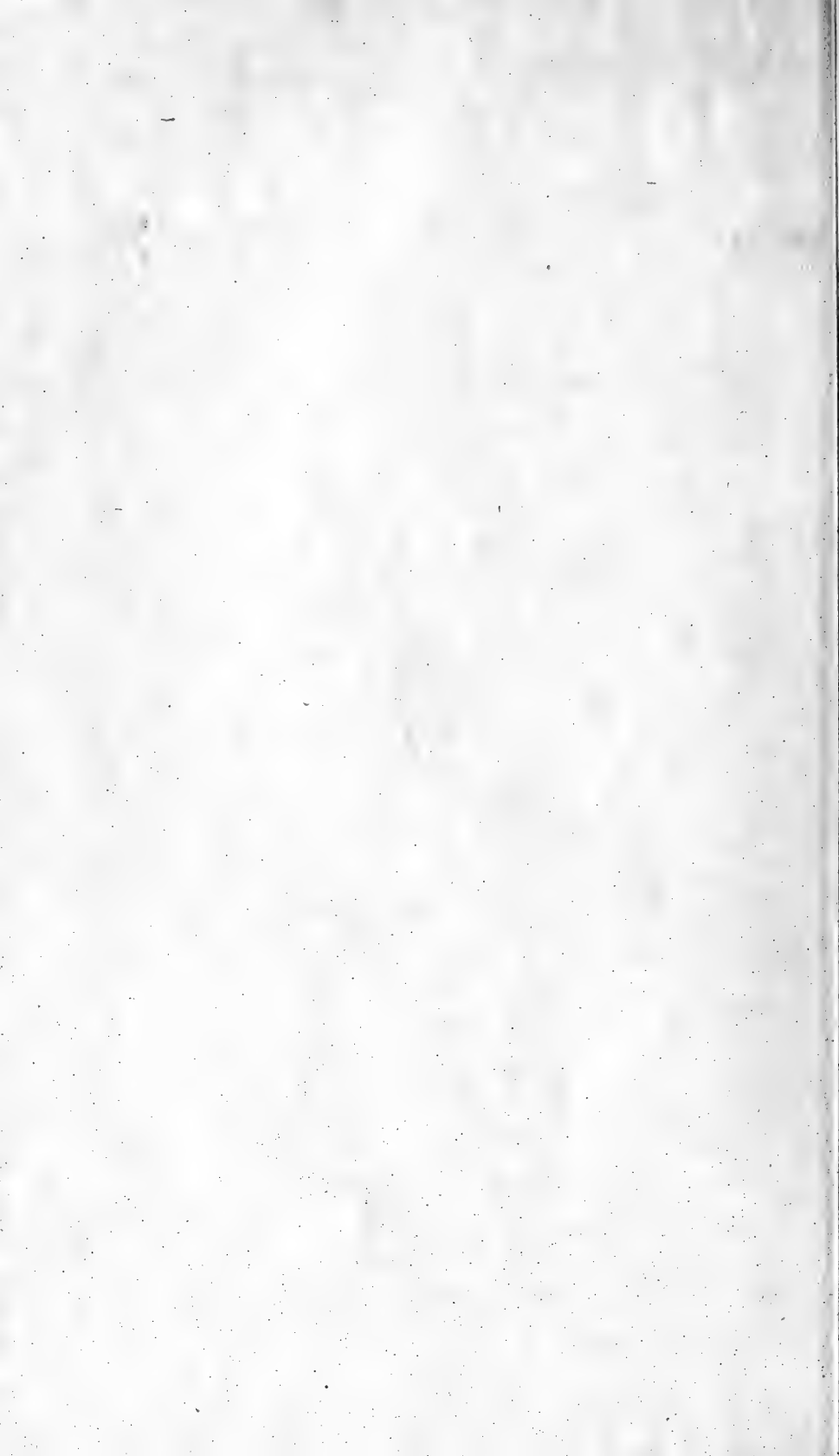
VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN
DER
KONINKLIJKE AKADEMIE
VAN
WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Veertiende Deel. — Tweede Stuk.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1879.



DE GENETISCHE BETEEKENIS DER VINGER-STREKSPIEREN.

DOOR

W. K O S T E R.

Met eene plaat.



Wie vele malen dezelfde deelen van het menschelijk lichaam heeft ontleed, of wie goed tehuis is in de literatuur der zoogenaamde anomalïën en variëteiten, zou allicht tot de meening kunnen komen, dat het met de regels van den lichaamsbouw niet veel beter gesteld is dan met de taalkundige regels, wier uitzonderingen ons jeugdig brein hebben gekweld.

Voor al de leer der beenderen gewrichten en spieren is rijk aan anomalïën en variëteiten. Uit den aard der zaak verdienen zij allen de aandacht van den ontleedkundige, om haar mogelijke waarde bij een vergelijkende en genetische beschouwing van den bouw van het menschelijk lichaam; velen ook reeds op zich zelve, wegens physiologische of practisch-geneeskundige belangrijkheid.

Dat geheel ongewone spieren ook aan de bovenste ledematen kunnen voorkomen, is bekend; en talrijk zijn daarenboven de wijzigingen welke de gewone spieren aanbieden, wat aantal, wijze van verbinding met andere deelen, hoeveelheid pezen waarin zij zich splitsen, en andere opzichten, betreft. Vele dier spiervariëteiten zijn voor het oogenblik nog op zich zelf staande bijzonderheden, schijnbaar slechts „curiosa”, en als zoodanig alleen bekenden der anatomen van vak, te vinden in de registers der ontleedkundige laboratoria. Anderen daarentegen konden reeds met onze zoötomische en ontogenetische kennis in samen-

hang gebracht of zelfs voor phylogenetische beschouwingen gebruikt worden.

Tot de laatste groep schijnt mij eene bijzonderheid te behooren, welke bij de eigen strekspier van den wijsvinger, *musc. indicator*, somtijds is waar te nemen.

In den als norma aangenomen toestand, behoort deze spier, zoo als bekend is, tot het stelsel van spieren dat aan de ruggzijde van den voorarm, met schuin sch verloopende vezelen de as van den voorarm kruist. Zij ontspringt dan naast en samenhangend met den langen uitstrekker van den duim aan de naar het spaakbeen gekeerde vlakke der ellepijp en aan den tusschenbeensband, gaat als een geheel zelfstandig spierlichaam in een pees over, welke met de algemeene vinger-strekspier in één vak van den handrugband gelegen is, en welke vervolgens naast de wijsvinger-pees van die algemeene strekspier verloopt.

Zij heeft dus door dit verloop, na haar oorsprong niets meer gemeen met de lange strekspier van den duim. In gewone gevallen is in de groote, en door de verplaatsing van het os metacarpi pollicis zoo rekbare eerste tusschenbeensruimte op den rug der hand ook niets van een samenhang tusschen wijsvinger- en duimpezen te vinden.

De bijzonderheid, welke ik wensch te beschouwen, komt nu in de hoofdzaak daarop neêr, dat somtijds de pezen van den langen duimstrekker en van den eigen strekker des wijsvingers in de straks genoemde eerste tusschenbeensruimte met elkander in samenhang blijken te staan.

Ik werd tot het ontdekken dezer bijzonderheid het eerst geleid door eene gedwongene buitengewone oplettendheid op mijne eigene rechterhand. In den winter van 1875—1876 had het spatium interosseum tusschen duim en wijsvinger van die hand, even als de gansche handrug en verder de geheele arm, zeer te lijden door eene hevige, na lijkinfectie aan den duim ontstane subfasciale phlegmone, met phlebitis, lymphanogïtis, diepe abscessen en zoo voort. In dat spatium interosseum primum echter was niet, zoo als elders, suppuratie ontstaan.

Na eene onbewegelijkheid van eenige weken brak de tijd aan, waarop men weder passieve en actieve bewegingen met de tot het uiterste vermagerde hand en arm kon gaan beproeven. Voor

het polsgewricht, dat door eene omspoeling met pus en eene onbewegelijkheid gedurende zoo langen tijd, eveneens zeer geleden had, voerden die pogingen tot geen, voor pronatie en supinatie der hand en voor de vingerbewegingen tot een gunstigen uitslag. Bij het bewegen van den duim zag ik toen door de dunne huid van de rugvlakte van de eerste tusschenbeensruimte heenschijnen: strooken of strengen welke ik daar vroeger nooit had opgemerkt. Aan de linkerzijde is aan de eveneens zeer magere hand niets van dien aard te zien of te voelen.

In het begin wist ik volstrekt niet waarmede ik te doen had. Verdikte bindweefselstrengen, na de hevige ontsteking overgebleven, na phlebitis gesloten en in strengen veranderde aderen, en wat niet al, werd als mogelijk aangenomen. Eindelijk echter moest ik wel tot de overtuiging komen, dat de strooken in verband stonden met de pees van den musculus indicator.

Wat er is waar te nemen kan de lezer zich met behulp der afbeelding voorstellen (welke getrouw ook het beeld der ongewone peesstrooken aan mijne hand weêrgeeft, ofschoon zij naar eene later te vermelden doode ontleede hand vervaardigd is).

Op de hoogte van den processus styloideus radii waar reeds een vrij groote tusschenruimte tusschen de gewone pees van den wijsvinger en van den strekker des duims bestaat, en waar men, in gewone gevallen de pezen van de radiale handstrekkingen voelen en bij magere handen zien kan, verloopt nog dicht bij de strekpees van den wijsvinger, een ongewone strook, welke verder ongeveer diagonaal tusschen duim- en vingerpees naar beneden gaat, om zich dan in tweeën te verdeelen. De buitenste, naar den duim gerichte strook wendt zich dan sterker divergeerend naar de pees van den langen duimstrekker, waarmede zij een weinig onder de articulatio metacarpo-phalangea versmelt. Die strook is sterk en dik, wordt bij buiging van den duim, en vooral bij afvoering van het os metacarpi van den duim sterk gespannen, waardoor er tusschen haar en de pees van den langen duimstrekker een tweede, kleinere „tabatière anatomique” tot stand komt. Bij strekking van den duim, en aanvoerend-strekkende verplaatsing van het os metacarpi (actief) wordt de strook, blijkbaar door spierwerking, sterk verschoven en gespannen. De tweede strook, na de bovengenoemde splitsing, wendt

zich naar de wijsvinger-strekpezen, verloopt onder een scherpen hoek daarmee nog een eindweegs, om dan, ter hoogte der articulatio metacarpo-phalangea, zich met haar te verbinden. Bij strekking van den wijsvinger ziet men op de rugvlakte van den (door de anchylose) zeer vermagerden pols, duidelijk de richting van de strekspieren der vingers aangegeven, en de strook van zoo even als het vervolg daarvan. Zij wordt dan echter in het midden der ruimte tusschen duim en wijsvinger, door de gelijktijdige spanning van de andere strook die naar den duim ging, niet alleen in de richting der trekkende spierwerking, maar ook naar buiten (naar den duim toe) verschoven.

Ik heb, zoo als ik reeds ter loops opmerkte, vóór den ziekte-toestand van de hand nooit iets van die ongewone peesstroken bemerkt. Toch is er wel geen twijfel, of zij hebben in veel minder ontwikkelden toestand bestaan, maar zijn toen niet in het oog gevallen.

Deze opvatting, welke reeds door het bijna ondenkbare van de eenige andere mogelijkheid: toevallige nieuwe vorming door den invloed der ziekte-toestanden, juist moet geacht worden, verkrijgt zekerheid doordien het mij, na lang zoeken aan alle lijken welke na het hervatten mijner werkzaamheden tot mijne beschikking kwamen, eindelijk gelukte een volkomen overeenkomstigen toestand der duim- en wijsvingerpezen te vinden. Aan een der bovenste ledematen, welke ik toevallig niet zelf met het oog op hetgeen ik zocht nagegaan had, was door een der studenten bij het ontleden der vingerstrekspieren het praeparaat vervaardigd, waarvan de plaat de afbeelding geeft. De hand waa afkomstig van een jongen man; het spierstelsel van den arm en de hand bood overigens geene bijzonderheden aan. Of aan de andere hand van hetzelfde lijk de bijzonderheid eveneens voorkwam, is onzeker, daar die reeds tot het praepareeren van dieperen deelen had gediend, eer ik haar te zien kreeg. Men ziet in de afbeelding dat de aan mijne hand door de huid heen waarneembare ongewone peesstroken daar op de wijze, welke ik beschreef, voorkomen. Nader onderzoek van het praeparaat leert het volgende.

De musculus indicator ontspringt op de gewone wijze en de pees der spier ligt ook met die der algemeene vingerstrekspier

in denzelfden koker van den handrugband. Daarna echter ontstaat de plitsing, welke een strook voor den langen duimstrekker voortbrengt en een tweede welke zich weder begeeft naar de oorspronkelijke pees, die op de gewone wijze met de naar den wijsvinger gaande pees van den algemeenen vingerstrekker versmelt. Er zijn dus drie peesstroken voor den wijsvinger.

De samenhang, welke op deze wijze tusschen duim- en wijsvingerstrekker ontstaan is, had, voor het isoleeren der stroken, meer het karakter eener peesvliezige uitbreiding, hetwelk er trouwens nu nog aan het praeparaat aan te herkennen is *). Het verband dier pezen op die wijze heeft veel overeenkomst met de gewone aponeurotische verbindingen, welke steeds tusschen de pezen der algemeene voor de vier vingers bestemde strekspier voorkomt. Doch tusschen duim- en wijsvinger-pezen ontbreekt juist in de gewone gevallen alle samenhang. — Die samenhang is het geringst tusschen wijsvinger en middelvinger, het meest ontwikkeld tusschen de drie overige: dus *hoe meer zelfstandigheid en vrije beweging der vingers des te meer geïsoleerde pezen*. Dit feit is voor de verdere beschouwing dezer ontleedkundige bijzonderheid in de eerste plaats van belang.

Zoo ver ik weet, is deze samenhang tusschen duim- en wijsvinger-strekpezen nog niet beschreven. Daar echter de meest

*) Nadat deze verhandeling reeds geschreven was, trof ik den samenhang tusschen wijsvinger- en duimstrekker nog eenmaal sterk ontwikkeld aan. Het was aan het lijk van een vijftigjarig man met goed ontwikkeld skelet en spierstelsel. Ditmaal kon ik zelf het praeparaat van het begin af vervaardigen. Er was tusschen den extensor pollicis longus en de strekpees van den wijsvinger een peesvliezige plaat, met dwars en meer boogvormig daarin verloopende vezelbundels, uitgespannen. Deze peesvliezige plaat ging zoowel in de wijsvinger-pees van de algemeene strekspier, als in de ulnair-waarts daarvan liggende gewone pees van den musc. indicator over, zoodat beide pezen daardoor met elkander en met die duimpees samenhangen. Maar daarenboven verliep in de peesvliezige plaat, *geheel in de richting der in de afbeelding van het vorige geval aangegevene en aan mijne eigene hand zoo sterk ontwikkelde peesstrooken* dikkere en langere bundels van peesvezels, welke bij trekking aan de strekspieren ook sterk werden gespannen. Onder het lig. carpi dorsale door vervolgd, liep langs de duimpees het peesblad laarin zonder scherpe grenzen uit; maar zette zich met de wijsvinger-strekpezen in den koker daarvan voort, om als een duidelijke sterke tweede pees van den musculus indicator te eindigen.

Aan de andere hand was dezelfde toestand waar te nemen, maar zeer zwak ontwikkeld. Het sterkst waren de strooken vertegenwoordigd welke naar de ulnaire zijde van de duimpees gingen; doch het overige peesblad was uiterst dun.

noeste vlijt en volharding moeielijk tot de zekerheid zouden kunnen voeren, dat men alle geschriften over spier-anomaliën doorzocht had, is het niet onmogelijk dat ergens het feit te lezen staat. Doch wanneer men nagaat wat bij den zoo vele bijzonderheden meêdeelenden MECKEL, en in het groote handboek van HENLE over anomaliën van den musculus indicator voorkomt, mag men meenen dat de door mij beschrevene nog onbekend is. Immers de overige variëteiten der genoemde en andere vingerspieren worden opzettelijk vermeld.

Bij MECKEL *) leest men het volgende :

„An der Hand findet man nicht selten entweder die Sehne des Indicators in zwei gespalten, von denen eine an den Mittelfinger geht; oder einen eigenen ganz kleinen Mittelfingerstrecker, der gewöhnlich vom untern Ende der Speiche kommt, eine wegen der Affenähnlichkeit und überhaupt der Vervielfachung der Streckmuskeln an dem Vorderfusse der Säugethiere merkwürdige Abweichung“.

Bij HENLE †) wordt omtrent de variëteiten van den musculus indicator gezegd :

„Fehlt ganz oder ist durch einen kurzen Muskel des Handrückens ersetzt, der vom ligam. carpi proprium oder von der Basis des dritten Mittelhandknochens seinen Ursprung nimmt. Er ist zweibäuchig mit einer langen Zwischensehne, der untere Bauch auf dem Handrücken. Häufig sind die verschiedenen Grade der Spaltung und Vermehrung: der einfache Muskel schickt zwei Sehnen zum zweiten Finger oder je eine zum zweiten und dritten, oder zwei zum zweiten, eine zum dritter Finger. Kommen zwei Muskelbäuche vor, so giebt der zweite, tiefere, eine Sehne zum dritten, oder zum zweiten und dritten, oder selbst drei Sehnen zum zweiten bis vierten Finger“.

Men ziet, dat van een samenhang tusschen duim- en wijsvinger-pezen bij al die wijzigingen geen spraak is. Men zou kunnen meenen, dat een ontleedkundige bijzonderheid, zóó sterk

*) *Handbuch der pathologischen Anatomie* von JOHANN FRIEDRICH MECKEL, Bd. II, Abtheil. I. S. 30.

†) *Handbuch der systematischen Anatomie des Menschen*, von Dr. J. HENLE, Muskellehre, S. 213.

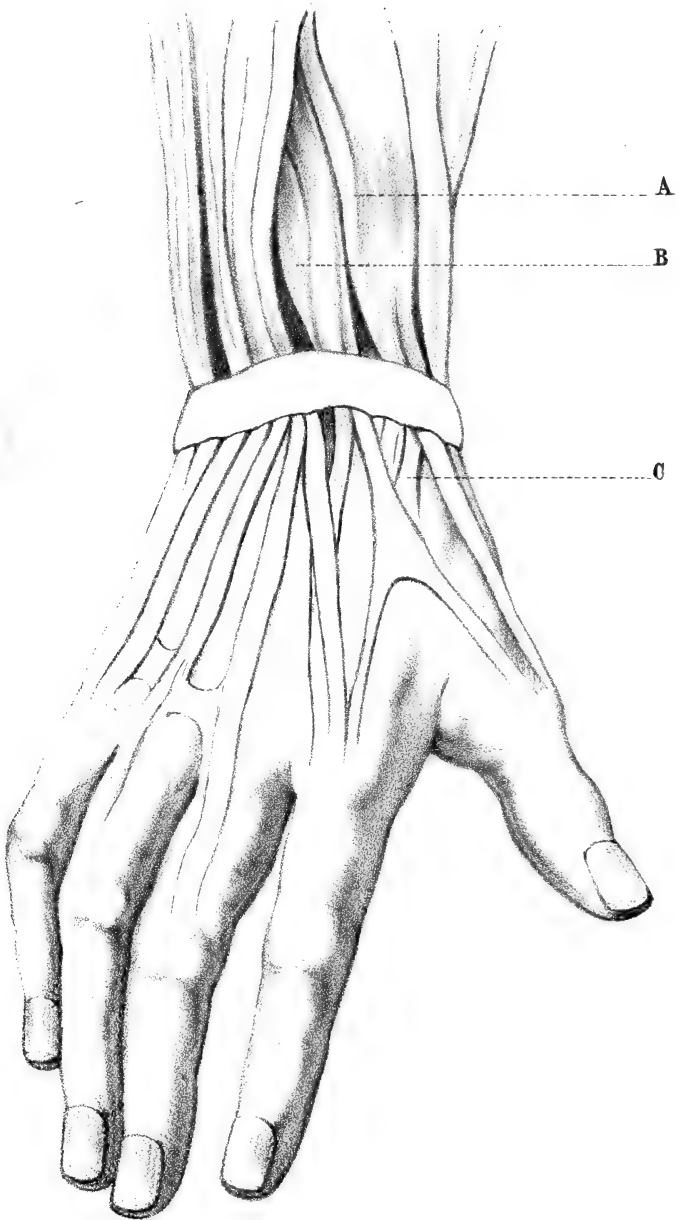
ontwikkeld als aan mijne eigene hand en in het afgebeelde voorwerp, vaker moet voorkomen dan het geval schijnt, zij het dan in geringeren graad. Het ligt voor de hand te denken, dat die geringere graden tot nu toe niet in het oog gevallen en door den dissector bij het voor den dag brengen van den gewonen toestand verwijderd zijn. In het begin meende ik dat ook; maar het is mij toch niet gelukt na er bij ongeveer 30 lijken op gelet te hebben een aanduiding te vinden van den samenhang: slechts het ééne afgebeelde geval trof ik aan. Let men er niet opzettelijk op, dan zullen bij het tusschen de ossa metacarpi van duim en wijsvinger wegpraepareeren der fascia superficialis — waarin de verbindende strookjes zouden voorkomen — de laatste gewoonlijk met het mes worden weggenomen.

Men zou nog mogen vragen, of ik terecht de afgebeelde anomalie, en de onder de huid mijner rechterhand waarneembare stroken voor denzelfden bijzonderen overgang van den musculus indicator in meerdere pezen houd. Wat aan het afgebeelde praeparaat te zien, en dat daar werkelijk de musculus indicator in het spel is, deelde ik mede. Slechts eene ontleding zou overtuigend kunnen toonen dat aan mijne hand de toestand precies dezelfde is. Men zou toch door één der anomalïën, welke MECKEL meedeelt, hetzelfde beeld kunnen verkrijgen. MECKEL zegt namelijk, na de straks aangehaalde plaats: „So habe ich auch mehrmals einen ganz eignen dritten Strecker des Daumens gefunden”. Gesteld dat de pees dier spier lag, waar bij mij de peesstrook voor den duim voorkomt, en dat daarvan een aanhangsel naar den wijsvinger afging, dan zou men ook zien, wat er nu te zien is. — In elk geval komt echter de anomalie van den musculus indicator voor, zooals het hier afgebeelde geval leert, en — mocht dan aan mijne hand de indicator gewoon, daarentegen een derde duimstrekker aanwezig zijn, welke een verbindende strook naar den wijsvinger-strekker zendt, dan bleef de beteekenis van het feit dezelfde. Want het is *de oorspronkelijke en thans nog slechts atavistisch in verschillende vormen nu en dan weder in het licht tredende samenhang der pezen van duim en wijsvingerstrekkers*, welke naar het mij voorkomt, uit de medegedeelde anthropotomische bijzonderheden voortvloeit.

Als men niet tot kinderlijk-anthropomorphische of nevelig-bovennatuurlijke verklaringen van het tot stand komen der anomalïen en variëteiten in den bouw van het menschelijk lichaam de toevlucht wil nemen, schiet er niet anders over dan de Darwinistische theorie, de *phylogenetische*. Er kunnen wel door in engeren zin toevallige, slechts het gegeven individu betreffende invloeden, bijzonderheden van bouw en vorm ontstaan; en ook het 'ziekelijke' hoe moeielijk ook scherp in het algemeen van 'individueele abnormiteiten' en van phylogenetische wijzigingen af te scheiden, moet nog in het oog worden gehouden. Doch spier- en pees-variëteiten, als de beschrevene, zijn ongetwijfeld slechts uit de embryonale ontwikkeling te verklaren; en de gang van zaken daarbij wordt slechts eenigermate begrijpelijk langs den weg der phylogenese, door de hypothese, dat alle gewervelde dieren van dezelfde voorouders afstammen, dat dus ook de zoogdieren stamverwant zijn, dat eindelijk de mensch en de apen, het meest aan elkander verwant, in vorm en bouw het meest aan elkander gelijk, in embryonalen toestand de kiemen, de aanleg, van dezelfde deelen bezitten. De wijzigingen in den ontwikkelingsgang, waardoor de nu bestaande soorten tot stand komen, brengen dan de betrekkelijk kleine verschillen in den bouw der zoogdier-lichamen te weeg, welke de ontwikkelingsleer, gesteund door de vergelijkende ontleedkunde en het in acht nemen van de physiologische levensvoorwaarden (erfelijkheid, gebruik der deelen, voedsel, klimaat, samenleving, intellectueele en moreele invloeden) zoekt te verklaren.

Zonder te willen beweren, dat de descententie-leer door de treffende overeenstemming in den bouw der gewervelde vormen, uit lagere door *natuurlijke* wijzigingen der samenstellende deelen af te leiden, bewezen is of worden kan, mag het toch opmerkelijk heeten, dat men zonder gevaar van teleurstelling bij ongewone of nieuwe feiten in de morphologie, redeneren en onderzoeken mag, alsof de descententie-leer een welgegronde theorie ware.

Voor den anatoom is in elk geval de ontwikkelings-theorie het eenig mogelijke *heuristische* beginsel voor de verklaring van overeenkomst en verschil in de dierlijke organismen, en ook van de anomalïen of variëteiten, waarvan de meeste zich voordoen als zoogenoemde 'theromorphiën', in het menschelijke. Om voor





het hier ons bezighoudende geval de zaak niet al te hoog op te vatten, laten wij daar onder welke gegevens het eerst teenen of vingers, en het materiaal voor strekspieren daarvan, worden aangetroffen. Wij vragen voor eene genetische verklaring van den samenhang tusschen duim- en wijsvinger-strekpees in de eerste plaats, en van het bestaan van de twee stelsels van vingerstrekkingen (de evenwijdig aan de as van den voorarm loopende en de schuinsche van wijsvinger en duim) in de tweede plaats, alléén, of overal waar vingers ontwikkeld zijn, *dezelfde grondvormen worden aangetroffen, en of de theromorphiën van den mensch daarin hare verklaring vinden.* — Is dat het geval, dan kan men trachten in de physiologische eigenaardigheden der diersoort, de aanleidingen te vinden, waardoor hetzelfde materiaal in verschillende bepaalde (slechts binnen de grenzen der stamverwantschap nu en dan variëerende) vormen tot ontwikkeling kwam.

Het antwoord op de eerste vraag valt na eenig onderzoek zeer bevredigend uit. De musculatuur der voorste ledematen bij dieren, met name ook der apen, niet het minst der zoogenoemde anthropoïde, is steeds een voorwerp van belangstelling en nasporing der anatomen geweest.

In het groote leerboek van HARTING (tweede deel, tweede afdeeling, Morphologie der gewervelde dieren, bladz. 277) leest men: „de musculus extensor pollicis longus, als bijzondere strekspier van den duim, komt slechts bij den mensch en de apen voor.” In de prachtige monographie van STRAUS-DURCKHEIM daarentegen *) wordt van de kat beschreven: „Le long-extenseur du pouce, très grêle, placé avec le muscle indicateur dans une gaine aponévrotique commune, et situé le long de la face externe du cubitus auquel il se fixe par des fibres charnues, dans le tiers supérieur de cet os, depuis le milieu de la grande cavité sigmoïde, et par conséquent beaucoup plus haut que dans l'homme.”

CUVIER †) schijnt bij de kat, en bij de meeste ferae, ook

*) Anatomie descriptive et comparative du chat, type des mammifères en général, et des carnivores en particulier. Tome second, p. 366. Met atlas.

†) Leçons d'anatomie comparée, seconde édition corrigée et augmentée. Tome premier, p. 450.

geen eigen strekspier van den duim aan te nemen, maar kent die toch aan meer diersoorten toe, dan aan de apen en den mensch. Hij zegt: „Après les singes, le pouce n'a plus d'extenseur propre que dans l'ours, le phoque, les marsupiaux et les rongeurs à clavicule; encore est il déjà réuni supérieurement à celui de l'index.”

GRATIOLET, de vurige verdediger van het specifieke verschil tusschen de anthropoïde apen en den mensch, een verschil dat ook bij de ontleding der spieren van de hand volgens hem, zonneklaar blijkt, geeft van de buigspieren van den duim (de antagonisten van den ons bezighoudenden extensor proprius pollicis) de volgende beschrijving *): „L'anatomie révèle des différences profondes et réellement typiques entre l'homme et les singes les plus élevés. Chez les singes le pouce est fléchi par une division oblique du tendon commun des autres doigts. Il est donc entraîné dans les mouvements communs de flexion et n'a aucune liberté.

Chez aucun d'eux il n'y a aucune trace de ce grand muscle indépendant qui meut le pouce dans l'homme.

Loin de se perfectionner, ce doigt si caractéristique de la main humaine semble chez les plus élevés de tous ces singes, les orangs, tendre à un anéantissement complet. Ces singes n'ont donc rien dans l'organisation de leur main qui indique un passage aux formes humaines, et j'insiste à ce sujet, dans mon Mémoire †) sur les différences profondes que révèle l'étude des mouvements dans des mains formées pour des accommodations d'ordre absolument distinct.”

Toch stond reeds in de zóó vele jaren vroeger verschenen „Leçons” van CUVIER te lezen (l. c. p. 451): „Il n'y a déjà plus, même dans les singes, de fléchisseur propre du pouce; mais le fléchisseur profond a ordinairement un ventre radial qui le remplace. Ce dernier muscle est composé de plusieurs ventres; il en reçoit souvent un ou deux de la tubérosité interne de l'humérus et un du fléchisseur sublime, et il se

*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 1864, Tome 59, p. 322.

†) Verschenen in de *Nouvel. Archiv. du Museum d'histoire naturelle*, 1866.

partage en autant de tendons qu'il y a de doigts." — Verder is voor de zelfstandige bewegelijkheid van den duim volstrekt geen eigen buigspier noodig, zoo als onze menschelijke ring- en wijsvinger bewijzen kunnen, die zich ook met een deel van den algemeenen buiger en strekker vergenoegen moeten en vooral onze wijsvinger in het niet zelden voorkomende geval dat de eigen strekspier ontbreekt. En — eischt GRATIOLET toch voor den duim een eigen buiger ter wille der zelfstandige bewegelijkheid — hij kan zich door de beschouwing der korte spieren van den duim (die bij den mensch de zoogenoemde muis van den duim vormen) ten volle bevredigen. In de afbeeldingen, gevoegd bij het uitvoerige en degelijke onderzoek van de spieren der apenhanden, door TH. L. W. BISCHOFF *) en in die van GRATIOLET zelven, blijken die buigspieren van den duim betrekkelijk eer sterker dan minder ontwikkeld te zijn dan de menschelijke; en in de reeds aangehaalde „Leçons" van CUVIER is op bladzijde 452 te lezen: „le court fléchisseur du pouce naît de presque toute la face inférieure des os du carpe, et se termine à la première phalange."

BISCHOFF geeft in zijn zoo even aangehaalde groote verhandeling op, dat de extensor pollicis longus (proprius) bij alle apen voorkomt, en van CUVIER vernamen wij reeds dat vele lagere zoogdieren dien bezitten. Daarentegen vermeldt ook BISCHOFF, in overeenstemming met GRATIOLET, dat de *eigen duimbuiger* bij den Gorilla, den Chimpanse, bij Hylobates enz ontbreekt, bij Pithecia hirsuta rudimentair voorkomt. Omtrent den algemeenen diepen vingerbuiger bij de eerstgenoemde anthropoiden (l. c. p. 214) zegt hij: „dass er den flexor pollicis longus, der bei allen Affen fehlt (PITHECIA maakt echter volgens zijne eigene opgaven in het latere overzicht, eene uitzondering) durch eine schwache von ihm zum Daumen abgehende Sehne ersetzt."

Het belangrijkste wat uit dit korte overzicht der spieren van de vingers der zoogdieren, voor de voorstanders van het specifieke verschil tusschen mensch en aap, voortvloeit is *de gebrek-*

*) *Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der k. Bayerischen Akademie der Wissenschaften* Bd. X. Munchen 1870.

kige ontwikkeling van den eigen langen buigspier van den duim. Lag het op mijn weg het gansche vraagstuk grondig na te gaan, dan zou ongetwijfeld blijken dat de lange buigspier van den duim een even illusoir kenmerk der menschelijke specificiteit is als de tegenstellende duimspier (opponens), waarin vóór eenige jaren sommige ontleedkundigen een der gewichtigste verschillen tusschen aap en mensch meenden te moeten zien. De hoofdzaken voor zulk een betoog zijn zelfs reeds in de medegedeelde feiten niet moeielijk op te merken.

Doch ik moest dat overzicht alleen geven om den grondslag voor mijne beschouwing der *vingerstrekkers* te verkrijgen. Als men eene genoegzame hoeveelheid vooringenomenheid bij de oorspronkelijke onderzoekers in aanmerking neemt, is het niet moeielijk orde in den schijnbaren chaos te vinden. Ik bepaal mij tot twee opmerkingen. Ten eerste is het en bij BISCHOFF en bij GRATIOLET duidelijk, dat zij van het begrip van een eigenen, zelfstandigen, buigspier van den duim geheel willekeurig en naar eene oppervlakkige beschouwing van den toestand der spieren bij den mensch uitgaan. Het zou, bij een ruimere beschouwing, blijken dat hetgeen zij bij apen en lagere zoogdieren vinden, met het voorkomen der lange buigspier van den duim bij den mensch veel beter langs den weg der phylogenese in overeenstemming is te brengen, dan met het denkbeeld eener eerst bij den mensch waarneembare, opzettelijk voor zijne behoeften in het leven geroepen inrichting *). En — mocht men, naar de letter, de morphologische beschouwing juist noemen, dan valt, ten tweede, de vooringenomenheid nog meer in het oog wanneer wij vooral GRATIOLET op eens het gebied der morphologie met dat der physiologie zien verwarren. „L'anatomie révèle des différences profondes et réellement typiques entre l'homme et les singes les plus élevés” — zegt hij. Ik meen dat ook dit onjuist is; maar hooren wij nu zijne gevolgtrekking: „le pouce est donc entraîné dans les mouvements communs de flexion et n'a aucune liberté”! En verder nog: „j'insiste sur les différen-

*) Vooral de bij den mensch nu en dan voorkomende samenhang tusschen de pees van den zoogenoemd geheel zelfstandigen eigen duimbuiger en de wijsvingerpees van den diepen buiger (eene ware „Affen-ähnlichkeit”) past in de opvatting van GRATIOLET bijzonder slecht. (HENLE, *Muskellehre*, S. 196).

ces profendes que révèle l'étude des mouvements dans des mains formées pour des accommodations d'ordre absolument distinct." Er is echter slechts sprake van de doode Chimpanse-hand: ik geloof niet dat iemand nauwkeurig en volledig zou kunnen opgeven — niet wat een Chimpanse of een Gibbon met hunne handen doen, maar wat zij er mede zouden kunnen doen, niet-tegenstaande de van de menschelijke hand eenigszins verschillende organisatie. Ik wees er ter loops reeds op dat de bewegingen volstrekt niet direkt uit bijzonderheden der spieren mogen afgeleid worden; vooral niet, wanneer men een belangrijk deel van het spierstelsel buiten beschouwing laat. Zeker is de sterke ontwikkeling van de lange buigspier van den duim, en haar aanhechting aan het uiterste kootje daarvan, bij den mensch in verband met de krachtige en veelzijdig aanwendbare bewegelijkheid van het eindlid van den duim. Zeker is ook de wijziging dier spier, en van de overige bij de apen, in overeenstemming met hunne geestesontwikkeling en levenswijze. De theorie van het geleidelijk ontwikkelen der hoogere vormen uit de lagere zou niet ontstaan zijn, als de hand (en de overige lichaamsdeelen) bij mensch en dieren precies overeenstemden in bouw en verrichtingen. Maar wie heeft ooit bestudeerd wat een Chimpanse met zijne vingers en duim zou kunnen doen, als zijne geestesontwikkeling zijne behoeften en zijn streven hem ooit konden brengen tot pogingen om den mensch te evenaren? Ik laat daar, wat er dan, morphologisch, nog in zijn hand gewijzigd zou kunnen worden; maar zelfs zoo als nu de bouw daarvan is, kon de hand wel eens blijken weinig bij de menschelijke achter te staan, en zeker geeft zij nu reeds en zou zij meer en meer geven een krachtige weêrlegging van GRATIOLET'S "pouce entraîné dans les mouvements communs et sans aucune liberté."

Eene geheel overeenkomstige onjuiste beschouwingswijs treffen wij ook bij AEBY, in zijn uitvoerige verhandeling over de spieren van arm en hand bij de zoogdieren en den mensch aan *).

„Von allen Thieren ist es der Mensch allein, dessen Hand einer isolirten Bewegung des kleinen und des Zeigefingers fähig

*) *Zeitschrift für Wissenschaftliche Zoologie von v. SIEBOLD und KÜLLIKER*, Bd. X. S. 34.

ist, ein Umstand, der ihre Kunstfertigkeit unendlich höher als diejenige der Affenhand erhebt. Es braucht hierbei einfach daran erinnert zu werden, woher der Zeigefinger seinen Namen erhalten hat" — lezen wij bladz. 63. Alsof de mensch zonder musculus indicator proprius niets met den wijsvinger zou kunnen toonen! En hoe weet AEBY wat een mensch met een apenhand zou kunnen verrichten, wat wijsvinger en pink dan zouden vermogen! Doch ook de duim is, in zijne *bewegingen* (terwijl AEBY slechts de spieren morphologisch behoorde te beschouwen) specifiek menschelijk: „Erst beim Menschen ist für eine besondere Streckung beider Daumenglieder gesorgt, was in der Mechanik der Handbewegung wohl nicht ohne Einfluss sein möchte" zelfde bladz.). Neen waarlijk niet — zijn wij geneigd te zeggen. Geen aanhanger der ontwikkelingsleer heeft daarenboven beweerd, dat de duim van mensch en apen volkomen overeenstemmen, maar is het zeker dat een Chimpanseé, onder de geschikte omstandigheden, u geene „besondere Streckung beider Daumenglieder" zou toonen.

Een idioot kan met de volmaaktste hand en de sterkst ontwikkelde eigen duimbuigspier geen letter schrijven of geen visch-net breien. Een intelligent persoon, zonder armen geboren, wordt kalligraaf of schilder met de voeten, of borduurt daarmede, wat onze dames met de fijnst georganiseerde handen voortbrengen.

Om kort samen te vatten, waarop het aankomt voor eene juistere opvatting der vermelde ontleedkundige beschrijvingen en beschouwingen, merk ik ten slotte op:

1°. GRATIOLET ziet geheel voorbij, en BISCHOFF houdt niet genoeg in het oog dat de „portion radiale" van den diepen vingerbuiger der apen (door CUVIER reeds uitmuntend beschreven *) juist de flexor pollicis longus van den mensch is, of worden kan.

*) l. c. p. 451: „Il n'y a déjà plus même dans les singes de fléchisseur propre du ponce; mais le fléchisseur profond a ordinairement un ventre radial qui le remplace. Ce dernier muscle est composé de plusieurs ventres." — Het betoog zou niet moeielijk te leveren zijn, maar behoort hier niet te huis, dat CUVIER's redenering moet omgekeerd worden! — De lange, eigen buigspier van den duim nit de menschelijke anatomie, als een eigenaardige, zelfstandige spier, is een ouder

20. Als men anatomisch en morphogenetisch spieren bestudeert, moet men zich tot dat gebied bepalen, en de bewegingen, welke men aan die spieren toeschrijft, geen invloed laten hebben op onze gevolgtrekkingen. Daarentegen kunnen bij eene ruimere beschouwing der zaak, de werkelijk door een lichaamsdeel uitgevoerd wordende bewegingen misschien de morphologische bijzonderheden verklaren *).

Na deze opmerkingen over het spierstelsel der vingers, bij de zoogdieren, in het algemeen, meen ik, terugkeerende tot den *musculus indicator* en *extensor pollicis longus*, te mogen stellen: *dezelfde grondvormen komen bij alle vingers bezittende zoogdieren voor.* — Het overzicht, dat onvermijdelijk ook het stelsel der buigspieren kort vermelden moest, heeft tevens reeds voor een deel geleid tot het te bereiken doel: *het in 't licht stellen van den samenhang tusschen de pezen der beide genoemde spieren als een theromorphie.*

Het blijkt dat, reeds bij de lagere zoogdieren, met gebrekkig ontwikkeld stelsel van teenen of vingers, de grondslag voor tweederlei vingerstrekking bestaat. Steeds treft men bij den algemeenen vingerstrekker (d. i. de recht verloopende *extensor quatuor digitorum* van den mensch) een aantal andere bundels aan, in oorsprong met de algemeene strekspier verbonden, en naar de organisatie van de voorste ledematen, zeer verschillend eindigende. Reeds bij het wat vingers betreft, zeker niet ruim bedeelde paard, komt toch naast een *extensor digitorum communis*, een andere voor, die door de hippotomen *extensor late-*

begrip dan de kennis der feiten uit de zoötomie. Van den mensch uitgaande, schijnen de apen geen eigen lange buigspier van den duim te hebben; maar juistert men dat de spier van den mensch een meer ontwikkelde en zelfstandiger geworden deel van den *musculus flexor profundus* der apen is.

*) Tot opheldering van de schijnbare verwarring, welke in het begin van het overzicht der uitspraken van de onderzoekers en schrijvers over dit onderwerp op te merken is, moet ik nog vermelden, dat HARTING blijkbaar bedoeld heeft, dat de *musculus flexor* (niet de *extensor*) *pollicis longus* alleen bij den mensch voorkomt. In een kort overzicht, als H. geeft is het daarenboven begrijpelijk, dat hij de betrekkelijke zelfstandigheid van dien flexor, wat het voorkomen eener *geïsoleerde radiale oorsprong* betreft, op zijne vorige bladzijde (275) niet opzettelijk vermeldt.

ralis genoemd wordt. Bij de ferae is een duidelijk stelsel van tweederlei strekspieren aanwezig, waarvan het eene (met het schuinsche stelsel van den mensch overeenstemmende) onder anderen als extensor indicis en pollicis proprius duidelijk gescheiden optreedt. Voor mijn doel is van beteekenis: de bij CUVIER (l. c. p. 449) die zeker niet vermoedde, dat zijne beschrijving als steun voor Darwinistische beweringen zou gebruikt worden, voorkomende opmerking: „Dans l'ours il (l'extenseur propre de l'index) est réunie à l'extenseur du pouce.”

Wij zagen reeds vroeger, dat STRAUSS-DÜRCKHEIM, onder de ferae ook aan de kat een eigen duimstrekker toekent en afbeeldt. Leest men de beschrijving, dan is het of zij ontleend is aan een handboek der menschelijke ontleedkunde. Ik neem haar, korthedshalve, niet in haar geheel over, maar moet mij toch verheugen, dat ik het einde hier kan mededeelen (blz. 367): „Il se détache souvent du bord externe de ce tendon une branche qui se développe en aponévrose en s'appliquant tout le long du stethos *) et se termine à la phalangéole de l'index ou elle se fixe.” De vreugde over deze beschrijving wordt niet minder, wanneer men verder van den musculus indicator leest (zelfde bladz.): „Ses fibres s'insèrent sur un tendon terminal fort grêle, qui s'engage dans une coulisse spéciale du ligament arillaire, à côté de celle du long extenseur du pouce; et souvent les deux sont réunies en une seule.”

De pezen der beide spieren zijn verder ook bij den hond nog peesvliezig met elkander verbonden. Naar de opgave van LEISERING †): „begleitet seine Sehne (die van den strekspier van eersten en tweeden teen) die Sehne des gemeinschaftlichen Zehenstreckers, kreuzt sich mit ihm, und geht mit einem sehr dünnen Schenkel an die erste, mit einem stärkeren an die zweite Zehe.” (bladz. 23). — Zoo beschrijft ook CHAUVEAU §) de be-

*) Hier behoort opgemerkt te worden, dat de schrijver, om het tot verwarring leidende onderscheiden der ossa metacarpi naar de getallen-orde te vermijden, naar een eigen nomenclatuur het O. M. van den duim stathos noemt en zóó naar de gewone volgorde der klinkletters, spreekt van stethos, siithos, enz.

† Uebersicht der Skelettmuskeln des Handes, von Dr. LEISERING, Professor an der Kön. Thierarzneischule zu Dresden. 1869.

§) *Traité d'anatomie comparée des animaux domestiques*, par A. CHAUVEAU, avec la collaboration de S. ARLOING. Paris 1870.

doelde spieren bij den hond als: „confondus, et n'existant qu'à l'état de vestiges chez les autres animaux (domestiques).

Evenzeer stemt met mijn heuristisch beginsel overeen dat, volgens BISCHOFF (l. c. S. 285) bij *Pithecia hirsuta* de *extensor indicis proprius* „gemeinschaftlich ist mit dem *Extensor pollicis longus*.” Zoo komen wij tot de *Simia anthropoides* waar de lange duimbuiger de reeds vermelde bijzonderheden aanbiedt, welke tot zulke ver strekkende beschouwingen aanleiding gaven. Gemakkelijker is de toestand der ons hier bezig houdende *strekspieren* te omschrijven. De hoofdzaak is gezegd als men dien noemt: *geheel als bij den mensch*. Maar de bijzaken, de bijzonderheden, zouden voor mijn doel belangrijker kunnen zijn dan de hoofdzaak. Ik bedoel niet alleen de geoorloofde vraag wat er van anomalieën en variëteiten aan het licht zou komen, als er eens een geneeskunde der anthropoïde apen bestond, en ten behoeve daarvan eens even vele Orangs, Chimpanse's en Gibbons ontleedkundig waren onderzocht als lijken van menschen. Zeker zouden wij (waarschijnlijk ook wel voor den „anthroponomschen” langen duimbuiger) „anthropomorphiën” vinden (dat is nu en dan nog meer overeenstemming met den menschelijken bouw) evenzeer, als wij nu van den mensch „theromorphiën” kennen. Doch welke bijzonderheden bieden die strekspieren der anthropoïde apen nog aan, als men oorsprong, ligging, samenhang en aanhechting nauwkeuriger beschouwt?

GRATIOLET beschrijft het stelsel der bijkomende of eigene vingerstrekspieren, als „*extenseur latéral*” (zich zijdelings met hare pezen bij die des algemeenen buigers voegende). De benaming van „eigen” strekspier schijnt hem verwerpelijk, en hij geeft daarvoor zijne gronden op. Waar is het, dat die laterale, bijkomende, strekspieren zich door groote variabiliteit kenmerken, zoodat bij diersoorten van hetzelfde geslacht de toestand zeer uiteenloopt, en zelfs bij dezelfde diersoort een „eigen” strekspier van een vinger er nu eens wèl is, dan eens niet. Wij zagen ook vroeger hoezeer de *musculus indicator* van den mensch (een der laterale van GRATIOLET, van het schuinsche stelsel bij den mensch) variëert, ja geheel ontbreekt. In de afbeeldingen van GRATIOLET blijkt echter ten duidelijkste dat in den gewonen toestand, bij zijn Chimpanse, de geïsoleerde exten-

ralis genoemd wordt. Bij de ferae is een duidelijk stelsel van tweederlei strekspieren aanwezig, waarvan het eene (met het schuinsche stelsel van den mensch overeenstemmende) onder anderen als extensor indicis en pollicis proprius duidelijk gescheiden optreedt. Voor mijn doel is van beteekenis: de bij CUVIER (l. c. p. 449) die zeker niet vermoedde, dat zijne beschrijving als steun voor Darwinistische beweringen zou gebruikt worden, voorkomende opmerking: „Dans l'ours il (l'extenseur propre de l'index) est réunie à l'extenseur du pouce.”

Wij zagen reeds vroeger, dat STRAUSS-DÜRCKHEIM, onder de ferae ook aan de kat een eigen duimstrekker toekent en afbeeldt. Leest men de beschrijving, dan is het of zij ontleend is aan een handboek der menschelijken ontleedkunde. Ik neem haar, korthedshalve, niet in haar geheel over, maar moet mij toch verheugen, dat ik het einde hier kan mededeelen (blz. 367): „Il se détache souvent du bord externe de ce tendon une branche qui se développe en aponévrose en s'appliquant tout le long du stethos *) et se termine à la phalangéole de l'index ou elle se fixe.” De vreugde over deze beschrijving wordt niet minder, wanneer men verder van den musculus indicator leest (zelfde bladz.): „Ses fibres s'insèrent sur un tendon terminal fort grêle, qui s'engage dans une coulisse spéciale du ligament armillaire, à côté de celle du long extenseur du pouce; et souvent les deux sont réunies en une seule.”

De pezen der beide spieren zijn verder ook bij den hond nog peesvliezig met elkander verbonden. Naar de opgave van LEISERING †): „begleitet seine Sehne (die van den strekspier van eersten en tweeden teen) die Sehne des gemeinschaftlichen Zehenstreckers, kreuzt sich mit ihm, und geht mit einem sehr dünnen Schenkel an die erste, mit einem stärkeren an die zweite Zehe.” (bladz. 23). — Zoo beschrijft ook CHAUCHEAU §) de be-

*) Hier behoort opgemerkt te worden, dat de schrijver, om het tot verwarring leidende onderscheiden der ossa metacarpi naar de getallen-orde te vermijden, naar een eigen nomenclatuur het O. M. van den duim stathos noemt en zóó naar de gewone volgorde der klinkletters, spreekt van stethos, stithos, enz.

† *Uebersicht der Skelettmuskeln des Handes*, von Dr. LEISERING, Professor an der Kön. Thierarzneischule zu Dresden, 1869.

§) *Traité d'anatomie comparée des animaux domestiques*, par A. CHAUCHEAU, avec la collaboration de S. ARLOING. Paris 1870.

doelde spieren bij den hond als: „confondus, et n'existant qu'à l'état de vestiges chez les autres animaux (domestiques).

Evenzeer stemt met mijn heuristisch beginsel overeen dat, volgens BISCHOFF (l. c. S. 285) bij *Pithecia hirsuta* de *extensor indicis proprius* „gemeinschaftlich ist mit dem *Extensor pollicis longus*.” Zoo komen wij tot de *Simiae anthropoides* waar de lange duimbuiger de reeds vermelde bijzonderheden aanbiedt, welke tot zulke ver strekkende beschouwingen aanleiding gaven. Gemakkelijker is de toestand der ons hier bezig houdende *strekspieren* te omschrijven. De hoofdzaak is gezegd als men dien noemt: *geheel als bij den mensch*. Maar de bijzaken, de bijzonderheden, zouden voor mijn doel belangrijker kunnen zijn dan de hoofdzaak. Ik bedoel niet alleen de geoorloofde vraag wat er van anomalieën en variëteiten aan het licht zou komen, als er eens een geneeskunde der anthropoïde apen bestond, en ten behoeve daarvan eens even vele Orangs, Chimpanse's en Gibbons ontleedkundig waren onderzocht als lijken van menschen. Zeker zouden wij (waarschijnlijk ook wel voor den „anthroponomischen” langen duimbuiger) „anthropomorphiën” vinden (dat is nu en dan nog meer overeenstemming met den menschelijken bouw) evenzeer, als wij nu van den mensch „theromorphiën” kennen. Doch welke bijzonderheden bieden die strekspieren der anthropoïde apen nog aan, als men oorsprong, ligging, samenhang en aanhechting nauwkeuriger beschouwt?

GRATIOLET beschrijft het stelsel der bijkomende of eigene vingerstrekspieren, als „*extenseur latéral*” (zich zijdelings met hare pezen bij die des algemeenen buigers voegende). De benaming van „eigen” strekspier schijnt hem verwerpelijk, en hij geeft daarvoor zijne gronden op. Waar is het, dat die laterale, bijkomende, strekspieren zich door groote variabiliteit kenmerken, zoodat bij diersoorten van hetzelfde geslacht de toestand zeer uiteenloopt, en zelfs bij dezelfde diersoort een „eigen” strekspier van een vinger er nu eens wèl is, dan eens niet. Wij zagen ook vroeger hoezeer de *musculus indicator* van den mensch (een der laterale van GRATIOLET, van het schuinsche stelsel bij den mensch) variëert, ja geheel ontbreekt. In de afbeeldingen van GRATIOLET blijkt echter ten duidelijkste dat in den gewonen toestand, bij zijn Chimpanse, de geïsoleerde exten-

sor proprius pollicis et indicis precies liggen als bij den mensch en dat ook de overige duimspieren geheel overeenstemmen. Wat beteekent nu zulk een stelsel van afzonderlijke beweegorganen voor den duim *«entrainé dans les mouvements communs, et sans aucune liberté»*? GRATIOLET zegt er ons niets van; maar waagt eene poging, na eerst door zijne nomenclatuur-verandering de beteekenis van *eigen* strekkers van vingers verminderd te hebben, om den eigen duimstrekker geheel van den troon te stooten, daar die spier (l. c. p. 165) *«grâce à l'absence d'un extenseur direct à peu-près»* in de richting der as van het eerste duimlid zou liggen. Er gaat een bespiegeling over parige en onparige vingertypen vooraf, wier onbeteekenenden en neveligen inhoud ik onmogelijk kort kan weêrgeven, maar waaruit zou moeten volgen, dat een pees van de algemeene strekspier eigenlijk in de as van het kootje ligt; de bijzondere zijn dan *«latéraux»*. Hier echter *«grâce à l'absence»*, etc. . . . — De gansche voorstelling der ligging van de spier is onjuist, de gansche opvatting is verward en gewrongen. En wat beteekent dat *«grâce à l'absence d'un extenseur direct»*? Is het niet alsof er, tegenover den toestand bij den mensch, iets bijzonders in gelegen is? Ik weet wel, dat taalkundig GRATIOLET dat juist niet zegt, maar voel mij toch gedrongen op te merken, dat de mensch evenmin heeft wat GRATIOLET, zonderling genoeg, noemt *«een extenseur direct»*; wat dan, wel een strook van den algemeenen vingerstrekker zal moeten beteekenen.

De uitkomst is dus dat, wat de strekspieren betreft, de vingers der anthropoïde apen zijn gebouwd, als waren zij tot de meest zelfstandige bewegingen, en de grootste kunstvaardigheid geroepen. Wie nu aanneemt dat, na de op zich zelve staande scheppende ideën der apen-handen, opzettelijk en doelmatig het spierstelsel van de menschelijke hand — in verband met, of door de gansche idée directrice der menschvorming — bedacht is, moet tevens aan dien formeerenden invloed de schalksche eigenschap toekennen de strekspieren der handen van apen en menschen — voor zoo hemelsbreed verschillende doeleinden bestemd — opzettelijk in te richten als kon door uiterst kleine wijzigingen, door het gebruik zelf, de eene uit de andere voortkomen. Ontleedkundigen, die in waarneming of redenering geen

misslagen begaan, moeten naar 't mij voorkomt toestemmen dat alles pleit voor een geleidelijke ontwikkeling der menschenhand en die der apen uit een gemeenschappelijken stam. De hoogste menschelijke intelligentie, die een apenhand alleen voor het grijpen van takken en plukken van vruchten wilde inrichten, zou den bouw waarschijnlijk eenvoudiger maken; terwijl zij, ter bereiking der hoogste doeleinden, de menschelijke hand allicht meer verschillend van die van den Chimpanseé en — doelmatiger zou hebben georganiseerd.

Na al het aangevoerde meen ik de volgende vier stellingen te mogen neêrschrijven:

1^o. Het rechte en schuinsche stelsel der vingerstrekspiereu van den mensch komt in aanleg overal voor; en van de lagere tot de hoogere zoogdieren in verband met de ontwikkeling van vingers (en teenen) tot steeds hoogere en zelfstandiger ontwikkeling.

2^o. In de hoogste zoogdier-orden (bij den aap en den mensch) worden de musculus indicator en extensor pollicis longus (twee voorname vertegenwoordigers van het oorspronkelijk algemeene stelsel der schuinsche vingerspiereu) meer en meer zelfstandig.

3^o. Bij mindere zelfstandigheid van den duim is er vooral tusschen de pezen der twee laatstgenoemde spiereu nog samenhang, die bij den mensch eerst geheel ontbreekt.

4^o. Als een atavisme komt nu en dan, behalve een groep van andere variëteiten van den musculus indicator, weder een samenhang van zijne pees met die van den extensor pollicis longus voor.

De eerste twee punten mag ik voor genoegzaam opgehelderd houden, even als het vierde weinig toelichting behoeft; vooral niet indien het blijkt, dat zelfs nog bij lagere apen, misschien ook nog bij de anthropoïde, meer peesachtige samenhang tusschen duim- en wijsvingerpees is dan bij den mensch.

Voorste ledematen van Gorilla's of Gibbon's staan iemand niet dagelijks ten dienste, en uit de beschrijvingen en afbeeldingen van BISCHOFF, GRATIOLET enz blijkt niet duidelijk hoe in het bedoelde opzicht, de toestand der pezen bij de hoogste apen is.

Daarentegen kon ik door de welwillendheid van ons medelid HOFFMANN, de voorste ledematen van den Potto en van *Cercopithecus cynomolgus* ontleden, en zóó mij ook een zelfstandig oordeel vormen over de bijzonderheden in handboeken en monographiën omtrent de overige spieren van de voorste ledematen der apen vermeld.

Het bleek mij nu bij *Cercopithecus Cynomolgus* ten duidelijkste, dat daar, waar de vingers voor eene geïsoleerde beweging wel geschikt zijn, maar toch door de leefwijze van het dier meer gemeenschappelijk bewogen worden, de pezen der algemeene strekspier veel meer dan bij den mensch samenhangen, en als het ware eene peesvliezige uitbreiding vormen, in welke de vier pezen als dikkere, meer zelfstandige strooken voorkomen. Terwijl bij de anthropoïde apen het schuinsche vingerstrekstelsel, even als bij den mensch, tot afzonderlijke spieren ontwikkeld voorkomt, zoodat een *extensor pollicis et indicis* geheel zelfstandig bestaan, is bij *Cercopithecus* de toestand nog een minder gedifferentieerde. In mijne praeparaten vind ik het volgende: de *extensor communis* ontspringt, even als bij den mensch, van den buitenknokkel van het opperarmbeen, en vormt een evenwijdig aan de lengteas van den voorarm verloopend spierlichaam, dat boven het handgewricht in een pees overgaat, welke in een koker van het *ligamentum armillare* bevestigd wordt, waarna de zoo even vermelde peesvliezige uitbreiding op den handrug tot stand komt. Bij het spierlichaam voegt zich gedurende zijn loop langs den voorarm een niet minder sterke spier, die langs de naar de as van den voorarm gekeerde vlakke der ulna en van het *lig. interosseum* ontspringt, en met schuinsch naar de eerste spier verloopende vezels zich boven het handgewricht onder haar schuift, en zich dan gedeeltelijk met haar verbindt. Een geheele versmelting vindt echter niet plaats; men ziet dat schuinsche spierstelsel *in de pezen voor den wijsvinger en voor den duim overgaan*, welke afgescheiden van de pezen van den algemeenen strekker verlopen. Vooral die voor den duim blijft, wegens zijn divergeeren naar de duimzijde geheel zelfstandig. Trekt men de laatste eensdeels, het peesvliezige blad van den algemeenen vingerstrekker anderdeels in dwarse richting aan, dan ziet men dat zij door eene dunne peesvliezige uitbreiding met

elkander samenhangen, boven welke de eindtakken der oppervlakkige huidzenuwen verloop. Los bindweefsel, dat bij den mensch die streek inneemt, komt daar zeer weinig voor.

Hoe de toestand der beschreven deelen bij de anthropoïde apen is, kan ik, zooals ik reeds zeide, niet nauwkeurig opgeven. Het is echter voor ons vraagstuk betrekkelijk onverschillig, of er door nog meer zelfstandig worden der pezen van musculus indicator en extensor pollicis longus een meer menschelijke toestand bestaat, dan of deze nog meer zich als bij Cercopithecus voordoet.

Eén punt teken ik nog hier ter loops aan dat, naar ik meen, nog niet opzettelijk nagegaan is: dat namelijk de schuinsche diepere laag van de vingerstrekkingen bij Cercopithecus cynomolgus in den koker van het ligamentum armillare met dien koker, en met de banden van het handgewricht daaronder, door sterke strooken samenhangt, waardoor het waarschijnlijk wordt, dat de spier ook tot de strekking der geheele hand meêwerkt, terwijl zij duim en wijsvinger uitstrekt. In de laatste richting kan de spier zich blijkbaar nog verder „differentiëren”, en vinden wij haar bij de anthropoïde apen veel verder gevorderd.

Van de twee andere vertegenwoordigers van de schuinsche of diepe laag der vingerstrekspijeren, den musculus extensor pollicis brevis en abductor longus heb ik, kortheidshalve en omdat zij met de door mij waargenomen anomalie van den musculus indicator niet direct in verband staan, geheel gezwegen. Die spieren in aanmerking nemen zou in mijne beschouwing geen verandering brengen. Ik vermeld alleen nog dat zij bij Cercopithecus goed ontwikkeld voorkomen, en reeds veel zelfstandiger zijn dan de musculus extensor pollicis longus en indicator.

De vraag, welke ik mij gesteld had, meen ik hiermede voldoende beantwoord te hebben. *Dezelfde grondvormen der vingerstrekkingen worden overal aangetroffen, en de theromorphiën van den mensch, ook de door mij waargenomene, vinden daarin hare verklaring.* De tweede vraag, welke na de eerste van zelf opkomt: kan men in de physiologische eigenaardigheden der diersoort de aanleidingen vinden, waardoor hetzelfde materiaal

in verschillende, bepaalde, slechts binnen de grenzen der stamverwantschap nu en dan variërende, vormen tot ontwikkeling komt, ligt buiten mijn bestek. Zij vormt een moeielijk maar aantrekkelijk onderwerp voor nasporing. Er zou in de eerste plaats orde en licht moeten gebracht worden in den chaos der meeningen omtrent de zoogenoemde homologie der voorste en achterste ledematen. Wanneer men weet dat heden ten dage nog op schijnbaar deugdelijke gronden kan verdedigd worden dat de spieren, die zich aan de knieschijf vasthechten oorspronkelijk overeenstemmen met de spieren die den voorarm buigen (ALBRICHT), terwijl bij den eersten oogopslag de knieschijf en het olecranon humeri volkomen overeenkomstige deelen schijnen te zijn, om van andere merkwaardig verschillende denkbeelden te zwijgen, is het duidelijk welk eene duisternis hier nog heerscht.

Gesteld dat men in dit opzicht op vasten bodem stond, dan zou vervolgens de belangrijke handbeweging, welke als pro- en supinatie bekend is, in de nederdellende orde der zoogdieren moeten worden bestudeerd. Het mechanisme van radius en ulna, de stand van het os humeri en zijne brein-verwarrende zoogenoemde "torsie", zouden tot klaarheid moeten komen, en — de genetische beteekenis van de twee stelsels van vinger strekspieren, het rechte en schuinsche, zoude in nog veel helderder licht verschijnen, dan ik er, bij mijne beperkte beschouwing op kon laten vallen. De musculus supinator brevis, de merkwaardigste der schuinsche voorarmspieren, van welken ik in het geheel geen gewag maakte, omdat hij wel met de beweging der geheele hand, maar niet met die der vingers in verband staat, zou dan te samen met de door mij beschouwde vingerstrekken en met de overige, bij den mensch of de lagere zoogdieren meer of minder zelfstandig voorkomende, uit allengs zich ontwikkelende bijzondere bewegingen der voorste ledematen, moeten worden afgeleid. Het zou dan van zelf ook blijken, dat zij meer en meer schuinsch moesten gaan verloopen, tegenover de evenwijdig aan de voorarm-as blijvende spieren.

Utrecht, Januari 1879.

Aanmerking. Niet onbelangrijk voor het vraagstuk van den invloed dien het gebruik der deelen (en zóó gewoonte en erfelijkheid) op bijzonderheden van vorm en bouw heeft, schijnt mij het feit, dat aan mijne eigen rechterhand de anomale peesstrooken eerst na de ziekte van de hand en den arm tot die sterke ontwikkeling kwamen, welke zij nu hebben. De ankylose van den pols en de adhaesiën van de strekspier-pezen onderling, en met de omringende deelen (langs die van den extensor pollicis longus is boven het polsgewricht een lang lidteeken gebleven, na de incisie, welke den etter uit de peesscheede moest ontlasten) riepen natuurlijk gewijzigde mechanische voorwaarden voor de werking der strekspieren in het leven. Dat daaruit nu een sterker worden van mijnen musculus indicator en een krachtigere werking op de bestaande, maar weinig ontwikkelde strook naar den duim volgen moest, kan ik niet wiskundig aantonen, maar is zeker in het algemeen zeer begrijpelijk. Thans is die strook een formeel rond peesje geworden, dat door den indicator krachtig gespannen wordt bij strekking, zoowel van het eerste als tweede duimlid; zoodat die spier den verzwakten extensor pollicis longus zeer te hulp komt. Zoo vloeien, waar onze kennis en ons inzicht volledig zijn, teleologische beschouwing en causaal-genetische verklaring samen; of wordt de eerste door de tweede overbodig.

W. K.

VERKLARING DER AFBEELDING.

- A. Musc. extensor pollicis longus.
 - B. Musc. indicator. De algemeene vingerstrekspier, is, om haar zichtbaar te maken, ter zijde getrokken.
 - C. Pees van den musc. extens. carpi radial. long.
-

DE GEMEENSCHAP DER ADEREN AAN DE RUGVLAKTE VAN
DEN DUIM MET DEN ADERBOOG IN DE DIEPTE VAN
DE HANDPALM, EN IETS OVER DE RUGSLAG-
ADEREN VAN DEN DUIM.

DOOR

W. K O S T E R.

Met eene plaat.

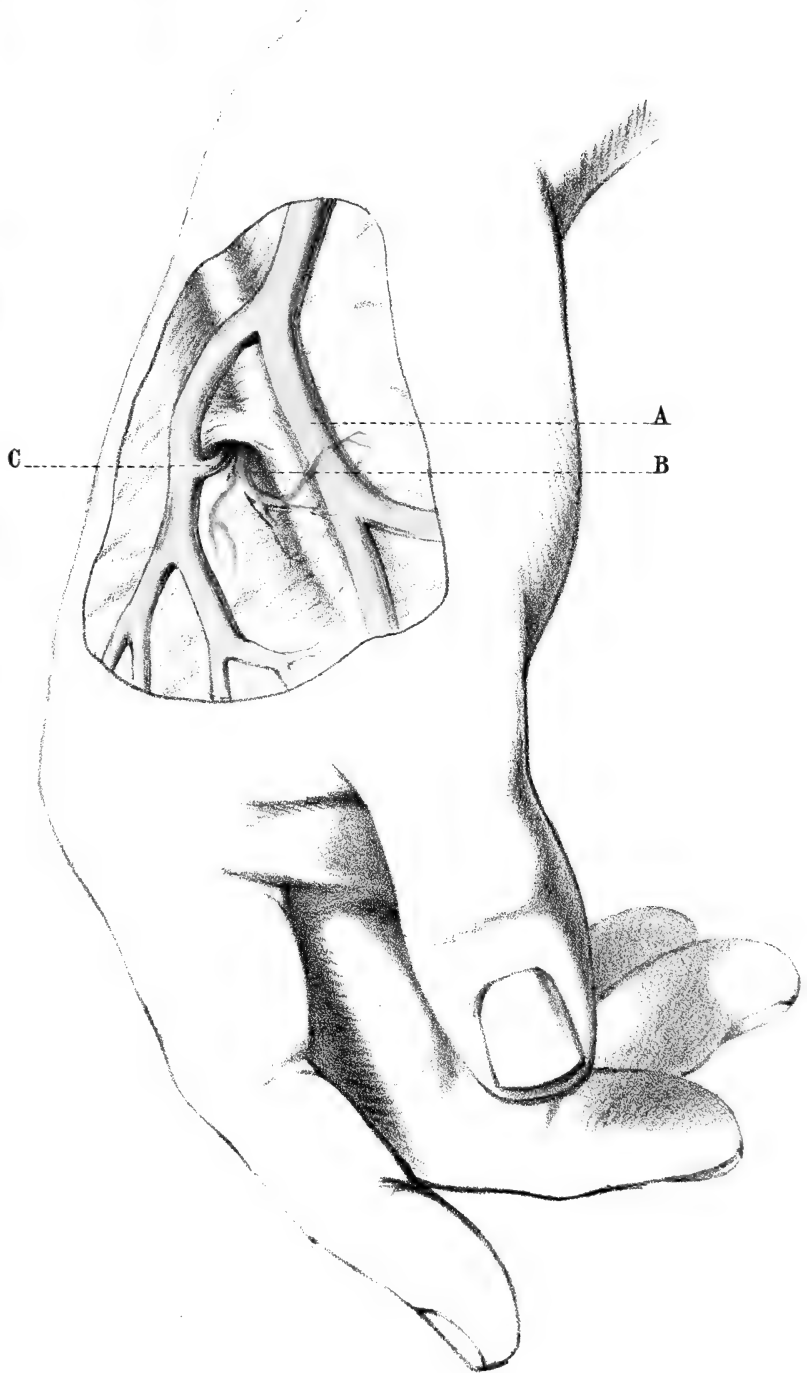


Terwijl ik meer nauwkeurig dan gewoonlijk de streek tusschen de ossa metacarpi van duim en wijsvinger onderzocht, met het oog op den samenhang tusschen de duim- en wijsvingerpezen, troffen mij een paar bijzonderheden, welke ik hier kort wensch mede te deelen.

Aan eene hand waar het slagaderstelsel met roode, het aderstelsel met blauwe stof gevuld was, zag ik, na het blootleggen van de peesvliezige uitbreiding, welke tusschen os metacarpi van duim en wijsvinger uitgespannen is, eene door BRAUNE's monographie bekende sterk gevulde ader het peesvlies doorboren, en zóó naar de handpalm gaan.

De doorborende ader wordt, als zij geheel vrij gepraepareerd is, op eene eigenaardige wijze door een scherp geteekenden, zichtbaren en voelbaren halvemaanswijzen rand der opening in het peesvlies van boven omgeven, zoo als de hierbij behoorende afbeelding voorstelt.

Bij het gewone praepareeren der vingerpezen en van den musculus interosseus externus primus zal de samenhang tusschen musculus extensor pollicis longus en indicator, als die slechts zwak ontwikkeld is, zeker niet in het oog vallen. Ik deelde in de voorafgegane bijdrage reeds mede, dat ik dien echter bij



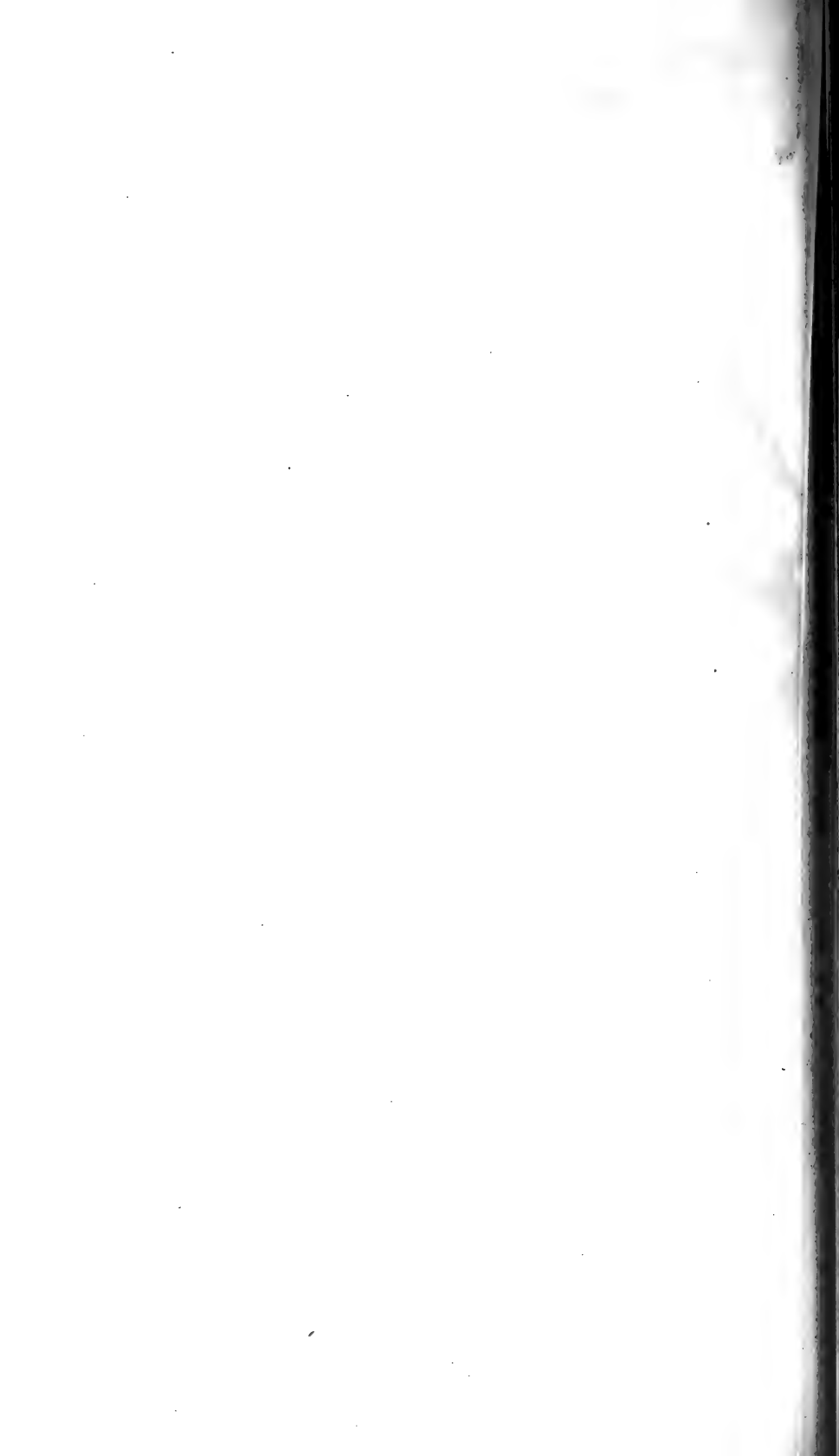


het nauwkeurig doorzoeken van het bindweefsel en vet (het wegpraepareeren der zoogenoemde fascia superficialis) tot nu toe nog niet aantrof, behalve in het vroeger vermelde geval. Is nu de streek tusschen het os metacarpi van duim en wijsvinger van bindweefsel bevrijd, en liggen de pezen van den musculus extensor pollicis longus en die van den wijsvinger geïsoleerd, dan wordt over den musculus interosseus externus primus eene peesvliezige uitbreiding aangetroffen welke, bij van elkander verwijderden duim en wijsvinger, driehoekig van vorm is. Bij het maken van een spier-praeparaat wordt uit den aard der zaak daarop niet verder gelet, maar dat zoogenoemde diepe blad der fascia (HENLE's Muskellehre, S. 236) even als de overeenkomstige vliezen tusschen de overige ossa metacarpi door het mes verwijderd. Doch ook bij het praepareeren der oppervlakkige zenuwen en aderen in die streek schijnt men tot nu toe aan de bijzonderheid van het peesvlies tegenover de doorborende ader geen nadere aandacht te hebben geschonken.

Dat er dergelijke communiceerende adertakken tusschen handrug en handpalm zijn was een bekend feit, en wordt afgebeeld in de uitvoerige monographie over de aderen van de hand van BRAUNE *). In die monographie wordt (S. 13) ook de sterke gemeenschaps-tak, waarop ik hier het oog heb, tusschen vena cephalica pollicis en den aderlijken boog in de diepte der handpalm, vermeld, maar, naar het mij voorkomt, onvoldoende beschreven en afgebeeld. De eigenaardige vorm der opening in het peesvlies wordt niet vermeld; terwijl nader onderzoek daarenboven leert dat de ader niet alleen naar den handpalmboog gaat, maar zich ook met de venae radiales profundae verbindt.

Na de gewone beschrijving van het adernet van den duim, en van den loop der vena cephalica pollicis gegeven te hebben, zegt BRAUNE: „Diese Vene (cephalica pollicis) nimmt stets in dem ersten Interstitium interosseum eine starke Vene vom tiefen Hohlhandbogen (dat is de in BRAUNE's platen gebrekkig aangeduide, in mijne afbeelding aangewezen doorborende tak) auf, und findet wahrscheinlich in der „tabatière“ einen die

*) Die Venen der menschlichen Hand. Bearbeitet von WILHELM BRAUNE und ARMIN TRÜBIGER. Mit vier Tafeln in photographischem Lichtdruck. Leipzig 1873.



het nauwkeurig doorzoeken van het bindweefsel en vet (het wegpraepareeren der zoogenoemde fascia superficialis) tot nu toe nog niet aantrof, behalve in het vroeger vermelde geval. Is nu de streek tusschen het os metacarpi van duim en wijsvinger van bindweefsel bevrijd, en liggen de pezen van den musculus extensor pollicis longus en die van den wijsvinger geïsoleerd, dan wordt over den musculus interosseus externus primus eene peesvliezige uitbreiding aangetroffen welke, bij van elkander verwijderden duim en wijsvinger, driehoekig van vorm is. Bij het maken van een spier-praeparaat wordt uit den aard der zaak daarop niet verder gelet, maar dat zoogenoemde diepe blad der fascia (HENLE's Muskellehre, S. 236) even als de overeenkomstige vliezen tusschen de overige ossa metacarpi door het mes verwijderd. Doch ook bij het praepareeren der oppervlakkige zenuwen en aderen in die streek schijnt men tot nu toe aan de bijzonderheid van het peesvlies tegenover de doorborende ader geen nadere aandacht te hebben geschonken.

Dat er dergelijke communiceerende adertakken tusschen handrug en handpalm zijn was een bekend feit, en wordt afgebeeld in de uitvoerige monographie over de aderen van de hand van BRAUNE *). In die monographie wordt (S. 13) ook de sterke gemeenschaps-tak, waarop ik hier het oog heb, tusschen vena cephalica pollicis en den aderlijken boog in de diepte der handpalm, vermeld, maar, naar het mij voorkomt, onvoldoende beschreven en afgebeeld. De eigenaardige vorm der opening in het peesvlies wordt niet vermeld; terwijl nader onderzoek daarenboven leert dat de ader niet alleen naar den handpalmboog gaat, maar zich ook met de venae radiales profundae verbindt.

Na de gewone beschrijving van het adernet van den duim, en van den loop der vena cephalica pollicis gegeven te hebben, zegt BRAUNE: „Diese Vene (cephalica pollicis) nimmt stets in dem ersten Interstitium interosseum eine starke Vene vom tiefen Hohlhandbogen (dat is de in BRAUNE's platen gebrekkig aangeduide, in mijne afbeelding aangewezen doorborende tak) auf, und findet wahrscheinlich in der „tabatière“ einen die

*) Die Venen der menschlichen Hand. Bearbeitet von WILHELM BRAUNE und ARMIN TRÜBINGER. Mit vier Tafeln in photographischem Lichtdruck. Leipzig 1873.

Strömung befördernden Saugapparat, gebildet durch die bei der Erhebung des Daumens stark vorspringenden Sehnen."

Deze voorstelling is niet geheel helder en naar het mij voorkomt minder juist. Het is duidelijk dat de strekpees van den duim, de vena cephalica pollicis, die haar kruist, zal samendrukken. Dat geschiedt stroomopwaarts van de zoo even vermelde groote gemeenschaps-ader. Daardoor komt juist nu deze sluis in werking, en wel door het eenvoudigst en doelmatigst mechanisme. Door dezelfde afvoering en strekking van den duim toch, welke den bloedstroom hooger op in de vena cephalica pollicis belemmert, wordt een aspiratie van bloed in de gemeenschaps-ader teweeggebracht. Men kan zich daarvan gemakkelijk overtuigen. Als men, bij niet kunstmatig gevulde aderen, de vena communicans praepareert en doorsnijdt boven het peesvlies ziet men, bij aftrekken van het os metacarpi pollicis, luchtbellens in de vena dringen; en drukt men den duim tegen den wijsvinger dan dringen bloed en luchtbellens naar buiten. De spanning van het peesvlies, en de vasthechting van den aderswand aan de door mij afgebeelde opening zal daarbij uit den aard der zaak, niet zonder beteekenis zijn. Voor den gemakkelijken afvoer van bloed bij de zoo uitgestrekte bewegingen van den duim, is dus zeer doelmatig gezorgd. Bij de strekking, welke den stroom in het gebied van de vena cephalica bemoeielijkt, wordt tegelijk de baan naar den diepen handpalmboog gemakkelijker en ruimer.

Het is duidelijk dat deze voor de voorstelling eenvoudige teleologische beschouwing, door eene causaal-genetische kan vervangen worden; minder moeielijk dan mijne poging om voor de inrichting van het strekspier-stelsel der menschelijke vingers eene genetische verklaring te vinden.

Nog verdient vermelding dat door dezelfde opening waardoor de gemeenschaps-ader gaat, standvastig een takje der arteria radialis naar de oppervlakte komt. De arteria radialis loopt hooger in den hoek tusschen de twee ossa metacarpi naar de handpalm, en geeft dan, zooals bekend is, de rugslagader of slagaderen voor duim en wijsvinger af. In de nomenclatuur van HENLE zijn dat de artt. metacarpeae dorsales; terwijl H. dan de art. radialis meer naar de handpalm toe, in twee eind-

takken, art. digitalis communis volaris prima en de art. metacarpea volaris profunda laat uitloopen.

Het komt nu voor, dat de bedoelde artt. metacarpeae dorsales door de beschreven opening in het peesvlies gaan, en geheel oppervlakkig verloopen. Of zij geven de standvastige kleine slagaderlijke takjes af welke naast de gemeenschapsader voorkomen, terwijl dan de eigenlijke artt. metacarpeae dorsales van H. in het begin meer zijdelings en nog meer in de diepte liggen.

Utrecht, Januari 1879.

VERKLARING DER AFBEELDING.

- A. Takgebied der vena cephalica pollicis.
- B. Slagadertakje dat te voorschijn komt uit de opening in het peesvlies waardoor de groote gemeenschaps-ader
- C. in de diepte dringt.

De rand der opening in het peesvlies is door den teekenaar te veel voorgesteld alsof zij in de pees van den extensor longus pollicis overging. Hij moet er meer onder doorgaande worden gedacht.

I E T S

OVER DE

INTEGREERENDE VERGELIJKING,

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.



1. Het is bekend, dat de integreerende vergelijking, dat is de differentiaalvergelijking voor den integreerenden factor, in het bijzonder bij lineaire differentiaalvergelijkingen een eenvoudigen vorm aanneemt. Reeds vroeger zijn daaruit door mij eenige eigenschappen omtrent den integreerenden factor afgeleid; het kwam mij voor, dat in dit opzicht meer algemeen kon worden gehandeld. Deze uitkomsten zoowel van positieven, als van negatieven aard, mogen hier volgen.

2. Zij in het algemeen de herleide, lineaire differentiaalvergelijking der tweede orde

$$X_2 \frac{d^2 y}{dx^2} + X_1 \frac{dy}{dx} + X_0 y = 0, \dots \dots \dots (\text{A})$$

die ook aldus kan geschreven worden

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{X_1}{X_2} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0}{X_2} y = 0. \dots \dots \dots (\text{A}')$$

Noemt men den integreerenden factor voor deze laatste vergelijking φ , dan wordt de integreerende vergelijking

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} - \frac{X_1}{X_2} \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(\frac{X_0}{X_2} - \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} \right) = 0,$$

of

$$X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - X_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(X_0 - X_2 \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} \right) = 0; \dots (I)$$

waarvoor men ook schrijven kan

$$X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - X_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(X_0 - \frac{X_2 X_1' - X_1 X_2'}{X_2} \right) = 0, \dots (I^a)$$

of

$$X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - X_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(X_0 - 2 X_1' + \frac{1}{X_2} \frac{d}{dx} [X_1 X_2] \right) = 0, \dots (I^b)$$

of ook

$$X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - X_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(X_0 + \frac{2 X_1 X_2'}{X_2} - \frac{1}{X_2} \frac{d}{dx} [X_1 X_2] \right) = 0, \dots (I^c)$$

Al deze vergelijkingen (I) tot (I^c) zijn van denzelfden vorm als de oorspronkelijke differentiaalvergelijking (A). De factor X_2 van het tweede differentiaalquotient is dezelfde gebleven; de factor X_1 van het eerste differentiaalquotient is negatief geworden; slechts de factor X_0 van de afhankelijk veranderlijke zelve is telkens door een meer of min zamengestelden vorm vervangen. Al naar omstandigheden kan de een of ander der vier vormen (I) tot (I^c) voor de integreerende vergelijking te verkiezen zijn.

3. Ten einde eene betrekking op te sporen tusschen de beide veranderlijken y en φ , vermenigvuldige men de vergelijking (A) met φ , en evenzeer de vergelijking (I) met y ; dan geeft het verschil dezer produkten

$$X_2 \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) + X_1 \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \varphi y X_2 \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} = 0, \dots (a)$$

of na deeling door X_2

$$\left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) + \frac{X_1}{X_2} \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \varphi y \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} = 0.$$

Nu is in den tweeden term

$$\varphi \frac{d y}{d x} + y \frac{d \varphi}{d x} = \frac{d}{d x} \cdot \varphi y,$$

derhalve de som der beide laatste termen

$$\frac{X_1}{X_2} \frac{d}{d x} \cdot \varphi y + \varphi y \frac{d X_1}{d x X_2} = \frac{d}{d x} \left(\varphi y \frac{X_1}{X_2} \right).$$

Vervolgens is de eerste term

$$\varphi \frac{d^2 y}{d x^2} - y \frac{d^2 \varphi}{d x^2} = \frac{d}{d x} \left(\varphi \frac{d y}{d x} - y \frac{d \varphi}{d x} \right),$$

omdat de beide overige termen van dit laatste differentiaalquotient $\frac{d \varphi}{d x} \frac{d y}{d x} - \frac{d y}{d x} \frac{d \varphi}{d x}$ elkander vernietigen.

Men heeft dus slechts termen, die volledige differentiaalquotienten naar x vormen; en kan derhalve tot integratie overgaan. Deze levert ons

$$\left(\varphi \frac{d y}{d x} - y \frac{d \varphi}{d x} \right) + \left(\varphi y \frac{X_1}{X_2} \right) = C. \dots \dots (b)$$

Indien men hierin voorloopig $C = 0$ stelt, dan kan men door φy deelen, en verkrijgt alzoo

$$\frac{1}{y} \frac{d y}{d x} - \frac{1}{\varphi} \frac{d \varphi}{d x} + \frac{X_1}{X_2} = 0,$$

waarin nu de veranderlijken gescheiden zijn; zoodat eene integratie geeft

$$l y - l \varphi + \int \frac{X_1}{X_2} d x = l C_1 \quad \text{of} \quad C_1 \varphi = y e^{\int \frac{X_1}{X_2} d x} \dots (c)$$

Uit den vorm dezer waarde van den integreerenden factor volgt dadelijk, dat men den standvastigen factor C_1 zonder eenig

bezwaar kan weglaten, omdat deze toch niets kan af of toe doen tot de integreerbaarheid der differentiaalvergelijking. En dus geeft ons de betrekking (c) eene eenvoudige waarde voor de verhouding tusschen y en φ ; deze hangt dan alleen af van de coëfficiënten X_1 en X_2 , of liever van hunne verhouding, de coëfficiënt van $\frac{dy}{dx}$ in de vergelijking (A'). Is dus y bekend,

dan is φ te vinden; maar omgekeerd, en dit is vooral merkwaardig, zoodra de integreerende factor φ op eenige wijze bekend is, wordt reeds daaruit rechtstreeks de integraal y in functie van X_1 en X_2 gevonden. De functiebetrekking tusschen y en de coëfficiënt X_0 , vindt men in de uitdrukking voor φ terug, want, zooals wij zagen, de verhouding tusschen y en φ is van deze X_0 onafhankelijk.

4. Maar er blijft ons evenwel nog na te gaan, of de voorloopige onderstelling $C = 0$, van daar straks, wel geoorloofd is. Daartoe diene, als naar gewoonte de methode van de variatie der standvastigen; dat is men onderstelle, dat in de vergelijking (c) de C_1 niet meer standvastig is, maar eene functie van x en y worde, en onderzoekte dan; of zij nog aan de vergelijking (b), hier liever aan de oorspronkelijk gegevene differentiaalvergelijking (a), voldoen kan.

Differentieer dus de uitkomst (c) twee malen achtereen

$$C_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \frac{dC_1}{dx} = \left(\frac{dy}{dx} + y \frac{X_1}{X_2} \right) e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx},$$

$$\begin{aligned} C_1 \frac{d^2\varphi}{dx^2} + 2 \frac{d\varphi}{dx} \frac{dC_1}{dx} + \varphi \frac{d^2C_1}{dx^2} &= \\ &= \left\{ \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} \frac{X_1}{X_2} + y \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} + y \left(\frac{X_1}{X_2} \right)^2 \right\} e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx}. \end{aligned}$$

Wanneer men beide deze vergelijkingen met φ vermenigvuldigt, kan men de waarde van $C_1 \varphi$ uit (c) invoeren, waardoor de C_1 zelve verdreven wordt. Eene eenvoudige herleiding, om de diffe-

rentiaalquotienten van deze C_1 in het tweede lid te brengen, voert dan tot het volgende

$$y \frac{d\varphi}{dx} - \varphi \left(\frac{dy}{dx} + y \frac{X_1}{X_2} \right) = -\varphi^2 \frac{dC_1}{dx} e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx},$$

$$y \frac{d^2\varphi}{dx^2} - \varphi \left\{ \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} \frac{X_1}{X_2} + y \frac{d}{dx} \cdot \frac{X_1}{X_2} + y \left(\frac{X_1}{X_2} \right)^2 \right\} =$$

$$= -\varphi \left(2 \frac{d\varphi}{dx} \frac{dC_1}{dx} + \varphi \frac{d^2C_1}{dx^2} \right) e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx};$$

en hieruit volgt, met het oog op de termen van de vergelijking (a)

$$X_2 \left(\varphi \frac{d^2y}{dx^2} - y \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right) = -\varphi \left(2 X_1 \frac{d\varphi}{dx} + X_2 y \frac{d}{dx} \cdot \frac{X_1}{X_2} + y \frac{X_1^2}{X_2} \right) +$$

$$+ \varphi X_2 \left(2 \frac{d\varphi}{dx} \frac{dC_1}{dx} + \varphi \frac{d^2C_1}{dx^2} \right) e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx},$$

$$X_1 \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right) = \varphi X_1 \left(2 \frac{dy}{dx} + y \frac{X_1}{X_2} \right) - \varphi^2 X_1 \frac{dC_1}{dx} e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx}.$$

Zoodra men nu deze termen in de vergelijking (a) substitueert,

vallen alle termen weg, die niet den factor $e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx}$ bezitten; zooals trouwens, naar den aard dezer methode, noodzakelijk is, omdat dan alleen die termen mogen overblijven, die de differentiaalquotienten van C_1 ten opzichte van x bevatten. Nu

kan men ook dien gemeenschappelijken factor $e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx}$ wegnemen; en dan blijft er, na deeling door X_2 ,

$$\left(\varphi^2 \frac{d^2C_1}{dx^2} + 2 \varphi \frac{d\varphi}{dx} \frac{dC_1}{dx} \right) - \frac{X_1}{X_2} \varphi^2 \frac{dC_1}{dx} = 0.$$

De beide eerste termen van deze vergelijking vormen juist het

differentiaalquotient van de grootheid $\varphi^2 \frac{dC_1}{dx}$ ten opzichte van x .

Wanneer men derhalve door deze $\varphi^2 \frac{dC_1}{dx}$ deelt, hetgeen geoorloofd is, dan komt er eindelijk

$$\frac{\frac{d}{dx} \left(\varphi^2 \frac{dC_1}{dx} \right)}{\varphi^2 \frac{dC_1}{dx}} = \frac{X_1}{X_2}.$$

Het eerste lid levert weder een quadratuur, en wel eene bekende; de integratie levert dan

$$l \left(\varphi^2 \frac{dC_1}{dx} \right) = l C_3 + \int \frac{X_1}{X_2} dx,$$

waaruit verder

$$\frac{dC_1}{dx} = C_3 \frac{1}{\varphi^2} e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \dots \dots \dots (1)$$

Het eerste lid van deze vergelijking is eene volkomen differentiaal; het tweede niet, omdat aldaar functiën van φ en van x tevens voorkomen; en dit is natuurlijk ongerijmd. Zelfs al voerde men de φ uit de vergelijking (c) in, dan zoude men wel den exponentiëelen factor kunnen doen verdwijnen, maar men zoude verkrijgen

$$\frac{1}{C_1} \frac{dC_1}{dx} = \frac{C_3}{\varphi y}, \dots \dots \dots (2)$$

waar nu het eerste lid wederom een volkomen differentiaalquotient is; doch het tweede de y en de φ bevat. Het eenige geval, waarin bij deze beide vergelijkingen de integratie mogelijk zoude worden, is dat, waarbij $C_3 = 0$ genomen werd; maar dan verkreeg men of $C_1 =$ standvastige,
of $l C_1 =$ standvastige;
beide tegen de onderstelling strijdende.

Het is dus aangetoond, dat in de vergelijking (c) de C_1 geene functie van x kan zijn, dus dat zij standvastig moet wezen.

5. Wilde men beproeven, eene dergelijke betrekking als door de vergelijking (c) wordt uitgedrukt, voor den integreerenden factor ψ van de oorspronkelijke differentiaalvergelijking (Δ) te verkrijgen, dan weet men nu reeds, dat men zal moeten hebben

$$X_2 \psi = \varphi ;$$

en derhalve, dat de vergelijking (c) hier zal moeten worden

$$X_2 \psi = y e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \dots \dots \dots (d)$$

De integreerende vergelijking wordt in dit geval

$$X_2 \frac{d^2 \psi}{dx^2} - \left(X_1 - 2 \frac{d}{dx} X_2 \right) \frac{d\psi}{dx} + \left(X_0 - \frac{d}{dx} X_1 + \frac{d^2}{dx^2} X_2 \right) \psi = 0. \dots (II)$$

Even als boven, geeft ook hier het verschil van de differentiaalvergelijking (Δ), vermenigvuldigd met ψ , en van y maal deze laatste vergelijking (II)

$$\begin{aligned} X_2 \left(\psi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right) + X_1 \left(\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} \right) - \\ - 2 y \frac{d\psi}{dx} \frac{d}{dx} X_2 + \psi y \left(\frac{d}{dx} X_1 - \frac{d^2}{dx^2} X_2 \right) = 0, \end{aligned}$$

waarvoor men ook schrijven kan

$$\begin{aligned} X_2 \left(\psi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right) + \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right) \frac{d}{dx} X_2 - \\ - \left(\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} \right) \frac{d}{dx} X_2 + X_1 \left(\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} \right) + \psi y \left(\frac{d}{dx} X_1 - \frac{d^2}{dx^2} X_2 \right) = 0, \end{aligned}$$

of ook

$$\begin{aligned} X_2 \left(\psi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right) + \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right) \frac{d}{dx} X_2 + \\ + \left(X_1 - \frac{d}{dx} X_2 \right) \left(\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} \right) + \psi y \left(\frac{d}{dx} X_1 - \frac{d^2}{dx^2} X_2 \right) = 0. \dots (II_1) \end{aligned}$$

Maar nu is

$$\psi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right),$$

omdat de beide overige termen van dit differentiaalquotient elkan-
der vernietigen; evenzeer is

$$\frac{d}{dx} \left(X_1 - \frac{d}{dx} X_2 \right) = \frac{d}{dx} X_1 - \frac{d^2}{dx^2} X_2.$$

De beide eerste termen van de vergelijking (II₁) vormen nu
juist het differentiaalquotient van het produkt

$$X_2 \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right);$$

en de beide laatste termen dier vergelijking vormen ook te
zamen het differentiaalquotient van een produkt, omdat

$$\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} = \frac{d}{dx} (\psi y)$$

is; dit laatste produkt is dus $\psi y \left(X_1 - \frac{d}{dx} X_2 \right)$. De vergelij-
king (II₁) zelve wordt daardoor een volkomen differentiaal, en
men kan ze dus rechtstreeks integreeren; dit geeft

$$X_2 \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right) + \psi y \left(X_1 - \frac{d}{dx} X_2 \right) = 0.$$

Ten einde hier de veranderlijken te scheiden, deele men door
 $X_2 \psi y$: waardoor er deze fraaie differentiaalvergelijking komt

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} - \frac{1}{\psi} \frac{d\psi}{dx} + \frac{X_1}{X_2} - \frac{1}{X_2} \frac{d}{dx} X_2 = 0.$$

Derhalve kan men wederom integreeren, en verkrijgt alzoo

$$ly - l\psi + \int \frac{X_1}{X_2} dx - lX_2 = lC_1,$$

die door over te gaan tot de exponentiëlen dadelijk de verwachte betrekking (*d*) oplevert.

6. Gebruikt men den integreerenden factor φ , zooals deze uit de betrekking (*c*) bepaald wordt, bij de vergelijking (*A'*); of, wat tot dezelfde uitkomst aanleiding geven moet, voert men den integreerenden factor ψ uit (*d*) bij de vergelijking (*A*) in; zoo ontstaat de volgende differentiaalvergelijking

$$y e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{X_1}{X_2} y e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0}{X_2} y^2 e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} = 0; \quad (B)$$

en deze moet nu, naar de beteekenis van den integreerenden factor, eene volkomene integreerbare differentiaalvergelijking zijn geworden, dat is het eerste lid moet een volkomen differentiaalquotient zijn.

Om het onderzoek omtrent dit punt gemakkelijker te maken, stelle men korthedshalve

$$y e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{dy}{dx} = z, \dots \dots \dots (3)$$

want op deze wijze bevat het differentiaalquotient ten opzichte van x althans den eersten term van de vergelijking (B). Men heeft toch

$$\frac{dz}{dx} = y \left(e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{X_1}{X_2} e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{dy}{dx} \right) + e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2.$$

De eerste term in het tweede lid is in zijn geheel gelijk aan de som der beide eerste termen van de vergelijking (B): men kan dien hier dus vervangen door den laatsten term van de vergelijking (B) met het omgekeerde teeken: dat is

$$dz = -\frac{X_0}{X_1} y^2 e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} + e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \left\{ \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{X_0}{X_1} y^2 \right\} \dots (4)$$

Wanneer men deze uitkomst door de waarde van z uit (3) deelt,

dan valt de factor $e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx}$ weg: en er komt

$$\frac{1}{z} \frac{dz}{dx} = \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} - \frac{X_0}{X_1} y : \left(\frac{dy}{dx} \right) \text{ of ook } \frac{1}{z} \frac{dz}{dx} - \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = - \frac{X_0}{X_1} \cdot y : \left(\frac{dy}{dx} \right). \quad (5)$$

Het eerste lid dezer vergelijking kan men integreeren, en verkrijgt alzoo, met behulp van de onderstelling (B),

$$l z - l y = l \frac{z}{y} = l \left(e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{dy}{dx} \right) = \int \frac{X_1}{X_2} dx + l \left(\frac{dy}{dx} \right).$$

Maar het tweede lid van (5), men ziet zulks dadelijk op het oog, kan nimmer een volkomen differentiaal worden; kan dus nimmer geïntegreerd worden.

7. Derhalve is hetzelfde oordeel te vellen omtrent de differentiaalvergelijking (B) zelve.

Men zoude dit reeds hebben afgeleid uit de vergelijking (4). Immers het eerste lid is eene volkomen differentiaalquotient: en het tweede lid kan zulks nimmer worden, omdat het hoogste differentiaalquotient dat aldaar voorkomt, $\frac{dy}{dx}$ namelijk, niet meer in lineaire vorm gevonden wordt, maar als tweede macht verschijnt.

Men merke ook op, dat de differentiaalvergelijking (B), zooals zij daar ligt, niet meer lineair is, dewijl door de vermenigvuldiging met den integreerenden factor φ , een nieuwen factor y is ingevoerd; zij is dus van den tweeden graad geworden.

Men ziet dus dat, hoe eenvoudig ook de betrekking (c) tusschen den integreerenden factor φ , en de integraal y der lineaire differentiaalvergelijking van de tweede orde ook gebleken is te zijn; deze evenwel niet tot eene integraal voert in het algemeene geval. Wederom een bewijs, dat de lineaire differentiaalvergelijking der tweede orde niet algemeen te integreeren is; en wel een zeer sprekend bewijs, omdat het uit de algemeene beschouwingen omtrent den integreerenden factor werd afgeleid;

en er van dezen kant bij deze beschouwingen wel het meeste heil te wachten viel.

8. In eenige bijzondere gevallen vindt men eenvoudige uitkomsten.

$$1^0. \text{ Zij } X_2 = A(x - \alpha)^a, X_1 = B(x - \alpha)^b$$

dus de differentiaalvergelijking (A')

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A}(x - \alpha)^{b-a} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x - \alpha)^a} = 0,$$

dan wordt hier de (c)

$$\frac{\varphi}{y} = e^{\int \frac{B}{A}(x - \alpha)^{b-a} dx} = e^{\frac{B}{A(b-a+1)}(x - \alpha)^{b-a+1}}.$$

Deze geldt echter niet voor het geval dat $b = a - 1$ is, en dat de vergelijking dus wordt

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A(x - \alpha)} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x - \alpha)^a} = 0;$$

maar nu vindt men veel eenvoudiger

$$\frac{\varphi}{y} = e^{\int \frac{B}{A} \frac{dx}{x - \alpha}} = e^{\frac{B}{A} \log(x - \alpha)} = (x - \alpha)^{\frac{B}{A}}.$$

$$2^0. \text{ Zij } X_2 = A(x - \alpha)^a (x - \beta)^b, X_1 = B(x - \alpha)^a,$$

dan verkrijgt de differentiaalvergelijking (A') den vorm

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A(x - \beta)^b} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x - \alpha)^a (x - \beta)^b} = 0;$$

terwijl de betrekking (c) hier wordt

$$\frac{\varphi}{y} = e^{\int \frac{B}{A(x - \beta)^b} dy} = e^{-\frac{B}{A(b-1)} \frac{1}{(x - \beta)^{b-1}}}.$$

Maar ook deze geldt wederom niet, zoodra $b = 1$ is: in dat geval wordt de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A(x-\beta)} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\beta)(x-\alpha)^a} = 0$$

en de betrekkingvergelijking

$$\frac{\varphi}{y} = e^{\int \frac{B}{A} \frac{dy}{x-\beta}} = e^{\frac{B}{A} \log(x-\beta)} = (x-\beta)^{B:A},$$

$$3^0. \text{ Zij } X_2 = A(x-\alpha)^a(x-\beta)^b, \quad X_1 = B(x-\alpha)^{a-1}(x-\beta)^{b-1},$$

zoodat onze differentiaalvergelijking (A') wordt

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A(x-\alpha)(x-\beta)} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\alpha)^a(x-\beta)^b} = 0,$$

en de vergelijking (c) evenzeer

$$\begin{aligned} \frac{\varphi}{y} &= e^{\int \frac{B}{A} \frac{dy}{(x-\alpha)(x-\beta)}} = e^{\int \frac{B}{A} \frac{dy}{\alpha-\beta} \left(\frac{1}{x-\alpha} - \frac{1}{x-\beta} \right)} = \\ &= e^{\frac{B}{A} \frac{1}{\alpha-\beta} \log \frac{x-\alpha}{x-\beta}} = \left(\frac{x-\alpha}{x-\beta} \right)^{\frac{B}{A(\alpha-\beta)}}. \end{aligned}$$

Hier is nu het geval van uitzondering $\beta = \alpha$: dan wordt voor-
eerst de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{B}{A(x-\alpha)^2} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\alpha)^c},$$

waarin nu korthedshalve $a + b = c$ is genomen, zooals klaar-
blijkelyk geoorloofd is. Dan wordt de betrekking in dit geval

$$\frac{\varphi}{y} = e^{\int \frac{B}{A} \frac{dy}{(x-\alpha)^2}} = e^{-\frac{B}{A(x-\alpha)}},$$

niet meer eene stekkundige functie, als zoo even.

4^o. Zij ten slotte nog

$$X_2 = A(x-\alpha)^a(x-\beta)^b \text{ en } X_1 = B(x-\alpha)^{a-1}(x-\beta)^{b-1}(x-\gamma).$$

Hierdoor verkrijgt de differentiaalvergelijking (A') den vorm

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A} \frac{(x-\gamma)}{(x-\alpha)(x-\beta)} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\alpha)^a(x-\beta)^b} = 0;$$

en daarbij behoort de betrekkingvergelijking (c)

$$\begin{aligned} \frac{\varphi}{y} &= e \int \frac{A}{B} \frac{x-\gamma}{(x-\alpha)(x-\beta)} dx = e \int \frac{B}{A} \frac{1}{\alpha-\beta} \left(\frac{\alpha-\gamma}{x-\alpha} + \frac{\gamma-\beta}{x-\beta} \right) dy = \\ &= e \frac{B}{A} \frac{1}{\alpha-\beta} \{ (\alpha-\gamma) \ell(x-\alpha) + (\gamma-\beta) \ell(x-\beta) \} = \\ &= (x-\alpha) \frac{B}{A} \frac{\alpha-\gamma}{\alpha-\beta} (x-\beta) \frac{B}{A} \frac{\gamma-\beta}{\alpha-\beta}. \end{aligned}$$

Deze laatste evenwel geldt niet meer, zoodra $\alpha = \beta$ is; dat is, wanneer de differentiaalvergelijking wordt

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B(x-\gamma)}{A(x-\alpha)^2} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\alpha)^c} = 0,$$

waar even als boven voor $a + b$ de c mag worden genomen. Maar nu verkrijgt men voor de betrekkingvergelijking den nieuwen vorm

$$\begin{aligned} \frac{\varphi}{y} &= e \int \frac{B(x-\gamma)}{A(x-\alpha)^2} dx = e \int \frac{B}{A} \left(\frac{1}{x-\alpha} + \frac{\alpha-\gamma}{(x-\alpha)^2} \right) dx = \\ &= e \frac{B}{A} \left(\ell(x-\alpha) + \frac{\alpha-\gamma}{x-\alpha} \right) = (x-\alpha) \frac{B}{A} e - \frac{B}{A} \frac{\alpha-\gamma}{x-\alpha}. \end{aligned}$$

9. Beproeven wij nu hetzelfde te onderzoeken bij eene lineaire differentiaalvergelijking der derde orde, in den herleiden vorm

$$X_3 \frac{d^3 y}{dx^3} + X_2 \frac{d^2 y}{dx^2} + X_1 \frac{dy}{dx} + X_0 y = 0, \dots (B)$$

waarvoor men nu schrijven moet

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{X_2}{X_3} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{X_1}{X_3} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0}{X_3} y = 0, \dots (B')$$

ten einde daaruit de integreerende vergelijking voor den integreerden factor φ op te maken

$$\frac{d^3 \varphi}{dx^3} - \frac{X_2}{X_3} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \left(\frac{X_1}{X_3} - 2 \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \frac{d\varphi}{dx} - \left(\frac{X_0}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} + \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_3} \right) \varphi = 0, \dots (III^a)$$

of wel

$$X_3 \frac{d^3 \varphi}{dx^3} - X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \left(X_1 - 2 X_3 \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \frac{d\varphi}{dx} - \left(X_0 - X_3 \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} + X_3 \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_3} \right) \varphi = 0, \dots (IV)$$

Vermenigvuldig nu de vergelijking (B) met φ , en evenzeer de vergelijking (III^a) met y . Trekt men deze producten van elkander af, even als in N^o. 3, dan is het verschil niet onder een integreerbaren vorm te brengen. Telt men ze daarentegen bij elkander op, dan verdwijnt weder de grootheid X_0 en men verkrijgt

$$\left(\varphi \frac{d^3 y}{dx^3} + y \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \right) + \frac{X_2}{X_3} \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) + \frac{X_1}{X_3} \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right) - 2y \left(\frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \frac{d\varphi}{dx} + \varphi y \left(\frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} - \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_3} \right) = 0, \dots (e)$$

Omdat nu achtereenvolgens is

$$\frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) = \left(\varphi \frac{d^3 y}{dx^3} + y \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \right) + \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) =$$

$$= \left(\varphi \frac{d^3 y}{dx^3} + y \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} \right)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) = \varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2},$$

$$d(\varphi y) = \varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx},$$

$$\frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} - \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_3} = \frac{d}{dx} \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right),$$

wordt nu vergelijking (e)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \\ + \frac{X_1}{X_3} \frac{d}{dx} (\varphi y) - 2y \left(\frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \frac{d\varphi}{dx} + \varphi y \frac{d}{dx} \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) = 0. (f) \end{aligned}$$

Verder is nog

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left\{ \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right\} = \\ = \varphi y \frac{d}{dx} \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) + \frac{X_1}{X_3} \frac{d}{dx} (\varphi y) - \left(\frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right), \end{aligned}$$

en hiermede wordt (f)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \\ + \left(\frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} \right) \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left\{ \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right\} = 0. (g) \end{aligned}$$

Eindelijk heeft men

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{X_2}{X_3} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) \right\} = \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3},$$

juist de som van de derde en vierde termen der vergelijking (g).
Dus wordt zij ten slotte

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} \right) + \\ + \frac{d}{dx} \left\{ \frac{X_2}{X_3} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) \right\} + \frac{d}{dx} \left\{ \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right\} = 0, \end{aligned}$$

die nu eene volkomen differentiaal is geworden. Integreert men haar, zoo komt er

$$\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - \frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} + \frac{X_2}{X_3} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) = 0. (h)$$

waar men even als boven, de willekeurige standvastige van de integratie nul heeft genomen. Maar zelfs dan is deze differentiaalvergelijking niet verder te integreeren, omdat er het produkt der twee differentiaalquotienten $\frac{d\varphi}{dx}$ en $\frac{dy}{dx}$ in voorkomt.

Ten einde dit nog duidelijker aan te toonen, schrijve men voor de beide laatste termen

$$\begin{aligned} & y^2 \left[\frac{\overline{X_2} \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx}}{y^2} + \varphi \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right] = y^2 \left[-\frac{X_2}{X_3} \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right] = \\ & = y^2 \left[\frac{\varphi X_1}{y X_3} - \frac{d}{dx} \left(\frac{X_2}{X_3} \cdot \varphi \right) \right] = \\ & = \varphi y \frac{X_1}{X_3} - y^2 \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \frac{\varphi}{y} = \varphi y \frac{X_1}{X_3} - y^2 \frac{X_2}{X_3} \frac{\varphi}{y} \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \frac{\varphi}{y} = \\ & = \varphi y \frac{X_1}{X_3} + \varphi y \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_3 y}{X_2 \varphi} = \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_3 y}{X_2 \varphi} \right). \end{aligned}$$

Voeren wij dit bij de vergelijking (h) in, en deelen wij door φy , zoo komt er

$$\frac{1}{y} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{\varphi} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} + \frac{X_1}{X_3} + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_3 y}{X_2 \varphi} = 0.$$

Maar

$$\frac{1}{y} \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{1}{y^2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2, \quad \frac{1}{\varphi} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} \right) + \frac{1}{\varphi^2} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2,$$

dan verkrijgt men

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} \right) + \frac{1}{y^2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \frac{1}{\varphi^2} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 - \\ & - \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} + \frac{X_1}{X_3} + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_3 y}{X_2 \varphi} = 0, \end{aligned}$$

eene vergelijking, waarvan de onmogelijkheid om sommige termen te integreeren nog sterker uitkomt.

10. Beschouwen wij nu de algemeene lineaire differentiaalvergelijkingen van herleiden vorm; en wel na deeling door de coëfficiënt X_a van het hoogste differentiaalquotient, en dus in den vorm

$$\frac{d^a y}{dx^a} + \frac{X_{a-1}}{X_a} \frac{d^{a-1} y}{dx^{a-1}} + \frac{X_{a-2}}{X_a} \frac{d^{a-2} y}{dx^{a-2}} + \dots + \frac{X_1}{X_a} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0}{X_a} y = 0 \dots (C)$$

De integreerende vergelijking, die ter bepaling van den integreerende factor φ , wordt nu, zooals men weet,

$$\begin{aligned} \frac{d^a \varphi}{dx^a} - \frac{X_{a-1}}{X_a} \frac{d^{a-1} \varphi}{dx^{a-1}} + \left(\frac{X_{a-2}}{X_a} - (a-1) \frac{d}{dx} \frac{X_{a-1}}{X_a} \right) \frac{d^{a-2} \varphi}{dx^{a-2}} + \\ + \left\{ \frac{X_{a-3}}{X_a} - (a-2) \frac{d}{dx} \frac{X_{a-2}}{X_a} + \binom{a-1}{2} \frac{d}{dx} \frac{X_{a-1}}{X_a} \right\} \frac{d^{a-3} \varphi}{dx^{a-3}} - \dots \\ \dots + (-1)^a \left\{ \frac{X_0}{X_a} - \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_a} - \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_a} - \dots \right\} \varphi = 0 \dots (IV) \end{aligned}$$

Neemt men ook hier weder de som of het verschil der produkten, die men verkrijgt door (C) met φ en (IV) met y te vermenigvuldigen; dan verkrijgt men

$$\begin{aligned} \left(\varphi \frac{d^a y}{dx^a} \pm y \frac{d^a \varphi}{dx^a} \right) + \frac{X_{a-1}}{X_a} \left(\varphi \frac{d^{a-1} y}{dx^{a-1}} \mp y \frac{d^{a-1} \varphi}{dx^{a-1}} \right) + \\ + \left[\frac{X_{a-2}}{X_a} \left(\varphi \frac{d^{a-2} y}{dx^{a-2}} \pm y \frac{d^{a-2} \varphi}{dx^{a-2}} \right) \mp (a-1) y \frac{d}{dx} \frac{X_{a-1}}{X_a} \frac{d^{a-2} \varphi}{dx^{a-2}} \right] + \dots (i) \end{aligned}$$

Nu is in het algemeen

$$\frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^{a-1} y}{dx^{a-1}} \pm y \frac{d^{a-1} \varphi}{dx^{a-1}} \right) = \left(\varphi \frac{d^a y}{dx^a} \pm y \frac{d^a \varphi}{dx^a} \right) + \left(\frac{d}{dx} \frac{d^{a-1} y}{dx^{a-1}} \pm \frac{dy}{dx} \frac{d^{a-1} \varphi}{dx^{a-1}} \right) \dots (k)$$

Wanneer men deze herleidingsformulen overal toepast, ziet men gereedelijk, wat er gebeurt; hoe er, afgezien van hetgeen er in de vergelijking (i) overblijft behalve deze verschillen, die er in de vergelijking (k) voorkomen, juist door die vergelijking (k) produkten van differentiaalquotienten worden ingevoerd; tengevolge waarvan de vergelijking geen integreerbaren vorm zal verkrijgen. Bij $a = 2$ gelukte de herleiding voor het onderste

teeken, omdat namelijk in de vergelijking (i) de derde term tusschen de haakjes verdween. Bij $a = 3$ kwam dit niet meer voor; maar die term bleef bestaan. Al geraakte men dus ook bij het bovenste teeken, tot eene volkomene differentiaal, dit geschiedde slechts tengevolge eener bijzondere omstandigheid: daarom konde ook de komende niet lineaire differentiaalvergelijking der tweede orde niet meer geïntegreerd worden. Bij grootere waarden van a mislukt hier de geheele toepassing der methode.

Wij verkrijgen dus wel eene uitkomst, al zij het dan ook in negatieven zin, dat men namelijk langs den weg in N^o. 3 bewandeld, niet verder behoeft te zoeken naar eene betrekking tusschen de integraal y en den integreerenden factor φ , voor lineaire differentiaalvergelijkingen van hoogere orden.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

N^o. XVIII. MARTINUS CAROLUS CRESZFELDT.

1. Onder de Rekenboeken, die in de zestiende eeuw in Duitschland verschenen zijn, bekleedde die van ADAM RIESE (= RIES, RIESZ) — geboren in 1492 te Staffelstein, en overleden als Bergbeambter te Annaberg in 1559 — eene voorname plaats. Hunne titels zijn in de onderscheidene uitgaven, 1518, 1522, 1527, enz. zeer verschillend: die van 1527 luidt

„Rechnung auff der Lynchen vnd Federn. Auff allerley Handthirung. Zum andern mal vbersehen, vnd gemehrt. Anno MDXXVII. Gedruckt durch GABRIEL KANTZ.”

Deze rekening op lijnen of strepen moest dienen om de leerlingen een duidelijk begrip te geven van de rekenkundige bewerkingen, en evenzeer om aan de onervarenen in die wetenschap de moeite van veel denken te besparen en daarvoor mechanische bewerkingen in de plaats te stellen. In latere tijden is daaruit met veel wijzigingen het rekenraam ontstaan, zooals het op de scholen, ook thans nog, pleegt gebruikt te worden.

In Duitschland maakte deze methode grooten opgang. RIESE

verbreidde haar zeker door zijne Rekenschool te Annaberg. Het was dan ook niet te bevreemden, dat zij door mij teruggevonden werd in een oud rekenboekje van MARTINUS CAROLUS CRESZFELDT, oorspronkelijk in 1557 te Deventer uitgekomen. Daar dit echter mijns wetens het eenige hollandsche rekenboek is, waarin deze rekenwijze voorkomt, wil ik eerst eene beschrijving van dit boekje geven.

2. Het bedoelde boekje is oorspronkelijk te Deventer in 1557 gedrukt bij DERICK VAN DER BORNE. Ik bezit daarvan een herdruk met den titel:

„Arithmetica. || Reeckeninge || Op den Linen vnde Cliffe || ren/
na allerley Hantieringe. || Daer by een Voergereectent Boecy-
ken/ van Koorne/ Wyn/ Botter vñ || Jaergelt/ Op Deuenterſche
Mate/ Eyc || fe/ Gewichte vnde Munte || gheordniert.“ ||

Dan volgt een vierkant raam, waarbinnen een portret van den schrijver; en waaromheen: „Doer Martinum Carolum Creszfelt. — In tyden Rekenmeester — tho Deuenter, etc. — Anno Domini 1557.“

Verder volgt:

Allen Coeplunden seer profytelick. || Anno 1577.

Het bevat vel A tot R met 263 bladzijden, 8^o., zonder paginatuur. De laatste bladzijde eindigt aldus:

„Ghedrukt toe Reesz/ || By my Derick Wylicx || Van San-
ten || Rae 't Exemplaer/ twelck Ghedrukt was || toe Deuenter
by Derick van || den Borne.“

In verso van den titel een vers „Fryhardt spreekt“, waarin wordt gezegd, dat „Konst, Wysheynt, Lucht vnde Eer, lieffte vñ Eruwe, Waerheynt, Gerechtichent vinden“ toeghesloten die Doer“; maar

„Kummet ouerst die Penningk her ghelopen,
Sijn Poorten vñ Doeren hem altijt open.“

Op blz. A, 3 begint de Voorrede.

„Den Vorsich || tigen/ Eerbaren vnd Wysē || Herē/ Borgemeis-
terē vñ Raedt || Mannen/ der Keyser Frye Anze Stadt || Deuen-
ter: Ontbiedet Martinus Ca: || rolus Creszfelt/ en liefhebber der ||
Fryer Consten/ siine frentz || willige dienst tho || beuorens“,
waarin hij eerst den lof van de Arithmetica verkondigt, en dan
blz. A, 6 vervolgt:

„Dubelyren vñ Medieren is hier doer || forte haluen onder:
laten: Anghesten || dat Dubelyren niet anders is, dan || mit twee
Multipliyren/ vnde Mez || dieren niet anders/ als mit 2 Diui:
dieren/ etc.”

Blz. D, 7. „Progressio” waarbij onderscheiden wordt „Natu:
uerlicker en „onnatuerlicker Auertredinghe” (Rekenkundige reek:
sen met de eenheid of meer tot reden): tweefoldiger, Driefol:
diger, Vierfoldiger Auertredinge (meetkundige reeksen met 2,
3 of 4 tot reden).

Blz. D, 12. „Regula de Tri” met twee Regels; en

Blz. D, 13. „Woë men doer Verkieringe || der Exempelen
recht Proby: || ven sal”, met drie „Proben”; waarna

Blz. E, 7. „(36) Exempelen” met Proba.

Maar hier doet zich het bezwaar voor „woë men sal || han:
delen vnde omme gaen mit den Exempelen || daer ichtes wat nae
den Diuidyren auerlopet/ || vnde niet kleyner kan resoluert werde.
Merc: || ket derhaluen die Nauolgende Leere.”

Blz. E, 13. „Deyle op toe || heuende.”

Blz. E, 15. „Woë men in et: || licken Exempelen mit son: ||
derlicken Vordeel vnde Beheyndichydt/ || (daer doer langen Mul:
tipliyren vnde || Diuidiere verhoedet) omme gaen || vñ arbey:
den sal.”

Blz. F, 4. „Eine forte on: || derwysinge der Welsche Practi: ||
ca Op alle Koopmanschap.”

Blz. G, 2. „Korte/ doch clarlicke Anwysinge || etlicker ge:
brokenen Exempelen/ in Practica/ gerekent na die voer: || gaende
Munte.”

Blz. G, 13. „Nu volgen die || Species mit den gebro: || ken
Getallen” en wel „Addyren, Subtrahiren, Dubelyren, Medye:
ren, Multipliyren, Diuidyren,” zoodat hier niet gelet is op de
vroeger vermelde aanmerking Blz. D, 7.

Blz. H, 3. „Proba der its geleerde Ses || Species in gebro:
nen getallen.”

Blz. H, 4. „Deyle van denlen offte gebroken || van gebro:
kene toe soeckene.”

Blz. H, 4. „Toe erkennen onder Tween || Ghebrokenen Ge:
tallen/ welker || de Grooteste sy.”

Blz. H, 5. „De ghebrockene Ghetallen || kleyner toe maecken.”

Blz. H, 6. „Regula De: || Tri in Gantz vnde Gebrokenen || Getallen,” waarbij de verschillende gevallen worden onderscheiden, dat of een der drie termen afzonderlijk, of meer tegelijk gebroken zijn.

Blz. H, 16. „Van Erff: || deylinge.”

Blz. I, 3. „Volgen etlike || Exempelen op Hollantsche off: || te Brabantsche Munte/ 20 stuyuers || voer einen Eurent. gulb. vnde || 16 penningē voer einen || stu. gerekent” [24 Ex.].

Blz. I, 9. „Rekeningē nae || Misnischer Munte/ den Gulden || voer 21 Grossen: den Grossen voer 12 Pen. vnde || 1 Pen. voer 2 heller. Den Centener voer 110 || lb. offte 5 steyn/ den steyn voer 22 lb. || Dat Woeder voer 12 Amen/ vñ || 1 Aem voer 64 Rannen” [21 Ex.].

Blz. I, 15. „Hier na volget || die Rekeningē in Golde/ Denn Gulb. voer 20 schilling vñ eynen schilling voer 12 hel. den Een. voer 100 lb. dat lb. voer 32 loet. || dat loet 4 quintyn. dat quint. voer 4 pen. || gewichte: vnde eym pen. gewicht || voer 2 heller gewicht 1 eet.” [13 Ex.].

Blz. K, 3. „Van de Tara/ || op/ vnde In toe || geuende.”

Blz. K, 5. „Justi Recke: || ninghe.”

Blz. K, 6. „Nu volget || van Verwisselingē der Munten.”

Blz. K, 12. „Van Ghewin || vnde Verlies/ sampt etlicker an: || der Rekeningē/ op Lubyssche Munte gestelt. || Den Gulden voer 24 Schillinghe/ den schil. voer 12 Pennin. || vnde 1 pen voer 2 || scherf.”

Blz. L, 5. „Reeckeningē || auer Lande.”

Blz. L, 12. „Regula De: || Tri Couersa.”

Blz. L, 14. „Exempla dub: || belder Sattinge/ welke sommige || ge die Regel van Bijffen || noemen.”

Blz. M, 1. „Reeckenschap || van Siluer.”

Blz. M, 7. „Reeckenschap || van Golde.”

Blz. M, 16. „Van Burende.”

Blz. N, 5. „Van Ghesel: || schap.”

Blz. N, 14. „Fattoor Re: || keninge.”

Blz. O, 4. „Regula Falsi || offte Position.”

Blz. O, 15 „Regula Ecclis || offte virginum.” („van etlike Potatorum ghenoeemt”).

Blz. P, 3. „Bermaninge.” Vers van 14 regels.

Blz. P, 3. „Besluit.

Blz. P, 4. „Hier nae volget/ Dat // voergerekende. // Boecyzen/ Van // Koorne/ Wyn/ Botter vñ Jaerz // gelt.”

Blz. P, 12. „Rekeninge van Koorne/ // etc Gestelt op Deuentsche // Munte unde Mate” (van 27 tot 72½ gulden, opklimmende met ½ gulden de last, vindt men den prijs van dat mudde en dat schepel).

Bl. Q, 6. „Eyn ander Rekeninge // van Koorne/ op die voezrige Munte und Mate”, (van 8 tot 17½ stuyver per schepel, opklimmende met ½ stuyver, vindt men den prijs van dat mudde en die Last.”

Bl. Q. „Wyn Rekeninge op Dez // uentersche Eycke unde Munte”, (van 40 tot 73½ gulden, opklimmende met ½ gulden, dat Foeder, vindt men den prijs van dat Aem, dat Viertel, die Kanne.

Blz. Q, 15. „Eyn ander WynRekeninge” (omgekeerd als boven, voor 4 tot 5 stuyvers, opklimmende met 1 Plack // $\frac{1}{15}$ stuyver).

Blz. R, 1. „Rekeninge van Botter” (van 25 tot 40 gulden, de Tonne, vindt men den prijs van dat Vierendeel en dat Pont).

Blz. R, 3, „Eyn ander Rekeninge van Botter” (omgekeerd als boven van 2 tot 3 stuyvers, opklimmende met 1 Plack).

Blz. R, 4. „Rekeninghe // van Jaer Gelt” (van 0 tot 15 stuyvers des dages, opklimmende met 1 Plack, vindt men de som in eyn jaer).

Blz. R, 8. „Nota” en „Mercket.”

3. De schrijver zelf geeft op bladz. B 2 eene duidelijke beschrijving van de rekenwijze „op den Linien”.

„Woe men die Lynien // verstaen sal. //

In desse nauolgende Figuer wert claerz // licken ghesien, dat die onderste Linia // Eyne beduydet/ Die Anderde Ehtene/ // Die Derde Hondert/ Die Vierde Du // sent/ etc. Unde een heder Spatium tusschen // Twee Lynien/ halff so voele als syne Regeste // Lynia daer bauen beteeckent. Daeromme bez // siet die Nauolgende Figuer. //

1000000	—	(—●—)	Duſentmal duſ.
500000	●		Byfhondert duſ.
100000	—		—●—
50000	●		Hondert duſent.
10000	—	(—●—)	Byfftig duſent.
5000	●		(—●—)
1000	—		Ehien duſent.
500	●		Byff duſent.
100	—	(—●—)	Duſent.
50	●		Byfhondert.
10	—		—●—
5	●		Hondert.
1	—	(—●—)	Byfftlch.
$\frac{1}{2}$	●		(—●—)
			Ehene.
			Byff.
			(—●—)
			Eyne.
			Eyn Halff.”

Men ziet dat het tientallige ſtelſel niet ſtreng is volgehouden, maar voor het gemak ook de vijfvouden van de machten van tien zijn ingevoerd. Daarom trent geeft hij bij de optelling van muntten (in de volgende bladzijde B 3) de volgende beide regels:

„Die Verſte Regel. ||

Deylet de Lynien in drye Onderschey: || den deſer Munte nae/ als : Gulden/ || Stuyver vñ Macken. Legget in den || Verſten Onderscheyt de Gulden/ In den Anderen de Stuyver/ vnde in den Derden || de Macken. Maect Macken to Stuyver/ vnde Stuyver toe Gulden. ||

Die Anderde Regel. ||

Roent ghij hebben Bijff Reeckenspen: || ningen op eyner Lynien/ ſoe neemt ſie || op/ vnde legget eynen in dat negeste op || volgende Spatium. Vnde wanneer oock || Twee Reeckenspenningen in einen Spatio ghe: || vonden werden/ ſo neemt ſie op/ vñ legget eynen || op die naeste Lynia daer bauē/ als dat volgende || Exempel leeret. Den Gulden voer 21. ſtuvers/ || vnde enen ſtuyver voer 15. Macken gherekent.” ||

Als voorbeeld diene het volgende:

„Item eyner heft wt ghegeuen alse volget:

19	}	Gulden	}	Stuyvers	}	Macken
128						
76						
808 *)						
355						
18	}	Stuyvers	}	Macken		
9						
16						
20						
6						
9	}	Macken				
7						
6						
8						
5						

*) Lees: 208.

Woe veele doen deze ghesette Tallen in eyne Summa."

Het »Fact 789. Gulden/ 8 Stuyuers vñ 5. || Placken»
wordt dan aldus voorgesteld :

Gulden.	Stuyuers.	Placken.
<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;">) </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>
<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;">) </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>
<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;">) </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>
<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;">) </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>
<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;">) </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 2px;"> (</div>

4. Wat den inhoud van dit Rekenboek betreft, is die veel uitgebreider dan bij de overeenkomstige rekenboeken van RIESE. Hiertoe behoort vooral hetgeen voorkomt over Welsche Practica (blad F), over Erfdeylinge tot Factoor-rekening (blad I tot en met N), benevens de tafeltjes (blad P, Q, R).

In dit opzicht komt ons boekje meer overeen met onze latere hollandsche rekenboeken, waar evenzeer al die bijzondere regels telkens worden behandeld, en door voorbeelden worden verklaard, zooals dit hier eveneens geschiedt. Bij den wetenschappelijken toestand der rekenkunde in de zestiende eeuw, is dit rekenboek als zeer verdienstelijk te achten, en heeft het zeker bij het gebruik veel nut kunnen stichten.

WETENSCHAPPELIJKE OPMERKINGEN EN ERVARINGEN BETREFFENDE DE KINAKULTUUR.

DOOR

K. W. VAN GORKOM.

Correspondent in onze Overzeesche Bezittingen.

a. ZIEKTE DER KINA.

In de tweede reeks, deel XIII eerste stuk, van de *Verslagen en Mededeelingen* der Akademie, Afd. Natuurkunde, zijn eenige aantekeningen, d.d. 7 Juli 1877, over de ziekte der kinaplant op Java opgenomen.

Ten vervolge daarvan mogen thans de resultaten der voortgezette waarnemingen en onderzoekingen worden opgeteekend.

Bij het einde van het 1^e semester 1877 berichtte de directeur der kina-onderneming:

„De ziekte heeft de kinaboomen in de laatste maanden weder sterk bezocht. Een voortgezet onderzoek heeft nu met volkomen zekerheid aangetoond, dat ze veroorzaakt wordt door een tot de *Hemipteren* behoorend insekt, — de *Heliopeltis theivora*, dat ook den zoogenaamden *roest* in de theeheesters bewerkt.”

„Zoowel de volwassen, gevleugelde insecten, als de jonge, ongevleugelde individus, voeden zich met het sap der jonge bladeren en der jonge bastgedeelten. Ze maken daartoe met hunnen zuignuit een wond door de opperhuid dier deelen en herhalen dit op verschillende plaatsen, waardoor het groene plantenweefsel zeer spoedig een gevlekt aanzien krijgt.”

„Bij de verdere ontwikkeling van het blad, groeien nu de niet-beleedigde gedeelten aanvankelijk door, terwijl de gewonde

„plekken als het ware dood zijn, spoedig bruin worden en de „groei daarin geheel gestoord is.”

„Het gevolg daarvan is, dat de bladeren en jonge toppen „veen gekruld en gebogen vorm krijgen, langzamerhand ineen- „schrompelen en zwart worden en wanneer de meeste jonge „toppen aangetast zijn, — zooals gewoonlijk het geval is, — „houdt de groei der plant gedurende eenigen tijd op, tot zich „nieuwe uitloopers uit de schijnbaar doode toppen hebben ont- „wikkeld.”

Deze beschrijving komt geheel overeen met die welke in het jaarbericht over 1868 gegeven werd. Destijds waren wij echter nog in onzekerheid omtrent de oorzaken der ziekte-verschijnselen.

De heer BERNELOT MOENS heeft nu niet alleen bevestigd, dat de ziekte is te danken aan een insekten-beet, maar hij heeft het vernielend insekt ook bestudeerd en zooveel mogelijk, in zijne huishouding bespied.

„Bij bevruchte vrouwelijke individus van dit insekt, werden „tot 14 eieren aangetroffen, die wit zijn, ongeveer $1\frac{1}{4}$ milli- „meter lang, eene langwerpige ronde gedaante hebben en aan „het breedste uiteinde voorzien zijn van twee draadvormige aan- „hangsels.”

(Zie de vorige aan het hoofd dezer aangehaalde nota).

„Het wijfje legt met hare legboor, die eieren onder den bast „der jonge takken. Ze zijn meestal moeielijk te vinden, daar „het ei geheel in het plantenweefsel verborgen ligt en slechts „de zeer kleine, draadvormige aanhangsels naar buiten uitste- „ken.”

„Behalve op *kina-* en *thee*-planten, leeft dit insekt ook nog „op *Fuchsia*'s en op eene soort van *Datura*, — alle op Java „ingevoerde gewassen. Op inheemsche planten werd het tot nog „toe, niet aangetroffen. De strijd tegen deze dieren, die een „ware plaag voor kinaplanters dreigen te worden, gelijk ze dat „reeds lang zijn voor theeplanters, is niet gemakkelijk. Ze ko- „men in zulk een groot aantal voor, dat men ze moeielijk kan „doen opvangen en daardoor hoogstens de vernieling beperkt, „maar ze niet geheel voorkomt. Reeds sedert geruimen tijd is „het jagen op *vogels*, in de kinatuinen verboden, (Dit verbod „dateert reeds van de eerste jaren der jeugdige onderneming) in

„de hoop dat daaronder goede bondgenooten zullen worden gevonden in het vernielen der *Hemipteren*. Het uitsnoeien en verbranden der bruin-gevekte jonge takken, waarin de eiers voorkomen, is ook aangewezen. (Zie verslagen over 1869 en 1872).”

„Opmerking verdient nog, dat de laagst gelegen plantsoenen over het algemeen het meest van de ziekte te lijden hebben en dat deze insekten, boven 5000 voeten slechts bij uitzondering, — op 6000 voet, b. v. op het établissement *Kawah-Tjiwidei*, in het geheel niet voorkomen.”

In het officieel verslag over het 1^e kwartaal 1878, schreef de heer MOENS:

„Van de insekten die de *kinaroest* veroorzaken, werden exemplaren gezonden aan den bekenden Nederlandschen entomoloog Dr. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN. Deze berichtte daarentrent, dat ze volmaakt indentisch zijn met die, welke als bewerkers der *theeroest* moeten beschouwd worden. De naam is niet *Helopeltis theivora*, zooals op autoriteit van Britsch-Indische agricultuur tijdschriften in het rapport over het 2^e kwartaal 1877 werd opgenomen, maar *Helopeltis Antonii Sign.*”

„Deze insekten begonnen zich in Maart weder in grooten getale te vertoonen. Zooveel mogelijk werden ze opgevangen en gedood.”

In een partikulier schrijven van 12 Augustus ll., zegt de heer MOENS mij:

„Ziekte heeft ook te *Tjinjiroean* kwaad gedaan en ik maak me geen illusie, dat we 't kwaad zullen overwinnen, door het nu in praktijk gebrachte opvangen, -- maar de ziekte is toch stellig geringer dan in 't vorig jaar in hetzelfde seizoen en we gaan dus niet achteruit.”

„De grens waar de *Helopeltis* uitscheidt, schuift zich hoe langer hoe meer naar boven; ze komt nu te *Rioengoenoeng*, in den omtrek van het huis, veelvuldig voor.” (Dit huis ligt op 5000 vt. en in zijn omtrek bleven de plantsoenen altijd nog vrij).

„Ook te *Pasir-Ipies* en *Djajagiri* (deze zijn partikuliere kinaondernemingen van ongeveer vierjarigen ouderdom, op de zuidelijke helling van het *Tangkoeban-Prahoe* gebergte, nabij 1000

voeten boven het Gouvernements-plantsoen *Lembang*, waar de ziekte sedert jaren gestadig in erge mate heerschte) trof ik „nu de ziekte, maar nog niet in ergen graad.”

Sinds tien jaren, worden de *Javaansche* kina-tuinen dus reeds geplaagd door eene kwaadaardige ziekte waartegen men geen geneesmiddel heeft kunnen vinden.

Uit de onderscheiden verslagen, hier en in de nota van 7 Juli 1877 aangehaald, blijkt dat die ziekte toch onafgebroken met zorg is bestudeerd en alle middelen die voor de hand lagen, zijn aangegrepen en toegepast om haar voortgang te stuiten. Wij weten nu, dat de ziekte inderdaad, zooals van den aanvang af door eenigen vermoed is, veroorzaakt wordt door een insekt en wel door *Helopeltis Antonii* en het is den heer MOENS zelfs gelukt dit insekt in zijne huishouding gade te slaan.

Zijn deze waarnemingen voor de wetenschap van groot belang, weinig vertroostend mogen zij daarentegen voor de praktijk genoemd worden, want ook nu meen ik te mogen herhalen wat ik in het officiëel verslag aan de regeering, over het jaar 1869 schreef.

„Indien de natuur zelve tegenover deze insekten, — die „destijds nog maar, doch met groote waarschijnlijkheid, vermoed werden, geene vijanden stelt, dan is het te vreezen, dat „de middelen ter hunner overwinning, ons zullen blijven ontbreken, ook zelfs wanneer wij tot de kennis van hunne soort en huishouding mochten naderen.”

De *theeroest* is op *Java* bekend en een verderfelijke plaag geweest jaren vóórdat op dit eiland geregelde aanplantingen van kina werden aangetroffen en eerst in 1868 werd de uitwerking van de *Helopeltis* in een kina-plantsoen te *Tjinjiroean* op het *Malawar*-gebergte, waar niet de minste sprake konde zijn van gemeenschap met eenige thee-plantages, waargenomen.

Van dien tijd af, heeft het schijnbaar nietig insekt zijn heerschappij over de kina-plantsoenen ijverig uitgebreid en nu blijkt zelfs, dat het geene grenzen meer eerbiedigt.

Van waar kwam dat insekt en heeft het inderdaad een zekere prédilectie voor *thee* en *kina*, of zooals de heer MOENS schijnt te meenen, voor niet inheemsche, maar op *Java* ingevoerde gewassen?

Dit kan dunkt mij als zeker worden aangenomen, dat het diertje *niet* met de *kina* op *Java* is geïmporteerd, zooals ter loops, in het jaarbericht over 1869, mogelijk geacht, maar echter ook toen reeds gelijktijdig zeer betwijfeld werd, en als men nu *denkt*, dat het alleen de op *Java* *ingevoerde* gewassen aantast, kan dit zeer wel zijn; eerstens: omdat men aan deze gewassen meer aandacht schenkt; tweedens: omdat deze gewassen als op vreemden bodem en in ander klimaat tierende, minder weerstand bieden aan uitwendige invloeden, wellicht over het geheel, ook meer teeder van aard zijn.

In 1869 meende ik te mogen berichten, dat gelijksoortige ziekteverschijnselen als in de *kina* voorkomen, door mij ook waren ontdekt in de Gouvernements wildhout-aanplantingen en in de *mangga*-boomen.

Of de ziekelijke verschijnselen die men aan de *Mangiferas* en de *Jambosas* trouw waarnemen kan, nu ook dezelfde oorzaken hebben, durf ik niet beweren en ik geloof ook niet, dat die verschijnselen tot heden nauwgezet zijn onderzocht en bestudeerd, maar dat zij analoog zijn aan die der *kina*, komt mij meer dan waarschijnlijk voor.

De *theeroest*, synonym dus met de *kinaroest*, heeft op *Java* zoowel als daar buiten, sinds jaren, onberekenbare schade aangericht en geheele thee-établisseminten zooal niet ten gronde gericht, dan toch tot vrij waardelooze of onvruchtbare kapitalen gereduceerd.

Het eigenbelang der ondernemers deed instinktmatig, naar alle denkbare middelen zoeken om de dreigende ramp te bezweren en menigmaal dacht men intensive wapenen gevonden en toegepast te hebben, maar men heeft de kwaal niet onderdrukt.

Op het thee-etablisement *Parakansalak* in het Zuid-Westen der *Preangerregentschap*, dacht de bekwaame en energieke planter en fabrickant, de heer A. HOLLE, het een heel eind te hebben gebracht door zijne thee-heesters te bedekken met *rijststroo* of anderen afval. Onder die bedekking bleven de planten vrij en groeiden ongestoord voort. Men kan dit middel verklaren, nu men de zekerheid heeft, dat insecten de vernielals zijn, maar toepasselijk op groote schaal, is het zeker niet te noemen.

Een ander middel zocht de heer HOLLE met succes, in eene diepe grondbewerking, zoo zelfs, dat hij tusschen de rijen theeheesters, diepe groeven maakte en de heesters zelven schier geheel met aarde bedekte.

Al die middelen zijn palliatieven welke de oorzaken van het kwaad niet wegnemen en het zal een wanhopende taak blijven zekere insekten-soort in haar geheel, ook maar plaatselijk uit te roeien.

Kan men de oorzaken dus niet wegnemen, men zal verplicht blijven de gevolgen zoo veel mogelijk te beperken en dan is men bij de Gouvernements-onderneming den besten weg opgegaan. Men maakt er jacht op het gedierte; snoeit en verbrandt de aangetaste plantendeelen, ter stuiting van het plaatselijk kwaad en tot dooding van nieuwe kiemen en men wijdt de meeste zorgen mede aan den bodem, ten einde aan het plantsoen voeding en kracht te verzekeren ter ernstige weerstandsbeding.

De natuur blijft ons in vele opzichten en in vele gevallen, een gesloten boek. Zullen wij daarom verzuimen die natuur onafgebroken en met volharding gade te slaan en te raadplegen? Dat zij verre van ons en in tegendeel behoort ook de verstandige en ijverige planter, hardnekkig voort te gaan met het streven naar licht, allereerst naar feiten, die hij in onderling verband tracht te brengen en die hij ook daarvoor trouw opteekent en aan de aandacht onderwerpt van hen die meer bizonder geroepen zijn om nieuwe feiten te bestudeeren, ze aan de reeds geijkte wetenschap te toetsen en dan zoo mogelijk nieuwe theoriën op te bouwen, daar de theorie toch is en blijft, de verklaring van verschijnselen."

Dat men als practicus in zijne waarnemingen en gevolgtrekkingen voorzichtig en geduldig moet zijn, ervaart men alras, als men met waarlijken ernst en ijver zijn mandaat opneemt en volbrengt.

Elkeen vindt gaarne iets nieuws, levert gaarne iets origineels, maar de wetenschap is niet in eens opgebouwd, dankt haar wording en ontwikkeling aan eene reeks van waarnemingen en feiten, welke elk voor zich, niet van zoo overwegend belang voorkwamen, maar die te samen, dat groot en goed geheel

vormen waarop men vruchtbaar voort kan bouwen, terwijl men er intusschen reeds partij van trekt.

De geschiedenis der kinakultuur op *Java* en in *Britsch-Indië*, is die van afwisselende illusiën en teleurstellingen. Dat konde zij slechts zijn, omdat men veelal voorbarig was, ja meermalen ook niet zonder passie bleef. Men wenschte te spoedig, groot-sche uitkomsten en wilde steeds verklaren en besluiten, waar men nog maar eenzijdig, ja soms zelfs, verkeerd had waargenomen.

In het jaarverslag over 1865, schreef ik:

„Nog is de wetenschap niet op het al-verklarend en voor-zeggend standpunt, dat zij later zal innemen en nog mogen wij derhalve denken aan grillen van het plantenleven en verborgen natuurkrachten, om niet te spreken van plaatselijke en tijdelijke plagen, waaronder wij vernieling door dieren, woestingen door atmosferische invloeden enz. rekenen”.

Voortdurend werd er naar gestreefd om uit de massa van beschikbare kinasoorten en variëteiten, die bij voorkeur te vermenigvuldigen, welke door de wetenschap als de meest deugdzame waren aangewezen. De planter liet zich voorlichten door de scheikundige analyse van den kinabast, omdat hij terecht van oordeel was, dat de *kinine-rijkste* soorten en variëteiten, de meeste aanbeveling blijven verdienen, zoo men ze met betrekkelijk gelijke moeiten en kosten produceeren kan.

De scheikunde achtte zich genoegzaam voorbereid en gereed, maar juist hare aanwijzingen hebben ons bij herhaling teleurgesteld, want de voortschrijdende wetenschap en ervaring, leerden ons dat, hoe goed en stellig men het ook meende, in zake scheikundige onderzoekingen van kinamaterieel alweder niet het laatste woord gesproken was.

Zoo vond men b. v. in een bast een groot alkaloid-gehalte en proklameerde hem dan voor rijp en waard om gekweekt te worden. Soms meende men, — geschiedenis der *Cinchona Pahudiana*, — aanvankelijk met een gering gehalte tevreden te mogen zijn, omdat men de toename met den leeftijd dacht te kunnen voorspellen.

Jaren lang, bepaalden de analytici alleen het *totaal der alkaloiden* van eenen bast, met aanwijzing voorts van wat daar-

onder voorkwam als *kinine en analogen en cinchonine en analogen*. De oplosbaarheid der alkaloiden in *aether*, wees den bast meer bepaald zijn standplaats en waarde aan. Van afscheiding der onderscheiden alkaloiden, was geen sprake; men kende langen tijd zelfs al de kina-alkaloiden niet, nog minder hunne reaktiën.

De oorspronkelijk op *Java* ingevoerde *calisaja* werd sedert 1864 met alle krachten en zorgen, snel vermenigvuldigd, omdat herhaalde analyses daarin een groot gehalte alkaloid, meereendeels *kinine en analogen*, d. w. z. in *aether* oplosbaar, aanwezen. Later, toen men die analogen van wat naderbij leerde behandelen en afzonderen, was het met de gedachte waarde van den *calisaja*-bast, weder gedaan.

En zoo is het altijd gegaan en is onze kinologische wetenschap niet dan met onafgebroken schommelingen ontwikkeld.

Hetzij verre van mij, dat ik het de scheikunde zou willen verwijten, wij zoo gedurig in onze verwachtingen beschaamd zijn geworden. Het was slechts mijne bedoeling te doen uitkomen, dat men in waarnemingen en konklusiën beiden, onzichtig behoort te blijven en het autoriteits-geloof niet altijd als een evangelie voorop mag staan.

Juist aan den strijd en de teleurstellingen danken de kinologische onderzoekingen hare uitnemende ontwikkeling en resultaten en mits men nu slechts gelooven blijve aan het nog onvolmaakte en onvolledige onzer kennis, is het te voorzien, dat nog menige vruchtbare schrede voorwaarts gedaan kan en zal worden.

In het begin van 1877 werd op mijne warme aanbeveling, de kontroleur bij het binnenlandsch bestuur op *Java*, R. VAN ROMUNDE, aan den directeur der Gouvernements kina-onderneming toegevoegd, om dezen vooral bij den eigenlijken veldarbeid behulpzaam te zijn.

De heer VAN ROMUNDE had mij nabij twee jaren als secretaris ter zijde gestaan en ik waardeerde in hem een ambtenaar met grooten ijver en een goeden zin om zich zelve verder te ontwikkelen.

Hij had groote liefde en ingenomenheid voor de kinakultuur

opgevat door onze veelvuldige gesprekken zoowel als door eene inspektie der kinatuinen waarbij hij mij in 1876 volgde.

Den ijver en de voortvarendheid van VAN ROMUNDE kennende, waarschuwde ik hem nu niet al te spoedig te oordeelen, niet dadelijk bereid te zijn tot het aanbrengen van wat hij zou denken „verbeteringen” te kunnen heeten en vooral geen ingrijpenpe kultuur-maatregelen te nemen, zonder voorafgaande raadpleging van oude rapporten en aantekeningen en van den meer ervaren en bovendien wetenschappelijk degelijk onderlegden chef, den heer BERNELOT MOENS.

In weerwil van deze waarschuwingen ontving ik alras brieven waaruit bleek, dat VAN ROMUNDE, zooals ik wel wist, een ijvrig waarnemer was en voorts allervaardigst, om tal van gebreken en leentten te ontdekken en die aan te wijzen met gelijktijdige denkbeelden ter verbetering.

Ik waarschuwde op nieuw tegen voorbarig oordeel en het veronachtzamen van rijper ervaringen, maar was het met den heer MOENS eens, dat het geen kwaad kon een nog jong en ambitieus ambtenaar, binnen zekere grenzen, eenige vrijheid te gunnen.

In de maand Februari 1878 nu, schreef de heer VAN ROMUNDE, over wiens uitstekende diensten de heer MOENS bijzonder loflijk spreekt, — mij :

„Proeven in het groot, neem ik vooreerst niet meer. Ik moet „erkennen wel een weinig angstig te zijn geworden met het „nemen van proeven omdat ik al zoo dikwijls ben teleurgesteld. „In het begin van November ll. meende ik ook stekken bij „duizenden te zullen zien bewortelen. Na eene ernstige studie „over dit onderwerp, in de illustirte Gartenzeitung, een opstel „van DECHEVALLERIE, te hebben gelezen, maakte ik een paar „broeibakken, doch zag daarin mijne jonge uitloopers de een „na den ander sterven. Andere stekken, van reeds onderzochte „boomen, maakten wel callus doch legden het ook weder af.

„En zoo is er meer. 't Was mij een troost, toen u mij „schreef het niet tegen mij pleitte, zoo ik niet dadelijk de „moeielijkheden kon oplossen. En een feit is het ook, zooals „u mij schreef, dat ik nu al wel eens lachen moet over theo- „riën die ik voor maanden geleden, apodiktisch verkondigde.

„k Ben wat kalmer geworden in mijne beschouwingen en ook
 „in mijne proefnemingen en begin wat meer waarde te hechten
 „aan ondervinding door anderen en mijzelven opgedaan.”

„Ik blijf nog steeds de illusie koesteren een 50,000 stekken
 „van *Ledgeriana*, tegen einde '78 beworteld te krijgen. Ik
 „heb. . . . enz.

Hier gaat de jeugdige, ambitieuze vriend weer wat lucht-
 kasteelen bouwen en zich door schijn verblinden. Het eind-
 verslag toch over 1878, zal naar mijn volle overtuiging bewij-
 zen, dat het weer een illusie bleef. Het stekken der deugdzame
Ledgeriana gaat niet zoo gemakkelijk met de beschikbare in-
 richtingen en als men er in een zeker jaargetij al eens voorspoed
 mee ervaart, ziet men dadelijk weer voorbij, dat het materieel
 voor stekken en de saisoenen niet het gansche jaar door even
 gunstig meewerken. Men baseert dan berekeningen op actueele
 toestanden en omstandigheden en zijn deze toevallig in het
 voordeel van den kweeker, dan moet hij zich later wel teleur-
 gesteld zien.

Hoewel de *kinaroest* nu, sedert het jaar 1868, gestadig het
 meerendeel van de Gouvernements kinaplantsoenen afwisselend
 bezocht en hier meer daar minder schade aanricht, zoo vermag
 zij de ontwikkeling van die plantsoenen over het geheel toch
 niet te stremmen, doch belemmert zij den voortdurenden, krachtigen
 groei der planten.

Uit de sedert 1864 aangelegde kinatuinen, zijn nu, tot en
 met het jaar 1877, reeds meer dan 200,000 kilogrammen bast
 geoogst en de oogsten nemen met elk jaar, in hoeveelheid en
 hoedanigheid toe *).

Mag men dus betreuren, dat het niet nog beter gaat, een
 10 à 15 jaren geleden zou niemand, op grond van de tot dien
 tijd opgedane ervaringen, zulke uitkomsten hebben durven voor-
 spellen.

De kinakultuur is dan ook sedert eenige jaren met kracht
 ondernomen door tal van partikulieren en duizenden bunders
 woesten grond zijn reeds door de regeering ten behoeve der
 partikuliere kinateelt, in erfpacht uitgegeven. Dit jaar beginnen

*) De voor de Europeesche markt bestemde oogst van 1878, bedraagt 56000 kilo's.

een paar landheeren van West-Java, die de proeven op hunne uitgestrekte landen reeds enkele jaren vroeger aanvaardden, groote partijen bast voor den uitvoer te oogsten en zoo er geen onvoorziene tegenspoed in den weg treedt, zal de *Java-kina* over een tiental jaren, ontwijfelbaar reeds als een der belangrijkste koloniale produkten op de Nederlandsche markt verschijnen.

b. HET BEKLEEDEN VAN DE LEVENDE KINA-BOOMEN MET MOS.

(*M^c. Ivor's mossaing-proces*).

In het jaarbericht over 1864 werd geschreven :

„Ingevolge advies van den heer DE VRIJ hebben wij, op het voorbeeld van MAC IVOR, eenige kinaboomen met mos bekleed.”

„Het mos houdt den stam in zeer vochtigen staat en het is niet onwaarschijnlijk dat hieraan, het door DE VRIJ opgemerkte hooger alkaloid-gehalte moet worden toegeschreven. Over enkele maanden zullen vergelijkende proeven ons aangaande den waren invloed kunnen inlichten.”

Openhartig moet erkend worden dat deze proeven met mosbekleding zooal niet met vooroordeel, dan toch met eenigen tegenzin genomen werden.

De kina-aanplantingen hadden destijds, verspreid als zij waren in de duistere oorspronkelijke bosschen, nog niet veel te beteekenen en de arbeid van een tiental jaren, had nog tot weinig praktische resultaten geleid. In Indië lachte men vrij algemeen over de kostbare liefhebberij van de regeering om er een kinakultuur op na te houden, waarvan men na zoovele jaren nog geen klinkende uitkomsten kon voorzien en waarvan men dan ook slechts negatieve resultaten bleef verwachten. Men schatte de kinakultuur eene liefhebberij van de elkander opvolgende opperlandvoogden en partikulieren waren zelfs niet te overreden om proeven met de kinateelt te nemen.

In Nederland werd de minister van koloniën elk jaar geïnterpelleerd omtrent de teleurstellingen die men van de kinakultuur meende te ervaren, minstens over de traagheid waarmede de jeugdige onderneming, in vergelijk met die in Britsch-Indië, zich ontwikkelde.

De illusiën van den invoer van de kinakultuur op Java waren verdwenen en bij het publiek was de zaak in discredit geraakt door den jarenlangen strijd die mannen van naam, in den regel niet zonder passie, over haar voerden. Die strijd, tot zelfs in dagbladen, liep zoo hoog, dat de Gouverneur-Generaal SLOET VAN DE BEELE moest verzoeken daaraan een einde te maken.

Onder zulke omstandigheden de leiding der kultuur aanvaardende, was ik in de eerste plaats bedacht op een ernstig streven naar zoodanige maatregelen en verbeteringen, als tot eene redelijke ontwikkeling van de onderneming zouden kunnen leiden en in zooverre werd dit streven vergemakkelijkt, dat wij althans wisten op den door JUNGHUHN ingeslagen weg niet te mogen voortgaan.

In Britsch-Indië, om zijn beweerd succes met de acclimatatie van den kinaboom ons altijd tot voorbeeld gesteld, had men juist de tegenovergestelde richting van JUNGHUHN gevolgd en ik meende mij voorshands tot een middenweg te moeten bepalen om dan gaandeweg met de voortschrijdende ervaringen, de beste methode te leeren kennen en te volgen.

Men was op Java aan eene veelzijdige bemoeienis met de kinakultuur gewoon geraakt. Gedurig werd het opperbestuur door dezen of genen belangstellende op feilen en mogelijke verbeteringen attent gemaakt. Dan ontving de Gouverneur-Generaal een *dépêche* ter zake en de leider der kultuur kon zich weer aan de schrijftafel zetten om de geopperde bezwaren te weerleggen of ook te verzekeren, dat hij de gegeven wenken zou behartigen.

Ook onder de hooggeachte leden van de Koninklijke Akademie, zijn altijd mannen van erkende autoriteit, als de heeren MIQUEL en OUDEMANS geweest, die mij op loijale wijze met raad ter zijde stonden en nooit is iets verzuimd om tegen eenzijdige richting te waken, waarom met vele buitenlandsche autoriteiten op het gebied der kinologie, als de heeren JOBST, ZIMMER, KERNER, SOUBEIRAN, HOWARD, HASKARL en de leiders der kina-ondernemingen in Bengalen, Madras en op Ceijlon, leerzame relatiën werden aangeknoopt en volgehouden.

In Indië zelve stonden de heeren TEIJSMANN, SCHEFFER en BERNELOT MOENS, de zaak met onverflauwden ijver, door hunne praktische en wetenschappelijke kennis ter zijde.

Vóór alles bleef het streven om zoodra mogelijk, *kinaboomen* te verkrijgen, want zonder boomen geen produkt en zonder produkt geen voordeel noch afdoende gelegenheid om de praktische waarde der onderneming met zekerheid te beoordeelen.

De geschiedenis heeft nu sedert jaren gerecht en is het best mogelijk, dat het succes veel grooter had kunnen zijn, twee feiten blijven niettemin onomstootelijk.

Eerstens, is er steeds voortgekweekt van die kinasoorten, welke door de scheikundige analyses als de besten waren aangewezen en *ten tweede*: de ongestoorde ontwikkeling der plantsoenen werd sedert 1868, afwisselend gehinderd door de hiervoren behandelde ziekte.

Alle waarnemingen en verschijnselen pleiten er voor, dat zonder die ziekte, de kinaplanten op Java zoo snel en welig tieren als inheemsche gewassen.

Ook is er sedert 1864 aanhoudend naar gestreefd om nieuwe kina-zaden en planten uit Amerika te ontvangen en werden ruilingen aangegaan met de Britsch-Indische plantages.

Gaandeweg zijn zoo rijker soorten aangewonnen, ontvingen wij uit Britsch-Indië, de deugdzame *C. Officinalis* en de ge waardeerde *C. Succirubra*; uit Amerika eindelijk, — in December 1865, — de zaden van de later als *Ledgeriana* beroemd geworden kina.

Eerst in 1872 waren wij, door de beschikking over voldoende materieel en door de vorderingen van de scheikundige analyses zoover, dat wij wisten ons voortaan te moeten bepalen tot de kweeking van *C. Ledgeriana* en *Officinalis*, ter produktie van fabriek — en tot de kweeking van *C. Succirubra*, ter produktie van pharmaceutischen bast.

Voor proefnemingen, die niet dadelijk den groei en de vermenigvuldiging van boomen ten doel hadden, was er dus in de eerste jaren, nog geen tijd. Zij werden prematuur geacht en gaf ik er gevolg aan, ik erken het gaarne, het was dan niet met volmaakte toewijding.

Zoo ging het dan ook met de mosbekleding waarvan M^c IVOR in Madras zich gouden bergen voorstelde.

In zijne nota „On the propagation and cultivation of the medicinal cinchonas” gaf M^c IVOR in 1867 andermaal een uit-

voerige beschrijving van zijne mosbekleding der kinaboomen en van haar doel en werking.

Hij meende dat de kinine en nevenalkaloïden in de bladeren der boomen gevormd worden en wel aan de kinazuren gebonden, om later in den bast te worden afgezet, waar dan met de vermeerdering van het celweefsel, een aanwinst van zuivere kinine zou plaats hebben. In dit celweefsel van het *liber* zoude echter, tegenover de gestadige afzetting van alkaloid, eene vermindering van *kinine* plaats hebben tengevolge van de inwerking van licht en lucht op den bast. Konde men dit oxydatie-proces, zoo meende MC IVOR, nu tegengaan, dan zou de kinineformatie of aangroei ongestoord voortgaan en in den bast van *succirubra*, tot zeventien procent stijgen kunnen.

Het middel om het oxydatie-proces te stremmen werd gezocht en naar MC IVOR's beweren gevonden, in eene afsluiting van den bast van de lucht en van het licht, door een bekleding met mos.

Op *Java* werden diensvolgens reeds in 1864, honderden boompjes met mos bekleed en de heeren DE VRIJ en MOENS in de gelegenheid gesteld de uitkomsten analytisch te onderzoeken. De analyses hebben toen echter niet tot een beslissing geleid. MOENS konstateerde eene vermeerdering van alkaloiden (zie jaarbericht 1870) in vier boompjes die een jaar lang met mos waren bekleed geweest en die vóór die operatie eveneens aan een onderzoek waren onderworpen.

Had men nu echter het recht om een geringe aanwinst toe te schrijven aan de bekleding met mos, of konde die aanwinst een gevolg zijn van rijper leeftijd der nog jonge boompjes?

DE VRIJ onderzocht twee gelijksoortige, evenoude individuën die naast elkander groeiden en waarvan één met mos was bekleed geworden. In dit exemplaar werden 1,075 pCt. alkaloid doch zonder kinine reaktie gevonden: in het onbekleed materieel 0,07 pCt. alkaloid, met duidelijke kinine-reaktie.

Reeds in 1865 werd door MOENS een analyse verricht van den bast van een driejarig *succirubra* boompje, dat na een tijd lang met mos te zijn bekleed, stierf. Hij wees daarin 2,884 pCt. alkaloiden aan, wat voor *succirubra*-bast niet veel te beteekenen heeft.

Op onze vroegere proeven met mos bekleeding en de daarvan verkregen uitkomsten kunnen dus bezwaarlijk theoriën gebouwd worden. De proeven waren op zich zelve ontoereikend en niet genomen en bewaakt met die nauwkeurigheid en behartiging welke vereischt werden. Ook zal het daaraan wel toe te schrijven zijn geweest dat vele boompjes tengevolge der bekleeding met mos, stierven, na door insecten te zijn aangetast.

In de eerstvolgende jaren werd er niet op teruggekomen. Daar waren andere, meer overwegende eischen; wij hadden plantsoenen noodig en eerst daarna zouden de middelen ter waardevermeerdering, beproefd kunnen en mogen worden.

Ook kwam mij de mosbeksleding op zich zelve niet zoo onwerkzaam en goedkoop voor als men dat wilde voorstellen en leed het uiterlijk aanzien der bekleede basten stellig schade.

Sinds 3 à 4 jaren heeft de heer MOENS, op aandrang van den heer DE VRIJ en op het voorbeeld der *Engelschen*, de proeven herhaald en ditmaal inderdaad met een ander doel. Nu heet het, dat de regeneratie van den kinabast onder mosbeksleding sterk wordt bevorderd. Meermalen moesten wij een boom gedeeltelijk van zijnen bast berooven, hetzij voor analytisch onderzoek dan wel voor herbaria of exposities. Daarvan werd maar zelden schade ervaren en regeneratie van bast had altijd plaats, zij het ook meer of minder snel. Neemt men den bast, met belediging der cambium-laag, weg tot op het hout, dan wordt geen volledig en spoedig herstel verwacht, maar naarmate men den bast oppervlakkiger uitsnijdt, vermeerderen de kansen van eene spoedige en volledige restauratie.

Een geheele serie van flinke *succirubra* boomen werd bestemd om den invloed der jaargetijden op de alkaloid-formatie te onderzoeken. Elke maand werd een lange strook bast ter breedte van $\frac{1}{12}$ van den omtrek, uit de boomen gesneden, zoodat bij het einde van het jaar, de boomen over eene lengte van ± 5 decimeters geringd waren. De individuen doorstonden die belediging best, omdat de gewonde plekken zich regelmatig en snel regenereerden.

Nu schijnen de door MOENS herhaalde proeven te bewijzen, dat de mosbedekking die regeneratie werkelijk zeer bevordert niet alleen, maar ook het kinine-gehalte vermeerdert. De proe-

ven moeten des te beter slagen naarmate zij genomen worden op boomen die niet te oud zijn en in goed gesloten plantsoenen staan. De vernieuwde bast laat zich ook gemakkelijker en in repen uitsnijden. Alzoo is MOENS nu gunstig gestemd voor de mosbekleding doch acht ik voor mij, een beslissend oordeel nog altijd gewaagd niet alleen, maar vrees ik zelfs dat de mosbekleding der kinaboomen nimmer een algemeene toepassing zal kunnen vinden, tenzij deugdelijk gekonstateerd mocht worden, dat de voordeelen door aanwinst van kinine, overwegend zijn. De tot heden verkregen uitkomsten bewijzen weinig, want de individuëele verscheidenheid in alkaloid-gehalte van de kinaboomen is altijd zeer in het oogloopend geweest en de onderzoekingen van enkele exemplaren geven mitsdien geen recht tot besluiten, waarop men kostbare en ingrijpende maatregelen zou mogen verdedigen.

MOENS houdt aantekening van de kosten der mosbekleding, maar men mag ook niet verwaarloozen de meerdere kosten van het schillen der bekleede boomen.

Terwijl men nu reeds sinds 14 jaren proeven met de mosbekleding neemt, eerst om den kinabast te verrijken, daarna om op gedeeltelijk geschilde boomen de regeneratie van den bast te bevorderen en in het geheel, den rijkdom van kinine te verhoogen, is het wel eenigszins wonderlijk dat de voortzetting van proeven urgent blijft. In veertien jaren tijds had men in *Britsch-Indië*, waar men de zaak ijverig ter harte bleef nemen, toch wel tot eene beslissing moeten kunnen komen, want veertien jaren zijn een geheel leven voor eenen op vreemden bodem overgebrachten kinaboom.

En wat zegt Dr. OTTO KUNTZE in zijne in dit jaar verschenen „*Monographische studie nach eigenen Beobachtungen in den Anplantungen auf Java und in Himalaya*”?

Op pag 21 van dit werk leest men:

„Die versuche die Rinde am lebenden Baume streifenweise abzuschälen und dann unter Moosdecke sich neue Rinde, die nach HOWARD sogar sehr alkaloidreich ist, ausbilden zu lassen, haben auch in MUNGPO zu keinen praktischen Resultat geführt, denn die Erneuerung geht zu langsam vor sich und lohnt nicht die angewendete Arbeitskraft.”

Nu heb ik, op grond van KUNTZE's mededeelingen betreffende zijne persoonlijke waarnemingen op Java, wel geen onbepaald vertrouwen in zijn geest van observeeren, maar wat KUNTZE ten aanzien der mosbekleding in BENGALEN bericht, zal ook wel steunen op hetgeen hem daar door de planters zelve is medegedeeld.

Nog is de kwestie der mosbekleding aan de orde, en heeft men reeds eene andere in ijverige behandeling genomen.

Omtrent den zetel der alkaloiden en in het bijzonder van de kinine, heeft men geruimen tijd in het onzekere verkeer.

WEDDEL, KARSTEN, WIEGAND en anderen meenden dat de eigenlijke bast, het *liber*, als de voornaamste zitplaats moet worden beshouwd, maar HOWARD, CARLES en anderen hebben onderscheiden kinasoorten geanalyseerd en in tegendeel bevonden dat de alkaloiden, in het bijzonder de kinine, juist meer in de buitenste schorslagen voorkomen.

Met deze resultaten stemmen de bevindingen van MOENS overeen. In zijn verslag over het 4^e kwartaal 1877, lezen wij:

„Voorts bevestigen eenige analyses van verschillende kinasoorten, de meening dat het alkaloid-gehalte in den bast afneemt naarmate men meer naar binnen gelegen bastdeelen onderzoekt en leerden ze dat de schorsschilfers, die bij oude boomen dikwijls worden afgestooten, ook nog tamelijk veel alkaloiden bevatten. Bij de Amerikaansche basten waren deze lagen door de verzamelaars zelve, dikwijls opzettelijk verwijderd en weggevoeren.”

Op grond dezer waarneming heeft MOENS een proef genomen om van onze kininerijke *Ledgeriana* alleen de buitenste bastlagen, dus niet veel meer dan den schors weg te snijden, zoodat nog een deel van de bastvezellaag, ter bedekking van het *Cambium*, overblijft. Een zestigtal boomen zijn op die wijze behandeld en hadden daarvan na een paar maanden, geen zichtbaar kwaad ondervonden. Er heeft eene krachtige regeneratie plaats en de vraag is nog onbeslist, of er bij zoodanige belediging van den boom, eene geheele vernieuwing van bast, dan wel een herstelling van het weggenomen gedeelte plaats vindt.

Binnen weinige dagen vormt zich eene duidelijke laag *kurk* en men vermoedt, dat de op den stam gelaten bastdeelen

worden afgestooten en er dus een geheel nieuwe formatie plaats heeft.

Mocht dit werkelijk het geval zijn, dan zou men voor het feit staan, dat men het deugdzaamst gedeelte van den bast, — de uitwendige deelen, — exploiteeren en binnen twee à drie maanden, op nieuw, een circa acht millimeters dikke laag wegsnijden kan. De proeven zijn echter nog onvolledig en dan zal nog altijd ervaren moeten worden, „hoe dikwijls men op die wijze van denzelfden stam oogsten kan,“ terwijl men ook niet uit het oog verliezen moet, dat de proeven nu nog genomen worden onder rechtstreeks toezicht van bevoegde personen, dus met oordeel en beleid en men bij het oogsten van bast in massa, het wegsnijden der externe deelen moet overlaten aan Inlanders die ons volstrekt niet waarborgen, dat zij kwetsingen zullen vermijden.

Men lette er wel op dat het geen bagatel is om, zooals nu reeds een drietal jaren geschied is, jaarlijks omstreeks 100000 ponden drogen bast te produceeren, die basten met zorg te snijden, te drogen, te sorteeren en te verpakken. De verschgesneden bast droogt 60—66 ten honderd in en om 100000 ponden te kunnen afleveren moet men dus driemaal dat gewicht oogsten. Gedurende den westmousson, als het in het gebergte schier dagelijks regent, men daar althans op regen rekenen moet, kan men ook wel oogsten en drogen, maar dan ervaren die werkzaamheden gedurig stoornis en worden zij kostbaarder naarmate men, met het oog op dreigend weder, meer handen beschikbaar houdeu moet om bij eventueële noodzakelijkheid, het te drogen liggend produkt snel onder dak te brengen.

Het drogen van den bast toch, heeft in het zonlicht plaats. De basten die ter lengte van 2 en ter breedte van $\frac{1}{2}$ decimeter gesneden worden, legt men ordelijk gerangschikt, op bamboezen rekken uit. Naarmate ze door indroging aan volumen verliezen, vult men de rekken met verschen bast aan en worden bij een ordelijken arbeid dus voortdurend, vele en wel geoefende handen vereischt.

Mocht het oppervlakkig uitsnijden van den bast uit de levende boomen, door de uitkomsten van de nu op groote schaal genomen wordende proeven aanbeveling verdienen, dan is het duidelijk, dat het oogsten op zichzelf veel kostbaarder en in het

geheel een meer beteekenende arbeid zal worden. Daarmede moet een industriëel wel degelijk rekening houden zal hij zich in zijn balans van kosten en inkomsten niet teleurgesteld zien.

Tot heden heeft het oogsten van den kinabast op Java, als volgt plaats.

Zoodra tijd en weêrsgesteld gunstig voorkomen, wijst de beheerder der onderneming op elk établissement, — er zijn zeven établissements, — den opziener de plantsoenen aan waaruit geoogst moet worden.

Dan gaat de opziener met zijnen mandoer en eenige flinke vaste arbeiders naar de tuinen en wijst voor zooveel noodig, de individuën aan die geëxploiteerd moeten worden. Bij elken boom plaatst men een zichtbaar teeken, een stukje hout of bamboe. Een paar arbeiders graven de wortels der boomen bloot; een paar anderen volgen op den voet en schillen de boomen tot 2 à 3 voeten boven hun basis. Nu kan een derde ploeg de zoo gedeeltelijk geschilde boomen gemakkelijk kappen, zonder eenig gevaar dat daarmede verlies van bast gepaard zal gaan.

Is een boom gekapt, dan hakt men er de takken af en brengt daarvan de zwaarsten, benevens den stam, naar een geschikt punt in het plantsoen, waar de vrouwen der arbeiders zich vereenigen om stammen en takken op maat te schillen.

Tegen schafftijd worden de geschilde basten in draagmanden medegenomen naar het établissement en daar overgegeven aan het met het drogen belast personeel.

Door deze verdeeling van den arbeid gaat alles prompt en ordelijk voort.

De *Ledgeriana*-boomen worden niet uitgegraven maar $\frac{1}{2}$ voet boven den grond afgezaagd, omdat de overblijvende stompden welig uitloopen en hunne spruiten het best materiëel voor stekken zijn. Een paar uitloopers laat men doorgroeien om nieuwe stammen te vormen. Zoodra echter de oogstbare plantsoenen meerendeels uit *Ledgeriana's* bestaan, zal het rationeel zijn ook deze uit te graven, omdat aan de stompden de zwaarste en rijkste bast zitten blijft en ook de wortelbast zeer veel kinine houdt.

Veelzijdige proeven hebben bewezen dat de omschreven oogstwijze, de meest rationeele en voordeelige tevens is. Immers, op elk établissement worden toch kweekerijen aangehouden en kan

men dus het numeriek verlies van boomen, door het oogsten veroorzaakt, dadelijk vergoeden door aanvulling en bijplanting.

Een nieuw plantsoen ontwikkelt, onder normale omstandigheden, minstens zoo snel als de vorming van nieuwe stammen, op de afgehouden of afgezaagde boomen, plaats heeft.

De ouderdom waarop men de boomen schillen kan staat in 't nauwst verband met de ontwikkeling dezer. Groeien ze ongestoord, worden ze niet door den *Roest* gehinderd, dan kunnen zij na 6 à 8 jaren reeds zooveel en goed produkt leveren, dat ze met rede te exploiteeren zijn.

Ziekte en andere invloeden van lokalen aard maken echter dat een plantsoen niet regelmatig ontwikkelt en men bij het oogsten zich tot het uitdunnen bepaalt, tenzij men het plantsoen in zijn geheel, ter verwisseling wil opruimen.

De tegenspoed kan intusschen beduidend zijn en nog veroorloven men na 8 jaren een produktie wint die alle kosten ruim vergoedt, zelfs van de inférieure kinasoorten.

Omtrent de wijze van verpakking der basten, het oordeel van deskundigen en van den handel hierover, behoeft niet meer gesproken worden. Dit jaar had te Amsterdam voor de 8^e maal een openbare veiling plaats en de veilingen zullen jaarlijks van meer beteekenis worden.

Zooals de oogst, de verpakking enz. op Java begonnen werden (in 1869) zoo zet men ze ook nu nog voort omdat daartegen nog geene ernstige bedenkingen zijn geopperd. Toen wij op Java met deze werkzaamheden begonnen, waren ze ons natuurlijk geheel vreemd en moesten we geheel op eigen oordeel afgaan. Het voorbeeld van Amerika kon niet tot leidraad strekken aangezien de omstandigheden daar en op *Java* zoo verschillen en ik geloof dat de handel en nijverheid er zich nog niet over te beklagen gehad hebben, dat wij eene eigen methode volgden en dat zelfs in de Engelsche koloniën, niet met gelijke zorgen bij den oogst gehandeld wordt.

Geenszins wordt hiermede echter beweerd of bedoeld, dat er nog niet zeer veel te leeren en te verbeteren valt, maar zoolang er geene werkelijke verbeteringen zijn aangewezen, moet het verstandig heeten aan het bestaande vast te houdeu.

C. OVER DE VERBASTERING DER KINA.

Hybridisatie.

In 1874 had ik de eer de Akademie eene nota aan te bieden waarin meer bepaald de kwestie der mogelijke verbastering van de op Java ingevoerde kinasoorten werd behandeld.

Beslist konde toen de vrees nog niet weerlegd worden, maar evenmin hadden wij het recht haar, op grond van rijpe ervaringen, te koesteren.

Aangetoond werd, dat althans de vermenigvuldiging van de *C. Pahudiana* en *Succirubra*, zoomede van de *C. Officinalis*, ons nog niet had beangst en dat omtrent de *Calisaja* nog weinig zekers konde gezegd worden, wegens de groote verscheidenheid van moederboomen waarvan de geschiedenis niet geheel zeker was.

Voorts werd aangeteekend:

„In December 1865 ontvingen wij, onder den naam van „*Calisaja*, zaden uit Amerika door LEDGER. In de tweede helft „van 1872 konden van deze kinasoort voor het eerst, eenige „stukken bast onderzocht worden en treffend bleek toen het hoog „kinine-gehalte, dat tusschen 5—10 ten honderd liep. Sedert „zijn nabij 4000 kilogrammen van dezen bast geoogst en is er „ook in den handel, maar één roep over zijne superioriteit.”

„Ruim veertig bloeiende boomen, van 7—8 jarigen leeftijd, „zijn scheikundig onderzocht en behoorlijk geregistreerd. Meer „dan 70000 afstammelingen zijn daarvan door zaden gewonnen „en nu zullen wij over vier jaren, afdoende in de gelegenheid „gesteld kunnen worden om te onderzoeken welke waarde de „hierboven bedoelde vrees heeft. De Ledgerianas onderscheiden „zich door een klein, zuiver wit bloempje en een zeer kleine „ovale vrucht. De bladvorm is niet karakteristiek, daar men aan „dezelfden boom, bladeren van onderscheiden vorm en grootte „kan treffen. Enkele individuen hebben een blad dat aan de „onderzijde zuiver kastanjebruin gekleurd is. Uit de meer dan „40 analyses is echter niet te besluiten tot de meerdere of mindere voortreffelijkheid der boomen met duidelijk onderscheiden „bladvormen. Ook komen er rijke exemplaren voor waarvan de

„bloempjes niet zuiver wit zijn. Botanische kenmerken op te geven schijnt dus moeielijk maar toch treffen de *Ledgerianas* den kenner door hun geheele voorkomen en stellen zij een wel te herkennen type voor.

„Ik behoef hierbij niet te voegen dat met de kunstmatige voortkweeking ijverig wordt voortgegaan. Dit jaar (1874) hopen wij door zorgvuldig stekken, meer dan 20000 planten te winnen.”

Vier jaren zij we thans gevorderd en met het meer uitsluitend vermenigvuldigen van de *Ledgeriana* is ijverig voortgegaan.

Honderden moederboomen bloeien nu en de meesten dezer zijn scheikundig onderzocht. De 70000 afstammelingen zijn tot 300000 aangegroeid en tot en met 1877, zijn ongeveer 9400 kilogrammen *Ledgeriana* bast aan de markt gebracht, zullende in dit jaar nabij 3000 worden geproduceerd *). De bast blijft zijn roem handhaven, brengt dooréén 7 à 8 gulden per kilo op en werd op ééne veiling, toen er op de markt een groote behoefte aan goeden fabrieksbast was, zelfs tot in de twintig gulden verkocht.

Vier jaren zijn verlopen en onze voorspelling is bewaardheid dat wij nu in de gelegenheid moeten zijn om na te vorschen, of de voortkweeking door zaden, tot eene waardevermindering der soort heeft geleid.

MOENS onderzocht den bast van vier boompjes die tegen het einde van 1874 werden geplant. Die bast kon natuurlijk nog niet volvormd heeten maar de analyses hebben er toch den *Ledgeraard* in doen herkennen, door de bevinding dat het scheikundig gehalte tred houdt met het uiterlijk en het dus mogelijk zal zijn om in de plantsoenen zelve, de rijke van de inferieure individuen te onderscheiden.

Bij de voortkweeking der *Ledgers* door zaden, is altijd met de meest mogelijke zorg te werk gegaan. De onderscheiden officiële kwartaal- en jaarverslagen kunnen hiervoor getuigen. De vorming van hybriden werd zooveel mogelijk bemoeielijkt, door gestadig de bloemknoppen te verwijderen van de in de buurt der *Ledgers* staande andere kinasoorten.

Onder hybriden meen ik dus meer bijzonder te mogen verstaan, de afstammelingen van aanverwante soorten; onder bastaards

*) Geoogst zijn in 1878, — 4200 kilo's.

en variëteiten, de nakomelingen van verschillende, onderling niet volmaakt gelijke individuen van dezelfde soort.

Was de vorming van hybriden nu nog mogelijk, daar de wind en de insekten het pollen uit verwijderde plaatsen kunnen overbrengen, van grooter en meer dadelijken invloed moesten de *Ledgerboomen* op elkander blijven, daar zij in tuintjes van honderden of duizenden individuen bijeenstaan.

De mogelijkheid der vorming van bastaards en variëteiten is dus niet absoluut buitengesloten, maar daar alle oorspronkelijke *Ledgers* rijk zijn aan kinine, — van 4 pCt.—14 pCt. — zoo zal men bij eventueële kruising, in doorslag toch wel altijd een rijken bast moeten kweeken, zelfs al gebiedt de natuur onafgebroken en absoluut, een mutuele bevruchting.

Het ging niet aan om, al ware dit doenlijk geweest, de minder deugdzaame *Ledgers*, zoodra deze begonnen te bloeien, ter wille van de kinine-rijkeren te amoveeren, maar bovendien zou men dan hebben moeten beginnen met een onderzoek van alle boomen, wat niet wel doenlijk zou zijn geweest. Door inboeting, waren in de *Ledger*-plantsoenen in 1867, eenige ordinaire *Calisajas* terecht gekomen. Deze deden door uiterlijk voorkomen zich later wel onderscheiden, maar zoodra zij bloemknoppen maakten, werden zij ten overvloede, scheikundig onderzocht en zoo noodig uitgegraven.

Nu de *Ledgers* schier allen gebloeid hebben zullen zij te samen, den invloed van buiten wel afdoende gebroken hebben, maar toch heeft men nu ook weder kunstmatige bevruchting beproefd en eenige bloemtrossen door fijngazen omkleedsel geïsoleerd.

Het in December 1865 uit Amerika ontvangen *Ledger*zaad gaf ons 12000 planten, die gebleken zijn zoowel in scheikundig gehalte als in uiterlijk voorkomen, zeer sterk uit één te loopen. Het kan dus niet verwonderen dat ook onder de zaailingen van deze moederboomen, eene gelijke speling wordt waargenomen, maar daar heescht een onmiskenbaar verband tusschen dat voorkomen en het alkoloïd-gehalte en de zorgvolle en opmerkzame beheerder der onderneming, behoeft bij het oogsten, dus niet alles dooreen te warren.

Toen wijlen Dr. MIQUEL zich bezig hield met het onderzoek

en de bestemming van de Java-kinasoorten, had ik het voorrecht hem voor zijn onderzoek het noodig materiëel te verschaffen en daarbij de verlangde inlichtingen naar de aanwijzingen der natuur te verschaffen. MIQUEL vroeg mij gedurig om nadere détails en zoo ook eens: „Hoe ik de *Ledgers* onderscheidde?” Ik moest in gemoede antwoorden: „Ik weet het niet (de boompjes waren toen nog zeer jong en niet een er van in bloei) maar de geheele vorm en habitus zijn typisch en ik voor mij zal me moeielijk vergissen, omdat ik zelf de planten kweekte en zag opgroeien. Zij hebben iets dat ze van de gewone *Calisajas* onderscheidt, zonder dat ik juist de karakteristieke teekenen kan opgeven. Deze drukken zich in het geheele voorkomen van de planten uit. Het gaat er mede als met een kudde Javaansche buffels, die een vreemdeling niet kan onderscheiden, terwijl de jeugdige Inlandsche wachter, elk individu dadelijk herkent.”

Merkwaardig nu is hetgeen Dr. KUNTZE in zijn vroeger reeds genoemd werk zegt:

„Die Zusammenstellung der Namen und Begriffe *C. Calisaja-Ledgeriana* führt offenbar zu falschen Schlüssen. Man darf nicht glauben dass obrige $77931 + 24910 + 120359 = 223200$ *Calisaja-Ledgeriana*, die als *Ledgeriana* bezeichnet würden, die berühmte *C. Ledgeriana* sei, darf auch nicht daraus schliessen, dass letztere reife samen liefere. Die Bäume die mehr als 10 pCt. kinine in der Rinde euthalten, sind auf Java sehr selten und so gut wie steril; dass weiss ich durch autopsie, selbst die mit 5 pCt.—10 pCt. sind selten.”

Het is inderdaad te betreuren dat een man als KUNTZE, zulke onjuistheden durft schrijven en door zijn beroep op autopsie, zijn verklaringen een overwegend gezag bijzet.

De heer KUNTZE vergist zich sterk. Hij heeft zijne cijfers getrokken uit het verslag over het tweede kwartaal 1876 en ik durf de verzekering geven dat de bedoelde 223200 planten wel degelijk afstammen van de bij het einde van 1866 in den grond gebrachte oorspronkelijke *Ledgers*. En hoe de man komt aan de onvruchtbaarheid van de *Ledgers*, is moeielijk te begrijpen, daar de *Ledgers* integendeel zeer vruchtbaar zijn en millioenen zaden hebben geproduceerd waarvan in en buiten de Gouvernements-onderneming, honderdduizenden planten zijn gewonnen.

Om maar één voorbeeld te noemen, daar KUNTZE zoo bepaald op de onvruchtbaarheid van de kininerijke individuen wijst.

Op het Malawar-gebergte staan twee moederboomen, geregistreerd sub n°. 9 en 24. De zaden van deze beide boomen zijn niet altijd uiteengehouden omdat de basten in samenstelling overeenkomen, ongeveer 14 pCt. alkaloiden, waarvan ruim 10 pCt. kinine, bevatten. Van deze boomen zijn betrekkelijk, de meeste zaailingen verkregen doch er werden naar ons oordeel deugdzamer moederboomen gevonden met wel is waar minder alkaloid, maar betrekkelijk meer kinine.

Het is waar dat onder de *Ledgers* exemplaren zijn aange troffen met minder dan 5 pCt. kinine, maar de identiteit dezer werd dan ook, als hiervoren reeds opgemerkt, betwijfeld en zoo dra de scheikundige analyse het vermoeden bevestigde, werden die exemplaren verwijderd.

Hoe kan KUNTZE zeggen dat de boomen met 5 pCt. — 10 pCt. kinine zeldzaam zijn, als hij weten kon en moet, dat er reeds meermalen veilingen van *Ledgerbast* plaats hadden en uit de voor export bestemde massas, — te samen 9400 kilo's, — telkens monsters genomen werden om die aan een analyse te onderwerpen?

De volgende tabel geeft een overzicht van de uitkomsten dier analyses en moet ons een beter indruk verschaffen van het gehalte onzer plantsoenen, dan de heer KUNTZE schijnt ontvangen te hebben.

Jaar.	½ kilo's bast.	Kinine.		
		pCt.	pCt.	pCt.
1873.	2944.	6,69	—5,77	—5,48.
1874.	4500.	7,4	—4,7	—4,3—3,2—7, —5,6—5,4.
1875.	4452.	7,2	—6,7	—3,9—5,1—6,7—5,8—5,2.
1876.	3925.	6,7	—7,2	—3,9—5,1—3,4—3,8.
1877.	2419.	4,9	—6,2	—7, —5,7—6, —4,1—4—3,8.

Deze cijfers getuigen tegen KUNTZE's uitspraak en dat zij nauwkeurig zijn, wordt ons gewaarborgd door de nauwgezetheid van den analytiker, zoowel als door de gretigheid waarmee de kinine-fabrikanten den bast elk jaar tegen hooge prijzen koopen.

Die cijfers loopen voor elk jaar op zichzelf, zeer uiteen

maar de verschillen zijn een natuurlijk gevolg van strenge sorteering, die zware basten van lichter en deze weder van fragmenten en gruis onderscheidt. Talrijke analyses hebben bewezen dat het alkaloid-gehalte van een kinaboom, van beneden naar boven afneemt.

Op pag. 100 gaat KUNTZE nog vrij wat verder, in de negatie van feiten, maar waar zouden we moeten eindigen als wij dezen waarnemer moesten volgen? Men behoeft zich inderdaad niet te laten afschrikken door zijn beroep op autopsie, want brengt KUNTZE den lezer in den waan dat hij maanden lang in Bengalen en op Java zich met morphologische studiën bezig hield, een feit is dat hij in de Java-plantsoenen niet meer dan één etmaal doorbracht en dat hij zich liet voorlichten door opziensers, die hem slechts onvolledig en gebrekkig konden terechtwijzen.

Het aantal werkelijke en deugdzame *Ledgers*, schat KUNTZE op een dozijn individuen en bij voorkeur noemt hij deze onvruchtbaar. Geur heeft hij aan de bloemen niet waargenomen (pag. 77 en 104) hoewel de hem vergezellende opziener zich daaraan verwikte en er hem ook op attent maakte. En op deze négatie baseert KUNTZE dan ook het feit, dat er geen insecten op de bloemen afkomen, die dus geen deel hebben aan de bevruchting (pag. 22).

Waarheid is, dat alle *Calisajas* en in het bijzonder de *Ledgerianas*, de geheele atmosfeer tot in wijden kring, met den aangenaamsten geur bezwangeren en dat de heer KUNTZE ten tijde zijner waarnemingen, dus wel erg verkouden moet zijn geweest.

Insekten, — vooral *bijen*soorten, — zwermen gestadig om de bloemen der kina, maar zij zullen aan de aandacht van Dr. KUNTZE ontsnapt zijn.

En nu moge KUNTZE (pag. IV zijner inleiding) met zelfvol-doening beweren:

„Für die Cultur der Chinarinden-bäume ergaben meine vergleichenden studien die wichtigsten Resultate unz“; wij mogen er gerust op wezen dat zijne aanwijzingen geheel overbodig zijn en dat men op Java zeer goed weet en doet wat er tot eene gestadige verbetering, door keuze, te doen valt.

Of KUNTZE den systematicus een grooten dienst bewezen

heeft, dan wel zich op zijnen weg trouw gevolgd zal zien, waar hij een geheel nienwe methode van bestemmen en benoemen meent te moeten aanwijzen en volgen, durf ik niet beslissen. Ik vrees dat zijne binaire- ternaire- en quaternaire-natuurlijke hybriden, hem op den duur parten zullen spelen, als hij zijne algebraische formules wil volhouden.

Dat de *Cinchonas* gemakkelijk hybriden of bastaards vormen, is nooit ontkend; ook de officiële verslagen van Java getuigen daarvan bij herhaling. De dimorphe of heterostijle bloesem bleef ook niet onopgemerkt; zij was reeds bekend bij de *Cascarrillos*, die het verschil plegen aan te duiden door *Macho*, — bloemen met korte stijlen — en *hembra*, — bloemen met lange stijlen. — De *Ledgers* hebben beide vormen doch de *hembra* is voorheerschend en daaruit zou men mogen besluiten, dat bevruchting van buiten, bij de meeste *Ledgers*, door de natuur zelve wordt in de hand gewerkt.

DARWIN en later HILDEBRAND en MULLER, meenen te hebben aangewezen dat planten met dimorphe bloesem, van wederkerige of onderlinge bevruchting afhankelijk zijn en dat zij zich zelve maar zeldzaam en dan nog met weinig succes bevruchten.

KUNTZE is het hiermede volkomen eens en voegt er bij, dat het spoedig afvallen van de Corolla, bij de Chinchonen de invloeden van buiten nog bevordert.

Ontkennen mogen wij deze vooronderstellingen niet, maar toch wil ik een merkwaardig voorbeeld aanhalen ten bewijze, dat het niet absoluut noodig, dus niet onvermijdelijk is, de Chinchonen en hier met name, een *Ledger-hembra*, de bevruchting door vreemde pollen ondergaat.

Te Nagrak werden tegen het einde van 1866, een honderdtal planten in den grond gebracht, gewonnen van het door LEDGER ontvangen zaad. Het plantsoen ontwikkelde vrij goed maar vele planten bleven achterlijk of stierven. Een der fraaiste boompjes, staande in de buitenste rij, onmiddelijk naast eenige *lancefolias* en tegenover een *succirubra* tuin, begon in 1873 te bloeien en de scheikundige analyse wees toen in den bast 9,22 pCt. alkaloiden, waarvan 7.49 pCt. kinine en 1.41 pCt. amorph alkaloid, aan. Het individu mocht dus bijzonder rijk heeten en had een zuiver typisch voorkomen. Zoodra de boom bloem-

knoppen maakte, is er zorgvuldig opgelet, dat in zijne buurt, alle kinaboomen vrij van bloemen bleven. Andere *Ledgers* bloeiden nog niet en zoo ergens, dan was het hier wel moeielijk om den eenigen bloeienden, geregistreerd sub n°. 17, absoluut te beschutten tegen bestuiving, want het établissement Nagrak ligt tegen de helling van het Tangkoeban-Prahoë gebergte en boven het *Ledger*plantsoen strekken zich uitgebreide aanplantingen van *Calisaja* uit, vanwaar zoowel de wind als de insekten, het pollen der duizenden bloeienden boomen, benedenwaarts kunnen voeren. Daartegen waren in geen geval maatregelen te nemen.

Ledger n°. 17 heeft intusschen duizenden goede zaden geleverd en daarvan zijn duizenden planten verkregen die schier allen, zonder onderscheid, sprekend den moederaard verraden.

Hier waren intusschen wel alle ongunstige voorwaarden bijeen en hybridisatie moest dus zeer gemakkelijk vallen. Toch zijn de afstammelingen morphologisch niet afgeweken en zal de scheikundige analyse nu nog moeten leeren, of wellicht eene waardevermindering heeft plaats gevonden. De moederboom is een paar jaren geleden gestorven en dat zijn jeugdige afstammelingen, die hoogstens 3 à 4 jaren oud kunnen zijn, nu nog minder kinine bevatten moeten is zeker, maar de moederaard dient uit het gehalte en de onderlinge verhouding der alkaloiden toch te spreken *).

Dat *macrostyle*- en *mikrostyle* bloesems op een en denzelfden boom zou voorkomen, zooals KUNTZE meent, moet ik betwijfelen, ik heb dit althans persoonlijk nooit waargenomen.

Onder de *C. officinalis* komen vele *hembras* voor, maar zooals in eene vorige nota reeds werd aangetoond, heeft deze kina-soort zich over het geheel, tot in de derde generatie, morphologisch en scheikundig zeer standvastig gehouden, al worden er ook bastaards onder aangetroffen.

Nemen wij nu in aanmerking, dat er altijd bij voorkeur is voortgekweekt door zaden van die *Ledgerboomen* welke het rijkst aan kinine bleken te zijn; dat gaandeweg, de twijfelach-

*) De bast van jonge boomen, die den moederaard gelijken, houden een voor zulke jonge boomen voldoende hoeveelheid kinine. (Verslag IV Kw. 1878.)

tige individuen zijn verwijderd en sedert de meeste boomen bloeien er wel kans op mutueele bevruchting blijft bestaan, maar daarmede de invloeden van buiten ook moeten verminderen, dan kunnen wij moeielijk de vrees deelen, dat er noodwendig een waardevermindering over het geheel moet plaats vinden, bijaldien door zaden wordt voortgekweekt. En, in ieder geval blijft men voortgaan met de vermenigvuldiging door stekken, van moederboomen wier indentiteit en hooge waarde aan geen twijfel onderhevig zijn en gebruikt men geen twijgjes daarvoor zooals KUNTZE (pag. 21) zegt, maar de uitspruitsels van afgezaagde of op stomp gekapte boomen *).

Het baart verwondering dat KUNTZE te nauwernood over den *kinaroest* spreekt, daarentegen (pag. 98) schrijft: „Minder „reich an alkaloiden, sind die Blätter; sie werden nur selten „von Insekten angegriffen.” — Met zulk een verklaring kan de *Helopeltis Antonii*, moeielijk vrede hebben!

d. DE SCHEIKUNDIGE SAMENSTELLING EN DE THERAPEUTISCHE
WAARDE VAN DE KINABASTEN.

Toen men den rijkdom van *Pahudiana*-bast nog in het verschiep zag, werd door DE VRIJ de aandacht gevestigd op het hoog alkaloid-gehalte der kinawortels en blijkens het verslag der kinakultuur over 1864, zijn die wenken niet veronachtzaamd, maar uitgebreide proeven met de *Pahudiana*-wortels en de teelt dezer, genomen. Bij die gelegenheid werd geschreven:

„Het is bekend, dat niet alleen de kinine maar ook, hoewel „in mindere mate, de overige in kinamaterieel voorkomende „alkaloiden, koortswerende middelen zijn en het *Quinium* van „*Delondre* vooral aanbeveling verdient, omdat het al de heil- „zame en krachtige bestanddeelen van de kina in zich bevat. „Voor de bereiding van *Quinium* zullen jonge kina-wortels uit- „muntend dienen kunnen en daarop wijzen wij hier met nadruk,

*) Volgens onlangs ontvangen berichten, wordt er tegenwoordig, met de beste uitkomsten, een eenvoudige methode van *enten*, toegepast.

„omdat het duidelijk maakt dat wij op Java, zoo noodig, de middelen bezitten om ons, zonder nadeel voor eene geregelde kinakultuur, al dadelijk en voortdurend, een goede exploitatie te verzekeren.”

En verder: „Bij volstrekt gebrek aan betere koortswerende middelen, zal de *Pahudiana*, voor de bevolking, als surrogaat kunnen dienen. De betere kinasoorten zullen zoo ook, wanneer wij overvloed van zaden oogsten, een rijke bron voor de partikuliere nijverheid kunnen openen.”

Zoo werd in 1864 geschreven; de waarde van de nevenalkaloiden der kinine dus in het oog gehouden en de betrekkelijke waarde van de *Pahudiana*, niet ontkend.

In 1863 was echter reeds last gegeven om de voortkweeking van *Pahudiana* te staken en uitsluitend die kinasoorten te telen welke als beter bekend stonden.

Zoo geraakte de *Pahudiana* op den achtergrond en werd de exploitatie van hare wortels spoedig vergeten. Op groote schaal en wel met succes, was zij tot in 1865 voortgezet, maar zooals het verslag over dat jaar aanwijst, schenen de scheikundigen te Weltevreden, eenige moeite te hebben met de behandeling van de volumineuse, taaie wortels.

In 1865 schreef ik den toenmaligen chef over den geneeskundigen dienst in Ned. Indië, den heer Dr. WASCLEWITZ, dat uit de Gouvernements-plantsoenen eene voldoende hoeveelheid bast van *Pahudiana*, voor pharmaceutisch gebruik, zou kunnen worden geleverd en ik dus voorstelde, 's Rijks magazijn van geneesmiddelen, van waar men toch jaarlijks eenige honderden kilos kinabast uit Europa pleegt te ontbieden, daarvan te voorzien.

Genoemde chef achtte mijn voorstel niet aanneemlijk, omdat men den *Pahudiana*-bast niet kende en niet een geneeskundige er gebruik van zou maken. Het hielp mij niet te antwoorden dat men de middelen onder zijn bereik had om zich met de scheikundige waarde van den bast bekend te maken en de afval die op de kina-établissemten opgehoopt lag, door gedwongen oogst van in de bosschen omvergeworpen *Pahudiana*'s, bleef nutteloos opgeschuurd.

In het verslag over 1866 moest bericht worden :

„Zoo worden ook nog altijd de resultaten gewacht van de
 „in Juni 1865 tot het nemen van proeven, naar Weltevreden
 „gezonden *Pahudiana*-wortels. Het zij hier aangeteekend dat
 „de kweeking van zulke wortels op groote schaal, gebleken is
 „zonder buitengewone moeiten en kosten te kunnen geschieden.
 „Binnen anderhalf jaar had de productie, met goed gevolg, plaats.”

Het verslag over 1867 zegt:

„De heer MAIER te Weltevreden heeft een voorloopig rapport
 „ingediend nopens de uitkomsten van een hernieuwd onderzoek
 „van jonge *Pahudianawortels*. Deze schijnen niet ongunstig te
 „zijn, maar voordat de bijzonderheden zijn bekend geworden,
 „valt over de betrekkelijke waarde nog weinig te zeggen. Al-
 „leen moge hier worden aangeteekend, dat bijaldien het kweeken
 „van zulke jonge wortels, bij wijze van *meekrap*, wenschelijk
 „en toepasselijk blijkt, er van deugdzamer kinasoorten dan *Pa-
 „hudiana*, zaden genoeg zijn om daarmede proeven op groote
 „schaal te nemen.”

„Omtrent de waarde van *Pahudianabast* heeft HOWARD, in
 „eene vergadering der Linnaean Society te London, op grond
 „van nieuwe onderzoekingen en makelaarsrapporten, zeer bemoe-
 „digende verklaringen gedaan. Het zou wellicht geraden zijn
 „een paar honderd ponden van dien bast naar Europa te zenden,
 „ten einde de handelswaarde te leeren kennen.”

In 1869 zijn ongeveer 300 kilogrammen *Pahudiana*-bast als
 proef naar Nederland verzonden en op de eerste kina-veiling te Am-
 sterdam, in 1870, bedong dat produkt ruim een gulden per half kilo.

De exploitatie van kinawortels konde verdedigd, althans aan-
 bevolen worden, zoolang het ons aan goede kinabasten ontbrak.
 Sedert door eene gewijzigde kweek- en kultuur methode, de kina-
 planten echter beter gingen groeien en er eene verrassend snelle
 ontwikkeling plaats had, moest de wortelkwestie stilzwijgend,
 als afgedaan beschouwd worden.

Sedert 1869 zijn geregeld, elk jaar in grooter hoeveelheid,
 basten geogst voor de Europeesche markt.

Nadat in het Jaarsverslag over 1869, de jongste analytische
 uitkomsten van Java-kinabasten beschreven waren, werd daarin
 aangeteekend:

„Meer en meer wordt er aandacht gewijd aan de alkaloiden

„die met de kinine, in kinabasten voorkomen en zoowel de uitkomsten der proeven van de op last der Engelsche Regeering ingestelde kommissie, als de uitspraken van Fransche en Duitse geleerden, schijnen in den laatsten tijd tot de overtuiging te leiden, dat men aan de nevenalkaloiden, tot heden te weinig waarde hechtte.”

In het verslag van 1870 moest, naar aanleiding van de voortgezette scheikundige onderzoekingen, geschreven worden:

„De uitkomsten, zelfs van gelijke soorten en ontwikkeling, blijven zeer uitéénloopen en verwonderen mag men zich daarover niet, want ten aanzien der afzondering en zuivere scheiding van de kinaalkaloiden, schijnt de wetenschap haar laatste woord nog niet gesproken te hebben en omtrent de alkaloid-formatie zelve, in de planten, verkeert men nog in volkomen duister.”

„Het is waarschijnlijk dat zoowel het gehalte als de onderlinge verhouding der alkaloiden, gedurende de verschillende levensstijperken der boomen, wijzigingen ondergaan.

„In Britsch-Indië beweert men dat het kininegehalte der Succirubras, met den leeftijd dezer afneemt en dat over het geheel, de hoeveelheid kinine in de onderscheiden kinasoorten, gedurende den regentijd eene beduidende reductie ondergaat.

„Slechts door onafgebroken en rationeele proeven en analyses zullen deze kwesties bij benadering kunnen worden opgelost, maar dit schijnt al vast zeker, dat de verwerking van versche basten, groote voordeelen oplevert en dat deze daarom bij voorkeur, plaatselijk behoort te geschieden.”

De praktische resultaten der menigvuldige analyses van kinabast waren dus nog niet schitterend en de kultuur moest daarvan de nadeelen wel ervaren, ware het alleen, dat zij nog geen positieve voorlichting er van genoot.

In het verslag over 1868 werd er aan herinnerd, dat, van de boomen die nu „door de analyse gebleken zijn, een kinine rijken bast te leveren, de vruchten geogst worden ter uitbreiding van onze plantsoenen.”

Maar in de eerste jaren van onze kultuur beschikten wij slechts over analyses die aanwezen, wat er in de basten voorkwam als *kinine en analogen* en *Cinchonine en analogen*. Veel verder dan de bepaling van het totaal der alkaloiden en

van de verhouding dezer tegenover Aether, gingen de onderzoekingen niet. Later onderscheidde men *Kinine*, *Cinchonine*, *Cinchonidine* en *Chinidine*, maar ook nu nog waren de aanwijzingen onvoldoende, zooals bleek toen men door voortgezette studiën, nog het *amorphalkaloïd* leerde afzonderen.

Door veronachtzaming van dit amorph alkaloid, had men voor kinine altijd te hooge cijfers verkregen en jaren lang hielden wij sommige kinasoorten dus voor zeer kininerijk, hoewel ze voor de fabricatie van dit alkaloid tamelijk ongeschikt waren. De invloed van deze onvolledige kennis op de keuze der voortkweeking, is van beteekenis geweest.

Meer en meer achtte ik het dan ook, met de machtige uitbreiding van de kultuur, dringend noodig, dat er aan haar eene behoorlijke inrichting voor scheikundige onderzoekingen verbonden werd.

In 1870 werden daartoe de eerste voorstellen gedaan, welke bij den toenmaligen directeur van het binnenlandsch bestuur, Mr. LEVYSSOHN NORMAN, een ernstigen steun ondervonden.

Wij stelden ons een drieledig doel voor. Eerstens moesten met de kultuurproeven, geregelde scheikundige onderzoekingen gepaard gaan, om zoowel de juiste waarde van de onderscheiden kinasoorten deugdelijk te leeren kennen, als om licht te werpen over tal van physiologische kwesties. Ten tweede, behoorde de verwerking van Java's kina door de partikuliere industrie, te worden voorbereid, terwijl wij dachten in staat te zijn om zelve, op eene voordeeliga wijze, een gedeelte van ons produkt, plaatselijk te verwerken. Eindelijk zoude door de verbinding aan de onderneming van eenen bekwamen scheikundige, voor mij ter gelegener tijd van zelf een geschikt vervanger aangewezen zijn.

Het heeft lang geduurd voordat op al deze voorstellen eene beslissing kwam, maar tegen het midden van 1872, was er te Bandoeng een eenvoudig laboratorium tot stand gekomen en werd de welbekende scheikundige J. C. BERNELOT MOENS, bij de kinakultuur geplaatst.

Ik moet hulde brengen aan de uitstekende wijze waarop MOENS mij steeds ter zijde heeft gestaan. Onze sympathie en kordiale samenwerking werden geen oogenblik verstoord en vele vruchtbare uitkomsten zijn daaraan te danken.

Het verslag van 1870 herhaalde de vraag. „Of het wensche-
 „lijk zoude zijn, al onze basten uit te voeren, dan wel ze
 „allen of voor een deel, plaatselijk te verwerken.” Met goed
 succes had MOENS uit kina-afval reeds *Quinium* bereid en dit
 preparaat leverde bij de eerste therapeutische proeven, bevredi-
 gende resultaten.

Wij waren destijds, blijkens het zooveen aangehaald verslag
 en de hiervoren bedoelde voorstellen, nog van meening, dat
 versche basten met meer gemak en voordeel kunnen worden
 verwerkt en dat plaatselijke verwerking, de emballage en trans-
 portkosten van meer dan 90 pCt. nuttelooze stof uitspaart.

In die verwachtingen zijn wij echter, toen het op de daad
 aankwam, zeer teleurgesteld.

In de praktijk werden allerlei moeielijkheden ervaren waar-
 tegen onze middelen en wetenschap, bij den meesten ijver en
 eene gezette volharding, niet opgewassen waren.

Wel bereidde MOENS groote hoeveelheden ruw alkaloid uit
 onzen afval van kina, maar het produkt bleek kostbaar en in
 het verslag over 1873 konde niet anders verklaard worden dan
 dat: „Wanneer hier alleen basten geproduceerd werden, volko-
 „men geschikt voor de bereiding van kinine, dan zoude het
 „voordeel van eene volledige fabriek van *zwavelzure kinine*, niet
 „twijfelachtig zijn, doch nu het grootste deel van de *Javabasten*
 „nog moet bestemd worden voor pharmaceutisch gebruik en men,
 „met het oog daarop, die basten veel duurder betaalt dan over-
 „eenkomt met de daarin vervatte waarde aan alkaloid, zal men
 „om schade te voorkomen, voorzichtig te werk gaan en goede
 „rekening houden moeten met de prijzen die voor de verschillende
 „soorten van onzen bast, in Europa bedongen worden.”

Intusschen had onze zoogenaamde afval zijn weg gevonden.
 In het Rijks laboratorium te Weltevreden werd daaruit geregeld
Quinium bereid voor geneeskundig gebruik en ook partikuliere
 apothekers blijven het *Quinium* in groote hoeveelheid aanmaken
 en in wijn opgelost, zoowel buiten als in den O. I. Archipel
 verspreiden. De *Quinium*-wijn is sedert jaren een belangrijk
 handelsprodukt van een paar apothekers-firmas op Java geworden.

Aanvankelijk werd het daarvoor benodigd materiëel door de
 Gouvernements-onderneming verstrekt, doch reeds lang voorzien

de bereiders van het *Quinium* zich op openbare veilingen dan wel bij partikuliere kinaplaniers, van de benoodigde grondstof.

Met het ruw alkaloid dat door MOENS was afgeleverd, werden in de hospitalen proeven genomen. Uit het betrekkelijk rapport van den chef over den geneeskundigen dienst bleek, in substantie:

dat de uitkomsten te Semarang en Muntok bevredigend waren, te Weltevreden minder, waarbij echter in aanmerking moest worden genomen, dat de hier genomen proeven, koortslijders van Atjeh golden, die aan elke behandeling weerstand boden.

Genoemde chef, Dr. BECKING, was van oordeel dat, hoewel bij ernstige gevallen de voorkeur moet gegeven worden aan de toepassing der *zwavelzure kinine*, daarnaast toch aan het ruw alkaloid een niet onbelangrijke waarde als febrifugum kan worden toegekend.

Over het algemeen werd bij zuivere intermittens, de werking gunstiger bevonden dan bij koortsen met een bilieus of gastrisch karakter. Hoofdpijn, duizeligheid en oorsuizingen waren heviger dan bij de toediening van kinine en in vele gevallen kwamen gastricismen voor, als wanneer de toediening van het ruw alkaloid gestaakt en vervangen werd door kinine.

Intusschen bereidde men in Madras sinds lang, the *rough mixed alkaloids* in massa. Vele rapporten spraken er wonderen van en de Nederlandsche Regeering konde zich maar niet begrijpen, dat wij ten dezen aanzien op Java ook alweder moesten achterstaan.

Britsch-Indische dagbladen begonnen het *rough mixed alkaloid* intusschen verdacht te maken en de Engelsche Regeering zag zich verplicht een streng onderzoek te doen instellen naar de bereiding van genoemd mixtum en van zijne toepassing. Als resultaat van dit onderzoek werd, bij het besluit van 31 Maart 1875, de sluiting der alkaloid-fabriek te Ootacamund, gelast.

Hoe het nu met de verwerking van kinabast in Britsch-Indië staat, durf ik niet met zekerheid zeggen. In Bengalen schijnt men er met vrucht mede voort te gaan, maar HOWARD spreekt in zijn in 1876 verschenen *Quinology of the East-Indian-plantations*, niet onvoorwaardelijk gunstig over de praktische waarde van het streven, om een goedkoop mixtum van alkaloiden, onder het be-

reik der bevolking te brengen en schijnt wel van meening, dat men de oplossing dezer kwestie wat ver zoekt.

Quinium en rough mixed alkaloid dreigen intusschen verdrongen te worden door een nieuwe vinding, die echter niet meer dan een naamsverandering kan heeten.

In den loop van 1875 werden uit Nederland voorstellen gedaan om, volgens eene sinds eenige jaren bekende methode, in de kina-plantsoenen zelve, uit verschen *Succirubra*-bast, ruw alkaloid te maken dat men *Quinetum* noemt.

Een pas uit Nederland op Java aangekomen militair-apotheker had het *Quinetum* door Dr. DE VRIJ leeren bereiden en van zijne bijzondere kennis verlangde men nu partij te trekken. De heer EIJDMAN werd daartoe in de ruimste gelegenheid gesteld, maar, hoewel hij na vele maanden werkens eene goede hoeveelheid bijzonder fraai *Quinetum* afleverde, konde de zaak hiermede alleen toch niet beslist heeten. De proeven met het *Quinetum* vielen al niet gunstiger uit dan die met het ruw alkaloid, waarvan het alleen in naam en wellicht door eenige meerdere zuiverheid zich onderscheidt.

Te Batavia ontmoette ik doktoren die er zich zeer mede ingenomen toonden, maar anderen deelden die ingenomenheid niet en men wordt, vrees ik, wel wat vermoeid door dat aanhoudend nemen van proeven, terwijl men zich toch al in een drukke praktijk bevindt.

MOENS was niet tevreden over de uitkomsten der bereiding van het *Quinetum* en berekende dat het een zeer kostbaar geneesmiddel zoude zijn, omdat de grondstof maar onvolkomen werd uitgetrokken. De heer EIJDMAN, die de in patria aangeleerde bereidingswijze al spoedig moest wijzigen, wees daarentegen op de bezwaren, die aan een begin verbonden zijn en meende dat, als men maar eerst een flinke inrichting op genoegzame schaal bezit, aan hare voortreffelijke resultaten niet te twijfelen valt. Maar zoo blijft men alweder in illusiën leven en wij hebben straks reeds herinnerd, hoe soortgelijke voorstellingen ons meer malen parten hebben gespeeld.

In een rapport van den bekwamen Dr. LUCHTMANS, dd. Januari 1871, wordt gezegd: „De gevolgtrekkingen waartoe de „proeven met het *quinium*, in het hospitaal te Weltevreden op

"12 koortslidders genomen, leiden, zijn van dien aard, dat het "zeer wenschelijk is ze op grooter schaal voort te zetten."

Het *quinium* verschilt echter in samenstelling van het *ruw-alkaloïd* en van het *quinetum*, doordat het eene niet onbeduidende hoeveelheid *kinova-bitter*, tot 4,6 pCt. bevat.

Het *quinium Moensii* bevat:

Water.	15,38	pCt.
Asch	1,05	"
Alkaloid.	51,—	"
Kinovabitter	4,6	"

Met het kinovazuur, — een mengsel van dit zuur en *kinova-bitter*, — zijn reeds sinds 1858, bij herhaling proeven genomen. Men konstateerde zoowel koortswerende als tonische eigenschappen.

De generaal-majoor Dr. WASSINK rapporteerde daaromtrent in 1863, dat, schoon *kinovazuur* eenige koortswerende eigenschappen heeft, het toch zeer verre achterstaat bij *kinine*. De proeven werden bij lichte gevallen genomen, waarbij het leven der lidders geen gevaar liep en die ook onder gunstig diaetetisch regime, zonder het gebruik van *kinovazuur* zouden zijn hersteld.

WASSINK stelde het ongeveer op geijke lijn met al die surrogaten van *kinine*, welke bij lichte, onbeduidende gevallen nuttig kunnen zijn, maar geen vertrouwen verdienen bij eenigszins heviger ziekte verschijnselen. Ook was WASSINK van oordeel, dat de proeven, te Samarang genomen, in gevallen van diarrhoea en dysenterie, verdienden te worden voortgezet.

In de kinabladeren komt het *kinovazuur* ook voor en het werd daaruit door opzieners op de kina-etablisementen, reeds meer dan tien jaren geleden, onder mijn toezicht afgezonderd. Kan aan dat zuur wellicht de geneeskracht worden toegeschreven, die de inlanders al spoedig in de kinabladeren meenden gevonden te hebben? Een feit is, dat de bevolking meermalen verlof vroeg, om de afgevallen kinabladeren te verzamelen voor eigen gebruik en dat op het land Koripan, in Buitenzorg, een Chinees de kinabladeren met kalk behandelde en een groote reputatie verwierf als bezweerder van koortsen onder de inlandsche ingezetenen van genoemd land

Therapeutische proeven blijven altijd moeilijke en delikate kwestien, omdat men, zooals WASSINK terecht opmerkte, er in den regel geen zieke aan waagt, waarbij het spant

Dat men sedert de ontdekking van de kinine, met het gebruik van koortsmiddelen wat eenzijdig is geworden, kan best zijn en dat men noode tot de toepassing van surrogaten overgaat, is zeer begrijpelijk. Zoo wij echter de geschiedenis raadplegen, moet het inderdaad wel verbazen, dat de kinine zoo volkomen haar nevenalkaloïden en ook het gebruik van den kinabast, verdrongen heeft

Bijna 200 jaren lang heeft men de heilzame werking van den kinabast geroemd en gewaardeerd en tot de ontdekking van de kinine moest men het er dan ook maar inede doen.

Als normale, aan kinabast bijzonder eigen bestanddeelen erkennen wij:

1^o. de *alkaloïden*, — kinine, chinidine, cinchonidine, cinchonine en de amorphe wijzigingen, chinicin en cinchonicin.

2^o. de *zuren*, kinazuur, kinovazuur en kinalooizuur.

3^o. het *kinarood* en *etherische olie*.

De alkaloïden en het kinovazuur zijn in water niet of zeer weinig oplosbaar, maar in den kinabast komen die bases en zuren niet vrij voor en DEVRIJ heeft bij herhaling aangewezen, dat in afkooksels of afgietsels van kinabast, van alle werkzame bestanddeelen iets wordt opgenomen. Alkoholische tinkturen zijn werkzamer, maar noch het water, noch alcohol, kan den kinabast van *al* zijne werkzame stoffen ontlasten.

Wordt van den kinabast zelf nu nog wel het gebruik gemaakt, waarop deze grondstof, krachtens tweehonderdjarige verdienste aanspraak schijnt te hebben? Onze landgenooten DE VRIJ en STOEDER hebben, met onverstoorden ijver, die vraag ontkennend beantwoord en ik schaar mij gaarne aan hunne zijde, hoewel mijne overtuiging minder op wetenschap dan op empirie rust.

Een tiental jaren geleden verhaalde de zeer ervaren en bekwame civiele geneesheer te Bandoeng mij, dat hij een patiënt uit Tjeribon in behandeling had, die reeds een jaar lang aan koortsen leed, die voor kinine niet wijken wilden. Hij verzocht mij hem kinabast te willen afstaan om daarmede eene proef te

nemen en na een paar weken, geregeld gebruik te hebben gemaakt van decocta van calisaja bast, herstelde de patiënt in kwestie, volkomen. Later heeft dezelfde geneesheer, ook elders, meermalen met het best succes gebruik gemaakt van kinabast, waar men met de toediening van de kinine niet meer wenschte voort te gaan.

De firma RATHKAMP te Batavia, bood mij eenige flesschen quinium wijn als proef aan. Hoewel ik niet weet ooit een serieuze aanval van koorts te hebben gehad, zoo gevoelde ik mij toch meermalen onaangenaam, zwaar en dof in het hoofd, hui-verig, zwak van gezicht, soms ook van gehoor. Soortgelijke verschijnselen neemt men in Indië veelvuldig waar en men nocunt ze *binnenkoortsen*, welke diagnose ik niet waag te beoordeelen.

Nu maakte ik gebruik van RATHKAMP's proefgeschenk, den *quinium-wijn* en nam daarvan dagelijks, tegen etenstijd, een glas vol. Het effect was onmiskenbaar. De wijn deed mij in alle opzichten goed en er mede voort wenshende te gaan telkenmale als ik mij weer z. g. onlekker zou gevoelen, besloot ik om op eigen hand kinawijn te maken, daar de quinium wijn zeer duur verkocht wordt.

Drie lepels poeder van goeden kinabast, wordt gedurende vier dagen getrokken op een flesch madeira-wijn en deze wijn dan bij wijze van bitter of likeur, vóór den eten gedronken. Dit eigen maaksel heeft mij inderdaad nog beter voldaan dan de *quinium-wijn* en mijne ervaring staat niet alleen, daar ik sedert, onderscheiden familiën in Indië en nu ook in Nederland, op dit eenvoudig en niet onaangenaam, noch kostbaar middel, heb attent gemaakt

Dat dit middel nu ontoereikend zal blijven bij eenigszins be-duidende koortsen, spreekt wel van zelf, maar tijdig aange-wend kan het wellicht preventief en bij lichte gevallen zal het als omschreven, altijd voldoende werken.

Koortsen komen in Indië, ook onder de inheemsche bevolking, menigvuldig voor, maar de inlanders zijn zeer gevoelig voor geneesmiddelen en met geringe dosis te voldoen.

Daarom drong ik er meermalen op aan, in de distrikten, gewoon kinapoeder beschikbaar te stellen en de hoofden en bevolking te onderrichten hoe zij daarvan een drank kunnen be-

reiden die, bij eventueele koortsen, al dadelijk nuttig werken kan. Men zou van dit poeder des noods een zuur afkooksel of infusium kunnen maken, daar de inlanders zelve, azijn bereiden en het gebruik hiervan, toch wel geen schade zal veroorzaken. De Heer MOENS is meermalen door mij uitgenoodigd om eens te onderzoeken, welke en hoevele bestanddeelen uit het kinapoeder worden getrokken, als men het in een gewonen inlandschen trekpot, met zeer zwakken inlandschen azijn behandelt. Het middel moge dan al niet specifiek zijn en dikwijls onvoldoende blijken, het is in elk geval te beproeven en onkostenbaar, nu de regeering in hare plantsoenen voortdurend over groote partijen afval van kinabast beschikt, die voor de markt minder aanbevolen mag worden.

Het verbruik van *kinine* neemt in Indië verbazend toe. Zoo ik mij wel herinner is het nu reeds tot 1600 kilo's 's jaars gestegen, terwijl het 20 jaren geleden geen vierde daarvan bedroeg. En toch sterven er jaarlijks duizenden wegens gebrek aan hulp en worden tientallen kilo's kostbare kinine vermorst, omdat men er onder de bevolking geen behoorlijk gebruik van maakt waar en wanneer het middel met milde hand verstrekt, maar zijn toediening niet door deskundigen bewaakt wordt.

Bij de aanbieding van eene nota betreffende de behandeling van kina-planten, — 1869, — stond de idée op den voorgrond, om de teelt van kina onder de bevolking aan te moedigen en er naar te streven den kinabast eenmaal tot een gewoon handelsprodukt op de inlandsche markten te maken. Op de passers worden zeer veel huismiddeltjes verhandeld, waaronder de kina-bast, door de bevolking gekweekt, een eerste en voornamste plaats zou kunnen en moeten innemen.

Thans is de kwestie van het *quinetum* op den voorgrond geplaatst.

De voorstanders houden vol dat het *quinetum* de kinine meestal zal kunnen vervangen en dat het dan om zijne mindere kostbaarheid de aanbeveling verdient.

Ik wil nu zwijgen over de vraag, of de regeering verstandig en economisch handelt, als zij haar verlangen om het *quinetum* op Java in de kina-plantsoenen te doen bereiden, wil doorzetten. Ik blijf volharden in de overtuiging, dat men zich nieuwe te-

leurstellingen bereidt en zich op een verkeerden weg begeeft, die tot schade voor de onderneming in haar geheel, zal leiden.

Het *quinetum* bevat al de kina alkaloiden nevens een onbeduidende hoeveelheid daaraan vreemde stoffen, maar in welke hoeveelheid het de onderscheiden alkaloiden bevat, in welke verhouding deze in het mengsel voorhanden zijn, blijft onzeker. Het is en blijft een mixtum waarvan de samenstellende deelen slechts door eene analyse zijn te berekenen, terwijl het ook zeker is, dat niet alle kina-alkaloiden een gelijke therapeutische werking uitoefenen.

De geneesheer die *quinetum* voorschrijft, doet feitelijk, een greep in het duister. Onmogelijk kan hij met juistheid het effect berekenen of voorzeggen.

Wanneer men elken dag, in dezelfde werkplaats, volgens dezelfde methode, van dezelfde soort kina, *quinetum* bereidt, zal men ook elken dag een preparaat produceeren, van onderscheiden samenstelling.

Daarmede is de waarde van het middel zoomin als die van den kinabast qua tale, of van het *quinetum*, het *ruw-alkaloïd* enz., veroordeeld, maar daarmede is aangewezen dat het *quinetum*, als onstandvastig geneesmiddel, de *kinine* noch vervangen noch verdringen mag en welk voordeel zoude het nu hebben in de Java-plantsoenen *quinetum* te bereiden, terwijl dit complex zoo gemakkelijk op eenvoudige wijze is te verkrijgen en zoolang wij onze grondstof met zooveel voordeel in den handel brengen kunnen?

Als de voorstanders van het *quinetum* gebruik, voor dit complex de meest passende en gunstige samenstelling willen aanwijzen, dan is zijne opzettelijke bereiding, absoluut overbodig niet alleen, maar moet die ook de meest kostbare zijn.

Immers, in de kininefabrieken worden kinidine, cinchonidine, cinchonine en amorphalkaloïd, als nevenprodukten in zulk een massa gewonnen, dat men er geen weg mede weet en men gelukkig zou zijn, als men er een ruim debouché voor vinden konde.

Men zegge dan, welke samenstelling het *quinetum* hebben moet en de kininefabrikanten zullen het, door vereeniging van hunne alkaloiden, leveren tegen prijzen waarvoor wij het in onze

plantsoenen niet bereiden kunnen, zoolang onze *succirubra* bast in den handel nog een redelijken prijs blijft bedingen.

De kina-onderneming behoeft zich dan niet dienstbaar te maken aan bijzondere eischen en voorwaarden en de geneeskunde zal beschikken over een preparaat van erkende en konstante samenstelling.

Toen de leiding der kina-kultuur op Java, in Maart 1875, op MOENS werd overgedragen, waren er op de zeven etablissementen te samen, ruim 180,000 *succirubra*-boomen in volle ontwikkeling en werd berekend, dat men jaarlijks, minstens 20,000 kilogrammen bast daarvan aan de markt zou kunnen brengen, zoo men het door *succirubras* ingenomen terrein, slechts voor deze kina-soort blijft bestemmen, — in dier voege, dat na genoegzame uitdunning van een tuin, dadelijk nieuwe planten in den grond worden gebracht.

Het is en blijft toch bovenal te doen om de produktie van *kinine*, want wat men van de nevenalkaloïden denken of zeggen moge, de *kinine* is de overheerschende, de door elkeen vertrouwde kracht

Men kan echter met dezelfde middelen en krachten, binnen een begrensde terrein gelijktijdig geen *succirubra* en *Ledgeriana* kweeken en de overwegende waarde van den *Ledgerbast*, wordt door niemand betwijfeld.

De korte zin van dit alles is, dat elke uitbreiding van *succirubra*-plantsoen, ten koste der voortkweeking van *Ledgeriana* moet strekken. Men kan met dezelfde middelen en krachten niet alles te samen doen.

Van 1872 tot en met 1878 zijn te Amsterdam ongeveer 56,000 kilogrammen Java-*succirubra*-bast geveild *). Rekent men daarbij de basten die in Indie zelve zijn verwerkt of verbruikt, dan kan men nagaan, hoe welig deze kina-soort moet groeien, daar hare vermenigvuldiging eerst van het jaar 1866 dagteekent. Als men de in Maart 1875 aanwezige 180,000 *succirubra*-boomen had willen kappen, zou men daarvan toen, naar matige schatting, 300,000 kilogrammen product hebben kunnen oogsten. De *succirubra*'s groeien in schier alle plantsoenen

*) Op de jongste veiling, 30 April 1879, zijn 21762 kilo's verkocht.

even snel en weelderig. Bij uitzondering treft men tuinen die achterlijk zijn en te wenschen overlaten.

Wenscht men nu den *succirubra*-bast op Java tot *quinetum* te verwerken, dan zal er voor export niet veel overschieten, zoo de fabriekage met eenigen voorspoed blijkt te kunnen geschieden. Het natuurlijk gevolg zoude zijn dat men al spoedig, ter wille van de *quinetum*-fabriek, op eene uitbreiding van *succirubra*-plantsoen ging aandringen en werkelijk is ook reeds een drietal jaren geleden, uit Patria een ernstige aanbeveling in dien zin, aan de Indische regeering gezonden.

Hoewel ik niet rechtstreeks meer aan de kinakultuur verbonden was, heb ik toen niettemin gemeend, met aandrang te moeten waarschuwen tegen zulk eene aanbeveling en is zij dan ook maar matig in acht genomen. De Heer HOWARD, de kinoloog bij uitnemendheid, de waardige adviseur van de Engelsche regeering, die in vroeger jaren zeer ernstige bedenkingen had tegen de wijze, waarop men op Java de kinateelt had aangevangen, heeft in zijn in 1876 verschenen prachtwerk en ook in periodieken, hulde gebracht aan de richting, die wij later volgden en zijne hoop te kennen gegeven, dat men ook in Britsch-Indië ons mocht navolgen. Met name keurt HOWARD het af, dat men zich in de Engelsche koloniën, zoo uitsluitend blijft toelekken op de teelt van *succirubra*.

Het is waar, dat men zich van deze kina-soort het meeste kultuur-succes kan voorspellen, omdat geen andere soort haar evenaart in prachtige en snelle ontwikkeling, maar als er sprake is van vergelijkende waarde, dan zal niemand toch aarzelen om aan de *Ledgeriana* de voorkeur te geven, al heeft men zich voor de vermenigvuldiging van deze voortreffelijke kina-soort meer zorgen en tijd te gunnen.

Dr. KUNTZE, die de ondernemingen in Britsch-Indië en op Java bezocht en vergeleek, is eveneens van oordeel, dat de op Java gevolgde kultuur-methode en richting, de voorkeur verdienen.

De gevolgen der doorzetting van het plan om op Java een *quinetum*-fabriek op te richten, zijn dus ernstiger dan men oppervlakkig denkt. Het zal rationeel en economisch zijn, dat men, met de bereiding in het groot van *quinetum*, wacht tot-

dat omtrent de praktische waarde van dit geneesmiddel, geen verschil van gevoelen meer heerscht.

Tegen dien tijd evenwel, zullen onze plantsoenen zoo noodig, kinine-rijke basten genoeg produceeren, om uitsluitend deze basis af te zonderen en als nevenprodukten dan ook de andere alkaloiden te leveren. Dan bereide men *kinine* en in de daarvoor in het leven te roepen inrichting tevens *quinetum*, uit een deel van onzen *succirubra*-bast en door de vermenging in vaste verhoudingen, van de onderscheiden kina-alkaloiden.

Baarn, November 1878.

SUR LE PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION,

PAR

G. F. W. BAEHR.

Communiqué dans la séance du 25 Avril 1879.



1. Le calcul des variations donne pour la variation d'une intégrale définie, quand la variable indépendante ne varie pas, la formule

$$\delta \int_{x_0}^{x_1} V dx = L + \int_{x_0}^{x_1} (K \delta y + K' \delta z + \dots) dx;$$

lorsque V contient x , des fonctions $y, z \dots$ de cette variable indépendante et seulement leurs dérivées premières $y', z' \dots$, on a

$$K = \frac{dV}{dy} - \frac{d}{dx} \frac{dV}{dy'}$$

$$K' = \frac{dV}{dz} - \frac{d}{dx} \frac{dV}{dz'}$$

où les dérivées par rapport à x sont totales.

Dans ce qui suit on ne considère point de conditions particulières relatives aux limites, qui resteront fixes, de sorte que $L = 0$, et de plus on suppose que la question laisse prévoir qu'une intégrale soit ou maximum ou minimum lorsque sa variation est nulle.

Alors, si $y, z \dots$ sont des fonction indépendantes entre-elles, leurs valeurs en fonctions de x , qui rendront maximum ou mi-

nimum l'intégrale proposée, seront déterminées généralement par les équations différentielles simultanées

$$K = 0, \quad K' = 0, \quad \dots \dots \dots$$

D'après cela soit à trouver la courbe, entre deux extrémités fixes, pour laquelle l'intégrale

$$\int \varphi(x, y, z) ds, \dots \dots \dots (1)$$

ds désignant l'élément de l'arc, ou, prenant x pour variable indépendante, l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} \varphi(x, y, z) \frac{ds}{dx} dx,$$

sera un minimum. On aura les équations

$$\frac{d\varphi}{dy} \frac{ds}{dx} - \frac{d}{dx} \varphi \frac{\frac{dy}{dx}}{\frac{ds}{dx}} = 0, \dots \dots \dots$$

$$\frac{d\varphi}{dz} \frac{ds}{dx} - \frac{d}{dx} \varphi \frac{\frac{dz}{dx}}{\frac{ds}{dx}} = 0, \dots \dots \dots$$

ou, développant les seconds termes,

$$\frac{d\varphi}{dy} \frac{ds}{dx} - \frac{\frac{ds}{dx} \left[\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right) \right] - \varphi \frac{dy}{dx} \frac{d^2 s}{dx^2}}{\frac{ds^2}{dx^2}} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dz} \frac{ds}{dx} - \frac{\frac{ds}{dx} \left[\varphi \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{dz}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right) \right] - \varphi \frac{dz}{dx} \frac{d^2 s}{dx^2}}{\frac{ds^2}{dx^2}} = 0,$$

où $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)$ est la dérivée totale de φ , en y regardant y et z comme fonctions de x . Remarquons que

$$\frac{ds}{dx} \frac{d^2s}{dx^2} = \frac{dy}{dx} \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dz}{dx} \frac{d^2z}{dx^2},$$

ces équations peuvent encore se réduire à

$$\frac{d\varphi}{dy} \left(1 + \frac{dz^2}{dx^2}\right) - \left(\frac{d\varphi}{dx} + \frac{d\varphi dz}{dz dx}\right) \frac{dy}{dx} - \frac{\varphi}{ds^2} \left[\left(1 + \frac{dz^2}{dx^2}\right) \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} \frac{dz}{dx} \frac{d^2z}{dx^2} \right] = 0, \dots$$

$$\frac{d\varphi}{dz} \left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right) - \left(\frac{d\varphi}{dx} + \frac{d\varphi dy}{dy dx}\right) \frac{dz}{dx} - \frac{\varphi}{ds^2} \left[\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right) \frac{d^2z}{dx^2} - \frac{dy}{dx} \frac{dz}{dx} \frac{d^2y}{dx^2} \right] = 0$$

où maintenant $\frac{d\varphi}{dx}$ est dérivée partielle. Multipliant alors la

première par $1 + \frac{dy^2}{dx^2}$ et la seconde par $\frac{dy}{dx} \frac{dz}{dx}$, la somme des produits donne après réduction

$$\frac{d\varphi}{dy} - \frac{d\varphi dy}{dx dx} = \frac{\varphi \frac{d^2y}{dx^2}}{ds^2},$$

et analogiquement on obtient

$$\frac{d\varphi}{dz} - \frac{d\varphi dz}{dx dx} = \frac{\varphi \frac{d^2z}{dx^2}}{ds^2},$$

pour les équations différentielles de la courbe.

Lorsque celle-ci est plane une seule suffira; ainsi la première donne immédiatement pour la courbe dans le plan des xy qui engendre une aire minimum en tournant autour de l'axe des x , si l'on y fait $\varphi = y$,

$$1 + \frac{dy^2}{dx^2} = y \frac{d^2y}{dx^2},$$

ce qui est l'équation différentielle de la chaînette.

Mais ces équations, où φ est une fonction donnée quelconque ne renfermant point de dérivées, admettent une solution générale, qui semble conduire de la manière la plus naturelle au principe de mécanique connu sous le nom de principe de la moindre action. En y considérant x , y et z comme des fonctions d'une certaine variable indépendante t , elles deviennent

$$\frac{dx}{dt} \frac{d\varphi}{dy} - \frac{dy}{dt} \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\varphi}{\frac{ds^2}{dt^2}} \left[\frac{dx}{dt} \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right],$$

$$\frac{dx}{dt} \frac{d\varphi}{dz} - \frac{dz}{dt} \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\varphi}{\frac{ds^2}{dt^2}} \left[\frac{dx}{dt} \frac{d^2z}{dt^2} - \frac{dz}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right],$$

et sous cette forme l'on voit tout de suite que l'on satisfait à ces équations en posant

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dx}, \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dy},$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dz},$$

pourvu que

$$\frac{ds}{dt} = \varphi, \dots \dots \dots (4)$$

ce qui est en effet une conséquence des trois dernières, lesquelles, multipliées respectivement par $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, donnent en prenant la somme de ces produits

$$\frac{ds}{dt} \frac{d^2s}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dt}$$

Les équations (3) montrent que la courbe, pour laquelle généralement l'intégrale (1) devient un minimum, est précisément la courbe qui serait décrite par un point matériel libre, sous l'action d'une force dont $\frac{1}{2}\varphi^2$ serait la fonction des forces, et d'après (4) la fonction φ représente la vitesse de ce mouvement.

Réciproquement il suit de là le principe nommé; en effet, quand un point matériel libre est soumis à l'action d'une force motrice, dont X , Y et Z sont les composantes parallèles aux axes des coordonnées, si l'on y ajoute une force N normale à la trajectoire, les équations du mouvement seront

$$\frac{d^2x}{dt^2} = X + N \cos \alpha, \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = Y + N \cos \beta,$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = Z + N \cos \gamma,$$

où les cosinus des angles directeurs α , β et γ de la force normale doivent satisfaire à la condition

$$\cos \alpha \frac{dx}{dt} + \cos \beta \frac{dy}{dt} + \cos \gamma \frac{dz}{dt} = 0.$$

En donnant à N des valeurs différentes, on peut faire décrire au point des courbes différentes entre deux extrémités fixes, parce que les valeurs de x , y et z en fonctions du temps contiendront deux constantes arbitraires, et quand

$$X dx + Y dy + Z dz = d\psi(x, y, z),$$

c'est-à-dire qu'il y ait une fonction ψ des forces, en sorte que l'équation des forces vives subsiste, on aura, que N soit nul ou non, dans tous les cas pour la vitesse v la même fonction de x , y et z , savoir

$$v^2 = 2\psi(x, y, z) + \text{const.}$$

Donc, en vertu de ce qui précède, si l'on fait dans (3)

$$\frac{1}{2} q^2 = \psi(x, y, z) + \text{const.}$$

l'intégrale

$$\int \sqrt{2 \psi(x, y, z) + \text{const.}} ds, \text{ ou } \int v ds$$

deviendra généralement minimum pour des valeurs de x, y, z en fonction de t , déterminées par les mêmes équations, que si dans (5) on fait $N = 0$, ce qui constitue le principe de la moindre action.

2. Pour faire une application analytique de ce principe soit proposé de trouver la courbe pour laquelle l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} \sqrt{y^2 + z^2} ds$$

sera minimum. Alors on a : $\varphi = \sqrt{y^2 + z^2}$, et les équations (3) deviennent

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = y,$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = z,$$

dont on a immédiatement les intégrales

$$x = At + A_1, \quad y = B e^t + B_1 e^{-t}, \quad z = C e^t + C_1 e^{-t},$$

où, en vertu de (4) les constantes arbitraires sont liées par la relation

$$A^2 = 4 B B_1 + 4 C C_1. \dots \dots \dots (a)$$

Eliminant t , on obtient pour les équations de la courbe les chaînettes

$$y = B e^{\frac{x-A_1}{A}} + B_1 e^{-\frac{x-A_1}{A}},$$

$$z = C e^{\frac{x-A_1}{A}} + C_1 e^{-\frac{x-A_1}{A}},$$

dans lesquelles il reste encore cinq constantes arbitraires, tandis que l'on n'aurait que quatre équations pour les déterminer, si les valeurs de y et de z relatives aux limites x_0 et x_1 sont données. Il faut donc que l'on puisse réduire le nombre de ces constantes, et en effet, on peut écrire la première des équations précédentes sous la forme

$$y = \sqrt{BB_1} \left[\sqrt{\frac{B}{B_1}} e^{\frac{x-A_1}{A}} + \sqrt{\frac{B_1}{B}} e^{-\frac{x-A_1}{A}} \right],$$

ou, posant

$$\sqrt{BB_1} = B', \quad \sqrt{\frac{B}{B_1}} = e^{-\alpha}$$

B' et α étant deux nouvelles constantes,

$$y = B' e^{\left[\frac{x-A_1-\alpha}{A} + e^{-\frac{x-A_1-\alpha}{A}} \right]},$$

et de la même manière la seconde se réduit à

$$z = C' \left[e^{\frac{x-A_1-\beta}{A}} + e^{-\frac{x-A_1-\beta}{A}} \right]$$

tandis que la relation (a) devient

$$A^2 = 4 B' + 4 C',$$

de sorte qu'il n'y a en tout que cinq constantes $A, B', C', A, + \alpha, A, + \beta$, que l'on pourra déterminer si les coordonnées des points extrêmes sont données. Si ces points sont dans un même plan avec l'axe des x , la courbe sera la courbe plane qui par révolution autour de cet axe engendre la surface minimum.

Soit à trouver la brachistochrone pour un point pesant. Prenant l'axe des z dans le sens de la pesanteur, l'intégrale

$$\int_{z_0}^{z_1} \frac{ds}{\sqrt{z - z_0}}$$

ou z_0 et z_1 sont les ordonnées du point de départ et du point d'arrivée, devra être minimum. Ici l'on a

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{z - z_0}},$$

et les équations (3) deviennent :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = - \frac{1}{2(z - z_0)^2},$$

dont les deux premières montrent que la courbe sera plane; on peut donc supposer qu'elle soit située dans le plan des xz , et laisser de côté la deuxième équation. Les deux autres donnent alors

$$\frac{dx}{dt} = A, \quad \frac{dz^2}{dt^2} = \frac{1}{z - z_0} + B,$$

et en vertu de (4) on aura

$$A^2 + B = 0, \quad \text{ou} \quad B = -A^2,$$

donc

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{\frac{1 - A^2(z - z_0)}{z - z_0}},$$

et par suite

$$\frac{dz}{dx} = \sqrt{\frac{1 - A^2(z - z_0)}{A^2(z - z_0)}},$$

ce qui est l'équation différentielle de la cycloïde.

Pour la courbe dont le moment d'inertie par rapport à l'axe des x est un minimum, on aura $\varphi = y^2 + z^2$, et elle sera déterminée par les équations

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0,$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = 2(y^2 + z^2)y,$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = 2(y^2 + z^2)z,$$

dont les deux dernières montrent que sa projection sur le plan des yz sera la courbe décrite par un mobile sous l'action d'une force centrale repulsive et proportionnelle à la troisième puissance de la distance; l'origine étant le centre de la force. La première donne

$$\frac{dx}{dt} = A,$$

et, éliminant au moyen de celle-ci la variable t dans les deux dernières, on obtient

$$A^2 \frac{d^2y}{dx^2} = 2y(y^2 + z^2),$$

$$A^2 \frac{d^2z}{dx^2} = 2z(y^2 + z^2),$$

pour les équations différentielles de la courbe.

3. Si les fonctions y et z sont assujetties à satisfaire à une équation

$$F(x, y, z) = 0, \dots \dots \dots (6)$$

on a au lieu des deux équations $K = 0$, $K' = 0$, pour la condition du maximum ou minimum l'équation

$$K \frac{dF}{dz} - K' \frac{dF}{dy} = 0. \dots \dots \dots (7)$$

Ainsi quand dans l'intégrale (1) les fonctions y et z doivent satisfaire à (6), l'équation (7) sera la différence des produits de la première (2) par $\frac{dF}{dz}$ et de la seconde (2) par $\frac{dF}{dy}$, ce qui, ayant égard que (6) donne

$$\frac{dF}{dx} + \frac{dF}{dy} \frac{dy}{dx} + \frac{dF}{dz} \frac{dz}{dx} = 0,$$

se réduit alors à

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d\varphi}{dy} \frac{dF}{dz} - \frac{d\varphi}{dz} \frac{dF}{dy} \right) + \left(\frac{d\varphi}{dz} \frac{dF}{dx} - \frac{d\varphi}{dx} \frac{dF}{dz} \right) \frac{dy}{dx} + \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dF}{dy} - \frac{d\varphi}{dy} \frac{dF}{dx} \right) \frac{dz}{dx} = \dots \\ & \dots \frac{\varphi}{dx^2} \left[\left(\frac{d^2 y}{dx^2} \frac{dF}{dz} - \frac{d^2 z}{dx^2} \frac{dF}{dy} \right) - \left(\frac{dz}{dx} \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} \frac{d^2 z}{dx^2} \right) \frac{dF}{dx} \right], \end{aligned}$$

ou, en considérant x , y et z comme des fonctions d'une certaine variable indépendante t , à

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d\varphi}{dy} \frac{dF}{dz} - \frac{d\varphi}{dz} \frac{dF}{dy} \right) \frac{dx}{dt} + \left(\frac{d\varphi}{dz} \frac{dF}{dx} - \frac{d\varphi}{dx} \frac{dF}{dz} \right) \frac{dy}{dt} + \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dF}{dy} - \frac{d\varphi}{dy} \frac{dF}{dx} \right) \frac{dz}{dt} = \dots \\ & \dots \frac{\varphi}{dt^2} \left\{ \left(\frac{d^2 y}{dt^2} \frac{dF}{dz} - \frac{d^2 z}{dt^2} \frac{dF}{dy} \right) \frac{dx}{dt} + \left(\frac{d^2 z}{dt^2} \frac{dF}{dx} - \frac{d^2 x}{dt^2} \frac{dF}{dz} \right) \frac{dy}{dt} + \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \frac{dF}{dy} - \frac{d^2 y}{dt^2} \frac{dF}{dx} \right) \frac{dz}{dt} \right\}. \end{aligned}$$

L'on voit tout de suite qu'il sera satisfait à cette équation, en posant

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dx} + \lambda \frac{dF}{dx}, \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dy} + \lambda \frac{dF}{dy},$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dz} + \lambda \frac{dF}{dz},$$

λ étant une fonction inconnue, pourvu que l'on prenne

$$\frac{ds}{dt} = \varphi,$$

ce qui s'accorde avec les trois précédentes équations, qui donnent

$$\frac{ds}{dt} \frac{d^2 s}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

Ces équations sont précisément celles du mouvement d'un point matériel, qui doit se mouvoir sur une surface $F = 0$, sous l'action d'une force, pour laquelle $\frac{1}{2} \varphi^2$ est la fonction des forces, et la fonction donnée φ est alors la vitesse de ce mouvement. Réciproquement on conclut de là, comme dans le cas du point libre, au principe de la moindre action pour le mouvement d'un mobile sur une surface fixe, c'est-à-dire : lorsqu'un point matériel, assujéti à rester sur une surface fixe, est soumis à l'action de forces pour lesquelles l'équation des forces vives a lieu, l'intégrale $\int v ds$ prise entre deux extrémités fixes sera généralement moindre pour la courbe qu'il décrit, qu'elle ne le serait pour toute autre courbe terminée aux mêmes points, et qu'il décrirait sur cette surface, si l'on ajoutait des forces normales à la trajectoire, ce qui ne change pas l'expression pour la vitesse.

Soit à trouver la brachistochrone pour un point pesant assujéti à se mouvoir sur la surface

$$F(x, y, z) = 0.$$

Prenant l'axe des z dans le sens de la pesanteur, et désignant par z_0 et z_1 les ordonnées des points extrêmes, l'intégrale qui doit être minimum sera encore

$$\int_{z_0}^{z_1} \frac{ds}{\sqrt{z-z_0}},$$

donc

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{z-z_0}} = \frac{ds}{dt},$$

et les équations (8) deviennent

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = + \lambda \frac{dF}{dx},$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = + \lambda \frac{dF}{dy},$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = - \frac{1}{2(z-z_0)^2} + \lambda \frac{dF}{dz}.$$

Eliminant λ entre les deux premières l'on obtient

$$\frac{dF}{dy} \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{dF}{dz} \frac{d^2 y}{dt^2} = 0.$$

Si la surface est de révolution autour de l'axe des z , on a

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 - \varphi(z),$$

de sorte que la dernière équation donne dans ce cas

$$y \frac{d^2 x}{dt^2} - x \frac{d^2 y}{dt^2} = 0,$$

dont l'intégrale est

$$y \frac{dx}{dt} - x \frac{dy}{dt} = C,$$

ou, éliminant t ,

$$y \frac{dx}{ds} - x \frac{dy}{ds} = C \frac{ds}{dt},$$

c'est-à-dire

$$y \frac{dx}{ds} - x \frac{dy}{ds} = C \sqrt{z - z_0}.$$

Si dans celle-ci on introduit la vitesse v du mouvement dans la courbe sous l'action de la pesanteur, on a

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{2g(z - z_0)} = v,$$

et l'équation précédente devient

$$y dx - x dy = \frac{C}{\sqrt{2g}} v^2 dt^2,$$

laquelle exprime la propriété connue de la brachistochrone, que l'aire décrite à chaque instant par la projection du rayon vecteur sur un plan horizontal est proportionnelle au carré de la vitesse du mobile.

4. On obtient beaucoup plus simplement les résultats précédents, si l'on introduit d'abord une nouvelle variable indépendante t .

L'intégrale (1) devient alors

$$\int_{t_0}^{t_1} \varphi(x, y, z) \frac{ds}{dt} dt,$$

et les conditions pour le max: ou minimum sont

$$\frac{d\varphi}{dx} \frac{ds}{dt} - \frac{d}{dt} \frac{\varphi \frac{dx}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = 0, \dots\dots\dots (b)$$

$$\frac{d\varphi}{dy} \frac{ds}{dt} - \frac{d}{dt} \frac{\varphi \frac{dy}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dz} \frac{ds}{dt} - \frac{d}{dt} \frac{\varphi \frac{dz}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = 0,$$

où

$$\frac{ds^2}{dt^2} = \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2}.$$

A ces équations on peut joindre une relation arbitraire entre une des variables et l'indépendante t , ou entre x, y, z et t .

Remarquons aussi que si l'on développe leurs seconds termes, et qu'ensuite on les multiplie respectivement par $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ et $\frac{dz}{dt}$, la somme des produits donne l'identité

$$\frac{d\varphi}{dt} \frac{ds}{dt} - \varphi \frac{d^2s}{dt^2} - \frac{ds^2}{dt^2} \frac{d}{dt} \frac{\varphi}{ds} = 0.$$

Si donc on prend

$$\frac{ds}{dt} = \varphi,$$

ce qui met en évidence la propriété mécanique de la courbe

cherchée, on obtient, développant les seconds termes de (b) et transposant, immédiatement les équations (3).

Désignant respectivement par K, K', K'' les premiers membres de (b), la partie de la variation de l'intégrale, qui reste sous le signe intégral, est

$$K \delta x + K' \delta y + K'' \delta z;$$

lorsqu'il n'y a pas de relation générale entre x, y, z , les variations $\delta x, \delta y$ et δz sont indépendantes entre-elles, et chaque terme séparément doit être égalé à zéro, pour les conditions du maxim: ou minimum; mais si ces fonctions doivent satisfaire à une équation

$$F(x, y, z) = 0,$$

l'on doit avoir

$$\frac{dF}{dx} \delta x + \frac{dF}{dy} \delta y + \frac{dF}{dz} \delta z = 0;$$

employant alors la méthode des facteurs indéterminés, on aura pour ces conditions,

$$K + \lambda \frac{dF}{dx} = 0,$$

$$K' + \lambda \frac{dF}{dy} = 0,$$

$$K'' + \lambda \frac{dF}{dz} = 0,$$

l'élimination de λ donnera deux équations, qui avec $F = 0$ déterminent x, y et z en fonction de t .

Ici on peut encore prendre, sans qu'il y ait contradiction,

$$\frac{ds}{dt} = 0,$$

et si l'on développe alors les seconds termes dans K, K', K'' on obtient immédiatement les équations (8).

5. Soient dans l'intégrale

$$\int_{t_0}^{t_1} \varphi(x_1 y_1 z_1 x_2 y_2 z_2 \dots) \sqrt{\sum m \left(\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} \right)} dt, \dots (c)$$

où l'on donne sous le signe \sum simultanément les indices 1, 2, 3 . . . aux constantes m et aux variables x , y et z , les variables x_1 , y_1 , z_1 , x_2 . . . des fonctions de t , tandis que φ ne contient point de dérivées, et supposons que ces fonctions doivent satisfaire à quelques équations de condition

$$F_1 = 0, \quad F_2 = 0, \quad F_k = 0;$$

alors leurs valeurs en fonctions de t , pour lesquelles l'intégrale peut devenir un maximum ou minimum, doivent, d'après les principes du calcul des variations, désignant le radical par σ , satisfaire aux équations

$$\frac{d\varphi}{dx_1} \sigma - \frac{d}{dt} \frac{\varphi m_1 \frac{dx_1}{dt}}{\sigma} + \sum \lambda \frac{dF}{dx_1} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dy_1} \sigma - \frac{d}{dt} \frac{\varphi m_1 \frac{dy_1}{dt}}{\sigma} + \sum \lambda \frac{dF}{dy_1} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dz_1} \sigma - \frac{d}{dt} \frac{\varphi m_1 \frac{dz_1}{dt}}{\sigma} + \sum \lambda \frac{dF}{dz_1} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dx_2} \sigma - \frac{d}{dt} \frac{\varphi m_2 \frac{dx_2}{dt}}{\sigma} + \sum \lambda \frac{dF}{dx_2} = 0,$$

.

où l'on doit sous le signe Σ donner des indices de 1 à k , simultanément aux facteurs indéterminés λ et aux fonctions F . Si l'on développe les deuxièmes termes, et qu'on multiplie ensuite ces équations respectivement par les dérivées de $x_1, y_1, z_1, z_2, \dots$ par rapport à t , la somme des produits donnera, ayant égard aux équations de condition, l'équation identique :

$$\frac{d\varphi}{dt} \sigma - \varphi \frac{d\sigma}{dt} - \sigma^2 \frac{d}{dt} \frac{\varphi}{\sigma} = 0,$$

de sorte que pour déterminer les fonctions inconnues, on peut prendre encore une relation arbitraire entre les variables x_1, y_1, z_1, \dots et t .

Si donc on pose : $\varphi = \sigma$, ou

$$\varphi = \sqrt{\Sigma m \left(\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} \right)} \dots \dots \dots (d)$$

on obtient, développant les deuxièmes termes et transposant,

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dx_1} + \Sigma \lambda \frac{dF}{dx_1}, \dots \dots \dots (e)$$

$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dy_1} + \Sigma \lambda \frac{dF}{dy_1},$$

$$m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dz_1} + \Sigma \lambda \frac{dF}{dz_1},$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dx_2} + \Sigma \lambda \frac{dF}{dx_2},$$

.....
.....;

d'où inversement

$$\Sigma m \left(\frac{dx}{dt} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dy}{dt} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dz}{dt} \frac{d^2 z}{dt^2} \right) = \varphi \frac{d\varphi}{dt},$$

ce qui s'accorde avec (d). Ces équations sont celles du mouve-

ment d'un système de points matériels m , à liaisons données par les fonctions F , et sous l'action de forces dont $\frac{1}{2} \varphi^2$ serait la fonction des forces.

Réciproquement, si dans un tel système les composantes des forces, parallèles aux axes des coordonnées, sont les dérivées d'une fonction $\psi(x_1, y_1, z_1, x_2 \dots)$ seulement des coordonnées de ces points, on aura, v désignant la vitesse, l'équation des forces vives,

$$\sum m v^2 = 2 \psi(x_1, y_1, z_1, x_2 \dots) + \text{const.}$$

et cette expression, comme dans le cas du point libre, ne changera pas, si l'on ajoute, sans changer les liaisons, des forces normales aux trajectoires des différents points.

Par l'introduction de ces forces les trajectoires changeront, mais on pourra les faire passer par les mêmes points extrêmes, parce que chaque coordonnée, exprimée en fonction du temps contiendra deux constantes arbitraires.

Si donc on prend

$$\varphi = \sqrt{2 \psi(x_1, y_1, z_1, x_2 \dots) + c(\text{const.})}$$

il suit de ce qui précède, que intégrale,

$$\int_{t_0}^{t_1} \sqrt{2 \psi(x_1 y_1 z_1 x_2 \dots) + c} \sqrt{\sum m \left(\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} \right)} dt, \dots (f)$$

qui acquiert des valeurs différentes suivant qu'on ajoute des forces normales différentes, sera, — généralement parlant, — minimum lorsque il n'y a pas de forces ajoutées, parce qu'alors les valeurs de $x_1 y_1 z_1 x_2 \dots$ en fonctions de t sont déterminées par les mêmes équations que les équations (e) qui rendent minimum l'intégrale (c).

Au lieu de (f) on peut écrire aussi

$$\int_{t_0}^{t_1} \sqrt{\sum m v^2} \sqrt{\sum m \frac{ds^2}{dt^2}} dt,$$

ds étant l'élément de la courbe décrite par un point du système, ou encore

$$\int_{t_0}^{t_1} \Sigma m v^2 dt,$$

ou bien, si pour éliminer le temps, on change, dans chaque terme sous le signe Σ , $v dt$ en ds ,

$$\Sigma \int m v ds$$

où il convient d'écrire le signe Σ devant le signe intégral, parce qu'après l'élimination du temps, les intégrales n'ont plus les mêmes limites.

Le minimum de cette somme d'intégrales, qui, lorsque les forces appliquées à un système à liaisons sont les dérivées d'une fonction des coordonnées des points, a généralement lieu quand le système passe d'une position à une autre sous l'action de ces forces seules, constitue le principe de la moindre action pour un système de points.

Delft, Avril 1879.

INHOUD

VAN

DEEL XIV. — STUK 2.

	bladz.
De genetische beteekenis der vingerstrekspiereu. Door W. KOSTER. (Met eene plaat).....	135.
De gemeenschap der aderen aan de rugvlakte van den duim met den aderboog in de diepte van de handpalm, en iets over de rug- slagaderen van den duim. Door W. KOSTER. (Met eene plaat)..	158.
Iets over de integreerende vergelijking. Door D. BIERENS DE HAAN.	162.
Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige weten- schappen in de Nederlanden. Door D. BIERENS DE HAAN.....	180.
Wetenschappelijke opmerkingen en ervaringen betreffende de Kina- kultuur. Door K. W. VAN GORKOM.....	188.
Sur le principe de la moindre action. Par G. F. W. BAEHR.....	232.
Overzicht der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ont- vangen en aangekochte boekwerken.....	97—120.



GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÖBER-BAKELS.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN
DER
KONINKLIJKE AKADEMIE
VAN
WETENSCHAPPEN.

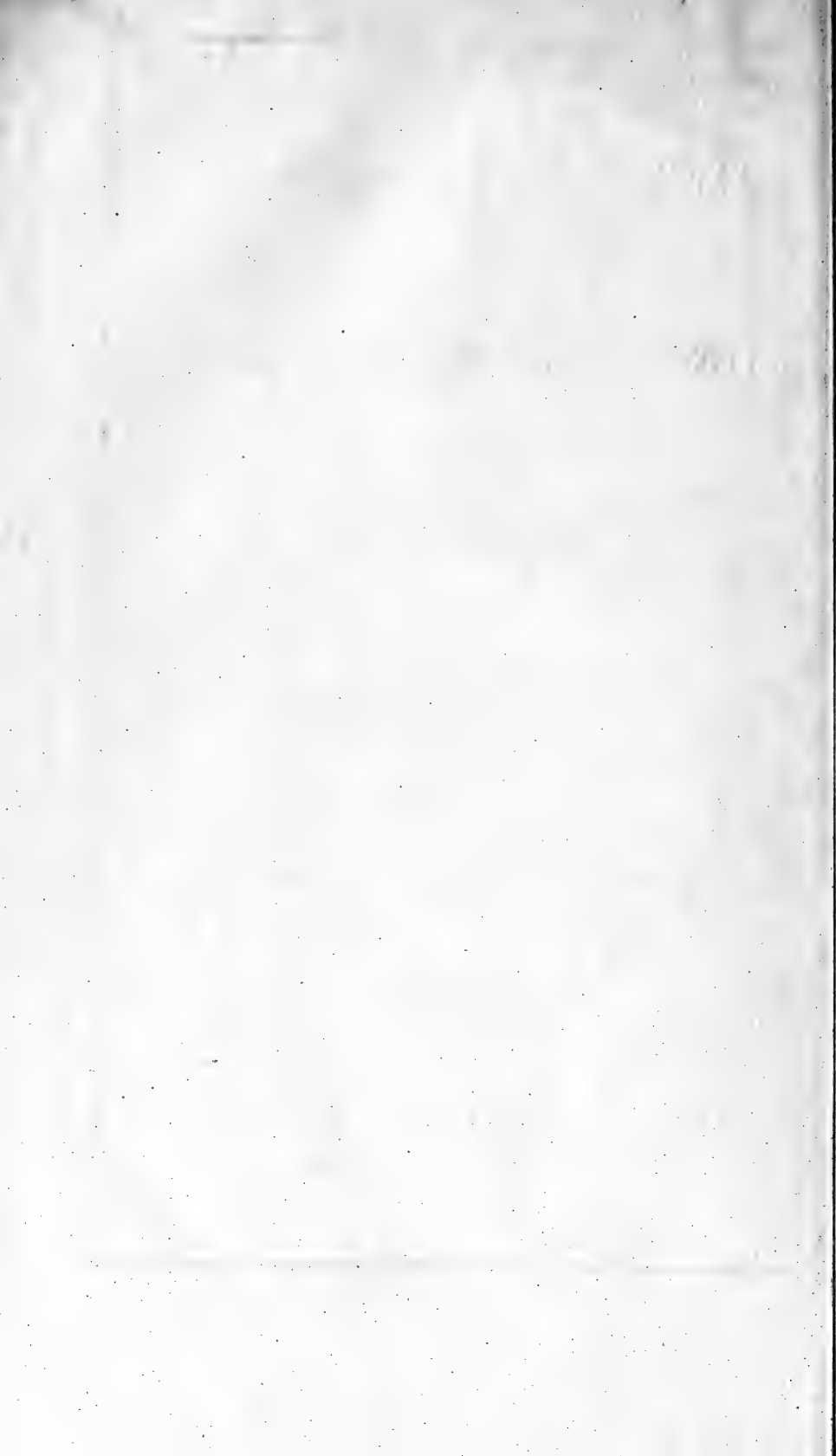
Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Veertiende Deel. — Derde Stuk.



AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1879.



ENKELE ALGEMEENE BESCHOUWINGEN

OMTRENT

R U I M T E K R O M M E N ,

DOOR

P. H. S C H O U T E.

1. In mijn opstel getiteld „Eenige beschouwingen naar aanleiding van het grootste aantal veelvoudige punten eener algebraïsche kromme” *), heb ik de formules van PLÜCKER ook op vlakke kromme lijnen toegepast, die uit krommen van lageren graad zijn samengesteld †). Eerst later heb ik mij de vraag voorgelegd, of ik de algemeenheid dezer formules hierin ook heb overschat. Dit is mij gebleken niet het geval te zijn. Evenwel geloof ik geen onnut werk te doen, waar ik het bewijs van de geldigheid der PLÜCKER'sche formules, met betrekking tot het bovenbedoelde geval eener samengestelde vlakke kromme, lever; temeer daar ik dit bewijs tot het uitgangspunt wensch te maken van enkele algemeene beschouwingen omtrent ruimtekrommen.

2. Stelt men van een vlakke kromme C_n den graad door n , de klasse door m , het aantal dubbelpunten door d , het aantal dubbelraaklijnen door t , het aantal keerpunten door k en het aantal buigpunten door i voor, dan bestaan de bekende formules van PLÜCKER in de drie betrekkingen

$$\left. \begin{aligned} m &= n(n-1) - 2d - 3k \\ i &= k + 3(m-n) \\ t &= \frac{1}{2}(m-n)(m+n-9) + d \end{aligned} \right\} \dots \dots (1),$$

*) *Verslagen en Mededeelingen*, Afdeling Natuurkunde, 2de Reeks, Deel XIII.

†) t. a. p., art. 24.

die het mogelijk maken uit drie van de zes kenmerkende groot-heden der kromme de andere drie af te leiden. Zijn nu de over-eenkomstige groot-heden van een tweede kromme C_{n_1} voorgesteld door dezelfde letters, ter onderscheiding van een aanwijzer voor-zien, dan is ook

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= n_1 (n_1 - 1) - 2 d_1 - 3 k_1 \\ i_1 &= k_1 + 3 (m_1 - n_1) \\ t_1 &= \frac{1}{2} (m_1 - n_1) (m_1 + n_1 - 9) + d_1 \end{aligned} \right\} \dots (2).$$

Samen genomen vormen de beide krommen C_n en C_{n_1} een kromme C_{n+n_1} . Omdat de samenstellende deelen van deze laat-ste elkaar in nn_1 punten snijden en zij mm_1 gemeenschappelijke raaklijnen hebben, zijn de zes kenmerkende groot-heden van C_{n+n_1} , die ik door grieksche letters voorstel, bepaald door de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \nu &= n + n_1, & \delta &= d + d_1 + nn_1, & \alpha &= k + k_1 \\ \mu &= m + m_1, & \tau &= t + t_1 + mm_1, & \iota &= i + i_1 \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

en nu geeft optelling van de overeenkomstige vergelijkingen van (1) en (2) in verband met een kleine vervorming onder aan-wending van (3)

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \nu (\nu - 1) - 2 \delta - 3 \alpha \\ \iota &= \alpha + 3 (\mu - \nu) \\ \tau &= \frac{1}{2} (\mu - \nu) (\mu + \nu - 9) + \delta \end{aligned} \right\} \dots (4).$$

waarmee het verlangde bewijs geleverd is. Want de redeneering, waardoor men het geval dat een kromme uit meer dan twee krommen van lageren graad bestaat tot het nu behandelde te-rugbrengt, is te eenvoudig om ze hier te herhalen.

3. Bij het toepassen van de formules van PLÜCKER op het geval eener samengestelde kromme, stuit men nog op een be-zwaar, zoodra een der samenstellende krommen bijv. C_n een rechte lijn is; dan is het namelijk a priori niet uit te maken, wat de waarde is van i en t . Want bij de rechte lijn liggen voortdurend drie opvolgende punten op een rechte lijn en is dus ieder punt een buigpunt, bij de rechte lijn is de lijn zelve dubbelraaklijn voor ieder willekeurig gekozen puntenpaar als

raakpunten. Zoodat het schijnt dat i en t de waarde ∞ verkregen hebben, terwijl door invoeging van $n = 1$, $m = 0$, $d = 0$ in (1) blijkt, dat de formules van PLÜCKER $i = -3$ en $t = 4$ maken. Door dit bezwaar, dat gelegen is in de toepassing der bekende formules op het geval dat de kromme een rechte lijn is en dat zich, wijl deze toepassing natuurlijkerwijs niet voorkomt, eerst hier voordoet, wordt men dus gesteld voor het alternatief òf van de PLÜCKER'sche formules alleen toepasselijk te verklaren op wezenlijk kromme lijnen en hare combinaties, òf van de waarden $i = -3$ en $t = 4$ voor de rechte lijn aan te nemen en daardoor de algemeene geldigheid dier formules te behouden. De geschiedenis der wiskunde dwingt mij het laatste te kiezen *).

Hetzelfde bezwaar ontmoet men, wanneer een der krommen als omhullende beschouwd een punt is. Ter wille van de algemeenheid is men dan genoodzaakt voor deze omhullende $k = -3$ en $d = 4$ aan te nemen. Dit blijkt uit de formules (1) even gemakkelijk als uit hare reciproke omvormingen

$$\left. \begin{aligned} n &= m(m-1) - 2t - 3i \\ k &= i + 3(n-m) \\ d &= \frac{1}{2}(n-m)(n+m-9) + t \end{aligned} \right\} \dots (1^a).$$

Het is hier de plaats om te wijzen op de meesterlijke verhandeling van DE JONQUIÈRES, die voorkomt in de *Annali di matematica pura ed applicata* van BRIOSCHI (Serie II, Tome VIII, fascicolo 4 van Dec. 1877) onder den titel van „Note sur quelques théorèmes fondamentaux dans la théorie des courbes et des surfaces algébriques et sur une loi générale d'où l'on peut les faire dériver”, waarop een talentvol beoefenaar der nieuwere meetkunde, E. DEWULF, Commandant van de Genie te Bayonne, de goedheid had mijne aandacht te vestigen. Uitgaande van de algemeene vergelijking eener vlakke kromme C_n , laat hij deze „par une dégénérescence continue et progressive” in een stel van n rechte lijnen overgaan en komt hij door toepassing van het beginsel: „dans les questions où n'intervient ni directement ni indirectement la courbure des courbes et des surfaces algébriques, on

*) Vergelijk hieromtrent „Synthetische Untersuchungen über Flächen dritter Ordnung” van Dr. RUDOLF STURM, blz. 224 en 225.

peut écarter la considération de cette courbure pour n'avoir à faire qu'au point, à la ligne droite et au plan", langs zeer eenvoudigen weg tot belangrijke resultaten. Het elastische van zijn beschouwing ligt hierin, dat hij door niet ieder snijpunt van twee der n -lijnen als een dubbelpunt te beschouwen in een in n -lijnen overgegane C_n het beeld ziet eener kromme met een binnen de bekende grenzen nog geheel willekeurige klasse. Dit zal ik nader ontwikkelen, wanneer ik de beschouwing van DE JONQUIÈRES op krommen in de ruimte toepas.

4. Heb ik elders *) de stelling gereleveerd, dat een kromme C_n die d dubbelpunten moet hebben, waarvan de plaats niet is aangewezen, door $\frac{n(n+3)}{2} - d$ enkelvoudige voorwaarden bepaald is, hier wil ik de keerpunten in de beschouwing opnemen en opmerken, dat een kromme C_n , die op nog onbekende plaatsen d dubbelpunten en k keerpunten hebben moet, door $\frac{n(n+3)}{2} - d - 2k$ enkelvoudige voorwaarden is vastgesteld. Werkelijk is het duidelijk, dat het hebben van een keerpunt van onbekende ligging een enkelvoudige voorwaarde meer vertegenwoordigt dan het hebben van een dubbelpunt op onbekende plaats, namelijk de voorwaarde dat de beide raaklijnen samenvallen †).

Met het oog op deze stelling gericht bewijst men gemakkelijk, dat de samengestelde kromme C_{n+n_1} zich, wat het aantal der haar bepalende voorwaarden betreft, volkomen als een enkelvoudige kromme verhoudt. Dit bewijs is namelijk opgesloten in de identiteit

$$\left\{ \frac{n(n+3)}{2} - d - 2k \right\} + \left\{ \frac{n_1(n_1+3)}{2} - d_1 - 2k_1 \right\} \\ = \frac{(n+n_1)(n+n_1+3)}{2} - (d+d_1+n_1) - 2(k+k_1). \quad (5).$$

Ook hiervan heb ik vroeger reeds gebruik gemaakt §).

*) t. a. p., art. 22.

†) Vergelijk hieromtrent „Einleitung in eine geometrische Theorie der ebenen Curven" van CREMONA-CURTZE, blz. 144, art. 101.

§) t. a. p., art. 23.

5. Een ruimtekromme R_ν (van den ν^{den} graad) is een kromme, die door ieder vlak in ν punten wordt gesneden. Zooals bekend is *), komen bij haar de volgende kenmerkende grootheden voor:

<i>graad of orde</i> (aantal snijpunten met een vlak)	ν
<i>klasse</i> (aantal osculatievlakken door een punt)	μ
<i>rang</i> (graad van het oppervlak der raaklijnen)	ρ
aantal <i>stationaire vlakken</i> (vlakken door vier opvolgende punten)	α
aantal <i>stationaire punten</i> (punten in vier opvolgende osculatievlakken)	β
aantal der in een vlak gelegen " <i>punten in twee lijnen</i> " (snijpunten van twee niet opvolgende raaklijnen)	x
aantal der door een punt gaande " <i>vlakken door twee lijnen</i> " (vlakken waarin twee niet opvolgende raaklijnen liggen)	y
aantal der in een vlak gelegen " <i>lijnen in twee vlakken</i> " (lijnen waardoor twee niet opvolgende osculatievlakken gaan)	g
aantal der door een punt gaande " <i>lijnen door twee punten</i> " (lijnen waarop twee niet opvolgende punten liggen)	h

Als bijzonderheden van de eenvoudigste soort moeten hierbij dan nog vermelding vinden:

het aantal <i>dubbelpunten</i>	D
het aantal <i>dubbelvlakken</i> (vlakken die de kromme in twee punten osculeeren)	Δ
het aantal <i>stationaire lijnen</i> (lijnen waarop drie opvolgende punten der kromme liggen)	θ
het aantal <i>dubbelraaklijnen</i> (lijnen die de kromme in twee punten aanraken).	T

De toepassing van de PLUCKER'sche formules op een willekeurige vlakke doorsnee van het ontwikkelbaar oppervlak, dat R_ν tot keerlijn heeft, levert de vergelijkingen

*) Vergelijk hieromtrent „Analytische Geometrie des Raumes" van SALMON-FIEDLER, deel II, 2de uitgaaf, blz. 69—86. In navolging van STURM en CREMONA stel ik graad, klasse en rang door ν , μ , ρ voor.

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \varrho(\varrho - 1) - 2(x + T) - 3(\nu + \theta) \\ \alpha &= (\nu + \theta) + 3(\mu - \varrho) \\ (\Delta + g) &= \frac{1}{2}(\mu - \varrho)(\mu + \varrho - 9) + (x + T) \end{aligned} \right\} \dots (6).$$

Eveneens levert de toepassing dier formules op een willekeurige vlakke doorsnee van den kegel, die R , uit een willekeurig punt der ruimte projecteert, de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \nu &= \varrho(\varrho - 1) - 2(y + T) - 3(\mu + \theta) \\ \beta &= (\mu + \theta) + 3(\nu - \varrho) \\ (D + h) &= \frac{1}{2}(\nu - \varrho)(\nu + \varrho - 9) + (y + T) \end{aligned} \right\} \dots (7).$$

Met behulp van deze zes vergelijkingen (6) en (7), die het eerst door CAYLEY gegeven zijn, kan men, zoo van de dertien in beschouwing genomen grootheden er zeven gegeven zijn, de overige zes bepalen. Wanneer de vier bijzonderheden, D , Δ , θ , T niet voorkomen, heeft men daartoe slechts drie der negen kenmerkende grootheden te kennen. En uit de rangschikking van de grootheden blijkt voldoende de bekende reciprociteit der beide reeksen van grootheden

$$\begin{aligned} \nu, \varrho, \mu, \alpha, \beta, x, y, g, h, D, \Delta, \theta, T, \\ \mu, \varrho, \nu, \beta, \alpha, y, x, h, g, \Delta, D, \theta, T, \end{aligned}$$

waarbij de grootheden ϱ , θ en T met zich zelf en m en n , α en β , x en y , g en h , en D en Δ met elkaar reciprook zijn.

Zoo als bekend is noemt men het aantal h der door een punt gaande *koorden* der kromme, ook wel het aantal harer *schijnbare dubbelpunten*, wijl deze lijnen voor een willekeurig punt als oogpunt de gezichtsstralen van twee punten der kromme voorstellen en de kromme zich zelve dus op deze lijnen schijnt te snijden. Evenzoo zou men g het aantal der *schijnbare dubbelvlakken* kunnen noemen.

Hierbij kan nu de vraag gesteld worden, of het niet eenvoudiger en daarom beter zou zijn beide soorten van dubbelpunten en dubbelvlakken, namelijk ware en schijnbare, onder den algemeenen naam van dubbelpunten en dubbelvlakken te vereenigen en het aantal dezer grootheden $h + D$ en $g + \Delta$ door H en G voor te stellen. De gevondene vergelijkingen maken

hiertegen geen bezwaar; werkelijk heeft CREMONA ze in dezen vorm gegeven *). En naar den schijn te oordeelen mag men iedere willekeurige lijn door een dubbelpunt, wijl ze door twee takken van de kromme wordt ontmoet, dan ook als een koorde, mag men iedere willekeurige lijn in een dubbelvlak dan ook als een lijn in twee vlakken beschouwen.

Tegen het laatste zijn echter ernstige bedenkingen aan te voeren. Stelt men zich namelijk voor, dat de kromme die men beschouwt de doorsnee is van twee oppervlakken van den tweeden graad die elkaar in een punt P aanraken, dan zal de kromme, zoo als bekend is, in P een dubbelpunt hebben. Beschouwt men nu iedere lijn door P als een koorde van de kromme, dan zou men tot het besluit moeten komen, dat iedere lijn, die P met een ander punt der kromme verbindt, drie punten met de kromme gemeen heeft en zij dus een lijn is, die elk der beide oppervlakken van den tweeden graad, waarvan de kromme de doorsnee is, in drie punten snijdt; wat natuurlijk ongerijmd genoemd mag worden. En tot een diergelijke ongerijmdheid geraakt men, wanneer men de kromme behandelt, die de keerlijn is van het ontwikkelbare oppervlak, dat twee elkaar in een punt aanrakende oppervlakken van den tweeden graad omhult.

Komt men dus tot het besluit, dat ieder dubbelpunt voor een willekeurige lijn er door getrokken één snijpunt van die lijn met de kromme, dat ieder dubbelvlak voor een willekeurige lijn er in getrokken één osculatievlak van de kromme door de lijn voorstelt, anders is het gesteld zoodra de lijn ligt in het vlak van de beide raaklijnen in het dubbelpunt of gaat door het snijpunt van de beide raaklijnen in het dubbelvlak; dan moet deze lijn in beide gevallen als raaklijn en dus in het eerste geval ook als koorde, in het tweede ook als „lijn in twee vlakken” worden aangemerkt †).

*) Vergelijk „Grundzüge einer allgemeinen Theorie der Oberflächen in synthetischer Behandlung” van CREMONA-CURTZE, blz. 9 en 11.

†) Hoewel SALMON-FIEDLER t. a. p. in art. 85 zeer juist de ware en schijnbare dubbelpunten van elkaar scheidt, begaat hij in art. 89 de fout aan de doorsnee van twee oppervlakken van den tweeden graad, die elkander in een punt aanraken, een $\frac{1}{2}$ ter waarde van drie toe te kennen. Vergelijk ook „Journal van Crelle,” Band 79, STURM, „Erzeugnisse, Elementarsysteme und Charakteristiken von cubischen Raumeurven,” art. 6.

Later zal blijken, dat de grootheden h en g van oneindig veel meer gewicht zijn dan de grootheden D en Δ en het hierom alleen zelfs reeds noodzakelijk is, de bedoelde grootheden van elkaar gescheiden te houden.

6. De vraag of de vergelijkingen (6) en (7) ook gelden voor het geval, dat de ruimtekromme $R_{\nu + \nu_1}$ uit twee enkelvoudige ruimtekrommen R_{ν} en R_{ν_1} is samengesteld moet nu beantwoord worden. En wel in bevestigenden zin. Want snijdt men het ontwikkelbaar oppervlak, waarvan $R_{\nu + \nu_1}$ de keerlijn is — dat nu bestaat uit de beide ontwikkelbare oppervlakken, die de samenstellende krommen van $R_{\nu + \nu_1}$ tot keerlijnen hebben — door een willekeurig vlak, dan komt men langs den weg van art. 2 tot de vergelijkingen (6). En snijdt men den kegel, die $R_{\nu + \nu_1}$ uit een willekeurig punt der ruimte projecteert — welke kegel bestaat uit de twee kegels die de samenstellende krommen van $R_{\nu + \nu_1}$ uit dit punt projecteeren — door een willekeurig vlak, dan komt men langs denzelfden weg tot de vergelijkingen (7).

7. Het bezwaar, dat in art. (3) vermeld is, komt ook bij ruimtekrommen voor; de formules (6) en (7) worden ten deele illusoir, wanneer de kromme R_{ν} een rechte lijn is. Met het oog op de in art. (5) genoemde reciprociteit wordt de algemeene geldigheid der formules PLÜCKER-CAYLEY behouden door het aannemen van verschillende waarden voor de kenmerkende grootheden, naarmate men de lijn beschouwt als de verzameling van al haar punten, of als de lijn gemeenschappelijk aan al de door haar gaande vlakken, of men de lijn dus beschouwt als de drager van een puntreeks of van een vlakkenbundel. In het eerste geval geeft de projecteerende kegel — hier een plat vlak —

$$\nu = 1, \quad \rho = 0, \quad h = 0, \quad y + T = 4, \quad \beta = 0 \quad \text{en} \quad \mu = -3,$$

waaruit in verband met de formules (6) en (7) volgt:

$$\alpha = -8, \quad z + T = 0, \quad g + \Delta = 18, \quad D = 0, \quad \theta = 0.$$

In het tweede geval geeft de doorsnee met het ontwikkelbare oppervlak — hier een stralenbundel in het platte vlak —

$$\mu = 1, \quad \rho = 0, \quad g = 0, \quad z + T = 4, \quad \alpha = 0 \quad \text{en} \quad \nu = -3,$$

waaruit de formules (6) en (7) weer doen voortvloeien:

$$\beta = -8, \quad y + T = 0, \quad h + D = 18, \quad \Delta = 0, \quad \theta = 0.$$

8. Niet iedere ruimtekromme is zoo als men weet de volledige doorsnee van twee oppervlakken; de ruimtekromme R_3 , waarin twee oppervlakken F_2 , die reeds een lijn gemeen hebben, elkaar snijden, is hiervan het eenvoudigste bewijs. Want daar het getal drie alleen de factoren een en drie toelaat, is de eenige kromme R_3 , die de volledige doorsnee is van twee oppervlakken, een vlakke kromme.

Daarentegen is iedere kromme R_ν zeker te beschouwen als een aanvullingsdoorsnee. Projecteert men haar namelijk uit twee harer punten, dan zullen de beide projecteerende kegels, die van den $\nu-1^{\text{sten}}$ graad zullen zijn, elkaar volgens een kromme $R_{(\nu-1)^2}$ snijden, waarvan R_ν een deel is. Iedere R_ν is dus steeds de aanvullingsdoorsnee van een $R_{\nu^2-3\nu+1}$.

9. In de theorie der ruimtekrommen is de vraag naar het oppervlak van den laagsten graad, dat gebracht kan worden door een kromme R_ν , waarvan men niets weet, dan dat zij van den ν^{den} graad is, van veel gewicht. Wilt een oppervlak F_n door $\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6} - 1$ of $\frac{n(n^2+6n+11)}{6}$ punten bepaald wordt *), kan men, zoodra

$$\frac{n(n^2+6n+11)}{6} \geq \nu n + 1 \dots \dots \dots (8)$$

is, $\nu n + 1$ bepalende punten van F_n op R_ν aannemen, in welk geval F_n de kromme R_ν bevatten moet, wilt een niet op F_n gelegene kromme R_ν het oppervlak slechts in νn punten snijden kan. De kleinste waarde van n , die aan (8) voldoet, geeft dus den graad van het verlangde oppervlak aan; deze waarde zal ik door \bar{n} voorstellen.

In het algemeen is men er echter niet zeker van, dat door

*) Vergelijk omtrent de afleiding van dit getal langs analytischen weg „SALMON-FIEDLER, Geometrie des Raumes" II, blz 1 en langs synthetischen weg „DE JONQUIÈRES t. a. p. art. 33 en CREMONA „Oberflächen," blz. 18, noot 3.

de kromme R_v een enkelvoudig oppervlak $F_{\bar{n}}$ te brengen is. Volgens het bovenstaande gaat door iedere kromme R_{16} een oppervlak F_7 , wyl het aantal punten dat zulk een oppervlak bepaalt 119 en dus grooter dan $7 \times 16 + 1$ of 113 is. Toch gaat er door de kromme R_{16} , indien zij de volledige doorsnee is van twee oppervlakken F_2 en F_3 , geen enkelvoudig oppervlak F_7 ; eenvoudig omdat de bedoelde kromme dan gelegen zou moeten zijn op de twee oppervlakken F_2 en F_7 en dus hoogstens van den veertienden graad zou kunnen wezen.

Natuurlijk behoeft dit geval, dat zich klaarblijkelijk alleen dan kan voordoen, wanneer er toevalligerwijs door R_v een oppervlak van lageren dan den \bar{n} den graad gebracht kan worden, niet als een uitzondering op den boven verklaarden regel te worden aangemerkt. Ieder willekeurig oppervlak F_5 vormt namelijk met het oppervlak F_2 , waarop R_{16} ligt, een oppervlak F_7 dat R_{16} bevat.

Wordt het geval, dat door R_v een oppervlak van lageren dan den \bar{n} den graad te brengen is, voorloopig uitgesloten, dan zal men, wanneer \bar{n} weer de kleinste waarde van n aangeeft, die voldoet aan de betrekking

$$\frac{n(n^2 + 6n + 11)}{6} \geq \nu n + 2 \dots \dots \dots (9)$$

een verzameling van oppervlakken $F_{\bar{n}}$ door R_v kunnen brengen, waarvan de graad van oneindigheid — d. i. het aantal willekeurige punten, dat men nog ter bepaling van een zijner oppervlakken aannemen kan — door $\frac{\bar{n}(\bar{n}^2 + 6\bar{n} + 11)}{6} - \nu\bar{n} - 1$ wordt aangegeven, en deze kromme dus zeker kunnen beschouwen als de aanvullingsdoorsnee van twee oppervlakken $F_{\bar{n}}$ die buiten R_v om een kromme $R_{\bar{n}-2}$ gemeen hebben. Alleen onder genoemde beperking volgt dan uit het nu behandelde, dat iedere kromme R_3 de aanvullingsdoorsnee is van twee oppervlakken F_2 , die een rechte lijn, iedere kromme R_5 de aanvullingsdoorsnee is van twee oppervlakken R_3 die een kromme R_4 gemeen hebben; terwijl het aan den anderen kant van een R_4 nog niet zeker is of er meer dan een F_2 , van een R_6 of er meer dan een F_3 door gebracht kan worden.

Is nu — en hiermee stel ik de zaak zoo algemeen mogelijk voor — de kromme R_ν de volledige doorsnee van twee oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} (waarbij $n_1 \geq n_2$ is), dan is door deze kromme op F_{n_2} na geen enkelvoudig oppervlak van lageren dan den n_1^{sten} graad te brengen. En uit de theorie der oppervlakkenbundels volgt dan, dat er een oneindig aantal enkelvoudige oppervlakken F'_{n_1} door gaan, waarvan de vorm door $F_{n_1} - \varphi(x, y, z) F_{n_2} = 0$ — waarin φ een vorm van den $n_1 - n_2^{\text{den}}$ graad is — is voorgesteld. Is daarentegen van de kromme R_ν alleen bekend, dat zij op een oppervlak F_n (waarbij $n < \bar{n}$ is) ligt en weet men dus niet of zij volledige doorsnee dan wel aanvullingsdoorsnee is, zoo is uit de vergelijkingen (8) en (9) niets af te leiden. Alleen weet men dat er een oneindig aantal oppervlakken $F_{\nu-1}$ (de kegels, die R_ν uit elk harer punten projecteeren) door R_ν gebracht kan worden en evenveel oppervlakken $F_{\nu-2}$ als R_ν dubbelpunten en stationaire punten heeft. Bij het wegnemen van de boven aangebrachte beperking blijft het dus niet zeker, dat iedere ruimtekromme R_5 de aanvullingsdoorsnee is van twee oppervlakken F_3 , terwijl men bij de ruimtekromme R_3 deze beperking niet behoeft weg te nemen, wijl een ruimtekromme R_3 niet in een vlak liggen kan.

Ook wanneer de ruimtekromme R_ν samengesteld is, verliezen de vergelijkingen (8) en (9) haar kracht; wijl men uit het feit, dat het aantal snijpunten van R_ν en F_n grooter is dan νn in dit geval slechts afleiden kan, dat een der enkelvoudige deelen van R_ν geheel op F_n moet liggen.

10. Is men bij een kromme R_ν gelegen op een oppervlak F_n (waarbij $n < \bar{n}$ is) in het algemeen niet in staat den graad te bepalen van het enkelvoudige oppervlak van den naast hoo-geren graad dat R_ν bevat, bij de krommen die gelegen zijn op een oppervlak F_2 is dit in het algemeen wel het geval. Het bewijs van deze stelling moet, wijl ze geheel nieuw is, ten voeten uit gegeven worden. Daartoe moet ik vooraf enkele uitkomsten in herinnering brengen, die CHASLES *) met betrekking

*) „Comptes rendus”, deel 53, blz 985: „Théorie analytique des courbes à double courbure de tous les ordres tracées sur l'hyperboloïde à une nappe.”

tot deze krommen gevonden en zonder bewijs meegegeeld heeft.

Stellen de vergelijkingen :

$$P = 0, \quad Q = 0, \quad R = 0, \quad S = 0$$

vier platte vlakken voor, dan zal het oppervlak, waarvan $PS - QR = 0$ de vergelijking is, een regelrecht oppervlak van den tweeden graad zijn, waarvan de beschrijvende lijnen van verschillend stel worden aangegeven door de twee paren van vergelijkingen :

$$\left. \begin{array}{l} P + x Q = 0 \\ R + x S = 0 \end{array} \right\} \dots (I) \quad \left. \begin{array}{l} P + y R = 0 \\ Q + y S = 0 \end{array} \right\} \dots (II)$$

Van deze zal ik de lijnen van het stel (I) kortheidshalve „beschrijvende lijnen”, die van het stel (II) „richtlijnen” noemen. Verbindt men nu de veranderlijken x en y door een betrekking :

$$f(x_q, y_p) = 0 \dots \dots \dots (10),$$

waarin de hoogste macht van x door q , die van y door p wordt aangeduid, dan doet men, wijl met ieder stel waarden van x en y een punt op de hyperboloïde -- namelijk het snijpunt van de beschrijvende lijn x met de richtlijn y -- overeenstemt, een kromme op het oppervlak F_2 ontstaan, die door iedere beschrijvende lijn in p , door iedere richtlijn in q punten gesneden wordt. Wijl ieder rakend vlak aan F_2 dit oppervlak volgens een beschrijvende lijn en een richtlijn snijdt is de kromme (10) van den $p + q^{\text{den}}$ graad. Zij wordt door CHASLES door het symbool $M(x^p, y^q)$ voorgesteld en komt punt voor punt overeen met de vlakke kromme, die men verkrijgt, wanneer men x en y uit (10) als de coördinaten van een punt in het platte vlak beschouwt. Deze vlakke kromme komt dus *) in geslacht met de ruimtekromme overeen, zij behoeft dit echter niet in graad te doen, enz †)

*) Vergelijk CREMONA „Oberflächen” blz. 55.

†) In de aangegevene verhandeling maakt CHASLES gebruik van een coördinatenstelsel op de hyperboloïde, dat reeds in 1847 door PLÜCKER („Journal van CRELLE”, Band 34, blz. 341—359) is aangewezen en waarvan CAYLEY zich ook reeds had

De kromme $M(x^p y^q)$ is door $p q + p + q$ willekeurig op F_2 aangenomen punten bepaald. Gemakkelijk leidt men ook deze reeds door CHASLES meegedeelde stelling *) af uit het feit, dat het aantal coëfficiënten van (10) door $(p+1)(q+1)$ voorgesteld wordt. Wanneer van twee krommen $M(x^p y^q)$ aangevozen is, dat ze beide de lijnen van een bepaald stel tot beschrijvende lijnen hebben — en wanneer p en q gelijk zijn ook zonder dit — vallen de krommen dus samen als ze $p q + p + q$ willekeurig op F_2 aangenomen punten gemeen hebben.

Liggen er nu — en hiermee kom ik op niet door CHASLES betreden terrein — van de $p^2 + 2p$ punten, die een kromme $M(x^p y^p)$ bepalen, $p^2 + p + q$ op een kromme $M(x^p y^q)$ waarbij $p > q$ is, dan bestaat $M(x^p y^p)$ uit de vereeniging van de kromme $\overline{M}(x^p y^q)$ met de $p - q$ beschrijvende lijnen van F_2 , die men door de $p - q$ niet op $M(x^p y^q)$ gelegen bepalende punten brengen kan †). Want omdat deze lijnen te zamen op iedere richtlijn $p - q$ snijpunten geven, vormen zij met $M(x^p y^q)$ een kromme $M(x^p y^p)$, die door de gegeven $p^2 + 2p$ bepalende punten gaat en door deze punten gaat slechts één zulke kromme.

Met behulp van de laatste stelling toont men nu zonder moeite aan, dat door iedere kromme $\overline{M}(x^p y^q)$ een enkelvoudig oppervlak F_p gaat als $p \geq q$ is. Uit het bovenstaande blijkt namelijk — in aanmerking genomen dat F_p en dus ook de doorsnee van F_2 en F_p zoowel door iedere beschrijvende lijn

bediend („Philosophical Magazine”, Juli 1861, deel 23 v. d. 2de Serie, blz. 35—38); zoo als dit na een schrijven van CAYLEY door CHASLES zelf wordt erkend in het derde deel van zijn verhandeling „Comptes Rendus”, deel 53, blz. 1203 „Génération des courbes gauches de tous les ordres sur l'hyperboloïde au moyen de deux faisceaux de courbes d'ordre inférieur — Propriétés des faisceaux de courbes.” Daarbij zijn de stukken, die de twee door een punt m gaande beschrijvende lijnen van de twee door een vast punt gaande beschrijvende lijnen afsnijden de coördinaten van dit punt m . Van deze coördinaten onderscheiden zich de door mij gebruikte alleen door haar meer algemeene strekking.

*) „Comptes rendus”, deel 53, blz. 1076. „Propriétés générales des courbes tracées sur l'hyperboloïde” art. 17 (het tweede deel der verhandeling.)

†) Deze stelling is een bijzonder geval van een meer algemeene, die met betrekking tot de ruimtekrommen $M(x^p y^q)$ dezelfde rol vervult als de bekende stelling van JACOBI met betrekking tot vlakke kromme lijnen. Vergelijk omtrent deze stelling die door JACOBI is gegeven in het Journal van CRELLE Band 15, blz. 292. „De relationibus, quae locum habere debent, etc.” o. a. CREMONA. „Ebene Curven” blz. 62.

als door iedere richtlijn in p punten gesneden wordt en zij dus een $M(x^p y^p)$ moet zijn — dat men het oppervlak F_p slechts te brengen heeft door $p^2 + p + q$ willekeurig op $M(x^p y^q)$ aangenomen punten om er zeker van te zijn, dat dit oppervlak de kromme geheel bevat. Wijl dit getal nu kleiner is dan het verschil van de beide getallen $\frac{p^3 + 6p^2 + 11p}{6}$ en $\frac{p^3 - p - 6}{6}$

die uitdrukken door hoeveel punten men een F_p en door hoeveel punten men een F_{p-2} brengen kan — dit verschil is namelijk $\left\{ \frac{(p+1)(p+2)(p+3)}{6} - 1 \right\} - \left\{ \frac{(p-1)p(p+1)}{6} - 1 \right\}$ of $(p+1)^2 -$ kan men door een aantal punten grooter dan $\frac{p^3 - p - 6}{6}$ (namelijk $\frac{p^3 + 6p^2 + 11p}{6}$ verminderd met $p^2 + p + q$)

en door de $p^2 + p + q$ willekeurig op $M(x^p y^q)$ aangenomen punten een oppervlak F_p bepalen, dat $M(x^p y^q)$ bevatten moet en niet kan bestaan uit de vereeniging van F_2 met een oppervlak van den $p-2^{\text{den}}$ graad, omdat door het aantal willekeurig buiten F_2 aangenomen punten geen F_{p-2} gebracht worden kan. En dat dit (voor $p > 1$) op F_2 na het oppervlak van den laagsten graad is dat door de kromme gaat, dit volgt hieruit, dat een oppervlak van lageren graad de beschrijvende lijnen van F_2 in minder dan p punten snijdt. Zoo is dus bewezen de waarheid van de stelling:

„Door een kromme $M(x^p y^q)$ gaat steeds een enkelvoudig oppervlak F_p als $p \geq q$ is. Met $p-q$ beschrijvende lijnen van F_2 is zulk een kromme dan steeds de volledige doorsnee van een oppervlak F_p met F_2 .”

Bij deze stelling is het besproken oppervlak F_2 natuurlijk een regelrecht oppervlak. Evenwel kost het weinig moeite haar uit te breiden, zoodat zij ook geldt voor het geval, dat F_2 geen bestaansbare rechte lijnen bevat. Daartoe behoeft men slechts aan te nemen, dat P en S , Q en R twee paar toegevoegd onbestaansbare vlakken voorstellen. Hierbij verliest echter het symbool $M(x^p y^q)$ zijn bestaansbare beteekenis. Daarom zal ik deze uitbreiding eerst vermelden, nadat verdere ontwikkelingen het middel aan de hand gedaan hebben het symbool

$M(x^p y^q)$ door een ander te vervangen, dat in dit geval zijn bestaanbare beteekenis behoudt.

11. Is nu iedere algebraïsche ruimtekromme te beschouwen als te behooren tot de doorsnee van twee oppervlakken, er bestaat toch een hemelsbreed verschil tusschen de kromme, die alleen in vereeniging met een andere de totale doorsnee vormt van twee oppervlakken en haar, die dit op zich zelve doet. Van de laatste zijn de kenmerkende getallen in functie van de graden der beide oppervlakken uitgedrukt en is het aantal bepalende enkelvoudige voorwaarden bekend; van de eersten is dit in het algemeen nog niet geschied, eenvoudig wijl de kenmerkende grootheden behalve van de graden der beide oppervlakken nog van andere dingen afhangen. Want de aard van een kromme R , die ligt op twee oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} is eerst — zoo als later blijken zal — bepaald, wanneer men naast ν , n_1 en n_2 het aantal schijnbare dubbelpunten h kent, dat binnen zekere grenzen nog geheel willekeurig kan worden aangenomen.

Wanneer ik hier de omtrent volledige doorsneden gevondene uitkomsten in het kort vermeld, moet dit beschouwd worden, als de inleiding tot de aanwijzing van enkele analoge waarheden, die op aanvullingsdoorsneden betrekking hebben.

12. Als twee oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} in D_1 punten een enkelvoudige en in β_1 punten een stationaire aanraking hebben, dan is het ontwikkelbaar oppervlak gevormd door de raaklijnen aan de kromme van doorsnee van den $n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2) - 2 D_1 - 3 \beta_1$ den graad *). Stelt men alle bijzonderheden behalve de genoemden niet voorhanden, dan heeft men ter bepaling van de tien kenmerkende grootheden naast de zes vergelijkingen van PLÜCKER-CAYLEY derhalve

$$\nu = n_1 n_2,$$

$$\beta = \beta_1,$$

$$D = D_1,$$

$$Q = n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2) - 2 D_1 - 3 \beta_1;$$

*) Vergelijk SALMON-FIEDLER, „A. G. d. R.“ II, blz. 99 voor het analytische en CREMONA-CURTZE, „Oberflächen“, blz. 99 voor het synthetische.

men is dus in staat de zes andere grootheden te bepalen en vindt o. a. alleen uit (7) voor het aantal schijnbare dubbelpunten

$$h = \frac{1}{2} n_1 n_2 (n_1 - 1) (n_2 - 1) *) \dots \dots (11).$$

Dit getal wordt ook verkregen, wanneer men het oppervlak F_{n_1} door n_1 vlakken P , het oppervlak F_{n_2} door n_2 vlakken Q vervangt, in welk geval de kromme in $n_1 n_2$ rechte lijnen overgaat. Wijl men door een willekeurig punt alleen een op twee lijnen rustende lijn kan trekken, die als koorde moet worden aangemerkt, wanneer de beide lijnen elkaar kruisen, zooals in art. 5 gebleken is, en iedere lijn $P_1 Q_1$ van de anderen er $(n_1 - 1)(n_2 - 1)$ kruist, is het aantal der koorden weer $\frac{1}{2} n_1 n_2 (n_1 - 1)(n_2 - 1)$. Zoolang echter nog niet is aangewezen, dat dit aantal onafhankelijk is van het aantal dubbelpunten der kromme van doorsnee — en dit volgt eerst in art. 13 — mag deze afleiding niet als voor twee willekeurige oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} geldende worden aangemerkt.

Ontaardt de kromme R_v in twee anderen R_{v_1} en R_{v_2} , die elkaar in q punten snijden en waarvoor h de waarden h_1 en h_2 heeft, dan heeft men

$$\left. \begin{aligned} v_1 (n_1 - 1) (n_2 - 1) &= 2 h_1 + v_1 v_2 - q \\ v_2 (n_1 - 1) (n_2 - 1) &= 2 h_2 + v_1 v_2 - q \end{aligned} \right\} \dagger) \dots (12)$$

Uit deze formules blijkt, dat als dubbelpunten en andere bijzonderheden zich niet voordoen, de kenmerkende getallen van beide krommen bekend zijn, zoodra men naast v_1, v_2, n_1 en n_2 (waarbij $v_1 + v_2 = n_1 n_2$ is) ook het aantal snijpunten q dier beide samenstellende deelen kent en dat men van de grootheden h_1, h_2 en q er dan slechts een behoeft te kennen om de anderen te kunnen vinden. Bovendien volgt uit de formules (12) door optelling

$$v (n_1 - 1) (n_2 - 1) = 2 (h_1 + h_2 + v_1 v_2 - q),$$

*) In beide genoemde werken wordt deze uitkomst een paar bladzijden verder ook onafhankelijk van het voorgaande afgeleid.

†) Zie SALMON-FIEDLER, blz. 103, CREMONA-CURTZE, „Oberflächen,” blz. 103.

waarin het beginsel besloten ligt, dat de grootheid h eener volledige doorsnee geen verandering ondergaat, wanneer zij in plaats van enkelvoudig te zijn uit twee krommen van lageren graad is samengesteld. Want is $\frac{1}{2} \nu (n_1 - 1)(n_2 - 1)$ het aantal door een punt gaande koorden der enkelvoudige volledige doorsnee, $h_1 + h_2 + \nu_1 \nu_2 - q$ is dit voor de beide samenstellende krommen samen als één kromme beschouwd.

13. Ik breek hier de opnoeming van de reeds bekende uitkomsten voorloopig af en treed naar aanleiding van het bovenbedoelde beginsel in bijzonderheden. Vooreerst om aan te wijzen, dat dit beginsel zich ook voor aanvullingsdoorsneden laat aantoonen, zoodra men eenmaal duidelijk heeft vastgesteld, wat men onder de samenstellende deelen eener aanvullingskromme te verstaan heeft. Is R_{ν_2} de aanvullingsdoorsnee van twee oppervlakken, F_{n_1} en F_{n_2} , die reeds een R_{ν_1} gemeen hebben (waarbij $\nu_1 + \nu_2 = n_1 n_2$ is), dan zal iedere kromme, die met R_{ν_1} de volledige doorsnee van een willekeurig paar oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} vormt, in den graad en het aantal der door een punt gaande koorden met R_{ν_2} overeenkomen. Ontaardt nu R_{ν_2} in twee of meer krommen, — wat bij een bizonderen stand der oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} gebeuren kan — dan zal ik deze krommen, de deelen der aanvullingskromme R_{ν_2} , eenvoudig een *ontaarding* van R_{ν_2} noemen. Waaruit volgt, dat onder een ont-aarding van een aanvullingsdoorsnee een samenstel van krommen verstaan wordt, dat met een bepaalde kromme R_{ν_1} de volledige doorsnee vormt van twee oppervlakken van bepaalden graad.

Neem ik nu eerst aan, dat de kromme R_{ν_2} ontaardt in twee deelen R_{ν_3} en R_{ν_4} (waarbij $\nu_3 + \nu_4 = \nu_2$ is) en onderstel ik, dat deze deelen achtereenvolgens met R_{ν_1} en met elkaar q_3, q_4 en q_1 punten gemeen hebben, dan geeft een beschouwing geheel overeenkomstig aan die van SALMON-FIEDLER *) de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \nu_1(n_1-1)(n_2-1) &= 2h_1 + \nu_1\nu_3 + \nu_1\nu_4 - q_3 - q_4 \\ \nu_3(n_1-1)(n_2-1) &= 2h_3 + \nu_1\nu_3 + \nu_3\nu_4 - q_3 - q_1 \\ \nu_4(n_1-1)(n_2-1) &= 2h_4 + \nu_1\nu_4 + \nu_3\nu_4 - q_4 - q_1 \end{aligned} \right\} \cdot (13).$$

*) t. a. p., blz. 99.

Door optelling van de tweede en derde vindt men

$$\nu_2(\nu_1-1)(\nu_2-1) = 2(h_3 + h_4 + \nu_3\nu_4 - q_1) + \nu_1\nu_2 - q,$$

welke vergelijking in verband met de tweede van (12) de waarheid van het beweerde aantoont in den vorm

$$h_2 = h_3 + h_4 + \nu_3\nu_4 - q_1.$$

En is dit nu aangewezen voor het geval, dat de aanvullingsdoorsnee ontaardt in twee krommen, dan kan men — met betrekking tot een van deze als R_{ν_2} beschouwd het bewijs herhalende — tot het geval eener uit drie deelen bestaande ontaarding overgaan en langs dezen weg tot een uit een willekeurig aantal deelen samengestelde ontaarding opklimmen.

14. Het is bijna overbodig aan te geven, wat het overeenkomstig onderzoek omtrent ontwikkelbare oppervlakken leert. Gemakkelijk vindt men door reciproke omkeering van art. 8, dat ieder algebraïsch ontwikkelbaar oppervlak F_μ van de klasse μ (dat μ vlakken door een punt zendt) het aanvullende omhullingsoppervlak vormt van twee oppervlakken $F_{\mu-1}$ (van de klasse $\mu-1$, d. i. die $\mu-1$ raakvlakken door een lijn zenden), die buiten F_μ om reeds door een oppervlak van de klasse $\mu^2-3\mu+1$ worden omhuld. Ook is het duidelijk, wat men bij zulk een aanvullend omhullingsoppervlak onder een ontaarding te verstaan heeft; bij den overgang van F_μ in een zijner ontaardingen blijft dan het aantal g der schijnbare dubbelvlakken onveranderd.

15. Is het onbetwistbaar, dat bij het vergelijken van twee ruimtekrommen met elkaar aan geen grootheid zooveel gewicht gehecht moet worden als aan het geslacht *), bij de onderlinge vergelijking van krommen van denzelfden graad moet aan het aantal h der schijnbare dubbelpunten zeker een even groote beteekenis toegekend worden. Onder de kenmerkende grootheden is dit getal naast den graad der ruimtekromme namelijk het eenige, dat niet verandert, wanneer deze in een harer ontaardingen overgaat. En evenzoo is het bij de ontwikkelbare oppervlakken met het aantal g der schijnbare dubbelvlakken gesteld.

*) Vergelijk CREMONA-CURTZE, „Oberflächen“, blz. 56, art. 58.

Neemt men aan, dat van de in art. 5 genoemde bijzonderheden alleen de dubbelpunten voorhanden zijn, dan worden de kenmerkende getallen van elke ruimtekromme door vier van hen, bijv. ν , h , D en β bepaald. Een hoeveelheid, die met een, twee of meer volledige doorsneden samenhangt, is dus een functie van de verschillende grootheden ν , h , D en β dier krommen als onderling onafhankelijke veranderlijken. Doet zich hierbij nu het bijzondere geval voor, dat deze hoeveelheid niet verandert, wanneer men door vervanging van elk der volledige doorsneden door een harer ontaardingen de grootheden D en β dier krommen een willekeurige wijziging doet ondergaan, dan moet de bedoelde hoeveelheid ook alleen van de grootheden ν en h dier volledige doorsneden afhangen en dus niet veranderen door welke harer ontaardingen men elk dier krommen ook vervangt. Uit deze stelling, die klaarblijkelijk ook voor aanvullingsdoorsneden doorgaat en die eerst later (art. 23) wordt toegepast, zal het blijken, dat bovenstaande bewering omtrent het gewicht van de grootheid h (vergelijk ook art. 5 aan het slot) niet overdreven is.

16. Omtrent het aantal schijnbare dubbelpunten eener ruimtekromme heb ik thans eenige vragen te stellen. De eerste is deze: kan men uit de getallen ν en h van een ruimtekromme afleiden, of ze enkelvoudig is of samengesteld? Hierop geeft de beschouwing van het geslacht der kromme het antwoord. Projecteert men namelijk de ruimtekromme R_ν , die gekenmerkt is door de getallen ν , h , D en β uit een *willekeurig* punt der ruimte op een willekeurig vlak, dan is de projectie een kromme C_ν , die, wijl ze met R_ν in geslacht overeenstemt *), $h + D + \beta$ dubbelpunten heeft. Is dit getal nu grooter dan $\frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2}$, dan is de kromme C_ν en dus ook R_ν een samengestelde kromme †). Projecteert men aan den anderen kant een enkelvoudige

*) Vergelijk CREMONA-CURTZE, „Oberflächen”, blz. 55.

†) *Verlagen en Mededeelingen*, t. a. p., art. 21. Dat de enkelvoudige kromme R_4 , die de doorsnee is van twee oppervlakken van den tweeden graad, zich uit vier bepaalde punten als een dubbelkegelsnee projecteert, strijdt niet tegen het beweerde.

kromme R_ν , uit een harer niet bijzondere punten, dan zal de projectie $C_{\nu-1}$, wegens de overeenstemming in geslacht, een aantal dubbelpunten δ bezitten bepaald door de vergelijking

$$\frac{1}{2}(\nu-1)(\nu-2) - (h + D + \beta) = \frac{1}{2}(\nu-2)(\nu-3) - \delta,$$

waaruit volgt

$$\delta = h + D + \beta - \nu + 2 \dots \dots \dots (14).$$

Wijl nu δ niet kleiner zijn kan dan $D + \beta$, voert de onderstelling $h < \nu - 2$ tot een ongerijmdheid.

Als men zeker is van de aanwezigheid van een dubbelpunt of een stationair punt kan men de juist gevondene waarde voor de grens van kleinheid van de h eener enkelvoudige ruimtekromme nog wat verhoogden. Projecteert men de kromme dan uit dit dubbelpunt of stationaire punt, dan is de projectie een kromme $C_{\nu-2}$ met minstens $D + \beta - 1$ dubbelpunten. Daar nu het aantal dubbelpunten δ van $C_{\nu-2}$ bepaald wordt door de betrekking

$$\frac{1}{2}(\nu-1)(\nu-2) - (h + D + \beta) = \frac{1}{2}(\nu-3)(\nu-4) - \delta,$$

en hieruit weer is af te leiden, dat

$$\delta = h + D + \beta - 2\nu + 5$$

is, voert de onderstelling $h < 2\nu - 6$ *) — daar δ hier niet kleiner zijn kan dan $D + \beta - 1$ — tot een ongerijmdheid.

Is de kromme samengesteld uit twee anderen van de graden ν_1 en ν_2 , die q punten gemeen hebben en waarvoor h de waarden h_1 en h_2 heeft, dan is

$$h = h_1 + h_2 + \nu_1 \nu_2 - q;$$

waaruit, wijl $\nu_1 + \nu_2 = \nu$ en $\nu_1 \nu_2$ dus zoo klein mogelijk is als een der factoren één is, met zekerheid kan worden afgeleid

$$h + q \geq \nu - 1 \text{ en dus } h + D + \beta \geq \nu - 1,$$

welke vergelijking ook blijft bestaan als R_ν uit meer dan twee

*) Deze grens is eerst dan grooter dan de voorgaande als $\nu > 4$ is.

krommen bestaat. En daar h nul is bij een vlakke kromme en omgekeerd waar h nul is de kromme vlak moet zijn, vindt men het volgende schema, waarin s de som $D + \beta$ voorstelt.

Geval $s = 0$	Geval $s > 0$	Kromme
$h = 0$	$h = 0$	vlak
$0 < h < \nu - 2$	$0 < h < \nu - 2$	niet mogelijk
$h = \nu - 2$	enkelvoudig
.....	$\nu - 2 \leq h < 2\nu - 6$	samengesteld
$\nu - 1 \leq h \leq \frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2}$	$2\nu + s - 6 \leq h + s \leq \frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2}$	twijfelachtig
$\frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2} < h$	$\frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2} < h + s$ samengesteld.

17. Ter bepaling van het aantal der schijnbare dubbelpunten eener kromme $M(x^p y^q)$ kan men verschillende wegen inslaan. Rechtstreeks berekent men gemakkelijk het aantal koorden van $M(x^p y^q)$, die gaan door een willekeurig punt van F_2 buiten deze kromme. Door zulk een punt gaat een beschrijvende lijn die de kromme in p en een richtlijn die de kromme in q punten snijdt, terwijl geen andere lijn door dit punt twee punten met de kromme gemeen kan hebben, wijl ze dan F_2 in drie punten snijden zou. Nu telt de beschrijvende lijn met haar p snijpunten voor $\frac{p(p-1)}{2}$, de richtlijn met haar q snijpunten voor $\frac{q(q-1)}{2}$ koorden; hieruit volgt $h = \frac{p^2 + q^2 - (p + q)}{2}$ *).

Ook uit art. 10 en art. 13 is deze uitkomst af te leiden. Voor de kromme van doorsnee van F_2 en F_p is, volgens de formule (11) op blz. 266, $h = p(p-1)$. Bestaat deze nu uit een kromme $M(x^p y^q)$ en $p-q$ beschrijvende lijnen x van F_2 — die elkaar onderling niet en $M(x^p y^q)$ elk in p punten snijden — dan wordt de grootte h van de kromme $M(x^p y^q)$ bepaald door de vergelijking

*) Vergelijk „Philosophical transactions”, Vol. 153, part. II, blz. 459, art. 20. CAYLEY „On skew surfaces, otherwise scrolls.”

$$p(p-1) = h + \frac{(p-q)(p-q-1)}{2} + q(p-q),$$

waaruit voor h dezelfde waarde gevonden wordt.

De volgende tabel geeft de waarde van h aan voor alle krommen $M(x^p y^q)$, waarvan $q \leq p \leq 10$ is. Ten einde de krommen van denzelfden graad (waarvoor $p + q$ dezelfde waarde heeft) beter onderling te kunnen vergelijken zijn de cijfers in de diagonalen om den andere dik en dun aangenomen.

		Waarde van p									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Waarde van q	1	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45
	2		2	4	7	11	16	22	29	37	46
	3			6	9	13	18	24	31	39	48
	4				12	16	21	27	34	42	51
	5					20	25	31	38	46	55
	6						30	36	43	51	60
	7							42	49	57	66
	8								56	64	73
	9									72	81
	10										90

18. Uit de beide betrekkingen

$$v = p + q, \quad h = \frac{p^2 + q^2 - (p + q)}{2},$$

die zich bij een kromme $M(x^p y^q)$ voordoen, volgt

$$p + q = v, \quad pq = \frac{v(v-1)}{2} - h;$$

uit deze nieuwe betrekkingen blijkt, dat men, wanneer v en h gegeven zijn, p en q vindt als de wortels van de vierkantsvergelijking

$$x^2 - \nu x + \frac{\nu(\nu-1)}{2} - h = 0 \dots \dots (15)$$

en wel p als den grooteren, q als den kleineren. Vereeniging van de voorwaarde, die uitdrukt dat deze wortels bestaanbaar zijn, met die, welke uitdrukt dat de kleinste minstens de eenheid is, bepaalt de grenzen van h ; men vindt namelijk

$$\frac{\nu(\nu-2)}{4} \leq h \leq \frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2}. *$$

Bij de enkelvoudige krommen $M(x^p y^q)$ treedt dus $\frac{\nu(\nu-2)}{4}$

in de plaats van de grens van kleinheid, die voor h gevonden is.

Wijl $p + q = \nu$ is, leidt men uit de vergelijking

$$h = \frac{\nu(\nu-1)}{2} - pq$$

af, dat h bij een kromme $M(x^p y^q)$ van gegeven graad het kleinst wordt, wanneer p en q zoo weinig mogelijk, dat h daarentegen het grootst wordt, wanneer p en q zoo veel mogelijk verschillen; dit voert tot dezelfde uitkomst.

Als men met het oog op de onbestaanbaarheid, die zich meedeelt aan de beteekenis van het symbool $M(x^p y^q)$, wanneer het oppervlak F_2 , waarop de kromme ligt, geen rechte lijnen bevat, dit symbool door het nieuwe $M(\nu, h)$ vervangen wil, dan moet men bedenken, dat men aan h binnen de gevonden grenzen niet alle mogelijke geheele waarden toekennen kan. Veeleer moet h zoodanig worden gekozen, dat $4h - \nu(\nu-2) = (p-q)^2$ het vierkant is van een getal, dat tegelijkertijd met ν even of oneven is. Onder deze voorwaarde kan men de stelling van art. 10 in den volgenden vorm uitspreken, die van de bestaan- of onbestaanbaarheid der rechte lijnen op F_2 onafhankelijk is:

Een kromme $M(\nu, h)$, die gelegen is op een oppervlak F_2 , ligt altijd op een enkelvoudig oppervlak, waar-

*) De krommen $M(x^p y^q)$ zijn noodzakelijk van het geslacht nul, wijl ze punt voor punt met elke beschrijvende lijn van F_2 overeenstemmen. Want de richtlijnen geven op $M(x^p y^q)$ en die beschrijvende lijn projectieve puntreeksen aan.

van de graad de grootste der beide wortels is van de vierkantsvergelijking $x^2 - \nu n + \frac{\nu(\nu - 1)}{2} - h = 0$.

19. Een tweede vraag, die ik wilde beantwoorden, betreft de verdeeling der ruimtekrommen. Zoo als bekend is, is door CLEBSCH de verdeeling naar het geslacht op den voorgrond gesteld en hiermee voor de ontwikkeling van de theorie der algebraïsche krommen een nieuw tijdperk geopend. Vooral bij krommen met een geslacht nul is van de onderlinge verwantschap op voordeelige wijs gebruik gemaakt; later kom ik daarop terug. Nu wil ik alleen maar in herinnering brengen, dat CREMONA het geslacht eener kromme een maat noemt van de moeielijkheden, die men bij het bestudeeren er van ontmoet. Zelfs bij vlakke krommen worden dan ook slechts hoogstens de krommen met een geslacht twee behandeld *).

Waar ik echter hier schrijven wil over de verdeeling der ruimtekrommen, daar heb ik meer het oog op de rangschikking, waarbij naast iedere enkelvoudige kromme al hare ont-aardingen worden gesteld. En dan is het hierbij maar de vraag of twee ruimtekrommen, waarvoor de beide groottheden ν en h dezelfde waarde verkrijgen, steeds gerekend kunnen worden tot een zelfde soort te behooren; is dit namelijk het geval, dan kan de grootheid h als de grondslag beschouwd worden van de verdeeling der krommen R_ν van denzelfden graad in verschillende soorten. Hoewel nu de krommen R_4 en R_5 reeds sedert geruimen tijd in soorten verdeeld zijn, zal ik deze verdeeling hier met behulp van de stelling uit art. 10 afleiden, om te laten zien met welke geringe moeite men met behulp van deze stelling daarin slaagt; om daarna uit de uitkomsten een besluit te trekken en dit door een meer algemeen geval nader te bevestigen. Wijl er slechts eene soort van krommen R_3 bestaat, ga ik deze met stilzwijgen voorbij.

Een enkelvoudige ruimtekromme R_4 — en de vlakke krommen sluit ik uit — ligt steeds op een F_2 . Er zijn dus twee

*) Vergelijk CLEBSCH-LINDEMANN „Vorlesungen über Geometrie.” I.

soorten van krommen R_4 , de krommen $M(x^2 y^2)$ en $M(x^3 y^1)$; voor de eerste is $h = 2$, voor de tweede $h = 3$; de eerste is bepaald door drie, de tweede door zeven punten op F_2 *); de eerste is de volledige doorsnee van twee oppervlakken F_2 †), de tweede de aanvullingsdoorsnee van F_2 met een F_3 , dat door twee beschrijvende lijnen van F_2 gebracht wordt.

Neemt men de samengestelde krommen in de beschouwing op, dan moet men vooreerst de kromme $M(x^4 y^0)$ nog vermelden; deze bestaat uit vier elkaar kruisende lijnen; voor haar is $h = 6$ en het aantal bepalende punten op F_2 vier. Verder moet men dan nog spreken van de kromme R_4 , waarvoor $h = 5$ is en die o. a. vertegenwoordigd wordt door een kegelsnee en twee elkaar en deze kromme niet snijdende lijnen. Deze laatste kromme ligt niet op een F_2 . Evenmin — in eigenlijken zin — de kromme, die uit twee elkaar niet snijdende kegelsneden bestaat, waarvoor $h = 4$ is.

Bij de ruimtekrommen R_5 komen vooreerst twee gevallen voor, naarmate de kromme al of niet op een F_2 ligt; in het eerste geval heeft men met een $M(x^3 y^2)$ of met een $M(x^4 y^1)$ te doen; voor de eerste dezer beide krommen is $h = 4$, voor de tweede is $h = 6$; de eerste is bepaald door elf punten op F_2 , de tweede door negen; de eerste is de doorsnee van F_2 met een F_3 dat een, de tweede is de doorsnee van F_2 met een F_4 , dat drie beschrijvende lijnen met F_2 gemeen heeft. In het tweede geval, dat er door R_5 geen F_2 te brengen is, moet R_5 de aanvullingsdoorsnee zijn van twee oppervlakken F_3 , die reeds een R_4 gemeen hebben. Wijl de grootheid h van deze R_4 de waarde 2, 3, 4, 5 of 6 heeft, zou de h van zulk een R_5 volgens de vergelijking

$$(\nu_1 - \nu_2) (n_1 - 1) (n_2 - 1) = 2(h_1 - h_2) \dots (16),$$

*) Dit is niet in strijd met de uitkomst van CAYLEY, dat men zulk een kromme door acht willekeurige punten brengen kan en wel zoo als SALMON (t. a. p. art. 91) bewijst ten getale van vier. Hierbij is namelijk het oppervlak F_2 , waarop de kromme liggen moet, nog niet bepaald.

†) Dat de kromme, die verkregen wordt als aanvullingsdoorsnee van een F_2 met een F_3 die een vlakke kromme gemeen hebben, de volledige doorsnee is van twee F_2 's, volgt in verband met de stelling van art. 10 eenvoudig hieruit, dat ze een $M(x^2 y^2)$ is. Een kort analytisch bewijs hiervan geeft SALMON (t. a. p. blz. 107), een minder eenvoudig synthetisch bewijs geeft STURM („Synthetische Untersuchungen“, blz. 66 onderaan).

die men verkrijgt door de beide vergelijkingen (12) van elkaar af te trekken, de waarde 4, 5, 6, 7 of 8 kunnen hebben, wanneer de beide laatste waarden volgens het schema van art. 16 niet onmogelijk waren bij een enkelvoudige kromme. Door de op twee oppervlakken F_3 liggende krommen R_5 , waarvoor $h = 5$ en $h = 6$ is, kan geen F_2 gaan; want terwijl $h = 5$ niet voorkomt bij de op een F_2 gelegen krommen R_5 , zou het liggen van de kromme, waarvoor $h = 6$ is, op een F_2 vereischen dat deze een $M(x^4 y^2)$ is en bij de doorsnee van twee oppervlakken F_3 kunnen geen vier punten op een rechte lijn liggen. Dat echter door de kromme R_5 , waarvoor $h = 4$ is, wel een oppervlak F_2 gaat, kan ik bij de volgorde, die ik mij voorstel te nemen, eerst later op een eenvoudige wijze aantonen (vergelijk art. 25); daarom verwijs ik thans naar een uitstekend bewijs van STURM *). Zoo kom ik dus tot het volgende

Overzicht van de ruimtekrommen R_5 .

Aanwijzing der soort.		Waarde van		
Volgens CAYLEY †).	Volgens CHASLES.	h	n_2	n_1
$2 \times 3 - 1$	$M(x^3 y^2)$	4	2	3
$2 \times 4 - 1 - 1 - 1$	$M(x^4 y^1)$	6	2	4
$3 \times 3 - (6 - 2)$	5	3	3
$3 \times 3 - (3 + 1)$	6	3	3

De hoofduitkomst van dit onderzoek is de bekende waarheid, dat er twee krommen R_5 bestaan, waarvoor $h = 6$ is en waarvan de eene wel, de andere niet op een F_2 ligt. Hieruit blijkt namelijk, dat de grootheid h op zich zelf beschouwd niet de grondslag van de verlangde verdeling der ruimtekrommen kan uitmaken; zij kan dit alleen in vereeniging met de graden n_1 en n_2 van de beide oppervlakken van den laagsten graad, die door de kromme gaan.

*) „Synthetische Untersuchungen” blz. 206 in het midden.

†) Vergelijk „Comptes rendus”, deel 58 blz. 55 volg. en blz. 994 volg. De aanduiding door cijfers heb ik wat gewijzigd, die door namen weggelaten.

Zelfs bij een aanvullingsdoorsnede en een volledige doorsnede kan het gebeuren, dat de groottheden ν en h gelijk zijn. Als voorbeeld haal ik de basiskromme R_{ν^2} aan van een oppervlakkenbundel van den n^{den} graad en de kromme $M(x^{n^2} - y^n)$, die beide van den n^{den} graad zijn en een h hebben, die door den vorm $\frac{1}{2} n^2 (n - 1)^2$ wordt voorgesteld.

20. Uit het onderzoek van de krommen R_5 blijkt tevens, dat niet alle enkelvoudige krommen, die volgens het schema van art. 16 kunnen voorkomen, bestaan. Want dit schema laat een enkelvoudige kromme R_5 toe, waarvoor $n = 3$ is, terwijl de h van een enkelvoudige R_5 volgens onze uitkomst de waarde 4, 5 of 6 moet hebben.

Later zal van uit een geheel anderen hoek voor h de nieuwe grens van kleinheid $\frac{\nu(\nu-1)}{6}$ verschijnen (art. 25, blz. 288); op

de vraag, of al de volgens het verbeterde schema mogelijke krommen bestaan, kan ik echter geen antwoord geven (vergelijk art. 21).

21. Wanneer iemand in vol vertrouwen op de woorden van den grooten SALMON „In de opsomming van de verschillende krommen van hooger en lageren graad is geen bezwaar gelegen” *) , zich voorneemt tot verdere oefening de krommen van lageren dan bijv. den tienden graad te rangschikken, dan zal hij onder vinden, dat de aangehaalde woorden alles behalve waarheid bevatten. Waarschijnlijk zal zijn lust echter reeds grootendeels bekoeld zijn, wanneer hij leest wat SALMON er onmiddellijk op laat volgen: „en met betrekking tot krommen van den vijfden graad is zij volvoerd.” Werkelijk zijn de krommen van den zesden graad naar ik meen nog niet gerangschikt. Wel heeft CHASLES †) alle ontwikkelbare oppervlakken van minder dan den zevenden graad onderzocht en SCHWARZ §) door verband te brengen tusschen de reciproke begrippen „unicursale kromme” en „planair ontwikkelbaar oppervlak” van alle ontwikkelbare oppervlakken van lageren dan den achtsten graad

*) t. a. p. blz. 111, art. 93.

†) „Comptes rendus”, deel 54, blz. 715.

§) „Journal van CRELLE”, Band 64. „De superficies in planum explicabilibus primorum septem ordinum.”

aangetoond, dat ze planair zijn; maar al deze oppervlakken zenden een geringer aantal osculatievlakken dan zeven door een punt en komen dus reciprook overeen met krommen hoogstens van den zesden graad, zonder daarom alle soorten van deze krommen te omvatten.

Naar het standpunt, waaruit ik de theorie der ruimtekrommen beschouwd heb, kan men alleen met zekerheid beweren, dat er minstens zeven en hoogstens vijftien verschillende soorten van enkelvoudige ruimtekrommen R_6 zijn. Op een oppervlak F_2 liggen er zeker drie, de krommen $M(x^3 y^3)$, $M(x^4 y^2)$ en $M(x^5 y^1)$; voor de eerste is $h = 6$, voor de tweede $h = 7$, voor de derde $h = 10$; de eerste is bepaald door 15, de tweede door 14, de derde door 11 punten op F_2 ; de eerste is een volledige doorsnee, de tweede vult twee, de derde vier beschrijvende lijnen van F_2 tot een volledige doorsnee aan. Verder geeft de doorsnee van twee F_3 's drie verschillende soorten, waarvan h achtereenvolgens 7, 8 en 9 is; want de kromme R_6 op twee F_3 's, waarvoor $h = 6$ is, ligt steeds op een F_2 en is dus reeds opgenoemd*), terwijl de drie anderen dit niet doen. Eindelijk levert de doorsnee van een F_3 met een F_4 nog een kromme R_6 op, waarvoor h de waarde tien heeft, die zeker van de boven gevondene op F_2 verschilt, wijl deze geen lijnen toelaat, die de kromme in vijf punten snijden †); deze kromme vormt met de zes genoemden de zeven soorten, waarvan het bestaan boven allen twijfel verheven is. Van de andere acht soorten, die er nog kunnen zijn, moeten er vier deel uitmaken van de doorsnee van de oppervlakken F_3 en F_4 (met $h = 6, 7, 8$ of 9) en vier van de doorsnee van de oppervlakken F_3 en F_5 (met $h = 7, 8, 9$ of 10). Want, terwijl het in art. 20 bedoelde nieuwe kenmerk geen enkelvoudige krommen R_6 toelaat, waarvoor $h = 4$ of 5 is — wat anders volgens het schema van art. 16 nog mogelijk zou zijn —, zal later tevens blijken, dat door iedere kromme R_6 , waarvoor $h = 6$ is, die gevonden is als deel van de doorsnee van F_3 met een F_5 , ook een F_4 gaat. (art. 25).

*) „Synthetische Untersuchungen,” blz. 197.

†) Vergelijk CREMONA, „Oberflächen”, blz. 193 bovenaan.

Hierdoor verkrijg ik dus het volgende

Overzicht van de zeker bestaande ruimtekrommen R_6 .

Aanduiding in navolging van CAYLEY	h
2×3	6
$2 \times 4 - 1 - 1$	7
$2 \times 5 - 1 - 1 - 1 - 1$	10
$3 \times 3 - 3$	7
$3 \times 3 - 2 - 1$	8
$3 \times 3 - 1 - 1 - 1$	9
$3 \times 4 - 3 - 1 - 1 - 1$	10

Aan het eind hiervan verzoek ik de wiskundigen, die mijn opstel mochten lezen, mij er mededeeling van te doen, wanneer het hun mocht blijken, dat ik uit gebrek aan literatuur gedwaald heb in het nog problematisch verklaren van het bestaan der acht nieuwe soorten R_6 , waarvan er vier door het symbool $\frac{3 \times 4}{2}$ en vier door het symbool $3 \times 5 - 9$ kunnen worden voorgesteld (vergelijk de noot in art. 31).

22. Thans wensch ik nog twee punten te behandelen, vooreerst de scheeve oppervlakken, die met de ruimtekrommen samenhangen, en ten tweede het aantal enkelvoudige voorwaarden, waardoor een ruimtekromme wordt bepaald.

In het reeds meermalen aangehaalde standaardwerk van SALMON-FIEDLER *), dient het onderzoek van het scheeve oppervlak, dat voortgebracht wordt door de beweging van een rechte lijn, die op drie willekeurige ruimtekrommen rust, tot toepassing van de algemeene theorie der regelvlakken. In deze toepassing geeft de schrijver een korte uiteenzetting van een reeks van nieuwe resultaten door CAYLEY †) gevonden. De belangrijke

*) t. a. p. deel II, blz. 259—266.

†) „Philosophical Transactions”, Vol. 153. II, pag. 448. „On skew surfaces, otherwise scrolls.”

uitkomsten, die CAYLEY in de geciteerde verhandeling heeft neergelegd en die hij voornamelijk door ontwikkeling van functionaalvergelijkingen heeft verkregen, wensch ik langs eenvoudigeren en meer overzichtelijken weg af te leiden, te verbeteren en uit te breiden. Daartoe maak ik in hoofdzaak gebruik van de vervanging eener willekeurige ruimtekromme R_ν door een samenstel van ν rechte lijnen, dat, wat de grootheid h aangaat, met R_ν overeenstemt.

23. „Bij alle vraagpunten omtrent ruimtekrommen, waarin de kromming rechtstreeks noch van terzijde betrokken is, kan men deze kromming uit de beschouwing wegnemen en zich alleen met de rechte lijn bezighouden.” Deze stelling, die niets anders is dan een overbrenging van de reeds in art. 3 aangehaalde (van DE JONQUIÈRES), wordt gemakkelijk bewezen, wanneer men een R_{ν_1} die met een R_{ν_2} de totale doorsnee R_ν van twee oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} vormt, tegelijkertijd met haar aanvulling in een samenstel van rechte lijnen doet overgaan door de ontarding van de beide oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} in stelsels van vlakken door middel van een vloeiende verandering van de coëfficiënten hunner vergelijkingen, die zoodanig wordt geregeld, dat de totale doorsnee op ieder oogenblik uit twee deelen R_{ν_1} en R_{ν_2} blijft bestaan, die in de grootheid h met de oorspronkelijke krommen R_{ν_1} en R_{ν_2} overeenstemmen. Daarbij gaat dan de kromme R_{ν_1} over in ν_1 rechte lijnen, die zoodanig met betrekking tot elkaar gelegen zijn, dat het samenstel evenveel koorden door een punt zendt als R_{ν_1} .

Deze stelling nu kan ook in den volgenden vorm worden uitgesproken. Bij alle vraagpunten, die geheel onafhankelijk zijn van de kromming der ruimtekrommen, kan de uitkomst alleen afhangen van de grootheden ν en h (vergelijk art. 15) van de verschillende krommen, die in de vraag betrokken zijn; hoogstens kan de vervanging van elk der verschillende ruimtekrommen door een harer rechtljnige ontarding een oorzaak zijn, dat het antwoord op de vraag in een onbepaalden vorm voorkomt.

24. Hierbij kan men in verband met de theorie van DE JONQUIÈRES nog een stap verder gaan; daartoe moet ik het reeds in art. 3 aangevoerde nader ontwikkelen.

Zooals boven is opgegeven, beschouwt DE JONQUIÈRES het sa-

menstel van n rechte lijnen in een plat vlak als het algemeene beeld eener vlakke kromme C_n met een tusschen de bekende grenzen nog willekeurige klasse. Hij neemt slechts eenige van

de $\frac{n(n-1)}{2}$ snijpunten der lijnen twee aan twee als dubbelpunten aan en laat daarop onmiddellijk volgen, dat iedere lijn,

die een willekeurig punt van het vlak met een snijpunt van twee der n lijnen vereenigt, al dan niet twee raaklijnen vertegenwoordigt, naarmate dit snijpunt niet dan al als dubbelpunt wordt aangemerkt. Dat de keerpunten hierbij niet tot hun recht komen, dit verhindert niet, dat deze uit n lijnen samengestelde kromme iedere andere vervangen kan bij meest alle vraagpunten, waar de kromming buiten spel blijft

Projecteert men nu een ruimtekromme R_ν met h schijnbare dubbelpunten, die reeds in ν rechte lijnen ontaard is, uit een willekeurig buiten haar gelegen punt P der ruimte op een willekeurig vlak, dan verkrijgt men in dit vlak ν elkaar in $\frac{\nu(\nu-1)}{2}$

punten snijdende rechte lijnen; h van deze punten zijn die, waarin het vlak gesneden wordt door de h koorden van R_ν die door P gaan, de andere $\frac{\nu(\nu-1)}{2} - h$ zijn de projecties van de

snijpunten der ν lijnen in de ruimte. Beschouwt men nu ieder der h projecties van de schijnbare dubbelpunten van R_ν niet als een dubbelpunt van C_ν en de overige $\frac{\nu(\nu-1)}{2} - h$ snijpunten

van de ν lijnen C_ν wel als dubbelpunten van C_ν , dan behoeft men slechts aan te nemen, dat de lijn, die een willekeurig punt Q der ruimte met een snijpunt van twee der ν lijnen C_ν verbindt, al dan niet als een door dit punt gaande koorde gelden moet, naarmate dit snijpunt niet dan al een dubbelpunt van C_ν is, om in de uit ν rechte lijnen bestaande vlakke kromme C_ν een beeld voor zich te hebben van een algemeene ruimtekromme R_ν , die h koorden door een punt zendt. Hierbij moet ik er echter uitdrukkelijk op wijzen, dat het alleen bij deze kunstmatige beschouwing voorkomen kan, dat een lijn, die een dubbelpunt eener vlakke kromme met een willekeurig punt der

ruimte vereenigt, voor een door dit punt gaande koorde van de kromme geldt *).

Waar geen drie- of viervoudige koorden van ruimtekrommen in het spel komen — waar met andere woorden de kromme door geen lijn in drie of vier punten gesneden wordt — is deze tweede beschouwing ongetwijfeld korter dan de eerste; wij men echter bij drie- en viervoudige koorden de eerste gebruiken moet, zal ik deze geheel volgen en de tweede, waar ze bekorting aanbrengt, er aan toevoegen.

25. „Het oppervlak voortgebracht door de beweging van een rechte lijn, die rust op drie krommen R_{m_1} , R_{m_2} en R_{m_3} †), is van den $2 m_1 m_2 m_3$ den graad. Dit oppervlak voorgesteld door $S(1, 2, 3)$ heeft R_{m_1} tot $m_2 m_3$ -, R_{m_2} tot $m_3 m_1$ - en R_{m_3} tot $m_1 m_2$ -voudige kromme.

Het oppervlak voortgebracht door de beweging van een rechte lijn, die koorde is van R_{m_1} en op R_{m_2} rust, is van den $m_2 \{h_1 + \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1)\}$ sten graad. Dit oppervlak $S(1^2, 2)$ heeft R_{m_1} tot $m_2 (m_1 - 1)$ - en R_{m_2} tot h_1 -voudige kromme.

Het oppervlak voortgebracht door de beweging van een rechte lijn, die drievoudige koorde is van R_{m_1} , is van den $(m_1 - 2) \left\{ h_1 - \frac{m_1 (m_1 - 1)}{6} \right\}$ den graad. Dit oppervlak $S(1^3)$ heeft R_{m_1} tot $h_1 - m_1 + 2$ -voudige kromme.”

Vervangt men namelijk R_{m_1} door de m_1 lijnen a_1, a_2, \dots, a_{m_1} , R_{m_2} door de m_2 lijnen b_1, b_2, \dots, b_{m_2} en R_{m_3} door de m_3 lijnen c_1, c_2, \dots, c_{m_3} , dan gaat het gevraagde oppervlak $S(1, 2, 3)$ over in de vereeniging van de $m_1 m_2 m_3$ oppervlakken F_2 , die voortgebracht worden door de beweging van een rechte lijn langs drie lijnen a_p, b_q, c_r . Het gevraagde oppervlak is dus een $F_{2m_1 m_2 m_3}$. Omdat de kegels, die R_{m_2} en R_{m_3} uit een punt van R_{m_1} projecteeren (hier m_2 en m_3 vlakken), $m_2 m_3$ gemeenschap-

*) Hiermee is tevens de beschouwing van CAYLEY („Philosophical transactions”, Vol. 153, II, art. 24 en 25) die, volgens art. 5, geheel veroordeeld moet worden, op de juiste basis gesteld.

†) Hier zal ik ter wille van de overeenkomst met SALMON en CAYLEY van de notatie ν, μ, ρ afwijken, die ik gebruikt heb

pelijke ribben hebben, is R_{m_1} een $m_2 m_3$ -voudige kromme van dit oppervlak. En evenzoo is R_{m_2} een $m_3 m_1$ -, R_{m_3} een $m_1 m_2$ -voudige kromme er van.

Is het voorgaande, zooals men bij het naslaan van SALMON-FIEDLER dadelijk bemerkt, ook gemakkelijk uit de beschouwing van enkelvoudige richtkrommen af te leiden, bij het volgende doet zich de vereenvoudigende invloed van de ontaarding dier krommen gevoelen. Het gevraagde oppervlak $S(1^2, 2)$ bestaat namelijk in het geval der ontaarde richtkrommen uit $m_2 h_1$ oppervlakken F_2 en uit $m_2 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\}$ platte vlakken. Want wijl R_{m_1} een aantal h_1 koorden door een punt zendt, kan men uit de m_1 lijnen a een aantal van h_1 lijnenparen vormen die elkaar kruisen en $\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1$ lijnenparen die elkaar snijden. En nu geeft de combinatie van elke lijn b met een der h_1 paren elkaar kruisende lijnen een F_2 , de combinatie van elke lijn b met een der $\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1$ paren elkaar snijdende lijnen een plat vlak als meetkundige plaats van een op de drie lijnen rustende rechte lijn. Het oppervlak $S(1^2, 2)$ is dus van den $m_2 \{h_1 + \frac{1}{2} m_1(m_1-1)\}$ sten graad. En de graad van veelvoudigheid der beide krommen R_{m_1} en R_{m_2} wordt even als boven gevonden.

Ter bepaling van den graad van het oppervlak $S(1^3)$ behoeft men slechts te vragen, hoeveel verschillende combinaties van 1^e drie elkaar kruisende lijnen, 2^e drie lijnen, waarvan er twee elkaar snijden, en 3^e drie lijnen, waarvan er een de beide anderen snijdt, er in de $\frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6}$ combinaties, die men uit de m_1 lijnen a drie aan drie kan vormen, begrepen zijn. Want iedere combinatie van de eerste groep, doet door haar drievoudige koorden een F_2 ontstaan, dat tot de meetkundige plaats behoort, evenzoo iedere combinatie van de tweede groep een tot de meetkundige plaats behoorend plat vlak, terwijl de combinaties van de derde groep niets aan deze meetkundige plaats toevoegen. Zoodat, wanneer p_1, p_2, p_3 het aantal der com-

binaties van elk der groepen voorstelt, het oppervlak $S(I^3)$ van den $2p_1 + p_2^{\text{den}}$ graad zal zijn.

Het aantal der combinaties uit elk der drie groepen is echter in het geheel niet aan te wijzen. Want vervangt men bij een bepaalde rechtlijnige ontaarding van R_m , een lijn l_1 , die rust op een lijn a_1 , waarop buiten l_1 om q_1 lijnen α_1 rusten, door een lijn l_2 , die rust op een lijn a_2 waarop q_2 lijnen α_2 rusten, dan gaan 1^{ste} de q_1 combinaties $l_1 a_1 \alpha_1$ in $l_2 a_1 \alpha_1$, 2^{de} de q_1 combinaties $l_1 a_2 \alpha_1$ in $l_2 a_2 \alpha_1$, 3^{de} de q_2 combinaties $l_1 a_1 \alpha_2$ in $l_2 a_1 \alpha_2$ en 4^{de} de q_2 combinaties $l_1 a_2 \alpha_2$ in $l_2 a_2 \alpha_2$ over; terwijl wanneer r een willekeurige andere lijn van R_m voorstelt 5^{de} de combinatie $l_1 a_1 r$ in $l_2 a_1 r$ en 6^{de} de combinatie $l_1 a_2 r$ in $l_2 a_2 r$ overgaat. En daar nu de eerste verandering q_1 combinaties van de 3^{de} groep naar de 2^{de}, de tweede q_1 combinaties van de 1^{ste} groep naar de 2^{de}, de derde q_2 combinaties van de 2^{de} groep naar de 3^{de}, de vierde q_2 combinaties van de 2^{de} groep naar de 1^{ste} doet overgaan en de 5^{de} en 6^{de} verandering elkaars werking opheffen, is het aantal combinaties van de 1^{ste} en dat van de 3^{de} groep hierdoor met $q_1 - q_2$ verminderd, dat van de 2^{de} groep hierdoor met het dubbel er van vermeerderd.

Naast de veranderlijkheid van het aantal combinaties in elk der drie groepen wijst het beschouwde geval echter op de onveranderlijkheid van den vorm $2p_1 + p_2$, den graad van $S(I^3)$; in het beschouwde geval toch zijn alleen $q_1 - q_2$ oppervlakken F_2 , die tot de meetkundige plaats behoorden, in vlakkenparen overgegaan. En dit doet zich ook voor bij de meest omvattende verandering, die men mag aanbrengen. Onderstelt men namelijk, dat een lijn l_1 die k lijnen snijdt en wel a_1 waarop q_1 lijnen α_1 , b_1 waarop r_1 lijnen β_1 , c_1 waarop s_1 lijnen γ_1 enz. rusten, vervangen wordt door een lijn l_2 die insgelijks k lijnen snijdt en wel a_2 waarop q_2 lijnen α_2 , b_2 waarop r_2 lijnen β_2 , c_2 waarop s_2 lijnen γ_2 enz. rusten, dan zijn de overgangen die verandering brengen in het aantal combinaties van elke groep van tweeërlei soort; van de eerste soort is de overgang van $l_1 a_1 \alpha_1$ in $l_2 a_1 \alpha_1$ (respectievelijk van $l_1 a_1 \alpha_2$ in $l_2 a_1 \alpha_2$), van de tweede is de overgang van $l_1 a_1 \beta_1$ in $l_2 a_1 \beta_1$ (respectievelijk van $l_1 a_1 \beta_2$ in $l_2 a_1 \beta_2$) een vertegenwoordiger. Stelt men nu naast den eer-

sten den overgang van $l_1 a_2 \alpha_1$ in $l_2 a_2 \alpha_1$ (resp. van $l_1 a_2 \alpha_2$ in $l_2 a_2 \alpha_2$), naast den tweeden den overgang van $l_1 a_2 \beta_1$ in $l_2 a_2 \beta_1$ (resp. van $l_1 a_2 \beta_2$ in $l_2 a_2 \beta_2$), dan vindt men, dat bij elke verandering een F_2 door een vlakkenpaar vervangen wordt of omgekeerd. En daar men elke willekeurige verandering der in m_1 rechte lijnen ontaarde kromme, die het getal harer schijnbare dubbelpunten niet aandoet, door een opvolgende overbrenging van verschillende lijnen l_1 , die k lijnen snijden, in een anderen stand l_2 , waarin zij eveneens k lijnen snijden, te voorschijn roepen kan - wijl door deze verplaatsing het aantal snijpunten op de andere lijnen verandert - is de onveranderlijkheid van den vorm $2p_1 + p_2$ bij de meest omvattende verandering, die mag worden aangebracht, aangetoond.

Uit het bovenstaande blijkt dus, dat men zich bij de berekening van het gevraagde aantal het geval mag denken, dat geen der m_1 lijnen, waaruit de ontaarding van R_{m_1} bestaat, door twee anderen gesneden wordt. Dan vervalt de derde groep van combinaties en heeft de tweede, wijl men elk der $\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1$ paren elkaar snijdende lijnen met een der $m_1 - 2$ overige lijnen vereenigen kan, $\left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} (m_1 - 2)$, de eerste dus $\frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6} - \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} (m_1 - 2)$ combinaties. Zoodat het gevraagde aantal voorgesteld wordt door

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} (m_1 - 2) + \\ & + 2 \left[\frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6} - \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} (m_1 - 2) \right] \\ & = (m_1 - 2) \left\{ h_1 - \frac{m_1(m_1-1)}{6} \right\}. \end{aligned}$$

Het hier gekozen geval kan zich echter niet voordoen, want het vereischt, wijl geen der lijnen door twee anderen gesneden wordt, dat het aantal paren elkaar snijdende lijnen kleiner dan

of gelijk aan $\frac{m_1}{2}$ is. En daar nu de PLÜCKER—CAYLEY'sche formule

$$\mu = 3m(m-2) - 6h - 8\beta,$$

die men (voor $D = 0$ en $\theta = 0$ en bij vervanging van ν door m) gemakkelijk uit de vergelijkingen (7) afleidt, aanwijst, dat $h_1 < \frac{1}{2}m_1(m_1-2)$ is, is ook het aantal snijpunten der lijnen twee aan twee, — d. i. $\frac{1}{2}m_1(m_1-1) - h_1$ — grooter dan $\frac{m_1}{2}$.

Volgens het bovenstaande kan echter de uitkomst voor elk geval, dat zich wel kan voordoen, niet verschillen van de gevondene, die geldt voor een geval, dat zich niet kan voordoen. Zoo kan men bijv. de m_1 lijnen beschouwen als de zijden van een schieven m_1 -hoek, waarin het $\frac{m_1(m_1-3)}{2} - h_1$ -maal gebeurt, dat twee niet op elkaar volgende zijden elkaar snijden zonder dat daarbij drie zijden in een vlak liggen; men komt dan tot dezelfde uitkomst.

Dat er door een punt van R_{m_1} een aantal van $h_1 - m_1 + 2$ drievoudige koorden van deze kromme gaan — en R_{m_1} dus een $h_1 - m_1 + 2$ -voudige kromme is van $S(1^3)$ — ligt reeds in vergelijking (14) van art. 16 besloten; daarbij moet in aanmerking genomen worden, dat de lijnen, die een willekeurig punt der kromme met een harer dubbel- of stationaire punten verbinden, geen drievoudige koorden van R_{m_1} zijn.

Omtrent de aan het hoofd van dit artikel geplaatste stelling nog enkele opmerkingen. Het behoeft nauwelijks gezegd te worden, dat de oppervlakken $S(1, 2, 3)$ en $S(1^2, 2)$ hun graad verlaagd zien, zoodra de voortbrengende krommen een of meer punten gemeen hebben twee aan twee. Het verband tusschen deze verlaging en het aantal gemeenschappelijke punten is zoo eenvoudig, dat ik het hier voldoende acht zonder toelichting de graden op te geven van de oppervlakken $S(1, 2, 3)$ en $S(1^2, 2)$, wanneer het aantal punten gemeen aan R_{m_2} en R_{m_3} door α_1 , dat der punten gemeen aan R_{m_3} en R_{m_1} door α_2 , dat der punten gemeen aan R_{m_1} en R_{m_2} door α_3 is voorge-

steld. De eerste is eenvoudig $2 m_1 m_2 m_3 - \sum_1^s m \alpha$, de tweede $m_2 \{h_1 + \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1)\} - \alpha_3 (m_1 - 1)$.

Een tweede opmerking betreft het bewijs van het derde deel der stelling. Vooral bij dit derde gedeelte doet zich de door mij gevolgde weg door zijn kenmerkenden eenvoud als de ware kennen. Terwijl CAYLEY twee willekeurige krommen R_{m_1} en R_{m_2} tot een kromme R_{m_3} samenvoegt en hij de functionaalvergelijking

$$S(3^3) = S(1^3) + S(1^2, 2) + S(1, 2^2) + S(2^3),$$

waarin de grootheden S niet de ontwikkelbare oppervlakken zelf, maar hun graden voorstellen, oplost — waarbij hij nog drie coëfficiënten door de beschouwing van bijzondere gevallen moet bepalen — moet SALMON van ingewikkelde analytische bewerkingen gebruik maken om in twee bijzondere gevallen, ten eerste als de kromme een unicursale kromme en ten tweede als zij de volledige doorsnee is van twee oppervlakken, den graad van $S(1^3)$ te vinden. Langs mijnen weg blijkt vrij eenvoudig, dat de uitkomst algemeen waar is. Zelfs in het geval, dat de kromme geheel of gedeeltelijk in een plat vlak ligt, — en de graad van $S(1^3)$ eigenlijk onbepaald wordt — gaat zij door, mits men zich dan slechts ter wille van de algemeenheid het aannemen van een bepaalde onderstelling getroosten wil.

Ligt namelijk de kromme geheel in een plat vlak, dan is het duidelijk, dat al haar drievoudige koorden in dit vlak gelegen zijn. Het oppervlak der drievoudige koorden moet dan bestaan in het eenige malen getelde vlak. Wat is echter de graad van veelvuldigheid van het vlak? Hierop geeft de uitkomst zelf het antwoord. Is $h = 0$, dan is de graad van $S(1^3)$ voorgesteld door $-\frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6}$. En al is nu dit getal op het

teeken na juist het aantal combinaties drie aan drie van de m_1 punten, waarin een lijn in het vlak de vlakke kromme snijdt, dit neemt toch niet weg, dat de bedoelde uitkomst, die ons tot een negatieven graad van veelvuldigheid van het vlak voert, raadselachtig blijft. Maar zet men zich ter wille van de algemeenheid — even als in art. 3 en art. 7 — hierover heen,

dan blijkt uit de aangehaalde functionaalvergelijking van CAYLEY oogenblikkelijk, dat de uitkomst ook algemeen waar is, wanneer de kromme bestaat uit de vereeniging van een ruimtekromme met een kromme in het vlak.

Een derde opmerking betreft het slot van art. 20. Uit het feit, dat het oppervlak $S(1^3)$ van den (m_1-2) $\left\{ h_1 - \frac{m_1(m_1-1)}{6} \right\}$ den graad is, blijkt dat $\frac{m_1(m_1-1)}{6}$, zooals daar werd aangevoerd, een grens van kleinheid is voor de grootheid h_1 eener enkelvoudige kromme. Want uit het voorgaande blijkt, dat alleen wanneer de ruimtekromme samengesteld is en een der samenstellende deelen een vlakke kromme is minstens van den derden graad, er een oppervlak $S(1^3)$ met negatieven graad ontstaan kan. Immers de gevonden uitkomst moet voor alle gevallen, waarin de graad van het oppervlak $S(1^3)$ bepaald is, de ware zijn; alleen wanneer de bedoelde graad strikt genomen onbepaald wordt, kan de onmogelijke uitkomst van een negatieven graad haar verklaring vinden. En dit onbepaald worden vindt alleen plaats in het genoemde geval *).

26. Het aantal gemeenschappelijke koorden van twee ruimtekrommen (waarvoor m en h zijn m_1, m_2 en h_1, h_2) is voorgesteld door den vorm $h_1 h_2 + \frac{m_1 m_2 (m_1 - 1) (m_2 - 1)}{4}$. Vervangt men namelijk R_{m_1} door m_1 rechte lijnen, waaronder h_1 paren die elkaar niet en $\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1$ paren die elkaar wel snijden, eveneens R_{m_2} door m_2 rechte lijnen, waaronder h_2 paren die elkaar niet en $\frac{m_2(m_2-1)}{2} - h_2$ paren die elkaar wel snijden, dan kan men vier verschillende rubrieken van gemeenschappelijke koorden onderscheiden. Stelt men weer de lijnen van de ontarding R_{m_1} door a_1, a_2, \dots, a_{m_1} , die van de ontarding

*) Neemt men voor de kromme de volledige doorsnee van twee oppervlakken F_3 aan, dan volgt uit de stelling, dat de rechte lijnen gelegen op de tot een bundel behorende oppervlakken van den derden graad een oppervlak F_{42} vormen, waarop de basiskromme van den bundel een elfvoudige kromme is.

R_{m_2} door $b_1, b_2 \dots h_{m_2}$ voor, dan zijn er gemeenschappelijke koorden, die rusten 1^o. op twee elkaar snijvende a 's en twee elkaar snijvende b 's, 2^o. op twee elkaar kruisende a 's en twee elkaar snijvende b 's, 3^o. op twee elkaar snijvende a 's en twee elkaar kruisende b 's en 4^o. op twee elkaar kruisende a 's en twee elkaar kruisende b 's. Gemakkelijk duidt men de combinaties der lijnen a en b bij de verschillende rubrieken door de symbolen $(\dot{a} \dot{a} \dot{b} \dot{b})$, $(a \dot{a} b \dot{b})$, $(\dot{a} \dot{a} b b)$ en $(a a b b)$ aan. Nu komt met elke combinatie uit de eerste, tweede of derde rubriek één gemeenschappelijke koorde overeen; terwijl elke combinatie uit de vierde rubriek twee gemeenschappelijke koorden oplevert. In verband met het bekende aantal combinaties van elk der vier rubrieken vindt men voor het gezochte getal

$$\left\{ \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) - h_1 \right\} \left\{ \frac{1}{2} m_2 (m_2 - 1) - h_2 \right\} + h_1 \left\{ \frac{1}{2} m_2 (m_2 - 1) - h_2 \right\} + h_2 \left\{ \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) - h_1 \right\} + 2 h_1 h_2,$$

wat door herleiding in het bovenvermelde getal overgaat.

Het bovenstaande bewijs verkort zich aanmerkelijk, wanneer men de rechthoekige ontaarding van beide krommen uit verschillende punten op verschillende vlakken projecteert en men daarbij de tweede beschouwing van art. 24 volgt. Als gemeenschappelijke koorde komt dan behalve de $h_1 h_2$ verbindingslijnen van een dubbelpunt van C_{m_1} met een dubbelpunt van C_{m_2} alleen de snijlijn der beide vlakken nog in aanmerking. En deze lijn geldt voor $\frac{m_1 m_2 (m_1 - 1) (m_2 - 1)}{4}$ gemeenschappelijke koorden, wijl zij op zooveel verschillende wijzen te beschouwen is als een gemeenschappelijke koorde.

Wanneer de krommen α punten gemeen hebben en men het aantal der niet door deze punten gaande gemeenschappelijke koorden verlangt te kennen, moet men het gevonden getal met $\alpha (m_1 - 1) (m_2 - 1) - \frac{\alpha (\alpha - 1)}{2}$ verminderen. Want dan tellen de gemeenschappelijke ribben van de beide kegels, die de krommen uit een gemeenschappelijk punt projecteeren — en deze ribben zijn natuurlijk in de gevonden uitkomst opgenomen — niet

mee. De gemeenschappelijke beschrijvende lijnen van deze α paren kegels zouden ten getale van $\alpha(m_1-1)(m_2-1)$ voorhanden zijn, wanneer daarbij de verbindingslijn van twee gemeenschappelijke punten niet tweemaal geteld werd. Het aantal is dus $\alpha(m_1-1)(m_2-1) - \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} *$.

27. Het oppervlak $S(1, 2, 3)$ van art. 25 heeft

$$\frac{m_1 m_2 m_3}{2} (m_1 + m_2 + m_3 - 3) + h_1 m_2 m_3 + h_2 m_3 m_1 + h_3 m_1 m_2$$

*) De 27 rechte lijnen, die gelegen zijn op een oppervlak F_3 , verdeelen zich, zooals bekend is, met betrekking tot een op het oppervlak gelegene kromme R_3 (waarvoor $h=1$ is) in drie groepen; in 6 lijnen a_1, a_2, \dots, a_6 die geen, 6 lijnen b_1, b_2, \dots, b_6 die twee en 15 lijnen $c_{1,2}, c_{1,3}, \dots, c_{3,4}, \dots, c_{5,6}$ die een punt met deze kromme gemeen hebben. De lijnen a snijden elkaar niet; de lijnen b snijden elkaar niet; twee lijnen c snijden elkaar, wanneer onder de beide paren van indices geen cijfer tweemaal voorkomt. Een lijn a snijdt alle lijnen b behalve die welke dezelfde index heeft en de lijnen a en b snijden een lijn c , wanneer de index van die lijn a of b tot de beide indices van de lijn c behoort (vergelijk CREMONA, „Oberflächen,” blz. 178, art. 226).

Een oppervlak F_3 is door een kromme R_3 en drie lijnen, die elkaar niet maar de kromme elk in een punt snijden, ondubbelzinnig bepaald (vergelijk STURM, „Synthetische Untersuchungen,” blz. 234 in het midden). Zijnde deze bepalende elementen gegeven, dan moeten dus ook de 27 rechte lijnen ondubbelzinnig bepaald zijn. Dat dit het geval is, blijkt uit het voor het aantal gemeenschappelijke koorden boven gevondene getal.

Hierbij is de eerste vraag, of men de drie lijnen door $c_{1,2}, c_{1,3}$ en $c_{1,4}$ dan wel door $c_{1,2}, c_{1,3}$ en $c_{2,3}$ voorstellen moet. Het antwoord dwingt tot het laatste. Want de drie lijnen, die een punt met R_3 gemeen hebben, moeten verder willekeurig zijn willen ze met R_3 een F_3 bepalen en dit zijn de lijnen $c_{1,2}, c_{1,3}$ en $c_{1,4}$ niet. Immers de lijn b_1 moet op deze drie rusten en R_3 tweemaal snijden. En nu zal in het algemeen de hyperboloïde, die drie verder willekeurig aangenomen lijnen tot richtlijnen heeft, de kromme R_3 niet in drie nieuwe punten snijden, waarvan er zich twee onderling door een op het oppervlak F_2 gelegen lijn laten vereenigen.

Zijn dus de drie lijnen $c_{1,2}, c_{1,3}$ en $c_{2,3}$, dan zal de lijn b_1 koorde moeten zijn van R_3 en van de als R_2 opgevatte vereeniging van $c_{1,2}$ en $c_{1,3}$. Wijl deze R_2 met R_3 twee punten gemeen heeft, is het aantal der niet door deze punten gaande gemeenschappelijke koorden (wijl $m_1=3, m_2=2, h_1=1, h_2=1$ en $\alpha=2$ is) een. De lijnen b_1, b_2, b_3 zijn dus ondubbelzinnig bepaald. En dit is ook het geval met de lijnen a_1, a_2, a_3 . Want a_1 moet de vier lijnen $b_2, b_3, c_{1,2}$ en $c_{1,3}$ snijden en is dus de doorsnee van het vlak gaande door b_2 en $c_{1,2}$ met het vlak gaande door b_3 en $c_{1,3}$, enz. Verder zal dan de hyperboloïde, waarvan a_1, a_2 en a_3 de richtlijnen zijn, de kromme R_3 snijden in zes punten, die zich twee aan twee door drie beschrijvende lijnen van dit oppervlak moeten laten vereenigen; dit zijn de lijnen b_4, b_5, b_6 , enz., enz.

dubbeltellende beschrijvende lijnen en een dubbelkromme, waarvan de graad is voorgesteld door

$$\frac{m_1 m_2 m_3}{2} \{ 4m_1 m_2 m_3 - (m_2 m_3 + m_3 m_1 + m_1 m_2) - 2(m_1 + m_2 + m_3) + 5 \}.$$

De dubbeltellende beschrijvende lijnen van $S(1, 2, 3)$ zijn samengesteld uit de beschrijvende lijnen van $S(1^2, 2)$ die R_{m_3} , de beschrijvende lijnen van $S(2^2, 3)$ die R_{m_1} en de beschrijvende lijnen van $S(3^2, 1)$ die R_{m_2} snijden; zij komen dus in bovengenoemd aantal voor,

Vervangt men even als in art. 25 R_{m_1} door de m_1 lijnen a , R_{m_2} door de m_2 lijnen b en R_{m_3} door de m_3 lijnen c , dan zullen de doorsneden der $m_1 m_2 m_3$ oppervlakken F_2 , die $S(1, 2, 3)$ vormen, behalve de reeds gevondene dubbeltellende beschrijvende lijnen een met de dubbelkromme aequivalente kromme moeten opleveren. Terwijl nu de oppervlakken F_2 , waarvan $a_p b_1 c_1$ en $a_q b_1 c_1$ de richtlijnen zijn, een of twee dier dubbeltellende beschrijvende lijnen opleveren, naarmate a_p en a_q elkaar al dan niet snijden *) — en het aantal dier lijnen is zooals optelling aantoot aan het boven gevondene gelijk — zal iedere combinatie van $a_p b_r c_1$ met $a_q b_s c_1$ een R_3 en iedere combinatie van $a_p b_r c_t$ met $a_q b_s c_u$ een R_4 doen ontstaan, die tot de dubbelkromme behoort. En wijl het aantal dier krommen R_4 nu, zooals uit een eenvoudige berekening blijkt, is voorgesteld door $\frac{m_1 m_2 m_3 (m_1 - 1)(m_2 - 1)(m_3 - 1)}{2}$ en dat der krommen R_3 door

$$\frac{m_1 m_2 m_3}{2} \{ (m_2 - 1)(m_3 - 1) + (m_3 - 1)(m_1 - 1) + (m_1 - 1)(m_2 - 1) \},$$

is de graad der dubbelkromme de boven opgegevene.

Ter bepaling van den graad der dubbelkromme kan men ook den graad van de totale doorsnee der $m_1 m_2 m_3$ oppervlakken F_2 verminderen met dien van de behoorlijk in rekening gebrachte voortbrengende krommen en dien van het samenstel der dub-

*) De lijn, die door het snijpunt van a_p met a_q gaat en op b_1 en c_1 rust, is geen koorde van R_{m_1} .

beltellende beschrijvende lijnen; van dit beginsel heeft CAYLEY ruimschoots gebruik gemaakt *).

28. Het oppervlak $S(1^2, 2)$ heeft $m_2 \left\{ h_1(m_1-2) - \frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6} \right\}$ drievoudige, $h_1 h_2 + \frac{m_1 m_2 (m_1-1)(m_2-1)}{4}$ dubbeltellende beschrijvende lijnen en een dubbelkromme van den graad

$$\frac{1}{2} m_2 (m_1-2) (m_1-3) \left\{ h_1 + \frac{1}{4} m_1 (m_1-1) \right\} + \frac{1}{2} m_2 (m_2-1) \left\{ h_1^2 + h_1 (m_1^2 - m_1 - 1) + \frac{1}{4} m_1 (m_1-1) (m_1^2 - 5m_1 + 2) \right\} \dagger).$$

*) CAYLEY duidt het gansche samenstel der op S veelvoudige lijnen aan door NT ("nodal total"), het met de veelvoudige richtlijnen overeenkomende deel er van door ND ("nodal director"), het met de veelvoudige beschrijvende lijnen overeenkomende deel door NG ("nodal generator") en de rest door NR ("nodal residue"); deze rest is de dubbelkromme. Hij bepaald nu NT door middel van de oplossing eener functionaalvergelijking en vindt NR door deze met de rechtstreeks afgeleide ND en NG te verminderen.

Bij de toepassing van deze redeneering op het onderhavige geval moet men bedenken, dat NT bij het ontaarde oppervlak $S(1, 2, 3)$ bestaat uit de totale doorsnee van al de oppervlakken F_2 verminderd met de lijnen, die door de dubbelpunten van telkens een der drie ontaardende richtkrommen gaan en op de beide andere rusten. Hieruit volgt de vergelijking

$$NT = \frac{m_1 m_2 m_3 (m_1 m_2 m_3 - 1)}{2} \cdot 4 - \left\{ \frac{m_1 (m_1 - 1)}{2} - h_1 \right\} \left\{ m_2 m_3 - \left\{ \frac{m_2 (m_2 - 1)}{2} - h_2 \right\} m_3 m_1 \right. \\ \left. - \left\{ \frac{m_3 (m_3 - 1)}{2} - h_3 \right\} m_1 m_2 \right\}$$

wat met de uitkomst van CAYLEY (t. a. p., blz. 456, regel 5) overeenstemt, wanneer men $2 m_1 m_2 m_3$ door S en de tusschen accolades geplaatste grootheden met het negatieve teeken genomen achtereenvolgens door M_1 , M_2 en M_3 voorstelt.

Verder moet men in aanmerking nemen, dat een k -voudige kromme op het oppervlak voor $\frac{k(k-1)}{2}$ dubbelkrommen geldt. Werkelijk gaan er door ieder der lijnen van de ontaardende richtkrommen k oppervlakken F_2 en behoort iedere lijn dus $\frac{k(k-1)}{2}$ maal tot de doorsnee. Zoo komt men langs den aangewezen weg tot de uitdrukking voor NR, den graad der dubbelkromme.

†) Voor den laatsten term binnen de accolades staat bij SALMON (t. a. p., blz. 266) abusievelijk $\frac{1}{4} m_1 (m_1-1) (m_1^2 - 5m_1 + 10)$. Dat dit fout is blijkt namelijk, wanneer men voor R_{m_1} een R_3 en voor R_{m_2} een C_2 neemt; dan geeft de formule van SALMON een dubbelkromme van den twaalfden graad aan, wat, omdat door geen punt van de ruimte twee koorden van R_3 gaan, onmogelijk is. Bovendien is mij

Na het voorgaande behoeft hier alleen de graad van de dubbelkromme te worden onderzocht. Daartoe onderstel ik, dat R_{m_2} ontardt in m_2 rechte lijnen b , in welk geval het gevraagde oppervlak zich splitst in m_2 oppervlakken P van den $\frac{1}{2} m_1(m_1-1) + h_1$ sten

gebleken, dat de fout een gevolg is van een andere, die CAYLEY (t. a. p., blz. 471, regel 14) bij het aftrekken begaat. In de uitkomst

$$\text{NR} (m^2, n) = n \left\{ \frac{2}{3} [m]^4 + M \left(\frac{1}{2} [m]^2 - 2m + 3 \right) \right\} \\ + [n]^2 \left\{ \frac{1}{2} [m]^4 + \frac{2}{3} [m]^3 + [m]^2 + M ([m]^2 - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2} M^2 \right\}$$

moet namelijk de term $[m]^2$ in den tweeden regel vervallen. Evenzoo in de "Table of Results" (blz. 456 regel 2 van onderen).

Wijl het oppervlak $S(1^2, 2)$ bij ontaarding der beide richtkrommen in rechte lijnen uit $m_2 h_1$ oppervlakken F_2 en $m_2 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\}$ platte vlakken bestaat, wordt de graad van de totale doorsnee voorgesteld door de uitdrukking

$$\frac{m_2 h_1 (m_2 h_1 - 1)}{2} + m_2^2 h_1 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} 2 \\ + \frac{1}{2} m_2 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} \left\{ m_2 \left[\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right] - 1 \right\};$$

ter verkrijging van NT moet dit met het aantal der koorden van R_{m_1} , die door een dubbelpunt van R_{m_2} gaan, en met het aantal der lijnen, die door een dubbelpunt van R_{m_1} gaande op nog een der lijnen van R_{m_1} en op R_{m_2} rusten, verminderd worden. Deze getallen geven samen

$$h_1 \left\{ \frac{m_2(m_2-1)}{2} - h_2 \right\} + m_2(m_1-2) \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\}.$$

Door aftrekking vindt men dus voor NT de uitdrukking

$$\text{NT} = \frac{1}{2} m_2^2 \left[\left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\}^2 + 4 h_1 \frac{m_1(m_1-1)}{2} \right] - m_2 \left\{ h_1 + \frac{1}{2} m_1(m_1-1) \right\} \\ + \frac{1}{2} m_2 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} \left\{ -h_1 \left\{ \frac{m_2(m_2-1)}{2} - h_2 \right\} - m_2(m_1-2) \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} \right\}.$$

Door invoering van $S = m_2 \left\{ h_1 + \frac{1}{2} m_1(m_1-1) \right\}$, van $M_1 = h_1 - \frac{1}{2} m_1(m_1-1)$ en van $M_2 = h_2 - \frac{1}{2} m_2(m_2-1)$ gaat dit over in

$$\text{NT} = \frac{1}{2} S^2 - S - \frac{1}{2} M_1 M_2 + h_1 M_2 + m_2(m_1-2) M_1,$$

of, als men h_1 door $M_1 + \frac{1}{2} [m_1]^2$ vervangt, in

$$\text{NT} = \frac{1}{2} S^2 - S + m_2 M_1 (m_1 - \frac{5}{2}) + M_2 \left\{ \frac{1}{2} [m_1]^2 + M_1 \right\},$$

de uitkomst van CAYLEY. Door nu NT met ND en NG te verminderen verkrijgt men weer NR, den graad der dubbelkromme.

graad en de dubbelkromme bestaat uit de vereeniging van de dubbelkrommen D van deze m_2 oppervlakken met de $\frac{m_2(m_2-1)}{2}$

krommen E , die deze oppervlakken — buiten R_{m_1} en de koor- den van R_{m_1} die op twee lijnen b rusten om — nog twee aan twee met elkaar gemeen hebben.

Ter bepaling van den graad der dubbelkrommen D kan men het aantal snijpunten van zulk een kromme bepalen met een wil- lekeurig vlak β door de lijn b behoorende bij het oppervlak P , waarvan D de dubbelkromme is. Deze snijpunten verdeelen zich in twee groepen, in buiten b en op b gelegene. De eerste groep omvat de punten, waarin de $\frac{m_1(m_1-1)}{2}$ verbindingslij- nen der m_1 snijpunten van R_{m_1} met β elkaar buiten deze m_1 punten om nog snijden. Ieder van deze $\frac{m_1(m_1-1)}{2}$ lijnen wordt in elk der twee punten van R_{m_1} , die er op liggen, door m_1-2 en buiten deze punten om dus nog door $\frac{m_1(m_1-1)}{2} - 1 - 2(m_1-2)$ lijnen gesneden; wijl er door ieder der gezochte punten twee der $\frac{m_1(m_1-1)}{2}$ lijnen gaan, is het aantal der buiten b gelegen punten dus voorgesteld door

$$\frac{1}{2} \frac{m_1(m_1-1)}{2} \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - 2m_1 + 3 \right\} = \frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)(m_1-3)}{8}.$$

Door ieder punt van de tweede groep, dat volgens de on- derstelling op b gelegen is, gaan twee koor- den van R_{m_1} , die met b in een vlak liggen. Ontaardt R_{m_1} nu in m_1 rechte lij- nen a (waaruit men h_1 paren elkaar niet snijdende vormen kan), dan gaat het oppervlak P , waarvan de dubbelkromme D on- derzocht wordt, in een vereeniging van oppervlakken F_2 met platte vlakken over; terwijl de kromme D zelf ontaardt in een vereeniging van krommen R_4 (waarvoor $h = 2$ is) en van C_2 's, de eersten als de doorsnee van twee oppervlakken F_2 (voorge- steld door $a_1 a_2 b$ en $a_3 a_4 b$), de tweeden als de doorsnee van een F_2 (bijv. $a_1 a_2 b$) met een vlak (bijv. $a_3 a_4 b$). In dit geval

zal een op b gelegen punt van D òf een der beide punten zijn, waarin twee oppervlakken F_2 elkaar op de lijn b aanraken, of het punt, waarin een oppervlak F_2 door een tot P behoorend vlak gesneden wordt. Neemt men nu een paar lijnen $a_1 a_2$, die elkaar niet snijden, en combineert men het oppervlak F_2 dat door $a_1 a_2 b$ wordt aangeduid met het oppervlak van den tweeden of eersten graad, dat behalve b twee andere lijnen a tot richtlijnen heeft, dan zal men bij vervanging van a_1 en a_2 door alle paren elkaar niet snijdende lijnen a iedere kromme R_4 tweemaal, iedere C_2 eenmaal rekenen. En wijl nu R_4 juist twee en C_2 slechts een op b gelegen punt van D oplevert, is het aantal dier punten eenvoudig gelijk aan het product van het aantal paren elkaar niet snijdende lijnen a met het aantal paren, dat men uit $m_1 - 2$ lijnen vormen kan, dus $\frac{1}{2} h_1 (m_1 - 2) (m_1 - 3)$. Voor den graad van D vindt men dus

$$\frac{1}{8} m_1 (m_1 - 1) (m_1 - 2) (m_1 - 3) + \frac{1}{2} h_1 (m_1 - 2) (m_1 - 3)$$

en voor de m_2 dubbelkrommen D gezamenlijk dus

$$\frac{1}{2} m_2 (m_1 - 2) (m_1 - 3) \left\{ h_1 + \frac{1}{4} m_1 (m_1 - 1) \right\}.$$

Volgens het bovenstaande moet dit aantal nu nog vermeerderd worden met $\frac{m_2 (m_2 - 1)}{2}$ -maal den graad der kromme E .

Ter bepaling van den graad dier kromme kan men zich R_{m_1} weer als een enkelvoudige kromme voorstellen. Nu is de totale doorsnee van twee oppervlakken P van den $\left\{ \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) + h_1 \right\}$ sten graad. Behalve de gezochte kromme E bevat deze totale doorsnee, wijl R_{m_1} op elk der beide oppervlakken een $m_1 - 1$ -voudige kromme is, deze kromme $(m_1 - 1)^2$ maal, en bovendien de $\frac{m_1 (m_1 - 1)}{2} + h_1$ beschrijvende lijnen, die koorden van R_{m_1} zijn en tegelijkertijd op de twee bij de beide P 's behoorende lijnen b rusten. De graad van E is dus

$$\left\{ \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) + h_1 \right\}^2 - m_1 (m_1 - 1)^2 - \left\{ \frac{m_1 (m_1 - 1)}{2} + h_1 \right\}$$

of

$$h_1^2 + h_1(m_1^2 - m_1 - 1) + \frac{1}{4} m_1(m_1 - 1)(m_1^2 - 5m_1 + 2).$$

En dit met $\frac{m_2(m_2 - 1)}{2}$ vermenigvuldigde getal bij het reeds gevondene deel $\frac{1}{2} m_2(m_1 - 2)(m_1 - 3) \{h_1 + \frac{1}{4} m_1(m_1 - 1)\}$ opgeteld, geeft het in de stelling zelve aangegeven getal.

29. Tot het berekenen van het aantal viervoudige koorden van een kromme R_m *) — lijnen die voor het eerst beschreven en geteld zijn in de aangehaalde verhandeling van CAYLEY — schijnt de door mij gebruikte methode zich niet te leenen. Want, wanneer de kromme R_m ontardt in m rechte lijnen, dan is ieder dier lijnen als een oneindigheid van viervoudige koorden van R_m te beschouwen en wordt het aantal der viervoudige koorden dus onbepaald. Evenzoo is het gesteld met den graad der dubbelkromme van het oppervlak $S(1^3)$.

Wel ligt hier het denkbeeld voor de hand van de

$$\frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4}$$

lijnen, die op telkens vier van de gegevene lijnen rusten, diegene als viervoudige koorden van de ontaarde kromme te beschouwen, welke deze vier lijnen in verschillende punten snijden. Daarbij blijkt dan echter, dat men de onveranderlijkheid van dit aantal met betrekking tot de meest omvattende verandering, die men aan den onderlingen stand der lijnen mag aanbrengen, dan alleen handhaven kan, wanneer men zich het aannemen van enkele bepaalde onderstellingen laat welgevallen. Dit onderzoek is echter te wijdloopig om het hier mee te deelen. Ik vermeld dus alleen de uitkomst in de volgende woorden :

Tenzij er door ieder punt van een kromme R_m een of meer viervoudige koorden gaan — in welk geval deze een oppervlak

*) Wjl hier van slechts een kromme sprake is, zal ik de accenten eenvoudigheidshalve weglaten.

vormen — is het aantal dier viervoudige koorden voorgesteld door den vorm :

$$\frac{1}{24} \{-m^4 + 18m^3 - 71m^2 + 78m - 48mh + 132h + 12h^2\} *).$$

Behoort echter tot de kromme lijn een rechte, die haar in k punten snijdt, — een lijn, die ik een k -puntige lijn der kromme noem — dan moet dit aantal met $\frac{(k-1)(k-2)(k-3)}{6}$ verminderd worden. Met deze beperking geldt bovengenoemde regel voor iedere ruimtekromme, enkelvoudig of samengesteld.

De kolossale afmetingen van de formules, die moeten leiden tot het overeenkomstige resultaat omtrent den graad der dubbelkromme van het oppervlak $S(1^3)$ hebben mij tot nu toe in het vinden van dit resultaat gedwarsboomd †).

30. Bij de bespreking van het aantal enkelvoudige voorwaarden, waardoor een ruimtekromme bepaald wordt, vestig ik eerst de aandacht op drie op zich zelf staande gevallen, waarin men tot de kennis van dit aantal komen kan; vooreerst beschouw ik de totale doorsnee van twee algebraïsche oppervlakken, ten tweede de krommen $M(x^p y^q)$ die gelegen zijn op een oppervlak van den tweeden graad, en eindelijk de unicursale krommen.

Wanneer men in de eerste plaats het aantal punten, waar-

*) In SALMON-FIEDLER (t. a. p. blz. 265) staat abusievelijk — 78 m in plaats van + 78 m in den vorm, die ook in de gedaante $\frac{h(h-4m+11)}{2} - \frac{m(m-2)(m-3)(m-13)}{24}$

kan geschreven worden.

†) Dat ook hier een dergelijke beperking voorkomen zal, blijkt uit de beschouwing van het geval van m elkaar kruisende lijnen. Het oppervlak $S(1^3)$ bestaat dan uit $\frac{m(m-1)(m-2)}{6}$ oppervlakken F_2 en de geheele doorsnee dier oppervlakken is

dus van den $\frac{m(m-1)(m-2)}{6} \left\{ \frac{m(m-1)(m-2)}{6} - 1 \right\}$ 4den graad; wijl $\frac{m(m-1)(m-2)}{3}$

hier S is, gaat dit over in $\frac{1}{2}S^2 - S$ en niet in $\frac{1}{2}S^2 - S + 3m$, zooals de formule van CAYLEY (t. a. p. blz. 457, regel 14) verlangt. Bovendien is het duidelijk, dat er in het genoemde geval geen verschil bestaat tusschen de totale doorsnee dier oppervlakken en de grootheid NT .

door een oppervlak F_n van den n^{den} graad bepaald wordt, door het teeken $P(n)$ voorstelt, dan is het grootste aantal x der willekeurig op F_n aangenomen punten, die men ter verkrijging van een enkelvoudig oppervlak F_{n_1} (waarbij $n_1 > n$ ondersteld wordt) onder de $P(n)$ bepalende punten mag opnemen, aangegeven door de vergelijking

$$x = P(n_1) - P(n_1 - n) - 1.$$

Want is dit aantal één meer dan het door de vergelijking aangegevene, dan kan men door de overige $P(n_1 - n)$ bepalende punten een oppervlak $F_{n_1 - n}$ brengen en is dus het bepaalde oppervlak F_{n_1} , wjl het uit F_n en $F_{n_1 - n}$ bestaat, niet enkelvoudig.

Volgt hieruit, dat de kromme van doorsnee van twee oppervlakken F_{n_1} en F_n bepaald is door $P(n_1) - P(n_1 - n) - 1$ willekeurig op F_n aangenomen punten, er kan ook uit afgeleid worden, dat zij in het algemeen bepaald is door $P(n_1) + P(n) - P(n_1 - n) - 1$ enkelvoudige voorwaarden. Want terwijl de kromme bepaald is door $P(n_1) - P(n_1 - n) - 1$ punten op F_n en het liggen van een punt der kromme op F_n voor een enkelvoudige voorwaarde geldt, is het oppervlak F_n zelf -- dat ik „den drager” der kromme noemen zal -- door $P(n)$ enkelvoudige voorwaarden bepaald. Zoo is een vlakke kromme C_n in de ruimte bepaald door

$$\frac{n^3 + 6n^2 + 11n}{6} + 3 - \frac{(n-1)^3 + 6(n-1)^2 + 11(n-1)}{6} - 1 = \frac{n(n+3)}{2} + 3$$

enkelvoudige voorwaarden, 3 voor het vlak waarin de kromme ligt en $\frac{n(n+3)}{2}$ voor de kromme zelve.

Alleen wanneer n_1 en n gelijk zijn, moet het bovenstaande een kleine wijziging ondergaan; wjl $P(n_1 - n)$ dan nul is, is het aantal punten op F_n dan kleiner dan $P(n)$ en wordt de kromme dus door $P(n_1) - 1$ willekeurige punten in de ruimte of $2\{P(n_1) - 1\}$ enkelvoudige voorwaarden bepaald; bij de basiskrommen is dit aantal dus één geringer dan bij iedere andere volledige doorsnee. Bovendien is het ook duidelijk, dat onder de volledige doorsneden alleen een basiskromme door een zeker aan-

tal willekeurig aangenomen punten bepaald kan worden; deze bepaling is een ondubbelzinnige (slechts één kromme voldoet aan de vraag).

Wijl in de tweede plaats de kromme $M(x^p y^q)$ volgens art. 10 door $p q + p + q$ willekeurig op den drager F_2 aangenomen punten bepaald is, is het aantal enkelvoudige voorwaarden, dat deze kromme bepaalt, voorgesteld door $p q + p + q + 9$. Hierop maken alleen de krommen $M(x^1 y^1)$, $M(x^2 y^1)$ en $M(x^2 y^2)$, die op meer dan een oppervlak F_2 gelegen zijn, een uitzondering, wijl men tot de kennis van deze het oppervlak F_2 niet behoeft te bepalen; slechts bij deze krommen gelegen op meer dan een oppervlak F_2 en bij de kromme $M(x^3 y^1)$ is bepaling door punten alleen mogelijk *).

Is de kromme eindelijk een unicursale kromme R_ν , dan kunnen de tetraëdale ruimte-coördinaten harer punten worden aangegeven door de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \varrho x_1 &= a_\nu \lambda^\nu + a_{\nu-1} \lambda^{\nu-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 \\ \varrho x_2 &= b_\nu \lambda^\nu + b_{\nu-1} \lambda^{\nu-1} + \dots + b_1 \lambda + b_0 \\ \varrho x_3 &= c \lambda^\nu + c_{\nu-1} \lambda^{\nu-1} + \dots + c_1 \lambda + c_0 \\ \varrho x_4 &= d_\nu \lambda^\nu + d_{\nu-1} \lambda^{\nu-1} + \dots + d_1 \lambda + d_0 \end{aligned} \right\} \dots (17),$$

waarin 4ν onderling onafhankelijke coëfficiënten voorkomen. Want de substitutie

$$\lambda = \frac{p\mu + q}{r\mu + 1}, \quad \varrho = \frac{s}{(r\mu + 1)^\nu},$$

waardoor μ in de plaats van λ en s in de plaats van ϱ treedt, voert vier nieuwe grootheden p , q , r en s in, die toelaten, dat men onafhankelijk van de te bepalen kromme aan vier van de $4\nu + 4$ nieuwe coëfficiënten a , b , c en d bepaalde waarden toekent †) Wijl nu het invoegen van de coördinaten van een ge-

*) Van de kromme $M(x^3 y^1)$ kan men acht punten willekeurig aannemen; door acht willekeurige punten gaan blijkens de onderzoekingen van CAYLEY (SALMON t. a. p. blz 110) zelfs vier zulke krommen; dit strijdt echter niet tegen de uitkomst, dat men de kromme slechts door zeven punten willekeurig op een F_2 aangenomen brengen kan, wijl dan een oppervlak gegeven is, waar de kromme op liggen moet.

†) Vergelijk *Verslagen en Mededeelingen*, t. a. p. art. 26.

geven punt in (17) na eliminatie van q en λ twee betrekkingen tusschen deze coëfficiënten oplevert en het aannemen van een punt der kromme twee enkelvoudige voorwaarden voorstelt, is het aantal bepalende enkelvoudige voorwaarden eener unicursale kromme R_ν gelijk aan 4ν .

31. Op de vraag, of het mogelijk is het aantal enkelvoudige voorwaarden, dat een kromme (ν, h) bepaalt, in de grootheden ν en h uit te drukken, moet nu een ontkennend antwoord gegeven worden. Daartoe zou noodig zijn, dat men er in slagen kon de uitdrukking $P(n_1) + P(n) - P(n_1 - n) - 1$ door middel van de vergelijkingen $\nu = n_1 n$, $h = \frac{1}{2} n_1 n (n_1 - 1) (n - 1)$ van blz. 284 en de uitdrukking $p q + p + q + 9$ door middel van de vergelijkingen $p + q = \nu$, $\frac{p^2 + q^2 - (p + q)}{2} = h$ van blz. 272 tot

een uitdrukking in ν en h te vervormen, die voor $h = \frac{(\nu - 1)(\nu - 2)}{2}$

de waarde 4ν aanneemt. Dit is echter niet mogelijk. Want terwijl de basiskromme van een oppervlakkenbundel van den n^{den} graad bepaald is door $2 \{P(n) - 1\}$ enkelvoudige voorwaarden, is de kromme $M(x^{n^2-n} y^n)$, die in ν en h met de voorgaande overeenstemt (vergelijk blz. 277), door $n^3 + 9$ enkelvoudige voorwaarden bepaald. En deze twee getallen komen niet met elkaar overeen. De drie beschouwde gevallen moeten dus op zich zelf blijven staan; zij voeren niet tot een algemeene wet, waarvan zij bijzondere toepassingen zijn.

32. Even als bij de vlakke krommen bewijst men gemakkelijk, dat de voorwaarde, die uitdrukt, dat de ruimtekromme op een nog onbekende plaats een dubbelpunt heeft, een enkelvoudige voorwaarde is. Zoo zal men van de kromme R_4 (waarvoor $h = 2$ is), die bepaald is door zestien enkelvoudige voorwaarden (acht willekeurige punten), slechts zeven punten willekeurig kunnen aannemen als men wil, dat ze ergens twee dubbelpunten hebben moet. De kromme zal dan weer niet ondubbelzinnig bepaald zijn. Veeleer bedraagt het aantal oplossingen 28. Wijl de kromme namelijk samengesteld moet zijn, als ze twee dubbelpunten heeft, en ze niet kan bestaan uit de vereeniging van twee vlakke krommen, daar de zeven gegeven punten niet in twee vlakken gelegen zijn, moet zij bestaan uit een R_3 met een harer koorden.

En nu verkrijgt men zeven van deze krommen door R_3 te brengen door zes der zeven punten en uit het zevende een koorde aan haar te trekken, en een-en-twintig door van de verbindingslijn van twee der zeven punten uit te gaan en door de vijf andere punten een R_3 te brengen, die deze verbindingslijn tot koorde heeft. Zooals bekend is gaan al deze krommen, die de ontaardende krommen van den door de zeven punten bepaalden krommenbundel uitmaken, door een achtste punt, het achtste gemeenschappelijke punt van alle oppervlakken F_2 door de zeven punten.

Eveneens zal men, om nog een voorbeeld te noemen, van de kromme R_4 (waarvoor $h = 2$ is) slechts zes bepalende punten kunnen aannemen, wanneer men wil, dat zij op onbekende plaats vier dubbelpunten heeft en zij dus in een scheeven vierhoek overgaat; het aantal oplossingen bedraagt dan 45.

33. Aan het eind van deze beschouwingen gekomen, die eenigermate een pendant vormen van de vroeger over vlakke krommen geleverde, kan het zijn nut hebben den gevolgdten weg in het kort nog eens te doorloopen en de uitkomsten te resumeeren.

Uitgaande van de toepassing der bekende PLÜCKER'sche formules op samengestelde vlakke krommen, heb ik nagegaan onder welke beperkende voorwaarden deze als algemeen geldig mogen worden beschouwd, om daarna (in art. 5, 6 en 7) dezelfde vraag voor de ruimtekrommen met betrekking tot de formules PLÜCKER-CAYLEY te beantwoorden. Vervolgens heeft het onderzoek naar het oppervlak van den laagsten graad, dat men door een kromme R_h brengen kan, mij eenigen tijd bezig gehouden; na eerst den stand van zaken te hebben geschetst, ben ik (in art. 10) met betrekking tot de op een F_2 gelegene krommen tot een nieuw resultaat gekomen. En eindelijk heb ik getracht te onderzoeken, welke invloed aan de grootheid h , het aantal der schijnbare dubbelpunten van de kromme, moet worden toegekend.

Deze laatste beschouwing, die verreweg de meeste ruimte inneemt, laat zich geleidelijk in drie afzonderlijke stukken ver-

deelen. In het eerste heb ik aangewezen in hoever het bedoelde getal h den aard der kromme bepaalt (art. 16) en welke waarde aan h moet worden toegekend als grondslag voor de verdeeling van ruimtekrommen van denzelfden graad in krommen van verschillend soort. Na in art. 19 een schets gegeven te hebben van de verschillende krommen van minder dan den zesden graad — en vooral met betrekking tot de verdeeling van de krommen R_5 bewees de in art. 10 gevonden stelling goede diensten — heb ik een slechts ten deele gelukte poging gewaagd om de krommen R_6 te klassificeeren. Daarbij kom ik tot het besluit, dat er minstens zeven en hoogstens vijftien verschillende soorten van deze kromme te onderscheiden zijn *). Tevens heb ik daarbij in het licht gesteld, dat de grootheid h niet het eenige richtsnoer zijn mag bij de verdeeling der ruimtekrommen van denzelfden graad, maar dat de graad van het oppervlak van den laagsten graad, dat door de kromme gaat, daarbij ook moet gekend worden. In het tweede gedeelte van dit laatste stuk heb ik de regelrechte oppervlakken beschouwd, die op een eenvoudige wijs met drie, twee of een ruimtekromme in verband staan. In hoofdzaak heb ik de door CAYLEY langs analytischen weg gevonden resultaten hier meetkundig afgeleid en ze op aanvullingsdoorsneden en samengestelde ruimtekrommen uitgebreid. En in het derde gedeelte heb ik in drie bepaalde groepen van gevallen

*) Even voor het afdrukken van vel 19 bespeurde ik, dat de krommen R_6 reeds gerangschikt zijn door ED. WEYR („Comptes rendus”, deel 76, blz. 424, 475 en 555). Uit zijne verhandeling is mij gebleken, dat op mijn derde soort na (zie de tabel op blz. 279) door elke kromme R_6 een enkelvoudig oppervlak F_4 gaat, — iets wat trouwens even goed uit mijne behandeling had kunnen worden afgeleid — en dus de vier krommen $3 \times 5 - 9$ geen nieuwe soorten kunnen zijn. Van de vier krommen

$\frac{3 \times 4}{2}$ toont WEYR met behulp van het door CAYLEY beschouwde oppervlak,

de *monoïde*, („Comptes rendus”, deel 54, blz. 55 en blz. 396 en deel 58, blz. 994) aan, dat de soort, waarvoor $h = 6$ is, werkelijk van mijne eerste soort verschilt, door aan te wijzen, dat er door deze nieuwe kromme slechts een oppervlak F_3 te brengen

is. En van de drie andere soorten $\frac{3 \times 4}{2}$, waarvoor h de waarde 7, 8 of 9 heeft,

beweert hij, dat het van de laatste alleen zeker is, dat er twee oppervlakken F_3 door gaan; waarmee m.i. het aannemen van acht soorten in plaats van tien kwalijk te rijmen is

(N.B. Op blz. 279 is verwezen naar de noot van art. 31, dit moet zijn art. 33).

het aantal enkelvoudige voorwaarden, waardoor een ruimtekromme gegeven is, opgespoord, om daaruit te komen tot de negatieve uitkomst, dat dit aantal zich niet laat beschouwen als een functie van de grootheden ν en h alleen.

Heb ik in dit korte overzicht de nieuwe uitkomsten, die ik verkregen heb, met een enkel woord aangegeven, naast deze heb ik de gapingen van mijn werk blootgelegd. Mocht het een ander aansporen deze aan te vullen, dan zal ik mijn moeite meer dan beloond achten.

den Haag, 25 Januari 1879.

N A S C H R I F T.

Aan het einde van dit onderzoek maak ik van de gelegenheid gebruik een paar misstellingen te verbeteren, die voorkomen in het meermalen aangehaalde stukje: Eenige beschouwingen naar aanleiding van het grootste aantal veelvoudige punten eener algebraïsche kromme.

a). De eerste betreft de argumentatie in de artt. 13 en 14, die geen kritiek kan doorstaan, wijl ze op een cirkelredeneering gegrond is. In de volgende mededeeling, die ik omtrent het genoemde punt van den Heer F. J. VAN DEN BERG, hoogleeraar te Delft, mocht ontvangen en die ik hier letterlijk overneem, wordt dit bezwaar uit den weg geruimd en tevens aan de artt. 10—18 verkorting aangebracht.

„De berekeningen van artt. 13—14 (pag. 108—109) moeten overbodig geacht worden, omdat op pag. 106 boven reeds in het algemeen vermeld is dat, indien voor eenige positieve p tevens y positief is, zulk eene p steeds aan de betrekking (5) voldoet, terwijl juist ditzelfde nogmaals, maar meer uitvoerig, in artt. 13—14 wordt aangetoond. Waar het op aankomt is dan ook, niet zoozeer te doen zien dat, als y in de eerste vergelijking (4) positief wordt voor de waarden (8), m. a. w. dat, als aan (9^a) of (9^b) voldaan wordt, dat dan tevens aan (5) voldaan is; maar veeleer, te bewijzen dat werkelijk de betrekkingen (9^a) of (9^b) gelden, hetgeen volgens pag. 106 de geldigheid van (5) met zich brengt. En dat inderdaad de geldigheid van (9^a) of (9^b) niet aangetoond is, m. a. w. dat niet is aangetoond dat y voor de waarden (8) inderdaad positief wordt, kan blijken doordien de bewijsvoering van artt. 13—14 steeds

doorgaat, wat ook de waarde van r moge zijn, en dus onafhankelijk van de op pag. 105 beneden vermelde voorwaarde $0 < r < k$, terwijl daarentegen de betrekkingen (5) en (6) of (8) zich juist van elkander onderscheiden doordien r in de eerste wel, in de tweede niet voorkomt.

„Maar bovendien wordt, door de bewijsvoering eenigzins anders in te rigten, zelfs het opmaken van de wortelvormen van pag. 106 boven en als gevolg daarvan het stellen van de betrekking (5) overbodig; terwijl dan evenzeer het invoeren van het quotient m en van de rest q , en in verband daarmede het splitsen in de twee afzonderlijke gevallen $2q < k$ en $2q \geq k$ op pag. 107 en verder, niet noodig is.

„Men zou de artt. 10—18 namelijk kunnen vervangen door eene redenering zooals hieronder volgt, als wanneer, wat de formules betreft, alleen (3), (4) en (6) behouden blijven, terwijl dan tevens, gelijktijdig met de regelmaat in de getallen p en met de periodiciteit van r , eenig verband in de grootste aantallen z zelve van de k -voudige punten gevonden wordt. Ook in de in art. 18 vermelde uitkomst van het onderzoek wordt op deze wijze de splitsing in de twee gevallen $2q < k$ en $2q \geq k$ minder noodig, terwijl het daarentegen wenschelijk schijnt in die uitkomst, in verband met het slot van art. 9, nogmaals opmerkzaam te maken op de uitzonderingsgevallen die zich voordoen zoolang $m = 1$ is of liever zoolang $p = 0$ zou zijn.

„Eindelijk behoeft in het hieronder volgende eene in den aanhef van art. 10 onder de woorden „geheel langs den bij dubbelpunten gevolgden weg” begrepen soortgelijke redenering als op pag. 100 midden, die namelijk zou dienen om aan te toonen dat men zich in de tweede vergelijking (3) tot $r < k$ moet bepalen, niet afzonderlijk voorop gesteld te worden, maar blijkt de noodzakelijkheid van deze voorwaarde $r < k$ in den loop van het onderstaande onderzoek van zelf.

„De bepaling van het grootste aantal z van k -voudige punten eener enkelvoudige kromme van den n^{den} graad komt neder op de bepaling van de kleinste waarde van z die voor de verschillende mogelijke waarden van p , y en r voldoet aan de twee vergelijkingen :

$$\left. \begin{aligned} (z + 1) + y &= \frac{1}{2} p (p + 3) \\ k(z + 1) + y &= np + r \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3),$$

waarin alle grootheden geheele positieve getallen voorstellen (kun-
nende evenwel y ook gelijk nul zijn) en waarin bovendien (zie
art. 7) $p < n$ moet wezen. Schrijft men daartoe de oplossin-
gen van deze vergelijkingen ten opzichte van y en z onder de
wel niet meest eenvoudige, maar toch voor ons doel meest ge-
schikte vormen :

$$\left. \begin{aligned} (k-1)y + (r-1) &= \frac{1}{2} p (kp + 3k - 2n) - 1 \\ (k-1)z + (k-1-r) &= \frac{1}{2} p (2n - 3 - p) \end{aligned} \right\} \dots (4),$$

dan leeren deze in de eerste plaats dat zoodra, voor eene aan-
vankelijk willekeurig aangenomen waarde van p en voor veran-
derlijk gedachte r , de steeds geheele getallen $\frac{1}{2} p (kp + 3k - 2n) - 1$
en $\frac{1}{2} p (2n - 3 - p)$ positief zijn, niet alleen de mogelijkheid be-
staat eene zoodanige waarde van r te vinden waarvoor y en
 $r - 1$ als quotient en rest van het eerste, z en $k - 1 - r$ als
quotient en rest van het tweede dier getallen, gedeeld door
 $k - 1$, allen positief of welligt gedeeltelijk gelijk nul zijn, maar
dat men tevens, om z zoo klein mogelijk te maken, juist deze
beneden k blijvende waarde van r , en niet eene grootere, moet
nemen. En in de tweede plaats blijkt, indien men zich nu ook p
veranderlijk denkt, dat z gelijktijdig met $p(2n - 3 - p)$ zoo
klein mogelijk wordt, hetgeen, daar deze 2^e-magtsvorm in p
geen analytisch minimum toelaat, het geval zal zijn indien p in
meer of in minder zoo ver mogelijk verwijderd blijft van de
waarde $p = 2n - 3 - p = n - \frac{3}{2}$ waarvoor het analytisch maxi-
mum intreedt. Daar men nu, gelet op $p < n$, in meer niet
anders kan toelaten dan $p = n - 1$, terwijl men, gelet op
 $y \geq 0$ of $kp + 3k - 2n > 0$, in minder kan afdalen tot

$$p > \frac{2}{k} n - 3 \dots \dots \dots (6),$$

dat is voor $k = 2$ tot $p = n - 2$ en voor $k > 2$ zelfs tot
 $p \leq n - 3$, zoodat men in ieder geval in minder even ver als
of verder dan in meer verwijderd kan blijven van de even ge-
noemde waarde $n - \frac{3}{2}$, zoo blijkt dat p gelijk moet genomen wor-

den aan het kleinste geheele getal dat $\frac{2}{k}n - 3$ overtreft, dat is

gelijk aan het quotient van $2(n-k)$ door k (behoudens het geval waarin dit quotient gelijk nul zou zijn, als wanneer het, gelet op de voorwaarde $p > 0$, door $p = 1$ behoort vervangen te worden). De waarde van p op deze wijze in ieder geval regstreeks bepaald zijnde, waardoor blijkbaar de aan het slot van art. 9 omschreven regelmaat in deze getallen van zelf te voorschijn treedt, worden verder de bij iedere p behoorende z en $k-1-r$ volgens het reeds opgemerkte onmiddellijk als quotient en rest van $\frac{1}{2}p(2n-3-p)$ of $pn - \frac{1}{2}p(p+3)$ door $k-1$ gevonden, zoodat men gemakkelijk in staat is de tabel van pag. 104 op te stellen. Op deze wijze is, zooals boven gezegd, het substitueren van de waarde $n = mk + q$ overbodig geworden en vindt men dan ook de beide vormen (11^a) en (11^b) van pag. 112 of die van pag. 113 midden, waardoor de bij $2q < k$ en bij $2q \geq k$ behoorende z in m, k en q zijn uitgedrukt, niet nedergeschreven; maar dit neemt niet weg dat men ook zonder dát geregtigd blijft tot het besluit dat het aan het slot van

art. 18 besproken geval waarin de gevondene $z > \frac{(n-1)(n-2)}{k(k-1)}$

is kan voorkomen, daar toch uit het hierboven gezegde, even goed als op pag. 113 bovenaan uit (11^a) en (11^b), blijkt dat

p voor groote n nadert tot $\frac{2n}{k}$ en dus z tot $\frac{\frac{1}{2}p(2n-p)}{k-1} = \frac{2n^2}{k^2}$,

hetgeen voor $k > 2$ steeds $> \frac{n^2}{k(k-1)} > \frac{(n-1)(n-2)}{k(k-1)}$

is. En wat nu ten slotte de betrekkingen tusschen twee bij eene zelfde k behoorende stelsels (n, p, z, r) en (n', p', z', r') in de tabel van pag. 104 betreft, kan men op grond van de vorenstaande definitiën van p, z en $k-1-r$ opmerken dat, mits het verschil $n'-n$ zoo gekozen worde dat de beide hieronder ter berekening van $p'-p$ en $z'-z$ volgende deelingen zonder resten opgaan, hetgeen dus o. a. medebrengt dat $(k-1-r') - (k-1-r) = 0$ of $r' = r$ blijft, gevonden wordt

$$p' - p = \frac{2(n' - k) - 2(n - k)}{k} = \frac{2(n' - n)}{k}$$

en dus

$$\begin{aligned} z' - z &= \frac{\frac{1}{2} p' (2n' - 3 - p') - \frac{1}{2} p (2n - 3 - p)}{k - 1} = \\ &= \frac{\frac{1}{2} p' \{2(n' - n) - (p' - p)\} + \frac{1}{2} (p' - p) (2n - 3 - p)}{k - 1} = \\ &= \frac{n' - n}{k(k - 1)} \{p'(k - 1) + (2n - 3 - p)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{of ook} &= \frac{\frac{1}{2} p \{2(n' - n) - (p' - p)\} + \frac{1}{2} (p' - p) (2n' - 3 - p')}{k - 1} = \\ &= \frac{n' - n}{k(k - 1)} \{p(k - 1) + (2n' - 3 - p')\}, \end{aligned}$$

waaruit blijkt: 1^o. dat voor k oneven, als wanneer $n' - n = k(k - 1)$ de kleinste bruikbare waarde zonder resten is, komt $p' - p = 2(k - 1)$, terwijl dan in de zóoeven voor $z' - z$ gevonden waarde de coëfficiënt $\frac{n' - n}{k(k - 1)} = 1$ wordt; 2^o. dat voor k even, als wanneer men tot $n' - n = \frac{1}{2} k(k - 1)$ kan afdalen, komt $p' - p = k - 1$, terwijl dan voor $z' - z$ wel is waar de coëfficiënt $\frac{n' - n}{k(k - 1)} = \frac{1}{2}$ wordt, maar niettemin, omdat thans zoowel k als $p + p' + 3 = 2p + k + 2$ even is, $z' - z$ een geheel getal blijft.”

b). De tweede misstelling betreft de in de derde noot van pag. 126 gegeven uitdrukking $3(n - 1)^2 - 3p$, die bij nader inzien door $3(n - 1)^2 - 7p$ vervangen moet worden. Dit zal ik aanwijzen door het door bedoelden vorm voorgestelde aantal der krommen uit een bundel van den n^{den} graad, die in het geval er onder de basispunten reeds p dubbelpunten voorkomen buiten deze om nog een dubbelpunt hebben, af te leiden.

Wanneer de eerste poolkrommen van drie niet op een rechte lijn gelegen punten O_1, O_2, O_3 met betrekking tot een willekeurige kromme C_n door een punt a gaan, heeft C_n in a een dubbelpunt. Nu vormen de eerste poolkrommen van de punten O_1, O_2, O_3 met betrekking tot een krommenbundel C_n zonder veelvoudige basispunten drie krommenbundels $\varphi^1_{n-1}, \varphi^2_{n-1}$,

φ^3_{n-1} , die onderling projectief zijn, wanneer men de eerste poolkrommen van de drie punten O_1, O_2, O_3 met betrekking tot dezelfde kromme C_n uit den oorspronkelijken bundel met elkaar doet overeenkomen. Stelt men nu de meetkundige plaats van de snijpunten van de overeenkomstige krommen van de bundels φ^1_{n-1} en φ^2_{n-1} door $C^3_{2(n-1)}$, die van φ^1_{n-1} en φ^3_{n-1} door $C^2_{2(n-1)}$ voor, dan moeten de gezochte dubbelpunten van de krommen C_n , wyl ze op beide krommen $C_{2(n-1)}$ gelegen zijn, tot de $4(n-1)^2$ snijpunten van beide behooren. En wyl alleen de $(n-1)^2$ basispunten van φ^1_{n-1} , die op beide $C_{2(n-1)}$'s gelegen zijn, niet aan de vraag voldoen, is het aantal dubbelpunten bij een krommenbundel C_n met alleen enkelvoudige basispunten $3(n-1)^2$.

Onderstel ik nu voorloopig, dat er onder de basispunten van den bundel C_n slechts één dubbelpunt a_1 voorkomt, en neem ik dit punt a_1 als O_1 aan, dan moet ik met CREMONA *) bovenstaande redeneering een wijziging doen ondergaan. De krommen van den met a_1 overeenstemmenden bundel φ^1_{n-1} hebben dan a_1 tot gemeenschappelijk dubbelpunt en de raaklijnen aan die krommen in dit punt vallen met die aan de overeenkomstige krommen C_n in dit punt samen. Wyl de bundel C_n twee krommen bevat, die a_1 tot keerpunt hebben, en de keerraaklijnen t' en t'' hier beide krommen C'_n en C''_n in dit punt de dubbelstralen zijn van de involutie der raaklijnenparen in a_1 aan de krommen van den bundel C_n , is dit bij den bundel φ^1_{n-1} met de overeenkomstige krommen insgelijks het geval. De krommen van de beide andere bundels φ^2_{n-1} en φ^3_{n-1} hebben echter in a_1 een enkelvoudig basispunt; de krommen uit beide, die met de krommen C'_n en C''_n overeenstemmen, raken de lijnen t' en t'' aan.

Uit dit alles volgt, dat de krommen $C^3_{2(n-1)}$ en $C^2_{2(n-1)}$ in het beschouwde geval in het punt a_1 een gemeenschappelijk punt hebben, dat voor elf snijpunten telt. Want elk der beide krommen heeft vooreerst in a_1 een drievoudig punt, omdat dit punt dubbelpunt is voor alle krommen van φ^1_{n-1} en enkelvoudig punt voor alle krommen van φ^2_{n-1} en φ^3_{n-1} . En bij

*) „Ebene Curven”, blz. 122, art. 88 en blz. 262.

elk der beide krommen worden twee der drie takken aangeraakt door de lijnen t' en t'' , terwijl de beide derde raaklijnen in het algemeen verschillen. Daar nu een punt, dat r -voudig is voor één kromme en s -voudig voor een andere, als in dit punt beide krommen t gemeenschappelijke raaklijnen hebben, voor $rs + t$ snijpunten geldt, vertegenwoordigt het punt a_1 elf snijpunten van $C^3_{2(n-1)}$ en $C^2_{2(n-1)}$. En daar het punt a_1 als dubbelpunt onder de basispunten van $q^{1_{n-1}}$ nu vier basispunten van $q^{1_{n-1}}$ voorstelt, is het aantal punten dat aan de vraag voldoet

$$4(n-1)^2 - 11 - \{(n-1)^2 - 4\}$$

en dus door het aannemen van één gemeenschappelijk dubbelpunt met zeven verminderd. Waaruit dan het besluit getrokken mag worden, dat dit aantal bij aanwezigheid van p gemeenschappelijke basispunten met $7p$ vermindert en dus overgaat in den vorm $3(n-1)^2 - 7p$.

Werkelijk zijn de uitkomsten, die men gemakkelijk confronteeren kan, met dezen vorm in overeenstemming. Neemt men $n = 3$, $p = 1$, dan vraagt men dus naar de krommen C_3 , die een gegeven punt a tot dubbelpunt, de punten 1, 2, 3, 4, 5 tot enkelvoudige punten en nog een tweede dubbelpunt van onbekende ligging hebben. Wijl deze krommen C_3 noodzakelijkerwijs samengesteld zijn, voldoen alleen de combinaties

$$(a, 1) \quad (a, 2) \quad (a, 3) \quad (a, 4) \quad (a, 5) \\ (a, 2, 3, 4, 5) \quad (a, 1, 3, 4, 5) \quad (a, 1, 2, 4, 5) \quad (a, 1, 2, 3, 5) \quad (a, 1, 2, 3, 4)$$

van een rechte lijn met een kegelsnee aan de vraag. En deze zijn vijf in aantal, zooals de gevonden uitdrukking het verlangt *).

Neemt men $n = 4$, $p = 3$, dan vraagt men naar de krommen C_4 , die drie gegeven punten a_1, a_2, a_3 tot dubbelpunten, de punten 1, 2, 3, 4 tot enkelvoudige punten en nog een dubbelpunt

*) De vroeger reeds genoemde commandant van de genie E. DEWULF uit Bayonne heeft mij gewezen op deze uitkomst ter veroordeeling mijner eerste uitdrukking; hieruit heb ik aanleiding genomen de tweede te zoeken.

van onbekende ligging hebben. Zooals de vorm verlangt, vindt men in dit geval zes krommen, de drie kegelsnedenparen

$$(a_1, a_2, a_3, 1, 2) \quad (a_1, a_2, a_3, 1, 3) \quad (a_1, a_2, a_3, 1, 4) \\ (a_1, a_2, a_3, 3, 4) \quad (a_1, a_2, a_3, 2, 4) \quad (a_1, a_2, a_3, 2, 3)$$

en de drie krommen C_3 , die in een der drie punten a_1, a_2 of a_3 een dubbelpunt hebben en door de zes overige punten gaan, elk vereenigd met de lijn, die de punten a verbindt, welke geen dubbelpunten harer C_3 zijn.

Neemt men $n = 5$, $p = 6$, dan kan men naast de zes dubbelpunten $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ nog slechts een enkelvoudig punt 1 ter bepaling van een C_5 met zeven dubbelpunten aannemen. Zooals de gevondene vorm verlangt zijn er dan weer zes krommen, die aan de vraag voldoen, de zes kegelsneden, die door vijf der zes punten a gaan elk vereenigd met de kromme C_3 door deze punten en het punt 1, die het zesde punt a tot dubbelpunt heeft.

Langs denzelfden weg vindt men met CREMONA hoeveel krommen met een dubbelpunt van onbekende ligging er begrepen zijn in een bundel van den n^{den} graad, wanneer er onder de basispunten een k -voudig punt a_1 voorkomt. Omdat de involutorische stralenbundel van den k^{den} graad gevormd door de raaklijnen aan de krommen van den bundel in dit punt a_1 een aantal van $2(k-1)$ groepen heeft, waarvan twee stralen samenvallen *), hebben de twee krommen $C^{3_{2(n-1)}}$ en $C^{2_{2(n-1)}}$, waarvan a_1 een $2k-1$ -voudig punt is, in dit punt $2(k-1)$ gemeenschappelijke raaklijnen, zoodat a_1 voor $(2k-1)^2 + 2(k-1)$ snijpunten van beide krommen geldt. En wijl a_1 nu k^2 basispunten van $q^{1_{n-1}}$ vertegenwoordigt, is het gevraagde aantal

$$4(n-1)^2 - \{(2k-1)^2 + 2(k-1)\} - \{(n-1)^2 - k^2\}$$

of $3(n-1)^2 - (3k^2 - 2k - 1)$ en dus bij aanwezigheid van p dergelijke k -voudige basispunten

$$3(n-1)^2 - p(3k+1)(k-1).$$

Neemt men ter confronteering van deze uitkomst het alge-

*) CREMONA-CURTZE, „Ebene Curven“, blz. 28, art. 22.

meene geval, dat $k = n - 1$ en $p = 1$ is, waarbij de gezochte krommen noodzakelijk weer samengesteld moeten zijn, dan vindt men met behulp van bovenstaande uitdrukking voor het aantal van deze $2k + 1$ of $2n - 1$. Wijl nu een $n - 1$ -voudig punt bij de bepaling van een kromme voor $1 + 2 + \dots + n - 1$ of $\frac{n(n-1)}{2}$ gegevens telt, moet men ter bepaling van een kromme

van den bundel naast dit veelvoudige punt nog $\frac{n(n+3)}{2} - \frac{n(n-1)}{2}$

of $2n$, ter bepaling van de basis dus $2n - 1$ enkelvoudige punten aannemen. En nu zijn de $2n - 1$ gevraagde krommen de vereeniging van ieder der $2n - 1$ lijnen, die a_1 met een dier $2n - 1$ enkelvoudige basispunten verbinden, met de kromme C_{n-1} , die door de $2n - 2$ overige enkelvoudige basispunten gaat en a_1 tot $n - 2$ -voudig punt heeft. Want, terwijl een kromme C_{n-1} hierdoor juist bepaald is, zal men bij een samenstelling van C_n uit twee deelen van anderen graad er aan de eene zij niet in slagen de combinatie aan al de eischen te laten voldoen en aan de andere zij een kromme met te veel dubbelpunten verkrijgen.

In verband met het aannemen van de uitdrukking $3(n-1)^2 - 7p$ moeten nu volgende verbeteringen worden aangebracht:

Blz. 126 regel 13 v. b.

<i>staat:</i>		<i>lees:</i>
Zoodat de theorie der eliminatie †) leert, dat er in het behandelde geval 21 krommen zijn, die aan de vraag voldoen.		Zoodat bij eliminatie †) blijken moet, dat er meer dan een kromme — werkelijk is het aantal 13 — aan de vraag voldoet.

Blz. 126 regel 18 v. b.

staat: 20. *lees:* 12.

Blz. 127 regel 12 v. o.

staat: 51 *lees:* 19.

Blz. 127 regel 9 v. o.

staat: 50. *lees:* 18.

Verder kunnen nog volgende verbeteringen aangebracht worden.

Blz. 105 regel 13 v. b.

<i>staat:</i>		<i>lees:</i>
twee evene waarden		twee evene waarden
twee evene		twee onevene.

Blz. 137 regel 15 v. o.

<i>staat:</i>		<i>lees:</i>
$\frac{(n-1)(n-2)}{1}$		$\frac{(n-1)(n-2)}{2}$

Dit naschrift wil ik eindigen met een andere afleiding van de twaalf enkelvoudige krommen, die aan de in voorbeeld 6 (pag. 125—126) gestelde vraag voldoen, een afleiding, waarvan ik het gronddenkbeeld aan den Heer E. DEWULF verschuldigd ben. Ik herhaal de vraag in dezen vorm:

„Een dubbelpuntskromme C_4 te bepalen, die twee gegeven punten a_1 en a_2 tot dubbelpunten en zeven gegeven punten 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 tot enkelvoudige punten heeft.”

Het vraagstuk zou opgelost zijn, wanneer men een punt x gevonden had zoodanig, dat de beide kegelsnedenbundels

$$(a_1 a_2 x 6) [1, 2, 3, 4, 5]$$

$$(a_1 a_2 x 7) [1, 2, 3, 4, 5]$$

projectief waren. Want dan zou de meetkundige plaats van het vierde snijpunt P van twee overeenkomstige kegelsneden $(a_1 a_2 x 6 P)$ en $(a_1 a_2 x 7 P)$ dier bundels een kromme C_4 zijn, die aan de vraag voldeed.

Ook in dezen vorm is het vraagstuk bepaald. Want men heeft twee onbekenden, de coördinaten van het punt x , te vinden en daartoe, wanneer men de projectieve overeenkomst bepaalt door $(a_1 a_2 x 6 1)$ met $(a_1 a_2 x 7 1)$, $(a_1 a_2 x 6 2)$ met $(a_1 a_2 x 7 2)$ en $(a_1 a_2 x 6 3)$ met $(a_1 a_2 x 7 3)$ te laten overeenkomen, de twee vergelijkingen, die de gelijkheid van de dubbelverhoudingen

$(a_1 a_2 x 6)$ [1, 2, 3, 4] en $(a_1 a_2 x 7)$ [1, 2, 3, 4], $(a_1 a_2 x 6)$ [1, 2, 3, 5] en $(a_1 a_2 x 7)$ [1, 2, 3, 5] uitdrukken.

Nu bepalen de vijf kegelsneebundels $(a_1 a_2 6)$ [1, 2, 3, 4, 5] op een willekeurige lijn l vijf involutorische puntreeksen. Neemt men nu x als bekend aan, dan zullen de kegelsneden $(a_1 a_2 x 6 1)$, $(a_1 a_2 x 6 2)$, $(a_1 a_2 x 6 3)$, $(a_1 a_2 x 6 4)$ en $(a_1 a_2 x 6 5)$ achtereenvolgens tot de krommen van den eersten, tweeden, derden, vierden en vijfden bundel behooren en de snijpuntenparen, die zij op l bepalen, in de overeenkomstige involuties op l begrepen zijn. Bovendien zullen deze vijf paren van snijpunten, omdat zij behooren bij vijf kegelsneden van een bundel $(a_1 a_2 x 6)$, involutorisch gelegen zijn. Wilt men deze redeneering met betrekking tot de vijf kegelsneebundels $(a_1 a_2 7)$ [1, 2, 3, 4, 5] herhalen kan en men daarbij gemakkelijk inziet, dat de vijf paren van snijpunten, die men hierbij weer verkrijgt, projectief zijn met de voorgaanden, is in het gestelde vraagstuk de volgende nieuwe vraag begrepen:

„Op een lijn l zijn twee stelsels van vijf involuties gegeven; men vraagt in iedere involutie van elk der beide stelsels een puntenpaar te vinden, zoodat men in elk der beide stelsels vijf puntenparen van een nieuwe involutie verkrijgt en beide nieuwe involuties projectief zijn.”

Neemt men een cirkel M aan, op zijn omtrek een punt O en vereenigt men dit punt met de puntenparen van een der involuties, dan ontstaat er een involutorische stralenbundel. De stralenparen snijden dan — volgens een bekende eigenschap — van den cirkel M bogen af, waarvan de koorden door een punt b gaan. Volvoert men nu deze bewerking voor ieder der vijf involuties van de beide stelsels, dan vindt men bij de vijf involuties van het eerste stelsel de vijf punten b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 , bij die van het tweede stelsel $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ *).

Onderstelt men verder twee punten p en π zoodanig gevonden te hebben, dat de stralenbundels

$$p (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$$

$$\pi (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5)$$

*) Tot hertoe volgde ik den Heer DEWULF.

projectief zijn, dan zullen de vijf stralen van den eersten bundel van den cirkel bogen afsnijden, wier uiteinden zich uit O projecteeren op l als vijf tot de vijf involuties van het eerste stelsel behorende puntenparen onderling in involutie. Evenzoo geven de vijf stralen van den tweeden bundel langs denzelfden weg vijf tot de vijf involuties van het tweede stelsel behorende puntenparen onderling in involutie. En wjl de stralenbundels projectief zijn, zijn de beide involuties het ook.

Uit het bovenstaande volgt echter nog niet, dat ieder puntenpaar ρ, π , dat men mocht kunnen vinden, tot een oplossing van de oorspronkelijke vraag voert. Ja, dit wordt zelfs onmogelijk, zoodra slechts is aangetoond, dat met een willekeurig aangenomen punt ρ een bepaald punt π en tevens met elk willekeurig aangenomen punt x een bepaald punt ρ overeenstemt.

De betrekking tusschen de punten ρ en π is reeds in 1869 door R. STURM aangegeven *). Neemt men ρ willekeurig aan en is de dubbelverhouding $\rho (b_1 b_2 b_3 b_4)$ door λ_5 voorgesteld, dan zal het met ρ overeenkomende punt π op de kegelsnee moeten liggen, die omschreven is aan $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4$ en λ_5 bevat (uitdrukking van den admiraal DE JONQUIÈRES); is de dubbelverhouding $\rho (b_1 b_2 b_3 b_5)$ door λ_4 voorgesteld, dan zal het punt π moeten liggen op de kegelsnee omschreven aan $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_5$, die λ_4 bevat. Zoodat π het vierde snijpunt is van deze beide kegelsneden, die reeds de drie punten $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ gemeen hebben.

Komt met elk punt ρ van het vlak een bepaald punt π overeen, met elk der punten b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 komt wegens de onbepaaldheid van de lijn, die een dier punten b_i met zich zelf verbindt, een kegelsnee $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \Sigma_4, \Sigma_5$ overeen, die telkens door alle vijf punten β gaat op het punt β_i na, dat met b_i overeenkomt. Deze vijf kegelsneden gaan alle door een punt, het punt β_0 , waarmee de kegelsnee S_0 door de vijf punten b overeenstemt. En omgekeerd komen met de vijf punten β vijf kegelsneden S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 overeen, die telkens door vier der punten b gaan en elkaar nog in een punt b_0 snijden, dat met de kegelsnee Σ_0 door de vijf punten β overeenstemt. De punten b_0 en β_0 noemde STURM *verbondene punten* van de beide stelsels b en β .

*) *Math. Annalen*, I, blz. 533: „Das Problem der Projectivität u. s. w.”

Beschrijft p een rechte lijn, dan doorloopt π een kromme C_5 , die *), wijl ze punt voor punt met de rechte lijn overeenstemt, een geslacht nul en dus zes dubbelpunten hebben moet. Werkelijk heeft zij de zes punten β tot dubbelpunten, enz.

Wanneer ik mij nu wend tot de betrekking tusschen p en x , dan moet eerst blijken, dat met een willekeurig punt p een bepaald punt x overeenkomt en omgekeerd. Trekt men door p twee willekeurige lijnen l_1 en l_2 en projecteert men de uiteinden van de bogen, die deze lijnen van den cirkel M afsnijden, uit O op l als s_1, t_1 en s_2, t_2 , dan zullen de kegelsneden $(a_1 a_2 \delta s_1 t_1)$ en $(a_1 a_2 \delta s_2 t_2)$ elkaar in een vierde punt x snijden. En neemt men omgekeerd een willekeurig punt x aan, dan is het bij dit punt behorende punt p niets anders dan het snijpunt van de koorden der bogen van M , die uit O op l geprojecteerd puntenparen opleveren behorende tot de involutie, die de kegelsnedenbundel $(a_1 a_2 \delta x)$ op l afteekent.

Door aan te nemen, dat met ieder puntenpaar p, π een oplossing van het oorspronkelijke vraagstuk in verband staat, zou men tot het besluit moeten komen, dat het punt x , het gezochte dubbelpunt, een geheel willekeurige ligging had. Wat natuurlijk ongerijmd is. Dat niet ieder puntenpaar p, π tot een oplossing voert, dit kan alleen hieraan liggen, dat het punt x bepaald met behulp van het punt p in het algemeen niet overeenstemt met het punt x , dat met behulp van het overeenkomstige punt π wordt gevonden. En met deze opmerking treedt de oplossing een nieuwe phase in.

Gaat men uit van een willekeurig punt p , dan vindt men een bepaald punt x , dat ik x_p zal noemen, en een punt π , dat op zijn beurt weer tot een punt x_π voert. Nu is de vraag: hoe dikwijls kan men een punt p vinden, waarvoor de dus verkregen punten x_p en x_π samenvallen?

Ter bepaling van het punt x_p zijn boven door p twee willekeurige lijnen getrokken. Verbindt men nu p echter met twee der punten b , bijv. b_1 en b_2 , dan zullen de geheel op dezelfde wijs als boven ontstane kegelsneden $(a_1 a_2 \delta s_1 t_1)$ en $(a_1 a_2 \delta s_2 t_2)$, wier vierde snijpunt het punt x_p is, bij beweging van p langs

*) STURM, t. a. p. blz. 538.

een rechte lijn m twee projectieve kegelsnedenbundels voortbrengen, wjl de kegelsneden van elk der beide groepen door drie punten gaan en l volgens een involutie snijden. Dit vierde snijpunt x_p brengt dus bij beweging van p langs m een C_4 voort als de meetkundige plaats van het snijpunt van de overeenkomstige krommen van twee projectieve kegelsnedenbundels. Maar deze C_4 ontardt in twee kegelsneden; want, als p bij zijn beweging op de lijn $b_1 b_2$ komt, vallen de beide kegelsneden, waarvan x_p het vierde snijpunt is, samen; zoodat deze kegelsnee in de C_4 begrepen is en de eigenlijke meetkundige plaats der punten x_p dus een tweede kegelsnee is, die door de drie punten a_1, a_2 en β gaat. En dewjl men nu even gemakkelijk aantoot, dat p een kegelsnee doorloopt, wanneer x_p een rechte lijn volgt, — want deze rechte lijn, die de C_2 van m in twee punten snijdt, snijdt nu de nieuwe meetkundige plaats ook in twee punten — is de betrekking tusschen p en x_p niets anders dan de gewone meetkundige verwantschap van den tweeden graad*), waarvan a_1, a_2 en β de hoofdpunten zijn. Evenzoo bestaat deze verwantschap met de hoofdpunten a_1, a_2 en γ tusschen de punten π en x_π .

Als p nu een rechte lijn m beschrijft, doorloopt x_π een C_{10} . Want als x_π een rechte lijn n volgt, is π gelegen op een kromme C_2 door a_1, a_2 en γ en deze kromme snijdt de C_5 , die als meetkundige plaats van π met de punten p van m overeenstemt, in tien punten. Deze C_{10} moet, wjl zij met een rechte lijn punt voor punt overeenkomt, een hoeveelheid veelvoudige punten equivalent met 36 dubbelpunten hebben. En werkelijk heeft zij de drie punten a_1, a_2 en γ tot vijfvoudige punten †), wat 30 dubbelpunten vertegenwoordigt, en bovendien nog zes dubbelpunten, de punten β .

Bij een lijn m als meetkundige plaats van p , behoort dus een C_2 door a_1, a_2 en β van x_p en een C_{10} met a_1, a_2 en γ tot vijfvoudige punten en de punten β tot dubbelpunten van x_π . Laat ik m nu om een vast punt p_1 draaien, dan brengt de kromme

*) Vergelijk REYE, „Geometrie der Lage“, II, blz. 105.

†) Met elke lijn n_1 door een der punten a_1, a_2 of γ als meetkundige plaats van x_π komt een lijn als meetkundige plaats van π overeen. En deze lijn snijdt de C_5 van m slechts in vijf punten. Zoodat iedere lijn door a_1, a_2 of γ de kromme C_{10} slechts in vijf punten buiten dit punt snijdt en dit punt dus vijfvoudig punt is van C_{10} .

C_2 een kegelsnedenbundel voort, waarvan $a_1, a_2, 6$ en het met p_1 overeenstemmende punt x_{p_1} de basispunten zijn; evenzoo C_{10} een krommenbundel van den tienden graad, waarvan de drie punten a_1, a_2 en 7 elk 25, de zes punten β elk 4 basispunten en het met p_1 overeenstemmende punt x_{π_1} het laatste basispunt vormen. Laat men nu die krommen uit beide bundels met elkaar overeenkomen, die bij dezelfde lijn m behooren, dan is de meetkundige plaats van de snijpunten der overeenkomstige krommen van beide bundels een C'_{12} , die a_1 en a_2 tot zesvoudige, 7 tot vijfvoudig, de punten β tot dubbelpunten heeft en door het punt 6 gaat. Deze kromme, die ik beschouw te behooren bij het willekeurig gekozen punt p_1 , moet de coïncidenties van de punten x_p en x_{π} bevatten. Evenzoo een tweede kromme C''_{12} , die op dezelfde wijs bij een punt p_2 behoort. Onder de 144 snijpunten van beide komen echter voor de punten a_1 en a_2 die er samen 72, het punt 7 dat er 25, de punten β die er samen 24 en het punt 6 dat er 1 vertegenwoordigt. Wijl deze niet aan de vraag kunnen voldoen en dit met de overigen — op de tien punten na, die de bij de lijn $p_1 p_2$ behoorende krommen C_2 en C_{10} buiten a_1 en a_2 om met elkaar gemeen hebben — daarentegen juist het geval moet zijn, zijn er

$$144 - 72 - 25 - 24 - 1 - 10$$

of twaalf coïncidenties van de punten x_p en x_{π} *).

*) Dezelfde uitkomst vindt men ook met behulp van de theorie der birationeele overeenkomst.

Wanneer x_p namelijk een rechte lijn L beschrijft, doorloopt het overeenkomstige punt p een kegelsnee C_2 , die den cirkel M snijdt in vier punten, waarvan er drie niet met L veranderen en het vierde met het snijpunt van L met l overeenstemt. Beschrijft p deze kromme C_2 , dan doorloopt het overeenkomstige punt π een kromme C_{10} , die de zes punten β tot viervoudige punten heeft (waardoor zij een geslacht $\frac{9 \times 8}{2} - 6 \cdot \frac{4 \times 3}{2} = 0$ heeft, zooals het behoort). En beschrijft π deze kromme C_{10} , dan doorloopt x_{π} weer een kromme C_{20} , die de drie punten a_1, a_2 en 7 tot tienvoudige en de zes punten, die met de punten β overeenkomen, tot viervoudige punten heeft (waardoor zij een geslacht $\frac{19 \times 18}{2} - 3 \cdot \frac{10 \times 9}{2} - 6 \cdot \frac{4 \times 3}{2} = 0$ heeft, zooals het behoort).

Als x_p een rechte lijn L beschrijft, doorloopt x_{π} een kromme C_{20} . De verwantschap tusschen de punten x_p en x_{π} is dus een birationeele van den 20sten graad.

Bij de twaalf oplossingen die met de punten x in verband staan kan men nu de dertiende voegen, die door de samengestelde kromme wordt opgeleverd. Deze kromme komt niet onder de twaalf oplossingen voor, wijl de ligging van het punt x op de lijn $a_1 a_2$ de beide kegelsnedenbundels $(a_1 a_2 x 6)$ en $(a_1 a_2 x 7)$ in stralenbundels — elke straal met de lijn $a_1 a_2$ vermeerderd — doet overgaan.

den Haag, 29 Juni 1879.

Zoodat er (vergelijk „Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques”, 1873, blz. 206, E. DEWULF, „Sur les transformations géométriques des courbes planes d’après CREMONA”, art. 35) een aantal van $n + 2 = 22$ samenvallingen van overeenkomstige punten x_p en x_π voorkomt. Onder deze komen de punten a_1 en a_2 echter elk vijfmaal voor. Want ligt x_p in a_1 , dan beschrijft p een rechte lijn, π een kromme C_5 en x_π een kromme C_{10} , die vijfmaal door a_1 gaat, euz. Het aantal buiten a_1 en a_2 gelegen coincidenties is dus weer twaalf.

OVER DE EERSTE KIEMINGSVERSCHIJNSELEN DER SPOREN VAN CRYPTOGAMEN.

DOOR

N. W. P. RAUWENHOFF.

Bezig zijnde met een uitvoerig onderzoek van de geslachts-generatie der Gleicheniaceen, waarover ik weldra eene verhandeling in het licht hoop te geven *), had ik natuurlijk ook den bouw der sporen te bestudeeren vóór en tijdens de kieming.

Hierbij ontmoette ik bijzonderheden, die tot nader onderzoek ook bij andere planten aanleiding gaven, tengevolge waarvan ik meen dat de thans heerschende voorstelling aangaande het eerste ontstaan der prothallia eenigszins gewijzigd moet worden.

De sporen der verschillende soorten van varens bezitten in den regel een wand uit onderscheiden lagen opgebouwd, welke in meer of minder mate physisch en chemisch verschillend zijn. Gewoonlijk onderscheiden de schrijvers een buiten- en binnenhelft, een *exosporium* en *endosporium* (door sommigen uit analogie met de pollenkorrels ook wel *exine* en *intine* geheeten), waarvan het eerste in sommige gevallen nog door een afzonderlijk vlies *epispodium* (of *perispodium*, TSCHISTIAKOFF) geheel of gedeeltelijk korter of langer tijd overdekt wordt. Dikwijls echter wordt ook met den naam van *epispodium* bloot de buitenste laag van het *exosporium* aangeduid, wanneer die laag zich meer of minder duidelijk aanstonds van de onderliggende onderscheidt.

*) Ik heb daarvan reeds voorloopig enkele punten bekend gemaakt in de openbare zittingen der Academie van 27 Jan. en 30 Juni 1877 (zie de Processen-Verbaal dier zittingen), en evenzoo op het in April 1877 te Amsterdam gehouden internationaal botanisch Congres

Het exosporium is soms gekleurd, dikwijls bruinachtig, en vertoont bij verschillende familiën en geslachten der Varens zeer eigenaardige teekeningen door vooruitstekende banden of wratten of puntjes, teekeningen die als herkenningmiddelen der species bij de culturen van gewicht zijn.

Ten gevolge der wijze van ontstaan der sporen uit moederzellen, die, door deeling in vieren of door herhaalde deeling in tweeën, de dochtercellen volgens de hoekpunten van een tetraëder of in een plat vlak geplaatst vertoonen, ziet men de ontwikkelde sporen in den regel den vorm aannemen, òf van een bolsegment verbonden met een driehoekige piramide, (welker drie opstaande vlakken de rakingsvlakken zijn der drie zustersporen uit dezelfde moedercel ontstaan) òf van een boontje of niervormig lichaam. In het eerste geval worden de ribben der zoo even genoemde vlakken even zoovele lijsten, die aan één punt (den top der piramide) samenkomen, het punt, alwaar bij den aanvang der kieming de normale plaats van opengaan van den spoorwand zich bevindt. In het tweede geval ziet men aan de binnenzijde der spoor slechts ééne lijst, ook hier de plaats van geringsten samenhang van den wand bij beginnende kieming. De eerste soort van sporen wordt in navolging van RUSROW (*Vergleich. Untersuch.* p. 88) thans gewoonlijk *radiaire*, de andere *bilaterale* sporen genoemd.

Wanneer de sporen beginnen te kiemen, ziet men ze eerst meer of min (soms zeer weinig, wanneer het exosporium dik en hard is) opzwellen door opneming van water, en na korter of langer tijd, bij de verschillende species der varens zeer uiteenloopend, wijkt de wand uiteen aan het vereenigingspunt der drie lijsten van de radiaire of in het midden der enkele lijst van de bilaterale sporen.

Uit de opening komt het inwendige te voorschijn als eene papil, die gelijk eene jonge cel met protoplasma en chlorophyll alras zich vergroot, en, hetzij terstond hetzij na korten tijd, een tweede papil als eersten haarwortel of rhizoid draagt. Beide cellen, de eerste prothalliumcel en de eerste wortelcel groeien en veranderen ieder op eigen wijze, zooals dit bij onderscheiden afdeelingen der varens door vele schrijvers in bijzonderheden is beschreven.

De heerschende voorstelling aangaande het eerste ontstaan van het prothallium der varens is nu in het algemeen deze: Bij het begin der kieming barst het exosporium; het endosporium vrij gekomen, groeit uit en vormt den wand der eerste prothalliumcel, soms ook van het eerste rhizoid; de inhoud der spoor vormt den inhoud dezer beide cellen, soms zelfs van meer dan deze cellen, wanneer namelijk deelingen plaats gehad hebben vóór het openbarsten van het exosporium of althans vóórdat het endosporium noemenswaard naar buiten is getreden. Zoo leest men b. v. bij SACHS (*Lehrbuch der Bot.*, 4^e Aufl. p. 416): „Bei der Keimung der Sporen . . . wird das cuticularisirte . . . Exosporium längs seiner Kanten zersprengt; das nun hervortretende Endosporium, nicht selten schon jetzt durch Wände getheilt, erzeugt das Prothallium entweder unmittelbar, wie bei *Osmunda*, oder nach vorläufiger Bildung eines fädigen Vorkeims, u. s. w.” En bij LUERSEN (*Grundzüge der Botanik*, p. 235.) „Die Keimung der Sporen beginnt bei den Hymenophyllaceen oft schon in der Kapsel und die ersten Theilungen finden bereits in der noch geschlossenen Spore statt, so dass beim Zersprengen des Exosporiums durch das allein den Vorkeim bildende Endosporium letzterer schon drei- oder vierzellig ist. In allen anderen Fällen sprengt das sich dehnende Endosporium das Exosporium, . . . und tritt als Papille hervor, die sich schlauchförmig verlängert, u. s. w.

Evenzoo zegt LUERSEN in zijn nieuwste werk, waarvan pas het 1^e deel verschenen is (*Medicin-Pharm. Botanik* p. 533): „Die auf feuchtem Boden liegende Spore quillt gewöhnlich unter Wasseraufnahme mehr oder minder stark auf, ehe das Endosporium das Exosporium . . . sprengt. Ersteres allein entwickelt sich hier, wie bei den Muscineen, zum Prothallium. . . . Es tritt . . . mit seinem dem Sporenscheitel zugewendeten Theile als eine dicke, stumpfe Papille . . . heraus, und sammelt, indem es sich zum Schlauche verlängert, in seinem Ende die Hauptmasse des Plasmas sammt dem Zellenkerne an” *).

*) Bij verschillende schrijvers, ja soms bij denzelfden schrijver in hetzelfde werk, heeft het woord *endosporium* tweërlei beteekenis, hetgeen tot verwarring kan aanleiding geven. Met het woord *endosporium* is namelijk nu eens de binnenste schaal van den spoorwand, dan weder de geheele massa (wand en inhoud)

Deze voorstelling der handboeken is in overeenstemming met de gedetailleerde beschrijving van het kiemingsproces in de speciale onderzoekingen. Zoo lezen wij, om slechts enkele van de nieuwere schrijvers te noemen; bij PEDERSEN (*Mitth. a. d. Gesamtgeb. d. Botanik.* v. SCHENK u. LUERSEN, II, 130). „Nach Sprengung des Exospors streckt sich das Endospor und theilt sich danach durch eine Querwand in zwei neue Zellen, u. s. w.”; bij BAUKE (*Jahrb. f. wiss. Botanik* X, p. 59). „Bei der Keimung tritt bei den Cyatheaceen aus der an der dreikantigen Stelle geöffneten Spore das junge Prothallium in Gestalt einer . . . Ausbauchung des Endospors heraus”; bij BURCK (*Archives Neerl.* X, p. 5): „Lors de la germination, les baguettes s'écartent entre elles au centre, et forment ainsi une ouverture à travers laquelle apparait l'endospore”; eindelijk bij GOEBEL (*Bot. Zeit.* 1877, pag. 676): „Aus dem gesprengten Scheitel des Exospors tritt das Endospor heraus und verlängert sich bald zu einem Schlauche”.

Van de eerste ontwikkeling der geslachts-generatie van de Gleicheniaceen, waarbij de uitwendige verschijnselen, afgescheiden van eigen bijzonderheden, in hoofdtrekken ongeveer evenzoo verlopen als bij andere Varens, had ik mij aanvankelijk dezelfde voorstelling gevormd, en daarvan reeds voorloopig bericht gegeven (zie boven bl. 251), toen het nader onderzoek, bepaaldelijk van het microchemisch gedeelte, dat ik hierbij tevens rectificeer, mij zwarigheden in den weg legde. Ik kon namelijk bij de ongekiemde sporen in de binnenhelft van den wand of het endosporium evenmin als in het exosporium de cellulose-reactie vinden, terwijl de spoor, zoodra zij begon te kiemen,

der spoor, met uitzondering van het exosporium, aangeduid. In de boven aangehaalde plaatsen van SACHS en van LUERSEN's *Grundzüge* kan het woord alleen de laatstgenoemde beteekenis hebben. Evenzoo bij GOEBEL (*Bot. Zeit* 1877, pag. 673), waar wij lezen: „Das Endospor enthält auch hier Chlorophyll, u. s. w. Daarentegen wordt door SACHS in hetzelfde werk (*Lehrb.* 4e Aufl. pag. 33), endosporium omschreven als »ein innerer Schichtencomplex” van den wand der sporen. Dezelfde beteekenis heeft het woord bij TSCHISTIAKOFF (*Ann. d. sc. nat.* 5e Sér. XIX, pag. 226 en *Bot. Zeit.* 1875, pag. 3) en bij LUERSEN (*Mitth. a. d. Gesamtgeb. d. Bot.* v. SCHENK en LUERSEN, I, p. 462), enz. Waar ik het woord endosporium gebruik, moet het alleen de binnenste lagen van den spoorwand aanduiden.

mij die reactie in den wand der naar buiten tredende papil en evenzoo in de binnenste omkleeding van den inhoud aanstonds vertoonde. Dit deed mij twijfelen aan de juistheid der voorstelling, dat het bedoelde endosporium de wand der eerste prothalliumcel of van het eerstgevormde rhizoid zou wezen. Want dat de reeds gecuticulariseerde of in elk geval secundair gewijzigde binnenwand der rijpe spoor bij het begin der kieming zelf als het ware verjongd en een zuiver, primair cellulose membraan zou worden, kon ik niet aannemen. Dit strijdt, dunkt mij, met al wat wij weten van de ontwikkeling van den celwand. Ik zocht rond in de litteratuur over de structuur van den wand der sporen en ik vond, dat FISCHER VON WALDHEIM (*Pringsh. Jahrb. f. w. Bot.* IV. p. 374) en KNY (*Pringsh. Jahrb. f. w. Bot.* VIII. p. 3) bij *Osmunda* evenmin eene blauwe verkleuring der intine hadden kunnen verkrijgen; dat TSCHISTIAKOFF (*Ann. d. sc. nat.* 1874. XIX. p. 226 en *Bot. Zeit* 1875 p. 2) bij *Angiopteris* en bij *Polypodiaceen*, JONKMAN bij *Angiopteris* en *Marattia* (*Bot. Zeit.* 1878, p. 134) en BAUKE (*Pringh. Jahrb.* X, p. 59) bij *Cyatheaceen* daarentegen de cellulose-reactie in het endosporium vonden, terwijl LUERSEN, PEDERSEN, BURCK en anderen van de chemische natuur van het endosporium geene melding maken. Trouwens bij de meeste onderzoekingen over de kieming der sporen was de aandacht meer op de morphologische dan op de physiologische zijde van het vraagstuk gevestigd, en werden de eerste veranderingen in de spoor zelve voorbijgegaan of slechts vluchtig beschreven.

Dit gaf mij aanleiding om het ontwikkelingsproces der sporen van *Gleichenia* wat nader te onderzoeken, onder vergelijking met dat van andere Varenen. De voornaamste uitkomsten daarvan zijn de volgende:

De sporen van het geslacht *Gleichenia*, waarvan ik de soorten *Gl. hecistophylla*, *Gl. rupestris*, (zie Fig. 1 en 2) *Gl. Mendelli*, *Gl. microphylla*, *Gl. semivestita*, *Gl. circinnata*, *Gl. speluncae*, *Gl. dicarpa* en *Gl. flabellata* heb onderzocht, zijn, met uitzondering der laatstgenoemde species, die bilaterale sporen bevat (zie Fig. 14 en 15), radiair. Zij vertoonen een volkomen ongekleurden en doorschijnenden wand, en bezitten, behalve de drie welbekende lijsten (bij *Gl. flabellata* natuurlijk ééne lijst) geene andere teekeningen of verdikkingen

dan drie, tamelijk breede, evenzoo ongekleurde en uitwendig gladde naar buiten uitpuilende banden of balken, (Fig. 2, 3, 4, *b, b, b.*) welke ongeveer ter hoogte van den aequator der spoor zich uitstrekken tusschen de uiteinden van twee aangrenzende lijsten, zonder intusschen deze ergens te raken. Zij vormen daardoor om deze lijsten een aan de hoekpunten niet gesloten gelijkzijdigen driehoek, wanneer de spoor op de gewelfde of spherische buitenzijde ligt. Bij de sporen van *Gl. flabellata* komen twee zulke balken, evenwijdig aan en dicht bij de ééne lijst voor, en ter wederzijde van deze één balk (Fig. 16, 17.).

Wanneer men op de bekende wijze (namelijk, na ze vooraf in gom, met een weinig rietsuiker gemengd, ingesloten en te droogen gelegd te hebben) doorsneden van de sporen maakt, vindt men den wand uit verschillende lagen bestaande. Eene dunne buitenste laag, die men *epispodium* (Fig 9, *ep.*) zou kunnen noemen *), eene middelste, dikkere, *exospodium*, (Fig 9, *ex.*), die vooral sterk ontwikkeld is ter plaatse waar zich de balken bevinden, en dan soms duidelijk uit onderscheidene, innig samenhangende, maar waarschijnlijk in watergehalte verschillende lagen bestaat, en eindelijk eene binnenste laag, die gewoonlijk *endospodium* (Fig. 9, *end.*) wordt genoemd. Al deze lagen, vrij innig samenhangende, zijn zeer resistent tegen reagentia en zwellen weinig of niet op. Met sterke kali worden zij geel, met sterk zwavelzuur verbleeken zij aanvankelijk en bij langer inwerking worden zij violet bruin, zonder de scherpe omtrekken te verliezen; jodium wordt door het exospodium weinig, door het endospodium wat meer opgenomen. Met chlorzinkjod of met jodium en zwavelzuur wordt de kleur bruingeel, niet alleen wat het exospodium, zooals gewoonlijk bij de sporen der varens, maar ook wat het endospodium betreft. Zelfs na voorafgaande behandeling met kali of met salpeterzuur kon ik noch bij exospodium, noch bij endospodium de kenmerkende blauwe verkleuring te voorschijn roepen.

*) Tenzij men dien naam alleen geve aan het soms ontbrekende ombulsel, dat als overblijfsel van de moedercel der spoor te beschouwen schijnt, (zie Tschischtiakoff *Ann. d. sc. at.* 5e Sér. XIX, p. 225 en 277, Jonkman, *Bot. Zeit.* 1878, p. 134), in welk geval de genoemde buitenste laag een deel van het exospodium uitmaakt.

De inhoud der gezonde, ongekiemde spoor is (hetzij droog, hetzij in gedestilleerd water, of, wat nog beter is, in eene keukenzoutoplossing van $\frac{1}{200}$ liggende, hoog, bijna goudgeel gekleurd (zie Fig. 1 en 2.). De spoor is geheel gevuld met eene sterk licht brekende massa, waarin eenige grootere en kleinere kogeltjes en eene groote, heldere celkern te onderscheiden zijn, welke laatste bijna altijd juist onder het vereenigingspunt der drie lijsten, of bij *Gl. flabellata* midden onder de enkele lijst ligt. Het microchemisch onderzoek leert dat die celinhoud voor een deel bestaat uit eiwitachtige stoffen, die met MILLON's reagens zich rood kleuren (Fig. 8.), voor een ander deel uit vet- of oliebolletten, terwijl bovendien in de spoor eene stof wordt gevonden, die als onregelmatige, sterk lichtbrekende klompjes zich voordoet, wanneer de inhoud door zachte drukking uit de spoor in het omringende vocht wordt verdeeld; eene stof die soms wel iets op kristalloïden gelijkt, maar met MILLON's reagens zich niet kleurt, en waarvan ik de chemische natuur nog niet heb kunnen onderkennen.

Aldus is de samenstelling der ongekiemde spoor.

Wanneer deze nu bij behoorlijke temperatuur op vochtige aarde wordt uitgezaaid en voldoende vochtig gehouden, dan vertoonen zich na eenige dagen, als eerste kiemingsverschijnselen, merkwaardige veranderingen in den inhoud, lang vóórat de spoorwand opengaat; verschijnselen, hier goed waar te nemen, omdat de spoorwand geheel doorzichtig is. Uitwendig veranderen de sporen schijnbaar niet van vorm; de harde schaal of wand schijnt trouwens ook voor zwellings niet vatbaar te zijn, zoo als de bovengenoemde reactiën reeds bewijzen. De inhoud, aanvankelijk nog hoog geel, verandert allengs eenigermate van kleur, in het geel mengt zich eene groenachtige tint (Fig. 3.). De grootere vetbollen schijnen zich in een aantal kleinere te verdeelen, zoodat, wanneer op dit stadium de spoor door drukking geopend wordt, men eene menigte kleine ongekleurde kogeltjes in het omringende vocht ziet drijven, waartusschen een grooter of kleiner aantal uiterst kleine groene, meestal bolvormige lichaampjes zich bevinden. Er heeft zich dus reeds chlorophyll gevormd, waarvan in de ongekiemde spoor niets te bespeuren was. De celkern wordt allengs minder duidelijk en verdwijnt soms geheel tusschen de ondoorschijnende massa (Fig. 4.).

Nu en dan echter heb ik de kern van vorm zien veranderen, veelhoekig worden met draadvormige uitloopers of pseudopodiën, een enkele maal ook in de veranderde kern twee kernlichaampjes, (Fig. 6) en later bij deze sporen, na contractie van den inhoud, twee kernen ieder kleiner dan de oorspronkelijke, gezien. Meer en meer wordt nu de inhoud groenachtig en fijnkorrelig; de vetbolletjes verminderen in hoeveelheid; worden de in dit stadium verkeerde sporen met chlorzinkjod behandeld, zoo vindt men daarin een aantal uiterst kleine zetmeelkorreltjes, als blauwzwarte puntjes, die vooral nabij den omtrek der spoor gelegen zijn (Fig. 6).

Nu schijnt ook ten opzichte van den wand de wijziging te beginnen. Langzaam wijken aan het vereenigingspunt der drie lijsten de punten der drie kleppen een weinigje van een (Fig. 5).

Reageert men thans weder met chlorzinkjod, dan vindt men een duidelijken cellulosewand om den inhoud gevormd. Deze nieuwe wand is uiterst dun en ligt eng tegen den oorspronkelijken spoorwand aan, behalve ter plaatse waar de kleppen vaneenwijken, alwaar hij zich als de scherpe omgrenzing eener papil voordoet (Fig. 10). Men kan dan ook bij de levende, opengaande, in water liggende spoor niet dan op deze plaats dien wand herkennen. Maar wanneer men, gelijk gezegd, de spoor met SCHULTZE's reagens behandelt, bepaaldelijk wanneer men niet vooraf water toevoegt, ziet men niet alleen den inhoud zich samentrekken en kleuren, maar ook dien nieuwen wand losgemaakt van den spoorwand en als een uiterst dun, vliezig, licht blauw gekleurd zakje den gecontraheerden inhoud omgeven (Fig. 10, 11, 12, 13). Ik heb dit verschijnsel niet alleen bij verschillende *Gleichenia*-species, maar ook bij andere sporen van varens, welker wand niet al te ondoorschijnend was, teruggevonden, o. a. de groote sporen van *Ceratopteris thalictroides* vertoonden hetzelfde zeer duidelijk. Bij *Gleichenia* ziet men dan tevens, dat op dit stadium reeds celdeeling in de spoor heeft plaats gehad. De gecontraheerde inhoud is in tweeën gedeeld, soms ieder met een kern voorzien, en tusschen beide bevindt zich een deelingswand, gewoonlijk loodrecht op de latere groeirichting (Fig. 10).

Deze deelingswand is in gunstige gevallen ook reeds zonder de inwerking van chlorzinkjod te zien. maar vertoont zich bij

aanwending van dit reagens als een dunne blauwe streep, aansluitende aan den nieuw gevormden cellulosewand. Zoodanige celdeeling reeds in de spoor is overigens niet vreemd. KNY heeft ze voor *Ceratopteris* (*Die Parkeriaceen*, pag. 9, Taf I, fig. 3), PRANTL voor *Trichomanes* en *Hymenophyllum* (*Die Hymenophyllaceen*, pag. 41) beschreven, en bij *Ceratopteris* heb ik KNY's opgaven bevestigd gevonden.

Mijne voorstelling van het eerste stadium van het kiemingsproces der sporen is nu deze: Niet de binnenste laag van den oorspronkelijken wand der spoor, gewoonlijk intine of endospermium geheeten, wordt de wand der eerste prothalliumcel of van het eerste rhizoid, maar uit den protoplasma-inhoud wordt vóór het opengaan der spoor een nieuwe cellulosewand afgescheiden, die tengevolge van den turgor der cel zich eng aansluit tegen den binnenwand der spoor. De vorming van dit cellulose membraan geschiedt op de gewone wijze uit het protoplasma, zooals die door HOFMEISTER, STRASBURGER, e. a. uitvoerig beschreven is.

De ontstane cellulosewand vergroot zich door intussusceptie als gewoonlijk en komt, na het opengaan der spoor, als papil te voorschijn. Zij kan ook daarna nog aanzienlijk in grootte toenemen, getuigen de gekiemde sporen van *Angiopteris* en *Marattia* (LUERSEN, *Mitth. a. d. Ges. Bot.*, I 330, JONKMAN, *Bot. Zeit.*, 1878, p. 136), waarbij de eerste cel den inhoud der spoor zelve 5—10 malen in grootte overtreft. Binnen deze eerste cel hebben alras (d. i. soms vóór het opengaan der spoor, soms kort daarna) deelingen plaats door tusschenwanden van cellulose, na voorafgegane deeling der celkern.

Deze voorstelling strijdt met de algemeen aangenomene, boven bl. 253 beschreven, volgens welke het endosporium den wand der eerste prothalliumcel vormt, maar ik geloof dat zij juist is. Zij toch steunt op opzettelijke onderzoekingen aangaande de veranderingen in den inhoud der spoor bij het begin der kieming, hetgeen bij de andere niet altijd het geval is. De schrijvers over de kieming der sporen glijden in den regel over die eerste veranderingen heen, of beschouwen ze als gelijk aan die der pollenkorrels. Slechts bij twee van hen vind ik eene uitdrukking, die aan eene soortgelijke voorstelling als de

mijne zou kunnen doen denken. Zoo zegt KNY ten opzichte van *Osmunda* (*Pringh. Jahrb. f. w. B.* VIII, p. 4): „Die „von der Intine umgebene Sporenzelle tritt nun in „Form eines abgerundet konischen Wärzchen aus der Spalt „hervor” en PRANTL (*Die Hymenophyllaceen* p. 41). „Die erste Veränderung (bij *Trichomanes speciosum*) welche die Spore erfährt, ist das Aufspringen des Exosporiums an den drei „Scheitelkanten, bedingt durch eine Volumenzunahme der vom „Endosporium umschlossenen Zelle, in welcher sich „auch der plasmatische Inhalt ordnet und aus der Anfangs „gleichmässig grünen Masse Chlorophyllkörner sich aussondern”. Deze uitdrukkingen zijn echter dubbelzinnig, althans het is mij twijfelachtig, of met de woorden „Sporenzelle” en „Zelle”, de geheele cel met een nieuwen cellulosewand, dan wel de door het endosporium als wand omgeven inhoud bedoeld wordt.

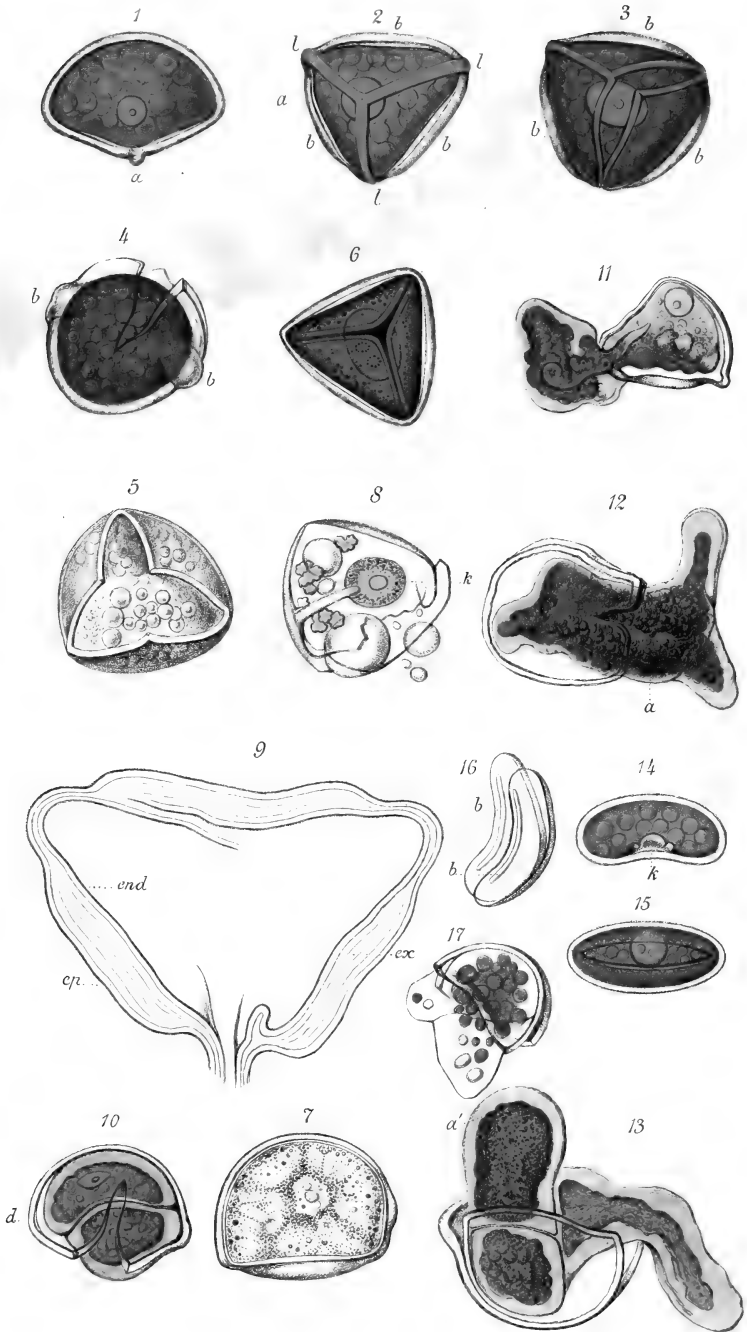
De oorsprong der heerschende voorstelling is overigens niet ver te zoeken. Sporen van vaatcryptogamen en stuifmeelkorrels worden altijd in één adem genoemd. De ontwikkeling van beide door deeling in vieren uit hunne respectieve moedercellen, de vorming der onderscheiden lagen van den wand bij beide is ook werkelijk zoo overeenkomstig, dat niet alleen deze lagen door sommigen (b. v. KNY) met dezelfde namen, exine en intine, aangeduid werden, maar dat het ook voor de hand lag, voor den lateren levensloop dezer organen denzelfden ontwikkelingsgang aan te nemen. Zoo zegt o. a. SACHS (*Lehrb. d. Bot.*, 4^e Aufl. p. 21): „die Pollenkörner treiben später ihre Schläuche, die „Sporen keimen, beides durch localisirtes Wachstum ihrer „inneren Hautschicht” en (*ibid* p. 35): „Auch bei der Keimung vieler Sporen (z. B. *Spirogyra*, *Laubmoose* u. a.) wird „das cuticularisirte Exosporium von dem sich weiter entwickelnden Endosporium völlig getrennt und abgestreift; ihrer Entwicklung nach sind beide aber, der Exine und Intine des „Pollenkornes entsprechend, nur Schichtencomplexe einer Zellohant, die eine verschiedene chemisch-physicalische Beschaffenheit haben”. Daar nu in verreweg de meeste gevallen de ondoorschijnende of met allerlei teekeningen bezette wand der sporen niet toeliet, om de veranderingen in den inhoud behoorlijk na te gaan, zoo vergenoegde men zich met stilzwijgend,

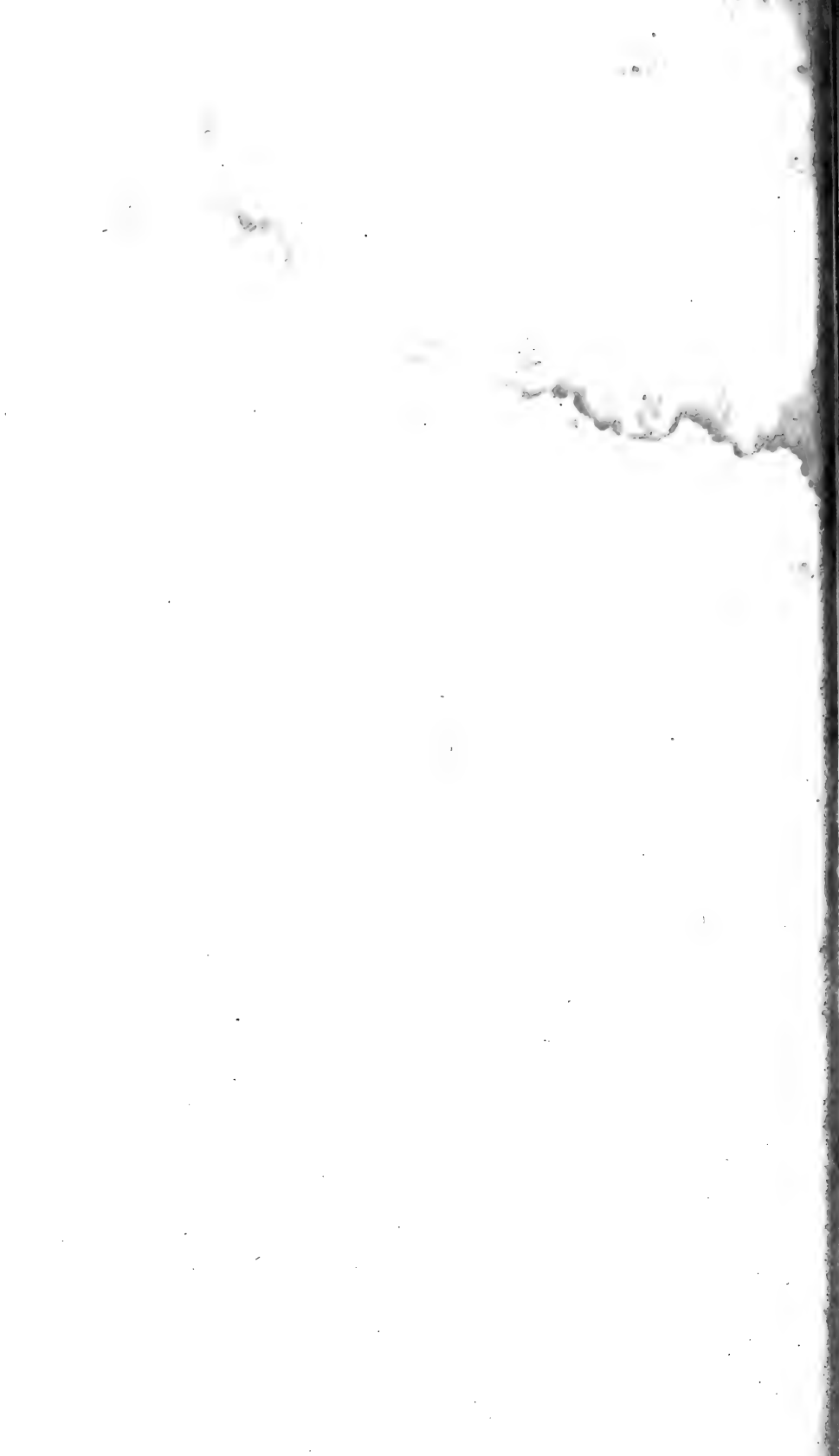
althans zonder nadere toetsing, denzelfden gang bij de kieming der sporen als bij de vorming der stuifmeelbuizen te onderstellen.

Opzettelijk onderzoek leert echter, zoo als boven aangetoond is, dat die voorstelling niet juist is. In den inhoud der kiemende spoor heeft, voordat deze zich opent, een aanzienlijke verandering plaats, gepaard met de vorming van een nieuwen cellulosewand. Deze wand is intusschen alleen waarneembaar, wanneer exosporium en endosporium doorschijnend en ongekleurd zijn en het bespieden van de veranderingen van den inhoud der spoor mogelijk maken. Dit gunstige geval doet zich juist bij de Gleicheniaceen voor. Ik geloof echter, dat ook het ontwikkelingsproces der sporen van andere Varenfamiliën, waarbij men dit niet stap voor stap volgen kan, hiermede overeenstemt en niet met de vorming der pollenbuizen gelijkvormig te achten is. Niet alleen toch, dat deze planten in hare geheele ontwikkeling veel inniger verwant zijn met de door mij bestudeerde Gleicheniaceen dan met de Phanerogamen; niet alleen, dat de sporen der vaatcryptogamen eene andere morphologische en physiologische beteekenis hebben dan de stuifmeelkorrels der Phanerogamen, ook de volgende waarnemingen en overwegingen, welke strekken kunnen om mijne voorstelling nog nader te bevestigen, zijn van toepassing op de meeste andere varensporten.

Wanneer men van pollenkorrels doorsneden maakt, gelijk SCHACHT (*Pringsh. Jahrb. f. w. Bot.* II, p. 110), LUERSEN, (*Pringsh. Jahrb.* VII, p. 34) en TSCHISTIAKOFF (*Pringsh. Jahrb.* X, p. 7) gedaan hebben en deze evenzoo maakt van pollenkorrels, waar de pollenbuis is uitgetreden, dan bespeurt men dat, gelijk bekend is, de wand van deze laatste gevormd wordt uit de intine, en bij vergelijking van beide doorsneden vindt men den wand van den pollenkorrel ter plaatse waar de intine zich afscheidt, uit minder lagen dan elders bestaande, namelijk alleen uit de exine. Wanneer men nu evenzoo doorsneden van ongekiemde en kiemende sporen onderzoekt, dan blijken de uiteenwijkende kleppen der laatste dezelfde dikte te hebben en uit evenveel lagen te bestaan als vóór de kieming toen zij nog gesloten waren. De wand der papil, die tusschen de kleppen te voorschijn treedt, is dus een nieuwe wand en niet eene der

Rauwenhoff, *Kiemingsverschijnselen van Sporen.*





lagen van den oorspronkelijken spoorwand, zooals de wand der pollenbuis, die uit een deel van den oorspronkelijken wand des stuifmeelkorrels gevormd wordt.

Ten anderen is de wijziging, welke de inhoud der sporen bij kieming ondergaat, geheel verschillend en veel meer ingrijpend dan die van de fovilla bij de vorming der pollenbuizen. Wel is onze kennis van de fovilla gering in dit opzicht, en bepaalt zij zich voornamelijk hiertoe, dat daarin nevens eiwitachtige stoffen ook vaak zetmeel en olie voorkomt en dat de fovilla voor een grooter of kleiner deel uit den pollenkorrel in de buis overgaat. Maar dit weinige reeds toont ons groot verschil met den protoplasma-inhoud der spoor. Van chlorophyllvorming, zooals bij laatstgenoemde en vooral van celdeeling, zooals ik die bij *Gleichenia* in de spoor heb gevonden en zooals die ook bij *Osmunda* en in nog hoogere mate bij *Ceratopteris* voorkomt, ziet men in de fovilla geen spoor, wanneer men de in de pollenbuizen van enkele Gymnospermen gevonden celkernen buiten rekening laat.

Eindelijk, de intine bestaat steeds uit cellulose *) en dit membraan is somwijlen, zooals bij Onagrariaceen e. a. (zie SCHACHT II. en TSCHISTIAKOFF, *Pringsh. Jahrb. f. wiss. Bot.* X, 10), met eigen verdikkingen voorzien ter plaatse waar de buis zal uit treden, zoodat de membraanstof voor deze laatste in den korrel als het ware reeds is gepraeformeerd en opgehoopt. Bij de sporen der *Gleicheniaceen* heb ik in het endosporium nimmer de blauwe verkleuring met chlorzinkjod kunnen te voor chijn roepen, en evenmin als KNY, is mij dit bij *Ceratopteris thalictroides* gelukt. Ook bij *Osmunda* kon KNY dit niet vinden. Daarentegen beschrijft BAUKE bij *Hemitelia* (*Pringsh. Jahrb. f. w. B.* X, 59) het endosporium als uit cellulose bestaande, en hetzelfde zeggen TSCHISTIAKOFF (*Ann. d. sc. nat.* 5^e Sér. XIX. 226) en JONKMAN (*Bot. Zeit.* 1878, p. 134) van het endosporium van *Angiopteris*. Ten opzichte der varens sporen schijnt dus verschil in de chemische geaardheid van het endosporium te bestaan. Hieraan meen ik echter voor mijne be-

*) Alleen bij *Mirabilis* maakt SCHACHT gewag van eene andere scheikundige samenstelling der intine, zoodat zij zich met jodium en zwavelzuur niet blauw kleurt (l.l. p. 147).

schouwing niet een groot gewicht te mogen hechten, al is ook het ontbreken dier cellulose-reactie de eerste aanleiding voor mijn onderzoek geweest. In elk geval is het feit, dat bij sommige rijpe sporen van vaatcryptogamen de binnenwand nog niet is gecuticulariseerd, geenszins in strijd met mijne voorstelling van de werkzaamheid van den inhoud bij de kieming, en evenmin kan dat feit de deugdelijkheid mijner waarnemingen aangaande de veranderingen van den inhoud, of de bovengenoemde argumenten, welke voor mijne voorstelling pleiten, verzwakken.

Integendeel, ik geloof zelfs grond te hebben, om de gegeven voorstelling, als meer dan de thans geldige in overeenkomst met onze tegenwoordige begrippen aangaande de functie van protoplasma en celkern bij de celvorming, ook te mogen toepassen op de kieming van andere dan varensporten. Hoogst belangrijk zijn in dit opzicht de groote zygosporen van *Spirogyra nitida*, waarvan de ontwikkeling en de kieming door PRINGSHEIM reeds voor jaren (*Flora*, 1852, pag. 465, 481) zoo voortreffelijk beschreven en afgebeeld is. Ik kan, na nauwkeurig onderzoek, evenmin als DE BARY (*Untersuchungen über die Conjugaten*, p. 8), aan die beschrijving iets van belang toevoegen. Ik meen alleen, dat de waargenomen verschijnselen thans eene andere duiding mogen hebben dan in 1852, omdat men toen met HUGO VON MOHL de vorming van den celwand uit verschillende op elkander afgezette lagen aannam, terwijl men thans door de ontdekkingen van NÄGELI en de nieuwste onderzoekingen van STRASBURGER e. a. daaromtrent geheel andere voorstellingen heeft. Ik twijfel niet, of PRINGSHEIM zal de eerste zijn, om de voorstelling in 1852 gegeven thans niet meer op de hoogte der wetenschap te noemen, al blijft ook zijne beschrijving der waargenomen verschijnselen thans nog volkomen nauwkeurig. Maar juist die beschrijving past geheel in mijne voorstelling van het kiemingsproces. Hooren wij PRINGSHEIM zelf. Na de opmerking gemaakt te hebben, dat bij *Spirogyra*-sporen, evenals bij alle onbeweeglijke Algen-sporen, een geruime tijd tusschen hare vorming en ontwikkeling (kieming) verloopt, zegt hij (ll. p. 469): „doch während dieser Zeit scheinbarer Ruhe sind fortwährend „Processe innerhalb jener Keime thätig, deren Aeusserungen „zwar nicht unmittelbar in die Augen springen, deren Resultat

„jedoch auch bei den Spirogyra-Sporen in den nachweisbaren „Veränderungen des Inhaltes und der Membran älterer Sporen „erkannt wird“. En na daarop die veranderingen van den inhoud in bijzonderheden geschetst te hebben, vervolgt hij (pag. 470): „Bedeutender als die wahrnehmbaren Veränderungen des Inhaltes sind die bemerkbaren Verschiedenheiten zwischen „der Membran alter und junger Sporen. Anstatt der einen „farblosen Cellulose-membran der jungen Sporen zeigt diese „kurz vor ihrer Keimung drei verschiedene, unter einander nicht „verwachsene Häute. Die innerste schliesst den gesammten, „noch vom Primordialschlauch umgebenen Inhalt ein „Diese innerste und der Entstehung nach letzte Membran, welche „farblos, wie die erste Membran, auch wie diese mit Jod und „Schwefelsäure blau wird, ist in der ungeöffneten Spore nicht „immer sichtbar und ist vielleicht darum von den Beobachtern „bisher übersehen worden, vielleicht aber auch deshalb, weil „sie als letzte Ablagerung des Membranstoffes in „der Spore erst kurz vor der Keimung auftritt. „Mit dem Inhalte, den sie umschliesst, macht sie den eigentlich „wesentlichen Theil der Sporenzelle aus, da sie bei der Keimung „der Spore nach Sprengung und Abwerfung der beiden äusseren „Membranen unmittelbar in die junge Pflanze auswächst“. Ik behoef hier niets bij te voegen. Wanneer men slechts in het oog houdt, dat het ontwakend leven of de kieming aanvangt vóór dat het nieuwe organisme de omhulling doorbreekt, dan is het duidelijk dat ook hier, even als bij de varensporten, de gemetamorphoseerde of, wil men, verjongde inhoud der spoor een eigen cellulosewand afzondert, welke de eerste vrij wordende cel omkleeden moet.

Niet anders is het bij de zygosporen van andere Conjugatae, wanneer men de nauwkeurige beschrijving van DE BARY (*Untersuchungen über die Familie der Conjugaten*, 1858) naleest. B. v. bij *Genicularia Spirotaenia* ondergaat de rijpe zygospor allengs belangrijke veranderingen van den inhoud; de kleur wordt donkerder, in de plaats van kleine korrels treden chlorophyllplaatjes van eigen vorm, enz. Bij geringe drukking scheurt het uitwendig membraan, en de inhoud, van een kleurloos uitrekbaar vlies omgeven, treedt te voorschijn. „Die leere

Membran", zegt DE BARY, „besteht aus den als Aussen- und Mittelhaut bezeichneten Schichten, letztere ist von einer zarten durch Jod und Schwefelsäure blaugefärbten Haut ausgekleidet, welche die ausgetretene, gleichfalls eine Cellulosemembran besitzende Innenzelle umgeben hatte. Statt der einfachen zur Zeit der Reife beobachteten Innenhaut sind deren also jetzt zwei vorhanden (ll. p. 29 Taf. IV, fig. 12—15). Waarlijk duidelijker kan mijne voorstelling niet uitgedrukt worden.

Bij Mesotaenium Chlamydosporium, eene Desmidiacee, vermeldt DE BARY (ll. p. 34) dat de zygosporen het begin der kieming verraden door eene fijnkorrelige structuur en schijnbaar homogeen-groenachtige kleuring van den inhoud, en dat deze laatste weldra daarop duidelijk in vier afdeelingen zich verdeelt, waarvan ieder, door een eigen membraan omgeven, eene dochtercel vormt, zoodat wij hier iets dergelijks aantreffen als bij de sporen van Osmunda, Ceratopteris en Gleichenia, namelijk, deeling van het protoplasma en vorming van nieuwe cellen vóór het opengaan der spoor.

Hetzelfde is het geval met de sporen van Fegatella (LEITGEB, *Unters. ü. d. Lebermoose*, III, p. 32), Frullania en Radula (HOFMEISTER, *Vergleich. Unters.* p. 27 en 29). Evenzoo, in nog hooger mate misschien, vinden wij die celdeeling binnen de kiemende spoor bij Andreaea (KÜHN in SCHENK u. LUERSEN, *Mitth. a. d. Gesammtgeb. d. Botanik*, I, p. 6. BERGGREN in *Bot. Zeit.* 1872, p. 445), zoodat bij het opengaan van het exosporium reeds een veelcellig lichaam voor den dag komt. Ik kan deze vorming van nieuwe celwanden echter niet met KÜHN (l. l.) noemen: „eine Differenzirung des Endosporiums, ehe es die äussere Zellhaut durchbricht". Wij hebben, naar mijne overtuiging, ook bij deze mossporten te doen met de vorming van een nieuwen celwand uit het protoplasma, welke hierdoor vernieuwde of verjongde cel zich herhaaldelijk deelt alvorens den spoorwand te verlaten. En niet anders is het bij Sphagnum. Hoewel SCHIMPER in zijn classieke beschrijving van dit geslacht, (*Versuch einer Entw. gesch. d. Torfmoose*, Stuttgart 1858) geen gewag maakt van veranderingen in den inhoud der spoor vóór het opengaan van het exosporium, passen zoowel hetgeen

hij van den bouw en de vorming der sporen zegt (p. 31 en 53), als zijne korte beschrijving der kieming (p. 12) en zijne figuren (Pl. I, fig. 1—10) geheel in de boven door mij gegeven voorstelling.

Van *Funaria hygrometrica* beschrijft H. MÜLLER (SACHS, *Arbeiten d. bot. Instituts in Würzburg*, I, p. 478) uitvoerig de kieming der sporen, en, overeenkomstig de gebruikelijke voorstelling, gewaagt ook hij van het endosporium dat „schlauchförmig aus den Rissen des Exosporiums hervorgetrieben wird. Eine Querwand trennt diese Ausstülpung von dem Innenraum der Spore und zwar kann diese erste Wand zuweilen in den Sporenraum selbst hineingerückt sein. Jede solche Ausstülpung wird zur Mutterzelle einer Vorkeimaxe u. s. w. . . ; ist diese (Ausstülpung) bereits zu einem zwei-oder auch vielzelligen Faden herangebildet, dann zeigt sich auf der anderen Seite der Spore eine der ersten ganz ähnliche Ausstülpung”. Ook hier geloof ik, dat het veel rationeeler is, eene verjonging van den inhoud der spoor en de vorming van een nieuwen wand bij de kieming aan te nemen, dan den wand dezer beide veelcellige draden van den binnenwand der spoor zelve afteleiden. Trouwens MÜLLER zelf geeft aan, dat in de eerste dagen na het uitzaaien der sporen een belangrijke wijziging in den inhoud der spoor plaats vindt, waarbij de te voren amorphe chlorophyll-massa zich in afzonderlijke korrels verandert.

Eindelijk bij de *Equisetum*-sporen, die, gelijk bekend is, zich snel ontwikkelen en slechts weinige dagen kiembaar blijven, schijnt de ontwikkeling onafgebroken voorttegaan, maar de loop dezer ontwikkeling is dezelfde als bij de andere bovengenoemde voorbeelden. Uit de schoone onderzoekingen van HOFMEISTER (*Pringsheim's Jahrb. f. w. B.* III, 287), blijkt, dat de vorming van het vierde of binnenste vlies (d. i. van den wand der kiemcel) eerst veel later dan die der overige begint, wanneer de elateren reeds tamelijk ontwikkeld zijn, maar toch vóórdat de spoor geheel rijp het sporangium verlaat. Deze wand der chlorophyllhoudende en ras opzwellende en de uitwendige vliezen en elateren afstroopende kiemcel is alzoo in morphologische beteekenis gelijk te stellen is met den even vóór de kieming gevormden wand in de *Spirogyraspoor*, en met

den bij de kieming nieuw gevormden wand der varen- en andere sporen.

De uitkomst, waartoe mijn onderzoek leidt, is dus in korte woorden de volgende :

De gewone, thans algemeen aangenomen voorstelling van de rol van het endosporium bij de kieming der varensporten is onjuist.

Niet het endosporium *) der rijpe spoor namelijk vormt den wand der eerste prothalliumcel of van het eerste rhizoid of van beide, maar deze ontstaan uit een nieuwen cellulosewand, door het verjongde protoplasma van den inhoud der spoor even vóór of bij den aanvang der kieming afgescheiden.

De gewone voorstelling dankt haren oorsprong aan de ten onrechte vermeende analogie van pollenkorrels en varensporten.

Die overeenkomst tusschen beide is bewezen ten opzichte van hunne vorming in anthera en sporangium uit de respectieve moedercellen door deeling in vieren, maar zij geldt niet tusschen de uitgroeiing der intine van den stuifmeelkorrel tot pollenbuis op den stempel en tusschen de kieming der sporen.

Men heeft deze laatste overeenkomst ondersteld, omdat de ondoorschijnende wand der meeste varensporten niet toeliet de veranderingen in den inhoud vóór het opengaan der spoor na te gaan.

Uit de studie van de kieming der sporen der Gleicheniaceen, wier wand doorschijnend en ongekleurd is, blijkt echter de onjuistheid der bovengenoemde onderstelling. Hier laten zich belangrijke veranderingen in den inhoud der spoor, zoowel als het ontstaan van een nieuwen cellulosewand bij den aanvang der kieming aanwijzen. Met de ontwikkeling dezer sporen is verder de kieming van andere varensporten veel meer verwant dan met de vorming van pollenbuizen.

Tegen de algemeen aangenomen voorstelling en daarentegen vóór de door mij gegevene pleit nog het volgende :

1^o. de laatste is beter in overeenstemming met de resultaten

*) Onder endosporium heeft men te verstaan de binnenste schaal van den wand der rijpe, ongekiemde spoor, niet, zooals soms geschiedt, het geheel der spoor minus het exosporium.

der jongste onderzoekingen aangaande de functiën van het protoplasma en de vorming van den cellulosewand.

2^o. de opengaande kleppen der kiemende spoor hebben dezelfde dikte en vertoonen dezelfde lagen als de doorsnede van den geheelen wand der ongekiemde spoor.

3^o. het endosporium der rijpe spoor is in vele gevallen ge-cuticulariseerd en vertoont geene cellulose-reactie.

4^o. In de kiemende spoor heeft somwijlen celdeeling vóór het opengaan plaats.

De door mij hier gegeven voorstelling is eindelijk ook toepasselijk op de kieming van andere sporen van Cryptogamen. Zij vindt steun o. a. in de beschrijving der kieming van de zygosporen van Spirogyra door PRINGSHEIM, van Genicularia en van Mesotaenium door DE BARY gegeven; zij strijdt niet met de waargenomen verschijnselen bij de kieming der sporen van Hepaticae, van Bryinae en van Equisetaceae, integendeel zij geeft daarvan eene betere verklaring.

Utrecht, April 1879.

VERKLARING DER FIGUREN.

Alle figuren zijn geteekend bij eene linaire vergrooting van 275 maal, uitgezonderd fig. 9, die bij eene vergrooting van 600 maal is voorgesteld.

Fig. 1. Rijpe, gezonde spoor van *Gleichenia rupestris* R.Br. van ter zijde gezien. De wand is ongekleurd en doorschijnend; bij *a* vindt men het vereenigingspunt der drie lijsten. De spoor is hoog geel gekleurd, tal van vetkogeltjes en eene ronde celkern, midden onder het punt *a* gelegen, schijnen door den wand heen.

Fig. 2. Soortgelijke spoor van *Gleichenia rupestris* R.Br., zoo als zij zich voordoet, gezien in een richting loodrecht op die der vorige fig.. Het punt *a*, het vereenigingspunt der drie lijsten *b*, vormt hier den top; tusschen de uiteinden dezer lijsten liggen in het aequatorvlak der spoor de drie balken *b*. De groote celkern ligt onder *a*.

Fig. 3. Een spoor van dezelfde species, beginnende open te gaan. Twee der drie lijsten zijn in hare beide helften gescheiden, waardoor eene der drie kleppen los komt en een weinig uitstaat. De wand vertoont de balken *b* als vorige fig. De groote celkern ligt nog op dezelfde plaats. De inhoud der spoor is tot berstens gevuld met eene dichte massa van grooter en kleiner korrels en klompjes. De tint is niet meer zuiver geel, maar groenachtig geworden.

Fig. 4. Soortgelijke spoor als de vorige fig., in iets verder stadium van kieming. De drie kleppen zijn van een geweken; tusschen deze komt de inhoud der spoor als papil te voorschijn. Deze inhoud is thans levendig groen gekleurd en dicht korrelig.

Fig. 5. Soortgelijke spoor als in de vorige fig., loodrecht op het aequatorvlak gezien. De drie kleppen nog verder geopend en uitengeweken.

Fig. 6. Kiemende spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br. op het punt van opengaan (ongeveer in hetzelfde stadium van ontwikkeling als die in fig. 3), en met jodium gekleurd, om de veranderingen in den inhoud nader te onderzoeken. Deze spoor vertoont een groote celkern met twee kernlichaampjes, betrekkelijk weinige of althans weinig duidelijke vetkogels, en daarentegen een aantal uiterst kleine, vooral nabij den omtrek gelegen zetmeelkorreltjes.

Fig. 7. Evenzoo kiemende spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br., waarin de vetbollen veel verminderd zijn, en de kern veelhoekig is geworden met plasmadraden naar den omtrek. In de nabijheid van dezen hebben zich een aantal zeer kleine zetmeelkorrels gevormd.

Fig. 8. Een spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br. door zachte drukking gebersten en met Millon's reagens behandeld. De balken op den spoorwand zijn duidelijkshalve in de teekening wegge laten. Uit de scheur der spoor komen grootere en kleinere vetbollen te voorschijn. Door het genoemde reagens zijn de celkern *k* en onderscheidene kleinere onregelmatige klompjes protoplasma steenrood gekleurd.

Fig. 9. Dwarse doorsnede door den wand der spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br. ter hoogte van den aequator der spoor; *ep* episporium; *ex* exosporium, dat ter plaatse van de balken uit een aantal in watergehalte verschillende lagen bestaat; *end* endosporium, dat door de snede bij *x* van het exosporium losgemaakt is. De drie balken zijn door de grootere dikte van het exosporium aanstonds te herkennen.

Fig. 10. Pas gekiemde spoor, in ontwikkelingstoestand een weinig meer gevorderd dan die in fig. 4 en 5 afgebeeld, met chlorzinkjod behandeld. De wand der spoor duidelijkshalve ongekleurd, en de balken weggelaten. De inhoud der spoor heeft zich gedeeld in twee cellen, welker plasma (bij ieder met eene celkern voorzien), geelbruin gekleurd is geworden door de inwerking van het reagens. Dit laat tevens zoowel den nieuw gevormden cellulose-wand als den daarna gevormden deelingswand door de blauwe verkleuring herkennen.

Fig. 11, 12 en 13. Oudere, gekiemde sporen, met chlorzinkjod behandeld. In alle drie figuren wederom de kleuring van den celwand en de balken duidelijkshalve niet geteekend. Reeds in fig. 11 aan de onderzijde, evenals in fig. 10 links, maar duidelijker in fig. 12 en 13, ziet men den cellulose-wand van het jonge prothallium door contractie los en soms ver verwijderd van den binnenkant van het endosporium. In de cellen van het prothallium was bij fig. 12 en 13, behalve het steeds aanwezige chlorophyll, vrij wat zetmeel, op bepaalde plaatsen, in fig. 12 aangewezen door de donker gekleurde gedeelten bij *a*, in fig. 13 door de donkere puntjes bij *a'*. De plasma-inhoud der rhizoiden werd bruin gekleurd.

Fig. 14. Gezonde, rijpe bilaterale spoor van *Gleichenia flabellata* R.Br., van ter zijde gezien. *k* celkern, onmiddellijk tegen de aan de onderzijde gelegen lijst aanliggende.

Fig. 15. Kiemende spoor van *Gleichenia flabellata* R.Br. De beide helften der enkele lijst beginnen van een te wijken. De hoog gele kleur van den inhoud, zoo als fig. 14 die vertoont vóór de kieming, maakt plaats voor een groenachtige tint, even als dit bij de radiaire sporen het geval is. Zie fig. 2, 3 en 4.

Fig. 16. Geopende spoorwand van *Gleichenia flabellata* R.Br., waarvan de inhoud verwijderd is, zoodat men nu duidelijk de twee balken *b* en *b* (één aan elke zijde van de eenige lijst dezer bilaterale sporen) waarneemt, die aan de ongekiemde met plasma gevulde spoor in den regel moeilijker te herkennen zijn.

Fig. 17. Gekiemde spoor van *Gleichenia flabellata* R.Br.. Het jonge prothallium bestaat uit twee cellen, met veel vetbollen en jong chlorophyll voorzien, welker deelingswand reeds binnen de spoor ontstaan is.

ONTWIKKELING

VAN EENIGE

ALGEBRAÏSCHE EN VAN DAARMEDE GELIJK- VORMIGE GONIOMETRISCHE IDENTITEITEN.

DOOR

F. J. VAN DEN BERG.

Indien men in het algemeen een determinant, waarvan de elementen der eerste rij dezelfde functiën van eene grootheid α_0 zijn als de overeenkomstige elementen der tweede rij van eene grootheid α_1 , die der derde rij van α_2 , enz., die der laatste rij van α_n , ter bekorting voorstelt door in plaats van alle rijen slechts ééne daarvan met weglating van den aanwijzer van α neder te schrijven maar daarbij als grenzen de aanwijzers 0 en n van de eerste en de laatste rij te voegen, dan heeft men, als $\beta_1, \beta_2, \text{enz.}, \beta_n$ willekeurige maar voor alle rijen gemeenschappelijke grootheden beteekenen, de formule:

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} (\alpha_0 - \beta_1)(\alpha_0 - \beta_2) \dots (\alpha_0 - \beta_n) & \alpha_0^{n-1} & \alpha_0^{n-2} & \dots & \alpha_0^2 & \alpha_0 & 1 \\ (\alpha_1 - \beta_1)(\alpha_1 - \beta_2) \dots (\alpha_1 - \beta_n) & \alpha_1^{n-1} & \alpha_1^{n-2} & \dots & \alpha_1^2 & \alpha_1 & 1 \\ (\alpha_2 - \beta_1)(\alpha_2 - \beta_2) \dots (\alpha_2 - \beta_n) & \alpha_2^{n-1} & \alpha_2^{n-2} & \dots & \alpha_2^2 & \alpha_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\alpha_n - \beta_1)(\alpha_n - \beta_2) \dots (\alpha_n - \beta_n) & \alpha_n^{n-1} & \alpha_n^{n-2} & \dots & \alpha_n^2 & \alpha_n & 1 \end{vmatrix} = \\
 = & \left| (\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) \quad \alpha^{n-1} \quad \alpha^{n-2} \quad \dots \quad \alpha^2 \quad \alpha \quad 1 \right|_0^n = \\
 = & \left| \begin{matrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & \alpha^n & & & & \\ & & & \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \end{matrix} \right|_0^n = \\
 = & (\alpha_0 - \alpha_1)(\alpha_0 - \alpha_2) \dots (\alpha_0 - \alpha_n)(\alpha_1 - \alpha_2) \dots (\alpha_1 - \alpha_n) \dots (\alpha_{n-1} - \alpha_n), \dots (1)
 \end{aligned}$$

waarvan namelijk het derde lid wordt gevonden door de eerste kolom van het eerste of tweede lid na ontwikkeling beurtelings te vermeerderen en te verminderen met alle volgende kolommen, respectievelijk vermenigvuldigd met de som der producten van alle grootheden β genomen 1 aan 1, 2 aan 2, enz., n aan n ; terwijl de gelijkheid van het vierde lid blijkt doordien het derde lid twee gelijke rijen verkrijgt en dus in nul overgaat zoodra twee der grootheden α onderling gelijk worden, zoodat dit derde lid alle verschillen van ieder dezer grootheden met alle volgenden tot factoren moet hebben en dan, blijkens de gelijkheid der aanvangstermen $\alpha_0^n \alpha_1^{n-1} \alpha_2^{n-2} \dots \alpha_{n-2}^2 \alpha_{n-1}$ in dit ontwikkelde derde lid en in het ontwikkelde product dezer verschillen, niet anders dan dit product zelf kan zijn. (Zie bijv. ook R. BALTZER, Determinanten, 3^e Aufl., 1870, pag. 75—77).

Ontwikkelt men nu den eersten determinant volgens de elementen der eerste rij, en het laatste product volgens de magten van α_0 , dan verkrijgt men:

$$\begin{aligned} & \left\{ \alpha_0^n - \alpha_0^{n-1} \sum_1^n \beta_1 + \alpha_0^{n-2} \sum_1^n \beta_1 \beta_2 - \alpha_0^{n-3} \sum_1^n \beta_1 \beta_2 \beta_3 + \text{enz.} + (-1)^n \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \beta_n \right\} \times \\ & \quad \times \begin{vmatrix} \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \alpha^{n-4} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ (\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \alpha^{n-4} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ (\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) & \alpha^{n-1} & \alpha^{n-3} & \alpha^{n-4} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ (\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) & \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-4} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) & \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \dots & \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha \end{vmatrix} = \\ = & \left\{ \alpha_0^n - \alpha_0^{n-1} \sum_1^n \alpha_1 + \alpha_0^{n-2} \sum_1^n \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0^{n-3} \sum_1^n \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + \text{enz.} + (-1)^n \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n \right\} \times \\ & \quad \times (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3) \dots (\alpha_1 - \alpha_n)(\alpha_2 - \alpha_3) \dots (\alpha_2 - \alpha_n) \dots (\alpha_{n-1} - \alpha_n). \end{aligned}$$

En de gelijkstelling der coëfficiënten van de gelijknamige magten van α_0 in beide leden levert dan de volgende identiteiten tusschen twee willekeurige stelsels van n grootheden α en n grootheden β :

$$\begin{aligned}
& \left| \begin{array}{ccccccc} \alpha^{n-1} & & & & & & \\ & \alpha^{n-2} & & & & & \\ & & \alpha^{n-3} & & & & \\ & & & \alpha^{n-4} & & & \\ & & & & \dots & & \\ & & & & & \alpha^2 & \\ & & & & & & \alpha \\ & & & & & & & 1 \end{array} \right|_1^n = \\
& = (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3) \dots (\alpha_1 - \alpha_n)(\alpha_2 - \alpha_3) \dots (\alpha_2 - \alpha_n) \dots (\alpha_{n-1} - \alpha_n) \\
& = \frac{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) \alpha^{n-2} \alpha^{n-3} \alpha^{n-4} \dots \alpha^2 \alpha}{\sum_1^n \alpha_1 - \sum_1^n \beta_1} \Big|_1^n = \\
& = \frac{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) \alpha^{n-1} \alpha^{n-3} \alpha^{n-4} \dots \alpha^2 \alpha}{\sum_1^n \alpha_1 \alpha_2 - \sum_1^n \beta_1 \beta_2} \Big|_1^n = \\
& = \frac{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) \alpha^{n-1} \alpha^{n-2} \alpha^{n-4} \dots \alpha^2 \alpha}{\sum_1^n \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 - \sum_1^n \beta_1 \beta_2 \beta_3} \Big|_1^n = \\
& = \text{enz.} \dots \dots \dots = \\
& = \frac{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) \alpha^{n-1} \alpha^{n-2} \alpha^{n-3} \dots \alpha^3 \alpha^2 \alpha}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n - \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \beta_n} \Big|_1^n, \dots (2)
\end{aligned}$$

welke identiteiten bijv. zouden kunnen dienen om de determinanten, die de tellers der breuken zijn, op eenvoudige wijze in den allereersten determinant of het daaraan gelijke product en in de noemers uit te drukken, terwijl zij o. a. als bijzondere gevallen bevatten de identiteiten komende door alle grootheden β gelijk nul te stellen.

De gelijkheid der beide eerste leden drukt hier voor de n grootheden $\alpha_1, \alpha_2, \text{enz.}, \alpha_n$ niets anders uit dan de gelijkheid der beide laatste leden van (1) voor de $n + 1$ grootheden $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \text{enz.}, \alpha_n$. Om dezelfde reden als daar mag men ook hier voor het eerste lid schrijven

$$\left| (\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_{n-1}) \alpha^{n-2} \alpha^{n-3} \dots \alpha^2 \alpha \right|_1^n,$$

waarin weder $\beta_1, \beta_2, \text{enz.}, \beta_{n-1}$ willekeurige grootheden. Gaat men dan tot de ontwikkeling van dezen determinant volgens de elementen der eerste kolom over, dan heeft een willekeurige term $(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_{n-1})$ tot coëfficiënt

$$(-1)^{k-1} \left| \alpha^{n-2} \alpha^{n-3} \dots \alpha^2 \alpha \right|_{\substack{k+1 \text{ tot } n \\ 1 \text{ tot } k-1}}^n,$$

dat is $(-1)^{k-1}$ maal het product van alle verschillen der grootheden α_1 tot α_n met uitsluiting van α_k , of

$$(-1)^{k-1} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3) \dots (\alpha_1 - \alpha_n)(\alpha_2 - \alpha_3) \dots (\alpha_2 - \alpha_n) \dots (\alpha_{n-1} - \alpha_n)}{(\alpha_1 - \alpha_k)(\alpha_2 - \alpha_k) \dots (\alpha_{k-1} - \alpha_k)(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)},$$

zoodat men bij deeling door den gemeenschappelijken teller van al deze coëfficiënten, dat is door het tweede lid van (2), verkrijgt:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_{n-1})}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = 1, \dots (3)$$

eene betrekking die, als men de grootheden α opvat als de afstanden van n , en de grootheden β als die van $n-1$ willekeurige punten, allen gelegen op eene zelfde regte lijn en ten opzichte van een zelfden willekeurigen oorsprong op die lijn, dezelfde is als de bij CHASLES, Géométrie supérieure, 1852, pag. 229—230, op andere wijze bewezene.

Van de gelijkheid van het vierde en van de verdere leden van (2) — bij de ontwikkeling van wier tellers volgens de elementen der eerste kolom anders de voor alle $\beta = 0$, met gelijktijdige vervanging van n door $n-1$, vereenvoudigde identiteiten (2) zelve achterevolgens dienst zouden kunnen doen — zal nu in het hier volgende geen nader gebruik worden gemaakt. Let men daarentegen op de gelijkheid van het derde en het tweede lid, en ontwikkelt men den teller van het derde lid weder volgens de elementen der eerste kolom, dan onderscheidt deze ontwikkeling zich van de zoo even voor het eerste lid uitgevoerde alleen daardoor, dat nu telkens een element $(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_n)$, maar met behoud van denzelfden coëfficiënt, in de plaats treedt van het één factor minder bevattende element $(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_{n-1})$ van toen, zoodat men geheel op dezelfde wijze geleid wordt tot de identiteit:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_n)}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = \sum_1^n \alpha_k - \sum_1^n \beta_k \dots (4)$$

tusschen twee willekeurige stelsels van n grootheden α en n grootheden β .

Men kan opmerken dat deze identiteit de voorgaande als bijzonder geval in zich bevat, door slechts bijv. $\beta_n = \infty$ te on-

derstellen na door $-\beta_n$ gedeeld te hebben, dat is door dezelfde methode toe te passen waardoor CHASLES op pag. 231 (zie ook pag. 237) aantoonde dat als het aantal grootheden β kleiner dan $n-1$ was, dat dan volgens EULER soortgelijke identiteiten maar met nul als tweede lid zouden gelden (zie ook BALTZER, pag. 85).

En omgekeerd kan men, in den geest van CHASLES, pag. 232, van de identiteit (3) ook tot (4) opklimmen door (3), na den laatsten term van het eerste lid in het tweede lid gebragt te hebben, met $-\alpha_n$ te vermenigvuldigen en dan $\alpha_n = \infty$ te stellen, waardoor in elken term van het eerste lid de factor

$$\frac{-\alpha_n}{\alpha_k - \alpha_n} = 1 \text{ wordt, zoodat men verkrijgt:}$$

$$\sum_{k=1}^{k=n-1} \frac{(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_{n-1})}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_{n-1})} =$$

$$= \lim_{\alpha_n = \infty} \left[-\alpha_n \left\{ 1 - \frac{\alpha_n^{n-1} - \alpha_n^{n-2} \sum_1^{n-1} \beta_k + \text{enz.}}{\alpha_n^{n-1} - \alpha_n^{n-2} \sum_1^{n-1} \alpha_k + \text{enz.}} \right\} \right] = \sum_1^{n-1} \alpha_k - \sum_1^{n-1} \beta_k,$$

dat is niet anders dan (4) behoudens vervanging van het willekeurige aantal n door $n-1$.

Men kan ook tot (4) besluiten door eene redenering, overeenkomende met die van CHASLES, pag. 229—230. Stel namelijk dat (4) geldig is voor alle stelsels van $n-1$ willekeurige grootheden α en $n-1$ willekeurige grootheden β , maar niet meer zou gelden voor twee zulke stelsels, ieder van n grootheden; dan zou men (4) kunnen gebruiken om bijv. β_n te bepalen in alle andere grootheden als willekeurige gegevens en dan zou, daar (4) slechts tot den eersten graad in β_n opklimt, slechts ééne zoodanige waarde kunnen voldoen. Nu voldoet evenwel aan (4) ieder der n verschillende waarden $\beta_n = \alpha_k$, omdat (4) zich daarvoor telkens herleidt tot de geldig onderstelde betrekking tusschen de grootheden α zonder α_k en de grootheden β zonder β_n . Derhalve is (4) eene identiteit voor (n, n) , wanneer zij dit is voor $(n-1, n-1)$. Maar voor $(2, 2)$ geldt blijkbaar de identiteit

$$\frac{(\alpha_1 - \beta_1)(\alpha_1 - \beta_2)}{\alpha_1 - \alpha_2} + \frac{(\alpha_2 - \beta_1)(\alpha_2 - \beta_2)}{\alpha_2 - \alpha_1} = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2);$$

dus geldt (4) in het algemeen.

De tweede bewijsvoering van CHASLES op pag. 230 schijnt daarentegen op het tegenwoordige geval niet op eenvoudige wijze toepasselijk.

Had men zich eindelijk, door van den beginne af de grootheden β buiten spel te laten, eerst bezig gehouden met het bewijs van het in (4) vervatte bijzondere geval :

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\alpha_k^n}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = \sum_1^n \alpha_k,$$

dan zou men hieruit vooreerst ook door herhaalde differentiatie ten opzichte van alle met gelijke differentiaal toenemende grootheden α (waarbij dus alle noemers onveranderd blijven) kunnen afleiden dat voor den exponent $n - 1$ in de tellers het tweede lid in 1, en voor alle lagere exponenten in 0 zou overgaan, en vervolgens, van deze uitkomsten gebruik makende, weder tot het algemeene geval (4) kunnen opklimmen door slechts alle tellers in hunne afzonderlijke termen

$$\alpha_k^n - \alpha_k^{n-1} \sum_1^n \beta_1 + \alpha_k^{n-2} \sum_1^n \beta_1 \beta_2 - \alpha_k^{n-3} \sum_1^n \beta_1 \beta_2 \beta_3 + \text{enz.} + (-1)^n \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \beta_n$$

te splitsen.

De identiteit (4) levert de opmerkelijke bijzonderheid op dat zij, indien alle α en β daarin willekeurige hoeken of bogen voorstellen, ook geldig blijft wanneer men alle verschillen die als factoren in de tellers en de noemers voorkomen door hunne sinussen vervangt en hetzelfde doet met het verschil dat het tweede lid vormt.

In dit opzigt onderscheidt zij zich wel degelijk van andere dergelijke identiteiten die zulk eene goniometrische omzetting niet toelaten, met name van (3), zooals bijv. dadelijk blijkt doordien, als dáár in het eerste lid overal de sinussen der verschillen in plaats van deze zelve stonden, de vermeerdering of vermindering van een oneven aantal hoeken β met 180° voldoende zou zijn om alleen in dit lid het teeken te doen omkeeren; terwijl, al bepaalde men zich tot het bijzondere geval

wáarin alle hoeken $\beta = 0$ zijn, dan nog met (3) geene sinusformule van denzelfden vorm zou overeenstemmen, daar al dadelijk voor $n = 2$ zou blijken dat $\frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} + \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}$, wel verre van $= 1$ te zijn, zelfs niet eens in geheelén vorm is uit te drukken.

Daarentegen heeft (zie A. F. MÖBIUS in CRELLE's *Journal für Mathematik*, 24^{er} Bd., 1842, pag. 85—92) de identiteit (4) de genoemde bijzonderheid gemeen met de reeds boven besproken identiteiten van EULER, waarvoor namelijk het aantal hoeken β kleiner dan $n - 1$ en het tweede lid gelijk nul is, mits — en dit wordt door MÖBIUS op pag. 85 vergeten, daarentegen op pag. 89 boven wél uitdrukkelijk gezegd — het verschil der aantallen van α en van β een even getal bedrage. In het voorbijgaan moge hier opgemerkt worden dat de herleiding waardoor MÖBIUS, voor het geval dat men met $n - 2$ onderling gelijke hoeken β te doen heeft, op pag. 85—87 door middel van anharmonische verhoudingen overgaat van de algebraïsche tot de goniometrische identiteit, als volgt nog eenigzins bekort zou kunnen worden: in zijne notatiën heeft men

$$\frac{a - x}{a - b} \left(= \frac{\Delta X O A}{\Delta B O A} \right) = \frac{O X \sin(\alpha - \varphi)}{O B \sin(\alpha - \beta)},$$

hetgeen met de $n - 2$ andere overeenkomstige verhoudingen uit a en met

$$\frac{1}{a - x} = \frac{\sin X}{O A \cdot \sin(\alpha - \varphi)}$$

vermenigvuldigd en daarna sommerende, dadelijk geeft:

$$\begin{aligned} \sum_1^n \frac{(a-x)^{n-2}}{(a-b)(a-c)\dots(a-m)} &= \\ &= \frac{O X^{n-1} \cdot \sin X}{O A \cdot O B \cdot O C \dots O M} \sum_1^n \frac{\sin^{n-2}(\alpha - \varphi)}{\sin(\alpha - \beta) \cdot \sin(\alpha - \gamma) \dots \sin(\alpha - \nu)}, \end{aligned}$$

ten bewijze dat het nul zijn van de eerste som dat van de tweede met zich brengt.

Eene dergelijke eenvoudige afleiding van de goniometrische uit de algebraïsche identiteit schijnt echter, evenmin als in de gevallen van $n - 4$, $n - 6$, $n - 8$, enz. hoeken β , niet wel mogelijk in het geval waarin men zooals in (4) een even groot aantal n hoeken β als α heeft. Daarom moge hier dan ook eene zelfstandige ontwikkeling van de met (4) gelijkvormige goniometrische identiteit volgen waaruit men, zooals altijd in zulke gevallen, de algebraïsche identiteit weder zou te voorschijn zien komen door zich de hoeken slechts als oneindig kleinen te denken. Die ontwikkeling is gegrond op het gebruik van eene algemeene formule, naar verkiezing al of niet met determinanten in verband te brengen, en waardoor men de som van breuken kan berekenen wier tellers in volgorde op eene zelfde wijze van ééne der grootheden α_1 , α_2 , enz., α_n afhangen, terwijl de noemers dezelfde zijn als de in (3) en (4) voorkomende. Beschouwt men namelijk, als $\varphi(\alpha)$ eene geheele rationale functie van α voorstelt, het determinanten-quotient

$$\frac{\left| \begin{array}{cccccc} \varphi(\alpha) & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \end{array} \right|_1^n}{\left| \begin{array}{cccccc} \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \end{array} \right|_1^n},$$

dan moet dit (verg. ook BALTZER, pag. 76—77 en 84—86), omdat de teller voor elke twee gelijke α in nul overgaat en dus door alle factoren van den noemer deelbaar is, eene geheele rationale en symmetrische functie der n grootheden α zijn, welke functie, als men den teller weder ontwikkelt volgens de elementen der eerste kolom en overigens te werk gaat als boven voor de identiteit (3), dus de som

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\varphi(\alpha_k)}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)}$$

doet kennen of, wat hetzelfde is indien men nog de notatie

$$f(z) = (z - \alpha_1)(z - \alpha_2) \dots (z - \alpha_n)$$

en op grond daarvan de waarde der hieruit naar z afgeleide functie voor $z = \alpha_k$, namelijk

$$f'(\alpha_k) = (\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n),$$

invoert, de som

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\varphi(\alpha_k)}{f'(\alpha_k)}.$$

Maar deze som kan nog op andere wijze worden uitgedrukt
Men kan toch identisch stellen

$$\frac{\varphi(z)}{f(z)} = \psi(z) + \sum_{k=1}^{k=n} \frac{A_k}{z - \alpha_k},$$

waarin $\psi(z)$ het geheele quotiënt beteekent dat men in het algemeen bij deeling van $\varphi(z)$ door $f(z)$ volgens afdalende magten van z zal verkrijgen, terwijl, omdat dan de rest van lager graad dan $f(z)$ is, de tellers A_k onafhankelijk van z zijn. En om deze tellers ieder in het bijzonder te bepalen kan men na vermenigvuldiging met $f(z)$ bijv. $z = \alpha_k$ substitueren, waardoor niet alleen $f(\alpha_k) = 0$, maar ook alle

$$\left(\frac{f(z)}{z - \alpha_l} \right)_{z=\alpha_k} = 0$$

worden, daarentegen

$$\left(\frac{f(z)}{z - \alpha_k} \right)_{z=\alpha_k} = \left(\frac{f(z) - f(\alpha_k)}{z - \alpha_k} \right)_{z=\alpha_k} = f'(\alpha_k),$$

zoodat men verkrijgt

$$\varphi(\alpha_k) = A_k \cdot f'(\alpha_k).$$

Deze waarde van A_k nu in de voor $\frac{\varphi(z)}{f(z)}$ gestelde uitdrukking overbrengende en dan tot de werkelijke ontwikkeling van beide leden volgens afdalende z overgaande, blijkt de even gevonden som $\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\varphi(\alpha_k)}{f'(\alpha_k)}$ tevens gelijk te zijn aan den coëfficiënt van $\frac{1}{z}$ in deze ontwikkeling van $\frac{\varphi(z)}{f(z)}$: eene uitkomst, waarin die van BALTZER, pag. 86 boven, als bijzonder geval voor $\varphi(z) = z^r$ begrepen is.

De toepassing van dezen algemeenen regel op het geval

$$\varphi(z) = (z-\beta_1)(z-\beta_2)\dots(z-\beta_n),$$

als wanneer

$$\frac{\varphi(z)}{f(z)} = \frac{z^n - z^{n-1} \sum_1^n \beta + \text{enz.}}{z^n - z^{n-1} \sum_1^n \alpha + \text{enz.}}$$

bij ontwikkeling dadelijk $\sum_1^n \alpha - \sum_1^n \beta$ als coëfficiënt van $\frac{1}{z}$ doet kennen, voert weder tot de identiteit (4) terug. Niet zóó onmiddellijk loopt daarentegen de toepassing voor de overeenkomstige goniometrische identiteit af.

Stel daartoe

$$\alpha_k = \text{tang } a_k \quad \text{en} \quad \beta_l = \text{tang } b_l,$$

dus

$$\sin(a_k - b_l) = \cos a_k \cos b_l \cdot (\alpha_k - \beta_l)$$

en evenzoo

$$\sin(a_k - a_l) = \cos a_k \cos a_l \cdot (\alpha_k - \alpha_l),$$

dan komt, indien men nog op $\cos^2 a_k = \frac{1}{1 + \alpha_k^2}$ let,

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{k=n} \frac{\sin(a_k - b_1) \cdot \sin(a_k - b_2) \dots \sin(a_k - b_n)}{\sin(a_k - a_1) \cdot \sin(a_k - a_2) \dots \sin(a_k - a_{k-1}) \cdot \sin(a_k - a_{k+1}) \dots \sin(a_k - a_n)} = \\ & = \frac{\cos b_1 \cdot \cos b_2 \dots \cos b_n}{\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_n)}{1 + \alpha_k^2} \cdot \frac{1}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)}, \end{aligned}$$

zoodat men, aan $f(z)$ en $\varphi(z)$ dezelfde beteekenis gevende als zoo even, thans dezen laatsten \sum -vorm gelijk te nemen heeft

aan den coëfficiënt van $\frac{1}{z}$ in de ontwikkeling van $\frac{\varphi(z)}{(1+z^2)f(z)}$,

dat is, stellende

$$\frac{\varphi(z)}{f(z)} = \frac{(z-\beta_1)(z-\beta_2)\dots(z-\beta_n)}{(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)\dots(z-\alpha_n)} = 1 + \frac{Q_1}{z} + \frac{Q_2}{z^2} + \frac{Q_3}{z^3} + \frac{Q_4}{z^4} + \frac{Q_5}{z^5} + \text{enz.}$$

gelijk aan den coëfficiënt van $\frac{1}{z}$ in het product van dezen laatsten vorm met $1 - z^2 + z^4 - z^6 + \text{enz.}$, dat is dus gelijk aan $Q_1 - Q_3 + Q_5 - \text{enz}$. Om hiervan de waarde te berekenen, kan men, noemende $i = \sqrt{-1}$ en lettende op

$$\frac{1 \mp i \beta_k}{1 \mp i \alpha_k} = \frac{\cos a_k}{\cos b_k} \cdot \frac{\cos b_k \mp i \sin b_k}{\cos a_k \mp i \sin a_k} =$$

$$= \frac{\cos a_k}{\cos b_k} \left\{ \cos (a_k - b_k) \pm i \sin (a_k - b_k) \right\},$$

opmerken dat voor $\frac{1}{z} = \pm i$ komt

$$\frac{\varphi\left(\pm \frac{1}{i}\right)}{f\left(\pm \frac{1}{i}\right)} = \frac{(1 \mp i \beta_1)(1 \mp i \beta_2) \dots (1 \mp i \beta_n)}{(1 \mp i \alpha_1)(1 \mp i \alpha_2) \dots (1 \mp i \alpha_n)} =$$

$$= \frac{\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n}{\cos b_1 \cos b_2 \dots \cos b_n} \left\{ \cos \sum_1^n (a_k - b_k) \pm i \sin \sum_1^n (a_k - b_k) \right\} =$$

$$= (1 - Q_2 + Q_4 - \text{enz.}) \pm i (Q_1 - Q_3 + Q_5 - \text{enz.}),$$

hetgeen o. a. vordert

$$\frac{\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n}{\cos b_1 \cos b_2 \dots \cos b_n} \sin \sum_1^n (a_k - b_k) = Q_1 - Q_3 + Q_5 - \text{enz.}$$

En hiermede dus de waarde gevonden zijnde van den vorenstaanden in α en β uitgedrukten Σ -vorm, komt men door substitutie dezer waarde ten slotte neder op de te bewijzen identiteit:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\sin(a_k - b_1) \sin(a_k - b_2) \dots \sin(a_k - b_n)}{\sin(a_k - a_1) \sin(a_k - a_2) \dots \sin(a_k - a_{k-1}) \sin(a_k - a_{k+1}) \dots \sin(a_k - a_n)} =$$

$$= \sin(\sum_1^n a_k - \sum_1^n b_k). \dots \dots \dots (4')$$

In deze identiteit kan men nu bovendien, door in omgekeerden zin eene herleiding als boven toe te passen, het eerste lid

ook in den vorm van een determinant-quotient schrijven. Vooreerst toch vindt men, door in de twee eerste leden van (2) weder $\alpha_k = \text{tang } \alpha_k$ te stellen en door dan de rijen van het eerste lid en de factoren van het tweede lid te vermenigvuldigen met de overeenkomstige factoren van het eerste en van het tweede lid van

$$(\cos^{n-1} a_1)(\cos^{n-1} a_2) \dots (\cos^{n-1} a_n) = (\cos a_1 \cos a_2)(\cos a_1 \cos a_3) \dots (\cos a_1 \cos a_n) \dots (\cos a_2 \cos a_n) \dots (\cos a_{n-1} \cos a_n),$$

de identiteit:

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{cccc} \sin^{n-1} a & \sin^{n-2} a \cos a & \sin^{n-3} a \cos^2 a & \sin^{n-4} a \cos^3 a \\ \sin^{n-2} a \cos a & \sin^{n-3} a \cos^2 a & \sin^{n-4} a \cos^3 a & \sin^{n-5} a \cos^4 a \\ \sin^{n-3} a & \sin^{n-2} a \cos a & \sin^{n-3} a \cos^2 a & \sin^{n-4} a \cos^3 a \\ \sin^{n-2} a \cos a & \sin^{n-2} a \cos a & \sin^{n-4} a \cos a & \sin^{n-5} a \dots \dots \dots \end{array} \right|_1 = \left| \begin{array}{cccc} \sin a \cos a & \sin a \cos^2 a & \sin a \cos^3 a & \sin a \cos^4 a \\ \sin^2 a \cos a & \sin^2 a \cos^2 a & \sin^2 a \cos^3 a & \sin^2 a \cos^4 a \\ \sin a \cos a & \sin a \cos a & \sin a \cos a & \sin a \cos a \\ \sin^2 a \cos a & \sin^2 a \cos a & \sin^2 a \cos a & \sin^2 a \cos a \end{array} \right|_1 = \\ & = \underbrace{\left| \begin{array}{cccc} \sin a & \cos a & & \\ \text{of } \sin a \cos a & & & \\ & & & \\ & & & \end{array} \right|_1}_{\text{naarmate } n \text{ even of oneven is}} = \\ & = \sin(a_1 - a_2) \sin(a_1 - a_3) \dots \sin(a_1 - a_n) \sin(a_2 - a_3) \dots \sin(a_2 - a_n) \dots \sin(a_{n-1} - a_n), \end{aligned}$$

waarin namelijk iedere $2p + 1^e$ en iedere $2p + 2^e$ kolom van het tweede lid is verkregen door de som te nemen van de $1^e, 3^e, 5^e$, enz., $2p + 1^e$, en van de $2^e, 4^e, 6^e$, enz., $2p + 2^e$ kolom van het eerste lid, achtereenvolgens vermenigvuldigd met de $p + 1$ binomiaal-coëfficiënten van de p^e magt, terwijl het eerste lid, in plaats van op deze wijze, ook even goed zoodanig zou kunnen vervoemd worden dat de kolommen opklommen volgens de magten van $\cos a$, beurteilungen voor n even met $\sin a$ en 1 en voor n oneven met 1 en $\sin a$ vermenigvuldigd. En ten andere blijkt in verband hiermede, door den noemer van den algemeenen term onder het Σ -teecken in het eerste lid

van de gelijkheid van het derde en het eerste lid uit, dan verkrijgt men onmiddellijk door $\alpha_k = \text{tang } a_k$ en $\beta_l = \text{tang } b_l$ de identiteit:

$$\frac{\sin(a-b_1)\sin(a-b_2)\dots\sin(a-b_n)}{\sin^{n-1}a} = \frac{\sin^{n-2}a \cos^2 a \sin^{n-3}a \cos^3 a \sin^{n-4}a \cos^4 a \sin^{n-5}a \cos^5 a \dots \sin^2 a \cos^{n-2} a \sin a \cos^{n-1} a \cos^n a}{\sin^{n-2}a \cos a \sin^{n-3}a \cos^2 a \sin^{n-4}a \cos^3 a \sin^{n-5}a \cos^4 a \sin^{n-6}a \cos^5 a \dots \sin^2 a \cos^{n-2} a \sin a \cos^{n-1} a \cos^n a}$$

$$\frac{\sin(a-b_1)\sin(a-b_2)\dots\sin(a-b_n)}{\sin^{n-1}a} = \frac{\sin^{n-2}a \cos^2 a \sin^{n-3}a \cos^3 a \sin^{n-4}a \cos^4 a \sin^{n-5}a \cos^5 a \dots \sin^2 a \cos^{n-2} a \sin a \cos^{n-1} a \cos^n a}{\sin^{n-2}a \cos a \sin^{n-3}a \cos^2 a \sin^{n-4}a \cos^3 a \sin^{n-5}a \cos^4 a \sin^{n-6}a \cos^5 a \dots \sin^2 a \cos^{n-2} a \sin a \cos^{n-1} a \cos^n a}$$

$$\frac{\sin(a-b_1)\sin(a-b_2)\dots\sin(a-b_n)}{\sin^{n-1}a} = \frac{\sin^{n-2}a \cos a \sin^{n-3}a \cos^2 a \sin^{n-4}a \cos^3 a \sin^{n-5}a \cos^4 a \sin^{n-6}a \cos^5 a \dots \sin^2 a \cos^{n-2} a \sin a \cos^{n-1} a \cos^n a}{\sin^{n-2}a \cos a \sin^{n-3}a \cos^2 a \sin^{n-4}a \cos^3 a \sin^{n-5}a \cos^4 a \sin^{n-6}a \cos^5 a \dots \sin^2 a \cos^{n-2} a \sin a \cos^{n-1} a \cos^n a}$$

$$= \cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n \cdot \cos b_1 \cos b_2 \dots \cos b_n \cdot \left(\sum_1^n \text{tang } a_k - \sum_1^n \text{tang } b_k \right),$$

waarbij omtrent de vervorming van teller en noemer volgens de opklimmende magten van $\cos a$, in plaats van zooals in het tweede lid volgens de afdalende magten van $\sin a$, weder dezelfde opmerking als zoo even bij (4'') te maken is; terwijl nog in het bijzondere geval waarin alle hoeken b gelijk nul zijn, niet alleen het derde lid zich vereenvoudigt tot $\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n \cdot \sum_1^n \text{tang } a_k$, maar ook in den teller van het tweede lid de eerste kolom overgaat in $\sin^n a$, hetgeen nog ten gevolge heeft dat dan in de tweede, vierde, zesde kolom enz. van dien teller door achtereenvolgende zamentelling overal de factoren $\cos^2 a$ kunnen worden weggeleten.

Al is het niet voor willekeurige waarden van n , had men althans voor $n = 1, 2, 3$ en 4 desverkiezende ook van de aldus vereenvoudigde formule voor $\sum_1^n \text{tang } a_k$ kunnen uitgaan om door middel daarvan de in dezelfde onderstelling $b = 0$ en voor dezelfde n vereenvoudigde formule (4'') voor $\sin \sum_1^n a_k$ op te maken. Immers, in het algemeen blijkt o. a. uit de gelijkstelling der coëfficiënten van $\pm i$ in het eerste lid en in het ontwikkelde tweede lid van de identiteit:

$$\begin{aligned} \cos \sum_1^n a_k \pm i \sin \sum_1^n a_k = \\ = \cos a_1 (1 \pm i \text{tang } a_1) \cdot \cos a_2 (1 \pm i \text{tang } a_2) \dots \cos a_n (1 \pm i \text{tang } a_n), \end{aligned}$$

dat

$$\begin{aligned} \sin \sum_1^n a_k = \cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n (\sum_1^n \text{tang } a_1 - \sum_1^n \text{tang } a_1 \text{tang } a_2 \text{tang } a_3 + \\ + \sum_1^n \text{tang } a_1 \text{tang } a_2 \text{tang } a_3 \text{tang } a_4 \text{tang } a_5 - \text{enz.}) \end{aligned}$$

is (zie deze formule ook op andere wijze afgeleid bij A. DESBOVES, Questions de trigonométrie rectiligne, 2^e Ed., 1877, pag. 90—91). En nu overtuigt men zich gemakkelijk dat de vier eerste toepassingen van deze formule, geschreven onder de vormen:

$$\sin a_1 = \cos a_1 \cdot \text{tang } a_1$$

$$\sin(a_1 + a_2) = \cos a_1 \cos a_2 \cdot (\text{tang } a_1 + \text{tang } a_2)$$

$$\begin{aligned} \sin(a_1 + a_2 + a_3) = \cos a_1 \cos a_2 \cos a_3 \cdot (\text{tang } a_1 + \text{tang } a_2 + \\ + \text{tang } a_3) - \sin a_1 \sin a_2 \sin a_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{en } \sin(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) = \cos a_1 \cos a_2 \cos a_3 \cos a_4 \cdot (\text{tang } a_1 + \\ + \text{tang } a_2 + \text{tang } a_3 + \text{tang } a_4) - \\ - \sin a_1 \sin a_2 \sin a_3 \sin a_4 \cdot (\cot a_1 + \cot a_2 + \cot a_3 + \cot a_4) \end{aligned}$$

kunnen dienen om door substitutie van de zoo even in determinantenvorm gevonden waarde van $\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n \sum_1^n \text{tang } a_k$ (voor $n = 4$ aangevuld met de overeenkomstige waarde voor de complementen der hoeken a) de formule (4'') in dezelfde gevallen te verkrijgen. Zoodra echter $n = 5$ of grooter wordt, stuit men langs dezen weg op grootere bezwaren van berekening en schijnt dus de boven gevolgde weg van afleiding van (4') en (4''), waarbij tevens de hoeken b willekeurige waarden hadden verkieslijk.

Terugkeerende tot (4'), kan men nog opmerken dat indien op eene of andere wijze deze identiteit bewezen is voor het bijzondere geval waarin alle hoeken b gelijk nul zijn en waarin dus de algemeene teller in het eerste lid overgaat in $\sin^n a_k$ en het tweede lid zelf in $\sin \sum_1^n a_k$, dat men dan door differentiatie ten opzichte van alle met gelijke differentiaal toenemende hoeken a (waarbij dus alle noemers onveranderd blijven) eene nieuwe identiteit verkrijgt waarin de teller is overgegaan in $\sin^{n-1} a_k \cos a_k$ en het tweede lid in $\cos \sum_1^n a_k$; dat verder, als bijv. b_1 een willekeurigen hoek voorstelt, het verschil der beide met $\cos b_1$ en met $\sin b_1$ vermenigvuldigde identiteiten weder eene andere oplevert, hebbende tot teller $\sin^{n-1} a_k \sin(a_k - b_1)$ en tot tweede lid $\sin(\sum_1^n a_k - b_1)$; dat men, op deze wederom de differentiatie toepassende in de onderstelling dat nu ook b_1 dezelfde differentiaal verkrijgt als alle hoeken a , en overigens met een nieuwen willekeurigen hoek b_2 dezelfde bewerking als zoo even herhalende, den teller in $\sin^{n-2} a_k \sin(a_k - b_1) \sin(a_k - b_2)$ en het tweede lid in $\sin(\sum_1^n a_k - b_1 - b_2)$ ziet overgaan; en dat men eindelijk op deze wijze voortgaande van het onderstelde bijzondere geval $b = 0$ weder tot de algemeene identiteit (4') kan opklimmen.

Eene andere opmerking is dat (4') de verwisseling van alle a met alle b toelaat en dat men, dit doende en de teekens omkeerende, het eerste lid onder een anderen vorm verkrijgt en wel zóó dat daarin de noemers alleen van de verschillen der hoeken b afhangen. Meer in het algemeen zelfs zou men sommige der hoeken a met even zoovele van de hoeken b , negatief genomen, kunnen verwisselen zonder dat dit op het tweede lid en dus op de waarde van het eerste lid van invloed zou zijn.

Nog tot andere vormen geeft (4') aanleiding. Om slechts iets te noemen, vervange men bijv. a_k door $\frac{a_k}{2}$ en b_k door $-\frac{a_k}{2}$, dan komt na eene kleine herleiding de identiteit:

$$\begin{aligned} & \frac{(\sin a_k + \sin a_1)(\sin a_k + \sin a_2) \dots (\sin a_k + \sin a_{k-1})(\sin a_k + \sin a_{k+1}) \dots (\sin a_k + \sin a_n)}{\sin(a_k - a_1) \sin(a_k - a_2) \dots \sin(a_k - a_{k-1}) \sin(a_k - a_{k+1}) \dots \sin(a_k - a_n)} \\ & = \sin \sum_1^n a_k. \end{aligned}$$

En eindelijk, om niet te spreken van de minder regelmatige

identiteiten die uit (4') zouden voortkomen door bijv. slechts eenige der hoeken a , of eenige b , of eenige a en eenige b gelijktijdig, met 90^0 te vermeerderen, verdient nog de aandacht de identiteit ontstaande door hetzij alle a te vervangen door $a + 90^0$, hetzij alle b door $b + 90^0$, en die zich van (4') onderscheidt doordien, terwijl alle noemers onveranderd blijven, in de tellers overal cosinussen in plaats van sinussen optreden en doordien het tweede lid wordt $\pm \sin(\sum_1^n a_k - \sum_1^n b_k)$ naarmate n van den vorm $4m$ of $4m + 2$ is, of wel $\pm \cos(\sum_1^n a_k - \sum_1^n b_k)$ naarmate n den vorm $4m + 1$ of $4m + 3$ heeft.

Zoals te verwachten is, bepalen de goniometrische identiteiten die in vorm overeenstemmen met de algebraïsche waarin zij overgaan wanneer de hoeken oneindig klein worden, zich niet alleen tot de in het bovenstaande onderzochte. Zonder hieromtrent in een verder algemeen onderzoek te treden, moge bij wijze van een paar eenvoudige voorbeelden voor het geval van slechts drie hoeken a_1, a_2, a_3 de vermelding volstaan dat, evenals men volgens de goniometrische vervorming van de boven besproken formules van EULER heeft

$$\frac{\sin a_1}{\sin(a_1 - a_2)\sin(a_1 - a_3)} + \frac{\sin a_2}{\sin(a_2 - a_1)\sin(a_2 - a_3)} + \frac{\sin a_3}{\sin(a_3 - a_1)\sin(a_3 - a_2)} =$$

$$= \sum_1^3 \frac{\sin a_1}{\sin(a_1 - a_2)\sin(a_1 - a_3)} = 0$$

en evenals volgens (4'):

$$\sum_1^3 \frac{\sin^3 a_1}{\sin(a_1 - a_2)\sin(a_1 - a_3)} = \sin(a_1 + a_2 + a_3)$$

is, zoo ook door de laatste identiteit herhaaldelijk met $\sin^2 a_1 + \sin^2 a_2 + \sin^2 a_3$ te vermenigvuldigen en daarbij op de eerste te letten, gemakkelijk gevonden wordt:

$$\sum_1^3 \frac{\sin^5 a_1}{\sin(a_1 - a_2)\sin(a_1 - a_3)} =$$

$$= \sin(a_1 + a_2 + a_3) \cdot (\sin^2 a_1 + \sin^2 a_2 + \sin^2 a_3) + \sin a_1 \sin a_2 \sin a_3$$

en

$$\frac{\sin^7 a_1}{\sin(a_1 - a_2) \sin(a_1 - a_3)} = \sin(a_1 + a_2 + a_3) \cdot (\sin^4 a_1 + \sin^4 a_2 + \sin^4 a_3 + \sin^2 a_2 \sin^2 a_3 + \sin^2 a_3 \sin^2 a_1 + \sin^2 a_1 \sin^2 a_2) + \sin a_1 \sin a_2 \sin a_3 \cdot (\sin^2 a_1 + \sin^2 a_2 + \sin^2 a_3),$$

enz., terwijl daarentegen dergelijke herleidingen tot geheele vormen niet mogelijk zijn indien als tellers van de breuken in het eerste lid de even in plaats van de oneven magten van de sinussen der hoeken voorkomen. M. a. w., terwijl

$$\left| \begin{array}{ccc} \sin^{2p+1} a & \sin a & \cos a \\ & & 1 \end{array} \right|_1^3$$

steeds deelbaar is door

$$\left| \begin{array}{ccc} \sin^2 a & \sin a \cos a & \cos^2 a \\ & & 1 \end{array} \right|_1^3 = \left| \begin{array}{ccc} \sin^2 a & \sin a \cos a & 1 \\ & & 1 \end{array} \right|_1^3 = \sin(a_1 - a_2) \sin(a_1 - a_3) \sin(a_2 - a_3),$$

is dit daarentegen niet het geval met

$$\left| \begin{array}{ccc} \sin^{2p} a & \sin a & \cos a \\ & & 1 \end{array} \right|_1^3.$$

Maar wel is wederom bijv.

$$\left| \begin{array}{ccc} \sin^{2p} a & \sin^2 a & \cos^2 a \\ & & 1 \end{array} \right|_1^3 = \left| \begin{array}{ccc} \sin^{2p} a & \sin^2 a & 1 \\ & & 1 \end{array} \right|_1^3$$

die, stellende $\sin^2 a = A$, deelbaar blijkt te zijn door

$$\left| \begin{array}{ccc} \sin^4 a & \sin^2 a & \cos^2 a \\ & & 1 \end{array} \right|_1^3 = \left| \begin{array}{ccc} \sin^4 a & \sin^2 a & 1 \\ & & 1 \end{array} \right|_1^3 = (\sin^2 a_1 - \sin^2 a_2) (\sin^2 a_1 - \sin^2 a_3) (\sin^2 a_2 - \sin^2 a_3),$$

bijgevolg ook deelbaar door het even vermelde product

$$\sin(a_1 - a_2) \sin(a_1 - a_3) \sin(a_2 - a_3).$$

Ten slotte nog de volgende opmerking. Algebraïsch kan men

den als eerste lid in de identiteiten (2) voorkomenden determinant, namelijk

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{cccccc} \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_{k-1} & \alpha_{k+1} & \dots & \alpha_n \end{array} \right|_1^n = \\ & = (-1)^{n-1} \left| \begin{array}{cccccc} \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{k-1} \alpha_{k+1} \dots \alpha_n & \alpha_k^{n-2} & \alpha_k^{n-3} & \dots & \alpha_k^2 & \alpha_k & 1 \end{array} \right|_{k=1}^{k=n} \end{aligned}$$

schrijven, zooals blijkt door in het eerste lid de laatste kolom voorop te brengen en met het product $\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ te vermenigvuldigen, en daarentegen de rijen achtereenvolgens door $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ te deelen. Past men thans, in verband met het tweede lid van (2), op beide leden de bewerking toe waardoor de identiteit (3) verkregen werd, dan komt :

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{k=n} \frac{\alpha_k^{n-1}}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = \\ & = (-1)^{n-1} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{k-1} \alpha_{k+1} \dots \alpha_n}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = 1. \end{aligned}$$

En nu is het wel opmerkelijk dat, terwijl boven reeds werd vermeld dat hier het eerste lid (hetgeen als het bijzondere geval $\beta = 0$ in dat van (3) begrepen is) geene omzetting in sinussen toelaat, dit daarentegen, mits namelijk n een oneven aantal zij, met het tweede lid wél het geval is. Immers, boven werd reeds besproken, vooreerst dat in het algemeen volgens EULER betrekkingen van denzelfden vorm als (3) ook gelden indien het aantal der grootheden β minstens 2 kleiner is dan dat der α en indien dan tevens voor het tweede lid genomen wordt 0 in plaats van 1; ten andere dat deze laatste betrekkingen nog geldig blijven indien daarin alle verschillen door hunne sinussen vervangen worden, mits dan bovendien de overmaat van het aantal der α boven dat der β even zij. In het geval dus van een oneven aantal hoeken $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ — en ook in dát geval alleen — kan men op het even aantal dat men door vóórplaatsing van nog één willekeurigen hoek α_0 verkrijgt o. a. diegene van de laatst bedoelde betrekkingen toepassen waarvoor het

aantal der β gelijk nul is en dus de tellers in (3) overgaan in 1, als wanneer men, door den eersten term van het dan komende eerste lid, namelijk

$$\frac{1}{\sin(a_0 - a_1) \sin(a_0 - a_2) \dots \sin(a_0 - a_k) \dots \sin(a_0 - a_n)},$$

in het tweede lid over te brengen en daardoor te deelen, verkrijgt:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\sin(a_0 - a_1) \sin(a_0 - a_2) \dots \sin(a_0 - a_{k-1}) \sin(a_0 - a_{k+1}) \dots \sin(a_0 - a_n)}{\sin(a_k - a_1) \sin(a_k - a_2) \dots \sin(a_k - a_{k-1}) \sin(a_k - a_{k+1}) \dots \sin(a_k - a_n)} = 1.$$

En deze goniometrische identiteit is nu door meer in het bijzonder de willekeurige $a_0 = 0$ te nemen juist gelijkvormig met de laatst aangevoerde algebraïsche indien ook daarin n oneven is. Dat daarentegen voor n even deze goniometrische identiteit niet geldig kan zijn, blijkt trouwens onmiddellijk omdat in dat geval door alle a , behalve a_0 , te vervangen door $a + 180^\circ$, alleen het eerste lid van teeken zou omkeeren.

Delft, Mei 1879.

B I J D R A G E

TOT DE

K E N N I S D E R K O N K I N A M I N E .

DOOR

A. C. OUDEMANS Jr.

Ten vorigen jare werd door mij een onderzoek uitgevoerd omtrent de samenstelling en de eigenschappen van de kinamine, waarvan de uitkomsten in de Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen (2^{de} Reeks, Deel XII, blz. 257 en verv.) zijn opgenomen.

De geringe hoeveelheid, die mij van het kostbare alkaloiëde ten dienste stond, was gedurende het onderzoek deels door de onvermijdelijke opoffering van de stof tot het uitvoeren der elementair-analysen, deels tengevolge van allengs voortgaande ontleding en ontaarding onder den invloed van zuren, zoodanig verminderd, dat ik genoodzaakt werd veel ongedaan te laten, wat ik gaarne had willen verrichten. Zeer welkom was mij daarom de gelegenheid, die zich aanbood, om eene grootere hoeveelheid quinetum van Darjeeling te verwerken en daaruit versch materiaal voor verder onderzoek te putten.

Aan de welwillende bemoeiingen van Dr. J. E. DE VRIJ heb ik het te danken, dat de Engelsche Regeering vrijgevig 20 Eng. ponden te Darjeeling bereid quinetum ter mijner beschikking stelde, en mij daardoor gelegenheid gaf, mijne onderzoekingen omtrent kinamine voort te zetten.

Toen ik nu volgens den vroeger door mij ingeslagen weg de afscheiding van kinamine uit het mengsel van alkaloiëden trachtte uit te voeren, en de laatste moederloogen, waaruit de algemeen

bekende kina-alkaloïden (kinine, kinidine, cinchonine en cinchonidine) waren verwijderd, verwerkte, stiet ik op het onlangs door HESSE ontdekte alkaloïde: de konkinamine en kon ik daarvan allengs zooveel verzamelen, dat ik mij genoopt vond, dit lichaam nader te bestudeeren, vooral met het oog op het soortelijk draaiingsvermogen in vrijen en gebonden toestand. Ik werd daartoe vooral aangespoord door de overtuiging, dat het voor anderen, die zich met het onderzoek van kina-alkaloïden bezig houden, moeilijk zou zijn, zich een zoo grooten voorraad van het schaars voorkomende alkaloïde te verschaffen als mij ten dienste stond en ik deze ongezochte gelegenheid niet mocht laten voorbijgaan, om dit zooveel mogelijk nader te beschrijven.

BEREIDING VAN KONKINAMINE EN KINAMINE UIT QUINETUM
VAN DARJEELING.

In mijne „Bijdrage tot de kennis der kinamine” heb ik de uitkomsten medegedeeld van een onderzoek naar de samenstelling van het quinetum van Darjeeling en de wijze beschreven, waarop ik uit het ruwe mengsel van alkaloïden de kinamine afscheidde.

Bij het verwerken van ongeveer 9 kilogram ruw materiaal ben ik hoofdzakelijk op dezelfde wijze als vroeger te werk gegaan, evenwel met eene kleine wijziging, die mij in staat stelde, uit het quinetum ongeveer $\frac{1}{2}$ proc. af te zonderen van een alkaloïde, dat ik vroeger te vergeefs had gezocht, namelijk kinidine (conchinine van HESSE).

Nadat namelijk uit de neutrale zoutzure oplossing de gemengde alkaloïden eerst kinine en cinchonidine door toevoeging kalium-natrium- tartraat waren neêrgeslagen, werd aan het van het neêrslag afgescheiden vocht eene overmaat van natron toegevoegd, het ontstane praecipitaat afgefiltreerd en even als vroeger herhaaldelijk met spiritus van 50 proc. uitgekookt. Uit de van het bezinksel (hoofdzakelijk cinchonine) door filtratie afgescheiden vochten zette zich bij bekoeling een mengsel van alkaloïden af,

dat ik (A) wil noemen en dat later bleek uit cinchonine, kinamine en weinig konkinamine te bestaan.

Toen de van deze alkaloiden afgescheiden moerloog (B) na een paar dagen staan geen kristallijn bezinksel meer afzette, werd zij met zoutzuur nauwkeurig verzadigd, een weinig bij lage temperatuur ingedampt om een deel van den alcohol te verdampen en daarna allengs met kleine hoeveelheden van eene oplossing van rhodankalium bedeed. Hierdoor ontstond aanvankelijk eene troebeling, die evenwel bij het omroeren van de vloeistof verdween. Na verloop van eenige uren zetten zich allengskens gedeeltelijk op den bodem, gedeeltelijk aan de wanden van het vat kristallen af van rhodanwaterstofzure kinidine; op den bodem van het vat scheidde zich tevens eene bruine strooperige vloeistof af, waaruit zich allengs meer en meer kristallen van het voormelde rhodanied afzetten en die overigens grootendeels uit rhodanwaterstofzure verbindingen van een of meer amorphe alkaloiden bleek te bestaan. Tegelijkertijd werd de bovenstaande vloeistof voortdurend helderder en lichter gekleurd. De toevoeging van rhodankalium werd nu zoolang voortgezet, totdat er alleen een strooperige massa, maar geen spoor van kristallen meer werd afgescheiden.

Dat nu de afgescheiden kristallen, die gemakkelijk door afwassen met slappen spiritus en omkristalliseeren waren te reinigen, inderdaad uit rhodanwaterstofzure kinidine bestonden, heb ik kunnen uitmaken door het onderzoek van het daaruit afgescheiden alkaloid, dat in alle opzichten met kinidine overeenkwam. Het gehalte van quinetum aan laatstgenoemd alkaloid is gering. Langs den aangegeven weg kon ik er niet meer dan $\frac{1}{2}$ proc. van verzamelen.

Wat nu de bereiding van de meer zeldzame alkaloiden kinamine en konkinamine betreft, zoo heb ik aan mijne vroegere mededeelingen daaromtrent, ten aanzien van het eerste, weinig toe te voegen. Het ruwe praeparaat, boven onder A genoemd, en dat hoofdzakelijk uit cinchonine, kinamine en een weinig konkinamine bestaat, wordt het best verwerkt door het met aether uit te trekken en aldus de beide laatstgenoemde alkaloiden van de hoofdmassa der bijgemengde cinchonine te scheiden, voorts de aetherische oplossing af te destilleeren en het geblevene over-

schot uit sterken alcohol te laten kristalliseeren. Bij bekoeling scheidt zich kinamine in witte lange naalden af, dat door omkristalliseeren kan worden gereinigd. In de alcoholische moederloogen hoopen zich de kleine hoeveelheden cinchonine en konkinamine, die de kinamine verontreinigen, allengs op, zoodat bij het verdampen der vloeistof zich allengs weder een mengsel van de drie genoemde bases afzet. Men kan deze gemakkelijk door het vergrootglas nevens elkander herkennen; kinamine doet zich namelijk steeds voor als eene massa bestaande uit fijne zijdeachtige naalden, konkinamine vormt bij het kristalliseeren uit slappe alcoholische vloeistoffen vrij groote kristallen, die oppervlakkig beschouwd tetragonaal schijnen en waaraan men de combinaties $\infty P \infty . P$ zou meenen te herkennen, maar die inderdaad tot het trikline stelsel behooren, terwijl cinchonine voorkomt in den vorm van veel kleinere en dunnere maar scherp begrensde, vrij samengestelde kristalletjes. Dit mengsel kan door behandeling met aether weder in cinchonine eenerzijds en in mengsel van kinamine en konkinamine anderzijds gescheiden worden.

Om uit een mengsel van deze beide bases, waarin konkina- mine de overhand heeft, het laatste zuiver af te zonderen, wist ik aanvankelijk geen ander middel, dan de geheele massa in alcohol van 60 gew. proc. op te lossen en langzaam te laten verdampen, voorts het na lang staan afgescheiden kristalmengsel te drogen en nu door eene metaalzef de fijne naaldjes van kinamine van de dikkere en grootere kristallen van konkinamine af te zonderen, welk laatste door omkristalliseeren uit alcohol van 70 gew. proc. gemakkelijk van een weinig aanhangende kinamine kan worden gezuiverd. Wellicht verdient dit middel *nog* aanbevolen te worden, waar men *veel* konkinamine van betrekkelijk *weinig* kinamine heeft te scheiden. Later vond ik, dat men konkinamine, zoo het met betrekkelijk weinig kinamine is gemengd, vrij gemakkelijk daarvan kan zuiveren, door het ruwe praeparaat tot verzadiging in warm verdund ($\frac{1}{10}$) salpeterzuur op te lossen en de oplossing te laten bekoelen. Het konkina- mine-nitraat *), dat veel moeilijker oplosbaar is dan het nitraat

*) Bij 15° C. lost 1 d. konkinamine-nitraat op in 76 d. water; en 1 d. kinamine-nitraat in 16,5 d. water.

van kinamine scheidt zich het eerst af in den vorm van harde kristallen, behoorende tot het rhombische stelsel en gemakkelijk te onderscheiden van de meer losse kristalaggregaten van kinamine-nitraat. Eene andere methode, die nog meer aanbeveling verdient, bestaat daarin, dat men de beide alkaloiden in oxalaten verandert en deze door kristallisatie uit water van elkander scheidt. Het oxalaat van konkinamine kristalliseert zeer goed uit warm verzadigde oplossingen en is bij middelbare temperatuur in slechts 83 d. water oplosbaar, terwijl daarentegen het oxalaat van kinamine zeer in water oplosbaar is en zoover ik heb kunnen waarnemen, niet kristalliseert.

Eveneens laten de hydrobromaten van de beide basis zich door kristallisatie van elkander scheiden.

Het is mij gelukt, langs den eerstgenoemden weg uit mengsels van betrekkelijk veel amorph alkaloiden en weinig konkinamine laatstgenoemde basis af te zonderen, zelfs dan wanneer dit langs een anderen weg niet uitvoerbaar bleek te zijn. De gemengde nitraten zetten allengs eene dikke strooperige vloeistof nevens kleine korrelige kristalletjes af, die door afspoelen met alcohol van 50 gew. proc. gemakkelijk van de nitraten der amorphe alkaloiden waren te zuiveren.

Eene tweede veel rijkere bron voor het verkrijgen van konkinamine zijn de moederloogen, waaruit naar de boven beschrevene wijze kinidine in den vorm van rhodanied is verwijderd. Wanneer deze, met de in slappen alcohol opgeloste bezinksels der rhodaniden van amorphe alkaloiden worden vereenigd en voorts met eene zwakke overmaat van natron worden bedeed, zoo ontstaat er een neêrslag, dat bij het omroeren met eene glazen staaf, zich spoedig samenbalt en hoofdzakelijk uit amorphe alkaloiden, voor een gering deel echter uit konkinamine en een spoor van kinamine bestaat. Wordt deze taaie amorphe stof, om haar zooveel mogelijk van vrije natron te bevrijden, onder water duchtig uitgekneed en vervolgens geruimen tijd met alcohol van 40-45 gew. proc. in aanraking gelaten, zoo lossen de amorphe alkaloiden langzamerhand op, en men verkrijgt allengs een kristallijn bezinksel, somtijds zelfs een kristallijn geraamte, dat nog duidelijk den vorm der oorspronkelijke amorphe massa aangeeft, en uit konkinamine en weinig of geen kinamine bestaat. De

vloeistof, van de kristal massa afgezonderd en in een cilinder glas met nauwe monding aan vrijwillige verdamping blootgesteld, zet allengs aan de wanden van het vat nette, soms vrij aanzienlijke kristallen van konkinamine af. Na een lang tijdsverloop ziet men ze ook ontstaan in de olieachtige, waarschijnlijk nog alcohol en water bevattende lagen van amorphe alkaloïden, die zich ten laatste uit de steeds meer en meer van alcohol beroofde oplossing afscheiden.

Voor al bij de aldus verkregene aan konkinamine betrekkelijk rijke alkaloïd-mengsels past men met uitmuntend gevolg de boven beschrevene scheiding door kristalliseeren van de oxalaten of nitraten toe. Het is niet raadzaam, bij het bereiden der nitraten dierlijke kool ter ontkleuring te bezigen; want in plaats van eene gunstige oefent deze eene zeer nadeelige werking uit. De oplossingen van het nitraat zijn na verwarming met dierlijke kool veel donkerder geel gekleurd dan voorheen en waarschijnlijk heeft er onder den invloed van in de kool verdichte zuurstof eene scheikundige omzetting plaats, waarvan de vorming van een amorph geelachtig alkaloïde het gevolg is.

Het is hier de plaats, om eene dwaling te herstellen, waarin ik bij mijne eerste onderzoekingen en waarnemingen omtrent kinamine ben vervallen. In mijne „*Bijdrage*” (Versl. en Meded. der K. A. v. W., 2^{de} Reeks, XII, blz. 265) beschreef ik den kristalvorm van kinamine als tetragonaal. Ik had toen nog geene kennis van het bestaan van *konkinamine* en meende, dat *kinamine*, ofschoon gewoonlijk slechts in haarvormige kristalletjes voorkomende, toch bij langzame afscheiding wel grootere individuen met duidelijken kristalvorm kon opleveren. Toen mij later de mededeeling van HESSE in de *Berichte der chem. Gesellsch.* (Jahrgang X, 2157 en verv.) onder de oogen kwam, begon ik te vermoeden, dat de waargenomene (schijnbaar) tetragonale kristallen wellicht ook uit konkinamine konden bestaan en ik maakte hiervan melding in de noot onder aan blz 265. De hoeveelheid, die ik van het alkaloïde toen nog bezat, was zoo gering, dat het ondoenlijk was de zaak uit te maken, en ik werd er te meer toe gebracht om de waargenomene groote kristallen toch voor kinamine te houden, omdat ik bij het omkristalliseeren uit slappen alcohol vezelachtige kristalletjes kreeg, die zeer op kinamine geleken

Thans, nu ik de eigenaardige wijze van kristalliseeren van de beide bases van nabij heb leeren kennen, twijfel ik er niet meer aan, dat de vroeger voor kinamine gehouden kristallen werkelijk uit konkinamine bestonden. Zuivere kinamine heb ik nooit anders zich zien afscheiden dan in de gedaante van lange naalden, waaraan geen bepaalde vorm was te herkennen.

Wat nu de bereiding van zuivere konkinamine uit het nitraat betreft, deze is uiterst eenvoudig. Men lost het zout in lauw water op, slaat de oplossing met natron neer, laat de neêrslag staan, tot hij kristallijn geworden is, zondert nu het alkalöide door den BUNSEN'schen filtreertoestel van het vocht af, spoelt goed uit en kristalliseert het gedroogde alkalöide uit alcohol van 80 gew. proc. Zodoende krijgt men het gemakkelijk wit, terwijl bij gebruik van slapperen alcohol gele kleurstof hardnekkig aan de basis blijft hechten.

De opbrengst aan konkinamine en kinamine uit den verwerkten voorraad van quinetum was betrekkelijk gering. In het geheel verkreeg ik uit 9 kilogram van het ruwe materiaal 110 gram kinamine, d. i. 1.2 pCt en 22 gram konkinamine, d. i. 0.24 pCt. Vroeger verkreeg ik van 600 gram quinetum van Darjeeling circa 20 gram kinamine (3.3 pCt.). Hieruit schijnt te blijken, dat het gehalte aan kinamine in quinetum tamelijk uiteenlopend kan zijn.

EIGENSCHAPPEN EN SAMENSTELLING VAN KONKINAMINE.

Zooals hierboven reeds is opgemerkt, kristalliseert konkinamine uit min of meer geconcentreerden alcohol in het trikline stelsel, maar treedt het somtijds op in vormen, welke, oppervlakkig beschouwd, tot het tetragonale stelsel schijnen te behoren. De concentratie van den alcohol is van grooten invloed op de gedaante van de kristallen, die zich, hetzij bij bekoeling, hetzij bij vrijwillige verdamping daaruit afscheiden. Mijn ambtgenoot BEHRENS, die eenige verschillend gevormde kristallen onderzocht, vond daaromtrent het volgende :

A. *Kleurlooze kristallen, bij bekoeling afgescheiden uit eene oplossing in alcohol van 95 gew. proc.*

a. schijnbaar rhomboedrisch: ∞ P. o P.

b. lange naalden: ∞ \check{P} ∞ . ∞ P. o P.

B. *Gele kristallen, bij bekoeling afgescheiden uit eene oplossing in alcohol van 70 gew. proc.* Schijnbaar tetragonale piramiden: ∞ P. o P. ∞ \check{P} ∞ .

C. *Gele kristallen, afgescheiden bij bekoeling of langzame verdamping uit eene oplossing in alcohol van 50–55 gew. proc.* Schijnbaar combinaties van de tetragonale piramide met het tetragonale deuteroprisma: ∞ P. o P. ∞ \check{P} ∞ . 'P' ∞ . 'P' ∞ .

Konkinamine lost gemakkelijk op in sterken alcohol, aether, benzol en chloroform, minder gemakkelijk in zwavelkoolstof. Uit de eerste drie oplosmiddelen scheidt zij zich even als uit zwavelkoolstof bij bekoeling van eene warme geconcentreerde of bij vrijwillige verdamping van eene bij gewone temperatuur verzadigde oplossing in den vorm van duidelijke kristallen af; bij verdamping van oplossingen in chloroform verkrijgt men slechts onduidelijke knolvormige kristal-aggregaten.

In slappen alcohol lost het alkaloïde veel moeilijker op dan in geconcentreerden; uit eene heet verzadigde oplossing van de basis in spiritus van 50 gew. proc scheidt zich bij bekoeling het grootste gedeelte daarvan af en evenzoo heeft de afscheiding van in lange naalden kristalliseerende konkinamine zeer spoedig plaats, wanneer men bij eene koud verzadigde oplossing van de basis in sterken alcohol ongeveer een gelijk volumen water voegt.

Een en ander blijkt nader uit de volgende opgaven omtrent de oplosbaarheid van konkinamine in sterken en slappen alcohol.

100 d. alcohol van 91 gew. proc. lossen bij 19^o C. op: 13.5 d. konkinamine.

100 d. alcohol van 41 gew. proc. lossen bij 18^o C. op: 0.38 d. konkinamine.

In aether is konkinamine veel meer oplosbaar dan kinamine. Terwijl namelijk 100 deelen aether bij 15^o C. slechts 2.06 d. kinamine oplossen, worden daarin 13.5 d. konkinamine opgenomen. Vooral in benzol lost dit alkaloïde zeer gemakkelijk op,

en wel 24.4 d. in 100 d. van het oplosmiddel ($t = 18^{\circ}$). In zwavelkoolstof wordt betrekkelijk weinig opgenomen, namelijk slechts 6.05 op 100 d. CS_2 bij 18° C.

In water lost konkinamine zeer moeilijk op. Eene oplossing van konkinamine-zout die $\frac{1}{4000}$ konkinamine bevat, wordt door toevoeging van natron nog troebel en zet op den duur zeer fijne kristalletjes af.

Ten aanzien van het smeltpunt van konkinamine strooken mijne waarnemingen volkomen met die van HESSE. Evenals hij vond ik dit liggende bij 123° C. De gesmoltene massa stolt na afkoeling tot een doorschijnend glas zonder eenig spoor van kristallisatie.

Het S. D. V. van konkinamine werd door mij bepaald voor oplossingen in alcohol, aether, benzol en chloroform. De uitkomsten van de daaromtrent gedane onderzoekingen zijn de volgende. Zij hebben betrekking op eene temperatuur van 15° C.

Aard van het oplosmiddel.	Aantal grammen op 100 C.C. der vloeistof.	l .	α_D^* waargenomen.	$(\alpha)_D$ berekend.
Absolute alcohol	0.8025	mm. 303.8	$4^{\circ}59'$	} \rightarrow $205^{\circ}.1$
" "	"	"	$5^{\circ} 1'$	
" "	"	"	$5^{\circ} 0'$	
" "	0.8195	"	$5^{\circ} 5'$	} \rightarrow $204^{\circ}.2$
" "	"	"	$5^{\circ} 5'$	
" "	"	"	$5^{\circ} 5'$	
" "	1.5310	"	$9^{\circ}29'$	} \rightarrow $203^{\circ}.5$
" "	"	"	$9^{\circ}27'$	
" "	"	"	$9^{\circ}28'$	
" "	2.7115	"	$16^{\circ}41'$	} \rightarrow $202^{\circ}.6$
" "	"	"	$16^{\circ}42'$	
" "	3.1540	"	$19^{\circ}25'$	} \rightarrow $203^{\circ}.0$
" "	"	"	$19^{\circ}29'$	
" "	"	"	$19^{\circ}26'$	
" "	"	"	$19^{\circ}28'$	
" "	4.0130	"	$24^{\circ}55'$	} \rightarrow $204^{\circ}.1$
" "	"	"	$24^{\circ}55'$	

*) Elk van de in kolom IV onder de rubriek α_D opgenomen cijfers is het midden van eene serie van 4 waarnemingen, in de 4 quadranten met den polarisbometer gedaan.

Aard van het oplos- middel.	Aantal gram- men op 100 C.C. der vloeistof.	l.	α_D waarge- nomen.	$(\alpha)_D$ berekend.
Absolute alcohol	4.9860	303.8	30°50'	↗ 203°5
" "	"	"	30°50'	
Alcohol 91 gew. proc.	1.7595	"	10°55'	↗ 204°3
" "	"	"	10°55'	
" "	"	"	10°57'	
" "	"	"	10°55'	
Alcohol 80 gew. proc.	1.8130	"	11°19'	↗ 205°5
" "	"	"	11°19'	
Absolute aether	0.7655	"	4°29'	↗ 192°7
" "	"	"	4°30'	
" "	"	"	4°28'	
" "	"	"	4°28'	
" "	1.1515	"	6°39'	↗ 190°6
" "	"	"	6°41'	
" "	"	"	6°41'	
" "	"	"	6°40'	
" "	1.5220	"	8°44'	↗ 188°1
" "	"	"	8°41'	
" "	"	"	8°42'	
" "	"	"	8°42'	
" "	1.6155	"	9°16'	↗ 189°0
" "	"	"	9°17'	
" "	3.0520	"	17°34'	↗ 190°7
" "	"	"	17°35'	
" "	3.0585	"	17°42'	↗ 190°5
" "	"	"	17°43'	
" "	4.6465	"	26°51'	↗ 190°3
" "	"	"	26°53'	
Zuivere chloroform *)	0.7945	"	4°14'	↗ 176°1
" "	"	"	4°16'	
" "	1.5310	"	8° 5'	↗ 173°8
" "	"	"	8° 5'	
" "	3.0500	"	15°50'	↗ 171°2
" "	"	"	15°51'	
" "	"	"	15°52'	
" "	"	"	15°52'	
Zuivere benzol	0.8955	"	4°57'	↗ 180°1
" "	"	"	4°53'	
" "	"	"	4°53'	
" "	"	"	4°54'	
" "	"	"	4°54'	

*) Chloroform uit chloraal bereid.

Aard van het oplos- middel.	Aantal gram- men op 100 C.C. der vloeistof.	l.	α_D waarge- nomen.	$(\alpha)_D$ berekend.
Zuivere benzol	1.5400	mm. 303.8	80°24'	} \nearrow 179°0.1
" "	"	"	80°25'	
" "	"	"	80°22'	
" "	"	"	80°22'	
" "	2.1285	"	11°33'	} \nearrow 178°0.6
" "	"	"	11°33'	
" "	"	"	11°33'	
" "	3.0280	"	16°23'	} \nearrow 178°0.2
" "	"	"	16°25'	
" "	"	"	16°24'	
" "	"	"	16°23'	
" "	3.4770	"	18°50'	} \nearrow 178°0.2
" "	"	"	18°49'	

Uit bovenstaande uitkomsten schijnt te blijken, dat het S D V. van konkinamine in alcoholische en aetherische oplossing bij toename van de concentratie aanvankelijk daalt maar later weder stijgt. Bij chloroform en benzol wordt dit verschijnsel niet waargenomen. Voorts is het duidelijk dat het S. D. V. van het alkaloïde in al de vier oplosmiddelen verschillend is.

Met behulp van eene graphische voorstelling leidt men voor de oplossingen in de gebezigde vloeistoffen de volgende waarschijnlijkste waarden van $(\alpha)_D$ af:

Absolute alcohol.

$\frac{p}{100 V} = 0.5$	$(\alpha)_D = \nearrow$	205°0.5
" = 1.0	" =	204°0.4
" = 1.5	" =	203°0.6
" = 2.0	" =	203°0.1
" = 2.5	" =	202°0.8
" = 3.0	" =	202°0.8
" = 3.5	" =	203°0.0
" = 4.0	" =	203°0.3
" = 4.5	" =	203°0.7
" = 5.0	" =	204°0.0

Absolute aether.

$\frac{p}{100 \text{ V}} = 1.0$	$(\alpha)_D =$ ↗	190 ^{0.7}
" = 1.5	" =	188 ^{0.8}
" = 2.0	" =	188 ^{0.7}
" = 2.5	" =	189 ^{0.6}
" = 3.0	" =	190 ^{0.5}
" = 3.5	" =	190 ^{0.7}
" = 4.0	" =	190 ^{0.7}
" = 4.5	" =	190 ^{0.6}
" = 5.0	" =	190 ^{0.5}

Chloroform

$\frac{p}{100 \text{ V}} = 0.5$	$(\alpha)_D =$ ↗	177 ^{0.4}
" = 1.0	" =	175 ^{0.4}
" = 1.5	" =	173 ^{0.9}
" = 2.0	" =	172 ^{0.8}
" = 2.5	" =	171 ^{0.9}
" = 3.0	" =	171 ^{0.3}
" = 3.5	" =	170 ^{0.7}

Benzol.

$\frac{p}{100 \text{ V}} = 0.5$	$(\alpha)_D =$ ↗	180 ^{0.9}
" = 1.0	" =	179 ^{0.8}
" = 1.5	" =	179 ^{0.2}
" = 2.0	" =	178 ^{0.7}
" = 2.5	" =	178 ^{0.4}
" = 3.0	" =	178 ^{0.2}
" = 3.5	" =	178 ^{0.1}

Combineert men de waarnemingen met oplossingen van konkinamine in waterhoudenden alcohol gedaan met die in absolu-

ten alcohol bij gelijke concentratie, zoo verkrijgt men de volgende uitkomst :

$$\frac{p}{100 V} = 1.8$$

Alcohol 100	gew. proc.	(α) _D	=	\nearrow	203 ^o .4
"	90	"	"	"	204 ^o .3
"	80	"	"	"	205 ^o .5

waaruit blijkt, dat het water van den alcohol hier een zwakken maar toch merkbaaren invloed op het S. D. V. uitoefent.

Wat de samenstelling van konkinamine betreft, zoo strooken de resultaten van mijne onderzoekingen daaromtrent volkomen met de door HESSE gegevene formule $C_{19}H_{24}N_2O_2$ (*Ber. der deutschen chem. Gesellschaft*, X, 2158).

Nadat eene voorloopige proef had geleerd, dat het uit alcohol gekristalliseerde alkaloïde geen kristalwater bevatte, werd de bij 100^o C. gedroogde verbinding geanalyseerd. Voor in de buis werd eene rol kopergeas geplaatst, die na reductie van aanhangend koperoxyd door waterstof, in een stroom zuivere stikstof was uitgegleoid

- 1) 0.2424 gr. konkinamine gaven 0.6468 gr CO₂ en 0.1751 gr. H₂O.
- 2) 0.2422 " " " 0.6490 " " " 0.1755 " "
- 3) 0.2527 " " " 0.6766 " " " 0.1804 " "
- 4) 0.3012 " " " 25.3 C.C. stikstof (vochtig gemeten) bij 11^o C. en 758.1^{mm} drukking.

Hieruit berekent men :

	1)	2)	3)	4)	$C_{19}H_{24}N_2O_2$
C	72.8	73.1	73.0	—	73.1
H	8.0	8.0	7.9	—	7.7
N	—	—	—	9.3	9.0

De analyses van het watervrij kristalliseerende broomwater-

stofzure en ioodwaterstofzure zout gaven de volgende uitkomsten :

0.5640 gr. hydrobromaat gaven 0.2650 gr. AgBr.

	Gevonden.	Berekend naar $C_{19}H_{24}N_2O_2$, BrH.
Br.	20.3	20.4

1) 0.5130 gr. hydroiodaat gaven 0.2751 gr. AgI.

2) 0.5640 " " " 0.2998 " AgI.

	Gevonden.		Berekend naar $C_{19}H_{24}N_2O_2$, IH
	1)	2)	
I	28.9	28.7	28.8

REACTIES OP KONKINAMINE.

Volgens HESSE wordt eene oplossing van een konkinamine-zout door goudchloried eveneens aangedaan als eene oplossing van een kinamine-zout. Men verkrijgt eerst een geelachtig neêrslag, maar spoedig daarop boven het neêrslag eene purperkleurige vloeistof. Platinachloorwaterstofzuur doet volgens HESSE slechts in *geconcentreerde* oplossingen een neêrslag van konkinamine-chloroplatinaat ontstaan. Naar mijne ondervinding gedraagt zich konkinamine ten aanzien van het genoemde reactief even als kinamine. Uit eene neutrale oplossing van konkinamine-hydrochlooraat verkrijgt men door eene zooveel mogelijke zuurvrije oplossing van $PtCl_6H_2$ een geel amorph neêrslag, dat, eenmaal met water uitgewasschen, slechts weinig daarin oplosbaar is. De dwaling van HESSE is zonder twijfel het gevolg daarvan, dat hij eene *zure* oplossing van konkinamine-zout met $PtCl_6H_2$ vermengde.

De isomerie van konkinamine en kinamine en de groote overeenkomst van de beide bases in chemisch karakter deed mij vermoeden, dat konkinamine tegenover een mengsel van zwavelzuur en salpeterzuur en tegenover chloorperoxyd bij overmaat van zwavelzuur dezelfde verschijnsels zou opleveren als kinamine. In die verwachting ben ik niet bedrogen en de karakteristieke reacties, die ik vroeger voor laatstgenoemde basis heb opgegeven (*Verst. en Meded.*, Deel XII,) zijn ook van toepassing op het met haar isomere alkaloïde. Alleen komt het mij voor,

dat konkinamine een weinig bestendiger is, in veel zwavelzuur opgelost langer weerstand biedt aan de werking van het chloorperoxyd, en langzamer daardoor blauw wordt gekleurd.

ZOUTEN VAN KONKINAMINE.

Het eenige kristalliseerbare zout van konkinamine, dat door HESSE wordt vermeld is het hydroïodaat. Voor zoover mijn voorraad strekte, heb ik getracht, eenige zouten van de nieuwe kinabasis te bereiden en de physische eigenschappen daarvan na te gaan. In het algemeen schijnen de zouten van konkinamine gemakkelijker te kristalliseeren en ook bestendiger te zijn dan die van kinamine.

Het *sulfaat* $2(C_{19}H_{24}N_2O_2), SO_4H_2 + xaq$ is in water zeer gemakkelijk oplosbaar. Het mocht mij niet gelukken, het in goed gekristalliseerden toestand te verkrijgen. De waterige oplossing droogde bij langzame verdamping tot eene amorphe gomachtige massa uit, waarin hier en daar kristallijne gedeelten waren te ontdekken. Voegde men bij de zeer geconcentreerde waterige oplossing van het zout een weinig absoluten alcohol, zoo stolde het mengsel tot eene stralig kristallijne massa, uit een samenweefsel van zeer fijne naaldjes bestaande. De bepaling van het kristalwater is niet uitgevoerd.

Het *hydrochloraat* $C_{19}H_{24}N_2O_2, HCl + xaq$ is insgelijks in water zeer oplosbaar en droogt tot eene gomachtige massa uit, waaraan geen spoor van kristallisatie is waar te nemen. Ook in alcohol is het zeer oplosbaar.

Het *hydrobromaat* $C_{19}H_{24}N_2O_2, HBr$ daarentegen kristalliseert zeer fraai bij bekoeling van warm verzadigde waterige oplossingen en wel watervrij in den vorm van monokline kristallen, vertoonende de combinatie $\infty P. - P. \infty \text{ } \text{ } \infty$.

Het zout lost in 25.8 d. water van $16^{\circ}C$. op, veel gemakkelijker in alcohol en water van hogere temperatuur.

De bepalingen van het soortelijk draaiingsvermogen gaven mij

*) De opgaven omtent den kristalvorm der hier te beschrijven konkinamine-zouten heb ik aan de welwillendheid van mijn ambtgenoot BEHRENS te danken

voor eene temperatuur van 16° C. en voor oplossingen in absoluten alcohol de volgende uitkomsten: *)

Aantal grammen op 100 C.C. der oplossing.	l .	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
1.1620	mm. 303.8	$6^{\circ}.25'$	\nearrow 182 ^o .7
	"	$6^{\circ}.28'$	
	"	$6^{\circ}.29'$	
1.9935	"	$10^{\circ}.58'$	\nearrow 181 ^o .0
	"	$10^{\circ}.58'$	

Uit deze gegevens berekent men voor het S. D. V. van het vrije alkaloïde $(\alpha)_D = \nearrow 228^{\circ}.1 - 230^{\circ}.0$.

Het *hydroïodaat* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, H J verkreeg ik bij kristallisatie uit water in den vorm van watervrije blaadjes, waaraan geen duidelijke kristalvorm was waar te nemen. Het lost bij 16° C. in 106 deelen water op. In alcohol en kokend water is het veel gemakkelijker oplosbaar.

De uitkomsten, verkregen bij het onderzoek naar het soortelijk draaiingsvermogen van het zout bij oplossing in absoluten alcohol en voor eene temperatuur van 16° C. waren de volgende:

Aantal grammen op 100 C.C. van de oplossing.	l .	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
1.0110	mm. 303.8	$4^{\circ}.53'$	\nearrow 162 ^o .8
"	"	$4^{\circ}.55'$	
2.2130	"	$10^{\circ}.56'$	\nearrow 162 ^o .9
"	"	$10^{\circ}.58'$	
"	"	$10^{\circ}.57'$	

Hieruit vindt men voor het S. D. V. van het alkaloïde in den vorm van hydroïodaat binnen de aangegevene grenzen van concentratie $(\alpha)_D = \nearrow 229^{\circ}.5 - 229^{\circ}.6$.

*) Het S. D. V. van het zout in waterige oplossing laat zich voor eene enkele concentratie uit de hierna te vermelden bepalingen van het S. D. V. van 't alkaloïde, zooals het zich voordoet bij oplossing in zuren, berekenen.

Van het *nitraat* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, HNO_3 werden door langzame kristallisatie uit alcohol zeer net gevormde kristallen verkregen, behoorende tot het rhombische stelsel en vertoonende de combinatie oP.P. Zoowel uit water als uit alcohol scheidt het zich bij kristallisatie watervrij af.

Bij 15° C. lost het zout in 76.1 d. water op. In alcohol en heet water wordt het veel gemakkelijker opgenomen. Dr. H. KÖHLER had de goedheid, met den onlangs door hem beschreven toestel (FRESENIUS, *Zeitschrift für analytische chemie*, XVIII, 239) eene bepaling van de oplosbaarheid in water bij 100° C. uit te voeren. De uitkomst was, dat 1 deel zout in 8, 1 deelen water werd opgelost.

Het soortelijk draaiingsvermogen van het zout bij oplossing in absoluten alcohol is slechts voor ééne enkele concentratie onderzocht. Ziehier de uitkomst:

Aantal grammen op 100 C.C. van de oplossing.	<i>l.</i>	α_D Gevonden.	$(\alpha)_D$ Berekend.
1.2685	mm. 303.8	$7^{\circ}.18'$	↗ 190 ^o .0
"	"	$7^{\circ}.18'$	
"	"	$7^{\circ}.19'$	

Voor het S. D. V. van het alkaloïde in den vorm van nitraat berekent men hieruit $(\alpha)_D = \nearrow 228^{\circ}.6$.

Het *chloraat* $C_{14}H_{24}N_2O_2$, $HClO_3$ kristalliseert uit water en alcohol in den vorm van monokline naalden, die watervrij zijn. Aan enkele individuen was de combinatie ∞ P. \mp ∞ waar te nemen. Het lost in 104 deelen water van 16° C. op, gemakkelijker in kokend water. In kouden absoluten alcohol is het ook niet sterk oplosbaar; althans het was ondoenlijk het S. D. V. te bepalen van eene oplossing die slechts 0.4 gr. zout op 20 C.C. abs. alcohol bevatte, omdat bij bekoeling een groot deel van het zout uitkristalliseerde.

De bepaling van het soortelijk draaiingsvermogen, met eene oplossing in absoluten alcohol van geringe concentratie verricht, leverde het volgende resultaat ($t = 16^{\circ}$ C.).

Aantal grammen op 100 C.C. der oplossing.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.9150	mm. 303.8'	50.6' }	↗ 1840.0
"	"	50.8' }	

waaruit voor het S. D. V. van het alkaloïde zelf de waarde $(\alpha)_D = \nearrow 2340.0$ berekend wordt.

Het *perchloraat* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, $HClO_4$ kristalliseert uit eene warme oplossing in water in den vorm van watervrije lange naalden. Door langzame verdamping van eene alcoholische oplossing verkreeg ik meer regelmatige korte en dikke kristallen die eveneens watervrij waren, tot het monokline stelsel behoorden en eene gedaante vertoonden, die òf tot de combinatie $\infty P. \infty \text{K} \infty. P. oP$ òf tot $\infty P. \infty \text{K} \infty. \pm \text{P} \infty. oP$ moeten worden teruggebracht.

Het zout lost in 396 deelen water van 16° C. op. In kouden alcohol is het niet zeer gemakkelijk, in kokend water en kokenden alcohol eenigzins beter oplosbaar.

De bepalingen van het S. D. V. van het zout, zooals het zich voordoet in eene oplossing in absoluten alcohol, gaven de volgende uitkomst ($t = 16^0$ C.).

Aantal grammen op 100 C.C. der oplossing	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.7100	mm 303.8	30.46' }	↗ 1750.4
"	"	30.48' }	
"	"	30.48'5 }	
"	"	30.455' }	
1.4755	"	70.48' }	↗ 1750.0
"	"	70.50' }	
"	"	70.49' }	

Voor het vrije alkaloïde in den vorm van perchloraat berekent men hier uit $(\alpha)_D = \nearrow 2310.4 - 2310.8$.

Het *chloroplatinaat* 2 ($C_{19}H_{24}N_2O_2, HCl$), $PtCl_4 + 3H_2O$ gevormd door toevoeging van eene oplossing van platinachloor-

waterstofzuur aan eene oplossing van neutrale chloorwaterstofzure konkinamine, doet zich voor als een oranjegeel amorph neerslag, dat, éénmaal met water uitgewasschen, slechts weinig daarin oplosbaar is; naar mij voorkomt echter iets meer dan het overeenkomstige kinaminezout.

De aan de lucht gedroogde verbinding is tamelijk bestendig en kan straffeloos bij 115° C. verhit worden. In aanraking met water wordt zij daarentegen allengs ontleed en neemt zij, even als het kinamine-chloroplatinaat, eene rozeroode kleur aan. De slappe oplossing van het zout, in papier ingezogen, wordt bij het indrogen blauw.

De boven aangegevene formule steunt op de uitkomsten van de volgende analyses:

1) 0.3875 gr. luchtdroog zout verloren bij drogen op 115° C. 0.0174 gr. water,

	Gevonden	Berekend (3 H ₂ O)
	4.5	5.0
2) 0.1647 gr. bij 115° C. gedroogd zout gaven		0.0315 gr. Pt *)
3) 0.1848 gr. " " " " "		0.1500 gr. AgCl.
4) 0.4447 gr. " " " " "		0.7164 gr. CO ₂ en 0.2157 gr. H ₂ O.

	Gevonden			Berekend
	2)	3)	4)	2 (C ₁₉ H ₂₄ N ₂ O ₂ , HCl), Pt Cl ₄ †)
C	—	—	44.0	44.0
H	—	—	5.4	4.8
Cl	—	20.1	—	20.5
Pt	19.1	—	—	19.1

*) Bij de bereiding van het chloroplatinaat van kinamine en konkinamine behoort men goed toe te zien, dat de platina-oplossing geen platinochlorid (Pt Cl₂) bevat, dewijl in dat geval het zout onzuiver is en een te hoog platinagehalte levert. Een praeparaat, dat ik met dergelijk onzuiver platinachloorwaterstofzuur had bereid, was bruinachtig van kleur en gaf na het drogen op 115° C. bij de analyse 22.3 in plaats van 19.1 proc. platina, zoodat ik aanvankelijk geloofde dat de samenstelling daarvan analoog kon zijn aan die van een chloroplatinaat van cinchonine, 3 (C₂₀H₂₄N₂O, HCl), 2 Pt Cl₄ waarvan door HESSE melding wordt gemaakt. Bij het gebruik van zorgvuldig gezuiverd platinachloorwaterstofzuur verkreeg ik later de hierbovenvermelde uitkomsten. Het vermoeden is sedert bij mij opgekomen, dat het bovenvermelde cinchoninezout geene zuivere verbinding was, en dat de door HESSE vermelde stof wegens het bezigen van een Pt Cl₂-houdend reactief een te hoog platinagehalte opleverde.

†) Eerst thans bemerk ik dat ik vroeger in mijne „Bijdrage tot de kennis der

Het *formiaat* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, CH_2O_2 kristalliseert uit oplossingen in water of alcohol in den vorm van watervrije monokline kristallen, die de combinatie $\infty P, \infty \mathcal{P}$. P vertoonen.

De samenstelling van het zout werd bepaald, door eene gewogene hoeveelheid daarvan met natronloog neer te slaan en het afgescheiden alkaloïde uit te wasschen, te drogen en te wegen. Ik vond zoo doende 87.0 proc. alkaloïde; de formule van het watervrije zout vordert een gehalte van 87.1 proc.

Bij 100^0 C. ondergaat het zout een gering gewichtsverlies door het ontwijken van mierenzuur. Het is bij die temperatuur bestendiger dan het acetaat.

Mierenzure konkinamine lost bij 15^0 C. in 10.77 d. water op. In warm water en in alcohol wordt veel meer daarvan opgenomen.

De uitkomsten van het onderzoek naar het soortelijk draaiingsvermogen van het zout bij oplossing in absoluten alcohol en voor eene temperatuur van 16^0 C. waren de volgende:

Aantal grammen in 100 C.C. van de oplossing.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.8840	mm. 303.8	$5^0.15'5$	↗ 195 ^o .8
"	"	$5^0.15'5$	
1.7850	"	$10^0.28'$	↗ 193 ^o .0
"	"	$10^0.28'$	

Hieruit berekent men voor het S. D. V. van het vrije alkaloïde $(\alpha)_D = \swarrow 222.6 - 224.7$.

Het *acetaat* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, $C_2H_4O_2$ kristalliseert bij langzame verdamping uit eene waterige oplossing in prachtige groote watervrije kristallen die tot het tetragonale stelsel behooren en de combinatie $\infty P, P$ vertoonen. Het lost in 10.11 deelen water van $13^0 5$ C. op, veel gemakkelijker in alcohol en kokend water.

kinamine," voor het koolstofgehalte van het chloroplatinaat verkeerd 43.0 proc. heb aangegeven. Het cijfer 44.0 is het juiste.

Dat het zout watervrij is, blijkt uit het gehalte aan alkalöide. Dit bedroeg volgens eene quantitative bepaling, verricht even als bij de beschrijving van het formiaat is aangegeven, 82.8 proc., terwijl de formule van het watervrij zout 83.0 proc. vordert.

Bij 100° C. verliest het allengs aan gewicht door het ontwijken van azijnzuur.

Voor het soortelijk draaiingsvermogen van het zout, zooaals het zich voordoet in eene oplossing in absoluten alcohol bij 16° C., werd het volgende gevonden:

Aantal grammen op 100 CC. van de op- lossing.	<i>l.</i>	α_D	$(\alpha)_D$
0.9210	mm. 303.8	50.4'	↗ 181°0
"	"	50.5'	
"	"	50.4'	
1.8395	"	90.59'	↗ 179°0
"	"	100. 1'	
"	"	100. 1'	

Voor het S. D. V. van het vrije alkalöide binnen de aangegevene grenzen van concentratie wordt hieruit afgeleid $(\alpha)_D = \nearrow 213^0.5 - 215^0.8$.

Het *oxalaat* $(C_{19}H_{24}N_2O_2)_2$, $C_2H_2O_4 + 3 H_2O$ scheidt zich uit eene warm verzadigde oplossing bij bekoeling af in den vorm van rhombische kristallen, vertoonende de combinaties P. o P; $\infty \bar{P} \infty$, $\infty \check{P} \infty$, 0 P en P. $\check{P} \infty$. $\bar{P} \infty$. 0 P.

Het lost in 82.33 deelen water van 17° C. op, maar veel gemakkelijker in heet water en in alcohol.

De samenstelling van het zout werd opgemaakt uit de uitkomsten eener bepaling van het gehalte aan basis. Ik verkreeg voor het gehalte aan konkinamine 81.0 proc De bovenstaande formule eischt een gehalte van 81.2 proc.

Bij verhitting op 100° C. wordt het zout niet veranderd, doch bij ongeveer 115° C. smelt het onder verlies van 9.7 proc. van zijn gewicht. Daarbij wordt het eenigszins donker gekleurd; scheidt men uit het zout na oplossing in verdund

zuur de basis door natronloog af, zoo blijkt dit geene konkina-
mine te zijn, maar een lichaam, daaruit onder den invloed van
het zuringzuur ontstaan, en dat, voor zoover ik heb kunnen
nagaan, met de door HESSE ontdekte *apokinamine* overeenkomt.
Immers de basis kristalliseert niet meer uit alcohol, maar scheidt
zich bij verdamping daarvan amorph af. Het hydrochlooraat is
in water gemakkelijk oplosbaar en amorph; door toevoeging van
geconcentreerd zoutzuur en salpeterzuur aan de oplossing van
het zout in water ontstaan amorphe olieachtige nederslagen.

Wordt de identiteit van deze basis met *apokinamine* beves-
tigd, dan mag de bedoelde omzetting zeker verwondering
wekken, daar men eerder, even als bij den invloed van zwa-
velzuur op kinamine, onder analoge omstandigheden de vorming
van kinamicine zou verwachten.

Het gewichtsverlies, dat het oxalaat bij verhitting op ongeveer
115° C. ondergaat, komt overeen met het ontwijken van 3 molecu-
len kristalwater en één molecule H₂O, die bij den overgang van
konkinamine in apokinamine afgescheiden wordt. (De berekening
geeft 9.2 proc.). Bij verdere verhitting wordt de massa steeds
donkerder en verliest dan allengs nog meer aan gewicht.

De uitkomsten, verkregen bij de bepaling van het S. D. V.
van het gekristalliseerde oxalaat in absoluten alcohol waren de
volgende voor $t = 16^0$ C.

Aantal grammen in 100 C.C. van de op- lossing.	l .	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
1.0315	mm. 303.8	50.6 ^{'5}	↗ 163°.
"	"	50.6 ^{'5}	
"	"	50.7'	
1.5250	"	70.31 ^{'5}	↗ 162°.
"	"	70.33'	
"	"	70.32	

Hieruit berekent men voor het S. D. V. van het alkaloïde
in den vorm van oxalaat $(\alpha)_D = \nwarrow 200.6$.

Het *tartraat* (C₁₉H₂₄N₂O₂)₂, C₄H₆O₆ + xH₂O is in koud
water zeer oplosbaar en droogt onder den exsiccator tot eene
doorschijnende amorphe massa uit.

SOORTELIJK DRAAIINGSVERMOGEN VAN KONKINAMINE BIJ
OPLOSSING IN EENE OVERMAAT VAN ZUUR.

Even als ik zulks vroeger met de andere kina-alkaloïden heb verricht, werd bij het onderzoek naar den invloed, dien zuren in overmaat op het S. D. V. van het alkaloïde uitoefenen, ongeveer 1 molecule konkinamine (in milligrammen uitgedrukt) in de gewenschte hoeveelheid getitreerd zuur opgelost en dan de vloeistof tot een volumen van 20 C.C gebracht. Met salpeterzuur, chloorzuur en overchloorzuur konden deze proeven niet genomen worden, omdat het nitraat, chloraat, en perchloraat van konkinamine te weinig in water oplosbaar zijn. Ofschoon het oxalaat insgelijks in water bij gewone temperatuur slecht oplosbaar is, zoo was het toch mogelijk, 1 molecule konkinamine na zachte verwarming, tijdelijk opgelost te houden in eene hoeveelheid aangezuurd water, die strikt genomen op den duur daartoe ontoereikend zou zijn.

De uitkomsten van het onderzoek, dat steeds bij 16° C. plaats had zijn de volgende:

Chloorwaterstofzuur.

Gewicht aan konkinamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen ClH op 1 mol. alkaloïde.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$\alpha_{(D)}$ Berekend.
0.3091 gr.	1	mm. 303.8	100.38'	↗ 2260.2
" "	"	"	100.38'	
0.3096 "	2	"	100.40'	↗ 2260.8
" "	"	"	100.39'	
" "	"	"	100.41'	↗ 2270.8
0.3092 "	4	"	100.43'	
" "	"	"	100.42'	↗ 2260.9
" "	"	"	100.42'	
0.3075 "	8	"	100.36'	↗ 2250.8
" "	"	"	100.36'	
0.3113 "	20	"	100.41'	↗ 2250.8
" "	"	"	100.41'	

Broomwaterstofzuur.

Gewicht aan konkinamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen BrH op 1 mol. alkaloid.	l.	α_D Waargenomen.	$\alpha_{(D)}$ Berekend.
0.3099 gr.	1	mm. 308.8	100.45'	↗ 2280.3
" "	"	"	100.45'	
0.3068 "	2	"	100.39'	↗ 2280.4
" "	"	"	100.39'	
" "	"	"	100.37'	
0.3073 "	4	"	100.37'	↗ 2270.8
" "	"	"	100.37'	
" "	"	"	100.37'	

Mierenzuur.

Gewicht aan konkinamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen CH ₂ O ₂ op 1 mol. alkaloid.	l.	α_D Waargenomen.	$\alpha_{(D)}$ Berekend.
0.3055 gr.	1	mm. 303.8	100.30'	↗ 2260.3
" "	"	"	100.31'	
" "	"	"	100.29'	
0.3120 "	2	"	100.48'	↗ 2270.8
" "	"	"	100.48'	
" "	"	"	100.49'	
0.3113 "	4	"	100.45'	↗ 2270.2
" "	"	"	100.44'	
" "	"	"	100.46'	
0.3116 "	10	"	100.46'	↗ 2270.1
" "	"	"	100.44'	
" "	"	"	100.45'	
0.3091 "	20	"	100.39'	↗ 2260.8
" "	"	"	100.40'	
" "	"	"	100.38'	

Azijnzuur.

Gewicht aan konkinamine op 20 C.C. van de oplossing,	Aantal moleculen $C_2H_4O_2$ op 1 mol. alkaloïde.	l.	α_D Waargenomen.	$\alpha_{(D)}$ Berekend.
0.3029 gr.	1	mm. 303.8	100.29'	} \rightarrow 2280.2
" "	"	"	100.30'	
" "	"	"	100.30'	
" "	"	"	100.31'	
0.3127 "	2	"	100.51'	} \rightarrow 2280.4
" "	"	"	100.51'	
" "	"	"	100.50'	
0.3090 "	4	"	100.45'	} \rightarrow 2290.0
" "	"	"	100.45'	
0.3121 "	10	"	100.52'	} \rightarrow 2280.8
" "	"	"	100.50'	
" "	"	"	100.51'	
0.3074 "	20	"	100.41'	} \rightarrow 2280.4
" "	"	"	100.40'	
" "	"	"	100.40'	

Zwavelzuur.

Gewicht aan konkinamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen SO_4H_2 op 1 mol. alkaloïde.	l.	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.3066 gr.	$1/2$	mm. 303.8	100.37'	} \rightarrow 2280.5
" "	"	"	100.39'	
" "	"	"	100.39'	
0.3074 "	1	"	100.42'	} \rightarrow 2290.1
" "	"	"	100.42'	
" "	"	"	100.42'	
0.3082 "	2	"	100.44'	} \rightarrow 2290.2
" "	"	"	100.44'	
0.3087 "	4	"	100.42'	} \rightarrow 2270.9
" "	"	"	100.40'	
" "	"	"	100.42'	
0.3093 "	10	"	100.40'	} \rightarrow 2270.2
" "	"	"	100.41'	
" "	"	"	100.41'	

Zuringzuur.

Gewicht aan konkingamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen $C_2H_3O_4$ op 1 mol. alkaloiden.	l.	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.3085 gr.	$\frac{1}{2}$	mm. 303.8	100.39'	} \rightarrow 2270.5
" "	"	"	100.41'	
" "	"	"	100.38'	
0.3079 "	1	"	100.40'	} \rightarrow 2280.0
" "	"	"	100.40'	
" "	"	"	100.40'	
0.3089 "	2	"	100.41'	} \rightarrow 2280.0
" "	"	"	100.43'	
" "	"	"	100.41'	
0.3113 "	4	"	100.46'	} \rightarrow 2270.5
" "	"	"	100.45'	
0.3086 "	9	"	100.39'	} \rightarrow 2270.2
" "	"	"	100.39'	
" "	"	"	100.39'	

Phosphorzuur.

Gewicht aan konkingamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen PO_4H_3 op 1 mol. alkaloiden.	l.	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.3098 gr.	1 *)	mm. 303.8	100.41	} \rightarrow 2270.0
" "	"	"	100.41	
0.3057 "	3	"	100.38'	} \rightarrow 2280.9
" "	"	"	100.38'	
0.3091 "	5	"	100.41'	} \rightarrow 2270.9
" "	"	"	100.43'	
" "	"	"	100.42'	
0.3124 "	8	"	100.49'	} \rightarrow 2270.9
" "	"	"	100.52'	
" "	"	"	100.49'	

*) Met $\frac{1}{3}$ en $\frac{2}{3}$ molecule Phosphorzuur kon het alkaloiden zelfs bij zachte verwarming niet in oplossing worden gebracht.

BESCHOUWINGEN NAAR AANLEIDING VAN DE BOVEN MEDEGEDEELDE
 UITKOMSTEN OMTRENT HET VERBAND TUSSCHEN SCHEIKUNDIG
 KARAKTER EN SOORTELIJK DRAAIINGSVERMOGEN.

In mijne bijdrage tot de kennis der kinamine maakte ik opmerkzaam op het feit, dat het S. D. V. van dit alkaloid bij oplossing in zeer verschillende, met water verdunde zuren onder overigens gelijke omstandigheden nagenoeg hetzelfde was, en dat wanneer de ter oplossing van het alkaloid strikt noodige hoeveelheid zuur (1 molec. van een éénbasisch of $1\frac{1}{2}$ molec. van een tweebasisch zuur op 1 molec. kinamine) was toegevoegd, voor het S. D. V. reeds dadelijk een cijfer werd verkregen, dat slechts weinig verschilde van de waarde, die bij groote overmaat van hetzelfde zuur werd gevonden.

Deze opmerkelijke afwijking van hetgeen bij het onderzoek omtrent den invloed van zuren op het S. D. V. van de vier meer bekende kinabasis was gevonden, trachtte ik toen te verklaren door de omstandigheid, dat kinamine blijkens de analyse van het chloroplatinaat eene eenzुरige basis was. Wanneer het alkaloid bij verzadiging met verschillende zuren tot neutrale zouten hetzelfde S. D. V. aannam, onverschillig welk zuur tot de vorming van het zout had bijgedragen; wanneer bij verdere toevoeging van zuur geene belangrijke verhooging van het S. D. V. werd waargenomen en de tweezurige bases kinine, kinidine, cinchonidine en cinchonine zich vooral ten opzichte van de organische zuren geheel anders gedroegen, dan meende ik te mogen aannemen, dat in het eenzुरige karakter der kinamine de oorzaak moest liggen, van de veel geringe veranderlijkheid van het S. D. V.

De bovenstaande onderzoekingen omtrent den invloed van zuren op het S. D. V. van konkinamine werden ondernomen, bepaald met het doel, om de vroeger door mij geuite hypothese te toetsen. Ik had reden, om te vermoeden dat konkinamine, als isomeer van kinamine en daarmede in vele eigenschappen overeenkomende, insgelijks éénzुरig zou zijn; en de uitkomsten van de analyse van het chloroplatinaat toonden, dat dit vermoeden juist was.

Even als bij kinamine zien wij nu ook bij de daarmede iso-

mere basis dezelfde verschijnselen ten aanzien van de wijziging van het S. D. V. onder den invloed van zuren. Dit zal gemakkelijk blijken uit het volgende tabelletje.

S. D. V. VAN KONKINAMINE ONDER DEN INVLOED VAN ZUREN.

Naam van het zuur.	$(\alpha)_D$ bij vorming van neutraal zout.	$(\alpha)_D$ als maximum bij toevoeging van een overmaat van zuur
Chloorwaterstofzuur.	\nearrow 2260.2	\nearrow 2270.8
Broomwaterstofzuur.	2280.3	2280.8
Mierenzuur.	2260.3	2270.8
Azijnszuur.	2280.2	2290.0
Zwavelzuur.	2280.5	2290.2
Zuringzuur.	2270.5	2280.0
Phosphorzuur.	—	2280.9

Ook bij konkinamine zien wij dat het S. D. V. onder den invloed van zeer verschillende zuren nagenoeg gelijk is en bijna het maximum heeft bereikt, wanneer het aan de ter vorming van een neutraal zout noodige hoeveelheid zuur is gebonden.

De vroeger geuite hypothese wint daardoor veel aan waarschijnlijkheid. Maar het blijft wenschelijk, haar door het onderzoek naar het S. D. V. van andere eenzुरige bases, bijv. van strychnine, brucine, morphine en dergelijke te bevestigen.

Opmerkelijk is het, dat het onderzoek van de oplossingen der neutrale konkinamine zouten in absoluten alcohol waarden voor het S. D. V. gaf, die op watervrij alkaloiden berekend, tamelijk sterk onderling afwijken. Immers ik vond voor het S. D. V. van konkinamine onder gelijken concentratiegraad:

Bij het hydrobromaat	$(\alpha)_D = \nearrow$	2300.1
" " hydroiodaat		2290.6
" " nitraat		2280.6
" " chloraat		2340.0
" " perchloraat		2310.8
" " formiaat		2240.7
" " acetaat		2150.8
" " oxalaat		2000.6

Men ziet, dat de waarden voor het S. D. V. van konkinamine, berekend uit de S. D. V. der vijf eerste zouten tamelijk goed overeenstemmen, maar vrij wat grooter zijn dan die welke uit de S. D. V. der drie laatste zouten zijn afgeleid.

Ik wil trachten hiervan eene verklaring te geven, zonder eenigermate te willen beweren, dat zij de juiste is en meer bepaald met het doel, om bij verder onderzoek een leidraad te hebben.

Het is bekend, dat vele organische zuren door alkaloiden slechts in zwakke mate worden gebonden; vele formiaten, acetaten worden door verhitting van hunne oplossingen of door verwarming in drogen toestand gedeeltelijk ontleed, onder verlies van zuur. Wij zagen boven, dat het formiaat en acetaat van konkinamine deze eigenschap ook bezitten.

Het komt mij nu niet onwaarschijnlijk voor, dat dergelijke zouten bij oplossing in alcohol eveneens gedeeltelijk ontleed worden en in dat geval moet het S. D. V. van het zout kleiner schijnen dan het inderdaad is, omdat het S. D. V. van het vrije alkaloid in absoluten alcohol slechts $\pm 204^{\circ}$ C. bedraagt.

Het oxalaat zou dan, wanneer deze redeneering steek hield, geheel ontleed moeten zijn; wij berekenen voor het S. D. V. van het alkaloid uit dat van het oxalaat zelfs een cijfer dat iets kleiner is dan 204; maar wellicht laat zich dit verklaren door den invloed van het door ontleding vrij geworden zuringzuur.

Het onderzoek naar het S. D. V. van kinamine-zouten in alcoholische oplossing is vroeger slechts met een drietal verbindingen uitgevoerd namelijk het nitraat, hydroiodaat en perchloraat en de waarden voor het S. D. V. van kinamine, uit de uitkomsten daarvan afgeleid, bleken nagenoeg gelijk te zijn. Hier hebben wij weder te doen met zouten van 3 anorganische zuren, die als zoogenaande *sterke* zuren bekend zijn en alkaloiden veel vaster schijnen te binden dan zuren als azijnzuur en mierenzuur.

R A P P O R T

OVER EENE VERHANDELING VAN DEN HEER

Dr. D. J. KORTEWEG,

GETITELD:

ALGEMEENE THEORIE DER PONDEROMOTO- RISCHE KRACHTEN.

UITGEBRACHT IN DE VERGADERING VAN 29 MAART 1879.

De Commissie benoemd in Uwe vergadering van 1 Febr. ll., ten einde advies uit te brengen over de verhandeling van den Heer Dr. D. J. KORTEWEG getiteld: Algemeene theorie der ponderomotorische krachten, ziet zich, alvorens hare taak te volbrengen, verplicht medetedeelen, dat een der beide leden, de Heer VAN DER WAALS, door ziekte verhinderd werd op te geven, in welk opzicht hij van zijn medegecommitteerde omtrent sommige punten van het volgende rapport verschilt, dat dit echter de conclusie niet raakt, waaromtrent hij geheel instemt.

De commissie heeft derhalve gemeend, ten einde verdere vertraging te voorkomen, niet langer met het uitbrengen van haar rapport te mogen wachten en heeft de eer het volgende ter Uwer kennis te brengen:

De schrijver stelt zich ten doel, terwijl hij de electromotorische krachten, die tusschen electriche stroomen werkzaam zijn, buiten beschouwing laat, voor de ponderomotorische werking tusschen geleiders van electriche stroomen eene meer algemeene theorie te ontwikkelen dan tot dusver bestond; hij zet zijn plan duidelijk in het eerste gedeelte, de inleiding, uiteen, die met

een korte historisch 'overzicht der voornaamste theoriën sedert AMPÈRE aanvangt.

De hypothesen, die men thaus nog te hulp moet roepen om tot eene bewijsvoering der wet van AMPÈRE te geraken, laten zich volgens den schrijver tot een viertal zamenvatten:

1^o. De ponderomotorische krachten tusschen twee stroomelementen zijn evenredig met de lengten der elementen en met de stroomsterkten.

2^o. Die krachten zijn verder afhankelijk van de ligging der beide elementen ten opzichte van elkander.

3^o. Men mag de krachtwerkingen tusschen twee elementen vervangen door die tusschen hunne zoogenaamde componenten.

4^o. Er bestaan tusschen twee stroomelementen geene ponderomotorische krachten buiten de verbindingslijn en geen richtende koppels.

Terwijl geene electrodynamische theorie bestaat, waarin niet de drie eerste hypothesen werden aangenomen en alle deze theoriën voor gesloten stroomen tot dezelfde krachtwerkingen leidden, werd de 4^e hypothese omtrent de richting en den aard der werking herhaaldelijk door andere vervangen en wel het eerst door GRASSMANN, later door HELMHOLTZ. Wanneer zulke theoriën, even als die van AMPÈRE, steeds verdedigers vinden, meent de Heer KORTEWEG terecht, dat het nut eener meer algemeene theorie, waarbij de vierde hypothese niet gesteld wordt en dus de richting en aard der kracht niet vooraf worden bepaald, bezwaarlijk kan worden ontkend. Zoodanige theorie zal de theorien van AMPÈRE, GRASSMANN en HELMHOLTZ als bijzondere gevallen in zich sluiten en hunne onderlinge verhouding aan het licht stellen.

De schrijver wil dan die 4^e hypothese door eene meer algemeene opvatting vervangen, waarbij men 1^o. wat de richting der kracht betreft, slechts eischt dat aan de wet van symetrie voldaan wordt, 2^o. bij de werking van stroomelementen ook koppels opneemt; dit laatste was nog nimmer gedaan.

In het tweede gedeelte, het hoofddeel zijner verhandeling, ontwikkelt de schrijver zijne theorie, wier eigenaardigheid behalve in het aannemen van koppels nog in het invoeren der krachten loodrecht op de verbindingslijn en in het niet daadlijk aannemen van de wet van actie en reactie bestaat.

Het optreden der koppels staat hier blijkbaar met de aantrekking van evenwijdige, gelijk gerichte stroomen in verband en hoewel tegen hunne invoering geen bezwaar schijnt te bestaan, die invoering als een gevolg der symetrierwet geschiedt, waarbij de richting der assen behoorlijk wordt aangegeven, ware eene meer uitvoerige behandeling van dit punt wenschelijk geweest. Eene nadere aanduiding omtrent het recht van bestaan dezer koppels, van hunne eigenaardige beteekenis bij werking op afstand, diende meer grondig te zijn nagegaan. Hun optreden schijnt toch van overwegend gewicht ter verklaring van tal van electriche en magnetische verschijnselen en wanneer tot dusverre de invoering dier grootheden achterwege bleef, moet het betreurd worden, dat de schrijver zich tot eene bloote mathematische ontwikkeling bepaalt en noch op deze plaats, noch ergens in de verhandeling, dit punt behoorlijk ter sprake brengt.

De werking tusschen twee stroomelementen wordt dan niet door eene enkele formule, doch door zes uitdrukkingen gegeven: de drie composanten der electriche kracht, welke de schrijver in navolging van MAXWELL volgens richtingen beschouwt respectiyelijk evenwijdig aan die der beide stroomelementen en hunne verbindingslijn, verder de drie composanten van de assen der koppels volgens dezelfde richtingen.

In deze uitdrukkingen nu komen zeven functiën voor, waarvan vier betrekking hebben op de krachten, drie op de koppels. Ten einde deze te bepalen gaat schrijver van het feit uit, dat voor gesloten stroomen de krachtwerking bekend mag beschouwd worden en overeenkomt met de theorie van AMPÈRE; uit de krachtwerkingen van gesloten stroomen op elkander en van een gesloten stroom op een stroomelement worden vier betrekkingen tusschen deze functiën gevonden, zoodat drie onbepaalde functiën overblijven; wil men de wet van actie gelijk reactie aannemen dan zou nog slechts ééne onbepaalde functie overblijven, die eindelijk geheel verdwijnt als men nog aanneemt dat op gewone stroomelementen geen koppels werkzaam zijn.

Bij het aanbieden dezer verhandeling werd door den tweeden ondergeteekende opgemerkt, dat de Heer KORTEWEG om tot deze vier betrekkingen te geraken de werking van oneindig kleine (elementair) stroomen op elkander en op een stroomelement be-

rekent in plaats van de betrekkingen af te leiden uit de werking van gesloten stroomen van eindige afmeting op elkander en op een stroomelement, wat, daar de proeven toch genomen worden met stroomen van eindige afmetingen, natuurlijker schijnt. Zulks is door hem verricht in een afzonderlijk betoog als ahangsel tot de verhandeling van den Heer KORTEWEG gevoegd.

Terwijl dan drie onbekende functiën moeten overblijven, treedt de schrijver niet in een nader onderzoek dier grootheden, breekt, wat te bejammeren schijnt, hier zijne theorie af om nu de bestaande theoriën op electrodynamisch gebied aan zijne formules te toetsen en te doen zien dat zij allen uit zijn meer algemeene theorie kunnen worden afgeleid. Dit vormt het derde en laatste gedeelte zijner verhandeling.

Achterevolgens worden de theoriën besproken van AMPÈRE, van GRASSMANN, waarbij alle ponderomotorische krachten loodrecht staan op het element waarop zij werken, van STEFAN, die beide theoriën tot één tracht te brengen. Hierop volgt de potentiaaltheorie; na eene korte uiteenzetting van de betrekkingen, die tusschen de functiën ontstaan als men aanneemt dat de krachten eene potentiaal bezitten, welk gedeelte echter aan duidelijkheid van voorstelling te wenschen over laat, wordt aangetoond dat krachtwerkingen tusschen zoogenaamde onvolledige elementen, d. i. tusschen zulke als AMPÈRE onderstelt, geen potentiaal bezitten kunnen.

Deze potentiaaltheorie wordt met die van NEUMANN en HELMHOLTZ vergeleken. Zij laat zich met beide vereenigen. Schrijver bepaalt de waarden die de functiën alsdan verkrijgen; het blijkt dat ook dan koppels moeten aangenomen worden al zijn zij door HELMHOLTZ niet uitdrukkelijk vermeld. Een onderzoek omtrent de werkingen van en op onvolledige stroomelementen sluit zich hierbij aan; de gegevene formules maken het o. a. mogelijk ieder met deze algemeene theorie verkregen resultaat om te zetten in de theorie van HELMHOLTZ.

Na bij het onderzoek van WAND te hebben stilgestaan, worden ten slotte kortelijk de theorie van WEBER en de nieuwe theorie van CLAUSIUS besproken; de eerste leidt voor de ponderomotorische krachten tot de wet van AMPÈRE, de tweede tot de wet van GRASSMANN.

De schrijver eindigt zijn arbeid door 1^e op te merken, dat diëlectrische polarisatie aan zijne formulen geen schade doet, daardoor alleen de functiën gewijzigd worden 2^e de stootwerking eener statische ontlading te bespreken en op te merken, dat als een der stroomen door eene zoodanige ontlading vervangen wordt, men niet met de krachten en koppels zelve, doch met hunne impulsien te doen krijgt.

Over het geheel kan de verhandeling van den Heer KORTEWEG als eene werkelijke uitbreiding der electrodynamica beschouwd worden. Veel grooter ware echter de verdienste dezer algemeene theorie geweest, zoo de schrijver had stilgestaan bij wat GAUSS den hoeksteen der electrodynamica genoemd heeft, n. l. eene voortplanting der electriche werking met den tijd. Eene algemeene theorie der ponderomotorische krachten mag deze hangende questie niet geheel stilzwijgend voorbijgaan.

Doch al moge men op verschillende plaatsen dezer verhandeling eene meer grondige discussie, eene meer tot in alle consequentien doorgaand onderzoek wenschelijk achten, toch moet deze poging om de wetenschap te bevorderen als een arbeid, die van veel kennis getuigt, als een inderdaad verdienstelijk werk beschouwd worden.

De Commissie meent voor de opname dezer verhandeling in de werken der Akademie te mogen adviseren.

de Commissie voornoemd:

C. H. C. GRINWIS.

J. D. VAN DER WAALS.

Amsterdam, 29 Maart 1879.

TEMPERATUURBEPALINGEN

IN EEN

PUT VAN 369 METERS DIEPTE TE UTRECHT.

MEDEGEDEELD DOOR

P. H A R T I N G.

Reeds herhaaldelijk *) heb ik de aandacht der Akademie bepaald bij de voor de geologie van onzen vaderlandschen bodem gewichtige resultaten, verkregen bij eenige diepe putboringen die in den loop der laatste jaren te Utrecht verricht zijn. Later hoop ik daarop nog iets uitvoeriger terug te komen en dan daaraan tevens de beschrijving toe te voegen van de diepere lagen die sedert mijne jongste mededeeling doorboord zijn, totdat eene diepte van 369.5 meter bereikt is. Op die aanmerkelijke diepte gekomen, moest het werk gestaakt worden door het afbreken der boor, en, toen deze eindelijk na veel moeite uit het boorgat verwijderd was, bleek de 16 centimeters wijde ijzeren boorbuis zoo vast in het boorgat te zitten, dat het in weerwil van langdurige voortgezette pogingen niet gelukken mocht deze dieper te doen dalen.

*) Een woord over eenige putboringen te Utrecht, *Verlagen en Mededeelingen*, 1872. 2de Reeks. Dl. VI

De bodem van het Eemdal, *Versl. en Meded.* 1874. Dl. VIII, p. 182, bepaaldelijk p. 290.

Bijdrage tot de kennis der geologische gesteldheid van den bodem onder Utrecht en van het Eemdal, *Versl. en Meded.* 1875. Dl. IX.

Ook de Heer Dr. A. D. VAN RIEMSDIJK heeft in de *Verlagen van de verrichtingen der Gezondheids-commissie* over de jaren 1872—1878 herhaaldelijk den toestand dezer putboringen beschreven.

Fig. 3.

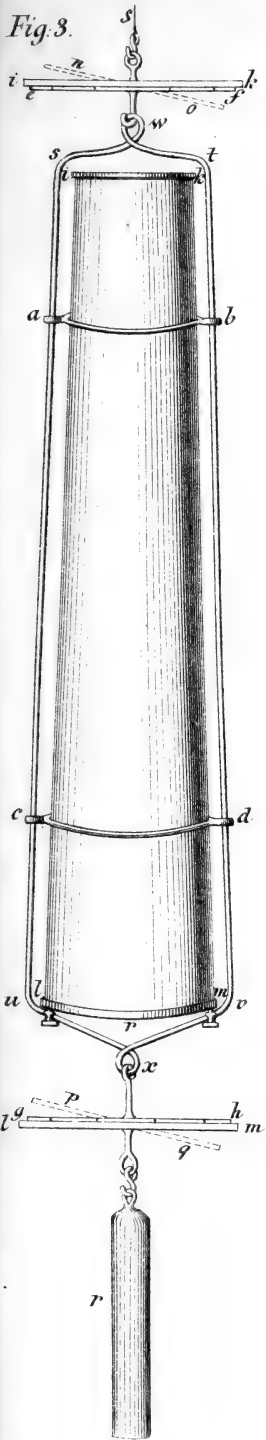


Fig. 2.

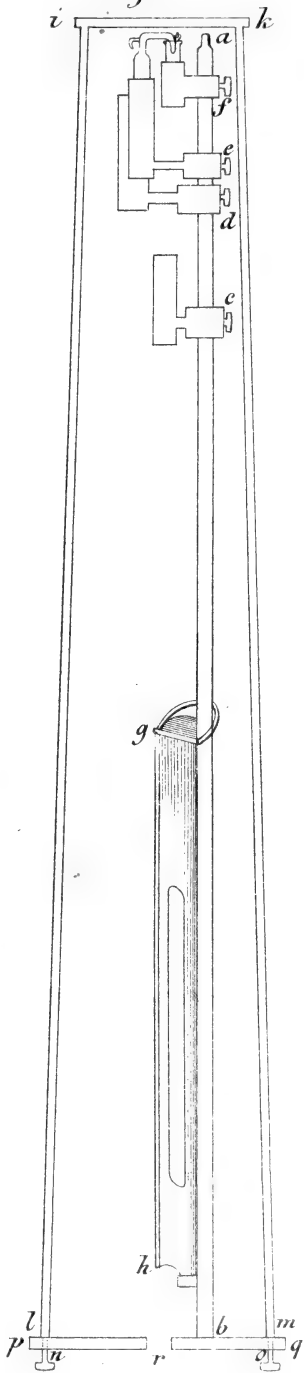
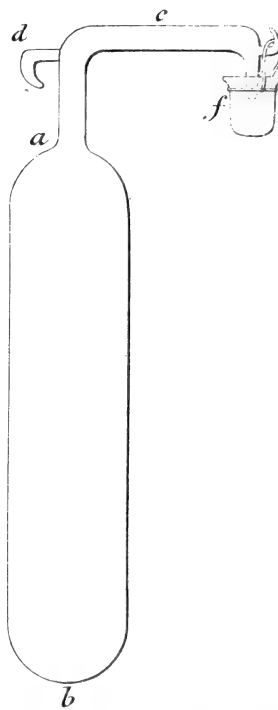


Fig. 4.





Nu ontstond voor het stedelijk bestuur de vraag: of men, door het inbrengen eener nieuwe, iets nauwere ijzeren boorbuis, trachten zoude de boring nog dieper voort te zetten. Een daartoe strekkend voorstel werd echter door den gemeenteraad afgewezen.

Tot ééne gewichtige reeks van waarnemingen kon echter de put in haar tegenwoordigen toestand nog dienen, namelijk ter bepaling van de aardwarmte op verschillende diepten. Daartoe stelde ik mij in vereeniging met de heeren Dr. F. W. C. KRECKE en J. ROBBERS, en wendde mij tot het Stedelijk Bestuur met het verzoek ons gelegenheid te geven tot het doen der bedoelde waarnemingen. Dit verzoek werd toegestaan, doch onder eenigszins bezwarende voorwaarden. De omringende bewoners van het Vreeburg hadden namelijk tot den raad een request gericht, waarin aangedrongen werd op eene zoo spoedig mogelijke opruiming van de trouwens zeer leelijke schuur, die de plaats omgaf, waar de putboring geschied was. Voor dat dit geschieden kon, moest echter een pomp gesteld worden boven een tweede boorgat dat zich op geringen afstand van het eerste bevond. Dit tweede boorgat had eene diepte van 170 meters, en men stelde zich voor de ijzeren buis daarin door te snijden op de diepte waar men, blijkens andere reeds vroeger verrichtte putboringen (op de Neude en het Jacobi-Kerkhof), verwachten kon goed drinkwater te vinden. Daar de hiertoe noodige werkzaamheden in de onmiddellijke nabijheid van de opening van het eerste boorgat moesten geschieden, zoo stond de architect-directeur der gemeentewerken, de heer G. VERMEYS, ons een tijd van een week toe, gedurende welken wij de schuur en den put ter onzer beschikking hadden. Daarna moesten wij de plaats ruimen voor de stads-werklieden.

Ik voer dit hier aan als grond van verontschuldiging voor de onzekerheden die nog in de door ons verkregen uitkomsten zijn overgebleven, en die vermoedelijk bij langer voortgezet onderzoek zouden zijn opgeheven.

Het is bekend dat er in de laatste jaren groote twijfelingen gerezen zijn aangaande de verhouding waarin de warmte

in de aardschors toeneemt, naarmate men dieper daarin doordringt *). Inzonderheid de temperatuurbepalingen door den Bergraad DUNKER in het 1270 meters diepe boorgat te Sperenberg verricht, hebben doen zien dat zulke bepalingen, zullen zij de ware wet der toeneming der aardwarmte met de diepte doen kennen, met veel grootere zorg moeten gedaan worden dan men daaraan tot dusverre had besteed.

De gelegenheid om zulke bepalingen in eenen put hier ter stede te doen, die eene tot hertoe in ons vaderland nog niet bereikte diepte heeft, mocht derhalve niet verzuimd worden, en wij konden daarbij ons voordeel doen met de door DUNKER verkregen ervaring. De voornaamste verbetering door hem ingevoerd bestaat in het afsluiten van dat gedeelte der waterkolom, waarvan men de temperatuur wenscht te bepalen, in dier voege dat het warmere water van beneden wordt belet omhoog te stijgen en het koudere water van boven wordt verhinderd neder te dalen en zich met het water op de plaats der temperatuurbepaling te vermengen. Alleen door deze voorzorg in acht te nemen kan men hopen de werkelijke temperatuur des bodems op verschillende diepten in de omgeving van het boorgat te leeren kennen. Wij hebben dit voorbeeld gevolgd, doch voor de door DUNKER gebezigde klei-zakken en met water gevulde caoutchouc-cylinders eene andere even doelmatige inrichting in de plaats gesteld, die gemakkelijker in het gebruik is en welke wij beneden nader zullen beschrijven.

Drieërlei soort van thermometers zijn door ons steeds gelijktijdig naar beneden gelaten.

1^o. De eerste bestond uit een thermometer met een zeer groot cilindrisch reservoir dat ongeveer 120 grammen kwikzilver bevatte, en welks buis tweemaal rechthoekig was omgebogen en in een zeer fijne open spits uitliep. Deze laatste kwam uit boven een klein vergaarbakje tot opvang van het kwikzilver,

*) Eene goede samenstelling, der op een aantal punten verrichte waarnemingen, — alleen met uitzondering van de eerst onlaugs door STAFF gepubliceerde, welke bij de boring van den St. Gothard-tunnel verkregen zijn, — is gegeven door den heer P. SCHURINGA in het *Album der Natuur*, Jaargang 1876, bl. 65. Het zij voldoende voor de vergelijking met de door anderen verkregen uitkomsten daarheen te verwijzen.

dat gedurende het verblijf in het warmere water der put daaruit was getreden. In hoofdzaak kwam derhalve deze inrichting overeen met den geothermometer van MAGNUS, met eene wijziging, zooals ook door DUNKER is aangewend, daarin bestaande, dat er geen vaste schaal aan was aangebracht, maar dat nadat de thermometer was opgehaald, de temperatuur, die in de diepte bestond, gevonden werd door hem te gelijk met een anderen normaal-thermometer in een bak met water te plaatsen, dat langzaam verwarmd en voortdurend omgeroerd werd. Op het oogenblik dat dan het kwikzilver op het punt stond weder uit de spits te treden, werd de temperatuur op den ter vergelijking dienenden thermometer afgelezen.

Bij het gebruik dezer inrichting hebben wij echter één gewichtig bezwaar tegen deze methode aanvankelijk te veel uit het oog verloren. De normaal-thermometer had namelijk een veel kleiner bol dan de geothermometer. Het kwikzilver in den laatsten verwarmde zich derhalve veel langzamer dan in den eersten, en het gevolg hiervan was dat al de door dezen aangewezen temperaturen merkkelijk hooger waren dan de werkelijke, zooals bij vergelijking met de langs anderen weg gevonden temperaturen bleek. Eerst te laat, toen de meeste bepalingen reeds waren afgeloopen, ontdekten wij onze fout. Slechts nog bij de twee laatste bepalingen kon deze zooveel mogelijk ontweken worden, hetgeen geschiedde door het benedeneinde van den normaal-thermometer met den bol te plaatsen in een proefglasje van ongeveer gelijke wijdte als het kwikreservoir des geothermometers en er evenveel kwikzilver in te gieten als in dezen bevat was.

2^o. Eene andere, tot dusver niet gebezigde methode, waarvan wij ons eene veel grootere nauwkeurigheid beloofden, was het gebruik van *gewichts-thermometers*, d. i. van thermometers, waarmede de temperatuur bepaald werd door het verlies aan gewicht, ontstaan door de uitvloeijing van het kwikzilver. De inrichting (zie fig. 1) was in beginsel gelijk aan die van den geothermometer; zij bestond namelijk uit een groot cilindrisch kwikreservoir (*a b*) met een tweemaal regthoekig omgebogen thermometerbuis, die in een fijne open spits uitliep, maar deze buis was veel korter dan bij den geothermometer. Aan de eene zijde der buis is een glazen haakje *d* gesoldeerd, waarmede de ther-

mometer aan de balans kon worden opgehangen. Daar tegenover, dicht bij de open spits bevindt zich een tweede haakje (*e*), dat moet dienen om er een klein glazen bakje (*f*), door tuschenkomst van een platinadraad (*g*) aan op te hangen. Dit bakje is bestemd tot opvang van het kwikzilver, hetwelk gedurende de weging in de warmere lucht naar buiten treedt.

Vooraf werd door nauwkeurige weging met een balans, die, bij het gebruikte gewicht, nog verschillen van 0,1 milligram aangeeft, het gewicht van den ledigen glazen toestel en dat van het ontvangbakje met den platina-draad bepaald. Daarop werd de thermometer bij 0° geheel met kwikzilver gevuld en met het opvangbakje daaraan gehecht, gewogen. Vervolgens werd de thermometer in een daarvoor bestemden kooktoestel in den damp van kokend water opgehangen en daarna weder gewogen. Het verblijf in het ijs zoowel als dat in den damp van kokend water duurde ruim een uur. Door vergelijking van de uitkomsten der beide wegingen werd dan gemakkelijk de waarde van 1° C. in milligrammen uitgedrukt, gevonden.

Onderstaande cijfers geven die waarden aan voor de drie gebruikte gewichtsthermometers, die wij A, B en C zullen noemen.

		Gewicht in grammen van het kwikzilver bij		Verschil.	Waarde van 1° in milligrammen.
		0°	100°		
A	1 ^{ste} bepaling	160,2384	157,8412	2,3972	23,972
	2 ^{de} "	"	157,8249	2,4135	24,135
	3 ^{de} "	160,2296	157,8337	2,3959	23,959
				Gemidd.	24,022
B	1 ^{ste} bepaling	160,3690	157,9805	2,3885	23,885
	2 ^{de} "	160,3722	157,9845	2,3877	23,877
				Gemidd.	23,880
C	1 ^{ste} bepaling	136,0205	133,9830	2,0375	20,375
	2 ^{de} "	136,0165	"	2,0335	20,335
				Gemidd.	20,355

Deze uitkomsten waren overeenstemmend genoeg om de hoop te wettigen, dat men langs dien weg temperatuur-bepalingen zoude kunnen verrichten, die in nauwkeurigheid alle overtreffen, welke door aflezing van een gewone thermometerschaal verkregen worden. Het is echter tot onze teleurstelling gebleken dat, hoe groot ook de theoretische nauwkeurigheid moge zijn, de bij de waarneming werkelijk bereikbare eene veel geringere is.

Het voorname bezwaar, waarop men stuit, is de grootte die de naar buiten tredende kwikzilverdruppels kunnen bereiken, alvorens van de open spits des thermometers af te vallen. Zoo-dra nu een thermometer met den naar buiten getreden druppel afkoelt — gelijk -altijd geschiedt bij het ophalen, waarbij de toestel in al koudere en koudere waterlagen komt, — dan wordt de druppel weder opgezogen, en het gevonden gewicht geeft nu niet meer de ware temperatuur maar eene iets geringere aan. Eenigszins grootere druppels, die zich langzaam vormen, kunnen een gewicht van 15 en zelfs meer milligrammen bereiken, en de uit het gewicht van het kwikzilver afgeleide temperatuur kan zoo tot $0^{\circ},7$ en zelfs meer te laag geschat worden. Nu kan men wel is waar door aan den toestel een kleinen schok te geven het afvallen der kwikdruppels bevorderen, en dat werkelijk aldus de fout tot een minimum kan gebracht worden, bewijzen de geringe verschillen der boven medegedeelde bepalingen, die (met uitzondering der 2^{de} van A) meestal slechts van 1 tot 4 milligrammen bedroegen, beantwoordende aan $0^{\circ},024$ tot $0^{\circ},16$. Doch wanneer de toestel met de thermometers zich op groote diepte bevindt, dan kan men daaraan nog wel, alvorens dien op te halen, een paar rukken geven, gelijk dan ook altijd door ons gedaan is, doch het is zeer te betwijfelen of de daardoor veroorzaakte kleine schok wel altijd voldoende is geweest om den druppel te doen afvallen. Althans de in het oog loopende verschillen der beneden medegedeelde uitkomsten laten geen andere verklaring over en doen zien dat de gehoopte nauwkeurigheid verre is van verwezenlijkt te zijn geworden *).

*) Misschien zoude het terugkeeren van den kwikdruppel in de buis belet kun-

3^o. Een derde vorm van thermometer door ons gebruikt is een van CASELLA-MILLER, welwillend ter onzer beschikking gesteld door ons medelid, den heer BUIJS-BALLOT. De eenige proeven; waaraan wij dien thermometer konden onderwerpen, bestonden in eene verificatie der beide 0-punten, door plaatsing in smeltend ijs, en eene vergelijking der hoogere graden met die van drie andere goede thermometers, waarvan er twee (*a* en *b*) eene verificatie zoowel van het 0-punt als van het kookpunt veroorloofden, terwijl van de derde (*c*) alleen het 0-punt kon bepaald worden. De beide 0-punten van den CASELLA-thermometer werden volkomen juist bevonden, terwijl het daarentegen bleek, dat voor alle de overige thermometers eene kleine correctie moest worden aangebracht. Zoowel van den CASELLA-thermometer als van de overige konden de tiende gedeelten van graden alleen geschat worden, en het bleek ons, wanneer ieder van ons voor zich de schatting verrichtte, dat er verschillen van 0,1 en zelfs 0,2 graad konden bestaan. Die verschillen konden niet geheel aan persoonlijke fouten worden toegeschreven.

Nu werden de vier thermometers naast elkander in een vertrek, waar geen zon scheen, opgehangen en op 4 achtereenvolgende dagen 12 maal afgelezen, waarbij zorg gedragen werd telkens met den gevoeligsten der thermometers (*b*) te beginnen en met den traagsten (dien van CASELLA) te eindigen. De gemiddelde uitkomsten bedroegen :

CASELLA.	14 ^o ,49
<i>a</i>	14 ,69
<i>b</i>	14 ,77
<i>c</i>	14 ,60

Vervolgens werden dezelfde thermometers nevens elkander in een vat met water geplaatst. Gedurende den tijd van twee uren werden 4 aflezingen gedaan, met de volgende gemiddelde uitkomsten :

nen worden, door dicht onder de fijne spits een puntje of een plaatje te plaatsen, bestaande uit een metaal dat zich met kwikzilver amalgameert, zoodat door de adhaesie der twee metalen de cohaesie der kwikdeeltjes overwonnen wordt. De tijd heeft ons echter ontbroken om dit denkbeeld aan de proef te toetsen.

CASELLA.	15 ^o ,1
<i>a</i>	15 ,07
<i>b</i>	15 ,1
<i>c</i>	15 ,0

De onzekerheid der schattingen in aanmerking genomen, mag men derhalve wel besluiten, dat ook de hoogere graden van den CASELLA-thermometer met die van andere goede thermometers gelijk liepen.

Eenigszins twijfelachtig bleef het ons of de twee indices in de buis van den CASELLA-thermometer volkomen standvastig op dezelfde plaats bleven, wanneer het werktuig van hand tot hand ging en derhalve eene beweging onderging. Indien zulk een verplaatsing niet met volstrekte zekerheid kan ontkend worden, dan was deze toch in elk geval zoo gering, dat de verschillen met de bij de schatting gemaakte fouten samenvielen.

In weerwil dat wij met den CASELLA-thermometer geenszins dien graad van nauwkeurigheid bereikten, welken wij van de gewichtsthermometers verwacht hadden, schijnen ons toch de met den eersten verrichte waarnemingen meer betrouwbaar toe.

Alle drie de genoemde methoden van temperatuurbepaling in een boorput hebben echter één gemeenschappelijk gebrek, dat bezwaarlijk kan worden opgeheven, zoolang men daartoe van maximum-thermometers, hoedanig ook ingericht, gebruik maakt. Het bedoelde gebrek, waarop men, naar het ons toeschijnt, tot dusver niet genoeg acht heeft geslagen, is het gevolg daarvan dat in een met water gevulden boorput het warme water uit de diepte altijd stijgt, terwijl het koudere bovenwater daarentegen zakt. Dit heeft op zijn beurt ten gevolge, dat, terwijl het water in de diepte iets kouder is dan de omringende bodem, daarentegen in de hoogere lagen de bodemtemperatuur beneden die van het water op gelijke diepte moet zijn. Brengt men nu een maximum-thermometer binnen eene van alle zijden afgesloten ruimte in den put, dan neemt deze al zeer spoedig den stand aan, welke de temperatuur van het water op dit oogenblik aanwijst, maar de latere daling dier temperatuur in de hoogere deelen der put, nadat het water zijne te groote warmte aan den wand des puts en aan den bodem daarbuiten heeft afgestaan, wordt niet aangewezen.

Alle met zulke middelen bepaalde temperaturen moeten derhalve in de bovenste helft van den put iets te hoog zijn. Voor de diepere deelen bestaat daarentegen die fout niet, want daar ontvangt het water zoolang warmte uit de omgeving, totdat er evenwicht tusschen de temperatuur van het water en die van den bodem is ontstaan, en de thermometer kan daar derhalve nooit eene te hooge temperatuur aangeven.

Inderdaad bestaat er, naar wij meenen, slechts één weg om deze fout te vermijden, namelijk het meten der temperatuur door een thermo-elektrischen toestel. Deze zoude bepalingen der temperatuur op bepaalde punten veroorlooven, zoolang herhaald totdat het blijkt dat deze standvastig is geworden. Dan zoude slechts nog ééne oorzaak van onjuistheid der uitkomsten overblijven, namelijk de voortgeleiding der warmte door de ijzeren boorbuis, die den wand des puts bekleedt, doch hoe die oorzaak kan weggenomen worden, zien wij niet in.

Daar de aan de spits opene thermometers zich met hun benedenwaarts omgebogen einde in lucht moesten bevinden en nabij den bodem der put de drukking ongeveer 36 atmosferen bedroeg, zoo werd de draagtoestel der thermometers (fig. 2) zoo ingericht, dat, ook bij de grootste te verwachten drukking, toch nog eene voldoende, met lucht gevulde ruimte overbleef.

Langs een 50 centimeters hoogen en 1 centimeter dikken geelkoperen stijl (*a b*), die excentrisch op een cirkelronde koperen schijf (*p q*) als voetstuk zich rechtstandig verheft, kunnen vier ringen (*c, d, e* en *f*) op en neder bewogen en door klemschroeven vastgezet worden. Elk dezer ringen draagt een cilindrisch buisje, waarvan twee (*d* en *e*) bestemd zijn om de gewichts-thermometers, het derde (*c*) om den geothermometer op te nemen, terwijl het vierde en bovenste (*f*) een kort van onderen gesloten glazen buisje draagt, dat bestemd is de uit de thermometers vloeiende kwikzilverdruppels op te vangen. De busjes werden dan zoo hoog opgeschoven en vastgezet, dat de bovenranden van de horizontale gedeelten der thermometer-buisjes op gelijke hoogte als de spits van den stijl kwamen. De Casella-thermometer (*g h*) werd eenvoudig aan den stijl met een band bevestigd.

Vervolgens werd de toestel overdekt met eenen, uit rood koper vervaardigden, van boven gesloten koker *i k l m* (fig. 2 en 3), die binnenswerks 50,1 centimeters hoog is, d. i. 1 millim. hooger dan de stijl, zoodat de thermometers bij de overdekking geen gevaar liepen tegen den bovenwand te stuiten. De gedaante van den koker is die van een langgerekten afgeknotten kegel. Dat deze gedaante de voorkeur verdient boven eene cilindrische, ziet men gemakkelijk in. Daardoor namelijk bleef de hoogte der kolom van samengeperste lucht grooter, dan zij zoude geweest zijn in een koker die overal even wijd was. Aan den onderrand van den koker bevinden zich tegenover elkander twee pennen, van schroefdraden voorzien (*n* en *o*), die door twee daaraan beantwoordende gaten in de schijf nabij den rand van deze gaan. Door twee moeren wordt dan deze met den koker stevig verbonden. In het midden der schijf is eene opening (*r*), voor de toetreding van het water.

Als drager van dezen toestel diende een soort van raam (fig. 3, *s t u v*) uit ijzerdraad van 1 centim. dikte vervaardigd en zoo gebogen dat er zich boven en beneden een oog (*w, x*) aan bevond. Ter bevestiging van den toestel in dit raam dienden twee ijzeren ringen (*ab* en *cd*) van ongelijke wijdte, die aan twee tegenovergestelde punten van een oogvormige uitbuiging zijn voorzien, die wijd genoeg is om gemakkelijk over den draad van het raam te glijden. Deze eenvoudige wijze van bevestiging voldeed uitstekend. Zij was niet alleen stevig, maar zij veroorloofde ook in weinige oogenblikken den thermometrischen toestel in het raam te plaatsen om dien neder te laten, en later er dien met spoed uit te nemen, wanneer de ophaling had plaats gehad. Daar namelijk de temperatuur van de lucht die van het water in de bovenste gedeelten van den put overtrof, zoo werd de toestel, d. i. de koker met de thermometers daarin, zoowel vóór het nederlaten als na het ophalen, gedurende eenige minuten in ijs geplaatst. Inzonderheid na het ophalen was dit noodig, ten einde tijd te hebben om de gewichtsthermometers vóór de weging van hunne ontvangbakjes te voorzien.

De inrichting voor de afsluiting van een kolom water in den boorput, in dier voege dat de invloed van het warmere benedenwater en van het koudere bovenwater in den omtrek van den

thermometrischen toestel zooveel mogelijk voorkomen werd, bestond uit een daarboven en een daaronder aangebrachte cirkelronde ijzeren plaat (*ef* en *gh*) met een daartegenaan bevestigde caoutchoucplaat (*ik* en *lm*) van 4 millim. dikte. De ijzeren plaat is iets kleiner dan de inwendige doormeter der putbuis; de caoutchouc-schijf is daarentegen iets grooter, zoodat het noodig was daarin langs den rand eenige korte insnijdingen te maken, om de op- en nederbeweging mogelijk te maken. Dit bleek echter nog niet voldoende te zijn, en toen werden in elk der platen twee openingen gemaakt, die door veerende kleppen (*n*, *o*, *p*, *q*) gesloten worden, wanneer de toestel in rust is, maar die zich paarswijze openen, als de toestel in het water rijst of daalt.

Toch blijft er dan nog eene vrij aanmerkelijke wrijving tusschen den binnenwand der putbuis en den buitenrand der caoutchoucschijven over. Ter overwinning dier wrijving bij het nederdalen moest aan den reeds tamelijk zwaren toestel nog een gewicht (*r*) van 10 kilogram worden opgehangen.

Voor het op- en nederlaten van den toestel werd een rood koperen draad (bij *s*) gebruikt, die een dikte had van 1,5 millim. en eene geheele lengte van 390 meters. Deze draad was rondom een door twee krukken draaibaren houten trommel gewonden. De omtrek daarvan bedraagt juist 2 meters, zoodat, wanneer men slechts zorg droeg dat de windingen van het koperdraad vlak naast elkander kwamen te liggen, elke geheele omdraaiing aan eene rijzing of daling van 2 meters beantwoordde, terwijl men gemakkelijk de onderdeelen meten kon. Om het tellen gemakkelijker te maken was aan het houtwerk dat den trommel droeg een klokje met een klepel bevestigd, welke laatste bij elke geheele omdraaiing door een pen aan den trommel werd opgelicht.

Toen de eerste maal het koperdraad in windingen rondom den trommel was gelegd, werd met een weinig soldeersel een streep dwars over al de windingen getrokken en hetzelfde na eene halve omdraaiing aan de andere zijde nog eens herhaald. Zoo was dus de geheele draad in stukken van 1 meter lengte verdeeld. Deze verdeeling was echter strikt genomen overbodig, en wij hebben er dan ook geen gebruik van behoeven te maken. Alleen strekte zij om op eene in het oog vallende wijze te doen

zien, dat de draad bij elke op- of nederlating van den toestel, eene rekking onderging, daar de oorspronkelijk rechte overdwarse soldeerstrepen meer en meer eene schuinsche richting aannamen. Aan het slot der proeven kon men daaraan zien dat de geheele draad omstreeks 25 centimeters langer was geworden.

Van den trommel ging de draad over op een om een midden-as draaibare schijf met een gleuf langs den rand. Deze schijf had een middellijn van 60 centim. en stond zoo dat de draad, er van afkomende, recht boven het midden der put uitkwam.

Voordat met de proeven een aanvang werd gemaakt, was gebleken dat de koperdraad een gewicht van minstens 50 kilogr. dragen kon, derhalve veel meer dan het gewicht van den geheelen toestel. Toch werd, op raad van den heer KREKCE daaraan nog een touw van 4 millim. dikte vastgemaakt, dat bij de nederdaling eenvoudig werd uitgevierd. Het is zeer gelukkig dat die voorzorg genomen is, want eens gebeurde het, bij het ophalen, toen de toestel zich op meer dan 200 meters diepte bevond, dat de koperdraad afbrak en het grootste gedeelte daarvan in kronkels naar beneden zakte. De toestel hing derhalve toen nog slechts aan het touw, doch wij waagden het niet hem daaraan op te halen. Een ander touw, voorzien van een haak, werd toen naar beneden gelaten, en, na ongeveer een uur lang visschens, gelukte het de kronkelingen van den draad te grijpen en dezen weder boven te brengen. Dit ongeval moge een waarschuwing zijn voor anderen die met denzelfden of eenen dergelijken toestel de proeven mochten willen herhalen.

De geheele boven beschreven toestel — alleen met uitzondering der gewichtsthermometers — was in overleg met ons vervaardigd door den instrumentmaker H. OLLAND. Daarmede waren een paar weken verlopen. Op Maandag den 21^{sten} April konden de waarnemingen een aanvang nemen, die, om redenen boven genoemd, slechts tot den avond van Zaterdag 26 April mochten worden voortgezet. Wij besloten derhalve, wegens de korthed van den ons gegunden tijd, alleen op eenige weinige hoofdpunten temperatuur-bepalingen te doen. Bij het nederlaten van het gewicht alleen aan den draad, bleek ons dat het onderste gedeelte van den put met zand was gevuld. Eerst op de diepte

van 365 M. was het water helder genoeg om geen vrees te koesteren dat het zand, zich tusschen de kleppen plaatsende, het spel van dezen belemmeren zoude.

Wij besloten nu de temperatuur te bepalen voor diepten, telkens met 100 meters verschillende, namelijk op 65, 165, 265 en 365 meters.

Daar de tijd drong, konden wij niet telkens den thermometrischen toestel zoolang in de diepte laten als wij wel gewenscht zouden hebben. Uit het volgende overzicht der uitkomsten ziet men dat die tijd gewisseld heeft tusschen $2\frac{1}{2}$ en 21 uren. Intusschen blijkt niet dat dit verschil in tijd eenen in het oog loopenden invloed heeft gehad op de resultaten der waarneming.

Eerste reeks.

Diepte.	Tijd van verblijf in den put.	Thermometer van CASELLA.	Gewichtsthermometers	
			A.	B.
65 meters	$2\frac{1}{2}$ uren	120,0	120,1	110,1
165 "	16 "	13,7	13,9	13,3
265 "	$2\frac{3}{4}$ "	15,4	15,3	14,1
365 "	17 "	17,7	17,1	16,7

Tweede reeks.

Diepte.	Tijd van verblijf in den put.	Thermometer van CASELLA.	Gewichtsthermometers		Geoher- mometer.
			A.	C.	
65 meters	18 uren	110,8	110,6	100,9	
165 "	3 "	13,7	13,1	13,6	130,4
265 "	21 "	15,3	15,3	15,0	
365 "	18 "	17,8	17,3	17,3	17,2

Gemiddelden.

Diepte.	Thermometer van CASELLA.	Gewichts- thermometers.	Maxima der gewichtsthermometers.
65 meters	110,9	110,55	120,1
165 "	13,7	13,5	13,9
265 "	15,35	14,9	15,3
365 "	17,75	17,1	17,3

Toeneming der temperatuur voor 100 meters.

	Thermometer van CASELLA.	Gewichtsthermometers.	
		Gemiddelden.	Maxima.
65—165 meters	10,8	10,95	10,8
165—265 "	1,65	1,4	1,4
265—365 "	2,35	2,2	2,0

Diepte-toeneming in meters voor 10^o toeneming der temperatuur.

	Thermometer van CASELLA.	Gewichtsthermometers:	
		Gemiddelden.	Maxima.
65—165 meters	55,6 meters	51,2 meters	55,6
165—265 "	60,6 "	71,4 "	71,4
265—365 "	42,6 "	45,5 "	50,0
over de geheele diepte	51,7 "	54,5 "	57,7

Wanneer men deze uitkomsten beschouwt, dan blijkt dadelijk dat geenszins aan allen gelijke waarde kan worden toegekend. Die welke met de drie gewichtsthermometers verkregen zijn loopen onderling voor gelijke diepten zoozeer uiteen, dat zij blijkbaar de temperatuur slechts bij benadering aangeven. Wij weten hiervoor geene andere reden te geven dan die welke op bl. 399 vermeld is. In dit geval kan zelfs eene berekening der gemiddelde temperaturen weinig zekerheid geven. Wij hebben er daarom ook de gevonden maxima, die werkelijk om de boven aangegeven reden eene grootere aanspraak op nauwkeurigheid schijnen te hebben, in een afzonderlijke kolom bijgevoegd.

Meer vertrouwen schijnen ons toe de met den CASELLA-thermometer verrichte temperatuur-bepalingen te verdienen. Wel is waar zijn ook hier de waarnemingen in beide reeksen niet geheel gelijk, maar die verschillen zijn niet grooter dan de onvermijdelijke fouten die bij de waarnemingen moeten gemaakt worden (zie bl. 400).

Aan het einde der medegedeelde waarnemingen werden nog vier bepalingen met den CASELLA-thermometer op geringere diepten gedaan, doch zonder dezen in den afsluitenden toestel te brengen, namelijk op diepten van 55, 45, 35 en 25 meters. Telkenmale werd de aan een touw naar beneden gelaten ther-

mometer een kwartieruurs op de plaats gelaten. De gevonden temperaturen bedroegen :

op 55 meters.	11 ^o ,5
" 45 "	11 ,4
" 35 "	11 ,2
" 25 "	11 ,2

Daar nu de temperatuur op 65 meters 11^o,9 bedroeg, zoo geeft dit eene toeneming van 0^o,7 voor 40 meters, hetgeen beantwoordt aan 1^o voor 57 meters.

Ofschoon nu deze laatste bepalingen niet met evenveel zorg als de vorige gedaan zijn, zoo bevestigen zij toch het besluit dat de reden van toeneming der warmte van het punt van standvastige aardwarmte af tot op eene diepte van 165 meters nagenoeg gelijk blijft.

In de daarop volgende 100 meters is de reden van toeneming der temperatuur iets geringer, maar daarentegen klimt deze daarbeneden in niet onbelangrijke mate. Nu aarzelen wij wel is waar nog dit resultaat als vaststaande en wel bewezen te beschouwen, eensdeels omdat al de andere temperatuur-bepalingen op de diepte van 365 meters iets beneden de door den CASELLA-thermometer aldaar aangegeven temperatuur blijven, anderdeels omdat ons de gelegenheid ontbroken heeft om den CASELLA-thermometer aan de noodige proeven te onderwerpen, ten einde te bepalen of er in weerwil van den dubbelen wand niet nog eenige samenpersing van den bol bij 36 atmosferen drukking plaats heeft.

Daar echter ook de overige thermometers, ofschoon in geringere mate, dergelijke verschillen hebben aangegeven, zoo achten wij deze verschillen in de warmte-toeneming belangrijk genoeg om er de aandacht op te vestigen, omdat daaruit althans dit blijkt: dat over eene diepte van 365 meters in den bodem van Utrecht in elk geval geene voortgaande vermindering der reden van de warmte-toeneming, zooals te Sperenberg is waargenomen, merkbaar is, maar dat integendeel op eene plaatselijke vertraging weder eene versnelling volgt, wanneer grootere diepte bereikt is.

De oorzaken dezer verschillen liggen trouwens in het duister. Aan vulkanische invloeden kan bij den grooten afstand,

waarop de put zich van vulkanisch terrein bevindt, hier wel niet gedacht worden. Ook scheikundige werkingen kunnen bezwaarlijk hier in het spel zijn, daar de geheele put door een uit afwisselende klei, leem-, leemmergel- en zandlagen bestaand terrein gaat; en bepaaldelijk stippen wij hier aan dat alle vier de punten, waar de temperatuur-bepalingen verricht zijn, gelegen zijn te midden van dikke zandlagen.

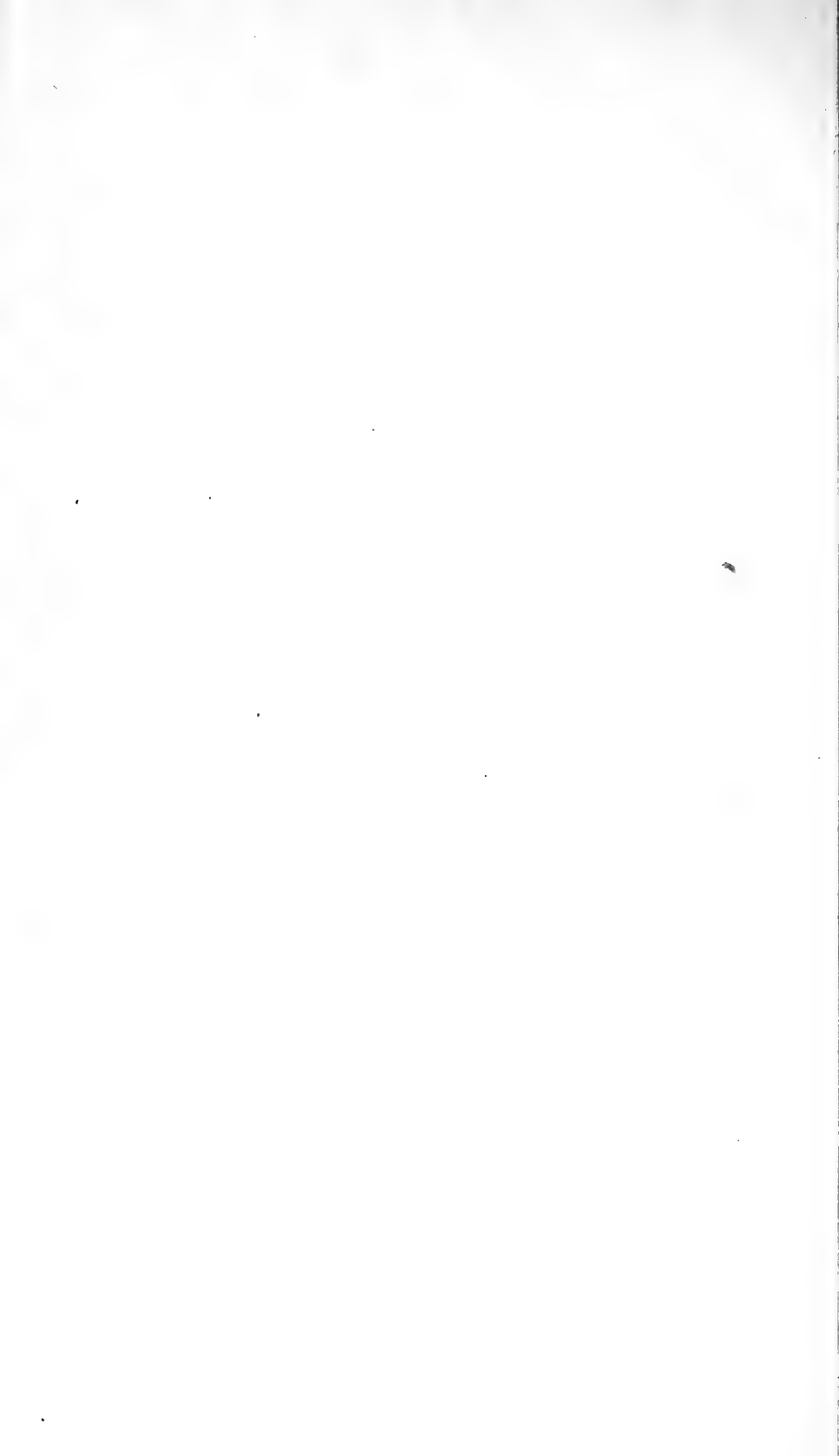
De eenige oorzaak, waarvan men met eenige waarschijnlijkheid de werking zoude kunnen vermoeden, is de nabijheid der Noordzee, welker grootste diepte tusschen de kust van ons vaderland en Engeland omstreeks 66 meters is, maar die noord- en zuidwaarts eene merkelyk grootere diepte bereikt.

Men ziet de mogelijkheid in, bij eenen zoo poreuzen bodem als die van ons vaderland, dat het verband van het buitenwater met het binnenwater, dat den bodem doordringt, eenen invloed uitoefent, waardoor de temperatuur-verdeeling in den laatsten eenigszins gewijzigd wordt.

Wij bevonden dat de oppervlakte van het water in den put 2,18 meter onder de zich even boven de oppervlakte des bodems verheffende opening der boorbuis is gelegen. De oppervlakte des bodems aldaar bevindt zich ongeveer 3,8 meter boven A.P. Van de 365 meters, waarover zich onze waarnemingen uitstrekken, liggen derhalve 361,2 meters onder het gemiddelde zeevlak.

Bij nagenoeg alle door vroegere onderzoekers in het werk gestelde waarnemingen der temperatuur-toeneming in den bodem heeft men eene merkelyk snellere toeneming gevonden. Gelyk men weet, wordt die toeneming gemiddeld op ongeveer 1^0 voor elke 30 meters gesteld, terwijl hier die toeneming weinig meer dan de helft daarvan bedraagt. Er is derhalve allezins reden om te vermoeden dat in dit geval de nabijheid van het koudere zeewater invloed uitoefent op de temperatuur der bovenste bodemlagen, maar dat die invloed minder merkbaar wordt, wanneer men in zeer diepe, ver beneden den zeebodem gelegen lagen doordringt.

Het ware voorzeker wenschelyk de daaromtrent nog bestaande twijfelingen door een vernieuwd onderzoek met betere hulpmiddelen, en wel bepaaldelyk met eenen thermoëlektrischen toestel, geheel op te heffen. De mogelijkheid hiertoe blijft voor het vervolg bestaan, daar het stedelyk bestuur besloten heeft den put niet te doen opvullen maar slechts met een steen te doen sluiten.



INHOUD

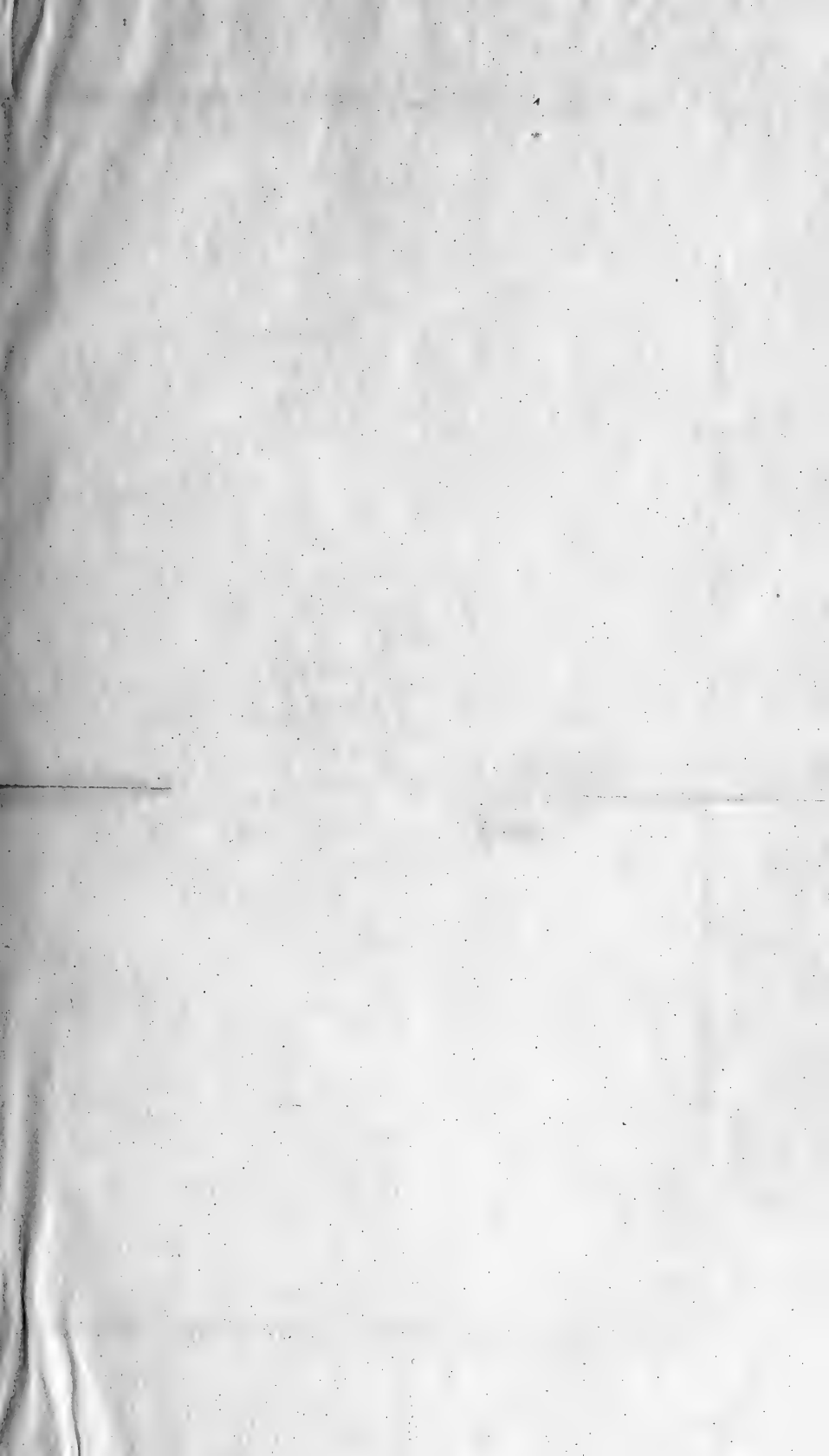
VAN

DEEL XIV. — STUK 3.

	bladz.
Enkele algemeene beschouwingen omtrent ruimtekrommen. Door P. H. SCHOUTE.....	251.
Over de eerste kiemingsverschijnselen der sporen van Cryptogamen. Door N. W. P. RAUWENHOFF. (<i>Met eene plaat</i>).....	326.
Ontwikkeling van eenige algebraïsche en van daarmede gelijkvormige goniometrische identiteiten. Door F. J. VAN DEN BERG.....	344.
Bijdrage tot de kennis der konkinamine. Door A. C. OUDEMANS JR.	360.
Rapport van de Heeren C. H. C. GRINWIS en J. D. VAN DER WAALS, uitgebracht in de Vergadering van 29 Maart 1879	389.
Temperatuurbepalingen in een put van 369 meters diepte te Utrecht. Door P. HARIING.....	394.
Overzicht der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ont- vangen en aangekochte boekwerken.....	1—24.



GEDRUKT BIJ DE ROEVER - KRÖNER - BAKELS.





GEDRUKT BIJ DE BOEVER - KRÖBER - BAKELS.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

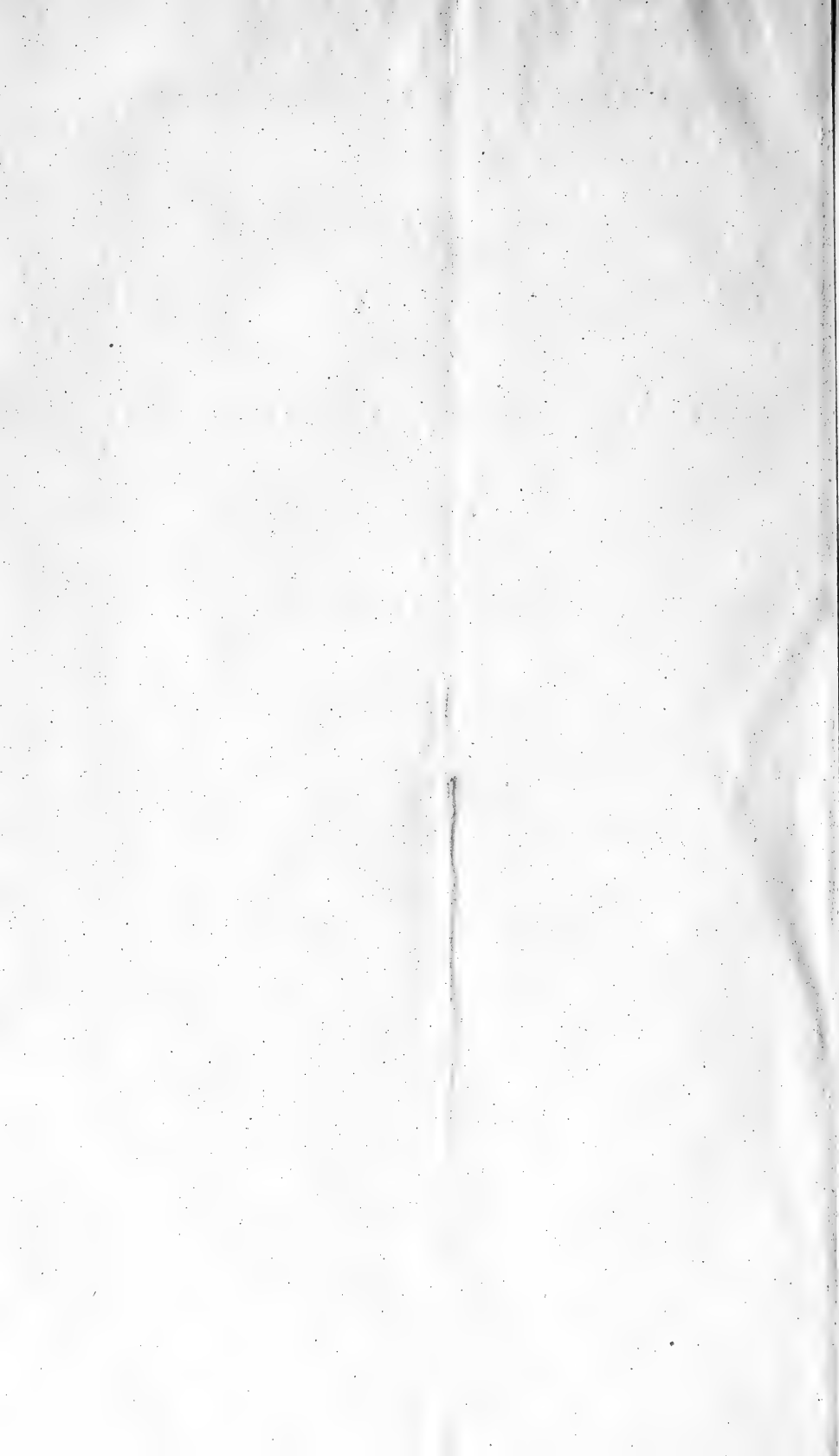
TWEEDE REEKS.

VIJFTIENDE DEEL.



AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.

1880.



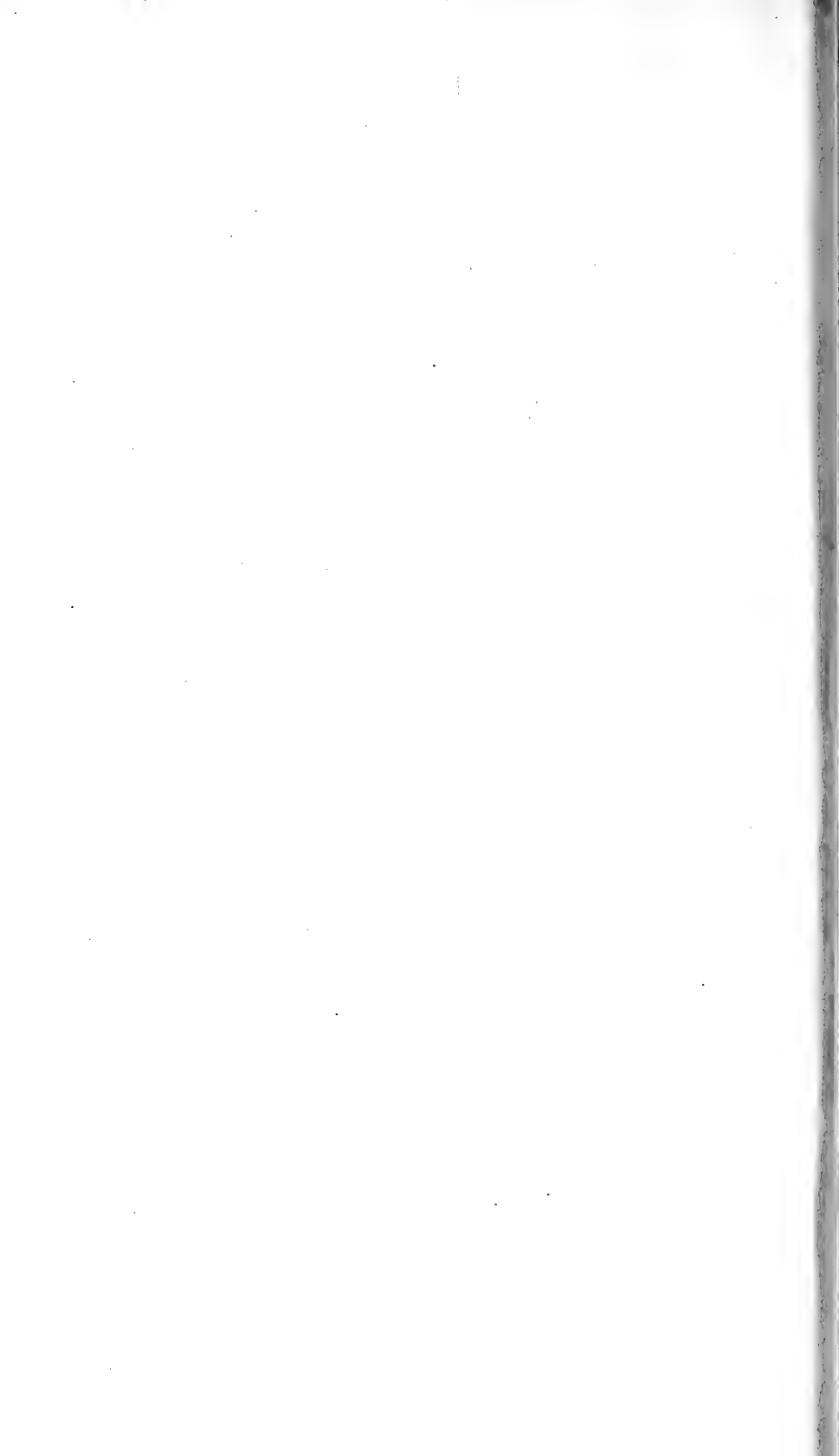
VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.



VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

TWEEDE REEKS.

VIJFTIENDE DEEL.

AMSTERDAM,

JOHANNES MÜLLER.

1880.

1337

GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

VIJFTIENDE DEEL

TWEEDE REEKS.



VERSLAGEN.

- Rapport van de Heeren BUYS BALLOT en STAMKART over het tweede gedeelte der verhandeling van den Heer Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL, rakende eene magnetische opneming van den Indischen Archipel, uitgebracht in de zitting van 25 October 1879 blz. 17.
- Rapport over bliksemafleiders op Rijksgebouwen te Delft, door de Heeren RIJKE, BOSSCHA en VAN DER WAALS, uitgebracht in de zitting van 29 November 1879. " 33.
- Rapport van de Heeren ENGELMANN en HOFFMANN over eene verhandeling des Heeren A. A. W. HUBRECHT, uitgebracht in de zitting van 31 Januari 1880. " 175.
- Verslag van de Heeren DE VRIES en TREUB over eene verhandeling des Heeren Dr. J. W. MOLL, uitgebracht in de zitting van 27 Maart 1880. " 231.

Advies van de Heeren BUIJS BALLOT en J. A. C. OUDEMANS over het derde gedeelte der verhandeling van den Heer Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL, rakende eene magneti- sche opneming van den Indischen Archipel, uitgebracht in de zitting van 27 Maart 1880.	blz. 339.
Rapport van de Heeren VAN DER WAALS en BOSSCHA over eene verhandeling des Heeren Dr. H. A. LORENTZ, uit- gebracht in de zitting van 27 Maart 1880.	// 345.
Rapport van de Heeren VAN DEN BERG en BIERENS DE HAAN over eene verhandeling des Heeren Dr. P. H. SCHOUTE, uitgebracht in de zitting van 26 Juni 1880. //	433.

MEDEDEELINGEN.

A. W. M. VAN HASSELT. Bijdrage tot de kennis der afkomst van het Curare; met een naschrift van C. A. J. A. OUDEMANS. //	1.
HUGO DE VRIES. Over de contractie van wortels	// 12.
G. VAN DIESEN. Zijdelingsche afleiding van water uit eene rivier over een der dijken	// 24.
C. H. C. GRINWIS. De dubbellading eener centrobarische massaverdeeling	// 38.
HUGO DE VRIES. Over de bewegingen der ranken van Sicyos. //	51.
W. KOSTER. Affen- und Menschenhand.	// 179.
A. W. M. VAN HASSELT. Bijdrage tot de kennis van den Lipistius desultor SCHIÖDTE.	// 186
J. D. VAN DER WAALS. De betrekking tusschen spanning, volumen en temperatuur, bij dissociatie.	// 199.
R. A. MEES. Over de methode van JAMIN ter bepaling van de samendrukbaarheid der vloeistoffen.	// 218.

- J. W. MOLL. Untersuchungen über Tropfenausscheidung und
Injection bei Blättern. (Met twee platen) blz. 237.
- H. A. LORENTZ. De bewegingsvergelijkingen der gassen en
de voortplanting van het geluid, volgens de kinetische
gastheorie // 350.
- R. A. MEES. De voortplanting van vlakke geluidsgolven in
gassen, volgens de kinetische gastheorie. // 394.
- J. D. VAN DER WAALS. Over de samendrukbaarheid van
ethyleengas // 426.
- P. H. SCHOUTE. Sur une transformation géométrique d'un
problème de la théorie des enveloppes dites "Courbes
de Sûreté" et sa généralisation. // 435.
-



VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

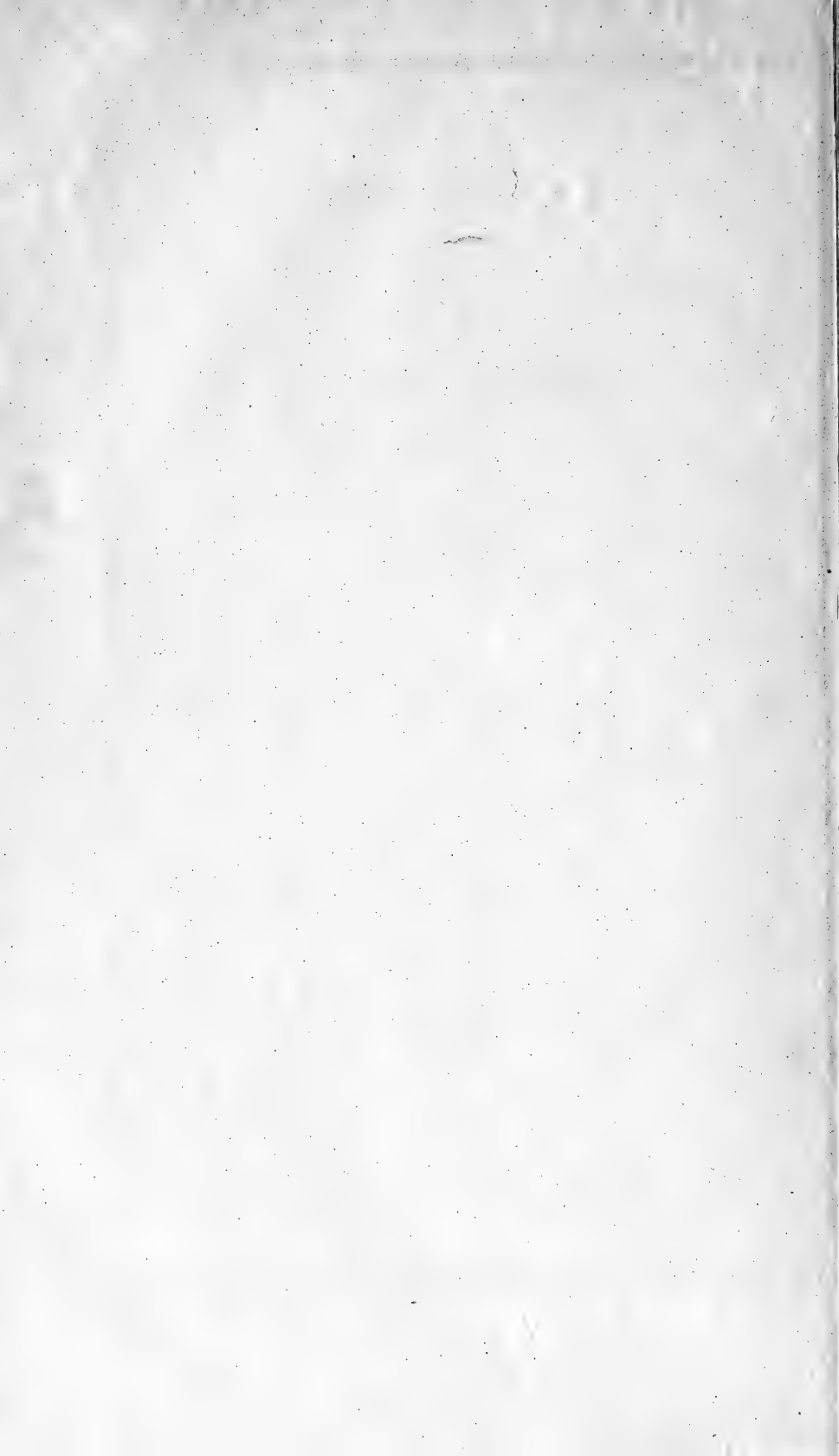
Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Vijftiende Deel. — Eerste Stuk.



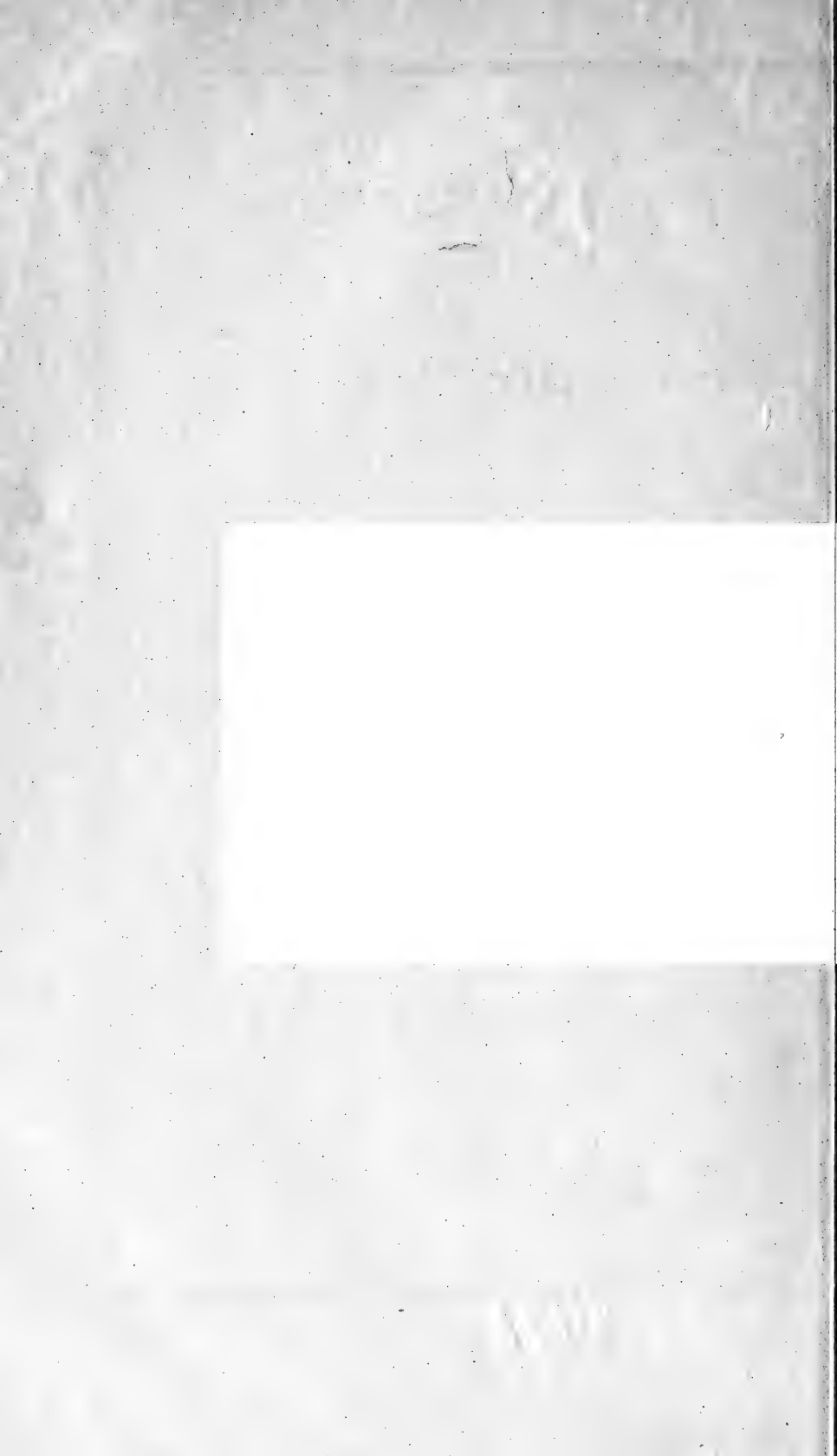
AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1880.



California Academy of Sciences

Presented by ~~Koninklijke Akademie~~
~~van Wetenschappen,~~
~~Amsterdam.~~

January _____, 1907.



B I J D R A G E

TOT DE

KENNIS DER AFKOMST VAN HET CURARE,

DOOR

A. W. M. VAN HASSELT.

MET EEN NASCHRIFT

VAN

C. A. J. A. OUDEMANS.

Van de beide typen der Oost-Indische pijl-vergiften — het oepas radja en het oepas antsjar — zijn de moederplanten (*Strychnos Tieuté* LESCH. en *Antiaris toxicaria* LESCH.), sedert BLUME, algemeen en goed bestemd.

Voor de tot heden onderzochte Afrikaansche pijl-vergiften bestaat, zoo al geene zekerheid, dan toch, volgens FRASER, groote waarschijnlijkheid, dat *Strophanthus Kombé* OLIV. daartoe het hoofbestanddeel oplevert *).

Wat echter het oudste der tropische pijl-vergiften betreft, het *curare* der Indianen uit de binnenlanden van Zuid-Amerika, dáárover is, in de 2 à 300 jaren sinds men er in Europa kennis van droeg, zeker verreweg het meest geschreven, maar nog altijd het minst met zekerheid bekend.

Sedert ik, in 1856, mijn Hoofdstuk over *Venena sagittaria* schreef †), is aan de kennis omtrent den oorsprong van dit merkwaardig pijl-vergift slechts zeer weinig toegevoegd.

*) Zie dáárover mijne vroegere Bijdragen in de *Verlagen en Mededeelingen* der Kon. Akad. v. Wet., Afd. Natuurkunde, 2de Reeks, Deel VI, VII en XI.

†) *Handleiding tot de Vergiftleer*, Tweede druk, blz. 415.

Niettegenstaande mijne destijds met zorg, gedane nasporingen, de vroegere mededeeling van J. MÜLLER *) en de latere van CL. BERNARD †), legde nog kortelings de beroemde Hoogduitse toxicoloog TH. HÜSEMANN de apodictische verklaring af: „Dass wir ueber die Species, welcher das Curare seine Giftigkeit verdankt, noch ganz im unklaren sind” §).

Dit mag te sterker bevreemden, daar juist dit pijl-vergift, om zoo te zeggen, wereldvermaard is geworden, zoo door zijne aanwending in de geneeskunde, als vooral door de ongemeen veelvuldige toepassing, die er in de laatste 25 jaren van werd gemaakt voor de experimenteele physiologie.

Het curare was en is altijd nog bij eenige Indiaansche volkstammen uit Hollandsch, Fransch, Engelsch en z. g. Spaansch Guyana, alsmede uit het Noorden van Brazilië, in gebruik tot het vergiftigen hunner blaas- en boog-pijlen.

Ofschoon de collectieve benaming „curare” in Europa het burgerrecht in de wetenschap heeft verkregen, draagt het op de vindplaatsen nog verscheidene andere namen, die, naar de dialecten der indigenae of der reizigers, op verschillende wijzen worden uitgesproken of geschreven, als: curura, curaré, coerare, urari, uraré, oerali, woorara, wourari, wourali, enz. Er zouden drie hoofd-variëteiten van voorkomen, het Macoesie, het Sipo- **) en het Uva-curare, doch de onderscheidene kenmerken daarvan zijn niet met zekerheid op te geven en nog minder die van meer dan een half dozijn andere plaats- of stam-variëteiten. Zij verschillen echter onderling blijkbaar, meer of minder, in kleur, in wijze van bewaring en in krachten.

De kleur is bruinrood, of donkerbruin, of ook pekachtig zwart, althans in gedroogden toestand.

Bewaard worden zij, behalve aan pijlen of pijlspitsen gestreken, in halve kalebassen of flesch-komkommers en in aarden

*) *Encyklopädisches Wörterbuch der mediz. Wissenschaften*, von Busch, Band 36, S. 468, in articulo Woorara.

†) *Leçons sur les effets des substances toxiques*, etc., 1857, pag. 238.

§) *Handbuch der gesammten Arzneimittellehre*, 1875, S. 932.

**) Deze variëteit (of soort?) wordt ook, naar den volkstem, „tikunas” genaamd. Naar de stammen, landstrecken en rivieren staan de curare-variëteiten nog onder vele andere namen te boek,

potjes, kruikjes of schaalpjes, zoodat in den handel voornamelijk twee soorten, „kalebas-“ en „potjes“-curare worden onderscheiden.

Het krachtsverschil der beproefde curare-variëteiten zoude, volgens sommigen, van 1 : 6, volgens anderen, slechts van 1 : 3 uiteenloopen.

Ook de bereidingswijze, die in den regel geheim wordt gehouden, doch in het algemeen eene groote overeenkomst schijnt te bezitten, loopt, naar de berichten van enkele ooggetuigen *in loco*, zoowel wat het vermoedelijk hoofdbestanddeel, als vooral wat de vele *bijmengselen* betreft, eenigermate uiteen.

Over de laatsten — men gewaagt van 10 à 20 en meer ingrediënten — zal ik niet handelen, als niet behoorende tot mijn tegenwoordig onderwerp; alleen kan ik niet nalaten, bij één daarvan, het slangen-vergift namelijk, even stil te staan.

Hoewel het toevoegen van *venenum viperinum* niet bepaald algemeen schijnt, pleiten de mededeelingen van sommige reizigers voor de niet zeldzame aanwending hetzij der geheele koppen, hetzij slechts der gifhaken, of ook van uitgeperst vocht der giftklieren, inzonderheid van *Trigonocephalus*- en *Crotalus*-soorten, bij de bereiding van eenige variëteiten of soorten. Zoo beweerde WILDEBOER dit voor Hollandsch Guyana, GOUDOT voor Fransch, BANCROFT en WATERTON voor Engelsch Guyana en VON MARTIUS voor Brazilië.

In de Hoofdstukken mijner Handleiding, waar over „pijlvergiften“ en over „gift-slangen“ wordt gesproken, wees ik met een woord daarop, als een punt van nader onderzoek der vraag: of misschien, meer dan in de vele plantaardige ingrediënten, de hoofdkracht van het curare in de aanwezigheid van slangen-vergift kon gelegen zijn?

Deze kwestie werd toen niet gesteld op grond eener mij eerst later bekend geworden opgaaft, dat curare, bij verwarming, den eigenaardigen reuk der ratelslangen zoude ontwikkelen, maar eensdeels, dewijl het, even als *venenum viperinum*, in gedroogden toestand jaren lang zijne doodelijke kracht onverzwakt blijft behouden *), en anderdeels omdat het, ook hierin overeenkom-

*) Vele jaren geleden ontving ik door de goedheid van den Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen, den Heer DE STOPPELAAR, onder

stigt met het slangen-vergift, weinige of geene toxische werkzaamheid openbaart, althans in betrekkelijk geringe dosis bij het inbrengen in de maag, bij z.g. toediening *per os*. Doch het sterkst trok, voor dit vraagstuk, mijne aandacht, dat CHRISTISON voor het vergift van *Naja tripudians* MERR. en BRAINARD voor dat van *Crotalus horridus* DAUD., bij inoculatie-proeven op dieren, onafhankelijk van elkaâr, hadden waargenomen, dat daarbij verlamming van de beweegzenuwen (de later gebleken hoofdwering van het curare) op den voorgrond scheen te treden. Deze, trouwens reeds lang te voren door anderen gedane, vraag werd sedert ook door CL. BERNARD en door PELIKAN, bijna gelijktijdig, opnieuw ter sprake gebracht. Hunne, mijns inziens, niet streng genoeg in vergelijkenden zin genomen dierproeven en reactiën hebben echter ten dezen opzichte tot een grootendeels ontkenkend resultaat geleid.

Ook de Heer TH. HÜSEMANN, — die mij de eer aandeed, in zijne vergiftleer *), mijne bewerking van het hoofdstuk der „Venena sagittaria”, evenals die der meeste andere onderwerpen uit het Planten- en Dierenrijk, immers in substantie, in haar geheel over te nemen — roerde dit punt met een enkel woord aan, doch als eene vluchtige „Hypothese”, die naar zijn gevoelen „völlig muss wegfallen”.

Het verschaftte mij, ik beken dit, wel eenige *Schadenfreude*, toen ik eenige jaren daarna, in 1867, in het *Supplement* op zijn Handboek, zijne nadere verklaring lezen mocht: in curare, door APPUHN, veelvuldig voor medisch en physiologisch gebruik geleverd, „selbst Schlangen-zähne gesehen zu haben”!, zonder daarbij thans mijne bovengenoemde „hypothese” te herdenken.

anderen, een bundeltje curare-blaaspijltjes, uit West-Indië afkomstig, ten geschenke voor mijne bemoeijingen in het determineren van eenige toxicologische zeldzaamheden uit de collectie van het Genootschap. Volgens gedane opgave, waren deze pijltjes daar aangekomen in 1802! Bij onderzoek bevond ik ze toen ('t was tuschen 1850 en 1860) nog zeer krachtig werkzaam. Dezer dagen verzocht ik den Heer BINNENDIJK, Officier van Gez. der 1e klasse te Amsterdam, deze pijltjes op nieuw te beproeven, waaraan deze terstond, met zijne mij bekende uitstekende zaakkennis en welwillendheid, heeft voldaan. Het bleek, dat ze nu nog altijd — dus na meer dan 77 jarigen ouderdom — onverzwakt de karakteristieke curare-werking hebben behouden.

*) *Handbuch der Toxicologie*, 1862, S. 522—529.

Tot versterking van deze, kan hier nog worden vermeld de waarneming van RICHARD SCHOMBURGK, dat Indianen dikwijls de gifthaken van door hen gedooide ratel- en driehoekskopslangen plegen uit te breken en mede te nemen, zonder zich over het daarmede beoogde doel te willen uitlaten. Nog zou, in haar voordeel, kunnen worden aangevoerd het bevreemdende der standvastige identiteit in werking van alle curare-variëteiten, in tegenstelling met de uiteenlopende en nog altijd onzekere planten, die het hoofdbeginsel daarvoor zouden opleveren. Wel wordt door sommige reis-beschrijvers van naam uitdrukkelijk verzekerd: dat bij de bereiding van pijlvergift, die zij bijwoonden, geen slangengift werd toegevoegd; maar kan zulks niet, bij de, vele uren, soms twee dagen, voortgezette bewerking, vroeger of later, buiten hun weten, in het geheim zijn geschied? Het zou voorzeker niet de eerste maal zijn geweest, dat Europeanen door inlanders werden verschalkt. Daartoe bestond vroeger reeds eene gereede aanleiding in hun geloof, dat de kracht van dit vergift, te gelijk met de opheffing van het geheim, zou verloren gaan, en later eene nog sterkere, in hunne vrees van, bij het bekend geraken der ware bereiding, het monopolie van het curare, als handelsartikel, te zullen verliezen.

Tot mijn leedwezen was ik zelf nimmer in de gelegenheid gesteld — welke moeite ik mij ook heb gegeven — om eene reeks naauwkeurige vergelijkende dierproeven te nemen met het vocht uit de giftklieren van *Trigonocephali* of *Crotali*. Dit zij alsnog aan toxicologen en physiologen aanbevolen.

Hoe dit zijn moge, vrij algemeen wordt de bijmenging van het besproken en tal van andere ingrediënten uit het dierenrijk als eene bijzaak aangemerkt, en het voornaamste bestanddeel van het curare, evenals bij de overige bekende pijlvergiften het geval is, aangenomen als van plantaardigen oorsprong te zijn.

In weerwil nogtans der onvermoeide pogingen van de reeds genoemde reizigers en natuuronderzoekers — bij wier namen mede aan die van BOUSSINGAULT, CASTELNAU, DE LA CONDAMINE, HEBERDEN, VON HUMBOLDT, PÖPPIG, RALEIGH, SPIX, YOUD mag worden herinnerd, is men, in onzen tijd, volstrekt nog niet zeker omtrent de ware moederplant van dit raadselachtig pijlvergift.

„De moederplant” zeg ik, want, afgaande op onze kennis van de onderzochte Aziatische en Afrikaansche pijlvergiften, zou hier insgelijks kunnen worden voorondersteld, gelijk werkelijk door meerderen onnadenkend wordt gedaan, dat aan alle curare-variëteiten, in de hoofdzaak, één en dezelfde vergiftplant ten gronde ligt. Deze toch — op het opmerkingswaardige hiervan heb ik reeds gewezen — vertoonen alle, op kleine verschillen na, eene overeenkomstige physiologische werking. Even zeker als het oepas radja de tetanische *strychnine*-verschijnselen laat waarnemen, het oepas antsjar en het Afrikaansche pijlvergift, respectievelijk, de hartverlammende werking der *antiarine* (van MULDER) en der *strophanthine* (van FRASER) openbaren, zóó uiten zich al de onderscheidene specimina van het curare, uit welke oorden van Zuid-Amerika dan ook verkregen, zeer kenmerkend, door hun ongemeen krachtig paralyseerend vermogen, uitsluitend op de peripherische beweegzenuwen, zonder gelijktijdige opheffing der spierprikkelbaarheid, een vermogen, dat thans algemeen aan de, uit hen te bereiden, en insgelijks analoog werkende, *curarine* (van PREIJER) *) wordt toegeschreven.

Met de gevolgtrekking echter, om uit de physiologische werking tot de identiteit der moederplant te besluiten, behoort men, zonder het botanisch bewijs, zeer voorzichtig te zijn. Immers schijnt niet alleen het vergift van sommige tropische slangen, maar ook dat, hetgeen uit aethyl-, amyl- en methyl-verbindingen of derivaten van narcotine, atropine en andere planten-alcaloïden, kan worden verkregen, bijv. de *cotarnine* (van WÖHLER), in meerdere of mindere mate, analogie in werkingswijze met de curarine te vertoonen.

Ook mag nog minder uit het oog worden verloren, dat de werkzame beginselen van meerdere planten uit geheel verschillende orden dan die, waartoe, vroeger of later, „de moederplant” van het curare gezegd werd te behooren, evenzeer een curarine-achtig vermogen op de motorische zenuwen bezitten.

*) Is deze wel een waar *planten-alcaloïde*? Of hare formule ($C_5H_{15}N$) wel geheel vaststaat, zou ik, na de proeven van KOCH, betwijfelen. Het was, dunkt mij, eene niet ondankbare taak voor de scheikundigen, om eene vergelijking tusschen haar en de z. g. *echidnine* of *viperine* (van Lucien Buonaparte), eene mede stikstofhoudende extractiefstof uit slangen-vergift, te bewerkstelligen.

Als zoodanig ten minsten wijst HERMANN, ter loops, op enkele *Agaricus*-, *Anchusa*-(?) , *Cynoglossum*-(?) en *Echium*-(?)-soorten *) en HUSEMANN; echter mede niet dan in het voorbijgaan, op *Conium*-, en *Wrightia* (?) †).

Deze bedenkingen tot nadere en meer nauwkeurige vergelijkende proefnemingen in het midden latende, is het eene daadzaak, dat verschillende planten als „moederplanten” van het curare worden opgegeven. Bijna gelijkkluidend evenwel en onder velerlei inlandsche volksnamen staan zij in het algemeen te boek als z.g. „lianen” of „bosch-touwen”, slinger- of klimplanten alzoo, van welke dan veeltijds de schors der jonge takken, of ook de wortelbast, tot de bereiding worden gebezigd.

Onder de aangegeven „moederplanten” dan van dit pijl-vergift mag wel, niet dan zeer twijfelachtig, ook wat hare nomenclatuur aangaat, gewag worden gemaakt van het volgende drietal:

De *Cocculus Amazonum* MART., uit het Amazonen-dal.

De *Cocculus toxiferus* WEDDELL, uit Noord-Brazilië.

De *Echites suberecta* NEES, uit Guyana.

Over de laatstgenoemde, tot de Euapocynaceae ENDL. behorende, weet ik niet meer, dan dat zij *inter alias* „vermeld” wordt.

Voor de beide eersten, uit de orde der Menispermaceae ENDL., bestaat wel is waar eenig meer vermoeden, maar dewijl haar vergiftig beginsel, evenals dat der bekende kokkel-korrels, vermoedelijk in de *picrotoxine* moet worden gezocht, zou uit deze planten bereid curare waarschijnlijk eene geheel andere physiologische werking moeten openbaren §). De experimenteele toxicologie heeft daarover nog geene voldoende opheldering gegeven.

Eene hoogere waarschijnlijkheid dan aan de voorgaanden wordt toegekend aan een tweede drietal der veronderstelde curare-moederplanten, t. w. aan:

Rouhamon Guyanensis.

*) *Lehrbuch der experimentellen Toxicologie*, 1874, S. 310.

†) *Supplementband* op zijn *Handbuch*, S. 64. — Over de coniine zegt ook HERMANN, „dass es, ganz wie Curare, die peripherischen Endigungen der motorischen Nerven lähmt”. S. 326.

§) Ik zeg „waarschijnlijk”, omdat het zeer wel zijn kan, dat niet alle giftige Menispermaceae juist picrotoxine bevatten. Vergelijk hieromtrent het voor de Strychnaceae op te merken vermoedelijke onderscheid in werkzame bestanddeelen.

Strychnos toxifera.

Paullinia Cururu.

1°. *Rouhamon (Strychnos) Guyanensis* MART. — Wat het van oudsher veelvuldig „noemen” dezer *Strychnos*-soort aanbelangt — ook onder andere benamingen, als *Lasiostoma cirrhosa* WILLD., als *Lasiostoma Curare* BONPLAND, ik meen insgelijks als *Toxiaria Americana* (?) — zoude zij zeker verdienen, ten dezen op den voorgrond te worden gesteld. Intuschen ontbreken bij de schrijvers, die ik er over kon raadplegen, de noodige botanische kenmerken. Veeltijds schijnen de plantkundigen in Europa slechts in het bezit gesteld te zijn geweest van enkele gedroogde planten-deelen; zelfs las ik van „bosjes takken, die van hunne bladeren ontdaan waren”. Door VON PAUW (?) zou aangeteekend zijn, dat hij aan bovenstaande „curare-liane” zware klawieren en eene peervormige vrucht, met drie schijf- of boonvormige zaden heeft waargenomen. Overigens is het deze plant, die in ons West-Indië tot bereiding van het „woorara” zoude dienen.

2°. *Strychnos toxifera* SCHOMB. — Voor deze soort bestaat eene wetenschappelijke aanwijzing, bij eene goede botanische diagnose, in de *Reisen in British Guyana*, in 1847 door RICHARD SCHOMBURGK uitgegeven. Hij is zelf ooggetuige geweest van het aandeel dezer plant in de bereiding van het curare, terwijl zij hem, door den Indiaanschen „giftkok”, als het hoofdingrediënt daartoe opleverende werd opgegeven.

Nogtans is zijne opgave, zoo ver mij bekend, in de laatste dertig jaren, niet nader bevestigd en bestaan, naar mijne meening, geene afdoende gronden, dat juist deze *Strychnos*-species de „ware” moederplant van het curare zou zijn. Immers vermeldt de beroemde reiziger zelf, dat, nevens haar, en onder meer plantaardige bijmengselen, nog twee *Strychnos*-soorten voorkwamen (*S. cogens* BENTH. en *S. Schomburgkii* KLOTZ). Later werd bovendien door CL. BERNARD en door JOBERT, ingevolge berichten van CASTELNAU over eene analoge curare-varieteit, van eene vierde species van *Strychnos* (*S. Castelnoeana* WEDD.) gewag gemaakt.

Vreemd is, in ieder geval, dat bijaldien men hier inderdaad met ware strychnae te doen heeft, daarin een geheel ander

werkzaam beginsel voorkomt, dan die welke in de overige, goed schei- en plantkundig onderzochte, Strychnos-soorten, bijv. de *S. nux vomica* LINN., de *S. St. Ignatii* BERG. en de *S. Tieuté* LIESCH., worden aangetroffen, namelijk de welbekende strychnine en brucine, die beide, in toxicodynamischen zin, een hemelsbreed verschil met de curarine, uit de hier besproken moederplant, opleveren *).

3°. *Paullinia Cururu* LINN. — Aan deze, of althans eene aan haar naauwverwante *Paullinia*-soort, tot eene geheel andere orde dan de vorigen behoorende, t. w. tot die der Sapindaceae ENDL., werd in de laatste jaren de hoofdplaats voor het onderhavige vraagstuk toegekend. Reeds op den bijnaam afgaande, komt zij, vooral volgens KOSTELETZKI, hier bijzonder in aanmerking. Op het door hem aangewezen voetspoor, meende men, nu met voldoende zekerheid, den waren oorsprong van het curare te hebben ontdekt, althans van die variëteit, welke uit Para, in Guyana, wordt verkregen.

PREYER, namelijk, vond, in eene daarmede gevulde kalebas, eene vrucht, die door TULASNE werd herkend als van eene *Paullinia* (waarschijnlijk de *Cururu*) afkomstig te zijn. Deze gelukkige vondst verkreeg eene nog hoogere beteekenis, toen, bij proeven op kikvorschen, met een naar curare riekend extract dier vruchten, door hem en CL. BERNARD genomen, volkomene analogie in werking met die van dit pijlvergift scheen te zijn gebleken.

Uit het nieuwste werk over ons onderwerp — het bovenaangehaalde van HÜSEMANN over *Arzneimittellehre*, een tiental jaren later verschenen — blijkt niet, dat ook deze, overigens zoo hoogst gewichtige, ontdekking sedert door meerdere of nadere nauwkeurige proeven met *Paullinia*-vruchten of zaden is bevestigd geworden, hetgeen, wegens de weinig omschrevene, voorloopige mededeelingen, daarover in de *Comptes rendus* van 1865 gedaan, zeer wenschelijk ware geweest. Botanici, die in het bezit der genoemde plantendeelen mochten zijn, zullen zich, als

*) Bij dezen twijfel verdient de door PELIKAN gedane ontdekking niet onopgemerkt te blijven. De hier genoemde alcaloïden, hoezeer dynamisch volkomen tegenovergesteld, vertoonen onderling eene gróote overeenkomst in chemische reactie,

nog voor de vergiftleer verdienstelijk kunnen maken, door eene hoeveelheid daarvan af te staan aan een of ander onzer physiologische of toxicologische (?) laboratoria. Op goede tegenproeven toch met de hier, als constituentia opgegeven, bladen, basten, wortels, vruchten, enz. komt, ter eindelijke beslissing, alles aan, en toekomstige reizigers moeten er vóór alles op bedacht zijn, om te zorgen, steeds een tot proefneming voldoende voorraad niet alleen der gekwalificeerde plantaardige ingrediënten, maar ook der overige planten-organen, mede te nemen. —

Bij den voor dit vraagstuk, men ziet het, nog steeds overgebleven twijfel, werd ik onlangs aangenaam verrast door eene belangrijke toezending uit West-Indië, die mij tot bovenstaande bijdrage de gewenschte aanleiding schonk.

In een vereerend schrijven d.d. 4 Mei l.l. van den Heer Gouverneur der Kolonie Suriname, Jhr. C. A. VAN SIJPESTEIJN, ingesloten, mocht ik van Zijne Exc. eene fraai uitgevoerde photographie, benevens een paar gedroogde bebladerde takjes, der „*Ourari- of Wourali-plant van Guyana*” ontvangen, welke ik het genoeg heb, ter bezichtiging aan te bieden. De Heer VAN SIJPESTEIJN bericht mij daarbij, dat hij deze voorwerpen ten geschenke had gekregen van den Off. v. Gez. der 1^e klasse bij de Fransche Marine JULES CRÉVAUX, die vele nasporingen over het curare had gedaan, en nog deed, laatstelijk te Para *), bij Ste Marie de Béléní, werwaarts Z.E.G., met medewerking van Zijne Exc., van Paramaribo uit, eenen tocht langs de Oija-poek-rivier had ondernomen.

De Heer CRÉVAUX zelf had omtrent de door hem, *in bloei*, waargenomen plant geschreven: „*qu'elle est la plus active de la curare. Elle était déjà connue des naturalistes, mais elle n'avait pu être classée, parcequ'on ne l'avait pas trouvée en fleurs.*”

Ofschoon het mij wel voorkomt, dat deze specimina van eene of andere (misschien der opgenoemden) Strychnos-soort afkomstig zijn, durf ik mij dáárover volstrekt niet uitspreken. Gaarne gevolg gevende aan het verzoek van den zoo belangstellenden

*) In dezelfde landstreek dus, van waar PREYER zijn — Paullinia-vruchten bevattend — curare schijnt te hebben verkregen.

toezender, heb ik dezelve daartoe ter hand gesteld aan ons geacht medelid C. A. J. A. OUDEMANS, in de hoop en het vertrouwen, dat Z.HoogGel. hierdoor in staat mogt zijn, de onderhavige kwestie, van uit het botanisch standpunt, te kunnen toelichten.

N A S C H R I F T.

De mij door ons medelid VAN HASSELT ter hand gestelde voorwerpen, waarvan in deze verhandeling gewaagd wordt, bestonden in eene photographie en een gedroogd bebladerd takje. Het laatste droeg noch bloem, noch knop.

Allereerst trof mij de weinige overeenkomst tusschen de gephotographeerde en de gedroogde bladeren, zoodat ik er dan ook niet aan twijfel, of de plantensoort, welke tot het vervaardigen der eersten heeft moeten dienen, was soortelijk onderscheiden van die, waarvan het gedroogde takje werd afgenomen.

De naam der plant, waartoe het gedroogde exemplaar gebracht zoude kunnen worden, heb ik niet kunnen vinden. De gephotographeerde afbeelding schijnt mij echter toe de meeste overeenkomst te hebben met *Strychnos Guyanensis* VON MARTIUS.

OVER DE CONTRACTIE VAN WORTELS.

DOOR

Dr. HUGO DE VRIES.

Sedert ENGELMANN's onderzoekingen is het algemeen bekend, dat de contractie van spieren op een eigenaardige werkzaamheid van bepaalde vormbestanddeelen, de zoogenoemde spierstaafjes, berust, waarbij deze uit de stof waarin zij liggen water opnemen, en zich daardoor verbreedten en verkorten. De opneming van water geschiedt door imbibitie; daarbij wordt de spiermassa stijver. Na de contractie verliezen de spierstaafjes het opgenomen water, worden langer en smaller, en de spier herneemt haar vroegeren vorm.

De tot nu toe bekende verschijnselen van contractie van planten-organen berusten op een geheel ander beginsel; daarbij toch verliezen de cellen water; vóóraf gespannen celwanden contracteeren zich elastisch en worden slapper. Zoo b. v. in de bladgewrichten van *Mimosa* en in de meeldraden der *Cynareeën*.

De onderzoekingen van ENGELMANN deden in mij den wensch ontstaan een tot nu toe nooit bestudeerd proces van contractie in het plantenrijk, n. l. de contractie der wortels, nader te leeren kennen, en na te gaan of dit wellicht een grootere overeenkomst met de samentrekking van dierlijke organen vertoont dan de overige contractieverschijnselen van plantendeelen.

In de volgende regels wensch ik de voornaamste uitkomsten van mijn onderzoek in het kort mede te deelen.

Vooreerst een enkel woord over het verschijnsel zelf, dat, naar het schijnt, minder algemeen bekend is dan het verdient.

Het is voor planten van groot belang om zoo stevig mogelijk in den grond bevestigd te zijn. Wanneer de grond in het voorjaar tijdens het kiemen der zaden zeer vochtig en daardoor zeer los is, en dan in den zomer uitdroogt en inkrimpt, zouden de wortels der jonge planten noodzakelijk boven den grond moeten komen. Dit gebeurt niet, integendeel, men ziet den wortelhal gewoonlijk in den zomer en in het najaar dieper in den grond verborgen dan in het voorjaar. De planten kruipen dus, als men het zoo noemen mag, den grond in, en dit kan natuurlijk slechts door een samentrekking der wortels geschieden. Zulk een samentrekking vindt dan ook werkelijk plaats; ik heb mij daarvan vroeger door rechtstreeksche metingen der wortels overtuigd. Zij bedroeg bij roode klaver en suikerbieten in 3—6 weken 10—15 pCt., soms zelfs 20—25 pCt. der lengte.

De buitenste schors wordt bij deze contractie passief samengedrukt en verkrijgt daardoor talrijke dwarsplooiën, die men aan oudere wortels zeer dikwijls zien kan, en die als bewijs kunnen dienen, dat de wortel zich gecontraheerd heeft. Ik zag deze rimpels o. a. bij *Hyacinthus orientalis*, *Narcissus*, *Allium Cepa*, *Iris pallida*, *Carum Carvi*, *Conium maculatum*, *Trifolium pratense*, *Dipsacus sylvestris*, *Althaea rosea*, *Rumex Acetosa*, *Eryngium maritimum*. Men behoeft slechts niet al te jonge planten dezer soorten uit te trekken om vlak onder den wortelhal deze rimpels zeer duidelijk te zien.

In den zomer van 1878 en 1879 heb ik met contractiele wortels de volgende resultaten verkregen.

1^o. Brengt men de afgesneden wortels in water, zoo verkorten zij zich. Deze verkorting is in de eerste uren vrij snel, en neemt dan in snelheid af, doch duurt meestal eenige dagen. Zij bedroeg b. v. bij:

<i>Lappa tomentosa</i>	in 3 dagen . . .	7.9 pCt.
<i>Dipsacus sylvestris</i>	" 3 " . . .	4.0 "
<i>Carum Carvi</i>	" 2 uur . . .	1.4 "
" "	" 3 dagen . . .	6.0 "

2^o. Bij het liggen in water nemen de wortels in dikte toe; deze dikteverandering kan aan dunne schijfjes onder den mikro-

skoop reeds binnen eenige minuten gemeten worden. Bij 8-malige vergrooting vond ik haar o. a. bij:

Carum Carvi.	8 pCt.
Beta vulgaris	6 "
Conium maculatum	8 "

3^o. De wortels nemen in water aan volumen toe en worden daarbij stijver; het eerste vond ik door bepaling van de mate van verkorting en verbreding van een zelfde weefselstuk en berekening der volumen-verandering.

4^o. Isoleert men de verschillende weefsels van een contractielen wortel, zoo ondergaan zij in water dezelfde veranderingen als de geheele wortel. Deze veranderingen zijn echter in de jongere deelen krachtiger dan in de oudere. Ik vond de verkorting bij *Cynara Scolimus* in 20 uur:

voor de schors.	2 pCt.
voor het peripherische houtweefsel.	7 "
voor het centrale houtweefsel	3 "

En de verbreding bij dezelfde plant, in 1 uur, bij 22-malige vergrooting:

voor de schors.	15 pCt.
voor het cambium.	18 "
voor het centrale hout.	9 "

5^o. Oudere wortels verkorten zich in water niet meer.

6^o. De parenchymcellen zijn de contractiele elementen; de overige cellen gedragen zich passief, en bieden bij de contractie een weerstand. In de wortels van kruidachtige planten is het parenchym op zoo sterke wijze ontwikkeld, dat men zich niet verwonderen kan, dat dit weefsel hier een bijzondere physiologische rol te spelen heeft. Deze rol is nu klaarblijkelijk die der contractie. Zoowel in de schors als in het hout is het parenchym sterk ontwikkeld; beide contraheeren zich in water. Het gelukte mij ook onder den mikroskoop de verkorting en verbreding bij wateropneming aan afzonderlijke parenchymcellen rechtstreeks waar te nemen.

De kurklaag der schors is passief; dit ziet men uit de boven beschreven dwarsplooiën. Ook de houtvaten zijn passief; ook zij zijn door de contractie samengedrukt en heen en weergebogen, gelijk men op overlangsche sneden duidelijk zien kan. Ook de bastvezels en overige dikwandige elementen moeten als passief beschouwd worden. Bedenkt men dat het weefsel van wortels zoo uiterst arm aan houtvaten, houtvezels en bastvezels is, en een zoo dunne kurklaag bezit, dan ligt het voor de hand, hierin een zeer doelmatige adaptie te zien, wier doel het is, den weerstand bij de contractie zoo gering mogelijk te maken.

De vereeniging van actief zich contraheerende en passief gecontraheerde weefsels moet natuurlijk weefselspanningen ten gevolge hebben. In werkelijkheid bestaan deze dan ook, gelijk men uit de grootte-veranderingen der afzonderlijke weefsels bij het isoleeren ziet. Bij onvolledige isoleering krommen zich de deelen.

7^o. De contractie door opneming van water is een verschijnsel van turgor; zij wordt opgeheven door alle middelen die den turgor vernietigen. Men ziet dit b. v. daaruit, dat wortels zich bij het verwelken verlengen, in plaats van zich, gelijk groeiende stengeldeelen, te verkorten. Men kan den turgor door dooden van het protoplasma, of door de inwerking van zoutoplossingen opheffen; in beide gevallen verlengen zich de wortels. In de dwarsrichting krimpen zij daarbij echter in.

8^o. In de levende wortels zijn de celwanden door den turgor der cellen gespannen, en daardoor in de richting der as verkort. Men ziet dit, wanneer men de wortels niet, zooals sub 7, eerst water laat opnemen en dan den turgor vernietigt, maar ze terstond van dezen berooft. Zij verlengen en versmallen zich daarbij evenzeer, hoewel natuurlijk in mindere mate.

9^o. Wortels, die het vermogen bezitten zich door opneming van water in korten tijd sterk te contraheeren, vertoonen in de natuur in lange tijden blijvende verkorting. Want juist die wortels, aan welker rimpels men de blijvende verkorting het duidelijkst ziet, contraheeren zich in water het sterkst. Met deze blijvende verkorting moet een blijvende toeneming in dikte gepaard gaan.

10^o. Het valt niet te betwijfelen, dat in contractiele wortels de

turgor dezelfde rol speelt als in jonge groeiende stengeltoppen. De groeiende cellen worden door haren turgor uitgerekt en wel in overlangsche richting meer dan in de dwarsche; deze uitrekking bevordert haren groei. Evenzoo is het met de cellen der contractiele wortels gelegen; deze worden echter in de dwarsche richting het sterkst uitgerekt, en daarbij in overlangsche richting verkort. Het is duidelijk, dat de blijvende verandering bij de wortels, evenals bij de stengels, door groei veroorzaakt wordt. Dus is de contractie der wortels slechts een bijzonder geval van groei.

11^o. De contractie door toeneming van den turgor kan slechts door een groot verschil in rekbaarheid der celwanden in verschillende richtingen verklaard worden. Want de uittrekkende kracht is natuurlijk in alle richtingen dezelfde. Ongelijke rekbaarheid in verschillende richtingen is een zeer algemeen verschijnsel bij plantaardige celwanden; doch zoover mij bekend is, werd tot nu toe nog nooit een zoo groot verschil aangetroffen, dat door toeneming van den turgor een kleiner worden der cellen in eene richting werd veroorzaakt. Hiertoe toch moet het verschil in rekbaarheid zoo groot zijn, dat de contractie in ééne richting, die het natuurlijk gevolg is van de uitrekking in de richting loodrecht daarop, door een even groote uittrekkende kracht niet opgeheven kan worden. Dit geval vinden wij in de celwanden van het contractiele parenchym der wortels.

12^o. De contractie der wortels verschilt van die der spieren voornamelijk daarin, dat zij haren zetel in parenchymcellen heeft, en door verhooging van de spanning tusschen den wand en den inhoud van dezen veroorzaakt wordt. Verder daarin, dat zij blijvende veranderingen door groei tengevolge heeft.

Beide verschijnselen komen daarin overeen, dat de contractiele elementen (contractiele cellen en spierstaafjes) zich door opneming van water verkorten, terwijl zij daarbij dikker en stijver worden.

R A P P O R T

VAN DE HEEBEN

C. H. D. BUYS BALLOT en F. J. STAMKART

OVER HET TWEDE GEDEELTE DER VERHANDELING VAN DEN HEER

Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL

OVER DE MAGNETISCHE OPNEMING VAN DEN INDISCHEN ARCHIPEL.

Uitgebracht in de Vergadering van 25 Oct. 1879.



Omtrent de door den Heer Dr. VAN RIJCKEVORSEL aan de Natuurkundige afdeling van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen in de Engelsche taal aangeboden verhandeling over de horizontale intensiteit van het aardmagnetisme in den Oost-Indischen Archipel, welke op de vergadering van 31 Mei in onze handen gesteld werd, hebben wij de eer het volgende te berichten.

Dit tweede gedeelte van de verhandeling van Dr. VAN RIJCKEVORSEL bevat eene reeks van waarnemingen van horizontale intensiteit van het aardmagnetismus, op 82 verschillende plaatsen gedaan. Niet minder dan 720 bepalingen hebben daartoe medegewerkt. De wijze van waarnemen is goed geweest; slingertijd en afwijking werden beurtelings waargenomen met herhaalde opteekening der temperatuur. Hieruit zijn telkens, volgens de formules aan de Kew-Instructions ontleend, het magnetisch mo-

ment en de horizontale intensiteit van het aardmagnetisme berekend.

Volgens deze beknopte opgaaf is het een uitgebreide arbeid, onder groote moeielijkheden en met vele opofferingen met ijver en volharding volbracht, welke allezins waardeering verdient.

Dr. VAN RIJCKEVORSEL deelt vooraf eenige opmerkingen mede omtrent het aantal waarnemingen op elke plaats en de uren van den dag, waarop hij waarnam; zoo ook omtrent het gebruikte instrument: den unifilar-magnetometer van de latere constructie, in 1873 vervaardigd met lichte naalden, die slechts aan twee of drie draden konden hangen. Eene korte beschrijving ware misschien niet ondoelmatig geweest.

De verdienstelijke waarnemer, wel bewust dat de waarnemingen, onder de omstandigheden waarin zij moesten gedaan worden, niet zoo nauwkeurig konden zijn of met zoovele zorgen genomen als dit in een vast observatorium had moeten geschieden, somt verscheidene bronnen van fouten op.

Aan plaatselijke storingen in enkele gedeelten van het vulcanisch en ijzerhoudend terrein wordt toegeschreven, dat op sommige stations, waar goed onderling overeenstemmende waarnemingen gedaan zijn, het resultaat niet goed strookte met den loop der isodynamen, zooals die op de kaart uit het geheel der waarnemingen getrokken zijn, terwijl de overeenstemming van het gemiddelde resultaat met de kaart soms beter gevonden werd bij stations, waar de afzonderlijke uitkomsten te wenschen schenen over te laten. Op sommige plaatsen, zooals Larantoeke en Krakatahoe, werd elken dag een ander resultaat gevonden.

De invloed van den wind, die eenige kleine onregelmatigheid in de slingeringen der hangende naald veroorzaakte, was, naar Dr. v. RIJCKEVORSEL zegt, *„of little importance*, te minder „daar doorgaans, op het uur der waarneming, 'smorgens 7—9 uren en in het algemeen, de wind zwak was.” Het schijnt te kunnen worden toegestemd, dat een geringe storing door tocht van minder bedenkelijken invloed is gebleven op de waarneming van de horizontale intensiteit, dan op die van de inclinatie.

Dr. VAN RIJCKEVORSEL wijdt verder nog meer uit over de

oorzaken van kleine fouten, waaruit echter alleen dit besluit voor ons volgt, dat over het geheel de verkregen resultaten niet zóó nauwkeurig zijn, als zij onder gunstige omstandigheden — zooals in een magnetisch observatorium — zouden geweest zijn.

Zoo onder anderen was het op de stations niet wel doenlijk, de geheele proef ter bepaling van de torsie der draden te doen. Hij zorgde, dat de torsie zoo gering mogelijk bleef. Dit geschiedde gewoonlijk in den avond, wanneer geene andere waarnemingen te doen waren en werd van tijd tot tijd herhaald. De invloed der torsie is vooral bepaald gedurende de eerste dagen, als een nieuwe draad was aangelegd. Dan werd een gemiddelde van de eerste uitkomsten genomen, welke gemiddelde zoolang gebruikt werd, als de nieuwe draad diende. De correctiën, aan de nieuwe torsie toe te voegen, veranderden slechts tusschen 0.00010 en 0 00020.

Ongelukkig is evenwel nog eene oorzaak van fouten ontdekt na drie jaren arbeids, toen de verf van de tent, waaronder de waarnemingen geschieden, losliet: te weten, dat in het midden van de pool of top van de tent twee ijzeren schroeven verborgen waren.

Dr. VAN RIJCKEVORSEL heeft het niet noodzakelijk geacht dit vroeger te vermelden, omdat de miswijzing waargenomen is in de open lucht, en omdat bij het bepalen van de inclinatie de afstand tusschen de schroeven en de inclinatie-naald steeds groot genoeg geweest is, om allen twijfel weg te nemen, dat de resultaten konden geleden hebben door invloed van die schroeven. Maar bij de waarneming van de horizontale intensiteit waren zij nader bij de doos en is het Dr. VAN RIJCKEVORSEL leed, dat hij nimmer tijd gevonden heeft, na die treurige ontdekking, eene lange reeks waarnemingen te doen (in aanmerking genomen de geringe hulpmiddelen die hij bezat), om uit te maken, hoever de invloed der schroeven zich heeft kunnen uitstrekken. Hij had altijd gehoopt deze waarneming nog te Batavia te kunnen doen, maar is door ongesteldheid en gebrek van tijd daarin verhinderd.

„Er zijn slechts een half dozijn gelegenheden geweest”, zegt Dr. v. RIJCKEVORSEL, „waarbij de tent niet gebruikt is: dus „kon er (bij de overigen) een constante fout bestaan, die evenwel zekerlijk zeer klein zal zijn”.

Het kan wezen, dat de fout, door de schroeven veroorzaakt, klein is, maar dat zij constant zoude geweest zijn, is niet wel aanneembaar bij de verschillende magnetische inductiën, maar vooral ook bij de verschillende betrekkelijke standen van schroeven en magneetnaald, zóó wat den onderlingen afstand betreft, als wat de richting aangaat dier afstandlijn in de ruimte. Dat de schroeven roestig en waarschijnlijk niet van hard staal waren, zooals Dr. VAN RIJCKEVORSEL zegt, schijnt weinig af te doen; ook niet dat de top of pool van de tent bij onderzoek geen invloed scheen te hebben op een gevoelig kompas.

Het ware doelmatig geweest, dat dit onderzoek naar den invloed der schroeven in extenso ware medegedeeld: voorts kon een schetsteekening van de tent met den magnetometer, zooals deze zoo gewoonlijk is geplaatst geweest, met de afmetingen der schroeven, wellicht nog tot opheldering bijdragen, — alleen om te kunnen schatten, hoe groot haar invloed heeft kunnen zijn.

Op vijf plaatsen is zoowel in als buiten de tent waargenomen, hetgeen de gelegenheid aanbiedt de resultaten te vergelijken.

Te Prigi in een huis	7.4225
in de tent	7.4049
Verschil —	0.0176.
Te Martapoera in de galerij	8.2028
in de tent	8.2045
Verschil +	0.0017.
Te Singkawang in de open lucht.	8.2431
in de tent	8.3062
Verschil +	0.0131.
Te Sintang onder een afdak	8.2435
in de tent	8.2423
Verschil —	0.0012.
Te Sidjoendjoeng in de galerij	8.1385
in de tent	8.1342
Verschil —	0.0043.

Indien deze verschillen voornamelijk aan de ijzeren schroeven

moeten geweten worden, dan blijkt hiernit, dat haar invloed niet constant is. Er kunnen echter ook andere oorzaken tot de gevonden verschillen bijgedragen hebben; hetgeen niet onwaarschijnlijk is, omdat ook op andere plaatsen verschillen tusschen de onderscheidene bepalingen gevonden worden, die ééne, soms twee eenheden in de tweede decimaal uiteenloopen.

De schrijver geeft de formules van berekening volgens de Kew-Instructions en een voorbeeld van toepassing daarvan.

Alle uitkomsten worden, zooals zij gevonden werden, medegedeeld, uitgedrukt in Engelsche eenheden: voor elke plaats is het magnetisch moment berekend en de horizontale intensiteit. De waarnemingen hebben geregeld in den voormiddag plaats gehad tusschen 7 en 12 uren. Als gemiddelde tijd is 8^u30' aangenomen, en tot dit tijdstip zijn alle uitkomsten herleid door het bedrag eener gemiddelde variatie toe te passen.

Voor de waarde van dit bedrag der variatie, gemiddeld genomen, heeft Dr. v. RIJCKEVORSEL uit zijne waarnemingen een tafeltje afgeleid voor elk verschil in tijd met 8^u30', van 5 tot 5 minuten. Hij maakte daartoe gebruik van eene manier van interpolatie, die hij zelf erkent niet de beste wijze te zijn: zoodat hij ook terecht aan de getallen, bij het begin omstreeks 7 en bij het einde 12 $\frac{1}{2}$ ^u, weinig of geene waarde toekent.

Indien eene *uitdrukking* gevonden was voor de wet der variatie van de horizontale intensiteit tusschen 7 $\frac{1}{2}$ en 11^u 's morgens, dan zouden de getallen, geldende voor waarnemingen vroeger dan 7 $\frac{1}{2}$ uren en die na 11 uren, met eenige meerdere waarschijnlijkheid kunnen aangewezen worden, en het geheele tafeltje iets meer afgerond zijn. Echter gelooven wij niet, dat dit een merkelyk verschil van uitkomst zoude opleveren.

Vervolgens zijn de intensiteiten tot het midden des jaars herleid en ook ten slotte tot het midden van 1876; waartoe gebruik gemaakt werd van de waarnemingen van Dr. BERGSMAN te Batavia.

De geringste intensiteit werd waargenomen op de zuidelijke plaatsen, de grootste op de noordelijke, zonder dat met volkomen zekerheid de lijn voor het maximum kon bepaald worden, omdat Dr. VAN RIJCKEVORSEL nergens genoeg benoorden die lijn geweest is.

Ten slotte is aan het werk een kaart toegevoegd, waarop zoo goed mogelijk de isodynamen getrokken zijn.

Dr. v. RIJCKEVORSEL beschrijft, hoe hij te werk is gegaan om die isodynamische lijnen te bepalen. Het geheele terrein tusschen 95° en 134° lengte en 10° N.Br. en 6° Z.Br. is in vier dusgenoemde provinciën verdeeld. De gemiddelde lengte en gemiddelde breedte der plaatsen, in deze provinciën liggende, wordt de lengte en breedte van het zwaartepunt genoemd, waaraan dan ook de gemiddelde magnetische intensiteit zoude toe-komen; het verschil (a) der intensiteit op eene andere plaats met deze gemiddelde intensiteit wordt gevonden door de toepassing der formule $a = bx + cy$, waarin x en y de verschillen zijn van hare lengte en breedte met die der gemiddelde plaats. Volgens hetgeen p. 15 der verhandeling (manuscript) gezegd wordt, is evenwel van de uitkomsten dezer berekening niet overal streng gebruik gemaakt, maar zijn, bij het teekenen der lijnen op eene geschikte wijze, kleine wijzigingen aangebracht.

Op de kaart zijn de lengtegraden even groot geteekend als de breedtegraden. Schoon het voor het doel wel voldoende is, omdat de Archipel nabij de linie is, zoude een Mercators-projectie de voorkeur verdiend hebben.

Nog moet opgemerkt worden, dat geen opgaven gedaan zijn, hoe de gang der chronometers gevonden is. Eenmaal, pag. 14 (m.s.), wordt van twee stations vermeld, dat de tijdmeters dáár in geen goeden toestand waren, zoodat de waarnemingen berekend zijn zonder eenige correctie voor den gang der tijdmeters.

Het werk van den Heer Dr. v. RIJCKEVORSEL is, zooals in het begin van dit verslag is gemeld, een zeer te waardeeren arbeid; slechts niet zoo goed als die onder andere omstandigheden had kunnen zijn.

Enkele duisterheden kunnen misschien nog opgehelderd worden, zooals omtrent den invloed der schroeven, den gang der chronometers, de wijze der torsiebepaling.

Deze inlichtingen zal de Heer Dr. v. RIJCKEVORSEL gewis wel genegen zijn nog zooveel mogelijk te verstrekken *), opdat

*) Terstond na van dezen wensch kennis genomen te hebben, heeft Dr. VAN RIJCKEVORSEL werkelijk nog menige inlichting gegeven. BUIJS BALLOT.

men beter tot eene waarschijnlijke schatting kunne geraken, hoeveel de uitkomsten daaronder geleden hebben. Alsdan zal eene plaatsing in de werken de Akademie nog temeer gerechtvaardigd zijn.

De waarde van het werk, naar het ons voorkomt, is bepaaldelijk gelegen in de kolommen m en x , vooral van x die de magnetische intensiteit geeft zooals zij gevonden is.

Utrecht en Amsterdam.

ZIJDELINGSCH E AFLEIDING

VAN

WATER UIT EENE RIVIER OVER EEN DER DIJKEN.

DOOR

G. VAN DIESEN.

Toen in vroegere jaren dijkbreuken langs de rivieren meermalen voorvielen dan tegenwoordig, en die ongevallen, hoe ook te betreuren voor de landstreek, die er door getroffen werd, wel eens verlossing bragten voor eene andere aan dezelfde rivier gelegen streek, waarbij het water tot aan de lippen gekomen was, en welks dijk van oogenblik tot oogenblik met doorbraak dreigde, toen waarschijnlijk werd de gedachte geboren aan het vormen van eene zijdelingsche afleiding van water uit de rivier in tijd van nood, ten einde op kunstmatige wijze de verlossing aan te brengen, die de natuur ongeholpen had verschaft.

Het is, zooals u bekend is, niet gebleven bij de gedachte, maar velerlei plannen tot hare verwezenlijking werden gemaakt, zeer uiteenloopende zoowel in de plaats waar als in de wijze waarop men de afleiding wilde bewerkstelligen.

De meening, dat redding van de gevaren, die iederen winter dreigden, in dat hulpmiddel kon worden gevonden, won veld en verdrong van lieverlede andere denkbeelden en plannen van rivierverbetering. Den 15^{en} Maart 1821, dus spoedig nadat, in 1820, voor de tweede maal in deze eeuw de Alblasserwaard door dijkbreuk was ingeloopt en onder water gezet, werd door den Koning eene commissie van negen leden benoemd, ten einde te onderzoeken waar en op welke wijze de afleiding meest doeltreffend zou zijn tot stand te brengen. Deze commissie, naar

haar mandaat genoemd de commissie tot onderzoek der beste rivierafleidingen, bragt den 13^{en} September 1825 een uitvoerig en zeer belangrijk verslag uit, dat, in 1827, vergezeld van een tal van kaarten het licht zag.

In dat verslag vindt men eene naauwgezette overweging van de nadeelen van zijdelingsche afleiding, door middel van overlaten.

Met het oog op eene dergelijke wijze van afleiding, waarop den laatsten tijd met ernst de aandacht is gevestigd geworden, en waarop ik straks zal terugkomen, wensch ik de zoo even genoemde nadeelen kortelijk in herinnering te brengen, waarbij ik mij zal bepalen bij beschouwing van de rivier de Neder-Rijn en Lek, wier water de ten noorden gelegen grondeigenaren gaarne zuidwaarts afgeleid zonden zien.

Door *overlaat* heeft men te verstaan een gedeelte van een dijk, dat is ingerigt tot het doen overstroomen van het water, zoodra dit zekere hoogte heeft bereikt.

Over welke lengte de dijk tot overlaat moet worden ingerigt hangt af van de hoeveelheid water, die men er over wil laten loopen bij den aangenomen hoogen waterstand en van de hoogte van den vloer van den overlaat. Door vloer wordt bedoeld het bovenvlak van den dijk of den overlaat, waarover het water strijkt.

De inrigting is uitvoerig omschreven door den ontwerper, den Inspecteur-Generaal van den Waterstaat GOUDRIAAN, in het 7^e deel, 1^e stuk, der werken van de 1^e klasse van het voormalige Koninklijke Nederlandsche Instituut.

Ik bepaal mij tot de bijvoeging dat de binnenglooijing van den overlaat tot eene zeer flauwe helling moet worden aangeaard, ten einde het overstortende water geene uitholling aan den hiel des dijks te weeg brenge, waaruit doorbraak zou kunnen ontstaan. Eene glooijing onder 15 op 1 werd door den ontwerper voldoende geacht om den overlaat ook bij aanhoudenden overloop tegen ontgronding en doorbraak te waarborgen.

De bedoeling van GOUDRIAAN was, den overlaat te doen in werking treden, wanneer ijsgang of ijsbezetting den afvoer van water langs het rivierbed zoodanig belemmerde, dat de stijgende rivierstand de dijken met doorbraak dreigde. De afleiding over

den overlaat naar de zijde, waar het water het minste nadeel kon berokkenen, moest dan het groote nadeel van de aan de overzijde of wel benedenwaarts gelegen streek afwenden.

Met die bestemming voor oogen waren de overlaten ontworpen met den vloer op ongeveer 0,30 M. boven den hoogst bekenden waterstand bij open rivier. (De juiste hoogte was een Rijnlandsche voet, of 0,314 M.).

Het valt al dadelijk in het oog, dat eene op die hoogte geplaatste aftapping niet tot krachtig ontzet van de dijken langs de rivier kan bijdragen. Die dijken zouden dan toch, gedurende de meest volledige werking van den overlaat, het water moeten keeren tot eene hoogte niet alleen van 0,30 M. boven den hoogst bekenden waterstand, maar nog van zooveel meer als de hoogte van overloop over den overlaat ter plaatse er tegenover gelegen bedroeg. De dijken rivierafwaarts van den overlaat zouden bestand moeten zijn tegen een waterstand gelijk aan dien van de hoogte van den overlaat, dus van ongeveer 0,30 M. boven den hoogst bekenden waterstand bij open rivier. De dijken rivieropwaarts zouden een waterstand te keeren hebben ter hoogte gelijk aan dien bij het bovineind van den overlaat; het verhang in aanmerking nemende.

Is nu al eene gewenschte afleiding bij ijsgang op zeker riviervak te verkrijgen door aanleg van een overlaat naar het stelsel van GOUDRIAAN, dan geeft dus die overlaat geen ontzet aan de bovenwaarts gelegen dijken, slechts een gering ontzet aan de tegenover- en benedenwaarts gelegen dijken, en in het algemeen in het geheel geen ontzet voor een dier dijken bij een rivierstand die nog met 0.30 M. den hoogst bekenden overtreft.

Het door zoodanige afleiding geschonken voordeel mag dus wel als zeer beperkt worden beschouwd.

De commissie somt een negental redenen op waarom zij den aanleg van overlaten meent niet te moeten aanraden. Die redenen zijne bijna alle gelegen in overwegingen van finantiëelen aard, waarover men naar mijn inzien zou moeten heenstappen, indien door de uitvoering in redelijken zin een waarborg te verkrijgen was van behoud voor de streek, die men zoo noodig met groote opofferingen wenscht te vrijwaren tegen overstrooming. Dat onder die opofferingen ook zoude behooren de ver-

goeding voor het nadeel, dat het water en ijs zouden toebren-
gen aan de terreinen, waarhenen men het afleidde, spreekt
van zelve.

Onder de geopperde bezwaren komen er twee voor, die het
stelsel zelf betreffen, en ik dus in herinnering breng.

Men vreesde dat de overlaat, ondanks zware afmetingen en
zeer flauw hellende binnenglooiing, door het overstortende ijs
vernield zou worden en dus zou doorbreken, en wees ook op
het groote nadeel van de gestremde gemeenschap gedurende den
overloop, een gemeenschap, waarvoor in zulke oogenblikken juist
de dijk, die dan onbegaanbaar is, zou moeten dienen.

Ook deze beide nadeelen, hoe belangrijk ook, zou men zich
behooren te getroosten, indien het beoogde doel, ontzetting van
den bedreigden dijk, werd getroffen.

Dit laatste nu is mijns inziens zeer twijfelachtig, ook blijkens
het reeds medegedeelde omtrent den hoogen waterstand, die nog
gedurende de werking van den overlaat zou te verduren wezen.

Wel is het waar dat bij ijsbezetting ook belangrijk hooger
waterstanden zich kunnen voordoen dan van 0,30 M. boven
den hoogst bekenden bij open rivier. Men kan dit ontwaren
bij vergelijking van de standen, aangeteekend in de kolommen
2 en 5 van het staatje, voorkomende in mijne Berekening van
den afvoer, die langs Neder-Rijn en Lek mogelijk is. (*Verlagen
en Mededeelingen* 2^e Reeks, Deel IV, blz. 125). Een door de
Commissie ook opgenoemd bezwaar is echter de mogelijkheid
dat ijsmassa's zich op den vloer des overlaats neêrzetten en op-
hoopen (zooals o. a. in 1855 op de dijken langs Neder-Rijn en
Lek plaats had) en dat daardoor de afvoer van water wordt
belet of belemmerd.

Aan het daar straks opgenoemde gebrek van een overlaat, dat
hij aan den rivierstand bovenwaarts niet de gewenschte verlaging
bezorgt, omdat de aanhoudend afstroomende rivier eerst bij den
overlaat een deel van haar water kwijt raakt, werd bij het plan
van GOUDRIAAN tegemoet gekomen, door dat hij zich niet tot
een enkelen bepaalde maar een tiental wenschte aan te leggen
in den zuidelijken dijk langs Neder-Rijn en Lek van Arnhem
tot Ameide.

Bovendien achtte hij ook afleiding noodig over eene overlaat

bij de Grebbe naar de Geldersche vallei, en meende hij dat ook in aanmerking zou kunnen komen het water in de Lopiker- en Krimpenerwaarden „onder behoorlijke verdeeling zachtelijk in te leiden” tot ontzet c. q. der dijken van de Vijfheerenlanden en den Alblasserwaard.

Wanneer men het stelsel van GOUDRIAAN consequent wil toepassen, dan is een zoo groot aantal overlaten noodig, omdat eene enkele afleiding van eene rivier bij ijsgang niet de zekerheid geeft, die men beoogt. Brengt men namelijk den overlaat aan het benedeneind van het riviervak dat men wil ontlasten, dan moet de rivier over de geheele lengte boven den overlaat de volle hoeveelheid water en ijs kunnen doorlaten. Brengt men hem aan het bovineind aan, dan is er mogelijkheid dat op de rivier benedenwaarts zich een ijssdam vormt, die het water doet rijzen zonder dat, — tengevolge van het verhang, — de bovenwaarts gelegen overlaat er eenige afleiding aan kan geven.

De Commissie schijnt aan het onvoldoende eener afleiding over eene beperkte lengte geen gewigt te hebben gehecht. Zij zou anders bij de verwerping van het stelsel van GOUDRIAAN niet berust hebben in de door haar in de plaats daarvan voorgestelde 12 waaijersluizen alleen in de nabijheid van Kuilenburg.

Van Beusichem tot Amerongen zou de Noorder Lekdijk bij het vastzitten van een ijssdam boven Beusichem niet ontzet zijn geworden door het openen dier sluisen.

De gebeurtenissen van den winter van 1855 hebben doen zien dat zijdelingsche afleiding van water op een punt der rivier niet verhoedt dat de dijk op eenig ander punt boven- of benedenwaarts doorbreekt, zelfs op geringen afstand. Nadat in den vroegen morgen te 4 of 5 uur van den 5^{en} Maart 1855 een doorbraak was gevallen in den linker Rijndijk te Maurik, brak des namiddags van dienzelfden dag te 3^{1/2} uur de dijk aan de Spees door, gelegen ongeveer 12 kilometer, langs de rivier gemeten, boven Maurik.

Een half uur later, te 4 uur, brak de Grebbedijk door, ongeveer 2 kilometer boven de Spees. Een uur later, te 5 uur, bezweek de dijk te Ingen, slechts 3,5 kilometer boven Maurik, waar toen reeds 12 uur lang het water door het gat in den dijk van 60 M. lengte naar binnen liep. Benedenwaarts in

de rivier nabij Kuilenburg zette zich op dien dag, des namiddags 12³/₄ uur, de ijsbezetting door den sterken aandrang van water in beweging, hetgeen ook des nachts plaats gegrepen maar niet lang geduurd had. Gedurende die ijsbewegingen liep het water op sommige plaatsen 0.25 M. over den Zuider-Lekdijk, die was opgekist, en over den Noorder-Lekdijk, die 0.39 M. hooger was dan de Kuilenburgsche, ging het met gang. (SLOET en FIJNJE, bl. 111).

Geeft zijdelingsche afleiding geene zekerheid voor den tegenoverliggenden dijk, dien men er door ontzetten wil, daarentegen kan zij door de stroomverlamming, die zij te weeg brengt, aanleiding geven tot het vastraken van de afdrijvende ijsschollen bij ijsgang en tot nederzetting van zand.

De ondervinding van de laatste jaren heeft ook geen reden gegeven zich er over te beklagen, dat de voorstellen tot zijdelingsche afleiding weinig gevolg hebben gehad, maar dat men de voorkeur heeft geschonken aan verbetering der rivierbedden zelve en aan dijkverzwaring.

Er is geen reden om den daartoe, ruim 25 jaar geleden, ingeslagen weg thans te gaan verlaten.

Niettemin is laatstelijk een oud denkbeeld, het houden der Zuider Rijn- en Lekdijken op eene hoogte lager dan die van de Noordelijke, weder aangetrezen ten behoeve van de landstreek, die door laatstgenoemde dijken wordt beschermd.

Het denkbeeld, oorspronkelijk van BOLSTRA, werd in 1754 door Gecommitteerden aan de Staten van Holland aanbevolen en in 1762 door verhooging van den Noorder-Lekdijk verwezenlijkt.

Eene ophooging daarna van de Zuider-Lekdijken schijnt het beoogde verschil in hoogte verbroken te hebben.

Afgraving van de Zuider-Lekdijken, waar die door den Inspecteur der rivieren C. L. BRUNINGS waren bevonden hooger te liggen dan de Noorder-Lekdijken, werd althans door het Comité centraal van den Waterstaat in 1809 aangeraden. Die afgraving zou volgens dat voorstel niet verder hebben moeten gaan dan tot zoodanige hoogte, dat de dijken het hoogste winterwater bij open rivier zouden hebben kunnen keeren.

De Commissie voor de rivierafleidingen was van oordeel, dat

de Noorder-Lekdijk belangrijk moest versterkt worden en dat voorts deze dijk 0,50 M. hooger moest liggen dan de Zuider-Lekdijk, die daartoe moest worden verlaagd „echter zoo min „mogelijk aanzienlijk over uitgestrekte vakken.”

Bij eene voorgenomen verhooging van den Zuider-Lekdijk, behandeld in een rapport van de Inspecteurs van den Waterstaat van 26 September 1861, wordt door deze hoofdamttenaren gewaarschuwd tegen het overtreffen der hoogte van den Noorder-Lekdijk, waarop volgens dat voornemen kans was, tenzij het toen aanhangig plan van verhooging van den Noorder-Lekdijk wierd uitgevoerd.

Bij de uitvoering der verhoogingen is de gewenschte verhouding niet in acht genomen en alzoo bezit de Zuider-Lekdijk thans over verscheidene vakken grootere hoogte dan de Noorder-Lekdijk. Het verschil, doorgaande niet zeer groot, zou bij andere rivieren waarschijnlijk niet bijzonder de aandacht trekken, maar hier heeft het ongerustheid gebaard en aanleiding gegeven tot de vordering, dat de meermalen besproken overmaat aan de Noordzijde worde in het leven geroepen.

Noch bij dit voorstel, noch bij de vroegere voorstellen van dien aard wordt het denkbeeld verder uitgewerkt. Niet alleen zoekt men te vergeefs naar de absolute hoogte, die men dan aan de dijken zou willen geven, maar ook wordt niet gezegd hoe de overige afmetingen van den Zuider-Lekdijk zouden moeten zijn, noch of de bedoeling is overloop dan wel doorbraak te bevorderen bij den laag gehouden dijk.

Bij een hoogteverschil, van slechts 0,50 M. tusschen den Noorder- en Zuider-Lekdijk, zal laatstgenoemde dijk boven den hoogst bekenden waterstand bij open water verheven zijn; want tijdens ijsbeweging of ijsbezetting kan de rivier meer dan 0,50 M stijgen boven dien waterstand, en in zoodanig geval zal de Noorder-Lekdijk nog dienen te waken.

Laat men toe dat de 0,5 M. lagere Zuider-Lekdijk een flauw binnenbeloop verkrijge, zoodat hij over zijne geheele lengte als overlaat kan dienen, dan roept men in het leven de bezwaren, die tegen de overlaten van GOUDRIAAN zijn aangevoerd. Bovendien wordt de Noorder Lekdijk niet ontheven van het gevaar, dat in 1876 dreigde; want bij den hoogsten waterstand bij open

rivier zal dan de Zuider Lekdijk niet overloopen. Aan eene krachtige verzwaring der zwakke gedeelten van den Noorder-Lekdijk mag men zich ook dan niet onttrekken.

Is de bedoeling dat de Zuider Rijn- en Lekdijk niet worde versterkt door eene flauwe binnenglooijing, dan zullen bij overloop de doorbraken niet achterwege blijven met de daaraan verbonden nadeelen voor de rivier, herhaalde overstroming van de streek bezuiden de Lek zonder de gewenschte zekerheid voor het land achter den Noorder-Lekdijk.

Doorbraak geeft, indien de rivier met ijs bezet is, geen waarborg voor het behoud van den tegenoverliggenden dijk. Dit is niet alleen in 1855 gebleken; GOUDRIAAN geeft daarvan in § 11 van zijne verhandeling over de zijdelingsche afleidingen voorbeelden, ontleend aan de voorvallen op de rivieren in de winters van 1784 en 1799, en het Collegie van den Lekdijk bovendams beroept zich, in zijn bezwaarschrift tegen de afleiding door 12 sluizen bij Kuilenburg, voorgesteld door de commissie van 1821, op de doorbraak van den Noorder-Lekdijk in 1726, 24 uur nadat het Zuider-Lekboord bezweken was. (Rapport der Commissie van 1828).

Doorbraak verwekt vermindering van stroomsnelheid in het rivierbed en kan dus nederzetting van zand tengevolge hebben, ten nadeele van de scheepvaart en van den waterafvoer.

Gedurende den tijd, waarin de doorbraak niet gesloten is, blijft de rivier, ofschoon reeds dalende, onnoodig er doorloopen zoolang zij niet tot het zomerbed is teruggekeerd en ook dan nog, indien de doorbraak in een schaadijk is gevallen.

Ik zwijg van de nadeelen, die herhaaldelijk zouden berokkend worden aan de strecken, die worden onder water gezet, al onderstel ik dat men tot vergoeding daarvoor, telkens of eens voor altijd de noodige opoffering zich zou getroosten ter wille van de afwending van den ramp eener doorbraak van den Noorder-Lekdijk. Die ramp zou bij een zamenloop van ongunstige omstandigheden zoo ontzettend zijn, dat men voor de zekerheid der afwending ongetwijfeld groote opoffering zou over hebben.

Ik meen evenwel, op grond van de onzekerheid, die ondanks die opofferingen zou blijven bestaan, te mogen beweerden, dat de aanzienlijke sommen, die aan de vergoeding van schade be-

zuiden de Lek zouden moeten worden te koste gelegd met meer nut zouden worden besteed aan verbetering van den Noorder-Lekdijk. Men zou die naar mijne meening in de eerste plaats moeten besteden aan versterking der dijkvakken, die niet door een uiterwaard van de rivier zijn gescheiden.

Een dijkbreuk is minder noodlottig ter plaatse waar een uiterwaard zich voor den dijk bevindt dan bij een schaadijk, omdat in het eerste geval de beringing gemakkelijker is, en de instrooming bij het dalen der rivier spoediger ophoudt.

Voortzetting der rivierverbetering moet naar mijn inzien verder de gelegenheid tot ijsbezetting en daarmede het gevaar van doorbraak verminderen. Daartoe moet de rivierverbetering niet beperkt blijven tot het bekribben van het zomerbed tot vorming van eene doorgaande geul, maar zich ook uitstrekken tot het vormen van een regelmatig winterbed van zooveel mogelijk gelijke breedte, door opruiming van beletselen, die tusschen de in 1867 vastgestelde normaallijnen op de uiterwaarden nog mogten aanwezig zijn, en tot het bevorderen daardoor van eene gelijkmatige snelheid van het water ook bij ijsgang, zoodat voor op elkander schuiving der ijsschollen weinig gevaar is.

Middelburg, 16 October 1879.

R A P P O R T

OVER BLIKSEMAFLEIDERS OP RIJKSGEBOUWEN TE DELFT.

Uitgebracht in de Vergadering van 29 November 1879.

*Aan de
Natuurkundige Afdeling der
Koninklijke Akademie van Wetenschappen.*

De Commissie, benoemd naar aanleiding van een schrijven van Z. Exc. den Minister van Oorlog, dd. 7 Juli 1879, betreffende den aanleg van bliksemafleiders op Rijksgebouwen te Delft, heeft de eer de conclusiën, waartoe zij omtrent deze zaak gekomen is, mede te deelen en aan het oordeel der Akademie te onderwerpen.

In het schrijven van den Minister werden der Akademie twee vragen gesteld: 1^o. omtrent de eischen, die, ter beveiliging tegen bliksemgevaar voor het magazijn aan de Geer, aan de gemeente Delft zouden moeten gesteld worden, indien het haar vergund werd een torenuurwerk op dit magazijn aan de zuidzijde te plaatsen; 2^o. omtrent het gevoelen der Akademie over het nut of de noodzaak om ook andere rijksgebouwen te Delft, met name aangewezen, van afleiders te voorzien.

De missive van Z. Exc. was vergezeld van een zestal schetsen voor de gebouwen, waarover het gevoelen werd gevraagd, en van een gedeelte der correspondentie, die, naar aanleiding van het onderwerp der eerste vraag, reeds gevoerd was tusschen het Departement van Oorlog en de gemeente Delft. Uit de bijgevoegde stukken bleek, dat de eerst-aanwezende ingenieur te 's Hage de meening was toegedaan, dat de gemeente Delft, ingeval het haar vergund werd het torentje te plaatsen, verplicht zou moeten worden om door 26 bliksemafleiders het gevaar weg te nemen, dat genoemd torentje zou doen ontstaan; terwijl de

gemeente Delft daarentegen meende; dat die eisch te hoog gesteld was. Ten einde omtrent de vragen, door den Minister gedaan, met meer zekerheid te kunnen oordeelen, heeft de Commissie zich naar Delft begeven en de gebouwen in oogenschouwen genomen.

Wat de eerste vraag betreft, is de Commissie in de overtuiging bevestigd, die zij bij het lezen der stukken reeds had opgevat, dat het mogelijk moet geacht worden, dat het plaatsen van het torentje op het magazijn aan de Geer eenig meerder gevaar voor het inslaan van den bliksem zou kunnen teweeg brengen, en komt het haar dus billijk voor, dat door het aanbrengen van een afleider dat meerdere gevaar worde weggenomen. Maar geenszins kan zij deelen in de meening, dat het plaatsen van het houten torentje zulke ver strekkende gevolgen zou moeten hebben, dat eerst door 26 afleiders het welligt meerdere gevaar zou zijn weggenomen. Die eisch van 26 afleiders, alleen voor de rijksgebouwen aan de Geer, berust op de stelling, dat een goede bliksemafleider eer ten gevaar dan ter bescherming zou strekken voor die gedeelten van een gebouw, die niet binnen den beveiligingskring van den afleider gelegen zijn. Was die meening juist, dan zouden het houten torentje en de afleider, die er op geplaatst zou moeten worden, gevolgen hebben, die zelfs niet beperkt zouden mogen blijven binnen den kring der rijksgebouwen, maar zich in steeds wijdere kringen zouden doen gevoelen. De Commissie heeft het niet noodzakelijk geacht de gronden op te geven, waarom zij deze zienswijze verwerpt, te meer omdat de schrijver, naar wien de eerst-aanwezende ingenieur verwijst, Dr. w. HOLTZ: Theorie der Blitzableiter u. s. w., wel spreekt van een beveiligende werking van een afleider, maar niet van een gevaar aanbrengende. Dezelfde woorden toch: „Een goede afleider trekt den bliksem aan, en moet hem aantrekken, wanneer hij hem zal beletten andere deelen van het gebouw te treffen”, dienen bij den aangehaalden schrijver niet om te betoogen, dat daardoor gevaar voor de overige deelen van het gebouw zal ontstaan, maar alleen om tot het denkbeeld van de beveiligings-ruimte te voeren. Een enkele afleider zal het geheele arsenaal niet beveiligen; maar,

niet beveiligen beteekent toch nog iets anders dan *in gevaar brengen*. De Commissie meent dus, dat door het aanbrengen van één afleider op het te plaatsen torentje ruimschoots het gevaar zal zijn weggenomen, dat door dit torentje zou kunnen ontstaan.

Alvorens over te gaan tot het mededeelen van de conclusiën, waartoe de Commissie gekomen is omtrent de tweede vraag, meent zij in korte bewoordingen de algemeene beginselen te moeten doen kennen, die haar bij het vormen van haar oordeel hebben geleid.

De beantwoording van de vraag, of een afleider voor een gebouw noodig is, is altijd moeielijk, omdat zooveel omstandigheden in aanmerking moeten genomen worden, die invloed kunnen uitoefenen, en die eerst, als men ze van een factor, haar betrekkelijk gewicht voorstellende, heeft kunnen voorzien, op behoorlijke wijze in rekening kunnen gebracht worden. Zoo komt in de eerste plaats de vraag: welke kans heeft dit gebouw voor het inslaan van den bliksem? Op die kans heeft natuurlijk o. a. de hoogte van het gebouw zelf, en de hoogte der omringende gebouwen invloed. In de tweede plaats komt de vraag: welke schade zal vermoedelijk aangebracht worden, als het onheil treft? Zal de schade zich waarschijnlijk bepalen tot een kleine vernieling, tot een begin van brand, die ligt in den voortgang kan worden gestuit; of is het te voorzien, dat, als de bliksem treft, het geheele gebouw zal worden vernield en zou dit, hetzij uit het oogpunt van kunst of wetenschap, een onherstelbaar verlies zijn? En bovenal, is er groot gevaar voor menschenlevens te voorzien?

Maar evenzeer moeten in het oog gehouden worden de nadelen van het aanbrengen van een geleider, b. v. de kosten van aanleg, van onderhoud en herhaald onderzoek, en de gevaren, die een defecte geleider voor het gebouw te voorschijn roept.

Nu heeft de Commissie zich niet kunnen stellen op het ligtvaardig gekozen standpunt om in elk geval het aanbrengen van een geleider aan te raden. Eenige kans, dat een gebouw getroffen worde, is er zeker altijd, en blijft zelfs bestaan, als het gebouw van afleiders is voorzien. Maar als het gebouw geen

bijzondere kansen van gevaar aanbiedt, en als de nadeelen, bij het inslaan veroorzaakt, waarschijnlijk gering zullen zijn en dus ook het gevaar voor menschenlevens in dat gebouw niet grooter is dan in een gewone woning, heeft zij gemeend niet tot het plaatsen van een afleider te moeten raden. Bij bijna al de gebouwen, waarover het oordeel der Akademie is gevraagd, is dit het geval. Bovendien is bij die allen ook 's nachts een wacht aanwezig om een begin van brand te kunnen stuiten.

De gebouwen, waarover het oordeel is gevraagd, zijn:

a. De Constructie-werkplaatsen. Deze werkplaatsen bieden in het oog der Commissie niets aan, wat bijzondere kans tot inslaan zou kunnen geven en ook geen enkel bijzonder gevaar in geval van inslaan. Zij acht het dus niet noodzakelijk afleiders aan te brengen. Alleen heeft zij nog overwogen, of ook iets zou behooren gedaan te worden aan twee schoorsteen, den een van ijzer, $21\frac{1}{2}$ meter en den ander van steen, $25\frac{1}{2}$ meter hoog. Ook hierbij heeft zij gemeend, dat niet anders dan een finantieele schade zou te wachten zijn, ingeval die steenen schoorsteen getroffen werd, als namelijk de stoomketels, die in de onmiddellijke nabijheid van den voet staan, met den grond in geleidend verband werden gebracht. Ook voor den ijzeren schoorsteen zou zij dit raadzaam achten. En die vermoedelijke finantieele schade heeft zij niet hoog genoeg aangeslagen om een afleider noodig te oordeelen.

b. Het Arsenal aan de Geer. Ook voor dit gebouw keurt de Commissie, behalve den afleider op het torentje, geen afleiders noodzakelijk.

c. Het Magazijn bij de Paardenmarkt en de Pyrotechnische Werkplaats. Ook voor deze gebouwen is de Commissie tot hetzelfde besluit gekomen. De voorraad ontplofbare stof, in de pyrotechnische werkplaats voorhanden, is zeer beperkt.

d. De Patroonfabriek en IJzergieterij. Deze gebouwen liggen buiten Delft en zeer geïsoleerd; en staan dus reeds daardoor aan meer gevaar bloot. De Commissie meent dan ook hier een afleiding te moeten aanbevelen. Maar niet op alle deelen van dit uitgestrekte terrein. Zij acht afleiding noodig op de met betrekking tot de omgeving hooge portierswoning, bovenal

omdat het onmiddellijk daarbij staande gebouw, tot samenstelling van scherpe patronen dienende (15; het nummer, waarmede dit gebouw op de schets is aangeduid), bij niet behoorlijke afleiding van die woning door een zijdelings afspringende vonk zou kunnen getroffen worden. Zij raadt dus aan, op de portierswoning een afleider te plaatsen, voorzien van een spits, die hooger reikt dan de rechtopstaande vlaggestok, en de grondleiding te voeren naar de nabijzijnde vaart. Tegelijk acht zij het raadzaam, het gebouw (15) òf afzonderlijk te beveiligen, òf in de beveiliging van de portierswoning op te nemen, bijv. door over de nok een geleider te plaatsen, van een spits voorzien, en dien geleider links en rechts naar den grond te voeren en daar behoorlijk te doen eindigen.

Nog heeft tot ernstige overweging geleid de vraag, of niet ook het kruithuisje zou moeten beveiligd worden. Ofschoon bij dit slechts 4 meters hooge houten gebouwtje, bijna geheel door aarde bedekt en rondom door hogere gebouwen omringd, de kans van treffen voor den bliksem uiterst gering is, staat daartegenover het gevaar, ingeval het inslaan plaats grijpt. Dit gevaar wordt echter zeer getemperd, doordat het huisje aan 3 zijden door aarden wallen is omgeven, en zoo geplaatst, dat de ontploffing zou moeten plaats grijpen volgens een richting, waarin de schade het geringst moet zijn. Ofschoon er in den aanvang verschil van meening over dit punt bij de Commissie bestond, is toch de slotsom der overweging geweest, dat de beveiliging niet noodzakelijk wordt geacht. Daar bij deze gebouwen ook een paar hooge schoorsteenen voorkomen, zou ter beveiliging van de stokers een dergelijke voorzorg kunnen worden genomen als in de constructie-werkplaatsen is aangeraden.

e. Voor het magazijn op het Koningsveld acht de Commissie geen afleiding noodig.

De Commissie, meenende hiermede aan haar mandaat te hebben voldaan, heeft de eer zich te teekenen :

November 1879.

Leiden.

P. L. RIJKE.

Delft.

J. BOSSCHA.

Amsterdam.

J. D. VAN DER WAALS.

DE DUBBELLADING EENER CENTROBARISCHE MASSA VERDEELING.

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

1. Het is eene zeer bekende waarheid, dat wanneer eene massa gelijkmatig over een boloppervlak verbreid is, de aantrekkende werking dier lading op massa's buiten den bol volmaakt dezelfde is, als ware de gausche lading in het middenpunt geconcentreerd; zoodat men omgekeerd, de in eenig punt O aanwezige massa over een willekeurig boloppervlak, dat O tot middenpunt heeft vervangen kan, zonder dat de werking naar buiten veranderd wordt.

Zoodra men echter dit eenvoudig geval even verlaat, wanneer de gegeven massa zich in eenig inwendig punt C bevindt, dat niet met het middenpunt van den bol zamenvalt of wanneer de massa in het middenpunt van eenig ander omwentelings-oppervlak geplaatst is, geeft de vraag naar de equivalente oppervlakte-lading bezwaren.

De moeilijkheid wordt nog grooter, wanneer het gegeven massapunt ergens binnen een willekeurig oppervlak gelegen is. De bepaling der dichtheid dier equivalente centrobarische lading (dus genoemd, daar de resultante harer werking steeds naar het aanvankelijk gegeven punt gericht is) wordt zóó bezwaarlijk, dat eene oplossing in eindigen vorm in bijna alle, ja zelfs in zeer eenvoudige gevallen, wat oppervlak en plaats van het punt betreft, onbekend is.

Uit de algemeene uitdrukking voor de oplossing van dit vraagstuk blijkt, dat men zich de equivalente oppervlakte-lading behoort voor te stellen als bestaande: 1^o. uit de in het punt aanwezige massa, in eene enkele lading volgens eenvoudige wet

over het oppervlak verbreid, 2^0 . uit eene dubbellading over datzelfde oppervlak, die, uit twee zeer naburige ladingen van onderling gelijke grootte, doch tegengesteld teeken, met andere woorden, uit eene zeer bijzondere nullading bestaat, daar zij evenveel positieve als negatieve materie bevat.

De dubbellading, die blijkbaar door eene equivalente enkele nullading kan worden vervangen, is, wegens de groote bezwaren aan hare bepaling verbonden, weinig bekend.

In het volgende stellen wij ons voor langs indirecten weg de beteekenis dier dubbellading voor een eenvoudig geval van massaverdeeling op te sporen, waarbij de aan het massapunt equivalente lading bekend is.

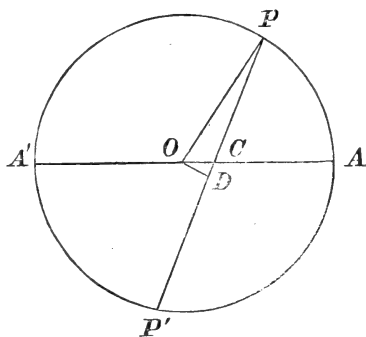
2. Wij bedoelen de excentrische verdeeling over een boloppervlak *).

Om het punt O (Fig. 1)

is, met A als straal, een boloppervlak beschreven en in eenig punt C binnen dit oppervlak bevindt zich, op een afstand f van O , eene massa m . De dichtheid der equivalente lading in eenig willekeurig element P van het oppervlak is voor dit geval, als bij uitzondering,

bekend. Die dichtheid is omgekeerd evenredig aan de derde macht van den afstand PC van het element tot het gegeven massapunt. WILLIAM THOMSON gaf voor deze stelling een fraai meetkundig betoog †); C. NEUMANN leverde hiervoor een ander bewijs, door middel van eene zeer vernuftige toepassing der formules van GREEN §); een derde bewijs, dat korter schijnt dan beide, moge hier volgen.

Fig. 1.



*) Aanvankelijk was ook eene uitvoerige behandeling der verdeeling over de omwentelings-ellipsoïde opgenomen, wanneer de massa in het centrum geplaatst is. Het is echter beter dit geval achterwege te laten, totdat een minder onvolledig onderzoek voor dit oppervlak volgen kan.

†) THOMSON, *Reprint*, zie ook THOMSON u. TAIT, *Handb. d. theor. Physik*. No. 474.

§) NEUMANN, *Untersuchungen über das log. u. Newtonsche Potential*. S. 64–65.

Men heeft in het algemeen voor de dichtheid eener lading op een boloppervlak in eenig element, waar de potentiaal dier lading \bar{V} is, als a de straal des bols en n de richting der uitwendige normaal aanduidt *),

$$\rho = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\bar{V}}{a} + 2 \frac{d\bar{V}}{dn} \right);$$

voor ons geval wordt \bar{V} de potentiaal der in C aanwezige lading in het element P , dus

$$= \frac{m}{CP} = \frac{m}{p};$$

dan volgt

$$\frac{d\bar{V}}{dn} = -\frac{m}{p^2} \cdot \frac{dp}{dn} = -\frac{m}{p^2} \cos \nu$$

als ν de hoek tusschen voerstraal en normaal.

Is nu $P'C = p'$, dan zal $p + p' = 2a \cos \nu$ en daar $pp' = a^2 - f^2$, wordt

$$\rho = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{m}{ap} - \frac{m}{p^2} \cdot \frac{p+p'}{a} \right) = \frac{m}{4\pi a} \cdot \frac{a^2 - f^2}{p^3} \dots (\alpha).$$

Voor het geval dat C in O , dus $f = 0$, volgt de constante dichtheid $\rho = \frac{m}{4\pi a^2}$ †).

Nu geven de formules van GREEN voor de potentiaal eener binnen een gesloten oppervlak S gelegen massa in een uitwendig punt, dat zich op een afstand r van het oppervlak ds bevindt,

$$V_u = \frac{1}{4\pi} \int \left(V \frac{d}{dn} - \frac{1}{r} \frac{dV}{dn} \right) ds \dots (I).$$

*) GRINWIS, *Wrijvings electriciteit*, bl. 119. Vergel. ook BEER, *Elektrostatik*. S. 53.

†) Eene fraaie toepassing dezer formule op de verdeling van magnetisme over een boloppervlak door BOURY, vindt men *Journal de Physique* II, p. 301–303.

waarin weder n de richting der uitwendige normaal aanduidt, de integratie over het geheele oppervlak s uitgestrekt.

Schrijven wij deze vergelijking onder den vorm

$$V_u = \int \frac{1}{r} \frac{dV}{4\pi dn} ds + \int \frac{V}{4\pi} \left(\frac{d}{dn} \frac{1}{r} \right) ds \dots (I_a).$$

zoo blijkt, dat de potentiaal dier massa gelijk is aan de potentiaal van *twee* ladingen over het oppervlak; 1^o. de lading met de dichtheid $-\frac{1}{4\pi} \frac{d\bar{V}}{dn}$, 2^o. eene dubbellading *) met

het moment $\frac{\bar{V}}{4\pi}$.

De massa m kan dus in hare werking op eenig punt van het oppervlak en daar buiten door die beide ladingen vervangen worden.

Het is zeker een hoogst merkwaardig feit, dat, terwijl de dubbelladingen tweemaal in de physica voorkomen, eens als electricische dubbelladingen bij de aanraking van heterogene metalen †), nog eens in de electrodynerica als magnetische dubbellading, daar, zooals wij weten, een gesloten electricische stroom, door eene magnetische dubbellading van het door den stroom begrensd oppervlak kan vervangen worden, zich ook hier het begrip van *negatieve* materie opdringt. Wij krijgen toch in dit geval met eene *derde* dubbellading en wel van positieve en negatieve *massa's* te doen, die zich dus in 't algemeen bij de aantrekking van ponderabele materie evengoed als bij electricische en magnetische werkingen voordoet.

Kan dit tot gewichtige gevolgtrekkingen aanleiding geven en er misschien toe leiden het raadselachtige der *twee* soorten van electriciteit en van magnetisme te verklaren, wij staan echter voor de omstandigheid, dat die dubbellading voor eene rechtstreeksche bepaling ten eenenmale ongeschikt is, zoo dat van de

*) NEUMANN l. c. S. 118—120.

†) HELMHOLTZ, *Pog. Ann.* Bd. 89.

eigenaardige, wezenlijke beteekenis der dubbelling van ponderabele massa's, zelfs na de uitmuntende onderzoekingen van NEUMANN *), zooals reeds aangemerkt werd, weinig bekend is.

De omstandigheid evenwel, dat men (zie boven) de excentrische verdeeling eener massa over een boloppervlak kent, terwijl, zooals wij zien zullen, de dichtheid der lading, die bij de eerste integraal van I_a behoort, zich zonder bezwaar laat berekenen, stelt ons in staat, bij den bol althans de dichtheid der aan die dubbelling equivalente enkele nullading te bepalen. De vergelijking I_a leert toch, dat deze dichtheid het verschil is der totale door de formule (α) gegevene en van de dichtheid $-\frac{1}{4\pi} \frac{d\bar{V}}{dn}$.

Wat deze laatste dichtheid betreft, daar $\bar{V} = \frac{m}{p}$, wordt zij

$$Q_1 = -\frac{1}{4\pi} \frac{d\bar{V}}{dn} = \frac{m}{4\pi} \cdot \frac{\cos \nu}{p^2} \dots \dots \dots (1)$$

Zoo dus $d\sigma$ de kegelopening is, die C tot top en den omtrek van het oppervlakte-element ds tot richtlijn heeft, wordt de hoeveelheid materie, die zich bij de verdeeling door de eerste integraal aangewezen, op het element ds bevindt,

$$-\frac{1}{4\pi} \frac{d\bar{V}}{dn} ds = \frac{m}{4\pi} d\sigma \dots \dots \dots (2)$$

m. a. w. terwijl het punt C , waar zich de massa m bevindt, de gemeenschappelijke top van alle elementaire kegels is, blijkt dus dat de verdeeling, waarvan (1) de dichtheid aangeeft, die is, waarbij de vroeger in C aanwezige materie gelijkmatig, als rondom een *centrum*, naar alle richtingen is uitgebreid; het totale bedrag dier lading is dan ook ingevolge (2), over het boloppervlak integreerende, dat de eenheid tot straal heeft:

$$\int \frac{m}{4\pi} d\sigma = m.$$

*) NEUMANN, l. c. Capitel 4 u, 5.

en dit geldt algemeen bij de verdeeling over ieder oppervlak. Wij zullen deze verdeeling de *centrale verdeeling* der materie noemen.

Ingevolge I_a moet nu bij die lading, ten einde de totale, aan de inwendige massa equivalente lading te verkrijgen, de dubbellading gevoegd worden, wier potentiaal door

$$\int \frac{V}{4\pi} \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dn} ds$$

wordt aangeduid.

Die dubbellading is eene *nullading*, zij bevat evenveel positieve als negatieve materie; hare werking in uitwendige punten is echter niet nul. Wel zou dit het geval zijn, als het zoogenaamde *moment* der lading

$$\mu = \frac{V}{4\pi} = \frac{m}{4\pi} \cdot \frac{1}{p} \dots \dots \dots (3)$$

een constante grootheid was, zooals in het geval dat de gegeven massa in O geplaatst ware. Dan gaat

$$\int \mu \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dn} ds$$

in de bekende integraal van GAUSS *) over

$$\mu \int \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dn} ds = \mu \int \frac{\cos \nu}{r^2} ds;$$

deze is, naar gelang het een uitwendig punt, een punt aan het oppervlak of een inwendig punt geldt,

$$= 0, \quad - 2\pi\mu, \quad - 4\pi\mu$$

*) GAUSS, Theoria attractionis corporum sphaeroidicorum ellipticorum Art. 6.

(de tweede waarde is, bij de onderstelling eener continue kromming van het oppervlak, in het punt, waar de integraal genomen wordt).

Eene dubbellading met constant moment heeft dus buiten het oppervlak standvastige potentiaalwaarden; die lading vertoont naar buiten geen werking. Wel is er werking in ons geval, daar het moment, blijkens (3), voor de verschillende oppervlakte-elementen andere waarden heeft.

3. Ten einde de dichtheid q_0 der enkele nullading te bepalen, die met deze dubbellading equivalent is, geeft I_a als q de dichtheid der totale lading (α)

$$q = q_1 + q_0$$

dus

$$q_0 = q - q_1 = \frac{4\pi}{m} \cdot \frac{a^2 - f^2}{ap^3} - \frac{m \cos \nu}{4\pi p^2}$$

of

$$q_0 = \frac{m}{4\pi} \cdot \frac{1}{p^2} \left(\frac{a^2 - f^2}{ap} - \cos \nu \right)$$

Is nu $\angle POA = \varphi$, zoo volgt terstond, daar $a - f \cos \varphi = p \cos \nu$

$$q_0 = \frac{m}{4\pi a} \cdot \frac{1}{p^3} \left(a^2 - f^2 - a(a - f \cos \varphi) \right)$$

zoodat

$$q_0 = \frac{m}{4\pi p^2} \cdot \frac{f}{a} \cdot \frac{a \cos \varphi - f}{p} \dots \dots \dots (4)$$

Wij kunnen nog opmerken, dat als $\angle PCA = \psi$, OD loodrecht op PC getrokken en $CD = g$ genoemd wordt,

$$q_0 = \frac{m}{4\pi p^2} \cdot \frac{f \cos \psi}{a} = \frac{m}{4\pi p^2} \cdot \frac{g}{a}; \dots \dots \dots (5)$$

de dichtheid der nullading is dus evenredig aan g en omgekeerd evenredig aan de tweede macht van den afstand tot het centrum C .

De figuur geeft echter terstond

$$\begin{aligned} p' - p &= 2g \\ p' + p &= 2a \cos \nu \end{aligned}$$

(5) wordt dan

$$Q_a = \frac{m}{4\pi} \left(\frac{p' - p}{p' + p} \right) \frac{\cos \nu}{p^2} \dots \dots \dots (6)$$

Wij krijgen dus voor de hoeveelheid materie, die *de aan de dubbellading equivalente nullading* in eenig element ds bevat,

$$Q_0 ds = \frac{m}{4\pi} \left(\frac{p' - p}{p' + p} \right) \frac{\cos \nu}{p^2} ds \dots \dots \dots (7)$$

$$= \frac{m}{4\pi} \left(\frac{p' - p}{p' + p} \right) d\sigma \dots \dots \dots (8)$$

als $d\sigma$ de opening van den elementairen kegel met O tot top en den omtrek ds tot richtlijn.

Voor de totale dichtheid volgt (zie (1)).

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_0 = \frac{m}{4\pi} \left(1 + \frac{p' - p}{p' + p} \right) \cdot \frac{\cos \nu}{p^2} \\ &= \frac{m}{4\pi} \cdot \frac{2p'}{p' + p} \cdot \frac{\cos \nu}{p^2}; \end{aligned}$$

of daar weder $p' + p = 2a \cos \nu$ en $pp' = a^2 - f^2$

$$Q = \frac{m}{4\pi a} \cdot \frac{a^2 - f^2}{p^3}$$

als boven.

Vergelijking (8) wijst op eene hoeveelheid materie

$$= \frac{m}{4\pi} \left(\frac{p' - p}{p' + p} \right) d\sigma,$$

die de elementaire kegel op $d\sigma$ bevat. Met den tegenovergestelden kegel bij P' correspondeert de hoeveelheid

$$\frac{m}{4\pi} \left(\frac{p - p'}{p + p'} \right) d\sigma,$$

zoodat de nullading bij den bol, voor de beide elementen *van*

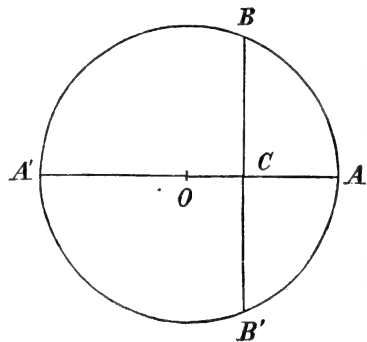
iedereen dubbelkegel eene gezamenlijke lading nul aanwijst; in het deel naar den kleinsten voerstraal (p), bevindt zich eene positieve, in dat naar den grootsten voerstraal (p') eene gelijke negatieve hoeveelheid.

De absolute grootte dier hoeveelheden is evenredig aan het verschil der beide voerstralen, omgekeerd evenredig aan hunne som.

Deze laatste grootte verdwijnt dus in den elementairen dubbelkegel, die op de elementen B en B' staat (Fig. 2), is het grootste voor den elementairen kegel op A en A' ; m. a. w. de dichtheid der nullading zal voor het segment BAB' positief, voor het segment $B'A'B$ negatief zijn.

De dichtheid is in B en B' nul, de dichtheden in A en A' zijn maxima en wel is, zie (6)

Fig 2.



$$\text{in } A \quad \varrho_0 = \frac{m}{4\pi(a-f)^2} \cdot \frac{f}{a},$$

$$\text{in } A' \quad \varrho_0 = \frac{m}{4\pi(a+f)^2} \cdot \frac{f}{a}.$$

Voor het positieve deel der nullading hebben wij, daar dit over het segment BAB' verbreid is,

$$Q_0 = 2\pi a^2 \int_0^{\varphi'} \varrho_0 \sin \varphi d\varphi, \dots, \dots (9)$$

waarin ϱ_0 door (4) gegeven wordt en de bovenste grens φ' der integratie bepaald is door de vergelijking

$$f = a \cos \varphi';$$

zoodat

$$Q_0 = \frac{maf}{2} \int_0^{\varphi'} \frac{a \cos \varphi - f}{p^3} \sin \varphi \, d\varphi$$

$$= \frac{maf}{2} \int_0^{\varphi'} (f - a \cos \varphi) \, d \cdot \cos \varphi$$

terwijl

$$p = \sqrt{a^2 + f^2 - 2af \cos \varphi}.$$

Nu is

$$\int \frac{d \cdot \cos \varphi}{p^3} = - \frac{1}{2af} \int \frac{d(a^2 + f^2 - 2af \cos \varphi)}{\sqrt{a^2 + f^2 - 2af \cos \varphi}}$$

$$= \frac{1}{af} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 + f^2 - 2af \cos \varphi}}$$

en

$$\int \frac{\cos \varphi \cdot d \cos \varphi}{p^3} = - \frac{1}{2af} \int \frac{\cos \varphi \cdot dX}{X^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{af} \int \cos \varphi \cdot d \left(\frac{1}{\sqrt{X}} \right)$$

$$= \frac{1}{af} \left\{ \frac{\cos \varphi}{\sqrt{X}} + \int \frac{\sin \varphi \, d\varphi}{\sqrt{X}} \right\}.$$

En daar

$$\int \frac{\sin \varphi \, d\varphi}{X} = - \int \frac{d \cdot \cos \varphi}{\sqrt{a^2 + f^2 - 2af \cos \varphi}}$$

$$= \frac{1}{2af} \int \frac{aX}{X^{3/2}} = \frac{\sqrt{a^2 + f^2 - 2af \cos \varphi}}{af},$$

volgt

$$\int \frac{a \cos \varphi \cdot d \cos \varphi}{p^3} = \frac{1}{f} \left\{ \frac{\cos \varphi}{\sqrt{X}} + \frac{\sqrt{X}}{af} \right\}$$

$$= \frac{1}{af^2} \left\{ \frac{af \cos \varphi + X}{\sqrt{X}} \right\};$$

zoodat

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= \frac{maf}{2} \left\{ \frac{1}{a\sqrt{X}} - \frac{1}{af^2} \cdot \frac{af \cos \varphi + X}{\sqrt{X}} \right\} \\
 &= \frac{m}{2f\sqrt{X}} \left\{ f^2 - af \cos \varphi - f^2 - a^2 + 2af \cos \varphi \right\} \\
 &= \frac{ma}{2f\sqrt{X}} \left\{ af \cos \varphi - a^2 \right\} = \frac{ma}{2f} \left(\frac{f \cos \varphi - a}{\sqrt{(a^2 + f^2 - 2af \cos \varphi)}} \right) \cdot (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= \frac{ma}{2f} \left\{ \frac{\frac{f^2}{a} - a}{\sqrt{(a^2 + f^2 - 2f^2)}} - \frac{f - a}{\sqrt{(a^2 + f^2 - 2af)}} \right\} \\
 &= \frac{m}{2f} \left\{ \frac{f^2 - a^2}{\sqrt{(a^2 - f^2)}} + a \right\} \\
 Q_0 &= \frac{m}{2} \left(\frac{a - \sqrt{(a^2 - f^2)}}{f} \right) \dots \dots \dots (11)
 \end{aligned}$$

zoodat op segment $BA B'$ de hoeveelheid

$$Q'_0 = -\frac{m}{2} \left(\frac{a - \sqrt{(a^2 - f^2)}}{f} \right)$$

verbreid is.

Wanneer het punt C tot O en dus f tot nul nadert, zal ook, wegens (11),

$$Q_0 = \frac{mf}{2} \left\{ \frac{1}{2a} - \frac{1}{8} \frac{f^2}{a^3} + \frac{1}{16} \frac{f^4}{a^5} + \text{enz.} \right\}$$

afnemen. De nullading verdwijnt als C in O , zooals te wachten was.

In resumé blijkt derhalve, dat de lading, die een in C excentrisch geplaatst massa-punt m vervangen zal, gelijk is aan de centrale verdeling der massa in C , vermeerderd met de nullading, die

$$Q_0 = \frac{m}{4\pi p^2} \cdot \frac{f}{a} \cdot \frac{a \cos \varphi - f}{p}$$

tot dichtheid heeft, die dus in het gedeelte $BA'B'$ eene positieve, in $BA'B'$ eene daaraan gelijke negatieve lading vertegenwoordigt.

Doch wij kunnen ook het vreemde begrip van *negatieve massa* verwijderen, door op te merken, dat, ingevolge bovenstaande ontwikkeling, de verdeling correspondeert met een *transport van materie* en wel van

$$\frac{m}{4\pi} \left(\frac{p' - p}{p' + p} \right) d\sigma,$$

voor elken elementairen dubbelkegel, die $d\sigma$ tot opening heeft.

De geheele centrobarische verdeling bij den bol komt dan hierop neder: nadat de massa m , van uit het punt C als centrum, gelijkmatig naar alle richtingen is verbreid, zoodat zich in elken elementairen kegel $d\sigma$ om dit punt eene hoeveelheid

$$\frac{m}{4\pi} d\sigma$$

bevindt, wordt uit het langste der twee deelen van iederen dubbelkegel eene massa

$$\frac{m}{4\pi} \left(\frac{p' - p}{p' + p} \right) d\sigma$$

naar den overstaanden kortsten kegel overgebracht (men zou zich kunnen voorstellen, dat een deel der in het langste deel van den dubbelkegel uitgestraalde materie werd gereflecteerd en zóó naar het kortste deel verplaatst); de totale massa in elken dubbelkegel blijft onveranderd gelijk

$$\frac{m}{2\pi} d\sigma,$$

zoodat,

in het kortste deel (p) de hoeveelheid $\frac{m}{2\pi} \cdot \frac{p'}{p' + p} d\sigma$

(12)

in het langste deel (p') de hoeveelheid $\frac{m}{2\pi} \cdot \frac{p}{p' + p} d\sigma$

aanwezig is, die respectievelijk over de basis ds van het eerste en ds' van het tweede kegeldeel verbreid, elementen der centrobarische equivalente lading vormen.

Is het hier behandelde geval onvoldoende om de beteekenis eener dubbellading in het algemeen te verklaren, het eigenaardige der equivalente enkele nullading treedt reeds eenigzins aan het licht.

Wij vinden dit in de *zeer bijzondere* (schijnbaar hoogst eenvoudige) verdeling der positieve en negatieve massa over de beide bolvormige segmenten, niet minder in het zonderling verdwijnen dier nullading wanneer het massapunt tot het middenpunt van den bol nadert.

Dit laatste staat blijkbaar in verband met de omstandigheid, dat de dubbellading, vroeger met veranderlijk moment, nu in eene overgaat, waarbij het moment constant blijft, welke laatste, zooals wij zagen, naar buiten zonder werking is.

Utrecht, November 1879.

OVER DE BEWEGINGEN DER RANKEN VAN SICYOS.

DOOR

HUGO DE VRIES.

Groeiende plantendeelen kunnen zich, gelijk bekend is, onder den invloed van verschillende krachten buigen. Deze krachten zijn ten deele inwendige, en berusten dan meestal op een verschillende organisatie van verschillende zijden van het orgaan; ten deele zijn zij uitwendige, in welk geval zij als prikkels werken, die in de plant voorhandene spankrachten in levende kracht omzetten. Als zulke prikkels kent men vooral de zwaartekracht, het licht, en de aanraking met vaste lichamen. De eerste veroorzaakt de geotropische, de tweede de heliotropische, de laatste de eigenlijke prikkelbewegingen. De door inwendige krachten veroorzaakte buigingen dragen den naam van nutatiën, en worden bij bilaterale organen in epinastische en hyponastische onderscheiden.

Al deze bewegingen zijn verschijnselen van groei, gelijk het eerste voor de geotropische en heliotropische door SACHS in zijn *Handbuch der Experimental-physiologie* bewezen werd. Deze geleerde toonde aan, dat niet, gelijk men toenmaals meende, een eenvoudige verandering der weefselspanning de oorzaak der kromming is, maar dat daarbij steeds de convex wordende zijde sterker in de lengte groeit dan de tegenoverliggende. Uitgaande van deze waarnemingen, beschouwde hij ook de overige, hierboven genoemde bewegingen, zoover ze in groeiende organen plaats vinden, als door verschillende groeisnelheid aan de verschillende zijden veroorzaakt.

Later stelde SACHS zijne bekende theorie omtrent den groei

van plantencellen op, volgens welke de snelheid, waarmede nieuwe moleculen celstof tusschen de reeds bestaande afgezet worden, in de eerste plaats afhangt van de uitrekking, die de celwand door den inhoud ondervindt. De inhoud neemt door osmose water uit zijne omgeving op en zet zich daardoor uit; tengevolge hiervan wordt de celwand uitgerekt en gespannen. Deze spanning tusschen wand en inhoud draagt den naam van turgor. De belangrijkheid van dezen turgor voor den groei blijkt o. a. uit zijn algemeen voorkomen in groeiende organen en cellen en uit het feit, dat snelgroeiende plantendeelen in den regel een aanzienlijker turgoruitrekking vertoonen dan langzaam groeiende.

Uit deze theorie mocht met waarschijnlijkheid het vermoeden afgeleid worden, dat ook bij de groeikrommingen de turgoreen belangrijke rol zou spelen. Reeds vroeger had DUTROCHET de meening geuit, dat de osmotische spanning der cellen een der voornaamste factoren der bedoelde verschijnselen was, maar zijne beschouwingen waren door verschillende omstandigheden langzamerhand op den achtergrond geraakt.

Een vernieuwd onderzoek omtrent de rol van den turgor bij de groeikrommingen was dus noodzakelijk, vooral ook, omdat uit de theorie van SACHS geenszins met zekerheid kon worden afgeleid, of de uitwendige krommingsoorzaken rechtstreeks, dan wel indirect, door bemiddeling van den turgor, op den groei inwerken *).

Voor zulk een onderzoek ontbrak echter eene methode, daar het niet mogelijk was, het aandeel van den turgor en dat van den groei aan eene kromming experimenteel van elkander te onderscheiden. Vandaar dat men trachtte langs omwegen, door vergelijking met andere bewegingsverschijnselen, het doel te bereiken. Men heeft getracht, de krommingen van veelcellige groeiende organen (want alleen van dezulken is hier sprake), uit de overeenkomstige verschijnselen te verklaren, die bij eencellige organen waren waargenomen. Anderen hebben gemeend, een beter punt van vergelijking in veelcellige, volwassen blad-

*) Vergelijk SACHS *Lehrbuch der Botanik*, 4 Ed. p. 815.

gewrichten te vinden, daar deze door dezelfde uitwendige krachten tot overeenkomstige bewegingen geprikkeld worden. In het eerste dezer beide gevallen berusten de buigingen alleen op ongelijk sterke groei, in het laatste alleen op een verschil in turgor van de beide tegenoverliggende zijden. In ons geval echter, de bewegingen van veelcellige groeiende organen, mag men aannemen, dat zoowel de groei als de turgor een aandeel aan de kromming hebben. Welk echter dit aandeel is, kon vooralsnog langs experimenteelen weg niet worden uitgemaakt.

Ten einde deze belangrijke vraag tot een beslissing te brengen, heb ik allereerst een methode uitgewerkt, die aan den zoeeven gestelden eisch voldeed en een empirische bepaling van het aandeel van turgor en groei aan een groeiverschijnsel mogelijk maakte. Deze methode berust op de rol van het protoplasma bij den turgor, en bestaat in hoofdzaak in de aanwending van zoutoplossingen van zoodanige concentratie, dat het protoplasma der cellen daarin, ten minste plaatselijk, den celwand loslaat. In dit geval toch kan in een cel geen spanning tusschen wand en inhoud meer bestaan. Daarom heb ik deze methode met den naam van plasmolytische methode bestempeld.

Volgens haar heb ik nu in den afgelopen zomer verschillende bewegingen van groeiende, veelcellige organen onderzocht, en nagegaan welk aandeel daarbij aan den turgor, en welk aan den groei moest worden toegeschreven. De uitkomsten van dit onderzoek wensch ik in dit opstel mede te deelen.

Onder de bewegingen van groeiende plantendeelen behooren ongetwijfeld die der ranken tot de snelsten, en geen andere overtreft die der ranken van *Sicyos angulatus*, van welke ASA GRAY reeds vóór bijna twintig jaren mededeelde, dat men de krommingen met het oog kan volgen. Het is daarom dat ik voornamelijk deze ranken voor mijn onderzoek gebruikt heb. Volgens de beschouwingen van SACHS toch, mocht ik verwachten, dat bij zulke snelle bewegingen, die met een snellen groei gepaard gaan, ook de turgor zeer aanzienlijk is, en dat het dus hier, gemakkelijker dan in andere gevallen, zou gelukken, het aandeel van turgor en groei aan de bewegingen experimenteel te scheiden. Dit vermoeden heeft zich dan ook volkomen bevestigd. En toen eenmaal een inzicht in de rol van turgor

en groei bij deze bewegingen verkregen was, was het niet moeilijk, de genomen proeven ook met andere plantendeelen, en met door andere prikkels veroorzaakte bewegingen te herhalen; het bleek, dat bij al de in het begin genoemde verschijnselen het aandeel van turgor en groei aan de kromming door dezelfde wet beheerscht wordt.

Overeenkomstig met dezen gang van mijn onderzoek, wensch ik in dit opstel achtereenvolgens de volgende punten te behandelen:

- 1^o. de vroegere onderzoekingen over groeikrommingen,
- 2^o. de plasmolytische methode,
- 3^o. de bewegingen der ranken van *Sicyos angulatus*,
- 4^o. de bewegingen van andere ranken,
- 5^o. sommige geotropische, heliotropische, nuteerende en epinastische bewegingen.

Ik mag deze inleiding niet sluiten, zonder een woord van oprechten dank te richten tot de Heeren CH. DARWIN en ASA GRAY. Toen DARWIN de tweede editie zijner „Climbing plants” uitgaf, maakte hij mij op de snelle bewegingen van sommige ranken, en op de bijzondere geschiktheid van deze voor eene beantwoording der reeds meermaals genoemde vraag opmerkzaam, en beval mij aan, vooral zulke ranken voor mijn onderzoek te gebruiken. ASA GRAY had de goedheid, mij zaden van *Sicyos angulatus* te zenden, daar deze, volgens zijne vroegere waarnemingen, de snelste bewegingen van ranken vertoonen; de planten, uit zijne zaden gewonnen, leverden mij het geheele materiaal voor het eerste gedeelte mijner onderzoeking. De lezer moge uit de lectuur van mijn opstel zelf beoordeelen, welke redenen tot dankbaarheid ik voor den raad en de hulp der beide genoemde geleerden heb.

I. *De vroegere onderzoekingen over groeikrommingen.*

Het is geenszins mijn voornemen, hier een uitvoerig historisch overzicht over alle onderzoekingen te geven, die tot onze kennis der groeikrommingen hebben bijgedragen.

Veel minder is het mijn plan, de theoretische beschouwingen over de oorzaken dezer krommingen kritisch te behandelen; deze beschouwingen toch, door tal van onderzoekers, en dikwerf met een zeer onvoldoend materiaal van empirische feiten aangesteld, loopen zóó zeer uiteen, en zijn in den regel zoodanig met elkander in tegenspraak, dat slechts een zeer uitvoerige behandeling van het vóór en tegen van alle meeningen eenig nut zou kunnen hebben. Al deze beschouwingen hebben zoo goed als geen invloed op mijn experimenteele onderzoekingen gehad, daar ik van den beginne af een geheel anderen weg heb ingeslagen. Ik beperk mij daarom tot de bespreking van proeven en ervaringen, en behandel onder deze alleen diegene, die tot de door mij te behandelen vraag naar het aandeel van turgor en groei in een meer rechtstreeksch verband staan. Ik begin met DUTROCHET, wiens ontdekking der osmose hem de aanleiding gaf om te onderzoeken, in hoeverre ook bij deze verschijnselen osmotische werkingen in het spel zijn *). Hij vond, dat in organen, die het vermogen bezitten, zich onder den invloed van zwaartekracht of licht te krommen, steeds een spanning tusschen de verschillende weefsels bestaat, en dat deze spanning op de osmotische werking van de cellen van het parenchym berust. Splitste hij een jongen stengel overlans in twee helften, dan kromde deze zich terstond met de epidermis concaaf. Door openeming van water werd deze kromming aanzienlijk versterkt, door den invloed van suikerwater echter verminderd of zelfs in de tegenovergestelde overgevoerd; de weefselspanning berustte dus op „osmose implétive” der parenchymcellen.

Om nu na te gaan, of bij de krommingen onder den invloed van de zwaartekracht deze weefselspanning veranderde, liet hij jonge stengels zich buigen, en splitste ze daarna in twee helften. De concave helft kromde zich sterker, de convexe ont-kromde zich min of meer, en werd zelfs in vele gevallen weer recht. DUTROCHET vatte de beteekenis dezer waarneming zoo op, dat de concave zijde haar normale streven om zich te krommen behield, terwijl de convex wordende zijde dit streven ver-

*) DUTROCHET, *Mémoires*, Edition Bruxelles 1837, p. 296 et 324.

loor; tengevolge daarvan werd zij „courbée en dedans malgré elle.”

Opheffing of vermindering der spanning in de onderhelft was dus de werking van de zwaartekracht, en deze verandering kon slechts door een vermindering van de osmotische kracht der parenchymcellen bewerkt worden. DUTROCHET nam daarom aan, dat de „sève lymphatique extérieure aux cellules” in de onderzijde in dichtheid toenam; dit zou natuurlijk een geringere osmose impletive aan die zijde tengevolge hebben, en zodoende het verschijnsel geheel kunnen verklaren.

Volgens dezelfde beginselen trachtte DUTROCHET ook de heliotropische bewegingen van stengels, alsmede beide soorten van bewegingen bij wortels, te verklaren. Bij wortels, in welke de wefelspanning juist omgekeerd is als in stengels, is de convex wordende bovenkant de actieve; zij volgt haar normale streven, terwijl de onderkant, resp. de schaduwzijde, passief gebogen wordt.

De ontdekking van het verband tusschen de uitzetting der parenchymcellen door opneming van water, de wefelspanning en de krommingen van jeugdige plantendeelen, was een belangrijke en blijvende aanwinst voor de wetenschap. Maar de bizonderheden van DUTROCHET's theorie waren niet boven alle kritiek verheven, en van daar dat zijn leer nooit dien invloed verkregen heeft, dien zij verdiende. In twee opzichten vooral was zijn voorstelling gebrekkig. Hij nam aan, dat steeds slechts de eene zijde actief de kromming bewerkte, terwijl de andere passief werd medege trokken; deze meening werd later door SACHS experimenteel weerlegd, toen hij aantoonde, dat beide helften, elk voor zich, zich onder den invloed van de zwaartekracht opwaarts trachten te buigen *). In de tweede plaats nam hij een vermindering van de osmotische werkzaamheid van de cellen der convex wordende zijde aan; wij zullen in het experimenteele gedeelte van dit onderzoek zien, dat de uitzettende kracht der parenchymcellen aan deze zijde juist toeneemt, en dat juist daardoor de kromming veroorzaakt wordt.

De resultaten van DUTROCHET vonden bij HOFMEISTER ten

*) SACHS *Flora*, 1873, N^o. 21.

deele erkenning, ten deele tegenspraak *). Deze onderzoeker bevestigde, hetgeen DUTROCHET omtrent de betrekking tusschen de buigingen van jonge plantendeelen en de weefselspanning geleerd had, maar verklaarde zich tegen zijne meening dat de oorzaak der spanning in een osmotische werking der celinhouden moet gezocht worden. Hij meende deze oorzaak in veranderingen van den imbibitie-toestand der celwanden te vinden. Dit laatste punt kan geheel onafhankelijk van HOFMEISTER's werkelijke verdiensten omtrent de leer der groeikrommingen behandeld worden; wij zullen dit duidelijkheidshalve doen, en HOFMEISTER's imbibitie-leer tot het einde van onze bespreking uitstellen.

HOFMEISTER onderwierp de spanningen tusschen de verschillende weefsels van een orgaan aan een uitvoerig onderzoek, en hetgeen hij daaromtrent vaststelde vormt nog steeds de basis van onze kennis op dit gebied. Hij toonde aan, dat in jeugdige plantendeelen een spanning tusschen het parenchym eenerzijds, de vaatbundels en het huidweefsel anderzijds bestaat. Het parenchym tracht zich uit te zetten, de vaatbundel en het huidweefsel niet, of slechts weinig; de laatsten worden dus door het eerste passief uitgerekt. Door hunne elastische spanning, werken zij echter de uitzetting van het parenchym tegen. Deze spanning ontwikkelt zich in de jeugd van een orgaan slechts langzaam, en verdwijnt weer, als het den volwassen toestand bereikt.

Omtrent de geotropische en heliotropische bewegingen leerde HOFMEISTER, dat zij aan de aanwezigheid van een krachtige weefselspanning gebonden zijn. Ten minste de negatief-geotropische en de positief-heliotropische. De positief-geotropische krommingen daarentegen vinden volgens HOFMEISTER in organen zonder of met zeer geringe weefselspanning plaats; doch zijne beschouwingen omtrent deze waren in vele opzichten onvoldoende.

Verder toonde HOFMEISTER aan, dat de geotropische en heliotropische bewegingen van stengels en bladstelen met een aanzienlijke krachtsontwikkeling gepaard gaan, en dat daarbij zoowel de convexe, als ook de concave zijde in lengte toenemen.

*) HOFMEISTER. *Ueber die durch Schwerkraft bewirkten Richtungen von Pflanzentheilen*, Berichte der k. Sächs. Ges. d. Wiss. 1860.

Minder gelukkig was hij in zijn pogingen, om de mechanica der opwaartskromming aan het licht te brengen. Hij meende, dat slechts twee oorzaken daarvoor denkbaar waren, n.l. een toeneming van het uitzettingsstreven van het parenchym der onderzijde, of een vermindering der elasticiteit, verbonden met toeneming der rekbaarheid van de passieve weefsels dier zijde. Zijne proeven leidden hem er toe, de laatstgenoemde mogelijkheid voor de ware oorzaak aan te zien.

Het gestelde alternatief omvatte niet alle mogelijke oorzaken, en zijne proeven waren niet vrij van bedenkingen. Wat het eerste betreft, was het evengoed denkbaar, dat de kromming door een toeneming van de groeisnelheid aan de onderzijde werd veroorzaakt, een omstandigheid waarop wij weldra terugkomen. Van zijne weinig talrijke proeven citeer ik de volgende *). „Entfernt man Epidermis, Rinde und Holz von einem aufwärtsgekrümmten Spross mit geringer Rindenenwicklung, so richtet sich der entblösste Markeylinder grade.” Hierin ziet HOFMEISTER het bewijs, dat het merg, hetwelk het voornaamste deel van het zich uitzettende weefsel is, geen actief aandeel aan de kromming neemt. Deze conclusie is later door proeven van SACHS bevestigd, die aantoonde dat rechte, van de omgevende weefsels bevrijde mergcylinders zich niet opwaarts krommen, als men ze horizontaal legt. Maar de verdere conclusie van HOFMEISTER, dat dus de vaatbundels en de epidermis der onderzijde rekbaarder geworden moeten zijn, is om vele redenen niet gerechtvaardigd, o. a. omdat de weggenomen schorsstrooken ook het buitenste gedeelte van het actief zich uitzettende parenchym bevatten.

Dat in het merg de oorzaak der kromming niet moet gezocht worden, daarvoor pleiten, behalve de genoemde proeven van HOFMEISTER en SACHS, nog verschillende andere feiten. Ten eerste de omstandigheid, dat het merg het centrum van den zich krommenden tak inneemt; de lengte-verandering van het merg zal dus bij een passieve buiging veel geringer zijn dan die van de schors der concave en der convexe zijde; omgekeerd, zullen krommende krachten nergens ongunstiger kunnen worden aangebracht dan juist in het merg. Daarom mag het reeds a priori als waar-

*) l. c. p. 256.

schijnlijk beschouwd worden, dat de oorzaak der kromming in de peripherische weefsels zetelt. Hiervoor pleit hetgeen wij omtrent den zetel der geotropische kracht in de knoopen der grassen en in wortels weten. Bij de eersten toch is alleen de peripherie, de bladscheede, actief: de stengel, die het centrum van het gewricht inneemt, is geheel, of zoo goed als geheel passief. Evenzoo is bij de wortels de vaatbundel, die zich bij de geotropische kromming passief gedraagt, in het midden gelegen, het parenchym, dat daarbij een actieve rol speelt, aan den omtrek. Het zou niet moeilijk zijn, dezen regel door meer voorbeelden te staven.

Men kan zich door een zeer eenvoudige proef gemakkelijk overtuigen, dat ook bij stengeldeelen het centrale merg voor de geotropische krommingen niet noodig is. Hiertoe neemt men dikke jonge stengels van *Nicotiana Tabacum* of *Helianthus annuus* en boort met een kurkboor voorzichtig het centrale merg er uit. Dit verlengt zich daarbij zeer fraai. De uitgeholde stengelstukken worden nu in een zinken bak op nat zand gelegd, en de onder-einden met nat zand bedekt, waarop de bak gesloten wordt om de ruimte vochtig en donker te houden. Den volgenden dag ziet men de uitgeholde stengels alle geotropisch gekromd, sommige sterker, andere zwakker. Zoo toebereide stengels gedragen zich dus als holle stengels van andere planten.

In elk geval zal men dus de oorzaak der geotropische kromming in de peripherische weefsels moeten zoeken. Daar deze nu zoowel actief parenchym, als passief gespannen vaatbundels en huidweefsel bevatten, voert HOFMEISTER's proef niet tot een beslissend antwoord op de door hem gestelde vraag.

Ik heb de behandeling van het boven aangehaalde verschilpunt tusschen HOFMEISTER en DUTROCHET tot nu toe verschoven, daar het, hoewel een zeer belangrijk punt in HOFMEISTER's theorie, toch feitelijk van zijn overige waarnemingen min of meer onafhankelijk is.

HOFMEISTER sneed uit jeugdige organen overlangsche sneden, die zoo dun waren, dat alle of bijna alle cellen er in door het mes geopend waren, en nam waar, dat ook in zulke fijne sneden nog spanningen tusschen de ongelijknamige weefsels bestonden. Hij scheurde den buitenwand der epidermis van bladen af; deze

rolt zich daarbij met den buitenkant concaaf op, ofschoon alle cellen geopend zijn. Het feit dat ook de celwanden, onafhankelijk van den turgorspanningen vertoonen, was dus onloochenbaar. Maar de conclusie, die HOFMEISTER hieruit afleidde, dat de weefselspanning alleen op deze spanningen zou berusten, en dat de osmotische wateropneming der parenchymcellen daarbij geen rol zou spelen, was, gelijk men thans gemakkelijk inziet, onge-rechtvaardigd. De identiteit der celwandspanningen met de weefselspanning was niet bewezen, en vooral was het een willekeurige aanneming, dat de intensiteit van beide spanningen gelijk zou zijn.

De door HOFMEISTER aangewende methode der fijne doorsneden laat niet toe, deze vragen met zekerheid te beantwoorden; door middel van de plasmolytische methode is dit echter zeer gemakkelijk. Splits men jonge, snelgroeïende stengeltoppen overlans in vier deelen, zoodat deze uitéénwijken, en brengt men ze nu b.v. in een keukenzout-oplossing van 20 pCt., dan ziet men terstond de krommingen geringer worden. Ja, in het jongste gedeelte keeren zij om; de eerst concave epidermis wordt convex. In het oudere gedeelte blijft de epidermis aan de concave, het merg aan de convexe zijde. Deze waarnemingen, die ik o. a. met jonge bloemstelen van *Cephalaria leucantha* deed, toonen aan dat er, als de spanning tusschen wand en inhoud in alle cellen opgeheven is, nog spanningen tusschen verschillende weefsels bestaan. Deze spanningen zijn in het jongste deel tegengesteld, in het oudere, nog groeiende deel in denzelfden zin als in de turgescente plant *). Beslissender nog dan deze feiten is de omstandigheid, dat groeiende organen door de aanwending van zoutoplossingen merkbaar slapper worden, iets, wat met volwassen organen niet meer het geval is. Dit gemakkelijk waarneembare feit bewijst volkomen, dat in jeugdige planten-

*) Uit deze proeven volgt tevens de volgende, voor een juist inzicht in de oorzaken van den lengtegroei belangrijke conclusie, dat n.l. in het jongere, het snelste zich verlengende deel van een groeienden stengeltop, het merg niet sneller groeit dan de vaatbundels en de schors, maar zich alleen door wateropneming sterker tracht te verlengen. Het groeit daarbij zelfs langzamer. Eerst na de overschrijding van het maximum der groote periode, wordt de groei in het merg sneller dan in de overige weefsels. Onder groei versta ik hier natuurlijk slechts zulke veranderingen, die niet door plasmolyse opgeheven kunnen worden. Het komt mij voor, dat een nader onderzoek dezer quaestie belangrijke resultaten voor de leer van den groei belooft.

deelen de turgor een belangrijk aandeel aan de stijfheid en dus ook aan de weefselspanning heeft, terwijl dit in oudere deelen, die, gelijk men weet, gewoonlijk geen weefselspanning bezitten, niet meer het geval is.

Ten opzichte van de rol van den turgor bij de weefselspanning, had dus DUTROCHET gelijk, en HOFMEISTER ongelijk.

Weinige jaren na het bekend worden van HOFMEISTER's onderzoekingen, gaf SACHS van deze in zijn *Handbuch der Experimental-physiologie* een overzicht, dat in helderheid alle vroegere behandelingen van dit thema verre overtrof. Hierbij kwam hij op het denkbeeld, dat niet een toeneming in rekbaarheid, maar een eenzijdige versnelling van den groei der passief uitgerekte weefsels de oorzaak der geotropische en heliotropische krommingen mocht zijn. Een reeks van proeven, door hem genomen, toonde aan, dat werkelijk, bij geotropische en heliotropische buigingen van stengeldeelen, de weefsels der convexe zijde zich blijvend sterker verlengen dan die der concave zijde, en dus sneller in de lengte groeien dan deze.

SACHS begreep terstond het belang van dit feit, en trok er de algemeene conclusie uit, dat niet alleen de geotropische en heliotropische krommingen, maar ook de bewegingen der ranken, de nutatiën van vele stengels, het slingeren, en de bewegingen door welke jonge bladen en zijtakken hun normale richting innemen, op dezelfde oorzaak berusten moesten. Allen zijn volgens hem verschijnselen van groei; bij allen groeit de convex wordende zijde sneller dan de tegenovergestelde. In dit verschil in groeisnelheid ziet SACHS de oorzaak der kromming.

Het spreekt van zelf, dat hierdoor nog geenszins de vraag beslist was, of de prikkels, die de kromming bewerken, rechtstreeks, dan wel indirect op den groei door intussusceptie inwerken. Deze vraag kon zich bij de toenmaals heerschende beschouwingen nog ternauwernood aan den onderzoeker voordoen; zij ontstond eerst vele jaren later, toen SACHS' theorie van den groei een helder inzicht in de betrekking tusschen turgor en intussusceptie bij den groei der plantendeelen had gegeven *).

*) Zie b.v. SACHS *Lehrbuch d. Bot.* p. 813, 2 Alin., laatste zin.

Hetgeen SACHS later voor de kennis van het aandeel van turgor en groei bij de krommingen van groeiende plantendeelen gedaan heeft, bestaat eensdeels in de nauwkeurige studie van de veranderingen van den groei bij deze krommingen, anderdeels in zijne studiën omtrent de rol van den turgor bij den groei in het algemeen. Deze beide richtingen van zijn onderzoek wensch ik achtereenvolgens te behandelen.

Allereerst toonde SACHS aan *), dat bij takken, die horizontaal gelegd zijn en zich onder de inwerking der zwaartekracht omhoog krommen, de convexe zijde sterker en de concave zijde minder sterk groeit dan bij takken, die onder overigens gelijke omstandigheden in vertikalen stand onderzocht worden. Bij de knopen van grassen is dit verschil zeer aanzienlijk; bij normalen stand is de groei aan alle zijden zeer gering, bij horizontalen stand is de verlenging aan de onderzijde uiterst sterk, terwijl de bovenzijde zich in den regel verkort. De toeneming in groeisnelheid aan de onderzijde geschiedt dan in beide gevallen, ten minste voor een deel, ten koste van de bovenzijde. Geheel overeenkomstige verschijnselen ontdekte ik korten tijd daarna bij de krommingen der ranken †).

Daarna onderzocht SACHS de geotropische krommingen der wortels, en leerde de veranderingen van de groeisnelheid der verschillende zijden bij deze verschijnselen in een uitvoerige monographie nauwkeurig kennen §).

Eenzoo onderzocht hij den vorm der kromming van geotropisch zich oprichtende stengels, en de veranderingen die de groei der concave en convexe zijde daarbij ondergaat **).

Een uitvoerige en kritische behandeling van alle groei-krommingen gaf SACHS in de 3^{de} Editie van zijn Lehrbuch der Botanik (1873), ten deele volgens de onderzoekingen van anderen, grootendeels volgens eigen waarnemingen. Hierbij bleek vooral de groote overeenkomst en innige samenhang, die

*) SACHS, *Längenwachstum der Ober- und Unterseite horizontalgelegter sich aufwärtskrümmender Sprosse*, Arb. d. Würzb. Instit. 1872 Heft II, d. 103.

†) Arb. der bot. Instit. in Würzb. Heft III 1873, p. 302.

§) Ibid Heft III, p. p. 385 en Heft IV, 1871, p. 584.

***) SACHS, *Flora* 1873, N^o. 21.

er tusschen al deze verschijnselen bestaat: een overeenkomst, die op een afhankelijkheid van al deze zoo zeer uiteenlopende verschijnselen van dezelfde algemeene wetten wijst. De kennis van dezen samenhang meen ik als het belangrijkste algemeene resultaat van SACHS' onderzoekingen op dit gebied te mogen beschouwen; in het laatste hoofdstuk van dit opstel zal men zien, dat deze kennis van groot belang voor mijn eigen onderzoekingen geweest is.

Het uitvoerigst werd deze overeenkomst door SACHS in zijn reeds genoemde verhandelingen voor de negatief geotropische kromming van stengels en de positief geotropische beweging van wortels bestudeerd. SACHS zegt daaromtrent: „Als hoofddresultaat van mijne onderzoekingen beschouw ik vooral dit, dat de verschijnselen bij de geotropische opwaartskromming in alle hoofdzaken dezelfde zijn, maar in tegenovergestelde richting optreden als bij de geotropische afwaartskromming, en dat dus de mechanische verklaring voor beiden noodzakelijk dezelfde zijn moet.” Hiermede vervielen terstond de oudere verklaringen van HOFMEISTER en KNIGHT *).

Dat deze overeenkomst ook voor de heliotropische krommingen goldt, bleek uit een uitvoerige studie dezer verschijnselen, van welker resultaten H. MÜLLER THURGAU in *Flora* 1876 N°. 59 een kort overzicht gaf.

Het zou mij te ver voeren, wilde ik al de détails der onderzoekingen van SACHS en MÜLLER, alsmede die van anderen, die de medegedeelde conclusie voor andere gevallen bevestigen, uitvoerig mededeelen; dit is echter ook geenszins voor mijn doel noodzakelijk.

Liever ga ik over tot SACHS' theorie van den groei. Deze werd door den beroemden onderzoeker in 1873 in de derde editie van zijn leerboek ontwikkeld. Steunende op een rijken schat van ervaringen, deels door een kritische studie, aan de oudere literatuur ontleend, deels door tal van nieuwe onderzoekingen, door hemzelf en zijne leerlingen verkregen, wees SACHS op de rol, die de turgor bij de verschijnselen van groei speelt. De betrekking tusschen de osmotische wateropneming der cellen

*) SACHS, *Lehrbuch d. Botanik*, 4e Aufl., S. 825.

en den groei was sedert DUTROCHET's publicatiën geheel vergeeten geraakt; thans herleefde zij, om een der hechtste grondslagen van de theorie van den groei te vormen.

SACHS toonde aan, dat in groeiende weefsels de celwanden door den inhoud der cellen gespannen en uitgerekt zijn, en dat deze uitrekking in de oudere, volwassen deelen ophoudt. In snel groeiende organen is deze uitrekking aanzienlijk, in langzaam groeiende is zij geringer. Deze uitrekking der celwanden moet noodzakelijk de afzetting van nieuwe celstofmoleculen tusschen de reeds bestaande versnellen, en dus den groei door intussusceptie doen toenemen. Als een sprekend bewijs voor zijne leer, voerde SACHS aan, dat verwelkte plantendeelen niet groeien, voor en aler de turgor weer door opneming van water hersteld is. Als verdere bewijzen moge nog aangevoerd worden, dat in de partiaalzonen van een groeienden stengeltop de groeisnelheid met de turgoruitrekking gelijken tred houdt, en evenals deze eerst toeneemt, dan een maximum bereikt, om daarna allengs af te nemen, terwijl beiden eindelijk tegelijkertijd ophouden *); verder, dat door verdunde zoutoplossingen zoowel de turgoruitrekking als ook de groeisnelheid verminderd wordt, terwijl sterkere zoutoplossingen beiden opheffen †. Tal van andere feiten kunnen nog als bewijzen voor de theorie van SACHS aangevoerd worden.

Deze theorie deed nu als van zelf de vraag ontstaan, of de snellere groei aan de convexe zijde van zich krommende organen op dezelfde wijze van den turgor zou afhangen, als de groei dier organen in het algemeen. Het lag voor de hand, deze vraag bevestigend te beantwoorden, en aan te nemen dat de turgor aan den convexen kant onder den invloed der prikkels zou toenemen, en zodoende aldaar een versnelling van den groei zou bewerken.

Doch, hoe waarschijnlijk deze conclusie ook was, men bezat geen middel om de vraag empirisch te beantwoorden, en de vergelijking met andere, overeenkomstige bewegingsverschijnselen

*) Zie mijn opstel *Ueber die Dehnbarkeit wachsender Sprosse*. Arb. d. Bot. Inst. in Würzb. 1874, Heft IV, p. 519 en *Ursachen der Zellstreckung* 1877, p. 104.

†) Zie mijn opstel *Ursachen der Zellstreckung* 1877, p. 52—58.

kon slechts tot zeer onvolledige vergelijkingen, en volstrekt niet tot eenige zekerheid leiden.

Als punten van vergelijking kozen verschillende onderzoekers geheel verschillende verschijnselen. Onder deze verdienen vooral de geotropische krommingen der eencellige organen eenerzijds, en de periodische bewegingen van volwassen bladgewrichten anderzijds vermeld te worden. Het zou mij te ver voeren, alle schrijvers te citeeren, die hun meening in deze quaestie hebben uitgesproken; het zal voldoende zijn, mij tot de twee voornaamste vertegenwoordigers der aangegeven standpunten te beperken.

SACHS koos als punt van vergelijking de geotropische en heliotropische bewegingen van eencellige organen. In deze is de spanning tusschen inhoud en wand klaarblijkelijk overal dezelfde, een verandering van den turgor kan dus nooit kromming veroorzaken. Deze kan slechts door verandering van de rekbaarheid of van den groei van een der beide zijden tot stand komen. Daar nu SACHS aangetoond had, dat de geotropische kromming van stengels niet op een verandering der rekbaarheid, maar op een toeneming van den groei der onderzijde berust, zoo nam hij aan, dat ook bij eencellige organen de groeisnelheid van den convex wordenden kant toenam. Niet de turgor, maar de groei werd dus door de krommingsoorzaak veranderd. Deze voorstelling droeg SACHS op de geotropische bewegingen van stengels en wortels over. Ook hier werkt volgens hem de prikkel niet op den turgor, maar op den groei.

Tegen de uitbreiding zijner zienswijze op veelcellige organen is echter in te brengen, dat, terwijl bij eencellige organen de turgor noodzakelijk overal dezelfde is en noodzakelijk gelijktijdig overal dezelfde veranderingen ondergaat, dit bij veelcellige plantendeelen geenszins het geval is. De turgor is hier in de verschillende ongelijknamige weefsels volstrekt niet even groot; zij kan in het eene weefsel zeer goed onafhankelijk van het andere veranderen.

De periodieke bewegingen van volwassen bladgewrichten leverden aan PFEFFER het steunpunt voor zijn beschouwingwijze. In zijn opstel over periodieke bewegingen van bladachtige organen *)

*) PFEFFER, *Die periodischen Bewegungen der Blattorgane*, Leipzig 1875.

onderzocht hij zoowel de bewegingen van volwassenen, als die van nog groeiende organen. Het onderscheid tusschen deze beide bewegingen was nog kort te voren door SACHS in zijn *Lehrbuch der Botanik* *) op heldere wijze uiteengezet, de argumenten welke de noodzakelijkheid van deze onderscheiding aantoonde uitvoerig besproken en in het licht gesteld, dat de reeds bekende verschijnselen tusschen beide groepen van bewegingen zulke ingrijpende verschillen hadden leeren kennen, dat een afzonderlijke behandeling van beiden volstrekt noodzakelijk was om tot een juist inzicht te geraken in de processen die in de cellen plaats vinden, en de uitwendig zichtbare bewegingen veroorzaken. Niet ten voordeele van de helderheid zijner verhandeling, verwarde PFEFFER deze beide groepen weer met elkander en beschouwde ze als tot hetzelfde type te behooren, en slechts in ondergeschikte opzichten te verschillen. Voor zijne zienswijze voert hij aan, dat bladgewrichten dezelfde bewegingen, die zij in volwassen toestand volvoeren, ook reeds maken als ze nog groeien, en dat dezelfde prikkels dikwerf in groeiende en in volwassen organen overeenkomstige bewegingen veroorzaken. Het eerste feit pleit hoogstens tegen de door SACHS gekozen benamingen, niet tegen de juistheid der onderscheiding; maar SACHS zelf had er reeds op gewezen, dat niet alle bewegingen van volwassen organen tot deze categorie behooren †); omgekeerd spreekt het van zelf, dat deze bewegingen niet volstrekt tot den volwassen toestand van de organen die ze uitvoeren beperkt behoeven te zijn. Het tweede feit constateert slechts een uitwendige overeenkomst; het is niet in te zien, waarom verschillende planten niet door zeer verschillende processen onder dezelfde uitwendige omstandigheden hetzelfde doel zouden kunnen bereiken. De door PFEFFER aangevoerde argumenten wettigen dus zijne meening omtrent de groote overeenkomst van beide soorten van verschijnselen geenszins §).

*) 4 Ed. 1874, p. 846, 850 vlg.

†) Zoo bijv. de geotropische kromming der bladgewrichten van *Phaseolus* (SACHS *Lehrbuch*, p. 823), waarop ik weldra terugkom.

§) De in dit opstel te beschrijven resultaten, en een zorgvuldige studie van PFEFFER'S verhandeling maken het mij zeer waarschijnlijk, dat de verandering in de cellen, waarop beide groepen van verschijnselen berusten, ten eenenmale verschillend zijn.

De aangenomen overeenkomst nu leidde PFEFFER van zelf tot een bepaalde voorstelling over de oorzaak dier periodische bewegingen, welke als verschijnselen van groei bekend waren. In de volwassen organen toch berust de beweging, gelijk uit de onderzoekingen van SACHS en anderen bekend was, op verandering van den turgor; volgens de theorie van SACHS moet een toeneming van den turgor den groei eener cel versnellen en PFEFFER nam dus aan, dat ook bij de groeiende organen de oorzaak der periodische bewegingen in veranderingen van den turgor moest gezocht worden, en dat deze veranderingen eerst secundair een invloed op den groei uitoefenden, en wel zoo, dat daardoor telkens ten minste een deel der ontstane lengteveranderingen door den groei gefixeerd werd.

Rechtstreeksche proeven, om het aandeel van den turgor en van den groei aan deze proeven experimenteel te scheiden, werden door PFEFFER niet genomen, en zoo bleef zijne hypothese wat zij was *).

In één geval meent PFEFFER een direct bewijs voor zijn meening gevonden te hebben. Ik bedoel de geotropische bewegingen van de volwassen bladkussens van *Phaseolus*. SACHS had aangetoond †) dat de bladgewrichten van *Phaseolus* periodische bewegingen maken, die op veranderingen van den turgor van het parenchym der gewrichten berusten, en dus tot de groep der „bewegingen van volwassen organen” behooren, en dat dezelfde gewrichten, ook in volwassen toestand, geotropische bewegingen kunnen uitvoeren, die in alle bekende opzichten met de geotropische bewegingen van de knoopen der grassen overeenkomen, en dus groeikrommingen zijn §). Overeenkomstig daarmede, gelukte het PFEFFER dan ook, zich van den groei van het parenchym der onderzijde bij deze bewegingen te overtuigen, doch alleen dan, wanneer de beweging zeer aanzienlijk of van langen duur geweest was; zijn methode liet echter niet toe, bij zwakkere bewegingen geringere sporen van groei te ontdekken. Hij concludeerde nu, dat in deze gevallen de geotropische be-

*) Zie PFEFFER, l. c. p. 117—119.

†) *Bot. Ztg.* 1857, p. 809, en *Handbuch d. Experim.-Phys.* p. 490 en volgende.

§) Zie SACHS, *Lehrb. d. Botanik*, 4e Ed. p. 823.

weging niet met groei gepaard ging, en dus op toeneming van den turgor berustte; in dat geval kon de bij sterkere kromming waargenomen groei als een, volgens de theorie van SACHS noodzakelijk, gevolg van de toeneming van den turgor beschouwd worden. Maar het bewijs, dat de geotropische beweging aanvankelijk niet met groei gepaard gaat, werd door PFEFFER niet geleverd, en zoo pleitte ook deze waarneming slechts in schijn voor zijne meening.

PFEFFER's meening verkreeg door zijne argumenten geen grootere waarschijnlijkheid dan de opinie van SACHS, en zoo bleef men omtrent de gestelde vraag nog geheel in het onzekere.

Vatten wij nu, aan het slot van dit overzicht, den tegenwoordigen toestand onzer quaestie in korte woorden samen.

1^o. De onderzoekingen van SACHS en anderen hebben geleerd, dat de krommingen, die groeiende organen onder de inwerking van in- of uitwendige oorzaken maken, gepaard gaan met een ongelijke groeisnelheid der convexe en concave zijde.

2^o. Al deze verschijnselen komen in de belangrijkste opzichten zoodanig met elkander overeen, dat men mag aannemen, dat zij door dezelfde algemeene wetten beheerscht worden.

3^o. Volgens de theorie van SACHS, hangt de groeisnelheid van een orgaan in de eerste plaats af van de uitrekking, die de celwanden door den inhoud ondergaan.

Uit deze gegevens volgt als van zelve de vraag, wier beantwoording het doel van dit opstel is, n.l.:

Welk aandeel nemen de turgor en de groei aan de groeikrommingen van veelcellige plantendeelen?

Omtrent het antwoord op deze vraag bleek ons:

1^o. een antwoord, steunende op rechtstreeksche proeven, met groeiende veelcellige plantendeelen genomen, is tot nu toe niet gegeven.

2^o. door vergelijking van deze organen met eencellige groeiende organen kwam SACHS tot de hypothese, dat de verandering van den groei de bewegingen veroorzaakt; door vergelijking met veelcellige volwassen organen kwam PFEFFER tot de veronderstelling, dat de verandering van den turgor de eerste oorzaak der kromming is. Geen van beide meeningen is door

voldoende argumenten zoodanig gestaafd, dat aan haar, zonder nader onderzoek, een grootere waarschijnlijkheid mag worden toegekend dan aan de andere.

Slechts een empirische behandeling der quaestie en een rechtstreeksch onderzoek der te verklaren verschijnselen zelven kunnen ons dus tot het doel leiden; theoretische beschouwingen blijken steeds eenzijdig te zijn, en niet tot zekerheid en definitieve beslissing te voeren.

In de volgende hoofdstukken gaan wij dit empirisch onderzoek instellen.

II. *De plasmolytische methode.*

Om langs empirischen weg te kunnen uitmaken, welk aandeel de turgor en de groei aan groeikrommingen hebben, is het noodig, eene methode te bezitten om den turgor in plantendeelen geheel op te heffen, zonder tegelijk andere veranderingen te veroorzaken, die de waarneming onzeker zouden kunnen maken. Zulk een methode heb ik in het gebruik van sterke zoutoplossingen gevonden. Zij berust op het beginsel, dat in eene cel slechts zoolang turgor mogelijk is, als het protoplasma overal tegen den celwand aanligt, en op de waarneming, dat sterke zoutoplossingen het protoplasma noopen, zich plaatselijk of ook wel geheel van den celwand terug te trekken. Is dit in alle cellen van een orgaan geschied, dan is de turgor daarin natuurlijk volkomen opgeheven. Men behoeft dus niet anders te doen, dan de te onderzoeken organen in een zoutoplossing van de vereischte concentratie te brengen, b.v. in een oplossing van chloornatrium van 10 pCt. Na eenigen tijd is de turgor verdwenen, en kan men ze dus in turgorloozen toestand onderzoeken.

Organen met lengtegroei verkorten zich bij deze behandeling; de mate dezer verkorting is klaarblijkelijk een maat voor de turgoruitrekking. Passen wij dit op onze vraag toe.

Een groeiend deel, zonder kromming, in de genoemde zoutoplossing gebracht, blijft daarin recht; dit bewijst dat én de door groei verkregen lengte, én de turgoruitrekking aan alle kanten even groot zijn. Nu laat ik zulk een deel een groeikromming

maken, en breng het eerst daarna in de zoutoplossing. Is bij de kromming alleen de turgoruitrekking veranderd, dan zal het in de oplossing geheel recht worden. Is echter de turgoruitrekking overal dezelfde gebleven, en alleen de groei aan de convexe zijde sterker geworden dan aan de concave, dan zal het gekromde deel zich in het zout aan beide zijden even sterk verkorten, en dus zijn kromming bijna onveranderd behouden *), of zich hoogstens iets sterker krommen. Is eindelijk zoowel de groei als de turgoruitrekking aan de convexe zijde grooter geworden dan aan de concave, dan zal het orgaan zijn kromming voor een grooter of kleiner deel verliezen. Omgekeerd, zal men uit de verandering, die de kromming van zulk een orgaan in de zoutoplossing ondergaat, met zekerheid mogen besluiten, of deze kromming alleen op groei, alleen op turgoruitzetting, of eindelijk op beiden te zamen berustte.

Uit deze redeneering blijkt, dat men de door mij gestelde vraag op een hoogst eenvoudige wijze met behulp der plasmolytische methode kan beantwoorden.

Het zij mij daarom vergund, hier mijne methode nog eenigszins uitvoeriger te beschrijven, en uiteen te zetten op welke gronden men mag aannemen, dat de verkorting van groeiende organen in sterke zoutoplossingen uitsluitend op het verlies van den turgor berust †).

Sedert NÄGELI'S baanbrekende onderzoekingen §) weet iedereen, dat het levend protoplasma voor kleurstoffen ondoordringbaar is; het laat diegenen, welke in het celvocht opgelost zijn, niet naar buiten diffundeeren, en weigert aan kunstmatige kleurstoffen, die men met zijn buitenvlakte in aanraking brengt, eveneens den doorgang. Doch niet alleen voor kleurstoffen, ook voor tal van andere, in water oplosbare, stoffen is het levend protoplasma niet, of slechts in zeer geringen graad permeabel, gelijk ik voor eenige jaren aantoonde **). Tot deze stoffen

*) Het is goed te bedenken, dat voor deze proeven slechts dunne organen gebruikt kunnen worden.

†) Uitvoerige bewijzen voor deze stelling vindt men in mijne verhandeling *Ueber die mechanischen Ursachen der Zellstreckung*, Leipzig 1877.

§) NÄGELI, *Pflanzenphysiol. Untersuchungen*, Heft 1.

**) Sur la perméabilité du protoplasma des betteraves rouges, *Archiv. Néerl.* 1871 p. 117.

behooren o. a. ook eenige zouten en zuren, die in geringe concentratie met groote kracht water aantrekken, en die er dus zonder twijfel toe bijdragen om aan het celvocht der jonge cellen zijn zoo karakteristiek wateraantrekkend vermogen te geven.

Bij gelegenheid dezer onderzoeking wees ik op het verband, dat er tusschen het door mij bestudeerde verschijnsel en de spanning tusschen celwand en celinhoud bestaat, en toonde aan, dat deze spanning, zonder de bedoelde geringe mate van permeabiliteit van het protoplasma, niet tot stand zou kunnen komen. Want de celwand laat al deze stoffen gemakkelijk door; de geringste drukking, die zij door haar elastische spanning op den inhoud uitoefent, zou terstond een uittreden van het celvocht tengevolge hebben, zoo de geringe permeabiliteit van het protoplasma dit niet belette.

Hieruit blijkt, dat slechts zoolang als het protoplasma overal tegen den wand aanligt, een spanning tusschen inhoud en wand mogelijk is. Zoodra dus deze continuïteit ook maar plaatselijk is opgeheven, moet de turgor nul zijn geworden. En verder ziet men nu gemakkelijk in, dat turgescence cellen onder de inwerking van sterke zoutoplossingen zoolang kleiner zullen moeten worden, tot de turgor volkomen verdwenen, de celwand geheel zonder spanning is. M. a. w.: in een plasmolytische cel is geen turgor mogelijk; en wat voor een afzonderlijke cel geldt, geldt natuurlijk ook voor geheele plantendeelen.

Bij mijne proeven gebruik ik zoutoplossingen, terwijl door anderen meestal glycerine of suikeroplossing gebruikt wordt, als men het protoplasma levend van den celwand wil verwijderen. Voor ik verder ga, wil ik daarom kortelijk uiteenzetten, welke redenen mij aan zoutoplossingen de voorkeur doen geven.

De voornaamste reden is de groote diffusiesnelheid van de door mij gebruikte zouten. Wil men een tak in suikerwater plasmolytisch maken, zoo kan het meer dan een dag duren, vóór de turgor geheel verdwenen en de lengte volkomen constant geworden is; in oplossingen van chloornatrium of salpeter geschiedt dit reeds binnen weinige uren. De proeven duren dus korter, iets wat om vele redenen van belang is. Daaren-

boven behoeft men de genoemde zouten in veel geringer concentratie te nemen dan suiker; zoo werkt b. v. een 25-percentage suikeroplossing even sterk als een chloornatriumoplossing van 4 pCt. Ook is het osmotisch aequivalent van suiker in celwanden veel grooter dan van de gebruikte zouten, waardoor licht de osmotische werking een invloed op het resultaat zou kunnen verkrijgen.

Voor mijne proeven gebruik ik zoo goed als uitsluitend chloornatrium en kalisalpeter, daar deze zeer gemakkelijk door celwanden dringen, en onder de mij in dit opzicht bekende zouten de sterkste aantrekking voor water bezitten, dus in de geringste concentratie gebruikt kunnen worden, en het snelste werken.

Wat de concentratie betreft, waarin deze zouten gebruikt behooren te worden, zoo leerden mijne proeven daarover het volgende. In oplossingen van weinige percenten worden de cellen nog niet plasmolytisch; dit begint in de meeste cellen meestal eerst bij 4 en 5 pCt., en eerst bij 5—7 pCt. geraken gewoonlijk alle cellen in dien toestand. Veiligheidshalve gebruik ik daarom steeds oplossingen van minstens 10 pCt., tenzij voorafgaande proeven voor een bepaalde plant bewezen hebben, dat zwakkere oplossingen voldoende zijn. Sterkere oplossingen, b. v. van 20 pCt., werken eenigszins sneller, doch overigens geheel gelijk. Voor chloornatrium en kalisalpeter zijn de concentratiën dezelfde, daar deze zouten ongeveer met dezelfde kracht water uit de cellen aantrekken.

De verkortingen, die groeiende plantendeelen in deze zoutoplossingen vertoonen, zijn zeer aanzienlijk. Zij bedragen gewoonlijk 4—5 percent der oorspronkelijke lengte, dikwerf zelfs 8—10 pCt., en zoo men de sterkst groeiende deelen alleen bestudeert, of wel afzonderlijke cellen daaruit onderzoekt, bereikt de verkorting niet zelden 15 pCt. en meer. Men ziet dus, dat de turgoruitrekking ook met betrekkelijk grove middelen gemakkelijk te meten is.

Deze verkorting berust nu uitsluitend op het verlies van den turgor; geen andere oorzaken oefenen daarop een meetbaren invloed uit. Plooien in den celwand, gelijk die bij het verwelken ontstaan, ontstaan in zoutoplossingen nooit. Zeer en-

kele malen worden de cellen een weinig ingestulpt, doordat er minder zout in de cellen dringt dan er water uittreedt. Dit geschiedt echter nooit in die mate, dat het de lengte der cellen merkbaar verandert, en bij de door mij gekozen zoutoplossingen komt dit geval bijna nooit voor. Ook de imbibitie der celwanden met de zoutoplossing verandert hunne lengte niet.

De plantendeelen blijven in de zoutoplossingen levend, als ten minste de proeven niet ongeoorloofd lang duren. Na een verblijf van enkele uren, kan men de zoutoplossing weer door water uitwassen; dan herneemt de tak zijn vorigen turgor, en daarmede het vermogen om weer te groeien: het beste bewijs voor de onschadelijkheid der operatie. Bij langer verblijf gaat dit vermogen om zonder schade uitgewassen te worden allengs verloren, doch men kan zich door mikroskopisch onderzoek ook dan nog overtuigen, dat de protoplasma-lichamen der plasmolytische cellen nog langen tijd in leven blijven.

Ten slotte wensch ik hier een enkel woord in te lasschen over de beteekenis van de lengteveranderingen, die men bij deze onderzoekingen aan groeiende plantendeelen waarneemt. Ik acht een juiste opvatting van dit punt van zeer hoog belang, omdat daarvan grootendeels de interpretatie der in de volgende hoofdstukken te beschrijven verschijnselen afhangt. Ten einde mij helder uit te drukken, kies ik een denkbeeldig geval, namelijk een cilindrische cel uit het snelst groeiende deel van het merg van eenigen tak.

In de plant heeft deze cel een bepaalde lengte. Nu breng ik haar in een zoutoplossing van 10 pCt. waar zij plasmolytisch wordt. Zij neemt daarbij een andere, geringere lengte aan. De oorspronkelijke lengte bestond dus uit twee factoren: het blijvende en het verloren deel der lengte. Het is duidelijk, dat de eerste factor door den groei verkregen is, en dat de tweede slechts het gevolg der mechanische uitrekking was. Ik wensch daarom den eersten factor *de ware lengte*, den tweeden *de turgoruitrekking* te noemen, en aan de som van beiden den naam van *feitelijke lengte* te geven.

Thans breng ik deze cel in water; het zout diffundeert uit de ruimte tusschen celwand en protoplasma, en het protoplasma

kan dus weer water opnemen en zich vergrooten. Weldra heeft het zich tegen den wand aangelegd, en, terwijl het steeds meer water opneemt, rekt het den celwand tot de oorspronkelijke grootte uit. Doch hiermede houdt de verlenging niet op; integendeel, de inhoud zuigt nog begeerig water op en verlengt zich daardoor zoo lang, totdat eindelijk de elastische spanning van den celwand met de uittrekkende kracht, *de turgorkracht*, evenwicht maakt. Is de uitrekking, die de celwand hierbij ondergaat, geheel elastisch, of is bij deze uitrekking de elasticiteitsgrens overschreden, en een blijvende verlenging van den wand veroorzaakt? Om op deze vraag het antwoord te vinden, brengen wij onze cel nu opnieuw in de zoutoplossing van 10 pCt. Hier verkort zij zich zeer aanzienlijk, maar wordt niet weer zoo kort als zij te voren in dezelfde zoutoplossing geweest was. Daaruit blijkt, dat werkelijk de elasticiteitsgrens overschreden was, en dat de uitrekking door wateropneming dus uit twee factoren bestond: een elastische of herstelbare, en een blijvende, onherstelbare verlenging. De grootte der eerste wordt gemeten door het verschil in lengte der cel in water en daarna in plasmolytischen toestand; de grootte der tweede verlenging door het verschil in lengte der cel in den plasmolytischen toestand vóór en ná de uitrekking in water.

Uit deze beschouwing volgen twee conclusiën:

1^o. dat de turgoruitrekking nooit de maat is van de geheele uitrekking door den turgor, maar steeds alleen van het elastische deel daarvan.

2^o. dat de lengte van een cel in plasmolytischen toestand kan bestaan uit twee factoren, n.l. de door groei verkregen lengte, en de door vroegere werking van den turgor reeds verkregen blijvende verlenging.

Wanneer ik dus een willekeurige cel of een willekeurig plantendeel aan de plasmolyse onderwerp, dan leer ik daardoor, behalve de feitelijke lengte van het vooraf gemeten voorwerp, kennen: 1^o. het elastische deel van de uitrekking door turgor, 2^o. de som van de door den groei en door het onherstelbare deel der uitrekking door den turgor verkregen lengten. De eerste grootheid noem ik *de turgoruitrekking*, de som der beide laatsten de ware lengte. Welk aandeel elk dezer beide factoren

aan de ware lengte heeft, kan vooralsnog op geenerlei wijze worden uitgemaakt.

Uit deze beschouwingen volgt, dat niet elke verandering in de ware lengte van een groeiend orgaan zonder meer als een verschijnsel van groei mag worden beschouwd. Met name geldt dit van al die veranderingen, die na snelle wateropneming en aanzienlijke verlenging in zeer korten tijd, bij de plasmolyse overblijven. Een dergelijke toeneming in lengte zal ik daarom voorzichtigheidshalve bij voorkeur eenvoudig „blijvende verlenging” noemen, en in het midden laten, in hoeverre zij op een onherstelbare uitrekking, en in hoeverre op groei berust.

Zeker is het echter, dat de groei gedurende een proef nooit grooter kan zijn dan de blijvende verlenging in dien tijd; en dit is voor een volle bewijskracht mijner onderzoekingen over het aandeel van groei en turgoruitrekking aan groeikrommingen voldoende.

Volgens de theorie van SACHS, heeft overschrijding der elasticiteitsgrens in een groeienden celwand ten gevolge, dat nieuwe moleculen tusschen de reeds bestaande afgezet worden *), zoodat volgens hem een blijvende verlenging door uitrekking, na korten tijd, zich in geen enkel opzicht meer van een verlenging door groei onderscheidt. Deze beschouwingswijze komt mij geheel gerechtvaardigd voor, en geeft mij, naar ik meen, het recht om blijvende veranderingen in de ware lengte van een orgaan, zoo ze niet plotseling of zeer snel plaats gevonden hebben, en zulke, die reeds voor geruimen tijd tot stand gekomen zijn, eenvoudig als verschijnselen van groei door intussusceptie te behandelen. Ik wensch daarmede echter geenszins, ook voor later, een beslissing omtrent het aandeel van groei en blijvende uitrekking aan zulke „blijvende verlengingen” te nemen; dit punt behoeft nader onderzoek, doch de methoden daartoe ontbreken vooralsnog.

*) SACHS, *Lehrbuch d. Botanik*, 4e Ed. p. 762.

III. *Anatomische en physiologische beschrijving der ranken van Sicyos angulatus.*

ASA GRAY maakte het eerst op de verwonderlijke prikkelbaarheid der ranken van *Sicyos angulatus* opmerkzaam en deelde mede, dat men de beweging met het oog kan volgen, ja de beweging is zelfs sneller dan volstrekt noodig is om haar als zoodanig te zien *). De volgende proef geeft een denkbeeld van deze snelheid der beweging. Een rank, die, met uitzondering van een kleine haakvormige kromming aan den top, recht was, werd een- of tweemaal voorzichtig met een houten voorwerpje aangeraakt, en krulde zich toen tot $2\frac{1}{2}$ —3 spiraalwindingen in anderhalve minuut op. De beweging begon eenige seconden na de aanraking, en ruim de helft der beweging was snel genoeg om gezien te worden. Nadat iets meer dan een half uur voorbij was gegaan, was de rank weer recht geworden, en in staat opnieuw dezelfde beweging uit te voeren.

Dit vindt op de schoonste wijze plaats, zoo men de ranken, in plaats van ze alleen even aan te raken, voorzichtig langs den onderkant wrijft. Ik streek met een koperen staafje 15-maal achtereen langs de onderzijde van een krachtige rank, telkens gelijkmatig van de basis naar den top gaande. Zoodra ik opgehouden had, begon de rank een beweging te maken; men zag den top voortgaan en in omstreeks één minuut had de geheele rank zich tot iets meer dan twee wijde spiraalwindingen opgerold.

Om steunsels maken krachtige ranken in weinige minuten reeds zichtbare krommingen; in $\frac{1}{2}$ —1 uur kunnen zij meer dan een geheele winding maken. Zij reageeren op de minste aanraking. Drukt men ze even op een prikkelbare plaats tusschen twee vingers, dan volgt weldra een beweging. Om spinwebdraden krullen ze zich in scherpe windingen; eveneens om elkander, hetgeen, zooals men weet, de meeste andere soorten van ranken niet doen.

Snijdt men een geheele rank af en plaatst men haar in water,

*) Proceed. Americ. Acad. of Science, Vol. IV, 1858, p. 98.

zoo is zij bijna even gevoelig als aan de plant maakt bij prikkeling de schoonste bewegingen en rolt zich aan het einde van haar groei epinastisch geheel op.

Met deze groote prikkelbaarheid gaat een snelle groei gepaard. In weinige uren is de verlenging door den groei, ook onder nadeelige omstandigheden, meetbaar; in weinige dagen is het geheele leven der ranken, van het oogenblik dat ze tusschen de bladen van den knop te voorschijn treden, tot op het tijdstip, waarop ze geheel en al opgerold en volwassen zijn, afgelopen. Ook de takken der plant groeien snel, en vormen dus bijna dagelijks nieuwe ranken. Een enkele plant, met hare talrijke vertakkingen, zou bijna genoeg materiaal voor een geheele onderzoeking leveren.

De ranken van *Sicyos* zijn op dezelfde wijze gevormd als die van *Cucurbita*; op een korten steel zijn een lange krachtige hoofdrank en 1—3 zwakkere zijrankingen ingeplant. Bij zeer krachtige ranken, wordt de hoofdrank soms 20 c.M. en meer lang, in de meeste gevallen is zij 10—15 c.M. lang. In den knop zijn de hoofd- en zijrankingen hyponastisch in een vlakke spiraal met dicht aanéénliggende windingen opgerold; als de ranken uit den knop treden, strekt zich eerst de hoofdrank; de zijrankingen volgen in deze beweging langzaam, zoodat men de hoofdrank meest reeds geheel recht vindt, als er nog één of meer zijrankingen hyponastisch gekromd zijn. Men heeft hierin steeds een gemakkelijk kenmerk om den ouderdom van een rank ongeveer te bepalen. De periode der strekking duurde b. v. bij één rank, van het oogenblik dat zij uit den knop te voorschijn kwam af gerekend, 3 à 4 dagen (bij 17° C.); toen bleef de rank (bij 18—19° C.) ruim één dag recht en begon daarna hare epinastische beweging. Andere ranken bleven bij de genoemde temperatuur 2—3 dagen recht; bij hooger temperatuur is de duur dezer periode korter.

De epinastische beweging begint niet, gelijk bij vele andere ranken, aan den top *), maar in de onderste of basale helft der rank; dit deel kromt zich in zijn geheel in een wijden

*) Zie mijn opstel: *Längenwachstum der Ober- und Unterseite sich krümmender Ranken*. *Arbeiten der Bot. Inst. in Würzb.* Heft III, p. 303.

bocht, die al enger en enger wordt. Daarbij plant zich de beweging allengs naar boven toe voort; de top blijft echter nog geruimen tijd recht. Aan een rank, die reeds drie volle epinastische windingen gemaakt had, was de top over 3 cM. lengte geheel recht, hij kwam op 1 cM. afstand van het uiteinde met een steunsel in aanraking en boog zich hierom in een scherpen hoek, overeenkomende met $\frac{3}{8}$ van een winding. Hieruit blijkt, dat nog tijdens den aanvang der epinastische bewegingen de top zijn prikkelbaarheid behoudt.

Terwijl nu de epinastische windingen enger en enger worden, en zich op hoogere deelen voortplanten, wordt het rechte deel van den top steeds kleiner en kleiner, en eindelijk vindt men den top in bijna even enge windingen opgerold als het geheel.

Dezen gang van zaken heb ik bij ranken in den tuin slechts zelden kunnen waarnemen; bijna elke rank bereikt, vooral bij winderig weder, een steunsel. Bij afgesneden ranken uit den tuin daarentegen, die in water in de kamer geplaatst waren, en bij ranken van potplanten in de kamer, was het verschijnsel steeds zeer fraai te zien. Bij 17—18° C. duurt deze beweging meestal 2—3 dagen, bij hoogere temperaturen (21—22° C.) was zij soms in één nacht zoo goed als voltooid.

De epinastische windingen eener rank vertoonen gewoonlijk allen dezelfde richting. Doch wanneer de top een hindernis bij de beweging ontmoette, zag ik niet zelden een omkeering der windingsrichting, ook dan wanneer de top zich niet om dit voorwerp kromde.

Bereikt een rank tijdens hare nuteerende beweging een steunsel, zoo krult zij zich met haar top daaromheen, als het niet te dik is, en het lagere deel der rank rolt zich nu epinastisch op de bekende wijze tot zeer enge schroefwindingen op. Aan dikke steunsels maakt de top soms naast het steunsel eenige vrije enge windingen.

In een vroegere verhandeling over de bewegingen der ranken heb ik aangetoond, dat de bewegingen der ranken niet terstond

*) l. c. p. 307. Dit verschijnsel is geheel overeenkomstig met de door Deutsche plantenphysiologen beschreven „Nachwirkung“ bij geotropische krommingen van stengels.

ophouden, als men het steunsel waarom ze zich winden verwijderd. Dit zelfde verschijnsel heb ik herhaaldelijk bij de ranken van *Sicyos* waargenomen. Ik kweekte de planten tot dit doel in potten, en plaatste ze tijdens de proef in de kamer. Zoo maakte b. v. een rechte rank, om een steunsel dat ik haar gaf, in $1\frac{1}{4}$ uur $1\frac{1}{2}$ winding; toen nam ik voorzichtig het steunsel weg, en na 10 minuten had de rank twee volle windingen gemaakt. Daarna keerde zij weer terug en ontwond zich.

Het ontwinden van ranken, wier steunsel men wegneemt, is een verschijnsel, dat door DARWIN in zijn beroemde verhandeling „On the movement and habit of climbing plants” het eerst uitvoerig beschreven is. De ranken van *Sicyos* zijn wegens hare merkwaardig snelle bewegingen uiterst geschikt om zijne waarneming te herhalen. Daarbij is het in het oog loopend, dat de teruggaande beweging steeds veel langzamer geschiedt dan de prikkelbeweging. Zoo maakte een rank, die ik eenige malen voorzichtig langs den onderkant wreef, tengevolge daarvan in ruim ééne minuut meer dan twee volle spiraalwindingen. Nog eenigen tijd duurde de nawerking, en in omstreeks $1\frac{1}{4}$ uur had de rank in 't geheel $2\frac{1}{2}$ windingen gemaakt. Toen ging zij langzaam terug, en had na ruim twee uren nog altijd een zeer aanzienlijke kromming (van omstreeks $\frac{3}{4}$ winding). Dit bewijst, dat het teruggaan een verschijnsel van anderen aard is dan de prikkelbeweging.

Het is hier de plaats, een verschijnsel te vermelden, dat in het vervolg herhaaldelijk ter sprake zal komen. In mijne vroegere verhandeling (l. c. p. 303) beschreef ik de kromming die ranken maken, als men herhaaldelijk tegen hare onderzijde aanklopt. Zij krommen zich dan allengs van den top af spiraalsgewijze op, waarbij de bovenzijde convex wordt; na eenigen tijd van rust worden zij weer recht. Ook als ik op de bovenzijde tikte, trad dit verschijnsel op en ook dan werd de bovenzijde convex.

De ranken van *Sicyos* zijn zoo uiterst gevoelig, dat bij de minste stooten deze „topkrulling” in meerdere of mindere mate bij hen wordt waargenomen. Op winderige dagen vindt men in den tuin soms geen enkele rank, wier top niet min of meer opgerold, of tenminste gebogen is; zelfs jonge ranken, die

zich eerst pas gestrekt hebben, vertoonen dit. Elke ruwe behandeling der ranken doet deze topkrulling ontstaan; vandaar, dat men bij proeven met deze ranken steeds uiterst voorzichtig te werk moet gaan. Ranken, in den tuin afgesneden en naar het laboratorium gebracht, maken tengevolge daarvan veelal reeds topkrullingen. Ranken van kamerplanten, die men om ze te meten aan een maatstaf legt, vertoonen hetzelfde. Bij vele proeven is deze topkrulling een gewoon en onvermijdelijk verschijnsel, wanneer n. l. de inrichting der proef het onmogelijk maakt, een aanraking der rank met andere voorwerpen te vermijden.

De omstandigheid, dat de epinastische beweging bij onze ranken aan de basis begint, maakt, dat er nooit gevaar bestaat deze beide verschijnselen, waarvan het eene door prikkeling ontstaat en het andere niet, met elkander te verwarren.

Voor een juiste beoordeeling van de proeven, die ik in de volgende hoofdstukken zal beschrijven, is het noodig, met den anatomischen bouw en de physiologische eigenschappen onzer ranken ten minste in hoofdzaken bekend te zijn. Daarom wensch ik deze ranken hier uit dit oogpunt nader te beschouwen, en achtereenvolgens te behandelen: de anatomie, de inwerking van zoutoplossingen en de verschijnselen der weefselspanning. Zoo niets omtrent den ouderdom gezegd wordt, bedoel ik die periode van ontwikkeling, in welke de ranken recht zijn.

De anatomische beschrijving der ranken begin ik met den steel. Deze is op dwarsdoorsnede bijna cirkelrond, doch aan de bovenzijde een weinig afgeplat; hij is inwendig hol, de holte heeft denzelfden vorm als de omtrek. In het wijdcellige parenchymatische weefsel vertoonen zich 6 vaatbundels en 6 onderhuidsche collenchymstrengen, die zoo geplaatst zijn, dat telkens een collenchymstreng en een vaatbundel op denzelfden straal staan. Aan de voorzijde vindt men er drie, dichter bij elkander, één in het midden en twee aan de beide randen der voorzijde; de drie overigen staan op gelijke afstanden aan den omtrek verdeeld. Elke vaatbundel bestaat uit een klein xyleem en twee groote phloëm-bundels, waarvan de eene ovaal, de andere peripherisch geplaatst is, gelijk dit bij de Cucurbitaceëen het geval pleegt te zijn. Het xyleem is steeds zwak ontwikkeld en bevat

eenige weinige ring- en spiraalvaten; een vaatbundelscheede is niet aanwezig.

De stevigheid van den steel berust dus voor een deel op de collenchymstrengen; de buigzaamheid is naar alle zijden ongeveer even groot.

Vergelijken wij hiermede het onderste niet prikkelbare gedeelte van de takken der rank, en kiezen wij daartoe de basis der hoofdrank, eenige c.M. boven het punt, waar de zijranken ontspringen. De doorsnede is hier reeds veel duidelijker bilateraal; de bovenkant is min of meer gleufvormig uitgehold en scherp afgescheiden. Ook ontbreken in het midden van den bovenkant de vaatbundel en de collenchymstreng, die wij op deze plaats in den steel vonden. Overigens vinden wij dezelfde vaatbundels en collenchymstrengen terug, alleen zijn die, welke aan de achterzijde liggen, hier veel dichter bij elkander geplaatst; ook hierdoor is het onderscheid tusschen vóór- en achterzijde veel scherper gemarkeerd dan in den steel. De rank is hier niet hol; het centrale parenchym zeer grootcellig, het peripherische meer kleincellig. De vaatbundels hebben geen vaatbundelscheeden of collenchymstrengen, en slechts een zwak xyleem.

Een weinig hooger komen de drie collenchymstrengen der achterzijde nog dichter bijeen, en versmelten weldra geheel met elkander tot een breeden, den geheelen achterkant bedekkenden band; deze blijft dan tot aan den top der rank.

Nog iets hooger komen de drie vaatbundels der achterzijde dichter en dichter bij elkander, en spoedig versmelten hun peripherische phloëmbundels tot een weefsellaag, die overal tegen den collenchymband aanligt; nergens vindt men tusschen beiden nog parenchym. De xyleembundels en inwendige phloëemdeelen blijven geïsoleerd.

Op dezelfde hoogte ondergaat ook de bovenzijde veranderingen; zij wordt breeder, de beide hoeken treden met hunne collenchymlijsten sterker vooruit, de vaatbundels onder deze worden zeer zwak en komen dichter onder het collenchym te liggen; ze bevatten in het xyleem nog maar een paar spiraal- en ringvaten.

Bij al deze veranderingen is de rank zelf veel platter geworden, zoodat zij in het bovenste, prikkelbare deel omstreeks eens zoo breed als dik is.

Hetgeen voor ons in den bouw van het prikkelbare deel der rank het meest belangrijk is, is dus het volgende. De rank is hier plat en breed, en dus in haar mediaanvlak zeer buigzaam. De bovenzijde bestaat grootendeels uit parenchym; en heeft slechts aan de beide hoeken twee dunne collenchymstrengen en twee zwakke vaatbundels; deze zijde is dus zeer rekbaar. Het centrum bestaat uit parenchym. De onderzijde bestaat uit drie grootere ofschoon zwakke vaatbundels, en daaronder een breede, dikke collenchymlaag. Zij is dus veel minder rekbaar dan de bovenzijde.

Veronderstellen wij dus, dat het parenchym op een gegeven oogenblik zich plotseling sterker tracht uit te zetten dan kort te voren, dan moet de rank zich tengevolge hiervan krommen, en wel met de bovenzijde convex. Dit volgt met noodzakelijkheid uit den beschreven bouw.

De ranken zijn alleen aan de onderzijde prikkelbaar; de prikkel moet dus door de epidermis, het collenchym en het phloëm der drie achterste vaatbundels heendringen, vóór zij het parenchym kan bereiken. Deze opmerking is daarom van belang, omdat wij later zien zullen dat de zetel der kracht, die de kromming na prikkeling veroorzaakt, in dit parenchym te zoeken is.

Uit deze beschrijving van den bouw volgt tevens, dat bij alle krommingen der ranken het geheele parenchym in lengte toeneemt, zelfs wanneer, gelijk dit bij krommingen van ranken het geval pleegt te zijn, de onderzijde min of meer korter wordt *). Aan zulk een verkorting kan, behalve het collenchym, hoogstens ook nog een deel van het phloëm der vaatbundels deel nemen.

Dit resultaat, dat men gemakkelijk nog nader zou kunnen bewijzen, zoo men uit de l. c. p. 314 gegeven cijfers de ligging van de neutrale as der kromming berekende, en daardoor haar plaats op de doorsnede van de rank nauwkeurig bepaalde, is daarom van belang, omdat het onze latere beschouwingen omtrent de bewegingen der ranken zeer vereenvoudigt. Het laat zich op de volgende wijze uitspreken.

*) Zie mijn opstel: Längenwachstum der Ober- und Unterscite sich krümmender Ranken, *Arbeiten des Bot. Instit. Würzb.* Heft 11I, p. 302.

Bij alle krommingen van de ranken van Sicyos, zoowel de epinastische als de prikkel-bewegingen, ondergaan het collenchym en de vaatbundels der achterzijde slechts geringe verandering in lengte; deze verandering is nu eens een verlenging, dan weer een verkorting. Daarentegen verlengen zich altijd alle cellen van het parenchym, alsmede de vaatbundels en collenchymstrengen der bovenzijde. De oorzaak der kromming zetelt dus klaarblijkelijk in de bovenzijde; phloëem en collenchym der onderzijde spelen daarbij een ondergeschikte rol en gedragen zich waarschijnlijk slechts passief.

In ons V^e hoofdstuk zullen wij hierop verder bouwen, en ons de vraag voorleggen, of de krommende oorzaak in het parenchym, dan wel in de vaatbundels of collenchymstrengen der bovenzijde te zoeken is.

Nog een enkel woord omtrent de haren. Lange spitse haren, en lange en korte klierharen vindt men op het onderste deel der rank vrij veel, naar boven toe worden zij zeldzamer; het prikkelbare deel der rank schijnt geheel onbehaard te zijn.

Inwerking der zoutoplossingen. Om de vraag te beantwoorden, bij welke concentratie der zoutoplossing de cellen der ranken plasmolytisch worden en haar turgor verliezen, heb ik deels de cellen zelve in zoutoplossingen van verschillende concentratie onderzocht, deels de verkorting gemeten, die ranken in oplossingen van verschillende sterkte vertoonden.

Voor de eerste proef werden ranken in chloornatrium-oplossingen van 4 – 8 pCt. gebracht en na drie uren mikroskopisch onderzocht. De resultaten zijn de volgende:

I. In Na Cl van 4 pCt. In alle cellen der epidermis was het protoplasma van beide einden ver terug getrokken, aan de zijwanden nog breed verbonden. In het parenchym waren talrijke cellen min of meer plasmolytisch; het protoplasma was plaatselijk van de eind- of zijwanden geïsoleerd, nergens geheel vrij.

II. In Na Cl van 5 pCt. Epidermis als in 4 pCt. In het parenchym in de meeste cellen het protoplasma volkomen van den celwand geïsoleerd, vrij in de celholte liggende.

III. In Na Cl van 6 pCt. Zoowel in de epidermis als in het parenchym in alle onderzochte cellen het protoplasma alzijdig van den wand geïsoleerd.

IV. In NaCl van 7 pCt. en 8 pCt. Epidermis en parenchym als boven; ook in het phloëem der vaatbundels was hier de plasmolyse der cellen duidelijk te zien.

Men ziet dat de plasmolyse reeds bij 4 pCt. begint, doch nog niet volkomen is; bij 5 pCt. wordt het protoplasma in de meeste, bij 6—8 pCt. wel in alle cellen van den wand geïsoleerd.

Over de verkorting van ranken in verschillende zoutoplossingen heb ik de volgende proeven genomen.

I. In NaCl van 1 pCt. Drie hoofdranken, geheel recht, werden voor deze proef op bepaalden afstand van hun top van een merk met O.-I. inkt voorzien, en na één uur in de zoutoplossing geweest te zijn weer gemeten.

De lengte, in m.M. uitgedrukt was:

	Vóór	Na	Diff.
I.	60.0	60.0	0 0
II.	100.0	100.3	0.3
III.	90.0	90.0	0.0

Dus in twee gevallen geen verandering, in één een geringe verlenging. Bij langer verblijf verlengden zich alle drie, door groei.

II. In NaCl van 2 pCt. Inrichting der proef dezelfde als in N^o. I. De lengte, in m.M. uitgedrukt was:

	Vóór	Na 1 uur.	Na 3 uur.	Diff.
I.	50.0	49.0	48.5	1.5
II.	100.0	98.3	97.8	2.2
III.	100.0	99.0	98 4	1.6

Dus een verkorting van 1.6—3 pCt.

III. In NaCl van 4 pCt. Vijf krachtige hoofdranken werden met ééne uitzondering (IV) van den top beroofd en op een lengte van 100—125 m.M. afgesneden. De stukken werden toen gemeten en in een zoutoplossing van 4 pCt. onder de luchtpomp geïnjecteerd.

De metingen gaven de volgende resultaten, in m.M. uitgedrukt:

	Vóór	Na $\frac{3}{4}$ uur.	Na 20 uur.	Diff.
I.	107.0	103.5	103.5	3.5
II.	106.5	104.5	104.5	2.0
III.	110.5	107.5	107.0	3.5
IV.	121.5	118.5	118.5	3.0
V.	101.5	99.0	99.0	2.5

Na $\frac{3}{4}$ uur was in vier exemplaren reeds volkomen, in het andere bijna de constante lengte bereikt. De verkorting bedroeg omstreeks 2,0—3,5 pCt., dus meer dan in 2 pCt. zoutoplossing.

IV. In NaCl van 5 pCt. Inrichting geheel als bij III. Ranken iets jonger, I—IV hoofdranken, V zijrank; I en III zonder top, de anderen met top.

Gemeten lengte in m.M.:

	Vóór	Na 70 min.	Na 20 uur.	Diff.
I.	120.0	116.0	115.5	4.5
II.	106.5	102.5	102.0	4.5
III.	111.5	109.0	108.5	3.0
IV.	110.0	107.0	107.0	3.0
V.	93.0	91.5	91.5	1.5

Na 70 min. in 3 ex. bijna, in 2 ex. geheel constante lengte. Verkorting 1.5—4.5, gemiddeld iets grooter dan in 4 pCt. zoutoplossing.

V. In NaCl van 20 pCt. Groote hoofdranken, zeer krachtig ontwikkeld. Op meest 100.0 m.M. van den top een merk met O.-I. inkt.

De metingen toonden in m.M.:

	Vóór	Na 1 uur.	Na 2 uur.	Diff.
I.	100.0	96.5	96.5	3.5
II.	100.0	96.2	96.2	3.8
III.	100.0	97.3	97.3	2.7
IV.	110.0	107.4	—	2.6
V.	100.0	97.0	—	3.0
VI.	100.0	97.5	—	2.5

Dus na 1 uur constante lengte met een verkorting van 2.5 — 3.0 pCt.

Het resultaat van deze proeven is dus :

1^o. in 1 pCt. zoutoplossing vindt geen verkorting plaats.

2^o. in 2—20 pCt. zoutoplossing verkorten zich de ranken, en wel in de zwakkere oplossingen minder dan in die, in welke alle cellen in den plasmolytischen toestand geraken.

3^o. De verkorting bij totale opheffing van den turgor bedraagt omstreeks 2.5—4.5 pCt.

Als eindresultaat van al deze proeven leeren wij, dat men, om zeker te zijn dat in een rank alle cellen plasmolytisch zijn, minstens een hoogere concentratie dan 5 pCt. moet aanwenden. Ik heb daartoe in den regel 20 pCt. chloornatrium gebruikt.

Dat het verblijf der ranken in de zoutoplossingen geenszins doodelijk is, mag reeds a priori uit mijne vroegere onderzoekingen omtrent de onschadelijkheid van zoutoplossingen voor groeiende plantendeelen worden aangenomen. Ik heb echter ten overvloede eenige dezer proeven met de ranken van *Sicyos* herhaald, en wil daarvan het voornaamste thans mededeelen.

I. In 1 pCt. chloornatrium kunnen ranken nog groeien, hoewel de snelheid van den groei natuurlijk door de vermindering van den turgor kleiner zal zijn. Dit blijkt uit een voortzetting van proef I op p. 84. De daar beschreven ranken bleven na afloop dier proef nog in de zoutoplossing en werden hier van tijd tot tijd gemeten.

Hun lengte bedroeg in m.M. :

	Bij den aanvang.	Na 3 uur.	Na 24 uur.	Toeneming.
I.	60.0	62.0	66.	6.
II.	100.0	103.0	114.	14.
III.	90.0	93.5	99.	9.

Dus vrij aanzienlijke groei. De ranken vertoonden tengevolge van de herhaalde bewerkingen sterke topkrulling (zie pag. 21); de toppen waren bij I in 7, bij II in 8, bij III in 7 enge windingen opgerold, hetgeen de meting aan het eind der proef zeer bemoeilijkte.

II. Ook in 2 pCt. chloornatrium kunnen ranken nog groeien.

Dit bleek uit een voortzetting van proef II op pag. 84, op dezelfde wijze als hierboven bij proef I.

De lengte der ranken bedroeg in m.M. :

	Na 3 uur.	Na 6 uur.	Na 24 uur.	Toeneming
I.	48.5	49.0	50.	1.5
II.	97.8	99.0	104.	6.2
III.	98.4	99.5	106.	7.6

Ook hier vertoonden de ranken tengevolge der bewerkingen topkrulling. I had slechts één, II $5\frac{1}{2}$ en III $6\frac{1}{2}$ zeer enge windingen aan den top.

De groei was dus ook in 2 pCt. nog zeer duidelijk, hoewel merkbaar minder dan in 1 pCt.

III. Om aan te toonen dat het zout zonder schade voor het leven kan worden uitgewasschen, werden ranken gedurende eenigen tijd in zoutoplossingen van de hierboven gebruikte concentratiën gebracht. Zij waren bij 't begin der proef recht, en kromden zich in de oplossingen een weinig. Na 4 uur werden ze in veel water gelegd, hier namen langzamerhand de krommingen toe.

Vijf ranken werden in 4 pCt. chloornatrium gebracht en uitgewasschen. De krommingen bedroegen na een paar dagen bij I 15 windingen, II 14 w., III 9 w., IV 6 w., V $\frac{3}{4}$ w.; de ranken waren allen stijf en frisch, de windingen vormden enge regelmatige spiralen aan den top.

Twee ranken werden na een verblijf van 4 uur in 5 pCt. chloornatrium uitgewasschen. Windingen na twee dagen $\frac{1}{4}$ en $1\frac{1}{2}$; ranken frisch.

Een rank bleef 4 uur in 6 pCt. zoutoplossing en vormde, na in water gebracht te zijn, in twee dagen aan zijn top een zuivere spiraal van 7 windingen; een andere evenzoo behandelde rank maakte 4 windingen. Aan 't eind der proef beiden frisch.

Twee ranken, na 4 uur uit 8 pCt. zoutoplossing in water gebracht, krulden hare toppen hier tot $\frac{1}{2}$ en $1\frac{3}{4}$ winding op.

Ten laatste werden twee ranken, die reeds bij 't begin der proef topkrulling vertoonden, in 20 pCt. chloornatrium gebracht. Hier ontwonden zij zich gedeeltelijk; zij werden na $\frac{3}{4}$ uur in water gebracht, waar ze het aantal der windingen weer vermeer-

derden. In het zout slap, werden ze in het water weer stijf. Het aantal der windingen bedroeg :

	I.	II.
Bij het begin	3 $\frac{1}{2}$	6
Na $\frac{3}{4}$ uur in 20 pCt. . .	1 $\frac{1}{2}$	3
Na 2 dagen in water. . .	6	6 $\frac{1}{2}$

Bij een langer verblijf in sterke zoutoplossingen wordt echter de kans om met goed gevolg te worden uitgewasschen, natuurlijk steeds geringer.

Al deze proeven toonen aan, dat de zoutoplossingen de ranken geenszins rechtstreeks dooden. Het spreekt echter van zelf, dat bij een lang verblijf der afgesneden ranken in het zout, deze onvermijdelijk hun dood tegemoet gaan. In elk geval ziet men, dat, wat van de inwerking van zoutoplossingen op groeiende plantendeelen in 't algemeen bekend is, zonder bezwaar ook op de ranken van *Sicyos* mag worden toegepast.

De weefselspanning in de ranken heb ik alleen volgens de bekende methode der overlangsche slijping, niet ook door rechtstreeksche meting der afzonderlijke wefels bestudeerd. Dit laatste is bij de fijnheid der ranken moeilijk, en voor mijn doel geheel onnoodig.

Snijdt men ranken van *Sicyos* dwars door, dan ziet men terstond uit de sneevlakte een grooten druppel vocht treden : een bewijs, dat dit vocht in de onverwonde rank onder aanzienlijke drukking stond. Ranken, die reeds sedert eenige uren afgesneden zijn en in water stonden, toonen dit verschijnsel eveneens. Snijdt men een rank op verschillende plaatsen door, dan komen er toch telkens druppels te voorschijn.

Snijdt men een rank door, verwijdt men de gekomen druppels, en snijdt dan met een scheermes een dun laagje af, zoo kan men op de nieuwe sneevlakte het uittreden der druppels met de loupe waarnemen. Men ziet dan zeer duidelijk, dat zij uit de streek der vaatbundels, en niet uit het centrale parenchym komen.

Splijt men een rank volgens het mediaanvlak in twee helften, dan wijken beide deelen uitéén, als bewijs voor de voor-

handen weefselspanning. Hetzelfde geschiedt bij splijting volgens een axiel vlak loodrecht op het mediaanvlak. Snijdt men een rank in stukjes van 2 c.M., en splijt men elk dezer overlans in twee gelijke helften, dan wijken de helften des te sterker uiteen, naarmate het stukje dichter bij den top lag. Dicht bij den top zijn de verschillen grooter, in de basale helft uiterst gering. Ook de steel van rechte ranken toont nog weefselspanning.

Het was van belang te weten, in hoeverre deze weefselspanning op een verschillenden groei, en in hoeverre op verschillende turgoruitrekking der verschillende weefsels berust. Vooral daarom was dit belangrijk, daar deze vraag voor andere organen met weefselspanning nog niet grondig onderzocht is *).

Ik heb daarom een hoofdrank in stukjes van 2 c.M. lengte gesneden, allen in het mediaanvlak gespleten en toen in 20 pCt. zoutoplossing gebracht. Terstond verloren zij hun krommingen, en kromden zich allen met het parenchym concaaf. Het onderste deel der rank, even boven de inplanting der zijranken, spleet ik rosetvormig in 4 deelen; hierdoor was de omkeering der krommingsrichting in het zout nog veel duidelijker zichtbaar. Uit deze proef volgt, dat het merg in alle deelen der rank minder gegroeid is dan de peripherische weefsels, en dat het in de gespleten stukken slechts tengevolge der turgoruitrekking langer is dan gene. De weefselspanning berust dus niet op een verschil in groei door intussusceptie, maar op een verschil in uitrekking door den turgor. De groei is wel ongelijk, maar zou, alleen werkende, juist tot tegenovergestelde spanningen aanleiding geven.

Welk het aandeel van turgor en groei aan de weefselspanning in andere ranken is, heb ik niet onderzocht.

Het is een bekend verschijnsel, dat gespleten deelen van groeiende organen, in water gebracht, hun krommingen meest aanzienlijk vermeerderen. Hetzelfde is natuurlijk het geval met de ranken van Sicyos. De oprolling is zeer sterk. Een stuk van den top, 2 c.M. lang, werd in twee gelijke deelen gespleten en in water gebracht; beide helften wonden zich tot drie

*) Eenige proeven hierover beschreef ik reeds op pag. 60.

enge windingen op. Heeft men de geheele rank in stukken van 2 c.M. gesneden, en deze op dezelfde wijze gespleten en in water gebracht, zoo ziet men dat de helften zich allen sterker krommen, doch des te minder, naarmate ze verder van den top aflagen.

Bij deze oprolling, die bijna momentaan geschiedt, wordt de elasticiteitsgrens der celwanden overschreden, en wel des te meer, naarmate de oprolling sterker was, of het verblijf in water langer duurde. Daar ook dit punt voor groeiende plantendeelen nog niet onderzocht is, wil ik een paar proeven iets uitvoeriger beschrijven.

I. Een krachtige rechte rank van 15 c.M. lengte werd in stukjes van 2 c.M. lengte gesneden, en deze volgens het mediaanvlak zóó gespleten, dat beide helften aan haar ondereinde met elkander in verbinding bleven. Daarop werden alle stukjes in water gebracht, waar zij $1/4$ uur bleven; daarna kwamen ze in Na Cl van 20 pCt. Hier ontrolden ze zich in $1/2$ uur, en behielden toen gedurende uren dezelfde kromming; waarbij steeds het parenchym convex was.

Het aantal der windingen bedroeg in de beide helften der stukjes:

Nº. der stukjes.	In water.	In zoutoplossing.
I. (top)	3—3	$3/4$ — $3/4$
II.	$1\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{2}$	$1/2$ — $1\frac{1}{2}$
III.	$1\frac{1}{2}$ — $3/4$	$1/8$ — $1/8$
IV.	$5/8$ — $5/8$	$1/8$ — $1/8$

In de lagere deelen waren de krommingen minder regelmatig.

II. Een andere rank werd geheel op dezelfde wijze behandeld; de stukjes bleven echter, in plaats van $1/4$ uur, 2 uren in het water.

Het aantal windingen bedroeg:

Nº. der stukjes.	In water.	In zoutoplossing.
I. (top)	$2\frac{1}{2}$ — $3\frac{3}{4}$	1— $5/8$
II.	$2\frac{1}{2}$ — $3\frac{1}{2}$	1—1
III.	$1\frac{1}{2}$ — $1\frac{1}{2}$	$3/4$ — $3/4$
V.	$1\frac{3}{4}$ — $1\frac{3}{4}$	$1/2$ — $5/8$
VIII.	$1\frac{1}{2}$ — $3/4$	$3/4$ — $1/4$

In de overige stukjes waren de krommingen minder regelmatig.

Uit deze beide proeven ziet men, dat de krommingen der stukjes in water ten deele herstelbaar, ten deele onherstelbaar zijn, en dus ten deele op een overschrijding der elasticiteitsgrens berusten. De na opheffing van den turgor blijvende krommingen zijn in de jongere deelen aanzienlijker dan in de oudere, en na een verblijf van 2 uur in water grooter dan na een verblijf van slechts $\frac{1}{4}$ uur.

Hetzelfde geldt, volgens eenige door mij genomen proeven, mutatis mutandis, ook van andere groeiende organen.

De oorzaak, zoowel van de weefselspanning als van de opkrulling in water, berust op het streven van het centrale weefsel om zich door wateropneming te verlengen. Dit weefsel is het parenchym; de epidermis, het collenchym en de vaatbundels gedragen zich tegenover het parenchym bij dit proces passief. Van de juistheid van deze stelling heb ik mij door een aantal proeven overtuigd, in welke stukjes van ranken volgens de meest verschillende vlakken overlangs gespleten werden. Tusschen de overige passieve weefsels bestaat slechts geringe spanning. Snijdt men de beide collenchymstrengen van de voorzijde, elk afzonderlijk of met de tusschenbeide liggende epidermis, maar zonder parenchym af, dan kromt zich zulk een lamel niet, ook in water bijna niet; is er ergens een weinig parenchym aangebleven, dan kromt zich dit deel. Snijdt men van de onderzijde een strook collenchym en epidermis af, dan kromt deze strook zich zwak, en blijft ook in water zwak gekromd. Splijt men een rank volgens een vlak loodrecht op 't mediaanvlak, zóó, dat de voorhelft bijna al het parenchym, de achterhelft weinig parenchym, maar bijna al het vaatbundelweefsel en het collenchym bevat, dan rolt zich in water de voohelft zeer sterk op, terwijl de achterhelft slechts een zwakke kromming maakt. Gemakkelijk zoude ik nog meerdere proeven kunnen aanvoeren, doch de medegedeelde mogen voldoende zijn om te bewijzen, dat ook bij de ranken van *Sicyos* in het parenchym de uitzettende kracht huist, terwijl de overige weefsels door deze kracht passief worden nitgerekt.

De voornaamste punten, die door de in dit hoofdstuk beschre-

ven proeven zijn bewezen, en in de volgende afdeelingen gebruikt moeten worden, zijn de volgende:

1^o. De ranken van *Sicyos angulatus* onderscheiden zich van andere ranken door hare buitengewone prikkelbaarheid; hare bewegingen zijn in vele gevallen zoo snel, dat men ze met het oog kan volgen (ASA GRAY).

2^o. Deze ranken vertoonen dezelfde verschijnselen van prikkelbaarheid, nawerking en teruggaan na prikkelbewegingen, die ook bij andere ranken bekend zijn. Haar epinastische kromming begint echter aan de basis en niet, zooals gewoonlijk, aan den top. Daarentegen vertoonen ze, ook na zeer zwakke prikkels, het ook bij andere ranken waargenomen verschijnsel der „topkrulling” in veel hoogere mate.

3^o. De onderzijde van het prikkelbaar deel der rank, in welke de neutrale as der krommingen valt, wordt geheel door collenchym en vaatbundelweefsel ingenomen. Bij alle krommingsverschijnselen verlengt zich dus steeds het geheele parenchym; ook de zwakke vaatbundels en collenchymstrengen der bovenzijde nemen daarbij in lengte toe.

4^o. Een chloornatriumoplossing van 1 pCt. verandert in korten tijd de lengte der ranken niet; in 2 pCt. of hoogere concentratiën worden de ranken korter. Zoowel in 1 pCt. als in 2 pCt. kunnen de ranken voortgaan te groeien.

5^o. Chloornatriumoplossingen van 4 en 5 pCt. maken de meeste doch niet alle cellen plasmolytisch, en heffen den turgor bijna, doch niet geheel volledig op. Om dit doel volledig te bereiken, is dus een zoutoplossing van hoogere concentratie (b.v. 20 pCt.) noodig.

6^o. Na een niet te lang verblijf der ranken in zoutoplossingen kunnen deze zonder schade worden uitgewassen.

7^o. De weefselspanning der ranken berust niet op een verschil in groei der verschillende weefsels, maar op de sterkere turgoruitrekking van het parenchym, tegenover de vaatbundels, het collenchym en de epidermis.

8^o. Wanneer in overlans gespleten deelen van ranken de door weefselspanning ontstane krommingen door opneming van water worden versterkt, wordt hierbij de elasticiteitsgrens der celwanden, soms in zeer hooge mate, overschreden.

IV. *Over het aandeel van de turgoruitrekking en den groei aan de bewegingen der ranken.*

Bij de studie van de rol van den turgor bij de groeikrommingen, is het naar mijne meening de eerste en belangrijkste vraag, of de krommingen van groeiende organen, door welke oorzaken ook te weeg gebracht, uitsluitend op groei, of uitsluitend op turgoruitrekking, of eindelijk op beide te samen berusten. Eerst wanneer deze vraag beantwoord is, en men dus het aandeel van de turgoruitrekking en den groei aan eene beweging kent, is het geoorloofd te trachten, dieper in de kennis van de oorzaken van deze verschijnselen in te dringen. Om deze reden wijd ik aan de beantwoording dezer vraag dit hoofdstuk.

In het tweede hoofdstuk heb ik uitvoerig de methode mijner proeven beschreven. Ik kan mij dus thans tot een korte beschrijving van de modificatiën beperken, die voor het speciale onderzoek der ranken aangebracht werden. Men herinnert zich, dat het beginsel mijner proeven bestaat in de opheffing van den turgor, en daarmede van de turgoruitrekking, door de inwerking van sterke zoutoplossingen.

Voor mijne proeven met ranken heb ik steeds een chloor-natrium-oplossing van 20 pCt. gebruikt; deze werd in vlakke, slechts 2—4 c.M. hooge schaaltes gebracht, teneinde de aanraking van de vloeistof met de lucht zooveel mogelijk te bevorderen. In de vloeistof bracht ik de ranken, zoodra ze in den toestand gekomen waren, omtrent welken ik de gestelde vraag wilde beantwoorden. Vóóraf werden de ranken nageteekend, en het aantal der windingen geteld; het bleek dat een schatting tot op $\frac{1}{8}$ winding zeer gemakkelijk, en in bijna alle gevallen ruim voldoende voor mijn doel was. Een nauwkeuriger bepaling, b.v. in graden, zou bij de onregelmatigheid die de krommingen der ranken zeer dikwijls vertoonen, in werkelijkheid toch tot geen grootere juistheid leiden. De ranken werden steeds voorzichtig in het zout gebracht; dit dringt in den regel na weinige minuten in, en heft, gelijk wij in het derde hoofdstuk zagen, in korten tijd den turgor volkomen op. Van tijd tot tijd werden de ranken dan met de teekening vergeleken, het aantal windingen geteld en opgeschreven, en zoo noodig eene nieuwe

teekening gemaakt. Als na verloop van eenigen tijd bleek, dat de zichtbare veranderingen in de ranken volkomen waren opgehouden, werd de proef gesloten.

Vóór het begin van de inwerking van het zout, verkeerde de rank in turgescenzen toestand; aan het einde der proef was zij turgorloos. Het verschil tusschen beide toestanden berust dus geheel op de turgoruitrekking. Daarentegen berusten de windingen, die na de inwerking van het zout overbleven, op een blijvende verlenging, die, zooals wij vroeger gezien hebben (pag. 91) ten deele op een blijvende uitrekking door turgor, ten deele op groei berusten kan. Deze beide laatste factoren kunnen voorloopig niet gescheiden worden.

Brengen wij een rechte rank in het zout, zoo kromt zij zich dikwerf met de bovenzijde concaaf. De verklaring hiervan is zeer eenvoudig. De lengte van de rank berust aan beide zijden, boven en onder, op de som van de door groei verkregen lengte en de turgoruitrekking. In de turgescente rank is, zoolang zij recht is, deze som aan beide zijden gelijk, maar de beide factoren kunnen daarom toch verschillend zijn. Kromt zich nu de rank bij de plasmolyse, dan blijkt daaruit dat de bovenzijde zich sterker verkort dan de onderzijde. M. a. w. de door groei verkregen lengte, de ware lengte (pag. 73), is aan de bovenzijde geringer dan aan de onderzijde, de turgoruitrekking daarentegen boven grooter dan onder.

Na deze beide voorbeelden zal het gemakkelijk zijn, de beteekenis mijner proeven te begrijpen.

Om een helder inzicht in het aandeel van turgoruitrekking en groei aan de bewegingsverschijnselen der ranken te erlangen, heb ik bijna alle verschillende toestanden, waarin zich de ranken aan ons oog kunnen voordoen, aan de plasmolyse onderworpen. Alleen de hyponastische oprolling in den knop heb ik, wegens de kleinheid der ranken, daarvan uitgesloten. Om het overzicht over mijne proeven gemakkelijker te maken, heb ik ze in bepaalde groepen samengevat; deze behandelen achtereenvolgens:

A. De bewegingen der ranken tengevolge van inwendige oorzaken: Epinastische bewegingen.

B. De prikkelbewegingen.

Beide afdeelingen kunnen in onderafdeelingen gesplitst worden. De ranken toch, die aan geen prikkel blootstonden, zijn in drie perioden van haar leven onderzocht en wel α tijdens de opheffing der hyponastische kromming: periode der strekking; β gedurende den tijd dat de ranken recht waren, en γ tijdens de epinastische oprolling aan het einde der groei-periode.

Onder de prikkelbewegingen heb ik als afzonderlijke groepen beschouwd: α de bewegingen na stooten, wrijven, drukken enz.; β de bewegingen tengevolge der blijvende aanraking met steunsels, en eindelijk γ : de teruggaande bewegingen van ranken, wier steunsel men heeft weggenomen. Aan het einde van iedere groep zal een kort overzicht der resultaten gegeven worden.

A. EPINASTISCHE BEWEGINGEN.

α . Periode der strekking.

I. Een zeer jonge in een vlakke spiraal opgerolde rank werd den 4^{den} Augustus in het zout gebracht; behalve de hoofdrank werd er één zijrank aangelaten.

Het aantal windingen bedroeg:

	Hoofdrank.	Zijrank.
Vóór	3	3
Na 2 uur	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$
" 20 "	$3\frac{1}{4}$	—

Dus nam in beiden het aantal windingen door plasmolyse om $\frac{1}{4}$ toe.

II. Van een iets oudere, eveneens opgerolde, rank werden denzelfden dag een hoofdrank en een zijrank geplasmolyseerd:
Aantal windingen:

	Hoofdrank.	Zijrank.
Vóór	$2\frac{3}{4}$	3
Na 10 minuten	3	$3\frac{1}{4}$
" 40 "	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$
" $3\frac{1}{2}$ uur	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$

Toeneming in beide gevallen $\frac{3}{4}$ winding.

III. Een rank, wier hoofdrank zich reeds tot ruim ééne winding had ontroid, werd eveneens denzelfden dag plasmolytisch gemaakt. Een zeer jonge zijrank werd daarbij aan de rank gelaten. Aantal windingen:

	Hoofdrank.	Zijrank.
Vóór	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$
Na $\frac{1}{2}$ uur	$1\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{4}$
Na 2 uur	$1\frac{3}{4}$	$3\frac{3}{8}$
Na 20 uur	2	$3\frac{1}{2}$

Dus een toeneming van $\frac{3}{4}$, resp. $\frac{1}{4}$ winding.

Conclusie.

Het aantal windingen van jonge ranken in de periode der epinastische strekking neemt door plasmolyse toe. De turgoruitrekking is dus aan de bovenzijde steeds grooter dan aan de onderzijde; het verschil is in oudere ranken grooter dan in jongere.

β. Tweede periode; rechte ranken.

IV. Naast een krachtige en rijk vertakte plant van *Sicyos* werd in den tuin een schaal met zoutoplossing gesteld. Een aantal jonge, rechte zijranken werd voorzichtig afgeknipt en terstond in het zout gebracht. Hier kromden zich N^o. 1—4 in hun geheel met de bovenzijde concaaf; N^o. 5, die iets ouder was, bleef in de onderheft recht en alleen de bovenheft kromde zich met de bovenzijde concaaf; N^o. 6, nog ouder, bleef bijna geheel recht, de bovenkant werd slechts zwak concaaf. De krommingen waren zeer wijd en bedroegen in deelen van den cirkelomtrek na ruim $1\frac{1}{2}$ uur:

N ^o . 1	$\frac{1}{2}$ w.
" 2	$\frac{1}{2}$ "
" 3	$\frac{3}{8}$ "
" 4	$\frac{3}{8}$ "
" 5 (top)	$\frac{1}{2}$ "
" 6	bijna recht.

V. Twee rechte ranken van potplanten, die voor dit doel in het laboratorium gebracht waren, bleven bij plasmolyse in de onderhelft geheel recht; de bovenhelft kromde zich met de bovenzijde concaaf in $\frac{1}{2}$ uur tot $\frac{1}{4}$, resp. $\frac{3}{8}$ w. Na 20 uur was deze kromming onveranderd (14 Augustus).

VI. Hoofdranken van een plant in den tuin werden in een schaal met zoutoplossing, die er naast gezet was, gebracht. Ze waren allen recht en kromden zich in het zout met de bovenzijde concaaf; deze kromming strekte zich echter steeds slechts tot de bovenste helft, soms slechts tot een klein gedeelte van den top uit. De krommingen vormden steeds een wijden boog, en bedroegen bij

N ^o . 1.	$\frac{1}{2}$ w.	over de helft der rank.
" 2.	$\frac{1}{2}$ "	" " " " "
" 3.	$\frac{3}{4}$ "	" " " " "
" 4.	$\frac{1}{2}$ "	" een derde der rank.

Conclusie.

Rechte ranken krommen zich bij plasmolyse in den aanvang geheel, later slechts in de apicale helft, met de bovenzijde concaaf. De turgoruitrekking is dus aanvankelijk overal, later slechts aan den top, aan de bovenzijde grooter dan aan de onderzijde.

γ. Periode der epinastische oprolling.

VII. Rechte ranken werden uit den tuin genomen en elk afzonderlijk in een klein cylinderglaasje met water geplaatst. In omstreeks 24 uur maakten de hoofdranken epinastische krommingen, waarbij de toppen over een lengte van enkele c.M. recht bleven. Toen werden ze in de zoutoplossing gebracht. Hier nam het aantal der windingen, als volgt, af.

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.
Vóór	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{8}$	$4\frac{1}{4}$
Na 15 minuten	0	$\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$
" 35 "	0	$\frac{1}{4}$	2
" $2\frac{1}{2}$ uur		0	2

De oorspronkelijk rechte toppen hadden zich met de bovenzijde in omstreeks $\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{4}$ winding concaaf gebogen.

De epinastische windingen waren dus door plasmolyse bij N^o. 1 en 2 volkomen, bij N^o. 3 voor iets meer dan de helft verdwenen. De in N^o. 3 overgebleven windingen hadden natuurlijk veel grooter diameter dan vóór 't begin der proef; ze strekken zich over ongeveer hetzelfde deel der rank uit.

VIII. Ranken, die zich aan potplanten in de kamer hadden ontwikkeld en geen steunsel hadden gevonden, begonnen zich eindelijk epinastisch op te winden. Zij werden in verschillende stadiën geplasmolyseerd; bij N^o. 1 en 2 was de top nog recht, bij N^o. 3 en 4 reeds zwak gebogen. Het aantal windingen bedroeg :

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.	N ^o . 4.
Vóór	1	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$
Na $\frac{1}{4}$ uur	$\frac{1}{2}$	1	2	2
" $2\frac{1}{4}$ "	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	1.

Het aantal windingen nam dus steeds duidelijk af; daarbij werden de windingen zelveu natuurlijk wijder.

IX. Rechte ranken werden kort vóór den aanvang der epinastische kromming uit den tuin gehaald en in kleine cilinderglasjes met water geplaatst, waar ze, begunstigd door de warmte van het laboratorium, in omstreeks 24 uur zich vrij sterk epinastisch oprolden. Toen werden ze in zout gebracht en verloren hier, in 24 uur, een klein gedeelte hunner windingen.

Het aantal bedroeg:

	Vóór de plasmolyse.	Daarna.
N ^o . 1.	$13\frac{1}{2}$	11
" 2.	13	11
" 3.	12	8
" 4.	7	$6\frac{1}{2}$

X. Den 3^{den} September zocht ik aan eenige potplanten, die gedurende omstreeks 14 dagen in de kamer achter de zuidelijke vensters stonden, de oudste ranken van welke ik blijkens gemaakte merken wist, dat ze zich in de kamer uit den knoptoestand ontrold hadden, en sedert met geen steunsel zoo-

danig in aanraking waren gekomen, dat ze het hadden kunnen omvatten. Eenige malen had ik zulke ranken tijdens de epinastische beweging den top tegen den stengel of een blad zien drukken; dit had geen omslingering van het aangeraakte voorwerp, maar wel een omkeering in de richting der epinastische schroefwindingen tengevolge gehad. Deze ranken werden afgeknipt, haar windingen geteld, en als ze een keerpunt hadden, werden de windingen onder en boven afzonderlijk geteld. Onvolledige windingen aan den top werden bij N^o. 5 afzonderlijk geteld. Bij de plasmolyse veranderde het aantal der windingen als volgt:

	Vóór de plasmolyse.	Na 1 uur.	Na 5 uur.
N ^o . 1.	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{4}$
" 2.	$3\frac{1}{4}$	3	3
" 3.	$1\frac{1}{4} + 12\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4} + 11\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{4} + 11\frac{1}{2}$
" 4.	$3\frac{1}{2} + 7\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2} + 6\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2}$
" 5.	5 + 6	5 + 6	5 + 6
" 6.	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$
" 7.	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$

De beide eerste ranken zijn zijranken, vandaar het geringe aantal windingen; de drie volgende hadden een keerpunt, door het teeken + aangegeven; van N^o. 5 zijn de losse windingen aan den top niet medegerekend; deze bedroegen $2\frac{1}{4}$ en verminderden zich tot op $\frac{3}{4}$.

Deze proef leert ons, dat oude ranken door plasmolyse haar windingen slechts weinig, zeer oude in 't geheel niet verliezen. Daartusschen komen toestanden voor, waarin de windingen aan de basis niet, die aan den top nog wel verminderen.

Conclusiën.

1^o. Tijdens den aanvang der epinastische windingen wordt de rechte top door plasmolyse gebogen, met de bovenzijde concaaf; de turgoruitrekking is dus aan de bovenzijde grooter dan aan de onderzijde.

2^o. De epinastische windingen gaan in den beginne geheel, later ten deele, eindelijk in het geheel niet meer, door plasmolyse verloren.

Deze buigingen berusten dus aanvankelijk geheel op een toeneming der turgoruitrekking, later ten deele hierop en ten deele op een blijvende verlenging (groei), eindelijk geheel op blijvende verlenging (groei).

B. PRIKKELBEWEGINGEN.

δ. Bewegingen ten gevolge van wrijven, stooten, enz.

XI. Rechte ranken van potplanten werden tienmaal met een metalen staaf voorzichtig langs de onderzijde gewreven, telkens van de basis naar den top gaande. Terstond daarna begonnen zij een zichtbare beweging en krulden zich in ruim één minuut duidelijk op. Toen even daarna de beweging ophield voor het oog zichtbaar te zijn, werden ze in de zoutoplossing gebracht. Het resultaat was als volgt:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.
Vóór	1	1 ¹ / ₄	1 ¹ / ₄
Na 1 uur	1 ¹ / ₄	— ¹ / ₈	— ¹ / ₂
Na 5 uur	1 ¹ / ₄	—	—
Na 24 uur	1 ¹ / ₄	— ⁵ / ₈	— ¹ / ₂

In deze tabel geeft het teeken — vóór een breuk aan, dat bij de kromming de bovenzijde concaaf was; krommingen allen in de apicale helften der ranken.

Men ziet dat in twee gevallen de prikkeling geen blijvende verandering tengevolge had, want de ranken kromden zich even sterk met de bovenzijde concaaf als niet geprikkelde ranken dit plegen te doen (zie IV, V, VI); bij N^o. 1 had de prikkeling echter reeds een bij plasmolyse blijvende verandering tengevolge gehad.

XII. Ranken van in het laboratorium gehouden potplanten, geheel recht, werden voorzichtig met een metalen staaf eenige malen tegen de onderzijde gestooten. Terstond daarna begon zich haar top te krommen; toen werden zij in het zout gebracht, waar de beweging nog een oogenblik voortging; zoodra echter het zout indrong, keerde de beweging om. Zoo bereikte N^o. 1 twee windingen, en verloor deze door plasmolyse weer tot op ¹/₈ w. N^o. 2 bereikte ³/₄ winding. Nadat het zout ruim ¹/₂

uur had ingewerkt, verdwenen deze geheel en boog zich de top met de bovenzijde concaaf; na ruim 3 uur was de top tot $\frac{1}{2}$ zeer wijde winding met de bovenzijde concaaf gekromd.

Dus was in het tweede geval geen blijvende werking van den prikkel na plasmolyse zichtbaar, in het eerste slechts een geringe.

XIII. Twee ranken der kamerplanten hadden zich, ten gevolge van toevallige prikkeling, aan hun top tot enge windingen opgerold. Ze werden toen geplasmolyseerd, en verloren deze windingen in den loop van eenige uren ten deele. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de plasmolyse	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
Daarna	$3\frac{1}{2}$	2

XIV. Talrijke ranken hadden den 26^{en} Augustus in den tuin, zonder een steunsel gevat te hebben, tengevolge van toevallige prikkeling, zich aan haar top gebogen of tot eenige enge windingen opgerold. Deze ranken werden afgeknipt en in een schaal-tje met zoutoplossing gebracht, dat ik naast de plant gezet had. Het aantal windingen bedroeg:

	Vóór de plasmolyse.	Na $\frac{1}{4}$ uur.	Na 2 uur.	Na 4 uur.
N ^o . 1.	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
" 2.	1	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
" 3.	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
" 4.	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
" 5.	2	1	1	1
" 6.	$3\frac{3}{4}$	1	1	$\frac{1}{2}$

Bij N^o. 1 had de topkrulling dus geen bij plasmolyse blijvende verandering teweeggebracht; zij kromde zich even sterk met de bovenzijde concaaf als niet geprikkelde ranken. Bij de overigen was de bij plasmolyse blijvende verandering in het algemeen (ofschoon niet in bijzonderheden) des te grooter, naar-mate de topkrulling zelve sterker was.

XV. Den 27^{en} Aug. werd een rank op eenige c.M. afstand van den top zacht tusschen twee vingers een oogenblik gedrukt, en daarna aan haar lot overgelaten. Op de aangeraakte plaats kromde zij zich in ongeveer een half uur tot $1\frac{1}{8}$ vrij enge winding

op. Toen geplasmolyseerd, verloor zij de kromming in 4 uur tot op $\frac{1}{4}$ w. en bleef zoo gedurende 24 uur. De top dezer rank, tijdens de prikkeling recht, bleef vóór en na de plasmolyse recht.

Conclusie.

De bewegingen, die ranken tengevolge van zwakke voorbijgaande prikkels (wrijven, stooten, drukken) maken, gaan, als zij gering zijn, door plasmolyse geheel verloren; de rank kromt zich met de bovenzijde concaaf even goed als of zij niet geprikkeld ware. Is de beweging aanzienlijker, of heeft zij langer geduurd, dan blijft een gedeelte der kromming bij de plasmolyse over.

Deze bewegingen berusten dus in het eerste geval uitsluitend op turgoruitrekking, in het tweede ten deele op turgoruitrekking en ten deele op blijvende verlenging (groei).

ε. Omwinding van steunsels.

XVI. Den 4^{en} Augustus hadden een twaalfstal potplanten, die vóór een paar dagen in het laboratorium genomen waren, een aantal rechte ranken ontwikkeld. Ik plaatste tegen sommige dezer ranken, op eenigen afstand van den top, een ijzerdraad (van 2 m.M. dikte), tegen één (N^o. 4) een glazen buis van 5 m.M. dikte, en drukte deze steunsels zacht tegen den onderkant der ranken aan. In even korten tijd maakten de ranken tengevolge hiervan een beweging; zij bogen zich in een scherpen hoek of kromden zich geheel om het steunsel. Na eenigen tijd werden ze van de plant afgeknipt en hetzij met, hetzij zonder haar steunsel in de zoutoplossing gebracht. De duur van de aanraking met het steunsel bedroeg bij N^o. 1 $\frac{1}{4}$ uur, bij N^o. 2—4 $\frac{1}{2}$ uur, bij N^o. 5 drie uur. Het aantal windingen bedroeg:

	Vóór de plasmolyse.	Daarna.
N ^o . 1.	$\frac{1}{4}$	0
" 2.	$\frac{1}{4}$	0
" 3.	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$
" 4.	$1\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
" 5.	$2\frac{1}{2}$	1

De toppen kromden zich bij de plasmolyse met den bovenkant concaaf, het zóó gekromde gedeelte bereikte bij N^o. 1 en 2 het punt van aanraking met het steunsel, bij de overigen niet. Deze kromming van den top bedroeg bij N^o. 1: $\frac{3}{4}$ w., bij N^o. 2 : $\frac{1}{2}$ w.; zij was dus even sterk als zij in niet geprikkelde ranken pleegt te zijn (IV, V, VI).

Men ziet dus dat bij zwakke prikkeling de kromming uitsluitend op turgoruitrekking, bij sterkere ten deele ook op blijvende verlenging (groei) berust.

XVII. Den 5^{den} Augustus werd de vorige proef met twee rechte ranken herhaald. N^o. 1 wond zich in ruim $\frac{1}{2}$ uur tot $\frac{3}{4}$ winding, N^o. 2 in 4 uur tot 3 windingen, beide om ijzerdraden van 2 m.M. dikte. Het resultaat der plasmolyse was de volgende afneming van het aantal windingen :

	Vóór de plasmolyse.	Na $\frac{1}{2}$ uur.	Na $1\frac{1}{2}$ uur.	Na 24 uur.
N ^o . 1.	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	0
" 2.	3	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{3}{4}$

De top van N^o. 1 krulde zich met de bovenzijde concaaf tot omstreeks $\frac{3}{8}$ winding, doch slechts over een paar c.M. lengte. De windingen van N^o. 1 lagen zoo vast aan den ijzerdraad aan, dat het niet mogelijk was ze er af te schuiven; na een verblijf van $\frac{1}{2}$ uur in het zout waren ze zooveel wijder geworden, dat dit gemakkelijk geschieden kon.

Deze proef bevestigt het resultaat der voorgaande.

XVIII. Rechte ranken van kamerplanten werden den 26^{sten} Augustus gedurende korten tijd, meestal slechts eenige minuten, met een ijzerdraad van 12 m.M. dikte zóó in aanraking gebracht, dat ze zich daarom begonnen te krommen. Daarna werden ze afgeknipt en in de zoutoplossing gebracht. Het aantal windingen bedroeg :

	Vóór de plasmolyse.	Daarna.
N ^o . 1.	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$
" 2.	$\frac{5}{8}$	0
" 3.	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
" 4.	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
" 5.	$1\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$

In N^o. 1 en 2 verdween de bocht geheel, N^o. 1 kromde zich in haar geheele lengte met de bovenzijde concaaf, alsof zij niet geprikkeld geweest was; in N^o. 2 krulde zich een klein deel aan den top in $\frac{3}{4}$ winding met de bovenzijde concaaf; tusschen dit deel en het punt van aanraking met het steunsel bleven eenige c.M. recht.

Evenals in de voorgaande proeven, zien wij ook hier, dat de prikkelbeweging aanvankelijk alleen op turgoruitrekking, later ook op blijvende verlenging (groei) berust.

XIX. Een rank had in den tuin drie windingen om een steunsel gemaakt; toen werd zij afgeknipt en in de zoutoplossing gebracht; hier ontwond zij zich in bijna twee uur tot $1\frac{1}{4}$ winding, die zij verder behield.

XX. Den 3^{den} September werden een aantal rechte ranken uit den tuin gehaald, in cylinderglaasjes gezet, en toen ze na vier uren nog recht waren, met ijzerdraden op de gebruikelijke wijze in aanraking gebracht. Ze kromden zich in 5—15 minuten en werden toen in het zout gebracht. Hier veranderde het aantal windingen, als volgt:

	Vóór de plasmolyse.	Daarna.
N ^o . 1.	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$
" 2.	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$
" 3.	1	$\frac{1}{8}$

Het punt van aanraking lag op 1—2 c.M. afstand van den top; dit gedeelte bleef bij de plasmolyse recht. Daarentegen kromde zich het middengedeelte der rank daarbij met de bovenzijde zwak concaaf.

Een volledig verdwijnen der gemaakte krommingen door plasmolyse vond hier niet plaats.

XXI. Voor deze proef werden twee ranken uitgekozen, wier basis reeds begonnen had zich in wijde windingen epinastisch op te rollen, doch wier toppen nog recht waren. Ze werden in den tuin afgesneden, en in cylinderglaasjes met water staande, met ijzerdraden van de gewone dikte in aanraking gebracht. N^o. 1 bleef daarmee 5, N^o. 2 15 minuten in aanraking. De verandering van het aantal windingen was de volgende:

	Vóór de plasmolyse.	Daarna.
N ^o . 1. Epin. kromming	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$
Prikkelbeweging	$\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{4}$
" 2. Epin. kromming	$2\frac{1}{2}$	1
Prikkelbeweging	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

De epinastische beweging werd dus ten deele, de prikkelbeweging in N^o. 1 zoo goed als geheel, in N^o. 2 ten deele, door de plasmolyse opgeheven.

XXII. Ranken zijn in de onderste, basale helft minder prikkelbaar dan in de bovenste; de bewegingen geschieden daar langzamer. Om ook deze bewegingen volgens mijne methode te onderzoeken, heb ik den 3^{den} September talrijke rechte ranken uit den tuin genomen en in cilinderglaasjes met een weinig water geplaatst. Zij rustten hierbij telkens op twee zijranken, die schuins tegen den rand van het glas steunden. Deze maakten om den rand van 't glas in $4\frac{1}{2}$ uur zeer schoone krommingen, meest op 1—2 c.M. afstand van de basis. Toen werden zij in de zoutoplossing gebracht, en verloren daar hare kromming ten deele, gelijk uit de volgende cijfers te zien is. De grootte de kromming bedroeg:

	Vóór de plasmolyse.	Daarna.
N ^o . 1 en 2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
" 3.	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
" 4 " 5.	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$

In allen kromde zich de apicale helft met de bovenzijde concaaf.

Men ziet dat de krommingen, in zoo langen tijd ontstaan, ofschoon zwak, toch slechts voor een klein deel door plasmolyse verloren gingen.

XXIII. Tot nu toe heb ik uitsluitend krommingen beschreven, die om het steunsel gemaakt waren; thans wensch ik ook diegene te onderzoeken, die de rank, na een steunsel te hebben omwonden, tusschen dit en haar basis maakt, en waardoor zij, gelijk bekend is, met groote kracht den tak naar het steunsel toe beweegt. Deze windingen zijn in zooverre gevolgen van den prikkel, als zij vroeger en op andere wijze intreden dan de

epinastische krommingen bij afwezigheid van prikkels zouden doen.

Talrijke ranken, die vóór korteren of langeren tijd een steunsel omwonden hadden, werden met dit steunsel afgesneden en uit den tuin in het laboratorium gebracht, waar ze terstond in de zoutoplossing kwamen. Hier werden ze eerst na 20 uur weer onderzocht. Alleen de windingen tusschen basis en steunsel, niet de om het steunsel gemaakten, werden geteld; de ligging van keerpunten is door het teeken + aangegeven; het eerste cijfer is het aantal windingen tusschen de basis en het eerste keerpunt. Het aantal windingen bedroeg:

	Vóór de plasmolyse.	Daarna.
N ^o . 1.	2	1 ¹ / ₂
" 2.	2 ¹ / ₂	1/2 + 1
" 3.	2 + 2	1/2 + 1
" 4.	5 + 11	4 + 8 ¹ / ₂
" 5.	10 + 9	7 + 6
" 6.	11 + 12	10 ¹ / ₂ + 11
" 7.	6 ¹ / ₂ + 6 + 2 + 2	6 ¹ / ₂ + 6 + 1 ¹ / ₂ + 2
" 8.	3 + 3	2 ¹ / ₂ + 2 ¹ / ₂
" 9.	1 + 5 + 4	1/2 + 4 + 3
" 10.	6 ¹ / ₂ + 7 ¹ / ₂ + 1	6 ¹ / ₂ + 7 ¹ / ₂ + 1
" 11.	7 + 9 + 1 ¹ / ₂ + 8 + 8	7 + 9 + 1 ¹ / ₂ + 8 + 8
" 12.	14 ¹ / ₂ + 17	14 ¹ / ₂ + 17
" 13.	8 ¹ / ₂ + 8 ¹ / ₂	8 ¹ / ₂ + 8 ¹ / ₂

N^o. 1—4 waren jonge, N^o. 5—9 oudere, N^o. 10—13 zeer oude ranken. Men ziet dat in N^o. 1—4 het aantal windingen door plasmolyse geringer geworden is; de windingen zelve waren daarmede overeenkomstig wijder geworden. In de oudere ranken N^o. 10—13 is het aantal windingen door de plasmolyse niet veranderd.

Conclusiën.

1^o. Geringe krommingen om steunsels gaan door plasmolyse geheel verloren; de rank kromt zich met de bovenzijde concaaf als of zij niet geprikkeld ware. Zulke krommingen berusten dus geheel op turgoruitrekking.

2^o. Sterkere krommingen om het steunsel, en de eerste krommingen tusschen het steunsel en de basis der rank verdwijnen bij de plasmolyse ten deele; zij berusten dus ten deele op turgoruitrekking, ten deele op blijvende verlenging (groei).

3^o. Oudere krommingen tusschen het steunsel en de basis der rank blijven bij plasmolyse geheel onveranderd, zij berusten dus geheel op blijvende verlenging (groei).

ζ. *Teruggaande beweging na wegnemen van het steunsel.*

XXIV. ASA GRAY heeft opgemerkt, dat de ranken van *Sicyos*, na een korte prikkeling aan zich zelve overgelaten, eerst zich krommen, doch daarna zich allengs weer strekken. Deze proef, die gemakkelijk te herhalen is, gaf mij aanleiding om te onderzoeken, welk aandeel de turgoruitrekking aan de teruggaande beweging mocht hebben. Deze en de beide volgende proeven hebben de beantwoording van deze vraag ten doel.

In de eerste plaats heb ik twee rechte ranken van planten die in de kamer stonden, voorzichtig tienmaal met een metalen staaf langs de onderzijde gewreven, telkens van de basis naar den top gaande. Terstond daarna begonnen de ranken zich te krommen en bereikten in ruim eene minuut $1\frac{1}{4}$, resp. $\frac{7}{8}$ winding. Daarna gingen ze langzaam terug en hadden na een kwartier nog slechts $\frac{1}{2}$ en $\frac{5}{8}$ winding. Toen werden ze in de zoutoplossing gebracht; hierin veranderden zij hare kromming in 't geheel niet, ook niet in den loop van 20 uur. Even oude, niet geprikkelde ranken zouden zich met de bovenzijde concaaf gekromd hebben.

Tijdens de teruggaande beweging is dus de turgoruitrekking aan de bovenzijde even groot als aan de onderzijde.

XXV. Den 14^{en} Augustus bracht ik twee rechte ranken van potplanten in de kamer aan haar onderzijde met een ijzerdraad in aanraking. Na een kwartier hadden ze $\frac{1}{2}$, resp. $\frac{1}{4}$ winding gemaakt; toen nam ik de steunsels weg. De nawerking duurde omstreeks 10 minuten; de ranken bereikten daardoor 2, resp. $1\frac{1}{2}$ winding; toen begon de teruggaande beweging. Na ruim $\frac{1}{2}$ uur was er nog slechts $\frac{1}{2}$, resp. $\frac{1}{4}$ winding over; toen werden beide ranken in de zoutoplossing gebracht. Hier ging

nog een verder gedeelte dezer kromming verloren; na $\frac{1}{2}$ uur hadden beiden nog slechts $\frac{1}{8}$ winding. Bij N^o. 1 ging ook deze verloren en kromde de rank zich met de bovenzijde concaaf; bij N^o. 2 bleef ook na 24 uur deze $\frac{1}{8}$ winding (met de bovenzijde convex) over.

In beide gevallen was dus de turgoruitrekking aan de bovenzijde grooter dan aan de onderzijde, bij N^o. 2 slechts weinig, bij N^o. 1 was het verschil zeer belangrijk.

XXVI. Den 27^{en} Augustus liet ik twee rechte ranken van kamerplanten zich om een steunsel krommen, nam dit na korten tijd weg en liet de ranken weer geheel recht worden. Ze hadden $\frac{1}{8}$, resp. 1 winding gemaakt en verloren. Zoodra ze recht waren (na $1\frac{1}{2}$, resp. 2 uur), werden ze in de zoutoplossing gebracht. Hierin kromden zij zich met de bovenzijde concaaf tot omstreeks $\frac{1}{2}$ w., dus even sterk als of ze nooit geprikkeld geweest waren.

Conclusie.

Wanneer ranken, na wegneming van een steunsel, teruggaan, is na eenigen tijd de turgoruitrekking aan de bovenzijde even groot als aan de onderzijde. Nog vóórdat de rank recht wordt, is de turgoruitrekking aan de bovenzijde weêr grooter dan aan de onderzijde; is zij recht, dan is ook het oorspronkelijke verschil in turgoruitrekking weer aanwezig.

Algemeene conclusie.

Trachten wij thans alle verschillende resultaten, waartoe de in dit hoofdstuk beschreven proeven geleid hebben, zoo overzichtelijk mogelijk samen te vatten, zoo hebben wij de beide volgende empirische regels.

1^o. *Gedurende het geheele leven der rank is de turgoruitrekking aan de bovenzijde grooter dan aan de onderzijde.*

Uitzondering hierop maken de basale helften van rechte ranken tijdens het laatste gedeelte der gestrekte periode; de ranken die na wegneming van een steunsel de teruggaande beweging maken, op zekere hoogte van deze beweging, en eindelijk oude geheel opgerolde ranken. In deze gevallen is de turgoruitrek-

king aan beide zijden even groot. De allerjongste toestanden der ranken werden niet onderzocht.

2^o. *Zoowel de prikkelbeweging als de epinastische kromming berusten :*

- a. *in den aanvang alleen op turgoruitrekking ;*
- b. *gedurende het grootste gedeelte der beweging zoowel op turgoruitrekking als op blijvende verlenging (groei) ;*
- c. *in den volwassen toestand alleen op blijvende verlenging (groei).*

Het kan, met het oog op deze feiten, aan geen twijfel meer onderhevig zijn, hoe het antwoord op de in den aanvang gestelde vraag moet luiden. Dit antwoord is :

De bewegingen der ranken, zoowel de epinastische als de prikkelbewegingen, worden door een toeneming der turgoruitrekking aan die zijde, die zich het sterkst gaat verlengen, veroorzaakt. De verlenging door turgoruitrekking heeft eerst bij overschrijding van een zekere grens een blijvende verlenging (groei) ten gevolge. Aan het einde der beweging gaat eindelijk de geheele turgoruitrekking in blijvende verlenging (groei) over.

Hieruit ontstaat nu als van zelve de vraag, aan welke nadere oorzaken de toeneming der turgoruitrekking toe te schrijven is. Aan de beantwoording dezer vraag zullen de beide volgende hoofdstukken gewijd worden.

Vóór wij daartoe overgaan, zij het mij vergund, de groei-krommingen der ranken, volgens het zoeven gewonnen standpunt, kort te schetsen.

Zoolang de jonge rank in den knop zich hyponastisch oprot, is de turgoruitrekking aan de onderzijde waarschijnlijk grooter dan aan de bovenzijde, en veroorzaakt dit verschil den snelleren groei der onderzijde en dus de hyponastische kromming. Doch deze periode heb ik niet onderzocht. Aan het einde der periode komt dan waarschijnlijk een oogenblik, waarop de turgoruitrekking aan beide zijden gelijk is; dan wordt zij aan de bovenzijde grooter en veroorzaakt een snelleren groei dezer zijde en daarmede de langzame strekking der rank. Wordt nu de rank recht, dan is de turgoruitrekking den groei aan de bovenzijde nog altijd meer vooruit dan aan de onderzijde, maar dit verschil

wordt, van de basis af, allengs minder en minder. Gedurende dezen tijd houden de uittrekkende krachten van boven- en onderzijde evenwicht; in dezen toestand is de rank prikkelbaar. De werking van den prikkel bestaat daarin, dat zij plotseling den turgor aan de bovenzijde verhoogt; daardoor wordt het weefsel hier uitgerekt en kromt zich de rank. Is de kromming gering, dan is de uitrekking elastisch; is zij grooter, dan is zij ten deele blijvend — zij wordt door groei gefixeerd. Duurt de prikkelbeweging lang voort, dan neemt steeds de turgoruitrekking der bovenzijde toe, de groei dezer zijde volgt langzaam; houdt eindelijk de vermeerdering der turgoruitrekking op, dan wordt de geheele kromming door den groei gefixeerd.

Duurt de werking van den prikkel slechts korten tijd, dan houdt de snelle toeneming van den turgor aan de bovenzijde weldra op. Daarop volgt een relatieve vermindering der turgoruitrekking aan de bovenzijde, waarschijnlijk door toeneming der turgoruitrekking aan de onderzijde veroorzaakt; na eenigen tijd is deze grootheid aan beide zijden even groot; dan neemt zij aan de bovenzijde weêr toe, en als de rank recht is, is het normale verschil weêr hersteld.

Omwindt de rank geen steunsel, dan begint na eenigen tijd in de basale helft de turgor der bovenzijde toe te nemen, en veroorzaakt daardoor een uitrekking dier zijde en het begin der epinastische kromming. Ook deze kromming wordt allengs door groei gefixeerd; de turgor gaat echter voort de rank verder op te rollen en de bestaande windingen te vervangen. Heeft hij eindelijk zijn werk voltooid, dan wordt alles door groei gefixeerd.

V. *Over het aandeel van de turgorkracht en de rekbaarheid aan de prikkelbewegingen der ranken.*

Het is HOFMEISTER'S verdienste, aangetoond te hebben, dat in groeiende plantendeelen de weefsels zich differentieeren in zulke, die krachtig streven zich te verlengen, en in andere, die daardoor passief uitgerekt worden, en aan het streven naar uit-

zetting van gene een weerstand bieden *). Als uitzettend weefsel fungeert in het algemeen het parenchym, als weerstand biedende, passief gerekte, organen voornamelijk de opperhuid, het onderhuidsche weefsel en de vaatbundels. In den toestand van rust houden beide complexen van krachten elkander in evenwicht.

Wordt dit evenwicht in eenig orgaan aan ééne zijde gestoord, dan zal daarvan noodzakelijker wijze het gevolg zijn, dat het orgaan een kromming maakt. Op dit beginsel berusten volgens HOFMEISTER in het algemeen de krommingen van groeiende organen, van welke hij in 't bijzonder de geotropische en heliotropische bestudeerde.

Het is duidelijk, dat, nu een ongelijke groeisnelheid der verschillende kanten, blijkens de resultaten van het vorige hoofdstuk, als primaire oorzaak der krommingen is uitgesloten, het bedoelde evenwicht op tweeërlei wijze kan worden verbroken, en wel ten eerste door een toeneming der uitzettende kracht van het parenchym en ten tweede door een vermindering van den weerstand der overige weefsels.

Welke van deze grootheden wordt bij groeikrommingen primair veranderd? Ziedaar de vraag, wier beantwoording thans voor ons noodzakelijk is.

De pogingen van HOFMEISTER, om het gewenschte antwoord te vinden, lijden aan vele gebreken †), en zijn ten deele verouderd; den belangstellenden lezer verwijs ik daarom naar zijne hierboven geciteerde verhandeling.

Het is duidelijk, dat de beantwoording der gestelde vraag in dit opstel in de eerste plaats voor de ranken van *Sicyos* moet worden geleverd; maar even duidelijk is het, dat het antwoord voor alle groeikrommingen, zoowel voor de geotropische, heliotropische en prikkelbewegingen, alsook voor de nutatiën en epinastische buigingen in hoofdzaak hetzelfde moet zijn. Wij hebben dus geenszins eenvoudig met een bijzonder geval, maar met een voorbeeld voor een zeer algemeenen regel te doen.

Om deze reden zij het mij vergund, aan de beschrijving mij-

*) HOFMEISTER, *Berichte der K. Sächs. Gesellsch. d. Wiss.* 1859 en 1860.

†) Zie hierover o. a. SACH'S *Handbuch d. Experimentalphysiologie*, p. 505.

ner proeven eenige meer algemeene beschouwingen te laten voorafgaan.

Onderzoeken wij in de eerste plaats den graad van waarschijnlijkheid van een vermindering van den weerstand der uitgerekte weefsels, dus van een vermindering der elasticiteit, gepaard met een toeneming der rekbaarheid.

Deze zijn in onze ranken de epidermis, het hypodermale collenchym en de vaatbundels der bovenzijde; in talrijke groeiende plantendeelen voegt zich daarbij nog, als een zeer belangrijke factor, de vaatbundelscheede. Om eenigszins snelle krommingen te kunnen verklaren, zou men in het aangenomen geval moeten veronderstellen, dat al deze organen gelijktijdig rekbaarder werden: een hypothese, die zonder twijfel zeer onwaarschijnlijk is. Wil men slechts in één der genoemde organen de rekbaarheid laten toenemen, dan zou dit orgaan in verschillende gevallen een ander moeten zijn. In de ranken van *Sicyos* ligt de hoofdweerstand klaarblijkelijk in het hypodermale collenchym; vele groeiende organen bezitten geen collenchym. Meestal biedt de vaatbundelscheede den meesten weerstand tegen de uitrekking; deze ontbreekt bij *Sicyos*. In de bladen van *Allium Cepa* is het volgens HOFMEISTER alleen de epidermis, die bij de geotropische krommingen een weerstand biedt. Men zou deze voorbeelden gemakkelijk kunnen vermeerderen, en aantoonen, dat voor elk der passief gerekte weefsels er gevallen te noemen zijn, waarin het, zoo niet alleen, dan toch bijna uitsluitend het weerstand biedende orgaan is. In elk dezer weefsels zou dus noodzakelijkerwijze de rekbaarheid door de inwerking van prikkels moeten kunnen toenemen.

Plaatsen wij hier tegenover het andere geval, en nemen wij aan, dat de uittrekkende kracht der actieve deelen toeneemt. Als zoodanig treedt in alle groeiende deelen alleen het parenchym op; alleen dit heeft, in vergelijking met de andere weefsels, een zeer krachtig uitzettingsvermogen. In de veronderstelling, dat de uitzettende kracht bij de groeikrommingen toeneemt, verkrijgen wij dus voor alle gevallen eenzelfde en zeer eenvoudige oorzaak.

De prikkelbewegingen der ranken van *Sicyos* vinden onder gunstige omstandigheden uiterst snel, soms plotseling plaats. Is

het denkbaar, dat de rekbaarheid der passief gerekte weefsels zoo plotseling toenemen kan? Deze rekbaarheid is een eigenschap der celwanden. Noch de gecuticulariseerde wanden der epidermiscellen, noch de dikke wanden van het collenchym, noch eindelijk de protoplasmalooze ring- en spiraalvaten der vaatbundels maken den indruk van voor plotselinge spontane veranderingen in hun rekbaarheid vatbaar te zijn.

Daarentegen weten wij door de beroemde onderzoekingen van BRÜCKE, dat in de gewrichten der bladstelen van *Mimosa pudica* het parenchym de zetel van de oorzaak der bewegingen is; de veranderingen van het watergehalte der parenchymcellen veroorzaken de bekende prikkelbewegingen van het kruidje-roermij-niet.

Evenzoo speelt bij de weefselspanning en bij den lengtegroei het parenchym een actieve rol, de overige weefsels gedragen zich daarbij tegenover het parenchym steeds passief.

Uit deze beschouwingen volgt, dat de veronderstelling, dat de rekbaarheid der passief gerekte weefsels bij groeikrommingen zou toenemen, tot zeer gecompliceerde en onwaarschijnlijke voorstellingen leidt, terwijl een toeneming van de uittrekkende kracht van het parenchym een uiterst eenvoudige verklaring der verschijnselen kan geven.

Oorzaak van zulk een toeneming der uittrekkende kracht van het parenchym kan klaarblijkelijk alleen een toeneming van de turgorkracht zijn, d. i. van de kracht, waarmede de inhoud water uit zijn omgeving aantrekt. Noch een verandering in de rekbaarheid van de celwanden van het parenchym, noch een verhooging van den weerstand van het protoplasma tegen den doorgang van het celvocht, zou zulk een toeneming kunnen verklaren. De celwanden van het parenchym zijn, gelijk uit de aanzienlijke verlenging van mergprismen uit groeiende plantendeelen in water blijkt, zoo uiterst rekbaar, dat een toeneming hunner rekbaarheid de uitzettende kracht van het parenchym niet merkbaar zou kunnen verhoogen; ook is zulk een verandering om meer dan één reden even onwaarschijnlijk als een toeneming van de rekbaarheid der celwanden van de passief gerekte weefsels.

Een verhooging van den weerstand van het protoplasma is op zich zelfs geenszins onwaarschijnlijk. Daar uit mijne

vroegere onderzoekingen bekend is *), dat deze weerstand een vereischte voor het tot stand komen van den turgor is, spreekt het van zelf, dat de grootte van dezen weerstand op de grootte van den turgor een bepaalden invloed zal uitoefenen. Bij een gegeven turgorkracht toch, zal het van den weerstand van het protoplasma afhangen, hoe groot de turgor zal kunnen worden, d. i. welke maximale hoogte hij zal kunnen bereiken. Een verhooging van den weerstand zou dus een vergrooting der cellen mogelijk maken.

Bij eenig nadenken ziet men echter allicht in, dat deze redeneering slechts voor bepaalde gevallen juist is. Denken wij ons den weerstand van het protoplasma zóó groot, dat de elastische spanning der celwanden niet in staat is, vocht uit de cel naar buiten te persen. In dit geval zal een vergrooting van den weerstand van het protoplasma natuurlijk volstrekt zonder gevolg voor den turgor der cel zijn. Alle verschijnselen wijzen er op, dat in het parenchym van groeiende cellen deze toestand verwezenlijkt is.

Door de medegedeelde beschouwingen verkrijgt ons vraagstuk echter een hooger gewicht. Want het onderzoek naar het weefsel, waarin de gezochte kracht zetelt, beslist tegelijkertijd over de natuur dezer kracht. Wij kunnen onze vraag dus zoo formuleeren: *Is een toeneming van de turgorkracht van het parenchym, dan wel een vermindering van de elastische spankracht der passief uitgerekte weefsels, de oorzaak van de prikkelbewegingen der ranken?*

Wil men deze quaestie langs experimenteelen weg beslissen, zoo bestaat daartoe, zoover mij bekend, geen ander middel dan een mechanische isoleering der beide groepen van weefsels. Deze scheiding, in de meeste gevallen praktisch niet of bijna niet uitvoerbaar, kan bij de ranken van *Sicyos* bijna zonder moeite worden ten uitvoer gebracht.

Dit blijkt gemakkelijk uit hetgeen wij in ons III^{de} hoofdstuk over den anatomischen bouw van het bovenste gedeelte der ranken hebben medegedeeld. Wij hebben toen gezien dat de epidermis, het collenchym en de vaatbundels der onderzijde, de neutrale as der krommingen in zich opnemen, en dus bij deze

*) *Archives Néerl.* VI, 1871, p. 117.

beweging een ondergeschikte, waarschijnlijk geheel passieve, rol spelen. Daarop volgt, naar boven toe, overal het parenchym, en eerst aan den bovenkant vinden wij weer, onder de epidermis, twee dunne collenchymstrengen en twee zwakke vaatbundels. Deze zijn terweerszijden van de gleuf, die op den bovenkant in het midden loopt, zóó geplaatst, dat men gemakkelijk door een scherpe snede, evenwijdig aan de bovenzijde, de epidermis, de beide collenchymstrengen en vaatbundels kan afsnijden, zonder al te veel van het parenchym weg te nemen. Dat een klein gedeelte van het parenchym bij deze operatie verloren gaat, is natuurlijk onvermijdelijk, het hindert echter bij de mede te deelen proeven niet. Het is gemakkelijk, zich door mikroskopisch onderzoek van de afgesneden bovenlamelle, te overtuigen of werkelijk alle passief gerekte deelen op voldoende wijze verwijderd zijn.

Het is nu slechts de vraag, op welke wijze de zóó geopereerde ranken voor de te nemen proeven gebruikt kunnen worden. Want, laat men ze in de lucht liggen, dan verwelken ze zoo snel, dat ze weldra onbruikbaar zijn, en werpt men ze, om de verdamping te voorkomen, in water, dan neemt het parenchym dit op, en de rank rolt zich tot enge windingen op en wordt daardoor meestal ongeschikt voor ons doel.

Ook in deze moeilijkheid heb ik in het gebruik van zoutoplossingen een middel gevonden om mijn doel te bereiken.

In ons derde hoofdstuk hebben wij de inwerking van zwakke zoutoplossingen op ranken leeren kennen, en gezien dat een chloornatriumoplossing van 1 pCt. de ranken niet verkort, terwijl een oplossing van hetzelfde zout van 2 pCt. wel een verkorting teweeg brengt. In beiden echter staat het leven der ranken niet stil, integendeel, zij gaan daarin voort te groeien. Hierop steunende, heb ik getracht een zoutoplossing te vinden, die de weefselspanning van gespleten ranken niet verandert. Hiertoe werden ranken in kleine stukjes gesneden, deze volgens het mediaanvlak gespleten, zoodat beide helften aan het onder-einde nog aan elkander verbonden bleven, en hierop de stukjes in chloornatriumoplossingen van 1, $1\frac{1}{2}$, 2 en 3 pCt. gebracht. In de drie laatste zoutoplossingen verloren de stukjes terstond de krommingen, die zij bij het splijten hadden aangenomen, in

de sterkere kromden zij zich zelfs zwak in de tegenovergestelde richting, met het parenchym concaaf. In de 1 pCt. oplossing veranderde daarentegen de kromming niet, evenmin in de jongere als in de oudere deelen der rank. Hetzelfde resultaat vond ik met ranken, in welke door een axiel vlak loodrecht op het mediaanvlak, de bovenhelft van de onderhelft afgespleten was.

Een zoutoplossing van 1 pCt. verandert dus de weefspanning niet; dit was trouwens te verwachten, daar wij wisten dat zij ook de totale lengte der gave rank niet verandert. Wij moeten dus de geopereerde ranken in 1 pCt. chloornatrium brengen, en kunnen ze dan daarin bestudeeren.

Gaan wij echter vooraf na, hoe zich niet geopereerde ranken in deze zoutoplossing gedragen.

In de eerste plaats is het noodig te weten, of het verblijf in de vloeistof soms zelf als prikkel werkt. Om deze vraag te beantwoorden, bracht ik rechte ranken uit den tuin in het laboratorium, liet ze daar gedurende vijf uur in een glaasje met water rustig staan, om alle werking van mogelijke vroegere prikkels te doen verdwijnen. Ze bleven geheel recht en nu werden sommige voorzichtig in een schaal met NaCl 1 pCt., andere even voorzichtig in een schaal met water gebracht. Na ruim drie uur waren allen noch recht; na 27 uur hadden zij zich in talrijke windingen epinastisch gekromd, in eenige der grootere ranken in 't water was de top nog over een lengte van een paar Cm. recht, bij die welke in het zout waren gebracht was de top reeds gebogen, doch iets minder sterk dan de overige deelen der rank. Men ziet dus, dat het verblijf in water of in zwakke zoutoplossing niet als prikkel werkt; anders zou toch de op pag. 79 beschreven topkrulling onvermijdelijk zijn ingetreden.

In de tweede plaats heb ik onderzocht, of de ranken in 1 pCt. NaCl haar prikkelbaarheid behouden. Ik heb daartoe de volgende proeven genomen.

I. Een rank van een potplant in het laboratorium werd zonder haar af te snijden of aan te raken in een bak met de zoutoplossing gedompeld en toen de tak met een klem zoo vastgehouden, dat de rank er in bleef, zonder de wanden van het vat aan te raken. De rank was geheel recht, en bleef zoo gedurende

20 minuten. Nu werd zij uit de oplossing genomen, en 20-maal voorzichtig met een metalen staaf langs de onderzijde gewreven; terstond daarna begon zij een zichtbare beweging te maken, en in ruim ééne minuut bereikte haar top $2\frac{3}{4}$ windingen, die na 5 minuten tot 3 windingen waren toegenomen. Toen ging zij allengs terug en had na twee uur nog slechts één winding.

II. Vier fraaie rechte ranken van potplanten werden geheel op dezelfde wijze behandeld, maar bleven gedurende $2\frac{1}{2}$ uur in de zoutoplossing. Toen ze er uitgenomen werden, waren ze nog recht. Nu werden ze door wrijven langs de onderzijde geprikkeld en kromden zich daarbij op de gewone wijze tot het volgende aantal windingen:

	Aantal malen dat de ranken gewreven werden.	Kromming in 2 min.		In 10 min.	
I.	10	1	w.	1	w.
II.	20	1	"	$1\frac{1}{4}$	"
III.	20	$1\frac{1}{4}$	"	$1\frac{1}{4}$	"
IV.	20	$1\frac{3}{4}$	"	$1\frac{3}{4}$	"

De beweging was als zoodaunig zichtbaar.

III. Een rechte rank, voorzichtig uit den tuin gebracht, werd 40 minuten in een schaal in de zoutoplossing gelaten. Ze vertoonde toen een geringe kromming van omstreeks $\frac{1}{4}$ w., en werd nu 20-maal langs de onderzijde gewreven, tengevolge waarvan haar top zich tot een volle winding oprolde.

IV. Een andere, eveneens uit den tuin gehaalde, rechte rank werd, met de bovenkant onder, in een schaalje met zoutoplossing gelegd. Na een kwartier legde ik dwars op het jongste deel der rank een dunne glasbuis; de rank krulde zich in $\frac{3}{4}$ uur, in het vocht in omstreeks één winding om de buis.

Uit deze proeven volgt, dat ranken in 1 pCt. chloornatrium hunne gewone prikkelbaarheid behouden.

In het derde hoofdstuk heb ik, onder den naam van topkrulling het verschijnsel beschreven, dat ranken, tengevolge van zwakke prikkels, van aanraking bij bewerkingen enz., zich aan den top opkrullen. Dit verschijnsel vertoonen ranken in zwakke zoutoplossingen veel sterker dan in de lucht; de reden hiervan

kan eerst in het volgende hoofdstuk worden beschreven, thans wensch ik alleen het feit door eenige proeven te doen kennen. Wij zullen weldra zien van welk belang dit feit voor de oplossing der gestelde vraag is.

In de eerste plaats herinner ik aan de reeds vroeger, p. 86, beschreven proeven over den groei van ranken in 1 pCt. zoutoplossing, waarbij de toppen der ranken zich tengevolge der herhaalde metingen in talrijke enge windingen oprolden.

Verder heb ik een proef genomen op de wijze als op de beide vorige bladzijden voor I en II is beschreven, doch de rank niet zoo voorzichtig behandeld als in die proeven. Zij krulde zich dientengevolge in het zout in 20 minuten in $1\frac{3}{4}$ winding op.

Eindelijk heb ik herhaaldelijk ranken volgens het mediaanvlak overlans doorgesneden en in 1 pCt. zoutoplossing gebracht. Dit had steeds een oprolling der jongste deelen in zeer enge windingen tengevolge, waarbij telkens de bovenkant der halve rankstukken den convexen kant der windingen innam. Vóór het doorsnijden, moesten de ranken op de onderzijde plat gelegd worden; dit was de oorzaak van den prikkel.

Topkrulling van geheele ranken, die in 1 pCt. chloornatrium bewaard werden, en van tijd tot tijd werden aangeraakt of er uitgenomen om ze te onderzoeken, heb ik in tal van proeven als een uiterst gewoon verschijnsel leeren kennen.

Deze proeven leeren ons, dat alleen bij een zeer voorzichtige behandeling der ranken, en een algeheel vermijden van aanraking der onderzijde met andere voorwerpen, de ranken in de zwakke zoutoplossing recht blijven, in alle andere gevallen krult zich de top daarin min of meer op. Daar nu bij de operatie der ranken een aanraking natuurlijk onvermijdelijk is, zal men, ten minste in den regel, moeten verwachten, dat de topkrulling als gevolg der prikkeling bij de operatie zichtbaar wordt, zoo ten minste de ranken bij de operatie haar prikkelbaarheid behouden.

Uit het bovenstaande volgt dus, dat het onderzoek van geopereerde ranken in een 1 pCt. chloornatriumoplossing in staat is, ons het antwoord op de gestelde vraag te geven, en wel door de experimenteele beantwoording der beide volgende vragen :

1^o. Krullen geopereerde ranken zich in de genoemde zoutoplossing tengevolge der operatie op.

2^o. Kan men geopereerde ranken in die zoutoplossing door prikkeling een zichtbare of ten minste snelle beweging laten maken?

Bevestigen de proeven beide vragen, dan meen ik de hoofdvraag eveneens als beslist te mogen beschouwen.

Ik laat thans de proeven ter beantwoording dezer beide vragen volgen, en begin met de eerste vraag.

I. Krachtige, geheel rechte ranken van kamerplanten werden afgesneden en met de zijvlakke op een kurkplaat gelegd. Toen werd in deze positie, met een scherp mesje, van een 2—3 Cm. groot stuk een dunne bovenlamel van den top zóó afgenomen, dat de vaatbundels der bovenzijde mede verwijderd werden. De geopereerde ranken werden terstond in 1 pCt. zoutoplossing gebracht en bleven daarin 6 uren. Gedurende dezen tijd bleven contrôle-ranken geheel recht. Bij het brengen in de zoutoplossing behielden zij de kromming, die zij bij het opereeren hadden aangenomen, in den loop der 6 uren krulden ze zich langzaam op. De krommingen bedroegen:

	Lengte van het geopereerde deel.	Aantal windingen na:		
		2 uur.	3 uur.	6 uur.
I.	2 Cm.	—	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
II.	3 "	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{4}$
III.	3 "	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{7}{8}$	$3\frac{1}{2}$
IV.	2 "	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	3
V.	3 "	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4}$	2

De windingen waren zeer eng. Aan eenige der ranken was een grooter of kleiner, niet geopereerd stuk gelaten; dit kromde zich dan in windingen van denzelfden diameter (meest 2—3 Mm.) als het geopereerde deel. Deze omstandigheid toont, bijna nog duidelijker dan het hoofdresultaat, dat de operatie, afgezien van den prikkel, geen merkbaaren invloed op de ontstane kromming uitoefende.

II. Krachtige jonge ranken werden uit den tuin gehaald en op de bovenbeschreven wijze geopereerd en in de zoutoplossing gebracht. Zij bleven hierin gedurende 5 uur. Eenige even oude

ranken, gelijktijdig uit den tuin gehaald, bleven in een cylinder-glaasje met water staan. Zij bleven gedurende de proef en nog geruimen tijd daarna recht. De geopereerde ranken krulden zich in de zoutoplossing tot de volgende windingen op:

	Lengte van het geopereerde deel.	Aantal windingen na:			
		$\frac{1}{4}$ uur.	1 uur.	2 uur.	5 uur.
I.	1.5 Cm.	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$
II.	2 "	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$
III.	3 "	$\frac{1}{2}$	$1\frac{7}{8}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
IV.	2.5 "	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$5\frac{1}{4}$

Van N^o. I, II en III wond zich het niet geopereerde deel in even enge windingen als het geopereerde.

Om het juiste aantal windingen te vinden, dat tengevolge der prikkeling bij de bewerking gemaakt werd, moet men van de opgegevene $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{2}$ winding aftrekken, als vertegenwoordigende de kromming die zij bij het opereeren, reeds vóór ze in zout gebracht werden, aannamen. Op het oogenblik van het brengen in de oplossing veranderde de kromming niet.

III. Van jonge, rechte, uiterst prikkelbare ranken der kamerplanten werden de toppen op de sub. I beschreven wijze geopereerd en in de zoutoplossing gebracht. Duur der proef $1\frac{1}{2}$ uur; in dezen korten tijd maakten de geopereerde deelen het volgende aantal windingen:

	Lengte van het geopereerde deel.	Aantal windingen:	
		Na $\frac{1}{4}$ uur.	Na $1\frac{1}{2}$ uur.
I.	2 Cm.	1	$1\frac{1}{4}$
II.	3 "	2	3
III.	3 "	$1\frac{1}{4}$	2

Windingen zeer eng. Contrôle-ranken bleven gedurende dezen tijd en langer recht.

IV. Van een rank werd over 3 Cm. van het jongste deel de bovenzijde voorzichtig afgesneden en dit stuk in 1 pCt. chloornatrium gelegd. Hier kromde het zich in drie uur tot $\frac{3}{4}$ winding; toen wreef ik het geopereerde deel herhaaldelijk langs de onderzijde, tengevolge waarvan het zich in eenige minuten tot $1\frac{1}{4}$ winding wond. De prikkeling had dus een vrij snelle beweging tengevolge.

V. Van een krachtige rank werden 1,5 Cm. van den top op je reeds meermalen beschreven wijze geopereerd; de afgenomen lamel toonde bij mikroskopisch onderzoek de beide vaatbundels der bovenzijde over hare geheele lengte. In 1 pCt zoutoplossing kromde het geopereerde deel zich in $\frac{1}{4}$ uur tot $1\frac{1}{4}$ winding op, toen werd het tienmaal voorzichtig langs de onderzijde gewreven, en maakte daarop in het vocht een zichtbare beweging, waardoor het in ongeveer één minuut zich tot $1\frac{1}{2}$ winding kromde.

VI. Ranken van kamerplanten, zeer voorzichtig van de bovenlamel over 2—3 Cm. lengte aan den top beroofd, werden in 1 pCt. zoutoplossing gebracht. Hier veranderden zij aanvankelijk de bij de operatie aangenomen kromming niet, en waren dus geschikt om door wrijven langs de onderzijde geprikkeld te worden. Ik wreef ze buiten het vocht (N⁰. III in het vocht) en bracht ze er terstond weer in. Tengevolge der prikkeling maakten zij zichtbare bewegingen. Het volgende tabelletje geeft het aantal windingen vlak vóór en vlak na de prikkeling aan.

	Aantal malen dat het geopereerde deel gewreven werd.	Aantal windingen:		Duur der beweging.
		Vóór.	Na.	
I.	30	0	$\frac{1}{8}$	5 min.
II.	30	0	$\frac{1}{4}$	± 2 "
III.	20	$\frac{3}{4}$	1	1 "
IV.	20	$\frac{7}{8}$	1	± 3 "

Vooraf bij N⁰. II was de beweging uiterst schoon met het oog te vervolgen. Na de opgegeven termijnen ging de beweging nog voort, doch langzamer.

Uit de medegedeelde feiten volgt:

1) Deelen van ranken, van welke men de opperhuid, het colenchym en de vaatbundels der bovenzijde voorzichtig heeft weggesneden, krommen zich in 1 pCt. zoutoplossingen, tengevolge der operatie in enge windingen op.

2) Dezelfde voorwerpen kunnen door wrijven der onderzijde er toe gebracht worden, snelle, voor het oog zichtbare, prikkelbewegingen te maken.

3) De passief uitgerekte weefsels der bovenzijde zijn dus voor

het tot stand komen der prikkelbewegingen onnoodig, de oorzaak van deze bewegingen zetelt dus in het parenchym

In verband met de beschouwingen, in het begin van dit hoofdstuk medegedeeld, geven deze feiten ons het recht, om de stelling uit te spreken :

Bij de bewegingen der ranken tengevolge van prikkeling, neemt de turgorkracht van het parenchym toe; deze toeneming is de mechanische oorzaak der bewegingen.

Of de turgorkracht in alle cellen van het parenchym even sterk toeneemt, of misschien in de cellen der bovenzijde sterker dan in die der onderzijde, is een vraag, die door latere onderzoekingen zal moeten opgelost worden.

Aan het slot van dit hoofdstuk wensch ik nog enkele feiten mede te deelen, die tot het behandelde in verband staan.

Ik heb getracht, de proeven met geopereerde ranken ook in water in plaats van in zwakke zoutoplossingen te doen. In dit geval rollen zich de geopereerde deelen natuurlijk terstond zeer snel op; na verloop van geruimen tijd, ziet men ze echter weer een deel hunner windingen verliezen; de snelle oprolling in het begin was dus ten deele het gevolg van toeneming der weefselspanning door het opnemen van water, ten deele van prikkeling, en bij langdurige rust ging deze laatste kromming weer verloren. Aan zwak gekromde deelen gelukte het mij in eenige proeven, door wrijven langs de onderzijde een snelle toeneming der kromming te veroorzaken. Ook dit bevestigt dus de reeds verkregen resultaten.

Snijdt men een rank voorzichtig in stukjes van 2 Cm. lengte, zoo treden er uit de wondviakten druppels water. Verwijdert men deze en prikkelt men dan de stukjes door wrijven langs de onderzijde, zoo krommen zij zich. Hierbij kunnen zij van buiten geen water opnemen. Men mag aannemen, dat het parenchym, tengevolge der verhoogde turgorkracht, het water uit de omliggende weefsels opzuigt, en zodoende in staat gesteld wordt de beweging tot stand te brengen.

Reeds DARWIN wees op het feit, dat ranken, die zich om te dikke steunsels gewonden hebben, aan haar bovenzijde talrijke dwarsplooiën krijgen. Ook bij Sicyos heb ik deze, soms zeer diepe en op korte afstanden weërkerende, plooiën herhaaldelijk

waargenomen. Zij pleiten m. i. voor de juistheid mijner conclusie, daar een toeneming der rekbaarheid der passieve weefsels, zonder toeneming der uittrekkende kracht, onder de gegeven omstandigheden deze plooiën niet wel zou kunnen veroorzaken.

VI. *Versnelling van de bewegingen der ranken,
door injectie met water.*

De in het vorige hoofdstuk medegedeelde proeven leerden ons, dat, bij de bewegingen der ranken tengevolge van prikkeling, de turgorkracht van het parenchym toeneemt. Met den naam van turgorkracht bestempel ik de kracht, waarmee de inhoud der levende cellen den celwand uitrekt (*Zellstreckung*, p. 2). Het is bekend, dat deze uitrekking daardoor plaats vindt, dat de celinhoud uit zijn omgeving water aantrekt, en daardoor het volumen der cellen vergroot.

Het vermogen van de in het celvocht opgeloste stoffen om water aan te trekken is dus de turgorkracht, en wij kunnen het in het vorige hoofdstuk verkregen resultaat dus ook zoo uitspreken, dat wij zeggen, dat, tengevolge der prikkeling, het wateraantrekkend vermogen van de bestanddeelen van het celvocht der parenchymcellen toeneemt.

Maar een toeneming van het wateraantrekkend vermogen heeft op zichzelf nog geen vergrooting der cellen, en dus geen beweging der rank tengevolge. Daartoe is natuurlijk noodzakelijk, dat de cellen ook in hare omgeving water vinden, dat ze kunnen opnemen. Onder gewone omstandigheden moeten zij dit water aan andere cellen onttrekken, die het op haar beurt weer uit het xyleem der vaatbundels moeten ontvangen. Dit zal dus een vertraging der beweging veroorzaken.

Nemen wij nu eens aan, dat het water aan de parenchymcellen rechtstreeks en zonder tegenwerkende krachten kon worden aangeboden, dan zou daarvan een aanzienlijke versnelling der beweging het gevolg moeten zijn. Omgekeerd, zou een dergelijke versnelling der beweging door gemakkelijker wateropneming een bewijs zijn, dat werkelijk de wateraantrekkende kracht grooter geworden was, ja zelfs zou men in de grootte dezer ver-

snelling een, alhoewel ruwe, maatstaf van de verandering der bedoelde kracht kunnen vinden.

Deze afhankelijkheid van de turgorkracht van de aanwezigheid van water, verdient eene nadere toelichting. Volgens de beschouwingen toch, die het uitgangspunt voor mijne onderzoekingen op dit gebied vormen *), is het protoplasma onder gewone omstandigheden impermeabel voor de vloeistof in de vacuole; de elastische spanning van den celwand kan deze vloeistof niet naar buiten persen. Slechts langs osmotischen weg kan een uitwisseling van stoffen plaats vinden. Van die stoffen, welke hier in aanmerking komen, kan zich echter alleen het water met voldoende snelheid door het protoplasma heen bewegen, de andere in den celinhoud voorkomende stoffen gaan, zoover mijne onderzoekingen toelaten daarover te oordeelen †), in korte tijden niet in waarneembare hoeveelheden door het protoplasma heen. Zoodra dus een parenchymatische cel met water in aanraking komt, zal zij trachten dit water op te nemen en zich daardoor te vergrooten. Maar bij toenemend volumen wordt ook de elastische spanning van den wand grooter, en eindelijk zal er tusschen de turgorkracht en deze elastische spanning een toestand van evenwicht intreden. Een watermolecule, dat dan door de turgorkracht naar den inhoud wordt getrokken, wordt door de drukking der celwanden met dezelfde kracht teruggedrukt; een vermeerdering van volume zal dus niet plaats vinden. In dezen toestand is dus de geheele turgorkracht actief.

Veronderstellen wij nu dat de turgorkracht door eenige oorzaak plotseling toeneemt, terwijl de cel niet door een vloeistof of door andere cellen omgeven is. Dan kan zij dus toch haar volumen niet vergrooten. In dezen toestand kan men dus zeggen, dat de turgorkracht gedeeltelijk inactief is. Eerst wanneer nu opnieuw water wordt toegevoerd, kan de turgorkracht geheel in werking treden, eerst dan wordt zij geheel actief §).

Hieruit volgt dus, dat wanneer aan een weefsel water niet

*) Zie mijn opstel in *Archiv. Néerl.* 1871, VI, p. 117.

†) *Ibidem* p. 124.

§) De elastische spanning der celwanden is dus alleen dan een maatstaf voor de turgorkracht, wanneer een vrije toevoer van water verzekerd is.

in voldoende hoeveelheid wordt toegevoerd, de turgorkracht der cellen onder bepaalde omstandigheden gedeeltelijk inactief zal kunnen zijn. In dit geval zal een kunstmatige toevoer van water plotseling de geheele turgorkracht actief maken en zodoende een vergrooting veroorzaken.

Omgekeerd, zal men uit de waarneming van een snelle uitzetting door toevoer van water mogen afleiden, dat de turgorkracht der cellen gedeeltelijk inactief was.

In de onverwonde ranken, houdt de elastische spanning der passief gerekte weefsels en die der celwanden van het parenchym evenwicht met de turgorkracht van het parenchym; dit verandert echter aan de vraag of de turgorkracht in een gegeven geval geheel of slechts ten deele actief is, volstrekt niets.

Deze overwegingen hebben mij er toe geleid, te trachten, de zoeven besproken omstandigheden te verwezenlijken.

Ik vond daartoe het middel in de bekende injectieproeven van DUTROCHET. Deze uitstekende onderzoeker toch leerde, dat men uit verschillende plantendeelen door middel der luchtpomp de intercellulaire lucht grootendeels kan verwijderen, en men deze, zoo het voorwerp onder de luchtpomp onder water wordt gehouden, bij het openen der kraan door water kan doen vervangen. Reeds een geringe luchtverdunning is in den regel voldoende om het gewenschte resultaat te verkrijgen; ook bij de ranken van Sicyos is dit het geval.

De vraag, die ik had te beantwoorden, was dus de volgende: *Worden de bewegingen, die ranken tengevolge van prikkeling maken, door injectie met water versneld?*

Vóórdat ik deze vraag met goed gevolg kon beantwoorden, moest natuurlijk nog een andere beslist worden, n.l. die *welken invloed injectie met water op niet geprikkelde ranken heeft?* Het zou toch zeer goed denkbaar zijn, dat in de niet geprikkelde ranken de turgorkracht der cellen niet altijd geheel actief was, en dus in staat zou zijn met een sterkere elastische spanning der passief gerekte weefsels dan de voorhandene, evenwicht te houden.

Hieruit volgt dat de proeven, in dit hoofdstuk te beschrijven, zich onder twee rubrieken laten brengen.

A. *De epinastische bewegingen.*

B. *De prikkelbewegingen.*

In elk dezer rubrieken kunnen dan weer drie onderafdeelingen onderscheiden worden, op dezelfde wijze als in hoofdstuk IV.

Aan het slot heb ik eindelijk nog eenige proeven over de werking van een injectie met slappe zoutoplossingen medegedeeld.

De methode der proeven was in alle gevallen dezelfde. De ranken werden, nadat zij het te onderzoeken stadium bereikt hadden, geteekend en voorzichtig in een laag en wijd cylinderglas in water gebracht. Daarbij moest alle prikkeling volkomen vermeden worden; de ranken werden daarom steeds met een pincet in het onderst deel vastgehouden; het bovenste in 't geheel niet aangeraakt. Om ze in het cylinderglas onder te houden en te beletten te drijven, plaats ik een metalen gaas, dat met vier veeren in het glas klemmend op en neer geschoven kan worden, even onder de oppervlakte van het water. Hierbij is de grootste zorg noodig om te maken, dat de aanraking met dit gaas geen prikkeling veroorzaakt. Gelukkig, dat gekromde ranken er natuurlijk slechts met de bovenzijde of een der zij-kanten mede in aanraking kunnen komen, dus niet met de prikkelbare zijde. Eveneens moet men tijdens het pompen zorgen, prikkeling der ranken te vermijden. Na het pompen werden de ranken voorzichtig uit het cylinderglas genomen en in vlakke schaaltes met water gelegd, ook daarbij werden ze met een pincet slechts aan het ondereinde aangevat.

Dat bij al deze voorzorgen prikkeling der ranken tijdens de bewerking volkomen vermeden kan worden, leeren die proeven uit de eerste afdeeling, bij welke de injectie van rechte ranken volstrekt geen kromming veroorzaakte.

De vraag, of injectie met water onder de gegeven omstandigheden nadeelig voor het leven der ranken is, verdiende, vooral met het oog op de nadeelige resultaten der injectie, door DUTROCHET in sommige gevallen waargenomen, door een rechtstreeksche proef beantwoord te worden. Hiertoe koos ik jonge ranken, alle nog hyponastisch gekromd, doch in verschillende stadiën der strekking, injiciëerde ze onder de luchtpomp bij denzelfden graad van luchtverdunning, die ook in alle overige proeven gebruikt werd, bracht ze in een vlak schaalte onder water, en liet ze zoo gedurende 12 dagen aan haar lot over.

Onder deze omstandigheden gingen ze voort te groeien, strekten zich recht, bleven een poos recht en begonnen daarna zich epinastisch te krommen, tot ze geheel in enge windingen opgerold waren. Ze doorliepen dus de gewone fasen van het leven, zonder dat een andere schadelijke invloed dan hoogstens een vertraging tengevolge van de geringere toetreding der zuurstof, kon worden waargenomen. Het aantal windingen bedroeg bij:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3	N ^o . 4	N ^o . 5.
9 Aug. (begin)	— $\frac{3}{8}$	— $1\frac{1}{4}$	— $2\frac{1}{8}$	— $2\frac{1}{2}$	— $\frac{3}{4}$
11 "	0	0	0	— $\frac{1}{2}$	+ $\frac{3}{4}$
12 "	$2\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{3}{4}$
13 "	7	$2\frac{1}{2}$	0	0	1
14 "	7	4	$\frac{1}{2}$	0	$4\frac{1}{2}$
15 "	$8\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	2	3	5
16 "	$8\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$	5	6
21 "	$8\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	5	6	$6\frac{1}{2}$

N^o. 1 en 2 waren hoofdranken, N^o. 3—5 zijranken. Het teeken — geeft de nog overgebleven hyponastische windingen aan; bij de overigen is de bovenzijde convex.

Men ziet dat de ranken na injectie, onder water, de verschillende fasen van het leven op de gewone wijze doorliepen.

Ik ga thans over tot de beschrijving der proeven.

A. EPINASTISCHE BEWEGINGEN.

α. Periode der strekking.

I. Een jonge hoofdrank met $3\frac{1}{4}$ hyponastische windingen werd met water geïnjectieerd. Na drie kwartier waren de windingen tot $2\frac{3}{4}$ gedaald, ruim drie uur later tot 2, nog 14 uur later tot $\frac{1}{4}$ w.

Vlak na de injectie bedroeg dus de vermindering in drie kwartier $\frac{1}{2}$ w., later in ruim drie uur slechts $\frac{3}{4}$ en in 14 uur slechts $1\frac{3}{4}$. De injectie had dus een duidelijke versnelling der beweging tengevolge.

II. Twee oudere hoofdranken met nog $1\frac{1}{4}$, resp. $\frac{3}{8}$ hyponastische winding, werden geïnjectieerd. Na $\frac{5}{4}$ uur hadden ze

nog slechts $\frac{3}{4}$, resp. $\frac{1}{8}$ winding; anderhalf uur later nog $\frac{3}{4}$, resp. 0, nog drie uur later $\frac{1}{2}$, resp. 0 w.

Dus terstond na de injectie in $\frac{5}{4}$ uur $\frac{1}{2}$, resp. $\frac{1}{4}$ verloren, daarna in $1\frac{1}{2}$ uur 0, resp. $\frac{1}{8}$, later in drie uur $\frac{1}{4}$, resp. 0 verloren. Dus ook hier een duidelijke versnelling der beweging tengevolge der injectie.

III. Drie zijranken werden op gelijke wijze behandeld. Aantal windingen:

	Vóór.	Na $\frac{5}{4}$ uur.	Na $2\frac{3}{4}$ uur.	Na 6 uur
N ^o . 1	$2\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{8}$
" 2	$2\frac{1}{2}$	2	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{5}{8}$
" 3	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Deze proef bevestigt het resultaat der beide vorige.

Contrôle-proeven leerden, dat ranken zonder injectie, aan de plant gelaten, gewoonlijk 2—3 dagen noodig hebben om de laatste 1—3 windingen te strekken.

De versnellende werking der injectie strekte zich dus in de medegedeelde proeven wellicht over den geheelen duur der proef uit.

Conclusie.

Tijdens de epinastische strekking wordt de beweging door injectie met water tijdelijk versneld.

β. Tweede periode, rechte ranken.

IV. Twee rechte ranken werden geïnjectieerd, daarbij bleven zij gedurende geruimen tijd geheel recht.

Bij herhaling dezer proef geschiedt het soms, dat ondanks alle voorzorgen de ranken geprikkeld worden. Zij maken dan een meestal zwakke kromming aan den top, doch worden dan binnen zeer korten tijd weer recht. Ik nam zulke krommingen waar van $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{8}$ en $\frac{3}{4}$ winding, na een paar uur waren de ranken weer recht.

Conclusie.

Bij volkomen vermindering van prikkeling, blijven rechte ranken bij injectie recht,

γ. Periode der epinastische oprolling.

V. Een rank van een in de kamer staande plant was juist begonnen zich epinastisch op te rollen en had in de onderhelft $1\frac{1}{8}$ winding gemaakt; de top van meer dan 3 cM. was nog recht. Toen werd zij voorzichtig geïnjecteerd. Het aantal windingen bedroeg:

		Toeneming.
Vóór de injectie	$1\frac{1}{8}$	
Na 5 minuten	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
" 12 "	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
" 40 "	$1\frac{1}{2}$	0
" 2 uur	$1\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
" 4 "	$2\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
" 8 "	$3\frac{1}{2}$	1.

De top bleef gedurende al dien tijd recht.

In de eerste twaalf minuten na de injectie bedroeg de toeneming van het aantal windingen $\frac{3}{8}$ w., daarna per uur slechts $\frac{1}{8}$ — $\frac{3}{8}$.

De injectie versnelde dus de epinastische beweging tijdelijk zeer aanzienlijk. Het schijnt, alsof op de versnelling eerst een periode van vertraging volgt, vóór de beweging weer haar gewonen voortgang neemt.

IV. Ranken, die aan planten in de kamer begonnen waren zich epinastisch te krommen, werden voorzichtig afgeknipt en geïnjecteerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.
Vóór de injectie	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$
10 minuten daarna	$1\frac{3}{8}$	3	$8\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ uur later	2	3	$8\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{2}$ " "	2	3	$8\frac{1}{2}$.

De toppen dezer ranken waren recht.

De injectie had dus eerst een snelle toeneming der windingen, daarna gedurende eenigen tijd stilstand der beweging ten gevolge.

Niet altijd vertoonen ranken de versnelling der beweging door injectie; soms schijnt de injectie volstrekt geen invloed

uit te oefenen; ik nam dit bij een aantal ranken met zeer trage beweging bij lage temperatuur (17° C.) waar.

VII. Een zeer groote rank, in de kamer gegroeid, had $1\frac{1}{2}$ epinastische windingen gemaakt, die ongeveer $\frac{2}{3}$ van de rank omvatten, één derde deel aan den top was nog recht. Deze rank werd nu geïnjectieerd, de windingen werden talrijker en enger; het derde gedeelte aan den top bleef geheel recht.

Het aantal windingen bedroeg:

		Toeneming.
Vóór de injectie	$1\frac{1}{2}$	
Na 7 minuten	$2\frac{1}{2}$	1
" 45 "	3	$\frac{1}{2}$
" $4\frac{1}{2}$ uur	$4\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$

Men ziet dat de versnelling der beweging door injectie zeer aanzienlijk was.

VIII. Een rank, die reeds $2\frac{3}{4}$ winding epinastisch gemaakt had, doch wier top nog recht was, werd met water geïnjectieerd. Na $\frac{3}{4}$ uur toonde zij $4\frac{1}{4}$ winding, na 4 uur $5\frac{1}{4}$ winding. Toeneming in de eerste $\frac{3}{4}$ uur dus $\frac{1}{2}$ w., in de volgende $3\frac{1}{4}$ uur 1 w. Een versnelling door de injectie is dus duidelijk.

Conclusie.

Tijdens den aanvang der epinastische oprolling heeft injectie met water een voorbijgaande versnelling der beweging ten gevolge.

B. PRIKKELBEWEGINGEN.

δ . *Beweging ten gevolge van wrijven, enz.*

IX. Twee ranken werden door wrijven aan de onderzijde geprikkeld en terstond daarop met water geïnjectieerd. Daardoor rolden zij zich snel op en vertoonden de volgende aantallen windingen:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Na 1 minuut	$2\frac{1}{4}$	4
" 4 minuten	$4\frac{1}{4}$	$5\frac{3}{4}$
" 40 "	5	13.

N^o. 1 werd toen geplasmolyseerd, en verloor dien ten gevolge $2\frac{1}{4}$ winding; de overblijvende $2\frac{3}{4}$ waren wijder dan vóór de plasmolyse. Bij het snelle winden ten gevolge der injectie, vond dus ook een blijvende verlenging plaats.

X. Een zeer prikkelbare rank, geheel recht en alleen aan den top een weinig omgekruld, werd door tienmaal herhaald wrijven met een metalen staaf langs de onderzijde geprikkeld; dien ten gevolge krulde zij zich zeer snel op, en werd toen na eenige minuten met water geïnjectieerd. Het aantal windingen veranderde daarbij als volgt:

Vóór de injectie	$2\frac{1}{4}$
Na 3 minuten	$2\frac{3}{4}$
" 20 "	$4\frac{3}{4}$
" 60 "	5.

Het aantal windingen nam dus veel sterker toe dan dit zonder injectie het geval zou zijn geweest. Door plasmolyse bleek, dat van de vijf gemaakte windingen $2\frac{1}{2}$ op blijvende verlenging, en evenveel op turgoruitrekking berustten.

XI. Een rank werd met al haar zijtakken afgesneden en bij het overbrengen uit den tuin naar het laboratorium door toevallige oorzaken geprikkeld en terstond daarop met water geïnjectieerd. De hoofdrank was ± 20 , de twee grootste zijranken 9 resp. 6 cM. lang. Vóór de injectie waren alle drie bijna recht, terstond na de injectie begonnen zij van den top af zich in zeer enge windingen op te rollen. Na een kwartier waren 5, 4, 1 cM. aan den top geheel opgerold, het overige nog recht. Zie hier de toeneming van het aantal windingen:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.
Vóór de injectie	$\frac{1}{4}$	0	0
Na 8 minuten	$2\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$
" 10 "	$4\frac{1}{4}$	1	—
" 15 "	$6\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$
" 25 "	8	$2\frac{1}{2}$	—
" 40 "	$9\frac{1}{4}$	—	1
" $2\frac{1}{4}$ uur	12	—	$1\frac{1}{4}$

N^o. 1 is de hoofdrank, N^o. 2 en 3 de beide zijranken.

N^o. 2 werd toen zij $2\frac{1}{2}$ winding bereikt had geplasmolyseerd, en verloor daardoor 2 windingen.

N^o. 1 en 3 bleven in het water; dáár verloor N^o. 3 in den loop van 20 uren alle windingen en werd recht; de hoofdrank verloor er 4 en behield er 8.

Conclusie.

Krommingen, door wrijven ontstaan, worden door injectie zeer aanzienlijk versterkt.

ε. Omwinding van steunsels.

XII. Potplanten, die sedert een paar dagen in het laboratorium stonden, hadden den 9^{den} Augustus een aantal rechte ranken gemaakt. Ik plaatste tegen den achterkant van deze, op geringen afstand van den top, ijzerdraden van 2 mM. dikte en liet ze zich hierom krommen. Na korter of langer tijd werden dan de ranken afgesneden en voorzichtig met water geïnjectieerd.

N^o. 1 maakte in 10 minuten om het steunsel $3\frac{1}{8}$ losse windingen. Deze vermeerderden door injectie als volgt:

Na 8 minuten tot	$4\frac{1}{2}$ w.
" 12 " "	$6\frac{1}{4}$ "
" 18 " "	$7\frac{1}{2}$ "
" 35 " "	10 "
" 70 " "	12 " .

Daarna ging de beweging terug en vertoonde de rank:

Na 2 uur	9 w.
" 4 " "	$6\frac{1}{2}$ "
" 5 " "	6 " .

N^o. 2 maakte in $\frac{1}{2}$ uur $1\frac{1}{4}$ winding om het steunsel; toen werd zij geïnjectieerd. Aantal windingen:

Na 3 minuten	$1\frac{3}{4}$
" 18 " "	$3\frac{1}{4}$
" 40 " "	$3\frac{1}{2}$.

Toen keerde de rank terug en werd in drie uren weer geheel recht.

N^o. 3 maakte in $\frac{1}{2}$ uur $1\frac{1}{4}$ winding om het steunsel; deze vermeerderden door injectie in $\frac{1}{2}$ uur tot $3\frac{1}{2}$ w.; toen ging de rank terug en werd na vier uur weer recht.

N^o. 4 had om het steunsel $\frac{1}{2}$ winding gemaakt en werd toen geïnjectieerd. Aantal windingen:

Na 20 minuten	$7\frac{1}{4}$
" $1\frac{1}{2}$ uur	$7\frac{3}{4}$
" 3 "	6
" 5 "	$4\frac{1}{2}$
" 8 "	3 .

In al deze gevallen had dus de injectie een plotselinge en zeer aanzienlijke versnelling der beweging ten gevolge; deze is in den beginne zoo snel, dat men haar zeer gemakkelijk met het oog kan volgen en wordt dan allengs langzamer. Na eenigen tijd houdt zij op, en daar ook de prikkel sinds de injectie heeft opgehouden te werken, strekt de rank zich nu langzamerhand weer, soms geheel, soms slechts ten deele. Dit laatste hangt natuurlijk van den ouderdom der rank af.

XIII. Ranken van potplanten in de kamer, geheel recht, werden den 13^{den} Augustus bij 21^o C. gedurende drie minuten met ijzerdraden in aanraking gebracht; zij bogen zich om deze, en werden terstond daarna afgeknijpt en met water geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.
Vóór de injectie	1	1	$\frac{3}{4}$
Na 1 minuut	2	$2\frac{1}{4}$	1
" 20 minuten	$5\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{2}$	4
" 5 kwartier	6	$4\frac{3}{4}$	$3\frac{3}{4}$
" 5 uur	$2\frac{1}{2}$	—	— .

Na 5 kwartier werden N^o. 2 en 3 geplasmolyseerd, en verloren daardoor slechts $2\frac{3}{4}$ resp. $1\frac{1}{2}$ van hunne windingen; deze bleken dus ten deele op blijvende verandering te berusten.

N^o. 1 bleef in het water en had zich na 24 uur epinastisch tot 13 windingen opgerold.

De injectie had dus een aanzienlijke versterking der krommingen ten gevolge. Zonder injectie zouden deze, na de wegneming van het steunsel, slechts langzaam en weinig zijn toegenomen, ten gevolge der nawerking. Na korter of langer tijd houden de werking van den prikkel en die der injectie op, en beginnen de ranken zich allengs weer te strekken, even als ze dit ook zonder injectie zouden gedaan hebben.

XIV. Twee rechte ranken werden uit den tuin gehaald en gedurende 5 minuten op een paar cM. afstand van hun top aan de achterzijde met een dun koperdraad in aanraking gebracht en daarna terstond geïnjecteerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de injectie	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
5 minuten daarna	1	—
8 " "	2	$\frac{3}{4}$
9 " "	3	—
10 " "	$3\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$
14 " "	5	—
22 " "	7	$1\frac{1}{4}$
42 " "	—	$1\frac{1}{2}$.

Na 22 minuten werd N^o. 1 in sterke zoutoplossing gebracht en verloor daar 4 van de 7 windingen. N^o. 2 bleef in water, ontwond zich in eenige uren tot $\frac{1}{4}$ w. en wond zich toen weer epinastisch op.

Men ziet dat de injectie de kromming versterkt, en wel zeer aanzienlijk bij N^o. 1. Verder, dat de krommingen in zooverre voorbijgaande zijn als de rank, bij voortdurend verblijf in water, zich later weer strekken kan; dat ze echter (blijkens N^o. 1) met eene bij plasmolyse blijvende verlenging gepaard gaan.

XV. Twee ranken van kamerplanten maakten om dikke ijzerdraden in omstreeks een uur $\frac{3}{4}$, resp. $2\frac{3}{8}$ windingen, deze lagen vast tegen het steunsel aan. Toen werden ze geïnjecteerd. Aantal windingen:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de injectie	$\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{8}$
Na $\frac{3}{4}$ uur	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
" 4 "	$\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$
" 20 "	7	11 .

Dus, terstond na de injectie een snelle kromming, daarna eerst afneming, dan weer toeneming van het aantal windingen; het laatste ten gevolge van epinastie.

XVI. Ranken van potplanten maakten om steunsels windingen en werden daarna met water geïnjectieerd (13 Augustus). Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de injectie	1	3 ¹ / ₂
Na 1/2 uur	3	14 .

Nu werden beiden in sterke zoutoplossing geplasmolyseerd; het aantal windingen bedroeg na 20 uur bij N^o. 1: 1 w., bij N^o. 2: 7 w.

De injectie had dus een snelle toeneming der windingen ten gevolge; deze windingen berustten voor een groot deel op turgoruitrekking, voor het overige echter op blijvende verlenging.

XVII. Een rechte rank, uit den tuin gehaald en in een glas met water gezet, maakte om een 3 mM. dikken koperdraad in omstreeks 1¹/₂ uur 4¹/₄ winding. Toen werd zij geïnjectieerd, waardoor de windingen in 10 minuten tot 5¹/₂, in 50 minuten tot 8¹/₂ toenamen. Van deze verloor zij nu door plasmolyse slechts 3¹/₂; 5 windingen bleven daarbij over.

Het resultaat is hetzelfde als in de vorige proeven.

XVIII. In de laatste plaats heb ik een aantal ranken, die een steunsel gevat hadden, en zich tusschen dit en haar basis in schroefwindingen hadden opgerold, met water geïnjectieerd. Daar ze keerpunten hadden, wordt het aantal windingen door meerdere cijfers aangegeven; de teekens + geven de ligging der keerpunten aan, het eerste cijfer het aantal windingen tusschen de basis en het eerste keerpunt.

Een jonge rank werd den 30^{sten} Augustus geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg vóór de injectie 1¹/₂ + 1¹/₂ + 1¹/₄, na 20 minuten 2 + 2 + 1³/₄, en na 4 uur 2 + 2 + 2.

Een jonge rank, een weinig ouder dan de vorige, met 5 + 7 windingen werd geïnjectieerd; het aantal steeg in 8 minuten tot 5 + 8, en bleef toen gedurende 1¹/₂ uur onveranderd (29 Aug.).

Een aantal oude ranken werden met de volgende aantallen windingen geïnjectieerd:

N ^o . 1.	$6\frac{1}{2}$	+	$5\frac{1}{2}$	
" 2.	5	+	6	
" 3.	6	+	$6\frac{1}{2}$	
" 4.	2	+	2	
" 5.	$4\frac{1}{2}$	+	3	+
			2.	

Zij veranderden noch terstond na de injectie, noch in den loop van eenige uren daarna, het aantal hunner windingen.

Deze proef leert dus, dat in jonge ranken alle windingen tusschen het steunsel en de basis door injectie een weinig toemen, in iets oudere, alleen die in 't jongste deel der rank; op oude ranken heeft injectie geen merkbaaren invloed.

Conclusiën.

1. De krommingen van ranken om steunsels worden door injectie soms meer, soms minder, meestal zeer aanzienlijk versterkt. De bewegingen der ranken zijn kort na de injectie gewoonlijk als zoodanig zichtbaar.

2. Deze versterking is tijdelijk, na meestal korten tijd beginnen de ranken zich weer te strekken.

3. Deze krommingen bestaan steeds ten deele in turgornitrekking, ten deele in een bij plasmolyse blijvende verandering.

4. De schroefwindingen van ranken tusschen het steunsel en de basis der rank worden aanvankelijk door injectie versterkt, als zij ouder zijn niet meer.

ζ. Teruggaande beweging na wegneming van het steunsel.

XIX. Den 14^{den} Augustus, bij 20^o C., werden aan potplanten in de kamer twee prachtig ontwikkelde rechte ranken uitgezocht, en op de gebruikelijke wijze met steunsels in aanraking gebracht. Als steunsels dienden ijzerdraden van 2 mM. dikte. Na $\frac{1}{4}$ uur werden deze weggenomen; de beweging duurde nog een poos voort, en keerde daarna langzaam terug; midden in de teruggaande beweging werden ze zeer voorzichtig afgeknipt, onder de luchtpomp gebracht en geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Na $\frac{1}{4}$ uur	$\frac{7}{8}$	2
" 25 minuten	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
" 45 "	1	$2\frac{1}{2}$
" 65 "	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$
" $1\frac{1}{4}$ uur	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$.

Nu werden beiden geïnjectieerd:

8 minuten daarna	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
15 " "	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
30 " "	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{2}$ uur "	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{2}$ " "	0	0 .

Daarna bleven ze recht, tot ze zich epinastisch gingen opwinden.

Conclusie.

De injectie had dus geen versnelling der beweging tengevolge, integendeel, zij schijnt haar vertraagd te hebben.

C. INJECTIE MET ZWAKKE ZOUTOPLOSSINGEN.

XX. Rechte ranken uit den tuin werden met 5 pCt. chloor-natriumoplossing onder de luchtpomp geïnjectieerd. Vlak vóór de injectie waren ze langs een maatstaf gelegd om ze te meten, en daardoor geprikkeld. Ten gevolge hiervan maakten zij aan hun top enge windingen, die, nadat de prikkel opgehouden had te werken, weer gedeeltelijk verloren gingen. Het aantal windingen bedroeg:

	Na $\frac{1}{2}$ uur.	Na 70 minuten.	Na $1\frac{1}{2}$ uur.
N ^o . 1.	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
" 2.	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$
" 3.	$2\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
" 4.	$\frac{1}{4}$	0	0
" 5.	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$.

N^o. 2 en 3 wonden zich later, in omstreeks 20 uur, nog eens tot $2\frac{1}{2}$, resp. 2 windingen op.

XXI. Ook zonder injectie door middel van de luchtpomp, vertoonen ranken, die door verschillende oorzaken geprikkeld zijn, in zwakke zoutoplossingen het verschijnsel der topkrulling. Zoo maakten rechte ranken :

In 4 pCt. in eenige dagen $4\frac{1}{2}$ en $3\frac{1}{2}$ w. aan hun top.

In 5 pCt. in drie uur 3 en 2 w. aan den top; het eerste exemplaar, daarna in 20 pCt. gebracht, verloor daar slechts $1\frac{1}{2}$ van de 3 windingen.

In 7—8 pCt. wordt daarentegen de bovenzijde concaaf, evenals in 20 pCt.

XXII. Drie ranken, uit den tuin gehaald, werden gedurende korten tijd bij 31° C. met een steunsel in aanraking gebracht, en één (N^o. 2) van een potplant werd bij 22° C. op dezelfde wijze behandeld. Nadat ze om het steunsel eenige windingen gemaakt hadden, werden twee (N^o. 1 en 2) met 1 pCt., de twee andere (N^o. 3 en 4) met 2 pCt. chloornatriumoplossing onder de luchtpomp geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg, bij de injectie met 1 pCt. chloornatrium :

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de injectie	1	2
Na 4 minuten	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$
" 6 "	$1\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$
" 17 "	2	$3\frac{1}{2}$
" 40 "	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$
" $1\frac{3}{4}$ uur	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{4}$
" $4\frac{1}{2}$ "	$1\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{4}$
" 24 "	6	11 .

De aanraking met het steunsel had 10 minuten geduurd.

Bij N^o. 3 en 4, injectie met 2 pCt. chloornatrium, duurde de aanraking met het steunsel 25 minuten. Het aantal windingen bedroeg :

	N ^o . 3.	N ^o . 4.
Vóór de injectie	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{5}{8}$
Na 2 minuten	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$
" 25 "	4	$4\frac{1}{2}$
" $1\frac{1}{2}$ uur	4	$3\frac{1}{4}$
" $4\frac{1}{2}$ "	$8\frac{1}{4}$	6
" 24 "	14	11 .

De ranken waren in beide oplossingen frisch en stijf.

Deze proef toont aan, dat injectie met 1 en 2 pCt. chloornatrium de kromming om een steunsel aanzienlijk versnelt, evenals injectie met water dit doet. Ook de verdere verschijnselen zijn dezelfde als bij de injectie met water: eerst vermindering der windingen en daarna weer epinastische oprolling der ranken.

De versnellende werking der zoutoplossingen is echter geringer dan die van water.

Het zij mij vergund, er aan te herinneren, dat rechte ranken, in 1 pCt. oplossing gebracht, haar lengte aanvankelijk niet veranderen, terwijl zij in 2 pCt. zich verkorten. Na eenigen tijd verlengen zij zich in beide gevallen door groei. Zie blz. 86.

XXIII. Twee ranken uit den tuin werden, bij 31° C., in glaasjes met water staande, met een steunsel in aanraking gebracht, en kromden zich daarom in een kwartier tot $\frac{1}{4}$ en $\frac{3}{8}$ winding. Toen werden ze met 4 pCt. chloornatriumoplossing geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de injectie	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
Na 5 minuten	$\frac{3}{4}$	$1\frac{7}{8}$
" 1 uur	$\frac{3}{4}$	$1\frac{3}{4}$
" 4 "	$\frac{3}{8}$	0
" 20 "	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

De injectie had dus een versnelling der beweging tengevolge; hierop volgde een teruggaande beweging, en bij N^o. 2 later weer een begin van epinastische oprolling.

XXIV. Vier rechte ranken, uit den tuin gehaald en in cilinderglaasjes met water staande, werden bij 31° C. met steunsels in aanraking gebracht, zij kromden zich om deze in $\frac{1}{2}$ —1 uur en werden daarna onder de luchtpomp met 5 pCt. chloornatriumoplossing geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de injectie	1	$1\frac{5}{8}$
Na 5 minuten	$\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$
" 1 uur	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{8}$
" 3—4 uur	0	1

	N ^o . 3.	N ^o . 4.
Vóór de injectie	$\frac{3}{8}$	$3\frac{1}{4}$
Na 3 minuten	—	$4\frac{1}{4}$
" 10 "	$\frac{1}{8}$	$3\frac{3}{4}$
" $2\frac{1}{2}$ uur	$\frac{1}{8}$	3
" 20 "	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$

N^o. 1—3 waren aan 't eind der proef vrij slap, N^o. 4 vrij stijf.

Het resultaat was, dat bij N^o. 1 en 3 de zoutoplossing de kromming terstond en blijvend verminderde, evenals een veel sterkere oplossing dit gedaan zou hebben, terwijl N^o. 2 en 4 zich gedroegen alsof zij met een zwakkere oplossing geïnjectieerd waren; wellicht is dit verschil daaraan toe te schrijven, dat N^o. 2 en 4 onder den invloed van het steunsel zich reeds sterker gekromd hadden dan N^o. 1 en 3.

Conclusie.

1. In zoutoplossingen van 4—5 pCt. maken ranken topkrulling.

2. Zoutoplossingen van 1—2 pCt. versnellen de beweging om een steunsel op dezelfde wijze als injectie met water.

3. Zoutoplossingen van 4 pCt., en in enkele gevallen van 5 pCt. doen dat eveneens, doch veel minder sterk; in de meeste gevallen werkt een oplossing van 5 pCt. even als sterke zoutoplossingen, den turgor opheffend.

Deze feiten winnen aan belangrijkheid, wanneer men bedenkt, dat niet geprikkelde ranken in 2—5 pCt. zoutoplossing een gedeelte van haren turgor verliezen en zich verkorten, terwijl bij 4—5 pCt. bij zulke ranken in de cellen van het parenchym reeds de plasmolyse begint.

Algemeene Conclusie.

Trachten wij thans uit de beschreven proeven de algemeene empirische resultaten af te leiden.

1. Alle bewegingen der ranken worden door injectie met water voorbijgaande versterkt; alleen de teruggaande beweging,

na wegneming van het steunsel, maakt hierop in het onderzochte stadium een uitzondering.

2. Rechte, niet geprikkelde, ranken blijven bij injectie met water recht.

3. De versnelling is bij de prikkelbewegingen veel aanzienlijker dan bij de epinastische bewegingen; de ranken bereiken bij korten duur van de prikkeling een veel aanzienlijker graad van kromming dan ze onder de gegeven omstandigheden ooit zonder injectie zouden kunnen bereiken.

Overeenkomstig met de beschouwingen, in het begin van dit hoofdstuk uitéeengezet, kunnen wij dus thans als bewezen beschouwen:

4. Dat de turgorkracht van het parenchym der ranken, tijdens de epinastische strekking, en later tijdens de epinastische oprolling, ten deele inactief is.

5. Dat prikkels de turgorkracht plotseling zeer aanzienlijk verhoogen, veel meer dan door de onder gewone omstandigheden tot stand komende bewegingen aangeduid wordt.

VII. *Over het aandeel van turgor en groei aan de bewegingen van andere ranken.*

De onderzoekingen, in de vorige hoofdstukken beschreven, hadden geenszins ten doel, eenvoudig de bewegingsverschijnselen van de ranken van *Sicyos* nader te leeren kennen; deze ranken dienden mij slechts als een geschikt voorbeeld, om het aandeel dat turgor en groei aan de groeikrommingen van veelcellige organen in het algemeen bezitten, te bestudeeren. De snelheid der bewegingen deed mij deze ranken boven andere voorwerpen kiezen, daar het te verwachten was dat de moeilijkheden, die aan het onderzoek in den weg stonden, bij snelle bewegingen het gemakkelijkst te overwinnen zouden zijn.

Ik zou echter den weg van het zuiver experimenteele onderzoek verlaten, zoo ik de voor *Sicyos* gevonden resultaten, zonder verdere proeven, voor alle groeikrommingen geldig verklaarde.

Ook is het algemeene resultaat van te groot belang, om

thans, nu de methoden voor het experimenteele onderzoek gevonden zijn, alleen naar analogie te beslissen. Zulk een handelwijze moge vroeger geoorloofd en doelmatig geweest zijn, thans is zij dit voorzeker niet meer.

Ik heb daarom in de eerste plaats de bewegingen van ranken van andere planten, met het oog op de hier behandelde vragen, bestudeerd, in de tweede plaats echter ook de groei-krommingen van andere organen. Deze laatsten zullen in het volgende hoofdstuk besproken worden.

Daar de proeven met ranken slechts herhalingen van die met *Sicyos* waren, kan ik voor de algemeene beschrijving en de in acht te nemen voorzorgen verwijzen naar de in de vorige hoofdstukken gegeven beschrijving der methode, en ga ik dus terstond tot de behandeling der proeven zelve over.

A. CUCURBITA PEPO.

I. *Plasmolyse tijdens de epinastische strekking.*

Een jonge hoofdrank en een zijrank, beiden nog hyponastisch gewonden (bovenzijde concaaf) werden in de zoutoplossing gebracht. Als zoutoplossing gebruikte ik in deze en alle volgende proeven dezelfde oplossing als in de proeven met *Sicyos*, namelijk 20 pCt. chloornatrium. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de plasmolyse	1 ¹ / ₄	1 ¹ / ₈
Na 1/2 uur	1 ¹ / ₂	1 ¹ / ₂
„ 20 „	2	1 ¹ / ₂

In beide gevallen nam dus het aantal windingen, ten gevolge van de opheffing van den turgor, toe. De turgoruitrekking was dus aan de bovenzijde grooter dan aan de onderzijde.

II. *Plasmolyse tijdens de epinastische oprolling.*

Drie op elkander volgende ranken van een zelfden tak, allen reeds beginnende de epinastische krommingen in de onderste helft te maken, en een eveneens epinastisch opgerolde zijrank,

(N^o. 4) werden in de zoutoplossing gebracht. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.	N ^o . 4.
Vóór de plasmolyse	1 ¹ / ₄	3 ¹ / ₈	3 ¹ / ₂	2 ¹ / ₄
Na 40 minuten	3 ³ / ₄	2 ³ / ₄	3 ¹ / ₄	2
" 5 uur	—	—	2 ⁷ / ₈	1 ³ / ₄
" 20 "	3 ³ / ₄	2 ³ / ₄	2 ³ / ₄	1 ¹ / ₂
Totale vermindering	1 ¹ / ₂	3 ³ / ₈	3 ³ / ₄	3 ³ / ₄ .

In alle exemplaren nam dus het aantal windingen ten gevolge van de opheffing van den turgor af. De turgoruitrekking was dus aan de bovenzijde grooter dan aan de onderzijde.

III. *Plasmolyse tijdens de kromming om een steunsel.*

Drie rechte ranken aan potplanten, die den vorigen dag in de kamer gebracht waren, werden voor dit doel uitgekozen. Des morgens om half tien (5 Augustus) werd de onderzijde met een 2 m.M. dik ijzerdraad in aanraking gebracht; na korten tijd begon de beweging. Zij duurde bij N^o. 1: 20 minuten, bij N^o. 2: 70 min. en bij N^o. 3: 4¹/₂ uur. Daarna werden de ranken geplasmolyseerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.
Vóór de plasmolyse	1 ¹ / ₄	3 ³ / ₈	7 ⁷ / ₈
Daarna	0	0	1 ¹ / ₄

Bij N^o. 1 en 2, die zich snel bewogen hadden, werd de rank bij opheffing van den turgor geheel recht; bij N^o. 3, die een langzame beweging had gehad, was reeds een belangrijk deel der kromming door groei gefixeerd.

De beweging bestond dus grootendeels in een eenzijdige vermeerdering der turgoruitrekking.

IV. *Injectie tijdens de epinastische strekking.*

Twee jonge, nog met de bovenzijde concaaf opgerolde ranken werden uit den tuin genomen, en onder water onder de luchtpomp geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de injectie	2 ¹ / ₂	1 ¹ / ₂
Na 1 ³ / ₄ uur	2	1
" 3 ¹ / ₂ "	1 ³ / ₄	1
" 7 "	—	1
" 24 "	1	0

De injectie met water had dus tijdelijk een versnelling der beweging ten gevolge.

V. *Injectie tijdens de kromming om een steunsel.*

Twee ranken, die in den tuin om een steunsel even begonnen waren zich te krommen, werden afgeknipt en onder de luchtpomp geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.
Vóór de injectie	1/4	1/8
Na 1 ³ / ₄ uur	3/4	1
" 3 ¹ / ₂ "	1/4	1/8
" 7 "	0	0

Bedenkt men, dat de nawerking na wegneming van het steunsel steeds slechts zwak is, dan ziet men dat de injectie met water de kromming in beide gevallen aanzienlijk versterkt heeft. Nadat de werking der injectie had opgehouden, strekten zich de ranken weer recht.

VI. *Injectie tijdens de kromming om een steunsel.*

Drie ranken hadden in den tuin om steunsels een aantal windingen gemaakt, en werden toen geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.
Vóór de injectie	4	1 ⁵ / ₈	2 ¹ / ₄
Na 1 ³ / ₄ uur	7 ¹ / ₂	3	7 ¹ / ₂
" 3 ¹ / ₂ "	8 ³ / ₄	3	7 ¹ / ₂
" 7 "	8 ¹ / ₂	2 ⁵ / ₈	—
" 20 "	6 ¹ / ₂	1	—

De windingen werden bij de injectie talrijker en enger, ze

strekten zich niet over een grooter deel der rank uit; top en basis bleven recht. N^o. 3 werd na $3\frac{1}{2}$ uur geplasmolyseerd, en verloor daardoor slechts $1\frac{1}{2}$ van de $7\frac{1}{2}$ windingen.

De versterking der kromming door injectie was in al deze drie exemplaren zeer aanzienlijk.

Conclusiën.

Bij *Cucurbita Pepo*:

1. is de turgoruitrekking tijdens de epinastische bewegingen aan de bovenzijde grooter dan aan de onderzijde der ranken;

2. berust de kromming der ranken ten gevolge van prikkeling, aanvankelijk ten minste, grootendeels op vermeerderde turgoruitrekking der bovenzijde;

3. is de turgorkracht, tijdens de epinastische strekking, niet geheel verzadigd;

4. vermeerdert de prikkel de turgorkracht der bovenzijde tijdelijk zeer aanzienlijk.

B. ECHINOCYSTIS LOBATA.

VII. *Plasmolyse van een rank met topkrulling.*

Een rank, die zich ten gevolge van onbekende prikkeling aan haar top tot $1\frac{3}{4}$ winding had opgewonden, werd in de zoutoplossing gebracht en verloor daar in één uur $1\frac{1}{4}$ winding; daarna bleef zij onveranderd en had ook na 4 uur nog $\frac{1}{2}$ winding. De opheffing van den turgor had dus een gedeeltelijk verlies der kromming ten gevolge.

VIII. *Plasmolyse tijdens de kromming om een steunsel.*

Een rank eener potplant, die in de kamer stond, maakte in $\frac{1}{2}$ uur om een ijzerdraad van 2 mM. dikte $\frac{1}{4}$ winding. Toen geplasmolyseerd, strekte zij zich in een uur recht, zoodat alle spoor van buiging op de aangeraakte plaats verdween. Daarna kromde zij zich met den bovenkant concaaf tot bijna $\frac{1}{2}$ w. in

zeer groote bocht. De prikkeling had dus nog geen, bij plasmo-lyse blijvende, verandering teweeggebracht.

IX. *Injectie tijdens de epinastische strekking.*

Een rank had zich met de bovenzijde convex over haar geheele lengte in wijde windingen opgerold. Het aantal windingen bedroeg:

Vóór de injectie	$3\frac{1}{4}$
Na 45 minuten	$4\frac{3}{4}$
" 4 uur	$5\frac{3}{4}$.

De injectie had dus tijdelijk een aanzienlijke versnelling der beweging ten gevolge.

X. *Injectie van een rank met topkrulling.*

Een rank had zich, ten gevolge van toevallige aanraking met andere voorwerpen, aan haar top tot $\frac{3}{4}$ winding gebogen. Toen werd zij met water geïnjectieerd en veranderde daarna hare kromming als volgt:

Vóór de injectie	$\frac{3}{4}$
Na 20 minuten	$1\frac{1}{4}$
" 1 uur	$1\frac{1}{4}$
" 2 "	$\frac{1}{4}$
" 4 "	0.

Dus eerst een snelle toeneming der beweging, daarna werd de rank weer geheel recht.

XI. *Injectie tijdens de kromming om een steunsel.*

Een rank eener potplant had in omstreeks zes uur om een steunsel een aantal zeer losse windingen gemaakt; de top was nog geheel recht. Toen werd zij geïnjectieerd. Het aantal windingen bedroeg:

Vóór de injectie	$2\frac{7}{8}$
Na 6 minuten	$4\frac{1}{4}$
" 2 uur	$4\frac{1}{4}$
" 5 "	$8\frac{1}{4}$
" 20 "	24 .

De injectie had dus eerst een zeer aanzienlijke versnelling, daarna echter een periode van vertraging der beweging ten gevolge. Aan het eind combineerde zich de epinastische oprolling met de reeds voorhanden windingen.

Conclusiën.

De ranken van *Echinocystis lobata*, die in den knoptoestand niet hyponastisch opgerold zijn, gedragen zich tijdens de epinastische oprolling en de prikkelbewegingen in de onderzochte punten juist zooals die van *Sicyos angulatus*:

1. tijdens de epinastische oprolling is de wateraantrekkende kracht van het parenchym der bovenzijde niet verzadigd;

2. bij krommingen om steunsels of ten gevolge van onbekende prikkels, neemt de turgor van het parenchym der bovenzijde aanzienlijk toe; deze krommingen bestaan aanvankelijk geheel uit turgoruitrekking, later ten deele ook uit een bij plasmolyse blijvende verandering (groei).

C. BRYONIA DIOICA.

XII. *Plasmolyse tijdens de epinastische strekking.*

Drie jonge ranken, nog met de bovenzijde concaaf gekruld, werden geplasmolyseerd. Zij veranderden daardoor het aantal windingen op de volgende wijze:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.
Vóór de plasmolyse	3	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
Na $2\frac{1}{2}$ uur	$3\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
" 20 "	$3\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$.

Bij allen nam dus het aantal windingen ten gevolge van de

opheffing van den turgor toe; de turgoruitrekking was dus aan de sneller groeiende bovenzijde grooter dan aan de onderzijde.

XIII. *Plasmolyse tijdens de epinastische kromming.*

Een rank die reeds $2\frac{1}{4}$ epinastische windingen gemaakt had, werd geplasmolyseerd; na korten tijd bedroeg het aantal windingen $1\frac{1}{2}$, en bleef sedert onveranderd. De epinastische windingen berustten dus ten deele op turgoruitrekking.

XIV. *Plasmolyse tijdens de kromming om een steunsel.*

Een rank had om een steunsel 3 windingen gemaakt; de top was nog bijna recht. In de zoutoplossing werden de windingen allengs wijder en minder; na twee uur was er nog slechts ééne winding overgebleven.

Conclusiën.

1. Bij de epinastische bewegingen is de turgoruitrekking der bovenzijde grooter dan die der onderzijde.
2. Hetzelfde is het geval bij de prikkelbewegingen.

D. PASSIFLORA GRACILIS.

XV. *Plasmolyse tijdens de epinastische kromming.*

Drie ranken, die de epinastische beweging in de onderste helft reeds begonnen hadden, werden in den tuin afgesneden en geplasmolyseerd. Het aantal windingen bedroeg:

	N ^o . 1.	N ^o . 2.	N ^o . 3.
Vóór de plasmolyse	$\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$
Na 20 uur	$\frac{1}{4}$	$1\frac{5}{8}$	$5\frac{1}{4}$

Ofschoon het stadium der epinastische beweging zeer verschillend was, berustte deze toch in alle gevallen ten deele op turgoruitrekking, ten deele op een bij plasmolyse blijvende verandering.

Algemeene conclusie.

De medegedeelde proeven bewijzen, dat de rol van den turgor en den groei bij de bewegingen der ranken van andere planten in hoofdzaken dezelfde is als bij de bewegingen der ranken van *Sicyos*.

VIII. *Over het aandeel van turgor en groei aan eenige andere groeikrommingen.*

Nu wij weten, dat de voor de bewegingen der ranken van *Sicyos* gevonden betrekking tusschen turgor en groei ook voor de bewegingen der ranken in het algemeen geldt, krijgt het vermoeden, dat ook bij andere groeikrommingen van veelcellige organen dezelfde betrekking zal bestaan, een groote waarschijnlijkheid. Te meer is dit het geval, wanneer men bedenkt, dat de beide hoofdtypen der groeikrommingen, de door uitwendige en de door inwendige oorzaken veroorzaakte, bij de ranken vertegenwoordigd zijn, en in hoofdzaken geheel op dezelfde wijze tot stand komen.

Ik heb getracht, omtrent de juistheid van dit vermoeden langs experimenteelen weg zekerheid te verkrijgen. Daarbij heb ik mij bijna uitsluitend bepaald tot de beantwoording der vraag naar het aandeel van turgoruitrekking en groei aan de groeikrommingen. Deze vraag toch kon, volgens de plasmolytische methode, met volkomen zekerheid beantwoord worden. Zij vormt de basis van mijne geheele onderzoeking: het punt waarom, om zoo te zeggen, alles draait. Op dit punt heerscht tegenwoordig de meeste onzekerheid en het grootste verschil in gevoelen tusschen de verschillende onderzoekers. Zijn deze onzekerheid en deze oneenigheid eenmaal verdreven door een experimenteel bewijs, en is daardoor de innige verwantschap van al deze verschijnselen onderling duidelijk gebleken, dan zal men ook wel geen bezwaar hebben tegen de meening, dat ook op de overige punten dezelfde overeenkomst tusschen alle groeikrommingen van veelcellige organen bestaat, en dat het dus geoorloofd is, de voor *Sicyos* gewonnen resultaten op de groei-

krommingen van veelcellige organen in het algemeen toe te passen.

Aan het slot zal ik enkele injectieproeven met geotropisch gekromde organen vermelden. Ik heb deze volledigheidshalve gedaan, en ook om een oordeel daarover te hebben, of de versterking der beweging in deze gevallen even aanzienlijk zou zijn als bij de ranken van *Sicyos*. Daar dit op verre na niet het geval was, waren de resultaten niet zoo sprekend, dat zij mij aanspoorden tot een herhaling der injectieproeven met organen, die zich tengevolge van andere oorzaken kromden.

Omtrent de vraag, of bij de groeikrommingen van andere organen de turgorkracht van het parenchym, of wel de rekbaarheid van vaatbundels, hypoderm en epidermis toeneemt, heb ik geen proeven genomen. Ik heb reeds bij gelegenheid mijner kritiek van HOFMEISTER's beschouwingwijze (pag. 7) aangetoond, dat een isoleering van het merg van de peripherische lagen deze vraag niet kan beslissen; alles leidt er toe om aan te nemen dat, wanneer een toeneming van de turgorkracht van het parenchym de krommingen veroorzaakt, deze toeneming niet in het centrale, maar in het peripherische gedeelte zal plaats vinden. Eene verwijdering van opperhuid, hypoderm en vaatbundels, zonder beschadiging van het schorsparenchym, is bij verreweg de meeste stengelorganen eenvoudig onuitvoerbaar; mij stonden geene voorwerpen ten dienste, welke ik met succes aan deze operatie had kunnen onderwerpen *).

Maar tal van gronden maken het meer dan waarschijnlijk, dat ook hier de uitkomsten van het onderzoek, als het mogelijk was, slechts de met *Sicyos* verkregen resultaten zouden bevestigen. Een aantal dezer argumenten heb ik reeds in de inleiding tot het V^e hoofdstuk uiteengezet. Thans wijs ik er op, dat bij de geotropische en heliotropische krommingen van wortels reeds uit den anatomischen bouw ten duidelijkste blijkt, dat de vaatbundels slechts een passieve rol spelen en dat het peripherisch parenchym daarentegen door actieve werkzaamheid de kromming veroorzaakt.

*) Wellicht zal men bij eenig zoeken onder bilaterale organen, bijv. bladstelen, geschikte voorwerpen voor deze proef vinden.

De methode, die ik bij de in dit hoofdstuk te beschrijven proeven gevolgd ben, bestaat in het algemeen in een combinatie van de reeds vroeger door mij voor het onderzoek van groeikrommingen gebruikte methode *), met de plasmolytische. Daar de meting van den graad van kromming en van de verandering daarvan door de plasmoyse in de meeste gevallen op dezelfde wijze geschiedde, wil ik deze, om herhalingen te vermijden, vooraf beschrijven.

De bepaling van den graad van kromming geschiedde door middel van den cyclometer †), een papier, waarop een aantal concentrische kringen met stralen van bekende grootte getrokken zijn. De stralen waren 1, 2, 3 enz. cM. lang; de langste 25 cM. Het gekromde voorwerp wordt op dit papier zoolang verschoven, tot zijn kromming met een der cirkels samenvalt; men kent dan zijn krommingsradius. Daarna wordt het voorwerp in een vlak schaalteje met de zoutoplossing gebracht; deze was steeds 20 pCt. chloornatrium. Het vocht staat meestal slechts 1 cM. hoog in het schaalteje, de gekromde voorwerpen liggen er dus van zelf ongeveer horizontaal in. Om nu na eenige uren de kromming in plasmolytischen toestand te bepalen, wordt het schaalteje op den cyclometer gezet en het voorwerp daarin verschoven, tot het, horizontaal liggende, met een der cirkels samenvalt; men leest dan den krommingsradius weer af. Wegens de buigzaamheid der plasmolytische takken, is het beter ze in de zoutoplossing te onderzoeken, dan ze er uit te nemen; dezelfde omstandigheid maakt ook dat alle toevallige mechanische kromming zeer voorzichtig vermeden moet worden.

De beschreven uiterst eenvoudige methode bleek ook voor dit doel volkomen voldoende te zijn; de resultaten zijn in verreweg de meeste gevallen verre boven allen twijfel verheven. Een nauwkeuriger methode heeft, bij de dikwijls onregelmatige krommingen, weinig kans van doelmatig te zijn; ook zouden daarbij storende invloeden, welke bij mijne methode slechts weinig in het gewicht vallen, allicht de grootere nauwkeurig-

*) Zie mijn opstel: „Ueber einige Ursachen der Richtung bilateralsymmetrischer Pflanzentheile,” in *Arb. d. Bot. Inst. in Würzburg*, Heft II, p. 223.

†) l. c. p. 247.

heid geheel denkbeeldig maken. Onder deze storende invloeden noem ik o. a. deze, dat dikkere organen, die den turgor slechts langzaam verliezen, daarbij soms een langzaam schommelende beweging maken, vóór ze, geheel plasmolytisch, een constante kromming aannemen. De oorzaak van dit verschijnsel is mij onbekend.

In de tabellen vindt men dus, als maat der kromming, steeds de krommingsradiën in cM. opgegeven; hoe grooter de krommingsradius, des te zwakker is natuurlijk de kromming.

Ik ga thans over tot de beschrijving der proeven.

I. *Geotropische kromming van groeiende stengels.*

Jonge, volkomen rechte, bloemstelen met nog niet geopende knoppen of inflorescentiën, werden in den tuin afgesneden, terstond onder water gedompeld en zoo naar het laboratorium gebracht. Hier werden de knoppen er afgesneden en eveneens de ondereinden, zoodat de stukken een lengte van 10—20 cM. behielden. Deze werden nu in een zinken bak horizontaal gesteld, door ze met het ondereinde in een schuinen wal van nat zand te steken. De bak werd dan gesloten om de omgeving der plantendeelen donker en vochtig te houden. Na eenigen tijd werden de voorwerpen onderzocht, en telkens die, welke zich het snelst gekromd hadden, voor de proef bestemd.

In de volgende tabel vat ik de resultaten van eenige, op verschillende dagen genomen, proeven samen; groote vergelijkbaarheid der verschillende exemplaren derzelfde soort lag niet in mijn doel. De tabel bevat 1^o. opgave van den tijd, gedurende welken de bloemstelen in de horizontale stelling aan den invloed der zwaartekracht waren blootgesteld, in uren en minuten; 2^o. de krommingsradiën na afloop van dien tijd, en die na een verblijf van 20 uur in de zoutoplossing; 3^o. het verschil tusschen deze beiden. De temperatuur bedroeg 21—22^o C.

Van de 7 eerste soorten gebruikte ik jonge bloemstelen, van *Phaseolus multiflorus* den jongen stengel van kiemplanten.

	Duur der geotro- pische kromming, in uren.	Krommingsradius		Diff.	
		in turges- centen toestand.	in plasma- lytischen toestand.		
Plantago lanceolata	I	1.36	10	22	12
	II	1.36	9	12	3
	III	24	3	3	0
	IV	24	3	3	0
Papaver Rhoeas *)	I	1.36	4	7	3
	II	1.36	4	12	8
	III	3.25	4	8	4
	IV	3.25	2	3	1
	V	24	1	1	0
	VI	24	1	1	0
Agrostemma Githago.	I	1.36	7	15	8
	II	1.36	9	17	8
	III	3.25	5	8	3
	IV	5.05	4	4 ^{1/2}	1 ^{1/2}
	V	5.05	5	6	1
	VI	24	2	3	1
	VII	24	2	3	1
Knautia orientalis.	I	1.36	3	4	1
	II	5.05	1	1 ^{1/2}	1 ^{1/2}
	III	5.05	2	3	1
	IV	24	1	1	0
Tropaeolum majus	I	1.36	6	7	1
	II	1.36	4	5	1
	III	5.05	2 ^{1/2}	3	1 ^{1/2}
	IV	24	3	3	0
	V	24	2	2	0
Silaus pratensis.	I	1.36	15	20	5
	II	2.50	12	15	3
	III	5.05	5	9	4
	IV	5.05	6	20	14
	V	24	5	6	1
Cephalaria leucantha	I	5.05	5	7	2
	II	5.05	7	12	5
Phaseolus multiflorus, kiemplant	I	45 min.	2 ^{1/2}	3	1 ^{1/2}
	II	3	3 ^{1/2}	4	1 ^{1/2}

*) Het nutatievlak werd horizontaal gelegd; de nutatiekromming verdween tijdens de proef geheel.

Uit deze tabel blijkt:

1. Geotropisch gekromde stengels verliezen, als zij tijdens de kromming geplasmolyseerd worden, een deel der kromming.

2. Heeft de geotropische kromming 24 uur geduurd, dan verandert bij vele exemplaren de plasmolyse den graad van kromming niet meer.

Hieruit volgt:

3. Bij de geotropische kromming nemen aanvankelijk zoowel de turgoruitrekking als de groei aan de convex wordende zijde toe; later verdwijnt het verschil der beide zijden in turgoruitrekking en wordt de geheele kromming door groei gefixeerd.

Of ook:

4. De geotropische krommingen worden door een versterkte turgoruitrekking aan de onderzijde veroorzaakt, die hare zijds op den lengtegroei dier zijde versnellend inwerkt.

Vergelijkt men de gevonden resultaten met de bij de ranken waargenomen verschijnselen, zoo ziet men in hoofdzaak een volkomen overeenkomst. Maar tevens loopt het in het oog, hoe spoedig hier de elastische turgoruitrekking blijvende veranderingen (groei) ten gevolge heeft. Aan deze omstandigheid is het ook toe te schrijven, dat het mij niet gelukt is, in enkele gevallen de ontstane kromming door plasmolyse geheel te doen verdwijnen.

II. *Geotropische kromming van stengelgewrichten.*

Voor deze proef werden steeds jonge gewrichten gekozen, daar deze zich veel sneller geotropisch krommen dan andere. De stengel werd aan beide zijden op een afstand van 3– 5 cM. van den knoop afgesneden, en het zoo geïsoleerde stuk in denzelfden zinken bak en op dezelfde wijze horizontaal gesteld als in de vorige proef. Na de kromming werden de hoeken op papier geteekend; na de plasmolyse werden de stengelstukken uit het zout genomen en op een glasplaat liggende op hetzelfde papier geteekend. Na afloop der proef werden beide hoeken met een graadboog opgemeten; in de tabellen is steeds het supplement der hoeken d. i. dus de door het zich verheffende stengeldeel doorlopen boog, opgegeven.

De stengelgewrichten liggen bij Galeopsis onder, bij Polygonum en de granen boven den knoop.

Gewrichten van:	Duur der geotro- pische kromming.	Vóór de plasmolyse.	Na de plasmolyse.	Diff.
Avena sativa. I	23.	30 ⁰	22 ⁰	8 ⁰
II	"	27 ⁰	18 ⁰	9 ⁰
III	"	26 ⁰	20 ⁰	6 ⁰
Lolium perenne I	"	36 ⁰	27 ⁰	9 ⁰
II	"	40 ⁰	34 ⁰	6 ⁰
III	"	30 ⁰	26 ⁰	4 ⁰
Polygonum nodosum . I	3.30	40 ⁰	25 ⁰	15 ⁰
II	"	15 ⁰	10 ⁰	5 ⁰
III	"	30 ⁰	20 ⁰	10 ⁰
IV	"	22 ⁰	0 ⁰	22 ⁰
Galeopsis Tetrahit. . . I	25	47 ⁰	42 ⁰	5 ⁰
II	"	34 ⁰	30 ⁰	4 ⁰
III	"	42 ⁰	37 ⁰	5 ⁰

Deze tabel leert ons, dat de nog niet voltooide geotropische kromming der stengelgewrichten ten deele op turgoruitrekking, ten deele op groei berust, in een enkel geval zelfs geheel op turgoruitrekking. Gewrichten, die reeds vóór langeren tijd zich gekromd hadden, heb ik niet onderzocht.

III. *Heliotropische kromming van stengeldeelen.*

Voor deze proeven werden deels jonge bloemstelen, deels kiemplanten gebruikt. Zij stonden in een kast, die van binnen zwart geverfd en van voren met glas gesloten was; de glasplaat reikte niet hooger dan de plantendeelen. Door een horizontalen of een weinig hellenden spiegel werd het licht, meest zonlicht, in schuins omhoog gaande richting op de plantendeelen geworpen. De bloemstelen waren afgesneden en in nat zand rechtop geplaatst; de kiemplanten stonden in een pot, en werden eerst na de heliotropische kromming afgesneden. De tabel is geheel op dezelfde wijze ingericht als in proef I.

Soorten.	Duur der heliotro- pische kromming.	Krommingsradius		Diff.
		in turges- centen toestand.	in plasma- lytischen toestand.	
Sanguisorba officinalis, bloemsteel I	2 ¹ / ₄ uur	6	7	1
II	4 "	5	6	1
Knautia orientalis, bloemsteel .	3 ¹ / ₄ "	6	12	6
Silaus pratensis, bloemsteel. .	4 "	5	8	3
Pisum sativum, half geëtioleer- de kiemplant	2 "	2	3	1
Brassica Napus, hypocotyle in- ternodiën van kiemplanten. I	2 "	2 ¹ / ₂	3	1/2
II	2 "	2	3	1

Heliotropische krommingen berusten dus, zoolang zij nog niet voltooid zijn, ten deele op turgoruitrekking, ten deele op groei.

IV. Nutatie en slingeren.

Nuteerende toppen van slingerplanten, deels uit den tuin, deels van kamerplanten, werden geplasmolyseerd; zij verloren daarbij een deel van hunne kromming, gelijk uit de volgende tabel blijkt. De krommingsradiën bedroegen in cM. bij

	Vóór de plasmolyse.	Daarna.
Phaseolus multiflorus I	2	4
II	2	5
III	7	20
Humulus Lupulus	1 ¹ / ₂	2.

Slingerende toppen werden eveneens, deels met, deels zonder het steunsel in zoutoplossingen gebracht. Van Phaseolus multiflorus strekten daarbij twee toppen de jongste winding bijna geheel recht, de oudere deelen behielden hunne winding. Evenzoo strekte zich van twee exemplaren van Polygonum Convolvulus en een van Humulus Lupulus de top min of meer recht.

Slingerende toppen van *Ipomoea purpurea* en *Dioscorea Batatas* verminderden bij plasmolyse hun kromming.

Zoowel de nuteerende, alsook de slingerende beweging berust dus ten deele op turgoruitrekking.

V. *Epinastische kromming van bladstelen.*

Bladstelen en middennerven, van de bladschijf beroofd, werden als in proef I beschreven is, in een zinken bak horizontaal gesteld, en wel zoo, dat het mediaanvlak horizontaal lag. Ze waren oorspronkelijk recht, en kromden zich in korten tijd sterk epinastisch, zonder nog geotropische beweging te toonen.

Daarop werden zij geplasmolyseerd. De metingen, op dezelfde wijze in tabel gebracht als in proef I, gaven de volgende resultaten :

	Duur der epinastische kromming.	Krommingsradius	
		in turgescen- toestand.	in plasmolytischen toestand.
<i>Malva sylvestris</i> , bladsteel . . . I	1 ^u .05	2	∞
II	"	1	∞
III	"	3	∞
IV	2. 10	2	∞
V	"	3	8
VI	4. 30	3	7
<i>Cannabis sativa</i> , bladsteel	0. 55	3	4
<i>Nicotiana Tabacum</i> , middennerf . .	4. 30	2	∞
" <i>rustica</i> " . . .	"	6	7
<i>Helianthus tuberosus</i> " . . .	2. 30	4	10
<i>Xanthium echinatum</i> " . . .	4. 30	5	∞

Het teeken ∞ beduidt, dat de voorwerpen weer ongeveer recht geworden waren.

De epinastische krommingen, in den korten tijd van enkele uren verkregen, gaan dus bij plasmolyse geheel of ten deele verloren, en berusten dus geheel of tendeele op turgoruitrekking.

Verder heb ik de bladstelen van *Leonurus Cardiaca* onderzocht. De bladen zijn tegenovergesteld, en de kleine bladstelen behouden in hun onderste gedeelte, dicht bij de plaats van vasthechting aan den stengel, het vermogen om zich te krommen eenigen tijd, nadat het overige deel van den bladsteel dit verloren heeft. Knipt men uit een stengel een internodium met den daarboven liggenden knoop en zijn twee bladstelen, snijdt men dan de bladschijven af, en steekt het voorwerp zóó in den zandwal van den voor proef I gebruikten zinken bak, dat het vlak der beide bladstelen horizontaal ligt, dan ziet men in zeer korten tijd den hoek, dien de beide bladstelen met elkander maken, grooter worden.

Dit is klaarblijkelijk een gevolg daarvan, dat, na opheffing van den invloed der geotropie, de bovenkant zich sneller gaat verlengen dan de onderkant. Deze epinastische beweging vindt echter uitsluitend in de basis der bladstelen plaats, het overige blijft recht.

Vier zulke voorwerpen, die zich in één uur zeer sterk epinastisch bewogen hadden, werden daarop geplasmolyseerd. Daarbij werden de hoeken der bladstelen kleiner, en wel

bij N ^o .	I	van	100 ^o	tot	70 ^o
" "	II	"	90 ^o	"	60 ^o
" "	III	"	90 ^o	"	50 ^o
" "	IV	"	80 ^o	"	55 ^o

Een zeer belangrijk gedeelte der epinastische beweging berustte dus op turgoruitrekking.

IV. *Injectie van geotropisch gekromde bloemstelen.*

Om te zien of de geotropische kromming door injectie met water versterkt wordt, werden bloemstelen op dezelfde wijze in een zinken bak horizontaal geplaatst als bij proef I beschreven is. In plaats van daarna in een sterke zoutoplossing gebracht

te worden, werden ze onder de luchtpomp met water geïnjectieerd, en bleven daarna in vlakke schaaltes met water.

De vergelijking van de kromming vóór en na de injectie toonde in de meeste gevallen een duidelijke versnelling der beweging aan, zoo b.v. bij jonge bloemstelen van *Plantago lanceolata*, *Agrostemma Githago*, *Knautia orientalis*, e. a.; in andere gevallen was de toeneming der kromming niet zoo aanzienlijk, dat zij met zekerheid van de gewone nawerking kon onderscheiden worden. Het kwam mij voor, dat de gevolgen der injectie, alhoewel hier niet zoo gemakkelijk waar te nemen als bij de ranken, in vele opzichten een nader onderzoek waard waren, en dat van zulk een onderzoek wellicht resultaten mogen verwacht worden, die tot opheldering van belangrijke vragen over de oorzaken der groeikrommingen kunnen bijdragen.

Algemeene conclusiën.

1. In eenige gevallen gelukte het mij aan te toonen, dat de krommingsbeweging aanvankelijk uitsluitend op eenzijdige toeneming der turgoruitrekking berust (epinastische kromming van bladstelen en bladmiddelnerven, geotropie der knoopen van *Polygonum*).

2. In eenige andere gevallen bleek de kromming ten slotte uitsluitend op groei te berusten (geotropie van stengels).

3. In verreweg de meeste gevallen onderzocht ik voorwerpen, wier kromming reeds eenigen tijd geduurd had, maar nog niet voltooid was: het bleek dat hierbij de kromming steeds ten deele op turgoruitrekking en ten deele op groei berust, onverschillig welke de oorzaak der beweging was.

In alle onderzochte punten bestaat dus een volkomen overeenkomst tusschen al deze verschijnselen en de bewegingen der ranken van *Sicyos*. Dit geeft ons het recht om aan te nemen, dat ook in de overige essentiele opzichten zulk een overeenkomst bestaat.

IX. *Overzicht der resultaten.*

Mijne onderzoekingen hadden voornamelijk ten doel, het antwoord op de in den aanvang gestelde vraag te geven, *welk het aandeel van turgor en groei aan de groeikrommingen van veelcellige organen is.* Deze voor de leer van den groei in het algemeen zoo belangrijke vraag had men tot nu toe steeds slechts naar analogie trachten te beantwoorden. Mijne proeven geven op haar ten antwoord:

De oorzaak van groeikrommingen ligt in een vergrooting van de turgorkracht in de cellen der later convex wordende zijde.

Deze vergrooting van de turgorkracht heeft natuurlijk ten gevolge, dat de cellen dezer zijde meer water opnemen, zich dus sterker vergrooten. Hiermede begint de kromming.

De vergrooting der cellen heeft een uitrekking der celwanden tengevolge, en deze versnelt den lengtegroei. Hierdoor wordt de ontstane kromming als het ware gefixeerd.

Uit dit antwoord blijkt, dat de groeikrommingen zich op een zeer eenvoudige wijze aansluiten aan de door SACHS opgestelde theorie van den groei, want, is eenmaal de toeneming der turgorkracht als oorzaak der krommingen bekend, dan laat zich de verdere toedracht zonder moeite uit deze theorie afleiden.

De medegedeelde proeven veroorloven ons echter nog dieper in het mechanisme der groeikrommingen in te dringen, en nog nader het verband tusschen deze verschijnselen en den lengtegroei zelve te leeren kennen. Het is hiertoe noodig, de turgorkracht zelve nader te beschouwen.

De turgorkracht is de wateraantrekkende kracht van de in het celvocht opgeloste stoffen, zooals deze zich door het levend protoplasma heen op de omgeving kan doen gelden. Het levend protoplasma laat het water gemakkelijk door zich heen gaan, de in het celvocht opgeloste stoffen echter niet of zeer moeilijk. Het gevolg hiervan is, dat levende cellen wel water uit hare omgeving opzuigen, maar daarvoor geen andere stoffen afgeven, tenminste niet in merkbare hoeveelheid.

Het is duidelijk dat de grootte der turgorkracht, bij gegeven eigenschappen van het protoplasma en den celwand, voornamelijk van den aard en de hoeveelheid der in het celvocht opge-

loste stoffen zal afhangen. Elke verandering van de hoeveelheid dezer stoffen, en vooral van diegene onder haar, die de grootste aantrekkingskracht voor water hebben, zal natuurlijk de turgorkracht veranderen.

De grootte der turgorkracht hangt echter niet eenvoudig van de absolute hoeveelheid dezer osmotisch werkzame stoffen af, maar van den concentratiegraad, waarin zij in het celvocht voorkomen. Wanneer dus de turgorkracht werkzaam is, en door wateropneming de cel vergroot, zal zij daarbij noodzakelijkerwijze zich zelve kleiner maken. Omgekeerd zal elk verlies van water, dat de cel ondergaat, de turgorkracht vergrooten.

De turgorkracht hangt dus, onder de gegeven omstandigheden, af:

1. van de hoeveelheid en den aard der osmotisch werkzame stoffen.

2. van het watergehalte der cellen.

Bij den groei, en eveneens bij de groeikrommingen, neemt het volumen der cellen onder wateropneming steeds toe; ten gevolge daarvan zou dus de turgorkracht steeds af moeten nemen. Waar dit nu niet geschiedt, kan de oorzaak alleen in een vermeerdering van de hoeveelheid der osmotisch werkzame stoffen in het celvocht liggen.

Deze conclusie volgt, gelijk men ziet, met noodzakelijkheid uit mijne beschouwingswijze van den turgor *). Beschouwen wij thans de in de vorige hoofdstukken beschreven feiten van dit standpunt uit. Ik kies daartoe enkele gevallen als voorbeelden uit.

I. *Werking van den prikkel op ranken.* Ik kies hiertoe de rank van Sicyos, op pag. 133 in proef XII als N^o. 4 beschreven is. Deze rank was recht, en boog zich om een steunsel tot $\frac{1}{2}$ winding. Het gekromde deel was 5 mM. lang, daaronder en daarboven was de rank recht gebleven. Toen werd zij geïnjectieerd en rolde zich in twintig minuten tot $7\frac{1}{4}$ enge windingen op; daarbij werden de vóór de injectie rechte deelen der rank gekromd, en wel des te sterker naarmate zij dichter bij het punt lagen, waar het steunsel de rank aanraakte.

*) *Archiv. Néerl.* 1871 VI, p. 117.

Gaan wij de verandering na, die de prikkel in de beide rechtgebleven deelen naast het gekromde deel teweeg gebracht had. Het gevolg van deze verandering was het vermogen zich bij injectie met water tot enge windingen op te rollen, dus het vermogen van het parenchym om zich in dat geval zeer sterk uit te zetten, in een woord, blijkens onze vroegere uiteenzettingen, een toeneming van de turgorkracht van het parenchym.

Daar nu de rechtblijvende deelen onder den invloed van den prikkel geen uitwendig zichtbare verandering ondergaan, is het duidelijk dat deze toeneming der turgorkracht niet op een vermindering van het watergehalte, maar alleen op een toeneming van de hoeveelheid der osmotisch werkzame stoffen kan berusten. De werking van den prikkel op de beide rechtblijvende deelen naast het gekromde deel, bestaat dus daarin, dat de hoeveelheid der osmotisch werkzame stoffen in het parenchym toeneemt, d. i. dus, dat een nieuwe hoeveelheid van die stoffen geproduceerd wordt.

Het is duidelijk, dat de prikkel dezelfde werking ook op dat deel uitoefent, dat rechtstreeks met het steunsel in aanraking is. Verder leert het resultaat der injectie, dat de werking van den prikkel op zekeren afstand van het steunsel geringer wordt en eindelijk ophoudt. Wij mogen dus met zekerheid besluiten:

De prikkel veroorzaakt een productie van osmotisch werkzame inhoudsstoffen in de cellen van het parenchym.

Deze productie is des te aanzienlijker, naarmate de cellen minder ver van de aangeraakte plaats verwijderd zijn.

Het is duidelijk dat ook voor de overige gevallen deze conclusie geldig is.

II. *Het begin der epinastische oprolling.* De in proef VII blz. 130 beschreven rank had $1\frac{1}{2}$ epinastische winding gemaakt, zij werd toen geïnjecteerd. Het reeds gekromde deel kromde zich daardoor zooveel sterker, dat het na 7 minuten $2\frac{1}{2}$ winding vormde.

In een rechte rank veroorzaakt injectie met water geen kromming.

Tijdens het begin der epinastische beweging waren dus de cellen van het parenchym van het zich krommende deel grooter geworden; tegelijkertijd was haar turgorkracht toegenomen. Er

was dus tijdens deze beweging een zekere hoeveelheid osmotisch werkzame stoffen gevormd, waarvan, om het zoo eens uit te drukken, een deel door wateropneming de kromming had veroorzaakt; terwijl een ander deel nog inactief was, en eerst door de injectie als actieve turgorkracht optrad.

De oorzaak van het begin der epinastische beweging bestaat dus in een afzondering van osmotisch werkzame stoffen in het parenchym.

III. *Oorzaak der epinastische krommingen.* Rechte ranken krommen zich door injectie met water niet. Daaruit blijkt dat de toevoer van water door de weefsels der rank in dezen tijd groot genoeg is om de turgorkracht geheel actief te maken. Ranken, die zich geheel en al opgerold hebben, en opgehouden hebben zich te bewegen, veranderen hare kromming bij injectie met water evenmin. Ook bij haar is de turgorkracht geheel actief. In beide toestanden verkeeren de ranken ten opzichte der epinastische bewegingen in rust. Tijdens de epinastische strekking van jonge ranken en de oprolling van oudere ranken, heeft injectie met water steeds een versnelling der beweging ten gevolge. Een gedeelte der turgorkracht is dan dus inactief.

Hieruit volgt nu rechtstreeks, overeenkomstig de uiteengezette beschouwingen, *dat, tijdens de epinastische bewegingen, voortdurend osmotisch werkzame stoffen in het parenchym worden afgezonderd, dat de hoeveelheid dezer stoffen voortdurend toeneemt.* Want alleen hierdoor kan steeds een gedeelte inactief gehouden worden; hield de productie op, dan zou spoedig door den normalen toevoer van water alle turgorkracht actief worden.

Niettegenstaande deze voortdurende productie van osmotisch werkzame stoffen, behoeft de turgorkracht tijdens de epinastische krommingen niet toe te nemen. Dit wordt duidelijk, als men bedenkt, dat de concentratie der osmotisch werkzame stoffen, door de voortdurende opneming van water, steeds verminderd wordt.

IV. *Lengtegroei der ranken.* Onafhankelijk van de besproken bewegingen, groeien de ranken ook in haar geheel in de lengte, zoowel tijdens de epinastische strekking, als daarna, wanneer zij recht zijn. Het is echter duidelijk, dat deze groei in het algemeen op dezelfde oorzaken moet berusten als de groeikrommin-

gen. Ook hier mogen wij dus aannemen, dat voortdurend osmotisch werkzame stoffen in het parenchym worden afgezonderd, die de vergrooting van dit weefsel door wateropneming, en zodoende den groei der rank, veroorzaken. Of daarbij de turgorkracht op den duur toe- of afneemt, is voor onze beschouwingen voorloopig onverschillig.

De conclusie uit de medegedeelde redeneeringen ligt thans voor de hand:

De oorzaak van den groei, van de epinastische en van de prikkelbewegingen, is gelegen in de productie van osmotisch werkzame stoffen in het parenchym.

En hieruit volgt dan als van zelf, dat de prikkel niets anders doet, dan het proces van afzondering dezer stoffen, dat in de niet geprikkelde rank langzaam voortgaat, plotseling te versnellen. Deze versnelling is, blijkens alle medegedeelde feiten, slechts van voorbijgaanden aard, eveneens is zij plaatselijk beperkt. Wij kunnen dus zeggen:

Door den prikkel wordt het proces van afzondering van osmotisch werkzame stoffen, dat de oorzaak van den groei is, tijdelijk en plaatselijk versneld.

Passen wij thans, hetgeen wij zoo even voor de ranken van Sicyos gevonden hebben, op den groei en de groeikrommingen van andere plantendeelen toe. De overeenkomst tusschen al deze verschijnselen is ons in de beide vorige hoofdstukken gebleken een zeer groote te zijn, zoo groot, dat er geen reden bestaat om niet voor allen dezelfde verklaring waarschijnlijk te achten.

De krommingen van groeiende plantendeelen, hetzij zij door uitwendige of door inwendige oorzaken worden te voorschijn geroepen, worden door eene vergrooting van de turgorkracht aan de eene zijde van het plantendeel veroorzaakt. Deze vergrooting van de turgorkracht kan natuurlijk slechts door de vorming van een zekere hoeveelheid osmotisch werkzame stoffen tot stand komen.

In jeugdige, snelgroeiende stengelorganen is de grootte van de turgorkracht volgens mijne waarnemingen slechts aan geringe veranderingen onderhevig *). Hieruit volgt, daar het volu-

*) *Untersuchungen über die mechanischen Ursachen der Zellstreckung* 1877, p. 120,

men der cellen gedurende den groei voortdurend toeneemt, dat er voortdurend productie van osmotisch werkzame stoffen moet plaats vinden om de osmotische kracht van het celvocht steeds ongeveer op dezelfde hoogte te houden.

Bij geotropische, heliotropische en andere groeikrommingen wordt dus, evenals bij de prikkelbewegingen der ranken, een proces, dat anders langzaam en gelijkmatig verloopt, tijdelijk aan de eene zijde van het plantendeel versneld, of wel:

De zwaartekracht en het licht veroorzaken, evenals andere prikkels, daardoor krommingen van groeiende veelcellige plantendeelen, dat zij de productie van osmotisch werkzame stoffen in de cellen, waardoor de lengtegroei veroorzaakt wordt, tijdelijk aan de eene zijde van het plantendeel versnellen.

Tot nu toe heb ik de in het celvocht voorkomende, opgeloste stoffen in het algemeen als osmotisch werkzaam beschouwd, zonder in nadere beschouwingen omtrent de natuur dezer stoffen te treden, en zonder te vragen, of wellicht bepaalde stoffen daarbij een belangrijker rol spelen dan andere. Bij het grootte belang, dat deze stoffen krachtens de medegedeelde redeneeringen voor de mechanische theorie van den groei blijken te bezitten, is het wenschelijk ook op deze vraag een antwoord te vinden.

De onderzoekingen over de oorzaken van de bewegingen der ranken van Sicyos, veroorloven mij in dit opzicht een stap verder te gaan dan vroeger.

De waarneming, dat oplossingen van sommige anorganische zouten met veel grooter kracht water aan levende cellen onttrekken kunnen dan suikeroplossingen van gelijke concentratie, en andere daarmede samenhangende feiten, deden mij vroeger de meening huldigen, dat het voornamelijk zulke zouten of andere, met hen in deze eigenschap overeenkomende stoffen zijn, die de voornaamste rol bij den turgor spelen *). Suiker, eiwit, gom en dergelijke stoffen konden daaraan toch slechts een ondergeschikt aandeel nemen.

In het celvocht van de parenchymcellen van groeiende plantendeelen komen, behalve suiker en anorganische zouten, algemeen ook nog de plantenzuren voor, en deze komen met de

*) *Archiv Néerl.* VI, 1871, p. 117 en *Zellstreckung* 1877, p. 34.

bedoelde anorganische zouten juist in de bedoelde eigenschap, namelijk in hunne zeer groote aantrekkingskracht voor water, overeen. Van de aanwezigheid van een vrij zuur (of van zure zouten) in het parenchym van de ranken van Sicyos, kan men zich zeer gemakkelijk overtuigen, als men overlangs doorgesneden stukken, na verwijdering van het niet merkbaar zure vocht dat uit de vaatbundels komt, op blauw lakmoes-papier sterk drukt. De parenchymcellen worden dan gekneusd, en een roode indruk van het voorwerp is op het papier zichtbaar. Geen andere opgeloste inhoudsstoffen dan suikersoorten, anorganische zouten en organische zuren en zouten komen in parenchymcellen van groeiende plantendeelen zoo algemeen voor, dat zij hier in aanmerking zoude kunnen komen.

Vestigen wij thans onze aandacht op de snelle bewegingen, die ranken van Sicyos na prikkeling maken, of op de zeer aanzienlijke versnelling, die deze bewegingen na injectie der rank met water vertoonen. Welke stoffen kunnen in zoo korten tijd in voldoende hoeveelheid geproduceerd worden, om dit verschijnsel te verklaren? Natuurlijk de suiker niet. Evenmin de anorganische zouten, die slechts uiterst langzaam van buiten in de cellen diffundeeren. Er blijven dus alleen de plantenzuren *) over, en een plotselinge productie van deze in levende cellen kan uit geen enkel oogpunt als onwaarschijnlijk beschouwd worden. Men mag dus, met zekeren graad van waarschijnlijkheid, het vermoeden uitspreken, dat de osmotisch werkzame stoffen, die tengevolge van prikkeling in het parenchym der ranken van Sicyos afgezonderd worden, plantenzuren zijn.

Daar nu echter, volgens hetgeen wij hierboven zagen, de werking van de prikkels eenvoudig in de tijdelijke versnelling van een proces bestaat, dat anders langzaam verloopt, en de voor den groei benodigde krachten levert, zoo leidt het uitgesproken vermoeden noodzakelijk tot een tweede vermoeden, dat namelijk de osmotisch werkzame stoffen, door welker voortdurende afzondering in de cellen de geheele groei der ranken veroorzaakt wordt, eveneens hoofdzakelijk, zoo niet uitsluitend, plantenzuren zijn.

*) Om herhalingen te vermijden, versta ik onder plantenzuren zoowel de zure organisch-zure zouten, als de vrije organische zuren.

Men zal nu reeds inzien, dat wij deze redeneeringen met hetzelfde recht op de geotropische en heliotropische groeikrommingen, ja op de verschijnselen van groei in het algemeen, kunnen toepassen. En wanneer de turgor in groeiende deelen op de zuren berust, zullen deze in den volwassen toestand, zoolang zij voorhanden zijn, nog wel dezelfde rol spelen.

*Deze beschouwingen wettigen naar mijne meening het vermoeden, dat onder de osmotisch werkzame stoffen, die in plantencellen den turgor veroorzaken, de plantenzuren de voornaamste rol spelen, en dat de eenzijdige versnelling van den groei door uitwendige krachten op een versnelling van het proces van afzondering van deze plantenzuren berust *).*

Ik erken, dat ik aan dit vermoeden waarde hecht, eensdeels om de reeds besproken redenen, maar anderdeels ook, omdat het een licht werpt op de beteekenis van het algemeene voorkomen van organische zuren in de planten, waaromtrent men tot heden toe, afgezien van een oude en reeds geheel weerlegde hypothese, niet de allerminste voorstelling had.

Het is mijn voornemen, de juistheid mijner hypothese zoodra mogelijk aan proeven te toetsen, en te trachten omtrent de beteekenis der organische zuren in het algemeen experimenteele zekerheid te erlangen.

Ten slotte wil ik nog enkele verschijnselen bespreken, welke bij de krommingen van groeiende veelcellige organen werden opgemerkt, en voor welke men tot heden toe te vergeefs naar eene voldoende verklaring gezocht heeft. Van eenige daaronder ligt die verklaring thans voor de hand; voor andere kan ten minste de weg aangegeven worden, langs welchen men tot een verklaring geraken kan.

1. *Nawerking van groeikrommingen.*

SACHS plaatste jeugdige takken, nadat zij korten tijd horizontaal gelegen hadden, en aangevangen hadden zich geotropisch opwaarts te krommen, rechtop, of wel zóó, dat het krommings-

*) Zie mijne voorloopige mededeeling: *Ueber die Bedeutung der Pflanzensäuren für den Turgor der Zellen* in Bot. Zeitung, 1879, N^o. 52.

vlak horizontaal lag. In beide gevallen was de richting van den tak ten opzichte der zwaartekracht veranderd, toch ging de geotropische kromming in het oorspronkelijke krommingsvlak nog een tijd lang voort *). Een analoog verschijnsel nam ik bij ranken waar: als deze aangevangen hebben zich om een steunsel te krommen, en men neemt dan het steunsel weg, gaat de beweging toch nog eenigen tijd voort †).

De verklaring dezer empirische feiten is zeer eenvoudig. De zwaartekracht en de prikkel versnellen de afzondering van osmotisch werkzame stoffen in de parenchymcellen der convex wordende kant; daardoor trekken deze cellen water aan en vergrooten zich. Maar de toevoer van water geschiedt langzaam, en een tijd lang is de wateraantrekkende kracht, gelijk ook uit onze injectieproeven blijkt, onverzadigd. Al houdt dus, na het omleggen der geotropische takken of het wegnemen van het steunsel der ranken, de productie dier stoffen terstond op, toch zullen de cellen nog een tijd lang voortgaan water op te zuigen en zich te vergrooten. De kromming zal dus natuurlijk nog een tijdlang voortduren, na het ophouden van de werking van den prikkel.

2. *Kromming zonder wateropneming.*

SACHS nam waar dat groeiende stengeldeelen, van de volwasen deelen en alle aanhangsels afgesneden, in een vochtige ruimte horizontaal geplaatst, en zóó bevestigd dat ze geen water konden opnemen, zich toch geotropisch opwaarts kromden §). Daarbij werd de onderzijde langer, de bovenzijde gewoonlijk korter. Evenzoo vond ik dat stukjes, uit ranken van *Sicyos* gesneden, na verwijdering van het vocht dat uit de vaatbundels treedt, na prikkeling zich kunnen krommen zonder water op te nemen. (Zie pag. 122).

De verklaring is deze: oorspronkelijk zijn de turgorkrachten der cellen aan alle zijden van den tak of de rank met elkander

*) *Flora* 1873, p. 325.

†) *Arbeiten des Botan. Inst. in Würzb.* III 1873, p. 307.

§) *Flora*. 1873, p. 329.

in evenwicht, geen cel onttrekt aan een andere water. Nu wordt door den prikkel of door de zwaartekracht plotseling de turgorkracht aan eene zijde vergroot, het evenwicht in dus verbroken, en de geprikkelde cellen kunen water aan de andere cellen onttrekken. De eerste vergrooten zich, de laatste worden kleiner, en het plantendeel moet zich dus krommen.

3. Verkorting van de concave zijde.

SACHS toonde aan, dat de knopen van grassen, als zij zich geotropisch krommen, zich veelal aan de concaaf wordende zijde verkorten, en soms zoo sterk, dat deze zijde diepe plooiën vertoont *). Bij ranken, die zich om steunsels of epinastisch winden, vond ik dat de concave kant nu eens in lengte toeneemt, dan weer niet verandert, of eindelijk ook korter wordt. Het laatste geschiedt voornamelijk dan, wanneer de totale groeisnelheid der rank tijdens de kromming zeer gering is †).

De verkorting der concave zijde is in beide gevallen ten deele aan waterverlies, ten deele aan een mechanische samendrukking toe te schrijven. Het eerste is een natuurlijk gevolg van de werking van den prikkel, die het oorspronkelijk evenwicht tusschen de turgorkrachten der cellen verbreekt. De toeneming der turgorkracht in de cellen der eene zijde, bij onvoldoenden toevoer van water, maakt dat deze cellen water aan de overige onttrekken; deze verliezen hierdoor aan volumen, en de elastisch gespannen celwanden contraheeren zich §).

Of een mechanische samendrukking der concave zijde zal plaats vinden, hangt natuurlijk van de relatieve plaats der uitzettende en der passief gerekte weefsels, en van de grootte der ontwikkelde krachten af; daaromtrent ontbreken echter nog de noodige onderzoekingen.

De verkorting der concave zijde is slechts een bijzonder geval van den algemeenen regel, dat de concave zijde bij de daarop onderzochte groeikrommingen langzamer groeit dan zij gegroeid

*) *Arb. d. Bot. Insttt. in Würzb.* II, 1872, p. 204.

†) *Ibidem*, Heft III, 1873, p. 304.

§) Vergelijk SACHS, *Lehrbuch d. Botanik* 4 Ed. p. 841, 842,

zou zijn, als het orgaan recht gebleven ware. Bij ranken, stengels, en evenzoo bij wortels *), geldt deze regel, zoover men weet, zonder uitzondering. Het is duidelijk, dat hier dezelfde verklaring geldt en dat de oorzaak der verkorting in waterverlies te zoeken is, veroorzaakt door de toeneming van de turgorkracht in de cellen der convex wordende zijde. Of bij groeikrommingen de totale groeisnelheid anders zal zijn dan bij rechtblijvende organen, hangt ten deele van den toevoer van water, ten deele van den weêrstand der passief gerekte weefsels af.

4. *Onafhankelijkheid van de krommingen van ranken van de dikte van het steunsel.*

De meeste ranken kunnen zich om de allerdunste steunsels krommen, en vormen dan uiterst enge windingen. Krommen zij zich om dikkere steunsels, dan leggen zij zich niet eenvoudig aan deze aan, maar trachten zich nog sterker te krommen. Is het steunsel een blad, of een papieren cylinder, dan wordt het door de rank feitelijk samengedrukt. Is het harder, dan ziet men niet zelden, vooral bij zeer dikke steunsels, de rank zich zijdelings buigen en daardoor een zigzaglijn vormen. In één woord, het verschil in groei tusschen boven- en onderzijde hangt geenszins van de dikte van het steunsel, maar van inwendige oorzaken af †). Dit is trouwens te verwachten, na hetgeen wij thans omtrent de werking van den prikkel weten. De sterkte der kromming kan afhangen van den duur der aanraking met het steunsel, maar geenszins van zijn vorm; de aanraking van een gegeven punt der oppervlakte der rank met het steunsel is onafhankelijk van de dikte van het steunsel, en alleen deze aanraking bepaalt de mate, waarin de groei versneld wordt.

5. *Potentieele kromming.*

Plaatst men groeiende stengels horizontaal, en bevestigt men ze zoodanig, dat zij zich volstrekt niet krommen kunnen, en

*) SACHS. *Arbeiten d. Bot. Inst. in Würzb.* III, p. 471.

†) *Arbeiten Würzb.* III, p. 309.

laat ze dan na verloop van eenige uren los, zoo krommen zij zich plotseling zeer sterk; daarbij wordt de onderzijde convex. Men kan dit bijvoorbeeld daardoor bereiken, dat men ze met gebogen spelden op kurkplaten bevestigt. Legt men rechte ranken van Sicyos met haar onderzijde op een glasplaat, en bedekt haar dan eveneens met een glasplaat, dan zal zij, als na eenigen tijd de glasplaten weggenomen worden, zich plotseling sterk krommen.

In beide gevallen hebben dus de plantendeelen het vermogen om zich te krommen erlangd onder omstandigheden, waaronder zij de kromming zelve niet konden uitvoeren. Dit is trouwens natuurlijk. In de cellen der later convex wordende zijde is, ten gevolge van den prikkel (zwaartekracht, aanraking met een vast lichaam), de turgorkracht toegenomen, de cellen hebben langzamerhand water opgenomen en, daar ze zich niet in de lengte konden uitzetten, hare celwanden in andere richtingen uitgezet en gespannen. Verdwijnt de hinderpaal, dan zullen zij plotseling dien vorm aannemen, die met de rekbaarheid en elasticiteit der celwanden overeenkomt. Dit feit wijst ons tegelijkertijd op de merkwaardig geringe rekbaarheid en groote elasticiteit, die de celwanden van het parenchym van groeiende plantendeelen in de dwarsrichting moeten bezitten, om een samendrukking door de passief gerekte weefsels te beletten.

Bindt men halmstukken van grassen, die een jongen knoop in hun midden bevatten, zóó horizontaal, dat buiging niet mogelijk is, en maakt men ze na eenigen tijd los, zoo neemt de knoop terstond een zwakke buiging aan. Duurt de proef langer, zoo plooit zich de bladscheede in den knoop aan de onderzijde; dit kan somwijlen zoo sterk geschieden dat de knoop barst. Wij zien dus ook hier, dat verlenging en kromming een gevolg zijn van spanningen, die zich onder de gegeven ongunstige omstandigheden, tot een aanzienlijk bedrag kunnen ophoopen.

6. *Teruggaan na tijdelijke prikkeling.*

ASA GRAY en DARWIN *) beschreven het feit, dat ranken, na tengevolge van eenigen prikkel een kromming gemaakt te heb-

*) Climbing plants p. 130.

ben, zich weer volkomen kunnen strekken als de prikkel heeft opgehouden te werken. Deze teruggaande beweging is steeds langzaam, ook bij ranken van *Sicyos*, die zich na wrijven der onderzijde in weinige minuten zeer sterk gekromd hebben. Dit feit vindt waarschijnlijk zijn verklaring daarin, dat op de snelle afzondering van osmotisch werkzame stoffen een tijd volgt, waarin dit proces langzamer verloopt dan gewoonlijk. Het is alsof het materiaal voor deze productie tijdelijk grotendeels verbruikt werd, en het aanvoeren van nieuw materiaal slechts langzaam geschiedt. Zulk een periode van vertraging hebben wij bij onze injectie-proeven meermalen aangetroffen. Terwijl dus de groei van het parenchym der bovenzijde in deze vertragsperiode verkeert, gaat de groei aan de onderzijde ongestoord voort; het gevolg zal zijn, dat na eenigen tijd beiden weer even lang worden.

Ik erken, dat deze verklaring nog geenszins alle bezwaren oplost, maar hiertoe is een nauwkeuriger studie van het proces van teruggaan noodig. Zulk een studie zal wellicht voor de aangenomen periode van vertraging rechtstreeksche bewijzen kunnen brengen, en zodoende een uitgangspunt voor belangrijke onderzoeken over de mechanica der groeikrommingen worden.

7. *Kromming van gespleten organen.*

SACHS toonde aan, dat als axiel gespleten worteltoppen met de snijvlakte horizontaal geplaatst worden, beide helften zich geotropisch afwaarts krommen, en dat daarbij de bovenzijde sterker groeit dan de onderzijde *). Daar de turgorkracht in de bovenzijde door de zwaartekracht is toegenomen, is dit verschil in groeisnelheid zeer natuurlijk.

De geotropische kromming der onderzijde leert, dat de werking van den prikkel zich niet tot de bovenste helft beperkt, maar ook nog tot onder het middenvlak uitstrekt. Hetzelfde leert het feit, dat, van gespleten stengels en grasknoopen, beide helften zich geotropisch kunnen krommen †). Splijt men gras-

*) *Arb. Würzb.*, Heft III, p. 471.

†) SACHS, *Lehrbuch d. Botan.*, 4e Ed., p. 822.

knoopen overlans in vier gelijke deelen, en plaatst men ze horizontaal, zóó dat een deel boven, één onder, en twee zijdelings liggen, dan krommen zij zich alle vier geotropisch omhoog. SACHS isoleerde uit groeiende stengels middenlamellen, die in het midden uit het merg, beiderzijds uit schorsweefsel en opperhuid bestaande. Plaatste hij zulk een middenlamel horizontaal, met de wondvlakten vertikaal, dus op den smallen kant liggend, dan kromde zij zich geotropisch omhoog, legde hij haar op den breeden kant horizontaal, dan ondervond zij meestal geen werking der zwaartekracht. Geïsoleerde mergprismen zijn niet geotropisch.

Deze waarnemingen, hoe belangrijk ook, zijn nog niet volledig genoeg om een voldoende verklaring toe te laten. Maar zij banen den weg, langs welken men tot de kennis van twee zaken zal kunnen geraken: ten eerste de kennis van de verspreiding van de werking van den prikkel op de dwarsdoorsnede.

Bij de beschrijving van mijne proeven met ranken, heb ik steeds eenvoudigheidshalve het parenchym in zijn geheel beschouwd als de plaats waar de turgorkrachten, die de bewegingen veroorzaakten, werden ontwikkeld. Ik heb het in het midden gelaten, of in alle cellen daarbij de turgorkracht even sterk toenam, dan wel of in dit opzicht eene differentieering bestond (zie p. 122); het laatste is niet onwaarschijnlijk, doch mijne proeven leeren hieromtrent niets, en voor de getrokken conclusiën was het niet noodig dit te weten. Bij de overige bewegingen heb ik steeds gesproken van een toeneming der turgorkracht aan de convex wordende zijde. Ik acht deze uitdrukking, om der wille van de eenvoudigheid, geoorloofd, niettegenstaande de werking der prikkels zich zoowel boven als onder het middenvlak doet gelden. Maar hoever deze werking zich doet gelden, kan natuurlijk alleen door het onderzoek van geïsoleerde deelen uitgemaakt worden.

Ten tweede kunnen de bedoelde proeven leiden tot de oplossing van een veel belangrijker vraag. Volgens de in het begin van dit hoofdstuk uiteengezette resultaten van mijn onderzoek toch, vergrooten de prikkels de turgorkracht in bepaalde groepen van cellen. Een kromming kan daardoor alleen tot stand komen, als deze cellen met andere, die zich minder sterk trachten uit te zetten, in verbinding zijn. Veronderstellen wij nu, dat het mo-

gelijk ware, alle ongelijksoortige weefsels van elkander te isoleeren, en in dien toestand hun groei te onderzoeken. Zal dan de zwaartekracht nog als prikkel op het parenchym werken, of is de vereeniging met andere weefsels daartoe noodzakelijk? M. a. w.: Werkt de zwaartekracht als prikkel op elke afzonderlijke cel, of is daartoe de superpositie van meerdere, wellicht van verschillende cellen noodig? Hoe hangt, in het laatste geval, de werking van den prikkel van den aard der superpositie af?

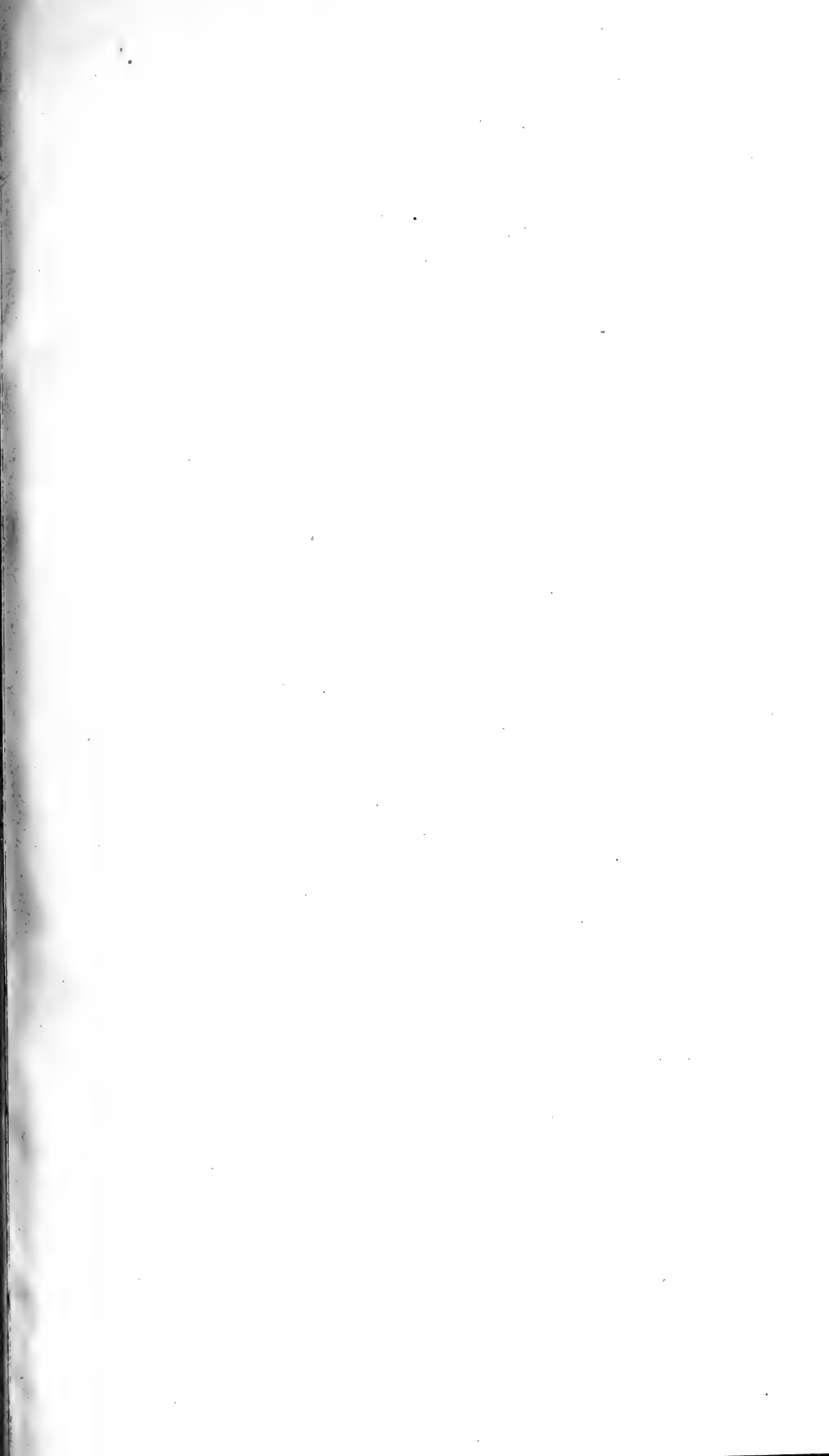
Mocht het gelukken op deze vragen een experimenteel antwoord te vinden, dan is wellicht de weg gebaad, om op het verschil tusschen positief en negatief geotropische organen licht te werpen.

8. *Verschl tusschen groeikrommingen van één- en veelcellige organen.*

Bij de geotropische en heliotropische bewegingen van *Vaucheria*, *Mucor*, wortelharen van *Marchantia* e. a. eencellige organen, kan de oorzaak, volgens de heldere uiteenzetting van SACHS *), niet op een verandering van den turgor berusten, zij moet in een verandering van den groei (of de rekbaarheid) van den celwand haar oorzaak hebben. Bij de bewegingen der groeiende deelen van hoogere planten, met name van de vaatplanten, komt de differentieering in actieve en passief gespannen weefsels als een belangrijke factor op den voorgrond. Onder de laatsten spelen vooral het collenchym en het xyleem der vaatbundels een voorname rol; beiden munten door de zeer geringe energie van hunne levensprocessen uit. Om den weêrstand dezer deelen bij groeikrommingen te overwinnen, is een zeer aanzienlijke kracht noodig, en deze kracht wordt door de toeneming van de turgorkracht van het parenchymweefsel geleverd.

Bij de groeikrommingen van veelcellige organen werken de prikkels direct op het proces van afzondering van osmotisch werkzame stoffen in bepaalde cellen; alle overige verschijnselen laten zich hieruit, aan de hand van de theorie van SACHS over den groei, afleiden.

*) *Lehrbuch d. Botanik*, 4e Ed. p. 813.





INHOUD

VAN

DEEL XV. — STUK 1.

	bladz.
Bijdrage tot de kennis der afkomst van het Curare; door A. W. M. VAN HASSELT; met een naschrift van C. A. J. A. OUDEMANS...	1.
Over de contractie van wortels; door HUGO DE VRIES.....	12.
Rapport van de Heeren C. H. D. BUYS BALLOT en F. J. STAMKAERT over het tweede gedeelte der Verhandeling van den Heer Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL: „Over de magnetische opneming van den Indischen Archipel”.....	17.
Zijdelingsche afleiding van water uit eene rivier over een der dijken; door G. VAN DIESEN.....	24.
Rapport over bliksemafleiders op Rijksgebouwen te Delft; door P. L. RIJKE, J. BOSSCHA en J. D. VAN DER WAALS; uitgebracht in de Vergadering van 29 November 1879.....	33.
De dubbellading eener centrobarische massaverdeeling; door C. H. C. GRINWIS.....	38.
Over de bewegingen der ranken van Sicyos; door HUGO DE VRIES.	51.
Overzicht der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken.....	25—88.



GEDRUKT BIJ DE ROEVER - KRÖBER - BAKELS.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN
DER
KONINKLIJKE AKADEMIE
VAN
WETENSCHAPPEN.

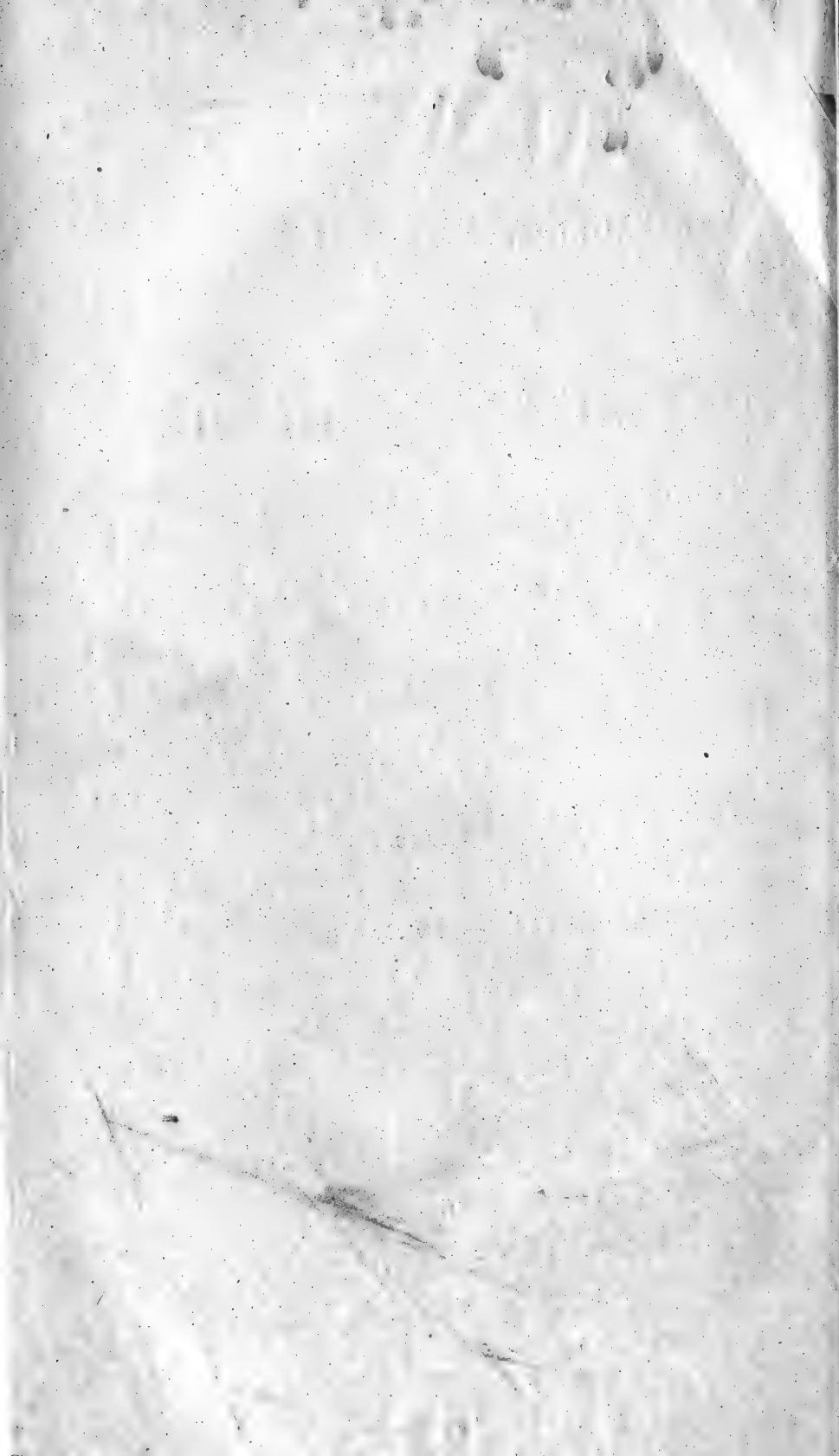
Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Vijftiende Deel. — Tweede Stuk.



AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1880.



R A P P O R T

VAN DE HEEREN

TH. W. ENGELMANN EN C. K. HOFFMANN

OVER EENE VERHANDELING VAN DEN HEER

A. A. W. HUBRECHT.

(Uitgebracht in de Vergadering van 31 Januari 1880).

De ondergeteekenden, uitgenoodigd om der Afdeeling voor Wis- en Natuurkunde der Koninklijke Akademie van Wetenschappen van advies te dienen ten opzichte van eene door den Heer A. A. W. HUBRECHT geschrevene en voor de werken der Akademie aangeboden verhandeling, getiteld: *Zur Anatomie und Physiologie des Nervensystems bei den Nemertinen*, hebben de eer hierover het volgend rapport uit te brengen.

De verhandeling, in het Hoogduitsch geschreven, omvat 93 halve foliobladzijden tekst en 33 gedeeltelijk met veel zorg, gedeeltelijk in kleuren uitgevoerde afbeeldingen, die gezamenlijk de ruimte van omstreeks 4 platen in 4^o zullen innemen. Het onderwerp der verhandeling verdient zeker in hooge mate de belangstelling van morpholoog en physioloog. De Nemertinen immers vormen een der merkwaardigste groepen in de groote, aan biologische problemen zoo rijke afdeeling der Wormen. Aan den eenen kant nederdalende tot aan vormen, die tot de laagst georganiseerde Metazoa naderen, verheffen zich de Nemertinen aan den anderen kant tot aan de hoogst ontwikkelde vormen en bieden zij zelfs sommige punten van aanraking met Vertebraten. Talrijke onderzoekingen uit vroegeren en lateren tijd, daaronder niet weinigen verricht door voortreffelijke

lijke waarnemers, hebben de kennis dezer dieregroep helpen bevorderen. Zij is evenwel nog verre van voldoende. Niet het minst geldt dit ten opzichte van den bouw en de functie der organen, die het bijzonder onderwerp van den arbeid des Heeren HUBRECHT uitmaken: het zenuwstelsel en de zoogenoemde „Seitenorgane”. De resultaten van het onderzoek, in de aangeboden verhandeling nedergelegd, voorzien in de bestaande leemten op zeer belangrijke punten.

Het zal voldoende zijn, den gang en de voornaamste uitkomsten van het onderzoek des Heeren HUBRECHT in 't kort aan te duiden. De verhandeling is in drie afdeelingen gesplitst. De eerste en meest omvangrijke (blz. 2—65) bevat eene, voornamelijk op uitgebreide eigen waarnemingen steunende, nauwkeurige morphologische beschrijving van het zenuwstelsel. De schrijver gaat telkens uit van de eenvoudigste vormen en klimt van dezen allengs tot de hoogere typen op.

In de eerste plaats (blz. 2—19) worden vorm, ligging, enz., van het centrale zenuwstelsel en van de Seitenorgane uitvoerig beschreven. De Heer HUBRECHT toont aan, dat het eerste bestaat uit twee groote, overlans door het lichaam verloopende zenuwstrengen, die door een ganglieuse laag als door een scheede omhuld worden, aan het vooreinde tot meer of minder zamengestelde organen (hersenen) aanzwellen en door uitsluitend dorsale zenuw-commissuren met elkander samenhangen. Zij worden zenuwmergstrengen genoemd. Belangrijk is de ontdekking van den Heer HUBRECHT, dat zij bij sommige vormen ook aan het aborale einde door een dorsale commissuur van zenuwvezelen vereenigd zijn, iets dat a priori te verwachten was, nadat VON KENNEL deze commissuur het eerst bij *Malacobdella* had aange-toond.

Ten aanzien der Seitenorgane blijkt o. a., dat zij met stijgende differentiatie der hersenen, bepaaldelijk met klimmende ontwikkeling en afsnoering van een derde hersenaanzwelling, meer en meer samengesteld worden en inniger met de hersenen, in 't bijzonder met de derde aanzwelling, in verband treden.

Op blz. 19—43 volgt een breedvoerige beschrijving van den histiologischen bouw van het centraal zenuwstelsel. Uitvoerig bespreekt de schrijver het voorkomen van haemoglobine

in de gangliën der verschillende soorten. Uit een physiologisch oogpunt verdient opmerking, dat bij weinig ontwikkelde Seitenorgane, alsook bij die hoogere vormen, wier bloed haemoglobinehoudende cellen bevat, betrekkelijk weinig haemoglobine in de zenuwcentra wordt gevonden.

Eene gedetailleerde, niet weinig nieuwe feiten bevattende, beschrijving van het peripherisch zenuwstelsel vormt het slot van het eerste hoofdstuk der verhandeling. Achtereenvolgens behandelt de schrijver: 1^o. de zenuwstammen, loopende naar de ooggen, de punt van den kop, eventueel de kopspleten, 2^o. de zenuwen van den snuit, 3^o. de stammen, gaande naar den oesophagus en den voordarm, 4^o. de ongepaarde in de dorsale mediaanlijn loopende zenuw, 5^o. (meer aphoristisch) de peripherische zenuwen, die van de overlangsche zenuwmerg stammen ontspringen.

In het tweede hoofdstuk (blz. 66—87) tracht de Heer HUBRECHT de vraag naar de functie der „Seitenorgane” te beantwoorden. Ten aanzien hiervan heerschten tot dusverre de meest uiteenlopende meeningen. RATHKE en QUATREFAGES o. a. beschouwden ze als gevoelswerktuigen, GOODSIR als openingen van het genitaal-apparaat, VAN BENEDEN als openingen van een watervaatstelsel; de laatste onderzoeker, MAC INTOSH, laat hunne verrichting geheel onbeslist. De Heer HUBRECHT nu levert langs proefondervindelijken weg het bewijs, dat zij, in verband met de haemoglobine van het centraal zenuwstelsel, een belangrijke rol bij de ademhaling spelen en bevestigt alzoo een reeds vijf jaren geleden door hem uitgesproken vermoeden.

De proeven werden genomen op *Cerebratulus marginatus*, een soort, die het gemakkelijkst te verkrijgen en om haar groote kopspleten en rijk haemoglobine-gehalte voor de waarneming bijzonder geschikt is. De voornaamste feiten, door den Heer HUBRECHT gevonden, zijn de volgende.

Terwijl de *Cerebratulus* in gewoon O.houdend zeewater zich rustig gedraagt, de kopspleten zich slechts nauwelijks merkbaar afwisselend sluiten en openen, wordt het dier, na in uitgekookt zeewater overgebracht te zijn, al ras in klimmende mate onrustig en geraken de kopspleten in hevige rhythmische bewegingen van openen en sluiten. In O.houdend water teruggebracht, bedaart het dier en vindt men spoedig de spleten wijd

geopend. Allengs keert dan de aanvankelijke toestand terug. Ook wanneer het dier in O.houdend zeewater tot aanhoudende levendige bewegingen genoodzaakt wordt, geraken de kopspleten in heverige rhythmische bewegingen. Het overbrengen in rijk met CO_2 bedeed zeewater heeft onmiddellijk krampachtige sluiting der spleten ten gevolge. Daarbij verandert allengs de licht arterieel-roode kleur van het centrale zenuwstelsel in een donker bruinachtige. In gewoon zeewater terug verplaatst, opent het dier langzaam zijn kopspleten, daarna volgen hevige rhythmische sluitings- en openingsbewegingen, die na eenigen tijd voor de normale plaats maken.

De overeenkomst al dezer verschijnselen met die, welke bij hoogere dieren onder soortgelijke voorwaarden bij de ademhalingswerktuigen worden waargenomen, is zóó groot, dat aan een respiratorische functie der Seitenorgane niet wel getwijfeld kan worden.

Ook ontogenetische en vergelijkend ontleedkundige feiten worden door den Heer HUBRECHT tot steun dezer opvatting bijeengebracht en eindelijk nog het vraagstuk uit een phylogenetisch oogpunt uitvoerig beschouwd.

Het derde en laatste hoofdstuk der verhandeling bevat, uitgaande van de resultaten die het anatomisch onderzoek van het zenuwstelsel heeft opgeleverd, vergelijkend morphologische opmerkingen over de verwantschap der Nemertinen tot andere vormenreeksen van dieren, bepaaldelijk tot die der Anneliden en Vertebraten.

Uit het medegedeelde zal zijn gebleken, dat de Heer HUBRECHT zijne taak breed heeft opgevat. Zijn onderzoek draagt overal de kenmerken van goede wetenschappelijke methode. Is het niet op alle punten tot dezelfde mate van rijpheid gekomen, blijven hier en daar nog twijfel of wenschen aangaande inhoud of vorm bestaan, het geheel is van zoodanig gehalte, dat de ondergeteekenden het gaarne in de werken der Koninklijke Akademie zullen zien opgenomen.

TH. W. ENGELMANN.
C. K. HOFFMANN.

AFFEN- UND MENSCHENHAND.

VON

W. KOSTER.

(Vorgelegt in der Sitzung von 31 Januar 1880).

Nur wenige Monate sind verflossen seit ich meinen Aufsatz: „De genetische beteekenis der vingerstrekspiieren“ *)), in einer Sitzung unserer Akademie vortrug. Die Frage nach der Bedeutung einer am menschlichen Körper von mir beobachteten Anomalie der Streckmuskeln von Daumen und Zeigefinger brachte mich dazu, die Homologie der Handmuskeln beim Menschen und den höheren Affen im Allgemeinen zu untersuchen. Es stellte sich heraus dass, bei richtiger Erwägung aller Thatsachen, kein specifischer Unterschied in der Muskulatur der Hände bei den Anthropoiden und dem Menschen anzunehmen war. Im Gegentheil, es schien mir dass nur die phylogenetische Theorie befriedigend die Eigenthümlichkeiten der menschlichen Organisation, auch der von mir beschriebenen Anomalie, zu erklären im Stande war.

Ich konnte nicht vermuthen dass, während ich mit meiner Untersuchung beschäftigt war, gleichzeitig in Wien ein Orang und in München ein Gorilla zergliedert wurde. So gern hätte ich selbst die Muskeln der Vorderextremitäten eines Orang oder Gorilla genau untersucht.

Als die dies bezüglichen Arbeiten von LANGER †) und von

*) *Verlagen en Mededeelingen*, Afd. Naturkunde, 2de Reeks, Deel XIV.

†) C. LANGER, Die Musculatur der Extremitäten des Orang als Grundlage einer vergleichend-myologischen Untersuchung. Mit 2 Tafeln. *Sitzungsberichte der K. Akad. d. Wiss.*, III Abth. Jahrg. 1879.

BISCHOFF *) erschienen, suchte ich voller Erwartung was in Bezug auf die in meiner Abhandlung erwähnten der näheren Untersuchung bedürftigen Punkte von beiden Forschern gefunden sein möchte.

Wie in meiner Abhandlung gezeigt wurde, hängen bei Cercopithecus die Sehnen vom M. extensor poll. longus und die Strecksehnen des zweiten Fingers aponeurotisch zusammen; und ist der musculus indicator vertreten durch einen starken Muskel, der ganz wie der indicator des Menschen verläuft, Daumenstrecker wird, theilweise aber auch zum Zeigefinger geht, und mit den Sehnen des Extensor communis überhaupt innig zusammenhängt. Für die in meiner Abhandlung vertheidigten Ansichten über die genetische Bedeutung der Finger-streckmuskeln war dies der erste Punkt, weszhalb ich die Verhältnisse bei den höheren Affen genauer zu kennen wünschte. Möglicherweise bestand auch da noch mehr Zusammenhang zwischen dem geraden und dem schiefen System der Fingerstrecker, wie beim Menschen.

Der zweite Punkt betraf den eigenen Beugemuskel des Daumens, der beim Orang fehlt; wenigstens mit keiner Sehne zum Endgliede des Daumens gelangt. Gleichfalls sehr erwünscht waren mir gewesen: genauere (spezielle) Untersuchungen über das Verhalten der Fingerbeuger, namentlich über das der Sehne des radialen Theiles des tiefen Fingerbeugers in den Fällen wie beim Orang, und dem entsprechenden beim Chimpanzé, und über das *Verhalten des Ursprunges dieses radialen Theiles*, der beim Menschen, wie ich finde, regelmässig mit dem ulnar entspringenden allgemeinen tiefen Fingerbeuger und oft mit dem oberflächlichen Beuger zusammenhängt.

Bezüglich der Streckmuskeln finde ich nun bei LANGER folgende Beschreibung: „Dass der Extensor pollicis brevis fehlt, der Extensor pollicis longus sehr schwach ist, sich aber sonst wie beim Menschen verhält, ist bekannt“ (S. 6 des Separat-Abdrucks). Das ist alles was über die Strecker von Daumen und zweitem Finger gesagt wird. Nur wird noch, etwas weiter, vom Extensor communis erwähnt: „dass sie, wie beim Menschen, auf

*) V. BISCHOFF, Beiträge zur Anatomie des Gorilla, in *Abhandl. d. Kön. Bayerischen Akademie der Wissensch.* II Cl. XIII Bd., 3te Abtheil.

dem Handrücken mit einander vereinigt sind, aber bloss häutig, ohne Verbindung durch eigentliche Abzweigungen der Sehnenstränge." Es fragt sich aber ob auf Zusammenhang der Strecksehnen von Daumen und zweitem Finger ausdrücklich geachtet worden ist. Des Ursprunges der schiefen Muskeln, und eines etwaigen Zusammenhanges eines Theiles dieses Systems mit der Strecksehne des zweiten Fingers (analogon des *m. indicator*) wird gar keine Erwähnung gethan.

Dass beim Gorilla ein *musculus Indicator* nicht fehlt, geht aus v. BISCHOFF's citirten Abhandlung hervor. Er sagt (S. 16 des Separatabdruckes): „Der *Extensor indicis proprius* ist bei meinem Gorilla ausserordentlich schwach, die Sehne so dünn, und legte sich so an die Sehne von dem *Extensor digitorum communis* an, dass ich sie anfangs übersah. Doch ist ihre Gegenwart und ihr Verhalten interessant, weil, wie ich schon früher angegeben habe, der Gorilla der einzige Affe ist, welcher einen eigenen nur für den Zeigefinger bestimmten Streckmuskel hat, während bei den übrigen mehr oder weniger ein *Extensor digitorum communis* sich findet, welcher ausser für den Zeigefinger auch noch für andere Finger bestimmt ist. Immerhin bleibt es aber bemerkenswerth dass der Muskel auch bei dem Gorilla so schwach ist, dass er schwerlich die charakteristische indicatorische Bedeutung desselben bei dem Menschen besitzt.“

In meiner früheren Abhandlung habe ich gezeigt was, meiner Ansicht nach, von dieser „characteristischen indicatorischen Bedeutung“ des Muskels zu denken sei. Jedenfalls ist es aber bemerkenswerth, dass der Fall vorkommen könnte, dass beim gleichzeitigen Seciren eines Orangs und eines Menschen, beim ersteren der „spezifisch menschliche“ Muskel hervorkäme, während er an der menschlichen Hand nicht zu zeigen wäre (denn er fehlt bisweilen beim Menschen).

Etwas mehr verbreitet sich LANGER über den, bei der Vergleichung von Menschen- und Affenhand so bedeutungsvollen eigenen Daumenbeuger. Zu meiner Freude finde ich bei ihm einen zweiten Fall von Sehnen-zusammenhang zwischen *Flexor pollicis longus* und *Flexor digitorum communis profundus* beim Menschen. Auf die Wichtigkeit dieser „Affenähnlichkeit“, wovon

ich bei HENLE nur ein Beispiel fand, wurde in meiner Abhandlung schon gewiesen. Der Unterstützung wegen, welche meine Ansichten durch LANGER's Mittheilungen über den langen Daumenbeuger zu erhalten scheinen, führe ich hier an was er S. 4 und 5 sagt: „Betreffend den Flexor digitor. communis profundus ist bekannt, dass die am Radius fixirte von dem gemeinschaftlichen Fleischkörper isolirbare Partie eigentlich den Flexor pollicis longus des Menschen vertritt, obgleich die Sehne derselben nicht zum Pollex sondern zum Index geht. Es ist dies also ein Fall, wo ein Fleischkörper, welcher mit dem beim Menschen vorkommenden ganz identisch ist, auf ein anderes Glied herüber gelenkt wird, und zwar bedeutungsvoll vom Daumen weg zum Zeigefinger. Als vermittelndes Glied dieser Ablenkung könnte ein, gelegentlich beim Menschen vorkommender kleiner Muskel betrachtet werden, welcher gerade unter dem Ansätze des Pronator teres vom Radius abkommt, aufliegend auf dem Flexor pollicis longus, und angereicht an das letzte Radialbündel des Flexor digitorum communis sublimis, woraus die Sehne für den Mittelfinger entsteht. Die Sehne dieses kleinen überzähligen Muskels verbindet sich aber nicht mit der benachbarten Sehne des tiefen Beugers für den Mittelfinger, sondern legt sich an die aus dem Flexor communis sublimis entstehende Sehne für den Zeigefinger an. Das Muskelchen hat also gemeinsamen Ursprung mit dem Flexor longus pollicis, schickt aber seine Sehne an den Zeigefinger. Einen in dieser Hinsicht noch interessanteren Fall hat EILH. SCHULZE (*Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie*, XVII Band, p. 20) als Muskelvarietät beim Menschen beschrieben, wo ein beträchtlicher Sehnenstrang aus der Sehne des Flexor poll. longus zur Zeigefinger-Sehne des Flexor digitorum communis profundus übergetreten ist“ *).

Obgleich LANGER sich mit der Frage nach der genetischen Bedeutung dieser Muskelvarietäten nicht beschäftigt, ist er offenbar der Meinung, welche ich in meiner Abhandlung vertheidigte: *die portio radialis des tiefen Fingerbeugers, selbstän-*

*) Dieses ist der oben gemeinte Zweite Fall der „Affenähnlichkeit“ beim Menschen.

diger geworden beim Menschen wie bei den höheren Affen, ist der Flexor pollicis longus des Menschen.

Dieser Meinung ist aber VON BISCHOFF gewisz nicht. In seinem oben citirten Aufsatze finden wir S. 13 die Beschreibung des Musculus flexor digitorum profundus, welche so ziemlich mit der von DUVERNOY gefundenen Anordnung übereinstimmt. Dann aber lässt VON BISCHOFF folgen: „HUXLEY fand zwar auch eine wie er meint, den Flexor pollicis longus repräsentirende Sehne, welche aber nicht mit den andern Flexoren in Verbindung stand, sondern sich in die Fascia palmaris ausbreitete und theilweise an das Trapezium und os metacarpi primum ansetzte, so dass der Muskel, wie er selbst sagt, functionnell fehlte. MACALISTER fand diese Sehne ebenfalls nicht, sagt aber dennoch, dass in dem ganzen Flexor profundus „were easily discriminable the germs of the flexor profundus digitorum“, und setzt dann noch hinzu: The flexor pollicis mainly supplied the Index in the Gorilla — eine etwas auffällende Auffassung die noch complicirter dadurch wird, dass MACALISTER gleich darauf von der Fasern der Handwurzel eine platte Sehne ausgehen lässt, welche er mit einem Streifen an die Basis der ersten, und mit ihrer Endausbreitung an die Basis der Zweiten Phalange des Daumens ansetzen lässt, und dieselbe als die wahre Sehne des Flexor pollicis longus betrachtet. CHAPMAN konnte, wie ich, keinen Flexor pollicis longus, weder Muskel noch Sehne, finden. Es bleibt also wohl dabei dass sich in dieser bemerkenswerthen Hinsicht der Gorilla, wie alle seine Stammverwandten (mit Ausnahme von Pithecia hirsuta) verhält, und wesentlich von dem Menschen unterscheidet.“

Ueber das Verhalten der Streckmuskeln von Daumen und Zeigefinger sagt VON BISCHOFF nichts für meinen Zweck bemerkenswerthes.

Es ist nicht meine Absicht die ganze Frage von der Homologie der Muskeln welche Hand und Finger beim Menschen und den Affen bewegen hier noch einmal zu erörtern. Ausführlich habe ich in meiner früheren Abhandlung gezeigt, dass die *Thatsachen* nicht nur nicht gegen eine Darwinistische Auffassung der Handmuskulatur beim Menschen und bei den Affen sprechen; sondern dass umgekehrt nur die phylogenetische Theorie es uns möglich macht uns die *Thatsachen* zurecht zu

legen. Ich meinte nur dass es nach dem Erscheinen der Arbeiten LANGER's und VON BISCHOFF's für mich geboten war, als Zusatz zu meiner früheren Arbeit, die Hauptsache der neuen Untersuchungen mit zu theilen. Wie man aus dem Mitgetheilten ersehen kann, geht aus diesen neuen Untersuchungen nichts hervor, das uns zwingen könnte irgend einen Theil der Musculatur der menschlichen Hand für neuhinzugekommen, für „spezifischmenschlich“ zu halten. Zwar behauptet VON BISCHOFF das für den *Musculus flexor pollicis longus*, wie AEBY (siehe meine frühere Abhandlung) es thut für den *Musculus indicator*. Nun hat aber, wie gezeigt, der Gorilla einen *Indicator*, und der Mensch bisweilen keinen. Im Gegentheil hat der Mensch einen selbständigen *M. flexor pollicis longus* und bei dem Gorilla scheint dieser Muskel zu fehlen. *Scheint* — denn wenn man alle anatomische Thatsachen genau erwägt, ist es doch in der That unmöglich den höheren Affen diesen langen Daumenbeuger ab zu sprechen. Nur dass die Verhältnisse einigermassen modifizirt sind, im Zusammenhang mit dem modifizirten Gebrauch der Hände. So kann wie beim Gorilla, factisch der lange Daumenbeuger fehlen, wenigstens physiologisch nicht leisten was er beim Menschen leistet. — Dagegen hat *Pithecia hirsuta* wieder den selbständigen Daumenbeuger; und fehlt er auch *morphologisch* beim Gorilla ebensowenig wie bei den übrigen Anthropoiden.

Es geht deutlich aus diesen neuen Arbeiten LANGER's und BISCHOFF's hervor, dass man bestimmte Punkte nur dann mit der gebührenden Genauigkeit untersucht, wenn bestimmt gestellte Fragen einem Veranlassung geben seine Aufmerksamkeit darauf zu lenken. So finde ich weder bei LANGER noch bei VON BISCHOFF die genaueren Angaben über ganz geschieden sein oder zusammenhängen der *Streckmuskeln* des Daumens und des Zeigefingers, was eben für die Beurtheilung meiner Anomalie erwünscht wäre. Es ist zu bedauern dass ihnen meine Arbeit während ihrer Untersuchung noch unbekannt war; und für mich persönlich dass ich nicht selbst bisjetzt die Gelegenheit zur Zergliederung einer Gorilla- oder Orang-hand bekam. Ich zweifele keinen Augenblick daran, dass eine *genaue ausdrückliche* Untersuchung der Verhältnisse dieser *Streckmuskeln* mit meiner Auffassung in Einklang sein werde.

Für die Beugemuskeln scheint nur die weitere Untersuchung noch sehr nöthig. DUVERNOY fand beim Gorilla doch eine „schwache Sehne des tiefen Fingerbeugers zum Daumen“; VON BISCHOFF nichts. Weiter möchte ich gern selbst etwas sehen von „dem Zusammenhängen des nicht zum Daumen gehenden Theiles des Flexor profundus mit der Fascia palmaris“ beim Gorilla; während VON MACALISTER und Anderen auch muskulöse Streifen von der Fascia zum Daumen gehend beschrieben werden. Es ist sehr wohl möglich dass in dieser Anordnung der gleichsam „verirrte“, modificirt entwickelte Theil des Flexor profundus gegeben ist, welcher bei mehr selbständiger Entwicklung der menschliche Flexor pollicis longus wird. Oder in dem „kleinen Muskel“ von LANGER steckt vielleicht ein Theil des langen menschlichen Daumenbeugers. Dem Allem wäre an zahlreichen Exemplaren der Anthropoiden genau nach zu forschen.

Auch in der Beschreibung welche VON BISCHOFF selbst (S. 17) giebt von „einem selbständigen kleinen Muskel, neben dem inneren Kopfe des Flexor brevis pollicis vorkommend, dessen Sehne an die zweite Phalange des Daumens sich ansetzt und die Stelle des Flexor longus vertritt“ finde ich Veranlassung nicht mit seiner Meinung bezüglich des Fehlens des Flexor pollicis longus beim Gorilla oder beim Orang einzustimmen. Vorläufig möchte ich lieber seine oben citirten Worte so lesen: „Es bleibt also wohl dabei, dass sich in dieser bemerkenswerthen Hinsicht (M. flexor pollicis longus) der Mensch, wie alle seine Stammverwandten (Anthropoiden) verhält.“

Utrecht, Dec. 1879.

BIJDRAGE TOT DE KENNIS

VAN DEN

LIPISTIUS DESULTOR SCHIÖDTE,

DOOR

A. W. M. VAN HASSELT.

Onder andere zeldzame araneïden in de collectie der jongste wetenschappelijke expeditie naar Sumatra, onder leiding van den Controleur der 1ste klasse in Oost-Indië A. L. VAN HASSELT, door de onvermoeide zorgen van den Leidschen Hoogleeraar VETH, Voorzitter van het *Aardrijkskundig Genootschap*, uitgezonden, en mij, namens Z.H.G., door één der reizigers, verzamelaars voor de zoölogie, den Heer JOH. F. SNELLEMAN (die de eer had der onderwerpelijke vangst), ter bewerking aangeboden, vond ik één volwassen vrouwelijk exemplaar der bovengenoemde, hoogst vreemde en voor de wetenschap uiterst belangrijke, tropische spin-soort.

Ofschoon zij, voor het overige, onmiskenbaar, den geheelen habitus naturalis der araneae verae vertoont, zoude zij toch geene "spin" mogen worden genoemd, in zooverre bij haar, volgens SCHIÖDTE, *de spin-organen*, althans de uitwendige, *ten eenenmale ontbreken*; een eenig noemenswaardig voorbeeld alzo van eene spin *zonder spintepels!* *).

Haren geslachtsnaam ontleende de geleerde beschrijver aan de Grieksche woorden *λείπω* (deficio) en *ίστόσ* (instrumentum textorium). De beroemde Zweedsche Hoogleeraar THORELL, op de uitspraak van het Grieksche woord *ίστοσ* wijzende, heeft daarin later de verzuimde *h* tusschen gevoegd (*On European*

*) Zie mijn *Naschrift* over *Anetes*.

spiders, page 13), en sedert wordt niet meer *Lipistius*, maar *Liphistius* geschreven.

In den soort-naam, van het Latijnsche werkwoord *desultare* (overspringen) afgeleid, ligt de beteekenis opgesloten van eenen vermoedelijken „overgang” tot eene andere onderorde der Arachnoidea.

De beschrijving in het Deensch, met eene voortreffelijke Latijnsche diagnose en met eene fraaije afbeelding, gaf Prof. SCHIÖDTE onder het opschrift, „Om en afvigende Sloegt af Spindlernes Orden” in het, bij ons te lande weinig bekende *) *Naturhistorisk Tidsskrift af HENRIK KROJER*, Kjobenhavn, 1846—1849, Ny (2), Raekke, Band II, pag. 617.

Van dit hoogst merkwaardig spinnengeslacht, dat tot de *Familie* der Mygalidae of Territelariae behoort, tot hiertoe het eenige in de onderafdeeling Liphistoidae, schijnen nog slechts drie exemplaren bekend te zijn, alle vrouwelijke, t. w. het oorspronkelijke, typische, Deensche, van SCHIÖDTE, één uit het Britsch Museum, door den beroemden araneoloog CAMBRIDGE beschreven in *Annals and Magazine of Natural History*, for April 1875, page 249, en het derde, boven genoemde, van de Hollandsche expeditie.

De beide eersten zijn afkomstig van het eiland Penang (of Pinang), het derde van Sumatra (Silago, op de West-kust van dit eiland), alzoo nagenoeg uit eene overeenkomstige hemelstreek der keerkringewesten.

Vóór ongeveer dertig jaren vestigde de geleerde carcinoloog van Kopenhagen, in het aangehaald Tijdschrift, het eerst de aandacht op het bestaan van deze afwijkende spin-soort. Onder andere eigenaardigheden wees hij, behalve op *de afwezigheid der spintepels*, nog op eene tweede hoogst kenmerkende bijzonderheid, namelijk op *het bedekt zijn van den rug van het*

*) Na zeer vele vruchteloze pogingen om dit Tijdschrift ter inzage te verkrijgen, ontving ik het eindelijk, op de aanwijzing van mijn' vriend C. RITSEMA: dat het, vóór jaren, uit de boekerij van wijlen onzen hooggeschatten JAN VAN DER HOEVEN, voor de bibliotheek van de Hollandsche Maatschappij der wetenschappen te Haarlem was aangekocht — van haren secretaris, ons geacht medelid VON BAUMHAUER, uit deze, ter leen. Aan beide H.H. mijnen meest hartelijken dank voor huone behulpzaamheid.

achterlijf met 9 dwarsche, gelede, hoornachtige platen of schilden, die van voren naar achteren in grootte afnemen.

Met SCHIÖDTE, deed THORELL in 1870 (libr. cit. p.p. 39, 43, 122) in dit „wonderful East Indian genus” eenig verband („a connexion”) opmerken met de gesegmenteerde Phrynoidea en Scorpiones, terwijl in 1875 ook door CAMBRIDGE deze spin „eenig” wordt genoemd, wegens hare „articulated, corneous, transverse plates, similar to those found in the orders Scorpionidea and Thelyphonidea”.

Wat deze hoorn- of liever chitine-schilden betreft, heb ik geene bemerkingen. Evenals bij het Engelsche exemplaar, zijn die ook bij het Sumatrasche volkomen zóó, als ze door SCHIÖDTE zeer duidelijk zijn beschreven en afgebeeld. Alleen bleken bij het laatste de lange stekelharen, die aan den voorrand op de schild-tubercula voorkomen, nagenoeg geheel te zijn verdwenen, zoogenaamd „abgeriepen”. Ook zou ik het SCHIÖDTE niet zoo beslist durven nazeggen, dat de scuta dorsalia „invicem articulata” zijn, althans op de 3 à 4 kleinere achtersten is zulks bij mijn exemplaar zeker niet toepasselijk en wellicht hebben ook de 5 à 6 grooteren er slechts den schijn van. Wegens de hooge zeldzaamheid van het voorwerp waag ik het niet, dit door ontleding uit te maken.

Bij het „ontbreken der spintepels” volgens SCHIÖDTE daarentegen, kan ik mij volstrekt niet nederleggen. Wel zag ook ik, op den eersten aanblik, deze organen zelf over het hoofd! Niet alleen, omdat ik in het te voren opgevatte denkbeeld verkeerde, dat ze hier afwezig moesten zijn, maar niet minder, uit hoofde mijn specimen in alcohole hier en daar, en vooral aan het achterlijf, met eene geel-bruine aard- of klei-laag was overdekt. Ik was bepaald eenige dagen „dupe” en dacht den typischen *Lipistius desultor* voor mij te hebben.

Alvorens echter dit voorwerp als zoodanig voor de verzameling te etiketteeren, maakte ik het, ook om de bijzonderheden nauwkeuriger te kunnen bezichtigen, schoon, door het in water te weeken, de pooten en palpen uit te zetten en het lijf, zoo veel mogelijk, met een penseel van de vast aanhangende klei, met alle voorzichtigheid, te ontdoen.

Thans kwam, ook zonder behulp eener loupe, ten duidelijkste

onder en achter aan de buik-vlakte *een goed gekarakteriseerd spintepel-toestel* te voorschijn!

In de meening, hiermede eene niet onbelangrijke ontdekking te hebben gedaan, schreef ik er terstond gelijktijdig over aan mijne geachte vrienden SIMON en THORELL.

De eerste berichtte mij, dat hij *Liphistius* bij eigen aanschouwing niet kende en alleen wist, dat er twee soorten van beschreven waren.

Laatstgenoemde verwees mij, onder andere belangrijke wenen, voor de, mij toen niet bekende, tweede soort, naar den Heer O. P. CAMBRIDGE, den hiervoor reeds genoemden beschrijver van deze.

Deze beroemde Engelsche araneoloog had de groote goedheid, mij terstond, uit Blandford, een afdruk toe te zenden van zijn opstel over den door hem bekend gemaakten *Liphistius mamillanus*, in de boven aangehaalde Annalen, onder het opschrift "*On a new species of Liphistius*", wiens soort-naam alzo reeds aanwees, dat die — even als het voorwerp uit Sumatra — wel degelijk van mamillae *) voorzien is.

Op dezen na, geleek dit exemplaar, wederom evenals het mijne, volkomen op het door SCHIÖDTE beschreven en afgebeeld specimen, in al de typische hoofdkenmerken van kleur, beharing, mandibels, oogenstand, vorm en grootte van den cephalothorax en van het zeer afwijkende smalle sternum, bouw en bekleeding van het achterlijf, plaatsing en gedaante van de long-tracheën en van den anus, betrekkelijke ontwikkeling en lengte der met stijve borstels en doornharen bedekte en met krachtige tarsaalklauwen gewapende pooten, enz. Alleen de *ligchaamslengte*, zonder de pooten, loopt iets of wat uiteen, zijnde die bij het exemplaar van SCHIÖDTE nagenoeg 29, bij dat van CAMBRIDGE 42, bij het mijne ongeveer 32 millimeters. Ook omtrent het geringe onderscheid in vorm en grootte van het *labium*, door CAMBRIDGE opgemerkt, moet ik erkennen, dat dit, bij het mijne, meer overeenkomt met dat van hem, dan met dat

*) Daar ik niet weet, of de benaming "*mammillae*" van CAMBRIDGE juist is, dan die van "*mamillae*", behoud ik vooralsnog de meer algemeen in gebruik zijnde laatste schrijfwijze volgens WESTRING, THORELL en anderen.

van SCHIÖDTE; doch een en ander acht ik voor ons vraagstuk van eene zeer ondergeschikte beteekenis, en even onwezenlijk als het kleine verschil in de betrekkelijk meer voorwaartsche plaatsing van den *anus*, waarop CAMBRIDGE, voor zijn specimen, mede de aandacht vestigt. De vorm van dezen heeft overigens, bij het mijne, eene volmaakte overeenkomst met de naauwkeurige beschrijving daarvan door SCHIÖDTE: „apertura ani transversa, „valvulis corneis rufis; valvula inferior semicircularis”, terwijl de afbeelding van CAMBRIDGE daarvan nog al veel afwijkt.

Wat nu de hoofdzaak, in casu de spintepels, aangeht, zoo passen zoowel de beschrijving als de teekening van den *mammillanus*, door CAMBRIDGE gegeven, nagenoeg geheel op hetgeen ik aan den *Liphistius* uit Sumatra kon waarnemen. Nogtans moet ik daarbij op enkele kleine afwijkingen bij mijn exemplaar wijzen; eerstens, dat zij, even als de tracheaalplaten, hoewel abnormaal (CAMBRIDGE), niet zóó ver naar boven of voorwaarts zijn geplaatst, althans niet „in het midden” van de buikvlakte, maar meer naar achteren zijn gelegen; ten tweede, dat de beide grootste of voorste spintepels niet binnenwaarts gekromd („curved”) zijn, zoo als dit door CAMBRIDGE wordt gezegd en geteekend; en ten derde, dat de kleinste of achterste mamillae betrekkelijk minder sterk ontwikkeld zijn dan bij diens afbeelding daarvan. Maar ook deze geringe wijziging in vorm komt mij niet wezenlijk genoeg voor om daarin, evenmin als in de hiervoren genoemde kleinere verscheidenheden, eenige de minste aanleiding te vinden tot het aannemen van een soortelijk verschil. Niet alleen in deze, maar in vele andere organen, doen zich, ook bij de spinnen — gelijk bij alle andere dieren — soms veel grootere individuele variëteiten voor, dan de hier waargenomene.

Ik aarzel in het minst niet, te verklaren, dat onze Mygalide uit Sumatra gelijk mag worden gesteld met den *L. mammillanus* CAMBRIDGE, terwijl er bij mij een groot vermoeden bestaat, dat beide, op hunne beurt, overeenkomen met den *L. desultor* SCHIÖDTE.

Ten sterkste meen ik het te mogen betwijfelen, dat wij (CAMBRIDGE en ik) hier eene tweede „soort” voor ons hebben. Trouwens heeft CAMBRIDGE zelf, reeds vóór mij, dezen twijfel uit-

gesproken. Hij veronderstelde terstond de mogelijkheid, dat in het origineele Deensche exemplaar de spintepels over het hoofd waren gezien, of op de eene of andere wijze konden zijn vernietigd. Hij deed evenals ik, en schreef aan Prof. THORELL, met verzoek om dienaangaande nader bericht bij SCHIÖDTE te willen inwinnen. Laatstgenoemde evenwel wilde van de eene of andere dezer veronderstellingen niets weten; „de verzamelaar, „dr. VAN TEYLINGEN, was zelf een goed dierkundige en zou „zeker de spin-tepels bij het opzetten niet hebben voorbijgezien”. Deze had den buik van het dier, in het midden, zeer voorzichtig opengesneden en de buikholte geledigd. Daarna was die met watten opgevuld en de spin toen in spiritus bewaard verzonden. SCHIÖDTE verzekerde, bij zijn onderzoek ter gezegder plaatse, waar zich niets dan eene zuivere lijnrechte snede vertoonde, geen het minste verlies van zelfstandigheid te hebben kunnen bespeuren.

Op deze stellige verzekering afgaande, meende CAMBRIDGE nu niet verder te mogen twijfelen en achtte zich daarom, „not „without some reluctance”, genoodzaakt, om het exemplaar uit het Britsch museum als eene „tweede soort” van *Liphistius* te beschrijven.

De hooggeachté geleerde moge het mij ten goede houden, dat ik — op het later, door mij verkregen, standpunt en nu, evenals hij in het bezit van een derde, *ongeschonden* voorwerp — mij verplicht acht, ten dezen, d. i. omtrent zijne laatste gevolgtrekking en besluit, in gevoelen te verschillen.

Wanneer onder drie exemplaren van een en hetzelfde hoogst karakteristieke spinnen-geslacht, uit zeer analoge vindplaatsen in een gelijke hemelstreek, die, in alle andere opzichten, eene volkomen overeenkomst van hoofdkenmerken vertoonen, er twee voorkomen, die, *geenerlei ontleedkundige behandeling ondergaan hebbende*, ten duidelijkste een spintepel-toestel bezitten; wanneer dit bij het derde voorwerp — *waaraan eene anatomische bewerking is verricht*, en deze juist ter plaatse waar zich de spintepels bij de andere exemplaren bevinden — niet aanwezig is; dan is het vermoeden, dat het laatste, zij het dan onwillekeurig en onopgemerkt, *geschonden* is geworden, mijns inziens, allezins gewettigd.

Met OTTO HERMAN, die zelfs zonder nog bekend te zijn met deze bijdrage en zonder bepaalde studie over dit onderwerp te hebben gemaakt, in casu reeds „ein Irrthum” meende te zien *), neem ook ik ten minste hier veel liever eene „dwaling” van SCHIÖDTE aan, dan met CAMBRIDGE, eene „tweede soort” van *Liphistius*.

SCHIÖDTE's vermoedelijke dwaling is trouwens zeer vergefelijk, zoo wegens de beschrevene omstandigheden onder welke hij zijn onderzoek bewerkstelligde en wegens de van het familie-type zoo zeer verschillende plaatsing en bouw der mamillae, als uithoofde der bijkomende tweede merkwaardige afwijking bij onze spin, in hare oogenschijnlijk gearticuleerde structuur van het abdomen. In zijne geheele beschouwing van dit dier, uit het oogpunt der anatomia comparata, heeft dit hem het ontbreken der spinorganen bij eene zóó abnormale arachnoïde minder vreemd kunnen doen schijnen. Dit bleek mij bij de aandachtige lezing van den Deenschen tekst zijner verhandeling, nadat die door den heer C. D'ESTREE JR. te 's Hage, met de meeste bereidwilligheid, voor mij in het Hollandsch was overgebracht.

Als men schrijver's diagnose in haar verband met zijne geleerde bespiegelingen raadpleegt, dan moet erkend worden, niet slechts dat SCHIÖDTE's dwaling hem geenszins mag worden toegerekend, maar ook dat die door zijne voortreffelijke behandeling van het onderwerp geheel op den achtergrond en in de schaduw treedt. Bovendien zou altijd nog bewezen moeten worden, dat wij hier met eenen *error in diagnosi* te doen hebben. Immers is de mogelijkheid niet uitgesloten, dat het individu door SCHIÖDTE beschreven, bij eene *vroegere verwonding*, zijne spintepels verloren had, of wel dat hij eene individueele *monstrositas ex defectu* voor zich heeft gehad. De eerste omstandigheid, verlies van sommige lichaamsdeelen door uitwendige beleediging, komt bij de spinnen, vooral aan de pooten en palpen, menigvuldig voor †). De tweede veronderstelling, omtrent een aangeboren gebrek, is van mindere beteekenis; onder duizenden

*) *Ungarn's Spinnen Fauna*. 1878, II Bd. S. 34.

†) Vergelijk ten dezen het *Naschrift*.

van andere spin-soorten is mij een dergelijk defect nooit voorgekomen.

Hoe dit zijn moge, in mijne overtuiging, dat de tot nu toe bekende specimina van *Liphistius* tot dezelfde soort behooren, sta ik niet alleen, daar THORELL mij onlangs schreef, het insgelijks daarvoor te houden: „que le *Liphistius mammillanus* CAMBRIDGE est probablement identique avec le *desultor* Sch.”.

Bij het aannemen van deze twee als „verschillende” species, schijnt CAMBRIDGE overigens, hoezeer ter loops, ook nog de mogelijkheid te hebben verondersteld, dat de mamillae zijner soort wel eens geene normale of ware spin-tepels zouden kunnen zijn. Misschien zag hij daarin eenige toenadering tot, of verwantschap met den *Liphistius* van SCHIÖDTE „mamillis textoriis nullis”. Beide zouden dan, deze in meerdere, gene in mindere mate, als abnormale, onvolledige of onechte, spinnen mogen worden beschouwd.

Hieromtrent schrijft hij: „whether the organs in the British-Museum specimen are, or not, true spinning-organs seems doubtful, inasmuch as an examination lately made under a microscope bij mr. A. G. BUTLER has failed to reveal any spinning-tubes”.

Ofschoon ik deze uitspraak niet met zekerheid kan wederleggen, dewijl ik het exemplaar der Sumatra-expeditie niet heb willen of durven blootstellen aan belediging door een mikroskopisch onderzoek der daartoe gedeeltelijk weg te nemen spin-tepels, kan ik toch aan de juistheid ook van deze waarneming geen onvoorwaardelijk vertrouwen schenken.

Wel is waar vertoonen de tepels van *Liphistius* een' geheel eigenaardigen bouw, en wijkt, althans het grootste of voorste paar, geheel af van dien bij vele andere Mygaliden; doch dáárin ligt volstrekt geene reden, om tot het bestaan van mamillae spuriae te besluiten; immers is in de uitwendige structuur en vorm der spintepels in het algemeen eene ongemeen groote verscheidenheid op te merken. En wanneer men de vier tusschenliggende kleine bij-tepels of penseelen (de „coluli” van MENGE) uitzondert, kan ik, bij bezichtiging met eene sterke loupe, ten minste in mijn exemplaar, geene aanleiding vinden, om eenen rudimentairen toestand der eigenlijke spin-tepels

aan te nemen; integendeel, schijnen deze mij al de uitwendige kenmerken van echte of ware mamillae te bezitten. Tal dezer organen, bij groote en kleine, in- en uitlandsche spinsoorten, of hunner vergrootte afbeeldingen vergelijkende, ben ik meer geneigd tot de opvatting, dat die van den *Liphistius*, reeds bij geringe vergrootingen, het typische karakter van „ware” spin-tepels wel zoo duidelijk dragen, dan vele anderen, zoo in de concentrische ringen, de behaarde poriën en de papillen bij de grooteren, als in de drie geledingen met ligt omgebogen eindlid — dat aan de staartvormige kromming van de lange mamillae der gewone *Mygale*-soorten herinnert — bij de kleineren.

Fig. 1.



Fig. 2.

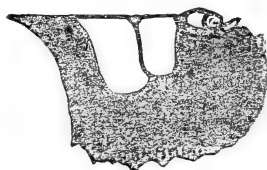


Fig. 3.

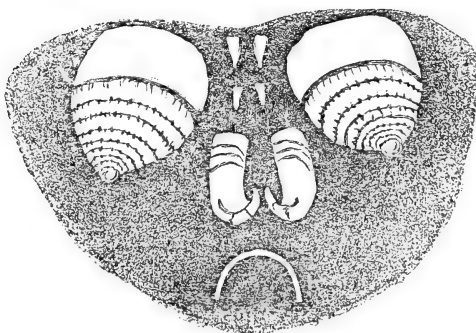


Fig. 1. Buikvlakte; voor de plaatsing der spin-tepels.

Fig. 2. Abdomen, omgekeerd in profiel; voor de plaatsing en den afstand der spin-tepels van den anus; even als Fig. 1 iets vergroot.

Fig. 3. Spin-tepels en anus; veel vergroot.

In de veronderstelling nu, dat de drie bekende *Liphistii* allen spintepels bezitten, kunnen ten slotte hier de volgende vragen

worden gesteld, wier oplossing ik overigens geheel aan meer bevoegde araneologen overlaat.

Kan deze geslachts-naam blijven?

De Grieksche afleiding schijnt mij wel eenig bezwaar daartegen op te leveren, als wijzende deze juist het ontbreken dier organen aan.

Kan de soort-naam „mammillanus” behouden worden?

Wanneer beide *Liphistii* van spintepels (het zij dan verae of spuriae) voorzien zijn, ligt in het geven dier benaming aan één van hen, dunkt mij, eene contradictio in terminis.

Moet ook de afdeeling *Liphistoidae* (sine mamillis), als onderfamilie der *Mygalidae*, niet mede vervallen?

Immers de in elk geval hoogst twijfelachtige *Liphistius* van SCHIÖDTE is daarvan nog altijd de eenige representant.

Zou dit genus niet gevoegelijk kunnen worden opgenomen in de verwante afdeeling *Atypinae* der *Theraphosoidae* (cum mamillis)?

Gelijk de type *Atypus* daarvan, is ook *Liphistius* zeer „atypisch”, zij het dan niet wegens de afwezigheid van spinorganen, dan toch zeker wegens de uiterst vreemde rugge-schilden. En ook bij den *Atypus* wordt eene eigenaardige chitine-plaat op den rug van het achterlijf aangetroffen.

Is het, eindelijk, na de ontdekking van CAMBRIDGE, thans door mij gestaaft, nog gewettigd, in dit spinnengeslacht eenen *overgangs-vorm* te zien? Is dan ook de soortnaam van SCHIÖDTE „desultor” wel juist?

Dat door de zoölogen bij de eerste bekendmaking van een spinachtig dier *zonder* spintepels en *met* oogenschijnlijke abdominaal geleedingen, aan een tusschen-toestand tusschen Araneïden, Scorpioniden en Phrynoïden of Thelyphoniden werd gedacht, lag wel voor de hand. Bestaat daarvoor nu nog een voldoende grond? Het eerste karakter schijnt te moeten wegvallen, en wat het tweede, den rug, betreft, dit is wel eenigzins gelijkvormig met, maar geenzins gelijk aan de ringvormige, ook de buikvlakte innemende, segmentatie der Scorpioniden, enz. Doch dit gewichtige vraagstuk zal door de volgelingen van DARWIN en HAECKEL voorzeker niet onbeantwoord worden gelaten. Wellicht zullen wij het antwoord daarop, met nadere toelich-

tingen, eerlang wel van THORELL zelve kunnen vernemen. Misschien toch bevinden zich in de spinnen-collectie van den wereldvermaarden reiziger BECCARI, door dezen voor eenigen tijd uit Sumatra naar Italië overgebracht, en door THORELL voor het Museum te Genua te bewerken, meerdere *Liphistius*-exemplaren. Het met verlangen te gemoet gezien Derde Deel van diens klassieke „*Studi sui Ragni Malesi e Papuan*” zou daardoor gewis eene nog hoogere waarde, ook voor de algemeene en vergelijkende zoölogie, verkrijgen.

N A S C H R I F T

OVER DEN

ANETES COELETRON MENGE.

Een jaar na de ontdekking van den *Liphistius*, is er nog eens sprake geweest van eene „spin zonder spin-tepels”. 't Gold de bovengenoemde, wier Grieksche geslachtsnaam opnieuw deze kwalificatie in zich sloot. De Hoogleraar MENGE had gelukkige vondst gedaan.

In het *Verzeichniss Danziger Spinnen*, in *Neueste Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig*, 1850, gaf hij daarvan, in Band 4, S. 71, eene voorloopige, korte diagnose, die, naar mijn weten, later niet werd aangevuld!

Deze betrof, in tegenstelling met de vorige spin, slechts één, zeer klein, spinnenwifje, van 4 à 5 millimeters, maar, met het oog op het hier behandelde vraagstuk, van nog wel zoo groot belang, daar het niet alleen verstoken was van mamillae, maar ook van de tarsaal-klaauwen, welke laatste, bij wijze van haakpen en kam, anders bij het weven van het spinsel worden gebezigd.

Ofschoon het diertje den oogenstand der *Epeirae* vertoonde, bleef, van den beginne af, onzekerheid bestaan, of de *Anetes* tot de Epeiroïdae, dan wel tot de Thomisoidae behoorde.

Eerst vijf en twintig jaren daarna is dit een en ander gebleken ten eenenmale op een misverstand, of liever op eene waarnemings-fout, te berusten!

Prof. THORELL, die er in zijne algemeen beroemde *European Spiders*, 1870, pag. 175 en 186, aanteekening van had gehouden, gaf daarover later, in eene noot op zijne *Descriptions of several European and North-African Spiders*, 1875, pag. 6, de volgende rectificatie:

„Prof. MENGE has lately informed me, that his description „of *Anetes coeletron* doubtless is found on a young specimen „of an *Epeira*, probably *E. sollers* — eene gewone Euro-peesche, ook bij ons te lande voorkomende, soort — which „by some accident had lost its tarsal claws and mamillae”.

Mijn jeugdige studie-vriend, Dr. PH. BERKKAU van Bonn, lichtte dit „accident”, in zijn talentvol *Versuch einer natürlichen Anordnung der Spinnen*, 1878, S. 379, eenigzins nader toe, in deze bewoordingen:

„Wie mir nun MENGE, auf eine Anfrage, gütigst mittheilte, „ist *Anetes* eine Epeiride, die beim herbstlichen Laubkehren „gefangen wurde und, „wahrscheinlich” durch Hin- und Her-„stossen mit dem Rechen, ihre *Krallen* verloren habe”. In eene mij onlangs gedane schriftelijke mededeeling, noemt BERKKAU niet alleen de „Krallen”, maar ook de „*Spinnwarzen*” als volgens MENGE bij dezelfde gelegenheid te loor gegaan!

Dat deze kleine organen bij een zoo teeder spinnetje door eene „hark” zoude *kunnen* worden verwijderd, met behoud van het diertje zelf, komt mij echter niet „wahrscheinlich” voor.

Dergelijke, men zou mogen zeggen, onrijpe „waarnemingen”, en deze nog wel op één, niet eens volwassen, voorwerp gedaan, zijn inderdaad bepaalde cruces voor de systematici. Het is dan ook zeker alleen aan het hooge gezag van MENGE in de araneologie toe te schrijven, dat zelfs nu nog Graf E. KEYSERLING, in zijne *Spinnen Amerika's*, 1880, S. 2, polemiseeren kan tegen de plaatsing van *Anetes*, door THORELL, in de Familie der Laterigradae, en dezen, naar ik tot mijne bevreemding lees, ook thans nog „eine merkwürdige Spinne” blijft noemen!

Het is met de woorden van den Hongaarschen araneoloog

HERMAN, die, *libro supra cit.* p. 34, reeds voor twee jaren, zij het dan ook ter loops, er op heeft gewezen, hoe, „hier ein defectes Exemplar die Merkwürdigkeit hat geliefert”, dat ik meen deze bijdrage te mogen besluiten:

„Das eindringliche Studium der Lebensweise hat mich zu „der Ueberzeugung geführt, dass man sich eine Spinne ohne „Spinn- und Web-organen gar nicht denken kann”.

's Gravenhage, den 31^{sten} Januarij, 1880.

DE BETREKKING

TUSSCHEN

SPANNING, VOLUMEN EN TEMPERATUUR BIJ DISSOCIATIE.

DOOR

J. D. VAN DER WAALS.

§ 1. De dissociatie, in meest algemeenen zin opgevat, omvat tal van verschijnselen, zoowel op fysisch als op chemisch gebied. Op chemisch gebied betreft het steeds een andere groepeerling der atomen tot minder samengestelde molekulen; op fysisch gebied een andere groepeerling der molekulen, een overgang in een anderen aggregaatstoestand. Het zou hieruit schijnen te volgen, dat die verschijnselen streng uit elkander te houden zijn en dat andere wetten te verwachten zijn, hetzij men te doen heeft met wat gewoonlijk dissociatie genoemd wordt, hetzij met die fysische veranderingen, die er gewoonlijk niet toe gerekend worden, maar die ik volgens bovenstaande definitie zou wenschen er onder begrepen te zien. Uit het volgende zal echter blijken, dat al mocht er een grens zijn aan te wijzen, waardoor in alle gevallen scheiding werd aangegeven tusschen de chemische en fysische verschijnselen der dissociatie, het mogelijk is, ze door de mechanische warmte-theorie uit één oogpunt te beschouwen, en dat soortgelijke wetten voor beiden gevonden worden.

§ 2. Tot opsporing van de wet, die het verband aangeeft tusschen spanning, volumen en temperatuur eener in dissociatie verkeerende stof, en die de verhouding, waarin de afzonderlijke bestanddeelen in het heterogene mengsel voorkomen, doet vinden, kunnen twee wegen ingeslagen worden. De eene weg, die de wetten der mechanische warmte-theorie volgt, en die,

daar hij op vasten grondslag rust, tot een zekere uitkomst leidt; maar deze weg heeft tot schaduwzijde, dat hij gewoonlijk in het onzekere laat omtrent het mechanisme, waardoor het verschijnsel wordt voortgebracht. De andere weg, de beschouwingen der kinetische molekuul-theorie volgende, tracht bovenal het mechanisme te doen inzien; dien weg gaande, heeft men dus een veel hooger doel voor oogen. Maar daar die theorie zelve nog tal van niet opgeloste moeielijkheden aanbiedt, loopt men gevaar, een mechanisme te onderstellen, dat niet juist is. — Beide wegen zijn ingeslagen. De laatste, de moeielijkste weg, het eerst. Reeds sedert langeren tijd is onder de scheikundigen een theorie der dissociatie-verschijnselen gangbaar, die onmiddellijk in de taal der kinetische theorie kan omgezet worden, en die, wat de verhouding tusschen de afzonderlijke bestanddeelen van het mengsel betreft bij gelijke temperatuur maar afwisselend volumen, op zoo eenvoudigen grondslag rust, dat zij het kenmerk van waarheid in zich mededraagt. Maar de invloed der temperatuur is zij niet bij machte te bepalen. De poging, door HORSTMANN (*Berliner-Berichte* 1868 pag. 210) daartoe aangewend, berust op onvoldoende grondslagen.

De eerste weg is met uitstekend gevolg, ten minste wat mengsels van gassen betreft, ingeslagen door WILLARD GIBBS. In zijn belangrijk geschrift „On the equilibrium of heterogeneous Substances” (*Trans. Connecticut Acad.* Vol. III, Part. I enz.), leidt hij een formule af, die wij straks zullen terugvinden, en waardoor bij gasvormige dissociërende mengsels met denzelfden graad van benadering de betrekking tusschen spanning, volumen en temperatuur wordt aangegeven, als waarmede de wetten van BOYLE en GAY-LUSSAC gelden.

§ 3. Die formule, welke hij later nog eens mededeelt en aan de proeven toetst (*On Vapor-densities, American Journal of science and arts* Vol. XVIII 1879) berust op een stelling in zijn eerst genoemd geschrift bewezen.

Die stelling luidt aldus „voor het evenwicht van een geïsoleerd stelsel is het noodzakelijk en voldoende, dat bij alle mogelijke veranderingen, waarbij de energie van het stelsel gelijk blijft, de verandering der entropie óf gelijk 0 óf negatief is.” Voor de afleiding van zijne formule moet GIBBS echter nog be-

wijzen, dat bij de dissociatie-verschijnselen de verandering der entropie gelijk 0 is, en aannemen, dat de energie en entropie van een gasmengsel, gelijk is aan de som dierzelfde grootheden voor de afzonderlijke bestanddeelen. Ik heb getracht om, onafhankelijk van de door GIBBS aan al zijn onderzoekingen ten grondslag gelegde stelling, de gezochte betrekking te vinden. Ik werd daar te eer toe gebracht, daar de temperatuur-functie, die in de formule van GIBBS voorkomt, volkomen overeenstemt met de temperatuur-functie, die ik voor de spanning van verzadigden damp in het algemeen had gevonden, en waarvan ik in het voorbeeld van waterdamp de toepassing had gegeven (Over de continuïteit van den gas- en vloeistof-toestand pag. 123).

§ 4. Laat in een volumen = V de eenheid van gewicht van een stof voorhanden zijn. Laat x het gedeelte zijn, dat in gedissociëerden toestand verkeert. Is de stof water, dan stelt x voor de hoeveelheid damp. Is de stof N_2O_4 , dan stelt x voor de hoeveelheid NO_2 . Is de stof koolzure kalk, dan stelt x voor de hoeveelheid koolzuur. Die hoeveelheid x is in den evenwichtstoestand natuurlijk een bepaalde hoeveelheid, geheel afhankelijk van de grootheden, die den toestand der stof bepalen, bijv. T en V . Noemen wij de energie, die de stof bij de gegeven omstandigheden bezit ϵ , dan kan ϵ beschouwd worden als een functie van T , V en x ; maar daar x een functie van V en T is, is zij dus ook geheel bepaald door de waarde van volumen en temperatuur.

De grondvergelijking der mechanische warmtetheorie:

$$dQ = d\epsilon + p dV \dots \dots \dots (1)$$

wordt dan

$$dQ = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T}\right)_{V,x} dT + \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x}\right)_{T,V} dx + \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial V}\right)_{T,x} dV + p dV. (2)$$

en daar

$$dx = \left(\frac{\partial x}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial x}{\partial V}\right)_T dV$$

is, wordt (2)

$$dQ = \left\{ \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_{V,X} + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)_{T,V} \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_V \right\} dT + \\ + \left\{ \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)_{T,V} \left(\frac{\partial x}{\partial V} \right)_T + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial V} \right)_{X,T} + p \right\} dV. \dots \dots (3)$$

In deze vergelijkingen zijn Q , ε , en de uitwendige arbeid in dezelfde eenheid, bijv. de calorische eenheid, uitgedrukt.

Passen wij nu op de vergelijking (3) het kenmerk toe, dat uit $\int_a^a \frac{dQ}{T} = 0$ voortvloeit; dus stellen wij, na ze door T gedeeld te hebben, het partieel-differentiaal quotient van den factor van dT volgens V , gelijk aan dat quotient van den factor van dV naar T , dan volgt na eenige herleidingen

$$T \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_{V,X} - \left[p + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial V} \right)_{T,X} \right] = \\ = - T \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{V,T} \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_V + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)_{V,T} \left(\frac{\partial x}{\partial V} \right)_T \dots \dots (4)$$

In al de gevallen nu, waarin het eerste lid dezer vergelijking $= 0$ is, of bij al die berekeningen, waarbij wij met een benadering tevreden zijn, waarbij het eerste lid $= 0$ kan gesteld worden, geeft het tweede lid $= 0$ een partieele differentiaal-vergelijking, die x als een functie van V en T doet kennen, en dus:

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{V,T} \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)_{T,V} \left(\frac{\partial x}{\partial V} \right)_T \dots \dots (5)$$

§ 5. Om er over te kunnen oordeelen of het eerste lid der vergelijking (4) gelijk 0 is, moeten wij in aanmerking nemen, dat dit het geval is voor een homogene stof, die het geheele volumen V zou vullen; ook voor een mengsel, waarvan de bestanddeelen het geheele volumen vullen, en waarvan de samenstelling niet zou veranderen bij de verandering, die wij óf volumen óf temperatuur zouden doen ondergaan. Immers, in dat

geval is x standvastig, en is dus het tweede lid, en bijgevolg ook het eerste lid, gelijk nul; trouwens, in die gevallen is die betrekking sinds lang bekend. Bij dissociatie, als de bestanddeelen het geheele volumen vullen, is nu wel een der voorwaarden vervuld; maar daar bij de veranderingen, die wij volumen of temperatuur doen ondergaan, ook de waarde van x verandert, zou men twijfel kunnen koesteren omtrent het gelijk nul zijn van het eerste lid der vergelijking (4).

De waarde $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,X}$ en $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial V}\right)_{X,T}$ betreffen echter alleen de veranderingen in de onderstelling dat X standvastig blijft; en dan hebben die grootheden dus een waarde, die onafhankelijk is van de mogelijke of zelfs noodzakelijke verandering van x . Hieruit volgt dus, als bij een dissocierende stof elk der bestanddeelen het geheele volumen vult:

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,X} - \left[p + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial V}\right)_{X,T} \right] = 0 \dots \dots (5)$$

In gevallen, waarin niet elk der bestanddeelen het geheele volumen vult, zooals bij een volumen, waarin een vloeistof of een vast lichaam met afgegeven damp of uitgezonden gas aanwezig is, zal de vergelijking (5) wel niet streng vervuld zijn. Maar in die gevallen zal bij gelijke waarde van x en T een verandering van het totale volumen op de vloeistof of op het vaste lichaam slechts een onbeteekenenden invloed hebben. Zoo zal, als in een ruimte vloeistof en damp aanwezig is, en als door een of ander middel de verdamping belet wordt, ofschoon bij standvastige temperatuur het volumen vergroot wordt, de verminderde spanning het volumen van het vloeistofgedeelte niet merkbaar veranderen en dus ook de verandering der energie der vloeistof verwaarloosd kunnen worden. De geheele verandering dV kan dan gelijk gesteld worden aan de verandering van het volumen, dat het dampvormig gedeelte inneemt, en dan geldt dus de betrekking (6).

§ 6. Een der eenvoudigste voorbeelden van dissociatie zullen wij behandelen tot opheldering van de verkregen formule (5).

Stellen wij een stof, waarbij partieel splitsing der molekulen

in twee molekulen plaats grijpt, bijv. N_2O_4 , waarbij zij steeds uiteenvallen tot NO_2 voorkomt. Zij, zooals hierboven, $1-x$ KG, N_2O_4 en x KG, NO_2 in het mengsel voorhanden, bij de temperatuur T in het volumen V . Het aantal molekulen der beide bestanddeelen staat tot elkander als $(1-x) : 2x$. En dus ook de partiële drukking door elk der bestanddeelen uitgeoefend p_1 en p_2 heeft dezelfde verhouding. Bijgevolg

$$\frac{p_1}{1-x} = \frac{p_2}{2x} = \frac{p_1 + p_2}{1+x}.$$

Nemen wij de juistheid van de wet van DALTON voor gasmengsels aan, dan is $p_1 + p_2 = p$ de gezamenlijke drukking. Dat die wet niet volkomen juist is, erkent iedereen; maar daar het nog niet gevonden is, hoe de constanten, die in de formule voorkomen, welke de betrekking tusschen druk, volumen en temperatuur bij een onveranderlijk samengesteld mengsel aangeeft, afhangen van de verhouding, waarin die bestanddeelen aanwezig zijn, moeten wij ons met deze benadering vergenoegen.

Wij hebben dan

$$p_1 = p \frac{1-x}{1+x} \quad \text{en} \quad p_2 = p \frac{2x}{1+x},$$

Onderstellen wij nu ook de juistheid der wet van BOYLE en GAY-LUSSAC, dan is

$$p_1 V = (1-x) R_1 T,$$

als R_1 de waarde is, welke die grootheid voor een KG, N_2O_4 moet hebben. Evenzoo hebben wij

$$p_2 V = x \cdot R_2 T,$$

als R_2 die zelfde grootheid voor 1 KG, NO_2 voorstelt, welke tweemaal zoo groot is als R_1 . Het product pV vinden wij dan gelijk aan

$$(1+x) R_1 T,$$

of

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{V,T} = \frac{R_1 T}{V} \dots \dots \dots (6)$$

Nemen wij ook voor een gasmengsel de formule aan,

$$\left(p + \frac{a_x}{V^2}\right) (V - b_x) = (1 + x) R_1 T \dots (7)$$

dan vinden wij, daar a_x en b_x van x afhangen

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{V,T} = \frac{R_1 T + \left(p + \frac{a_x}{V^2}\right) \frac{\partial b_x}{\partial x}}{V - b_x} - \frac{\partial a_x}{V^2} \dots (8)$$

Ingeval nu beide gassen niet veel in hun afwijking van de wetten van BOYLE en GAY-LUSSAC verschillen, vindt men nagenoeg

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{V,T} = \frac{R_1 T}{V - b}$$

en dus in de meeste gevallen, tenzij het volumen zeer klein genomen werd, geeft

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{V,T} = \frac{R_1 T}{V}$$

een genoegzamen graad van benadering. Formule (6) toont ons echter, dat er 3 redenen van fout zijn, die in denzelfden zin werken. Daar $\frac{\partial b_x}{\partial x} > 0$ zal zijn, en $\frac{\partial a_x}{\partial x} < 0$, en er in den noemer $V - b_x$ in plaats van V staat, strekken zij allen om $\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{V,T}$ in werkelijkheid grooter te doen zijn dan de formule (6) uitdrukt.

De formule (7) kan strekken om door een voorbeeld te doen zien, dat de formule (5) bij een gasmengsel van veranderlijke samenstelling vervuld wordt. Immers

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,x} = \frac{(1 + x) R_1 T}{V - b_x} = p + \frac{a_x}{V^2},$$

en $\frac{a_x}{V^2}$ stelt ook voor de waarde van $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial V}\right)_{x,T}$.

§ 7. Vóór wij de vergelijking:

$$T \left(\frac{\partial \nu}{\partial x} \right)_{V, T} \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right)_{T, V} \left(\frac{\partial x}{\partial V} \right)_T$$

integreeren kunnen, moeten wij ook nog $\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right)_{T, V}$ kennen.

Wij moeten dus bepalen, hoeveel de energie toeneemt, als bij hetzelfde volumen en dezelfde temperatuur een zeker aantal molekulen zich splitst. Mochten wij die molekulen als alleen in het volumen voorhanden beschouwen, dan is de grootheid $\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right)_{V, T}$ niet moeielijk te bepalen. Dan is de energie der molekulen $N_2 O_4$, per eenheid van gewicht, gelijk aan

$$\int_0^T c_v dT + E_1,$$

en der molekulen NO_2 gelijk aan

$$\int_0^T c_v dT + E_2,$$

en dus

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right)_{V, T} = \int (c_v - C_v) dT + (E_2 - E_1).$$

De onderstelling, dat zij alleen in het volumen voorkomen, geeft bij niet klein volumen een geringe onnauwkeurigheid. Immers, de molekulen van een gas hebben, doordat zij niet op oneindigen afstand van de anderen zich bevinden, energie verloren. En voor de molekulen, die zich splitsen, zal die hoeveelheid vóór en na de splitsing wel niet even groot zijn; maar is dat bedrag op zichzelf reeds gering, het verschil zullen wij hier te eer mogen verwaarloozen. Vergelijking (5) wordt dan

$$\frac{R_1 T^2}{V} \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_V = \left\{ \int (c_v - C_v) dT + (E_2 - E_1) \right\} \left(\frac{\partial x}{\partial V} \right)_T \dots (9)$$

§ 8. Vergelijking (9) kan aldus geïntegreerd worden. Substituëeren wij in :

$$dx = \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial x}{\partial V} \right)_T dV,$$

voor $\left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_V$ de waarde uit (9) af te leiden, dan vinden wij :

$$dx = \frac{V}{R_1} \left(\frac{\partial x}{\partial V} \right)_T \left\{ \frac{\int (c_v - C_v) dT + (E_2 - E_1)}{T^2} dT + \frac{R_1}{V} dV \right\}$$

en hieruit blijkt, dat x een functie moet zijn van de uitdrukking :

$$K + \int dT \frac{\int (c_v - C_v) dT + (E_2 - E_1)}{T^2} + R_1 \log_n V.$$

Zijn c_v en C_v standvastig, dan wordt dus

$$x = F \left\{ K - \frac{E_2 - E_1}{T} + (c_v - C_v) \log_n T + R_1 \log_n V \right\} \dots (10)$$

Deze vergelijking veroorlooft ons reeds, zonder dat wij de bijzondere gedaante van F behoeven te kennen, de betrekking te vinden, die tusschen V en T moet bestaan, om de stof denzelfden graad van dissociatie te doen behouden. Die betrekking kan onder de volgende gedaante gebracht worden :

$$T \left(\frac{c_v}{C_v} - 1 \right) V \left(\frac{C_p}{C_v} - 1 \right) = K_1 e^{\frac{E_2 - E_1}{C_v T}}, \dots (11)$$

Schrijven wij $\frac{c_v}{C_v} = \lambda$, $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ en $\frac{E_2 - E_1}{C_v} = \mu$, dan wordt zij

$$T^{\lambda-1} V^{\gamma-1} = K_1 e^{\frac{\mu}{T}}$$

§ 9. Om tot de kennis van de gedaante van F te geraken, schrijven wij eerst (10) liever omgekeerd en dus

$$K - \frac{E_2 - E_1}{T} + (c_v - C_v) \log_n T + R_1 \log_n V = \varphi(x),$$

en merken op, dat $\varphi(x) - R_1 \log_n V$ slechts een temperatuursfunctie is. Dus moet $\varphi(x) - R_1 \log_n V = K_2$ de wet zijn, die bij standvastige temperatuur het verband aangeeft tusschen het volumen en den graad van dissociatie. Die wet kan echter, zooals wij hiervoor in § 2 opmerkten, licht gevonden worden. Wij hebben dan slechts een vergelijking op te stellen, waarin in het eene lid voorkomt het aantal malen, dat in de tijdseenheid een molekuul N_2O_4 zich splitsen zal, en in het andere lid het aantal malen, dat twee molekulen NO_2 zich vereenigen zullen. De kans, dat van de molekulen N_2O_4 zich in de tijdseenheid er een splitse, is evenredig aan het aantal ongesplitste molekulen en evenredig aan zekere functie der temperatuur, en kan dus voorgesteld worden door:

$$(1 - x) \psi(T).$$

De kans, dat twee molekulen NO_2 zich vereenigen, is evenredig aan het aantal botsingen van zulke molekulen onderling en aan een tweede functie der temperatuur. Stelt n het aantal molekulen in de eenheid van volumen voor, dan is het aantal botsingen in de eenheid van volumen evenredig aan n^2 , en daar het aantal in het volumen V voorhanden molekulen NO_2 door $2x$ kan voorgesteld worden, is dus het aantal botsingen in de eenheid van volumen evenredig aan $\frac{4x^2}{V^2}$ en dus in het volumen V evenredig aan $\frac{4x^2}{V}$. Wij vinden dus:

$$(1 - x) \psi(T) = \frac{4x^2}{V} \zeta(T) \dots \dots \dots (13)$$

of

$$\frac{4x^2}{(1 - x)V} = \frac{\psi(T)}{\zeta(T)} \dots \dots \dots (14)$$

en

$$R_1 \log_n \frac{4x^2}{(1-x)V} = R_1 \log_n \frac{\psi(T)}{\zeta(T)} \dots (15)$$

Door vergelijking met $\varphi(x) - R_1 \log_n V = K_2$, vinden wij

$$\varphi(x) = R_1 \log_n \frac{4x^2}{1-x}$$

of

$$R_1 \log_n \frac{4x^2}{(1-x)V} = K' - \frac{E_2 - E_1}{T} + (c_v - C_v) \log_n T \dots (16)$$

Deze vergelijking is geheel gelijk aan die, welke GIBBS uit zijne stelling heeft afgeleid, ook in de onderstelling, dat de afwijkingen door molekulaair volumen en molekulare aantrekking teweeggebracht, kunnen verwaarloosd worden.

§ 10. Om deze formule te vergelijken met een door GULDBERG en WAAGE voor hetzelfde verschijnsel gegeven (*Journal für practische Chemie* 1879., zullen wij de partieele drukking der bestanddeelen invoeren. Daar volgens § 6

$$p_1 = p \frac{1-x}{1+x} \quad \text{en} \quad p_2 = p \frac{2x}{1+x}$$

is, vinden wij:

$$\frac{4x^2}{(1-x)V} = \frac{p_2^2}{p p_1 V} (1+x)$$

en $pV = R_1 T(1+x)$ stellende

$$R_1 \log_n \frac{p_2^2}{p_1} = K_3 - \frac{E_2 - E_1}{T} + (c_v - C_v + R_1) \log_n T \dots (17)$$

of korter

$$\frac{p_2^2}{p_1} = \psi(T) \dots (18)$$

De vergelijking van GULDBERG en WAAGE heeft den vorm:

$$p_2^2 = \psi(T) \cdot \{p_1 + \varphi(T)\} \dots (19)$$

Hier zijn $\psi(T)$ en $\varphi(T)$ onbekende functiën van de temperatuur; maar men ziet, dat alleen door $\varphi(T)$ gelijk nul te nemen, beide formules met elkander in overeenstemming kunnen gebracht worden.

Ofschoon dan ook de wijze, waarop ik in § 9 tot de kennis van de gedaante van $\varphi(x)$ gekomen ben, in hoofdzaak de theorie is, door GULDBERG en WAAGE voorgestaan, maar overgebracht in de taal der kinetische theorie, is er toch ook een verschil op te merken.

Volgens GULDBERG en WAAGE is er bij elke temperatuur een zoodanige grootte aan het volumen te geven, dat de geheele stof in dissociatie verkeert. In de theorie, zooals die hier ontwikkeld is, geschiedt dit eerst bij oneindig groot volumen. Nu is het, dunkt mij, moeielijk in te zien, hoe bij een temperatuur, waarbij samengestelde molekulen bestaan kunnen, en dus waarbij er kans van vereeniging aanwezig is, een evenwichtsstand mogelijk is, bij welke geen enkel molekuul zich vereenigd heeft. Men zoeke geen analogie bij verdamping. Daar is ook wel bij een temperatuur, waarbij water bestaan kan, in genoegzaam groot volumen slechts damp aanwezig; maar ondanks al de overeenkomst, die er tusschen die twee verschijnselen is, is er genoeg verschil om dit bij waterdamp mogelijk, en bij de besproken dissociatie onmogelijk te verklaren. Uit een rechtstreeksche behandeling der verdamping zal dit blijken. Nu alleen deze aanwijzing. Bij de dampen hebben wij de tegen elkander opwegende verdamping van voorhanden water, en terugkeer van damp op voorhanden water. Is er onverzadigde damp, dan is ook de oorzaak van verlies van dampmolekulen weggenomen. Bij de besproken dissociatie daarentegen blijft de oorzaak van verlies, n. l. het in elkanders nabijheid komen van molekulen NO_2 , steeds bestaan. Misschien heeft men bezwaar tegen de onderstelling, dat een botsing noodig is voor de vereeniging, en meent men, dat niet bepaald in aanraking komen noodig is, opdat de attractie, die vereeniging bewerkt, zich doe gevoelen. Maar dit zou alleen hierop nederkomen, dat men de molekulen een grooter volumen toekende, en dus het aantal malen, dat er vereeniging plaatsgrijpt in zekere standvastige verhouding doen toenemen — behoudens de correctie voor de molekulaire weglengte

van een gas, die van de afmeting volgens de relatieve beweging afhangt, en die ik hier voorloopig verwaarloos.

Afgezien van dit verschil meen ik, dat de voorstelling, die ik hier door de kinetische theorie heb gegeven, van wat bij dissociatie geschiedt, overal tot uitkomsten leidt, overeenkomende met de resultaten uit de door GULDBERG en WAAGE gevolgde wijze van berekening voortvloeiende.

§ 11. Nemen wij de temperatuur constant, dan geeft dus

$$\frac{x^2}{(1-x)V} = \text{Constant}$$

de betrekking aan, die den graad van dissociatie doet vinden als het volumen gegeven is.

Bij een volumen gelijk oneindig, is $x = 1$, of alles is gedissociëerd. Bij een volumen gelijk 0 — dat wil natuurlijk zeggen bij het limietvolumen, waarvoor de stof vatbaar is — is $x = 0$. Deze uitkomsten gelden voor alle temperaturen, waarvoor C een positieve waarde heeft. Bij toenemende temperatuur neemt de waarde van C toe; en dus bij hoogere temperatuur is in hetzelfde volumen een hoogere graad van dissociatie.

Als men x uit de beide vergelijkingen

$$pV = R_1 T(1+x)$$

en

$$\frac{x^2}{(1-x)V} = f(T)$$

elimineert, vindt men de betrekking tusschen spanning, volumen en temperatuur, evenwel slechts bij de reeds vroeger gemaakte onderstelling, dat molekulair volumen en moleculaire attractie verwaarloosd worden.

§ 12. Behandelen wij nu het vraagstuk der verdamping.

In de vergelijking:

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{V,T} \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right)_{T,V} \left(\frac{\partial x}{\partial V} \right)_T$$

wordt $\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{V,T}$ uit de vergelijking $p[V - (1-x)\sigma] = xR_0 T$

gevonden. In deze laatste vergelijking beteekend σ het spec. volumen der vloeistof. Wij vinden dan nagenoeg

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{V, T} = \frac{R_w T}{V - \sigma}.$$

Voor $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right)_{T, V}$ vinden wij als vroeger

$$\int (c_v - C_v) dT + (E_2 - E_1).$$

De oplossing geeft:

$$\varphi(x) = \left\{ K - \frac{E_2 - E_1}{T} - (C_v - c_v) \log_n T + R_w \log_n (V - \sigma) \right\} \dots (20)$$

Om te vinden welke gedaante $\varphi(x)$ moet hebben, gaan wij op soortgelijke wijze als hiervoren te werk. Maar daar niet de botsing van telkens twee molekulen damp water doet ontstaan, maar de botsing van een molekuul op de oppervlakte van reeds gevormd water, hebben wij de vraag te stellen: hoeveel botsingen hebben in de tijdseenheid tegen een bepaald gedeelte der wand plaats? Dat getal is evenredig aan het aantal molekulen, en omgekeerd evenredig aan het volumen en aan zekere functie der temperatuur, en kan dus voorgesteld worden door $\frac{x}{V - \sigma} f(T)$.

Dat aantal moet even groot zijn, als wat door een gelijk deel der oppervlakte vloeistof wordt uitgezonden, en alleen een temperatuur-functie is. Of dus de geheele wand nat is, heeft geen invloed op het resultaat. Was de wand van dien aard, dat de damp hem niet bevochtigt, dan geschieden de botsingen als bij een gas, n. l. dezelfde molekulen, die den wand naderen, keeren ook terug. Is een gedeelte van den wand nat, dan zal van de naderende molekulen een gedeelte opgenomen worden; maar een even groot aantal wordt daarvoor in de plaats uitgezonden. Is de damp eerst onverzadigd, dan kan bij kleiner wordend volumen oververzadiging plaats grijpen. Hier hebben wij slechts den gewonen evenwichtstoestand op het oog.

Daar $\frac{x}{V-\sigma}$ een temperatuurfunctie is, zal (20) dus veranderen in;

$$R_w \log_n \frac{x}{V-\sigma} = K - \frac{E_2 - E_1}{T} - (C_v - c_v) \log_n T \dots (21)$$

Daar bij gelijkblijvende temperatuur x evenredig is aan de beschikbare ruimte, is de densiteit en dus ook de spanning van den damp alleen een temperatuurfunctie.

§ 13. Wij zouden tot dezelfde uitkomst omtrent de dissociatie ook kunnen geraken op een wijze, die zeer nadert tot die, welke GIBBS heeft gevolgd; maar die, daar wij de hierboven genoemde stelling van GIBBS niet noodig hebben, mededeeling verdient. Schrijven wij n. l.:

$$dQ = d\varepsilon + p dv$$

$$T \cdot \frac{dQ}{T} = d\varepsilon + p dv$$

en noemen wij $\frac{dQ}{T}$ de aangroeiing der entropie, en stellen wij die door $d\eta$ voor, dan zien wij in de vergelijking:

$$Td\eta = d\varepsilon + p dv,$$

dat bij standvastig volumen de verhouding tusschen de aangroeiingen van energie en entropie gelijk aan T is.

Nemen wij in aanmerking, dat bij ε en η functiën van T en x zijn, dan krijgen wij de volgende vergelijking:

$$\left\{ \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_{x,v} + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)_{T,v} \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_v \right\} = \\ = T \left\{ \left(\frac{\partial \eta}{\partial T} \right)_{x,v} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{T,v} \left(\frac{\partial x}{\partial T} \right)_v \right\} \dots \dots \dots (22)$$

Daar

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_{x,v} = T \left(\frac{\partial \eta}{\partial T} \right)_{x,v}$$

is, vindt men :

$$T = \frac{\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x}\right)_{T, V}}{\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_{T, V}} \dots \dots \dots (23)$$

Passen wij deze vergelijking op het boven behandelde geval van dissociatie van N_2O_4 toe, dan hebben wij eerst de uitdrukking te zoeken voor $\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_{T, V}$.

Voor 1 KG van het mengsel is (J. W. GIBBS Vapor-densities enz.)

$$\eta = (1-x) \left\{ H_1 + C_v \log_n T - R_1 \log_n \frac{1-x}{V} \right\} + \\ + x \left\{ H_2 + c_v \log_n T - 2 R_1 \log_n \frac{x}{V} \right\} \dots (24)$$

en dus

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)_{T, V} = - \left\{ H_1 + C_v \log_n T - R_1 \log_n \frac{1-x}{V} - R_1 \right\} + \\ + \left\{ H_2 + c_v \log_n T - R_1 \log_n \frac{x^2}{V^2} - 2 R_1 \right\}$$

Door substitutie in (23), vinden wij de vroegere vergelijking terug.

§ 14. Wij zullen nu nog een meer samengesteld geval van dissociatie volgens beide theoriën behandelen om uit de overeenstemming van beider resultaat tot de waarschijnlijke juistheid van den grondslag, waarop zij rusten, te doen besluiten. Nemen wij daartoe de dissociatie van waterdamp tot waterstof en zuurstof. Zij

$(1 - 2x)$ het onveranderde gedeelte, dan is $\frac{2x}{9}$ het gehalte aan waterstof en $\frac{16x}{9}$ het gehalte aan zuurstof. Het aantal moleku-

len staat tot elkander als $(1 - 2x) : 2x : x$. Om uit de bestanddeelen weder waterdamp te vormen, moeten $2x$ molekulen

waterstof en 1 molekuul zuurstof in botsing komen; of, wil men liever, onder elkanders onmiddelijk bereik. Om uit den waterdamp de bestanddeelen te doen ontstaan, moeten 2 molekulen waterdamp met elkander in botsing komen, die zich dan splitsen in 2 molekulen H_2 en 1 molekuul O_2 .

Nu is, bij gegeven temperatuur, het aantal botsingen van 2 molekulen H_2 , in de eenheid van tijd in de eenheid van volumen, evenredig aan $\frac{4x^2}{V^2}$ en de kans, dat een dergelijke combinatie met een molekuul zuurstof in botsing kome, dus gelijk aan

$$\frac{4x^2}{V^2} \cdot \frac{x}{V} \psi(T).$$

Het aantal ontledingen is

$$\frac{(1 - 2x)^2}{V^2} \zeta(T),$$

en dus

$$\frac{x^3}{(1 - 2x)^2 V} = f(T) \dots \dots \dots (25)$$

En deze zelfde betrekking vindt men door toepassing van (23), terwijl de temperatuurfunctie dezelfde gedaante heeft als in de vorige gevallen.

Men ziet uit deze gevallen, dat de temperatuurfunctie een algemeene, maar dat voor de bepaling van de wijze, waarop de graad van dissociatie in de formule voorkomt, de kennis van het proces noodig is, zooals het in het behandelde plaats grijpt. Misschien zijn er gevallen, waarbij het proces eenigszins onzeker is; dan hebben wij in de afleiding der formule, volgens de theorie van GIBBS of volgens formule (23), een kenmerk, waaraan de onderstelling, die men omtrent het proces gevormd had, kan getoetst worden.

§ 15. Een zwaarigheid biedt in dat opzicht het geval aan, waar dissociatie plaats grijpt van een stof, die oorspronkelijk vast is, in bestanddeelen, die gasvormig zijn. Ik zal als voorbeeld dezelfde stof kiezen, die door GULDBERG en WAAGE in hun

vroeger genoemden arbeid als voorbeeld gekozen is, om daarop hun principe van de chemische werking met inachtneming der massa's toe te passen, n. l. de carbaminzure ammoniak, die zich splitst in 1 molekuul koolzuur en 2 molekulen ammonia. Zij komen tot het besluit, dat de spanning in dat geval alleen een temperatuurfunctie is, evenals dat bij de verdamping het geval is. De formule (23) leidt in dat geval tot hetzelfde besluit. Dus als bijv. x voorstelt de hoeveelheid van een der gedissociëerde bestanddeelen, moet $\frac{x}{V}$ een temperatuurfunctie zijn (V de beschikbare ruimte voorstellende).

Stel dat het evenwicht is ingetreden, en dat dan de nog aanwezige vaste stof, voor zoover die dus nog niet gedissociëerd is, wordt afgesloten. Dan zal natuurlijk het evenwicht blijven bestaan. In dat geval heeft men in de nu van de vaste stof afgesloten ruimte een aantal molekulen koolzuur en ammonia, die die wij door x en $2x$ zullen voorstellen. Het aantal malen, dat een combinatie van 1 molekuul koolzuur en 2 molekulen ammonia in de eenheid van volumen voorkomen zal, die tot verbinding overgaat, kan voorgesteld worden door $\frac{x^3}{V^3} \psi(T)$, en in het beschikbaar volumen door $V \frac{x^3}{V^3} \psi(T)$. In den tijd dt wordt dus gevormd een aantal molekulen van de verbinding gelijk aan $dt \cdot V \frac{x^3}{V^3} \psi(T)$, terwijl er omgekeerd geen verbinding nog aangewezen is, die door dissociatie in denzelfden tijd een even groot aantal bestanddeelen terug oplevert, noodig om den stationairen toestand te doen voortduren. Men kan die niet vinden in den pasgevormden voorraad. Van dien zal toch in den tijd dt een hoeveelheid dissociëren, evenredig aan die hoeveelheid en aan een zekere functie van de temperatuur, dus gelijk aan

$$dt \cdot V \frac{x^3}{V^3} \psi(T) \varphi(T).$$

Alleen dus door $\varphi(T) = 1$ te nemen, zou de stationaire toestand behouden kunnen blijven. Maar $\varphi(T) = 1$ te nemen,

staat gelijk met het bestaan der verbinding onmogelijk te verklaren, en dan komt men dus in tegenspraak met het verschijnsel, als er overmaat van verbinding aanwezig is. Wij zijn dus genoodzaakt in dergelijke gevallen aan te nemen, dat behalve de gasvormige bestanddeelen, ook nog in de ruimte de verbinding aanwezig is, bijv. als nevel, of als afzonderlijke molekulen. Die hoeveelheid zal evenredig aan het volumen zijn, maar bij verschillende temperaturen verschillend. De hoeveelheid, die dus in den tijd dt dissociëren zal, kan voorgesteld worden door $V \zeta(T) dt$, en dan geldt de betrekking

$$V \frac{x^3}{V^3} \varphi(T) = V \zeta(T)$$

of

$$\frac{x}{V} = f(T),$$

of de spanning slechts een temperatuursfunctie *).

Ofschoon de wijze, waarop de temperatuursfunctie der dissociatie verkregen is, nog buiten de beschouwingen der kinetische theorie ligt, geloof ik niet, dat tegen een afleiding uit deze theorie groote zwarigheden bestaan. Ik koester de hoop eerlang een proeve van afleiding dezer temperatuursfunctie uit de theorie der moleculaire bewegingen te kunnen geven.

Amsterdam, Januari 1880.

*) Mocht de verbinding alleen in vasten toestand bestaan kunnen, en niet in gasvorm, dan is zulk een geval geheel tot verdamping terug te brengen — een verdamping, waarbij het verdampende molekuul zich tegelijkertijd in eenvoudiger bestanddeelen splitst.

OVER DE METHODE VAN JAMIN

TER BEPALING VAN DE

SAMENDRUKBAARHEID DER VLOEISTOFFEN.

DOOR

R. A. M E E S.



De bepaling van de samendrukbaarheid der vloeistoffen levert zooals bekend is groote moeielijkheden op. Vooreerst wegens de in het algemeen zoo kleine waarde dier samendrukbaarheid. Deze moeielijkheid laat zich echter door het inacht nemen van een zeer groote nauwkeurigheid wel overwinnen. Erger is een tweede bezwaar, hetgeen zich bij die bepaling voordoet. Wanneer men een vloeistof samendrukt, verandert namelijk niet alleen het volumen der vloeistof maar tevens dat van het vat, waarin de vloeistof besloten is. Men moet daarom aan de schijnbare verandering van volumen van de vloeistof een correctie aanbrengeu wegens de verandering van volumen van het vat om tot de ware verandering van volumen der vloeistof te geraken. De juiste waarde dier correctie is nu echter zeer moeielijk experimenteel te bepalen. Bij al de bepalingen, welke vóór het jaar 1868 verricht zijn, heeft men bij de berekening dier aan te brengen correctie zich niet alleen bediend van direct door het experiment verworven data maar tegelijkertijd gebruik gemaakt van veronderstellingen uit de theorie der elasticiteit, waarvan de juistheid aan grooten twijfel onderhevig was, en die dan ook bij de verschillende experimentatoren niet geheel dezelfde waren. Wel is waar zou men theoretisch bij gebruikmaking van de methode, waarvan zich het eerst REGNAULT be-

diend heeft *), tot een juiste waarde dier correctie kunnen komen; maar daartoe zou men van het piëzometervat den vorm en van de stof, waaruit het bestaat, den lineairen samendrukbaarheids-coëfficiënt moeten kennen, en deze beide grootheden laten zich in de meeste gevallen niet met groote juistheid aangeven. Daarenboven zijn de formules, die tot de berekening der correctie uit de experimenteele data moeten dienen, zeer gecompliceerd, en tot een nauwkeurige berekening van de zoo kleine waarde dier correctie niet zeer geschikt.

Het was daarom dat JAMIN, in vereeniging met AMAURY en DESCAMPS, in 1868 met een nieuwe methode te voorschijn trad †), die aan al de bezwaren van de vroegere methoden zou tegemoet komen. Het beginsel dezer methode van JAMIN is zeer eenvoudig. Het bestaat hierin, dat men de verandering van volumen van het vat direct meet. Daartoe stelt JAMIN een piëzometer die het samen te drukken vocht bevat in een gesloten vat met water, hetwelk alleen door een nauwe gecalibreerde buis met de buitenlucht correspondeert. De buis des piëzometers gaat luchtdicht door den wand van het omringende vat, zoodat men op de vloeistof binnen den piëzometer een druk kan uitoefenen, en de schijnbare samendrukking der vloeistof uit het dalen van het niveau der vloeistof in de buis kan afleiden. Door de drukking binnen het piëzometervat zet echter dit vat zich uit en drukt het water in het omhullende vat in de daaraan verbonden buis. De grootte van de verplaatsing van het niveau van het water in die buis is een maat voor de uitzetting van het piëzometervat. Wij hebben de op deze wijze direct gevonden uitzetting van het piëzometervat slechts af te trekken van de waargenomen schijnbare volumenvermindering der vloeistof binnen het piëzometervat om de ware volumenvermindering der vloeistof te verkrijgen.

Daar deze methode geheel onafhankelijk is van eenige hypothese schrijft JAMIN aan haar een zeer groote waarde toe. Ook ik achtte haar én om deze reden én om hare betrek-

*) *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, T. 31, p. 429. 1847.

†) *Comptes rendus*, t. 66, p. 1104. 1868.

kelijke eenvoudigheid verre te verkiezen boven de methode van REGNAULT. Toen ik haar uit JAMIN's *Petit Traité de Physique* *), waar hij er een zeer korte beschrijving van geeft, leerde kennen, besloot ik haar daarom bij een onderzoek hetgeen ik mij had voorgesteld te gebruiken. Ik heb mij dan ook van haar ter bepaling van de samendrukbaarheid van water en van andere stoffen bediend. De uitkomsten door mij bij water verkregen zijn reeds in de *Verlagen en Mededeelingen* dezer Academie gepubliceerd †); de overige door mij verkregen uitkomsten hoop ik spoedig te kunnen publicceeren.

Bij het berekenen en discussiëeren der nog niet gepubliceerde proeven ben ik echter tot de ontdekking gekomen, dat die schijnbaar zoo eenvoudige methode van JAMIN in wezenlijkheid niet zoo eenvoudig is; dat zij niet voortreffelijker is dan de methode van REGNAULT en met deze dezelfde gebreken deelt die wij hierboven met enkele woorden reeds hebben aangeduid.

Bij de methode van JAMIN wordt de drukking alleen aangebracht binnen het piëzometervat; buiten dat vat heerscht voortdurend de atmosferische druk. Gemeten moeten worden de schijnbare samendrukking van de vloeistof en de uitzetting van het *inwendig* volumen van het piëzometervat. In plaats van het laatste meet men echter iets anders, namelijk de uitzetting van het *uitwendig* volumen van het piëzometervat. Reeds vroeger was ik er op bedacht geweest, dat de uitzetting van het *inwendig* en die van het *uitwendig* volumen van het vat niet volkomen gelijk behoeften te zijn, maar het verschil tusschen deze beide uitzettingen kwam mij voor zoo klein te zijn, dat ik het met volkomen gerustheid meende te kunnen verwaarloozen. De berekening heeft mij echter geleerd, dat dit verschil volstrekt niet zoo klein is, dat het verwaarloosd mag worden, en dat de waarden voor de samendrukbaarheid der vloeistoffen volgens de methode van JAMIN verkregen dus alle een correctie behoeven. Die correctie blijkt juist gelijk te zijn aan den samendrukbaarheidscoëfficiënt der vaste stof waaruit het piëzometervat bestaat;

*) p. 42.

†) *Verlagen en Mededeelingen*, Afdeling Natuurkunde, 2e Reeks, Deel 14, p. 108.

hiermede moet de berekende waarde voor den samendrukbaarheids-coëfficiënt der vloeistof vermeerderd worden om de ware waarde te verkrijgen.

Dat dit het geval is blijkt uit het volgende analytische onderzoek naar de bij de methode van JAMIN optredende volumenverandering van het piëzometervat.

WÜLLNER geeft in zijn *Lehrbuch der Experimentalphysik* *) de aan LAMÉ's *Théorie mathématique de l'élasticité des corps solides* ontleende formules ter berekening van de proeven van REGNAULT omtrent de samendrukbaarheid der vloeistoffen. Deze zelfde formules kunnen wij in ons geval toepassen.

Denken wij ons in de eerste plaats een door een bolvormige schaal ingesloten ruimte. De vaste stof, waaruit de schaal bestaat zij homogeen en van constante elasticiteit in alle richtingen. Oorspronkelijk heersche binnen en buiten de atmosferische druk; de straal van het bolvormig inwendig oppervlak der schaal zij R_0 , die van het uitwendig oppervlak R_1 , die van een bolvormig oppervlak in het inwendige der schaal gelegen en concentrisch met binnen- en buitenoppervlak zij R . De drukking binnen de ruimte neme nu toe om P , terwijl buiten de oorspronkelijke drukking blijve heerschen. Daardoor zal het inwendig volumen der schaal toenemen. R_0 zal worden $R_0(1 + \varphi_0)$; maar tevens zullen ook R en R_1 grooter worden, zij gaan over in $R(1 + \varphi)$ en $R_1(1 + \varphi_1)$. De ruimte begrensd door het binnenoppervlak der schaal zij V_0 en neme toe om ΔV_0 , die begrensd door het buitenoppervlak zij V_1 en neme toe om ΔV_1 . Dan is:

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi R_0^3, \quad V_1 = \frac{4}{3} \pi R_1^3,$$

en, zoolang φ een kleine waarde heeft, zoodat men de tweede macht van φ kan verwaarloozen:

$$\Delta V_0 = 3 \varphi_0 V_0, \quad \Delta V_1 = 3 \varphi_1 V_1.$$

De uitdrukking voor φ vindt men bij LAMÉ †). Zij is voor ons geval de volgende:

*) Dritte Auflage, Bd. I, pp. 227—230 in verband met pp. 186—192.

†) LAMÉ, *Théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*, 2e édition, pp. 211—213.

$$\varphi = b + \frac{c}{R^3},$$

waarin :

$$b = \frac{1}{3K + k} \cdot \frac{R_0^3}{R_1^3 - R_0^3} P, \quad c = \frac{1}{2k} \cdot \frac{R_0^3 R_1^3}{R_1^3 - R_0^3} P.$$

K en k zijn twee constanten*), die alleen afhangen van den aard van de stof waaruit de bolvormige schaal bestaat. Noemen wij E den lineairen elasticiteitscoëfficiënt dezer stof, C haar kubieken samendrukbaarheids-coëfficiënt, 2μ de verhouding tusschen de verkleining per éénheid van oppervlak van de dwarse doorsnede eener staaf uit deze stof vervaardigd en de verlen- ging per éénheid van lengte dierzelfde staaf, wanneer zij door krachten, die aan haar uiteinden aangrijpen, wordt uitgerekt. Dan bestaan tusschen K , k , C , E en μ de volgende betrekkingen :

$$K = \frac{\mu E}{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}, \quad k = \frac{E}{1 + \mu},$$

$$C = \frac{3(1 - 2\mu)}{E} = \frac{3}{3K + k}.$$

Uit de voorgaande formules laten zich gemakkelijk de beide volgende afleiden :

$$\frac{\Delta V_1 - \Delta V_0}{P} = \frac{3}{3K + k} V_0 = C V_0 \dots (1)$$

$$\frac{\Delta V_1}{P V_1} = 3 \left\{ \frac{1}{3K + k} + \frac{1}{2k} \right\} \frac{R_0^3}{R_1^3 - R_0^3} = \frac{9}{2} \frac{1 - \mu}{E} \cdot \frac{R_0^3}{R_1^3 - R_0^3} \dots (2)$$

Beschouwen wij in de tweede plaats een ruimte begrensd door een cilinder met halfbolvormige eindvlakken. Zijn

R_0 de straal van het binnenoppervlak des cilinders en der halfbolvormige eindvlakken,

R_1 de straal van het buitenoppervlak van beiden,

*) Bij LAMÉ worden die constanten aangeduid door de letters λ en 2μ .

R de straal van een cilindrisch oppervlak binnen het cilindrische gedeelte van den wand gelegen en coaxiaal met binnen- en buitenoppervlak,

H de hoogte van het cilindrische gedeelte van den wand,

V_0 en V_1 het volumen begrensd door het binnen- en buitenoppervlak der beide halfbolvormige eindvlakken te zamen,

V'_0 en V'_1 het volumen begrensd door het binnen- en buitenoppervlak van het cilindrische gedeelte,

$U_0 = V_0 + V'_0$ en $U_1 = V_1 + V'_1$ de volumina begrensd door de inwendige en uitwendige oppervlakken van den geheelen wand.

Denken wij ons de drukking binnen het vat weder evenals vroeger om P grooter dan daarbuiten, dan zal daardoor eene uitzetting van het vat bewerkt worden.

Voor de uitzetting van de beide halfbolvormige uiteinden te zamen gelden hier weder de formules (1) en (2).

De uitzetting van het cilindrische gedeelte van het vat vinden wij als volgt.

H worde $H(1 + \delta)$, R worde $R(1 + \varphi')$, dan is:

$$V'_0 = \pi R_0^2 H, \quad V'_1 = \pi R_1^2 H,$$

en als wij de tweede machten van δ en φ' verwaarloozen:

$$\Delta V'_0 = V'_0(\delta + 2\varphi'_0), \quad \Delta V'_1 = V'_1(\delta + 2\varphi'_1).$$

De uitdrukkingen voor δ en φ' vindt men bij LAMÉ*). Zij zijn voor ons geval:

$$\varphi' = b' + \frac{c'}{R^2} \quad \text{en} \quad \delta = b',$$

waarin:

$$b' = \frac{1}{3K + k} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} P, \quad c' = \frac{1}{k} \cdot \frac{R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} P.$$

*) LAMÉ, l. c. pp. 188—192.

Uit deze formules laten zich gemakkelijk de beide volgende afleiden:

$$\frac{\Delta V'_1 - \Delta V'_0}{P} = \frac{3}{3K + k} V'_0 = C V'_0 \dots \dots (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V'_1}{P V'_1} &= \left(\frac{3}{3K + k} + \frac{2}{k} \right) \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} = \\ &= \frac{5 - 4\mu}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

Deze vereenigd met (1) en (2) geven ten slotte:

$$\frac{\Delta U_1 - \Delta U_0}{P} = C U_0 \dots \dots \dots (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta U_1}{P} &= \frac{9}{2} \cdot \frac{1 - \mu}{E} \cdot \frac{R_0^3}{R_1^3 - R_0^3} V_1 + \frac{5 - 4\mu}{E} \cdot \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} V'_1 = \\ &= 6\pi \frac{1 - \mu}{E} \cdot \frac{R_0^3 R_1^3}{R_1^3 - R_0^3} + \pi \cdot \frac{5 - 4\mu}{E} \cdot \frac{R_1^2 R_0^2}{R_0^2 - R_1^2} H \dots (6) \end{aligned}$$

De formules (1), (3) en (5) leeren ons, dat bij een bolvormig vat, een cilindrisch vat met platte eindvlakken en een cilindrisch vat met halfbolvormige eindvlakken de ruimte begrensd door het binnenoppervlak van den wand zich minder uitzet dan die begrensd door het buitenoppervlak, en het verschil tusschen deze beide uitzettingen in elk der drie gevallen juist gelijk is aan de volumevermindering welke een massieve kern van hetzelfde volumen als het inwendig volumen van het vat en van dezelfde stof als de wand zou ondergaan, wanneer zij over haar geheele oppervlak werd samengedrukt met een kracht gelijk aan de drukking P *).

*) Nog zij opgemerkt, dat deze uitkomst geheel onafhankelijk is van de dikte van den wand of van het volumen van het vat. Natuurlijk echter slechts zoolang als de verhouding tusschen de wanddikte en den straal van het bolvormige of cilindervormige vat niet beneden een zekere grens daalt; daar anders de door den

Om dat verschil vindt men dus de ware vermindering van volumen der vloeistof bij de methode van JAMIN te klein, wanneer men van de waargenomen schijnbare vermindering van het volumen der vloeistof in het piëzometervat aftrekt de waargenomen uitzetting van het *uitwendig* volumen van het piëzometervat in plaats van die van het *inwendig* volumen van dat vat.

Om C of den kubieken samendrukbaarheids-coëfficiënt van de stof, waaruit het piëzometervat bestaat, wordt dus de door deze methode bepaalde samendrukbaarheids-coëfficiënt der vloeistof te klein gevonden.

Onze formules (2), (4) en (6) geven nu echter het middel aan de hand om uit de waargenomen uitzetting van het buitenoppervlak des piëzometers C te berekenen. Daartoe is het dan echter noodig met groote nauwkeurigheid den vorm en de verschillende afmetingen van het piëzometervat te bepalen. Verder moet men van de stof, waaruit het piëzometervat bestaat, óf E , óf μ kennen. Bovengenoemde formules geven dan μ of E , terwijl daaruit vervolgens C te berekenen is door de formule:

$$C = 3 \frac{1 - 2\mu}{E} *).$$

Vergelijkt men de hierboven gegeven theorie van JAMIN's methode met de theorie van de methode van REGNAULT, zooals die door WÜLLNER ontwikkeld is in zijn *Lehrbuch der Experimentalphysik*, dan ziet men gemakkelijk in, dat beide methoden zeer na aan elkander verwant zijn. JAMIN's methode blijkt dan slechts een wijziging te zijn van die van REGNAULT en met deze alle hieraan verbonden gebreken te deelen. Zoowel bij JAMIN als bij REGNAULT wordt gemeten het verschil tusschen de samendrukbaarheid van de vloeistof en die van de vaste stof, waaruit het

druk veroorzaakte verandering in de lineaire afmetingen van het vat niet meer ten opzichte van deze zeer klein blijft, zooals hier voortdurend verondersteld is.

Ook is verondersteld, dat het vat zich vrijelijk in alle richtingen kan uitzetten. Is dit niet het geval, dan komt men tot een eenigszins andere uitkomst, zooals zich bijv. voor een cilindervormig vat met vlakke onbewegelijke uiteinden gemakkelijk door toepassing der formules van LAMÉ laat aantoonen.

*) Als éénheid van druk wordt hier, even als in het voorafgaande, aangenomen de druk van één kilogram per kwadraatmillimeter.

piëzometervat bestaat; maar terwijl bij JAMIN dit verschil gevonden wordt door de drukking *alleen binnen* den piëzometer te laten werken en dan van de schijnbare vermindering van volumen van de vloeistof binnen den piëzometer de vermeerdering van volumen van het piëzometervat af te trekken, vindt men bij REGNAULT dit verschil terstond uit de schijnbare vermindering van het volumen der vloeistof binnen den piëzometer, wanneer men de drukking *tegelijkertijd buiten en binnen* het piëzometervat laat werken. Terwijl echter bij JAMIN dezelfde proef het middel oplevert om de samendrukbaarheid der vaste stof des piëzometers te berekenen uit de waargenomen vermeerdering van het uitwendig volumen van het piëzometervat, behoeft men daartoe bij REGNAULT nog een afzonderlijke proef, waarbij men de drukking alleen op het *buiten* oppervlak des piëzometers laat werken en de daardoor voortgebrachte vermindering van het inwendig volumen van het piëzometervat waarneemt.

Elk der methoden heeft haar eigenaardige voor- en nadeelen.

De voordeelen van de methode van JAMIN zijn:

1^o. dat men slechts één proef behoeft te doen, terwijl die van REGNAULT er twee vereischt;

2^o. dat het den piëzometer omringende vat eenvoudiger kan zijn dan bij REGNAULT, omdat men daarbij minder te vreezen heeft voor lekken, daar de druk in dit vat nooit stijgt boven den atmospherischen, terwijl hij bij REGNAULT zeer groote waarden verkrijgt;

3^o. dat de buizen en overige toestellen, die den grooten luchtdruk naar den piëzometer leiden, eenvoudiger kunnen zijn dan bij REGNAULT, omdat men den grooten druk slechts binnen en niet zooals bij REGNAULT ook buiten den piëzometer behoeft te laten werken.

Daartegenover staan echter de volgende voordeelen van de methode van REGNAULT:

1^o. men behoeft slechts één glazen buis te calibreeren en niet zooals bij JAMIN twee;

2^o. kleine veranderingen van temperatuur hebben hier iets minder invloed op de resultaten dan bij JAMIN, omdat hier slechts de niveau-veranderingen der vloeistof *binnen* het piëzometervat worden waargenomen;

30. de bepaling van het verschil tusschen de samendrukbaarheid van de vloeistof en die van de vaste stof des piëzometers heeft hier iets nauwkeuriger plaats dan bij JAMIN, omdat het hier *direct* wordt waargenomen, bij JAMIN daarentegen wordt afgeleid uit *twee* aflezingen.

De voordeelen van de beide methoden wegen dus zoo ongeveer tegen elkander op. De methode van JAMIN is wat eenvoudiger, die van REGNAULT wellicht iets nauwkeuriger. Ik zeg wellicht, omdat tegenover de bovengenoemde redenen voor een iets grootere nauwkeurigheid der methode van REGNAULT er andere redenen zijn aan te voeren, die deze nauwkeurigheid misschien weder iets verminderen. Vooreerst toch duren de proeven langer bij REGNAULT dan bij JAMIN en zullen dus kleine temperatuurveranderingen hierom iets meer invloed hebben; ten tweede moet men den druk gedurende geruimen tijd constant kunnen houden, wil men er zeker van zijn, dat hij bij de beide bij elkander behoorende proeven van REGNAULT dezelfde is, terwijl dit bij JAMIN niet noodig is. Ten derde, terwijl de schijnbare samendrukbaarheid der vloeistof zich bij REGNAULT iets nauwkeuriger laat bepalen dan bij JAMIN, zal daarentegen de correctie, die daaraan is aan te brengen om tot de ware samendrukbaarheid te komen bij JAMIN iets nauwkeuriger gevonden worden; omdat bij JAMIN beiden, de schijnbare samendrukbaarheid en de aan te brengen correctie, door dezelfde proef bepaald worden, zoodat kleine onbekende storende invloeden, die voornamelijk op de vloeistof in het den piëzometer omringende vat zullen werken, en waardoor de eene, de schijnbare samendrukbaarheid bijv., te groot of te klein gevonden wordt, de andere, de correctie, juist omgekeerd te klein of te groot doet worden, zoodat in de som van beiden de werking dier onbekende invloeden grootendeels wordt opgeheven. Bij REGNAULT is dit niet het geval, omdat de correctie hier door een afzonderlijke proef moet bepaald worden.

Alles samengenomen geloof ik, dat beide methoden elkander wat de nauwkeurigheid der uitkomsten betreft weinig zullen ontloopen. In eenvoudigheid wint echter de methode van JAMIN het van die van REGNAULT.

Aan de door AMAURY en DESCAMPS volgens de methode van

JAMIN verkregen samendrukbaarheids-coëfficiënten *) moet dus nog de kubieke samendrukbaarheids-coëfficiënt van het glas, waaruit hun piëzometervat bestond, worden toegevoegd.

Voor den samendrukbaarheids-coëfficiënt van gewoon wit glas vond GRASSI †) uit zijn proeven :

$$C = 0,000.001.687,5,$$

WERTHEIM §) leidde uit REGNAULT's proeven de waarde

$$C = 0,000.001.717,3$$

af.

Beiden stelden $\mu = \frac{1}{3}$. Met deze beide waarden van C vindt men, als men den druk van één atmosfeer gelijk aan 1,0333 kilogram per kwadraat-centimeter aanneemt, voor den lineairen elasticiteits-coëfficiënt van glas respectievelijk :

$$E = 6123,3 \quad \text{en} \quad E = 6017,1 ;$$

terwijl WERTHEIM daarvoor uit proeven omtrent de verlenging van een glazen staaf

$$E = 6040$$

gevonden had.

WÜLLNER **) heeft deze laatste waarde van E als de juiste aangenomen voor het glas van den piëzometer van REGNAULT, en daarmede uit REGNAULT's proeven μ en vervolgens C berekend. Hij vindt :

$$\mu = 0,319, \quad C = 0,000.001.85 \text{ ††).$$

*) *Comptes rendus*, t. 68, p. 1564 (1869).

†) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e Série, t. 31, p. 475.

§) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e Série, t. 23, p. 92. WERTHEIM en GRASSI verstaan onder samendrukbaarheids-coëfficiënt van een vaste stof iets anders dan wij. De door hen daarvoor gegeven waarden zijn daarom $\frac{4}{3}$ maal grooter dan de door ons in den tekst daarvoor aangegevene.

**) l. c. p. 192.

††) WÜLLNER geeft hiervoor een andere waarde, omdat de éénheid van druk bij hem een andere is dan bij ons. Wij hebben bij deze getalwaarden den druk van een atmosfeer overal als éénheid van druk aangenomen.

Nemen wij om met de uitkomsten van GRASSI *) vergelijkbare uitkomsten te verkrijgen voor *C* de door dezen gevonden waarde, dan moet deze bij de uitkomsten van AMAURY en DESCAMPS worden opgeteld.

Voor water vonden zij bij 15°:

0,000.045.7;

na aanbrenging der correctie wordt dit

0,000.047.4,

een waarde, die gelegen is tusschen de door GRASSI gevonden waarden:

0,000.047.7 bij 13°,4
0,000.046.3 en 0,000.046 0 bij 18°,0.

Voor kwikzilver vinden AMAURY en DESCAMPS bij 15°:

0,000.001.87

of na aanbrenging der correctie

0,000.003.56

terwijl GRASSI uit REGNAULT's proeven de veel kleinere waarde;

0,000.002.95 bij 0°

afleidt.

Wij vonden †) voor water:

0,000.047.5 bij 11°,3

of na aanbrenging der correctie:

0,000.049.2

welke waarde iets grooter is dan die door GRASSI gevonden.

*) l. c. p. 477.

†) l. c. p. 126.

Omtrent de aan te brengen correctie bestaat echter altijd nog eenige onzekerheid, omdat omtrent de juiste waarde der samendrukbaarheid van glas nog eenige onzekerheid bestaat, en deze waarde voor het door de verschillende onderzoekers gebruikte glas niet volkomen dezelfde behoeft te zijn. Ik denk hierop weldra bij de publicatie mijner onderzoekingen over de samendrukbaarheid van kwikzilver terug te komen.

Groningen, Januari 1880.

V E R S L A G

VAN DE HEEREN

HUGO DE VRIES en M. TREUB.

OVER EENE

VERHANDELING VAN DEN HEER Dr. J. W. MOLL.

Uitgebracht in de Zitting van 27 Maart 1880.

De ondergeteekenden, in de vorige vergadering benoemd om der Afdeeling Natuurkunde van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen van raad en voorlichting te dienen omtrent een voor de *Verslagen en Mededeelingen* aangeboden verhandeling van den Heer J. W. MOLL, getiteld: *Untersuchungen über Tropfenausscheidung und Injection bei Blättern*, hebben de eer hierover het volgende verslag uit te brengen:

Geen deel der plantenphysiologie is zoo rijk aan onderzoekingen, en toch zoo arm aan goed vastgestelde en goed begrepen feiten, als de leer van de beweging van het water in de planten. Sedert de beroemde onderzoekingen van HALES, hebben een groot aantal geleerden zich met de studie dezer verschijnselen bezig gehouden, en toch kon SACHS nog vóór weinige jaren, in de laatste uitgave van zijn *Lehrbuch der Botanik*, met goeden grond zeggen: „Gegenwärtig ist es nicht möglich, die Mechanik dieser Bewegungen im Einzelnen deductiv und befriedigend darzustellen.“ Zóó weinig wist men toen van den onderlingen samenhang en de beteekenis der reeds waargenomen verschijnselen, dat bijv. de genoemde geleerde niet aarzelde als zijne meening uittespreken, dat het geheele verschijnsel der worteldrukking, voor de planten die het vertoonen, „kaum von erheblichen Nützen“ zijn kon!

Het is niet te verwonderen, dat deze stand van zaken in de laatste jaren aan meer dan ééne onderzoeker aanleiding gaf, tijd en krachten aan dit onderwerp te wijden. De rijke literatuur bood een schat van ervaringen, maar velen daaronder berustten op onvolledige, ja niet zelden op onnauwkeurige waarneming. In de eerste plaats was het noodig, de meestal zeer ingewikkelde proeven in hare afzonderlijke factoren te ontleden, en door een grondige studie dezer factoren een basis te winnen voor de beoordeeling van de verschijnselen, zooals zij zich in de natuur aan ons oog voordoen.

In deze richting werden in de beide laatste jaren belangrijke stappen gedaan door de onderzoekingen van SACHS en HÖHNEL. SACHS koos de beweging van het water in het hout tot het onderwerp zijner studiën, HÖHNEL trachtte de beteekenis der met verdunde lucht gevulde ruimten in het hout aan het licht te brengen.

Aan deze studiën sluit zich de verhandeling van den Heer MOLL aan. Deze schrijver koos tot uitgangspunt van zijn onderzoek het verschijnsel, dat onder den naam van *druppelen* bekend is. Sommige planten hebben de eigenschap, in het voorjaar, vóór het uitloopen der bladen, water druppelsgewijze uit wonden te laten stroomen; zij bloeden, gelijk men het noemt. Andere gewassen laten daarentegen gedurende den geheelen zomer, als de omstandigheden slechts gunstig zijn, ook zonder verwonding, water op bepaalde plaatsen ontwijken; dan komen de druppels voornamelijk aan de toppen en langs de randen der bladen voor den dag. Dat de oorzaak van beide verschijnselen gelegen is in de kracht, waarmee de wortels het opgenomen water in de verschillende deelen der plant omhoog persen, wist men; dat het bloeden een noodzakelijk gevolg van deze oorzaak was, sprak van zelf; maar omtrent de beteekenis van het druppelen was tot nu toe niets bekend.

Ten einde nu op de beteekenis van dit verschijnsel licht te kunnen werpen, achtte de Heer MOLL het in de eerste plaats noodzakelijk te onderzoeken, of het druppelen, evenals het bloeden, een noodzakelijk gevolg der worteldrukking, en dus een verschijnsel is, aan alle planten die de laatste bezitten gemeen, dan wel of slechts bepaalde plantensoorten door bi-

zondere inrichtingen tot dit afzonderen van waterdruppels in staat gesteld worden.

De beantwoording van deze vraag neemt het eerste, en tevens het grootste gedeelte der verhandeling in. Een lange reeks van proeven, met meer dan zestig verschillende plantensoorten ondernomen, leidt tot de conclusie, dat van de gestelde alternatieve niet het eerste, maar het tweede lid door de ervaring bevestigd wordt. Slechts bepaalde plantensoorten hebben het vermogen om te druppelen; zij worden daartoe dus door bijzondere inrichtingen in staat gesteld. Planten, die dit vermogen missen, vertoonen een geheel ander, tot nu toe nog niet waargenomen verschijnsel: het water dringt in hare bladen, zoodra het in de vaatbundels onder zekere drukking staat, overal tusschen de cellen uit, en vult zoo de tusschencellige ruimten, die in normalen toestand met lucht gevuld zijn. Deze ontdekking leverde aan den Heer MOLL den sleutel ter verklaring van de beteekenis van het druppelen. Doch vóór wij hem in dit gedeelte zijner studie volgen, is het noodig, de proeven zelve, en de methode volgens welke zij genomen werden, nader te bespreken.

DE BARY had geleerd, dat men het druppelen, ook zonder behulp der worteldrukking, kon te voorschijn roepen, zoo men slechts, door middel van kunstmatige drukking, water in een afgesneden bebladerden tak eener geschikte plantensoort perste. Hij bond daartoe den tak op een U-vormig gebogen buis, vulde deze met water, en goot in den open arm kwik. Deze methode, door DE BARY slechts op een enkele plant: de gewone *Fuchsia*, toegepast, werd door MOLL voor al zijne proeven overgenomen. Daartoe moesten echter eenige verbeteringen aan den toestel worden aangebracht, die deels een grootere zekerheid der resultaten, deels een gemakkelijker gebruik ten doel hadden. Zoo ontstond de toestel van den Heer MOLL, die met eenige bijzonderheden afgebeeld is op de beide platen, die den tekst vergezellen.

Op de beschrijving van den toestel volgt de beschrijving der methode, en een vergelijking van de voordeelen, welke deze boven anderen bezit, en die voornamelijk daarin bestaan, dat het te onderzoeken verschijnsel zooveel mogelijk van andere processen geïsoleerd is, en dat de drukking, waaronder de drup-

pels te voorschijn komen, nauwkeurig kan gemeten worden. De proeven duurden soms weinige minuten, soms verscheidene dagen, al naar gelang van den aard der gebruikte plantensoort en van verschillende andere omstandigheden. De kwikdrukking bedroeg meestal omstreeks 10—20 c.M. Opmerking verdient, dat het niet bij alle planten mogelijk was, door kunstmatige drukking water door de wondvlakte in den tak te persen. Bij een vijftal soorten toch werd de wondvlakte, hetzij door slijm, hetzij door melksap, zoo geheel verstopt, dat het kwik in de stijgbuis langen tijd zijn stand niet of slechts uiterst weinig veranderde. Deze waarnemingen werpen licht op de betekenis van het melksap en het slijm voor het sluiten van wonden en doen ons voor het eerst een bepaalde functie van deze, tot nu toe zoo raadselachtige, stoffen kennen.

Nadat verder nog eenige mogelijke bezwaren weerlegd zijn, gaat de Heer MOLL tot de beschrijving zijner proeven over. Het aantal daarvan bedraagt 84, en allen worden, volgens een aangenomen schema, kort beschreven. Ongetwijfeld verdient de groote zorg, door den Heer MOLL besteed om den experimenteelen grondslag zijner verdere studiën door zulk een aanzienlijk aantal proeven boven allen twijfel te verheffen, en het verschijnsel tevens van alle zijden zoo grondig mogelijk te leeren kennen, allen lof; toch komt het ons voor, dat de schrijver met de uitvoerige beschrijving van een gedeelte zijner proeven had kunnen volstaan.

Het' kan niet in onze bedoeling liggen, een overzicht dezer proeven te geven; liever gaan wij terstond over tot het tweede gedeelte der verhandeling, dat de uitkomsten daarvan bespreekt, en eenige der talrijke vragen, waartoe zij aanleiding gaven, door nieuwe proeven tracht te beantwoorden. Daarbij verkreeg de Heer MOLL de volgende uitkomsten:

Bij planten, die het vermogen missen om uit de bladeren het overtollige water druppelsgewijze af te scheiden, heeft het inpersen van vocht, gelijk wij reeds vermeldden, een injectie der intercellulaire ruimten met water ten gevolge. Zulk een injectie stoort natuurlijk de normale gaswisseling, die de ademhaling en de koolzuurontleding in de cellen der bladen vergezelt, ja zij kan, blijkens de beroemde onderzoekingen van DU-

TROCHET, die zijne plantendeelen door middel der luchtpomp injecteerde, somwijlen den dood ten gevolge hebben. Het is daarom voor planten, voor welke gevaar van injectie door de krachtige werking der worteldrukking bestaat, van groot belang, een middel te bezitten om dit gevaar te voorkomen. Zulk een middel zien wij nu in het vermogen om te druppelen. Dit vermogen berust op de aanwezigheid van plaatsen, die het water uit de vaatbundels gemakkelijk naar buiten laten komen. Deze plaatsen worden door den Heer MOLL met den naam van *Emissariën* bestempeld; men zou ze in onze taal gevoegelijk *doorlaten* kunnen noemen. Dat de aanwezigheid van zulke doorlaten in den regel voldoende is om de injectie te voorkomen, werd op even eenvoudige als overtuigende wijze aangetoond. Verwondt men namelijk bladen, die van nature geen emissariën hebben, en dus door drukking geïnjecteerd zouden worden, zoo ziet men het ingeperste water uit de wonden vloeien en de injectie wegblijven. Het spreekt van zelf, dat slechts bladen, wier wondvlakten niet spoedig bederven, voor deze proef geschikt zijn.

Dat de *emissariën* doorlaten zijn, en geen klieren, bleek uit proeven, waarbij met het water een kleurstof of looizuur werd ingeperst; deze werden spoedig met het water onveranderd doorgelaten.

Belangrijk mogen verder die proeven genoemd worden, waarin oude en jonge bladen derzelfde soort gebruikt werden. Het bleek toch, dat bladen, die in hun jeugd het vermogen om te druppelen bezaten, dit niet zelden op lateren leeftijd verliezen. De Heer MOLL verklaart dit door aan te nemen, dat de emissariën onwerkzaam, wellicht verstopt geworden zijn; naar onze meening ware het wenschelijk geweest, dat de S. meer pogingen in het werk hadde gesteld om dit punt tot voldoende helderheid te brengen.

Eindelijk hebben wij nog een punt te vermelden, waaromtrent wij eveneens een verdere voortzetting van het onderzoek zouden gewenscht hebben. Wij bedoelen den anatomischen bouw der emissariën. Reeds lang wist men, dat sommige planten, op de plaatsen waar druppels uit de bladen plegen voor den dag te komen, bijzondere openingen bezitten, die in haar

bouw met de huidmondjes overeenkomen en den naam kan *waterporiën* dragen. De onderzoekingen van MOLL leerden, dat de aanwezigheid van zulke waterporiën niet, gelijk sommigen meenden, eene conditio sine qua non voor het druppelen is; dit geschiedt integendeel bij vele planten op plaatsen, die zich onder den mikroskoop in geen enkel opzicht van de omliggende deelen der opperhuid onderscheiden, ja die soms zelfs niet eens huidmondjes dragen. Daardoor ontstaat de vraag, door welke eigenschappen de emissariën van andere deelen der opperhuid onderscheiden zijn; gaarne hadden wij gezien, dat de S. deze plekken voor waterlozing, vooral dáár, waar noch waterporiën noch stomata te vinden zijn, nader anatomisch onderzocht had.

Uit het gegeven overzicht blijkt, dat de verhandeling des Heeren MOLL een belangrijke bijdrage tot de leer van de beweging van het water in de planten levert, en niet alleen een reeks van nieuwe feiten vermeldt, maar daarenboven een helder licht werpt op andere tot nu toe onverklaarde verschijnselen; daarbij tevens aanleiding gevende tot het stellen van nieuwe vragen, van welker beantwoording verdere voortgang op dit gebied der plantenphysiologie mag verwacht worden.

Op deze gronden hebben de ondergeteekenden de eer, der Afdeeling voor te stellen, de verhandeling des Heeren MOLL in de *Verlagen en Mededeelingen* op te nemen.

Amsterdam en Voorschoten, Maart 1880.

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER

TROPFENAUSSCHIEDUNG UND INJECTION BEI BLÄTTERN.

VON

Dr. J. W. M O L L.



Zweck der vorliegenden Untersuchung ist die experimentelle Beantwortung der folgenden Fragen: ist die bei manchen Gewächsen beobachtete Tropfenausscheidung der Blätter, in Folge inneren Wasserdruckes, eine den Blättern aller Pflanzen gemeinsame Erscheinung? Oder ist dies nicht der Fall und besitzen somit die zur Tropfenausscheidung fähigen Blätter Eigenthümlichkeiten in ihrem Baue, gewisse zur Entwässerung fähige Organe, die den nicht ausscheidenden Blättern fehlen?

Der grösste Theil der zur Lösung dieser Frage angestellten Versuche wurde gemacht im Botanischen Laboratorium der Universität Utrecht, wesshalb ich mir erlaube, Herrn Prof. Dr. N. W. P. RAUWENHOFF bestens zu danken für die Bereitwilligkeit, mit der er mir den Gebrauch seiner Arbeitsräume und Apparate zugestanden hat.

EINLEITUNG.

Wenn die Luft feucht und die Transpiration der Pflanzen dementsprechend gehemmt ist, während zugleich den Wurzeln ein reichlicher Wasservorrath zu Gebot steht, so kommt es oft vor, dass die Blätter verschiedener Gewächse Wassertropfen ausscheiden. Die genannten Bedingungen treffen zumal Abends,

Nachts und Morgens früh zusammen, und wirklich kann man zu diesen Tageszeiten die Tropfenausscheidung der Blätter im Freien, wie in Gewächshäusern öfters beobachten.

Gewöhnlich erscheinen die Tropfen an der Spitze des Blattes und an seinen Rändern, wie ein jeder es wohl bei Gräsern beobachtet hat; oft auch, wenn der Blattrand gesägt oder anderswie eingeschnitten ist, sieht man das Wasser aus den Zähnen hervortreten.

Bei einigen Pflanzen ist diese Ausscheidung, unter günstigen Umständen überaus reichlich. Bekannt ist in dieser Beziehung *Calla aethiopica* und ferner zumal auch *Colocasia antiquorum* *). Duchartre sah ein einziges Blatt der letztgenannten Pflanze in einer Nacht mehr als 22 Gramm Wasser ausscheiden, und in einem anderen Falle 30 Tropfen in der Minute.

Der oberflächliche Beobachter wird in manchen Fällen die hervortretenden Tropfen als Thau betrachten, aber in Wirklichkeit besteht zwischen beiden Erscheinungen nur eine entfernte Aehnlichkeit. Wo die Ausscheidung so reichlich ist, wie es bei *Calla* und *Colocasia* oft vorkommt, genügt schon der Augenschein zum Beweise, dass die von der Spitze des Blattes herabfallenden Tropfen nicht Thautropfen sind. Aber auch bei solchen Pflanzen, bei denen die Flüssigkeit nur langsam hervorquillt, ist es ein Leichtes sich von dem Ursprung derselben aus dem Blatte zu überzeugen.

Die Tropfen treten oft an genau bestimmten Stellen des Blattrandes auf, die für verschiedene Pflanzen verschieden, aber für die verschiedenen Blätter derselben Pflanze constant sind. Schon aus dieser Thatsache lässt sich folgern, dass in solchen Fällen der Thau nicht die Ursache der beobachteten Erscheinung sein kann.

Oft aber kann man auch an schönen Sommerabenden, wenn die Sonne untergeht, im Freien das langsame Hervorquellen des Wassers aus den Blättern beobachten, indem alle Gegen-

*) F. UNGER. Beiträge zur Physiologie der Pflanzen. *Sitzb. der Kais. Akad. der Wiss.* in Wien. Bd. 28. 1858. S. 111.

P. DUCHARTRE. Recherches physiologiques, anatomiques et organogéniques sur la colocase des anciens, *Colocasia antiquorum* Schott. *Ann. d. sc. nat. Bot.* 4e Série. T. XII. 1859.

stände in der Nähe vollkommen trocken sind. Entfernt man die Tropfen mit einem Tuche oder einem Stückchen Fliesspapier, so sieht man sie bald genau an den nämlichen Stellen wieder erscheinen. Wer dies einmal beobachtet hat, dem wird der Ursprung solcher Wassertropfen nicht zweifelhaft sein, und für den braucht es keiner weiteren Beweise, dass sie aus dem Blatte hervorgekommen sind.

Schon seit langer Zeit ist es bekannt, dass die Ausscheidung an der Blattspitze bei *Colocasia* hauptsächlich aus zwei förmlichen, schon bei schwacher Vergrößerung sichtbaren Oeffnungen in der Oberhaut stattfindet. DUCHARTRE hat von diesen Oeffnungen gezeigt, dass sie nur ungewöhnlich grosse Spaltöffnungen sind *).

Auch bei den Blättern von *Tropaeolum majus* und *Fuchsia globosa* hat man die Tropfen an solchen Stellen des Randes beobachtet, an denen eigenthümlich gebildete und sehr grosse Spaltöffnungen sich vorfinden.

Solche eigenthümliche, von DE BARY mit dem Namen Wasserporen belegte Spaltöffnungen, hat man in verschiedener Form an den Blättern sehr vieler Pflanzen aufgefunden †). Ob aus ihnen, unter günstigen Umständen, bei allen sie besitzenden Pflanzen Wasserabsonderung stattfinden kann, mag einstweilen dahingestellt bleiben. Jedenfalls aber ist die Ausscheidung keineswegs immer an der Anwesenheit von Wasserporen gebunden.

Dies geht schon aus einer Beobachtung ROSANOFF's hervor, der bei *Polypodium fraxinifolium* Wasser, unabhängig von Stomata, hervortreten sah an Stellen, die nur eine besondere Structur der Oberhaut zeigten §). Auch meine eigenen Versuche, die ich weiter unten ausführlich beschreiben werde, führten zu dem nämlichen Resultate.

Die von den Blättern ausgeschiedene Flüssigkeit ist in einigen Fällen näher untersucht worden. Dabei hat sich herausgestellt,

*) L. c. S. 257.

†) Man vergl.: DE BARY, Vergleichende Anatomie der Vegetationsorgane der Phanerogamen und Farne. S. 54.

§) *Bot. Ztg.* 1869. S. 883.

dass sie fast reines Wasser ist. Nach UNGER's Angaben enthält die Flüssigkeit bei Zea Mais 0.05 pCt. an fixen Bestandtheilen, bei *Richardia aethiopica* nur 0.0068 pCt., bei *Colocasia antiquorum* 0.056 pCt. und bei *Brassica cretica* 0.1 pCt. Von diesem kleinen Substanzgehalt machen organische Stoffe etwa die Hälfte, bei *Colocasia* sogar 6/7 aus. Der übrige Theil besteht aus anorganischen Salzen *). Auch Duchartre kam bei *Colocasia* zu dem nämlichen Resultate, ohne aber die Flüssigkeit einer so genauen Untersuchung zu unterwerfen †).

Was die Ursache der tropfbaren Aussonderung aus Blättern betrifft, so leuchtet es ein, dass wo Wasser hervortritt, dieses in der Pflanze einem gewissen Drucke ausgesetzt ist.

Desshalb kann es nicht Wunder nehmen, dass man die Erscheinung schon bei mehr als einer Pflanze durch künstliche Einpressung von Wasser, an abgeschnittenen Sprossen hervorgerufen hat. So beobachtete DE BARY, dass bei *Fuchsia* Tropfen an den Spitzen der Blattzähne auftraten, wenn er einen abgeschnittenen Zweig auf den einen Schenkel eines gebogenen Glasrohrs befestigte und durch Quecksilberdruck Wasser in die Schnittfläche presste §). Nachher sah auch SACHS in einem eben solchen Apparate, bei Blättern der Kartoffel, Mais, Aroideen und dergleichen, Wassertropfen austreten an denselben Stellen der Blattspreite, wo es sonst bei bewurzelten Pflanzen Abends und Nachts stattfindet **).

Wie bekannt, steht in der unverletzten Pflanze das Wasser oft unter einem gewissen, unter Umständen sehr starken Drucke, durch den, bei Verwundung, das Ausfliessen grösserer oder kleinerer Quantitäten Wasser verursacht wird. Dieser sogenannte Wurzeldruck tritt bekanntlich nur dann bei verschiedenen Pflanzen auf, wenn viel Wasser durch die Wurzeln aufgenommen wird, indem zugleich die Transpiration der Blätter sehr herabgesetzt ist. Das Bluten des Rebstocks, der Birken

*) Unger, L. c. S. 126.

†) DUCHARTRE, L. c.

§) *Bot. Ztg.* 1869. S. 883.

***) SACHS, *Lehrb. d. Bot.* 4e Aufl. S. 660.

und anderer Pflanzen im Frühjahr, als die Blätter sich noch nicht entwickelt haben, ist eine Folge dieser inneren Spannung.

Gegenwärtig betrachtet man allgemein, und ohne Zweifel mit Recht, den Wurzeldruck als die Ursache der tropfbaren Ausscheidung bei Blättern.

Erstens wird diese Ausscheidung durch die nämlichen Umstände hervorgerufen, die auch das Zustandekommen des Wurzeldruckes begünstigen. Durch Ueberdecken einer Glasglocke, um die Transpiration der Blätter zu vermindern, durch reichliches Begiessen und durch künstliche Erwärmung der Erde, um die Thätigkeit der Wurzeln zu verstärken, kann man bei vielen, in Topfen gezogenen Gewächsen den Wurzeldruck und die Ausscheidung der Blätter beide hervorrufen. SACHS hat einen einfachen Apparat construirt, der sich bequem zu diesem Zwecke benutzen lässt *).

Ferner hat UNGER gezeigt, dass der Saft, der aus durchschnittenen Blattstielen bei *Calla aethiopica* und *Colocasia antiquorum* durch Wurzeldruck hervorquillt, genau dasselbe spezifische Gewicht besitzt, als die Flüssigkeit, welche aus den Blättern derselben Pflanzen hervorkommt †).

Endlich habe ich selbst die Ausscheidung von Wassertropfen aus den Blättern des Rebstocks in schönster Weise gerade zur Zeit des starken Blutens, an voreilig entwickelten Blättern beobachtet, wie ich es später noch ausführlicher mittheilen werde.

Es kann somit nicht zweifelhaft sein, dass zwischen Wurzeldruck und Tropfenausscheidung der Blätter ein ursächlicher Zusammenhang besteht.

Die Zahl der Pflanzen, deren Blätter die Fähigkeit besitzen Tropfen abzusondern, ist ohne Zweifel sehr gross, wenn auch bis jetzt die Erscheinung bei verhältnässig nur sehr wenigen Pflanzen beschrieben wurde. Ein jeder Botaniker aber weiss wohl, dass zum Beispiel Morgens früh, zumal in der feuchten Luft der Gewächshäuser, die Blätter sehr vieler Pflanzen aus-

*) SACHS, *Handbuch der Experimental-Physiologie*. S. 64 u. 237.

†) UNGER, L. c. S. 128.

geschiedene Tropfen tragen, die später am Tage durch Verdunstung verschwinden. Dennoch ist die Zahl der Pflanzen, deren Ausscheidung in der älteren und neueren Literatur Erwähnung findet, auffallend gering.

Als Beispiele, die ich zum Theil in dem Vorhergehenden schon nannte, hebe ich hier aus der vorhandenen Literatur: *Calla*, *Colocasia* und andere Aroideen, die Tropfen an der Blattspitze austreten lassen, hervor; ferner viele Gräser bei deren Blättern die Tropfen an der Spitze und häufig auch am Rande des Mitteltheiles vorkommen; endlich verschiedene Brassicaarten, *Papaver*, *Cucurbita*, *Impatiens noli tangere* und *Tropeolum majus*. Bei letzterer Pflanze findet die Absonderung an denjenigen Stellen des Randes statt, wo die grossen Blattnerven endigen.

Diese Beispiele könnte man zwar mit einigen, aber nicht mit sehr vielen vermehren.

Desshalb will ich hier noch einige Fälle einer schönen Ausscheidung anführen, die ich selbst gelegentlich beobachtet habe an Pflanzen, bei denen die Erscheinung, so viel ich weiss, bis jetzt noch nicht beschrieben wurde. Gross ist ihre Zahl nicht, aber der Zweck dieser Untersuchung war auch ein ganz anderer.

Ich sah die Absonderung bei *Fuchsia globosa*, *Tigridia pavonia*, *Pilularia globulifera*, *Iris Pseudacorus*, *Salix sp.*, *Vitis vinifera*, u. a.

Bei *Fuchsia* zeigten sich die Tropfen an den Spitzen der Blattzähne bei einem kleinen Pflänzchen, das in Erde bewurzelt und unter eine Glasglocke gestellt war.

An den krummnervigen Blättern junger *Tigridiapflanzen*, die im Topfe gezogen wurden, sah ich oft, Abends gegen Sonnenuntergang, zahlreiche Tropfen ausgeschieden werden, sowohl an der Spitze, wie auch an anderen Theilen des Randes.

Ein im Topfe wachsendes Exemplar der *Pilularia globulifera*, sah ich, in der feuchten Luft des Gewächshauses, an der Spitze eines jeden der sehr zahlreichen Blätter, einen schönen Tropfen tragen.

Bei *Iris Pseudacorus* beobachtete ich die Ausscheidung oft an der Spitze und sonst am Rande der Blätter bei Keimpflänzchen, die ich in einer geschlossenen, mit Wasser gefüllten Flasche gezogen hatte.

Salix zeigte mir die Erscheinung sehr schön an einem in Wasser bewurzelten Zweige, der in dieser Lage sehr viele Blätter ausgetrieben hatte. In der ziemlich feuchten Zimmerluft trugen Morgens früh die Spitzen aller Zähne des Blatt-randes einen kleinen Tropfen.

Am grossartigsten war die Tropfenausscheidung bei Vitis, wie ich Gelegenheit hatte, sie zu beobachten. Im hiesigen Universitätsgarten war ein starker Zweig eines im Freien, in der Nähe des Treibhauses bewurzelten Weinstockes seit längerer Zeit durch ein Loch in das Innere des Hauses geführt. Ende April, also zur Zeit des sogenannten Thränens, hatten sich draussen die Blattknospen noch gar nicht entwickelt. Der Zweig im Treibhause aber besass schon sehr zahlreiche, zarte Triebe, die ungefähr 2 Decimeter lang waren und sehr viele, etwa 5 Centimeter lange, zarte Blätter trugen. Um diese Zeit beobachtete ich mehr als einmal, dass jeder Zahn eines jedes Blattes einen fast erbsengrossen Tropfen trug, und das nicht nur Morgens früh, sondern einmahl auch um 3 Uhr Nachmittags.

Ohne Zweifel würde es sehr leicht sein, die Zahl der hier genannten Pflanzen um sehr viele zu vermehren. Es würde nicht viel Arbeit kosten, durch einfache Beobachtung eine grosse Liste von Pflanzen zusammenzustellen, deren Blätter Wassertropfen ausscheiden können, wobei man selbstverständlich zugleich auch auf die Vertheilung der Tropfen am Blatte Acht zu geben hätte.

In dem Vorhergehenden habe ich es versucht, dem Leser eine übersichtliche Darstellung von der Erscheinung der Tropfenausscheidung bei Blättern zu geben. Dabei hat sich herausgestellt, dass die Blätter vieler Pflanzen diese Fähigkeit besitzen, so dass wir behaupten können, dass eine solche Wasserabsonderung im Pflanzenreiche gar nicht selten ist, ja vielleicht noch viel häufiger als wir jetzt meinen.

Anschliessend an diese Betrachtung drängten sich mir die folgenden Fragen auf: ist es eine allgemeine Eigenschaft der Blätter aller Pflanzen, Wassertropfen an bestimmten Stellen auszuscheiden, wenn

im Stengel das Wasser unter einem gewissen Drucke steht, auf welche Weise dieser Druck denn verursacht werden möge? Oder giebt es Pflanzen, deren Blättern diese Eigenschaft fehlt und besitzen somit die Tropfenausscheidenden Blätter Eigenthümlichkeiten in ihrem Baue, bestimmte Abwässerungsorgane, die man bei den nicht ausscheidenden Pflanzen nicht findet?

Der experimentellen Beantwortung dieser Fragen ist die vorliegende Untersuchung gewidmet.

Nach dem Mitgetheilten kann man die Tropfenausscheidung bei verschiedenen Gewächsen auf zweierlei Weise hervorrufen. Erstens kann man den schon erwähnten SACHS'schen Apparat benutzend, den Wurzeldruck, und als dessen Folge die Tropfenausscheidung hervorrufen.

Zweitens aber kann man auch, nach dem Vorgange DE BABY's, Wasser vermittelt Quecksilberdruckes durch die Schnittfläche abgeschnittener Sprosse hineinpressen. Da es mir nur darum zu thun war, das Verhalten der Blätter gegen einen im Innern der Pflanze herrschenden Wasserdrucke kennen zu lernen, unabhängig von der Frage nach der Ursache dieses Druckes, war ich frei zwischen beiden Methoden zu wählen. Die des künstlichen Einpressens aber verdiente in diesem Falle in jeder Hinsicht den Vorzug.

Sie gestattet es mit grösster Genauigkeit die verschiedenen Bedingungen, unter denen die Versuche stattfinden, zu kennen und sie willkürlich zu regeln. Wenn man es dagegen versucht, durch Wurzeldruck die Ausscheidung zum Vorschein zu rufen, so üben viele Factoren, deren Einwirkung man nicht oder nur theilweise kennt, einen vielleicht entscheidenden Einfluss auf die Versuchsergebnisse aus. Und auch im günstigsten Falle ist man nie im Stande die Versuchsbedingungen nach Bedürfniss zu regeln.

So ist es bei den meisten Pflanzen unbekannt, inwiefern sie die Fähigkeit besitzen, das Wasser aus ihrer Wurzel mit Kraft emporzupressen. Ja, nach HOFMEISTER *) zeigen sogar die

*) W. HOFMEISTER, Ueber Spannung, Ausflussmenge und Ausflussgeschwindigkeit von Säften lebender Pflanzen. *Flora* 1862, S. 118.

Coniferen nie Wurzelndruck. Es war somit zu erwarten, dass ich, die Methode des Wurzelndrucks benutzend, für einige oder vielleicht für viele Pflanzen die Frage nach dem Verhalten der Blätter gegen inneren Druck des Wassers unbeantwortet lassen müsste. Eine allgemein giltige Antwort auf die von mir gestellten Fragen war also auf diese Weise nicht zu erwarten.

Die künstliche Einpressung von Wasser in abgeschnittene Zweige dagegen lässt sich auch bei solchen Gewächsen anwenden, denen der Wurzelndruck fehlt, und erlaubt es also auch deren Blätter in den Kreis der Beobachtungen zu ziehen.

Auch ist es, wenn man die Druckkraft des Wassers durch die Wurzel ausüben lässt, nicht möglich die Grösse dieser Kraft während des Versuchs zu kennen. Höchstens kann man, nach Beendigung des Versuchs, die Grösse der Wurzelkraft bestimmen.

Der Quecksilberdruck, der das Wasser bei der zweiten Methode in die Sprosse presst, ist selbstverständlich genau messbar.

Endlich aber ist es nicht möglich, die Wurzelkraft nach Belieben zu regeln.

Den Quecksilberdruck hingegen kann man so gross oder so klein machen als man selbst will und auf diese Weise auch den Einfluss verschiedener Druckkräfte auf die Blätter kennen lernen. Diesen Vorzug der Methode des Einpressens in abgeschnittene Zweige habe ich während meiner Untersuchung auch mehr als einmal benutzt.

Ich beschloss also den letztgenannten Weg zur Lösung der gestellten Fragen zu wählen, und wie sich zeigen wird, hat sich die Methode vollkommen bewährt.

In dem Folgenden will ich nun die Beschreibung meiner Versuche und deren Resultate folgen lassen, und das zwar in drei verschiedenen Abschnitten. Der erste wird die Beschreibung des von mir benutzten Apparates und der allgemeinen Einrichtung der Versuche enthalten. Im zweiten Theile werde ich die einzelnen Versuche beschreiben. Im dritten und letzten Abschnitte endlich werde ich die Schlüsse mittheilen, zu denen die Versuchsergebnisse mich führten.

I. DIE VERSUCHSANORDNUNG.

Der Apparat, dessen ich mich zu meinen Versuchen bedient habe, war sehr einfach. Er bestand der Hauptsache nach nur aus einem gebogenen Glasrohr, wie es auch DE BARY zum Einpressen von Wasser in abgeschnittene Zweige verwendete.

Die genauere Beschreibung, die ich in den folgenden Zeilen geben werde, schliesst sich an die auf Taf. I und II gegebene Abbildungen an.

Das lange, zwei Mal im rechten Winkel gebogene Rohr (Taf. I.) hat im Innern eine Weite von etwa 1 Centim. Der längere Schenkel ist 70 Centim. lang, und ist oben trichterförmig erweitert, um das Eingiessen des Wassers und Quecksilbers bequem stattfinden zu lassen. Der kürzere, verticale Schenkel misst 15 Centim. und ist zum Theil etwas erweitert. Die Länge des horizontalen Stückes, zwischen beiden aufstehenden Schenkeln, beträgt ebenfalls 15 Centim.

In den kurzen verticalen Schenkel kann ein gut passender, durchbohrter Korkpropf gesteckt werden, der ein kurzes Glasröhrchen umfasst. Nachdem man dickere oder dünnere Sprosse auf den Apparat befestigen will, kann man auch verschiedene Korkprophen mit Röhrchen verschiedener Weite benutzen. Für meine Zwecke genügten drei solche Röhrchen vollkommen.

Wie Taf. II, Fig. 1 in natürlicher Grösse zeigt, ist über den oberen Theil des eben erwähnten Röhrchens ein kurzes Stück Gummischlauch gestülpt und mit Zwirn fest umwickelt.

Wenn nun ein Versuch gemacht werden soll, so wird erst das Rohr mit Wasser gefüllt, bis es am Gummischlauch überläuft, und dann in diesen der abgeschnittene Stengel so tief eingesenkt, dass die Schnittfläche zwischen dem unteren Schlauchende und dem Korkpropfe sichtbar wird. Auf diese Weise verfahren, werden fast nie Luftblasen an der Schnittfläche haften bleiben, und ist man im Stande sich von deren Abwesenheit zu überzeugen. Schliesslich wird auch der obere Theil des Schlauchstückes mit Zwirn umwickelt, in der Weise, dass der Stengel befestigt ist, ohne von einer allzuengen Umschnürung Schaden zu leiden.

Ist der Apparat soweit fertig, so wird das Rohr, wie die

Figur zeigt, in einem gewöhnlichen Stativ eingeklemmt, und dann in den längeren Schenkel so viel Quecksilber eingegossen, bis der verlangte Druck erreicht ist.

Um eines Erfolges sicher zu sein, ist es aber nicht nur nöthig Wasser in die Sprosse hineinzupressen, sondern es muss auch die Verdampfung der Blätter so viel wie möglich herabgesetzt werden, damit nicht auf diese Weise das eingepresste Wasser die Blätter in der Gestalt unsichtbaren Wasserdampfes verlassen kann. Zu diesem Zwecke wird über den im Apparate befestigten Zweig eine Glasglocke gestülpt, in der die Luft so viel wie möglich feucht gehalten werden muss. Die Glocke ruht mit ihrem Rande auf einer von einem gewöhnlichen Dreifuss getragenen Blechplatte. Die Platte hat in der Mitte eine Oeffnung, um den kurzen Schenkel des Rohres durchzulassen. Dazu ist sie halbirt, damit sie, nachdem der Versuchszweig befestigt, und das Quecksilber eingegossen ist, angelegt werden kann.

Die zwei Hälften besitzen die in Fig. 2 der Taf. II abgezeichnete Form. Bei dem Anlegen schiebt man den Theil *a b* unter den Theil *a'b'* der anderen Hälfte, und umgekehrt *c d* unter *c'd'*, so dass die sich in der Glocke befindende Luft genügend von der umgebenden, trocknen Atmosphäre getrennt ist.

Auf jeder Plattenhälfte ist ferner ein halbkreisförmiger Behälter angelöthet (*e, e*, Taf. II, Fig. 2). Diese werden mit Wasser gefüllt und so bleibt die Luft, in der sich die Blätter der Versuchspflanze befinden, immer fast dampfgesättigt.

Wenn der Apparat so hergerichtet ist, braucht man weiter nur zu beobachten, ob an den Blättern der Einfluss des Quecksilberdruckes sichtbar wird.

Um die Grösse dieses Druckes zu bestimmen, wird der Niveau-unterschied des Quecksilbers in den beiden verticalen Schenkeln des Rohres direct gemessen. Eine solche Messung findet mindestens am Anfang und am Ende eines jeden Versuchs statt, denn der Druck bleibt nicht constant, weil die Stelle des in die Pflanze hineingepressten Wassers von Quecksilber eingenommen wird. Somit steigt das Niveau im kurzen Schenkel fortwährend, indem es im längeren entsprechend sinkt; es wird also der Druck vom Anfang der Versuchs an langsam aber fortwährend kleiner.

Da es mir aber in dieser Untersuchung nur um den Einfluss des Druckes, unabhängig von seiner Grösse zu thun war, blieb dieser Umstand mir gleichgültig.

Meistens benutzte ich einen anfänglichen Druck von etwa 20 Centim. Quecksilber, oft aber auch mehr oder weniger, wie ich es in der Beschreibung der einzelnen Versuche jedesmal angeben werde.

Die Menge des in den Versuchszweig gepressten Wassers lässt sich aus der Senkung des Quecksilbers im längeren Schenkel des Rohrs leicht bestimmen. Experimentell wurde die Wassermenge festgestellt, die einer Senkung von 1 Centim. entspricht. Uebrigens war es bei meinen Versuchen eine Sache sehr untergeordneter Bedeutung, wie viel Wasser eingepresst wurde. Ich werde es jedesmal nur der Vollständigkeit wegen erwähnen, obgleich es zu der Beantwortung der Fragen, die ich mir gestellt hatte, in keiner directen Beziehung steht.

Die Versuchsdauer war sehr verschieden; von einigen Minuten bis zu einigen Tagen, wie es sich bei der speciellen Versuchsbeschreibung zeigen wird.

Die Zimmertemperatur wurde während der Versuche immer mehr als einmal an dem am Stative aufgehängten Thermometer (Taf. I) abgelesen. Es wurde ferner dafür gesorgt, dass der Apparat nie von den directen Sonnenstrahlen getroffen wurde.

Von den aus dem Garten, oder aus dem Gewächshause gehaltenen Versuchszweigen wurde immer vor Anfang des Versuchs der einige Centimeter lange, basale Theil unter Wasser abgeschnitten, so dass das Wasser stets durch eine frische Schnittfläche hineingepresst wurde. Da dies ohne Ausnahme geschah, werde ich es bei den ausführlichen Versuchsbeschreibungen nicht mehr hervorheben.

Zum Einpressen wurde gewöhnliches Brunnenwasser oder destillirtes Wasser benutzt, wie ich das jedesmal angeben werde; auch wurden einige Versuche mit Tanninlösung und einer Lösung des gefärbten Saftes der Phytolaccabeeren angestellt.

Wie bekannt, wird die Schnittfläche abgeschnittener Sprosse, wenn sie in Berührung mit Wasser ist, nach und nach so undurchlässig, dass wenigstens unter schwachem Drucke keine Flüssigkeit mehr durchgeht. Im Allgemeinen dauerten meine

Versuche so kurz, dass die langsam auftretende Veränderung der Schnittfläche auf das Resultat keinen merkbaren Einfluss üben konnte. Aber dennoch hatte ich in ziemlich vielen Fällen zu beobachten Gelegenheit, wie die anfänglich sogar reichlich aus den Blättern ausgeschiedenen Tropfen auch bei fortwährend wirkendem Drucke nach und nach verschwanden. Sie verdampften, ohne von unten her wieder ersetzt zu werden, ja mögen vielleicht zum Theil wieder in das Blatt zurückgezogen sein.

So zeigte ein *Fuchsia*-zweig, nachdem der Versuch $2\frac{1}{2}$ Stunde gedauert hatte, eine reichliche Tropfenausscheidung an allen Blättern. Als der Versuch 2 Tage gedauert hatte, und der Quecksilberdruck noch 13 Centim. betrug, was bei frischen Zweigen zum Hervorrufen der Erscheinung durchaus genügt, waren die Tropfen sehr vieler Blättzähne durch Verdunstung verschwunden. Nachdem das untere, 4 Centim. lange Stück abgeschnitten war, und der Spross von Neuem einem Drucke (17 Centim. Quecksilber) unterworfen wurde, trug nach Verlauf einer halben Stunde schon wieder bei sämtlichen Blättern ein jeder Zahn des Randes einen schönen Wassertropfen (Man vergl. Vers. 37).

Dasselbe zeigte mir auch ein Zweig von *Tropaeolum majus*. Bei einem anfänglich 14 Centim. grossen Quecksilberdrucke trugen die Blätter noch nach 23 Stunden sehr zahlreiche und grosse Tropfen an ihrem Rande. Nach 6 Tagen waren alle Blätter zwar noch frisch, aber ihre Oberfläche war vollkommen trocken geworden, während der Druck auf 1.4 Centim. gesunken war. Er wurde jetzt auf 15 Centim. gebracht, aber die Schnittfläche gelassen wie sie war. Das Resultat war, dass nach $2\frac{1}{2}$ Stunde alle Blätter noch eben so trocken waren wie vorher (Man vergl. Vers. 79).

Ein Blatt der *Begonia manicata* zeigte, nachdem es während 4 Stunden einem Quecksilberdrucke von 32 Centim. ausgesetzt gewesen war, auf sämtlichen Sägezähnen grosse Tropfen. Diese waren nach 2 Tagen, als der Druck noch 31.5 Centim. betrug, zum Theil wieder verschwunden (Man vergl. Vers. 11).

Aehnliche Beobachtungen machte ich noch bei *Athotoda vasica* (Vers. 5.), *Helleborus niger* (Vers. 40.) und *Impatiens Balsamina* (III. § 4. Vers. 89).

Bei einigen der untersuchten Pflanzen war die Schnittfläche, sogleich nach dem Abschneiden, so undurchlässig, dass der von mir angewendete Druck sich in keiner Weise auf die Blätter geltend machen konnte. Es waren dies ohne Ausnahme solche Gewächse, die entweder beim Anschneiden einen Milchsaft austreten liessen, oder deren Schnittfläche sich sofort mit einem gallertartigen, ausquellenden Schleime überzog.

Ich lasse hier die Beschreibung einiger solcher Versuche folgen.

Ficus aspera. 10. Dec. '78.

Ein aus dem Gewächshause geholter Zweig mit 6 erwachsenen Blättern wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Es fliesst aus der Schnittfläche ein augenscheinlich sogleich erhärtender Milchsaft ins Wasser hinaus. Quecksilberdruck: anfangs 19 Centim., bleibt bis am Ende des Versuchs ungeändert. Während des Versuchs beobachtete Zimmertemperaturen: 5⁰, 6⁰ und 12⁰ C.

Resultat. Die Beobachtung während zweier Tage lehrt, dass die Blätter weder Tropfen ausscheiden, noch etwaige sonstige Veränderung zeigen. Es ist kein Wasser in den Spross hineingepresst worden.

Urera platyphylla. MIQ. 5. Dec. '78.

Ein aus dem Gewächshause geholtes Blatt wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Die Schnittfläche sondert Schleim ab. Quecksilberdruck: anfangs 23.5 Centim., am Ende des Versuchs 22.5 Centim. Temperatur: 8.5⁰ C.

Resultat. Während 2 Tage macht sich keine Veränderung an dem Blatte bemerkbar. Es ist während dieser Zeit nur 0.4 CC. Wasser hineingepresst worden.

Sparmannia tuberosa. 7. Dec. '78.

Ein aus dem Gewächshause geholtes Blatt wird um 2 U.

Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Die Schnittfläche sondert Schleim ab. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim., am Ende des Versuchs noch ebenso. Temperatur: 14^o and 7^o C.

Resultat. Während 2 Tage bleibt das Blatt trocken und ungeändert. Es ist so gut wie kein Wasser in das Blatt hineingepresst worden.

Tradescantia Warscewiczii. HARTS. 7. Dec. '78.

Bei der bewurzelten und durch eine Glasglocke überdeckten Pflanze hat man Tropfenausscheidung der Blätter beobachtet.

Ein aus dem Gewächshause geholter Zweig mit 8 Blättern wird um 3 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Die Schnittfläche ist sogleich nach dem Abschneiden mit einer dicken Schleimschicht bedeckt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., am Ende des Versuchs noch ebenso. Temperatur: 13.5^o und 8.5^o C.

Resultat. Während zweitägiger Beobachtung bleiben die Blätter trocken und ungeändert. Es ist so gut wie kein Wasser in die Pflanze hineingepresst worden.

Abutilon malvaeflorum. 27. Febr. '79.

Ein aus dem Gewächshause geholter Zweig mit 16 Blättern wird um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Der untere, 10 Centim. lange Theil des Zweiges ist verholzt. Als die Schnittfläche nach Beendigung des Versuchs untersucht wurde, war sie ganz und gar mit einem glashellen Schleime bedeckt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., am Ende 20 Centim., Temperatur: 5.5^o C.

Resultat. Während 28-stündiger Beobachtung bleiben die Blätter trocken und ungeändert. Es ist während dieser Zeit nur 0.5 CC. Wasser hineingepresst worden.

Solche Pflanzen können also zur Lösung der anfangs gestellten Frage nicht benutzt werden. Glücklicherweise war es bei den meisten, von mir untersuchten Gewächsen anders gestellt und waren die Resultate nur negativ in den oben beschriebenen Fällen, wo sich die Schnittfläche mit Schleim oder Milchsafte überzog. Bei der übergrossen Mehrzahl der untersuchten Pflanzen machte sich der Einfluss der Wassereinpresung bald an den Blättern durch Tropfenausscheidung oder auf andere Weise bemerkbar.

Wo ich ein positives Resultat erhielt, und also ohne Zweifel Wasser durch den Stengel emporgepresst wurde, habe ich öfters, nachdem der Versuch einige Zeit gedauert hatte, und das Verhalten der Blätter beobachtet worden war, den Stengel am unteren Ende quer durchschnitten. Ich sah dann ohne Ausnahme das in die untere Schnittfläche hineingepresste Wasser sogleich aus der oberen, neu gemachten hervortreten. Der Zweck dieser Beobachtungen war die Beantwortung der Frage, durch welche Gewebe des Stengels das durchfliessende Wasser sich bewegt. Die Schnittfläche wurde wiederholt mit Löschpapier abgetrocknet und das Ausquellen des Wassers durch die Lupe beobachtet.

Ich will hier in aller Kürze einige dergleiche Beobachtungen beschreiben, während ich für die näheren Details der diesbezüglichen Versuche auf deren specielle Beschreibung verweise. Hinter jeder Beobachtung ist zu diesem Zwecke in Klammern die Nummer des betreffenden Versuchs angegeben.

Helleborus niger.

Beobachtung der Schnittfläche eines 4 Centim. langen Stückes des Blattstieles. Quecksilberdruck: 16,5 centim. (Vers. 40).

Das Wasser quillt nur aus den getrennt liegenden Gefässbündeln hervor.

Cordia Franciscea.

Beobachtung der Schnittfläche eines 4,5 Centim. langen Zweigstückes. Quecksilberdruck: 18 Centim. (Vers. 29).

Das Wasser zeigt sich zuerst nur am Durchschnitte des Holzcyllinders, um sich von dort aus bald über die ganze Schnittfläche zu verbreiten.

Vitis vinifera.

Beobachtung der Schnittfläche eines einige Centim. langen
Zweigstückes. Quecksilberdruck: 21,5 Centim. (Vers. 82).

Das Wasser quillt nur aus dem Holzkörper hervor.

Peristrophe speciosa.

Beobachtung der Schnittfläche eines einige Centim. langen
Zweigstückes. Quecksilberdruck: 18 Centim. (Vers. 51).

Das Wasser tritt nur aus den Gefässbündeln hervor.

Sambucus nigra.

Beobachtung der Schnittfläche eines einige Centim. langen
Zweigstückes. Quecksilberdruck: 34 Centim. (Vers. 68).

Das Wasser tritt nur aus dem Holzkörper hervor.

Man sieht also, dass das eingepresste Wasser sich immer
durch die Gefässbündel bewegt, und zwar, nach denjenigen
Fällen zu urtheilen, wo der Holztheil für sich leicht zu erken-
nen war, durch das Holz.

Weiter erwähne ich schon jetzt, dass ich von *Syringa vul-*
garis, *Ulmus effusa* und *Hedera Helix* nicht nur unverletzte
Zweige dem Versuche unterworfen habe, sondern auch solche,
denen am unteren Ende ein Rindenring entnommen war. Hier
konnte also das eingepresste Wasser nur durch das Holz die
Blätter erreichen, denn das aus todtten Zellen gebildete, luftthal-
tige Mark kan mann in dieser Beziehung ruhig ausser Acht
lassen.

Dennoch zeigten sich die Folgen des Druckes an den Blät-
tern dieser geringelten Zweige genau in derselben Weise als
bei den unverletzten.

Aus dem Mitgetheilten schliesse ich: das sich in meinen
Versuchen der Wasserstrom durch das Holz bewegt.

Insofern ist also die auf die beschriebene Weise, künstlich hervorgerufene Wasserbewegung der unter Umständen durch den Wurzeldruck verursachten vollkommen vergleichbar.

Indem ich im Vorhergehenden den Apparat und die Methode der Untersuchung beschrieben habe, gehe ich jetzt zur speciellen Beschreibung der einzelnen Versuche und ihrer Resultate über. Zum leichteren Verständniss will ich aber schon jetzt mittheilen, dass die Hauptresultate der Untersuchung, die ich in einem besonderen Abschnitte eingehend besprechen werde, folgende sind.

1^o. Tropfenausscheidung an bestimmten Stellen der Blattoberfläche findet bei vielen Pflanzen statt.

2^o. Fast eben so allgemein verursacht der Druck die Injection der Intercellularräume des Blattes.

3^o. Die Blätter verschiedener Pflanzen zeigen Tropfenausscheidung und Injection beide.

Wie bekannt sind die Intercellularräume vorzugsweise an der Blattunterseite entwickelt, und da sie mit Luft erfüllt sind, so ist auch diese Seite der meisten Blätter mehr blassgrün gefärbt als die Oberseite. Die Injection offenbart sich somit dadurch, dass die Blattunterseite ganz oder stellenweise eine dunkelgrüne Farbe annimmt. Zugleich erscheinen die injicirten Theile mehr durchsichtig als die nicht injicirten, wie auch ein Blatt Papier, aus dem man durch Oel die Luft vertrieben hat, durchsichtig wird

Wenn die Zweige, deren Blätter injicirt worden, nach Beendigung des Versuchs in Wasser an die Luft gestellt werden, so verlieren die Blätter nach kürzerer oder längerer Zeit durch Verdampfung das Wasser aus ihren Intercellularräumen.

Wie später ausgeführt werden wird, war die Injection in allen beobachteten Fällen vollkommen unschädlich, die Blätter wurden wieder ganz normal und blieben auch nachher längere Zeit frisch und lebenskräftig. Doch kann ohne allem Zweifel

unter Umständen diese Erscheinung dem Leben der Pflanze sehr nachtheilig sein, wie ich es unten noch ausführlicher besprechen werde:

II. BESCHREIBUNG DER VERSUCHE.

Zum Verständniss des Folgenden will ich nur wenige Worte voranschicken und ein Paar Sachen andeuten, deren ich hier ein für allemal erwähne, damit ich sie nicht jedesmal zu wiederholen brauche.

Jede Versuchsbeschreibung besteht aus drei Abschnitten. Der erste enthält alle Einzelheiten, die Einrichtung des Versuchs betreffend. In diesem Abschnitte werde ich u. a. die während der Versuchsdauer, meist mit Zwischenräumen von einigen Stunden oder einem Tage, abgelesene Zimmertemperaturen angeben. Diese Beobachtungen beanspruchen keine grosse Genauigkeit. Es soll dadurch nur gezeigt werden, dass im Allgemeinen die Temperatur im Arbeitszimmer ziemlich constant war.

Im zweiten Abschnitte wird das Resultat des Versuchs beschrieben. Dazu bemerke ich erstens, dass jede Zeitangabe hier vom Anfang des Versuchs an gerechnet ist. Zweitens erlaubten mir meine Beschäftigungen keineswegs immer die Versuchspflanze fortwährend zu beobachten, so dass es nicht immer möglich war, den Zeitpunkt zu notiren, an dem die Ausscheidung oder die Injection sich zu zeigen anfing. Wo es geschah wird es aus der Beschreibung ersichtlich sein, sonst aber fällt die erste Beobachtung keineswegs mit dem Anfang der Ausscheidung oder Injection zusammen.

Nach Beendigung des Versuchs wurde der Zweig fast ohne Ausnahme in Wasser gestellt, nachdem meistens die Schnittfläche erneuert worden war. Der dritte Abschnitt der Beschreibung enthält nun die während dieser Periode gemachten Beobachtungen.

Die Zeitangaben in diesem Theile sind immer vom Ende des Versuchs an gerechnet, d. h. also von dem Augenblicke, an dem der Spross aus dem Apparat genommen und in Wasser

gestellt wurde. Nie habe ich gesehen, dass solche Zweige früher eingingen als andere, nicht zu Versuchen verwendete; gelegentlich fand sogar das Gegentheil statt.

Versuch 1.

Acer Pseudoplatanus. 11. Juli '79.

Ein kurzer Zweig mit 4 erwachsenen Blattpaaren wird um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., am Ende 12 Centim. Temperatur: 16⁰, 16,5⁰, 16⁰ C.

Resultat. Nach 1/2 Stunde ist keine Veränderung an den Blättern sichtbar. Es ist schon 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Nach 1 1/2 Stunde noch ebenso. Im Ganzen ist 1.5 CC. Wasser eingepresst worden.

Nach 21 Stunden. Alle Blätter sind ganz und gar fast gleichmässig injicirt. Keine Tropfenausscheidung. Im Ganzen sind 4 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (19⁰ C.) sind die Blätter nicht mehr injicirt, vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 2.

Ageratum coeruleum. 18. Nov. '78.

Ein aus dem Gewächshause geholter Zweig mit 8 Blättern wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 15 Centim. Temperatur: 11⁰, 13⁰, 9,5⁰ C.

Resultat. Nach 4 Stunden haben die 2 unteren Blätter auf der Oberseite eines jeden Blattzahnes einen sehr grossen Tropfen ausgeschieden. Die übrigen Blätter sind trocken.

Nach 24 Stunden ist alles noch so wie nach 4 Stunden. Es sind jetzt 2 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 5 Tagen (10° C.) ist er noch vollkommen frisch.

Versuch 3.

Ailanthus glandulosa. 28. Oct. '78.

Ein einziges Blatt mit 16 Fiederblättchen wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 14 Centim. Temperatur: 12,5⁰, 13,5⁰ C.

Resultat. Nach 24 Stunden sind die 8 unteren Blättchen (4 Paare) zum grössten Theil injicirt; dazu haben sich, über ihre ganze untere Fläche zerstreut, sehr zahlreiche und grosse Tropfen ausgeschieden. Es sind 2,4 CC. Wasser eingepresst worden.

Das Blatt wird in Wasser gestellt; nach 2 Tagen sind die Blättchen nicht mehr injicirt, vollkommen frisch und normal; nach 4 Tagen (13,5⁰ C.) ebenso.

Versuch 4.

Arbutus Unedo. L. 19. Nov. '78.

Ein aus dem Garten geholter Zweig mit etwa 20 Blättern verschiedenen Alters wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim. Senkung nicht notirt. Temperatur: 11⁰, 9⁰ C.

Resultat. Schon nach 10 Minuten zeigen sich an den Spitzen vieler Zähne bei jüngeren und älteren Blättern schon kleine, aber deutliche Tropfen. Zugleich sind die älteren Blätter schon stellenweise ein wenig injicirt. Nach 4 Stunden trägt etwa die Hälfte der Blätter einen grossen Tropfen auf

der Oberseite der Blattsähne. Alle Blätter sind jetzt injicirt, die 6 unteren ganz und gar fast gleichmässig, die oberen nicht so stark, mehr stellenweise.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (10⁰ C.) sind alle Blätter noch injicirt. Nach 4 Tagen ist die Injection fast ganz verschwunden; nur einige Blätter haben noch injicirte Stellen. Nach 6 Tagen ist kein einziges Blatt mehr injicirt, alles frisch und normal. Nach 18 Tagen ist der Zweig noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 5.

Adhatoda Vasica. NEES. 28. Oct. '78.

Ein Zweig mit 4 grossen und 2 sehr kleinen Blättern wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Aus der Schnittfläche fliesst ein weisslicher (Milch?) Saft in das Wasser hinaus. Quecksilberdruck: anfangs 19 Centim., am Ende 15 Centim. Temperatur: 12,5⁰, 13,5⁰, 13,5⁰ C.

Resultat. Nach 24 Stunden sind an nicht näher bestimmten Stellen des glatten Randes bei drei Blättern ziemlich viele, grosse Tropfen ausgeschieden. Es ist 1,6 CC. Wasser eingepresst worden. Nach 3 Tagen sind die Blätter alle wieder trocken; es sind im Ganzen 2,2 CC. Wasser eingepresst worden.

Versuch 6.

Adhatoda Vasica. NEES. 19. Juli '79.

Ein Zweig mit 2 alten, gelben, 4 erwachsenen und 4 noch nicht erwachsenen, zarten Blättern wird um 3 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., am Ende 11 Centim. Temperatur: 20⁰, 19⁰ C.

Resultat. Nach 27 Minuten ist die Ausscheidung der 4 erwachsenen Blätter schon im Gange. Nach 42 Minuten haben

diese 4 Blätter an nicht näher bestimmten Stellen des glatten Randes und zwar nur an der unteren Fläche des Blattes viele Tropfen ausgeschieden (z B. 14 oder 25 an einem Blatte). Der Rand der oberen Blattfläche ist trocken, ebenso wie die alten und auch die nicht erwachsenen Blätter. Druck: noch 22,2 Centim.; es ist $\frac{1}{2}$ CC. Wasser eingepresst worden.

Nach 24 Stunden: reichliche Ausscheidung der erwachsenen Blätter, sonst alles trocken. Es sind 6,7 CC. Wasser eingepresst worden.

Der in Wasser gestellte Zweig ist am nächsten Tage (17,2^o C.) vollkommen frisch.

Versuch 7.

Aucuba japonica. 9. Nov. '78.

Ein Zweig mit 6 Blättern sehr verschiedener Grösse wird um 2 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 13^o, 12,5^o C.

Resultat. Nach $\frac{3}{4}$ Stunden zeigen die Blätter noch keine Veränderung.

Nach 2 Tagen tragen einige Blättzähne einen grossen Tropfen. Dazu sind 5 Blätter mehr weniger infiltrirt, die untere Blattfläche wie besät mit kleinen dunkelgrünen Stellen, die der kleinen oberen Blätter am stärksten.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 5 Stunden (12,5^o C.) ist bei 3 Blättern die Injection ganz verschwunden, bei den zwei übrigen zum grossen Theil. Nach 24 Stunden (12^o C.) sind alle Blätter wieder normal, frisch und lebenskräftig.

Versuch 8.

Aucuba japonica. 17. Dec. '78.

Ein aus dem Garten geholter Zweig mit 4 grossen und 2 kleinen Blättern wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhn-

lichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 16 Centim. Temperatur: 5⁰, 5,5⁰, 6⁰ C.

Resultat. Nach 2 Tagen tragen viele Blattzähne entweder an der Ober- oder an der Unterseite einen sehr grossen Tropfen. Dazu sind die Blätter stellenweise injicirt. Ausscheidung und Injection an den 2 jüngsten Blättern am stärksten. Es ist etwa 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Nach 3 Tagen: Ausscheidung und Injection wie bei der vorigen Beobachtung. Die Injection ist etwas stärker, zumal am Blattrande. Es sind im Ganzen etwa 2,2 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach einem Tage (9,5⁰ C.) sind die Blätter gar nicht mehr injicirt. Nach 9 Tagen (3,5⁰, 9⁰ C.) ist der Zweig noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 9.

Aucuba japonica. 24. Apr. '78.

Ein Zweig mit 4 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 10,5, Centim., Senkung unbedeutend. Temperatur 11⁰, 11,5⁰, 11⁰, 12⁰ C.

Resultat. Nach 4 Stunden: noch keine Ausscheidung oder Injection.

Nach 24 Stunden hat nur ein Blatt am Rande der unteren Blattfläche ein Paar kleine Tropfen ausgeschieden. Alle Blätter haben zerstreute und sehr kleine injicirte Stellen. Es ist fast kein Wasser eingepresst worden. Die Blätter werden jetzt abgetrocknet und der Druck wird auf 14,5 Centim. gebracht.

Nach 2 Tagen sind alle Blätter trocken, die Injection noch so wie bei der vorigen Beobachtung. Es ist im Ganzen noch nicht 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Der nachher in Wasser gestellte Zweig ist nach 2 Ta-

gen (12^o C.) noch vollkommen frisch, die Injection ist verschwunden.

Versuch 10.

Begonia incarnata. 22. Febr. '79.

Ein Zweig mit einem noch jungen und 2 erwachsenen Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 4 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 19 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 5,5^o, 4,5^o C.

Resultat. Schon nach 16 Minuten tragen sehr viele feine Blättzähne kleine Tropfen auf ihrer Oberseite.

Nach 2 Tagen sind grosse Tropfen durch fast alle Blättzähne ausgeschieden.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt, und ist nach 7 Tagen (4,5^o, 5^o, 5,5^o C.) noch vollkommen frisch.

Versuch 11.

Begonia manicata. 29. Apr. '79.

Ein einziges Blatt einer im Zimmer gezogenen Pflanze wird um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 32 Centim., am Ende 31,5 Centim. Temperatur: 11,5^o, 12,5^o, 10^o C.

Resultat. Nach 4 Stunden tragen fast alle Blättzähne auf ihrer Oberseite grosse Tropfen.

Nach 2 Tagen sind die Tropfen zum Theil verdunstet. Es ist im Ganzen nur etwa 0,3 CC. Wasser eingepresst worden.

Das in Wasser gestellte Blatt ist nach 4 Tagen (12,5^o C.) noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 12.

Boehmeria pilosiuscula. 1. Dec. '78.

Ein Zweig mit 4 erwachsenen Blattpaaren wird aus dem Gewächshause geholt und um 1 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22,5 Centim., am Ende 16,5 Centim. Temperatur: 8,5⁰, 6,5⁰ C.

Resultat. Nach einer Stunde ist alles noch ungeändert.

Nach einem Tage hat bei allen Blättern die ganze obere Blattfläche gleichmässig Wasser ausgeschieden und ist demzufolge ganz und gar nass. Die untere Blattfläche ist vollkommen trocken. Es sind etwa 2 CC. Wasser eingepresst worden.

Der nachher in Wasser gestellte Zweig ist nach 5 Tagen (8⁰, 14⁰ C.) noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 13.

Borrigo officinalis. 6. Oct. '78.

Ein Zweig mit einigen Blättchen und ein Dutzend Blüten verschiedenen Alters wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 14,5 Centim., am Ende 4 Centim. Temperatur: 15⁰, 14,5⁰ C.

Resultat. Nach 24 Stunden tragen verschiedene Blättchen und auch Kelchblätter einen grossen Tropfen an der Spitze. Die Blätter werden abgetrocknet.

Nach 6 Tagen hat wieder eine reichliche Ausscheidung stattgefunden. Es sind im Ganzen etwa 5 CC. Wasser eingepresst worden.

Versuch 14.

Buxus sempervirens. 28. Nov. '78.

Ein Zweig mit verschiedenen Seitenzweigen und sehr vielen

Blättern wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim., am Ende 18 Centim. Temperatur: 13⁰, 9,5⁰ C.

Resultat. Nach 2 Tagen sind fast alle Blätter von dem Mittelnerven ausgehend fast bis zum Rande gleichmässig injicirt. Es ist 1,5 CC. Wasser eingepresst worden.

Ein einige Centim. langer Theil des Zweiges wird unter Wasser abgeschnitten und der Zweig in Wasser gestellt. Nach 5 Tagen (8,5⁰, 6⁰, 8⁰ C.) ist die Injection noch nicht verschwunden.

Nach 7 Tagen sind nur noch wenige Blätter schwach injicirt, die meisten wieder normal.

Nach 9 Tagen (6⁰ C.) ist die Injection ganz verschwunden, der Zweig frisch und normal.

Versuch 15.

Calamagrostis variegatus. 21. Juli '79.

Ein Stengel mit 5 Blättern (das obere noch aufgerollt) wird dicht unter einem Knoten abgeschnitten und um 11 U. Vorm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 18 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 17⁰, 17⁰ C.

Resultat. Nach 17 Minuten haben die drei ältesten Blätter an nicht näher bestimmten Stellen des Randes schon verschiedene Tropfen ausgeschieden. Die 2 ältesten Blätter werden jetzt abgeschnitten.

Nach 1³/₄ Stunde trägt jedes der 3 übriggebliebenen Blätter einen grossen Tropfen an der Spitze.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt und ist am nächsten Tage (17,8⁰ C.) noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 16.

Callicoma serratifolia. 5. Nov. '78.

Ein aus dem Gewächshause geholter Zweig mit einigen kleinen Seitenzweigen und etwa 25 Blättern verschiedenen Alters wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 18 Centim., am Ende 14 Centim. Temperatur: 14⁰, 9,5⁰, 9,5⁰ C.

Resultat. Nach 4 Stunden haben 7 Blätter auf der Oberseite einiger Blatzzähne einen Tropfen ausgeschieden.

Nach einem Tage haben fast alle Blätter auf dieselbe Weise grosse Tropfen ausgeschieden. Es sind jetzt etwa 2 CC. Wasser eingepresst worden.

Der in Wasser gestellte Zweig bleibt noch längere Zeit frisch.

Versuch 17.

Camellia japonica. 5. Dec. '78.

Ein verholzter Zweig mit 10 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 2 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 17 Centim. Temperatur: 8,5⁰, 15⁰ C.

Resultat. Nach 2 Tagen sind alle Blätter injicirt; die ganze untere Blattfläche ist gleichmässig mit kleinen dunkelgrünen Stellen wie besät. Es ist etwa 1,6 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (8,5⁰ C.) ist die Injection der 3 jüngsten Blätter wieder verschwunden, die der übrigen nicht.

Nach 3 Tagen (6⁰ C.) sind nur noch die 2 ältesten Blätter an ihrer Basis ein wenig injicirt.

Nach 5 Tagen (5° C.) ist die Injection aller Blätter vollkommen verschwunden.

Nach 16 Tagen (9° C.) ist der ganze Zweig noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 18.

Camellia japonica. 1. Mai '79.

Ein Zweig mit 4 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 30,5 Centim., am Ende 27,5 Centim. Temperatur: 10° , $15,5^{\circ}$, $12,5^{\circ}$ C.

Resultat. Nach 4 Stunden sind alle Blätter injicirt; die untere Blattfläche ist dunkelgrün punktirt, bei den 3 oberen, jüngeren Blättern am stärksten, bei den 2 unteren, älteren nur schwach.

Nach 2 Tagen sind alle Blätter stark injicirt, ihre untere Fläche ist gleichmässig dunkelgrün gefärbt. Das älteste Blatt trägt über die Unterfläche zerstreute einige ausfiltrirte Wassertropfen. Es ist im Ganzen etwa 1,5 CC. Wasser eingepresst worden.

Am nachher in Wasser gestellten Zweige ist nach 5 Tagen die Injection der Blätter vollkommen verschwunden.

Versuch 19.

Castanea vesca. 23. Juli '79.

Ein Zweig mit 7 erwachsenen Blättern wird um 3 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 19 Centim., am Ende: 14 Centim. Temperatur $18,5^{\circ}$, $18,2^{\circ}$, $17,5^{\circ}$ C.

Resultat. Nach einer Stunde macht sich an den Blättern noch keine Veränderung bemerkbar.

Nach 20 Stunden sind alle Blätter sehr stark inji-

cirt, die untere Blattfläche gleichmässig dunkelgrün gefärbt, indem sie zerstreute, ausfiltrirte Wassertropfen trägt. Es sind im Ganzen 2,6 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wurde nicht weiter beobachtet, das Verschwinden der Injection also nicht constatirt.

Versuch 20.

Cestrum Regelii. 12. Dec. '78.

Ein Zweig mit 7 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 12 U. Mittags auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 19 Centim., am Ende 11 Centim. Temperatur: 5⁰, 9⁰ C.

Resultat. Fortwährend beobachtend, sehe ich schon nach einer Viertelstunde an nicht näher bestimmten Stellen des glatten Blattrandes kleine Tropfen austreten. Zugleich zeigen sich am Rande kleine injicirte Stellen.

Nach zwei Tagen tragen alle Blätter am Rande der unteren Blattfläche sehr grosse Tropfen. Auch haben die Blätter über die ganze Fläche zerstreute, injicirte Stellen, die grössten am Rande. Es sind im Ganzen 4,5 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Stunden (9⁰ C.) ist die Injection vollkommen verschwunden; jetzt wird das Glas mit dem Zweige unter eine Glasglocke gestellt.

Nach 7 Tagen (4,5⁰, 5⁰, 6⁰, 9,5⁰ C.) ist der Zweig noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 21.

Cestrum Regelii. 24. Apr. '79.

Ein Zweig mit 15 Blättern wird aus dem Gewächshause

geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 10 Centim. Temperatur: 11⁰, 11,5⁰, 11⁰, 12⁰ C.

Resultat. Nach 40 Minuten zeigen die 2 unteren Blätter einige kleine injicirte Stellen am Rande. Keine Ausscheidung.

Nach 4 Stunden: noch ebenso.

Nach 25 Stunden: Tropfenausscheidung am Rande der meisten Blätter, injicirte Stellen wie oben. Gewöhnlich findet keine Injection statt an den Stellen, wo Wasser austretet und umgekehrt. Druck noch 6 Centim. Es sind bis jetzt etwa 2 CC. Wasser eingepresst worden. Der Druck wird auf 12 Centim. gebracht.

Nach 2 Tagen: Injection und Tropfenausscheidung wie oben. Druck noch 6,5 Centim. Es sind im Ganzen etwa 5 CC. Wasser eingepresst worden.

Der in Wasser gestellte Zweig ist nach 2 Tagen (12⁰ C.) gewelkt.

Versuch 22.

Cestrum Regelii. 18. Juli '79.

Ein gewelkter Zweig mit 9 erwachsenen Blättern wird um 4 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim., am Ende 16 Centim. Temperatur: 20,3⁰, 20⁰ C.

Resultat. Alle Blätter, auch die ganz schlaffen sind nach wenigen Minuten ganz frisch geworden. Nach 1/2 Stunde noch keine Ausscheidung oder Injection.

Nach 19 Stunden: reichliche Tropfenausscheidung an nicht näher bestimmten Stellen des Randes. Alle Blätter sind am Rande stellenweise injicirt, die älteren über ihre ganze Oberfläche. Es sind etwa 2,2 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt. Nach einem Tage (19⁰ C.) ist die Injection verschwunden und der Zweig noch frisch und lebenskräftig.

Versuch 23.

Cestrum Regelii. 19. Juli '79.

Ein Zweig mit etwa 25, meist erwachsenen Blättern wird um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 24,5 Centim., am Ende 21,3 Centim. Temperatur: 20⁰ C.

Resultat. Fortwährend beobachtend sehe ich schon nach 10 Minuten am Rande vieler Blätter die Injection stellenweise erscheinen.

Nach 2 Stunden: ziemlich grosse injicirte Stellen wie oben. Am Rande der unteren Blattfläche trägt jedes Blatt zahlreiche Wassertropfen (im Mittel 10 an einem Blatte). Die Tropfen treten aus injicirten, wie auch aus nicht injicirten Stellen hervor. Es ist im Ganzen etwa 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt. Nach einem Tage (19⁰ C.) sind die Blätter nicht mehr injicirt, dazu frisch und lebenskräftig.

Versuch 24.

Cestrum roseum. H. B. 18. Jan. '79.

Ein Zweig mit 9 grossen Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 2 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 5,5⁰ C.

Resultat. Schon nach fünf Minuten hat der Rand der Blattoberseite wie auch der Unterseite zahlreiche kleine Tropfen ausgeschieden. Zugleich

zeigen sich am Rande schon kleine injicirte Stellen.

Nach $\frac{1}{2}$ Stunde sind die Tropfen sehr gross geworden und ist der Blattrand fast gleichmässig zur Breite von etwa 3 Millim. injicirt. Die Tropfen treten sowohl aus injicirten, wie aus nicht injicirten Theilen des Randes zum Vorschein.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen ($2,5^0$ C.) ist die Injection noch ziemlich stark.

Nach 3 Tagen (5^0 C.) sind die Blätter nicht mehr injicirt, frisch und normal.

Nach 7 Tagen (4^0 , $6,5^0$ C.) noch ebenso.

Versuch 25.

Cestrum roseum. 27. Febr. '79.

Ein Zweig mit 6 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 12 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., am Ende 19 Centim. Temperatur: $5,5^0$, $5,5^0$ C.

Resultat. Schon nach $\frac{1}{4}$ Stunde tragen die Blätter schöne Tropfen am Rande (etwa 6 pro Blatt). Das älteste Blatt hat am Rande schon ein Paar injicirte Stellen.

Nach 21 Stunden sind die Tropfen sehr gross geworden. Nur 2 Blätter besitzen am Rande einzelne injicirte Stellen. Es ist etwa 1,6 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt.

Nach 3 Tagen ($5,5^0$ C.) ist die Injection verschwunden, der Zweig frisch und lebenskräftig.

Versuch 26.

Cestrum roseum. 18. Juli '79.

Ein etwas gewelkter Zweig mit 10 erwachsenen, 3 noch jun-

gen Blättern und eine sich entwickelnde Endknospe wird um 3 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur 20⁰ C.

Resultat. Der Zweig wird sehr rasch wieder turgescent. Schon nach 8 Minuten treten sehr kleine Tropfen am Rande auf.

Nach 20 Minuten tragen die erwachsenen und das älteste der noch wachsenden Blätter zahlreiche Tropfen am Rande der Ober- wie auch der Unterseite (z. B. 24 an einem Blatte). Die jüngsten Blätter sind trocken. Injection fand an keinem Blatte statt.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt und ist nach 2 Tagen (20⁰, 19⁰ C.) noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 27.

Colubrina nepalensis. 29. April '79.

Ein Zweig mit etwa 12 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 26 Centim., am Ende 19 Centim. Temperatur 11,5⁰, 12,5⁰, 10⁰ C.

Resultat. Nach 4 Stunden sind die unteren Blätter ganz und gar gleichmässig injicirt indem zugleich, über die Unterseite unregelmässig verbreitet, viele ausfiltrirte Tropfen vorkommen. Die oberen Blätter sind nicht so stark injicirt, ihre Unterseite ist trocken.

Nach 2 Tagen sind alle Blätter ganz und gar gleichmässig injicirt; die 2 jüngsten sind trocken, bei den übrigen ist die untere, wie die obere Blattfläche mit ausfiltrirten Wassertropfen besetzt. Keine Ausscheidung am Blattrande. Es sind im Ganzen etwa 4 CC. Wasser eingepresst worden,

Der Zweig wird in Wasser gestellt; nach 36 Stunden (28° C.) ist die Injection verschwunden, der ganze Zweig frisch und normal.

Versuch 28.

Cordia Franciscea. 18. Nov. '78.

Ein Zweig mit 4 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 18 Centim., am Ende 16 Centim. Temperatur: 13°, 10°, 9,5° C.

Resultat. Nach 4 Stunden haben einige Blättzähne auf ihrer Oberseite einen kleinen Tropfen ausgeschieden.

Nach einem Tage tragen 2 Blätter auf mehreren Zähnen einen Tropfen. Die 4 Blätter sind ganz und gar injicirt, so dass die untere Blattfläche gleichmässig dunkelgrün gefärbt ist. Es ist etwa 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 40 Minuten (9,5° C.) ist die Injection der oberen Blätter zum Theil verschwunden.

Nach 4 Stunden ist nur das untere Blatt an der Basis noch ein wenig injicirt.

Nach 3 Tagen sind alle Blätter ganz normal, frisch und lebenskräftig.

Versuch 29.

Cordia Franciscea. 26. Apr. '79.

Ein junger, noch nicht verholzter Zweig mit 6 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 3 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 10 Centim. Temperatur 12°, 12°, 11,5° C.

Resultat. Nach 2 Tagen tragen fast alle Blättzähne auf ihrer Unterseite grosse Wassertropfen. Keine Injection. Druck noch 4 Centim.; es sind 3,3 CC. Wasser ein-

gepresst worden. Der Druck wird jetzt auf 19 Centim. gebracht, die Blätter werden abgetrocknet. Nach 3 Tagen hat wieder eine sehr reichliche Ausscheidung stattgefunden, aber keine Injection. Druck noch 18 Centim.; es sind im Ganzen etwa 3,8 CC. Wasser eingepresst worden. Der Zweig wird abgeschnitten und das Hervorquellen des Wassers aus der Schnittfläche beobachtet (man vergleiche S. 252).

Der abgeschnittene Zweig wird in Wasser gestellt und ist nach 2 Tagen (10° C.) abgewelkt.

Versuch 30.

Datura sanguinea. 10. Dec. '78.

Ein Zweig mit 5 grossen Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., am Ende 9 Centim. Temperatur: 6°, 12°, 5° C.

Resultat. Nach 4 Stunden tragen die Spitzen der Blätter und der Blättzähne grosse Wassertropfen.

Nach 2 Tagen tragen nur die Blattspitzen noch Tropfen. Es sind im Ganzen etwa 5,6 CC. Wasser eingepresst worden

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt und ist nach 11 Tagen (9° C.) noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 31.

Datura sanguinea. 3. Mai '79.

Ein Zweig mit 9 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 39 Centim., am Ende 15,5 Centim. Temperatur: 12,5°, 12,5° C.

Resultat. Nach 2 Minuten zeigen sich schon sehr zahlreiche kleine Tropfen zerstreut am Blattrande, die Ausscheidung ist keineswegs auf den Zahnsitzen beschränkt,

die Tropfen befinden sich auf der Ober-, wie auf der Unterseite des Randes.

Nach 2 Tagen sind die Tropfen am Rande zum grössten Theil verschwunden. Es finden sich jetzt viele kleine Tropfen, zerstreut über die ganze obere, aber zumal über die untere Blattfläche. Die fünf ältesten Blätter haben kleine zerstreute injicirte Stellen, unabhängig von der Tropfenausscheidung. Es sind im Ganzen etwa 9,5 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach einem Tage (13⁰ C.) ist die Injection verschwunden; alles frisch und lebenskräftig.

Versuch 32.

Datura sanguinea. 19. Juli '79.

Ein Zweig mit 13 erwachsenen und einigen noch ganz jungen Blättchen wird um 2 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 20,5⁰ C.

Resultat. Nach 7 Minuten hat die Ausscheidung schon angefangen.

Nach $\frac{1}{2}$ Stunde finden sich überall auf der Unter-, wie auf der Oberseite des Blattrandes schöne Tropfen (z. B. 50 am einem nicht sehr grossen Blatte). Die jungen, noch nicht erwachsenen Blättchen haben nichts ausgeschieden. Injection fand nicht statt.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt und ist nach einem Tage (19⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 33.

Dichroa cyanitis. 11. Nov. '78.

Ein grosses, etwa 2 Decim. langes Blatt wird aus dem Gewächshause geholt und auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim., am Ende 14 Centim. Temperatur: 12,5⁰, 14,5⁰, 12⁰ C.

Resultat. Schon nach 6 Minuten fängt die Ausscheidung an allen Blatzzähnen an.

Nach 17 Minuten tragen alle Blatzzähne grosse Tropfen.

Nach einem Tage: sehr reichliche Wasserausscheidung. Es sind im Ganzen etwa 3 CC. Wasser eingepresst worden.

Das Blatt bleibt noch längere Zeit frisch.

Versuch 34.

Eupatorium triplinerve. VAHL. 19. Nov. '78.

Ein Zweig mit 10 grossen und einigen kleinen Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 18 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 9,5^o, 9^o C.

Resultat. Nach 10 Minuten tragen die Blatzzähne bei 2 älteren Blättern schon kleine Tropfen auf ihrer Oberseite.

Nach 25 Minuten tragen verschiedene, aber gar nicht alle Blätter grosse Tropfen.

Nach 4¹/₂ Stunde tragen alle Blätter grosse Tropfen auf den Blatzzähnen und an der Blattspitze.

Versuch 35.

Evonymus fimbriatus. WALL. 21. Dec. '78.

Ein Zweig mit 11 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 3 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Bei fünf Blättern wird die Spitzenhälfte mit einem scharfen Messer abgeschnitten. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., am Ende 14 Centim. Temperatur: 8^o, 3,5^o C.

Resultat. Nach 10 Minuten tragen 4 der abgeschnittenen Blätter schon einen Tropfen an der Schnittfläche.

Nach 2 Tagen haben die abgeschnittenen Blätter sehr viel Wasser hervorquellen lassen. Die unversehrten Blätter

sind sehr stark injicirt, ihre Unterfläche ist dunkelgrün punktirt. Die Blätter ohne Spitze sind viel weniger stark injicirt, und nur an der Basis; gar nicht in der Nähe der Schnittfläche. Es sind im Ganzen etwa 3,5 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 4 Tagen (9° , 7° C) ist die Injection der Blätter ohne Spitze ganz, die der unversehrten zum grossen Theil verschwunden.

Nach 6 Tagen ($9,5^{\circ}$ C.) ist kein einziges Blatt mehr injicirt.

Nach 11 Tagen ($7,5^{\circ}$ C.) ist der ganze Zweig noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 36.

Evonymus japonicus, fol. variegatis. 7. Nov. '78.

Ein Zweig mit 10 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim., am Ende 20 Centim. Temperatur: 10° , 10° , $12,5^{\circ}$ C.

Resultat. Nach 5 Stunden zeigt sich an den Blättern noch keine Veränderung.

Nach 2 Tagen sind alle Blätter vollkommen injicirt, ihre Unterseite ist gleichmässig dunkelgrün (resp. dunkelgelb) gefärbt. Es ist im Ganzen etwa 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen $12,5^{\circ}$ C sind die Blätter nicht mehr injicirt, vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 37.

Fuchsia globosa. 28. Sept. '78.

Ein Zweig mit 8 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 1 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim. Temperatur: 15° C.

Resultat. Nach 20 Minuten tragen die Spitzen aller Blattzähne schöne Tropfen.

Nach 2 Tagen sind viele Blattzähne wieder trocken. Der Druck ist noch 13 Centim., es sind bis jetzt etwa 3 CC. Wasser eingepresst worden. Die Blätter werden alle abgetrocknet.

Nach 8 Tagen sind alle Blätter trocken; 3 Blätter und das obere Glied des Zweiges fallen bei Berührung ab. Druck noch 9 Centim. Est sind jetzt im Ganzen etwa 4,6 CC. Wasser eingepresst worden. Der Zweig wird aus dem Apparate genommen und ein 4 Centim. langes, basales Stück unter Wasser abgeschnitten. Dann wird er von Neuem auf das Rohr befestigt bei etwa 17 Centim. Druck. Eine halbe Stunde nachdem dies geschehen, tragen alle Blätter wieder auf die gewöhnliche Weise schöne Tropfen. Auch wo ein Blatt und der obere Stengeltheil sich abgelöst haben, tretet ein grosser Tropfen hervor.

Versuch 38.

Hedera Helix. 26. Nov. '78.

Ein Zweig mit 7 Blättern wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: 22 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 12,5⁰, 12⁰ C.

Resultat. Nach einem Tage sind alle Blätter ganz und gar sehr stark injicirt; die untere Blattfläche ist dunkelgrün punktirt.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 19 Stunden (13⁰ C.) sind nur die 2 unteren Blätter noch injicirt, die übrigen ganz normal.

Nach 3 Tagen (10⁰ C.) ist die Injection aller Blätter verschwunden.

Nach 10 Tagen (8⁰, 6⁰, 14⁰ C.) ist der ganze Zweig noch frisch und lebenskräftig.

Versuch 39.

Helleborus niger. 17. Febr. '79.

Ein achttheiliges Blatt des vorigen Jahres wird um 11 U.

Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., am Ende 19 Centim. Temperatur 7,5⁰, 6,5⁰ 6,5⁰ C.

Resultat. Nach 5 Stunden zeigen verschiedene Blatttheile schon ziemlich grosse injicirte Stellen.

Nach einem Tage hat das ganze Blatt überall viele und grosse, vollkommen injicirte Stellen. An verschiedenen dieser Stellen sind auf der Blattunterseite grosse Tropfen ausfiltrirt. Es ist im Ganzen etwa 1,6 CC. Wasser eingepresst worden.

Das Blatt wird in Wasser gestellt. Nach einem Tage (12⁰ C.) ist die Injection vollkommen verschwunden.

Nach 4 Tagen ist das Blatt noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 40.

Helleborus niger. 26. Apr. '79.

Ein zehnthheiliges junges Blatt, das sich seit Febr. '79 entwickelt hat, wird um 3 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 10 Centim. Temperatur: 12⁰, 12⁰, 11,5⁰ C.

Resultat. Nach 2 Tagen tragen einige Blatttheile Wassertropfen auf der Oberseite einiger Zähne. Keine Injection. Druck noch 8 Centim.; es ist etwa 0,8 CC. Wasser eingepresst worden. Der Druck wird jetzt auf 17 Centim. gebracht.

Nach 3 Tagen: keine Ausscheidung oder Injection. Druck noch 16,5 Centim.; im Ganzen ist 1 CC. Wasser eingepresst worden. Der Blattstiel wird jetzt abgeschnitten, um das Hervorquellen des Wassers aus der Schnittfläche zu beobachten (man vergleiche Seite 252).

Das nachher in Wasser gestellte Blatt ist nach 2 Tagen noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 41.

Hydrangea Hortensia. 7. Nov. '78.

Ein Zweig mit 5 grossen Blättern wird aus dem Garten geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 18 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 10⁰, 10⁰, 12,5⁰ C.

Resultat. Nach 25 Minuten tragen 3 Blätter auf der Oberseite sämtlicher Blättzähne schöne Wassertropfen.

Nach 5 Stunden haben alle Blätter reichlich ausgeschieden.
Nach 2 Tagen: ebenso.

Versuch 42.

Hordeum vulgare. 21. Juli '79.

Der obere Theil eines Stengels mit zwei erwachsenen Blättern und einem jungen Blatte, das eben mit der Spitze hervortritt, wird dicht unter einem Knoten abgeschnitten und um 11 U. Vorm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Druck: anfangs 20,5 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 17⁰ C.

Resultat. Nach 10 Minuten haben die 3 Blätter am Rande und an der Spitze der oberen Blattfläche schon zahlreiche Tropfen ausgeschieden.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt und ist nach einem Tage (17,8⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 43.

Ilex aquifolium. 19. Nov. '78.

Ein Zweig mit 12 Blättern wird um 4 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilber-

druck: anfangs 22 Centim., am Ende 21 Centim. Temperatur: 9⁰, 10⁰ C.

Resultat. Nach einem Tage: keine Ausscheidung oder Injection.

Nach 2 Tagen sind alle Blätter injicirt, die ganze untere Blattfläche stark dunkelgrün-punktirt. Es ist etwa $\frac{1}{2}$ CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (9⁰ C.) sind die Blätter dieses Jahres nicht mehr injicirt, die vorjährigen stellenweise noch ein wenig.

Nach 4 Tagen (10⁰ C.) ist die Injection überall verschwunden, der ganze Zweig frisch und lebenskräftig.

Versuch 44.

Impatiens Balsamina. 14. Oct. '78.

Ein Zweig mit 10 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 4 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 15 Centim., am Ende etwa 11 Centim. Temperatur: 12⁰, 12,5⁰ C.

Resultat. Nach einer halben Stunde tragen alle Blattzähne sämtlicher Blätter einen Wassertropfen.

Nach einem Tage: sehr reichliche Ausscheidung. Es sind im Ganzen etwa 2 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt und ist nach 3 Tagen (12,5⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 45.

Impatiens Balsamina. 17. Oct. '78.

Ein Zweig mit vielen Blättern wird aus dem Garten geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 15 Centim., am Ende 5 Centim. Temperatur: 12,5⁰, 12,5⁰ C.

Resultat. Nach $\frac{1}{4}$ Stunde tragen alle Blattzähne schon grosse Tropfen.

Nach einem Tage: noch sehr reichliche Ausscheidung. Es sind im Ganzen etwa 4 CC. Wasser eingepresst worden.

Versuch 46.

Juglans regia. 23. Juli '79.

Ein grosses, im Ganzen etwa 50 Centim. langes Blatt mit 9 Fiederblättchen wird um 3 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21,5 Centim., am Ende 17,5 Centim. Temperatur: 18,5⁰, 18,2⁰, 17,5⁰, 18,5⁰ C.

Resultat. Nach 20 Stunden sind alle Blättchen injicirt; die Unterfläche ist sehr stark dunkelgrün punktirt. Auch finden sich, über die ganze untere Blattfläche zerstreut, ausfiltrirte Wassertropfen vor. Es ist 1,5 CC. Wasser eingepresst worden.

Das Blatt wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (19⁰ C.) sind die Blättchen nicht mehr injicirt; alles frisch und lebenskräftig.

Versuch 47.

Lavatera arborescens. 4. Nov. '78.

Ein Blatt wird aus dem Garten geholt und um 4 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim. Temperatur: 9,5⁰, 14⁰, 9,5⁰, 9,5⁰, 8⁰ C.

Resultat. Nach einem Tage noch keine Ausscheidung oder Injection.

Nach 2 Tagen trägt das Blatt ziemlich viele Wassertropfen über die ganze untere Fläche zerstreut. Druck noch 19 Centim.; est ist etwa 0,8 CC. Wasser einge-

presst worden. Das Blatt wird abgetrocknet und der Druck auf 26 Centim. gebracht.

Nach 3 Tagen sind wieder ziemlich viele Tropfen ausgeschieden worden, zumal an den Ohren des Blattes. Dazu ist das Blatt stellenweise injicirt, die Unterseite zeigt zerstreute, kleine, dunkelgrüne Stellen, zumal an den Ohren.

Das Blatt wird im Wasser gestellt. Nach 6 Stunden ist es nicht mehr injicirt; nach 2 Tagen ist es noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 48.

Lemone dulce. 17. Febr. '78.

Ein Zweig mit 5 grossen Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., am Ende 19 Centim. Temperatur: 7,5⁰, 6,5⁰, 6,5⁰ C.

Resultat. Nach 5 Stunden noch keine Ausscheidung oder Injection.

Nach einem Tage sind alle Blätter injicirt; die Unterseite ist fast gleichmässig dunkelgrün gefärbt. Es ist etwa 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 29 Stunden (12⁰ C.) sind alle Blätter noch injicirt.

Nach 4 Tagen (5,5⁰ C.) ist bei den 4 oberen Blättern die Injection aus der Blattspitze ganz, sonst zum grossen Theil verschwunden. Das untere Blatt ist noch injicirt.

Nach 6 Tagen sind die 4 oberen Blätter gar nicht, das untere fast nicht mehr injicirt.

Nach 7 Tagen (4,5⁰ C.) ist kein Blatt mehr injicirt.

Nach 9 Tagen (5⁰ C.) ist der ganze Zweig noch frisch und lebenskräftig.

Versuch 49.

Pelargonium inquinans. 5. Dec. '78.

Ein Zweig mit 3 gut entwickelten Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 12 U. Mittags auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 8,5⁰, 8,5⁰ C.

Resultat. Schon nach 4 Minuten tragen die Blätter an jedem Blattzähne einen kleinen Tropfen.

Nach 1¹/₂ Stunde tragen die Zähne grosse Tropfen auf ihrer Oberseite; die Ausscheidung ist sehr reichlich.

Der Zweig wird in Wasser gestellt und ist nach 9 Tagen (14⁰, 9⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 50.

Peristrophe speciosa. NEES. 14. Oct. '78.

Ein Zweig mit 6 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 11,5⁰ C.

Resultat. Nach 4 Stunden haben alle Blätter an nicht näher bestimmten Stellen des glatten Randes zahlreiche Tropfen ausgeschieden. Einzelne Stellen des Blattrandes sind injicirt

Versuch 51.

Peristrophe speciosa. 5. Mai '79.

Ein Zweig mit 11 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 18 Centim. Temperatur: 12,5⁰, 14,5⁰, 13⁰ C.

Resultat. Nach $4\frac{1}{2}$ Stunde noch keine Ausscheidung oder Injection.

Nach einem Tage haben verschiedene Blätter an dem Rande der unteren Fläche an nicht näher bestimmten Stellen Tropfen ausgeschieden. Nur sehr einzelne Tropfen am Rande der oberen Blattfläche. Es ist etwa 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird abgeschnitten und das Hervorquellen des Wassers aus der Schnittfläche beobachtet (man vergleiche S. 253).

Versuch 52.

Phaseolus multiflorus. 31. Juli '79.

Eine im Topfe gewachsene Keimpflanze mit zwei, 8 Centim. langen Primordialblättern wird abgeschnitten und um 3 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 15,7 Centim. Temperatur: 23° , 21° C.

Resultat. Nach 19 Stunden trägt die untere, wie die obere Blattfläche beider Primordialblätter eine sehr grosse Zahl kleiner Wassertropfen, über die ganze Fläche zerstreut, aber zumal in der Nähe der Nerven. Die Tropfen der Unterseite sind bedeutend grösser als die der Oberseite. Keine Injection. Es sind etwa 4 CC. Wasser eingepresst worden.

Die Pflanze wird in Wasser unter eine Glocke gestellt und ist nach einem Tage (22° C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 53.

Phaseolus multiflorus. 31. Juli '79.

Eine im Topfe gezogene Keimpflanze mit zwei, 7 Centim. langen Primordialblättern wird abgeschnitten und um 3 U. Nachm. auf das mit Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 15 Centim., am Ende 13 Centim. Temperatur: 23° , 21° C.

Resultat. Nach 19 Stunden trägt die untere Fläche der Blätter sehr viele Wassertropfen und zwar immer an solchen Stellen, wo grössere oder kleinere Nerven sich verzweigen. Die Oberseite der Blätter ist trocken. Keine Injection. Es ist etwa 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Die Keimpflanze wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt und ist nach einem Tage (22⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 54.

Philadelphus coronarius. 4. Nov. '78.

Ein Zweig mit 6 grossen, aber alten Blättern wird aus dem Garten geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 19 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 10,5⁰, 14⁰ C.

Resultat. Nach 5 Stunden noch keine Ausscheidung oder Injection.

Nach einem Tage sind die 2 unteren Blätter am Rande injicirt; dieselben Blätter tragen auf der Unter- oder auf der Oberseite einiger Blattzähne einen Tropfen. Die übrigen Blätter zeigen keine Veränderung.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach einem Tage ist die Injection verschwunden, die Blätter sind wieder normal.

Versuch 55.

Philadelphus coronarius. 26. Juni '79.

Ein Zweig mit 10 schönen Blättern wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 26 Centim., am Ende 7 Centim. Temperatur: 18,5⁰, 19⁰, 19,5⁰, 20⁰ C.

Resultat. Nach 3 Stunden hat ein einziges Blatt, und zwar des unteren Blattpaares, auf der Oberseite dreier Zähne

einen kleinen Tropfen ausgeschieden. Es ist 0,75 CC. Wasser eingepresst worden.

Nach einem Tage tragen alle Zähne sämtlicher Blätter auf der Oberseite einen grossen Tropfen. Keine Injection. Es sind im Ganzen etwa 2,7 CC. Wasser eingepresst worden.

Nach 6 Tagen sind die 6 unteren Blätter abgeworfen, aber noch frisch. Auch die Tropfen der 4 übrigen sind verschwunden. Es sind im Ganzen etwa 7 CC. Wasser eingepresst worden.

Versuch 56.

Phygelius capensis. 23. Nov. '78.

Ein Zweig mit 9 gut entwickelten Blättern wird aus dem Garten geholt und um 12 U. Mittags auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim, Senkung nicht notirt. Temperatur: 8,5⁰ C.

Resultat. Nach 13 Minuten tragen die 6 oberen Blätter schon kleine Wassertropfen auf der Oberseite der meisten Blattzähne.

Nach 47 Minuten sind die 3 ältesten Blätter noch trocken, sonst sehr ausgiebige Ausscheidung.

Der Zweig wird in Wasser gestellt und ist nach 7 Tagen (10⁰, 10⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 57.

Phytolacca decandra. 12. Oct. '78.

Ein Zweig mit etwa 10 Blättern wird um 2 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 14,5 Centim., am Ende: 12,5 Centim. Temperatur: 14,5⁰, 11,5⁰ C.

Resultat. Nach 1 $\frac{1}{2}$ Stunde hat die Ausscheidung schon aufgefangen.

Nach 2 Tagen haben alle Blätter an dem Rande der unteren Blattfläche, an nicht näher bestimmten Stellen reichlich Wasser ausgeschieden. Es ist etwa 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Versuch 58.

Phytolacca decandra. 17. Juli '79.

Ein Zweig mit 5 erwachsenen und einigen sehr jungen Blättern wird um 2 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim. Senkung nicht notirt. Temperatur: 19,7⁰, 20⁰ C.

Resultat. Nach 20 Minuten tragen alle Blätter sehr zahlreiche kleine Tropfen an Rande der unteren Blattfläche, an nicht näher bestimmten Stellen.

Nach 2 Stunden: Ausscheidung sehr reichlich.

Versuch 59.

Pinus Abies L. 18. Januar '79.

Ein Zweig mit 5 kleinen Seitenzweigen und sehr vielen Blättern wird um 3 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Bei etwa 20 Blättern wird die Spitzenhälfte abgeschnitten. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 19,5 Centim. Temperatur: 5,5⁰, 2,5⁰ C

Resultat. Nach 2 Tagen sind alle Blätter, auch die zur Hälfte abgeschnittenen, stellenweise injicirt, wie man an den dunkelgrün gefärbten Stellen und zumal auch bei durchfallenden Lichte sehr deutlich sehen kann. Die Blätter des vorigen Jahres, unten am Zweige, sind am stärksten injicirt. Jedes abgeschnittene Blatt trägt an der Schnittfläche einen Tropfen. Es ist etwa 0,2 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 8 Tagen (4⁰,

6,5⁰, 4⁰ C.) ist die Injection noch nicht verschwunden; der Zweig wird jetzt ins geheizte Zimmer gebracht.

Nach 10 Tagen (11⁰ C.) ist die Injection aller Blätter ganz verschwunden.

Nach 20 Tagen (16⁰ C.) ist der Zweig noch ganz frisch und lebenskräftig, nur die zur Hälfte abgeschittenen Blätter sind vertrocknet.

Versuch 60.

Platanus occidentalis. L. 8. Juli '79.

Ein Zweig mit 5 Blättern und einer sich noch entwickelnden Endknospe wird um 1 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Von den 5 Blättern sind die 2 unteren ganz erwachsen, die 2 darauffolgenden haben zwar ihre definitive Grösse erreicht, sind aber noch jung und zart; das obere Blatt ist noch sehr jung und hat erst die Hälfte der definitiven Grösse erreicht. Quecksilberdruck: anfangs 24,5 Centim., am Ende 11,5 Centim. Temperatur: 17,5⁰, 17,8⁰, 17,2⁰, 16,3⁰ C.

Resultat. Nach $\frac{1}{2}$ Stunde tragen das dritte und vierte Blatt (von unten an gezählt) auf der Oberseite oder gelegentlich auf der Unterseite sehr vieler Blattzähne schöne Wassertropfen.

Nach $1\frac{1}{2}$ Stunde ist die Ausscheidung dieser zwei Blätter schon viel reichlicher. Auch das obere Blatt trägt jetzt fast an jeder Zahnspitze einen Tropfen. Die 2 unteren Blätter sind trocken. Zugleich sind die 4 unteren Blätter injicirt, bei 3 ist die ganze untere Fläche dunkelgrün punktirt. Das obere Blatt ist nicht injicirt.

Nach 4 Stunden: die 2 unteren Blätter injicirt wie oben, ohne Ausscheidung; die 2 nachfolgenden Blätter sehr stark injicirt, die untere Fläche gleichmässig dunkelgrün gefärbt, dazu reichliche Ausscheidung an den Blattzähnen. Das obere Blatt scheidet viel Wasser aus, ist aber gar nicht injicirt. Es ist bis jetzt etwa 1,3 CC. Wasser eingepresst worden.

Nach 2 Tagen sind die 4 unteren Blätter sehr stark injicirt, das untere stellenweise; bij den 3 nachfolgenden aber ist die ganze untere Blattfläche gleichmässig dunkelgrün gefärbt. Das obere Blatt ist nicht injicirt, trägt aber viele grosse Tropfen an den Zahnspitzen. Es sind im Ganzen etwa 5,6 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 20 Stunden (15,8⁰ C.) sind die zwei mittleren Blätter noch stellenweise injicirt.

Nach 2 Tagen (16⁰ C.) ist die Injection aller Blätter verschwunden; der Zweig ist noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 61.

Potentilla atrosanguinea. 2. Nov. '78.

Ein grosses, aber ziemlich altes, dreizähliges Blatt wird aus dem Garten geholt und um 2 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck anfangs 29 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 12,5⁰ C.

Resultat. Nach $\frac{3}{4}$ Stunde tragen sehr viele Blattzähne auf ihrer Oberseite einen Wassertropfen.

Das Blatt wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt und ist nach 3 Tagen (14⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 62.

Primula sinensis. 1. Mai '79.

Ein Blatt wird aus dem Gewächshause geholt und um 1 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 25 Centim., am Ende 15 Centim. Temperatur. 10⁰, 15,5⁰, 12,5⁰ C.

Resultat. Nach $3\frac{1}{2}$ Stunde haben fast alle Blattzähne, auch die kleinsten, einen Wassertropfen

ausgeschieden, die meisten auf der Oberseite, ziemlich viele andere auf der Unterseite. Zwei längliche Stellen an der Blattbasis sind injicirt.

Nach zwei Tagen: alles noch ebenso. Es sind im Ganzen etwa 4 CC. Wasser eingepresst worden.

Das Blatt wird in Wasser gestellt und ist nach 2 Tagen (12,5⁰ C.) noch ganz frisch; es ist nur noch eine injicirte Stelle vorhanden.

Versuch 63.

Prunus Laurocerasus. 2. Dec. '78.

Ein Zweig mit 4 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 12 U. Mittags auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim., am Ende 20 Centim. Temperatur: 6,5⁰, 8⁰ C.

Resultat. Nach 3 Tagen sind die Blätter sehr stark injicirt; die untere Blattfläche ist in der Nähe des Mittelnerven gleichmässig dunkelgrün gefärbt, sonst sehr stark dunkelgrün punktirt. Es ist etwa 0,8 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 4 Tagen (14⁰, 8,5⁰ C.) ist die Injection noch nicht ganz verschwunden.

Nach 7 Tagen (5⁰ C.) sind die Blätter nicht mehr injicirt. Nach 16 Tagen (9⁰ C.) ist der Zweig noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 64.

Prunus lusitanica. 17. Dec. '78.

Ein Zweig mit 8 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., am Ende 15 Centim. Temperatur: 5⁰, 5,5⁰ C.

Resultat. Nach 2 Tagen sind alle Blätter vollkommen injicirt, die untere Fläche gleichmässig dunkelgrün gefärbt und dazu mit zerstreuten, ausfiltrirten Wassertropfen besetzt. Es sind etwa 2,4 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (6⁰, 9,5⁰ C.) zeigen sich schon bei 4 Blättern nicht mehr injicirte Stellen.

Nach 8 Tagen (3,5⁰, 9⁰, 7,2⁰ C.) ist die Injection bei 5 Blättern zum Theil verschwunden.

Nach 10 Tagen (9,5⁰ C.) sind 4 Blätter so gut wie nicht mehr injicirt, die übrigen noch ziemlich stark. Der Zweig wird jetzt trocken auf den Tisch gelegt und 4 Stunden nachher (15,5⁰ C.) ist die Injection sämtlicher Blätter vollkommen verschwunden. Dann wird der Zweig wieder in Wasser gestellt.

Nach 15 Tagen (16,5⁰ C.) ist der Zweig noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 65.

Rhododendron ponticum. 19. Dec. '78.

Ein Zweig mit 7 Blättern wird um 12 U. Mittags auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22,5 Centim., am Ende 16,5 Centim. Temperatur: 5,5⁰, 6⁰ C.

Resultat. Nach einem Tage sind alle Blätter vollkommen injicirt; die untere Blattfläche ist gleichmässig dunkelgrün gefärbt und trägt zugleich überall sehr zahlreiche, ausfiltrirte Wassertropfen. Es sind etwa 2,4 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 15 Tagen (9,5⁰, 3,5⁰, 9⁰, 7,2⁰, 9,5⁰, 8⁰ C.) sind die Blätter nicht mehr injicirt.

Nach 24 Tagen (11,6⁰, 13⁰, 15,5⁰ C.) ist der Zweig noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 66.

Rhododendron ponticum. 2. Juli '79

Ein Zweig mit 11 Blättern, die zwar ihre definitive Grösse erreicht haben, aber noch jung und zart sind, wird um 2 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., am Ende 16,7 Centim. Temperatur: 19,5⁰, 19,5⁰, 18,5⁰ C.

Resultat. Nach 20 Stunden sind alle Blätter vollkommen injicirt, die Unterseite gleichmässig dunkelgrün gefärbt. Drei Blätter tragen einen grossen Tropfen an der Spitze. Es ist etwa 1,3 CC. Wasser eingepresst worden.

Nach 26 Stunden noch ebenso. Es sind im Ganzen etwa 2 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (16,5⁰ C.) ist die Injection einiger Blätter schon verschwunden.

Nach 4 Tagen (16⁰ C.) ist kein Blatt mehr injicirt; der Zweig ist ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 67.

Sambucus nigra. 2. Nov. '78.

Ein Zweig mit 4 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 3 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 19 Centim., am Ende 15 Centim. Temperatur: 12,5⁰, 13,5⁰ C.

Resultat. Nach 2 Tagen tragen die Spitzen und auch einzelne Zähne der Blättchen einen Wassertropfen. Die Blättchen des unteren Blattpaares sind vollkommen injicirt, die des oberen nicht so stark. Es sind etwa 2 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach $4\frac{1}{2}$ Stunde ($13,5^0$ C.) ist die Injection vollkommen verschwunden. Es wird jetzt eine Glasglocke übergestülpt.

Nach einem Tage ist der Zweig noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 68.

Sambucus nigra. 2. Juni '79.

Ein junger, noch nicht verholzter Zweig mit 4 Blättern wird um 12 U. Mittags in einen Apparat mit absolut constantem Quecksilberdrucke befestigt. Es wird gewöhnliches Wasser eingepresst. Druck: 23 Centim. Temperatur: $16,5^0$, $16,7^0$, $16,5^0$ C.

Resultat. Nach 7 Stunden tragen die Blättchen auf der Oberseite aller Blattzähne einen Tropfen. Keine Injection. Es ist 0,65 CC. Wasser eingepresst worden. Der Druck wird jetzt auf 34 Centim. constant gebracht.

Nach einem Tage ist die Ausscheidung sehr reichlich; keine Injection. Es ist im Ganzen 1,45 CC. Wasser eingepresst worden. Der Zweig wird abgeschnitten, um das Hervorquellen des Wassers aus der Schnittfläche zu beobachten (man vergleiche S. 253).

Der Zweig wird in Wasser gestellt und ist nach 2 Tagen ($16,8^0$ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 69.

Saxifraga rotundifolia. 23. Nov. '78.

Eine Blattrosette, aus zahlreichen Blättern zusammengesetzt, wird aus dem Garten geholt und um 2 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., am Ende 20 Centim. Temperatur: $10,5^0$, 10^0 , $10,5^0$ C.

Resultat. Nach $\frac{3}{4}$ Stunde noch keine Ausscheidung.

Nach 2 Tagen haben die meisten Blätter auf der Oberseite vieler Blattzähne schöne Wassertropfen ausgeschieden; die jüngeren Blätter am stärksten. Es ist etwa 0,5 CC. Wasser eingepresst worden. Die Blätter werden abgetrocknet und sind 5 Stunden nachher noch trocken.

Die Blattrosette wird in Wasser gestellt und ist nach 5 Tagen ($12,5^{\circ}$, 10° C.) noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 70.

Sciadocalyx digitaliflora. 9. Dec. '78.

Ein Blatt wird aus dem Gewächshause geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 19 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: $7,5^{\circ}$, $5,5^{\circ}$ C.

Resultat. Schon nach 5 Minuten zeigen sich kleine Tropfen an vielen Zahnspitzen.

Nach einem Tage tragen die Blattzähne auf ihrer Oberseite grosse Tropfen.

Versuch 71.

Sempervivum ciliatum. 9. Dec. '78.

Ein Zweig mit 2 Blattrosetten, einer grösseren und einer kleineren, wird aus dem Gewächshause geholt und um 12 U. Mittags auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: $8,5^{\circ}$, 11° , $5,5^{\circ}$ C.

Resultat. Nach $3\frac{1}{2}$ Stunde haben 2 junge Blätter an der Spitze der unteren Blattfläche einen kleinen Tropfen ausgeschieden. Die kleine Blattrosette wird zufällig abgebrochen; aus der Bruchfläche tretet in einigen Minuten ein grosser Tropfen hervor.

Nach einem Tage haben 8 junge Blätter einen grossen Tropfen an der Spitze der unteren Blattfläche ausgeschieden. Die älteren Blätter sind alle trocken.

Der Zweig wird in Wasser gestellt und ist nach 4 Tagen (5⁰, 9⁰ C.) noch frisch und lebenskräftig.

Versuch 72.

Sempervivum tortuosum. 18. Januar '79.

Ein Zweig mit 6 Blattrosetten wird aus dem Gewächshause geholt und um 3 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22,5 Centim., am Ende 21,5 Centim. Temperatur: 5,5⁰, 2,5⁰ C.

Resultat. Nach $\frac{3}{4}$ Stunde noch keine Ausscheidung.

Nach 2 Tagen haben die meisten Blätter (mehr als 40) einen Tropfen an der Spitze ausgeschieden, die meisten an der oberen Fläche, verschiedene aber an der unteren Fläche des Blattes. Es ist etwa 0,4 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt und ist nach einem Tage (5⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 73.

Senecio vulgaris. L. 30. Nov. '78.

Eine Pflanze mit 12 grossen Blättern wird aus dem Garten geholt und um 12 U. Mittags auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Das Wasser wird nicht in den hohlen Stengel, sondern in die Wurzel gepresst, da diese zum grossen Theil mit der Pflanze in Verbindung bleibt, und nur die Wurzelspitze abgeschnitten ist. Quecksilberdruck: anfangs 22,5 Centim., am Ende 18,5 Centim. Temperatur: 10⁰, 7,5⁰ C.

Resultat. Nach $\frac{1}{2}$ Stunde: noch keine Ausscheidung.

Nach einem Tage tragen alle Blätter am Rande der oberen, wie der unteren Blattfläche sehr viele, zerstreute und grosse Wassertropfen, sowohl an den Zahnsitzen, wie auch an den Einschnitten. Es ist etwa 1,6 CC. Wasser eingepresst worden.

Die Pflanze wird in Wasser gestellt und eine Glasglocke übergestülpt. Nach 6 Tagen (6^o, 14^o C.) ist sie noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 74.

Syringa vulgaris. 14. Oct. '78.

Ein Zweig mit 6 grossen Blättern wird aus dem Garten geholt und um 4 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 18 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 12^o, 12,5^o. C.

Resultat. Nach 19 Stunden sind alle Blätter vollkommen injicirt, die untere Blattfläche ist gleichmässig dunkelgrün gefärbt.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (12^o C.) ist die Injection aller Blätter vollkommen verschwunden.

Versuch 75.

Syringa vulgaris. 1. Juni '79.

Ein noch nicht verholzter Zweig mit 6 zwar grossen, aber noch jungen und zarten Blättern, wird um 8 U. Nachm. in einen Apparat mit absolut constantem Quecksilberdrucke befestigt. Es wird gewöhnliches Wasser eingepresst. Druck 25 Centim. Temperatur: 15^o, 16^o C.

Resultat. Nach 15 Stunden sind alle Blätter sehr stark injicirt; die untere Blattfläche ist fast gleichmässig dunkelgrün gefärbt, und überall mit kleinen, zerstreuten, ausfiltrirten Wasser-

tropfen besetzt. Es ist 1,3 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 9 Stunden (16,7⁰ C.) sind nur die 2 unteren Blätter an der Basis noch ein wenig injicirt.

Nach einem Tage (16,5⁰ C.) ist die Injection ganz verschwunden, der Zweig ist ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 76.

Taxus baccata. 19. Nov. '78.

Ein Zweig mit 9 Seitenzweigen und zahlreichen Blättern wird um 4 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 12 Centim. Temperatur: 9⁰, 10,5⁰, 10⁰, 9⁰ C.

Resultat. Nach einem Tage: keine Ausscheidung oder Injection.

Nach 2 Tagen sind alle Blätter zum grossen Theil injicirt, die untere Fläche zeigt grosse, dunkelgrün gefärbte Stellen. Es sind etwa 2,2 CC. Wasser eingepresst worden.

Nach 4 Tagen sind die vorjährigen Blätter vollkommen injicirt, die untere Blattfläche gleichmässig dunkelgrün gefärbt. Die diesjährigen zeigen einige kleine, noch nicht injicirte Stellen. Es sind im Ganzen etwa 4,4 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (10⁰ C.) sind die vorjährigen Blätter noch stellenweise injicirt, die diesjährigen fast ohne Injection.

Nach 5 Tagen (12,5⁰, 13⁰ C.) sind fast alle Blätter wieder normal, nur die unteren, älteren noch ein wenig injicirt.

Nach 8 Tagen (10⁰, 8,5⁰ C.) ist die Injection aller Blätter vollkommen verschwunden.

Nach 14 Tagen (14⁰ C.) ist der Zweig noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 77.

Taxus baccata. 20. Dec. '78.

Ein Zweig mit Seitenzweigen und vielen Blättern wird um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Bei vielen diesjährigen Blättern wird die Spitzenhälfte abgeschnitten. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 12 Centim. Temperatur: 7,5⁰, 9,5⁰, 3,5⁰ C.

Resultat. Nach einem Tage sind die vorjährigen Blätter vollkommen injicirt; ihre Unterseite gleichmässig dunkelgrün gefärbt. Die diesjährigen Blätter sind stellenweise injicirt. Die zur Hälfte abgeschnittenen Blätter tragen einen grossen Wassertropfen an der Schnittfläche; sie sind aber gar nicht injicirt. Es sind etwa 3,3 CC. Wasser eingepresst worden. Die zur Hälfte abgeschnittenen Blätter werden mit Löschpapier abgetrocknet, haben aber eine Stunde später schon wieder einen grossen Tropfen ausgeschieden.

Nach 3 Tagen zeigen die diesjährigen Blätter sehr grosse injicirte Stellen. Reichliche Ausscheidung, ohne Injection, der abgeschnittenen Blätter. Es sind im Ganzen etwa 4,4 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (9⁰ C.) ist die Injection der diesjährigen Blätter schon viel weniger stark.

Nach 4 Tagen (7,2⁰ C.) ist die Injection der diesjährigen Blätter ganz verschwunden, die vorjährigen sind noch zum Theil injicirt.

Nach 6 Tagen (9,5⁰ C.) sind die vorjährigen Blätter noch zum Theil injicirt.

Nach 11 Tagen (8⁰ C.) ist die Injection aller Blätter vollkommen verschwunden; der Zweig ist noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 78.

Taxus baccata. 5. Juli '79.

Ein Zweig mit 15 in diesem Jahre entwickelten Seitenzweigen wird um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Die Blätter haben ihre definitive Grösse erreicht, sind aber noch jung und zart. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., am Ende 11 Centim. Temperatur: 17⁰, 16,3⁰ C.

Resultat. Nach 2 Tagen sind die vorjährigen Blätter vollkommen injicirt, ihre Unterfläche ist gleichmässig dunkelgrün gefärbt. Die jungen, diesjährigen Blätter sind sehr stark stellenweise injicirt. Es sind etwa 4 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 3 Tagen (17,5⁰, 16,5⁰ C.) ist die Injection aller Blätter verschwunden; der ganze Zweig ist frisch und lebenskräftig.

Versuch 79.

Tropaeolum majus. 6. Oct. '78.

Ein Zweig mit 5 Blättern wird um 12 U. Mittags auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 14 Centim. Temperatur: 15⁰, 15⁰, 14⁰ C.

Resultat. Nach einem Tage tragen die Blätter Wassertropfen am Rande und zwar wo die Hauptnerven endigen. Es sind etwa 3 CC. Wasser eingepresst worden; der Druck ist noch 6,4 Centim. Die Blätter werden abgetrocknet.

Nach 6 Tagen ist der Zweig ganz frisch, aber die Blätter sind vollkommen trocken. Es sind im Ganzen etwa 5 CC. Wasser eingepresst worden; Druck noch 1,4 Centim. Der

Druck wird jetzt wieder auf 15 Centim. gebracht. Zwei und eine halbe Stunde später sind die Blätter noch ganz trocken.

Versuch 80.

Ulmus campestris. 7. Juli '79.

Ein Zweig mit 16 ohne Ausnahme erwachsenen Blättern, deren Stipulae schon alle abgefallen sind, wird um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 23,5 Centim., am Ende 19,7 Centim. Temperatur: 17⁰, 17,3⁰ C.

Resultat. Nach einer Stunde: keine Ausscheidung; alle Blätter haben schon kleine injicirte Stellen, zumal in der Nähe des Mittelnerven.

Nach 7 Stunden sind alle Blätter vollkommen injicirt; die untere Fläche ist gleichmässig dunkelgrün gefärbt, und trägt einige zerstreute ausfiltrirte Wassertropfen. Keine Ausscheidung am Blattrende. Es sind im Ganzen etwa 2,1 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 3 Tagen (17,7⁰ C.) ist die Injection aller Blätter verschwunden und ist der Zweig noch frisch und lebenskräftig.

Versuch 81.

Ulmus campestris. 7. Juli '79,

Ein Zweig mit 8 Blättern, unter denen die 4 oberen noch sehr klein sind und eine sich entwickelnde Endknospe bilden, wird um 7 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Nur die 3 unteren Blätter sind erwachsen, auch an diesen aber sind die Stipulae noch in ganz frischem Zustande vorhanden. Quecksilberdruck: anfangs 28,3 Centim., am Ende 20 Centim. Temperatur: 17,5⁰, 17,5⁰ C.

Resultat. Nach einer Stunde zeigt das untere Blatt schon kleine injicirte Stellen. Keine Ausscheidung.

Nach 18 Stunden tragen die 4 unteren Blätter entweder auf der Ober- oder auf der Unterseite der Blattzähne einen Tropfen. Dieselben Blätter sind vollkommen injicirt; die Unterfläche ist gleichmässig dunkelgrün gefärbt und trägt bei den 2 unteren Blättern auch viele zerstreute, ausfiltrirte Tropfen.

Die 4 oberen, noch sehr kleinen Blätter haben keine Tropfen ausgeschieden und sind, soviel ich sehen kann, nicht injicirt. Es sind etwa 3 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach $2\frac{1}{2}$ Stunde ($17,7^{\circ}\text{C.}$) ist die Injection aller Blätter schon vollkommen verschwunden. Nach 2 Tagen ist der Zweig ein wenig welk.

Versuch 82.

Vitis vinifera. 5. Mai '79.

Ein Zweig mit 5 Blättern wird aus dem Gewächshause (man vergl. S. 243) geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Manometer befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 26 Centim., am Ende 21,5 Centim. Temperatur: $12,5^{\circ}$, $14,5^{\circ}$, 13° C.

Resultat. Nach $4\frac{1}{2}$ Stunde tragen alle grosse und kleine Blattzähne einen grossen Wassertropfen, entweder auf der Ober- oder auf der Unterseite.

Nach einem Tage ist die Ausscheidung noch sehr reichlich. Es sind im Ganzen etwa 3,6 CC. Wasser eingepresst worden. Der Zweig wird abgeschnitten um das Hervortreten des Wassers aus der Schnittfläche zu beobachten (man vergleiche S. 253.).

Versuch 83.

Weigelia amabilis. 17. Oct. '78.

Ein Zweig mit 8 Blättern wird um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilber-

druck: anfangs 18 Centim., am Ende 15 Centim. Temperatur: 12,5⁰, 12,5⁰ C.

Resultat. Nach 40 Minuten haben alle Blätter schon kleine Wassertropfen an den Spitzen der Blattzähne ausgeschieden.

Nach einem Tage ist die Ausscheidung sehr reichlich. Es ist im Ganzen etwa 1,6 CC, Wasser eingepresst worden.

Versuch 84.

Zea Mais. 10. Febr. '79.

Eine etwa 15 Centim. hohe Keimpflanze wird aus dem Gewächshause geholt, dicht unter einem Knoten abgeschnitten und um 11 U. Vorm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 17 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 11,5⁰, 11,5⁰, 10,5⁰ C.

Resultat. Nach 10 Minuten sind schon 7 Wassertropfen am Rande der verschiedenen Blätter ausgeschieden worden.

Nach 25 Minuten sind die Tropfen am Rande zahlreicher und grösser, auch tragen die 2 ältesten Blätter einen grossen Tropfen an der Spitze. Die Blätter werden abgetrocknet; schon 5 Minuten später fängt die Ausscheidung wieder an.

Nach 5 Stunden: sehr grosse Tropfen an den 3 Blattspitzen, wie überall am Rande.

Nach einem Tage sind im Ganzen 16 sehr grosse Tropfen ausgeschieden worden.

Die Keimpflanze wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt und ist nach einem Tage (14⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

III. DIE RESULTATE.

Im vorhergehenden Abschnitte habe ich nur die Thatsachen beschrieben, die sich als Resultate der gemachten Versuche ergeben haben. Jetzt will ich zuerst die allgemeine Bedeutung dieser Thatsachen und ihren Zusammenhang kürzlich erörtern, um dann in einigen besonderen Paragraphen ein jedes der gewonnenen Resultate eingehend zu besprechen und noch einige Fragen zu beantworten, die sich ohne Weiteres aus den folgenden Auseinandersetzungen ergeben werden. Die oben schon theilweise angedeuteten Hauptresultate, deren Bedeutung ich hier vohr Allem hervorheben will, sind die folgenden:

1^o. Viele Blätter sondern in Folge des Druckes Wassertropfen an bestimmten Stellen ab.

2^o. Bei vielen anderen Blättern werden in Folge des Druckes die Intercellularräume injicirt.

3^o. Die Blätter ziemlich vieler Pflanzen zeigen beide Erscheinungen. Bei solchen Pflanzen scheiden jüngere Blätter leichter Wasser aus als ältere, diese werden aber leichter injicirt als jene.

Bei meinen Betrachtungen gehe ich nun aus von dem Satze: dass die Blätter nicht aller Pflanzen die Fähigkeit haben, bei innerem Wasserdrucke, Tropfen an bestimmten Stellen auszuscheiden.

Es besitzen somit die ausscheidenden Blätter gewisse Eigenthümlichkeiten in ihrem Baue, die den Abfluss des eingepressten Wassers möglich machen und die den nicht ausscheidenden Blättern fehlen. Diese Absonderungsorgane, sie mögen morphologisch ausgebildet sein wie sie wollen, werde ich im Folgenden mit dem Namen Emissarien belegen. Ueber den Bau dieser Organe werde ich später in den Paragraphen 4 und 5 dieses Abschnittes noch einiges mittheilen.

Wenn auch den nicht ausscheidenden Blättern solche Organe fehlen, so macht sich dennoch auch bei diesen der Druck ohne

Ausnahme in bestimmter Weise bemerkbar. Die Blätter ohne Emissarien werden als Folge des Druckes injicirt, ihre Intercellularräume füllen sich mit Wasser.

Diese bis jetzt unbekannte Thatsache ist auch insofern interessant als uns dadurch die Bedeutung der Emissarien für das Leben der sie besitzenden Pflanzen einigermaßen erklärlich wird.

Die Injection der Intercellularräume nämlich kann dem Leben der Blätter und der Pflanze im Allgemeinen nur schädlich sein, denn der freie Gaswechsel zwischen dem Blattinnern und der Aussenluft, die Athmung und die Kohlensäurezeretzung werden dadurch gehindert. Wo nun aber wirksame Emissarien vorhanden sind, und also Wasserabfuhr stattfinden kann, wird selbstverständlich Injection nicht so leicht zu Stande kommen. Diese Organe schützen also die Blätter vor der nachtheiligen Injection, die auch bei unverletzten Pflanzen unter Umständen, bei starkem Wurzeldrucke und gehemmter Transpiration, stattfinden könnte.

Und dass wirklich auch Blätter, die Emissarien besitzen, injicirt werden, sobald diese Organe nicht mehr wirksam sind, lehrten meine Versuche ebenfalls. Die Blätter ziemlich vieler Pflanzen zeigten Ausscheidung und Injection beide, entweder zur selben oder zu verschiedenen Zeiten. Wo ich bei diesen Pflanzen jüngere und ältere Blätter untersucht habe, fand ich stets, dass die jungen Blätter reichlich Wasser ausschieden, indem bei den älteren die Ausscheidung ganz oder zum grossen Theil unterblieb. Solche alte Blätter wurden aber ohne Ausnahme injicirt, auch wenn, wie fast immer der Fall war, bei den jungen, stark ausscheidenden Blättern derselben Pflanze gar keine Injection stattfand.

Es geht hieraus hervor, dass bei Blättern mit Emissarien im Alter diese Organe unter Umständen unwirksam werden können, und dass in diesem Zustande auch solche Blätter bei innerem Wasserdrucke der schädlichen Einwirkung der Injection ausgesetzt sind.

Was die Ursache ist, dass die Emissarien im Alter der Blätter zuweilen unwirksam werden, habe ich durch Versuche bis jetzt noch nicht entscheiden können. Wenn man aber bedenkt, dass die Wurzel nicht reines Wasser, sondern eine verdünnte Lösung verschiedener Substanzen hinaufpresst, so wird es nicht unwahrscheinlich, dass im Laufe der Zeit sich oft ein Theil dieser gelösten Stoffe in den Emissarien absetzen könnte, und demzufolge bei alten Blättern schliesslich die Undurchlässigkeit dieser Organe verursachen.

Im Einklange mit dieser Hypothese ist die bekannte Thatsache, dass die Durchtrittsstellen für abgéschiedene Wassertropfen bei manchen Blättern aus diesen Tropfen abgesetzte und aus kohlenurem Kalk gebildete Schüppchen tragen *).

Vielleicht wird es durch spätere Untersuchungen möglich sein, die Richtigkeit der hier ausgesprochenen Hypothese experimentell zu prüfen.

Auf welche Weise solche Blätter, denen die Emissarien fehlen, vor Injection der Intercellularräume geschützt sind, ist eine Frage, die ich einstweilen nur theilweise beantworten kann.

Wie ich in der Einleitung schon hervorhob, zeigen, nach HOFMEISTER'S Beobachtung, die Coniferen nie Wurzeldruck. Dementsprechend besitzen die von mir untersuchten Coniferenblätter (*Pinus*, *Taxus*) auch keine Emissarien.

Möglich wäre es allerdings, dass alle Pflanzen ohne Emissarien auch den Wurzeldruck entbehren. Ebenfalls möglich wäre es aber, dass bei solchen Pflanzen auf andere Weise das Zustandekommen der Injection unter normalen Bedingungen unmöglich gemacht werde. Dies zu entscheiden war jetzt nicht mein Zweck und muss späteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.

Nach diesen Auseinandersetzungen gehe ich zu der eingehenden Besprechung des hier im Zusammenhang aber flüchtig Mitgetheilten über.

*) A DE BARY. Vergleichende Anatomie der Vegetationsorgane der Phanerogamen und Farn. S. 54, 57, 113 und 114.

§ 1. *Die Tropfenausscheidung.*

Wie dem Leser schon beim Durchblättern der Versuchsbeschreibungen klar geworden sein wird, zeigte eine nicht unbedeutliche Anzahl der von mir untersuchten Pflanzen eine Tropfenausscheidung, auf dieselbe Weise, wie man es im Freien oft beobachten kann. Ich will jetzt zuerst eine alphabetische Liste dieser Pflanzen folgen lassen und bei einer jeden erwähnen, an welchen Theilen der Blätter die Ausscheidung stattfand.

Da auch bei den Versuchsbeschreibungen im vorigen Abschnitte die alphabetische Folge gewählt wurde, so wird es leicht sein, für jeden Pflanzennamen der nachfolgenden Liste den betreffenden Versuch aufzufinden.

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1. <i>Ageratum coeruleum.</i> | Oberseite der Blattzähne. |
| 2. <i>Arbutus Unedo.</i> | Oberseite der Blattzähne. |
| 3. <i>Adhatoda Vasica.</i> | Zerstreute Stellen der Unterseite des glatten Blattrandes. |
| 4. <i>Aucuba japonica.</i> | Unter- oder Oberseite der Blattzähne. |
| 5. <i>Begonia incarnata.</i> | Oberseite der Blattzähne. |
| 6. <i>Begonia manicata.</i> | Oberseite der Blattzähne. |
| 7. <i>Boehmeria pilosiuscula.</i> | Ganze obere Blattfläche. |
| 8. <i>Borrago officinalis.</i> | Blattspitze. |
| 9. <i>Calamagrostis variegatus.</i> | Blattspitze und sonst am Rande. |
| 10. <i>Callicoma serratifolia.</i> | Oberseite der Blattzähne. |
| 11. <i>Cestrum Regelii.</i> | Zerstreute Stellen der Unterseite des glatten Blattrandes. |
| 12. <i>Cestrum roseum.</i> | Zerstreute Stellen der Ober- oder Unterseite des glatten Blattrandes. |
| 13. <i>Cordia Franciscea.</i> | Unter- oder Oberseite der Blattzähne. |
| 14. <i>Datura sanguinea.</i> | Zerstreute Stellen der Ober- oder Unterseite des Randes; an den Zähnen wie an den Einschnitten. |

- | | |
|--|--|
| 15. <i>Dichroa cyanitis</i> . | Blattzähne. |
| 16. <i>Eupatorium triplinerve</i> . | Oberseite der Blattzähne. |
| 17. <i>Fuchsia globosa</i> . | Blattzähne |
| 18. <i>Helleborus niger</i> . | Oberseite der Blattzähne. |
| 19. <i>Hydrangea Hortensia</i> . | Oberseite der Blattzähne. |
| 20. <i>Hordeum vulgare</i> . | Blattspitze und sonst am Rande. |
| 21. <i>Impatiens Balsamina</i> . | Blattzähne. |
| 22. <i>Lavatera arborescens</i> . | Ganze untere Blattfläche. |
| 23. <i>Pelargonium inquinans</i> . | Oberseite der Blattzähne. |
| 24. <i>Peristrophe speciosa</i> . | Zerstreute Stellen der Unterseite, zuweilen auch der Oberseite des glatten Blattrandes. |
| 25. <i>Phaseolus vulgaris</i> . | Ganze untere und obere Blattfläche. |
| 26. <i>Philadelphus coronarius</i> . | Ober- oder Unterseite der Blattzähne. |
| 27. <i>Phygelius capensis</i> . | Oberseite der Blattzähne. |
| 28. <i>Phytolacca decandra</i> . | Zerstreute Stellen der Unterseite des glatten Blattrandes. |
| 29. <i>Platanus occidentalis</i> . | Ober- oder Unterseite der Blattzähne. |
| 30. <i>Potentilla atrosanguinea</i> . | Oberseite der Blattzähne. |
| 31. <i>Primula sinensis</i> . | Ober- oder Unterseite der Blattzähne. |
| 32. <i>Sambucus nigra</i> . | Oberseite der Blattzähne. |
| 33. <i>Saxifraga rotundifolia</i> . | Oberseite der Blattzähne. |
| 34. <i>Sciadocalyx digitaliflora</i> . | Oberseite der Blattzähne. |
| 35. <i>Sempervivum ciliatum</i> . | Unterseite der Blattspitze. |
| 36. <i>Sempervivum tortuosum</i> . | Ober- oder Unterseite der Blattspitze. |
| 37. <i>Senecio vulgaris</i> . | Zerstreute Stellen der Ober- oder Unterseite des Blattrandes; an den Zähnen wie an den Einschnitten. |
| 38. <i>Tropaeolum majus</i> . | Stellen des Randes, wo die grossen Nerven endigen. |
| 39. <i>Ulmus campestris</i> . | Ober- oder Unterseite der Blattzähne. |

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------------|
| 40. <i>Vitis vinifera</i> . | Ober- oder Unterseite der Blattzähne. |
| 41. <i>Weigelia amabilis</i> . | Blattzähne. |
| 42. <i>Zea Mais</i> . | Blattspitze und sonst am Rande. |

Ich komme also zu dem Resultate: dass von den 60 untersuchten Pflanzen, 42 eine Tropfenausscheidung zeigen, auf dieselbe Weise, wie sie an unverletzten Pflanzen oft beobachtet wird.

Bei 25 dieser Pflanzen tragen die Blätter die ausgesonderten Wassertropfen an den Blattzähnen (respective der Blattspitze) und zwar an deren Spitze, Unter- oder Oberseite.

Das Austreten zerstreuter Wassertropfen an nicht näher bestimmten Stellen des Blattrandes (respective an der Blattspitze) findet bei 11 Pflanzen statt. Bei 9 dieser Pflanzen sind die Blätter glattrandig und nur bei *Tropaeolum* treten die Tropfen am Rande genau über die Endigungen der grossen Nerven hervor. Die 2 übrigen (*Datura sanguinea* und *Senecio vulgaris*) besitzen eingeschnittene Blätter.

Eine Ausscheidung, die sich auf die Spitze der Blätter beschränkt, wird nur bei drei Pflanzen beobachtet (*Borrago officinalis*, *Sempervivum ciliatum* und *tortuosum*).

Bei 3 Pflanzen schliesslich findet die Ausscheidung über die ganze obere oder untere Blattfläche, oder über beide statt (*Boehmeria pilosiuscula*, *Lavatera arborescens*, *Phaseolus vulgaris*).

Als Pflanzen, bei denen eine reichliche Ausscheidung innerhalb einer Stunde stattfindet, die also zu Vorlesungsversuchen besonders geeignet sind, nenne ich ausser *Fuchsia* und die Gräser beispielweise noch die folgenden: *Adhatoda Vasica*, *Begonia incarnata*, *Cestrum Regelii* und *roseum*, *Datura sanguinea*, *Hydrangea Hortensia*, *Impatiens Balsamina*, *Pelargonium inquinans*, *Weigelia amabilis*.

§ 2. Die Injection.

Wie ich schon früher hervorgehoben habe, war es eine fast ebenso allgemeine Erscheinung als die Tropfenausscheidung, dass die

Blätter in Folge des im Innern des Zweiges herrschenden Wasserdruckes injicirt wurden. Bei der Injection wird die Luft aus den Intercellularräumen durch das eingepresste Wasser verdrängt. Da diese sich hauptsächlich an der Unterseite der Blätter vorfinden und die in ihnen befindliche Luft die blassgrüne Farbe der unteren Fläche verursacht, so wird die Betrachtung der Blattunterseite jedesmal genügen, wenn man entscheiden will, ob Injection stattfand oder nicht.

Diese Seite ist, je nachdem die Injection mehr oder weniger vollkommen war, ganz und gar, oder auch nur stellenweise dunkelgrün gefärbt. Die injicirten Stellen sind gewöhnlich über die ganze Blattfläche gleichmässig verbreitet. Sie sind zuweilen sehr klein, aber dann meistens überaus zahlreich, so dass die Unterseite des Blattes dunkelgrün punktirt aussieht. Zugleich sind alle injicirte Blatttheile bei durchfallendem Lichte bedeutend durchscheinender als solche Theile, deren Intercellularräume noch mit Luft erfüllt sind. Festzustellen, ob ein Blatt injicirt ist, bietet somit niemals auch nur die geringste Schwierigkeit.

Im Allgemeinen kann man sagen, dass zum Zustandekommen der Injection eine längere Einwirkung des Druckes nothwendig ist, als zu der Ausscheidung von Wassertropfen. Doch kommen auch einzelne Ausnahmen vor.

Ich will jetzt das alphabetische Verzeichniss der Pflanzen, bei deren Blättern ich Injection beobachtet habe, folgen lassen:

1. *Acer Pseudoplatanus.*
2. *Ailanthus glandulosa.*
3. *Arbutus Unedo.* *
4. *Aucuba japonica.* *
5. *Buxus sempervirens.*
6. *Camellia japonica.*
7. *Castanea vesca.*
8. *Cestrum Regelii.* *
9. *Cestrum roseum* *
10. *Colubrina nepalensis*
11. *Cordia Franciscea.* *
12. *Datura sanguinea.* *

13. *Evonymus fimbriatus.*
14. *Evonymus japonicus.*
15. *Hedera Helix.*
16. *Helleborus niger.* *
17. *Ilex aquifolium.*
18. *Juglans regia.*
19. *Lavatera arborescens.* *
20. *Lemone dulce.*
21. *Peristrophe speciosa.* *
22. *Philadelphus coronarius.* *
23. *Pinus Abies L.*
24. *Platanus occidentalis.* *
25. *Prunus Laurocerasus.*
26. *Prunus lusitanica.*
27. *Rhododendron ponticum.*
28. *Sambucus nigra.* *
29. *Syringa vulgaris.*
30. *Taxus baccata.*
31. *Ulmus campestris.* *

Ich komme also zu dem Resultate: dass bei 31 der 60 von mir untersuchten Pflanzen die Blätter, in Folge des inneren Wasserdruckes, zum Theil oder ganz injicirt werden.

Unter diesen 31 Pflanzen giebt es 13 durch * angedeutete, die neben der Injection auch Ausscheidung zeigten. Im folgenden Paragraphen komme ich auf diese noch zurück. Ich will aber schon jetzt ausdrücklich hervorheben, dass sich möglicherweise unter den Pflanzen bei deren Blättern ich nur Injection beobachtete, einige vorfinden deren Blätter im jüngeren Zustande auch Tropfen ausscheiden können. Die Zahl der Pflanzen deren Blätter nur injicirt werden können, ohne je Wasser abzusondern, ist somit in Wirklichkeit möglicherweise etwas kleiner als aus der hier gegebenen Liste zu folgen scheint. *Hedera*, *Syringa*, *Taxus*, u. a. aber gehören unzweifelbar zu dieser Zahl.

An den injicirten Blättern wurde übrigens ziemlich oft eine Absonderung von Wassertropfen beobachtet, die mit der im

vorigen Paragraphen behandelten, eigentlichen Tropfenausscheidung nicht verwechselt werden darf.

Diese letztere ist dadurch characterisirt, dass sie immer unabhängig von der Injection stattfindet und dazu fast ohne Ausnahme an bestimmten Theilen der Blätter, an Rande oder an der Blattspitze. Nur in drei vereinzelt Fällen beobachtete ich eine Tropfenausscheidung über die ganze obere oder untere Blattfläche (man vergl. S. 307).

Bei injicirten Blättern kann es nun aber selbstverständlich oft vorkommen, dass alle Intercellularräume mit Wasser erfüllt sind und somit der stets fortwirkende Druck sich nur ausgleichen kann, wenn Wasser an der Oberfläche des Blattes hinausfiltrirt. Eine solche Ausscheidung findet dann nicht an bestimmten Stellen statt, sondern über die ganze Blattfläche und zwar zumeist nur an der unteren. Ich habe sie bei den folgenden Pflanzen beobachtet:

1. *Ailanthus glandulosa*.
2. *Camellia japonica*.
3. *Castanea vesca*.
4. *Colubrina nepalensis*.
5. *Helleborus niger*.
6. *Juglans regia*.
7. *Prunus lusitanica*.
8. *Rhododendron ponticum*.
9. *Syringa vulgaris*.
10. *Ulmus campestris*.

Dass man hier wirklich nur eine Ausscheidung als Folge der übermässigen Injection vor sich hat, schliesse ich aus den folgenden Thatsachen.

Erstens sah ich bei *Camellia japonica* (Vers. 18), *Helleborus niger* (Vers. 39) und *Ulmus campestris* (Vers. 81) erst die Injection, und dann, längere Zeit nachher, die erwähnte Ausscheidung anfangen. Ferner kann man auch bei Pflanzen, deren Blätter unter einem gewissen Drucke nur injicirt werden, durch Verstärkung des Druckes Ausscheidung an den injicirten Blättern hervorrufen.

So wurden in Versuch 17 die Blätter der *Camellia japonica* bei einem Quecksilberdrucke von 20 Centim. nur injicirt, während in Versuch 18, bei 30,5 Centim. Druck auch Wassertropfen an der unteren Blattfläche hinausfiltrirten.

Auch die Blätter von *Syringa vulgaris* wurden bei einem 18 Centim. grossen Quecksilberdrucke nur injicirt (Vers. 74), indem bei 25 Centim. Druck die untere Blattfläche noch dazu viele Tropfen ausgeschieden hatte (Vers. 75).

Schliesslich will ich hier noch zwei Versuche beschreiben, die zu dem nämlichen Schlusse führen.

Versuch 85.

Prunus lusitanica. 3. März. '79.

Ein Zweig mit 15 Blättern wird um 2 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Temperatur: 5,5⁰, 7,5⁰, 7,5⁰, 9⁰, 9,5⁰ C.

Resultat. Quecksilberdruck: anfangs 10 Centim. Nach 20 Stunden sind alle Blätter stellenweise injicirt, aber ganz trocken. Der Druck ist noch etwa 10 Centim., es ist höchstens 0,5 CC. Wasser eingepresst worden. Jetzt wird der Druck auf 21 Centim. gebracht.

Nachdem der Zweig einen Tag dem Drucke von 21 Centim. ausgesetzt gewesen ist, sind fast alle Blätter vollkommen injicirt, so dass die Unterseite gleichmässig dunkelgrün gefärbt ist. Zugleich trägt die Unterseite fast aller Blätter einige ausfiltrirte Wassertropfen. Druck noch 14 Centim. Es sind etwa 3,8 CC. Wasser eingepresst worden.

Jetzt wird der Zweig aus dem Apparate genommen, der untere, 1 Centim. lange Theil wird unter Wasser abgeschnitten, die Blätter werden abgetrocknet, und der Zweig wird sogleich wieder auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Nachdem der Zweig nun 18 Stunden einem Quecksilberdrucke von 10 Centim. ausgesetzt gewesen ist, trägt die untere Fläche der Blätter sehr

viele Wassertropfen. Dann ist der Druck noch 8 Centim. Es ist etwa 1 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 4 Tagen ist die Injection aller Blätter vollkommen verschwunden.

Versuch 86.

Rhododendron ponticum. 3. März '79.

Ein Zweig mit 9 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 2 U. Nachm. auf das mit gewöhnlichem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Temperatur: 5,5⁰, 7,5⁰, 7,5⁰, 9⁰, 9,5⁰ C.

Resultat. Quecksilberdruck: 11 Centim. Nach einem Tage sind alle Blätter sehr stark stellenweise injicirt, die untere Blattfläche ist trocken. Druck noch 10 Centim.; es ist etwa 0.4 CC. Wasser eingepresst worden. Der Druck wird jetzt auf 23 Centim. gebracht.

Nachdem der Zweig 5 Stunden einem Drucke von 23 Centim. ausgesetzt gewesen, sind alle Blätter vollkommen injicirt, die Unterseite ist gleichmässig dunkelgrün gefärbt und trägt ausfiltrirte Wassertropfen. Die Blätter werden abgetrocknet.

Ein Tag später ist die Injection wie oben, die Ausscheidung wieder sehr reichlich. Druck noch 18 Centim. Es sind etwa 2 CC. Wasser eingepresst worden.

Jetzt wird der Zweig aus dem Apparate genommen, der untere, 1 Centim. lange Theil wird unter Wasser abgeschnitten und der Zweig sogleich wieder auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Schon nach einer halben Stunde haben die vorher sorgfältig abgetrockneten Blätter, unter einem 12 Centim. grossen Drucke über die ganze untere Fläche zerstreut, wieder sehr viele Tropfen ausgeschieden. Achtzehn Stunden später ist es noch ebenso. Druck noch 11 Centim. Es ist etwa 0,5 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 7 Tagen ist die Injection aller Blätter vollkommen verschwunden.

Es genügte somit in diesen Versuchen der Druck von 10 (resp. 11) Centim. zur theilweisen Injection, nicht aber zum Ausfiltriren des Wassers. Bei 21 (resp. 23) Centim. Druck wurde die Injection vollständig und es wurde Wasser hinausgepresst. Als ich dann die Blätter, deren Intercellularräume schon ganz mit Wasser gefüllt waren, wieder einem Drucke von 10 (resp. 12) Centim. aussetzte, so konnte das eingepresste Wasser im Blatte nicht mehr Raum finden. Deshalb fand jetzt unter dem schwachen, 10—12 Centim. grossen Drucke dennoch eine reichliche Aussonderung an der Unterseite des Blattes statt.

Wenn man bei solchen Pflanzen, deren Blätter als Folge des Druckes injicirt werden, am Anfang des Versuchs den Spitzentheil eines Blattes abschneidet, so wird selbstverständlich bald an der Schnittfläche ein Theil des eingepressten Wassers in der Form von Tropfen hervortreten. Der auf diese Weise zu Stande kommende Abfuhr des Wassers kann nun einen Einfluss auf das Eintreten der Injection üben, wie ich mehrmals beobachtet habe.

Bei *Taxus baccata* (Vers. 77) sind nach 3-tägiger Einwirkung des Druckes, die zur Hälfte abgeschnittenen Blätter ganz ohne Injection, und haben an der Schnittfläche viel Wasser ausgeschieden, während die unverletzten Blätter desselben Zweiges sehr stark injicirt sind.

Die zur Hälfte abgeschnittenen Blätter von *Evonymus fimbriatus* (Vers. 35) haben nach 2 Tagen viel Wasser ausgeschieden, sind aber nur an der Blattbasis ein wenig injicirt, und gar nicht in der Nähe der Schnittfläche. Zugleich sind alle andere Blätter desselben Zweiges sehr stark injicirt.

Bei *Pinus Abies* (Vers. 59) hingegen sind die zur Hälfte abgeschnittenen Blätter nach 2 Tagen eben so stark injicirt, wie die unverletzten, indem sie zugleich Wassertropfen ausgeschieden haben.

Die durch das Abschneiden eines Blatttheiles verursachte Wasserabfuhr kann also so reichlich sein, dass keine Injection mehr zu Stande kommt. Es kann aber auch noch so viel Wasser verfügbar bleiben, dass eine theilweise Injection stattfindet. Endlich kann die Wasserabfuhr beziehungsweise so unbedeutend sein, dass die abgeschnittenen Blätter injicirt werden, als wären sie unversehrt.

Wie ich oben schon erwähnt habe, und auch aus den Versuchsbeschreibungen erhellt, verdunstet das Wasser aus den Intercellularräumen in kürzerer oder längerer Zeit, wenn man die injicirten Zweige nach Beendigung des Versuchs, in Wasser stehend, weiter beobachtet.

Nie habe ich auch nur die geringste schädliche Folge des Injicirens an den Versuchsblättern bemerken können, sie wurden ohne Ausnahme wieder vollkommen normal, wie sie vor Anfang des Versuchs waren. Doch will ich keineswegs behaupten, dass im Allgemeinen die Injection der Blätter dem Leben der Pflanze nicht sehr schädlich sei. Wie ich oben schon hervorhob, leidet sogar der Gegentheil keinen Zweifel, zumal bei jüngeren, noch wachsenden und stark athmenden Pflanzentheilen. Dass in meinen Versuchen die nachtheiligen Folgen sich nicht zeigten, wird wohl zum Theil daher rühren, dass ich fast immer mit älteren Blättern und bei sehr niedriger Temperatur arbeitete, während die Dauer der Injection relativ kurz war.

Nur bei wenigen Pflanzen haben die Blätter die Eigenschaft, innerhalb einer Stunde, sei es auch nur theilweise, injicirt zu werden. Es findet dies aber statt bei *Cestrum Regelia* und *roseum*, *Platanus occidentalis* und *Ulmus campestris*. Diese Pflanzen eignen sich somit am Besten zu Vorlesungsversuchen. Innerhalb weniger Stunden sah ich die Injection stattfinden bei *Arbutus Unedo*, *Camellia japonica*, *Colubrina nepalensis*, u. a.

§ 3. *Tropfenausscheidung und Injection bei derselben Pflanze.*

Wie ich schon hervorhob, werden verschiedene Pflanzennamen in der ersten, wie in der zweiten der vorigen Paragraphen ange-
troffen, das heisst, bei einer ziemlich grossen Zahl der unter-
suchten Pflanzen zeigten sich Ausscheidung und Injection beide.

Die betreffenden Pflanzen waren :

1. *Arbutus Unedo.*
2. *Aucuba japonica.*
3. *Cestrum Regelii.*
4. *Cestrum roseum.*
5. *Cordia Franciscea.*
6. *Datura sanguinea.*
7. *Helleborus niger.*
8. *Lavatera arborescens.*
9. *Peristrophe speciosa.*
10. *Philadelphus coronarius.*
11. *Platanus occidentalis.*
12. *Sambucus nigra.*
13. *Ulmus campestris.*

Dreizehn der von mir untersuchten Pflanzen zeig-
ten also Ausscheidung und Injection beide.

Bei einigen dieser Pflanzen habe ich Beobachtungen an jun-
gen, wie an alten Blättern machen können. Ich will hier
einige dieser Beobachtungen, die in den einzelnen Versuchs-
beschreibungen zerstreut vorkommen, zusammenstellen.

Sie weisen darauf hin, dass bei solchen Pflanzen, bei denen
Injection wie Tropfenausscheidung stattfinden, das Alter der
Blätter einen entscheidenden Einfluss auf das zu Stande kom-
men der einen oder der anderen Erscheinung üben kann. Nur
füge ich noch hinzu, dass die Beobachtungen an jungen Blät-
tern sich fast ohne Ausnahme auf solche beziehen, die ihre
definitive Grösse schon erreicht hatten, aber noch ganz jung
und zart waren. Noch im Flächenwachsthum begriffene, sehr
kleine Blätter habe ich nur selten beobachtet.

Cordia Franciscea.

Am 18. Nov. '78 wird ein Zweig mit alten Blättern untersucht. Die Blätter sonderen nicht sehr viele Wassertropfen ab und werden vollkommen injicirt (Vers. 28).

Am 26. April '79 wird ein Zweig derselben Pflanze untersucht, mit erwachsenen, aber jungen, schon seit Januar gebildeten Blättern. Die Ausscheidung ist sehr reichlich; Injection findet gar nicht statt (Vers. 29).

Helleborus niger.

Am 17. Febr. '79 wird ein altes Blatt des vorigen Jahres, das den Winter über lebendig geblieben war, zu dem Versuche benutzt. Injection findet statt, keine Tropfenausscheidung (Vers. 39).

Am 26. April '79 wird der Versuch gemacht mit einem erwachsenen, aber jungen, seit Febr. '79 gebildeten Blatte, unter schwacherem Drucke. Nur Tropfenausscheidung, keine Injection (Vers. 40).

Philadelphus coronarius.

Am 4. Nov. '78 werden alte Blätter an ihrem Rande injicirt; sparsame Ausscheidung (Vers. 54).

Am 26. Juni '79 zeigen erwachsene, aber noch junge Blätter eine sehr reichliche Ausscheidung, ohne Injection (Vers. 55).

Platanus occidentalis.

An dem Versuchszweige befinden sich 5 Blätter; die 2 unteren sind ganz erwachsen, dunkelgrün gefärbt und nicht jung mehr; die 2 folgenden haben ihre definitive Grösse erreicht, sind aber noch zart und hellgrün gefärbt; das obere Blatt hat nur die Hälfte der definitiven Grösse erreicht.

Die 2 ältesten Blätter werden nur injicirt, ohne Ausscheidung; die 2 nach oben folgenden, jüngeren

Blätter werden zwar injicirt, sondern aber zugleich reichlich Wassertropfen aus; das jüngste, noch wachsende Blatt scheidet viel Wasser aus, wird aber nicht injicirt (Vers. 60).

Sambucus nigra.

Am 2. Nov. '78 werden alte Blätter injicirt, scheiden aber nur wenige Tropfen aus (Vers. 67).

Am 2. Juni '79 wird unter stärkerem Drucke sehr viel Wasser ausgeschieden, findet aber gar keine Injection statt an erwachsenen, aber noch jungen und zarten Blättern (Vers. 68).

Ulmus campestris.

Am 7. Juli '79 werden ältere, erwachsene Blätter, deren Stipulae schon alle abgefallen sind, injicirt; es findet aber keine Tropfenausscheidung statt (Vers. 80).

An demselben Tage, unter etwas stärkerem Drucke werden erwachsene, aber jüngere Blätter, deren Stipulae noch ganz frisch sind, injicirt und scheiden zugleich viele Tropfen aus (Vers. 81).

Aus diesen Beobachtungen schliesse ich, dass bei den erwachsenen Blättern gewisser Pflanzen das Alter einen Einfluss auf das durch Einpressung von Wasser zu erhaltende Resultat üben kann.

Blätter, die, als sie noch jung sind, nur Wasser ausscheiden, können nachher im älteren Zustande injicirt werden, indem sie gar nicht mehr, oder nur wenig Wasser ausscheiden. Ebenso können Blätter, die im jüngeren Zustande Tropfen ausscheiden und zugleich injicirt werden, wenn sie älter sind, nur die letztere Erscheinung auftreten lassen.

Jüngere Blätter scheiden also leichter Wasser aus als ältere, diese werden aber leichter injicirt als jene.

Ich brauche wohl kaum noch hervorzuheben, dass diese Regel nur gilt für solche Pflanzen, bei deren Blättern ich zugleich, oder auch zu verschiedenen Zeiten, Injection und Ausscheidung vorkommen sah.

So habe ich zum Beispiel bei sehr alten Blättern von *Fuchsia globosa*, *Impatiens Balsamina*, *Potentilla atrosanguinea*, u. a. nur Ausscheidung beobachten können, ohne dass je Injection stattfand, wenn ich auch keineswegs behaupten will, dass unter Umständen nicht auch bei diesen Pflanzen die letztere Erscheinung auftreten könnte.

Auf der anderen Seite aber wurden Blätter von *Syringa*, *Taxus*, *Hedera*, u. a., die zwar ihre definitive Grösse erreicht hatten, aber noch ganz jung und zart waren, ebenso gut und ebenso stark injicirt, wie sehr alte Blätter derselben Pflanzen, ohne dass je Ausscheidung stattfand. Uebrigens habe ich schon im vorigen Paragraphen darauf hingewiesen, dass unter denjenigen Pflanzen, deren Blätter in meinen Versuchen nur injicirt wurden, vielleicht auch einige vorkommen könnten, die, wenn ich jüngere Blätter benutzt hätte, Wasser ausgeschieden haben würden.

§ 4. *Ueber die Ausscheidung gelöster Stoffe aus den Emissarien.*

Die Beantwortung der von mir anfangs gestellten Fragen hat selbstverständlich wieder neue zu Tage gefordert. Eine der interessantesten dieser Fragen, die auch ohne Zweifel zu weiteren Untersuchungen Veranlassung geben kann, ist wohl die nach den Ursachen, welche es bedingen, dass gewisse Blätter injicirt werden, während andere Wasser ausscheiden und noch andere beide Erscheinungen zeigen.

Um diese Ursachen kennen zu lernen, wird es jedenfalls nöthig sein, den Bau und die Beschaffenheit der Emissarien zu erforschen.

Wenn es nun auch bei der vorliegenden Untersuchung nicht meine Absicht war, diesen Gegenstand weiter zu verfolgen, so will ich doch in diesem und dem folgenden Paragraphen dasje-

nige mittheilen, was mir schon jetzt von der Einrichtung der Emissarien bekannt ist.

In dieser Hinsicht war es mir zuerst von Interesse durch Versuche zu entscheiden, ob bei Pflanzen, deren Blätter Emissarien besitzen, in dem eingepressten Wasser gelöste Stoffe durch diese Organe mit ausgeschieden werden, oder ob solche Stoffe vielleicht in dem Blatte zurückgehalten werden, während nur reines Wasser abgesondert wird. Die Beantwortung dieser Frage ist ja geeignet, wenigstens vorläufig einiges Licht auf die Beschaffenheit der Emissarien zu werfen.

Wenn in dem eingepressten Wasser gelöste Stoffe nicht mit ausgeschieden, sondern in dem Blatte zurückgehalten werden, so könnte man offenbar die Emissarien als eine Art Drüsen betrachten, deren Bau und Eigenthümlichkeiten auf die Zusammenstellung des Secretionsproduktes einen überwiegenden Einfluss üben.

Werden dagegen gelöste Stoffe durch die Emissarien mit ausgeschieden, so besteht diese Aehnlichkeit mit Drüsen nicht, sondern muss man diese Organe, ihrer Funktion nach, nur als durchlässige Theile des Blattes betrachten, welche auf die Zusammenstellung der durch sie auszuschheidenden Flüssigkeit keinen Einfluss üben.

Zur Lösung dieser Frage habe ich mit dem Saft der *Phytolacca*-beeren und mit Tanninlösung Versuche angestellt. Die Zweige wurden auf die gewöhnliche Weise in den oben beschriebenen Apparat befestigt; das Rohr war aber nicht mit gewöhnlichem oder destillirtem Wasser, sondern mit einer Lösung der fremden Substanz gefüllt.

Ich benutzte zu diesen Versuchen nur Zweige solcher Pflanzen, bei denen ich schon früher gewöhnliches Wasser eingepresst hatte.

Ich habe nicht beobachtet, dass die fremden Stoffe den Versuchszweigen geschadet hätten; sie gingen, nachher in Wasser stehend, nicht früher ein als man es sonst hätte erwarten können. Nur waren einzelne Pflanzen, deren Blätter gewöhnliches Wasser leicht und reichlich ausscheiden, für diese Flüssigkeiten undurchlässig, so dass keine Tropfenabsonderung stattfand, wie ich an geeigneter Stelle noch hervorheben werde.

Die mit Phytolacca-saft angestellten Versuche werde ich nun zuerst beschreiben. Einige Beeren wurden ausgepresst, die so erhaltene Flüssigkeit mit Wasser verdünnt und dann abfiltrirt. Mit dieser Lösung wurde das Versuchsrohr gefüllt; die weitere Einrichtung war so, wie ich es schon im ersten Abschnitte dieser Abhandlung ausführlich beschrieb. Verschiedene Lösungen wurden angewendet: dunklere und hellere.

Sobald die Blätter Flüssigkeitstropfen ausgeschieden hatten, wurden diese mit hellweissem, feinem Fliesspapier aufgesogen. Auf diese Weise war es sehr leicht, auch eine schwache Färbung des Papiers durch das aufgenommene Wasser mit Sicherheit zu erkennen.

Als nun eine sehr dunkle Lösung in einen Zweig von *Tropaeolum majus* gepresst wurde, unter einem 15 Centim. grossen Drucke, blieben die Blätter vollkommen trocken und wurde fast keine Flüssigkeit durch die Schnittfläche aufgenommen. Nachdem der Versuch beendet war, wurde der untere Theil des Zweiges unter Wasser abgeschnitten und der obere Theil in Wasser gestellt. Er blieb noch längere Zeit frisch. Von der ursprünglichen Schnittfläche aus, waren die Gefässbündel etwa 2 Centim. hoch vom Saft gefärbt.

Die übrigen Versuche ergaben ein positives Resultat; ich beschreibe sie hier ausführlich.

Versuch 87.

Fuchsia globosa. 19. Oct. '78.

Ein Zweig mit 12 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit einer hellen Lösung des Phytolaccasaftes gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 15 Centim, Senkung nicht notirt. Temperatur: 14,5⁰ C.

Resultat. Nach wenigen Minuten fängt die Ausscheidung schon an.

Nach 2 Stunden tragen die Blättzähne grosse Tropfen die das Fliesspapier röthlich färben,

Der Zweig wird in Wasser gestellt, nachdem der untere Theil unter Wasser abgeschnitten worden ist. Der obere Theil ist nach 2 Tagen noch vollkommen frisch und lebenskräftig. Nach 3 Tagen (17,5⁰ C.) fangen die Blätter abzufallen an.

Versuch 88.

Fuchsia globosa. 19. Oct. '78.

Ein Zweig mit 12 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 2 U. Nachm. auf das mit einer dunklen Lösung des Phytolaccasaftes gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 16 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 14,5⁰ C.

Resultat. Nach 10 Minuten sind schon kleine Tropfen ausgeschieden, die das Papier schwach röthlich färben.

Nach 25 Minuten sind die Tropfen grösser; das Papier wird sehr deutlich roth gefärbt.

Der untere Theil des Zweiges wird unter Wasser abgeschnitten, dann der obere Theil mit den Blättern in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen ist er noch frisch und lebenskräftig.

Nach 3 Tagen (17,5⁰ C.) fangen die Blätter abzufallen an.

Versuch 89.

Impatiens Balsamina. 21. Oct. '78.

Ein Zweig mit 12 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 1 U. Nachm. auf das mit einer dunklen Lösung des Phytolaccasaftes gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 17 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 14,5⁰ C.

Resultat. Nach 1/2 Stunde tragen die Blättzähne Flüssigkeitstropfen, die das Papier deutlich roth färben.

Nach einer Stunde ebenso,

Nach $3\frac{1}{2}$ Stunde sind die Blätter trocken geworden.

Nach einem Tage sind die Blätter trocken, die unteren fangen zu welken an.

Nach 3 Tagen sind alle Blätter etwas welk.

Der Zweig wird, nachdem die Schnittfläche unter Wasser erneuert worden, in Wasser unter eine Glasglocke gestellt. Nach 2 Tagen sind die Blätter wieder ganz frisch.

Diese Versuche führen somit zu dem Schlusse, dass eingepresste Phytolaccalösung bei ausscheidenden Pflanzen bald aus den Blättern tropfenweise hervortritt.

Ich gehe nun zu der Beschreibung der mit Tannin gemachten Versuche über. Zu fast jedem Versuche wurde eine frische Lösung bereitet, die ohne Ausnahme 1 Gramm Tannin auf 100 CC. Wasser enthielt und nach ihrer Darstellung abfiltrirt wurde. Wenn Ausscheidung stattfand wurden die Tropfen wieder mit weissem Löschpapier aufgesogen, das dann in eine Lösung von Sulphas ferrosus getaucht wurde. Enthielt das ausgeschiedene Wasser Tannin, so wurde die durch dasselbe benetzte Stelle des Papiers in der Eisenlösung sogleich blauschwarz gefärbt. Je nachdem die Färbung mehr oder weniger intensiv war, konnte ich schliessen, dass die aufgesogene Flüssigkeit viel oder wenig Tannin enthielt.

Die Beobachtung ist viel leichter und sicherer als bei der Phytolaccalösung; die Streifen Löschpapier, welche die Reaction zeigen, kann man trocknen und aufbewahren.

Selbstverständlich habe ich mich durch Controllversuche überzeugt, dass bei keiner einzigen der zu diesen Versuchen verwendeten Pflanzen, wenn reines Wasser hineingepresst wird, die ausgeschiedenen Tropfen auch nur eine Spur Tannin enthalten.

Bei zwei Pflanzen, die bei Einpressung von Wasser, eine sehr reichliche Tropfenausscheidung zeigen, unterblieb dieselbe

ganz, als der Versuch mit Tanninlösung gemacht wurde. Dies war der Fall bei *Borrage officinalis* und *Hydrangea Hortensia*, unter einem Quecksilberdrucke von 18 Centim.; die Versuche dauerten 2 Tage, es wurde so gut wie keine Flüssigkeit durch die Schnittfläche hineingepresst.

Die Versuche mit positivem Resultate sind die folgenden.

Versuch 90.

Begonia incarnata. 24. Febr. '79.

Ein Zweig mit 6 grossen und einigen sehr kleinen Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 11 U. Vorm. auf das mit Tanninlösung gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 5^o, 5,5^o C.

Resultat. Nach 24 Minuten sind schon Tropfen an den Zahnsitzen ausgeschieden; sie enthalten Tannin.

Nach 5 Stunden haben die 4 unteren Blätter Tropfen ausgeschieden, die übrigen sind trocken. Die abgesonderte Flüssigkeit enthält viel Tannin.

Der Zweig wird in Wasser gestellt, nachdem die Schnittfläche unter Wasser erneuert worden. Nach 7 Tagen (4,5^o, 5^o, 5,5^o C.) ist er noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 91.

Cestrum roseum. 22. Febr. '79.

Ein Zweig mit 9 Blättern wird aus dem Gewächshause geholt und um 3 U. Nachm. auf das mit Tanninlösung gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 21 Centim., am Ende 17 Centim. Temperatur: 6^o, 5,5^o, 4,5^o C.

Resultat. Nach 1½ Stunde noch keine Ausscheidung oder Injection.

Nach 2 Tagen haben sich am glatten Rande der unteren

wie der oberen Blattfläche grosse, zerstreute Tropfen ausgeschieden. Die Flüssigkeit enthält sehr viel Tannin. Es ist etwa 1,6 CC. der Tanninlösung eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser unter eine Glasglocke gestellt, nachdem die Schnittfläche unter Wasser erneuert worden. Er ist nach 2 Tagen (5⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 92.

Dichroa cyanitis. 12. Nov. '78.

Das schon zu Versuch 33 benutzte Blatt wird, nachdem die Schnittfläche unter Wasser erneuert worden, um 11 U. Vorm. auf das mit Tanninlösung gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 10⁰ C.

Resultat. Nach 10 Minuten haben alle Blattzähne schon kleine Tropfen ausgesondert, die aber kein Tannin enthalten.

Nach 25 Minuten ist in der ausgeschiedenen Flüssigkeit etwas Tannin, wenn auch nur wenig, vorhanden.

Nach 35 Minuten ist die Reaction schon ziemlich stark.

Nachdem die Schnittfläche unter Wasser erneuert worden, wird das Blatt in Wasser unter eine Glasglocke gestellt. Nach 18 Tagen (12⁰, 10⁰ C.) ist es noch vollkommen frisch und lebenskräftig.

Versuch 93.

Fuchsia globosa. 26. Oct. '78.

Ein Zweig mit 6 Blättern wird aus dem Garten geholt und um 2 U. Nachm. auf das mit Tanninlösung gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 22 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 14,5⁰ C.

Resultat. Nach 5 Minuten tragen alle Blättzähne einen Tropfen; die Flüssigkeit enthält kein Tannin.

Nach 15 Minuten führen die Tropfen viel Tannin.

Nach $\frac{1}{2}$ Stunde ist die Reaction sehr intensiv.

Die Schnittfläche wird unter Wasser erneuert, und dann der Zweig in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen ($12,5^0$ C.) ist er noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 94.

Impatiens Balsamina. 26. Oct. '78.

Ein Zweig mit 10 alten Blättern wird aus dem Garten geholt und um 4 U. Nachm. auf das mit Tanninlösung gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., Senkung nicht notirt Temperatur: $15^0, 12,5^0$ C.

Resultat Nach 15 Minuten sind schon kleine Tropfen an den Blättzähnen ausgeschieden, die eine schwache Tanninreaction zeigen.

Nach 30 Minuten enthält die reichlich ausgeschiedene Flüssigkeit viel Tannin.

Nach 2 Tagen: ebenso. Ein Paar Blätter sind auch theilweise injicirt.

Die Schnittfläche wird unter Wasser erneuert und der Zweig in Wasser unter eine Glasglocke gestellt. Nach einem Tage ist er noch frisch; die Injection ist geblieben.

Versuch 95.

Pelargonium inquinans. 22. Febr. '79.

Ein Zweig mit 3 erwachsenen Blättern und einem noch zusammengefalteten wird aus dem Gewächshause geholt und um 3 U. Nachm. auf das mit Tanninlösung gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 19 Centim., Senkung nicht notirt. Temperatur: 6^0 C.

Resultat. Nach 2 Minuten zeigen sich schon kleine Tropfen an verschiedenen Zahnsitzen.

Nach 19 Minuten enthalten die Tropfen noch kein Tannin.

Nach 43 Minuten enthält die ausgeschiedene Flüssigkeit ein wenig Tannin.

Nach 53 Minuten ist die Reaction viel stärker.

Die Schnittfläche wird unter Wasser erneuert, der Zweig in Wasser unter die Glocke gestellt. Nach 5 Tagen (4.5⁰, 5⁰ C.) ist er noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 96.

Phygelius capensis. 23. Nov. '78.

Ein Zweig mit 10 grösseren und vielen sehr kleinen Blättern wird aus dem Garten geholt und um 2 U. Nachm. auf das mit Tanninlösung gefüllte Rohr befestigt. Quecksilberdruck: anfangs 20 Centim., am Ende 19 Centim. Temperatur: 10,5⁰, 10⁰ C.

Resultat. Nach 1¹/₄ Stunde noch keine Ausscheidung.

Nach 2 Tagen tragen alle Blätter auf der Oberseite der Blättzähne grosse Tropfen, die sehr viel Tannin enthalten. Es ist etwa 0,5 CC. Tanninlösung eingepresst worden.

Die Schnittfläche wird unter Wasser erneuert, dann der Zweig in Wasser gestellt. Nach 5 Tagen (12,5⁰, 12⁰, 13, 10⁰ C.) ist er noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 97.

Taxus baccata. 24. Febr. '79.

Ein Zweig mit einigen Nebenzweigen und sehr vielen Blättern wird aus dem Garten geholt und um 4 U. Nachm. auf das mit Tanninlösung gefüllte Rohr befestigt. Bei vielen Blättern wird die Spitzenhälfte abgeschnitten. Quecksilber-

druck: anfangs 20 Centim., am Ende 19 Centim. Temperatur: 5⁰, 4,5⁰ C.

Resultat. Nach 18 Stunden hat ein jedes der zur Hälfte abgeschnittenen Blätter an der Schnittfläche einen Tropfen ausgeschieden, der sehr viel Tannin enthält. Injection kommt bei keinem Blatte vor. Es ist etwa 0,5 CC. Tanninlösung eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt und ist nach 6 Tagen (5⁰, 5,5⁰ C.) noch ganz frisch und lebenskräftig.

Wenn man also Tanninlösung bei Tropfenausscheidenden Pflanzen einpresst, tretet sie, ebenso wie Phytolacca-saft, bald aus den Blättern hervor.

Bei Dichroa, Fuchsia und Pelargonium wurde nur in den zuerst abgedruckten Tropfen kein Tannin aufgefunden.

Nur eine Pflanze, deren Blätter die Eigenschaft haben durch Wassereinpresseung injicirt zu werden, habe ich hier mit untersucht (Taxus). Bei zur Hälfte abgeschnittenen Blättern wurden Tannin enthaltende Tropfen an der Wundfläche ausgeschieden; die Injection blieb bei diesen, und auch bei den unverletzten Blättern aus. Ob dies auch bei anderen, sonst injicirt werdenden Pflanzen der Fall sei, können nur weitere Versuche entscheiden.

Sämmtliche Versuche führen also zu dem Resultate, dass Phytolaccasaft und Tanninlösung, wenn sie in Zweige gepresst werden, deren Blätter zu Tropfenausscheidung fähig sind, diese Zweige in ziemlich raschem Strome durchlaufen, um bald durch die Blätter, in der Form von Tropfen ausgeschieden zu werden.

Daraus schliesse ich: die Emissarien sind derartig gebaut, dass in dem eingepressten Wasser gelöste Stoffe durch diese Organe mit ausgeschieden werden.

§ 5. Ueber den morphologischen Bau der Emissarien.

Ohne Zweifel findet die Tropfenausscheidung bei vielen Blättern oft aus sogenannten Wasserporen statt. Als allgemein bekannte Beispiele dieser Art nenne ich viele Aroideen, *Fuchsia* und *Tropaeolum*.

Es führt die Kenntniss dieser Thatsache zu der Frage, inwiefern vielleicht die Emissarien an der Oberfläche der Blätter morphologisch stets als sogenannte Wasserporen ausgebildet seien.

Ziemlich oft habe ich zu meinen Versuchen auch solche Pflanzen benutzt, die in dem schon in der Einleitung citirten Verzeichnisse DE BARY'S als Wasserporen besitzend genannt werden. Was ich in diesen Fällen beobachtete, will ich zuerst in aller Kürze hier zusammenstellen.

Helleborus niger trägt 3—6 Wasserporen auf der Oberseite der Blattzähne. Die Ausscheidung findet nur ebendasselbst statt (Vers. 40).

Platanus occidentalis trägt 6—8 Wasserporen auf der Oberseite der Blattzähne. Die Ausscheidung findet bei den erwachsenen Blättern entweder auf der Oberseite der Blattzähne, oder auch nur auf deren Unterseite statt (Vers. 60).

Potentilla atrosanguinea. DE BARY erwähnt (l. c. S. 56), dass *Potentilla Thuringiaca* u. a. Species eine reichzählige Gruppe von Poren auf der Oberseite eines jeden Blattzahnes tragen. Die Ausscheidung findet nur ebendasselbst statt (Vers. 61).

Primula sinensis trägt einen grossen Porus auf der Spitze der Blattzähne. Die ausgeschiedenen Tropfen befinden sich entweder auf der Ober- oder auf der Unterseite der Zähne (Vers 62).

Sambucus nigra trägt 1 oder 2 Wasserporen auf der Oberseite der Blattzähne. Die Ausscheidung findet ebendasselbst statt. (Vers. 68).

Senecio vulgaris trägt eine reichzählige Gruppe von Poren auf der Oberseite der Blattzähne. Die Ausschei-

dung findet an der Oberseite, wie an der Unterseite des Blattrandes statt und ebensogut an den Blattzähnen, wie an den Einschnitten. (Vers. 73).

Ulmus campestris trägt 3—6 Wasserporen auf der Oberseite der Blattzähne. Die Ausscheidung findet entweder an der Oberseite oder an der Unterseite der Zähne statt. (Vers. 81).

Vitis vinifera trägt nach eigener Beobachtung auf der Oberseite der Blattzähne eine meistens reichzählige Gruppe von Wasserporen, indem sonst die Oberseite des Blattes keine Spaltöffnungen besitzt. Die Ausscheidung findet entweder an der Oberseite, oder an der Unterseite der Blattzähne statt (Vers. 82).

Die Ausscheidung findet also oft statt an denjenigen Stellen des Blattes, wo Wasserporen vorkommen. Es fällt aber sogleich auf, dass bei *Platanus*, *Senecio*, *Ulmus* und *Vitis* die Ausscheidung sich zwar theilweise an diesen Stellen zeigt, aber auch ebenso oft an der Unterseite der Zähne, wo nur gewöhnliche Spaltöffnungen vorkommen. Diese Beobachtungen weisen schon darauf hin, dass zu der Tropfenausscheidung der Blätter keineswegs die Anwesenheit der Wasserporen nothwendig sei.

Ich habe diesen Gegenstand weiter verfolgt, und die Frage experimentell zu entscheiden gesucht. Zu dem Zwecke wählte ich fast nur Pflanzen mit glattrandigen Blättern, die zugleich die Eigenschaft besaßen an dem Rande Tropfen abzusondern. Wenn die Ausscheidung stattgefunden hatte, wurden die Blätter abgeschnitten, und die Stellen des Randes, an denen sich Tropfen vorfanden, genau markirt. Dann wurde das Chlorophyll mit Alkohol ausgezogen und nachher die zu untersuchenden Blattheile auf Objectgläsern längere Zeit der Einwirkung verdünnter Kalilauge ausgesetzt, bis sie durchscheinend geworden waren. Nach dieser Vorbereitung war es leicht die markirte Stellen des Randes, an denen in Folge des Druckes Tropfen ausgeschieden waren, mikroskopisch zu untersuchen. Es war nun die Frage, ob an solchen Stellen immer Wasserporen angetroffen wurden. Die Antwort findet man in den nachfolgenden Beobachtungen.

Adhatoda Vasica.

Die Tropfen werden am Rande der unteren Blattfläche ausgeschieden (Vers. 6).

Es werden 4 Stellen des Randes, an denen Tropfen sich vorfanden, untersucht. Es kommen hier, wie auch sonst überall an den trocken gebliebenen Theilen des Randes und über die ganze Unterseite des Blattes nur gewöhnliche Spaltöffnungen vor.

Calamagrostis variegatus.

Ausscheidung am Blattrande und an der Spitze (Vers. 15).

Es werden 4 Stellen des Randes, an denen Tropfen abgesondert waren, untersucht. Diese Stellen besitzen nur gewöhnliche Spaltöffnungen, wie auch die ganze Ober- und Unterseite des Blattes.

Cestrum Regelii.

Ausscheidung am Rande der unteren Blattfläche (Vers. 23).

Fünf Stellen, an denen ein Tropfen ausgesondert war, werden untersucht. Hier, wie auch überall an den trocken gebliebenen Stellen des unteren Randes kommen gewöhnliche Spaltöffnungen vor, die im Allgemeinen etwas grösser sind, als die mehr nach der Mitte des Blattes liegenden.

Cestrum roseum.

Ausscheidung am Rande entweder der oberen, oder der unteren Blattfläche (Vers. 26).

Fünf Stellen des unteren Blattrandes, an denen ein Tropfen ausgesondert war, werden untersucht. Hier, wie an den trocken gebliebenen Stellen des Randes und über die ganze untere Blattfläche kommen nur gewöhnliche Spaltöffnungen vor.

Auch werden 5 Stellen des oberen Blattrandes untersucht, an denen ein Tropfen ausgesondert war. Hier, wie überall

sonst an der Oberseite des Blattes, fehlen die Spaltöffnungen ganz.

Datura sanguinea.

Ausscheidung überall zerstreut: an den Zähnen, wie an den Einschnitten des Randes der oberen oder der unteren Blattfläche (Vers. 32).

Sechs Stellen des unteren Blattrandes, an denen ein Tropfen ausgeschieden war, werden untersucht. Hier, wie an den trocken gebliebenen Stellen des unteren Randes kommen gewöhnliche Spaltöffnungen vor, die etwas grösser sind als die, welche mehr nach der Mitte des Blattes liegen.

Auch werden 4 Stellen des oberen Blattrandes untersucht, an denen ein Tropfen ausgeschieden war. An diesen Stellen fehlen die Spaltöffnungen ganz, wenn auch sonst auf der Blattoberseite, aber mehr nach der Mitte des Blattes zu, einzelne vorkommen.

Auch auf der Oberseite der Zahnspitzen und der Blattspitze gelang es mir nicht Spaltöffnungen aufzufinden.

Hordeum vulgare.

Ausscheidung am Rande und an der Spitze der oberen Blattfläche (Vers. 42).

Drei Stellen des oberen Blattrandes, an denen ein Tropfen ausgesondert war, werden untersucht. Hier, wie auch überall sonst auf der Unter- und Oberseite des Blattes kommen gewöhnliche Spaltöffnungen vor.

Peristrophe speciosa

Ausscheidung am Rande der unteren, selten der oberen Blattfläche (Vers. 51).

Die untere Blattfläche trägt viele Spaltöffnungen an den Stellen, wo Tropfen ausgeschieden sind, wie auch überall sonst.

Der Blattoberseite fehlen die Spaltöffnungen ganz, auch an denjenigen Stellen, wo Tropfen ausgeschieden sind.

Phytolacca decandra.

Ausscheidung am Rande der unteren Blattfläche (Vers. 58).

Es werden 6 Stellen des unteren Randes, an denen ein Tropfen ausgesondert war, untersucht. Hier, wie auch an den trocken gebliebenen Stellen des Randes und über die ganze untere Blattfläche kommen nur gewöhnliche Spaltöffnungen vor.

Bei den hier untersuchten Pflanzen findet also in 3 Fällen (*Cestrum roseum*, *Datura*, *Peristrophe*) Tropfenausscheidung selbst an solchen Theilen der Blätter statt, wo Spaltöffnungen gar nicht vorhanden sind. Aber auch in allen anderen, hier beschriebenen Fällen habe ich nie Wasserporen entdecken können, aus denen die Flüssigkeitstropfen hervorgequollen sein sollten. Nur gewöhnliche Stomata in derselben Zahl, wie sie überall sonst, über die ganze Fläche und auch am Rande des betreffenden Blattes vorkommen, haben sich an den Tropfen absondernden Theilen auffinden lassen.

Ich komme somit zu dem Resultate: dass die Tropfenausscheidung bei Blättern keineswegs immer an der Anwesenheit sogenannter Wasserporen und ebensowenig an der gewöhnlicher Spaltöffnungen gebunden ist.

Daraus schliesse ich: dass die physiologisch gleichwerthigen Emissarien morphologisch, wenigstens äusserlich, sehr verschieden ausgebildet sind.

Sie können sich äusserlich von dem umliegenden Gewebe unterscheiden, zumal bei den sehr stark absondernden Pflanzen, wie z. B. bei den Aroideen, deren Wasserporen eine ungewöhnliche Grösse erreichen. In anderen Fällen aber findet wenig-

stens eine äusserlich sichtbare morphologische Differenzirung der Emissarien nicht statt.

§ 6. *Versuche mit Zweigen, denen ein Rindenring entnommen ist.*

In diesem Paragrafen will ich es versuchen, einen Einwand zu beseitigen, den man möglicherweise gegen einen Theil des im Vorhergehenden mitgetheilten erheben könnte. Da im Allgemeinen die oben beschriebene Injection der Blätter in Folge des Druckes nur langsam stattfindet, so könnte man vielleicht meinen, dass diese Erscheinung nicht, wie die Tropfenausscheidung, als eine Folge des Wasserdruckes im Holze aufzufassen sei. Es wäre ja möglich, dass bei Pflanzen deren Blätter injicirt werden, neben der raschen Wasserbewegung (respective Spannung) im Holze auch eine langsame Strömung durch die Rinde des Zweiges stattfände, und dass gerade das auf diesem Wege emporgespreste Wasser in die Intercellularräume des Blattes gelänge. Das bald vertrocknende Mark darf hier wohl ausser Acht gelassen werden.

Gegen eine solche Auffassung des Zustandekommens der Injection sprechen schon die folgenden Thatsachen.

Erstens findet sich die Injection meistens an allen Theilen der Blattspreite gleichzeitig ein. Ist dies nicht der Fall, so werden die Theile in der Nähe des grossen Mittelnerven, oder auch der Blattrand, zuerst injicirt und kann sogar die Injection auf solchen Theilen beschränkt bleiben (z. B. *Buxus*, Vers. 14; *Cestrum Regelii* und *roseum*, Vers. 20—26).

Auch kommen injicirte Blatttheile, die ringsum von nicht injicirtem Gewebe umgeben sind, sehr allgemein vor.

Fände die Injection von der Rinde ausgehend statt, so würde sie ohne Zweifel an der Blattbasis zuerst auftreten, um von dort aus sich über das ganze Blatt zu verbreiten.

Der grösseren Sicherheit wegen habe ich aber einige Versuche angestellt mit Zweigen, bei denen am unteren Ende ein Rindenring bis auf das Holz entfernt worden war. Ich wählte zu diesen Versuchen natürlich solche Pflanzen, deren Blätter

unter gewöhnlichen Umständen injicirt werden. Es war die Frage, ob diese Erscheinung auch auftreten würde, wenn eine Wasserströmung nur durch das Holz und nicht mehr durch die Rinde stattfinden könnte.

Die Versuche waren die folgenden.

Versuch 98.

Hedera Helix, var. arborea. 18. Juli '79.

Ein Zweig mit 2 Seitenzweigen und 30 zwar erwachsenen, aber noch ziemlich zarten Blättern wird um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Es wird unten am Zweige ein Rindenring von 0,5 Centim. Breite bis auf das Holz entfernt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim., am Ende 14 Centim. Temperatur: 19,5⁰, 20,2⁰, 20⁰, 20,5⁰ C.

Resultat. Nach 4 Stunden sind alle Blätter stark stellenweise injicirt, die untere Blattfläche ist fein dunkelgrün punktirt. Druck noch 21 Centim.; es ist etwa 1,1 CC. Wasser eingepresst worden.

Nach einem Tage sind viele Blätter vollkommen injicirt; die untere Fläche gleichmässig dunkelgrün gefärbt. Es sind etwa 5 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 2 Tagen (19⁰, 17,2⁰ C.) ist die Injection verschwunden, der Zweig noch ganz frisch und lebenskräftig.

Versuch 99.

Syringa vulgaris. 15. Juli '79.

Ein Zweig mit 4 Seitenzweigen und 30 Blättern wird um 12 U. Mittags auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. An dem unteren Theile wird ein Rindenring von 0,6 Centim. Breite entfernt. Quecksilberdruck: anfangs 23 Centim. Temperatur: 18,6⁰, 18,3⁰, 18,7⁰, 16,5⁰ C.

Resultat. Nach 2 Stunden haben einige Blätter ein Paar injicirte Stellen. Druck noch 18,3 Centim.; es sind etwa 3,5 CC. Wasser eingepresst worden. An der Ringwunde ist viel Wasser ausgeschieden worden. Der Druck wird jetzt auf 29 Centim. gebracht.

Nach einem Tage sind alle Blätter sehr stark injicirt, die meisten vollkommen, so dass ihre untere Fläche gleichmässig dunkelgrün gefärbt ist. Druck noch 13 Centim. Es sind seit der vorigen Beobachtung etwa 6 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach einem Tage (17^o, 17^o, 19^o C.) ist die Injection verschwunden, der Zweig noch frisch und lebenskräftig.

Versuch 100.

Ulmus effusa. 16. Juli '79.

Ein Zweig mit 9 grossen, erwachsenen, 3 jüngeren Blättern und einer sich entwickelnden Endknospe wird um 1 U. Nachm. auf das mit destillirtem Wasser gefüllte Rohr befestigt. Am unteren Theile des Zweiges ist ein Rindenring von 0,6 Centim. Breite entfernt worden. Quecksilberdruck: anfangs 24 Centim. Temperatur: 17^o, 17,7^o, 17^o, 19^o C.

Resultat. Nach 1 $\frac{1}{2}$ Stunde tragen die 9 erwachsenen Blätter einen Tropfen, entweder auf der Ober-, oder auf der Unterseite eines jeden Blattzahnes. Auch sind sie alle ziemlich stark stellenweise injicirt, zumal in der Nähe des Mittelnerven. Die 3 jüngeren Blätter zeigen weder Ausscheidung, noch Injection. Druck noch 17,7 Centim.; es sind etwa 2,2 CC. Wasser eingepresst worden. Der Druck wird jetzt auf 23 Centim. gebracht.

Nach einem Tage ist die Ausscheidung sehr reichlich; die 8 ältesten Blätter sind stark stellenweise injicirt, zumal in der Nähe des Mittelnerven; das 9te viel weniger, Druck noch 5 Centim. Seit der vorigen Beobachtung sind etwa 8 CC. Wasser eingepresst worden.

Der Zweig wird in Wasser gestellt. Nach 3 Stunden (19,5^o C.)

ist die Injection vollkommen verschwunden, der Zweig noch ganz frisch und lebenskräftig.

Diese Versuche führen also zu dem Resultate: dass auch bei Zweigen, denen am unteren Theile ein Rindenring entnommen ist, Injection der Blätter und Tropfenausscheidung stattfinden, wie bei unverletzten.

Injection und Tropfenausscheidung beide werden also durch einen im Holze sich fortpflanzenden Druck verursacht.

ZUSAMMENSTELLUNG DER RESULTATE.

Die Resultate dieser Untersuchung sind die folgenden.

1. Bei Einpressung von Wasser in den Stengel zeigen, aus 60 untersuchten Pflanzen, 42 eine Tropfenausscheidung an bestimmten Blatttheilen, auf dieselbe Weise, wie sie bei unverletzten Pflanzen oft beobachtet wird.

2. Unter denselben Umständen werden bei 31 Pflanzen die Intercellularräume der Blätter injicirt.

3. Bei solchen Pflanzen, deren Blätter Ausscheidung und Injection beide zeigen, scheiden jüngere Blätter leichter Wasser aus als ältere, die älteren werden aber leichter injicirt als die jüngeren.

4. Injicirte Blätter, die in Wasser an die Luft gestellt werden, verlieren ohne Ausnahme durch Verdunstung, nach kürzerer oder längerer Zeit das Wasser aus ihren Intercellularräumen und werden wieder ganz normal.

5. Wenn man den rothen Saft der *Phytolaccabeeren*, oder 1-procentige Tanninlösung in die Stengel solcher Pflanzen presst, deren Blätter zur Tropfenausscheidung fähig sind, so werden die gelösten Stoffe bald aus den Blättern mit ausgeschieden.

6. Die Tropfenausscheidung bei Blättern ist weder an der Anwesenheit sogenannter Wasserporen, noch an der gewöhnlicher Spaltöffnungen gebunden.

7. Tropfenausscheidung und Injection der Blätter finden bei Zweigen, denen am unteren Theile ein Rindenring entnommen ist, ebensogut statt, wie bei unverletzten. Beide Erscheinungen werden also durch einen im Holze sich fortpflanzenden Druck verursacht.

Diese Resultate führen mich zu der Aufstellung folgender Sätze.

1. Es giebt Blätter mit und auch solche ohne Emissarien, d. h. Organe die eine Wasserlosung bei innerem Wasserdrucke möglich machen.

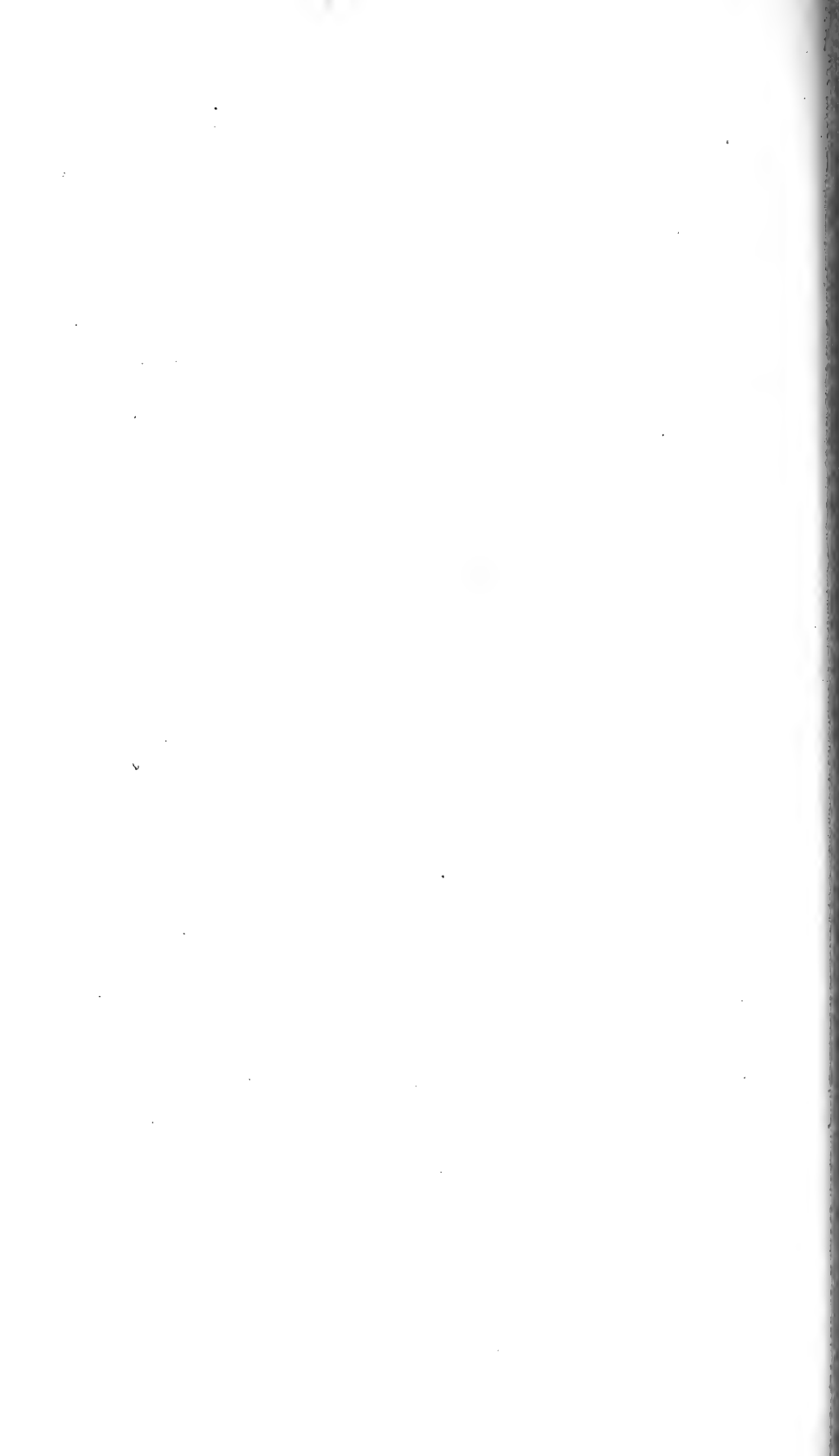
2. Die Blätter ohne, oder mit unwirksamen Emissarien (alte Blätter) werden als Folge des Druckes injicirt, ihre Intercellarräume füllen sich mit Wasser; Athmung und Kohlensäurezersetzung werden theilweise gehemmt.

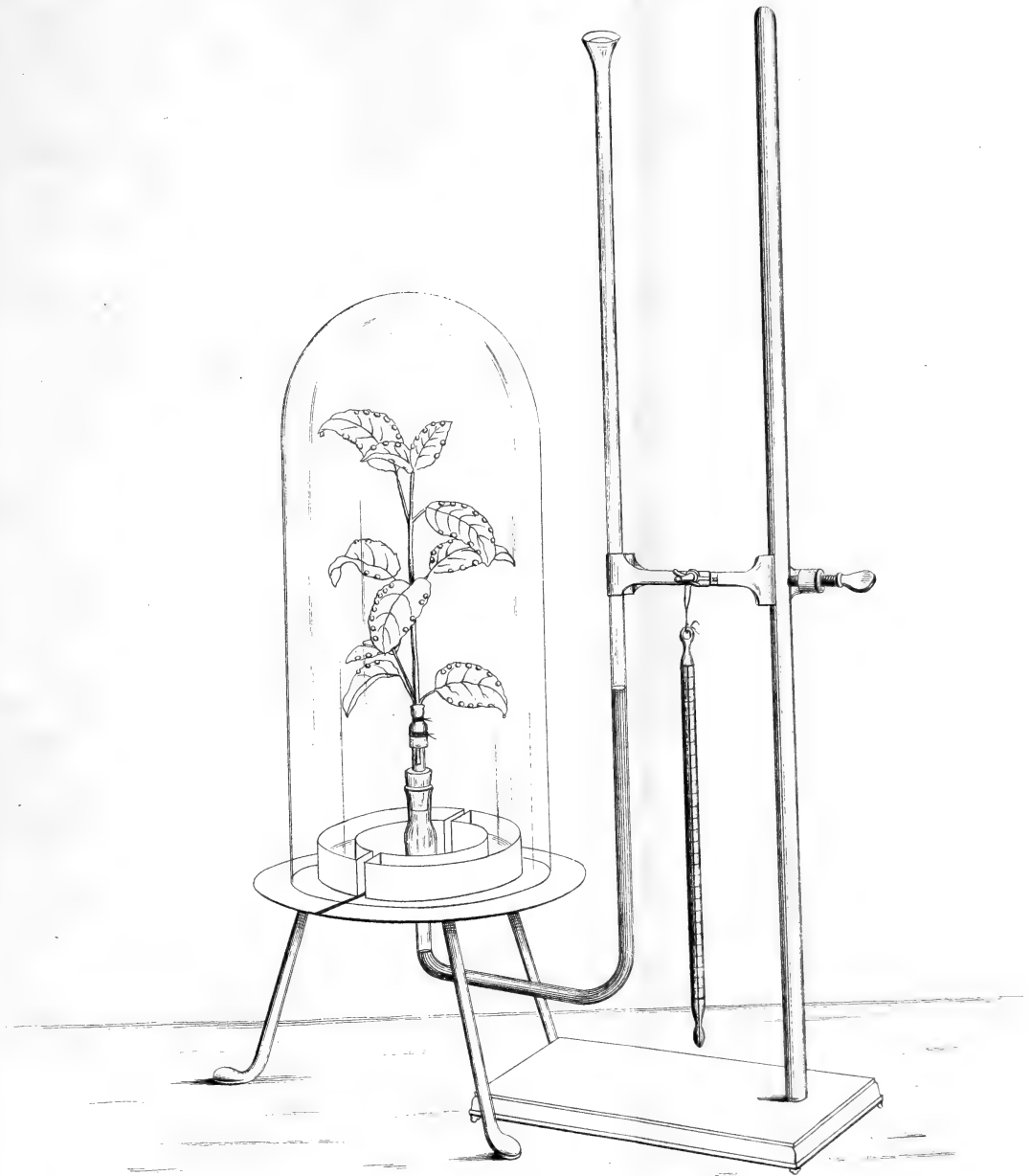
3. Wirksame Emissarien schützen somit die sie besitzenden Blätter vor der nachtheiligen Injection. In bestimmten Fällen ist dieser Schutz kein vollständiger und beobachtet man somit gleichzeitig Tropfenausscheidung und Injection.

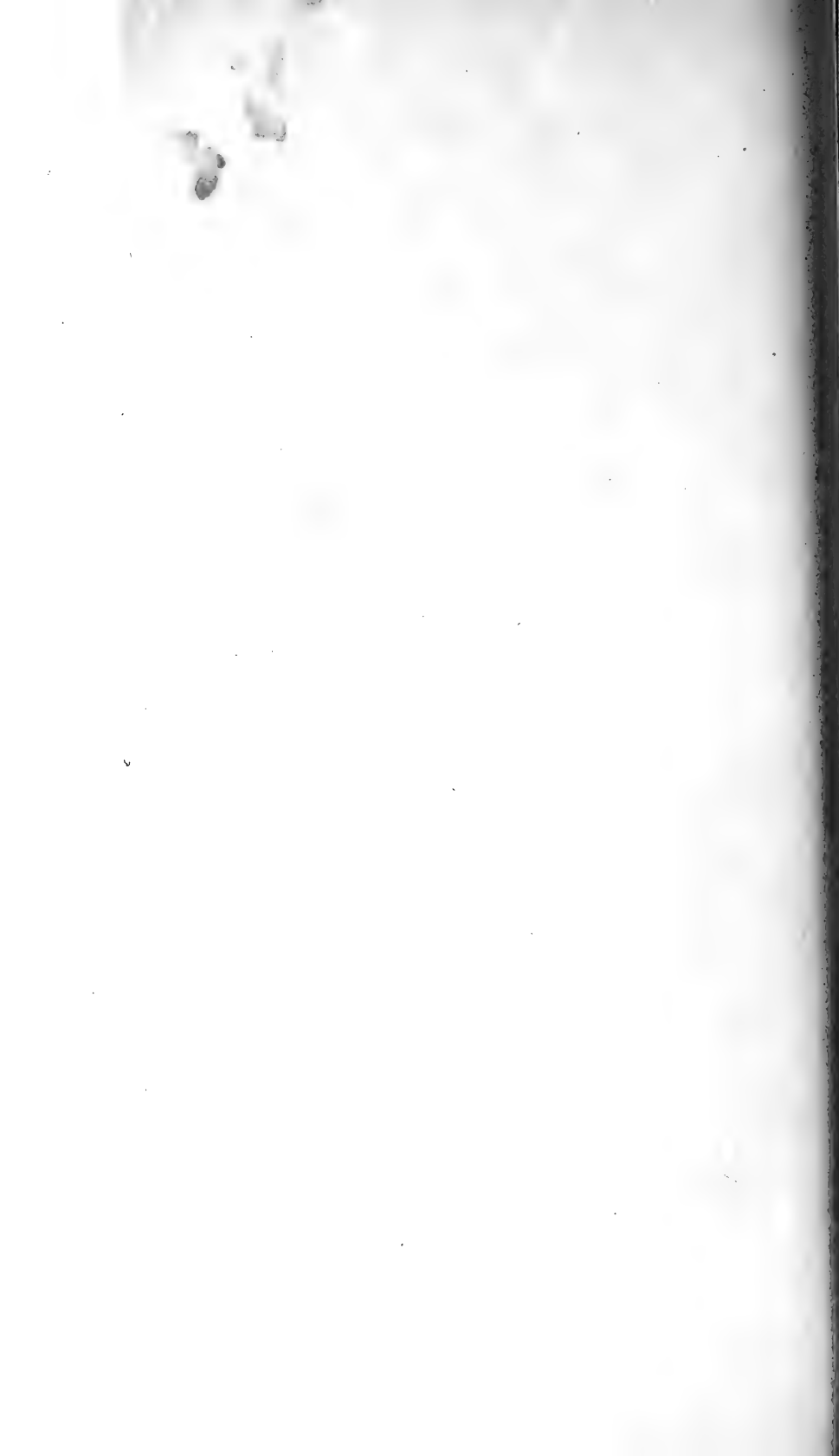
4. Die Einrichtung der Emissarien ist derartig, dass fremde, aber unschädliche Stoffe, die in dem eingepressten Wasser gelöst vorkommen, durch diese Organe mit ausgeschieden werden.

5. Die morphologische Differenzirung der physiologisch gleichwerthigen Emissarien ist, wenigstens an der Oberfläche der Blätter, bei verschiedenen Pflanzen sehr verschieden.

Utrecht, am 19. Februar 1880.







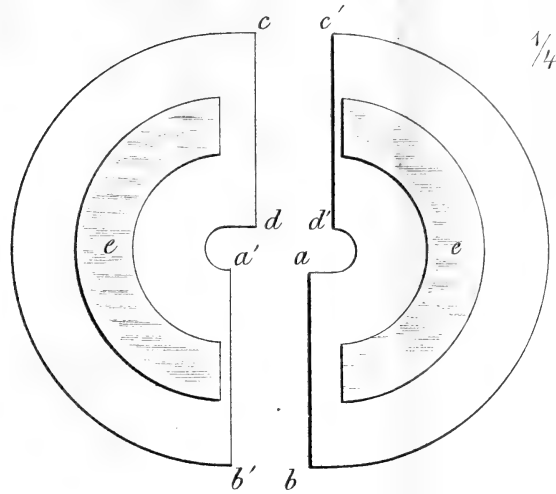


Fig. 2.

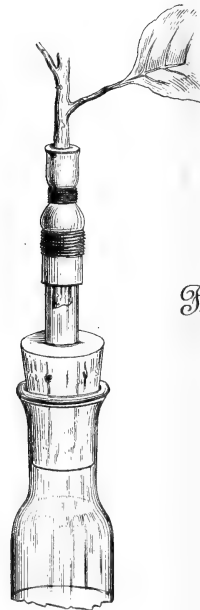
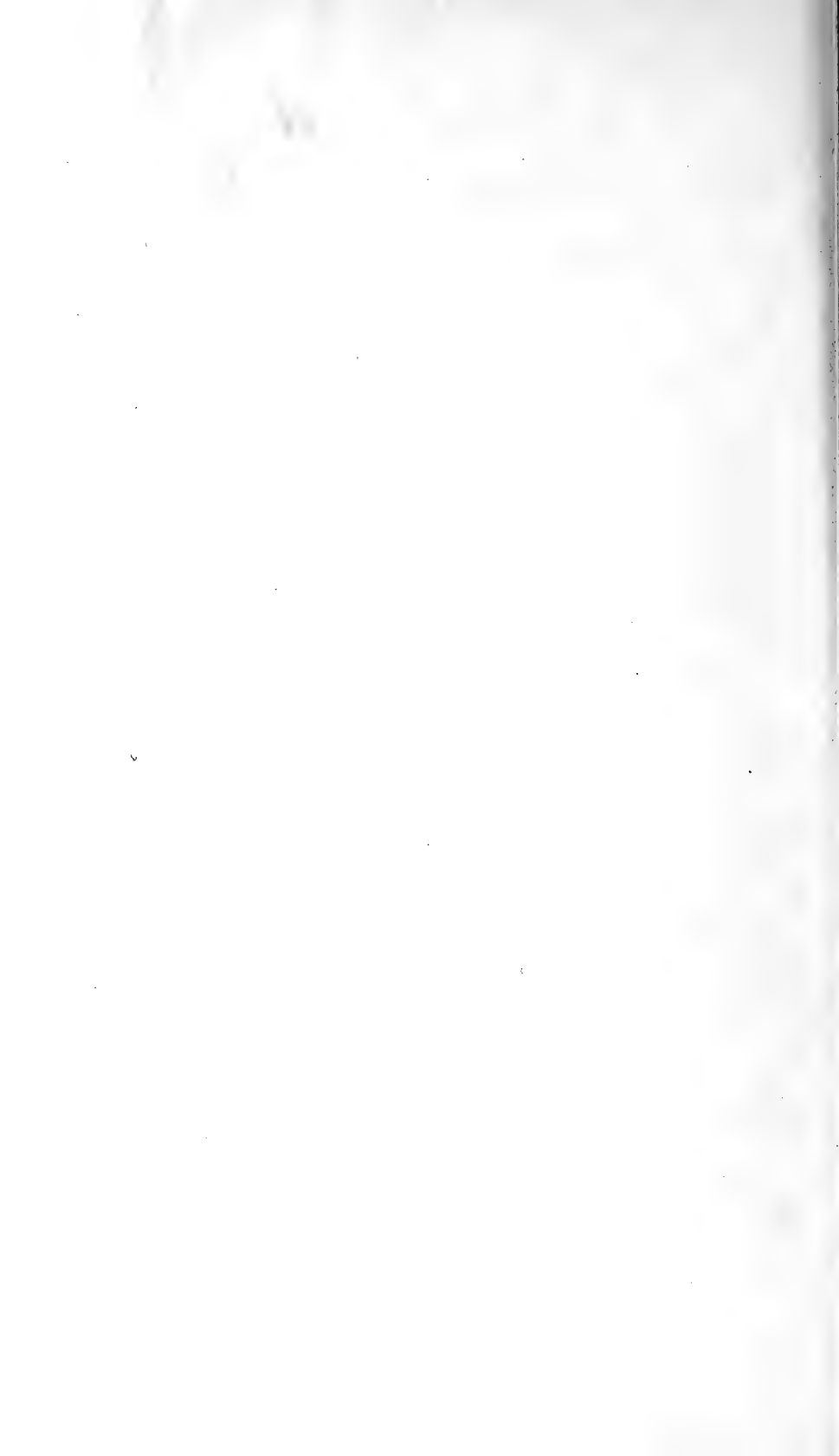


Fig. 1.

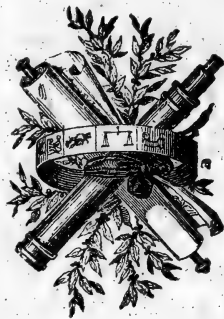


INHOUD

VAN

DEEL XV. - STUK 2.

	bladz.
Rapport van de Heeren ENGELMANN en HOFFMANN over eene verhandeling des Heeren A. A. W. HUBRECHT; uitgebracht in de vergadering van 31 Januari 1880.....	175.
Affen- und Menschenhand; von W. KOSTER Vorgelegt in der Sitzung von 21 Januar 1880.....	179.
Bijdrage tot de kennis van den Lipistius desultor SCHÖDTE; door A. W. M. VAN HASSELT.....	186.
De betrekking tusschen spanning, volumen en temperatuur bij dissociatie; door J. D. VAN DER WAALS.....	199.
Over de methode van JAMIN ter bepaling van de samendrukbaarheid der vloeistoffen; door R. A. MEES.....	218.
Verslag van de Heeren DE VRIES en TREUB over eene verhandeling des Heeren Dr. J. W. MOLL, uitgebracht in de zitting van 27 Maart 1880.....	231.
Untersuchungen über Tropfenausscheidung und Injection bei Blättern; von Dr. J. W. MOLL. (<i>Met 2 platen</i>).....	237.
Overzicht der door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekochte boekwerken.....	89—104.



GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÖBER-BARELS.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE


VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

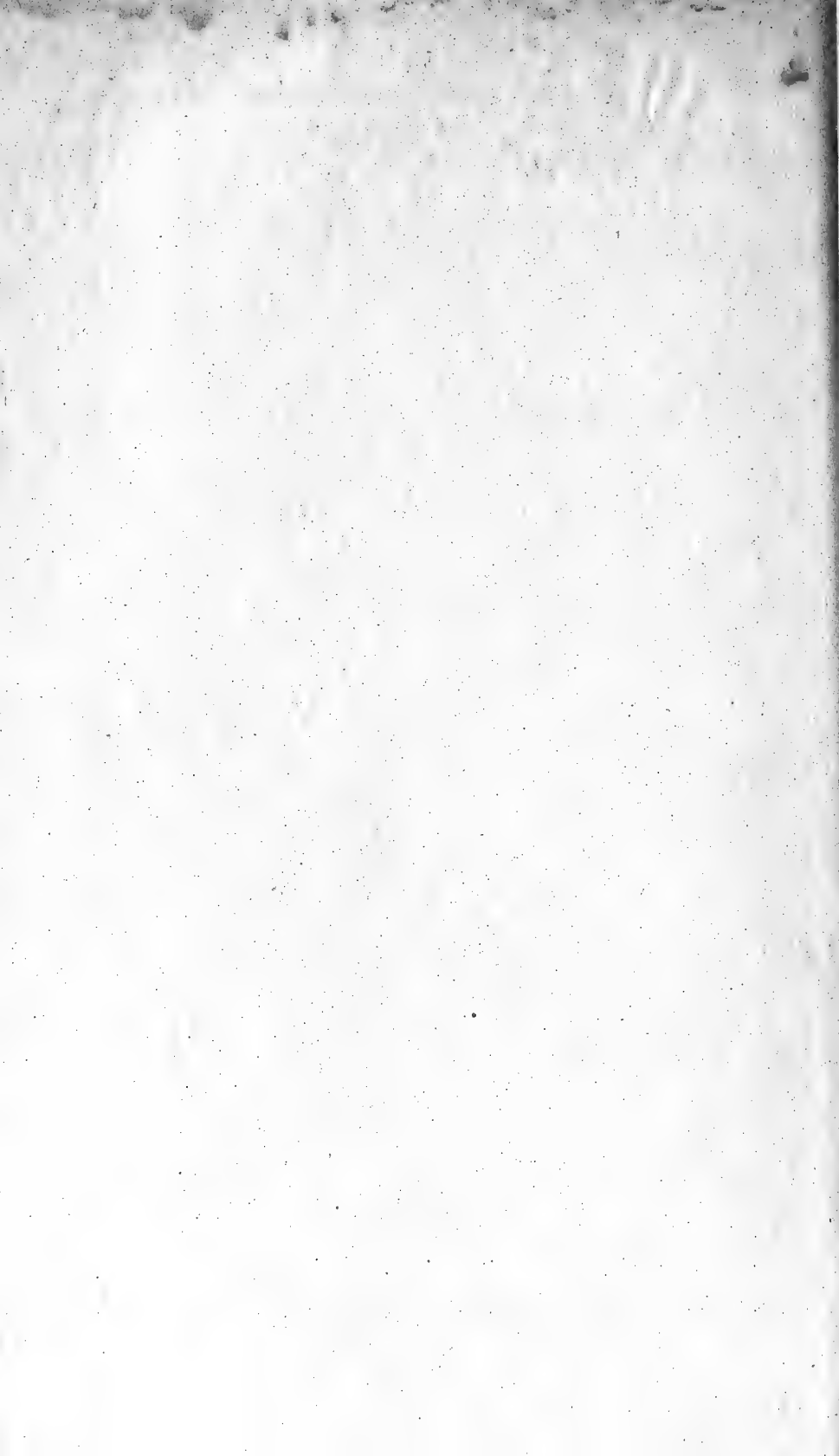
TWEEDE REEKS.

Vijftiende Deel. — Derde Stuk.



AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.

1880.



A D V I E S

AANGAANDE HET DERDE GEDEELTE VAN HET

VERSLAG AAN ZIJNE EXCELLENTIE DEN MINISTER
VAN KOLONIEN

OVER EENE

MAGNETISCHE OPNEMING IN DEN INDISCHEN
ARCHIPEL,

IN DE JAREN 1874—1877 GEDAAN,

DOOR

Dr. VAN RIJCKEVORSEL.

(Uitgebracht in de Vergadering van 27 Maart 1880).



De ondergeteekenden hebben de eer rapport uit te brengen over de 3^e Verhandeling van Dr E. VAN RIJCKEVORSEL, waarin de bepalingen der magnetische declinatie op 131 plaatsen in den Ned Oost-Indischen Archipel worden medegedeeld.

Zij zijn verricht met een declinatie-instrument, zooals die te Kew en elders in gebruik zijn. In deze instrumenten bestaat de magneet uit een gemagnetiseerden stalen hollen cilinder, aan de eene zijde gesloten door een objectief, hebbende tot brandpuntsafstand de lengte van dien cilinder, aan de andere zijde door eene glazen plaat, waarop in het midden eene vertikale streep, en verder nog eene verdeeling is aangebracht.

Om de vertikale as van het instrument bevindt zich een vaste horizontale verdeelde cirkel en bovendien nog een draai-bare, met twee noniën voorziene ring, die aan ééne zijde een radiaal gericht kijker draagt, waarmede zeer nauwkeurig op de as van den genoemden magneet kan ingesteld worden, en aan de tegenovergestelde zijde een' spiegel, bevestigd aan en evenwijdig aan eené horizontale as, welke loodrecht

staat op de richting des kijkers. Deze spiegel dient om er het teruggekaatst beeld der zon in waar te nemen, waartoe dan het oculair van den kijker noch in-, noch uitgeschoven behoeft te worden.

Bij de instelling op den magneet is geene grootere fout dan 20" te verwachten, maar meer onzekerheid blijkt te bestaan in de bepaling van het noordpunt door het waarnemen in den voornoemden spiegel van het beeld der zon; op sommige plaatsen werd de onzekerheid vermeerderd doordien de juiste ware tijd niet zoo nauwkeurig bekend was als had kunnen wезen, indien Dr. VAN RIJCKEVORSEL zelf op zijne reizen tijdsbepalingen genomen had

Bij het gebruik van dit instrument is het van veel belang, dat de as, waarom de genoemde spiegel draait, juist horizontaal en loodrecht op de as van den kijker zij, hetgeen op de wijze als SABINE aangegeven heeft, met behulp van reflectie van een paslood, geverifieerd en gerespecticeerd werd. Nog te Batavia zijnde, had zich Dr. VAN RIJCKEVORSEL overtuigd, dat de overblijvende fout geen grooteren invloed hebben kon dan 1'.5.

Dr. VAN RIJCKEVORSEL merkt terecht op, dat indien de spiegel niet parallel aan de omwentelingsas was, de tweede bepaling van het noordpunt, die na het omleggen verricht werd, van de eerste een verschil in standvastigen zin zou hebben moeten verraden, hetgeen het geval niet was; het grootste verschil der twee uitkomsten is gewoonlijk 1',5 en dit is met afwisselend teeken.

Hiermede is wel het parallellisme van den spiegel aan zijne as bewezen, maar nog niet dat die as loodrecht stond op de as des kijkers.

Wij vinden niet vermeld, of de kijker niet van een zoogenaamd Bohnenbergersch oculair voorzien was, waardoor de loodrechte stand van den spiegel op de as des kijkers onmiddellijk kan geverifieerd worden; het schijnt dus, dat dit niet het geval was, hetgeen te bejammeren is, daar het gebruik hiervan èn gemakkelijk èn nauwkeurig is.

Dr. VAN RIJCKEVORSEL is zelf de eerste om de leemten te erkennen, die er in zijnen arbeid nog overgebleven zijn, slechts voor een gedeelte dus kan hem daarvan een grief gemaakt worden.

Zoo vermeldt hij, dat de aanwijzingen der medegenomene

tijdmeters, (gelet op den gang), niet altijd naar wensch overeenstemden, zoodat hij zich soms bij de aanwijzing van den besten tijdsmeter moest bepalen.

De gangen nu der tijdmeters werden afgeleid uit de standen op die plaatsen, waar de tijd nauwkeurig te verkrijgen was, dus op de stationsplaatsen der nederlandsche marine. En, met behulp van de lengten der tusschenliggende waarnemingsplaatsen, volgden daaruit dan de standen voor die plaatsen, ten tijde der waarnemingen.

Alles hing dus af van de lengten dier plaatsen en van den regelmatigigen gang der tijdmeters. Daar de Heer VAN RIJCKEVORSEL voor observatieplaats juist die plaatsen uitkoos, waarvan de lengten nauwkeurig bekend waren, kon hieruit geene onzekerheid ontstaan; het waren dus alleen de gangen der tijdmeters, die bij enkele perioden zijner reizen wel eenige onzekerheid gaven. Het grootste verschil dat Dr. VAN RIJCKEVORSEL tusschen de aanwijzingen van twee zijner tijdmeters vond, was 47 sekonden; doch al ware eene fout van die grootte begaan, zou zij bij de geringe verandering der zon in azimuth, in de nabijheid van den equator, slechts een invloed van ééne minuut gehad hebben.

Toch ware het, onzes inziens, wenschelijker geweest, als Dr. VAN RIJCKEVORSEL, al was het met een klein sextant, dat toch zulke groote bagage niet uitmaakt, bij die gelegenheid zelf telkens eenige zonshoogten had genomen, een werk, dat met bepaling van indexfout, hoogstens een kwartier behoefde te kosten.

De Heer VAN RIJCKEVORSEL geeft als voorbeeld van berekening eenige waarnemingen, door hem te Soerabaja verricht. Hoewel de noordpunten, door de 4 waarnemingen voor en na het omleggen van het spiegeltje verkregen, niet veel van elkander verschillen, zoo is het toch in het oog loopend, dat daarvoor eene steeds toenemende waarde verkregen wordt, namelijk:

Vóór het omleggen.	Na het omleggen.
1710 0' 59''	170 ⁰ 57' 45''
171 1 26	170 58 37
171 2 54	171 1 59
171 3 44	171 2 16

Bij de aflezingen van den magneet is deze toeneming niet

zichtbaar, hoewel tusschen de aflezingen vóór en na de zonwaarnemingen een half uur ligt, terwijl de zonwaarnemingen met tusschenruimten van ongeveer ééne minuut gedaan zijn. De vraag rijst dus, als de waarnemingen voortgezet waren, wat zou dan wel het finale resultaat geworden zijn? Dat aanhoudend toenemen van de waarde van het noordpunt doet het vermoeden ontstaan, dat bij de meting of berekening eene doorlopende fout gemaakt is, of althans dat er eene doorlopende storende oorzaak in het spel geweest is.

Merkwaardigerwijze geeft juist Soerabaja aanleiding tot eene andere opmerking. Dr. VAN RIJCKEVORSEL heeft deze plaats tweemaal bezocht; beide keeren heeft hij er de declinatie bepaald. Hij vond

de eerste keer 7 Sept. 1874 te $7^{\text{u}}38^{\text{m}} 1046'58''$

de tweede " 17 Maart 1876 te 8 7 1 59 19

Vershil . . . 12'21''

Daarop slaat eene aanmerking in de 8^e kolom: The discrepancy between Soerabaja I and II is probably owing to the longitude and latitude for both being a little uncertain.

Wij moeten ons twee aanmerkingen hierop veroorloven:

1^o. Is de lengte en breedte, niet alleen van het tijdbalgebouw te Soerabaja, maar — aangezien er nauwkeurig opgemeten platte gronden dier stad bestaan — ook van elk ander punt aldaar met eene zeer hooge nauwkeurigheid te kennen.

2^o. Zou eene fout van 12'21'' in het azimuth der zon, bij waarneming van dit hemellichaam des morgens te half acht of acht uren, met zulk eene kolossale fout in lengte of breedte moeten overeenstemmen, dat daar toch in waarheid niet aan gedacht kan worden. Het verschil schijnt ons dus toe, aan andere oorzaken te moeten toegeschreven worden.

Gaarne zagen wij ook in dit voorbeeld vermeld, hoe de correctie der tijdmeters verkregen was; wij kunnen alleen gissen dat te Soerabaja de tijd wel aan het tijdbalgebouw ontleend zal zijn.

Dergelijke storende invloeden, als hier te Soerabaja werkzaam geweest zijn, blijken ook nu en dan op andere plaatsen invloed op de waarnemingen van Dr. VAN RIJCKEVORSEL gehad te hebben;

althans, hoewel op de meeste plaatsen de verschillende bepalingen der declinatie vrij goed, d. i. binnen 4 of 5 minuten met elkander overeenstemden, komen op enkele plaatsen grootere verschillen voor, als :

te Timor Koepang	van 13'
„ Larentoeka	„ 16
„ Gorontalo	„ 6
„ Parigi	„ 6
„ Pondang	„ 16
„ Kema	„ 24
„ Mamoedjoe	„ 6
„ Kei Doela	„ 10
„ Buitenzorg	„ 18
„ Samarang, doch dit werd aan de tegenwoordigheid van ijzer in de nabijheid toegeschreven, 45',	
te Padang	van 30', om welke groote afwijking Dr. VAN RIJCKEVORSEL deze plaats verworpen heeft.
te Bondjol	van 9'.

In het geheel hebben deze groote verschillen zich dus voorgedaan op 10, of als wij Kebon Agoeng medetellen, waar een verschil van meer dan twee graden gevonden werd, welk station dan ook verworpen werd, op 11 van de 131 plaatsen. Het is den Heer VAN RIJCKEVORSEL niet gelukt de oorzaken van deze verschillen op te sporen. Rapporteurs kunnen bij gebrek aan kennis van de waarnemingsmethode ter nauwernood hieromtrent eene gissing wagen, maar zouden zich wel twee vragen willen veroorloven, 1^o. of wel door het plaatsen van een niveau op de horizontale as van het spiegeltje de horizontaliteit er van steeds onderzocht is en of ook de bedoelde verschillen toe te schrijven zijn aan eene werking van de zon op den driehoek van het instrument. Zijn de waarnemingen zoo ingericht als het opgegevene, boven besprokene voorbeeld aangeeft, dus dat 4 instellingen op den magneet, 4 instellingen op de zon, weder 4 instellingen op de zon, met omgelegden spiegel, en 4 instellingen op den magneet, elkander onmiddellijk opvolgden, dan kan de invloed der zon op den driehoek zoo groot niet

zijn, daar zij nagenoeg uit het resultaat geëlimineerd wordt; maar is wellicht, overeenkomstig het aangenomen stelsel, de magneet des morgens op het gewone uur, d. i. 7 à 8 uren, ingesteld en was de waarnemer door betrokkene lucht genoodzaakt, het instrument te laten staan, en eerst een paar uur later de zon waar te nemen, dan is de vraag of er geene torsie in den voet ontstaan kan zijn, al schijnt hij nog zoo sterk van constructie te wezen.

Wat de resultaten op de overige 120 plaatsen aangaat, hoewel het ons voorkomt dat de nauwkeurigheid der declinatiebepalingen van den Heer VAN RIJCKEVORSEL, ook op deze stations bereikt, niet onovertrefbaar genoemd kan worden, zoo is toch het geheel eene zeer welkome bijdrage tot de kennis van het aardmagnetisme in onzen Oost-Indischen Archipel. De verhandeling sluit zich aan de beide vorige aan, die de Afdeeling reeds in hare werken heeft opgenomen, en waarvan de eerste de inclinatie-waarnemingen, de tweede de bepalingen der horizontale intensiteit bevat.

Met het mededeelen dus van bovengenoemde aanmerkingen, willen wij in geenen deele afbreuk doen aan de verdiensten die Dr. VAN RIJCKEVORSEL zich met zoovele opofferingen verworven heeft, om eene magnetische opneming van den Oost-Indischen Archipel uit te voeren, bijna zoo volledig als de bestaande transportmiddelen hem dat veroorloofden, en wenschen slechts daarmede te toonen, dat wij zijn arbeid met belangstelling en aandacht hebben gevolgd, zonder daarom nog blind te zijn voor de onvolkomenheden, die hem aankleven. — Wellicht geven onze aanmerkingen hem aanleiding tot nadere ophelderingen.

Wij aarzelen niet, de Afdeeling te adviseeren, tot de opneming van deze verhandeling in hare werken te besluiten.

Utrecht, 26 Maart 1880.

BUIJS BALLOT.

J. A. C. OUDEMANS.

R A P P O R T

OVER DE

VERHANDELING VAN DEN HEER

Dr. H. A. LORENTZ,

GETITELD

DE BEWEGINGSVERGELIJKINGEN DER GASSEN EN DE VOORTPLANTING VAN HET GELUID, VOLGENS DE KINETISCHE GASTHEORIE.

(Uitgebracht in de Vergadering van 27 Maart 1880).



De Commissie, benoemd om over bovengenoemde verhandeling advies uit te brengen, heeft gemeend, ten einde de Akademie in staat te stellen over de waarde dezer verhandeling te oordeelen, een korte analyse van dit stuk te moeten doen voorafgaan door een vluchtig overzicht van den ontwikkelingsgang der kinetische theorie, voor zoover deze theorie dit onderwerp in den kring harer toepassingen heeft zien brengen.

De vergelijkingen, die in de mechanica voor de beweging van vloeistoffen en gassen worden afgeleid, gaan, zooals bekend is, niet uit van de theorie, dat de molekulen in warmtebeweging verkeerden, noch van eenige andere bijzondere onderstelling omtrent het wezen van vloeistoffen en gassen. Zij moeten dan ook in het algemeen geldig zijn, en in zooverre neemt de wijze van afleiding, zooals de mechanica die geeft, een hooger rang in dan eene, die op bijzondere onderstellingen omtrent den aard der stoffen zou gegrond zijn. Is dit een niet te miskennen voordeel, er staat een gewichtig nadeel tegenover. Een dergelijke algemeene wijze van behandeling kan

namelijk onmogelijk rekenschap geven van die soort bewegingsverschijnselen, die slechts het gevolg zijn van den bijzonderen toestand der stof. Zoo is dan ook de hydrodynamica niet bij machte geweest de wetten der *diffusie*, der *warmtegeleiding* en der *wrijving* bij gassen af te leiden of de waarde der daarbij optredende constanten te bepalen. En geen wonder. Deze verschijnselen toch staan, óf wat haar bestaan betreft, óf wat de mate betreft, waarin zij voorkomen, in een nauw verband met den toestand, waarin de molekulen verkeeren, als er volgens de wetten der hydrodynamica evenwicht is.

Voor de afleiding van de vergelijkingen van alle bewegingsverschijnselen, die een stof vertoonen kan, is het dus noodzakelijk om een bijzondere onderstelling te maken omtrent haar aard en haar wezen.

Zal deze onderstelling de juiste zijn, dan is het in de eerste plaats noodzakelijk, dat uit haar ook de gewone bewegingsvergelijkingen kunnen verkregen worden; en verder, dat zij in staat zij rekenschap te geven ook van die verschijnselen, welke bij een meer algemeene wijze van behandeling onverklaard moeten blijven.

De kinetische theorie maakt zulk een bijzondere onderstelling omtrent den toestand der stof in den zoogenoemden evenwichtstoestand. Geboren uit de behoefte om de warmte als een vorm van arbeidsvermogen te kunnen beschouwen, bleek zij alras in staat te zijn, bij een gasvormig lichaam, druk tegen de wanden, diffusie, enz., te kunnen verklaren. Het gelukte aan CLAUDIUS reeds spoedig, zelfs de snelheid der warmtebeweging der molekulen te bepalen. De formule, die deze snelheid wedergeeft, komt, op één constanten factor na, geheel overeen met de geluidssnelheid. Geen wonder, dat deze overeenkomst de aandacht moest trekken, en menigeen moest doen beproeven, deze moleculaire beweging rechtstreeks in geluidsbeweging om te zetten. Andere beschouwingen zouden echter in staat geweest zijn tegen een dergelijke poging te waarschuwen. De overweging toch, dat de theorie, waarbij van deze warmtebeweging niet werd uitgegaan, eveneens de geluidssnelheid had doen vinden, moest er toe geleid hebben om niet zulk een natuurlijk en eenvoudig verband tusschen de moleculaire en de

geluidssnelheid te doen onderstellen en veel meer hebben doen zoeken naar de afleiding der hydrodynamische bewegingsvergelijkingen, waarin de geluidsbeweging met tallooze andere meer ligt opgesloten.

De eerste, die dezen rationeelen weg insloeg, was de be- treurde, der wetenschap te vroeg ontvallen CLERK-MAXWELL, dien onze Akademie de eer heeft gehad onder hare buitenlandsche leden te mogen tellen. Tegelijkertijd vond hij ook wetten voor de andere verschijnselen, die wij *molekulaire bewegingsverschijnselen* zullen noemen. In dien arbeid heeft hij de onderstel- ling gemaakt, ten einde het terugspringen bij de botsing der molekulen onderling te kunnen verklaren, dat op het oog- blik der botsing de molekulen zich als krachtscentra gedragen, die elkander volgens zekere functie van den afstand afstooten. Men zou daartoe echter nog andere onderstellingen kunnen maken, bijv. dat de molekulen zich als harde, volkomen onver- anderlijke lichamen gedragen, of dat zij de wetten van veer- krachtige lichamen volgen, en misschien nog andere. Het bleek aan MAXWELL, dat, om voor de diffusieconstante een wet te vinden in overeenstemming met de ervaring, die afstooting zou moeten werken in omgekeerde reden van de 5^{de} machten van den afstand. Deze uitkomst bewijst nu echter niet, dat zulk een krachtswerking werkelijk bestaat, en het resultaat is dan ook niet geschikt om algemeen ingang te vinden. Wat aan deze beschouwing meer dan aan eenige andere bijzonder eigen- aardig is, is dat zij voor de grootte van het molekuul een zekere, van omstandigheden afhankelijke, denkbeeldige ruimte in de plaats stelt: een ruimte, te kleiner, naarmate de snel- heid bij de botsing grooter is. De onderstelling van *harde* molekulen, doet natuurlijk een onveranderlijk volume voor de molekulen vinden. De onderstelling van veerkrachtige licha- men voert tot een volume, dat wel niet geheel onveranderlijk is, maar toch slechts weinig afwisselt.

Later heeft BOLTZMANN meer de beschouwing op den voor- grond gezet, waarbij de molekulen zelven weder als aggregaten, uit atomen opgebouwd, worden aangezien; ook hij leidt wetten af voor de molekulaire bewegingsverschijnselen, maar de hydro- dynamische heeft hij niet rechtstreeks behandeld.

namelijk onmogelijk rekenschap geven van die soort bewegingsverschijnselen, die slechts het gevolg zijn van den bijzonderen toestand der stof. Zoo is dan ook de hydrodynamica niet bij machte geweest de wetten der *diffusie*, der *warmtegeleiding* en der *wrijving* bij gassen af te leiden of de waarde der daarbij optredende constanten te bepalen. En geen wonder. Deze verschijnselen toch staan, óf wat haar bestaan betreft, óf wat de mate betreft, waarin zij voorkomen, in een nauw verband met den toestand, waarin de molekulen verkeereren, als er volgens de wetten der hydrodynamica evenwicht is.

Voor de afleiding van de vergelijkingen van alle bewegingsverschijnselen, die een stof vertoonen kan, is het dus noodzakelijk om een bijzondere onderstelling te maken omtrent haar aard en haar wezen.

Zal deze onderstelling de juiste zijn, dan is het in de eerste plaats noodzakelijk, dat uit haar ook de gewone bewegingsvergelijkingen kunnen verkregen worden; en verder, dat zij in staat zij rekenschap te geven ook van die verschijnselen, welke bij een meer algemeene wijze van behandeling onverklaard moeten blijven.

De kinetische theorie maakt zulk een bijzondere onderstelling omtrent den toestand der stof in den zoogenoemden evenwichtstoestand. Geboren uit de behoefte om de warmte als een vorm van arbeidsvermogen te kunnen beschouwen, bleek zij alras in staat te zijn, bij een gasvormig lichaam, druk tegen de wanden, diffusie, enz., te kunnen verklaren. Het gelukte aan CLAUSIUS reeds spoedig, zelfs de snelheid der warmtebeweging der molekulen te bepalen. De formule, die deze snelheid wedergeeft, komt, op één constanten factor na, geheel overeen met de geluidssnelheid. Geen wonder, dat deze overeenkomst de aandacht moest trekken, en menigeen moest doen beproeven, deze moleculaire beweging rechtstreeks in geluidsbeweging om te zetten. Andere beschouwingen zouden echter in staat geweest zijn tegen een dergelijke poging te waarschuwen. De overweging toch, dat de theorie, waarbij van deze warmtebeweging niet werd uitgegaan, eveneens de geluidssnelheid had doen vinden, moest er toe geleid hebben om niet zulk een natuurlijk en eenvoudig verband tusschen de moleculaire en de

geluidssnelheid te doen onderstellen en veel meer hebben doen zoeken naar de afleiding der hydrodynamische bewegingsvergelijkingen, waarin de geluidsbeweging met tallooze andere meer ligt opgesloten.

De eerste, die dezen rationeelen weg insloeg, was de be-treurende, der wetenschap te vroeg ontvallen CLERK-MAXWELL, dien onze Akademie de eer heeft gehad onder hare buitenlandsche leden te mogen tellen. Tegelijkertijd vond hij ook wetten voor de andere verschijnselen, die wij *molekulaire bewegingsverschijnselen* zullen noemen. In dien arbeid heeft hij de onderstelling gemaakt, ten einde het terugspringen bij de botsing der molekulen onderling te kunnen verklaren, dat op het oog-nblik der botsing de molekulen zich als krachtscentra gedragen, die elkander volgens zekere functie van den afstand afstooten. Men zou daartoe echter nog andere onderstellingen kunnen maken, bijv. dat de molekulen zich als harde, volkomen onver-anderlijke lichamen gedragen, of dat zij de wetten van veer-krachtige lichamen volgen, en misschien nog andere. Het bleek aan MAXWELL, dat, om voor de diffusieconstante een wet te vinden in overeenstemming met de ervaring, die afstooting zou moeten werken in omgekeerde reden van de 5^{de} machten van den afstand. Deze uitkomst bewijst nu echter niet, dat zulk een krachtswerking werkelijk bestaat, en het resultaat is dan ook niet geschikt om algemeen ingang te vinden. Wat aan deze beschouwing meer dan aan eenige andere bijzonder eigen-aardig is, is dat zij voor de grootte van het molekuul een zekere, van omstandigheden afhankelijke, denkbeeldige ruimte in de plaats stelt: een ruimte, te kleiner, naarmate de snelheid bij de botsing grooter is. De onderstelling van *harde* molekulen, doet natuurlijk een onveranderlijk volume voor de molekulen vinden. De onderstelling van veerkrachtige licha-men voert tot een volume, dat wel niet geheel onveranderlijk is, maar toch slechts weinig afwisselt.

Later heeft BOLTZMANN meer de beschouwing op den voor-grond gezet, waarbij de molekulen zelven weder als aggregaten, uit atomen opgebouwd, worden aangezien; ook hij leidt wetten af voor de molekulaire bewegingsverschijnselen, maar de hydro-dynamische heeft hij niet rechtstreeks behandeld.

De Heer LORENTZ blijkt ook geleid te zijn geworden door de begeerte om de geluidsbeweging uit de kinetische theorie te verklaren, maar stelt zich op het onzes inziens juiste standpunt van daartoe den door MAXWELL aangewezen weg in te slaan om de hydrodynamische vergelijkingen af te leiden. De onderstelling der kinetische theorie, dat de molekulen in warmtebeweging verkeerden, moest dus worden aangenomen; doch daar niet de toestand van evenwicht, maar die van beweging moest worden beschouwd, moest die warmtebeweging met de plaats in de ruimte en met den tijd veranderlijk worden gesteld. Daarvoor moest een functie worden ingevoerd, die de waarschijnlijkheid voorstelt, dat een molekuul op een bepaald oogenblik en in een bepaald punt der ruimte een gegeven bewegings-toestand heeft en een in bepaalden toestand verkeerend aggregaat van atomen is. Hierbij kon de schrijver het voorbeeld van BOLTZMANN volgen. Maar wat den schrijver eigen en onzes inziens een zaak van gewicht is, is dat hij blijkbaar het minimum van onderstellingen aangeeft, waardoor het mogelijk is om de hydrodynamische bewegingsvergelijkingen te vinden. Alleen het denkbeeld van een oneindig kleine verstoring in den evenwichtstoestand, zonder dat het noodig is de gedaante der waarschijnlijkheidsfunctie te kennen, zonder dat het noodig is te weten, hoe de molekulen op het oogenblik der botsing op elkander werken, is voldoende om de gewone vergelijkingen te vinden, die ook alleen voor oneindig kleine verstoringen in den evenwichtstoestand gelden en waarbij de wrijving, warmtegeleiding en diffusie, verwaarloosd worden. In het bijzonder rekenen wij belangrijk, dat de schrijver aantoont, dat ter afleiding dezer vergelijkingen het aantal botsingen op elk punt der ruimte mag berekend worden, alsof in de geheele ruimte om dat punt heen de toestand der stof dezelfde was als in het beschouwde punt. Dit toont de schrijver aan door te bewijzen, dat de wijziging, die in de waarschijnlijkheidsfunctie zou moeten aangebracht worden door de omstandigheid, dat om het beschouwde punt heen de toestand niet dezelfde is, klein is ten opzichte van de verandering, die de waarschijnlijkheidsfunctie ondergaat tengevolge van de afwijking van den evenwichtstoestand in het punt zelf. Achten wij dit resultaat van gewicht,

het bewijs zelf, dat de schrijver geeft, komt ons echter voor niet even duidelijk en even scherp geformuleerd te zijn als dit gewichtig punt eischt en als de schrijver elders toont te kunnen schrijven.

Na eenige verkregen uitkomsten in discussie te hebben genomen en in het licht te hebben gesteld, waarom andere pogingen om de geluidssnelheid te vinden door middel der kinetische theorie hebben gefaald, gaat de schrijver over tot de behandeling der gevallen, waarin de storing in den evenwichtstoestand niet oneindig klein is. In al die gevallen moeten behalve de hydrodynamische ook de moleculaire bewegingsverschijnselen aanwezig zijn; of liever, bij uitzondering kunnen de hydrodynamische, maar nimmer de moleculaire ontbreken, bijv. bij stationaire warmtegeleiding. Als bijzondere gevallen worden door den schrijver warmtegeleiding en wrijving behandeld. In dit opzicht blijken de uitkomsten afhankelijk te zijn van den inwendigen bouw der molekulen. Zonder dus tot bijzondere onderstellingen over te gaan, kan wel de vorm der wet, die deze verschijnselen beheerscht, maar kunnen niet de daarin voorkomende constanten gevonden worden. De schrijver heeft zich echter met geen bijzondere onderstellingen beziggehouden. Erkentelijk voor het geleverde, denken wij er natuurlijk niet aan om daarvan den schrijver een grief te maken. Integendeel, wij zoeken juist de hoofdzakelijke waarde dezer verhandeling daarin, dat het den schrijver gelukt is aan te toonen, voor welke verschijnselen *geene* en voor welke *wel* bijzondere onderstellingen moeten worden aangenomen.

Wij kunnen na de vluchtige analyse van deze verhandeling kort zijn in ons oordeel. Wij gelooven, dat, door de opneming daarvan, de werken der Akademie verrijkt zullen worden met een goed stuk. Volgaarne wenschen wij, dat de Akademie daartoe besluite.

Maart 1880.

De Commissie voornoemd:

J. D. VAN DER WAALS.

J. BOSSCHA.

DE BEWEGINGSVERGELIJKINGEN

DER

GASSEN EN DE VOORTPLANTING VAN HET GELUID VOLGENS DE KINETISCHE GASTHEORIE.

DOOR

H. A. LORENTZ.



Korten tijd na het verschijnen der eerste verhandeling van CLAUDIUS over de moleculaire theorie der gassen maakte JOCHMANN *) de bedenking, dat deze theorie van de bewegingsverschijnselen der gassen, met name van de geluidsbeweging, geene rekenschap zou kunnen geven. Hij werd daartoe gebracht door de meening, dat de nieuwe zienswijze wel de drukking van een gas tegen een ander lichaam, maar niet de onderlinge drukking van naast elkaâr liggende gaslagen zou kunnen verklaren.

Zoodra CLAUDIUS had aangewezen, hoe de gasmoleculen niet alleen tegen een vreemd lichaam, maar ook zeer dikwijls tegen elkander botsen, verviel dit bezwaar en moest de mogelijkheid eener verklaring worden toegegeven. Later werden dan ook door verschillende natuurkundigen de vragen behandeld: Wat is bij de nieuwe theorie het mechanisme der geluidsbeweging, m. a. w. hoe gedragen zich daarbij de gasmoleculen, en welke betrekking bestaat er tusschen de geluidssnelheid V en de gemiddelde snelheid V' der moleculen?

STEFAN †) en ROITI §) beproefden, zonder over de eerste

*) Pogg. Ann. Bd. 108.

†) Pogg. Ann. Bd. 118.

§) Atti della R. Accad. dei Lincei (3) I.

vraag in uitvoerige bijzonderheden te treden, de tweede te beantwoorden De eerste natuurkundige vond $\frac{V}{V'} = \sqrt{\frac{1}{3}}$, de

laatste achtereenvolgens $\frac{V}{V'} = \frac{1}{2}$ en $= \frac{2}{3}$, geene van welke

uitkomsten in het algemeen met de ervaring in overeenstemming is. ROITI heeft later getracht eene betere uitkomst te verkrijgen, door aan te nemen, dat bij de geluidsbeweging de moleculen zich niet meer gelijkelijk naar alle richtingen bewegen, maar eene grondige uiteenzetting van de reden, waarom dit zoo zijn moet, heb ik in het uittreksel *) uit zijne verhandeling, dat mij toegankelijk was, te vergeefs gezocht.

Een antwoord op de eerste der beide bovengenoemde vragen werd gegeven door TOLVER PRESTON †). Daar hij zich intuschen tot zeer elementaire beschouwingen bepaalt, is hij niet in staat, de waarde van V te berekenen. Hij vermeldt alleen, dat MAXWELL voor een eenatomig gas, waarbij de moleculen als veerkrachtige bollen beschouwd worden, voor $\frac{V}{V'}$ de waarde $\frac{\sqrt{5}}{3}$ heeft verkregen, die blijkens de proeven van KUNDT en WARBURG §) met kwikdamp juist is.

Eene poging van Dr. HOORWEG **, tot wiskundige behandeling van het vraagstuk kan m. i. niet als geslaagd beschouwd worden. Door den Heer RINK ††) zijn verschillende bezwaren tegen zijne ontwikkelingen aangevoerd; hier moge de opmerking genoeg zijn, dat HOORWEG in werkelijkheid alleen de vergelijking der continuïteit uit de theorie heeft afgeleid. Zijne overige vergelijkingen verkrijgt hij door eerst, naar 't mij voorkomt zonder voldoende bewijs, eene integraalvergelijking op te stellen in den vorm, dien zij ook in de oude geluidstheorie aanneemt §§).

*) Pogg. Ann. Beibl. Bd. 2.

†) Phil. Mag. (5) III.

§) Pogg. Ann. Bd. 157.

**) Archives Neerlandaises, T. 11.

††) Arch. Neerl. T. 12.

§§) t. a. p. pp. 139, 140.

De Heer RINK zelf komt tot het besluit, dat de gevolgtrekkingen uit de kinetische gastheorie niet in overeenstemming zijn met hetgeen bij de geluidsbeweging wordt waargenomen. Op de redeneeringen, die hem tot deze conclusie geleid hebben, kom ik later terug.

Terwijl aldus de genoemde natuurkundigen geene bevredigende verklaring van de geluidsbeweging hebben geleverd, werd door MAXWELL, ofschoon hij zich niet opzettelijk daarmede bezig hield, de weg aangewezen, waarop die verklaring moet worden gezocht. In zijne tweede verhandeling *) over de theorie der gassen heeft hij n. l. de *bewegingsvergelijkingen* voor deze lichamen afgeleid en dit is natuurlijk ter verklaring van de geluidsbeweging volkomen voldoende. Zoolang MAXWELL geene bijzondere onderstelling omtrent de onderlinge werking der gasmoleculen invoert, verkrijgt hij intusschen de bewegingsvergelijkingen slechts in een algemeenen, voor toepassing onvoldoenden vorm †); zij bevatten n. l. de componenten der drukking zonder dat deze als afhankelijk van de dichtheid, temperatuur en beweging van het gas zijn voorgesteld. Om dit laatste te doen wordt van de hypothese gebruik gemaakt, dat de moleculen elkander afstooten met eene kracht, omgekeerd evenredig met de vijfde macht van den afstand. Daar men deze onderstelling bezwaarlijk als juist kan aanmerken is het wenschelijk, de bewegingsvergelijkingen onafhankelijk daarvan af te leiden. Wordt deze wijziging aangebracht, dan laten de beschouwingen van MAXWELL nog slechts voor meeratomige gassen iets aan strengheid te wenschen over.

Ik heb daarom beproefd ook voor zulke gassen de bewegingsvergelijkingen zonder bijzondere onderstellingen over de onderlinge werking der moleculen af te leiden. Wil men slechts in hoofdtrekken eene verklaring der geluidsbeweging geven, dan kan men zich tot oneindig kleine verstoringen van den evenwichtstoestand bepalen en van de werking van uitwendige krachten, alsmede van de inwendige wrijving en de warmtegeleiding afzien. Met het oog op andere toepassingen der

*) *Phil. Mag.* (4) XXXV.

†) t. a. p. 195.

bewegingsvergelijkingen heb ik echter van het begin af het bestaan van uitwendige krachten en van eindige verstoringen aangenomen en later ook de wrijving en warmtegeleiding in rekening gebracht.

§ 1. AFLEIDING DER GRONDVERGELIJKING.

Om de moleculaire bewegingen van meeratomige gassen wiskundig te behandelen, zullen wij den weg inslaan, die door BOLTZMANN *) is aangewezen; het eigenlijke onderwerp van het onderzoek is daarbij de wijze, waarop de verschillende bewegingsstoelstanden over de verschillende moleculen verdeeld zijn.

Zal men dien toestand voor eene molecule — die wij ons buiten den invloed der overige denken — kunnen aangeven, dan moet men voor elken tijd t vooreerst de componenten ξ , η , ζ kennen der snelheid van haar zwaartepunt volgens drie onderling loodrechte assen; ten tweede de relatieve coördinaten van elk der stoffelijke punten, waaruit de molecule is samengesteld, ten opzichte van haar zwaartepunt. Kende men nu de samenstelling der molecule en de krachten, die hare bestanddeelen op elkander uitoefenen, dan zou men de differentiaalvergelijkingen kunnen opstellen voor de relatieve beweging der bestanddeelen: vergelijkingen, die geheel onafhankelijk zijn van de op het gas werkende uitwendige krachten, wanneer deze, zooals wij zullen aannemen, aan alle bestanddeelen eener molecule dezelfde versnelling geven.

Kon men nu verder de genoemde bewegingsvergelijkingen integreeren, dan zouden al de relatieve coördinaten als functiën van t gevonden worden. In de aldus verkregen uitdrukkingen zouden een zeker aantal constanten optreden, die bepaald konden worden, wanneer men voor één oogenblik den onderlingen stand en de snelheden der bestanddeelen kende; wij zullen deze constanten de parameters der intramoleculaire beweging noemen.

Voor één daarvan zal men altijd de som E kunnen nemen van het arbeidsvermogen van plaats der bestanddeelen en van het arbeidsvermogen hunner relatieve beweging ten opzichte van

*) *Wiener Sitzungsber* 2te Abth., Bd. 63, p 399, Bd. 66, p 336.

het gemeenschappelijk zwaartepunt; de overige parameters zullen wij door $p_1, p_2, \dots p_k$ aanduiden. Het is duidelijk, dat wanneer op eenig oogenblik t de grootheden $\xi, \eta, \zeta, E, p_1 \dots p_k$ voor eene molecule bekend zijn, haar bewegingstoestand geheel bepaald is en deze grootheden zijn het dan ook, die in het vervolg voor dat doel zullen gebezigd worden.

Zoo lang nu eene molecule zich buiten den invloed der andere beweegt, zullen alleen ξ, η, ζ door de uitwendige krachten veranderen, maar $E, p_1, \dots p_k$ constant blijven. Anders is het, wanneer een deeltje A op zoo korten afstand van een ander komt, dat er eene wederkeerige werking plaats heeft. Wij zullen aannemen, dat na zeer korten tijd de moleculen wederom buiten elkanders invloed zijn gekomen en dat daarbij geene scheiding of uitwisseling van bestanddeelen heeft plaats gehad. Na deze ontmoeting of botsing kan men den bewegingstoestand van A weer op eene dergelijke wijze aangeven als vóór de ontmoeting; alleen zullen nu niet slechts ξ, η, ζ , maar ook $E, p_1 \dots p_k$ andere waarden hebben verkregen.

Het gevolg der ontmoetingen moet nu zijn, dat de moleculen, in eenig deel der ruimte aanwezig, zeer verschillende bewegingstoestanden zullen hebben, die er volgens eene zekere wet over verdeeld zijn. Is de toestand van het gas van punt tot punt en van oogenblik tot oogenblik veranderlijk, dan zal ook de vorm dier wet van plaats en tijd afhangen. Wiskundig kan men dit op de volgende wijze uitdrukken. Zij $d l$ een volume-element bij het punt (x, y, z) gelegen en nemen wij aan, dat zich daarin nog een groot aantal deeltjes bevinden. Kiezen wij onder al de moleculen, die er op den tijd t in aanwezig zijn, eene bepaalde groep, namelijk diegene, waarvoor de snelheids-componenten van het zwaartepunt en de parameters der inwendige beweging resp. liggen tusschen de grenzen:

$$\begin{aligned} \xi \text{ en } \xi + d\xi, \quad \eta \text{ en } \eta + d\eta, \quad \zeta \text{ en } \zeta + d\zeta, \quad E \text{ en } E + dE, \\ p_1 \text{ en } p_1 + dp_1, \quad \dots \quad p_k \text{ en } p_k + dp_k, \end{aligned}$$

dan kan het aantal daarvan worden voorgesteld door:

$$F(\xi, \eta, \zeta, E, p_1, \dots p_k, x, y, z, t) d\xi d\eta d\zeta dE dp_1 \dots dp_k \dots (1)$$

als

$$d\lambda = d\xi d\eta d\zeta dE dp_1 \dots dp_k$$

is.

Is de hier ingevoerde functie F bekend, dan kent men volkomen den toestand van het gas en kan alle grootheden, die daarmede samenhangen, berekenen. Wenscht men b v. het geheele aantal moleculen in het element $d\lambda$ te vinden, dan heeft men (1) te integreeren naar $\xi, \eta, \zeta, E, p_1, \dots, p_k$ over alle waarden van deze grootheden, die kunnen voorkomen. Duidt men zulk eene bewerking door een enkel integraalteeken aan, dan is dus het bedoelde aantal $N d\lambda$, wanneer

$$N = \int F d\lambda$$

is.

Door eene dergelijke integratie kan men ook voor alle binnen $d\lambda$ liggende moleculen de gemiddelde waarde vinden van eenige grootheid φ , die van den bewegingstoestand, dus van $\xi, \eta, \zeta, E, p_1, \dots, p_k$ afhangt. Zij is namelijk:

$$\frac{1}{N} \int F \varphi d\lambda.$$

Berekent men op deze wijze de gemiddelde waarden u, v, w van ξ, η, ζ , dan verkrijgt men de componenten der snelheid, die het element $d\lambda$ in zijn geheel schijnt te bezitten en die wij de *stroomings-snelheid* kunnen noemen.

Om nu een middel ter bepaling van de functie F te vinden beschouwen wij op een bepaald oogenblik de groep deeltjes, waarvan (1) het aantal is, en volgen deze op hun weg gedurende een oneindig kleinen tijd dt . Zien wij daarbij voor een oogenblik van de botsingen af. Aangezien wij voor al de genoemde moleculen de snelheid (ξ, η, ζ) als gelijk kunnen beschouwen, kunnen wij ons voorstellen, dat eenvoudig het element $d\lambda$ zich met behoud van vorm en grootte met die snelheid verschuift en dat de groep moleculen erin blijft liggen. Aan het einde van den tijd dt zullen dus de deeltjes liggen in het element $d\lambda$ aan het punt $(x + \xi dt, y + \eta dt,$

$z + \zeta dt$). De parameters der intramoleculaire beweging zijn onveranderd gebleven en liggen dus nog tusschen de vroeger aangegeven grenzen.

Maar tengevolge van de uitwendige krachten hebben de snelheidscomponenten van de zwaartepunten der moleculen zekere aangroeiingen ondergaan, welke wij voor al de beschouwde deeltjes gelijk kunnen stellen. Bepalen wij ons tot het geval, dat er eene krachtfunctie bestaat, dan kunnen wij de bedoelde aangroeiingen voorstellen door $\frac{\partial \psi}{\partial x} dt$, $\frac{\partial \psi}{\partial y} dt$, $\frac{\partial \psi}{\partial z} dt$, zoodat aan het einde van den tijd dt de genoemde snelheden liggen tusschen de grenzen:

$$\xi + \frac{\partial \psi}{\partial x} dt \text{ en } \xi + \frac{\partial \psi}{\partial x} dt + d\xi,$$

$$\eta + \frac{\partial \psi}{\partial y} dt \text{ " } \eta + \frac{\partial \psi}{\partial y} dt + d\eta,$$

$$\zeta + \frac{\partial \psi}{\partial z} dt \text{ " } \zeta + \frac{\partial \psi}{\partial z} dt + d\zeta.$$

Zien wij thans wat het gevolg der botsingen zijn zal. Gedurende den tijd dt zullen eenige moleculen van de beschouwde groep andere deeltjes ontmoeten en ten gevolge daarvan een nieuwen bewegingstoestand aannemen, dus uit de groep treden. Daarentegen zullen ook andere moleculen, die eerst niet tot de groep behoorden, tengevolge van botsingen zoodanige bewegingen verkrijgen, dat zij er deel van gaan uitmaken. Daar nu het aantal A der moleculen, die de groep verlaten en het aantal B van die, welke erin treden, in het algemeen niet even groot zijn, zal in het element dl een aantal moleculen met den vereischten bewegingstoestand komen, dat $B - A$ grooter is dan het in (1) aangegevene.

Wanneer men de functie F en de onderlinge werking der moleculen kende, zou men de grootheid A kunnen berekenen. Strikt genomen zou men daarbij in aanmerking moeten nemen, dat het element dl , waarin de deeltjes liggen, gedurende den tijd dt telkens in eene andere omgeving komt en eveneens, dat de snelheden van de moleculen der groep veranderen.

Houdt men echter in het oog, dat de grootheid A evenals dt oneindig klein is, dat verder zoowel de verandering in de omgeving van dl als ook de aangroeiing der snelheden eene oneindig kleine van dezelfde orde is, dan is het duidelijk, dat men den invloed dezer beide omstandigheden op A als oneindig klein van de tweede orde zal mogen verwaarloozen. M. a. w. om A te berekenen kan men zich eene gasmassa P denken, waarop geene uitwendige krachten werken en waarin de toestand overal dezelfde is als in het beschouwde gas in het punt (x, y, z) op den tijd t ; A is dan het aantal botsingen in een vaststaand element dl van deze gasmassa, waarbij een der moleculen vóór de botsing een bewegingstoestand tusschen ξ en $\xi + d\xi$, enz. had. Natuurlijk is A met dl , $d\xi$ en dt evenredig; stelt men $A = a d l d \lambda d t$, dan is $a d \lambda d t$ het aantal ontmoetingen van de genoemde soort, die in de ruimte-eenheid van P zouden plaats hebben. Stelt op dezelfde wijze $b d \lambda d t$ het aantal botsingen voor, waarbij een der deeltjes na de ontmoeting den boven bepaalden bewegingstoestand verkrijgt, dan is $B = b d l d \lambda d t$.

Uit het gezegde volgt, dat:

$$F(\xi, \eta, \zeta, E, p_1 \dots p_k, x, y, z, t) d \lambda d l + (b - a) d \lambda d l d t \dots (2)$$

het aantal moleculen zal zijn, die op den tijd $t + dt$ liggen in het element dl bij het punt $(x + \xi dt, y + \eta dt, z + \zeta dt)$ en waarvan de grootheden, die den bewegingstoestand bepalen, resp. liggen tusschen:

$$\xi + \frac{\partial \psi}{\partial x} dt \text{ en } \xi + \frac{\partial \psi}{\partial x} dt + d\xi, \text{ enz.}$$

$$E \text{ en } E + dE, \text{ enz.}$$

Aan den anderen kant zal men het aantal dezer deeltjes moeten verkrijgen, wanneer men in (1) $\xi, \eta, \zeta, x, y, z, t$ resp. de aangroeiingen $\frac{\partial \psi}{\partial x} dt, \frac{\partial \psi}{\partial y} dt, \frac{\partial \psi}{\partial z} dt, \xi dt, \eta dt, \zeta dt, dt$ laat ondergaan. Stelt men de aldus verkregen uitdrukking aan (2) gelijk, dan komt er:

$$b-a = \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \zeta} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial x} \xi + \frac{\partial F}{\partial y} \eta + \frac{\partial F}{\partial z} \zeta + \frac{\partial F}{\partial t} (1).$$

Daar, zoodra F bekend was, uit de beschouwing der botsingen a en b als functiën van $\xi, \dots p_k, x, y, z, t$ zouden kunnen gevonden worden, kan men (I) beschouwen als eene vergelijking ter bepaling van F . Het is de grondvergelijking voor alle vraagstukken, die op de beweging der gasmoleculen betrekking hebben *).

§ 2. DE BEWEGINGSVERGELIJKINGEN IN HAAR ALGEMEENEN VORM.

Uit de grondvergelijking (I) kan men zonder bijzondere onderstellingen over de onderlinge werking der moleculen eenige gevolgen afleiden. Het men op de boven aangewezen betekenis van $a d\lambda dt$, dan is het duidelijk, dat men door deze grootheid naar $\xi, \dots p_k$ te integreeren het geheele aantal moleculen moet verkrijgen, die in de ruimte-eenheid van de gasmassa P gedurende den tijd dt eene botsing ondergaan. Hetzelfde aantal wordt echter ook door de integratie van $b d\lambda dt$ verkregen; dus is:

$$\int (b-a) d\lambda = 0.$$

Uit het beginsel van de beweging van het massamiddelpunt volgt verder, dat wanneer men voor alle botsingen, die in den tijd dt in de ruimte-eenheid van P plaats hebben, eerst de som neemt der hoeveelheden van beweging in de richting der x -as van alle moleculen vóór de botsingen, vervolgens dezelfde som voor alle moleculen, nadat zij de botsing ondergaan hebben, dezelfde uitkomst moet verkregen worden. Is m de massa eener molecule, dan is de eerste som $m dt \int a \xi d\lambda$, de laatste $m dt \int b \xi d\lambda$, zoodat $\int (b-a) \xi d\lambda = 0$

* De vergelijking (I) komt overeen met de vergelijking (44) in BOLTZMANN'S Weitere Studien über das Wärmeleichgewicht unter Gasmolekülen (*Wiener Sitzungsber.*, 2^e Abth., Bd. 66).

moet zijn, terwijl natuurlijk eveneens :

$$\int (b-a) \eta d\lambda = \int (b-a) \zeta d\lambda = 0 \text{ is.}$$

Iets dergelijks volgt eindelijk nog uit het beginsel van het behoud van arbeidsvermogen. Stelt men $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = r^2$, dan is het arbeidsvermogen eener molecule $\frac{1}{2} m r^2 + E$ en heeft men de vergelijking :

$$\int (b-a) \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda = 0.$$

Door dus het tweede lid van (I) met eene der grootheden $d\lambda$, $\xi d\lambda$, $\eta d\lambda$, $\zeta d\lambda$, $\left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda$ te vermenigvuldigen en vervolgens naar ξ , η , $\zeta \dots p_k$ te integreeren, moet men 0 verkrijgen.

Om de vijf hieruit voortvloeiende vergelijkingen een korteren vorm te doen aannemen voeren wij behalve de stroomingssnelheden u , v , w nog de volgende grootheden in :

$$\left. \begin{aligned} \int F \xi^2 d\lambda &= P_x, & \int F \eta^2 d\lambda &= P_y, & \int F \zeta^2 d\lambda &= P_z; \\ \int F \xi \eta d\lambda &= Q_{x,y}, & \int F \eta \zeta d\lambda &= Q_{y,z}, & \int F \zeta \xi d\lambda &= Q_{z,x}; \\ & \int F \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda &= R; \\ \int F \xi \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda &= S_x, & \int F \eta \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda &= S_y, \\ & \int F \zeta \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda &= S_z. \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

Om met behulp van deze grootheden — natuurlijk zijn zij nog functiën van x , y , z , t — de vijf vergelijkingen te kunnen neërschrijven, moet men bij die termen, welke eene der grootheden $\frac{\partial F}{\partial x}$, $\frac{\partial F}{\partial y}$, $\frac{\partial F}{\partial z}$, $\frac{\partial F}{\partial t}$ bevatten, in het oog houden, dat

x, y, z, t bij de integratie naar $\xi, \dots p_k$ als standvastige parameters te beschouwen zijn. en dat dus b. v.:

$$\int \frac{\partial F}{\partial x} \xi^2 d\lambda = \frac{\partial}{\partial x} \left[\int F \xi^2 d\lambda \right] = \frac{\partial P_x}{\partial x}$$

is De waarde daarentegen van die integralen, welke $\frac{\partial F}{\partial \xi}$, $\frac{\partial F}{\partial \eta}$ of $\frac{\partial F}{\partial \zeta}$ bevatten, kan door partieele integratie worden gevonden, waarbij dan in aanmerking moet genomen worden, dat F voor oneindig groote waarden van ξ, η of ζ verdwijnt; immers moleculen met zeer groote snelheden zullen in elk geval zeer weinig voorkomen. Aldus wordt b. v.

$$\int \frac{\partial F}{\partial \xi} \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda = - \int F \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda = - m N u.$$

De vijf gezochte vergelijkingen nemen ten slotte den volgende vorm aan:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(Nu)}{\partial x} + \frac{\partial(Nv)}{\partial y} + \frac{\partial(Nw)}{\partial z} + \frac{\partial N}{\partial t} = 0, \dots\dots\dots (a_1) \\ & \left. \begin{aligned} - N \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_{x,y}}{\partial y} + \frac{\partial Q_{z,x}}{\partial z} + \frac{\partial(Nu)}{\partial t} &= 0, \\ - N \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial Q_{x,y}}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_{y,z}}{\partial z} + \frac{\partial(Nv)}{\partial t} &= 0, \\ - N \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial Q_{x,z}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{y,z}}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z} + \frac{\partial(Nw)}{\partial t} &= 0, \end{aligned} \right\} \dots\dots (b_1) \\ & - m N \left(u \frac{\partial \psi}{\partial x} + v \frac{\partial \psi}{\partial y} + w \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y} + \frac{\partial S_z}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t} = 0, \dots (c_1) \end{aligned}$$

Elke term dezer vergelijkingen heeft eene zeer eenvoudige beteekenis en men had ze dan ook rechtstreeks kunnen opstellen. Zoo drukt b. v. (c_1) uit, hoe het arbeidsvermogen binnen een vaststaand volumeelement $dx dy dz$ verandert. Dat arbeidsvermogen is $R dx dy dz$ en het kan slechts veranderen

door den invloed der uitwendige krachten, die door den term $-mN\left(u\frac{\partial\psi}{\partial x} + v\frac{\partial\psi}{\partial y} + w\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)$ wordt voorgesteld, en door het in- en uittreden van arbeidsvermogen door de zijvlakken van het element, hetgeen de termen $\frac{\partial S_x}{\partial x}$, $\frac{\partial S_y}{\partial y}$ en $\frac{\partial S_z}{\partial z}$ in (c_1) oplevert.

Op eene dergelijke wijze geven (a_1) en (b_1) de verandering van het aantal moleculen en van de hoeveelheid van beweging binnen een vaststaand volumelement.

Eenige eenvoudige herleidingen zijn voldoende, om te doen zien, dat de vergelijking (a_1) overeenkomt met de welbekende vergelijking der continuïteit en dat de betrekkingen (b_1) beantwoorden aan de vergelijkingen, die in de algemeene theorie der inwendige bewegingen van eenig lichaam de versnelling van een element voorstellen als afhankelijk van de uitwendige krachten en van de normale en tangentiale drukkingen of spanningen. Onderzoekt men deze overeenstemming verder, dan blijkt het, dat b. v. de componenten der drukking op een vlak loodrecht op de x -as, zooals zij in de genoemde theorie worden ingevoerd, overeenkomen met de grootheden $m(P_x - Nu^2)$, $m(Q_{x,y} - Nuv)$, $m(Q_{z,x} - Nwu)$.

§ 3. EERSTE BENADERING. VERWAARLOOZING DER INWENDIGE WRIJVING EN WARMTEGELEIDING.

Om de vergelijkingen (a_1) , (b_1) en (c_1) voor de oplossing van vraagstukken over de beweging der gassen geschikt te maken, moeten wij de waarden der grootheden P_x enz. zoeken. Daartoe is eene nadere beschouwing van de functie F noodzakelijk.

Het eenvoudigste geval, dat zich kan voordoen, is dat van eene homogene gasmassa, waarop geene uitwendige krachten werken, en die in een stationnair toestand verkeert, waarbij zij in haar geheel in rust is. De functie F zal dan natuurlijk onafhankelijk van x , y , z zijn. Zij zal ook t niet be-

vatten, wanneer wij eene bepaalde onderstelling maken. Wij zullen namelijk aannemen, dat, wanneer van eenig oogenblik af de botsingen ophielden en elke molecule aan zich zelve werd overgelaten, de toestand stationnair zou blijven *), m. a. w., dat de botsingen voor het onderhouden van den stationnair toestand (als hij eens bestaat) niet noodig zijn, dat zij integendeel niets aan den toestand veranderen. Daar nu, wanneer er geene botsingen plaats hadden, F niet met den tijd zou veranderen moet dit ook zoo zijn als er wel botsingen geschieden.

Met de bepaling dezer van x, y, z, t onafhankelijke functie F hebben zich MAXWELL en BOLTZMANN bezig gehouden. Wij zullen intusschen van den vorm, dien zij voor de functie gevonden hebben, geen gebruik maken. Slechts dit merken wij op, dat F , zoo als BOLTZMANN heeft aangetoond, ondubbelzinnig bepaald is, wanneer men de dichtheid en de temperatuur kent, m. a. w. wanneer het aantal moleculen N in de ruimteenheid en het gemiddeld snelheidsquadraat h zijn gegeven. Deze beide grootheden moeten dus in F als parameters voorkomen, de eerste natuurlijk als factor, zoodat wij mogen stellen:

$$F = N F_o (\xi, \eta, \zeta, E, p_1 \dots p_k, h) .$$

Daarbij is dan:

$$\int F_o d\lambda = 1, \int F_o \xi d\lambda = \int F_o \eta d\lambda = \int F_o \zeta d\lambda = 0, \int F_o v^2 d\lambda = h \dots (4).$$

In den vorm der functie F_o moet natuurlijk de eigenschap zijn uitgedrukt, dat in den stationnair toestand, dien wij hier beschouwen, de moleculen zich naar alle richtingen

*) Dit spreekt niet van zelf. Daar toch elke molecule door hare inwendige beweging telkens in een anderen toestand, of zoo als men ook zeggen kan, in eene andere phase van beweging komt, kon zeer goed de toestand van het gas door de inwendige bewegingen veranderen. Alleen dan zou dit niet het geval zijn, wanneer er op elk oogenblik steeds vele moleculen zijn, die geheel gelijke inwendige bewegingen hebben, maar in allerhande verschillende phasen verkeerden, en dat wel zoo, dat wanneer eenige moleculen uit eene phase A in eene andere overgaan even veel anderen de phase A verkrijgen:

gelijkelijk bewegen en dat ook bij eene bepaalde bewegingsrichting de intramoleculaire bewegingen naar alle zijden rondom die richting gelijkelijk plaats hebben. Wij mogen hieruit intusschen niet besluiten, dat F_o behalve van $E, p_1 \dots p_k$ nog slechts van r afhangt. Was dit toch het geval, dan zouden bij twee verschillende bewegingsrichtingen even veel moleculen voorkomen met eene zelfde inwendige beweging *ten opzichte van de coördinaatassen* (immers de relatieve coördinaten van de bestanddeelen eener molecule ten opzichte van haar zwaartepunt, die door $E, p_1 \dots p_k$ bepaald worden, werden genomen met betrekking tot de eens voor al vastgestelde coördinaatassen). Dit nu behoeft volstrekt niet het geval te zijn; het eenige, wat wij met zekerheid kunnen zeggen, is dit, dat bij twee verschillende bewegingsrichtingen even veel moleculen voorkomen, die eene bepaalde inwendige beweging, *telkens met betrekking tot de bewegingsrichting*, hebben.

Wanneer wij ter bepaling van de inwendige beweging eener molecule een coördinatenstelsel hadden aangenomen, dat een bepaalden en steeds denzelfden stand had ten opzichte van de bewegingsrichting der molecule, zou F_o behalve van $E, p_1, \dots p_k$ alleen van r afhangen. Maar wij hadden dan het bezwaar gehad, dat, zoodra door de werking van uitwendige krachten de bewegingsrichting veranderde, ook het coördinatenstelsel der molecule een anderen stand zou verkrijgen. Bovendien zouden wij, aldus handelende, niet gemakkelijk den vorm van F kunnen aangeven voor het geval, dat het gas niet in rust is.

Bij de methode, die wij thans ter bepaling van de inwendige bewegingen gekozen hebben, kan men onmiddellijk aangeven, wat er van F wordt, wanneer het gas in eene stroomende beweging verkeert met de *overall even groote* snelheidscomponenten u, v, w . Kent men deze namelijk aan het gas toe, dan veranderen de parameters der inwendige beweging niet en men verkrijgt:

$$F = N F_o (\xi - u, \eta - v, \zeta - w, E, p_1, \dots p_k, h) \dots (5).$$

Daarbij is thans h het gemiddelde snelheidskwadraat, wanneer men van de snelheid (u, v, w) afziet; het ware snelheidskwadraat is $u^2 + v^2 + w^2 : h$. De waarde (5) maakt,

zoowel als de waarde van F voor het geval van rust, beide leden der grondvergelijking $= 0$.

Voor elken anderen dan dezen eenvoudigen bewegingstoestand kunnen wij nu het vraagstuk op de volgende wijze opvatten. In elk punt en op elk oogenblik zullen de grootheden N, u, v, w bepaalde waarden hebben en kunnen wij h zoo kiezen, dat $u^2 + v^2 + w^2 + h$ het gemiddelde snelheidsquadraat der moleculen in de nabijheid van dat punt is. Dan zijn in het algemeen N, u, v, w, h functiën van x, y, z, t . Waren zij constant, dan zou de vergelijking (5) gelden; thans is dit niet meer het geval. Wij stellen dus:

$$F = NF_0(\xi - u, \eta - v, \zeta - w, E, p_1, \dots, p_k, h) + f(\xi, \eta, \zeta, E, p_1, \dots, p_k, x, y, z, t). \quad (6)$$

en moeten nu trachten f te bepalen. Daartoe hebben wij in de eerste plaats de grondvergelijking, ten tweede de uit het bovenstaande onmiddellijk volgende betrekkingen:

$$\int f d\lambda = \int f \xi d\lambda = \int f \eta d\lambda = \int f \zeta d\lambda = \int f r^2 d\lambda = 0 \dots (7).$$

Wij zullen nu bij het verdere onderzoek aannemen, dat aan de volgende voorwaarden voldaan is:

α . Het verschil in den toestand van het gas (d. w. z. in de functie F) in twee punten, wier onderlinge afstand gelijk is aan den gemiddelden weg ϱ eener molecule tusschen twee achtereenvolgende ontmoetingen, is zeer klein, vergeleken met de totale afwijking van den evenwichtstoestand.

β . Hetzelfde geldt van de verandering, die de toestand in een zelfde punt ondergaat gedurende den tijd, die er tusschen twee achtereenvolgende botsingen van een deeltje verloopt.

γ . De verandering in snelheid, die eene molecule tusschen twee botsingen door de uitwendige krachten ondergaat, is zeer klein vergeleken met de snelheid zelve.

Zullen de voorwaarden α en β bij de vrije geluidsbeweging vervuld zijn, dan moet de golflengte zeer groot zijn ten opzichte van den gemiddelden vrijen weg ϱ der moleculen.

Aan γ wordt door de zwaartekracht klaarlijkelyk voldaan.

Uit α , β en γ kan men nu afleiden, dat f in (6) zeer klein is, vergeleken met $N F_0$. Beschouwen wij daartoe de grootte der in de grondvergelijking optredende termen.

Vooreerst van het voorste lid. Laat a_0 en b_0 de (gelijke) waarden zijn, die a en b aannemen, als men voor F de waarde (5) stelt en laat $a_0 + a_1$, $b_0 + b_1$ de waarden zijn, die aan (6) beantwoorden, dan wordt het eerste lid der grondvergelijking $b_1 - a_1$.

Wanneer het gas in den toestand (5) verkeert, zullen de deeltjes, wier toestand binnen de vroeger aangegeven grenzen ligt en waarvan (in de ruimte-eenheid) $N F_0 d\lambda$ het aantal is, van eenig oogenblik af gemiddeld een zekeren weg s afleggen, vóór zij een ander deeltje ontmoeten. Door eene wel bekende berekening vindt men, dat het aantal der deeltjes van de genoemde groep, die reeds gedurende den tijd dt eene botsing ondergaan, wordt voorgesteld door $\frac{r}{s} N F_0 d\lambda dt$. Dus

is $a_0 = \frac{r}{s} N F_0$. Daar nu r van dezelfde orde is als de gemiddelde snelheid V van de warmtebeweging en s van dezelfde orde als de in α genoemde grootte ϱ , is a_0 van de orde $\frac{V}{\varrho} N F_0$.

Verder stelt a_1 de aangroeiing van a voor, wanneer de toestand van het gas de in (6) door f aangewezen verandering ondergaat. Derhalve is a_1 van de orde $a_0 \frac{f}{N F_0}$, of van de orde $\frac{V}{\varrho} f$ en hetzelfde zal ook van b_1 gelden.

In het tweede lid der grondvergelijking treden vooreerst eenige termen op van f in (6) afkomstig.

Uit het zooeven omtrent a_1 en b_1 afgeleide volgt echter, dat de termen $\frac{\partial f}{\partial x} \xi$, $\frac{\partial f}{\partial y} \eta$, $\frac{\partial f}{\partial z} \zeta$ krachtens α , de term $\frac{\partial f}{\partial t}$ krachtens β en de termen $\frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial \zeta} \frac{\partial \psi}{\partial z}$ tengevolge van γ ten opzichte van a_1 en b_1 mogen verwaarloosd worden. Om

dit laatste in te zien houde men in het oog, dat de grootheden $\frac{\partial f}{\partial \xi}, \frac{\partial f}{\partial \eta}, \frac{\partial f}{\partial \zeta}$ in het algemeen van de orde $\frac{f}{V}$ zullen zijn.

Wij hebben derhalve in het tweede lid van (I) slechts de termen te behouden, welke van $N F_o$ in (6) afkomstig zijn. De vergelijking wordt:

$$b_1 - a_1 = N \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial x} + N \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial y} + N \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial (N F_o)}{\partial x} \xi + \frac{\partial (N F_o)}{\partial y} \eta + \frac{\partial (N F_o)}{\partial z} \zeta + \frac{\partial (N F_o)}{\partial t} \dots \text{(II)}$$

Steeds heeft men hier onder F de functie F_o ($\xi - u, \dots$) te verstaan.

Uit deze vergelijking moet nu f zoo bepaald worden, dat tevens aan de voorwaarden (7) voldaan wordt. Daar nu, wanneer er geene uitwendige krachten werken en het gas overal in denzelfden toestand verkeert, de door (5) aangegeven toestandverdeeling de eenig mogelijke is, zal ook, wanneer het tweede lid van (II) 0 is, $f = 0$ de eenig mogelijke oplossing van (II) en (7) zijn. Met f zouden echter ook a_1 en b_1 *elk afzonderlijk* 0 worden. Hieruit volgt, dat wanneer het tweede lid van (II) eene *kleine* waarde heeft (en dit is ten gevolge van α, β, γ werkelijk het geval) niet alleen het verschil $b_1 - a_1$, maar ook a_1 en b_1 ieder op zich zelf eene kleine waarde van dezelfde orde moeten hebben. Aangezien nu a_1 en b_1 van de orde $\frac{V}{\rho} f$ zijn, is f zelf van de orde:

$$\frac{\rho}{V} \left\{ N \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial x} + N \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial y} + N \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial (N F_o)}{\partial x} \xi + \frac{\partial (N F_o)}{\partial y} \eta + \frac{\partial (N F_o)}{\partial z} \zeta + \frac{\partial (N F_o)}{\partial t} \right\}, \dots \text{(8)}$$

dus tengevolge van α, β en γ zeer klein ten opzichte van $N F_o$, zooals wij wenschten te bewijzen.

Beschouwen wij nu in het vervolg f als *oneindig klein* ten opzichte van $N F_o$, dan worden ook a_1 en b_1 oneindig klein ten opzichte van a_o en b_o . Bestaat dus f uit verschillende

deelen, dan zal de waarde, die het eerste lid der grondvergelijking verkrijgt, de som zijn van de waarden, die het zou aannemen, wanneer men voor f achtereenvolgens elk der bedoelde deelen nam. Onmiddellijk volgt hieruit, dat wanneer het tweede lid van (II) in verschillende stukken gesplitst wordt, en wanneer het gelukt, waarden van f te vinden, die $b_1 - a_1$ gelijk maken aan elk dier deelen en daarbij tevens aan (7) voldoen, de som dier uitkomsten de werkelijke waarde van f zal zijn. Wij zullen dit in § 5 herhaaldelijk toepassen.

Voor één bijzonder geval zullen wij reeds dadelijk de functie f nader beschouwen. Laat nl. het gas aan de zwaartekracht onderworpen en tusschen twee rustende horizontale wanden besloten zijn, waarmede het geene warmte kan uitwisselen. Het is duidelijk, dat dan een stationnaire toestand mogelijk is, waarbij u, v, w overal 0 zijn, terwijl, wanneer wij de x -as verticaal naar beneden kiezen, N en misschien ook h van x zal afhangen.

In dit geval is de eerste term in (6) $N F_o(\xi, \eta, \zeta, E, \dots h)$ en de vergelijking (II) gaat over in:

$$b_1 - a_1 = g N \frac{\partial F_o}{\partial \xi} + \frac{dN}{dx} F_o \xi + N \frac{dh}{dx} \frac{\partial F_o}{\partial h} \xi, \dots (9)$$

waarbij g de gewone beteekenis heeft.

Men kan nu aantoonen, dat de uit (9) en (7) volgende waarde van f alleen voor de integraal:

$$S_x = \int F \xi \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda$$

eene bijdrage kan opleveren, maar niet voor de overige grootheden $P_x, P_y, P_z, Q_{x,y}, Q_{y,z}, Q_{z,x}, R, S_y, S_z$.

Om dit te bewijzen maken wij gebruik van het volgende hulpmiddel, dat ook later bij dergelijke vragen van dienst zal kunnen zijn.

Laat in eene gasmassa, waarop uitwendige krachten werken, geheel willekeurige bewegingen plaats hebben. Wij kunnen ons dan eene tweede gasmassa denken, die steeds op elk oogenblik het spiegelbeeld is van de eerste ten opzichte van een vast plat vlak; de bewegingen, die daartoe in die tweede gas-

massa moeten plaats hebben, zullen werkelijk kunnen geschieden, wanneer ten minste de bestanddeelen slechts centrale krachten op elkander uitoefenen en wanneer de uitwendige krachten, die op het tweede gas werken, juist het spiegelbeeld zijn van de bij het eerste voorkomende. Is het vlak, ten opzichte waarvan men het spiegelbeeld heeft genomen, evenwijdig aan het yz -vlak en behouden wij bij het spiegelbeeld dezelfde richting voor de positieve assen als bij het oorspronkelijke gas, dan blijkt het uit de beteekenis der grootheden $N, v, w, P_x, P_y, P_z, Q_{y,z}, R, S_y, S_z$, dat deze in twee corresponderende punten van de twee gasmassa's dezelfde waarde en hetzelfde teeken moeten hebben, terwijl daarentegen $u, Q_{x,y}, Q_{x,z}, S_x$ in die punten wel gelijke waarden, maar tegengestelde teekens zullen hebben.

Beschouwen wij nu op deze wijze het spiegelbeeld van de gasmassa, waarmede wij ons straks bezig hielden. In eenig punt van het spiegelbeeld zal N en klaarblijkelijk ook de functie F_o hetzelfde zijn als in het overeenkomstige punt van

de oorspronkelijke gasmassa, maar $\frac{dN}{dx}$ en $\frac{dh}{dx}$ zullen in de

beide punten tegengestelde teekens hebben. Ook g zal voor het tweede gas door $-g$ vervangen moeten worden, daar hier de uitwendige kracht naar boven moet gericht zijn. Derhalve heeft in het spiegelbeeld het tweede lid van (9) juist het tegengestelde teeken als in het oorspronkelijke gas en hetzelfde zal dan ook van f moeten gelden en van de bijdragen, die f voor P_x , enz. oplevert. Die bijdragen moeten dus 0 zijn voor alle grootheden, die zooals P_x in beide gassen hetzelfde teeken moeten hebben, zoodat slechts de grootheden $u, Q_{x,y}, Q_{x,z}, S_x$ overblijven. Maar de eerste is uitgesloten door (7) en dat voor $Q_{x,y}, Q_{x,z}$ door f niets kan worden opgeleverd kan bewezen worden, wanneer men het gas vergelijkt met zijn spiegelbeeld ten opzichte van een vlak, dat loodrecht op de y - of de z -as staat. Derhalve blijft slechts voor S_x eene bijdrage over.

Bij de berekening der andere grootheden P_x enz. kan men zich nu tot den eersten term van (6), hier $N F_o (\xi, \eta, \zeta, E, p_1 \dots p_k, h)$ bepalen. Daar klaarblijkelijk $\int F_o \xi^2 d\lambda =$

$= \int F_o \eta^2 d\lambda = \int F_o \zeta^2 d\lambda$ is, wordt elke dier grootheden

$$= \frac{1}{3} \int F_o r^2 d\lambda = \frac{1}{3} h, \text{ dus } P_x = P_y = P_z = \frac{1}{3} N h.$$

$Q_{x,y}, Q_{y,z}, Q_{z,x}$ worden 0, zooals uit de beschouwing der spiegelbeelden volgt en de bewegingsvergelijkingen geven:

$$- N g + \frac{1}{3} \frac{\partial (N h)}{\partial x} = 0,$$

$$S_x = \text{const.}$$

Zal intusschen de toestand werkelijk stationnair zijn, zonder dat het gas van den eenen wand warmte opneemt, aan den anderen afgeeft, dan moet S_x niet alleen constant, maar 0 zijn, want $N S_x$ is het arbeidsvermogen, dat door de eenheid van eenig horizontaal vlak in de tijdseenheid meer naar beneden dan naar boven gaat. MAXWELL en BOLTZMANN hebben aangetoond, dat in dien stationnair toestand de temperatuur op elke hoogte dezelfde moet zijn. Stelt men h constant, dan wordt:

$$- N g + \frac{1}{3} h \frac{\partial N}{\partial x} = 0,$$

$$b_1 - a_1 = N g \left(\frac{\partial F_o}{\partial \xi} + \frac{3}{h} \xi F_o \right),$$

en het tweede lid dezer vergelijking wordt werkelijk $= 0$ (en daarmede ook f en S_x) zoodra F_o den vorm heeft, dien de genoemde natuurkundigen ervoor gevonden hebben.

Overigens, ook onafhankelijk van den vorm van F_o , kunnen wij dit vaststellen, dat, wanneer slechts de tweede wet der mechanische warmtetheorie juist is, in den stationnair toestand van een gas, waarop de zwaartekracht werkt, de temperatuur op elke hoogte dezelfde moet zijn. Wordt dit aangenomen, dan volgt er onmiddellijk uit, dat de waarde van f , die aan de laatste vergelijking beantwoordt, geene bijdrage voor S_x — en dus voor geene der grootheden P_x , enz. — kan opleveren.

Evenals het hier beschouwde geval kan men ook dat behan-

delen, waarin op een gas eene standvastige kracht in de richting der y — of z -as werkt. Aldus komen wij tot het resultaat, dat zoodra in het tweede lid van (II) eene der grootheden $\frac{\partial F_o}{\partial \xi} + \frac{3}{h} F_o \xi$, $\frac{\partial F_o}{\partial \eta} + \frac{3}{h} F_o \eta$, $\frac{\partial F_o}{\partial \zeta} + \frac{3}{h} F_o \zeta$, met een constanten factor vermenigvuldigd, optreedt, wij die verder geheel buiten beschouwing kunnen laten.

Uit het bovenstaande kan men verder nog afleiden, dat ook wanneer willekeurige uitwendige krachten op een gas werken, mits er slechts eene krachtfunctie voor bestaat, een stationnaire toestand met overal gelijke temperatuur mogelijk is en dat ook dan uit f voor geene der grootheden P_x , enz. eene bijdrage volgt. Het verband tusschen de dichtheid en de coördinaten wordt daarbij bepaald door:

$$N = \text{const. } e^{\frac{3}{h} \psi}.$$

Keeren wij thans tot het meest algemeene geval der beweging van een gas terug. In de onderstelling, dat aan de voorwaarden α , β , γ voldaan is, hebben wij reeds in de uitdrukking (8) gevonden, van welke orde de functie f is. Wij kunnen er nu nog bijvoegen, dat wij ons niet hebben bezig te houden met het deel van f , dat aan den evenwichtstoestand van het gas beantwoordt, maar slechts met het deel, behoorende bij de afwijkingen van dien toestand. Wanneer wij dus met $(N F_o)_e$ de waarde van de functie $N F_o$ voor den evenwichtstoestand aanduiden, en $N F_o - (N F_o)_e = \chi$ stellen, is f , voor zoover deze grootheid in aanmerking komt, van de orde:

$$\frac{\rho}{V} \left\{ \frac{\partial \chi}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \chi}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial \zeta} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \chi}{\partial x} \xi + \frac{\partial \chi}{\partial y} \eta + \frac{\partial \chi}{\partial z} \zeta + \frac{\partial \chi}{\partial t} \right\},$$

dus ten gevolge van α , β , γ zeer klein ten opzichte van χ , d. w. z. ten opzichte van de verstoring van den evenwichtstoestand. Wij zullen daarom bij eene eerste benadering in (6) f kunnen weglaten en dus bij de berekening van de grootheden P_x , enz. mogen aannemen, dat de toestandsverdeeling in eenig punt dezelfde is, alsof overal in het gas en voortdurend u , v , w , N , h dezelfde waarde hadden als in dat punt. Ik doe

nog opmerken, dat, om dit te mogen doen, bewezen moest worden, dat f zeer klein is ten opzichte van $N F_o - (N F_o)_e$, daar de waarden van differentiaalquotienten als $\frac{\partial P_x}{\partial x}$, enz. van deze laatste grootheid afhangen. Was alleen aangetoond, dat f zeer klein is ten opzichte van $N F_o$, dan behoefde het nog niet ten opzichte van $N F_o - (N F_o)_e$ het geval te zijn.

De berekening van P_x , enz. met behulp van:

$$F = N F_o (\xi - u, \eta - v, \zeta - w, E, p_1, \dots, p_k, h)$$

levert geene moeilijkheden op. Voert men in plaats van ξ, η, ζ de grootheden $\xi - u, \eta - v, \zeta - w$ als nieuwe veranderlijken in en let men verder op (4), dan vindt men vooreerst:

$$P_x = \frac{1}{3} N h + N u^2, P_y = \frac{1}{3} N h + N v^2, P_z = \frac{1}{3} N h + N w^2,$$

$$Q_{x,y} = N u v, Q_{y,z} = N v w, Q_{z,x} = N w u.$$

Verder wordt:

$$R = \frac{1}{2} m N (u^2 + v^2 + w^2) + N \int F_o (\xi, \eta, \zeta, E \dots) \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda.$$

In de laatste integraal stelt het deel $\int F_o \cdot \frac{1}{2} m r^2 d\lambda = \frac{1}{2} m h$ het gemiddelde arbeidsvermogen van de voortgaande beweging eener molecule voor; het overblijvende deel $\int F_o E d\lambda$ is het gemiddelde inwendige arbeidsvermogen van een deeltje. Dit laatste zal eene functie van de temperatuur, dus van h zijn; stelt men $\int F_o E d\lambda = m \vartheta (h)$, dan is $\vartheta (h)$ het intramoleculaire arbeidsvermogen voor de massaenheid van het gas. Den aard der ingevoerde functie kan men uit proeven over de verandering der soortelijke warmte van het gas met de temperatuur afleiden *). Is die verandering 0, dan wordt $\vartheta (h)$ eene lineaire functie.

*) E. WIEDEMANN, POGG. Ann. Bd. 157.

De waarde van R wordt nu:

$$R = \frac{1}{2} m N (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{1}{2} m N h + m N \mathcal{P}(h) \dots (10)$$

Eindelijk is:

$$S_x = N \int F_o(\xi, \eta, \zeta, E, p_1 \dots p_k, h) (\xi + u) \left\{ \frac{1}{2} m (v^2 + 2\xi u + 2\eta v + 2\zeta w + u^2 + v^2 + w^2) + E \right\} d\lambda = \frac{1}{2} m N u \left[\frac{5}{3} h + 2\mathcal{P}(h) + (u^2 + v^2 + w^2) \right],$$

$$S_y = \frac{1}{2} m N v \left[\frac{5}{3} h + 2\mathcal{P}(h) + (u^2 + v^2 + w^2) \right],$$

$$S_z = \frac{1}{2} m N w \left[\frac{5}{3} h + 2\mathcal{P}(h) + (u^2 + v^2 + w^2) \right].$$

Brengt men deze uitkomsten in (a_1) , (b_1) , (c_1) over en maakt men daarbij nog van (a_1) ter herleiding van (b_1) en van (a_1) en (b_1) tot vereenvoudiging van (c_1) gebruik, dan verkrijgt men de volgende bewegingsvergelijkingen:

$$\frac{\partial(Nu)}{\partial x} + \frac{\partial(Nv)}{\partial y} + \frac{\partial(Nw)}{\partial z} + \frac{\partial N}{\partial t} = 0 \dots (a_2)$$

$$-N \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{3} \frac{\partial(Nh)}{\partial x} + N \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0, \text{ enz. } (b_2)$$

$$\frac{1}{3} h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} (1 + 2\mathcal{P}'(h)) \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + w \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) = 0 \dots (c_2)$$

Wanneer men (a_2) en (b_2) met m vermenigvuldigt, kan men in plaats van N de dichtheid $mN = \delta$ van het gas invoeren.

Voor oneindig kleine verstoringen van den evenwichtstoestand worden de vergelijkingen eenvoudiger. Is in den zoeven genoemden toestand $\delta = \delta_0$, $h = h_0$, in den gestoorden toestand

$\delta = \delta_0(1 + s)$, dan verkrijgt men, als men ook nog van de werking van uitwendige krachten afziet,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial t} = 0, \dots, (a_3)$$

$$\frac{1}{3} \frac{\partial(h + h_0 s)}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{1}{3} \frac{\partial(h + h_0 s)}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial t} = 0,$$

$$\frac{1}{3} \frac{\partial(h + h_0 s)}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \dots \dots \dots (b_3)$$

$$\frac{1}{3} h_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left(1 + 2\mathcal{P}'(h_0) \right) \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \dots (c_3)$$

§ 4. DE GELUIDSBEWEGING.

Dat de zoeven verkregen vergelijkingen alleen door de notatie verschillen van die, welke men in de gewone theorie van het geluid verkrijgt, behoeft wel geen uitvoerig betoog. Wij bepalen er ons dus toe, aan te wijzen, hoe men er de voortplantingsnelheid van het geluid uit kan verkrijgen. Daartoe leiden wij vooreerst uit (a_3) en (c_3) af:

$$\frac{3}{2 h_0} (1 + 2\mathcal{P}'(h_0)) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial t},$$

dus daar in den oorspronkelijken toestand van evenwicht $s = 0$ en $h = h_0$ was:

$$\frac{3}{2 h_0} (1 + 2\mathcal{P}'(h_0)) (h - h_0) = s.$$

Vervolgens kunnen wij uit (a_3) en (b_3) u, v, w elimineeren. Dit geeft:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{5 + 6\mathcal{P}'(h_0)}{9(1 + 2\mathcal{P}'(h_0))} h_0 \Delta s.$$

Deze vergelijking heeft een welbekenden vorm en onmiddellijk volgt eruit voor de voortplantingssnelheid

$$V = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{5 + 6 \mathcal{D}'(h_0)}{1 + 2 \mathcal{D}'(h_0)} k_0}.$$

Daar nu de druk p_0 in den evenwichtstoestand bepaald wordt door $p_0 = \frac{1}{3} \delta_0 h_0$ en daar verder eene eenvoudige redeneering voor de verhouding van de soortelijke warmte van het gas bij constanten druk en van die bij constant volume de waarde $k = \frac{5 + 6 \mathcal{D}'(h_0)}{3(1 + 2 \mathcal{D}'(h_0))}$ oplevert, stemt de verkregen uitkomst geheel overeen met de formule

$$V = \sqrt{\frac{k p_0}{\delta_0}},$$

die in de gewone geluidstheorie wordt afgeleid en door de waarneming bevestigd is.

Was het bereiken dezer uitkomst ons eenige doel geweest, dan hadden wij van het begin af aan de verstoring van den evenwichtstoestand oneindig klein kunnen stellen en van de werking van uitwendige krachten kunnen afzien; het onderzoek der vorige § zou daardoor veel eenvoudiger zijn geworden. Steeds zou men echter, om tot de bewegingsvergelijkingen (a_3), (b_3), (c_3) te geraken, hebben moeten aannemen, dat aan α en β (p. 364) voldaan is. In werkelijkheid zal dan ook eene oplossing der vergelijkingen slechts dan een mogelijken bewegingstoestand kunnen voorstellen, wanneer zij aan die voorwaarden voldoet. Bij eene regelmatige voortplanting van geluidstrillingen verkeert men in dit geval. Maar er zijn andere oplossingen der bewegingsvergelijkingen, die niet aan den gestelden eisch voldoen.

Zoo leeren b. v. die vergelijkingen, dat eene voortplanting van eene enkele op zichzelf staande golf mogelijk is. Daarbij bestaat dan eene verstoring van het evenwicht alleen binnen eene schilvormige ruimte, die zich met behoud harer dikte hoe langer hoe verder uitbreidt. Deze oplossing voldoet ook nog

aan de bewegingsvergelijkingen, wanneer de golf scherp begrensd is, d. w. z. wanneer aan de grensvlakken de verstoring zeer snel overgaat van eene eindige waarde binnen de golf tot 0 daarbuiten. Het is nu echter duidelijk, dat deze bewegingstoestand in werkelijkheid niet zal kunnen bestaan. Was hij voor een oogenblik aanwezig, dan zou weldra de golf hare scherpe grenzen verliezen door een proces van diffusie, dat bij de afleiding der bewegingsvergelijkingen verwaarloosd is. Dit verschijnsel, dat bij de gewone geluidsbeweging als kleine storende invloed optreedt, zou dan een tijd lang hoofdzaak zijn.

Een dergelijk geval is dat, waarmede de Heer RINK zich aan het einde zijner verhandeling bezig houdt *). Het is dus niet te verwonderen, dat hij hier uitkomsten verkrijgt, die met de gewone voorstellingen omtrent de geluidsbeweging in strijd zijn. Dit pleit echter niet tegen de kinetische gastheorie, want bij de gewone geluidsbeweging zal de genoemde diffusie slechts een geringen invloed hebben.

Dat dit zoo is hebben wij in de voorgaande § uit onze vergelijkingen afgeleid door aan te toonen, dat f verwaarloosd mocht worden. Misschien is het intusschen wenschelijk, het nog door de volgende elementaire beschouwing op te helderen.

Stellen wij ons voor, dat in eene geslotene met gas gevulde ruimte een aantal moleculen van buiten worden toegelaten en dat vervolgens het gas aan zichzelf overgelaten wordt. Vóór het binnentreden der nieuwe moleculen bevond zich het gas in de ruimte in een stationnair toestand, waarbij de toestandsverdeling door de functie F_0 gegeven is. Het eerste gevolg van het binnentreden der nieuwe deeltjes zal nu zijn, dat die toestand verstoord is. Maar door de onderlinge botsingen zal weldra een nieuwe stationnaire toestand geboren worden, die zich van den oorspronkelijken onderscheidt doordat het aantal moleculen, hun gemiddeld snelheidsquadraat en de gemiddelde snelheid in de richtingen der coördinaatassen zijn gewijzigd. Iets dergelijks zal natuurlijk ook het geval zijn, wanneer een aantal moleculen de ruimte hadden verlaten.

De tijd, die verloopt, vóór de stationnaire toestand hersteld

*) T. a. p., p. 279.

is, zal van dezelfde orde van grootte zijn als de tijd tussehen twee achtereenvolgende botsingen eener molecule.

Beschouwen wij thans eene gasmassa, waarin eene verstoring van den evenwichtstoestand bestaat. Wij nemen eene zekere ruimte van dit gas, die zoo klein is, dat men daar binnen den toestand als overal gelijk mag beschouwen en die dus bij de afleiding der bewegingsvergelijkingen als een volumeelement kan gelden. Wanneer aan de voorwaarde α voldaan is, zullen wij tevens de afmetingen van dit volumeelement groot kunnen kiezen, vergeleken met de lengte van den vrijen weg der moleculen. Het gevolg zal zijn, dat slechts uiterst zelden eene molecule zonder eene botsing te ondergaan, aan de eene zijde van het element zal in-, aan de andere zijde uittreden. Integendeel heeft men zich voor te stellen, dat de deeltjes, die in het element komen, na een zeer kleinen weg te hebben afgelegd door eene ontmoeting in wisselwerking treden met de reeds aanwezige deeltjes en dat eveneens de uit het element gaande moleculen deel hebben uitgemaakt van de daarin aanwezige, met elkander in botsing verkeerende moleculen.

Treden er nu op eenig oogenblik eenige deeltjes uit, andere binnen, dan zou er een zekere tijd, van de reeds aangegeven orde, verlopen, vóór door de onderlinge botsingen in het element een stationnaire toestand hersteld was. In werkelijkheid treden nu voortdurend moleculen in en uit het element en zal dus strikt genomen nooit de stationnaire toestand bestaan, die aan de heerschende dichtheid, temperatuur en stroomingssnelheid beantwoordt. Veeleer zal de bewegingstoestand der moleculen nog de sporen dragen van hetgeen hij in den laatsten tijd geweest is. Het is nu intusschen duidelijk, dat wanneer de tijd noodig voor het herstellen van den stationnaireren toestand slechts kort genoeg is (voorwaarde β), met groote benadering zal mogen worden aangenomen, dat op elk oogenblik zulk een toestand bestaat. Alleen veranderen dan dichtheid, snelheid en temperatuur aanhoudend door het uit- en intreden van moleculen en de wijze, waarop dit gebeurt, wordt door onze bewegingsvergelijkingen aangegeven.

Voor eene volledige theorie van verscheidene geluidsverschijnselen kan men niet volstaan met de bewegingsvergelijkingen der gassen, maar moet men ook letten op hetgeen er aan het oppervlak van de (vaste of vloeibare) lichamen plaats heeft, waarmede het gas in aanraking is.

Is vooreerst dat oppervlak volkomen glad, dan is klaarblijkelijk eene beweging van het gas met overal gelijken toestand mogelijk, wanneer slechts het oppervlak in de richting der normaal dezelfde snelheid als de aangrenzende gaslaag bezit. Verandert de toestand van het gas van punt tot punt en van oogenblik tot oogenblik, dan zal, wanneer slechts aan α en β voldaan is, nog steeds de toestand in de aan den wand gelegen laag als gelijk beschouwd mogen worden aan dien, welke bestaan zou als door het geheele gas dezelfde toestand bestond als in die laag. Daaruit volgt, dat ook dan nog de beweging mogelijk zal zijn, wanneer slechts op elk oogenblik de wand en de aanliggende gaslaag in normale snelheid overeenstemmen. Dit is de grensvoorwaarde, die gewoonlijk in de wiskundige geluidstheorie wordt gebezigd. Intusschen is de zaak alleen dan zoo eenvoudig, wanneer aan α en β voldaan is; ingewikkelder zou het vraagstuk b. v. worden, wanneer een vast lichaam in een rustend gas plotseling eene zekere snelheid verkrijgt.

In werkelijkheid is nooit een oppervlak tegenover de gasmoleculen volkomen glad; integendeel moeten wij het als zelf uit moleculen samengesteld en met eene gecondenseerde gaslaag voorzien, dus als zeer ruw beschouwen. Ook moeten wij eene uitwisseling van warmte tusschen het oppervlak en het gas aannemen. Het is nu duidelijk, dat eene beweging van het gas, die aan de voorwaarden α en β voldoet, zal kunnen bestaan, wanneer het oppervlak en de daarnaast gelegen gaslaag in normale en tangentielle snelheid en in temperatuur overeenstemmen. Is aan α en β niet voldaan, dan wordt het vraagstuk weer ingewikkelder; er zal dan glijding langs den wand en een temperatuurverschil tusschen dezen en het gas bestaan kunnen.

Wij zullen ten slotte nog het arbeidsvermogen bespreken, dat in een gas aanwezig is, waarin eene geluidsbeweging plaats heeft.

De grootte daarvan wordt onmiddellijk gegeven door de vergelijking (10) of

$$R = \frac{1}{2} \delta (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{1}{2} \delta_1 h + \delta \mathcal{P}(h);$$

immers $R d\tau$ is het arbeidsvermogen in een volumeelement aanwezig.

Wij kunnen intusschen uit deze vergelijking eene andere afleiden, die slechts u , v , w en s bevat, wanneer wij eerst met behulp van de bewegingsvergelijkingen h in s uitdrukken. Voor het geval, dat men slechts de eerste macht van s behoudt, hebben wij dit reeds in het begin dezer § gedaan; daar het echter wenschelijk is het arbeidsvermogen R nauwkeurig te verkrijgen tot op grootheden van de tweede orde (als u , v , w , s van de eerste zijn) moeten wij thans uit (a_2) , (b_2) , (c_2) het verband tusschen h en s afleiden.

Daartoe stelle men zich een punt Q voor, dat zich zoo beweegt, dat zijne snelheid steeds gelijk is aan de stroomingsnelheid op de plaats, waar het zich bevindt. Kiest men dan op eenigen tijd t voor δ en h steeds de waarden, die zij in Q hebben, dan is

$$\frac{d\delta}{dt} = u \frac{\partial \delta}{\partial x} + v \frac{\partial \delta}{\partial y} + w \frac{\partial \delta}{\partial z} + \frac{\partial \delta}{\partial t},$$

eene dergelijke betrekking bestaat ook voor h en uit (a_2) en (c_2) volgt

$$\frac{dh}{dt} = \frac{3}{2} (1 + 2 \mathcal{P}'(h)) \frac{dh}{h},$$

dus, daar in den oorspronkelijken evenwichtstoestand $\delta = \delta_0$, $h = h_0$ was,

$$l \left(\frac{\delta}{\delta_0} \right) = l(1 + s) = \frac{3}{2} \int_{h_0}^h (1 + 2 \mathcal{P}'(h)) \frac{dh}{h}.$$

Hieruit volgt, tot in de tweede orde nauwkeurig,

$$h = h_0 + \frac{2 h_0}{3(1 + 2 \mathcal{P}'(h_0))} s - \frac{2 h_0}{3(1 + 2 \mathcal{P}'(h_0))} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2 h_0 \mathcal{P}''(h_0) - (1 + 2 \mathcal{P}'(h_0))}{(1 + 2 \mathcal{P}'(h_0))^2} \right\} s^2.$$

Met denzelfden graad van nauwkeurigheid wordt vervolgens

$$R = \frac{1}{2} \delta_0 (h_0 + 2 \mathcal{P}(h_0)) + \frac{1}{6} \delta_0 (5 h_0 + 6 \mathcal{P}(h_0)) s + \delta_0 h_0 \cdot \frac{5 + 6 \mathcal{P}'(h_0)}{18(1 + 2 \mathcal{P}'(h_0))} s^2 + \frac{1}{2} \delta_0 (u^2 + v^2 + w^2).$$

In den evenwichtstoestand wordt deze waarde

$$R_0 = \frac{1}{2} \delta_0 (h_0 + 2 \mathcal{P}(h_0)),$$

en de grootheid

$$R - R_0 = \frac{1}{6} \delta_0 \cdot (5 h_0 + 6 \mathcal{P}(h_0)) s + \delta_0 h_0 \cdot \frac{5 + 6 \mathcal{P}'(h_0)}{18(1 + 2 \mathcal{P}'(h_0))} s^2 + \frac{1}{2} \delta_0 (u^2 + v^2 + w^2) \dots \dots \dots (11)$$

geeft dus aan, hoeveel het arbeidsvermogen grooter is dan in den evenwichtstoestand.

De beide laatste termen dezer uitkomst stemmen, zooals gemakkelijk is aan te toonen, geheel overeen met de waarde, die de Heer GRINWIS *) langs anderen weg voor het arbeidsvermogen bij de geluidsbeweging heeft gevonden. Onze eerste term komt bij hem niet voor, maar dit is alleen hieraan te wijten, dat de door hem berekende energie eene eenigszins andere beteekenis heeft dan de door ons berekende grootheid $R - R_0$. Zullen de uitkomsten geheel vergelijkbaar zijn, dan moet men

*) GRINWIS, sur la théorie mécanique du son, *Arch. Neerl.* T. X,

aan de berekening van den Heer GRINWIS eene kleine wijziging aanbrengen. Men moet dan het volgende vraagstuk oplossen*): Eene ruimte S is gevuld met gas, dat eene grootere dichtheid heeft dan de normale, welke verdichting langs adiabatischen weg ontstaan is; men vraagt, hoeveel meer arbeidsvermogen dat gas nu bevat dan *in dezelfde ruimte* zou aanwezig zijn, wanneer zij met gas van de normale dichtheid gevuld was. Berekent men nu niet de integraal

$$\int_{V+S}^S (p - p_0) dv,$$

maar de integraal

$$- \int_{S+V}^S p dv,$$

dan vindt men, hoeveel meer arbeidsvermogen de ruimte S bevat dan in den normalen toestand in het volume $S + V$ zou aanwezig zijn. Om echter de boven gestelde vraag op te lossen moeten wij niet met dit laatste arbeidsvermogen vergelijken, maar met de energie, die in den evenwichtstoestand in de ruimte S aanwezig is. Men zal dus bij de uitkomst der genoemde integratie nog het arbeidsvermogen moeten voegen, dat in den normalen toestand in de ruimte V aanwezig is. Voert men de berekening op deze wijze uit, dan verkrijgt men een resultaat, dat geheel met de formule (11) overeenstemt.

Wij moeten intusschen opmerken, dat de eerste term in die formule wegvalt, wanneer men bij de geluidstrillingen de gemiddelde energie in een volumeelement gedurende één trillingstijd zoekt; immers de gemiddelde waarde van s is dan 0. Eveneens, wanneer de energie wordt berekend in eenig deel der ruimte, dat evenveel gas bevat als in den normalen toestand. Voor de *geheele* gasmassa is in elk geval het arbeidsvermogen bij de geluidsbeweging eene grootheid van de tweede orde.

Ook de Heer RINK heeft in zijne reeds aangehaalde verhandeling de energie bij de geluidsbeweging beschouwd. Hij heeft

*) Verg. GRINWIS, t. a. p., pp. 137, 138.

daartoe berekend, hoeveel arbeidsvermogen door eene trillende plaat aan de gasmoleculen, die ertegen botsen, wordt meêgedeeld. In de uitkomst treedt weer een term van de eerste orde op en er wordt gewezen op het groote verschil tusschen dit resultaat en dat van den Heer GRINWIS. Daarbij wordt echter niet opgemerkt, dat het ontbreken van een term van de eerste orde bij den laatsten natuurkundige eenvoudig een gevolg is van de wijze, waarop hij de energie berekent.

Daar de Heer RINK niet nagaat, hoeveel arbeidsvermogen in een bepaald ruimtedeel van het gas aanwezig is, maar alleen hoeveel arbeidsvermogen door een trillend lichaam aan het gas wordt meêgedeeld, is zijne uitkomst niet rechtstreeks met de onze vergelijkbaar.

§ 5. MEER NAUWKEURIGE AFLEIDING DER BEWEGINGSVERGELIJKINGEN. INWENDIGE WRIJVING EN WARMTEGELEIDING.

In § 3 hebben wij de vergelijkingen (a_2) , (b_2) , (c_2) verkregen door de functie f in (6) geheel te verwaarloozen. Thans zullen wij de benadering verder trachten te drijven en dus de omstandigheid in rekening brengen, dat de bewegingstoestand in eenig punt der gasmassa niet volkomen gelijk is aan dien, welke bestaan zou als overal in het gas en voortdurend N, h, u, v, w dezelfde waarden hadden als in dat punt. Intusschen zullen wij blijven aannemen, dat aan α, β, γ voldaan is, zoodat f in elk geval zeer klein wordt vergeleken met $N F_0 - (N F_0)_e$.

Wij kunnen dan bij het verdere onderzoek van de vergelijking (II) uitgaan; wel is waar zijn daarin eenige termen $\left(\frac{\partial f}{\partial t}, \text{enz.}\right)$ verwaarloosd, maar daar deze zeer klein zijn vergeleken met die, welke wij behouden hebben, zal de fout, die men aldus in f begaat, ook klein worden ten opzichte van deze zelf reeds kleine grootheid. Anders uitgedrukt, wanneer wij f eene grootheid van de eerste orde noemen, zullen wij nu grootheden van de tweede orde verwaarloozen.

In (II) moet men onder F_o de grootheid

$$F_o(\xi-u, \eta-v, \zeta-w, E, p_1, \dots, p_k, h)$$

verstaan. Neemt men nu in aanmerking, dat in het algemeen N, u, v, w, h van x, y, z, t afhangen, dan wordt de vergelijking

$$\begin{aligned} b_1 - a_1 = & N \frac{\partial F_o(\xi-u, \dots)}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial x} + N \frac{\partial F_o(\xi-u, \dots)}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial y} + N \frac{\partial F_o(\xi-u, \dots)}{\partial \zeta} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \\ & + F_o(\xi-u, \dots) \left[\frac{\partial N}{\partial x} \xi + \frac{\partial N}{\partial y} \eta + \frac{\partial N}{\partial z} \zeta + \frac{\partial N}{\partial t} \right] - \\ & - N \frac{\partial F_o(\xi-u, \dots)}{\partial \xi} \left[\frac{\partial u}{\partial x} \xi + \frac{\partial u}{\partial y} \eta + \frac{\partial u}{\partial z} \zeta + \frac{\partial u}{\partial t} \right] - \\ & - N \frac{\partial F_o(\xi-u, \dots)}{\partial \eta} \left[\frac{\partial v}{\partial x} \xi + \frac{\partial v}{\partial y} \eta + \frac{\partial v}{\partial z} \zeta + \frac{\partial v}{\partial t} \right] - \\ & - N \frac{\partial F_o(\xi-u, \dots)}{\partial \zeta} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \xi + \frac{\partial w}{\partial y} \eta + \frac{\partial w}{\partial z} \zeta + \frac{\partial w}{\partial t} \right] + \\ & + N \frac{\partial F_o(\xi-u, \dots)}{\partial h} \left[\frac{\partial h}{\partial x} \xi + \frac{\partial h}{\partial y} \eta + \frac{\partial h}{\partial z} \zeta + \frac{\partial h}{\partial t} \right]. \end{aligned}$$

In een bepaald punt van het gas en op een bepaald oogenblik is het tweede lid eene geheel bekende functie χ van $\xi, \eta, \zeta, E, p_1, \dots, p_k$, die $N, u, \dots, \frac{\partial u}{\partial x}, \dots$ als constanten bevat. In het eerste lid heeft $b_1 - a_1$ deze beteekenis, dat men er door vermenigvuldiging met $d\lambda dt$ uit kan afleiden, hoeveel in de ruimteenheid van de vroeger (p. 357) ingevoerde gasmassa P door de botsingen gedurende den tijd dt het aantal deeltjes der in § 1 gedefinieerde groep zou toenemen. Daarbij is in P overal

$$F = N F_o(\xi-u, \dots) + f(\xi, \eta, \zeta, \dots)$$

met constante waarden van N, u, v, w, h . Zoo kort mogelijk uitgedrukt wordt onze vergelijking

$$b-a [\text{voor } F = N F_o(\xi - u, \dots) + f(\xi, \eta, \zeta, \dots)] = \chi(\xi, \eta, \zeta, \dots)$$

en de vraag is nu, hieruit f te vinden, m. a. w. te bepalen, hoeveel de toestand in P van den stationnairen stroomingstoestand $N F_o(\xi - u, \dots)$ moet afwijken, opdat in de ruimteenheid en gedurende den tijd dt door de botsingen het aantal deeltjes binnen de groep van § 1 de voorgeschreven aangroeiing $\chi(\xi, \eta, \zeta, \dots) d\xi d\eta d\zeta$ ondergaat.

Wij kunnen nu gebruik maken van de omstandigheid, dat men, zonder iets aan de relatieve bewegingen der moleculen te veranderen, aan het geheele gas P eene stroomingssnelheid $(-u, -v, -w)$ kan geven. Doet men dit, dan wordt de nieuwe waarde van de functie, die de toestandsverdeling bepaalt, verkregen door in de oorspronkelijke ξ, η, ζ te vervangen door $\xi + u, \eta + v, \zeta + w$. In den nieuwen toestand zal verder door de botsingen het aantal deeltjes van de groep met de grenzen ξ en $\xi + d\xi, \eta$ en $\eta + d\eta, \zeta$ en $\zeta + d\zeta, E$ en $E + dE$, enz. evenveel veranderen als in den oorspronkelijken toestand dat van de groep, die $\xi + u$ en $\xi + u + d\xi, \eta + v$ en $\eta + v + d\eta, \zeta + w$ en $\zeta + w + d\zeta, E$ en $E + dE$, enz. tot grenzen heeft. Wiskundig wordt een en ander uitgedrukt door de vergelijking

$$b-a [\text{voor } F = N F_o(\xi, \eta, \zeta, \dots) + f(\xi + u, \dots)] = \\ = \chi(\xi + u, \eta + v, \zeta + w, \dots).$$

Kan men dus de functie $f'(\xi, \eta, \zeta, \dots)$ zoo bepalen, dat volstaan wordt aan de vergelijking

$$b-a [\text{voor } F = N F_o(\xi, \eta, \zeta, \dots) + f'(\xi, \eta, \zeta, \dots)] = \\ = \chi(\xi + u, \eta + v, \zeta + w, \dots), \dots \dots \dots (12)$$

— d. w. z. kan men vinden hoeveel de toestand van P van den stationnairen *rusttoestand* $N F_o(\xi, \eta, \zeta, \dots)$ moet afwijken, opdat het aantal deeltjes binnen de meergenoemde groep op eene voorgeschreven wijze verandere — dan is

$$f'(\xi, \eta, \zeta, \dots) = f(\xi + u, \eta + v, \zeta + w, \dots),$$

dus

$$f(\xi, \eta, \zeta, \dots) = f'(\xi - u, \eta - v, \zeta - w, \dots) \dots \quad (13)$$

Uit de voorwaarden (7) voor f vindt men nog gemakkelijk voor f' de condities

$$\begin{aligned} \int f'(\xi, \eta, \zeta, \dots) d\lambda &= \int f'(\xi, \eta, \zeta, \dots) \xi d\lambda = \int f'(\xi, \eta, \zeta, \dots) \eta d\lambda = \\ &= \int f'(\xi, \eta, \zeta, \dots) \zeta d\lambda = \int f'(\xi, \eta, \zeta, \dots) r^2 d\lambda = 0. \dots \quad (14) \end{aligned}$$

Is eens uit (12) en (14) f' en daarmee uit (13) f gevonden, dan kan men tot de berekening overgaan van de aandee-
len, die daaruit voor P_x , enz. voortvloeien en die wij P'_x enz.
zullen noemen. Uit (13) en (14) kan men nu gemakkelijk af-
leiden

$$\left. \begin{aligned} P'_x &= \int f' \xi^2 d\lambda, \quad P'_y = \int f' \eta^2 d\lambda, \quad P'_z = \int f' \zeta^2 d\lambda, \\ Q'_{x,y} &= \int f' \xi \eta d\lambda, \quad Q'_{y,z} = \int f' \eta \zeta d\lambda, \quad Q'_{z,x} = \int f' \zeta \xi d\lambda, \\ R' &= \int f' \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda, \\ S'_x &= \int f' \xi \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda + m(u P'_x + v Q'_{x,y} + w Q'_{x,z}) + \\ &\quad + u \int f' E d\lambda, \\ S'_y &= \int f' \eta \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda + m(u Q'_{x,y} + v P'_y + w Q'_{y,z}) + \\ &\quad + v \int f' E d\lambda, \\ S'_z &= \int f' \zeta \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda + m(u Q'_{x,z} + v Q'_{y,z} + w P'_z) + \\ &\quad + w \int f' E d\lambda, \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

waarbij, even als altijd in het vervolg, onder f' de functie f' (ξ, η, ζ, \dots) verstaan moet worden.

Stelt men in (12) voor de functie χ hare oorspronkelijke waarde weer in de plaats en verstaat men voortaan onder F_o steeds $F_o(\xi, \eta, \zeta, E, p_1 \dots p_k, h)$, dan heeft men ter bepaling van f'

$$\begin{aligned}
 b - a \left[\text{voor } F = NF_o + f' \right] &= N \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial x} + N \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial y} + N \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \\
 &+ F_o \left[\frac{\partial N}{\partial x} (\xi + u) + \frac{\partial N}{\partial y} (\eta + v) + \frac{\partial N}{\partial z} (\zeta + w) + \frac{\partial N}{\partial t} \right] - \\
 &- N \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \left[\frac{\partial u}{\partial x} (\xi + u) + \frac{\partial u}{\partial y} (\eta + v) + \frac{\partial u}{\partial z} (\zeta + w) + \frac{\partial u}{\partial t} \right] - \\
 &- N \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \left[\frac{\partial v}{\partial x} (\xi + u) + \frac{\partial v}{\partial y} (\eta + v) + \frac{\partial v}{\partial z} (\zeta + w) + \frac{\partial v}{\partial t} \right] - \\
 &- N \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \left[\frac{\partial w}{\partial x} (\xi + u) + \frac{\partial w}{\partial y} (\eta + v) + \frac{\partial w}{\partial z} (\zeta + w) + \frac{\partial w}{\partial t} \right] + \\
 &+ N \frac{\partial F_o}{\partial h} \left[\frac{\partial h}{\partial x} (\xi + u) + \frac{\partial h}{\partial y} (\eta + v) + \frac{\partial h}{\partial z} (\zeta + w) + \frac{\partial h}{\partial t} \right]. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Het tweede lid kan hier nog aanmerkelijk vereenvoudigd worden. Vooreerst kunnen wij daartoe van de bewegingsvergelijkingen (a_2), (b_2), (c_2) gebruik maken; wel is waar zijn deze thans niet meer volkomen juist, maar zij zullen toch bij de berekening van het kleine tweede lid van (16) mogen gebezigd worden. Ten tweede kunnen, zooals wij vroeger zagen, de grootheden

$$\frac{\partial F_o}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial h} F_o \xi, \quad \frac{\partial F_o}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial h} F_o \eta, \quad \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial h} F_o \zeta,$$

wanneer zij met een van $\xi, \eta, \zeta, E, p_1, \dots, p_k$ onafhankelijken factor vermenigvuldigd voorkomen, buiten beschouwing gelaten worden. Aldus gaat (16) over in

$$\begin{aligned}
b - a \text{ [voor } F = NF_o + f'] &= \\
&= N \left(\xi \frac{\partial F_o}{\partial h} + \frac{1}{3} \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \right) \frac{\partial h}{\partial x} + N' \left(\eta \frac{\partial F_o}{\partial h} + \frac{1}{3} \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \right) \frac{\partial h}{\partial y} + \\
&+ N \left(\zeta \frac{\partial F_o}{\partial h} + \frac{1}{3} \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \right) \frac{\partial h}{\partial z} - \\
&- N \left(\eta \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial y} + \xi \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - N \left(\zeta \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial z} + \eta \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \\
&- N \left(\xi \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \frac{\partial w}{\partial x} + \zeta \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \\
&- N \left(\xi \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial x} + \eta \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial y} + \zeta \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \\
&- N \left\{ F_o + \frac{2h}{3(1+2\vartheta'(h))} \frac{\partial F_o}{\partial h} \right\} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \dots (17)
\end{aligned}$$

Om nu f' , of liever de waarde der in (15) voorkomende integralen hieruit af te leiden kunnen wij (verg. p. 367) de waarden zoeken bij verschillende deelen van het tweede lid van (17) behoorende en daarvan de som nemen. Bij de keus dier deelen zullen wij ons laten leiden door de beschouwing van eenige eenvoudige gevallen.

a. Laat het gas zich in rust bevinden en zij de temperatuur, dus ook h , eene functie van x . Dan wordt het tweede lid van (17)

$$N \left(\xi \frac{\partial F_o}{\partial h} + \frac{1}{3} \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \right) \frac{\partial h}{\partial x} \dots \dots \dots (18)$$

Door eene redeneering, zooals zij reeds vroeger werd gebezigd, door n.l. de spiegelbeelden van het gas ten opzichte van vlakken loodrecht op de coördinaatassen te beschouwen, kan men aantoonen, dat de waarde van f' , die hieraan beantwoordt, alleen voor de integraal $\int f' \xi \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda$ eene bijdrage l kan opleveren, die natuurlijk met $\frac{\partial h}{\partial x}$ evenredig is. Is echter T de

temperatuur, dan is $\frac{\partial h}{\partial x} = e \frac{\partial T}{\partial x}$, waarbij e voor elk gas eene

bekende constante is. Derhalve is l ook met $\frac{\partial T}{\partial x}$ evenredig en

kan door $-\alpha \frac{\partial T}{\partial x}$ worden voorgesteld. De daarbij ingevoerde

constante α is niet anders dan de *warmtegeleidingscoëfficiënt*,

hetgeen hieruit blijkt, dat $\int f' \xi \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda$ de hoeveel-

heid warmte (in arbeidseenheden uitgedrukt) voorstelt, die in de tijdseenheid door de eenheid van een vlak loodrecht op de x -as naar de zijde der positieve x meer gaat dan naar de tegengestelde zijde.

Kende men den bouw der moleculen en hare onderlinge werking, dan bestond er eenig uitzicht op de berekening van α . Het eenige, wat wij zonder die kennis uit onze vergelijkingen kunnen afleiden, is dat α , zooals reeds meermalen werd aange- toond, onafhankelijk van de dichtheid is.

Vergelijkt men n.l. twee gasmassa's, die in corresponderende punten gelijke temperatuur hebben, maar waarvan het tweede eene p maal zoo groote dichtheid heeft als het eerste, dan moet blijkens (18) $b-a$ voor het tweede gas p maal zoo groot zijn als bij het eerste. Daar nu $N F_o$ bij dit gas reeds p maal zoo groot als bij het andere is, zal eene bij beide gassen gelijke waarde van f' voor de waarden van $b-a$ de genoemde verhouding opleveren; daaruit volgt echter onmiddellijk de gelijkheid van α in de twee gevallen.

Even als den eersten term in (17) kan men ook de beide volgende behandelen. Aldus vindt men, dat deze drie termen voor S_x, S_y, S_z de aandeelen

$$-\frac{\alpha}{e} \frac{\partial h}{\partial x}, \quad -\frac{\alpha}{e} \frac{\partial h}{\partial y}, \quad -\frac{\alpha}{e} \frac{\partial h}{\partial z} \dots \dots \dots (19)$$

opleveren.

b. Nemen wij in de tweede plaats aan, dat het gas bij overal gelijke dichtheid en temperatuur eene stroomingssnelheid in de

richting der x -as bezit, die alleen van y afhangt. Dan wordt het tweede lid van (17)

$$- N \eta \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial y}.$$

De beschouwing der spiegelbeelden leert, dat hieruit alleen voor $\int f' \xi \eta d\lambda$ een deel l' kan voortvloeien. Klaarblijkelijk is het evenredig aan $\frac{\partial u}{\partial y}$; stelt men

$$l' = - \frac{\mu}{m} \frac{\partial u}{\partial y},$$

dan is μ de *wrijvingscoëfficiënt*, waarvoor dan weer evenals voor α de onafhankelijkheid van de dichtheid kan worden aangetoond. Behandelt men geheel op dezelfde wijze de overige termen in (17), die met $- N \eta \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial y}$ overeenkomen, dan verkrijgt men voor $Q'_{x,y}$, $Q'_{y,z}$, $Q'_{z,x}$ de bijdragen

$$- \frac{\mu}{m} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad - \frac{\mu}{m} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad - \frac{\mu}{m} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \dots (20)$$

en voor S'_x , S'_y , S'_z

$$\begin{aligned} & - \mu \left[v \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + w \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right], \\ & - \mu \left[w \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + u \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right], \\ & - \mu \left[u \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + v \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \dots (21) \end{aligned}$$

c. Om te vinden, wat de in (17) voorkomende termen

$$- N \left(\xi \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial x} + \eta \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial y} + \zeta \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \dots (22)$$

voor P'_x enz. opleveren, kunnen wij van den volgenden kunstgreep gebruik maken. Voeren wij naast de x - en de y -as twee nieuwe assen der x' en y' in, waarvan de eerste den hoek tusschen de positieve x - en de positieve y -as, de laatste den hoek tusschen de negatieve x - en de positieve y -as midden door deelt. Stellen wij ons verder voor, dat in het gas eene stroomende beweging in de richting der x' -as met eene snelheid $u' = cy'$ (c constant) bestaat. Dan is

$$u = v = cy' \sqrt{\frac{1}{2}}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{2} c, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{2} c$$

en het tweede lid van (17) wordt

$$-\frac{1}{2} Nc \left(\eta \frac{\partial F_o}{\partial \xi} - \xi \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{2} Nc \left(\xi \frac{\partial F_o}{\partial \xi} - \eta \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \right) \dots (23)$$

Daar blijkens het onder b gezegde de beide termen

$$-\frac{1}{2} Nc \eta \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \quad \text{en} \quad \frac{1}{2} Nc \xi \frac{\partial F_o}{\partial \eta}$$

gelijke maar tegengestelde deelen voor $\int f' \xi \eta d\lambda$ geven kunnen

alleen uit den laatsten term in (23) bijdragen voor P'_x , enz. voortvloeien. Deze zijn echter gemakkelijk te vinden. Want daar de onderstelde bewegingstoestand van volkomen denzelfden aard is als de onder b beschouwde, kunnen wij onmiddellijk de hoeveelheid van beweging aangeven, die door de eenheid van een vlak, loodrecht op de x' - of de y' -as overgaat. Daaruit kan men door eene eenvoudige redeneering (n.l. door de hoeveelheden van beweging te beschouwen, die door de verschillende zijvlakken van een geschikt gekozen volumelement uit- en intreden) dezelfde grootheid afleiden voor een vlak loodrecht op de x - of de y -as. Aldus vindt men dat aan (23) voor P'_x het deel $\frac{\mu}{m} c$,

voor P'_y het deel $-\frac{\mu}{m} c$ beantwoordt, terwijl men geene bij-

dragen voor $Q'_{x,y}$, $Q'_{y,z}$, $Q'_{z,x}$, R' , $\int f' \xi \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda$, enz. verkrijgt.

Men schrijve nu in het algemeene geval (22) in den vorm

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} N \left(\xi \frac{\partial F_o}{\partial \xi} - \eta \frac{\partial F_o}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{3} N \left(\eta \frac{\partial F_o}{\partial \eta} - \zeta \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \\ & \quad + \frac{1}{3} N \left(\zeta \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} - \xi \frac{\partial F_o}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \\ & \quad - \frac{1}{3} N \left(\xi \frac{\partial F_o}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial F_o}{\partial \eta} + \zeta \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \dots (24) \end{aligned}$$

De eerste term volgt uit den laatsten van (23), wanneer men

$$c = \frac{2}{3} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

stelt; men kan dus onmiddellijk opgeven, wat hij voor P'_x , enz. oplevert.

Eenzoo voor de beide volgende termen. Stelt men kortheidshalve

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = K,$$

dan verkrijgt men

$$\begin{aligned} \text{voor } P'_x & \quad - 2 \frac{\mu}{m} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{3} \frac{\mu}{m} K, \\ \text{'' } P'_y & \quad - 2 \frac{\mu}{m} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{2}{3} \frac{\mu}{m} K, \\ \text{'' } P'_z & \quad - 2 \frac{\mu}{m} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{2}{3} \frac{\mu}{m} K, \\ \text{'' } S'_x & \quad - 2 \mu u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{3} \mu u K, \\ \text{'' } S'_y & \quad - 2 \mu v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{2}{3} \mu v K, \\ \text{'' } S'_z & \quad - 2 \mu w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{2}{3} \mu w K. \end{aligned}$$

d. Ten slotte blijft nog ter bespreking over de grootheid

$$-N \left[F_o + \frac{2h}{3(1+2\mathcal{P}'(h))} \frac{\partial F_o}{\partial h} + \frac{1}{3} \left(\xi \frac{\partial F_o}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial F_o}{\partial \eta} + \zeta \frac{\partial F_o}{\partial \zeta} \right) \right] \cdot K, \dots (25)$$

die men verkrijgt door de laatste termen van (24) en van (17) te vereenigen.

Door ook hier de beschouwing van de spiegelbeelden der gas-massa te hulp te roepen kan men aantonen, dat de waarde van f' , die aan (25) beantwoordt,

$$\begin{aligned} \int f' \xi \eta d\lambda &= \int f' \eta \zeta d\lambda = \int f' \zeta \xi d\lambda = \int f' \xi \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda = \\ &= \int f' \eta \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda = \int f' \zeta \left(\frac{1}{2} m r^2 + E \right) d\lambda = 0 \end{aligned}$$

maakt. Daar verder klaarblijkelijk

$$\int f' \xi^2 d\lambda = \int f' \eta^2 d\lambda = \int f' \zeta^2 d\lambda$$

zal zijn, is elke dezer grootheden $= \frac{1}{3} \int f' r^2 d\lambda$, dus 0 ten-

gevolge van (14). Derhalve kan alleen de integraal $\int f' E d\lambda$ van 0 verschillen. Zij zal kunnen worden voorgesteld door νK , waarbij ν een constante coëfficiënt is, die even als μ en α onafhankelijk is van de dichtheid van het gas. Ten slotte vinden wij dan voor R' het deel νK , voor S'_x , S'_y , S'_z resp. $\nu u K$, $\nu v K$, $\nu w K$.

De coëfficiënt ν , die alleen bij meeratomige gassen voorkomt (immers bij eenatomige is E en dus $\nu 0$) wordt hier voor zoover ik weet, voor het eerst ingevoerd. Van zijne beteekenis zal men zich het best op de volgende wijze eene voorstelling kunnen vormen.

Wanneer een gas in een stationnair toestand van rust verkeert bestaat er eene zekere betrekking tusschen het arbeidsvermogen A_1 van de voortgaande beweging der moleculen en de

intramoleculaire energie A_2 ; voor de massa-eenheid zijn zij $\frac{1}{2}h$ en $\mathcal{F}(h)$. Anders is de zaak als de toestand veranderlijk is. Wordt b. v. een gas samengedrukt, dan stijgt de bewegingsnelheid der moleculen, en dus h , en tengevolge van de botsingen zal nu ook A_2 toenemen. Er zal intusschen een zekere tijd noodig zijn, om A_2 de waarde $\mathcal{F}(h)$ te doen aannemen, die in den stationnairen toestand aan de waarde van A_1 zou beantwoorden. Gedurende het verloop van de samendrukking, terwijl h stijgt, zal $A_2 < \mathcal{F}(h)$ zijn.

Dit wordt nu door de constante ν aangegeven. Bij eene samendrukking heeft n.l. K eene zekere waarde en νK bepaalt nu juist, hoeveel A_2 van $\mathcal{F}(h)$ verschilt. Daar gedurende eene samendrukking K negatief is en $A_2 < \mathcal{F}(h)$ moet zijn, moet ν eene positieve waarde hebben.

Ongelukkigerwijze schijnt op een experimenteele bepaling van ν weinig uitzicht te zijn. Want alleen bij dichtheidsveranderingen, die veel sneller geschieden dan bij de gewone proeven over luchttrillingen het geval is zou ν een merkbaaren invloed kunnen hebben.

Vatten wij nu ten slotte het in deze § gevondene samen en vereenigen wij de waarden van P'_x , enz. met de in § 3 voor P_x , enz. gevondene, dan verkrijgen wij thans:

$$\begin{aligned}
 P_x &= \frac{1}{m} \left[\frac{1}{3} \delta h + \delta u^2 - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{3} \mu K \right], \text{ enz.} \\
 Q_{x,y} &= \frac{1}{m} \left[\delta u v - \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \text{ enz.} \\
 R &= \frac{1}{2} \delta (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{1}{2} \delta (h + 2\mathcal{F}(h)) + \nu K, \\
 S_x &= \frac{1}{2} \delta u \left[\frac{5}{3} h + 2\mathcal{F}(h) + (u^2 + v^2 + w^2) \right] - \frac{x}{e} \frac{\partial h}{\partial x} - \\
 &\quad - \mu \left[v \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + w \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] - \\
 &\quad - 2\mu u \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{2}{3} \mu + \nu \right) u K, \text{ enz.}
 \end{aligned}$$

Door deze waarden in de algemeene vergelijkingen (a_1) , (b_1) , (c_1) over te brengen verkrijgt men ten slotte de bewegingsvergelijkingen. Ik laat hier die substitutie achterwege, daar de uitkomst zeer gecompliceerd is, te meer omdat men strikt genomen μ , \varkappa en ν als functiën van h moet beschouwen. Alleen doe ik opmerken, dat, wanneer van de veranderlijkheid van μ wordt afgezien, de vergelijkingen (b_1) een vorm aannemen, overeenkomende met dien, waarin ook MAXWELL ze verkreeg *).

Bepaalt men zich tot eene oneindig kleine verstoring van den evenwichtstoestand, dan mag men μ , \varkappa en ν als constanten beschouwen. Ziet men bovendien van de werking van uitwendige krachten af, en voert men evenals in § 3 het teeken s voor de condensatie in, dan worden de bewegingsvergelijkingen:

$$K + \frac{\partial s}{\partial t} = 0, \dots \dots \dots (a_4)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{3} \frac{\partial (h + h_0 s)}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\mu}{\delta_0} \Delta u - \frac{1}{3} \frac{\mu}{\delta_0} \frac{\partial K}{\partial x} &= 0, \\ \frac{1}{3} \frac{\partial (h + h_0 s)}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\mu}{\delta_0} \Delta v - \frac{1}{3} \frac{\mu}{\delta_0} \frac{\partial K}{\partial y} &= 0, \\ \frac{1}{3} \frac{\partial (h + h_0 s)}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\mu}{\delta_0} \Delta w - \frac{1}{3} \frac{\mu}{\delta_0} \frac{\partial K}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \right\} \dots (b_4)$$

$$\frac{1}{3} h_0 K + \frac{1}{2} (1 + 2\mathcal{D}'(h_0)) \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\varkappa}{\delta_0 e} \Delta h + \frac{\nu}{\delta_0} \frac{\partial K}{\partial t} = 0 \dots (c_4)$$

*) *Phil. Mag.* (4) XXXV, p. 209.

DE VOORTPLANTING
VAN
VLAKKE GELUIDSGOLVEN IN GASSEN
VOLGENS DE KINETISCHE GASTHEORIE.

DOOR

R. A. M E E S.

EERSTE GEDEELTE.

Het ligt niet in ons plan in deze verhandeling de vorming en de voortplanting van de geluidsgolven in gassen volgens de kinetische gastheorie in haar geheel omvang te behandelen. Zoo laten wij het *ontstaan* der geluidsgolven geheel buiten beschouwing. Wij nemen die golven als reeds bestaande aan en laten geheel in het midden op welke wijze zij zijn voortgebracht. Doch in het eerste gedeelte dezer verhandeling beperken wij ons in de behandeling van ons onderwerp nog meer. Wij willen toch niet onderzoeken, of de wijze, waarop tegenwoordig velen de geluidsgolven in gassen opvatten, met de beginselen der kinetische gastheorie volkomen in overeenstemming is, en of volgens deze theorie een voortdurende golfbeweging tot de mogelijkheden behoort. Die mogelijkheid nemen wij eenvoudig als gegeven aan.

Wij wenschen in dit eerste gedeelte in de eerste plaats aan te geven, hoe men den bewegingstoestand van de gassen in geluidsgolven volgens de kinetische gastheorie naar onze zienswijze zeer waarschijnlijk heeft op te vatten, m. a. w. wij wenschen de denkbeelden, die men op experimenteelen en theoretischen weg omtrent den aard dier golfbeweging verkregen heeft, in de taal der kinetische gastheorie over te zetten. En

in de tweede plaats wenschen wij eenige voorwaarden aan te geven, waaraan die bewegingstoestand in de geluidsgolven moet voldoen.

Wij zullen ons voor de eenvoudigheid tot *vlakke* geluidsgolven bepalen, en zullen bij de behandeling van deze ongeveer denzelfden weg volgen, dien CLAUDIUS in zijn klassieke verhandeling *) over de warmte-geleiding in gassen met zoo goeden uitslag gevolgd heeft.

In een reeds bestaande vlakke geluidsgolf beschouwen wij een door twee evenwijdige vlakken begrensde oneindig dunne laag loodrecht op de richting van voortplanting der golf, welke richting wij als positieve x -as aannemen. De laag bevindt zich op den afstand x van den oorsprong van coördinaten en hebbe een dikte dx . Van die laag zullen wij in het vervolg altijd slechts een gedeelte beschouwen, waarvan de doorsnede loodrecht op de x -as een oppervlak $= 1$ heeft, zoodat de laag van dikte dx ook een volumen dx bezit.

In die laag zullen van de moleculen, die haar passeeren gedurende den oneindig korten tijd dt , een zeker aantal met elkander in botsing komen en haar na de botsing weder verlaten. Wij willen deze met CLAUDIUS de door de laag *uitgezonden* moleculen noemen. De moleculen, die de laag gedurende den tijd dt passeeren, zullen zich in het algemeen in allerlei richtingen en met allerlei snelheden bewegen. Daar wij echter met een geluidsgolf te doen hebben zullen die moleculen én wat haar aantal én wat haar snelheid betreft niet gelijkelijk over alle richtingen verdeeld zijn, maar zullen zich hetzij in de richting der positieve x , hetzij in die der negatieve x meer moleculen bewegen dan in andere richtingen, terwijl ook de snelheid van beweging niet in alle richtingen volkomen dezelfde zal zijn; de moleculen, die zich naar de zijde der positieve x bewegen, zullen gemiddeld een hetzij iets grootere hetzij iets kleinere snelheid bezitten dan die welke zich naar de zijde der negatieve x bewegen. Komen dus twee der moleculen dezer laag met elkander

*) R. CLAUDIUS, *Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie*, 2e Abtheilung, p. 277.

in botsing, dan zullen zij gemiddeld een kleine beweging hetzij in de richting der positieve hetzij in die der negatieve x -as gemeen hebben; m. a. w. het zwaartepunt der beide moleculen vóór de botsing zal gemiddeld een kleine beweging bezitten in de richting hetzij der positieve hetzij der negatieve x -as. Die kleine beweging van het zwaartepunt der moleculen zal bij de botsing geen verandering ondergaan en dus na de botsing even groot zijn dan daarvóór, terwijl de betrekkelijke beweging van de beide moleculen vóór de botsing, nadat deze heeft plaats gehad, alle mogelijke richtingen kan bezitten, zoodat geen richting boven de andere eenige meerdere waarschijnlijkheid bezit.

Omtrent de door de laag uitgezonden moleculen kunnen wij dus aannemen, dat zij behalve een voor alle richtingen gelijke snelheid tevens nog een kleine snelheid bezitten in de positieve richting der x -as. Deze laatste snelheid zal voor de verschillende paren van moleculen, die met elkander in botsing zijn geweest, niet volkomen dezelfde behoeven te zijn, maar wij zullen voor haar een gemiddelde waarde p aannemen, die wij ons zoo klein zullen denken, dat wij de tweede en hoogere machten van p kunnen verwaarloozen.

Noemen wij nu U de geheele gemiddelde snelheid van een molecule, die wordt uitgezonden in een richting, die met de positieve x -as een hoek maakt, waarvan de cosinus μ bedraagt, en zij u de snelheid voor zulk een molecule, die in een richting loodrecht op de x -as wordt uitgezonden, dan is:

$$U = u + p\mu \dots \dots \dots (1)$$

Niet in alle richtingen zal de laag even veel moleculen uitzenden. Noemen wij $^{1/2} H d\mu$ de verhouding tusschen het aantal in den tijd dt uitgezonden moleculen, wier bewegingsrichting een zoodanige is, dat haar richtings-cosinus gelegen is tusschen μ en $\mu + d\mu$, tot het geheele aantal in denzelfden tijd in alle richtingen uitgezonden moleculen, dan is:

$$H = 1 + 2 \frac{p}{u} \mu \dots \dots \dots (2)$$

Door deze beide formules is de snelheid en het betrekkelijk

aantal van de in een bepaalde richting door de laag uitgezonden moleculen volkomen bepaald *).

De bewegingstoestand in de laag en dus ook die van de door haar uitgezonden moleculen is voor eenzelfde laag van oogenblik tot oogenblik veranderlijk, en op een gegeven oogenblik verschilt hij van laag tot laag. Die bewegingstoestand is periodisch veranderlijk volgens de abscis x en den tijd t . Hetzelfde moet dus ook gelden van p , U en H en waarschijnlijk ook van u . Ook deze grootheden nemen wij dus als veranderlijk aan en wel als periodisch veranderlijk volgens x en t .

Beschouwen wij nu in de tweede plaats de moleculen, die zich *gelijktijdig* in de laag bevinden. Van deze mogen die, welke een bewegingsrichting hebben, waarvan de richtingscosinus μ bedraagt, een gemiddelde snelheid V bezitten. Deze moleculen zullen, vóórdat zij in onze laag aankwamen, na haar laatste botsing in het algemeen reeds een zekeren weg hebben afgelegd, waarvan de middelwaarde ε moge bedragen. Zij zullen dus de snelheid bezitten van de moleculen, die door de laag met abscis

$x - \mu\varepsilon$ op den tijd $t - \frac{\varepsilon}{V}$ in de richting μ zijn uitgezonden.

Wanneer wij ons bepalen tot de eerste macht van ε , krijgen wij dus voor V de uitdrukking:

$$V = U - \left(\frac{dU}{dx} \mu + \frac{dU}{dt} \cdot \frac{1}{V} \right) \varepsilon.$$

Nu zullen wij in het eerste gedeelte dezer verhandeling de termen, die ε bevatten, verwaarloozen, daar deze termen én wegens de kleine waarde van ε én wegens de kleine waarde van $\frac{dU}{dx}$ en $\frac{1}{V} \frac{dU}{dt}$ zeer klein kunnen geacht worden niet slechts ten opzichte van u , maar ook ten opzichte van p . In dit geval kunnen wij voor V eenvoudig schrijven:

$$V = u + p \mu. \dots \dots \dots (3)$$

*) Over de afleiding der formules (1) en (2) kan men raadplegen CLAUDIUS, l. c., pp. 286—289.

Het aantal moleculen per éénheid van volumen in de laag aanwezig zij N , dus het aantal moleculen in de laag voorhanden $N dx$. Van deze laatste bewegen zich een aantal

$$\frac{1}{2} N I d\mu dx$$

in de richting, wier richtingscosinus tusschen μ en $\mu + d\mu$ gelegen is. Dan zal I van den vorm zijn:

$$I = 1 + r \mu.$$

Het is gemakkelijk in te zien, dat I door dezelfde uitdrukking moet worden voorgesteld als H , dat dus $r = 2 \frac{p}{u}$ moet zijn *). Ten overvloede kunnen wij dit ook als volgt aantoonen.

Noemen wij †)

$$a dt$$

de waarschijnlijkheid, dat een molecule, die zich met een snelheid v in onze laag voortbeweegt in een richting, die met de positieve x -as den hoek η maakt, in den tijd dt met een andere molecule der laag in botsing kome, dan is:

$$a = \pi \rho^2 N R,$$

wanneer ρ den straal der werkingssfeer eener molecule voorstelt, en R de gemiddelde waarde van de betrekkelijke snelheid van de beschouwde molecule ten opzichte van de overige moleculen der laag. Voor R vinden wij op volkomen dezelfde wijze als CLAUDIUS t. a. p.

$$R = \frac{4}{3} \left(u + \frac{1}{2} \delta - \frac{1}{10} \left(\frac{p}{u} + 2r \right) \cos \eta \right),$$

*) Men ziet, dat onze opvatting van den bewegingstoestand in de geluidsgolven bijna geheel overeenstemt met die van J. L. HOORWEG in zijn verhandeling „Sur la propagation du son après la nouvelle théorie des gaz.” *Archives Néerlandaises*, T. XI, p. 131.

†) In de hier volgende afleiding van de waarde van r volgen wij denzelfden weg als CLAUDIUS, l. c., pp. 305—315.

als wij voor v schrijven $u + \delta$, en in het oog houden, dat in ons geval v van u hoogstens kan verschillen om een grootheid van de orde van p , zoodat wij de tweede en hoogere machten van δ en de produkten van δ met p en r kunnen verwaarloozen.

Dus is:

$$a = \frac{4}{3} \pi \varrho^2 N \left(u + \frac{1}{2} \delta - \frac{1}{10} \left(\frac{p}{u} + 2r \right) \cos \eta \right).$$

Wij wenschen nu te bepalen het aantal moleculen $M dx dt$, die in den tijd dt in onze laag in botsing komen, en de geheele hoeveelheid van beweging $M' dx dt$ in de richting der positieve x -as, die al deze moleculen te zamen vóór hare botsing bezitten.

Voor de berekening van M en M' hebben wij de formules:

$$M = \frac{1}{2} N \int_{-1}^{+1} I \bar{a} d\mu,$$

$$M' = \frac{1}{2} m N \int_{-1}^{+1} I V \bar{a} \mu d\mu,$$

als \bar{a} de waarde van a aangeeft, wanneer δ vervangen is door $p\mu$, en $\cos \eta$ door μ .

De berekening geeft:

$$M = \frac{4}{3} \pi \varrho^2 N^2 u$$

en:

$$\begin{aligned} M' &= \frac{4}{3} \pi \varrho^2 N^2 u^2 \cdot \frac{1}{3.5} m \left(7 \frac{p}{u} + 4r \right) \\ &= \frac{1}{15} m M (7p + 4ru). \end{aligned}$$

Daar dezelfde moleculen, die in onze laag in botsing komen, de door de laag uitgezonden moleculen zijn, worden in den tijd dt ook $M dx dt$ moleculen uitgezonden. Deze bezitten te zamen een hoeveelheid van beweging in de richting der positieve x -as

$$M dx dt \cdot m p.$$

Maar bij de botsing komt geen verandering in de geheele hoeveelheid van beweging der botsende moleculen. Deze moet dus voor de $M dx dt$ moleculen, die in den tijd dt in onze laag in botsing komen, vóór en na de botsing dezelfde waarde hebben. Dus moet zijn:

$$M dx dt = M dx dt \cdot p m,$$

of:

$$\frac{1}{15} (7 p + 4 r u) = p,$$

$$r = 2 \frac{p}{u}.$$

Dus is wezenlijk, zooals wij boven beweerden

$$I = 1 + 2 \frac{p}{u} \mu \dots \dots \dots (4)$$

Door V , N en I is de bewegingstoestand der gelijktijdig in onze laag zich bevindende moleculen volkomen bepaald.

Door middel van deze grootheden kunnen wij nu gemakkelijk berekenen de geheele hoeveelheid van beweging in de richting der positieve x -as of, zooals wij het noemen willen, de positieve hoeveelheid van beweging, en de geheele energie van al de $N dx$ moleculen samen, die zich gelijktijdig in onze laag bevinden. Noemen wij deze hoeveelheid van beweging en deze totale energie der laag $K dx$ en $L dx$, dan is:

$$K = \frac{1}{2} m N \int_{-1}^{+1} I V \mu d\mu$$

en

$$L = \frac{1}{2} N \int_{-1}^{+1} I l d\mu,$$

wanneer l de totale energie eener molecule voorstelt, die zich in de richting μ met de snelheid V voortbeweegt.

Voor l vinden wij de waarde als volgt.

De levende kracht van de voortgaande beweging der molecule is:

$$\frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m u^2 + m p u \mu.$$

Maar CLAUSIUS heeft aangetoond *) , dat de levende kracht van de voortgaande beweging van de molecule niet de geheele energie der molecule uitmaakt. De molecule kan toch behalve hare voortgaande beweging misschien ook nog een draaiende beweging bezitten, en ook de atomen, die de molecule samenstellen, kunnen energie bezitten zoowel kinetische energie wegens de bewegingen, welke de atomen binnen de molecule ten opzichte van elkander uitvoeren, als ook potentieele energie die bepaald wordt door de plaats welke die atomen ten opzichte van elkander innemen en door de krachten, waarmede die atomen op elkander werken.

En CLAUSIUS heeft verder aangetoond, dat bij eenzelfde gas de verhouding tusschen de levende kracht van de voortgaande beweging der moleculen en de totale energie der moleculen een constante is, zoodat men die levende kracht slechts met een voor elk gas bepaalde constante k te vermenigvuldigen heeft om de totale energie der moleculen te vinden.

Met de levende kracht $\frac{1}{2} m u^2$ der molecule komt dus gemiddeld een totale energie $\frac{1}{2} k m u^2$ der molecule overeen. De tweede term in de bovenstaande uitdrukking der levende kracht der molecule zal echter niet evenals de eerste term met k moeten vermenigvuldigd worden; want deze tweede term is afkomstig van de gemeenschappelijke snelheid p van alle moleculen der laag in de richting der x -as, en zulk een gemeenschappelijke snelheid van alle moleculen in dezelfde richting zal niet evenals de beweging der moleculen in alle richtingen door elkander tot nog een nieuwe hoeveelheid energie der moleculen aanleiding geven. Een stroomende beweging van het gas in massa zal toch in de draaiende beweging der moleculen of in de energie der atomen binnen de moleculen geen verandering brengen. Willen wij dus de gemiddelde totale energie onzer molecule vinden, dan hebben

*) *Abhandlungen*, 2e Abtheilung. pp. 256—259.

wij slechts den eersten maar niet den tweeden term in de uitdrukking voor de levende kracht van de voortgaande beweging der molecule met k te vermenigvuldigen. Voor deze gemiddelde totale energie onzer molecule verkrijgen wij dus de uitdrukking:

$$l = \frac{1}{2} k m u^2 + m p u \mu^*).$$

Met deze waarde van l en met de formules (3) en (4) voor V en I worden de uitdrukkingen voor K en L :

$$K = m N p (5)$$

$$L = \frac{1}{2} k m N u^2 (6)$$

Wij merken op, dat

$$\frac{K dx}{m N dx} = p (7)$$

kan beschouwd worden als de snelheid in de richting der positieve x -as van onze laag in haar geheel.

Wij hebben nu nog eenige formules op te stellen voor de

*) Wij hebben hier aangenomen, dat de energie van de draaiende beweging der moleculen en die van de atomen binnen de moleculen voortdurend en overal in een zelfde constante betrekking staan tot de energie van de voortgaande beweging der moleculen. A priori is deze veronderstelling bij de groote snelheid waarmee deze laatste energie in eenzelfde laag met den tijd en op denzelfden tijd van laag tot laag verandert verre van zeker. Het zou kunnen zijn, dat bij de snelle periodieke verandering van de energie der voortgaande beweging de overige energie der moleculen in het geheel niet veranderde. Dan ware:

$$l = \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} (k - 1) m u_0^2 + m p u \mu ,$$

wanneer u_0 de gemiddelde snelheid der moleculen voorstelt, wanneer geen geluidsgolf aanwezig is.

Deze veronderstelling en die in den tekst gebruikt zijn de beide grens-veronderstellingen, die men maken kan. Tusschen deze in liggen de veronderstellingen, waarbij wordt aangenomen, dat bij snelle verandering van de energie der voortgaande beweging de overige energie der moleculen slechts ten deele in die verandering deelt. Zulk een veronderstelling zou mij a priori zelfs het meest waarschijnlijk voorkomen en is misschien bij *zeer* snelle veranderingen in den toestand van het gas de juiste. Bij de snelheid van verandering, zooals bij de geluidsgolven voorkomt, schijnt echter de in den tekst gemaakte veronderstelling met de waarheid het meest overeen te komen; ten minste slechts zij leidt tot een formule voor de voortplantingssnelheid van het geluid, die met de algemeen aangenomene overeenstemt.

moleculen, die in den tijd dt door een vlak gaan loodrecht op de x -as. Voor dat vlak nemen wij het eerste grensvlak van de door ons beschouwde laag. Door dit vlak gaan in den tijd dt in die richtingen, wier cosinus tusschen μ en $\mu + d\mu$ gelegen is, een aantal moleculen *):

$$\frac{1}{2} N I V \mu d\mu dt. \dots \dots \dots (8)$$

Is in deze uitdrukking μ positief, dan gaan de moleculen door het vlak van de zijde der negatieve naar die der positieve x ; is μ negatief dan gaan zij door het vlak in omgekeerde richting.

Noemen wij $E dt$ het aantal moleculen, dat ons vlak in den tijd dt meer passeert in positieve dan in negatieve richting, dan is:

$$E = \frac{1}{2} N \int_{-1}^{+1} I V \mu d\mu = N p. \dots \dots \dots (9)$$

De moleculen (8) voeren door ons vlak in den tijd dt een hoeveelheid van beweging evenwijdig aan de x -as:

$$\frac{1}{2} N I V \mu d\mu dt \cdot m V \mu = \frac{1}{2} m N I V \mu^2 d\mu dt. \dots (10)$$

Deze uitdrukking is, welk ook het teeken van μ moge zijn, altijd positief. Voor μ positief stelt zij de positieve hoeveelheid van beweging voor, die door de moleculen van de negatieve naar de positieve zijde door het vlak wordt overgevoerd, voor μ negatief daarentegen de negatieve hoeveelheid van beweging †), die de moleculen van de positieve naar de negatieve zijde door het vlak overvoeren. Daar nu zoowel de doorgang van positieve hoeveelheid van beweging in positieve richting door ons vlak als die van negatieve hoeveelheid van beweging in negatieve richting een toename van de positieve hoeveelheid van beweging aan de positieve zijde van ons vlak tengevolge heeft, stelt de uitdrukking (10) in het algemeen de toename voor van de po-

*) Men zie hierover CLAUDIUS, l. c., pp. 298—302.

†) D. i. de hoeveelheid van beweging in de richting der negatieve x -as.

sitieve hoeveelheid van beweging aan de positieve zijde van ons vlak, bewerkt door den doorgang door dat vlak van de moleculen (8). Noemen wij dus $F dt$ de toename van de positieve hoeveelheid van beweging aan de positieve zijde van ons vlak, welke het gevolg is van al de door het vlak in den tijd dt gepasseerde moleculen, dan is:

$$F = \frac{1}{2} m N \int_{-1}^{+1} I V^2 \mu^2 d\mu = \frac{1}{3} m N u^2. \dots (11)$$

De moleculen (8) voeren door ons vlak een hoeveelheid energie:

$$\frac{1}{2} N I V \mu d\mu dt. l. \dots \dots \dots (12)$$

Noemen wij nu $G dt$ de hoeveelheid energie, die de moleculen in den tijd dt meer overvoeren door ons vlak in positieve dan in negatieve richting, of de toename van de energie in den tijd dt aan de positieve zijde van ons vlak, dan is:

$$G = \frac{1}{2} N \int_{-1}^{+1} I V l \mu d\mu = \frac{2 + 3k}{6} m N u^2. p. \dots (13)$$

In de formules, die wij tot hertoe hebben afgeleid, blijkt niets van de veranderlijkheid der daarin voorkomende grootheden met x en t . Dit komt hiervandaan, dat wij de termen, die ϵ bevatten, hebben verwaarloosd. Hierdoor hebben wij den invloed van de verschillende gaslagen op elkander geheel buiten rekening gelaten, en alleen den bewegingstoestand der gasmoleculen nagegaan in één enkele laag onafhankelijk van dien in de aangrenzende lagen.

In het volgende willen wij nu echter dien invloed der verschillende gaslagen op elkander in rekening brengen en daartoe de in onze formules voorkomende grootheden als met x en t veranderlijk beschouwen.

Volgens formule (9) is het aantal moleculen, dat in den tijd dt onze laag door haar eerste grensvlak meer intreedt dan uitreedt:

$$E dt.$$

Door het tweede grensvlak onzer laag treden in denzelfden tijd meer uit dan in een aantal moleculen :

$$\left(E + \frac{dE}{dx} dx \right) dt.$$

In den tijd dt vermeerderd dus het aantal moleculen in onze laag om :

$$E dt - \left(E + \frac{dE}{dx} dx \right) dt.$$

Doch deze vermeerdering van het aantal moleculen in onze laag in den tijd dt kunnen wij ook voorstellen door :

$$\frac{d(N dx)}{dt} dt.$$

Door deze beide uitdrukkingen aan elkander gelijk te stellen, verkrijgen wij :

$$\frac{dN}{dt} = - \frac{dE}{dx} \dots \dots \dots (14)$$

Eveneens zal de toename van de positieve hoeveelheid van beweging en van de energie in onze laag in den tijd dt kunnen worden gelijkgesteld aan de hoeveelheid van beweging en de energie, die in denzelfden tijd door het eerste grensvlak onzer laag meer naar binnentreedt dan er door het tweede grensvlak uittreedt. Dit leidt ons tot de beide volgende vergelijkingen :

$$\frac{dK}{dt} = - \frac{dF}{dx} \dots \dots \dots (15)$$

en :

$$\frac{dL}{dt} = - \frac{dG}{dx} \dots \dots \dots (16)$$

Nu zijn echter N , K en L periodische functiën van x en t , en als wij een golf beschouwen, die zich in de richting der positieve x voortplant, en de voortplantingssnelheid dier golf

door a voorstellen, zijn N , K en L functiën van $x - at$, en gelden voor haar dus de vergelijkingen:

$$\frac{dN}{dt} = -a \frac{dN}{dx}, \quad \frac{dK}{dt} = -a \frac{dK}{dx}, \quad \frac{dL}{dt} = -a \frac{dL}{dx}. \quad (17)$$

Door deze vergelijkingen te verbinden met (14), (15) en (16) verkrijgen wij:

$$a \frac{dN}{dx} = \frac{dE}{dx}, \quad a \frac{dK}{dx} = \frac{dF}{dx}, \quad a \frac{dL}{dx} = \frac{dG}{dx} \dots (18)$$

of na integratie:

$$aN - E = \alpha, \quad aK - F = \beta, \quad aL - G = \gamma, \dots (19)$$

waarin α , β , γ drie nader te bepalen constanten voorstellen.

Door in (19) voor K , L , E , F , G , de waarden te stellen uit de formules (5), (6), (9), (11) en (13), verkrijgen wij:

$$\begin{aligned} N(a - p) &= \alpha \\ m N p a - \frac{1}{3} m N u^2 &= \beta \\ \frac{1}{2} k m N u^2 \cdot a - \frac{2 + 3k}{6} m N u^2 \cdot p &= \gamma. \end{aligned}$$

Deze formules moeten gelden voor alle waarden van p . Zij moeten dus ook blijven gelden, als men p tot nul doet naderen. Hierdoor is de beteekenis der constanten α , β , γ bepaald. Noemen wij toch N_0 , u_0 de waarden van N , u voor het geval, dat geen geluidsgolf in het gas bestaat dus p nul is, dan is:

$$\alpha = N_0 a, \quad \beta = -\frac{1}{3} m N_0 u_0^2, \quad \gamma = \frac{1}{2} k m N_0 u_0^2 a.$$

Hierdoor gaan de voorgaande formules over in de volgende:

$$\begin{aligned} N(a - p) &= N_0 a \\ \frac{1}{3} N u^2 - N p a &= \frac{1}{3} N_0 u_0^2 \\ N u^2 \left(a - \frac{2 + 3k}{3k} p \right) &= N_0 u_0^2 a \end{aligned}$$

welke wij ook den volgenden vorm kunnen geven :

$$N = N_o \left(1 + \frac{p}{a} \right) \dots \dots \dots (20)$$

$$N u^2 = N_o u_o^2 + 3 N_o p a = N_o u_o^2 \left(1 + 3 \frac{a}{u_o^2} p \right) \dots (21)$$

$$N u^2 = N_o u_o^2 \left(1 + \frac{2 + 3 k}{3 k} \cdot \frac{p}{a} \right) \dots \dots \dots (22)$$

Van de beide laatste vergelijkingen is de eerste de uitdrukking voor de voortplanting van de positieve hoeveelheid van beweging, de tweede de uitdrukking voor de voortplanting der energie. De voortplantingssnelheid moet noodzakelijk voor de hoeveelheid van beweging en voor de energie dezelfde waarde hebben; maar zoo a in beide vergelijkingen dezelfde waarde heeft, kan aan beide vergelijkingen tegelijk alleen voldaan worden wanneer :

$$3 \frac{a}{u_o^2} = \frac{2 + 3 k}{3 k} \cdot \frac{1}{a}$$

of:

$$a = \sqrt{\frac{2 + 3 k}{9 k}} \cdot u_o \dots \dots \dots (23)$$

is. De kinetische gastheorie vordert dus deze betrekking tusschen de voortplantingssnelheid a der geluidsgolven en de gemiddelde snelheid u_o der gasmoleculen, waarbij is op te merken, dat u_o de gemiddelde snelheid volgens CLAUDIUS voorstelt, d. w. z. den vierkantswortel uit de gemiddelde waarde van het kwadraat van de snelheid der gasmoleculen. Dit blijkt terstond uit de formules (21) en (22), waarvan de formule (23) het gevolg is.

Noemen wij nu α de verhouding tusschen de soortelijke warmten bij constant volumen en bij constanten druk, dan is volgens CLAUDIUS *);

$$\frac{1}{k} = \frac{3}{2} (\alpha - 1)$$

*) l. c. p. 258, formule (12).

dus:

$$\frac{2 + 3k}{9k} = \frac{\kappa}{3}$$

en:

$$a = \sqrt{\frac{\kappa}{3}} \cdot u_0 \dots \dots \dots (23^a)$$

Doch deze formule blijkt identisch te zijn met de formule van LAPLACE, als men in het oog houdt, dat voor de drukking P_0 en de dichtheid ρ_0 van het gas voor het geval, dat geen geluidsgolf in het gas bestaat, de formules gelden:

$$P_0 = \frac{1}{3} m N_0 u_0^2 \quad \text{en} \quad \rho_0 = m N_0$$

Wij vinden dan toch:

$$\frac{1}{3} u_0^2 = \frac{P_0}{\rho_0}$$

en:

$$a^2 = \kappa \frac{P_0}{\rho_0},$$

de formule van LAPLACE.

Voor die gassen, zooals o. a. voor kwikzilvergas, waarvoor $k = 1$ is, wordt (23):

$$a = \frac{\sqrt{5}}{3} u_0,$$

een formule, waartoe volgens TOLVER PRESTON *) MAXWELL reeds vroeger moet gekomen zijn.

Zooals bekend is, kunnen de verdichtingen en verdunningen in een geluidsgolf geacht worden plaats te hebben volgens een adiabatisch proces. Indien wij dus onder P en ρ drukking en dichtheid van het gas verstaan in een bepaalde laag van de geluidsgolf, dan moet volgens de mechanische warmte-theorie tusschen P en ρ de betrekking bestaan:

$$\frac{P}{\rho^\kappa} = \text{constante.}$$

*) S. TOLVER PRESTON vermeldt dit in een post-scriptum op zijn verhandeling over de Mode of the propagation of sound, and the physical condition determining its velocity on the basis of the kinetic theory of gases. *Phil. Mag.*, 5th Series, t. 3, pp. 441-453.

Dat aan deze betrekking voldaan wordt door den bewegings-toestand in de geluidsgolf, zooals die door ons uit de kinetische gastheorie is afgeleid, blijkt uit onze formules (20) en (22) Volgens deze is namelijk:

$$P = \frac{1}{3} m N u^2 = \frac{1}{3} m N_o u_o^2 \left(1 + \frac{2 + 3k}{3k} \cdot \frac{p}{a} \right)$$

$$= \frac{1}{3} m N_o u_o^2 \left(1 + \alpha \frac{p}{a} \right)$$

$$\rho = m N = m N_o \left(1 + \frac{p}{a} \right)$$

dus:

$$\rho^\alpha = (m N_o)^\alpha \left(1 + \alpha \frac{p}{a} \right)$$

en:

$$\frac{P}{\rho^\alpha} = \frac{\frac{1}{3} m N_o u_o^2}{(m N_o)^\alpha} = \frac{P_o}{\rho_o^\alpha} = \text{constante,}$$

zoodat onze formules ook met de uitkomsten der mechanische warmte-theorie in overeenstemming blijken te zijn.

Uit de formule (20) volgt, dat de verdichting het grootst is op die plaatsen waar de trillingssnelheid haar grootste waarde heeft in de richting van voortplanting der golf, de verdunning daarentegen daar waar die trillingssnelheid haar grootste waarde heeft in de richting tegengesteld aan die van de voortplanting der golf.

Dit zelfde geldt ook voor een teruggaande golf, die zich in de richting der negatieve x voortplant, zooals blijkt wanneer men in de formule (20) het teeken van a eenvoudig omkeert.

Een staande golf ontstaat uit de interferentie van een heen-gaande en een teruggaande golf. Voor zulk een staande golf worden de formules:

$$N = N_o \left(1 + \frac{p - p'}{a} \right)$$

$$N u^2 = N_o u_o^2 \left(1 + \alpha \frac{p - p'}{a} \right)$$

wanneer p de trillingssnelheid in de heengaande, p' die in de teruggaande golf voorstelt.

De formule voor N leert ons, dat de grootste veranderingen in dichtheid plaats grijpen op die plaatsen, waar p en p' voortdurend het tegengestelde teeken hebben, de trillingssnelheid dus haar kleinste waarde heeft; en dat de veranderingen in dichtheid het kleinst zijn op die plaatsen, waar p en p' hetzelfde teeken hebben, de trillingssnelheid dus haar grootste waarde heeft. Door onze formule wordt dus de plaats der knoopen en buiken in een staande golf goed aangegeven.

De formule voor Nu^2 stelt ons in staat de grootte van de trillingssnelheid p in een golf te bepalen, wanneer de grootte van de afwisselingen in druk op de plaats der knoopen in een staande golf bekend is. Nu heeft KUNDT *) bij een gedekte orgelpijp van ongeveer 1 voet lengte proefondervindelijk gevonden, dat bij een krachtigen toon de druk in de knoop afwisselend om $1/32$ atmosfeer boven den normalen druk steeg en evenveel daar onder daalde. Noemen wij dus P_1 de maximumdrukking in de knoop, P_o de normale drukking, dan was bij KUNDT:

$$\frac{P_1 - P_o}{P_o} = 1/32.$$

Maar, wanneer wij p_1 de maximum-trillingssnelheid noemen in elk der beide voortgaande golven, die de staande golf in de orgelpijp hebben voortgebracht, dan is:

$$\frac{P_1 - P_o}{P_o} = \frac{1/3 m N_1 u_1^2 - 1/3 m N_o u_o^2}{1/3 m N_o u_o^2} = 2 \alpha \frac{p_1}{a},$$

Dus is in het geval van KUNDT:

$$2 \alpha \frac{p_1}{a} = 1/32.$$

*) Pogg. Ann. t. 134, p. 565.

Derhalve, als wij $\varkappa = 1,4$, $a = 340$ stellen,

$$2 p_1 = 7,6 \text{ meters ongeveer,}$$

$$p_1 = 3,8 \text{ meters.}$$

Bij KUNDT bedroeg de maximum-trillingssnelheid in de buiken der staande golf dus ongeveer 7,6 meters, die in elk der beide voortgaande golven 3,8 meters.

Dat de waarde van p_1 in een voortgaande golf echter in den regel veel kleiner zal zijn, mag wel als zeer zeker worden aangenomen.

RAYLEIGH *) berekent voor een geluidsgolf, die hij nog duidelijk kon hooren:

$$p_1 = 0,037 \text{ centimeters}$$

en meent, dat het geluid bij een tienmaal kleinere waarde van p_1 nog wel hoorbaar zal zijn. Wij zien hieruit, dat p_1 bij de geluidsgolven in de lucht tusschen wijde grenzen kan variëeren.

Bij RAYLEIGH stelt p_1 eigenlijk de maximum-trillingssnelheid der *luchtlagen* in de geluidsgolf voor, maar ook wij kunnen volgens formule (7) p_1 als zoodanig opvatten. Ook bij de opvatting der geluidsgolven in gassen volgens de kinetische gastheorie kan men toch, het blijkt genoegzaam uit de voorgaande beschouwingen!, van een trillende beweging der verschillende *gaslagen* spreken, niettegenstaande de moleculen, die zulk een gaslaag samenstellen niet voortdurend dezelfde zijn, maar telkens door andere uit aangrenzende gaslagen vervangen worden.

TWEEDE GEDEELTE.

Hebben wij in het eerste gedeelte dezer verhandeling de vraag geheel laten rusten, of onze opvatting van den bewegingstoestand der gasmoleculen in een geluidsgolf in overeenstemmig is met de beginselen der kinetische gastheorie, m. a. w. of die

*) *Beiblätter*, t. 1, pp. 503—504.

bewegingstoestand tot de volgens die theorie mogelijke bewegingstoestanden kan gerekend worden; met die vraag willen wij ons in dit tweede gedeelte nog kortelijk bezig houden. Wij wenschen namelijk na te gaan, of die door ons aangenomen bewegingstoestand een zoodanige is die zich zelven onderhoudt, of men van den bewegingstoestand, zooals die op een gegeven oogenblik op een bepaalde plaats in de geluidsgolf bestaat, kan aantoonen, dat hij het noodzakelijk gevolg is van de bewegingstoestanden, die op vroegere tijdstippen in de verschillende deelen der geluidsgolf hebben bestaan.

Wij zullen daartoe de termen van de orde ϵ , die de veranderlijkheid van den toestand met tijd en plaats aangeven, en die tot hiertoe door ons verwaarloosd zijn, in de berekeningen moeten opnemen. De berekeningen worden daardoor natuurlijk veel uitvoeriger. Wij zullen haar dan ook hier niet volledig opnemen, maar slechts den gang van ons onderzoek en de voornaamste formules, waartoe dit ons leidt, aangeven, alle tusschenrekeningen daarentegen weglaten. Wij doen dit te eerder, omdat de resultaten, die ons onderzoek oplevert, slechts voor een gedeelte positief, voor een ander gedeelte echter negatief zijn, omdat zij ten minste niet als een volledige oplossing der door ons gestelde vraag kunnen beschouwd worden.

De door onze laag uitgezonden moleculen zijn gekarakteriseerd door het stelsel vergelijkingen:

$$U = u + p\mu \dots \dots \dots (24)$$

$$H = 1 + 2\frac{p}{u}\mu \dots \dots \dots (25)$$

De op den tijd t gelijktijdig in onze laag aanwezige moleculen zijn gekarakteriseerd in de eerste plaats door haar aantal N en verder door de beide vergelijkingen:

$$\left. \begin{aligned} V &= U - \left(\frac{dU}{dx} \mu + \frac{1}{V} \frac{dU}{dx} \right) \epsilon \\ &= u + p\mu + q + q_1\mu + q_2\mu^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

$$I = 1 + r\mu - \frac{1}{3}r_2 + r_1\mu + r_2\mu^2 \dots \dots \dots (27)$$

waarin :

$$q = - \frac{\epsilon}{u} \frac{du}{dt}$$

$$q_1 = - \epsilon \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{u} \frac{dp}{dt} \right)$$

$$q_2 = - \epsilon \frac{dp}{dx},$$

terwijl r een functie is van p en u , r_1 en r_2 grootheden zijn van de orde van ϵ *).

Eigenlijk is ϵ van laag tot laag veranderlijk, omdat ϵ omgekeerd evenredig is aan N . Verder is ϵ veranderlijk met μ . Deze veranderlijkheid van ϵ van laag tot laag en van richting tot richting kunnen wij echter in de voorgaande formules verwaarloozen, omdat de ware waarde van ϵ van die, welke bij den toestand van het gas behoort wanneer geen geluidsgolf aanwezig is, slechts verschilt om een grootheid van de orde $p\epsilon$, en wij in de formule van V slechts die termen in ϵ in rekening willen brengen, welke zijn van de orde $\frac{dp}{dx}\epsilon$, maar die van de

orde $p \frac{dp}{dx} \epsilon$ willen verwaarloozen. In dit geval kunnen wij voor ϵ in de voorgaande formules de gemiddelde weglengte in het gas stellen, die geldt voor het geval, dat geen geluidsgolf voorhanden is.

*) Voor I nemen wij aanvankelijk aan de uitdrukking :

$$I = i(1 + (r + r_1)\mu + r_2\mu^2);$$

maar in deze uitdrukking hebben wij voor i te stellen $1 - \frac{1}{3}r_2$, daar anders niet voldaan is aan de vergelijking

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I d\mu = 1,$$

waaraan I wegens hare beteekenis noodzakelijk moet voldoen. Door de gevonden waarde voor i in de aangenomen uitdrukking voor I te stellen verkrijgen wij de in den tekst voor I aangegeven uitdrukking (27).

Wij noemen nu evenals vroeger

$$a dt$$

de waarschijnlijkheid, dat een molecule, die zich met een snelheid v in de richting μ in onze laag voortbeweegt, in den tijd dt met een andere molecule der laag in botsing kome, en

$$\alpha ds$$

de waarschijnlijkheid, dat diezelfde molecule op den weg ds in botsing kome; dan is

$$a = \pi \varrho^2 N R, \dots \dots \dots (28)$$

en:

$$\alpha = \pi \varrho^2 N \frac{R}{v}, \dots \dots \dots (29)$$

wanneer ϱ den straal der werkingssfeer der moleculen voorstelt, en R de gemiddelde waarde van de betrekkelijke snelheid der beschouwde molecule ten opzichte van de overige moleculen der laag.

Voor R vinden wij met behulp der bovenstaande formules voor V en I , als wij in het oog houden, dat v in ons geval van V slechts verschilt om een grootheid van de orde van p , zoodat wij $(V-v)^2$ mogen verwaarloozen:

$$R = \frac{4}{3} \sqrt{vu} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{q}{u} + \frac{1}{5.7} \left(6 \frac{q_2}{u} + \frac{1}{3} r_2 \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{5} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{p}{u} + r + \frac{1}{2} \frac{q_1}{u} + r_1 \right) \mu \right. \\ \left. - \frac{1}{5.7} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{q_2}{u} + r_2 \right) \mu^2 \right\} \dots \dots \dots (30)$$

Wij bepalen nu weder evenals vroeger het aantal moleculen $M dx dt$, die in den tijd dt in onze laag in botsing kome, en de geheele hoeveelheid van beweging $M' dx dt$ in de richting der positieve x -as, die al deze moleculen te zamen vóór

de botsing bezitten. Voor de berekening van M en M' hebben wij weder de formules:

$$M = \frac{1}{2} N \int_{-1}^{+1} I \bar{a} d\mu,$$

$$M' = \frac{1}{2} m N \int_{-1}^{+1} I V \bar{a} \mu d\mu,$$

als \bar{a} de waarde van a aangeeft, wanneer v vervangen is door V .

Wij vinden door deze formules:

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho^2 N^2 u \left\{ 1 + \frac{q}{u} + \frac{1}{3} \frac{q_2}{u} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

$$M' = \frac{4}{3} \pi \rho^2 N^2 u \cdot \frac{1}{3.5} \{ 7p + 4ru + 7q_1 + 4r_1u \} \dots (31)$$

Opdat de hoeveelheid van beweging der in botsing komende moleculen vóór en na de botsing dezelfde zij, moeten M en M' voldoen aan de vergelijking:

$$M' dx dt = M dx dt \cdot mp$$

of:

$$\frac{1}{15} (7p + 4ru + 7q_1 + 4r_1u) = p.$$

Hieruit vinden wij even als vroeger:

$$r = 2 \frac{p}{u} \dots \dots \dots (33)$$

en verder:

$$r_1 = - \frac{7}{4} \cdot \frac{q_1}{u} = \frac{7}{4} \cdot \frac{\epsilon}{u} \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{u} \frac{dp}{dt} \right) \dots (34)$$

Nu wij voor α en M uitdrukkingen gevonden hebben, willen wij met behulp van deze op andere wijze dan tot hertoe een uitdrukking trachten te vinden voor I . Wij wenschen dit te doen door in acht te nemen, dat de moleculen, die op een ge-

geven tijd zich gelijktijdig in de richting μ in onze laag voortbewegen, of die, welke gedurende den tijd dt in de richting μ onze laag passeeren, vroeger in botsing zijn geweest in andere lagen en dus op een vroeger tijdstip behoord hebben tot de door die andere lagen uitgezonden moleculen.

Beschouwen wij in de eerste plaats onder de moleculen, die in den tijd dt onze laag passeeren in een richting, wier richtingscosinus gelegen is tusschen μ en $\mu + d\mu$, diegenen, welke na haar laatste botsing reeds een weg s hebben afgelegd. Deze behooren tot de moleculen, die door een laag, waarvan de abscis $x - \mu s$ bedraagt, in den tijd tusschen $t - \frac{s}{v}$ en $t - \frac{s}{v} + dt$ in de aangegeven richting zijn uitgezonden, als v de gemiddelde snelheid van die uitgezonden moleculen voorstelt.

Het aantal der door die laag op den aangegeven tijd in de aangegeven richting uitgezonden moleculen bedraagt:

$$Z = \frac{1}{2} dx dt d\mu \left\{ MH - \left(\frac{d(MH)}{dx} \mu + \frac{1}{v} \cdot \frac{d(MH)}{dt} \right) s \right\},$$

waarin M en H door de formules (31) en (25) zijn uitgedrukt, terwijl de gemiddelde waarde van de snelheid dier moleculen is:

$$v = U - \left(\frac{dU}{dx} \mu + \frac{1}{u} \frac{dU}{dt} \right) s,$$

waarin U bepaald is door formule (24).

Deze moleculen bereiken echter slechts voor een deel onze laag met de abscis x ; de overige komen, voordat zij den weg s tot die laag hebben afgelegd, in botsing. Noemen wij het aantal, dat na haar botsing den afstand σ bereikt z , dan is:

$$dz = -z\gamma d\sigma,$$

waarin γ de waarde van α voorstelt in een laag met abscis $x - (s - \sigma)\mu$ op den tijd $t - \frac{s - \sigma}{v}$.

Nu is volgens formules (29) en (30) :

$$\alpha = \frac{\beta}{\sqrt{v}}.$$

wanneer

$$\beta = \frac{4}{3} \pi \varrho^2 N \sqrt{u} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{q}{u} + \frac{1}{5.7} \left(6 \frac{q_2}{u} + \frac{1}{3} r_2 \right) - \frac{1}{5} \left(\frac{1}{2} \frac{p}{u} + r + \frac{1}{2} \frac{q_1}{u} + r_1 \right) \mu - \frac{1}{5.7} \left(\frac{1}{2} \frac{q_2}{u} + r_2 \right) \mu^2 \right\}.$$

Dus:

$$\gamma = \frac{\beta}{\sqrt{v}} - \frac{1}{\sqrt{v}} \left(\frac{d\beta}{dx} \mu + \frac{1}{v} \frac{d\beta}{dt} \right) (s - \sigma),$$

$$\log. \frac{z}{Z} = - \int_0^s \gamma d\sigma = - \frac{\beta}{\sqrt{v}} s + \frac{1}{2\sqrt{v}} \left(\frac{d\beta}{dx} \mu + \frac{1}{v} \frac{d\beta}{dt} \right) s^2,$$

$$z = Z e^{-\frac{\beta}{\sqrt{v}} s} e^{+\frac{1}{2\sqrt{v}} \left(\frac{d\beta}{dx} \mu + \frac{1}{v} \frac{d\beta}{dt} \right) s^2},$$

$$= Z e^{-\frac{\beta}{\sqrt{v}} s} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{v}} \left(\frac{d\beta}{dx} \mu + \frac{1}{v} \frac{d\beta}{dt} \right) s^2 \right),$$

als z hier het aantal der Z uitgezonden moleculen voorstelt, die den afstand s afleggen en dus onze laag bereiken zonder in botsing te komen.

Voor v hebben wij in z te schrijven :

$$U - \left(\frac{dU}{dx} \mu + \frac{1}{u} \frac{dU}{dt} \right) s$$

en dus voor $\frac{1}{\sqrt{v}}$:

$$\frac{1}{\sqrt{U}} \left(1 + \frac{1}{2u} \left(\frac{dU}{dx} \mu + \frac{1}{u} \frac{dU}{dt} \right) s \right).$$

Daardoor wordt :

$$z = Z e^{-\frac{\beta}{\sqrt{v}}s} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{u}} \left[\frac{d\beta}{dx} \mu + \frac{1}{u} \frac{d\beta}{dt} \frac{\beta}{u} \left(\frac{dU}{dx} \mu + \frac{1}{u} \frac{dU}{dt} \right) \right] s^2 \right).$$

Wanneer wij in deze uitdrukking voor z de vroeger gevonden uitdrukking voor Z substitueeren, na daarin dx vervangen te hebben door μds , en dan z integreeren volgens s van 0 tot ∞ , verkrijgen wij alle moleculen, die gedurende den tijd dt onze laag x doorloopen in richtingen, waarvoor de richtingscosinus gelegen is tusschen μ en $\mu + d\mu$. Maar daarvoor vonden wij vroeger :

$$\frac{1}{2} N I V \mu d\mu dt.$$

Dus is :

$$\frac{1}{2} N I V \mu d\mu dt = \int_0^{\infty} z,$$

of :

$$I = \frac{2}{N V \mu d\mu dt} \int_0^{\infty} z \dots \dots \dots (35)$$

Wanneer wij z deelen door $\frac{v \mu dt}{dx}$ verkrijgen wij het aantal van de moleculen, op den tijd t gelijktijdig in onze laag aanwezig en zich bewegende in richtingen waarvoor de richtingscosinus gelegen is tusschen μ en $\mu + d\mu$, die na haar laatste botsing een weg s hebben afgelegd. Dit aantal bedraagt dus :

$$\frac{z dx}{v \mu dt}.$$

Vervangen wij in deze uitdrukking de in Z voorkomende differentiaal dx door μds en integreeren vervolgens volgens s van 0 tot ∞ , dan verkrijgen wij alle moleculen die gelijktijdig in onze laag aanwezig zijn, en zich bewegen in richtingen waarvoor de richtingscosinus gelegen is tusschen μ en $\mu + d\mu$. Maar voor het aantal dezer moleculen vonden wij vroeger :

$$\frac{1}{2} N I d\mu dx.$$

Dus is:

$$\frac{1}{2} N I d\mu dx = \frac{dx}{\mu dt} \int_0^{\infty} \frac{z}{v},$$

of:

$$I = \frac{2}{N \mu d\mu dt} \int_0^{\infty} \frac{z}{v} \dots \dots \dots (36)$$

De beide formules (35) en (36) leiden tot volkomen hetzelfde resultaat, namelijk tot de formule:

$$\begin{aligned} I = & 1 - \frac{\epsilon}{u^2} \cdot \frac{du}{dt} - \frac{\epsilon}{Nu} \frac{dN}{dt} - \frac{1}{3.5.7} \left(17 \frac{\epsilon dp}{u dt} + r_2 \right) \\ & + \mu \left\{ \frac{1}{5} \left(8 \frac{p}{u} + r - \frac{5 \epsilon dN}{N dx} - 3 \frac{\epsilon du}{u dx} - 11 \frac{\epsilon dp}{u^2 dt} + r_1 - \frac{\epsilon dr}{u dt} \right) \right\} \\ & + \mu^2 \cdot \frac{1}{5.7} \left(r_2 - 74 \frac{\epsilon dp}{u dx} - 7 \epsilon \frac{dr}{dx} \right) \dots \dots \dots (37) \end{aligned}$$

Deze uitdrukking voor I behoort identiek te zijn met die volgens formule (27), waarvan wij zijn uitgegaan, of:

$$I = 1 - \frac{1}{3} r_2 + (r + r_1) \mu + r_2 \mu^2.$$

Daartoe wordt vereischt, dat zij:

$$\frac{1}{3} r_2 = \frac{\epsilon}{u^2} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{\epsilon}{Nu} \cdot \frac{dN}{dt} + \frac{1}{3.5.7} \left(17 \frac{\epsilon dp}{u dx} + r_2 \right)$$

$$r = \frac{1}{5} \left(8 \frac{p}{u} + r \right)$$

$$r_1 = \frac{1}{5} \left(- \frac{5 \epsilon dN}{N dx} - 3 \frac{\epsilon du}{u dx} - 11 \frac{\epsilon dp}{u^2 dt} - \frac{\epsilon dr}{u dt} + r_1 \right)$$

$$r_2 = \frac{1}{5.7} \left(r_2 - 74 \frac{\epsilon dp}{u dx} - 7 \epsilon \frac{dr}{dx} \right).$$

Deze formules geven voor r dezelfde waarde als vroeger formule (33) gevonden is, namelijk:

$$r = 2 \frac{p}{u};$$

voor r_1 :

$$r_1 = -\frac{1}{4} \left\{ \frac{5\varepsilon}{N} \frac{dN}{dx} + 3 \frac{\varepsilon}{u} \frac{du}{dx} + 13 \frac{\varepsilon}{u^2} \frac{dp}{dt} \right\} \dots (38)$$

en voor r_2 de beide uitdrukkingen:

$$34 r_2 = 3.5.7 \left(\frac{\varepsilon}{u^2} \frac{du}{dt} + \frac{\varepsilon}{Nu} \frac{dN}{dt} \right) + 17 \frac{\varepsilon}{u} \cdot \frac{dp}{dx} \dots (39)$$

en

$$34 r_2 = -88 \frac{\varepsilon}{u} \frac{dp}{dx} \dots \dots \dots (40)$$

Stelt men in de eerste uitdrukking (39) voor r_2 volgens formule (20):

$$N = N_o \left(1 + \frac{p}{a} \right),$$

waaruit volgt:

$$\frac{1}{N} \cdot \frac{dN}{dt} = \frac{1}{a} \frac{dp}{dt} = -\frac{dp}{dx},$$

dan wordt zij:

$$34 r_2 = -88 \frac{\varepsilon}{u} \cdot \frac{dp}{dx} + 3.5.7 \frac{\varepsilon}{u^2} \frac{du}{dt} \dots (41)$$

Stelt men in de uitdrukking (38) voor r_1 volgens formule (21):

$$Nu^2 = N_o u_o^2 + 3 N_o p a$$

waaruit volgt:

$$\frac{1}{Nu^2} \cdot \frac{d(Nu^2)}{dx} = \frac{1}{N} \cdot \frac{dN}{dx} + \frac{2}{u} \frac{du}{dx} = 3a \cdot \frac{1}{u^2} \cdot \frac{dp}{dx} = -\frac{3}{u^2} \cdot \frac{dp}{dt}$$

of:

$$-\frac{1}{N} \frac{dN}{dx} = +\frac{2}{u} \frac{du}{dx} + \frac{3}{u^2} \frac{dp}{dt},$$

dan verkrijgen wij:

$$r_1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{\epsilon}{u} \left(7 \frac{du}{dx} + \frac{2}{u} \frac{dp}{dt} \right), \dots \dots \dots (42)$$

terwijl wij vroeger formule (34) voor r_1 gevonden hebben, of:

$$r_1 = \frac{7}{4} \frac{\epsilon}{u} \left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{u} \frac{dp}{dt} \right).$$

Gaan wij thans na, tot welke uitkomsten het voorgaande analytische onderzoek ons geleid heeft. Ware de bewegingstoestand, zooals die door ons voor de gasmoleculen in een vlakke geluidsgolf is aangenomen de juiste, dan moest die bewegingstoestand zich zelven kunnen onderhouden, dat wil zeggen de bewegingstoestand, zooals die op een gegeven oogenblik en in een gegeven gaslaag bestaat, moest dan blijken het noodzakelijke gevolg te zijn van de bewegingstoestanden, zooals die in die laag en de overige gaslagen op vroegere oogenblikken bestonden. Dit nu hebben wij trachten na te gaan, door te onderzoeken, of de uitdrukking voor I (27), zooals wij die op een gegeven oogenblik voor een bepaalde gaslaag hebben aangenomen, overeenstemt met die, welke wij daarvoor uit den voor vroegere tijdstippen geldenden bewegingstoestand in het gas kunnen afleiden. En dan blijkt ons, dat terwijl dit voor den in I voorkomenden coëfficiënt r wel het geval is, dit daarentegen niet in alle opzichten het geval is met de coëfficiënten r_1 en r_2 . Voor r_1 kwamen wij op twee verschillende wijzen tot twee verschillende uitdrukkingen (34) en (42), en ook voor r_2 vinden wij twee uitdrukkingen (40) en (41), die identiek behoorden te zijn, maar waarvan dit niet volkomen het geval is. Wanneer wij echter de formules (34) en (42) voor r_1 , de formules (40) en (41) voor r_2 met elkander vergelijken, dan treft het ons, dat in deze formules de termen, die de afgeleiden van p en u volgens de abscis x bevatten, met elkander overeenstemmen, voor de termen, die de afgeleiden van p en u volgens den tijd t bevatten, daarentegen de overeenstemming ontbreekt.

Waarvan dit toe te schrijven is, kan vooralsnog moeielijk met zekerheid worden uitgemaakt. In de eerste plaats zou dit het gevolg

kunnen zijn van door ons gemaakte fouten, hetzij in de redeneering, hetzij in de vrij gecompliceerde berekeningen. Het bestaan van zoodanige fouten komt ons echter niet zeer waarschijnlijk voor.

Ook aan de door ons gebruikte beginselen kan die niet-overeenstemming, naar ons voorkomt, niet geweten worden. De formules (24) en (25), waarvan wij zijn uitgegaan, en die den bewegingstoestand der door een laag uitgezonden moleculen karakteriseeren, kunnen wij niet anders dan als juist beschouwen. Zij schijnen ons op de gronden in het eerste gedeelte dezer verhandeling ontwikkeld de eenig mogelijke toe. Ook tegen het beginsel, hetwelk bij de afleiding der formules (33) en (34) is gebruikt, dat de hoeveelheid van beweging van alle botsende moleculen te zamen vóór en na de botsingen dezelfde waarde moet hebben, zal wel niemand bezwaar hebben. Wat er bij de botsingen van gasmoleculen ook moge plaats grijpen, aan dit beginsel moet daarbij toch noodzakelijk voldaan worden. En dat wij bij de afleiding der uitdrukking (37) voor I eenvoudig in rekening hebben gebracht, dat de moleculen, die op een gegeven oogenblik in een laag aanwezig zijn, dezelfde zijn, welke op vroegere tijdstippen in andere lagen in botsing zijn geweest en door deze zijn uitgezonden, daartegen zal wel weinig in het midden te brengen zijn.

Ook de verwaarloozing van termen van hoogere orde kan geen invloed hebben gehad op onze uitkomsten, daar toch, wanneer wij met termen van verschillende orden te doen hebben, de termen van lagere orde voor zich zelve aan de gestelde voorwaarden moeten voldoen.

De eenige reden, waaraan wij onze onbevredigende uitkomst kunnen toeschrijven, is deze, dat wij in ons analytisch onderzoek aan alle moleculen, die door een laag worden uitgezonden of gelijktijdig in een laag aanwezig zijn, eenzelfde snelheid u hebben gegeven, terwijl zooals bekend is, die snelheid voor de verschillende moleculen in werkelijkheid de meest uiteenlopende waarden bezit. De verdeeling der verschillende snelheden over de verschillende in eenzelfde richting zich bewegende moleculen wordt, zooals bekend is, waarschijnlijk bepaald door een wet, welke daarvoor het eerst door MAXWELL is opgesteld. Deze MAXWELL'sche wet hadden wij dus in ons onderzoek in reke-

ning moeten brengen, en daardoor zouden onze uitkomsten wellicht zoodanige wijzigingen hebben ondergaan, dat de verkregen uitdrukkingen voor r_1 en r_2 met elkander overeenstemden. De invoering van de wet van MAXWELL in onze beschouwingen zou ons echter tot berekeningen geleid hebben van zulk een omvang, dat wij geen poging hebben durven wagen om deze berekeningen te volvoeren, vooral omdat die poging waarschijnlijk toch schipbreuk zou hebben geleden op onoverkomelijke mathematische moeielijkheden, die zich in den gang dier berekeningen zouden hebben opgedaan *).

Dat wij, terwijl wij de wet van MAXWELL niet in acht genomen hebben, wel overeenstemming tusschen de op verschillende wijzen voor r_1 en r_2 afgeleide formules verkregen hebben voor zoover de termen betreft, die de eerste afgeleiden volgens x bevatten, die dus betrekking hebben op de veranderlijkheid van den bewegingstoestand in het gas met de plaats, niet echter voor zoover de termen betreft, die de eerste afgeleiden bevatten volgens t , die dus betrekking hebben op de veranderlijkheid

*) Tot welke ontzaggelijk omslachtige berekeningen het inacht nemen der wet van MAXWELL ons zou geleid hebben, daarvan kan men zich gemakkelijk een voorstelling maken, wanneer men er slechts op let op hoe zeer gecompliceerde wijze de snelheid u reeds in de formule (26) voor V optreedt, en wanneer men voorts bedenkt, dat de toepassing der MAXWELL'sche wet en de daarmede gepaard gaande omslachtige integraties niet slechts éénmaal maar meermalen in den gang van ons onderzoek zouden moeten plaats grijpen. Eens namelijk bij de berekening van R , welke berekening hier veel omslachtiger wordt daar $(V-v)^2$ niet meer verwaarloosd mag worden; vervolgens zoowel bij de berekening van \bar{a} in de formule voor M als bij de berekening van $V\bar{a}$ in de formule voor M' ; en ten slotte nog eens bij de berekening van I volgens de formules (35) of (36). En wanneer men in al die gevallen de wet in toepassing had gebracht, zou de uitkomst nog onjuist zijn, omdat ook de termen van I implicite u bevatten, en hierop bij de verrichte integraties niet gelet is kunnen worden. De omslachtige berekening zou dus niet eens tot het gewenschte resultaat kunnen leiden. Men zou door haar hoogstens misschien te weten kunnen komen, op welke wijze u in de verschillende termen van I voorkomt, en met deze kennis toegerust de geheele berekening nog eens moeten herhalen. Maar wanneer men bedenkt, dat zelfs in veel eenvoudiger gevallen als het onze, zooals bijv. in het door O. E. MEIJER in zijn *Kinetische Theorie der Gase*, pp. 317—325, behandelde geval der inwendige wrijving in gassen, de toepassing der wet van MAXWELL tot onoplosbare integralen leidt, dan zal men weinig hoop hebben, dat men in ons veel meer gecompliceerd geval de berekening ten einde toe zal kunnen volvoeren, zonder ook op zulke onoplosbare integralen te stuiten. Het zal daarom geen verwondering kunnen baren, dat door mij geen poging is gewaagd om de wet van MAXWELL op ons vraagstuk toe te passen.

van den bewegingstoestand met den tijd, komt ons niet zoo zeer vreemd voor. Op deze laatste termen zal toch het inacht-nemen van de wet van MAXWELL waarschijnlijk van grooteren invloed moeten zijn dan op de eerste termen.

Is namelijk de wet van MAXWELL juist, dan zullen de moleculen, die door eenzelfde laag op eenzelfde tijd worden uitgezonden, niet allen dezelfde snelheid hebben en dus voor het doorloopen van denzelfden weg s verschillende tijden behoeven. Van de gelijktijdig in een laag aanwezige moleculen zullen dus diegenen, welke na haar laatste botsing een weg s hebben afgelegd en dus door de laag op afstand μs zijn uitgezonden, niet allen op denzelfden tijd door die laag zijn uitgezonden. Dit behoeft in het geval, dat de bewegingstoestand niet veranderlijk is met den tijd niet te worden in acht genomen, maar in ons geval wel, daar de tijd, waarop de moleculen zijn uitgezonden, verschillend zijnde ook de bewegingstoestand der op die verschillende tijden door dezelfde laag uitgezonden moleculen door eenigszins van elkander verschillende waarden van U , M en H gekarakteriseerd zal zijn, en ook de waarden van de groot-heden β , enz, waardoor bepaald wordt hoevele van deze moleculen een afstand s zullen afleggen zonder in botsing te komen, voor de verschillende door dezelfde laag uitgezonden moleculen wegens de veranderlijkheid dier grootheden met den tijd eenigszins verschillend zullen zijn. De invloed van de wet van MAXWELL zal dus in een geval als het onze, waarbij de toestand ook met den tijd veranderlijk is, waarschijnlijk grooter zijn dan in zoodanige gevallen, waarin de toestand alleen met de plaats veranderlijk is; en die invloed zal zich niet onwaarschijnlijk het sterkst doen gelden voor die termen welke op de veranderlijkheid van den bewegingstoestand met den tijd betrekking hebben.

Dat wij, de wet van MAXWELL niet inachtnemende voor de termen die van de veranderlijkheid van den toestand met de plaats afhangen, een volkomen overeenstemming verkregen hebben, geeft ons hoop, dat wanneer wij die wet wel in rekening hadden kunnen brengen, wij ook voor de termen, die van de veranderlijkheid van den toestand met den tijd afhangen, tot overeenstemmende uitkomsten zouden gekomen zijn. Die overeenstemming voor de termen, die op de veranderlijkheid met de

plaats betrekking hebben, hebben wij toch alleen verkregen door de formules toe te passen in het eerste gedeelte dezer verhandeling voor den bewegingstoestand in geluidsgolven afgeleid. Zij kan dus onmogelijk aan het toeval worden toegeschreven. En het is dan ook om die verkregen overeenstemming, dat wij de in dit tweede gedeelte onzer verhandeling verkregen uitkomsten, hoe onvolledig zij ook nog zijn mogen, toch niet van belang ontbloot achten. Zij maken het voor ons waarschijnlijk, dat, wanneer wij de beginselen der kinetische gastheorie volkomen streng hadden kunnen toepassen, gebleken zou zijn, dat de door ons aangenomen bewegingstoestand in de geluidsgolven in gassen met die beginselen in volkomen overeenstemming is.

Groningen, Maart 1880.

OVER DE
SAMENDRUKBAARHEID VAN ETHYLEENGAS.

DOOR

J. D. VAN DER WAALS.



§ 1. In de „Beiblätter“ der WIEDEMANN'sche *Annalen der Physik und Chemie* (1880 N^o. 1) zijn de uitkomsten opgenomen van een reeks onderzoekingen van AMAGAT, over de samendrukbaarheid der gassen bij hooge drukking. Die uitkomsten schijnen in het bijzonder voor ethyleengas (C_2H_4) merkwaardig. Terwijl toch voor de andere onderzochte gassen het product van drukking en volume betrekkelijk weinig afwisselt, daalt dat product bij C_2H_4 van 21473 bij 24 Meter kwikdruk, tot 9370 bij 64 Meter, om bij nog hooger en druk weder te stijgen en bij 303 Meter een waarde van 29333 te bereiken.

Ofschoon ik reeds vroeger (continuïteit van den gas- en vloeistofoestand, pag. 89 enz.) heb aangetoond, dat in het algemeen bij de gassen een dergelijke afwisseling in de waarde van het product $p v$ is te wachten, scheen toch de mate van verandering van dat product in het geval van C_2H_4 zoo groot, dat ik in den aanvang meende, dat hier een bijzondere invloed in het spel moest zijn. Dit heeft er mij toe geleid na te gaan in hoever door de formule, die ik voor de samendrukbaarheid der gassen in het algemeen gevonden had, de uitkomsten van AMAGAT konden worden verwacht. Spoedig bleek mij, dat die uitkomsten alleen dan verwacht konden worden, als wij mochten aannemen, dat de temperatuur, waarbij AMAGAT's waarnemingen plaats vonden, slechts weinig verschilde van de kritische temperatuur. Dat de kritische temperatuur hooger zou zijn dan die

der waarneming was niet waarschijnlijk, daar de dan plaatsgrijpende condensatie den waarnemer wel niet ontgaan zou zijn. Er bleef dus niet anders over dan de onderstelling, dat de kritische temperatuur van ethyleen slechts weinig lager zou liggen dan 18° of 22°: de temperatuur waarbij AMAGAT had waargenomen. Een besluit, waartoe trouwens ook reeds AMAGAT gekomen was.

§ 2. Uit de formule:

$$p = \frac{(1+a)(1-b)(1+\alpha t)}{v-b} - \frac{a}{v^2} \dots (1)$$

volgt:

$$pv = (1+a)(1-b)(1+\alpha t) \frac{v}{v-b} - \frac{a}{v} \dots (2)$$

en dus:

$$\frac{d(pv)}{dv} = - \frac{(1+a)(1-b)(1+\alpha t)b}{(v-b)^2} + \frac{a}{v^2} \dots (3)$$

De minimumwaarde van het product pv wordt dus gevonden, als:

$$\frac{v}{v-b} = \sqrt{\frac{a}{b(1+a)(1-b)(1+\alpha t)}} \dots (4)$$

terwijl die minimumwaarde zelve voldoet aan de vergelijking:

$$\frac{pv}{1+\alpha t} = (1+a)(1-b) \left\{ 2 \sqrt{\frac{a}{b(1+a)(1-b)(1+\alpha t)}} - \frac{a}{b(1+a)(1-b)(1+\alpha t)} \right\} \dots (5)$$

Het tweede lid dezer vergelijking stelt voor de verhouding tusschen het minimumproduct bij de temperatuur t en het product zooals dat bij de eenheid van druk gevonden wordt. Door de kritische temperatuur in (5) in te voeren, neemt zij een eenvoudiger gedaante aan, en wordt zij tegelijk geschikt om aan te toonen, hoe de waarde van het minimumproduct samenhangt

met het meerder of minder verschil tusschen de temperatuur der waarneming en de kritische temperatuur. Deze laatste t_1 stellende, geldt de betrekking (continuïteit van den gas- en vloeistof-toestand, pag. 84):

$$1 + \alpha t_1 = \frac{8}{27} \frac{a}{b(1+a)(1-b)} \dots \dots (6)$$

en vinden wij:

$$\frac{pv}{1+\alpha t} = (1+a)(1-b) \left\{ 2 \sqrt{\frac{27}{8} \frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t}} - \frac{27}{8} \frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t} \right\} \dots (7)$$

Ingeval $t = t_1$ is, vinden wij voor het tweede lid nagenoeg de waarde 0,3.

Bij toenemende waarde van de temperatuur der waarneming, neemt ook de waarde van het tweede lid toe.

Hieruit volgt dus deze regel: worden gassen samengedrukt boven de kritische temperatuur, dan zal het minimumproduct van drukking en volume steeds grooter zijn dan ongeveer 0,3 maal het product van drukking en volume, dat men verkrijgt bij 1 atmosfeer, of bij 1 Meter druk, en naarmate dat minimumproduct meer tot deze waarde nadert, is de temperatuur der waarnemingen dichter bij de kritische temperatuur.

§ 3. Gaat men, geleid door dezen regel, de getallen na, die AMAGAT voor het product pv bij ethyleen gevonden heeft, dan zal het bevreemdende in de sterke afwisseling dezer getallen ophouden. Immers de minimumwaarde blijft boven 0,3. De door hem mededeelde getallen zijn:

p	pv
24,00.	21473
34,81.	18352
45,13.	12263
55,37.	9772
63,96.	9370
71,84.	9703
83,96.	, 10675

p	pv
101,28.	12210
133,77.	15116
177,52.	18962
214,48.	22115
250,15.	25065
303,02.	29333

De druk is in meters kwik gegeven. Uit deze getallen blijkt, dat AMAGAT de waarde van pv eerst bij 24 meters opgeeft. Dat product zou bij 1 meter druk natuurlijk grooter zijn dan 21473, maar men zal het toch niet hooger dan 30,000 kunnen stellen. Zelfs bij deze hooge waarde vinden wij voor de minimumverhouding meer dan 0,3.

Maar aan den anderen kant zal men het produkt pv bij 1 meter druk veilig grooter dan 25000 mogen aannemen. In dat geval is de minimumverhouding $= 0,379$, en volgens (7) nog dicht genoeg bij 0,3 om tot een waarde van $\frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t}$ weinig van de eenheid verschillende te doen besluiten. Immers eene waarde voor $\frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t} = 0,9216$ doet voor de minimumverhouding reeds 0,3985 vinden.

Daar de temperatuur der waarnemingen op 18^0 à 22^0 wordt opgegeven, vindt men, als waarschijnlijke waarde van de kritische temperatuur: $0^0 < t_1 < 18^0$. Ofschoon het weinig moeite gekost zou hebben de grenzen nauwer op te geven, reken ik dit hier overbodig, omdat een rechtstreeksch onderzoek het juiste getal onmiddellijk kon doen vinden.

§ 4. Een proefondervindelijk onderzoek heeft mij dan ook $90,2$ als de kritische temperatuur van C_2H_4 doen kennen.

Het ethyleengas, bereid door de inwerking van geconcentreerd zwavelzuur op absoluten alcohol, en gewasschen door kaliloog, zuiver water en zwavelzuur, werd in de pomp van CAILLETET saamgedrukt. Bij de temperatuur van het vertrek $- 13^0$ — bleef het onder elken druk homogeen de ruimte vullen. Door smeltend ijs omgeven, scheidde het zich bij eenigszins hoogen druk in twee

gedeelten. Langzame verandering der temperatuur toonde, dat bij $90,2$ de overgangstemperatuur lag. De kritische druk is nagenoeg 58 atmosfeer *).

Met de waarde $t_1 = 90,3$ levert (7) voor het minimumproduct, al naar gelang men de temperatuur der waarnemingen van AMAGAT op 18^0 of 22^0 stelt $0,3475$ of $0,376$,— en dus voor het product $p v$ bij 1 Meter druk of nagenoeg 27000 of 25000 .

§ 5. Met $t_1 = 90,3$ berekenen wij uit (6) de waarde van $\frac{a}{b(1+a)(1-b)}$ en vinden haar gelijk aan $3,484$; wij zullen dus $\frac{a}{b}$ op nagenoeg $3,51$ kunnen stellen. Daar de kritische druk $p_1 = \frac{a}{27 b^2}$ is, en $p_1 = 44$ Meter bedraagt, vinden wij $b = 0,0029$, en dus $a = 0,0101$.

Ten controle voor de op deze wijze gevonden waarde van b , kunnen wij gebruik maken van het feit, dat AMAGAT het minimumproduct vindt bij ongeveer 64 Meter druk. Met behulp van de in § 2 gevonden vergelijkingen wordt de volgende afgeleid, die den druk, waarbij het minimumproduct gevonden wordt, doet kennen :

$$\frac{pb}{(1+a)(1-b)} = 3 \sqrt{\frac{27}{8}(1+\alpha t_1)(1+\alpha t) - \frac{27}{8}(1+\alpha t_1) - 2(1+\alpha t)}. \quad (8)$$

In deze vergelijking is weder t_1 de kritische temperatuur en t die der waarneming; p stelt den druk voor, waarbij $p v$ zijn minimumwaarde heeft.

Voor $t = 18^0$ zouden wij vinden $b = 0,00265$,
en voor $t = 22^0$ vinden wij $b = 0,00277$.

*) Gewoonlijk wordt koolzuur beschouwd als het gas, waarvan de kritische omstandigheden met de minste moeite kunnen worden aangetoond. Voor dat gas is de temperatuur 31^0 en de druk 73 atmosfeer. C_2H_4 blijkt volgens de bovenstaande getallen in dit opzicht koolzuur te overtreffen.

De betrekking tusschen volume, druk en temperatuur zal voor C_2H_4 vrij nauwkeurig wedergegeven kunnen worden door

$$p = \frac{1,0072(1 + \alpha t)}{v - 0,0029} - \frac{0,0101}{v^2}$$

§ 6. Berekenen wij voor $t = 22^0$ de waarde van $\frac{pv}{1 + \alpha t}$, dan vinden wij daarvoor waarden, die in het algemeen met de waarnemingen van AMAGAT overeen te brengen zijn. Zoo vinden wij:

p .	$\frac{pv}{1 + \alpha t}$ berekend.	Waargenomen ($p v_1 = 25000$).
24	0,843	0,858
34,7	0,733	0,734
45,2	0,623	0,490
55,3	0,405	0,391
64,2	0,381	0,375
71,8	0,394	0,388

Alleen het derde der opgegeven producten wijkt sterk af. Volgens de reeks der door AMAGAT opgegeven waarden is:

$$\frac{p v_{35}}{p v_{45}} = 1,49,$$

en volgens de berekende waarde daarentegen 1,18.

Dat sterke verschil heeft mij doen besluiten, dat het derde product, door AMAGAT gelijk aan 12263 opgegeven, door een drukfout of een andere vergissing veel te laag is. Het getal 15263 zou vrij wel met de gegeven formule overeenstemmen.

§ 7. Ik heb ter beslissing van de vraag, of het verschil aan een fout in de opgave, of aan een fout in de formule te wijten was, met behulp van de pomp van CAILLETET de waarde van het quotient $\frac{p_1 v_1}{p v}$ voor de opgegeven drukkingen bij temperaturen van 17^0 — 22^0 onderzocht.

Ofschoon ik erken, dat de methode van AMAGAT veel meer

nauwkeurigheid kan leveren, meen ik dat in dit geval, waar het verschil zoo aanzienlijk is, zelfs een minder nauwkeurig onderzoek beslissen kan.

Bij $17^{\circ}2$ vond ik voor deze verhouding 1,28, bij $18^{\circ}8$ de waarde 1,27 en bij $22\frac{1}{2}^{\circ}$ bedroeg de waarde 1,24. Ik meen dus hieruit werkelijk tot een fout in de opgaven te mogen besluiten.

Amsterdam Mei 1880.

R A P P O R T

OVER EENE

VERHANDELING VAN DEN HEER

Dr. P. H. SCHOUTE,

GETITELD :

SUR UNE TRANSFORMATION GÉOMÉTRIQUE D'UN PROBLÈME
DE LA THÉORIE DES ENVELOPPES DITES „COURBES
DE SÛRETÉ” ET SA GÉNÉRALISATION.

(Uitgebragt in de Vergadering van 26 Junij 1880).

Aan de ondergeteekenden werd in de vergadering der afdeeling Natuurkunde van de Kon. Akademie van Wetenschappen van 29 Mei jl. opgedragen, verslag uit te brengen omtrent eene verhandeling van Dr. P. H. SCHOUTE te 's Gravenhage, getiteld: *Sur une transformation géométrique d'un problème de la théorie des enveloppes dites „courbes de sûreté” et sa généralisation.*

Zij hebben de eer daaromtrent het navolgende te berigten.

Door ED. COLLIGNON is op pag. 53—56 van de *Compte-rendu de la 7^e session de l'association française pour l'avancement des sciences*, Paris 1878, eene ellips als omhullingskromme bepaald van de verschillende elliptische loopbanen, om een vast punt bij de gewone wet van aantrekking doorloopen door een ligchaam, waaraan eene snelheid van gegeven grootte, maar van veranderlijke rigting, wordt medegedeeld. In verband hiermede onderzoekt nu de schrijver der tegenwoordige verhandeling in het eerste gedeelte daarvan, wat de overeenkomstige omhullende is van de ellipsen, doorloopen indien de wet der omgekeerde vierkanten van de afstanden wordt vervangen door die der regtstreeksche afstanden zelve: eene zeer eenvoudige meetkundige beschouwing doet hem ook hier voor die omhullende eene ellips kennen. Na opgemerkt te hebben dat in deze

uitkomst als bijzonder geval de parabolische omhullende bevat is, behoorende bij de parabolische loopbanen van een zwaar ligchaam dat met gegeven snelheid maar onder verschillende elevatiehoeken wordt opgeworpen, geeft hij in verband met het voorgaande eenige uitbreiding aan een paar in JULLIEN's *Problèmes de mécanique rationnelle* voorkomende vraagstukken over de bedoelde elliptische en parabolische bewegingen, en gaat vervolgens de wijzigingen na, ontstaande indien de aantrekkende kracht in eene afstootende en dientengevolge de elliptische loopbanen in hyperbolische overgaan.

Terugkeerende tot de eerste door hem verkregen uitkomst, geeft de schrijver daaraan in het tweede gedeelte zijner verhandeling eene gewijzigde, en wél eene projectivische, beteekenis die hem leidt tot de meer algemeene opmerking, dat, als twee willekeurige krommen in de ruimte achtervolgens uit elkanders punten als centra geprojecteerd worden op een zelfde plat vlak, alsdan de projectien van de eene kromme en de projectien van de andere eene zelfde omhullingskromme hebben; eene opmerking waarvan de juistheid ook kan blijken door deze gemeenschappelijke omhullende te beschouwen als doorgang, op het aangenomen platte vlak, van het om de beide gegeven krommen omschreven ontwikkelbare oppervlak. Op het zamenvallen nu van de beide genoemde omhullingskrommen berust eene methode van meetkundige vervorming, waarvan de toepasselijkheid, hoofdzakelijk op in verschillende vlakken liggende krommen van den tweeden en den derden graad, door den schrijver ten slotte eenigzins nader wordt onderzocht.

Het komt den ondergeteekenden vóór dat de besproken verhandeling, al moge zij niet zeer omvangrijk zijn en wat het laatste gedeelte betreft grootendeels slechts negatieve uitkomsten bevatten, toch wel van genoegzaam belang is om in de Verslagen en Mededeelingen te worden opgenomen; reden waarom de ondergeteekenden dan ook de eer hebben in dezen zin te adviseren.

Delft en Leiden,
Junij 1880.

F. J. VAN DEN BERG.
D. BIERENS DE HAAN.

SUR UNE TRANSFORMATION GÉOMÉTRIQUE

D'UN PROBLÈME DE LA

THÉORIE DES ENVELOPPES DITES „COURBES DE SÛRETÉ” ET SA GÉNÉRALISATION,

PAR

P. H. SCHOUTE.

1. Au septième congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences tenu à Paris en 1878 M. ED. COLLIGNON, Ingénieur-en-chef des ponts et chaussées, a fait une communication intéressante sur une question de la théorie des enveloppes. Il a déterminé par la synthèse l'enveloppe des ellipses planétaires obtenues en faisant varier la direction mais non la grandeur de la vitesse initiale. Je me propose de traiter le théorème analogue pour un autre mouvement elliptique, le mouvement qui est régi par une attraction centrale proportionnelle à la distance

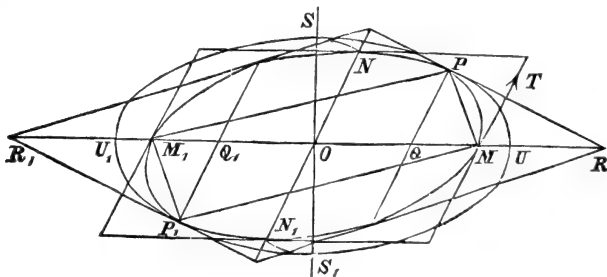


Fig. 1.

du mobile au centre d'attraction.

Soit O (fig. 1) le centre d'attraction, M la position initiale

du mobile qu'on suppose lancé dans le plan de la figure avec une vitesse donnée v_0 , dont la direction n'est pas définie. Menons par O une parallèle ON à cette vitesse MT et prenons ON égal à $\frac{v_0}{\sqrt{f}}$, f représentant l'attraction sur l'unité de masse à l'unité de distance, l'ellipse qui a O pour centre et OM et ON pour diamètres conjugués sera, comme on sait, la trajectoire du mobile. Le problème de la courbe de sûreté en question revient donc à la recherche de l'enveloppe de toutes les ellipses, qu'on obtient en faisant varier la direction du diamètre NN_1 conjugué du diamètre commun MM_1 .

J'observe d'abord, que chaque ellipse touche cet enveloppe aux deux points P , où la tangente est perpendiculaire à ON . Car on trouve la position infiniment voisine de l'ellipse en faisant tourner toutes les ordonnées parallèles à ON d'un angle infiniment petit autour de leurs pieds. De sorte que les points P se déplacent le long des tangentes PR et restent donc sur l'ellipse primitive. Et par là, la question est ramenée à la recherche du lieu géométrique des points P , où les tangentes PR à l'ellipse sont perpendiculaires au diamètre conjugué de OM .

Le lieu des points P est une ellipse, dont M et M_1 sont les foyers. Car M_1, Q, M, R étant quatre points harmoniques, les droites PM_1, PQ, PM, PR forment un faisceau harmonique, dont les deux rayons correspondants PQ et PR se coupent à angle droit; d'où il suit que ces rayons sont les bissectrices des angles formés par les deux autres. L'enveloppe est donc une ellipse, dont M et M_1 sont les foyers et MS et OS en grandeur les deux demi-axes.

2. Le résultat, que je viens de déduire, contient comme cas particulier celui de la courbe de sûreté du mouvement parabolique des corps pesants. En effet, on n'a qu'à supposer que le centre d'attraction O s'éloigne à l'infini, pour que la force attractive devienne constante en grandeur et en direction *). Dans

*) Voir JULLEN, *Problèmes de mécanique rationnelle*, deuxième édition; t. I., p. 400, N^o. 26.

ce cas les courbes enveloppées prennent la forme de paraboles passant

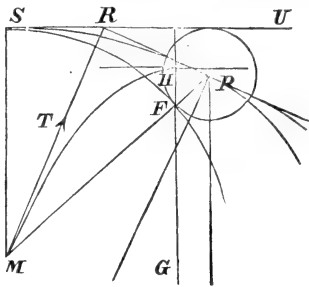


Fig. 2.

par M (fig. 2) avec des axes verticales FG et une même directrice horizontale SU . Et l'enveloppe se change en même temps dans la parabole, dont M est le foyer et dont le pied S de la perpendiculaire, abaissée de M sur la directrice commune des paraboles enveloppées, est le sommet.

L'application de la construction des points P , où chaque ellipse touche l'enveloppe, au cas particulier des paraboles n'offre pas de difficulté. La tangente PR au point cherché faisant des angles égaux avec la verticale par P et PM , la droite PM passe au foyer F de la parabole. D'où l'on trouve encore que le lieu géométrique des foyers F des paraboles est une conique; car chaque droite MP coupe l'enveloppe parabolique en deux points P et contient donc deux points F , etc. En effet, l'égalité des distances MF et MS fait voir, que cette courbe est le cercle, dont M est le centre et MS le rayon. Et parce que le sommet H se trouve à égale distance de F et de la directrice SU , le lieu du sommet H des paraboles est l'ellipse, dont MS représente en grandeur et en position le petit axe, et en grandeur le demi grand axe.

On connaît le problème suivant :

«Plusieurs projectiles P sont lancés en même temps du même point avec une même vitesse v_0 et dans des directions différentes. Au même instant on laisse tomber librement du même point un corps pesant p . Démontrer que les projectiles se trouvent à chaque instant sur une même sphère variable, qui a son centre au point p et dont le rayon est $v_0 t$, le temps t étant compté depuis l'instant du départ" *).

Chemin faisant j'en donne la généralisation suivante :

«Plusieurs points matériels P , attirés vers un centre fixe O par une force proportionnelle à la distance de ce centre, sont

*) JULLIEN l. c., t. I, p. 311, N^o. 20.

lancés en même temps du même point M avec une même vitesse v_0 et dans des directions différentes. Au même instant on fait partir un point matériel p sans vitesse initiale du même point M , sollicité par la même force émanante du point O . Démontrer que la surface synchrone est une sphère variable, qui a son centre au point p et dont le rayon est $\frac{\sqrt{f}}{v_0} \cos t \sqrt{f}$, le temps t étant compté depuis l'instant du départ."

On connaît encore le problème :

"Un point matériel, attiré vers un centre fixé O par une force proportionnelle à la distance, est lancé d'un même point M et avec la même vitesse suivant différentes directions situées dans un même plan. Montrer que le lieu du mobile est un ellipsoïde et que le point du départ du mobile est un point ombilical de la surface" *).

J'y ajoute l'énoncé suivant :

"Démontrer de même, que la série doublement infinie des ellipsoïdes qu'on obtient, en faisant tourner le plan par M autour de ce point, admet pour enveloppe un ellipsoïde de révolution, dont O est le centre et M un des deux foyers ; chaque ellipsoïde de la série touchant cet enveloppe le long de l'ellipse située dans le plan diamétral conjugué de la perpendiculaire au plan correspondant par M ."

3. Quand on change le sens de la force qui régit le mouvement elliptique en remplaçant l'attraction par une répulsion de même grandeur, la trajectoire est comme on sait l'hyperbole, qui est, suivant l'expression de PONCELET †), supplémentaire de l'ellipse trouvée plus haut par rapport au diamètre OM . J'indique les théorèmes qui découlent de cette remarque.

"Les différentes hyperboles, qu'on obtient en faisant varier la direction de la vitesse initiale, touchent leur enveloppe aux points P , où la tangente est perpendiculaire au diamètre conjugué de OM ; cette enveloppe est une hyperbole, dont les points M et M_1 sont les foyers et dont l'axe imaginaire est $v_0 \sqrt{f}$."

*) JULLIEN, l. c. t. I, p. 342, N^o. 20.

†) *Traité des propriétés projectives des figures*, deuxième édition, t. I, p. 29.

«Plusieurs points matériels P , qui se trouvent sous l'action d'une force répulsive, émanant d'un centre fixe O , sont lancés en même temps d'un même point M avec une même vitesse v_0 et dans des directions différentes. Au même instant on fait agir la même force répulsive sur un point matériel p , déposé sans vitesse initiale au même point M . Démontrer que les points P se trouvent au même instant sur une même sphère variable, qui a son centre au point p et dont le rayon est représenté par l'expression $\frac{1}{2} v_0 (e^{t\sqrt{f}} - e^{-t\sqrt{f}})$ »

«Un point matériel, qui éprouve de la part d'un centre fixe O une répulsion proportionnelle à la distance, est lancé d'un même point M et avec la même vitesse suivant différentes directions situées dans un même plan. Montrer que le lieu du mobile est un hyperboloïde à deux nappes et que le point de départ du mobile est un point ombilical de la surface. Démontrer de même que la série doublement infinie des hyperboloïdes, qu'on obtient en faisant tourner le plan par M autour de ce point, admet pour enveloppe un hyperboloïde à deux nappes de révolution, dont O est le centre et M un des deux foyers; chaque hyperboloïde de la série touchant l'enveloppe suivant l'ellipse située dans le plan diamétral conjugué de la perpendiculaire au plan correspondant par M »

4. Le problème, qui nous occupe, donne lieu à une transformation géométrique, que je vais indiquer. Toutes les ellipses

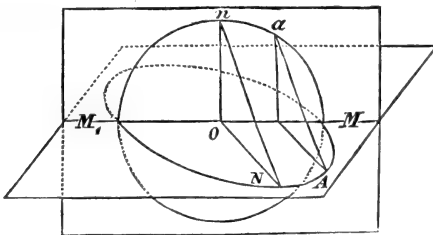


Fig. 3.

enveloppées sont les projections obliques d'un même cercle, le cercle décrit, dans le plan par MM_1 perpendiculaire au plan des ellipses, sur MM_1 comme diamètre (fig. 3). De plus, la droite nN qui projette le

sommet n de ce cercle en N , extrémité du diamètre ON conjugué de OM dans l'ellipse, engendre un cône droit, dont nO est l'axe, quand le diamètre ON tourne autour du centre O . L'enveloppe cherchée est donc encore l'enveloppe des cercles d'intersection du plan avec les cônes droits dont les arêtes aA projettent les différents points a de la circonférence, résultat bien facile à vérifier par le calcul.

5. En général, si les courbes enveloppées données sont des projections centrales d'une même courbe A de l'espace et que le lieu des centres de projection d'où cette courbe A se projette suivant la série de courbes données est une autre courbe B , on n'a qu'à projeter la courbe B de tous les points de la courbe A comme centres de projection pour trouver une autre série de courbes qui admet la même enveloppe que la série donnée. Toutefois la transformation ne s'applique que dans les cas où les courbes enveloppées peuvent être envisagées comme des projections d'une même courbe de l'espace. Ce qui exige que toutes ces courbes passent au moins par un nombre de points fixes égal à leur ordre, les points où la nouvelle courbe A , dont l'ordre égale celui des courbes données, perce leur plan. La transformation en question ne saurait donc être utile dans la recherche de la développée d'une courbe, les normales à cette courbe ne passant pas par un point fixe.

Examinons si les courbes enveloppées sont nécessairement des projections d'une même courbe A , aussitôt qu'elles passent par le nombre indiqué de points fixes, et considérons d'abord le cas des courbes du second ordre. On sait que deux coniques, qui coupent la droite d'intersection de leurs plans aux mêmes points, forment la base d'un faisceau de surfaces du second ordre et admettent donc quatre cônes du second ordre, qui les contiennent à la fois. Toutes les coniques passant par deux points fixes sont donc toujours projections centrales d'une conique quelconque, pourvu que celle-ci passe par les deux points fixes communs. Le cas d'une série de cercles, courbes qui sont des projections centrales d'un même cercle quelconque situé dans un plan parallèle, parce que cette courbe passe aussi par les deux ombilics

droite d'intersection des deux plans, en commençant par le cas $n = 3$ par C_3 l'une des deux courbes, par A, B, C les points communs aux deux courbes sur la droite d'intersection l des deux plans, par α, β, γ les tangentes en ces points à C_3 , par a, b, c les points où ces tangentes coupent C_3 hors du point de contact *), et qu'on désigne par les mêmes lettres avec un accent les éléments correspondants de l'autre courbe C'_3 , on voit d'abord que le centre de projection devrait être le point d'intersection des trois plans $\alpha\alpha', \beta\beta', \gamma\gamma'$ et que dans ce cas les points a et a', b et b', c et c' ne sont pas en général les projections les uns des autres. Et l'on voit de même, que la considération des tangentes α, β etc. suffit déjà pour la démonstration du théorème dans le cas de deux courbes d'un ordre n supérieur à trois, parceque plus que trois plans quelconques ne se coupent pas en un point commun.

Deux courbes planes C_n , qui se coupent en n points, n'étant pas en général des projections l'une de l'autre, j'examine s'il soit toujours possible de déterminer une courbe C_n qui est la projection centrale de toutes les courbes C_n de la série donnée. A cette fin, j'observe que l'équation $f(x, y, a) = 0$ des courbes enveloppées contient au moins le deuxième degré du paramètre a ; car si elle n'en contient que le premier degré elle représenterait un faisceau de courbes C_n qui n'admet pas d'enveloppe. En mettant l'équation sous la forme

$$\varphi(x, y) + a\psi(x, y) + a^2\chi(x, y) = 0,$$

ou voit que le plus petit nombre des courbes enveloppées, qui déterminent toutes les autres, est trois. J'examine donc, si trois courbes C_n , situées dans un même plan et coupées par une droite l de ce plan aux mêmes points, peuvent être projetées de trois centres de projection différents sur un plan quelconque passant par la droite l suivant la même courbe. Ce qui en général n'est pas possible, puisque dix inconnus, les neuf coordonnées des trois centres de projection et la grandeur qui détermine la position

*) Comme on sait les trois points a, b, c de la figure sont sur une même droite λ , la droite satellite de l . De plus μ représente l'asymptote et ν la droite des points d'inflexion.

du plan de la projection commune passant par l , ne sauraient satisfaire aux 2 $\left\{ \frac{n(n+3)}{2} - n \right\}$ équations, qui expriment l'identité d'une des trois projections avec les deux autres.

6. L'exemple considéré dans la note de l'article précédent montre que la transformation en question, substituant des courbes cubiques aux coniques données, peut même affecter l'ordre des courbes enveloppées. Il va donc sans dire qu'en suivant la marche inverse cette transformation mène à une simplification d'un théorème donné en abaissant l'ordre des courbes enveloppées. Mais ce n'est pas dans cette direction que l'utilité s'en manifeste. Car au lieu de simplifier les problèmes auxquels elle s'applique, elle les rend pour la plupart plus compliqués. Je prétend seulement, qu'elle est un instrument utile dans la recherche de problèmes nouveaux sur les enveloppes.

La projection centrale d'une courbe s'accorde en général en ordre avec cette courbe elle-même. Seulement en prenant un des points d'une courbe gauche pour centre de projection on diminue l'ordre de la projection de cette courbe d'une unité. On pourrait croire que ce théorème connu menât à une méthode de transformation qui abaisse l'ordre des courbes enveloppées; mais cela n'est pas le cas. Car la supposition que les courbes données sont les projections d'une courbe gauche A , ses propres points étant pris pour centres de projection, amène la coïncidence des deux courbes A et B ; de sorte que le problème transformé ne diffère en rien du théorème primitif.

Cependant l'observation précédente fait connaître un théorème, qui peut-être n'est pas dépourvu d'intérêt. Quand on projette une cubique gauche R_3 de tous ses points sur un plan quelconque α les projections sont des coniques passant par trois points, les points d'intersection de R_3 avec α . Ces projections forment une série de courbes, dont l'indice, c. a. d. le nombre des courbes passant par un quatrième point fixe quelconque, est deux. Car du point quelconque p du plan α on peut mener à R_3 une corde qui la coupe aux deux points d'où elle se projette suivant des coniques passant par p . La condition, que ces deux coniques par p se touchent dans ce point, est donc identique

à celle, qui exprime que la corde de R_3 , qui passe par p , soit tangente à cette courbe. Ainsi l'enveloppe des coniques, c'est l'intersection C_4 du plan α avec la surface développable F_4 , dont R_3 est l'arête de rebroussement. Ce qui est d'accord. Car l'équation $f(x, y, a) = 0$ des coniques enveloppées contenant le paramètre a au second degré, sa dérivé par rapport à a est du premier degré en a . De sorte que l'élimination de a entre ces deux équations ne saurait mener à une équation d'un ordre supérieur à quatre.

En général, quand on projette une courbe gauche $R(\nu, h)$, dont ν représente l'ordre et h le nombre des points doubles apparents, de tous ses points sur un plan quelconque, les projections seront des courbes $C_{\nu-1}$ passant par ν points fixes, les ν points d'intersection de $R(\nu, h)$ avec le plan de projection. Puisque d'un point quelconque p de ce plan on peut mener h cordes à $R(\nu, h)$ et que chacune de ces cordes coupe $R(\nu, h)$ en deux points d'où $R(\nu, h)$ se projette comme une courbe $C_{\nu-1}$ passant par p , ces courbes forment une série dont l'indice est $2h$; elles auront donc une enveloppe, dont l'ordre ne saurait dépasser la limite $2h(2h - 1)(\nu - 1)$. Mais dans ce cas général l'intersection du plan de projection avec la surface développable dont $R(\nu, h)$ est l'arête de rebroussement, ne forme pas à elle seule l'enveloppe entière. Car des $(\nu - 1)^2 - \nu$ points d'intersections mobiles de deux courbes consécutives, qui appartiennent tous à l'enveloppe, la surface développable en question n'en contient qu'un.

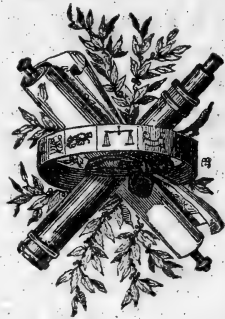
La Haye le 22 Mai 1880.

INHOUD

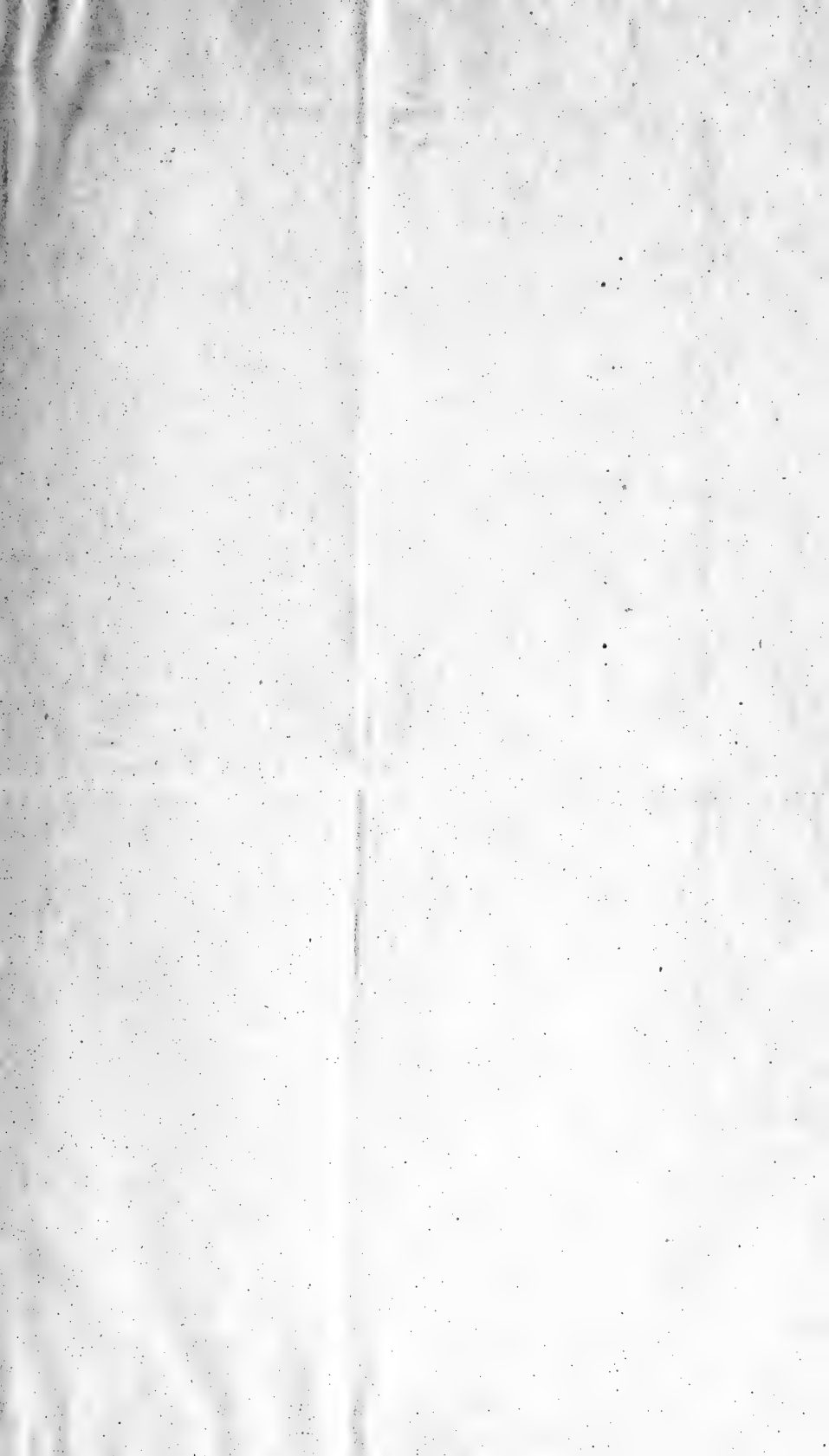
VAN

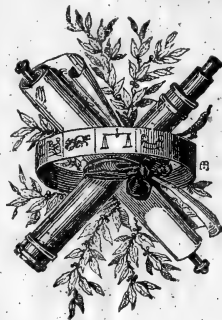
DEEL XV. — STUK 3.

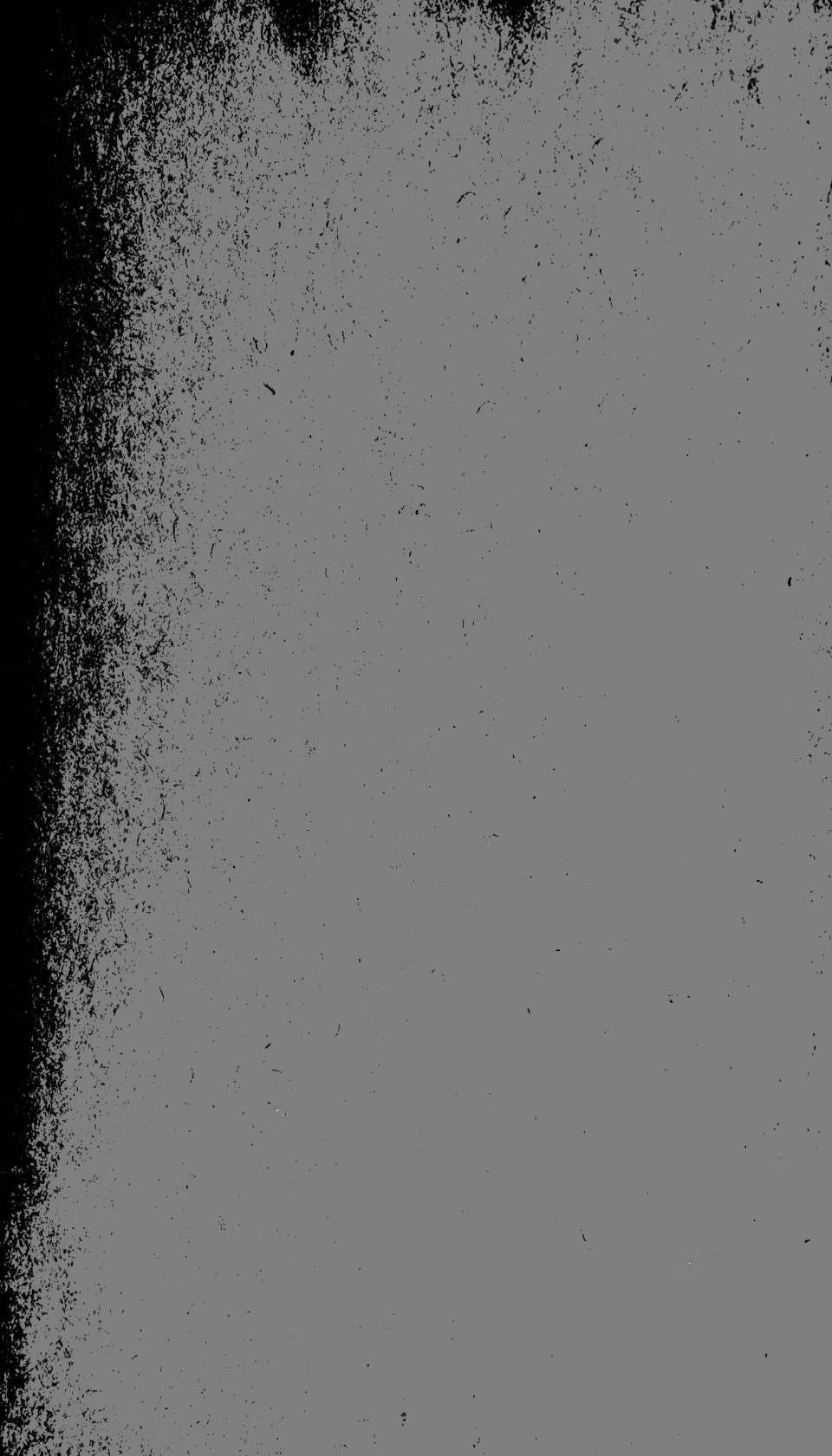
	bladz.
Advies van de Heeren BUIJS BALLOT en J. A. C. OUDEMANS , over het derde gedeelte der verhandeling van den Heer Dr. E. VAN RIJCKE-VORSEEL , rakende eene magnetische opneming van den Indischen Archipel, uitgebracht in de zitting van 27 Maart 1880.....	339.
Rapport van de Heeren VAN DER WAALS en BOSSCHA over eene verhandeling des Heeren Dr. H. A. LORENTZ , uitgebracht in de zitting van 27 Maart 1880.....	345.
De bewegingsvergelijkingen der gassen en de voortplanting van het geluid, volgens de kinetische gastheorie; door H. A. LORENTZ	350.
De voortplanting van vlakke geluidsgolven in gassen, volgens de kinetische gastheorie; door R. A. MEES	394.
Over de samendrukbaarheid van ethyleengas; door J. D. VAN DER WAALS	426.
Rapport van de Heeren VAN DEN BERG en BIERENS DE HAAN over eene verhandeling des Heeren Dr. P. H. SCHOUTE , uitgebracht in de zitting van 26 Juni 1880.....	433.
Sur une transformation géométrique d'un problème de la théorie des enveloppes dites „Courbes de Sûreté” et sa généralisation, par P. H. SCHOUTE	435.
Overzicht der boekwerken, door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen ontvangen en aangekocht.....	105—118.



GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÖBER-BAKELS.









CALIF ACAD OF SCIENCES LIBRARY



3 1853 10007 6673